Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Arun Kathirgamadas

Lærerstudenters adaptivitet

En kvantitativ studie av lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de løser tresifrede subtraksjonsstykker

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10.trinn
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2022

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Arun Kathirgamadas

Lærerstudenters adaptivitet

En kvantitativ studie av lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de løser tresifrede subtraksjonsstykker

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10.trinn
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne studien har jeg undersøkt lærerstudenters adaptivitet knyttet til subtraksjon. Hensikten med studien er å få innsikt i lærerstudenters bruk av indirekte addisjon (IA) og direkte subtraksjon (DS) på ulike tresifrede subtraksjonsoppgaver. Studiens forskningsspørsmål er: *Hva kjennetegner lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de skal løse tresifrede subtraksjonsoppgaver med en liten, mellomstor og stor differanse mellom subtrahend og minuend?*

For å gi et svar på forskningsspørsmålet har jeg brukt et instrument som er inspirert av instrumentet til Torbeyns et al. (2007). Instrumentet deres er en matteprøve bestående av 36 subtraksjonsoppgaver som er delt inn i tre ulike oppgavetyper; 12 oppgaver med en lav differanse mellom subtrahend og minuend (LD), 12 oppgaver med en mellomstor differanse mellom subtrahend og minuend (MD), og 12 oppgaver med en stor differanse mellom subtrahend og minuend (SD). Designet på matteprøven er choice/ no- choice. Matteprøven ble gjennomført av 28 lærerstudenter på grunnskolelærerutdanningen på NTNU. Lærerstudentene gjennomførte prøven over Zoom på det digitale programmet, PsychoPy. Datamaterialet ble analysert med utgangspunkt i modellen til Lemaire og Siegler (1995), som definerer strategisk kompetanse på bakgrunn av følgende fire dimensjoner: strategirepertoar, strategidistribusjon, strategieffektivitet og strategivalg. Jeg valgte å ikke undersøke strategirepertoaret til lærerstudentene da jeg gikk inn med en antakelse om at de både hadde IA og DS i repertoaret sitt.

Resultatene fra analysen av lærerstudentenes strategidistribusjon viste at IA var den mest brukte strategien på alle oppgavetypene. Resultatene viste videre at 16 av 28 lærerstudenter kun brukte én strategi på alle oppgavene i choice- betingelsen. 15 lærerstudenter brukte kun IA og én lærerstudent brukte kun DS. Resultatene fra analysen av lærerstudentenes strategieffektivitet viste at de var mest effektive med IA. Nøyaktighetsdataen viste at lærerstudentene var like nøyaktige med IA og DS. Hastighetsdataen viste derimot at lærerstudentene hadde kortere responstid med IA på alle tre oppgavetyper. Resultatene fra analysen av lærerstudentenes strategivalg viste at lærerstudentene tok hensyn til oppgavekarakteristikkene da de valgte strategi. I oppgaver med lav differanse mellom subtrahend og minuend tok lærerstudentene for det meste i bruk IA. Jo større differansen ble mellom subtrahend og minuend, desto mer tok de i bruk DS. Til tross for at bruken av IA avtok i takt med økende differanse viser resultatene at IA likevel var den foretrukne strategien på de tre ulike oppgavetypene.

Funnene viser at lærerstudenter brukte IA effektivt og adaptivt på tresifrede subtraksjonsstykker. Denne kompetansen er en viktig forutsetning for å kunne undervise IA til elevene (Ball et al., 2008; Lienemann & Reid, 2006; Ostad, 2013). Tidligere forskning viser at ikke alle elever har IA i repertoaret sitt, og at grunnen er at de ikke har lært det på skolen (Torbeyns et al., 2009a). Litteratur viser også at elever opplever addisjon som en enklere regneoperasjon enn subtraksjon (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001; Selter, 2001). I og med at IA er en strategi som bruker addisjon for løse en subtraksjonsoppgave, kan inkludering av IA i subtraksjonsundervisningen være et tiltak for å øke elevenes forståelse av subtraksjon.

Nøkkelord: Adaptivitet, choice/ no- choice, indirekte addisjon, direkte subtraksjon

Abstract

In this study I have examined student teachers adaptivity related to subtraction. The purpose of this study is to gain insight in student teachers use of indirect addition (IA) and direct subtraction (DS) on various three- digit subtractions. The research question for this study is: *What characterizes student teachers use of indirect addition and direct subtraction when solving three- digit problems with a small, medium, and large difference between subtrahend and minuend?*

To provide an answer for this research question I have used an instrument inspired by the instrument used by Torbeyns et al. (2007). I completed a math test on 28 student teachers from NTNU. The test consisted of 36 subtraction tasks consisting of three types of subtractions: 12 tasks with a small difference between subtrahend and minuend (LD), 12 tasks with a medium difference between subtrahend and minuend (MD), and 12 tasks with a large difference between subtrahend and minuend (SD). The design of the math test was choice/ no- choice. The student teachers completed the test over Zoom using the digital program, PsychoPy. Data was analyzed using the model of Lemaire and Siegler (1995), which defines strategy competence based on the following four dimensions: strategy repertoire, strategy distribution, strategy efficiency and strategy choice. I chose not to examine the student teachers´ strategy repertoire as I had the assumption that all student teachers had both IA and SD in their repertoire.

The results from the analyses of the strategy distribution showed that IA was the most used strategy on all three types of subtraction problems. Results also showed that 16 out of 28 student teachers used only one strategy on all tasks in the choice condition. 15 student teachers used only IA, while 1 student teacher used only DS. The results from the analyses of the strategy efficiency showed that IA was the most effective strategy. The accuracy data showed that the student teachers were equally accurate with both strategies. The speed data however showed that the student teachers had a quicker response time with IA on all three subtraction types. The results from the analyses of the strategy choice showed that the student teachers switched between IA and DS depending on the relative size of the subtrahend. However, IA was still most used on all three types of subtractions.

The findings in this study show that student teachers use IA efficiently and adaptively on three- digit subtractions. This competence is important for teaching IA to students (Ball et al., 2008; Lienemann & Reid, 2006; Ostad, 2013). Research show that not all students have IA in their repertoire and the reason is that they haven’t learned it in school (Torbeyns et al., 2009a). Research also show that students find addition easier than subtraction (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001; Selter, 2001). Since IA is a strategy which uses addition to solve a subtraction task, teaching students IA can help increase their understanding of subtraction.

Key words: Adaptivity, choice/ no- choice, indirect addition, direct subtraction

Forord

Jeg vil takke alle dere som har hjulpet meg med denne masteroppgaven. Jeg vil takke mine medstudenter som har gjennomført matteprøven min. Jeg vil takke min dyktige veileder, Eivind Kaspersen, for god støtte gjennom hele arbeidet med denne masteroppgaven. Jeg vil også takke min fine kjæreste, Anne, for god hjelp med korrekturlesing.

Med denne masteroppgaven avslutter jeg mine 8 år som student på NTNU. Det har vært en fantastisk reise med en rekke oppturer og nedturer, og jeg vil takke mine nærmeste for uvurderlig støtte på veien. Nå retter jeg blikket mot yrkeslivet og jeg ser frem til en ny og spennende reise.

Trondheim, mai 2022

Arun Kathirgamadas

Innholdsfortegnelse

Figurer

Tabeller

1 Innledning

Tema for denne studien er matematisk adaptivitet knyttet til subtraksjon. Siden slutten av det forrige århundret har det skjedd en endring internasjonalt i målet og innholdet i grunnleggende matematikkundervisning (Torbeyns et al., 2007). Undervisningen skal nå ta mindre sikte på å lære elever å gjennomføre matematikkoppgaver raskt og nøyaktig ved hjelp av standardiserte strategier. Fokuset skal nå være på å fremme utviklingen av elevenes adaptive kompetanse. Det vil si deres evne til å løse matematiske oppgaver effektivt, kreativt og fleksibelt med et mangfold av strategier (Torbeyns et al., 2007). Denne tanken om å fremme barns adaptive kompetanse har påvirket både nye læreplaner og lærebøker. I LK20 står det under kjerneelementet *Utforsking og problemløsning* at elevene skal legge mer vekt på strategier og framgangsmåter enn på løsninger (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi finner også flere kompetansemål knyttet til det å utvikle, utforske og bruke ulike strategier i matematikkfaget. For eksempel har vi i 3. klasse følgende kompetansemål for elevene: «utvikle og bruke hensiktsmessige strategier for subtraksjon i praktiske situasjoner» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Subtraksjonsoppgaver av sorten $a - b = c$ kan løses på mange ulike måter. Som kompetansemålet i avsnittet over sier, skal elever på barneskolen introduseres for flere subtraksjonsstrategier. Blant alle subtraksjonsstrategiene de kan bruke, er det flere måter å klassifisere dem på. En måte å klassifisere strategiene på er å ta utgangspunkt i regneoperasjonen som utføres. En slik klassifisering skiller mellom to typer strategier: direkte subtraksjon (DS) og indirekte addisjon (IA). DS karakteriseres som det å bruke regneoperasjonen, subtraksjon, for å løse en subtraksjonsoppgave. IA karakteriseres som det å bruke regneoperasjonen, addisjon, for å løse en subtraksjonsoppgave. Det betyr at man løser subtraksjonsoppgaven $15 - 8 = 7$ som $7 + 8 = 15.$ I subtraksjonsoppgaven $15 - 8 = 7,$ kalles tallet 15 for minuenden, 8 for subtrahenden og 7 for differensen (Hofmann, 2017).

IA forstås av meg som fordelaktig først fordi addisjon kan oppleves som en mindre krevende regneoperasjon enn subtraksjon (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001; Torbeyns et al., 2007). Videre er det også vist at IA har fordeler fremfor DS når det kommer til subtraksjoner med en liten differens (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018). Ifølge Berggren og Jom (2021) og Svingen (2016) er det også fordelaktig å lære elever sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon i undervisning om regneoperasjoner. Målet med undervisning om regneoperasjoner burde være at elevene skal få en rikere forståelse av de ulike regneoperasjonene. Dette kan gjøres ved å lære elevene å se flere sider ved regneoperasjonene og å lære dem sammenhengen mellom dem (Berggren & Jom, 2021).

Tidligere forskning viser at IA ikke bare er en strategi elevene bruker hyppig, men også en strategi de mestrer like godt, om ikke bedre enn DS (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2018). Elever er også raskere med IA enn med DS spesielt når det kommer til subtraksjonsoppgaver med en liten differanse mellom subtrahend og minuend (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2018). Til tross for at forskning viser til styrken IA har som en subtraksjonsstrategi viser også forskning at ikke alle elever har IA i repertoaret sitt, og grunnen til dette er fordi ikke alle elever har blitt introdusert for strategien på skolen (Torbeyns et al., 2007). Undervisningen elevene har på skolen har effekt på elevenes strategibruk og strategikompetanse (Ball et al., 2008; Lienemann & Reid, 2006; Ostad, 2013).

Utviklingen av strategikompetanse hos eleven skal i følge Lienemann og Reid (2006) forstås som et samarbeid mellom lærer og elev. Dette bringer oss til lærerens strategikompetanse.

Både Lienemann og Reid (2006) og Ostad (2013) peker på lærerens egne kunnskaper i matematikk som en av de viktigste forutsetningene for effektiv strategiopplæring. Lienemann og Reid (2006) fant også at ineffektiv strategibruk hos elever hovedsakelig var forankret i manglende strategikunnskaper hos lærerne. Til tross for at forskning vektlegger lærerens faglige kompetanse som viktig for elevens faglige utbytte (Ball et al., 2008; Lienemann & Reid, 2006; Ostad, 2013) er det ikke gjort mye forskning på hvor adaptive lærere er. Jeg forstår det derfor som relevant å undersøke hvor adaptive lærere er, da deres kunnskap vil ha noe påvirkning på utbyttet elevene får av faget (Ball et al., 2008; Lienemann & Reid, 2006; Ostad, 2013).

Hensikten med denne studien er å bidra til mer kunnskap om lærerstudenters adaptivitet knyttet til subtraksjon. Som fremtidige lærere forstår jeg det som like relevant å undersøke lærerstudenters adaptivitet som læreres adaptivitet. Lærerstudenter kommer en dag til å ha ansvaret for elevers faglige utvikling i de fagene de underviser i. En annen fordel ved å studere lærerstudenters adaptivitet er at det kan være til hjelp for lærere på grunnskolelærerutdanningen som har som jobb å utdanne nye matematikklærere. For å bidra til mer kunnskap om lærerstudenters adaptivitet knyttet til subtraksjon skal denne studien undersøke følgende forskningsspørsmål: *Hva kjennetegner lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de skal løse tresifrede subtraksjonsoppgaver med en liten, mellomstor og stor differanse mellom subtrahend og minuend?*

For å svare på forskningsspørsmålet har jeg benyttet meg av et instrument som er inspirert av instrumentet til Torbeyns et al. (2007). Instrumentet er en matteprøve bestående av 36 subtraksjonsoppgaver som ble gjennomført på universitetsstudenter. Det var ikke mulig for meg å finne de eksakte oppgavene i instrumentet deres, men i artikkelen skrev de ned karakteristikkene til oppgavene sine, som jeg tok utgangspunkt i da jeg laget mitt instrument. Matteprøven er gjennomført på 28 lærerstudenter på grunnskolelærerutdanningen på NTNU.

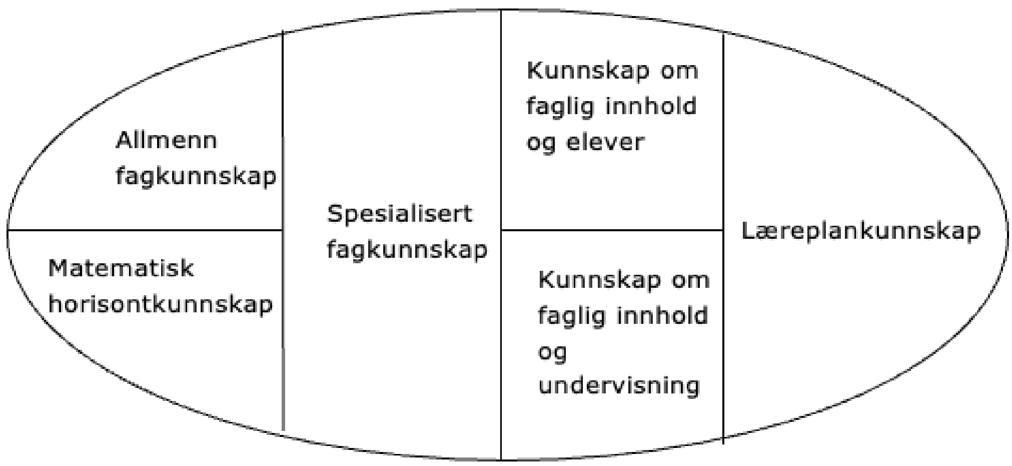
Da denne studien omhandler matematisk adaptivitet forstår jeg det som nødvendig å gjøre rede for begrepet adaptivitet. Derfor vil jeg i det etterfølgende kapittelet, teorikapittelet, gi en kort redegjørelse for ulike begreper relatert til adaptivitet. Deretter beskriver jeg Lemaire og Siegler (1995) sin modell for strategikompetanse, som er det teoretiske rammeverket jeg har brukt i denne studien. Modellen består av fire dimensjoner for strategikompetanse, men jeg har kun tatt utgangspunkt i tre av dimensjonene i denne studien. I teorikapittelet gjør jeg rede for de fire dimensjonene, og også argumenterer for mitt valg med å kun ta utgangspunkt i tre av de fire dimensjonene. Videre gjør jeg rede for Ball et al. (2008) sin modell for undervisningskompetanse. Denne modellen vektlegger lærerens faglige kompetanse, som er den kompetansen jeg ønsker å undersøke i denne studien. Som nevnt i avsnittet over har jeg brukt et instrument som var inspirert av instrumentet til Torbeyns et al. (2007). I kapittel 3 beskriver jeg dette instrumentet samt beskriver både min metode for datainnsamling og analyse. I Kapittel 4, resultatkapittelet, beskriver jeg mine resultater. Strukturen på resultatkapittelet vil være tredelt fordi den tar utgangspunkt i de tre dimensjonene til Lemaire og Siegler (1995). I kapittel 5 diskuterer jeg resultatene opp mot teori og empiri. Avslutningsvis vil jeg i kapittel 6 oppsummere forskningen og beskrive mulige implikasjoner min forskning kan ha for undervisning.

2 Teori

I denne studien har jeg undersøkt kjennetegn ved lærerstudenters bruk av IA og DS når de skal løse ulike tresifrede subtraksjonsstykker. I kapittelet legges det først fram en presentasjon av Ball et al. (2008) sin modell. Denne modellen tar for seg den samlede undervisningskompetansen en matematikklærer burde ha, og vektlegger lærerens faglige kompetanse. Det er denne kompetansen jeg har undersøkt i denne studien. Videre i kapittelet er det gjort rede for Siegler (1996) sin forståelse av kognitiv utvikling, som har dannet grunnlaget for denne studien. Siegler (1996) sin forståelse av kognitiv utvikling settes så opp mot forståelsen til Piaget og Inhelder (1974) som Siegler har stilt seg kritisk til. Deretter gjøres det rede for begrepet adaptivitet og for Lemaire og Siegler (1995) sin modell for strategikompetanse, som er det overordnede teoretiske rammeverket for denne studien. Avslutningsvis presenteres ulike subtraksjonsstrategier, og IA og DS vil beskrives dypere.

2.1 Lærerens kompetanse

Det er bred enighet om at en lærers kompetanse i faget har påvirkning på hvordan læreren underviser faget (Ball et al., 2008; Lienemann & Reid, 2006; Ostad, 2013). Et spørsmål som derimot ikke er like enkelt å svare på er hvor stor denne påvirkningen er. Et forslag på hvilken kompetanse som kreves når man skal undervise i matematikkfaget er utarbeidet av Ball et al. (2008). De hevder at en rådende forståelse om hva slags kompetanse en matematikklærer burde ha er kunnskap om pensum i faget i tillegg til en dypere forståelse av matematikk. Ball et al. (2008) er uenige med denne tanken, og sier at det å kun vite mer matematikk enn elevene ikke nødvendigvis trenger å ha betydning for hvordan læreren vil undervise faget. Lærerens samlede undervisningskompetanse består av flere kompetanser enn kun den rent faglige kompetansen. I Ball et al. (2008) sin modell blir seks kompetanser som kreves av en lærer for å undervise i matematikk presentert. Vi kan se denne modellen i Figur 2.1.



Figur 2.1: Den samlede undervisningskompetansen i matematikk. Hentet fra Ball et al. (2008) (Berggren og Jom (2021) sin oversettelse)

Figur 2.1 viser de seks kompetanseformene som til sammen utgjør en ellipse av undervisningskompetansen som Ball et al. (2008) mener var viktig at en lærer hadde.

Allmenn fagkunnskap viser til den matematikkunnskapen som læres på skolen (Ball et al., 2008). Ball et al. (2008) mener kort fortalt at læreren burde være i stand til å gjøre det arbeidet som ble gitt til elevene. De andre formene for kunnskap i ellipsen er mer didaktiske former for matematisk kunnskap, og Ball et al. (2008) anerkjenner dem som viktige for lærerens samlede undervisningskompetanse. Samtidig som de anerkjenner dette stresser de også at den allmenne fagkunnskapen er grunnleggende for den samlede undervisningskompetansen. Dette kan vi se i følgende sitat fra artikkelen deres.

> *«Lærere må vite om faget de underviser. Faktisk er det kanskje ikke noe som er mer grunnleggende for lærerkompetansen. Grunnen er enkel: Lærere som ikke selv kan et fag godt, har sannsynligvis ikke kompetansen som trengs for å hjelpe elevene å lære innholdet» (Ball et al., 2008, s.404, min oversettelse).*

Denne tanken får også støtte fra Lienemann & Reid (2006) og Ostad (2013), som alle peker på lærerens egne kunnskaper i matematikk som en av de viktigste forutsetningene for effektiv strategiopplæring. I denne studien har jeg undersøkt lærerstudenters allmenne fagkunnskap. Mer konkret har jeg undersøkt lærerstudenters adaptivitet, som ut fra min forståelse av både kompetansemål fra LK20 og kjerneelementet, utforsking og problemløsing, er en fagkunnskap lærere burde ha (Kunnskapsdepartementet, 2019).

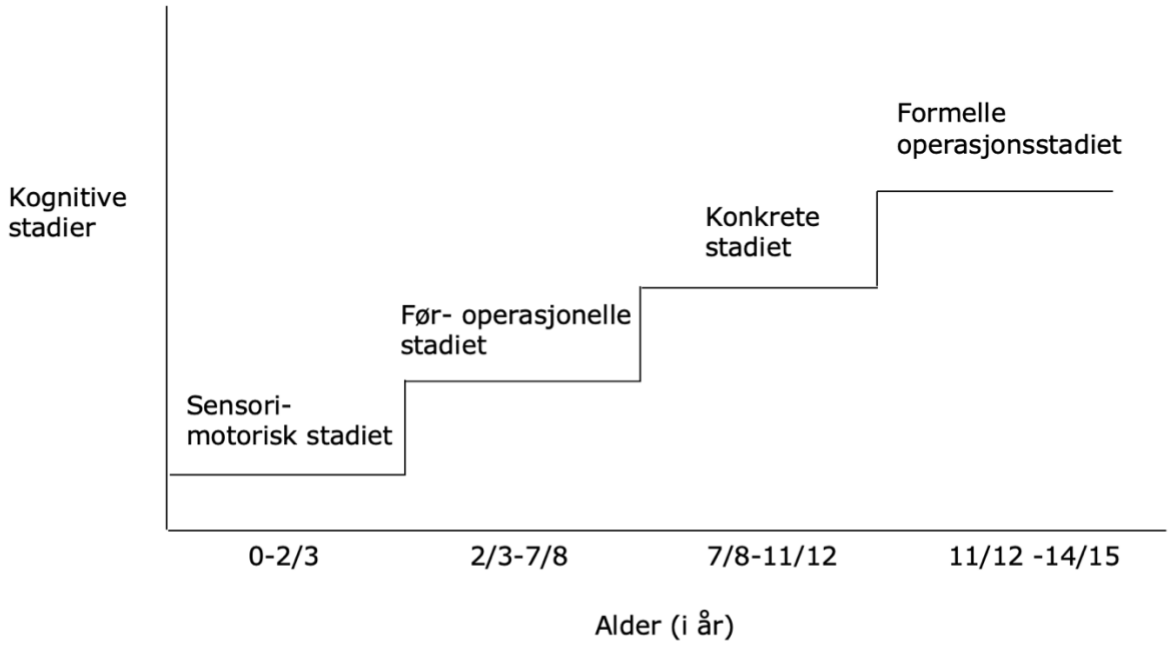
2.2 Siegler

Siegler (1996) kritiserte det han kalte tradisjonelle måter å forstå kognitiv utvikling på. Kritikken hans gikk ut på at en del teorier om kognitiv utvikling forstår forholdet mellom tanker og alder som et 1:1- forhold. Barn skal tenke på én spesifikk måte når de er unge, og når de blir eldre skal de tenke på en annen måte. Siegler (1996) hadde observert flere barn og argumenterte for at deres kognitive utvikling ikke fulgte dette 1:1- forholdet. Han stilte seg også kritisk til denne tanken om at barn ble låst til visse måter å tenke på knyttet til sin alder. Det ville bety at hele prosessen med å velge en strategi ville gå bort, og at barn ville være «slaver av sine egne kognitive strukturer» (Siegler, 1996, s. 4, min oversettelse).

Siegler (1996) kom derfor med sitt eget alternative rammeverk, som ifølge ham var mer konsistent med empirisk data, og mer hjelpsom for å forstå endring. Han presenterte forskjellene mellom dette alternative rammeverket og de rammeverkene han kritiserte gjennom to metaforer: *Staircase metaphor* (trappetrinns- metaforen fra nå) og *overlapping waves metaphor* (overlappende bølger- metaforen fra nå). I de to neste delkapitlene er det gjort rede for disse to metaforene.

2.2.1 Trappetrinn

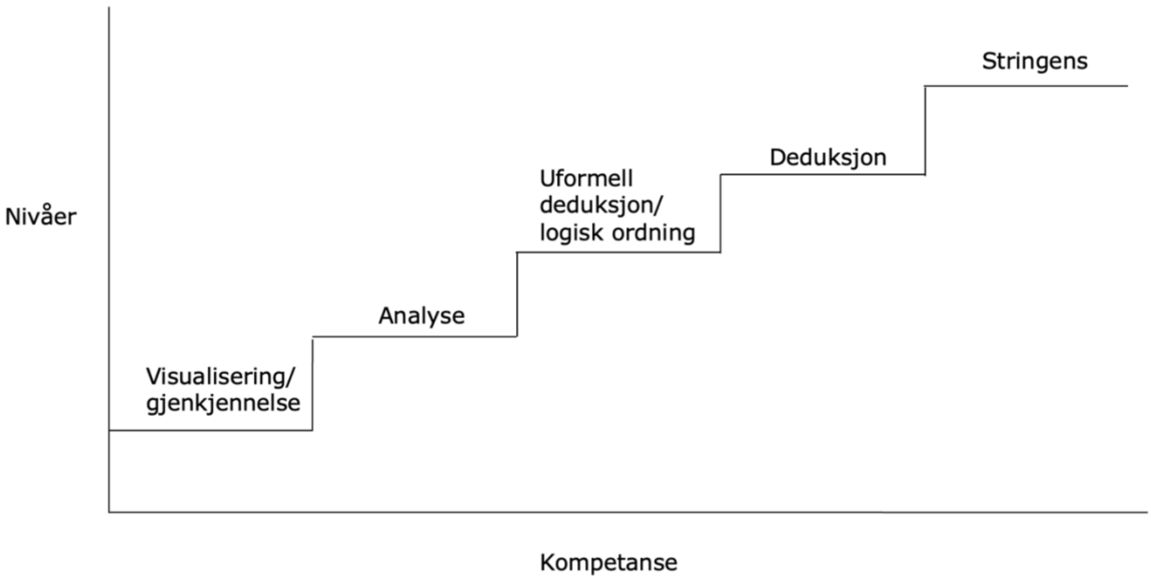
Trappetrinns- metaforen brukte Siegler (1996) for den forståelsen av kognitiv utvikling som han kritiserte. Den forståelsen går ut på at kognitiv utvikling hos barn kan forklares som det å gå fra et trappetrinn til et annet trappetrinn (Siegler, 1996). I Figur 2.2 har jeg illustrert modellen til Piaget og Inhelder (1974), som følger trappetrinns- metaforen.



Figur 2.2: Piaget og Inhelder (1974) sin forståelse av kognitiv utvikling (min oversettelse)

I denne studien har jeg ikke gått i dybden på de fire stadiene til Piaget og Inhelder (1974) da jeg ikke anser det som nødvendig for denne studien. Ut fra Figur 2.2 kan vi se at modellen til Piaget og Inhelder (1974) følger trappetrinns- metaforen. Modellen knytter barnets mentale vekst til den fysiske veksten. Slik det er illustrert i Figur 2.2 befinner barnet seg ifølge Piaget og Inhelder (1974) i det sensori- motoriske stadiet fra barnet blir født til det er mellom 2 og 3 år. Når barnet er mellom 2 og 3 år skjer det et vertikalt skifte i den kognitive utviklingen og de kommer til et nytt stadie, det før- operasjonelle stadiet. Slik fortsetter den kognitive utviklingen til barna. De er på et stadie i noen år før det skjer et vertikalt skifte og de kommer til et nytt stadie, akkurat som en trapp med ulike trappetrinn.

Denne forståelsen av kognitiv utvikling har vært den rådende forståelsen av hvordan en har betraktet kognitiv utvikling i 1970- årene (Siegler, 1996). Et eksempel på en modell innenfor matematikken som følger trappetrinns- metaforen er Van Hiele (1984). Den beskriver ulike nivåer av forståelse som hver elev vil gå gjennom når de lærer geometri. I Figur 2.3 har jeg illustrert de fem nivåene til Van Hiele (1984).



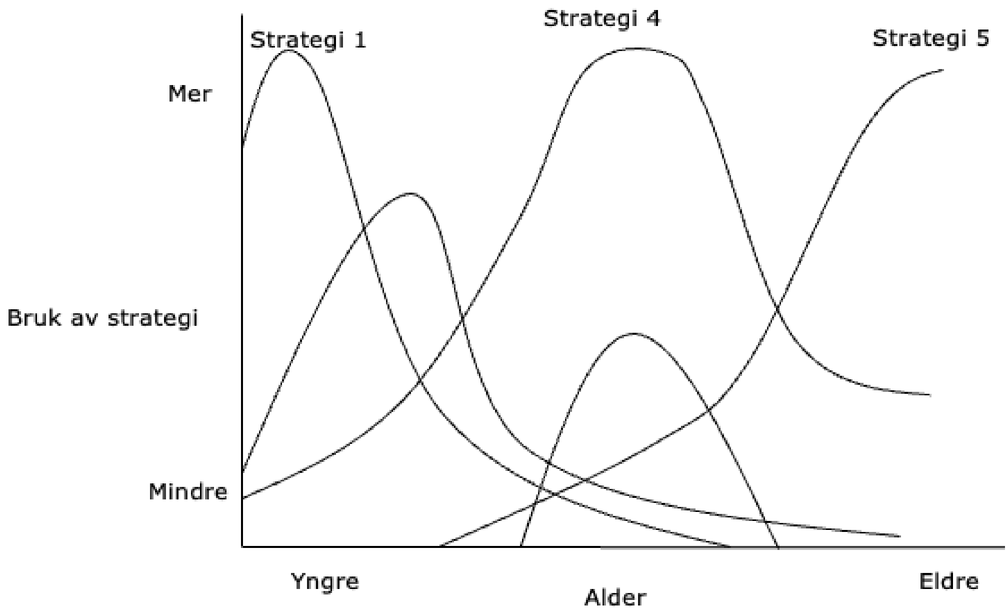
Figur 2.3: Van Hiele (1984) sin forståelse av de fem nivåene i barns geometriforståelse (Smestad (2008) sin oversettelse)

Her anser jeg det heller ikke som relevant for denne studien å gjøre rede for de ulike nivåene til Van Hiele (1984). Som vi kan se i Figur 2.3 er det listet opp fem ulike nivåer av geometriforståelse. I likhet med Piaget og Inhelder (1974) er barnet også her på ett nivå før det etter hvert skjer et vertikalt skifte og barnet kommer på et nytt nivå. Tanken til Van Hiele (1984) var også at hvis man har to folk som er på to ulike nivåer, kan ikke de forstå hverandre. Dette kan fort skje på skolen hvis læreren ikke tar hensyn til nivået til eleven, men snakker ut fra sitt eget nivå. I slike tilfeller forstod Van Hiele (1984) det som at læreren i praksis kun holdt en monolog, siden eleven ikke ville være i stand til å forstå det læreren snakket om.

Dette er to av flere modeller som følger denne trappetrinns- metaforen. Kritikken til Siegler (1996) var at denne forståelsen forstod barns kognitive utvikling som en utvikling fra et stadie til et nytt stadie. Ifølge ham ville denne måten å tenke på låse barna til å tenke på én spesifikk måte avhengig av hvilket stadie de er i (Siegler, 1996). Han gikk derfor bort fra denne stadie- forståelsen av kognitiv utvikling.

2.2.2 Overlappende bølger

Siegler (1996) forstod kognitiv utvikling som bølger av alternative måter å tenke på. Flere bølger kan sameksistere i lange perioder, og vil få ulike frekvenser etter hvert som barna blir eldre. I Figur 2.4 er overlappende bølger- metaforen til Siegler (1996) illustrert.



Figur 2.4: Overlappende bølger- metaforen til Siegler (1996) (min oversettelse)

De ulike strategiene i Figur 2.4 er representert som bølger med ulike frekvenser. Frekvensen på bølgene er ikke like for alle barn, og Figur 2.4 er kun et eksempel på hvordan det kan være for et barn. Siegler (1996) beskrev utvikling som endring i den relative frekvensen av bruken av strategier, samt tilegnelsen av nye strategier og elimineringen av gamle strategier. Med utgangspunkt i Figur 2.4 kan vi se hvordan barn i yngre alder kan velge mellom tre måter å tenke på (strategi 1, strategi 2 og strategi 4). Det er ulike frekvenser av strategibruken, der det i dette tilfellet er høyest bruk av strategi 1 og lavest bruk av strategi 4. Når barna blir eldre, vil det også skje endringer i bruken av de ulike strategiene (Siegler, 1996). Som Figur 2.4 illustrerer vil bruken av strategi 1 minke, mens bruken av strategi 4 vil øke. Etter hvert vil barna også tilegne seg nye måter å tenke på (strategi 3 og strategi 5). Strategi 1, som var den strategien med høyest frekvens i yngre alder, vil etter hvert avta og til slutt ikke lenger tas i bruk.

I Siegler (1996) sin sammenlikning mellom disse to måtene å forstå kognitiv utvikling på, presenterte han to fordeler med sin egen forståelse. Den ene fordelen var at man nå kunne se bort fra denne ideen om at barn kun tenker på én spesifikk måte, som er låst til alderen deres. Man kunne heller forstå tankene til barna som overlappende bølger av måter å tenke på, med ulike frekvenser. Den andre fordelen var at man med denne forståelsen kunne forstå kognitiv utvikling som en kontinuerlig endring av frekvenser av ulike måter å tenke på, og ikke at man bare byttet ut én måte å tenke på med en annen. Denne nye måten å forstå kognitiv utvikling på kunne åpne opp for spørsmål som i følge Siegler (1996) kunne være vanskeligere, om ikke også umulig å svare på med utgangspunkt i trappetrinns- forståelsen. For eksempel kunne man stille spørsmål som, hva det er som får eldre barn til å velge andre strategier enn yngre barn. Med utgangspunkt i trappetrinns- forståelsen blir svaret helt enkelt at de kan befinne seg på ulike trinn og derfor tenke ulikt. Med overlappende bølger- forståelsen derimot kan det åpne opp for nye resonnementer om hvorfor barn tar ulike valg.

2.3 Adaptivitet

Adaptivitet har med strategibruk å gjøre, men det er ikke kun det å bruke ulike strategier som går under det å ta et adaptivt valg. Lienemann og Reid (2006) hevdet blant annet at strategier i seg er ubrukelige. Strategikompetanse handler om å bevisstgjøre eleven for hvorfor det er lurt å bruke de ulike strategiene (Lienemann & Reid, 2006). Strategivalget skal med andre ord ikke være tilfeldig.

Verschaffel et al. (2009) definerte et adaptivt valg som dette.

> *«Med et adaptivt valg av en strategi mener vi det bevisste eller ubevisste valget og bruken av den mest hensiktsmessige løsningsstrategien for et gitt matematisk problem, for et gitt individ, i en gitt sosiokulturell kontekst» (Verschaffel et al., 2009, s. 343, min oversettelse)*

Verschaffel et al. (2009) tar for seg det bevisste eller ubevisste valget og bruken av en strategi, og i sitatet snakker de om å bruke «den mest hensiktsmessige løsningsstrategien». Det handler om å tilpasse valget sitt. Spørsmålet videre blir bare hva man skal tilpasse valget sitt til? I sitatet over kan vi for eksempel lese at man kan ta utgangspunkt i det matematiske problemet, altså oppgaven. Man kan også ta utgangspunkt i individet, altså den personen som skal løse oppgave. Eller man kan ta utgangspunkt i den sosiokulturelle konteksten.

I denne studien har jeg valgt å ta utgangspunkt i én forståelse av hva et adaptivt valg er. Den går ut på det å velge strategi på bakgrunn av oppgaven du skal løse og er blant annet brukt i Blöte et al. (2001) sin studie. Ut fra denne forståelsen er det kun oppgaven som styrer hva som er et adaptivt valg, ikke den som løser oppgaven. Vi kan for eksempel ta utgangspunkt i subtraksjonsoppgaven $75 - 12$. Denne subtraksjonsoppgaven kan løses på flere måter. Vi kan se på et eksempel med elev 1.

Elev 1 kan to ulike subtraksjonsstrategier, strategi A og strategi B. Med strategi A løser eleven oppgaven ved å først splitte subtrahenden (12) og så subtrahere minuenden (75) med tieren (10), og så enerne (2) slik som dette:

$$75 - 12 = ?$$

$$12 = 10 + 2$$

$$75 - 10 = 65$$

$$65 - 2 = 63$$

$$75 - 12 = 63$$

Med strategi B derimot starter eleven på minuenden og teller nedover 12 ganger siden 12 er subtrahenden:

$$75 - 12 = ?$$

$$75 - 1 = 74$$

$$74 - 1 = 73$$

$$73 - 1 = 72$$

$$\ldots$$

$$64 - 1 = 63$$

$$75 - 12 = 63$$

Strategi B er en subtraksjonsstrategi elever lærer tidlig på skolen når de først blir introdusert for subtraksjon. Denne strategien kan være fin å bruke på subtraksjonsoppgaver der det er en stor differanse mellom subtrahend og minuend. For eksempel kan strategi B være fin å bruke på subtraksjonsoppgavene $75 - 4$ eller $98 - 2$. På subtraksjonsoppgaver der differansen derimot er større, som for eksempel $75 - 12$ eller $95 - 42$, blir denne strategien mindre effektiv. Dette fordi man må repetere samme steg like mange ganger som størrelsen på subtrahenden. Strategi A er bedre egnet for slike regnestykker. Dette fordi man med strategi A splitter subtrahenden og så subtraherer. Dette er en strategi som elever gjerne lærer senere i skoleløpet når de har fått en bedre forståelse av både regneoperasjonen, titallssystemet og posisjonssystemet. Et adaptivt valg for å løse subtraksjonsstykket 75 – 12 vil derfor være å velge strategi A hvis vi tar utgangspunkt i oppgaven som skal løses.

2.4 Lemaire og Siegler (1995) sin modell for strategikompetanse

Lemaire og Siegler (1995) laget en modell som er brukt som rammeverk i flere forskningsartikler som har undersøkt adaptivitet (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2010; Torbeyns et al., 2018). Modellen deres er også brukt som rammeverk i denne studien. Modellen definerer strategisk kompetanse på bakgrunn av fire dimensjoner: *strategy repertoaire* (strategirepertoar fra nå), *strategy distribution* (strategidistribusjon fra nå), *strategy efficiency* (strategieffektivitet fra nå), og *strategy selection* (strategivalg fra nå). Som følge av at jeg har diskutert mine resultater med Torbeyns et al. (2007) i diskusjonskapittelet vil jeg presentere deres funn i dette delkapittelet mens jeg gjør rede for de ulike dimensjonene. Før jeg gjør rede for dimensjonene vil jeg presentere choice/ no- choice- designet. Grunnen til at jeg først vil presentere choice/ no- choice er fordi Torbeyns et al. (2007) sitt instrument har et choice/ no- choice- design, og jeg forstår det som viktig å først redegjøre for det designet, før jeg presenterer dimensjonene til Lemaire og Siegler (1995).

2.4.1 Choice/ no- choice

Choice/ no- choice er et design for å empirisk undersøke folks strategikompetanse. Designet er utarbeidet av Siegler og Lemaire (1997), og er brukt i flere studier som har undersøkt folks strategikompetanse (Acevedo Nistal et al., 2014; Auwera et al., 2022; Heinze et al., 2009; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2018).

I choice/ no- choice blir deltakerne testet under to type forhold, choice og no- choice. I choice- betingelsen må deltakerne velge mellom noen gitte strategier for å løse en oppgave. Med utgangspunkt i min studie vil denne betingelsen innebære at deltakerne må velge mellom DS eller IA. Dette valget må de ta i møte med alle oppgaver innenfor denne betingelsen. Det betyr at de ikke må forplikte seg til én strategi selv om de velger den i den første oppgaven. Antall oppgaver i denne betingelsen varierer fra studie til studie. I Torbeyns et al. (2007) hadde de tolv oppgaver.

No- choice- betingelsen består av dobbelt så mange oppgaver som choice- betingelsen. Det er fordi no- choice er fordelt på to runder med like mange oppgaver i hver runde. Den første no- choice- runden består av tolv oppgaver. I denne runden må deltakerne løse alle oppgavene kun ved bruk av IA. I den andre no- choice- runden, som også består av tolv oppgaver, må deltakerne løse oppgavene kun ved bruk av DS.

Hensikten med no- choice- betingelsen er å gi forskeren data om deltakernes effektivitet innenfor hver av de to strategiene (Torbeyns et al., 2007). Deltakernes effektivitet omhandler først deres nøyaktighet, deretter deres hastighet. En kan observere deltakernes nøyaktighet ved å se hvor mange rette svar de har fått når de har brukt de ulike strategiene. Hastigheten kan vi se på ved å se hvor lang tid deltakerne har brukt på oppgavene når de har brukt enten IA eller DS for å løse oppgavene.

2.4.2 Strategirepertoar

Den første dimensjonen i Lemaire og Siegler (1995) er strategirepertoar. Denne dimensjonen refererer til det mangfoldet av strategier et individ kan bruke for å løse et problem (Lemaire & Siegler, 1995). I artikkelen til Torbeyns et al. (2007) undersøkte de strategirepertoaret til deltakerne sine ved å se hvilke strategier deltakerne brukte i choice- betingelsen. Brukte de kun IA eller kun DS hadde de kun den strategien i repertoaret sitt. Brukte de derimot både IA og DS hadde de begge strategiene i repertoaret sitt. Jeg stiller meg kritisk til denne forståelsen av strategirepertoar siden alle deltakerne til Torbeyns et al. (2007) tok i bruk både DS og IA i no- choice- betingelsen. En deltaker kan ut fra min forståelse av strategirepertoar unngå å bruke en strategi i choice- betingelsen, men likevel ha strategien i repertoaret sitt. Frekvensen av bruken havner på 0, men det handler om hvilken strategi man oftest tar i bruk, og det omhandler den neste dimensjonen, strategidistribusjon. I min studie har jeg derfor valgt å ikke undersøke strategirepertoaret til lærerstudentene da jeg går inn med en antakelse om at de har begge strategiene i repertoaret sitt.

2.4.3 Strategidistribusjon

Den andre dimensjonen, strategidistribusjon, går ut på hvor ofte man bruker de ulike strategiene (Lemaire & Siegler, 1995). Begrepet fleksibilitet kan knyttes opp mot denne dimensjonen da det eneste som er i fokus er hvilke strategier som tas i bruk (Verschaffel et al., 2009). Man kan ha et mangfold av strategier i repertoaret sitt, men det trenger ikke nødvendigvis å bety at man vil bruke alle like ofte. I artikkelen til Torbeyns et al. (2007) undersøkte de dette ved å se på strategibruken til deltakerne i choice- betingelsen. Deres funn var at 20% av deltakerne kun brukte IA i choice- betingelsen, mens 32% av deltakerne kun brukte DS i choice- betingelsen. Dette betyr at mindre enn halvparten av deltakerne (48%) brukte begge strategiene. Med andre ord var litt under halvparten av deltakerne deres (48%) fleksible. Tok man utgangspunkt i alle oppgavene som ble løst i choice- betingelsen, ble 57% av alle oppgaver løst med DS mens resten (43%) ble løst med IA.

2.4.4 Strategieffektivitet

Den tredje dimensjonen, strategieffektivitet, går ut på nøyaktigheten og hastigheten til deltakerne når de har brukt de ulike strategiene (Lemaire & Siegler, 1995). I Torbeyns et al. (2007) undersøkte de strategieffektiviteten til deltakerne ved å undersøke nøyaktigheten og hastigheten deres i no- choice- besvarelsene. Nøyaktigheten til deltakerne fant de ved å se på hvilke oppgaver deltakerne hadde fått rett svar på. Hastigheten til deltakerne fant de ved å regne ut hvor raske de var da de skulle løse hver oppgave. I studien deres hadde de tre forskjellige oppgavetyper: Oppgavetyper med liten differanse mellom subtrahend og minuend (LD), oppgavetyper med mellomstor differanse mellom subtrahend og minuend (MD) og oppgavetyper med stor differanse mellom subtrahend og minuend (SD). De undersøkte forskjellen på nøyaktighet og hastighet både med utgangspunkt i oppgavetyper og strategi. IA (82%) og DS (83%) var omtrent like nøyaktige, men det var forskjell mellom strategiene på hastighetsdataen. IA hadde mindre gjennomsnittstid enn DS på alle oppgavetyper.

2.4.5 Strategivalg

Den fjerde dimensjonen, strategivalg, går ut på valget av strategi (Lemaire & Siegler, 1995). Med et stort repertoar av strategier må man velge hvilken strategi man vil bruke for å løse det problemet man står ovenfor. Denne dimensjonen går ut på hva som regnes som et adaptivt valg. Her har jeg som tidligere nevnt tatt utgangspunkt i én forståelse av hva som går under et adaptivt valg. Den går ut på det å velge strategi basert på oppgavens karakteristikker. I Torbeyns et al. (2007) så de på oppgavetypen og lot det styre hvilken strategi deltakerne skulle velge. Som jeg vil forklare i 2.5.2 har IA fordeler i forhold til DS når det kommer til LD. Et adaptivt valg vil ut fra denne forståelsen derfor bety at deltakerne velger IA når de løser LD, og at de velger DS når de løser SD. Resultatene deres viste at deltakerne tok utgangspunkt i oppgavekarakteristikkene da de valgte strategi. Deltakerne brukte IA mest på LD (53%), mens de brukte IA mindre på MD (37%) og SD (39%). Deltakerne brukte derfor DS minst på LD (47%) mens de brukte DS mest på MD (63%) og SD (61%).

2.5 Subtraksjonsstrategier

Flersifrede subtraksjonsstykker av sorten $a - b = c$ kan løses på mange ulike måter, og blant alle strategiene er det flere måter å klassifisere dem på. For eksempel kan man klassifisere strategiene gjennom *number perspective* (tallperspektiv fra nå) eller *operation perspective* (operasjonsperspektiv fra nå) (Torbeyns et al., 2018).

2.5.1 Tallperspektiv

Med utgangspunkt i tallperspektiv klassifiserer man subtraksjonsstrategiene i hvordan man manipulerer tallene i subtraksjonsstykket (Torbeyns et al., 2018). Her er det mulig å dele strategiene i tre grupper: *decomposition* (dekomposisjon fra nå), *sequential* (sekvensiell fra nå), og *varying strategies* (varierte strategier fra nå). Denne klassifiseringen er brukt i en del forskning som har undersøkt adaptivitet knyttet til subtraksjonsoppgaver (Blöte et al., 2001; Selter, 2001; Torbeyns et al., 2009b; Verschaffel et al., 2007). Dekomposisjonsstrategiene involverer det å subtrahere hundrerne for seg selv, tierne for seg selv og enerne for seg selv (Torbeyns et al., 2018). Med utgangspunkt i $748 - 436$ løser man stykket ved bruk av dekomposisjonsstrategien slik:

$$748 - 436 = ?$$

$$748 = 700 + 40 + 8$$

$$436 = 400 + 30 + 6$$

$$700 - 400 = 300$$

$$40 - 30 = 10$$

$$8 - 6 = 2$$

$$300 + 10 + 2 = 312$$

$$748 - 436 = 312$$

Den sekvensielle strategien skiller seg fra dekomposisjonsstrategien ved at her skal kun subtrahenden splittes, og så subtraherer man minuenden med hundrerne, tierne og så enerne (Torbeyns et al., 2018). Med utgangspunkt i $748 - 436$ løser man subtraksjonsstykket ved bruk av den sekvensielle strategien slik:

$$748 - 436 = ?$$

$$436 = 400 + 30 + 6$$

$$748 - 400 = 348$$

$$348 - 30 = 318$$

$$318 - 6 = 312$$

$$748 - 436 = 312$$

Varierte strategier er de strategiene der man løser subtraksjonsoppgaven ut fra sin forståelse av tallrelasjoner og/eller posisjonssystemet (Torbeyns et al., 2018). Et eksempel på dette er kompensasjonsstrategien, som går ut på at man endrer subtrahenden til et tall som er enklere å subtrahere, og så kompenserer man med den endringen etterpå (Torbeyns et al., 2018). Med utgangspunkt i $748 - 436$ løser man subtraksjonsstykket ved bruk av kompensasjonsstrategien slik:

$$748 - 436 = ?$$

$$436 + 4 = 440$$

$$748 - 440 = 308$$

$$308 + 4 = 312$$

$$748 - 436 = 312$$

Disse strategiene manipulerer tallene i subtraksjonsstykket på ulike måter, men det de alle har til felles er at de bruker regneoperasjonen subtraksjon for å løse oppgaven, altså at de subtraherer subtrahenden fra minuenden.

2.5.2 Operasjonsperspektiv

Med utgangspunkt i operasjonsperspektiv klassifiserer man subtraksjonsstrategiene basert på hvilken regneoperasjon man bruker for å løse subtraksjonsstykket (Torbeyns et al., 2018). Her er det mulig å dele strategiene i to grupper: DS og IA. Denne klassifiseringen er også brukt i en del forskning som har undersøkt adaptivitet knyttet til subtraksjonsoppgaver (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2009a; Torbeyns et al., 2018).

DS karakteriseres som det å bruke subtraksjonsoperasjonen for å løse et subtraksjonsstykke (Torbeyns et al., 2007). Dette gjør man ved å starte på minuenden og subtraherer med subtrahenden. Både dekomposisjonsstrategien, den sekvensielle strategien og kompensasjonsstrategien vil falle inn under DS, da de alle tar i bruk subtraksjonsoperasjonen.

IA karakteriseres som det å bruke den komplementære addisjonsoperasjonen for å løse et gitt subtraksjonsproblem (Torbeyns et al., 2007). Dette gjør man ved å starte på subtrahenden og finne ut hvor mye som må adderes opp for å komme opp til minuenden. Med utgangspunkt i subtraksjonsstykket $748 - 436$ kan en IA- strategi være følgende:

$$748 - 436 = ?$$

$$436 + ? = 748$$

$$436 + 12 = 448$$

$$448 + 300 = 748$$

$$12 + 300 = 312$$

$$748 - 436 = 312$$

I Torbeyns et al. (2007) blir IA presentert som et godt alternativ for DS, spesielt når det omhandler subtraksjonsstykker med en liten differanse mellom subtrahend og minuend, som for eksempel $748 - 739$ og $456 - 452$. Dette fordi man lettere kan telle oppover fra subtrahenden til minuenden når differansen mellom heltallene er så liten, framfor å telle nedover subtrahenden fra minuenden.

Argumentasjonen bak valget med å ta utgangspunkt i operasjonsperspektiv i denne studien er knyttet til den didaktiske fordelen jeg ser ved å ta utgangspunkt i hvilken regneoperasjon som blir brukt. Når man underviser elever ulike strategier og introduserer dem for IA og DS, kan man åpne opp for at elevene kan få en dypere forståelse av regneoperasjoner (Baroody, 2009; Berggren & Jom, 2021; Selter et al., 2011; Svingen 2016). Addisjon og subtraksjon er motsatte regneoperasjoner, og til subtraksjonsoppgaven $748 - 436 = 312$ har vi også addisjonsoppgaven $312 + 436 = 748$. Svingen (2016) forstod det som fordelaktig å lære elever sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon da dette kunne gjøre at de forstod tallene i regnestykkene som deler av helheten. Med en økt forståelse av sammenhengen mellom en delmengde og en hel mengde, kan elevene også utvikle sin forståelse for at en handling er reversibel, og at en hel mengde består av delmengder (Svingen, 2016). Berggren og Jom (2021) snakker om subtraksjon som en annen side av addisjon, og omvendt. Addisjon innebærer å føye sammen, eller legge til, eller telle framover. Subtraksjon, som en motsatt regneoperasjon innebærer å splitte opp, eller ta bort, eller telle bakover. Målet med undervisning om regneartene i skolematematikken skal være at elevene etter hvert skal se flere sider av regneoperasjonene, og slik få en rikere forståelse (Berggren & Jom, 2021).

Til tross for at addisjon og subtraksjon læres tidlig i skoleåret er elevers prestasjoner i subtraksjon generelt sett dårligere enn deres prestasjoner i addisjon (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001; Selter, 2001; Verschaffel et al., 2021). Selter (2001) viste at elever mestret addisjon i større grad enn subtraksjon i sin studie. Data fra Selter (2001) viste blant at mindre enn 50% av elevene i fjerde klasse klarte å løse subtraksjonsstykket 701 – 698. Dette regnestykket var vanskelig for elever fordi noen elever kun forstod subtraksjon som det å «ta bort», og ikke som en motsatt regneoperasjon som addisjon. De hadde altså ikke kunnskap om at det var mulig å bruke IA, og forstod subtraksjon og addisjon som to forskjellige regneoperasjoner. Kritikken til Selter (2001) falt på at lærerne ikke hadde hatt et stort nok fokus på undervisning om addisjon og subtraksjon som motsatte regneoperasjoner. Ifølge Selter (2001) var det også et for stort fokus på standardalgoritmer i undervisningen fremfor strategibruk. Dette hjalp heller ikke på å se sammenhengen mellom regneoperasjonene. Kilpatrick et al. (2001) sa at addisjon ble forstått som mer fundamental for utviklingen av de naturlige tall, og derfor kunne denne regneoperasjonen oppleves som mer naturlig enn subtraksjon. De brukte eksemplet med naturlige tall for å argumentere for påstanden sin. Naturlige tall konstrueres på basis av det forrige tallet $(n + 1)$. Med andre ord er systemet av naturlige tall konstruert og definert i en additiv orden (Kilpatrick et al., 2001). I følge Kilpatrick et al. (2001) var addisjon også den strategien som gjerne ble undervist først til elevene. Når elevene etter hvert mestret addisjon kunne de lære seg subtraksjon. Et funn gjort av Kamii et al. (2001) viste også at elever som mestret addisjon ikke nødvendigvis trengte å mestre subtraksjon, men at elever som mestret subtraksjon alltid mestret addisjon.

Det er med andre ord litteratur som peker på at addisjon er en strategi elever opplever som enklere enn subtraksjon (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001; Selter, 2001; Selter et al., 2011). Hvorfor dette kan stemme kan det være flere grunner til. Jeg har ramset opp noen av dem. Gitt at det stemmer at elever mestrer addisjon bedre enn subtraksjon er det noe vi kan utnytte ved å lære elever hvordan de kan løse subtraksjonsoppgaver også gjennom addisjon. Samtidig kan det å inkludere addisjon i subtraksjonsundervisningen øke forståelsen til elevene av det komplementære forholdet mellom addisjon og subtraksjon (Baroody, 2009; Berggren & Jom, 2021; Svingen, 2016).

3 Metode

Hensikten med denne studien er å undersøke strategivalget til lærerstudenter på NTNU når de løser ulike tresifrede subtraksjonsstykker. Instrumentet som er brukt i denne studien er inspirert av instrumentet til Torbeyns et al. (2007). Dataen fra denne studien vil også sammenliknes med data fra Torbeyns et al. (2007). For at det skal være mulig å sammenlikne dataene forutsetter dette at jeg i høyest mulig grad har replikert stegene de har tatt, både når det kommer til datainnsamling og analysemetode. I dette kapittelet redegjøres det for hvordan forskningen til denne studien er bygd opp. Først vil jeg beskrive det epistemologiske utgangspunktet for denne studien da dette utgangspunktet har påvirket alle ledd i forskningen. Deretter vil jeg beskrive utvalget, før jeg så vil beskrive både metode for datainnsamling og metode for dataanalyse. Avslutningsvis redegjøres det for etiske vurderinger som er tatt, og en vurdering av kvaliteten på forskningen.

3.1 Metodiske konsekvenser av et post- positivistisk utgangspunkt

I følge Postholm og Jacobsen (2018) skal utgangspunktet for all forskning være å frembringe kunnskap om virkeligheten. Når det kommer til spørsmål om hva kunnskap er og hva virkeligheten er, finnes det ulike utgangspunkt. Utgangspunktet for denne forskningen vil jeg beskrive som post- positivistisk. Dette utgangspunktet deler likhetstrekk med positivismen, samtidig som den ikke er like bastant når den tar for seg virkeligheten og forskeren.

Med et positivistisk utgangspunkt kan man, gitt at man bruker riktige måleredskaper og arbeider systematisk, klare å gi et objektivt og sant bilde av virkeligheten. Dette fordi man mener det er mulig å oppnå objektiv kunnskap om virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018). Konsekvenser dette ville hatt for meg som forsker er at jeg måtte gjort det jeg kunne for å ikke påvirke fenomenet som skulle studeres, slik at det ikke opptrådte «falskt». I tillegg måtte jeg gått inn med en antakelse om at det er mulig å oppnå objektiv kunnskap om virkeligheten, noe jeg tror er vanskelig å bevise at er sant. Postholm og Jacobsen (2018) brukte begrepet, *den objektive forsker* som idealet for forskerrollen innenfor den positivistiske forskningstradisjonen.

Med et post- positivistisk utgangspunkt derimot kan man se bort fra objektiv kunnskap (Creswell, 2014). Faren ved å prøve og bevise at noe er sant er at man fort kan havne i den fellen at man kun velger ut den informasjonen om den delen av virkeligheten som støtter oppunder ens en fortolkning (Postholm & Jacobsen, 2018). Det man derimot kan undersøke er hvorvidt det går an å falsifisere denne sannheten. Forskningen sin oppgave burde altså ikke være å bevise at noe stemmer, men å formulere hypoteser som antar at det man tror er sant, ikke er sant (Postholm & Jacobsen, 2018). Med andre ord kan vi ikke bevise at noe stemmer, men vi kan styrke den ved at flere hypoteser som sier at det ikke stemmer, ikke får støtte. Konsekvenser dette vil ha for meg som forsker er at jeg kan forkaste idealet om den objektive forsker. Postholm og Jacobsen (2018) bruker *den refleksive forsker* som idealet innenfor denne forskningstradisjonen. Dette går ut på at man som forsker går inn med en antakelse om at det er umulig å skille mellom forsker og forskningsobjekt, siden det alltid vil være snev av personlige og sosiale verdier i forskningen, både når det kommer til problemstilling, metode og tolkning (Postholm & Jacobsen, 2018). Det beste jeg kan gjøre som forsker er å reflektere over min påvirkning på de resultatene jeg får. Delkapittelet om kvaliteten på forskningen min er derfor viktig siden det er her jeg får gjort refleksjoner rundt hva jeg har gjort som vil påvirke min forskning i noen grad.

3.2 Utvalg

Størrelsen på utvalget avhenger av hensikten med forskningen (Cohen et al., 2018). Det er ingen fasit på hvor stort et utvalg kan være, men samtidig sier Cohen et al. (2018) at jo større utvalg, desto bedre. Det gir større reliabilitet samtidig som det også åpner opp for en rikere statistikk. Hensikten med denne studien er å undersøke hvor adaptive lærerstudenter på NTNU er når de skal løse tresifrede subtraksjonsstykker. Populasjonen er alle lærerstudenter med matematikk som undervisningsfag. Cohen et al. (2018) så på 30 som en fin størrelse på et utvalg om man ville gjennomføre en statistisk analyse, så målet har vært å finne omtrent 30 studenter som ville gjennomføre prøven.

Utvalgsmetoden som er tatt i bruk er bekvemmelighetsutvalg. Det går ut på at jeg spør den delen av populasjonen jeg studerer, som er mest tilgjengelig for meg (Cohen et al., 2018). Denne utvalgsmetoden faller inn under ikke- sannsynlighetsutvalg, siden det ikke er like stor sannsynlighet for at alle i populasjonen blir valgt (Bryman, 2016). Jeg har skaffet mitt utvalg ved å spørre mine medstudenter på lærerutdanningen om de vil gjennomføre en matteprøve knyttet til min master. Bekvemmelighetsmetoden er en god metode å bruke fordi du får kontroll på hvor mange studenter du vil ha med i studien. Ulempen ved bruk av denne metoden er imidlertid at det er vanskelig å kunne generalisere de funnene jeg har kommet med, da det er umulig for meg å kunne si noe om mitt utvalg er representativt for hele populasjonen (Bryman, 2016).

Jeg fikk et utvalg på 28 lærerstudenter som tok matteprøven. Av de 28 lærerstudentene er kjønnsfordelingen 16 menn og 12 kvinner. Dette er omtrent lik størrelse som utvalget til Torbeyns et al. (2007). De hadde 25 universitetsstudenter, der kjønnsfordelingen var 17 kvinner og 8 menn.

3.3 Metode for datainnsamling: matteprøve

Instrumentet som er brukt i denne studien er inspirert av instrumentet til Torbeyns et al. (2007). Instrumentet deres er en matteprøve med tresifrede subtraksjonsstykker. Jeg fant ikke de eksakte oppgavene Torbeyns et al. (2007) brukte, men i artikkelen deres skrev de ned karakteristikkene til oppgavene sine, som jeg tok utgangspunkt i da jeg laget mitt instrument. Programmet jeg brukte for å lage instrumentet heter PsychoPy, og oppsettet følger et choice/ no- choice- design. Videre i delkapittelet vil jeg gjøre rede for programmet PsychoPy. Deretter vil jeg presentere instrumentet, før jeg så vil redegjøre for hvordan jeg har samlet inn dataen

3.3.1 PsychoPy

PsychoPy er et digitalt program som lar en kjøre et bredt spekter av eksperimenter innenfor flere faglige disipliner (Peirce, 2007). En kan bygge opp egne eksperimenter enten ved bruk av programmeringsspråk, som Java og Python, eller ved å bruke deres egne «builder interface». Programmet er blitt brukt i mange laber rundt i verden som driver med nevrovitenskap (Peirce, 2007). Eksperimentene i PsychoPy kan en gjennomføre både offline og online. Dette gir brukeren av programmet en fleksibilitet som gjør det mulig å gjennomføre eksperimentet uten å fysisk være der. Fordelen med programmet er at det registrerer tiden hver deltaker er inne på hvert vindu. Det har gjort det mulig for meg å undersøke tiden lærerstudentene har brukt på å gjennomføre hver oppgave. Det er avgjørende for at jeg skal klare å undersøke responstiden til deltakerne med IA og DS i no- choice- betingelsen.

3.3.2 Instrumentet: matteprøve

Oppgavene i prøven er utarbeidet med samme betingelser som prøven til Torbeyns et al. (2007). Som nevnt tidligere gjennomførte de tre runder med tolv oppgaver med choice/ no- choice- designet. Torbeyns et al. (2007) delte de tolv oppgavene i tre oppgavetyper på fire oppgaver hver. Felles for alle oppgavene var at minuenden var et tall mellom 812 og 829. I den første gruppen var det subtraksjonsstykker som ga en liten differens, fordi det var en liten differanse mellom subtrahend og minuend (LD). Subtrahenden var her et heltall mellom 770 og 790, for eksempel: 823 – 785. I den andre gruppen var det subtraksjonsstykker med en mellomstor differanse mellom subtrahend og minuend (MD). Subtrahenden var her et heltall mellom 470 og 490, for eksempel: 814 – 476. I den siste gruppen var det subtraksjonsstykker med en stor differanse mellom subtrahend og minuend (SD). Subtrahenden var her et heltall mellom 170 og 190, for eksempel: 826 – 189.

Et annet krav for valget av minuend og subtrahend, var at subtrahenden skulle ha et større tall på enerplassen enn minuenden, og på tierplassen skulle subtrahenden ha et tall som enten var like stort eller større enn tallet på tierplassen på minuenden. Dette skulle gjøre det mindre effektivt å bruke standardalgoritmen som strategi, der man bare kunne subtrahert ener for ener, tier for tier, og hundrer for hundrer. Skulle de brukt standardalgoritmen på de subtraksjonsstykkene som fulgte dette kravet, måtte de gjennomført to «vekslinger». En veksling fra tier til ener, og en veksling fra hundrer til tier. Oppgavene i instrumentet mitt fulgte disse kravene og er vist under i Tabell 3.1

Oppgave-nummer	**Choice**		**No- choice (IA)**		**No- choice (DS)**	
	Oppgave	Differens	Oppgave	Differens	Oppgave	Differens
1	812 – 788	24	812 – 789	23	812 – 788	24
2	814 – 785	29	813 – 785	28	813 – 784	29
3	820 – 781	39	820 – 779	41	818 – 779	39
4	824 – 775	49	823 – 774	49	826 – 778	48
5	812 – 489	323	812 – 488	324	813 – 489	324
6	813 – 485	328	814 – 485	329	812 – 484	328
7	820 – 476	344	820 – 475	345	820 – 474	346
8	825 – 477	348	825 – 476	349	824 – 475	349
9	812 – 189	623	812 – 188	624	813 – 189	624
10	814 – 185	629	813 – 184	629	813 – 185	628
11	820 – 184	636	820 – 185	635	820 – 183	637
12	824 – 179	645	825 – 179	646	825 – 178	647

Tabell 3.1: Oppgavene til lærerstudentene

Følgende oppgaver ble presentert for lærerstudentene i tilfeldig rekkefølge. For at det skulle være mulig å vite hvilken strategi de var mest effektive med ble oppgavene laget slik at oppgaver med samme oppgavenummer var tilnærmet identiske. Hvis vi for eksempel tar utgangspunkt i oppgavenummer 2 i Tabell 3.1 finner vi følgende tre oppgaver (choice, no- choice (IA), no- choice (DS)):

Choice	No- choice (IA)	No- choice (DS)
$814 - 785 = 29$	$813 - 785 = 28$	$813 - 784 = 29$

Følgende tre subtraksjonsoppgaver er tilnærmet identiske. Differansen er enten helt lik eller nesten lik (29, 28, 29), og det samme med subtrahenden (814, 813, 813) og minuenden (788, 789, 788).

Grunnen til at oppgavene er så like er så dataen fra oppgavene i begge no- choice- betingelsene kan brukes til å bestemme hvor effektive lærerstudentene var med DS og IA. Oppgavene kom i tilfeldig rekkefølge, men siden de var omtrent like ville det være mulig for meg å sammenlikne effektivitetsdataen siden lærerstudentene løste omtrent identiske oppgaver i begge no- choice- betingelsene.

Da jeg laget oppgavene til instrumentet mitt, gjorde jeg en liten feil. Som Tabell 3.1 viser er to av oppgavene på oppgavenummer 1 helt identiske. Både oppgaven i choice- betingelsen og no- choice (DS) er 812 – 788. Ingen av oppgavene skulle være identiske. Jeg tror ikke det har hatt noen konsekvenser for de resultatene jeg fikk fra prøven, men jeg anser det som nødvendig å adressere det.

3.3.3 Gjennomføring av matteprøven

Prøven ble gjennomført på én lærerstudent av gangen, og den ble gjennomført over Zoom. Valget falt på Zoom fordi da var det mulig å gjennomføre prøven uten å møtes og jeg slapp å være avhengig av å måtte være på samme sted som studenten. Det var ofte slik at studentene sjeldent var på skolen, så for å gjøre datainnsamlingsprosessen enklere falt valget på å gjennomføre prøven digitalt.

Samme prosedyre ble gjort med alle lærerstudentene for å unngå at noen skulle få et bedre utgangspunkt for å løse oppgavene enn andre. Hver prøve startet med informasjon om prøven de skulle gjennomføre. Lærerstudentene skulle løse 36 subtraksjonsoppgaver fordelt på tre runder med 12 oppgaver per runde. I den første runden måtte de bruke enten IA eller DS for å løse oppgaven. I den andre runden måtte de bruke IA for å løse oppgaven. I den tredje runden måtte de bruke DS for å løse oppgaven. Etter de hadde fått informasjon om hvordan prøven ville se ut fikk de informasjon om IA og DS. De fikk informasjon om begge strategiene i tilfelle noen lærerstudenter kun hadde kjennskap til en av strategiene, og ikke hadde blitt introdusert for den andre. Lærerstudentene fikk også to eksempeloppgaver og to øvingsoppgaver som de skulle løse med både IA og DS. De fikk disse oppgavene slik at jeg kunne forsikre meg om at de hadde lik forståelse av IA og DS som meg før prøven begynte. Før prøven fikk lærerstudentene også instrukser om å løse hver oppgave så raskt og så nøyaktig som mulig.

Prøven startet i choice- betingelsen der de skulle velge mellom IA eller DS. Da de så regnestykket dukke opp på skjermen fikk de beskjed om å resonnere høyt slik at det var mulig for meg å høre hvilken strategi de brukte. De fikk også beskjed om å si svaret høyt for at jeg kunne skrive det ned. Jeg valgte å skrive ned svaret selv for å gjøre det så likt som mulig for alle lærerstudentene. På neste vindu skulle de rapportere hvilken strategi de hadde brukt. Jeg registrerte hvilken strategi de hadde brukt i og med at jeg hørte resonnementene deres. For oppgaver der studentene tok i bruk IA trykket jeg på tasten 1 på neste vindu, og for oppgaver der de tok i bruk DS trykket jeg på 2. Slik foregikk prosessen til de hadde løst alle 12 oppgavene i choice- betingelsen. Deretter skulle de løse oppgavene i den første no- choice- betingelsen. Nå skulle de løse de 12 oppgaver kun ved bruk av IA. Her skulle de også resonnere høyt slik at jeg kunne forsikre meg om at de brukte IA, og eventuelt korrigere dem om de brukte DS. Dette gjentok de til de hadde løst alle 12 oppgavene i den første no- choice- betingelsen (IA), og så 12 ganger i den andre no- choice- betingelsen (DS).

3.4 Metode for analyse

Analysen har tatt utgangspunkt i tre av de fire dimensjonene til Lemaire og Siegler (1995). Strukturen på analysen er derfor tredelt. Før det var mulig å analysere dataen måtte dataen renskes for all overflødig data og i 3.4.2 viser jeg hvordan dette ble gjort. Deretter vil jeg komme inn på hvordan jeg har analysert dataen med utgangspunkt i lærerstudentenes strategidistribusjon (3.4.3), strategieffektivitet (3.4.4) og strategivalg (3.4.5). Jeg vil starte delkapittelet med å redegjøre for test av signifikans, som ble gjennomført i analysen av dataen.

3.4.1 Test av signifikans

I analysen til Torbeyns et al. (2007) tok de i bruk ANOVA og *t*- test for å teste signifikansen av funnene sine. Grunnen til at man tester signifikansen til funnene sine er i følge Bryman (2016) fordi de testene tillater meg å kunne estimere hvor sikker jeg kan være på at resultatene jeg har hentet fra mitt utvalg er representativt for populasjonen.

En *t*-test kan brukes for å undersøke forskjeller i to gjennomsnitt (Fields, 2013). Her skiller man mellom uavhengig *t*- test og avhengig *t*-test. Mens uavhengig *t*-test undersøker forskjeller i gjennomsnitt fra to forskjellige utvalg, undersøker avhengig *t*-test forskjeller i gjennomsnitt fra samme utvalg (Fields, 2013). Når man derimot skal undersøke forskjeller i mer enn 2 gjennomsnitt bruker man en ANOVA-test (Fields, 2013).

ANOVA-test og *t*-test er parametriske tester som er basert på normalfordeling i utvalget (Fields, 2013). For å kunne gjennomføre parametriske tester på utvalget sitt, må visse krav om datamaterialet være innfridd (Fields, 2013). Jeg tok utgangspunkt i Fields (2013) sine fire krav før jeg kunne gjennomføre *t*- test og ANOVA på datamaterialet mitt. Et av kravene var antakelsen om *homogeneity of variances* (Fields, 2013). Dette går ut på en antakelse om at variansene er like, og dette ble testet på SPSS med Levenes test. Med Levenes test kan en finne ut om datamaterialet som er samlet inn tilfredsstiller kravet om *homogeneity of variances* (Fields, 2013). Nullhypotesen er at det er en signifikant forskjell på variansene i de forskjellige gruppene. Hvis *p*- verdien enten er lik eller under 0.05 kan nullhypotesen forkastes. Da er det ikke mulig å gjennomføre parametriske tester på datamaterialet. Da jeg kjørte datamaterialet mitt gjennom en Levenes test feilet datamaterialet ($p<0.05$). Det betyr at jeg ikke kunne kjøre parametriske tester på datamaterialet, men heller måtte kjøre ikke- parametriske tester.

Ikke- parametriske tester gjør mye av det samme som parametriske tester, men stiller færre krav til fordelingen (Fields, 2013). Mens *t*-tester baserer seg på snitt, baserer de ikke- parametriske testene seg på rangering. Det gjør at en kan stille færre krav til datamaterialet en har. Selv om det stilles færre krav til å gjennomføre ikke-parametriske tester er de ifølge Fields (2013) like gyldige som de parametriske testene.

De parametriske testene har ikke- parametriske tester som tester det samme (Fields, 2013). Wilcoxon Signed- rank test er det ikke- parametriske alternativet for en avhengig *t*- test, og Kruskal- Wallis- test er det ikke- parametriske alternativet for en ANOVA-test (Fields, 2013). I likhet med ANOVA sier Kruskal- Wallis at det er en forskjell i gjennomsnitt, men den sier ikke noe om hvor forskjellen er (Fields, 2013). Til det bruker vi en post- hoc- test (Fields, 2013).

3.4.2 Rensking av data

Analyseprosessen startet med at jeg først måtte renske unna data som ikke var nødvendig for analysen. Etter lærerstudentene hadde gjennomført prøvene på PsychoPy åpnet jeg opp dataen fra prøvene deres i Microsoft Excel og fjernet data til jeg kun stod igjen med det jeg anså som nødvendig for analysen min. Hver lærerstudent fikk hver sin fil med data fra deres prøve, så jeg måtte gjennomføre renskingen 28 ganger. Dataen jeg stod igjen med er vist i Tabell 3.2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nummer	Oppgave	Fasit	Korrekt	Strategi	Hastighet	Svar
2	1	812 - 788	24	1	1		24
3	2	813 - 784	29	1	1		29
4	3	818 - 779	39	1	1		39
5	4	826 - 778	48	1	1		48
6	5	813 - 489	324	1	2		324
7	6	812 - 484	328	0	2		472
8	7	820 - 474	346	1	2		346
9	8	824 - 475	349	0	2		301
10	9	813 - 189	624	1	1		624
11	10	813 - 185	628	1	1		628
12	11	820 - 183	637	1	2		637
13	12	825 - 178	647	0	2		653
14							
15	1	812 - 788	24	1		14.2	24
16	2	814 - 785	29	1		11.42	29
17	3	820 - 781	39	1		14.38	39
18	4	824 - 775	49	1		18.45	49
19	5	812 - 489	323	1		24.68	323
20	6	813 - 485	328	1		19.03	328
21	7	820 - 476	344	1		32.07	344
22	8	825 - 477	348	1		29.97	348
23	9	812 - 189	623	1		22.01	623
24	10	814 - 185	629	1		23.75	629
25	11	820 - 184	636	1		60.87	636
26	12	824 - 179	645	1		27.77	645
27							
28	1	812 - 789	23	0		37.22	33
29	2	813 - 785	28	1		35.44	28
30	3	820 - 779	41	1		103.52	41
31	4	823 - 774	49	1		34.66	49
32	5	812 - 488	324	1		41.57	324
33	6	814 - 485	329	0		34.49	326
34	7	820 - 475	345	1		23.57	345
35	8	825 - 476	349	1		32.42	349
36	9	812 - 188	624	0		41.42	628
37	10	813 - 184	629	0		41.95	639
38	11	820 - 185	635	1		41.34	635
39	12	825 - 179	646	1		44.43	646

Tabell 3.2: Ferdig rensket data fra student 27

I Tabell 3.2 ser vi hva slags data som stod igjen på student 27 etter renskingen. Dataen fra student 27 er brukt for å forklare hva de ulike radene og kolonnene representerer, og for å forklare min metode for analyse i neste delkapittel.

Dataen er tredelt siden prøven fulgte choice/ no- choice- designet. I rad 2 til 13 er dataen fra choice- betingelsen. Denne dataen har en gul fyllfarge. I rad 15 til 26 er dataen fra no- choice (IA). Denne dataen har en grønn fyllfarge. I rad 28 til 39 er dataen fra no- choice (DS). Denne dataen har en blå fyllfarge. I kolonne A er oppgavenummeret. I kolonne B er oppgavene. Som nevnt i 3.3.2 er oppgaver med likt oppgavenummer nesten identiske. I kolonne C er fasiten på oppgavene. I kolonne G er besvarelsen til student 27. I kolonne D er nøyaktighetsdataen til student 27. Hvis vi for eksempel ser på oppgavenummer 2 i choice- betingelsen så ser vi i kolonne C at riktig svar på oppgaven er 29. I kolonne G kan vi se at student 27 også svarte 29. Siden student 27 fikk riktig svar skrev jeg 1 i kolonne D. Hvis svaret til student 27 var feil så skrev jeg 0 i kolonne D. Ut fra Tabell 3.2 kan vi se at student 27 svarte riktig på 9 oppgaver og feil på 3 oppgaver i choice- betingelsen. I kolonne E står det hvilken strategi som ble brukt i choice- betingelsen. Tallet 1 står for IA og tallet 2 står for DS. Ut fra Tabell 3.2 kan vi se at student 27 brukte IA seks ganger og DS seks ganger. I kolonne F står responstiden til lærerstudentene i begge no- choice- betingelsene. Sammenlikner vi responstiden student 27 hadde i begge no- choice- betingelsene kan vi se at student hadde kortest responstid med IA på alle oppgavene bortsett fra oppgavenummer 7 og oppgavenummer 11.

3.4.3 Steg 1: Strategidistribusjon i choice- betingelsen

Steg 1 av analysen gikk ut på å identifisere strategidistribusjonen til lærerstudentene. Jeg identifiserte strategidistribusjonen deres ved å se hvor mange ganger de tok i bruk IA og DS i choice- betingelsen. Det var uviktig om de fikk rett svar eller ikke. Det var kun strategiene som ble brukt som var viktig for denne delen av analysen. I Tabell 3.3 har jeg ført inn student 27 sine besvarelser i choice- betingelsen.

Oppgavenummer	Strategi
1	IA
2	IA
3	IA
4	IA
5	DS
6	DS
7	DS
8	DS
9	IA
10	IA
11	DS
12	DS

Tabell 3.3: Student 27 sine besvarelser i choice- betingelsen

Som vi kan se i Tabell 3.3 brukte student 27 IA seks ganger og DS seks ganger. Med utgangspunkt i kun student 27 blir IA og DS brukt like mange ganger. Jeg undersøkte hvor mange ganger alle lærerstudentene brukte IA og DS og undersøkte om det var noen forskjell i bruken av strategiene. Jeg tok så en Wilcoxon Signed Rank- test for å se om funnet mitt var signifikant.

3.4.4 Steg 2: Strategieffektivitet i no- choice- betingelsen

Steg 2 av analysen gikk ut på å undersøke effektiviteten av strategiutførelsen til lærerstudentene på bakgrunn av nøyaktighetsdataen og hastighetsdataen hentet fra no- choice- besvarelsene. Nøyaktighetsdataen fikk jeg ved å se om lærerstudentene fikk rett svar på oppgaven. Hastighetsdataen fikk jeg ved å se hvilken oppgave de svarte raskest på. I Tabell 3.4 har jeg ført inn strategieffektivitetsdataen til student 27.

Oppgave-typer	**Indirekte addisjon**		**Direkte subtraksjon**	
	Nøyaktighet	Hastighet	Nøyaktighet	Hastighet
LD	4 av 4 (100%)	14.61 sek	3 av 4 (75.00%)	52.71 sek
MD	4 av 4 (100%)	26.44 sek	3 av 4 (75.00%)	33.01 sek
SD	4 av 4 (100%)	33.60 sek	2 av 4 (50.00%)	42.29 sek
Total	12 av 12 (100%)	24.88 sek	8 av 12 (66.67%)	42.67 sek

Tabell 3.4: Strategieffektivitetsdataen til student 27

Som vi kan se i Tabell 3.4 var student 27 100% nøyaktig på no- choice (IA) og omtrent 67% (66.67%) nøyaktig på no- choice (DS). Student 27 hadde en gjennomsnittstid på omtrent 25 sekunder (24.88 sek) på IA, og en gjennomsnittstid på omtrent 43 sekunder (42.67 sek) på DS. Siden lærerstudentene ble testet i tre forskjellige oppgavetyper (LD, MD, SD) regnet jeg også ut nøyaktighetsdataen og hastighetsdataen i de forskjellige type oppgavene for å se om de var mer eller mindre effektive i møte med spesifikke oppgavetyper. Som vi kan se i Tabell 3.4 var student 27 like nøyaktig på alle oppgavetypene med IA (100%), men med DS var student 27 mest nøyaktig på LD og MD (75%) og minst nøyaktig på SD (50%). Med utgangspunkt i kun student 27 vil IA være den mest effektive strategien. Grunnen er at student 27 var mer nøyaktig med IA på alle oppgavetyper, og hadde også en lavere gjennomsnittstid på alle oppgavetyper. Jeg undersøkte strategieffektivitetsdataen til alle lærerstudentene og undersøkte om det var noen forskjeller med utgangspunkt i hele utvalget. Jeg tok så en Kruskal Wallis- test for å se om det var noen signifikante forskjeller mellom de ulike oppgavetypene, og en post hoc- test for å se mellom hvilke oppgavetyper den eventuelle forskjellen var.

3.4.5 Steg 3: Strategivalg i choice- betingelsen

Steg 3 gikk ut på å vurdere adaptiviteten til lærerstudentene. Dette gjorde jeg ved å beregne frekvensen av IA på de tre oppgavetypene. Som jeg nevnte i 2.5 er IA en strategi som har visse fordeler sammenlignet med DS når det kommer til regnestykker med en liten differanse mellom subtrahend og minuend (Torbeyns et al., 2007). Tar man hensyn til oppgavekarakteristikkene vil dette da bety at man burde velge IA når man skal løse LD, og velge DS når man skal løse SD. På MD kan det være noe vanskeligere å anslå hvilken strategi som er best å bruke. I Tabell 3.5 har jeg ført inn resultatene til student 27.

	LD	**MD**	**SD**	**Total**
IA	4 av 4	0 av 4	2 av 4	6 av 12
Prosent	100%	0%	50%	50%

Tabell 3.5: Oppgaver i choice- betingelsen løst med IA

Som vi kan se i Tabell 3.5 valgte student 27 IA 4 av 4 ganger på LD, 0 av 4 ganger på MD, og 2 av 4 ganger på SD. Siden vi kan se at student 27 brukte IA flest ganger på LD kan man anta at student 27 tok hensyn til oppgavekarakteristikkene da den valgte strategi. Jeg analyserte strategivalget til alle lærerstudentene og undersøkte om de hadde tatt hensyn til oppgavetype da de valgte strategi. Jeg ville så undersøke om det var et signifikant forhold mellom oppgavetype og strategibruk. Jeg tok en kjikvadrattest for å undersøke dette. En kjikvadrattest er en test en kan gjennomføre for å se om det er et signifikant forhold mellom to kategoriske variabler (Fields, 2013). Oppgavetype og strategibruk er begge kategoriske variabler, derfor kunne jeg gjennomføre denne testen på dem.

3.5 Forskningsetikk og behandling av personopplysninger

Jeg har i denne studien forholdt meg til de forskningsetiske retningslinjene utformet av Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Som forsker har jeg et ansvar for å arbeide ut fra en grunnleggende respekt for menneskeverdet (Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora [NESH], 2021) og det er derfor viktig at jeg respekterer lærerstudentenes autonomi, integritet og frihet.

Når det er snakk om å overholde personvernet til lærerstudentene knyttes dette opp mot min behandling av deres personopplysninger (NESH, 2021). For å delta i min forskning trengte ikke medstudentene mine å oppgi noen personlige opplysninger om seg selv annet enn at de var lærerstudenter på NTNU. Selv om de ikke trengte å oppgi noen personopplysninger gjorde jeg tiltak for å opprettholde anonymiteten deres. Hver lærerstudent fikk blant annet sitt eget deltakernummer som bare jeg og de visste om. Lærerstudentene fikk også beskjed både før og etter de gjennomførte matteprøven at de når som helst kunne trekke seg fra studien om de ikke ville være med. De trengte ikke å begrunne hvorfor de ville trekke seg. Resultatene ville bli utelatt dersom det var studentens ønske.

3.6 Kvalitet på forskning

Forskningens kvalitet omhandler ikke forskningens resultater, men i all hovedsak hvordan kunnskapen er produsert (Postholm & Jacobsen, 2018). Som tidligere nevnt er det epistemologiske utgangspunkt for denne studien post- positivistisk. Med utgangspunkt i dette vil min ambisjon som forsker være å være en refleksiv forsker. I følge Postholm og Jacobsen (2018) går dette ut på at jeg som forsker reflekterer rundt i hvor stor grad kunnskapen som er blitt formet i denne masteren er påvirket av meg som forsker. Det vil alltid være et element av personlige og sosiale verdier forbundet med alt fra mine forskningsspørsmål til metoden jeg har tatt i bruk, og også hvordan jeg har tolket resultatene mine. Jeg har tatt utgangspunkt i gyldighet og pålitelighet av Postholm og Jacobsen (2018) i diskusjonen om kvaliteten på forskningen min.

3.6.1 Pålitelighet til forskningen

Pålitelighet knyttes til i hvilken grad jeg som forsker har påvirket resultatet (Postholm & Jacobsen, 2018). Tiltak jeg har gjort for å øke påliteligheten til forskningen min er først og fremst at jeg som forsker reflekterer rundt min egen påvirkning i forskningen min (Postholm & Jacobsen, 2018). For å øke forskningens pålitelighet har jeg derfor i diskusjonskapittelet også diskutert alternative forklaringer for mine funn. I tillegg har jeg i best mulig grad synliggjort forskningsprosessen min, som i følge (Postholm & Jacobsen,

2018) også er et tiltak for å øke påliteligheten til forskningen min. Det har jeg gjort ved å først beskrive i dette kapittelet hvordan dataen er samlet inn. Jeg har videre tatt utgangspunkt i student 27 for å vise hvordan dataen er analysert i denne studien.

3.6.2 Gyldigheten til forskningen

Postholm og Jacobsen (2018) skiller mellom to typer gyldighet: indre gyldighet og ytre gyldighet. Indre gyldighet omhandler igjen to forhold. Det første forholdet er i hvilken grad studien gir svar på det den spør om (Postholm & Jacobsen, 2018). For denne forskningen handler det blant annet om i hvilken grad instrumentet jeg bruker kan hjelpe meg med å få svar på forskningsspørsmålet mitt. Som tidligere nevnt er forskningsspørsmålet mitt *Hva kjennetegner lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de skal løse tresifrede subtraksjonsoppgaver med en liten, mellomstor og stor differanse mellom subtrahend og minuend.* Instrumentet mitt må derfor være laget for å undersøke kjennetegn knyttet til bruk av IA og DS på ulike tresifrede subtraksjonsstykker. Det forutsetter at oppgavene i instrumentet mitt er tresifrede subtraksjonsstykker, og at oppgavene løses ved bruk av IA og DS, slik at jeg kan få data om begge strategiene. For å etterstrebe en så god validitet som mulig har jeg i best mulig grad replikert instrumentet til Torbeyns et al. (2007). Dette er et instrument laget av tre forskere som har utgitt mange forskningsartikler innenfor dette feltet (Auwera et al., 2022; Torbeyns et al., 2009a; Torbeyns et al., 2009b; Torbeyns et al., 2018; Verschaffel et al., 2010). For å forsikre meg om at alle lærerstudentene også gikk inn med samme forståelse av DS og IA som meg gikk jeg gjennom begge strategiene med dem, og ga dem to eksempeloppgaver før prøven som de skulle løse med begge strategiene.

Det andre forholdet er i hvilken grad jeg kan trekke slutninger om årsak og virkning ut fra min forskning (Postholm & Jacobsen, 2018). I følge Postholm og Jacobsen (2018) faller det de fleste av oss naturlig å uttale oss kausalt. I hvert fall når vi har to eller flere fenomener som samvarierer. Her er det viktig å være litt mer forsiktig i hvordan man tolker funnene sine. Jeg kan finne at to forhold varierer sammen. For eksempel kan det være hastigheten lærerstudentene bruker på oppgavene og nøyaktigheten de bruker på oppgavene. Selv om de to forholdene kan variere sammen, trenger ikke det bety at de henger sammen (Postholm & Jacobsen, 2018).

Ytre gyldighet omhandler i hvilken grad jeg kan overføre mine funn til flere kontekster enn den konteksten jeg har studert (Postholm & Jacobsen, 2018). I kvantitativ forskning omhandler dette statistisk generalisering (Postholm & Jacobsen, 2018), som går ut på i hvor stor grad et funn i utvalget kan overføres til populasjonen. Mitt utvalg er 28 medstudenter, mens min populasjon er alle lærerstudenter med matematikk som undervisningsfag. Da jeg redegjorde for utvalgsmetoden min i 3.2 nevnte jeg at utvalgsmetoden var et bekvemmelighetsutvalg. Dette er en utvalgsmetode som faller inn under ikke- sannsynlighetsutvalg siden det ikke er like stor sannsynlighet for at alle i populasjonen blir valgt (Bryman, 2016). Ulempen dette medfører er at det er umulig for meg å kunne si noe om mitt utvalg er representativt for hele populasjonen (Bryman, 2016). Som en følge av dette vil det bli umulig for meg å kunne si noe om mine funn er representativt for hele populasjonen.

4 Analyse

Forskningsspørsmålet i denne studien er: *Hva kjennetegner lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de skal løse tresifrede subtraksjonsstykker med en liten, mellomstor og stor differanse mellom subtrahend og minuend.* For å kunne besvare forskningsspørsmålet har jeg gjennomført en matteprøve på 28 lærerstudenter. Matteprøven består av 36 oppgaver og oppsettet for matteprøven er choice/ no- choice.

I dette kapittelet vil jeg presentere resultatene fra matteprøven. Strukturen på analysen er tredelt. I 4.1 vil jeg presentere resultater knyttet til lærerstudentenes strategidistribusjon i choice- betingelsen. i 4.2 vil jeg presentere resultater knyttet til lærerstudentenes strategieffektivitet. Dette delkapittelet er delt inn i to deler, da strategieffektivitet både omhandler hastighet og nøyaktighet. I 4.3 vil jeg presentere resultater knyttet til lærerstudentenes strategivalg i choice- betingelsen.

4.1 IA er den mest brukte strategien

I første del av analysen har jeg undersøkt strategidistribusjonen til lærerstudentene. Dette har jeg gjort ved å få oversikt over hvor mange ganger lærerstudentene har tatt i bruk IA og DS i choice- betingelsen. Her har fokuset kun ligget på hvilken strategi de har brukt, og ikke på hvor mange rette besvarelser de har fått med de ulike strategiene sine. I tabellene under (Tabell 4.1 og Tabell 4.2) har jeg presentert data knyttet til strategibruken til lærerstudentene mine.

	Oppgaver løst ved bruk av IA	**Oppgaver løst ved bruk av DS**	**Total**
Antall	267	69	336
Prosent	79.46%	20.54%	100%

Tabell 4.1: Oppgaver i choice- betingelsen løst med IA og DS

Som Tabell 4.1 viser ble både IA og DS brukt i choice- betingelsen. Selv om begge strategiene ble brukt, ble IA brukt flest ganger. Av til sammen 336 oppgaver ble 267 oppgaver løst med IA (79.46%), mens 69 oppgaver ble løst med DS (20.54%). Dette viser at da lærerstudentene fikk valget mellom å bruke DS eller IA, brukte de IA fire ganger så mye som DS. En Wilcoxon signed rank- test viste at det var en signifikant forskjell i bruken av DS og IA i choice- betingelsen ($p<0.001$). Hypotesetesten viser at forskjellen mellom bruk av IA og DS sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner.

	Lærerstudenter som kun brukte IA	**Lærerstudenter som kun brukte DS**	**Lærerstudenter som brukte IA og DS**	**Total**
Antall	15	1	12	28
Prosent	53.57%	3.57%	42.86%	100%

Tabell 4.2: Strategibruk i choice- betingelsen

Som Tabell 4.2 viser brukte 12 lærerstudenter (42.86%) både DS og IA i choice- betingelsen. 15 lærerstudenter (53.57%) brukte kun IA på alle oppgavene. 1 lærerstudent (3.57%) brukte kun DS på alle oppgavene. Til sammen betyr dette at 27 av 28 lærerstudenter (96.43%) brukte IA minst en gang i choice- betingelsen, mens 13 av

28 lærerstudenter (46.43%) brukte DS minst en gang i choice- betingelsen. Dette viser også at 16 av 28 lærerstudenter (57.14%) kun brukte én strategi i choice- betingelsen.

4.2 IA er den mest effektive strategien

I andre del av analysen har jeg undersøkt hvor effektive lærerstudentene har vært med IA og DS. Effektiviteten til lærerstudentene ble bestemt av nøyaktighetsdataen og hastighetsdataen som jeg har hentet fra besvarelsene deres i no- choice- betingelsen. Nøyaktighetsdataen fant jeg ved å undersøke hvor mange rette svar de fikk med de ulike strategiene. Hastighetsdataen fant jeg ved å undersøke hvor lang tid lærerstudentene brukte på å løse oppgavene med de ulike strategiene. I likhet med analysen til Torbeyns et al. (2007) har jeg også valgt å undersøke effektiviteten til lærerstudentene i de tre oppgavetypene (LD, MD og SD). Dette har jeg gjort for å undersøke om det var noen signifikante forskjeller i effektiviteten deres knyttet til oppgavetypene.

4.2.1 Kortere responstid med IA enn med DS

I dette delkapittelet vil jeg presentere hastighetsdataen til lærerstudentene fra no- choice- betingelsen. Jeg vil starte med å presentere hastighetsdataen fra no- choice (IA)

	IA
LD	10.57 sek
MD	16.92 sek
SD	16.58 sek
Total	14.69 sek

Tabell 4.3: Hastighetsdata fra no- choice (IA)

Tabell 4.3 viser gjennomsnittstiden til lærerstudentene på de ulike oppgavetypene i no- choice (IA). Som Tabell 4.3 viser var de raskest med IA på løste LD (10.57 sek), nest raskest på SD (16.58 sek), og tregest på MD (16.92 sek). I snitt brukte de omtrent 15 sekunder (14.69 sek) per oppgave med IA. En Kruskal- Wallis- test viste at det var en signifikant forskjell på hastigheten deres på de ulike oppgavetypene $(H\ (2)\ =\ 47.28, p < 0.001)$. Hypotesetesten viste at forskjellen i hastigheten på de ulike oppgavetypene sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. Jeg gjennomførte så en post- hoc- test for å undersøke mellom hvilke grupper det var en signifikant forskjell på hastighet. Mellom LD og MD var det en forskjell på omtrent 6 sekunder (6.35 sek). Post- hoc- testen viste at denne forskjellen var signifikant (p<0.001). Mellom LD og SD var det også en forskjell på omtrent 6 sekunder (6.01 sek). Post- hoc- testen viste også her at forskjellen var signifikant (p<0.001). Forskjellen mellom MD og SD var på omtrent et halvt sekund (0.34 sek). Post- hoc- testen viste at denne forskjellen ikke var signifikant (p=0.84). Dette betyr at lærerstudentene var signifikant raskere på LD enn på MD og SD. Dette funnet vil jeg diskutere mer i neste kapittel.

I neste avsnittet vil jeg presentere hastighetsdataen fra no- choice (DS).

	DS
LD	19.49 sek
MD	19.75 sek
SD	22.66 sek
Total	20.63 sek

Tabell 4.4: Hastighetsdata fra no- choice (DS)

Tabell 4.4 viser gjennomsnittstiden til lærerstudentene på de ulike oppgavetypene i no- choice (DS). Som Tabell 4.4 viser var de raskest med DS på LD (19.49 sek), nest raskest på MD (19.75 sek) og tregest på SD (20.66 sek). I snitt brukte lærerstudentene omtrent 21 sekunder (20.63 sek) per oppgave med DS. En Kruskal- Wallis- test viste at det var en signifikant forskjell på hastigheten til lærerstudentene på de ulike oppgavetypene $(H\ (2)\ =\ 6.62, p < 0.037)$. Hypotesetesten viste at forskjellen i hastigheten på de ulike oppgavetypene sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. Jeg gjennomførte så en post- hoc- test for å undersøke mellom hvilke grupper det var en signifikant forskjell på hastighet. Mellom LD og MD var det en forskjell på under et halvt sekund (0.26 sek). Post- hoc- testen viste at denne forskjellen ikke var signifikant (p=1.00). Mellom LD og SD var det en forskjell på omtrent 3 sekunder (3.17 sek). Post- hoc- testen viste at denne forskjellen var signifikant (p=0.039). Mellom MD og SD var det også en forskjell på omtrent 3 sekunder (2.91 sek). Post- hoc- testen viste derimot at denne forskjellen ikke var signifikant (p= 0.21).

Så langt har jeg presentert hastighetsdata fra no- choice (IA) og no- choice (DS). Videre i delkapittelet vil jeg sammenlikne hastighetsdataen fra de to no- choice- betingelsene. I Tabell 4.5 har jeg presentert forskjellene på hastigheten mellom IA og DS, samt presentert resultatene fra en Wilcoxon Signed Ranks- test.

	IA	DS	Forskjell	Signifikans
LD	10.57 sek	19.49 sek	8.92 sek	p< 0.001
MD	16.92 sek	19.75 sek	2.83 sek	p= 0.046
SD	16.58 sek	22.66 sek	6.08 sek	p< 0.001
Total	14.69 sek	20.63 sek	5.94 sek	p< 0.001

Tabell 4.5: Hastighetsforskjell mellom no- choice (IA) og no- choice (DS)

Som Tabell 4.5 viser var lærerstudentene raskere med IA enn med DS. I snitt brukte de omtrent 6 sekunder (5.94 sek) lenger per oppgave med DS enn med IA. Denne forskjellen var signifikant (p<0.001), som betyr at forskjellen på hastigheten sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. Lærerstudentene var også raskere med IA enn med DS på alle oppgavetypene. På LD var de omtrent 9 sekunder (8.92 sek) raskere, på MD var de omtrent 3 sekunder (2.83 sek) raskere, og på SD var de omtrent 6 sekunder (6.08 sek) raskere. En Wilcoxon Signed Ranks- test indikerte at oppgavene ble løst signifikant fortere med IA enn med DS på alle oppgavetypene. Dette viser at IA ikke bare er den mest foretrukne strategien, den er også den raskeste strategien for alle oppgavetyper.

4.2.2 Like nøyaktige

I dette delkapittelet vil jeg presentere nøyaktighetsdataen til lærerstudentene fra no- choice- betingelsen. Jeg vil starte med å presentere nøyaktighetsdataen fra no- choice (IA).

	IA
LD	106 av 112 (94.64%)
MD	88 av 112 (78.57%)
SD	108 av 112 (96.43%)
Total	302 av 336 (89.88%)

Tabell 4.6: Nøyaktighetsdata fra no- choice (IA)

Tabell 4.6 viser gjennomsnittsnøyaktigheten til lærerstudentene på de ulike oppgavetypene da de brukte IA. Som Tabell 4.6 viser var lærerstudentene mest nøyaktige med IA på SD (96.43%), mindre nøyaktige på LD (94.64%) og minst nøyaktige på MD (78.57%). En Kruskal- Wallis- test viste at det var signifikant forskjell på nøyaktigheten deres på de ulike oppgavetypene ($H\,(2)\ =\ 21.51, p <\ 0.001$). Hypotesetesten viste at forskjellen i nøyaktighet på de ulike oppgavetypene sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. Jeg gjennomførte så en post- hoc- test for å undersøke mellom hvilke grupper det var en signifikant forskjell på hastighet. Mellom LD og MD var det en forskjell i nøyaktighet på omtrent 16 prosentpoeng. Post- hoc- testen viste at denne forskjellen var signifikant (p<0.001). Mellom LD og SD var det en forskjell i nøyaktighet på omtrent 2 prosentpoeng. Post- hoc- testen viste at denne forskjellen ikke var signifikant (p=0.84). Det betyr at forskjellen i nøyaktigheten på LD og SD sannsynligvis skyldes naturlige variasjoner. Mellom MD og SD var det en forskjell i nøyaktighet på omtrent 18 prosentpoeng. Post- hoc- testen viser at denne forskjellen var signifikant (p<0.001). I neste avsnitt vil jeg presentere nøyaktighetsdataen fra no- choice (DS).

	DS
LD	104 av 112 (92.86%)
MD	97 av 112 (86.61%)
SD	100 av 112 (89.29%)
Total	301 av 336 (89.58%)

Tabell 4.7: Nøyaktighetsdata fra no- choice (DS)

Tabell 4.7 viser gjennomsnittsnøyaktigheten til lærerstudentene på de ulike oppgavetypene da de brukte DS. Som Tabell 4.7 viser var lærerstudentene mest nøyaktige med DS på LD (92.86%), mindre nøyaktige på SD (89.29%) og minst nøyaktige på MD (86.61%). En Kruskal- Wallis test viste derimot at det ikke var noen signifikant forskjell mellom nøyaktigheten deres på de ulike oppgavetypene i no- choice (DS) ($H\,(2)\ =\ 2.238, p = 0.327$).

Så langt har jeg presentert nøyaktighetsdata fra no- choice (IA) og no- choice (DS). Videre i delkapittelet vil jeg sammenlikne nøyaktighetsdataen fra de to no- choice-betingelsene. I Tabell 4.8 har jeg presentert forskjellene på nøyaktighet mellom IA og DS, samt presentert resultatene fra en Wilcoxon Signed Ranks- test.

	IA	DS	Signifikans
LD	106 av 112 (94.64%)	104 av 112 (92.86%)	*p*=0.527
MD	88 av 112 (78.57%)	97 av 112 (86.61%)	*p*=0.106
SD	108 av 112 (96.43%)	100 av 112 (89.29%)	*p*=0.046
Total	302 av 336 (89.88%)	301 av 336 (89.58%)	*p*=0.895

Tabell 4.8: Nøyaktighetsforskjell mellom no- choice (IA) og no- choice (DS)

Som Tabell 4.8 viser var lærerstudentene omtrent like nøyaktige med IA og DS. Lærerstudentene svarte riktig på 302 oppgaver (89.88%) med IA og riktig på 301 oppgaver (89.58%) med DS. En Wilcoxon Signed Ranks- test indikerte at forskjellen i nøyaktigheten mellom IA og DS ikke var signifikant (*p*=0.895). Det betyr at forskjellen i nøyaktigheten mellom IA og DS sannsynligvis skyldes naturlige variasjoner. Lærerstudentene var mest nøyaktige med IA på LD og SD, og mest nøyaktige med DS på MD. En Wilcoxon Signed Ranks- test viste at forskjellen i nøyaktigheten på LD ikke var signifikant (*p*=0.527) og at forskjellen i nøyaktigheten på MD ikke var signifikant (*p*=0.106). Det betyr at forskjellen i nøyaktigheten på de to oppgavetypene sannsynligvis skyldes naturlige variasjoner. Wilcoxon Signed Ranks- testen viste derimot at nøyaktighetsforskjellen på SD var signifikant (*p*=0.046). Siden IA og DS var omtrent like nøyaktige, er det hastighetsdataen som avgjør hvilken strategi som er mest effektiv. Som nevnt i 4.2.1 var IA den raskeste strategien som da gjør IA til den mest effektive strategien.

4.3 Lærerstudentene tar hensyn til oppgavekarakteristikkene

I siste del av analysen har jeg undersøkt adaptiviteten til lærerstudentene. Jeg har analysert dette ved å undersøke frekvensen av IA på de tre forskjellige oppgavetypene i choice- betingelsene. IA har i følge Torbeyns et al. (2007) beregningsfordeler fremfor DS på subtraksjonsoppgaver med en liten differens, mens DS vil ha beregningsfordeler fremfor IA på subtraksjonsoppgaver med en stor differens. IA skal derfor ha beregningsfordeler på LD, mens DS skal ha beregningsfordeler på SD. På MD er det mer usikkert hvilken strategi som har beregningsfordeler. I Tabell 4.9 har jeg presentert data knyttet til lærerstudentenes bruk av IA på de ulike oppgavetypene i choice- betingelsen.

	LD	MD	SD	Total
IA	99 av 112	86 av 112	82 av 112	267 av 336
Prosent	88.39%	76.79%	73.21%	79.46%

Tabell 4.9: Antall oppgaver i choice- betingelsen løst med IA

Mitt første funn var at IA var den mest brukte strategien i choice- betingelsen. Det kan vi også se i Tabell 4.9 der 267 av 336 oppgaver (79.49%) ble løst med IA. I Tabell 4.9 kan vi også se at IA var den strategien som ble brukt flest ganger på alle oppgavetypene. Selv om IA ble brukt flest ganger på alle oppgavetypene ble IA brukt færre ganger jo større differensen ble. På LD ble IA brukt på 99 av 112 oppgaver (88.39%), på MD ble IA brukt på 86 av 112 oppgaver (76.79%), og på SD ble IA brukt på 82 av 112 oppgaver (73.21%). En kjikvadrattest viste at det var et signifikant forhold mellom oppgavetype og strategi i choice- betingelsen ($X^2(2, N = 336) = 8.645, p = 0.013$). Dette betyr at forskjellene jeg fant i dataen min sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. Lærerstudentene har tatt utgangspunkt i oppgavekarakteristikkene når de har valgt strategi. De har brukt IA mest på LD og har tatt mindre i bruk IA jo større differensen ble. Resultatene mine viser også at selv om lærerstudentene har tatt hensyn til oppgavekarakteristikkene så bruker de fortsatt oftere IA på SD enn DS.

Til tross for at resultatene mine viser at lærerstudentene har tatt hensyn til oppgavekarakteristikkene, kan vi også ut fra Tabell 4.2 se at 16 av 28 lærerstudenter (57.14%) kun brukte én strategi. 15 lærerstudenter brukte kun IA og én lærerstudent brukte kun DS. Alle 15 lærerstudenter som kun brukte IA tok et adaptivt valg på 4 oppgaver fordi det var 4 LD. Den ene lærerstudenten som kun brukte DS tok også et adaptivt valg 4 ganger fordi det var 4 SD. Det betyr at litt over halvparten av lærerstudentene ubevisst kan ha tatt et adaptivt valg 4 ganger siden de brukte samme strategi på alle oppgavene. I Tabell 4.10 har jeg derfor eliminert alle lærerstudentene som kun brukte én strategi.

	LD	MD	SD	Total
IA	39 av 48	26 av 48	22 av 48	87 av 144
Prosent	81.25%	54.17%	45.83%	60.42%

Tabell 4.10: Oppgaver i choice- betingelsen løst med IA (korrigert)

I Tabell 4.10 kan vi se at når vi eliminerer de 16 lærerstudentene som kun brukte én strategi så ble 39 av 48 oppgaver (81.25%) på LD ble besvart med IA, 26 av 48 oppgaver (54.17%) på MD ble besvart med IA, og 22 av 48 oppgaver (45.83%) på SD ble besvart med IA. Dette viser først og fremst en nedgang i bruken av IA jo større differansen mellom subtrahend og minuend blir. Det viser også at over halvparten av lærerstudentene brukte IA på LD og over halvparten av lærerstudentene brukte DS på SD. En kjikvadrattest viste at det fortsatt var et signifikant forhold mellom oppgavetype og strategi selv etter jeg hadde eliminert de 16 lærerstudenter ($X^2(2, N = 144) = 13.764, p < 0.001$). Dette betyr som tidligere nevnt at forskjellene jeg fant i dataen min sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner.

5 Diskusjon

I denne studien har jeg undersøkt følgende forskningsspørsmål: *Hva kjennetegner lærerstudenters bruk av indirekte addisjon og direkte subtraksjon når de skal løse tresifrede subtraksjonsoppgaver med en liten, mellomstor og stor differanse mellom subtrahend og minuend.* Jeg har analysert datamaterialet med utgangspunkt i tre av de fire dimensjonene for strategikompetanse av Lemaire og Siegler (1995).

Den første dimensjonen er knyttet til lærerstudentenes strategidistribusjon. Denne dimensjonen går ut på hvor ofte lærerstudentene ville bruke de ulike strategiene i choice- betingelsen (Lemaire & Siegler, 1995). Resultatene fra matteprøven viser at IA var den mest brukte strategien i choice- betingelsen. IA ble brukt på omtrent 80% (79.46%) av oppgavene i choice- betingelsene. Resultatene fra lærerstudentenes strategivalg viser videre at IA ikke bare var den mest foretrukne strategien på alle oppgavene i choice- betingelsen. IA var også den mest foretrukne strategien på alle oppgavetyper (LD, MD og SD).

Den andre dimensjonen er knyttet til lærerstudentenes strategieffektivitet. Denne dimensjonen går ut på hvor nøyaktige og raske lærerstudentene var med de ulike strategiene i no- choice- betingelsen (Lemaire & Siegler, 1995). Det var ingen forventninger til hvilken strategi som var mest effektiv uavhengig av oppgavetype. Det var imidlertid en forventning om at lærerstudentene ville være mer effektive med IA på LD, og at de ville være mer effektive med DS på SD. Dette fordi IA hadde beregningsfordeler fremfor DS på LD mens DS hadde beregningsfordeler fremfor IA på SD (Torbeyns et al., 2007). Resultatene fra matteprøven viser at IA var den mest effektive strategien. Når det omhandlet lærerstudentenes nøyaktighet, var det ingen signifikant forskjell mellom IA og DS. Hastighetsdataen ville derfor avgjøre hvilken strategi som var mest effektiv. Hastighetsdataen viste at lærerstudentene var raskere med IA enn med DS. De var ikke bare raskere med IA enn med DS på LD, som var forventningen. Lærerstudentene var raskest med IA på alle de tre oppgavetypene (LD, MD, SD). Et videre funn i analysen viste at lærerstudentene også var signifikant raskere med IA på LD enn på MD og SD, men at de var omtrent like raske med IA på MD og SD.

Den tredje dimensjonen er knyttet til lærerstudentenes strategivalg. Denne dimensjonen omhandler deres adaptivitet. I denne studien har jeg gått inn med en forståelse av adaptivitet som det å ta hensyn til oppgavekarakteristikkene i valget av strategi. Dette har blitt undersøkt ved å se på antall oppgaver som ble løst med IA på alle tre oppgavetyper. Resultatene fra matteprøven viste at lærerstudentene tok hensyn til oppgavene da de valgte strategi. De brukte IA mest på LD (88.39%) og brukte strategien mindre på MD (76.79%) og SD (73.21%). Et videre funn i analysen viste at 16 av 28 lærerstudenter, som var litt over halvparten av alle lærerstudenter (57.14%) kun brukte én strategi på alle oppgavene i choice- betingelsen. På bakgrunn av at de kun brukte en strategi ble det forstått som at de ikke tok hensyn til oppgavene som ble løst. Resultatene deres ble derfor eliminert for å se om de resterende lærerstudentene tok hensyn til oppgavekarakteristikkene. Resultatene viste at de resterende lærerstudentene tok hensyn til oppgavene da de valgte strategi. De brukte IA mest på LD (81.25%) og brukte strategien mindre på MD (54.17%) og SD (45.83%).

I dette kapittelet vil jeg diskutere mulige forklaringer for funnene fra det forrige kapittelet. I 5.1 vil jeg diskutere forklaringer for at lærerstudentene brukte IA mest i choice- betingelsen. I 5.2 vil jeg diskutere forklaringer for at lærerstudentene var raskest med IA, og denne diskusjonen vil deles i to. I 5.2.1 vil jeg diskutere hastighetsdataen til IA opp mot hastighetsdataen til DS. I 5.2.2 vil jeg diskutere hastighetsdataen til IA opp mot de tre oppgavetypene. I 5.3 vil jeg diskutere forklaringer for at lærerstudentene var adaptive på bakgrunn oppgavekarakteristikkene.

Diskusjonen vil starte med en sammenlikning av funn fra denne studien og annen forskning, hovedsakelig Torbeyns et al. (2007). Som tidligere nevnt gjennomførte Torbeyns et al. (2007) en studie på 25 universitetsstudenter med et instrument som instrumentet i denne studien er inspirert av. Andre del av diskusjonen går ut på å diskutere alternative forklaringer for funnene i denne studien. Avslutningsvis vil jeg diskutere forslag til videre forskning knyttet til de ulike funnene.

5.1 Lærerstudentene brukte IA mest i choice- betingelsen

Mine data viste at IA var den strategien som ble brukt flest ganger i choice- betingelsen. Av de 336 oppgavene i choice- betingelsen ble 267 oppgaver (79.46%) løst med IA, mens 69 oppgaver (20.53%) ble løst med DS. I snitt betyr dette at hver lærerstudent brukte IA omtrent 10 ganger (9.54) på de 12 oppgavene de fikk i choice- betingelsen. Denne forskjellen var signifikant ($p<0.001$). Det betyr at den forskjellen jeg fant i mitt datamateriale sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. I Tabell 5.1 har jeg sidestilt min data med Torbeyns et al. (2007).

	Torbeyns et al. (2007)	**Min data**
Brukte både DS og IA	48%	42.86%
Brukte kun IA	20%	53.57%
Brukte kun DS	32%	3.57%
Oppgaver løst med IA	43%	79.46%
Oppgaver løst med DS	57%	20.54%

Tabell 5.1: Sammenligning av strategidistribusjonsdata

Som vi kan se i Tabell 5.1 samsvarer ikke mitt funn med dataen til Torbeyns et al. (2007). Mens 79.46% av oppgavene i choice- betingelsen ble løst med IA i denne studien, var det tallet nede på 43% i deres studie. Majoriteten av oppgavene fra deres studie ble løst med DS (57%). Fra denne studien var det 20.54% av oppgavene som ble løst med DS. Også i annen forskning er det variasjoner i resultater. Tidligere forskning har både fått som resultat at IA er den mest brukte strategien (Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al. 2018), og at DS er den mest brukte strategien (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020).

Det er nok mange ulike forklaringer på hvorfor så mange av lærerstudentene brukte IA sammenliknet med DS. En mulig forklaring kan være knyttet til litteratur som sier at addisjon oppleves som enklere enn subtraksjon (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001). Dataen fra no- choice i denne studien viste at lærerstudentene var omtrent like nøyaktige med DS (89.58%) som med IA (89.88%), men at de var signifikant raskere med IA (14.69 sek) enn med DS (20.63 sek) ($p<0.001$). På bakgrunn av denne dataen antar jeg at lærerstudentene opplevde addisjon som enklere enn subtraksjon, siden de var mer effektive med IA enn med DS. Utfordringen med denne antakelsen er at jeg tar utgangspunkt i strategieffektivitetsdataen til lærerstudentene for å argumentere for at de valgte IA oftest. Denne antakelsen kan samsvare med mitt datamateriale, men samsvarer ikke med annen forskning (Torbeyns et al. (2007); Auwera et al. (2022); Hickendorff, 2020). De studiene fikk som resultat at IA var den mest effektive strategien, men majoriteten av oppgavene i studien deres ble fortsatt løst med DS. Med andre ord kan ikke det argumentet alene være nok til å forklare hvorfor lærerstudentene fra denne studien løste omtrent 80% (79.47%) av oppgavene med IA, og omtrent 20% (20.54%) med DS.

Ifølge Cohen et al. (2018) kan resultater fra kvantitative studier suppleres med kvalitative studier innenfor samme tema for å belyse tendenser som dukker opp i det kvantitative materialet. Forslag til videre forskning kunne derfor vært å undersøke hvorfor deltakere velger de ulike strategiene. Dette kunne blitt gjort ved å spørre deltakere etter de valgte strategi hvorfor de valgte strategien. Denne dataen kunne også vært supplerende i analysen av deltakernes strategivalg. Da kunne man for eksempel fått innblikk i om deltakerne valgte strategi på bakgrunn av oppgaven, egne ferdigheter, eller om det var noen andre faktorer.

5.2 Lærerstudentene hadde kortest responstid med IA

I dette delkapittelet vil jeg diskutere mine funn knyttet til hastigheten til lærerstudentene på IA. Først vil jeg i 5.2.1 diskutere IA opp mot DS. Deretter vil jeg i 5.2.2 diskutere IA med utgangspunkt i de ulike oppgavetypene.

5.2.1 Lærerstudentene var raskere med IA enn DS på alle oppgavetyper

Mine data viste at lærerstudentene var raskere med IA enn med DS i no- choice-betingelsen. På forhånd hadde jeg en forventning om at de ville være raskere med IA enn med DS på LD på bakgrunn av beregningsfordelene IA hadde på subtraksjonsoppgaver med en liten differens (Torbeyns et al., 2007). Mine resultater bekreftet denne forventningen. I snitt løste lærerstudentene oppgavene omtrent 9 sekunder (8.92 sek) raskere med IA (10.57 sek) enn med DS (19.49 sek). Denne forskjellen var også signifikant (p<0.001). Mitt datamateriale viste videre at lærerstudentene ikke bare var raskest med IA på LD. Lærerstudentene var raskest med IA på alle tre oppgavetypene.

I Tabell 5.2 har jeg sidestilt dataen fra analysen min med analysen fra Torbeyns et al. (2007)

Oppgavetyper	**Mine data**		**Torbeyns et al. (2007)**	
	IA	DS	IA	DS
	Hastighet	Hastighet	Hastighet	Hastighet
LD	10.57	19.49	6.36	12.40
MD	16.92	19.75	9.17	14.72
SD	16.58	22.66	9.11	13.31
Total	14.69	20.63	8.21	13.47

Tabell 5.2: Sammenligning av hastighetsdata

Som vi kan se ut fra Tabell 5.2 samsvarte mitt funn med dataen til Torbeyns et al. (2007). Lærerstudentene var raskest med IA på alle oppgavetyper. Dette funnet samsvarte også med funn fra annen forskning (Auwera et a., 2022; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018).

En mulig forklaring for dette funnet er som for mitt første funn, nemlig at addisjon kan oppleves som en mindre krevende regneoperasjon enn subtraksjon (Baroody, 1984; Kamii et al., 2001; Kilpatrick et al., 2001; Torbeyns et al., 2007). Dataen min viste at lærerstudentene klarte å løse subtraksjonsoppgavene like nøyaktig med IA som med DS, men på en signifikant kortere tid. Basert på at annen forskning også har fått at IA er en mer effektiv strategi enn DS (Auwera et a., 2022; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018) kan dette være med på å støtte tanken om at addisjon kan oppleves som en enklere regneoperasjon enn subtraksjon.

Forslag til videre forskning kunne vært å undersøke effektivitetsdataen til IA på SD. Hensikten bak den forskningen kunne vært å undersøke om IA er en mer effektiv strategi på SD. Både mine funn og andre funn (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018) har vist at IA er en mer effektiv strategi på LD. Hickendorff (2020) fikk som et funn at DS var den raskeste strategien på SD. Jeg har derimot funnet ut det motsatte, som også samsvarer med forskning som har undersøkt IA og DS (Auwera et al., 2022; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018).

Et annet forslag til videre forskning kunne vært å undersøke effektivitetsdataen mellom addisjon og subtraksjon. Hensikten bak den forskningen kunne vært å undersøke hvilken regneoperasjon lærerstudentene opplevde som den enkleste av de to. Er svaret at addisjon oppleves som en enklere regneoperasjon kan dette fungere som et godt argument for å ha med IA i undervisningen om subtraksjonsstrategier. Da kan man argumentere for at introduksjonen av IA er et tiltak for å øke subtraksjonsferdighetene til elevene.

5.2.2 Lærerstudentene var raskest med IA på LD

Som jeg diskuterte i 5.2.1 viste mine data at lærerstudentene var raskere med IA enn med DS. Mine data viste også at hvis man tok utgangspunkt i IA og de ulike oppgavetypene, så var lærerstudentene raskest på LD. De var omtrent 6 sekunder raskere med IA på LD (10.57 sek) enn på MD (16.92 sek) og SD (16.58 sek). Tidsforskjellen var også signifikant i begge tilfeller ($p<0.001$). Forskjellen i hastighet mellom MD og SD var derimot mindre (0.34 sek). Forskjellen var heller ikke signifikant ($p=0.84$). Dette betyr at forskjellen jeg fant i mitt datamateriale sannsynligvis kan skyldes naturlige variasjoner. Som vi kan se ut fra Tabell 5.1 samsvarer dette funnet også med dataen til Torbeyns et al. (2007). Deltakerne fra deres studie var omtrent 3 sekunder raskere med IA på LD (6.36 sek) enn på MD (2.81 sek tregere) og SD (2.75 sek tregere). Forskjellen i hastighet mellom MD og SD er også her mindre (0.06 sek). Dette funnet samsvarer videre med annen forskning (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018), som også har vist at deltakerne er raskest med IA på LD.

En mulig forklaring for dette kan være på grunn av beregningsfordelene IA har på LD. I følge Torbeyns et al. (2007) blir det enklere å løse et subtraksjonsstykke jo mindre differansen er mellom subtrahend og minuend. Her vil jeg prøve å utfordre dette argumentet litt. Argumentet sier at jo mindre differansen er, desto enklere blir det å løse subtraksjonsstykket med IA. Dette stemmer hvis vi ser på LD mot MD, eller LD mot SD. Det stemmer derimot ikke hvis vi ser på MD mot SD. Som jeg nevnte i metodekapittelet var størrelsen på subtrahenden det som skilte de tre oppgavetypene. Minuenden var alltid et tall mellom 829 og 812. LD hadde en subtrahend mellom 770 og 790. MD hadde en subtrahend mellom 470 og 490. SD hadde en subtrahend mellom 170 og 190. Ser vi på differansen mellom subtrahenden fra LD til MD og fra MD til SD er økningen like stor. Det er en økning på 300 i begge tilfeller. Hvis argumentet over skal stemme, skal ikke lærerstudentene kun kunne løse LD enklere enn MD med IA. De skal også kunne løse MD enklere enn SD med IA. Men som resultatene mine og resultatene til Torbeyns et al. (2007) viste, stemte ikke det argumentet hvis man sammenliknet MD med SD. Vi kan derfor ikke kun ta utgangspunkt i det argumentet når vi skal komme med en løsning på hvorfor IA var så mye raskere på LD enn må MD og SD.

Hvis vi derimot ikke tar utgangspunkt i subtrahenden når vi sammenlikner oppgavetypene, men differensen åpner det opp for en ny diskusjon. Med utgangspunkt i differensen kan vi se en forskjell mellom LD og de to andre oppgavetypene. Mens MD og SD har en tresifret differens, har LD en tosifret differens. Tar vi derfor utgangspunkt i forskjellen på antall sifre i differensen kan vi diskutere hvorfor lærerstudentene løser LD raskere enn MD og SD.

Forslag til videre forskning kan for eksempel være å undersøke hvilke IA- strategi deltakerne bruker. I denne studien har jeg kun undersøkt om lærerstudentene enten bruker IA eller DS, men som jeg tidligere nevnte er det flere strategier i disse to strategiklassene. I DS finner vi for eksempel kompensasjonsstrategien eller dekomposisjonsstrategien. Da jeg gjennomførte prøven på lærerstudentene resonnerte de høyt slik at jeg kunne registrere hvilken strategi de brukte. En IA- strategi jeg ofte hørte at lærerstudentene brukte var en strategi som gjorde at de kunne løse LD på tre steg, og de andre oppgavetypene (MD og SD) på fire steg. Jeg kan forklare denne strategien med utgangspunkt i subtraksjonsstykket $814 - 785$. Det første steget lærerstudentene tok var å finne ut hvor mye de kunne addere subtrahenden med for å få 800. I dette tilfellet var det å addere 785 med 15 og så fikk de 800. Det andre steget var å finne ut hvor mye de kunne addere 800 med for å få minuenden. I dette tilfellet var det å addere 800 med 14 og fikk 814. Det tredje steget var å addere 15 med 14 og da fikk de 29. Riktig svar på subtraksjonsstykket $814 - 785$ var derfor 29. Hvis de derimot skulle bruke denne strategien på MD og SD måtte de legge til et steg til. Hvis vi for eksempel ser på subtraksjonsstykket $812 - 489$ så kunne de bruke følgende 4 steg: Steg en var at de adderte 489 med 11 for å få 500. Steg to var at de adderte 500 med 12 for å få 512. Steg tre var at de adderte 512 med 300 for å få 812. Steg fire var at de adderte 11 + 12 + 300 og fikk 323. Lærerstudentene varierte på rekkefølgen av hvilke steg de tok, med unntak av steg fire, men slik brukte en del av dem IA da de løste subtraksjonsoppgavene. Det kunne vært interessant å undersøke hvilke IA- strategier deltakere brukte for å få en dypere forståelse i hvorfor de brukte kortere tid på LD enn på MD og SD. Et annet forslag til videre forskning kan også være å gjennomføre en liknende studie, men å øke minuenden med 100. Minuenden kan være et tall mellom 912 og 929. Da vil alle oppgavetypene ha en tresifret differens. Da kan vi undersøke om vi fortsatt får det samme funnet, eller om endringen fra en tosifret differens til en tresifret differens gjør at det ikke blir noen signifikante endringer mellom hastigheten på LD og de to andre oppgavetypene.

5.3 Lærerstudentene valgte strategi med utgangspunkt i oppgaven

Fra analysen av strategivalget til lærerstudentene var et funn at de tok hensyn til oppgavekarakteristikkene da de valgte strategi. Den største andelen IA- besvarelser var på LD (88.39%), mens det var færre besvarelser med IA på MD (76.79%) og SD (73.21%). En kjikvadrattest viste også at det var et signifikant forhold mellom oppgavetype og strategibruk ($X^2(2, N = 336) = 8.645, p = 0.013$). Det betyr at den forskjellen jeg fant i mitt utvalg sannsynligvis ikke skyldes naturlige variasjoner. I Tabell 5.3 har jeg sidestilt dataen min med Torbeyns et al. (2007).

	Mine data	**Torbeyns et al. (2007)**
LD	88.39%	53%
MD	76.79%	37%
SD	73.21%	39%
Total	79.46%	43%

Tabell 5.3: Sammenligning av frekvens av IA på de tre oppgavetypene

Som vi kan se i Tabell 5.3 samsvarer dataen når det kommer til at deltakerne fra begge studier tok mest i bruk IA på LD. Den største andelen IA- besvarelser var i begge tilfeller på LD. Lærerstudentene fra min studie brukte IA på 88.39% av oppgavene, mens deltakerne fra deres studie brukte IA på 53%. Det viser ikke til en like tydelig forskjell som det er i min data, men det viser at over halvparten av LD ble løst med IA. Dette funnet samsvarer også med funn fra annen forskning (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2018).

Til tross for at mine resultater viser at lærerstudenter velger adaptivt på bakgrunn av oppgaven de skal løse, viser også resultatene mine at IA fortsatt er den strategien som blir brukt mest på alle oppgavetyper. En grunn til dette funnet kan være fordi 15 av 28 lærerstudenter kun brukte IA i choice- betingelsen. Jeg valgte derfor å kun ta utgangspunkt i lærerstudentene som brukte både DS og IA for å undersøke hvor adaptive utvalget mitt var. Jeg fjernet 15 lærerstudenter som kun brukte IA og en lærerstudent som kun brukte DS. I Tabell 5.4 har jeg sidestilt den korrigerte dataen min med Torbeyns et al. (2007)

	Mine data	**Mine data (korrigert)**	**Torbeyns et al. (2007)**
LD	88.39%	81.25%	53%
MD	76.79%	54.17%	37%
SD	73.21%	45.83%	39%
Total	79.46%	60.42%	43%

Tabell 5.4: Sammenligning av frekvens av IA på de tre oppgavetypene (korrigert)

Som vi kan se i 5.4 likner den korrigerte dataen på den originale dataen når det kommer til at bruken av IA går ned jo større differansen mellom subtrahenden og minuenden blir. Den skiller seg derimot fra den originale dataen når det kommer til IA ikke lenger er den mest brukte strategien på alle oppgavetyper. I likhet med Torbeyns et al. (2007) er det nå DS som er mest brukt på SD. Dette samsvarer med forventningen om at lærerstudentene, grunnet den lave differansen på LD, hovedsakelig vil bruke IA der, og at lærerstudentene, grunnet den høye differansen på SD, hovedsakelig vil bruke DS der. Denne dataen er selvfølgelig korrigert og består av 144 oppgaver i motsetning til den originale dataen som består av 336 oppgaver.

Forslag til videre forskning knyttet til lærerstudentenes strategivalg har jeg tatt for meg i 5.1. Forslag til videre forskning knyttet til lærerstudentenes fleksibilitet derimot kunne vært interessant å undersøke. Fleksibilitet omhandler kun det å kunne bytte mellom ulike strategier (Verschaffel et al., 2009). Av de 28 lærerstudentene som gjennomførte prøven var det litt over halvparten av lærerstudentene (16 av 28) som kun brukte en strategi. Med andre ord var det 14 av 28 lærerstudenter fra mitt utvalg som var fleksible. Dette samsvarer også med resultatene til Torbeyns et al. (2007) som viste at litt over halvparten av deres deltakere (52%) kun brukte én strategi i choice- betingelsen. Videre kunne det derfor vært interessant å forske på hvor fleksible lærerstudenter og lærere er. Denne dataen kunne vi sammenliknet med fleksibilitetsdata på de unge barna for å undersøke om det er en sammenheng mellom alder og fleksibilitet. Ved å kombinere denne kvantitative dataen med kvalitative intervju knyttet til prosessen med å velge strategi, kunne dette vært med på å gi en dypere forståelse av det funnet man hadde fått.

5.4 Vurdering av kvaliteten på studien

I dette delkapittelet skal jeg diskutere de metodiske valgene som er gjort av meg for å undersøke adaptiviteten til lærerstudentene.

Jeg tok inspirasjon fra et allerede ferdigkonstruert instrument for å undersøke kjennetegn ved bruken av IA og DS. Jeg gjorde dette for å i størst mulig grad øke gyldigheten til de resultatene jeg fikk. Etter å ha undersøkt andre instrumenter som også hadde blitt brukt for å undersøke IA og DS så jeg derimot at de kun hadde to oppgavetyper (LD og SD) (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018). Alle instrumentene hadde MD, men det var færre av denne oppgavetypen. Funksjonen til MD var kun å fungere som en buffer fordi den ikke skulle fremprovosere en av strategiene. Den forskjellen fra deres instrument til det instrumentet jeg brukte var at de fikk mer data fra LD og SD enn det jeg fikk. En annen begrensning jeg oppdaget med instrumentet var at noen lærerstudenter etter hvert kunne gjenkjenne oppgaver da de kom til no- choice- betingelsene. Faren ved at lærerstudentene husker tidligere oppgaver er at de også husker tidligere avgitte svar. Dette kan påvirke beregningsprosessen ved at de kan ha svaret i minnet. Det kan ha innvirkning både på responstid og nøyaktighet.

Når det kommer til størrelsen på utvalget mitt skilte det seg fra annen forskning (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018). Utvalget deres var på mellom 50 og 124, mens mitt utvalg var på 28 lærerstudenter. At utvalget mitt var så lite sammenliknet med de andre studiene er et valg jeg har måttet gjøre med hensyn til tid. Jeg er bevisst over at størrelsen på utvalget mitt samt at jeg hadde et bekvemmelighetsutvalg har gitt meg data som det er vanskelig å kunne generalisere. Jeg anerkjenner også at mitt bidrag med denne masteroppgaven alene ikke er av stor betydning for forskersamfunnet. Jeg ser likevel på denne studien som et bidrag som kan være med på å støtte annen forskning. Når jeg bruker et liknende instrument som Torbeyns et al. (2007) og replikerer studien deres kan mine funn være med på å bekrefte deres funn, som ifølge Lervåg (2016) er selve fundamentet i kunnskapsutvikling.

6 Avslutning

I denne studien har jeg sett på kjennetegn ved lærerstudenters bruk av IA og DS når de skal løse ulike tresifrede subtraksjonsoppgaver. Jeg har brukt Lemaire og Siegler (1995) sin modell som rammeverk i analysen av datamaterialet mitt.

Mine funn knyttet til lærerstudentenes strategidistribusjon viste at lærerstudentene oftere brukte IA enn DS på alle oppgavetyper. Dette funnet fikk støtte fra noe forskning (Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al. 2018), mens det ikke fikk støtte fra annen forskning (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2007). Mine funn knyttet til lærerstudentenes strategieffektivitet viste at IA var den mest effektive strategien. Lærerstudentene var like nøyaktige med både IA og DS. Lærerstudentene var derimot raskere med IA enn med DS på alle oppgavetyper. Dette funnet fikk også støtte fra forskning (Auwera et al., 2022; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018). Et videre funn viste at lærerstudentene løste LD signifikant fortere enn både MD og SD da de brukte IA. Dette funnet samsvarte med Torbeyns et al. (2007) og viser at lærerstudentene er raskere med IA på tresifrede subtraksjonsstykker som har en tosifret differens enn på tresifrede subtraksjonsstykker som har en tresifret differens. Forslag til videre forskning er å øke minuenden slik at LD også får en tresifret differens. Da kan man undersøke om differansen mellom subtrahend og minuend er en faktor for hastigheten lærerstudentene bruker med IA, eller om det kun er snakk om antall sifre på differensen. Mine funn knyttet til lærerstudentenes strategivalg viste at lærerstudentene adaptivt valgte mellom IA og DS med utgangspunkt i oppgavekarakteristikkene. Dette funnet fikk støtte fra annen forskning (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2018). Dette er med på å argumentere for at lærerstudenter er adaptive med utgangspunkt i oppgaven.

Denne studien viser at IA ikke bare er en strategi som er i strategirepertoaret til lærerstudenter, men også en strategi de bruker effektivt og adaptivt. Forskning har også vist at dette er tilfelle for elever (Auwera et al., 2022; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2018). Forskning viser videre at ikke alle elever har IA i repertoaret sitt, fordi de ikke har lært det på skolen (Torbeyns et al., 2007).

Resultatene fra denne studien viser at lærerstudenter er adaptive når de skal løse tresifrede subtraksjonsoppgaver med både IA og DS. Med utgangspunkt i modellen til Ball et al. (2008) omhandler dette lærerstudentenes allmenne fagkunnskap, som ifølge dem var den mest grunnleggende kunnskapsformen for den helhetlige lærerkompetansen. Resultatene fra denne studien viser også at lærerstudenter er mer effektive med IA. Dette funnet har fått bred støtte fra annen forskning som har undersøkt IA og DS (Auwera et al., 2022; Torbeyns et al., 2007; Torbeyns et al., 2011; Torbeyns et al., 2018). Implikasjoner disse funnene kan ha for undervisning kan være å ha et økt fokus på IA i subtraksjonsopplæringen. Et økt fokus på IA kan være et tiltak for at elevene tidlig kan få IA i repertoaret. Jeg ser to fordeler ved å introdusere elevene tidlig for IA. Den første fordelen omhandler subtraksjonsferdighetene til elevene, der introduksjon av IA kan være et tiltak for å øke subtraksjonsferdighetene til elevene. Den andre fordelen omhandler elevenes forståelse av det komplementære forholdet mellom addisjon og subtraksjon. En introduksjon av IA kan være et tiltak for å lære elever om forholdet mellom addisjon og subtraksjon, som er en kunnskap forskning viser at ikke alle elever har (Selter, 2001).

Referanseliste

Acevedo Nistal, A., Van Dooren, W. & Verschaffel, L. (2014). Improving students´ representational flexibility in linear-function problems: an intervention. *Educational Psychology*, *34*(6), 763-786. https://doi.org/10.1080/01443410.2013.785064

Auwera, V. D., Torbeyns, J., De Smedt, B., Verguts, G. & Verschaffel, L. (2022). The remarkably frequent, efficient, and adaptive use of the subtraction by addition strategy: a choice/no-choice study in fourth- to sixth-graders with varying mathematical achievement levels. *Learning and Individual Differences*, *93*, 102107. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.102107

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Baroody, A. J. (1984). Children's difficulties in subtraction: Some causes and questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(3), 203–213. https://doi.org/10.2307/748349

Baroody, A. J., Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2009). Young children´s understanding and application of subtraction-related principles. *Mathematical Thinking and Learning, 11*(1-2), 2–9. https://doi.org/10.1080/10986060802583873

Berggren, S. A. & Jom, P. E. O. (2021). *Førsteklasses matematikk: Matematikk for de yngste elevene* (1. utg.). Gyldendal.

Blöte, A. W., Van der Burg, E. & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, *93*(3), 627-638. https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627

Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. utg.). Oxford University Press.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8.utg.). Routledge.

Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). Sage.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2021, 16. desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Forskningsetikk. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/

Fields, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics: And sex and drugs and rock´n´roll* (4. utg.). Sage.

Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 41*(5), 535-540. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0214-4

Hickendorff, M. (2020). Fourth graders’ adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction*, *67*, 1-10. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311

Hofmann, A. (2017, 4. oktober). Subtraksjon. I *Store norske leksikon. https://snl.no/subtraksjon*

Kamii, C., Lewis, B. A. & Kirkland, L. D. (2001). Fluency in subtraction compared with addition. *The Journal of Mathematical Behavior*, *20*(1), 33–42. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(01)00060-8

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn* (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Red.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* National Academy Press.

Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, *124*(1), 83-97. https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83

Lervåg, M. M. (2016). «Kan vi stole på forskning om utdanning?». Publisert på Utdannningsforskning.no. Hentet [12.05.2022] fra https://utdanningsforskning.no/artikler/2016/kan-vi-stole-pa-forskning-om-utdanning/

Lienemann, T. O. & Reid, R. (2006). Self-regulated strategy development for students with learning disabilities. *Teacher Education and Special Education, 29*(1), 3–11. https://doi.org/10.1177/088840640602900102

Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: Med fokus på elever med matematikkvansker* (2. oppl. [i.e. rev.utg.]. utg.). Læreboka forlag.

Peirce, J. W. (2007). PsychoPy- Psychophysics software in Python. *Journal of Neuroscience Methods, 162*(1-2), 8-13. 8–13. https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2006.11.017

Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L. & Ghesquière, P. (2014). Subtraction by addition in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Instruction*, *30*, 1–8. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.11.001

Piaget, J. & Inhelder, B. (1974). *Barnets psykologi* (I. Nyheim, Overs.). Cappelen. (Opprinnelig utgitt 1966).

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Selter, C. (2001). Addition and subtraction of three-digit numbers: German elementary childrens´s success, methods and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(2), 145–173. https://doi.org/10.1023/A:1014521221809

Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2011). Taking away and determining the difference—a longitudinal perspective on two models of subtraction and the inverse relation to addition. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(3), 389–408. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9305-6

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: the process of change in children's thinking*. Oxford University Press.

Siegler, R. S. & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults´ strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General, 126*(1), 71-92. https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71

Smestad, B. (2008). Geometriaktiviteter i lys av van Hieles teorier. Tangenten 1/2008. Caspar Forlag AS.

Torbeyns, J., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2007). Efficiency and flexibility of indirect addition in the domain of multi-digit subtraction. *Learning and Instruction*, *19*(1), 1–12. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.12.002

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009a). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, *71*(1), 1-17. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9155-z

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009b). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM Mathematics Education*, *41*(5), 581-590. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3

Torbeyns, J., De Smedt, B., Peters, G., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2011). Use of indirect addition in adults' mental subtraction in the number domain up to 1,000. *Journal of Occupational and Organizational Psychology*, *102*(3), 585–597. https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.2011.02019.x

Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement level: a choice/no-choice study. *Journal of Numerical Cognition*, *4*(1), 215–234. https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77

Van Hiele, P. M. (1984). *The Child's thought and geometry*. I D. Fuys (Red.), English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele (s. 247-256).

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, *24*(3), 335-359. https://doi.org/10.1007/BF03174765

Vedlegg

Vedlegg 1: Forklaring av IA på matteprøven

SUBTRAKSJON GJENNOM INDIREKTE ADDISJON:

f.eks: 212 - 150

Du løser dette stykket ved å finne ut hvilket tall du skal addere 150 med for å få 212. Du skal altså telle oppover fra 150 for å komme til 212. Hvordan vil du løse oppgaven?

Vedlegg 2: Forklaring av DS på matteprøven

SUBTRAKSJON GJENNOM DIREKTE SUBTRAKSJON:

f.eks: 212 - 150

Du løser dette stykket ved å starte på 212 og subtrahere med 150. Du skal altså starte på 212 og trekke fra 150. Hvordan vil du løse oppgaven?

NTNU

Kunnskap for en bedre verden