

Line Anita Mostad & Kristianne Grande Isaksen

## Fingertellingsstrategier i begynneropplæringen

En kvalitativ undersøkelse av 8 førsteklasingers  
bruk av fingrene i arbeid med del-del-hel  
oppgaver

Masteroppgave i Matematikdidaktikk i begynneropplæring  
Veileder: Kristin Krogh Arnesen

Mai 2022



Line Anita Mostad & Kristianne Grande Isaksen

# **Fingertellingsstrategier i begynneropplæringen**

En kvalitativ undersøkelse av 8 førsteklasingers bruk  
av fingrene i arbeid med del-del-hel oppgaver

Masteroppgave i Matematikdidaktikk i begynneropplæring  
Veileder: Kristin Krogh Arnesen  
Mai 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden





## Forord

Da er vi ferdige med 5 år som lærerstudenter. Det har vært en krevende, spennende og lærerik tid. Vi ser tilbake på studietiden med gode minner og nye vennskap.

Vi vil gjerne takke de som har hjulpet oss og gjort masteroppgaven mulig. Den første vi ønsker å takke er veilederen vår Kristin Krogh Arnesen - Takk for god veiledning og konstruktive tilbakemeldinger, og kjappe svar på utallige mailer. Vi vil også takke læreren og elevene som tok oss imot og deltok i vår studie. Til slutt ønsker vi å takke personer som står oss nær.

### Line Anita

Den personen som skal ha størst takk for at jeg har klart å gjennomføre denne utdanningen er mannen min, Martin Mostad. Takk for alle støttende ord og oppmuntring når jeg har vært oppgitt, takk for at du alltid har troen på meg, og takk for all overtid du har jobbet for å betale min del av huset. Jeg ønsker også å takke venner og familie for å holde ut praten og frustrasjonen min. Jeg vil rette en spesiell takk til Kristianne som ville skrive masteren sammen med meg, og som motiverte meg til å fullføre til nominert tid selv om jeg fikk et barn 4. studieår. Til slutt ønsker jeg å takke barna mine - Kristian, Olav Elias og Asbjørn for å ha vært min største motivasjon.

### Kristianne

Jeg ønsker å takke samboeren min, Mathias Bjerkan som har holdt ut med mitt svingende humør og varierende motivasjon, og som alltid har oppmuntret og motivert meg til å stå på. Jeg ønsker også å takke venner og familie som har motivert og heiet på meg i løpet av studiet.

Kjære mamma, takk for lange samtaler om fingertelling, korrekturlesing og tips om lærerlivet, du har gitt meg motivasjon og innsikt som jeg setter stor pris på.

Kjære pappa og Ingunn, takk for deres undring og interesse i oppgaven min, og takk for lån av hytta til sårt tiltrengte avbrekk i studietiden.

Og sist, men ikke minst, Kjære Line Anita, takk for at du ville skrive med meg, og takk for all latter, gode samtaler og fine stunder underveis i skrivinga.

We did it!

Trondheim, mai 2022

*Kristianne Grande Isaksen & Line Anita Mostad*



## Sammendrag

Denne studien ser på bruk av fingertelling og hvilke fingertellingsstrategier et utvalg elever i første klasse benytter seg av når de løser del-del-hel oppgaver. Vi har sett på hvordan 8 barn løste oppgaver, både med og uten instruksjoner om å bruke fingrene. Vi benyttet oss av regnefortellinger og terningspill.

Temaet fingertelling i matematikk står sentralt i en diskusjon angående nødvendighet og relevans, mellom det nevrokognitive og matematikdidaktiske fagfeltet (Moeller et al., 2011). Dessverre er det gjort lite forskning i norsk skole. Noe forskning er gjort i svensk skole, men grunnet ulikheter i svensk og norsk skole er ikke alt overførbart til norsk skolehverdag. Studien vår ser på hvilke fingertellingsstrategier elever benyttet seg av når de løste matematikkoppgaver som la til rette for å oppdage for del-del-hel prinsippet, samt andre aspekter ved fingertelling som kunne være interessant å forske videre på.

Bjørklund et al. (2018), Bjørklund & Reis (2020) og Kullberg et al. (2020) sin forskning var sentral i design- og analyseprosessen. Vi benyttet oss av, og ble inspirert av deres analyser og analysekategorier. Kategoriene vi benyttet i analysen var: *fingre som automatisert tallbilde*, *fingre former tall med enkle enheter*, *fingre for å visualisere strukturen i tall*, *fingre som støtte og informasjonsholder*, *oppfordring til variert bruk av fingrene og hoderegning uten fingre*. I analysen ble det sett på hvilke fingertellingsstrategier de 8 deltakerne benyttet seg av, og disse strategiene ble videre sett på opp mot relevant matematisk teori, som blant annet del-del-hel relasjonen i tall og kardinalitet.

Funnene våre viser at elevene i studien benyttet seg av fingrene på ulike måter. Noen elever benyttet seg av hoderegning for å løse oppgaven og viste fingrene i etterkant for å oppfylle våre forventninger. Andre brukte tydelig fingrene til å holde orden på informasjonen i oppgaven, eller som hjelp til å løse oppgaven. Det ble observert og kategorisert flere fingertellingsstrategier. Resultatene av studien viser at elevene innehar kompetanse om fingrene, og benyttet seg av et utvalg fingertellingsstrategier når de ble bedt om det.

## Abstract

Our study focuses on the use of finger counting and which finger counting strategies a selection of students in first grade use when solving part-part-whole tasks. We have studied how 8 children solve problems, both with and without being introduced to finger strategies. We used arithmetic stories and dice games.

The topic of finger counting in mathematics is central in a discussion regarding necessity and relevance, between the neurocognitive and the mathematics education field (Moeller et al., 2011). Unfortunately, only a small amount of research has been done in Norwegian schools. Some research has been done in Swedish schools, but most findings do not transfer directly to Norwegian schools. In our study, we have reviewed which finger counting strategies students use when solving mathematical problems that facilitate the part-part-whole principle, as well as discovered other aspects of finger counting that may merit further research.

The research of Bjørklund et al. (2018), Bjørklund & Reis (2020) and Kullberg et al. (2020) was central to the analytic process. We were inspired by their analysis and have utilized the categories they designed. The categories we used in our analysis were: *fingers as an image of numbers, fingers to create numbers of single units, fingers to visualize the structure of numbers, fingers as support and an holder of information, encouraged use of different finger patterns and mental calculation without fingers*. In the analysis, we observed which finger counting strategies the 8 participants used, and these strategies were further set up against relevant mathematical theory, such as the part-part-whole relationship in numbers and cardinality.

Our findings show that the students in the study use their fingers in different ways. Some students used them to solve the problem and showed their fingers afterwards to satisfy our expectations. Others clearly used their fingers to keep track of the information in the task, or as an aid to solving the task. Several finger counting strategies were observed and categorized. The results of the study show that none of the students use the fingers as their preferred strategy, but they have knowledge about fingers and used a selection of finger counting strategies when asked.

# Innholdsfortegnelse

<b>1.0 Innledning .....</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Bakgrunn og formål .....</i>	1
1.2 <i>Forskningsspørsmål og relevans.....</i>	2
1.3 <i>Oversikt over oppgaven.....</i>	3
<b>2.0 Teori.....</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Variasjonsteori .....</i>	5
2.1.1 <i>Matematiske representasjoner.....</i>	6
2.1.2 <i>Konkreter i matematikk.....</i>	7
2.1.3 <i>Fingre som telleredskap .....</i>	8
2.2 <i>Del-del-hel, kardinalitet og ordinalitet.....</i>	8
2.3 <i>Rammeverk for å analysere .....</i>	9
<b>3.0 Metode .....</b>	<b>11</b>
3.1 <i>Forskningsdesign .....</i>	11
3.1.1 <i>Enkeltcasestudie .....</i>	11
3.2 <i>Datainnsamling .....</i>	12
3.2.1 <i>Kontekst og utvalg .....</i>	12
3.2.2 <i>Metode for datainnsamling.....</i>	12
3.2.3 <i>Gjennomføring.....</i>	13
3.3 <i>Oppgavene .....</i>	14
3.3.1 <i>Oppgaver i vår studie.....</i>	15
3.4 <i>Metode for analyse.....</i>	17
3.4.1 <i>Analyseverktøy .....</i>	17
3.5 <i>Etiske betraktninger .....</i>	20
3.6 <i>Metodekritiske betraktninger og studiens troverdighet.....</i>	22
<b>4.0 Resultat.....</b>	<b>25</b>
4.1 <i>Fingre som automatisert tallbilde.....</i>	26
4.2 <i>Fingre former tall med enkle enheter.....</i>	27
4.3 <i>Fingre for å visualisere strukturen i tall.....</i>	28
4.4 <i>Fingre som støtte og informasjonsholder.....</i>	29
4.5 <i>Oppfordring til variert bruk av fingrene.....</i>	31
4.6 <i>Hoderegning uten fingre .....</i>	33
<b>5.0 Diskusjon .....</b>	<b>35</b>
5.1 <i>Fingre som automatisert tallbilde.....</i>	35
5.2 <i>Fingre former tall med enkle enheter.....</i>	36
5.3 <i>Fingre for å visualisere strukturen i tall.....</i>	37

5.4 Fingre som støtte og informasjonsholder.....	38
5.5 Oppfordring til variert bruk av fingrene.....	39
5.6 Hoderegning uten fingre .....	40
5.7 Øvrige kommentarer .....	41
5.8 Metodediskusjon.....	42
<b>6.0 Konklusjon .....</b>	<b>43</b>
6.1 Didaktiske implikasjoner .....	43
6.2 Videre forskning .....	45
<b>8.0 Referanser .....</b>	<b>47</b>
<b>9.0 Vedlegg .....</b>	<b>49</b>
Vedlegg 1 – informasjonsskriv til foresatte .....	49
Vedlegg 2 – Godkjenning fra NSD .....	52

## Figuroversikt

Figur 1 - Automatisert tallbilde av tallene 3 og 4 – PLR og PLRLi.....	26
Figur 2 - Automatisert tallbilde av tallet 2 og 5 - PT høyre, full hånd venstre .....	26
Figur 3 - Former tall med enkle enheter til tallet 3 og 4 - TPL høyre, TPLR venstre.....	27
Figur 4 - Former tall med enkle enheter til tallet 3 og 4 - TPLR høyre, TPL venstre.....	27
Figur 5 - LiRL for å vise strukturen i tallet 3 .....	28
Figur 6 - TPL venstre, full hånd høyre. Fingre for å visualisere strukturen i tallet 8.....	28
Figur 7 - Fingre som støtte og informasjonsholder for tallet 5 .....	29
Figur 8 - PLRLi, fingre som støtte og informasjonsholder for tallet 4 .....	30
Figur 9 - Hel hånd, tallbilde av tallet 5 .....	30
Figur 10 - TPL, tallbilde av tallet 3.....	31
Figur 11 - Tallet 6 representert som ulike fingermønstre oppfordret .....	31
Figur 12 - LiRL høyre, TPL venstre. Tallet 6 blir representert som ulike fingermønstre oppfordret .....	32
Figur 13 - PLRLi høyre, PL venstre. Tallet 6 blir representert som ulike fingermønstre oppfordret .....	32
Figur 14 - Tallbilde av tallet 3 etter oppfordring til bruk av fingre.....	32
Figur 15 - Tallbilde av tallet 3 etter oppfordring til bruk av fingre.....	33

## Tabelloversikt

Tabell 1 - Transkripsjonsnøkkel .....	18
Tabell 2 - Oppgaveoversikt .....	20
Tabell 3 - Oversikt over datamaterialet .....	25





## 1.0 Innledning

Temaet for studien vår er fingertelling i begynneropplæringen i matematikk. Vi har sett på hvilke fingertellingsstrategier 8 elever i første klasse benyttet seg av i arbeid med del-del-hel oppgaver. Fingertelling i matematikk er et omstridt tema, der forskerne ikke enes i hva som er hensiktsmessig. Det har blitt økt fokus på dette de siste årene, men lite forskning er gjort i norsk skole. Vi håper studien kan gi oss et bedre innblikk i hvilke strategier elever i begynneropplæringen benytter seg av når de bruker fingrene, og at vi får kjennskap til om disse strategiene er hensiktsmessige eller ikke.

### 1.1 Bakgrunn og formål

Alle har erfaring med fingertelling. Fingertelling er noe vi ser i bruk veldig ofte, både i hverdags- og utregningssituasjoner. Å telle på fingrene kan oppstå både spontant, instruert og som et resultat av etterligning fra miljøet rundt (Soylu, 2018). Telling på fingre blir i noe forskning sett på som hemmende for mer hensiktsmessige strategier, og blir derfor i en del tilfeller sett på som mindre moden strategi. Telling på fingrene blir dermed sett på som et resultat av manglende kunnskap (Moeller et al., 2011). Annen forskning ser på fingertelling som absolutt nødvendig for utviklingen av tallforståelse, og det er forsket på sammenhengen mellom kroppsliggjort kunnskap som viser at det er en kobling mellom fingre og tallsenteret i hjernen (Moeller et al., 2011). Fingrene er redskaper som i de fleste tilfeller vil være umiddelbart tilgjengelige, og de kan benyttes på ulike måter (Newman, 2016). Noe av det som mangler i forskning på fingertelling er om fingrene kan fungere som hensiktsmessige konkreter som støtte for å lære ulike konsepter i matematikk.

Det er en diskusjon mellom det nevrokognitive og matematikdidaktiske fagfeltet om hvor hensiktsmessig og nødvendig fingertelling er (Moeller et al., 2011). Diskusjonen går i utgangspunktet ut på ulike synspunkt som varierer innenfor de forskjellige forskningsfeltene. På den ene siden ser man at fingertelling kan være et svært godt og viktig redskap i utviklingen av forståelse for del-del-hel prinsipper (Bjørklund et al., 2018; Kullberg et al., 2020), og at visuell og kroppslig læring fører til bedre forståelse (Boaler et al., 2016). Å dele opp en enhet i flere deler har vist seg å være fordelaktig for barns evne til å løse en aritmetikkoppgave. Å dele opp tall og så sette dem sammen igjen på ulike måter, kan gi elevene mulighet til å forstå og løse oppgaver som de vanligvis ville hatt problemer med å løse (Kullberg et al., 2020). Forskning viser at fingertelling støtter numerisk utvikling (Crollen og Noël, 2015), og kan fungere som et stillas for elevenes videre matematiske kunnskaper (Newman, 2016). Det er utført studier som omhandler koblingen mellom fingrene og tellesenteret i hjernen. Crollen et al. (2011) viser til forskning hvor de testet hjerneaktiviteten til barn som kan bruke øynene til å se fingrene, og til barn som var blinde, når de løste matematikkoppgaver. Resultatene viste at koblingen mellom fingrene og tellesenteret i hjernen var aktivt uavhengig av om elevene benyttet seg av å se fingrene visuelt. De konkluderte med at koblingen mellom fingrene og tellesenteret spiller en såpass stor rolle i matematikkutvikling, at den også blir benyttet av barn som ikke ser (Crollen et al., 2011). På den andre siden kan bruk av fingrene som telleredskaper hindre utviklingen av mer hensiktsmessige og avanserte mentale strategier (Moeller et al., 2011). Med det menes det at elever kan ta i bruk fingrene som strategi og

«låse» seg til den, noe som videre kan føre til at elevene ikke lærer seg mentale strategier som vil være mer hensiktsmessige i videre matematikkopplæring.

FASSETT er et svensk forskningsprosjekt som tar utgangspunkt i variasjonsteori, og en erfaringsbasert tilnærming til å lære tall (Bjørklund et al. 2018.; Bjørklund & Reis, 2020). Det baserer seg på å studere hvordan førskolebarn forstår tall, og hvordan forskerne pedagogisk kan styrke elevers tallkompetanse. Prosjektets hovedmål var å implementere struktur som en del av opplæringen, og derunder del-del-hel relasjonene i tall. De gikk frem ved å spesifikt bruke fingre som verktøy. Formålet med å implementere struktur i matematikken var at elevene skulle få en bedre tallforståelse og forbedre grunnleggende aritmetiske ferdigheter i svensk førskole (Bjørklund et al., 2018).

Bjørklund et al. (2018) nevner at flere studier konkluderer med at fingre benyttes som støtte til tellestrategier. Å telle på fingrene blir sett på som et «universelt» stadie av begynneropplæringen i matematikk. Om man bruker fingrene til å telle *på*, telles fingrene som enheter og om man bruker fingrene til å telle *med* brukes de for å representere matematikkoppgaven som skal løses. Bjørklund et al. (2018) beskriver strategien som primært blir brukt, å telle *på* fingrene, til tross for å ha lært opp elever i spesifikke fingermønstre i tidligere studier. Det vises til forskning som støtter teorien om at barns bevissthet rundt mønster og struktur kan gi dem et bedre utgangspunkt senere. Bjørklund et al. (2018) hevder dermed at matematisk kompetanse ikke bare dreier seg om tall, telling og mengder, men også elevens kompetanse om struktur.

Forskningen er altså delt i synet på om fingrene er en nødvendighet eller bare en grei overgang til andre strategier. Det vi tenker vil være nyttig i den sammenheng er å studere *hvordan* fingrene blir brukt, ikke om man bruker dem eller ikke. Det vil da være hensiktsmessig å se på hvilke fingertellingsstrategier et utvalg elever benytter seg av i del-del-hel oppgaver. Bjørklund et al. (2018) foreslår ulike aktiviteter de mener kan være hensiktsmessige å bruke for å fremme bruk av fingrene og på samme tid bruke dem til mer enn *kun* et telleredskap. Aktivitetene omhandler å se relasjoner mellom hele tall og deler, for eksempel at tallet 6 er både  $3+3$  og  $2+4$  (Bjørklund et al., 2018).

Formålet med denne studien er å finne ut hvilke fingertellestrategier begynnerelver i matematikk bruker som støtte i arbeid med del-del-hel relasjoner. Ved å undersøke hvordan elevene benytter fingrene, eller om de bruker andre strategier, ønsker vi å få en oversikt i hvordan elevene danner seg tallbilder og kategorisere dette. Vi ønsker å se nærmere på, og prøve å få et helhetlig bilde av hvilke muligheter telling på fingrene har, og hvordan man kan legge til rette for å ta fingrene i bruk som en hensiktsmessig strategi.

## 1.2 Forskningsspørsmål og relevans

Som vi har sett, er det ulike meninger om bruk av fingertelling. Vi ønsker å se nærmere på et spesifikt område. Problemet vi har valgt å se nærmere på tar for seg om fingertelling kan være en hensiktsmessig strategi innenfor matematikken.

Problemstillingen som ble utarbeidet ut fra temaet vårt er: *Hvilke fingertellingsstrategier bruker et utvalg elever på første trinn når de løser del-del-hel oppgaver?*

Vi argumenterer for at dette er viktig å se nærmere på, da det er lite forskning om fingertellingsstrategier som har direkte overføringsverdi til norsk skolekultur. Alder på elever og hvilken matematisk kultur annen forskning har, vil påvirke hvilket argument som blir gitt for og imot fingertelling. Forskningen fra Sverige kan ha elementer som er relevante, men norsk og svensk skolesystem er bygd opp med noen ulikheter, noe som kan gi ulike forutsetninger. Sverige blant annet hatt obligatorisk førskole for 6-åringer siden 2018, mens Norge gikk over til obligatorisk 1. trinn, som en del av grunnskolen i 1997 (Nordisk råd og Nordisk ministerråd, 2022). Annen forskning har heller ikke tatt utgangspunkt i norske læreplaner, noe som sannsynligvis gjør opplæringen ulik. Vi mener dermed at det mangler viktig kunnskap om fingertellingsstrategier med som tar utgangspunkt i norsk skole. Det vil derfor være både interessant og relevant å se på fingertelling i norsk praksis. Det kan også være nyttig i undervisningssammenheng å vite hvordan man kan legge til rette for at fingertelling blir brukt på en hensiktsmessig måte, slik at elevene oppdager del-del-hel relasjonene, og får en dypere forståelse av dette.

Selv har vi og våre bekjente svært ulike erfaringer og holdninger til dette med fingertelling. Enkelte mener at det er flott å bruke fingrene, andre har blitt frarådet det i sin skolegang og noen mener det er unødvendig. Slik som forskningen til Moeller (2011) viser, er det store uenigheter om fingertelling og dens rolle i matematikken. Da forskningen er så sprikende i argumentene, ønsker vi å se på den «gylne middelvei», *hvordan* elevene tar i bruk fingrene, og ikke ta et standpunkt *om* de skal bruke dem eller ikke. Ved mer kunnskap om, og høyere toleranse for bruk av fingrene mener vi at det kan åpne opp for dypere forståelse og læring hos elever. Dersom man tar i bruk fingrene som et hjelpemiddel og ikke *kun* som et telleredskap kan man se på om fingrene kan fungere som en bro over til mer avanserte strategier som elevene vil dra nytte av videre i matematikkopplæringen. Dette er noe det kan forskes videre på. Som lærer vil kunnskap om fingertelling være en ressurs man kan benytte seg av i klasserommet og i kollegasamarbeid.

### 1.3 Oversikt over oppgaven

Vi vil presentere rammeverket og teorien vi har benyttet oss av. Vi presenterer først hva vårt overordnede læringssyn, variasjonsteori, går ut på før vi går videre over til å presentere teori om matematiske representasjoner, hvor vi gjennomgår hva konkrete er, og om fingre som telleredskap. Videre presenterer vi teori om del-del-hel prinsippet, kardinalitet og ordinalitet. Bjørklund et al. (2018) og Kullberg et al. (2020) har gjort forskning på fingertelling som vi lot oss inspirere av, og som er relevant for vår problemstilling. Datamaterialet i studien består av videoopptak av 8 elever i første klasse som løser ulike matematiske oppgaver og samtaler med forsker. Datamaterialet ble transkribert med fokus på hva elevene gjorde med fingrene under problemløsningen. Vi kategoriserte besvarelsene til elevene ut fra hvilken fingertellingsstrategi de benyttet seg av. Vi delte inn i seks kategorier: *fingre som automatisert tallbilde*, *fingre former tall med enkle enheter*, *fingre for å visualisere strukturen i tall*, *fingre som støtte og informasjonsholder*, *oppfordring til variert bruk av fingrene*, *hoderegning uten fingre*. Det vi fant i resultatdelen blir drøftet opp mot teori, før vi kommer med en konklusjon og forsøker å gi svar på problemstillingen vår. Til slutt kommer en avslutning hvor vi presenterer hvilke pedagogiske implikasjoner funnene kan ha, og hva som kan forskes videre på innenfor fingertelling.



## 2.0 Teori

Studien vår ser på hvilke fingertellingsstrategier et utvalg elever på første trinn bruker når de løser del-del-hel oppgaver. Det overordnede rammeverket for hele arbeidet er variasjonsteori. Innledningsvis vil vi presentere variasjonsteorien i et delkapittel, før vi i underkapittel forklarer ulike aspekt ved å bruke fingrene som matematisk representasjon og som et konkret, i en variasjonsteoretisk ramme. Deretter vil vi presentere et delkapittel om ulike matematiske aspekter knyttet til studien, samt gå nærmere inn på Kullberg et al. (2020) og Bjørklund et al. (2018) sin forskning, som vår forskning i stor grad er bygget på. Variasjonsteori er en undervisnings- og læringsteori som sammenfaller godt med et konstruktivistisk læringssyn. Et konstruktivistisk læringssyn omhandler at elevene skal konstruere sin egen kunnskap i samspill med andre, og at det er en prosess som er i stadig endring (Bryman, 2016).

Vi har valgt å fokusere på nyere forskning, og et teoretisk perspektiv som gir oss mulighet til å se på, og analysere enkelte deler av fingertelling. Vi har benyttet oss av oppgaver Kullberg et al. (2020) og Bjørklund et al. (2018) har utformet og videre kategorisert datamaterialet ut fra kategorier som er hentet fra eller inspirert av deres forskning, samt utarbeidet noen kategorier basert på datamaterialet. Dette vil bli presentert i 3.0 Metode.

### 2.1 Variasjonsteori

Sentralt i variasjonsteorien er at elevene får møte et mangfold av varierte tilnærminger til matematikken, som gir mulighet til å avdekke viktige aspekter ved ulike fenomener. Utgangspunktet for variasjonsteorien er at elever skal få muligheten til å oppdage nye og flere aspekter i møte med nye *læringsobjekt* (object of learning). For å oppnå læring må man se eller oppleve *avgjørende aspekter* (critical aspects), ved et læringsobjekt (Kullberg et al., 2017). Kullberg et al. (2020) beskriver et læringsobjekt som det innholdet en lærer har lagt opp til at elevene skal lære seg. Dette kan for eksempel være addisjon og subtraksjon. Når læreren har tatt et valg om dette, vil det påvirke hva undervisningen må inneholde. Ved å legge opp undervisningen med ulike mønster av variasjon kan det hjelpe elevene å oppdage de avgjørende aspektene i det valgte læringsobjektet. Når elevene har oppdaget de avgjørende aspektene, kan det føre til mestring av læringsobjektet. I addisjon og subtraksjon kan kardinalitet og del-del-hel relasjoner være avgjørende aspekter i begynneropplæring av tallforståelse. Kardinalitet og del-del-hel blir nærmere forklart i delkapittel **2.2**. Det vil variere hva elevene kan fra før, noe som vil påvirke hvordan læreren må legge opp undervisningen (Kullberg et al. 2020). Læringsobjektet kan belyse spørsmålet «hva skal læres» på tre måter, vår oversettelse av disse er; «Læringsobjektet definerer innholdet, utdanningsformålet og hva som trengs å læres (avgjørende aspekter)» (Kullberg et al., 2017, s. 560).

Å lære, er ifølge variasjonsteori, når man endrer måten man ser ulike fenomen. Hvilke aspekt et barn er i stand til å se, avgjør hva barnet er i stand til å forstå. Om barnet er i stand til å se kardinalitet og del-del-hel relasjoner, vil for eksempel fingermønster kunne benyttes (Bjørklund & Reis, 2020). I variasjonsteori er fokuset i undervisningen dermed å belyse ulike aspekt ved tall, og at de kobles sammen med hverandre i form av variasjon. Målet er at elevene skal klare å skille de ut de nødvendige aspektene ved læringsobjektet (Bjørklund et al., 2018; Kullberg et al. 2017). Ved at lærerne legger opp undervisningen slik at elevene har muligheten til å endre måten å se aspektene på, og lære hva som er

viktige aspekter ved det aktuelle fenomenet, legger de til rette for at læring kan skje. Hvordan forskjellige barn trenger å lære vil variere, da det er avhengig av hva de kan fra før, eller hva de har oppdaget selv (Kullberg et al., 2020).

Å se på ulikheter vil føre til at man ser likheter ifølge variasjonsteorien. Marton og Pang (2013) beskriver at det som ofte skjer når man skal lære bort ny kunnskap er at man viser flere eksempler av det samme, altså å oppleve likheter. Innenfor variasjonsteorien mener man at det motsatte må til for å oppnå læring, altså å oppleve ulikheter. Når man sammenligner to matematiske konsepter innenfor variasjonsteorien er en *kontrast* involvert. Kontrast kan ligne noe på moteksempler eller motargumenter som man gjerne er kjent med fra matematikken i forbindelse med generalisering. For å kunne forstå hva som er unikt og hva som kjennetegner et objekt må man også kunne peke på hva som *ikke* kjennetegner det gitte objektet, altså kontrast, hvor man må erfare ulike aspekter for å kunne forstå det ene aspektet (Marton & Pang, 2013). Marton og Pang (2006) sier at elevene må vite hva som er læringsobjektet, for at de skal ha mulighet til å lære. For å kunne skille mellom hva som skal læres må de få muligheten til å oppleve potensielle alternativer. De gir eksempel på at man ikke kan skille farger på ting, hvis det er bare én farge (Marton & Pang, 2006). Undervisning som tar i bruk kontrast gjør det for å åpne opp for variasjon slik at elevene kan tilegne seg nye betydninger til konseptet (Marton & Pang, 2013). Etter kontrast er det viktig å følge opp med generalisering slik at elevene kan knytte den nye kunnskapen til aspektet som oppdages. For å kunne generalisere en idé, må man oppleve likhet og noen konkrete egenskaper i ulike eksempler (Kullberg et al., 2017).

Når en lærer skal planlegge en undervisning fra et variasjonsteoretisk perspektiv må de avgjørende aspektene ved undervisningen komme godt frem. Variasjon kan bestå blant annet av generalisering og kontrast. Det er viktig å være bevisst på de aspektene man ønsker å jobbe med, legge opp til et spekter av variasjon, og avklare hvilke fenomener som anses som avgjørende for læring av det aktuelle aspektet. I tillegg til å gi elevene eksempler på variasjon er det viktig at læreren også gjør elevene oppmerksom på de ulike variasjonene (Kullberg et al., 2017).

For å skille mellom lærerens mål for undervisningen, hva som er gjort mulig å lære og hva elevene faktisk har lært, brukes begrepene *tiltenkte (mål)*, *vedtatte (gjort mulig)* og *levde (lært)* læringsobjekt. Begrepene henger tett sammen, og de ulike fasene i opplæringen er avhengige av hverandre. Det er ikke sikkert lærerens tiltenkte mål er muliggjort i gjennomføringen, og det kan føre til at det som blir lært ikke står i samsvar med det opprinnelige målet (Kullberg et al., 2017; Marton & Pang, 2006).

### 2.1.1 Matematiske representasjoner

Da matematikk består av abstrakte, usynlige ideer, har man ingen direkte tilgang på matematiske fenomen, og det er gjennom ulike representasjoner man kan få tilgang til elevenes matematiske kunnskap (Bobis & Way, 2018; Duval, 1999). I variasjonsteorien er målet til læreren at elevene skal få tilgang til aspektene rundt et matematisk fenomen, og variert bruk av matematiske representasjoner er en måte læreren kan hjelpe elevene kan oppnå dette på. Matematiske representasjoner er dermed både en måte å oppnå kunnskap om aspektene, og en måte å kunne se hvilken kunnskap elevene innehar.

Bruk av varierte representasjoner i matematikkundervisning er viktig da de spiller en sentral rolle i elevers utvikling av begrepsforståelse. Noen ser på det som mest hensiktsmessig å benytte seg av én representasjon per matematiske idé, mens andre ser på det som nødvendig med flere representasjoner for å hjelpe utviklingen av ulike konsepter og kognitive prosesser (Bobis & Way, 2018). I lys av variasjonsteorien vil bruk av flere representasjoner vil være mest hensiktsmessig, da det kan gi elevene mulighet til å oppdage de avgjørende aspektene for læringsobjektet (Kullberg et al., 2017). Små barn som ikke har gått over til formalisert matematikk benytter sine hverdagserfaringer når de skal representere matematikk (Bobis & Way, 2018). Elevenes individuelle måter å gi mening til matematikken på vil være verdifulle å ta utgangspunkt i for videre la elevens fulle læringspotensiale bli utnyttet (MacDonald, 2013). Ulike matematiske fenomener kan representeres på ulike måter, for eksempel gjennom digitale produksjoner, tegning, symboler, gestikulering og lek. En viktig del av jobben til matematikklæreren er å sørge for at elevene ved bruk av representasjoner oppdager avgjørende aspekter ved læringsobjektet, og skaper en forbindelse mellom disse (Bobis & Way, 2018; Kullberg et al., 2017). Det vil være hensiktsmessig å ha støtte fra en matematikklærer, som kan hjelpe elevene med å matematisere situasjonen ved å bygge en bro mellom deres representasjoner og over til det matematiske læringsobjektet (Bobis & Way, 2018).

En form for representasjon er gester, som kan støtte kommunikasjonen hos elever som ikke har et ferdigutviklet matematisk vokabular. Gester kommer gjerne sammen med andre representasjoner, for eksempel som forklaring av en tegning eller verbal kommunikasjon. Forskning har vist at gestikulering kan benyttes som en bevisst pedagogisk strategi, da lærere som gestikulerer kan påvirke hvordan elevene tenker og gestikulerer selv (Bobis & Way, 2018). MacDonald (2013) beskriver to former for representasjoner, indre og ytre. De indre representasjonene omhandler hvordan individet mentalt forespeiler seg et matematisk konsept basert på erfaringer og observasjoner. De ytre representasjonene er en fysisk representasjon eller kommunisering av individets mentale bilder. Dette kan for eksempel være i form av gester, tegning og bruk av fingrene.

Når representasjoner ikke fungerer, trenger ikke feilen ligge i selve representasjonene, men i det at det blir antatt at elevene kan gi mening til representasjonene når de benytter seg av det (Bobis & Way, 2018). Duval (1999) beskriver viktigheten av at elevene kan veksle mellom representasjonsmodeller, da det kan vise at de har forståelsen av det matematiske fenomenet, og ikke kun forståelse for representasjonen selv. For eksempel hvis en elev kan representere et regnestykke i brøk med et kakediagram, men ikke løse et numerisk regnestykke, kan det indikere at eleven kun har forståelse for brøk representert som et kakediagram, og ikke selve konseptet brøk.

### 2.1.2 Konkreter i matematikk

Konkreter er en form for matematisk representasjon. I begynneropplæringen i matematikk blir konkrete ofte brukt som hjelpemiddel for elevene. Det finnes ulike konkrete som kan benyttes som støtte i problemløsning, og fokuset vil i dette tilfellet ligge på fingrene. Konkreter er ment som et hjelpemiddel for å forstå matematiske begrep, konstruere ideer og gjøre det enklere å gi mening til det matematiske problemet (Newman, 2016). Hensikten med bruk av konkrete er å hjelpe til å oversette abstrakte matematiske aspekter på en konkretisert og eksplisitt måte. De appellerer til flere sanser, både fysisk og visuelt, slik at elevene får mulighet til å danne seg en fysisk erfaring av det abstrakte

fenomenet. Dette kan føre til at elevene danner et større repertoar av mentale bilder av det gitte fenomenet, som videre kan brukes når andre oppgaver skal løses (Moyer, 2001). Moyer (2001) skriver at forskning for det meste støtter bruk av konkreter, men at det ikke garanterer for tilegnelse av konseptuell forståelse. For at konkretet skal være til støtte for elevene, må de kjenne det så godt at de bruker det automatisk. Selv om forskning viser at elever som tar i bruk konkreter presterer bedre enn de som ikke gjør det, er det viktig å være bevisst på at et konkret kun er et verktøy og at det ikke er meningsbærende i seg selv. Det er elevenes handlinger og refleksjoner som gir konkretene mening og det oppstår i samspillet mellom elever og lærer i den matematiske diskursen i klasserommet. Dermed er det elevenes samspill og hensiktsmessige bruk av konkretene som avgjør de matematiske prestasjonene, ikke konkretet i seg selv (Moyer, 2001).

### 2.1.3 Fingre som telleredskap

Fingre kan benyttes som et konkret. De er lett tilgjengelig og har en tilknytning til mentale representasjoner. Forskning viser at bruken av fingre som konkreter kan forbedre hukommelsen og forståelsen, og at de kan være bedre enn andre konkreter da de er konstant tilgjengelige, og man har mye erfaring med å benytte fingrene som hjelpemiddel (Newman, 2016). Fingertelling hos større barn blir ofte sett på som støtte for de med matematikkvansker, men forskning har vist at elever som har automatisert fingertelling, og som gjorde dette spontant, har bedre telleprestasjon enn de som ikke gjorde det (Newman, 2016; Kullberg & Bjørklund, 2020).

Et essensielt poeng ved bruk av fingre i aritmetikkopplæring er å se på *hvordan* barn bruker fingrene i stedet for å ensidig fokusere på om fingrene skal brukes eller ikke. Fingrene kan brukes som en representasjon av tall, for eksempel når man presenterer en nummerrekkefølge eller skal holde orden på tall som er talt eller ikke. Fingrene kan også bli brukt til å vise strukturen i et tall, presentere de ulike delene som et tall inneholder i form av tallbilder. En hel hånd kan for eksempel både bli sett på som fire og en finger, men også som tre og to fingre (Kullberg & Bjørklund, 2020).

## 2.2 Del-del-hel, kardinalitet og ordinalitet

Barns hverdagslige matematikk blir formalisert i opplæringen på skolen. De fleste barn starter med å se på  $5 + 3$  som annerledes enn  $3 + 5$ , hvor de kanskje forventer forskjellige utfall. Senere vil de gå over til en mer formell tankestrategi, som anser 3 og 5 som deler av en hel 8 (Anghileri, 2006). De vil da under subtraksjon kunne se at delen med 3 forlater 5 i helheten 8, og at det som da gjenstår må være mindre enn den hele 8. Addisjon og subtraksjon er sterkt knyttet sammen ved at de samme tre tallene i ulike kombinasjoner vil resultere i det samme svaret. Å lære elevene del-del-hel kunnskap og konseptet om delte tall, kan det føre til sterkere tallforståelse ved at de har muligheten til å se sammenhenger mellom tall og dets deler (Baroody, 2016).

Barn som utelukkende benytter seg av tellestrategier har større problemer med å løse matematikkoppgaver. Om elevene lærer å dele opp tallene i mindre deler tidlig i opplæringen, vil det føre til bedre forståelse senere i opplæringen. Ved å benytte seg av



slike strategier får elevene erfaring med deler av tall, som benyttes til å få en bedre oversikt over oppgaven, eller endre oppsettet slik at utregningen blir lettere å gjennomføre (Kullberg et al., 2020). Kullberg et al. (2020) konkluderer med at elever må ha kunnskap om del-del-hel relasjoner på de ti første tallene for at de skal kunne lykkes i matematikk. Et argument som blir presentert er at manglende kunnskap om del-del-hel relasjonen ved tall kan føre til lavere tallforståelse. Som et resultat av dette kan elever ta i bruk strategier som er lite hensiktsmessige for oppgaven. Kullberg et al. (2020) mener at del-del-hel relasjonen til tall kan bli oppdaget av elevene ved at de får strukturere matematikkoppgaver på ulike måter, med konkreter eller fingre.

To aspekter som er sentrale for tallforståelsen er det kardinale og det ordinale aspektet for tall. Det kardinale aspektet omhandler mengde og innebærer at den som teller forstår at tallet de slutter på representerer en mengde, ikke bare et siffer. Barn som akkurat har lært seg rekkefølgen i tallrekka, vet ikke nødvendigvis at tallet *fire* representerer en mengde. Det er ikke selvsagt at de vet at fire epler er samme mengde som fire bamser, selv om de har lært seg å gjengi tall ved å telle en-to-tre-fire. Først når de innser at tallene representerer en mengde har de oppnådd kardinalitetsforståelse (Anghileri, 2006). Det ordinale aspektet ved tall dreier seg om hvilken plass tall har i tallrekka. Når barn har fått forståelse for det ordinale aspektet vet man at tallet *fem* kommer etter *fire* og at tallet *seks* kommer etter *fem*. Det ordinale aspektet krever også at man har en-til-en korrespondanse, som vil si at man har kontroll på at objektene blir talt bare én gang (Anghileri, 2006).

### 2.3 Rammeverk for å analysere

Rammeverket vi har valgt oss er basert på variasjonsteori. Vi har tatt utgangspunkt i Bjørklund et al. (2018), Kullberg et al. (2020) og Bjørklund & Reis (2020) sine studier. Å benytte deres studier som rammeverk var relevant for oss fordi de har utformet oppgaver og analysekategorier som er basert på fingertelling. Da vi er ute etter hvilke fingertellingsstrategier et utvalg elever bruker i del-del-hel oppgaver vil disse oppgavene potensielt kunne besvare problemstillingen vår. Vi baserer i stor grad vår forskning på deres studier, og valgte dermed å benytte oss av deres oppgaver og analysekategorier.

Bjørklund et al. (2018), Kullberg et al. (2020) og Bjørklund & Reis (2020) hevder at barn som lærer å bruke fingermønster for å håndtere del-del-hel relasjoner vil lære å løse matematikkoppgaver på hensiktsmessige måter, som vil resultere i bedre og dypere forståelse. Når man teller med enkle enheter, vil kunnskap om ordinalitetsprinsippet påvirke resultatet, og når man viser et tallbilde vil kardinalitet og del-del-hel prinsippet være de faktorene som påvirker. Mangel på kunnskap om disse egenskapene ved tall vil potensielt kunne begrense elevens regneferdigheter (Bjørklund & Reis, 2020). Med bakgrunn i dette vil det være hensiktsmessig å se på disse aspektene i tillegg til fingertelling, som er hensikten med FASETT.

Kullberg et al. (2020) har hatt en studie med utgangspunkt i at barn må få oppdage del-del-hel relasjoner samtidig som de får erfaringer med kardinalitet og ordinalitet for å løse matematiske problemer. De gjengir at det er kritisk for barns utvikling av regnestrategier at de har kompetanse til å skille og håndtere strukturen i additive relasjoner, som består av del-del-hel relasjoner. For at elever skal bli i stand til å finne sammenhengen mellom den ukjente og de kjente delene av et matematisk problem, må de bli oppmerksomme på

relasjonene og egenskapene til tallene. For eksempel i regnestykket  $3 + \_ = 8$  (Kullberg et al., 2020).

Bjørklund & Reis (2020) ser på hvordan barnehagebarn bruker fingrene i problemløsning. De ønsker å se nærmere på om det er en sammenheng mellom tallforståelse og hvordan barn bruker fingrene. For å se nærmere på dette ble det utført en studie bestående av to deler, hvor den ene omhandlet å få barna til å vise fingrene i såkalte «show a number» oppgaver, og den andre baserte seg på kontekstproblemer (Bjørklund & Reis, 2020). Formålet med «show a number» oppgavene var å få et innblikk i barnas forståelse for kardinalitet, da det vil vise om barna kan tallbilder som er innøvde, eller om de har forståelse for mengden i tallet som blir presentert. Kontekstproblemene i studien er lik de som ble presentert i Bjørklund et al. (2018), Kullberg et al. (2020) og (Bjørklund & Reis, 2020).

I studien ble det beskrevet tre kategorier som kom ut fra deres analyse. Kategoriene er; «Fingers as an image of numbers», «fingers to create numbers of single units» og «fingers to visualize the structure of numbers» (Bjørklund & Reis, 2020). Kategoriene vil bli oversatt og forklart nærmere.

«Finger as an image for numbers» omhandler at eleven benytter fingrene som et symbol for et tall. Tallbildet er automatisert og har ikke nødvendigvis tilknytning til det kardinale eller ordinale aspektet. Når et tallbilde er automatisert kan eleven bruke fingrene for å representere tallet som et bilde og ikke som en mengde (Bjørklund & Reis, 2020). Kategorien vil videre bli omtalt som «fingre som automatisert tallbilde».

«Fingers to create numbers of single units» er når elevene tar opp en og en finger i prosessen med å skape et helt tall. Barn som benytter seg av denne strategien må vite når de har tatt opp nok fingre og de ser ikke nødvendigvis sammenhengen mellom telleprosessen sin, selve tallet og tilknytningen til andre tall. Resultatet av dette er at de ikke får en erfaring med tallet som er hensiktsmessig i løsningen av den gitte oppgaven (Bjørklund & Reis, 2020). Vi har oversatt denne kategorien til å hete «fingre former tall med enkle enheter».

«Fingers to visualize the structure of numbers» dreier seg om del-del-hel relasjonene i tall. 6 kan bli representert som 3 og 3, eller 5 og 1. Disse representasjonene visualiserer strukturen i tallet og kan belyse manglende deler for å finne totalen. Elever som mestrer å visualisere strukturen i tall kan anse et tall som en mengde som kan endres på, utvides og deles opp, og dermed erfare del-del-hel relasjonen i tall, i stedet for å anse tall som et isolert bilde eller kun som enkle enheter (Bjørklund & Reis, 2020). Oversettelsen vi har brukt er «fingre for å visualisere strukturen i tall».

### 3.0 Metode

I dette kapittelet vil de metodiske valgene for studien og prosessen for datainnsamlingen bli presentert. Metoden for analyse av datamaterialet vil bli presentert, og avslutningsvis vil etiske og metodekritiske betraktninger samt studiens troverdighet bli diskutert.

#### 3.1 Forskningsdesign

«Metodologi omhandler tilnærmingene som brukes i forskning, og dreier seg om de grunnleggende måtene å oppnå kunnskap på» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 91). Vi har utført en kvalitativ enkeltcasestudie for å svare på problemstillingen: *Hvilke fingertellingsstrategier bruker et utvalg elever på første trinn når de løser del-del-hel oppgaver?*

Kvalitativ forskning blir ofte gjennomført med bakgrunn i et konstruktivistisk perspektiv. Vår studie vil bli presentert fra et konstruktivistisk perspektiv. Perspektivet anser virkeligheten som noe som skapes i samspill med de individene som er i den gitte situasjonen. Man ønsker å forstå og finne meningen som mennesker har konstruert basert på sin egen erfaring. Kunnskapen oppstår i samspill mellom forskeren og forskningsdeltakeren (Postholm & Jacobsen, 2011; Postholm & Jacobsen, 2018). Som forsker med et konstruktivistisk syn anser man kvalitativ tilnærming som den ideelle metoden for forskning. Det legges vekt på individenes måte å tolke og konstruere virkeligheten på, noe som kun kommer til syne ved eksplisitt observasjon og samtale med individene som forskes på. Ved en slik tilnærming vil man få et dypere innblikk i variasjonene som ligger til grunn i fortolkningene til enkeltmennesker (Postholm & Jacobsen, 2018).

##### 3.1.1 Enkeltcasestudie

Studier som tar for seg noe som er avgrenset i tid og rom, «en case», kalles samlet for casestudier. Her studerer forskeren og setter søkelys på en gruppe, et individ, en organisasjon og lignende. Det som studeres har en definert kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018). Casestudier karakteriseres ved at det er et lite antall personer eller institusjoner som er involvert i undersøkelsen (Befring, 2007), og at det blir hentet inn mye informasjon fra de involverte. Kvalitative tilnærminger som observasjon og intervju er vanlige å ta i bruk i slike studier, og ofte en kombinasjon av flere (Christoffersen & Johannessen, 2012). Som forsker har man nokså frie tøyler når det kommer til gjennomføring av en casestudie, da studieformen er relativt åpen og ikke har noen klar fasit (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Innenfor casestudier er det ulike variasjoner. Man kan for eksempel se på flere caser og sammenligne dem, eller fokusere på en case. Casestudier inneholder flere dimensjoner, da man kan se på en eller flere caser opp mot hverandre, og ha fokus på én eller flere analyseenheter. I vår studie har vi hatt et enkelt casedesign (Christoffersen & Johannessen, 2012), også kalt enkeltcasestudie. En slik forskningsmetode baserer seg ikke på et spesielt utvalg deltakere, dermed må en som forsker forsøke å finne et tilfelle som kan ansees som vanlig eller typisk for det en ønsker å undersøke (Befring, 2007).

I en enkeltcasestudie ønsker forskeren å se nærmere på, og få forståelse for det som skjer innad en spesiell kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018), i vårt tilfelle en elevgruppe på første trinn. Det er da akkurat denne elevgruppen som står i fokus, hvordan de handler, samarbeider, reflekterer og løser oppgaver (Postholm & Jacobsen, 2018; Christoffersen & Johannessen). Som et resultat av enkeltcasestudier vil man ofte få det som kalles «lokal kunnskap», altså kunnskap som gjelder kun den spesifikke konteksten som studeres. Det kan da diskuteres om den kunnskapen som har kommet ut av den spesifikke studien vil ha overføringsverdi for andre (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil vi se nærmere på i **3.6** metodekritiske betraktninger og studiens troverdighet.

## 3.2 Datainnsamling

### 3.2.1 Kontekst og utvalg

Studien ble utført på en skole i utkanten av en storby og elevene gikk i 1. Klasse og var mellom 6 og 7 år. Vi var kjent med skolen hvor studien ble utført da vi hadde hatt praksis på denne skolen. Tidligere praksislærer satte oss i kontakt med en kontaktlærer på 1. trinn som sa seg villig til at vi kunne komme og gjennomføre studien vår. Vi ble oppdatert fortløpende om et omtrentlig antall elever som hadde godkjenning til å delta slik at vi kunne tilpasse oppgavene våre. Gruppene ble delt inn tilfeldig av oss, uten bakgrunnskunnskap til elevene eller deres måloppnåelse. Elevene hadde ikke hatt formell opplæring i bruk av fingrene som hjelpemiddel.

Det var flere faktorer som spilte inn i avgjørelsen av hvilke elever som skulle delta i studien. Studien var avhengig av *både* video- og lydopptak, noe som innebar en underskrevet samtykkeerklæring fra foresatte om at deres barn ønsket, og fikk lov til å delta i studien. I samtykkeerklæringen var det to alternativer man kunne krysse av på, den ene var å delta på undersøkelsen og den andre var å godkjenne videoopptak (se **vedlegg 1** for samtykkeerklæring). Det varierte hva som var krysset av, og det resulterte i at det var 8 elever som kunne delta i studien.

### 3.2.2 Metode for datainnsamling

Metoden som ble benyttet for å samle inn datamateriale var observasjon. Observasjon blir betraktet som en naturalistisk innsamlingsmetode da det blir gjennomført i naturlige omgivelser og ikke i et laboratorium (Postholm & Jacobsen, 2018). Å observere omhandler mye mer enn å bare se på omgivelsene, nemlig å bruke alle sansene sine for å lese og tolke situasjonen man er i (Postholm & Jacobsen, 2011).

Observasjon som metode brukes både innenfor induktiv og deduktiv forskning. En induktiv tilnærming omhandler å gå inn i en situasjon, ut i feltet, med et «åpent sinn». Forskerens forkunnskap spiller ikke inn på det som forskes på, og fokuset ligger på det som studeres. Ved en deduktiv tilnærming har man gjerne dannet seg ulike hypoteser på forhånd som ikke skal endres under forskningen. Disse hypotesene tas med inn i forskningen som forskeren ønsker å avkrefte eller bekrefte med sin studie (Postholm & Jacobsen, 2011). I vår studie ble en induktiv observasjonsmetode benyttet. Vi gikk inn i observasjonen vitende om hva vi ønsket å forske på, men annet enn det var vi veldig åpne for hvordan

observasjonen kunne utspille seg. Vi hadde en problemstilling og et sett med oppgaver elevene skulle få, samtidig som vi var åpne for at fokuset og problemstillingen kunne endre seg, dersom observasjonen tok en annen retning (Postholm & Jacobsen, 2011).

Gold, referert til i Postholm og Jacobsen (2018) har definert ulike roller en kan ha som observatør. Disse rollene strekker seg fra «fullstendig observatør», hvor forskerens deltakelse er liten og avstanden til det som forskes på er stor, til «fullstendig deltaker», hvor forskerens deltakelse er stor og avstanden til det som forskes er liten (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien ble rollen «fullstendig deltaker» benyttet. Når man observerer som «fullstendig deltaker» er man en del av det som observeres. I denne rollen kan man, som i vårt tilfelle, delta i aktivitetene med elevene og spørre og snakke med dem (Postholm & Jacobsen, 2018).

Observasjon er en metode som det er stor tiltro til (Postholm & Jacobsen, 2018). Metoden brukes ofte i kombinasjon med andre metoder, da forskerens subjektivitet kan farge datamaterialet som blir samlet inn. Både bevisst og ubevisst vil forskerens tanker, følelser og tolkninger påvirke hvordan observasjonen blir sett og lest, noe som igjen vil påvirke hvordan datamaterialet blir samlet inn og tolket (Postholm & Jacobsen, 2018).

Da vår studie omhandler elevers bruk av fingrene var det kritisk for oss å kunne bruke videokamera. Med tanke på dette, og at vi var «fullstendige deltakere» under observasjonen valgte vi å bruke videokamera for å filme observasjonene våre. Slik kunne vi sikre at vi var til stede med elevene uten å fokusere på å skrive notater, og for å kunne se tilbake på datamaterialet og prøve å unngå at våre subjektive oppfatninger av situasjonen skulle farge datamaterialet for mye. Ved bruk av videoopptak har man også mulighet til å gå tilbake å se på datamaterialet om og om igjen så mange ganger man måtte ønske og ha behov for (Postholm & Jacobsen, 2011). Det vi ønsket å observere var visuelt i form av gester og håndbevegelser, noe som gjorde at notater ikke ville vært tilstrekkelig. Et videokamera vil være synlig for elevene og de må informeres om at de vil bli filmet. Dette vil kunne påvirke datainnsamlingen da elevene kan fokusere for mye på at det er et videokamera der eller oppføre seg annerledes enn de pleier med tanke på kameraets tilstedeværelse som noe nytt og fremmed. Dette kommer vi tilbake til i **3.6** Metodekritiske betraktninger og studiens troverdighet.

### 3.2.3 Gjennomføring

Gjennomføringen ble gjort i løpet av én dag. Første del av dagen ble brukt til å bli kjent med elevene og presentere oss slik at de visste hvem vi var og hva vi gjorde der. Vi fortalte elevene at vi var lærerstudenter som ønsket å se hvordan førsteklasse løste matematikkoppgaver, at vi kom til å ta dem ut i grupper for å se hvordan de løste ulike oppgaver, og snakke med dem om det. På den måten kunne vi forsikre oss om at alle elevene fikk den samme informasjonen og visste hva som kom til å skje i løpet av dagen. I samråd med kontaktlærer ble vi enige om at det kun var elevene som skulle delta i studien som ble tatt ut av timen. Elevene var vant til at medelever i klassen kommer og går, og aksepterer at ikke alle er med til enhver tid. Det ble da konkludert med at det beste for klassen var å bare ta ut de elevene med godkjenning fra foresatte, mens resten forholdt seg til vanlig undervisning.

Elevene ble delt inn i grupper på 3, 3 og 2. Dette var bestemt på forhånd. Vi ønsket ikke større grupper da det kunne blitt uoversiktlig med tanke på at vi var ute etter å se på deres bruk av fingrene. Grupper på 2-3 elever var hensiktsmessig med tanke på at elevene hadde noen de kjente i rommet, samtidig som det var hensiktsmessig med tanke på praktisk gjennomføring av videoopptak. Da kom elevene tydelig fram i kameraets sone, og kameraet kunne være nært nok til at man tydelig ser hva elevene gjør med fingrene.

Selve datainnsamlingen ble gjennomført i en ordinær undervisningstime på et grupperom skjermet for støy utenfra. Vi hadde på forhånd satt opp videokamera inne på grupperommet slik at kameraet ville få med seg alle elevene. Det ble gjort slik for at elevene ikke skulle bli distraheret og opphengt i kameraet når datainnsamlingen skulle foregå. Gruppene ble tatt ut en og en av gangen. De ble informert om at det sto et kamera inne på grupperommet. Elevene satte seg på anviste stoler. Oppgavene ble gitt muntlig, og vi tok for oss en og en oppgave av gangen. Vi gjentok spørsmålet flere ganger dersom elevene hadde behov for det. Hvis vi så at elevene brukte fingrene for seg selv ble de spurt om å vise hendene til resten. Vi fulgte opp utsagnene til elevene, og ba dem utdype hvis de fortalte noe vi syntes var interessant.

### 3.3 Oppgavene

Oppgavene vi har benyttet oss av er hentet fra eller inspirert av Bjørklund & Reis (2020), Bjørklund et al. (2018) og Kullberg et al. (2020). Vi benyttet oss av disse fordi oppsettet i deres oppgaver passet godt inn i hva vi ønsket å undersøke, og deres studie kan ha noe overføringsverdi til norsk skolekultur, da svensk og norsk skole har noen likhetstrekk. Vi så også på det at oppgavene var lagt opp til å benytte fingrene, noe som kunne svare godt til vår problemstilling «*Hvilke fingertellingsstrategier bruker et utvalg elever på første trinn når de arbeider med del-del-hel oppgaver?*».

Aktivitetene som ble utformet av Kullberg et al. (2020) ble basert på de avgjørende aspektene som ble identifisert, og ble gjennomført flere ganger i løpet av deres studie. De avgjørende aspektene var at tall kan bli representert som fingre, tall har en del-del-hel relasjon og at tall kan bli representert som ulike fingermønster (Kullberg et al., 2020). To av aktivitetene vil bli presentert da det er disse vi har tatt i bruk i vår studie.

Vi anser at læringsobjektet i vår studie er elevenes oppdagelse av at det er en del-del-hel relasjon i tall, og det avgjørende aspektet er at tall kan representeres på ulike måter ved bruk av fingrene. Vi gjennomførte oppgaver for å se hvilke strategier elevene benyttet seg av, og om del-del-hel relasjonen ble oppdaget som resultat av dette. Hensikten med oppgavene var ikke å lære elevene noe nytt. Vi ønsket å se datainnsamlingen fra et variasjonsteoretisk perspektiv og har dermed utformet hva vi anser som læringsobjekt og avgjørende aspekter i vår studie. Da fokuset i vårt avgjørende aspekt er nokså likt Kullberg et al. (2020) sitt fokus, valgte vi å basere oss i stor grad på deres oppgaver. Deres fokus, som videre formet oppgavene, samsvarer med det vi ønsker å forske på, og dermed anser vi at oppgavene deres vil passe godt til vår studie. Ved å ta utgangspunkt i tre av deres oppgaver har vi også muligheten til å se om det er noen likheter i studiene.

*The statement game*, ble oversatt til terningspillet. Spillet går ut på at elevene skal vise at tall kan representeres på ulike måter ved bruk av fingrene. Det fungerer slik at elevene skal gjette hva en terning lander på før den kastes, før de viser med fingrene hvilket tall

de tenker på. De blir også oppfordret til å bruke begge hendene for å vise tallbildet. Deretter kastes terningen for å se om de gjettet riktig. Målet med spillet var å oppleve ulike oppdelinger og sammensetninger av tall, ordinalitet og kardinalitet (Bjørklund et al. 2018; Kullberg et al. 2020).

*Context problems*, oversatt til kontekstproblemer, dreier seg om addisjon, subtraksjon og sammenligning med mengder opp til ti. Målet med oppgaven var at elevene skulle få oppdage aspektet kommutativitet, relasjonen mellom addisjon og subtraksjon, og del-del-hel relasjonene til tall (Bjørklund et al. 2018; Kullberg et al. 2020).

Et eksempel på et kontekstproblem er "Fem bjørner gikk tur i skogen, og tre stakk av; hvor mange bjørner var det igjen?" (Kullberg et al. 2020).

### 3.3.1 Oppgaver i vår studie

#### Oppgave 1

*To grupper med bjørner skal på hyttetur. Det er to hytter. 3 bjørner går i den ene og 4 i den andre. Vis dette med fingrene.*

- a) *I den lille hytta med 3 bjørner ble det trangt, så den ene gikk til den andre hytta. Hvor mange bjørner er det i hver hytte nå?*
- b) *Hvor mange bjørner er det tilsammen i begge hyttene?*
- c) *Det kommer enda en bjørn på besøk. Hvor mange bjørner er det nå? Hvordan kan de fordele seg i de to hyttene?*

Vi startet med oppgave 1 for å se hvordan elevene benyttet fingrene sine. De ble først bedt om å vise to grupper med bjørner, noe som vi tenkte var en god inngang til å ta i bruk fingrene. Oppgaven ble presentert muntlig for elevene slik den er beskrevet ovenfor. Vi tok for oss et og et punkt i oppgaven av gangen. På denne måten ga vi elevene rom til å tenke og gjøre seg ferdig med et og et spørsmål. At bjørnene flytter på seg, ga mulighet til å oppdage læringsobjektet, del-del-hel relasjonen i tall, da den sammen mengden med bjørner ble delt i ulike grupper i løpet av oppgaven. Slik oppgaven ble presentert var det også rom for å se på kommutativitet når en bjørn byttet hytte, men den totale mengden forble den samme. I de tre første delene av oppgaven var det ett svar som var korrekt da de fikk en konkret beskjed om hvor bjørnene flyttet seg og hvor de gikk. I siste del av oppgaven, da elevene ble spurt om hvordan den nye mengden med bjørner kunne fordele seg var det rom for ulike svar og det ble oppfordret til å vise ulike måter bjørnene kunne fordele seg i to hytter.

#### Oppgave 2

*Bjarne har bursdag og skal dekke på bordet.*

- a) *Han har 3 glass, men skal dekke bordet til 8 personer. Hvor mange glass mangler han?*
- b) *På bursdagsfesten sprakk 3 ballonger og da var det bare 6 igjen. Hvor mange hadde han blåst opp?*

Oppgavene 1 og 2 er direkte hentet fra Bjørklund & Reis (2020) og Kullberg et al. (2020). Oppgave 2 har en annen struktur og må løses annerledes enn oppgave 1.

Oppgave 2 ble gitt muntlig, en og en del av gangen, hvor elevene fikk mulighet til å løse oppgaven i mellomtiden. Oppgave 2a kunne løses ved bruk av addisjon og subtraksjon. Vi ønsket å se om elevene brukte fingrene til å få en oversikt over de 8 som skulle i selskapet for å videre trekke fra 3 for å løse oppgaven, eller prøvde å finne ut hva som måtte legges til 3 for å nå 8. Dette ga muligheten til å oppdage del-del-hel relasjonen i tallet 8.

Oppgave 2b kunne også løses med både addisjon og subtraksjon. I likhet med oppgave 2a ønsket vi å se hvilken strategi elevene brukte for å løse oppgaven, og om de tok i bruk fingrene som hjelpemiddel.

Oppgaver med additive situasjoner kan struktureres på ulike måter (Carpenter et al., 1993). Hvordan man varierer teksten, og hvordan man setter opp den ukjente i oppgaven vil gi ulike løsningsstrategier. En av strukturene en oppgave kan ha innenfor additive situasjoner er kombinere-separere. Et eksempel på denne strukturen er: Bea og Bo har 13 sprettballer til sammen, hvis Bo har 5, hvor mange har Bea? Her blir kombinasjonen av sprettballer presentert som 13, mens den ene delen er 5, og den andre ukjent. Kategorien kombinere-separere handler om relasjonen mellom tall. Oppgavene innebærer også en større grad av abstraksjon, selv om de kan løses ved telling (Solem et al., 2018). Det er viktig at elever får erfaring i ulike kategorier innenfor additive situasjoner. Når man adderer må man også kunne kjenne igjen ulike additive strukturer, og de må få muligheten til å møte addisjon i en annen form enn «legge til» og subtraksjon i en annen form enn å «ta bort». I en additiv situasjon vil det viktige fokuset være å forstå hva som blir spurt etter, og å analysere oppgaveteksten før man finner en fornuftig løsningsstrategi. (Solem et al., 2018). I denne oppgaven ble strukturen satt opp med en kombinere-separere struktur, noe som vil kreve litt mer abstrakt tenking av elevene, men som også er viktig med tanke på variasjon i strukturen i additive situasjoner. *Kontrasten* til addisjon er subtraksjon, og ved å gi elevene en oppgave med denne utformingen gis det rom for at elevene oppdager denne kontrasten.

### Oppgave 3

*Vi skal fordele 5 drops i to grupper. Hvordan kan vi fordele dem?*

Denne oppgaven ble gitt som siste oppgave i datainnsamlingen. Oppgaven ble gitt muntlig, og elevene fikk kun beskjed om at de skulle fordele 5 drops, ikke hvor mange grupper eller hvor mange drops som skulle i hver gruppe. Ved å ha arbeidet med fingrene og ulike grupperinger av tall ønsket vi å se hvordan elevene løste denne oppgaven. Ved å velge et oddetall drops viste vi at det kunne oppstå spørsmål ved at det ikke går an å dele dropsene likt. Vi ønsket å se hvordan elevene løste denne oppgaven, enten at de delte dropsene i to ulike grupper, eller om de var opphengt i at det skulle være like grupper, og eventuelt hvordan de løste det. Oppgaven ble utformet slik at elevene kunne oppdage del-del-hel relasjonen i tall, og at for å oppdage dette ville det være hensiktsmessig med bruk av fingrene. Oppgaven ble brukt som en liten oppsummering av det vi hadde arbeidet med. Hensikten med en oppsummeringsoppgave var å se om elevene brukte fingrene uten oppfordring, og på hvilken måte, etter å ha løst de andre oppgavene med fingrene.

### Oppgave 4

Som beskrevet tidligere innebærer spillet at elevene skal gjette hvilket tall en terning lander på, vise dette tallet på fingrene før terningen kastes. I tillegg til Bjørklund et al.



(2018) og Kullberg et al. (2020) sin beskrivelse av spillet, la vi til at dersom terningen viste et annet tall enn det de gjettet, skulle de også vise dette tallet med fingrene. Dette var den tredje oppgaven elevene ble gitt.

Oppgaven ble gitt muntlig til elevene, og de ble bedt om å vise tallet de gjettet. For å utfordre deres representasjoner av tall ble de utfordret til å vise tallet på to hender og å vise et annet tallbilde enn de andre elevene der det lot seg gjøre. Dette ble gjort for å vise og gjøre oppmerksom på at tall kan deles opp og representeres på ulike måter. Vi benyttet oss av dette spillet for å få muligheten til å se hvordan elevene representerte de ulike tallene de fikk på terningen, og snakke sammen om hvordan tallene kan representeres på flere måter. Slik fikk vi muligheten til å se om elevene hadde strategier som var hensiktsmessig å benytte seg av i forbindelse med bruk fingrene som støtte i del-del-hel oppgaver.

### 3.4 Metode for analyse

Da vi hadde samlet inn datamaterialet transkriberte vi videoen. Under transkriberingen anonymiserte vi deltakerne og organiserte materialet slik at vi fikk et oversiktlig bilde av datamaterialet vårt. Vi benyttet oss av analysekategorier som Kullberg et al. (2017) benyttet i sin studie, samt at vi utformet noen kategorier selv (se **2.3** Rammeverk for å analysere).

Transkripsjon vil automatisk medføre at man mister noe av konteksten rundt. Når man oversetter en situasjon bestående av veldig mange faktorer som for eksempel stemmeleie, kroppsspråk og stemning i rommet, over til nedskrevne ord, vil det være umulig å få med seg alle faktorene ved å kun observere. Ved å benytte seg av video åpnes muligheten for å kunne gå over situasjoner gjentatte ganger for å få med flere detaljer (Cohen et al., 2007). Likevel vil valgene forskeren tar om hvordan man setter opp kameraet og hvordan man velger å gjennomføre studien påvirke situasjonen. Når man transkriberer en video, vil det som skrives ned være tolkninger som forskeren gjør. Forskerens egne tanker og meninger påvirker hvordan datamaterialet defineres, og eksempler på dette kan være definisjoner av kort og lang pause, eller hva som er urolig atferd eller ikke. En transkripsjon vil dermed være en fortolket versjon av situasjonen (Cohen et al., 2007).

#### 3.4.1 Analyseverktøy

Det første som ble gjort var å transkribere og anonymisere videoopptakene vi hadde samlet inn. Datamaterialet ble anonymisert ved at noen elever fikk nytt kjønn og at alle ble gitt pseudonymer. Vi noterte oss interessante funn underveis i gjennomgangen av datamaterialet slik at de var enkle å finne igjen senere i analysen. Når man transkriberer er det viktig at man er nøye, slik at det reelle svaret som er gitt, blir transkribert ned. Små feil fra transkribent kan utgjøre store feil i studien (Bryman, 2016).

Det ble laget en egen transkripsjonsnøkkel som vi benyttet oss av, se **Tabell 1**.

Symbol	Forklaring
Lærer	Forsker
*navn*	Elev
T	Tommel
P	Pekefinger
L	Langfinger
R	Ringfinger
Li	Lillefinger
+	Løfter en og en finger
( )	Handlinger
[]	Kan ikke sees/høres
//	Skjer samtidig
....	Deler av transkripsjon tatt ut

Tabell 1 - Transkripsjonsnøkkel

Vi benyttet oss av videoopptak som datainnsamlingsmetode, og hadde da både lyd og video som skulle transkribes. Videoene ble gjennomgått flere ganger slik at vi var sikre på at vi hadde fått med oss alt som ble sagt og at det ble skrevet ned. Med utgangspunkt i rammeverket vårt ble det satt sammen en oversikt over kategorier vi ønsket å analysere datamaterialet ut fra. I gjennomgangen av datamaterialet ble elevbesvarelser plassert i kategorier som oppfyller de kriteriene som ble satt for hver kategori. Flere av elevenes strategier kunne vært plassert i flere kategorier. Strategiene ble plassert i sine respektive kategorier basert på hovedvekten i deres besvarelse. Vi anser hovedvekten i en elevbesvarelse som å være den strategien eleven legger mest vekt på i arbeidet med oppgaven. Avgrensningene vi gjorde i kategoriseringen ble utført fordi vi ønsket å gå nærmere inn på hovedstrategien til den enkelte elev. Vi tok utgangspunkt i, og analyserte elevenes hovedstrategi og deres fremgangsmåter i arbeidet med oppgavene de fikk.

De tre første kategoriene er direkte hentet og oversatt fra Bjørklund & Reis (2020) sine analysekategorier. Kategorien *oppfordring til variert bruk av fingrene* er inspirert av Kullberg et al. (2020). Vi la til at fingermønstrene var oppfordret av oss for å presisere at det ikke var en strategi som elevene brukte på eget initiativ. I løpet av datainnsamlingen fikk alle elevene på et tidspunkt beskjed om å bruke fingrene til å vise eller endre fingerbildet sitt. Det varierte når i datainnsamlingen de fikk beskjed, og hvor mange ganger de fikk det. Generelt sett ble alle elevene oppfordret til bruk av fingrene, derav *oppfordring til variert bruk av fingrene*. De resterende kategoriene oppsto i gjennomgangen av datamaterialet. De ble tatt med da vi så det nødvendig å blant annet vise hvor elever brukte hoderegning over fingertellingsstrategier, da hoderegning kan

ekskudere en fingertellingsstrategi selv om besvarelsen vises med fingrene i ettertid. Kategoriene våre ble lagd med Bjørklund & Reis (2020) og Kullberg et al. (2020) sine studier i bakhodet, og ønsket kategorier som kunne samsvare med deres, og som ville presentere relevante aspekter ved datamaterialet.

Kategoriene vi har brukt blir presentert og forklart nærmere nedenfor.

#### *Fingre som automatisert tallbilde.*

Dersom en elev viste et tallbilde uten å tenke seg om eller uten å telle seg fram til tallbildet, ble elevbesvarelsen plassert i denne kategorien. Det viser da at eleven kan eller har lært seg tallbildet og trenger ikke å tenke seg så mye om for å vise ønsket tall. Et tallbilde er en representasjon av en mengde presentert med fingrene.

#### *Fingre former tall med enkle enheter.*

Elevbesvareelser som innebar å telle seg fram, tenke og løfte en og en finger for å komme fram til riktig tallbilde havnet innunder denne kategorien. Tallbildet var da ikke automatisert da elevene ikke viste tallbildet med en gang.

#### *Fingre for å visualisere strukturen i tall.*

Denne kategorien omhandler elevbesvareelser hvor elevene brukte fingrene til å se de ulike delene som er i et tall. Ved å visualisere et tall med fingrene tenkes da for eksempel å holde opp tre fingre på en hånd og fire på den andre for å symbolisere tallet syv.

#### *Fingre som støtte og informasjonsholder.*

Dersom elevene benyttet seg av fingrene som støtte for å løse oppgaven, eller brukte fingrene til å holde orden på ulike deler i oppgaven (for eksempel tall i oppgaven) havnet besvarelsen deres innunder denne kategorien. Et eksempel kan være å at elevene benytter fingrene for å illustrere delene i oppgaven eller teller seg fram til riktig svar. I begrepet informasjonsholder legger vi at elevene benytter seg av fingrene for å holde orden på informasjonen oppgaven har gitt.

#### *Oppfordring til variert bruk av fingrene*

Kategorien omhandler at elevene tok i bruk fingrene og representerte tall som ulike fingermønstre ved å ha blitt oppfordret til å endre eller vise andre mønstre for et tall.

#### *Hoderegning uten fingre.*

Dersom en elev viste at den klarer å løse den gitte oppgaven uten bruk av fingrene som hjelpemiddel, kun ved å tenke eller resonnerer seg fram til svaret ble besvarelsen plassert i denne kategorien.

Vi hadde opprinnelig utformet 8 kategorier. Under arbeidet med datamaterialet så vi at kategoriene hadde kriterier som overlappet hverandre i så stor grad at fire kategorier ble slått sammen til to. Opprinnelig var kategorien *fingre som støtte og informasjonsholder* delt opp i *fingre som støtte til å løse oppgaven* og *fingre som informasjonsholder*. Kategorien *Oppfordring til variert bruk av fingrene* besto av *oppfordret bruk av fingre og tall blir representert som ulike fingermønstre oppfordret*.

For å få en oversikt over datamaterialet på tvers av elevgruppene ble det laget tabeller som omhandlet de ulike oppgavene, som inneholdt alle kategoriene våre (Se **Tabell 2**). Ved å få en oversikt over hva alle elevene gjorde i de ulike oppgavene ga det oss en bedre oversikt over hva vi skulle se etter. Da alle elevene var plottet inn i alle fire skjema, begynte vi å se etter sammenhenger i alle oppgavene. Sammenhengene vi så etter var eksempelvis om elevene benyttet seg av ulike strategier i de ulike oppgavene, brukte elevene fingrene kun når de ble bedt om det, og om de brukte fingrene som støtte til en eller flere av oppgavene.

Oppgave 1	Mathias	Anna	Olav	Kaja	Kristian	Emma	Asbjørn	Selma
Fingre som automatisert tallbilde								
Fingre former tall med enkle enheter								
Fingre for å visualisere strukturen i tall								
Fingre som støtte og informasjonsholder								
Oppfordring til variert bruk av fingrene								
Hoderegning uten fingre								

Tabell 2 - Oppgaveoversikt

### 3.5 Etske betraktninger

Overtredelser av etiske prinsipper blir mindre og mindre sannsynlig da det er en rekke forseggjorte rammer som sikrer forskning foregår etisk forsvarlig. Forskning som involverer barn eller sårbare mennesker krever spesiell tillatelse med hensyn til etikk (Befring, 2007; Bryman, 2016). En konsekvens av større bevissthet rundt det etiske ved forskning har ført til at enkelte praksiser ikke lengre er tillatt. Innenfor sosialpolitikk er det et sterkt syn på at de som forskes på bør involveres i prosessen (Bryman, 2016).

Vår forskning er gjort på barn i begynneropplæringen, noe som gjør det etiske spesielt viktig. Vi søkte til Norsk Senter for Forskningsdata, NSD, for å få godkjent studien vår (Se **vedlegg 2**). Flere av valgene som ble gjort underveis i studien, baserte seg på hva som var etisk forsvarlig for elevene. Vi valgte blant annet å ha grupper på to og tre elever, slik at de skulle få ha en trygghet i å være med noen kjente, da vi kom inn som fremmede voksne. Vi hadde også lagt opp til at oppgavene var gjennomførbare, samtidig som elevene som ikke deltok ikke gikk glipp av noe.

Det er tre grunnleggende krav som er knyttet til forskningsetikk i Norge. Kravene omhandler forholdet mellom forsker og forskningsdeltaker, og er: informert samtykke,

krav på privatliv og krav på å bli korrekt gjengitt (Postholm & Jacobsen, 2018). Når man skal delta i en studie eller invitere deltakere til å delta i en studie er det en forutsetning at deltakeren skal få all nødvendig informasjon til å gjøre en avgjørelse om en ønsker å delta, altså *informert samtykke*. Det omhandler at deltakeren skal delta frivillig uten internt eller eksternt press og at deltakeren vet om eventuelle konsekvenser, positive og negative, ved å delta i studien. Forskningsdeltakeren må være kompetent og selv kunne avgjøre fordeler og ulemper ved å delta. Når barn skal delta i forskning er det gjerne foresatte som tar denne avgjørelsen på vegne av barna, da de er mer kompetente til å ta den avgjørelsen. Selv om foresatte tar avgjørelsen på deres vegne, kan barna selv ytre om de ønsker å delta eller ikke. Barn som skal delta i forskning bør også få tilstrekkelig med informasjon om hva studien er og hvorfor den skal gjennomføres, og gis mulighet til å gjøre seg opp en mening om det. Dersom et barn ytrer at det ikke ønsker å delta i en studie, selv om foresatte har godkjent på deres vegne må det tas i betraktning. Deltakelse i forskning skal være frivillig (Befring, 2007; Postholm & Jacobsen, 2018). Selv om forskningen er godkjent av en foresatt som har tatt avgjørelsen på vegne av barnet vil det være i uetisk å fullføre studien dersom barnet uttrykker at det ikke vil. Bryman (2016) beskriver «harm to participants» som et sentralt etisk prinsipp innen forskning, og innebærer at forskningsdeltakeren ikke skal oppleve skade av noen slag ved å delta i forskningen. Skade innebærer da all fysisk og psykisk skade, stress, lav selvtillit med mer. Å ta med forskningsdeltakere som ikke ønsker å delta, vil ikke bare være et brudd på frivillighetskravet, men kan også gå under «harm to participants» som Bryman (2016) beskriver.

Som forskningsdeltaker skal man få full informasjon om hva forskningen handler om, hensikt, hvordan datamaterialet skal benyttes og eventuelle fordeler og ulemper. I praksis vil det ikke alltid være mulig å gi deltakerne absolutt all informasjon, og i noen tilfeller kan det gå på bekostning av studien (Postholm & Jacobsen, 2018). Slik var det i vår studie. Vi har gitt foreldre og elever informasjon om hvorfor vi ønsket å utføre studien, hva den handler om og hva den skal benyttes til, men vi har ikke fortalt elevene i detalj om at det er deres fingertellingsstrategier vi ser etter. Vi valgte å fortelle at vi ønsker å se på hvordan de løser oppgaver i matematikk og at vi skal skrive en oppgave om det. Dersom elevene hadde fått all informasjon om hva vi så etter kunne det ha påvirket datamaterialet, ved at de hadde løst oppgavene eller oppført seg annerledes ut fra det vi ønsket å se etter. Informasjonen som vi ga til dem blir en slags gylden middelvei, og blir beskrevet av Postholm og Jacobsen (2018) som *tilstrekkelig informasjon*. Den tilstrekkelige informasjonen skal inneholde hva hensikten med studien er og hvordan datamaterialet skal benyttes, noe vi informerte om. Foresatte fikk full informasjon om studien, men vi anså deres viten om studiens hensikt som uproblematisk.

Før studien startet ble det levert ut et informasjonsskriv til foresatte (se **vedlegg 1**). Skrivet omhandlet forskningsprosjektet, hva det handlet om og hvordan datainnsamlingen ville foregå. Her ble det også fortalt at det var frivillig å delta, og at det ikke ville bli noen konsekvenser, positive eller negative, ved å delta eller ikke. Det ble også presisert at de som deltok ikke ville gå glipp av vesentlig undervisning, og at man når som helst kunne trekke seg uten å oppgi en grunn. Da innsamlingen skulle foregå fikk vi en oversikt over alle som hadde godkjent å delta i prosjektet og delte elevene inn i grupper ut fra det. I møte med elevene presenterte vi oss som studenter og fortalte om oppgaven vi skulle skrive i korte trekk, og at vi ønsket å se på hvordan de, 1. klassinger, løste oppgaver i matematikk.

Som forskningsdeltaker har man *krav til privatliv*, noe som innebærer at deltakeren har rett til å bestemme hva en selv skal dele, og hva som videre blir delt av informasjon om vedkommende (Christoffersen & Johannessen, 2012; Postholm & Jacobsen, 2018). Som forsker må man ta stilling til hvor følsom og privat informasjonen som samles inn er. Med følsom og privat informasjon menes informasjon om helse, familie, religion og lignende (Bryman, 2016; Postholm & Jacobsen, 2018). Desto mer følsom og privat informasjon, desto strengere krav til å verne deltakeren må til. Muligheten til å identifisere en enkeltperson ut fra datamaterialet er den største faren for brudd på privatlivet til deltakeren. Man burde være forsiktig med å love *anonymitet* hos forskningsdeltakerne, da det innebærer at det er *umulig* å finne en person ut fra datamaterialet. Det man kan love er derimot *konfidensialitet*, hvor man som forsker sikrer at personopplysninger ikke blir spredd og at man gjør tiltak for å anonymisere så godt som det lar seg gjøre (Bryman, 2016; Postholm & Jacobsen, 2018). Det er flere tiltak som kan gjøres for å gjøre datamaterialet så konfidensielt som mulig. Vårt datamateriale består av videoopptak med lyd av elever, et materiale som lett kan spores tilbake til elevene. For å anonymisere dette så mye som mulig ble elevenes navn og i noen tilfeller kjønn endret i det transkriberingen begynte. Detaljer om hvem som var hvem ble holdt separat, og identifiserende detaljer om elevene ble utelatt i transkripsjonen. Videoopptakene ble oppbevart konfidensielt på en kryptert minnepinne som det kun var vi som hadde tilgang til. Opptakene ble ikke delt med elever, foresatte eller veileder.

Når resultatene skal presenteres skal de være så fullstendige som mulig, satt i riktig sammenheng, og man skal ikke presentere datamaterialet sitt som noe det ikke er (Bryman, 2006; Postholm & Jacobsen, 2018). Datamaterialet kan raskt få en annen mening om det blir satt i en annen kontekst eller hvis ulike deler blir tatt ut. Dette innebærer også at man ikke skal forfalske datamaterialet eller resultater, for eksempel å «pynte litt» på resultater, eller endre datamaterialet slik at det passer inn der man ønsker. Man skal heller ikke holde igjen informasjon som man ikke synes passer inn eller ikke ønsker at var med (Postholm & Jacobsen, 2018). I vårt datamateriale har vi utelatt noen deler som ikke har vært relevante. Dette er markert i transkripsjonen slik at leser vet og blir bevisst at det er noe som er tatt ut. Informasjon som kan være til skade for deltakerne bør fjernes, da forskningsdeltakerne skal settes i et godt lys. De som har deltatt i forskningen har brukt av sin tid, og å sette dem i et dårlig lys vil ikke være etisk riktig (Postholm & Jacobsen, 2018). Dette kan knyttes opp mot Brymans (2006) tidligere nevnte «harm to participants», da å sette deltakere i et dårlig lys kan være en svært ubehagelig opplevelse.

### 3.6 Metodekritiske betraktninger og studiens troverdighet

Studien ble utført i løpet av en skoledag på en liten gruppe elever, på en skole i utkanten av en storby. Studien ble gjennomført på kun 8 elever, noe som medfører at den ikke kan generaliseres. Vi var ute etter å se hvilke strategier et utvalg elever gjorde, og det fikk vi også muligheten til, uavhengig av hvor mange som deltok.

Studios troverdighet vil bli farget av hvilke etiske valg man tar, og hvilke metoder man benytter seg av. Vi har som tidligere nevnt, benyttet oss av kvalitativ forskning, som kan gjøre det vanskelig å både replikere og generalisere resultatene. Forskerens subjektive mening vil også i større grad komme til syne under transkriberingen enn den ville ha gjort i kvantitativ forskning. Det kan være vanskelig å replikere kvalitativ forskning, da den i

større grad påvirkes av den sosiale konteksten den er gjennomført i, og en generalisering kan være vanskelig, da det ofte er færre deltakere og større fokus på detaljene til hvert enkelt individ (Bryman, 2016).

Bruk av videokamera har flere aspekter man må være oppmerksom på. Vi var som tidligere nevnt avhengig av å filme for å få med oss gestene og håndbevegelsene elevene benyttet seg av. Ved å sette et kamera inn i rommet slik at elevene blir oppmerksomme på det kan føre til at noen fokuserer veldig på dette, eller at noen blir veldig innesluttet og ikke klarer å uttrykke seg. Elevene kan også oppføre seg annerledes for å tilfredsstille oss som forskere da de vet at de blir filmet. Selv om videokameraet står i ro og i fred kan det påvirke elevenes atferd, slik at et datamateriale med videokamera til stede vil kunne gi andre resultater enn datamateriale uten videokamera. Hvor vi velger å plassere kameraet vil ha en betydning for hvilken vinkel vi får med oss det som skjer. Dette valget om plassering vil igjen påvirke datamaterialet.

*Validitet*, gyldighet, omhandler om en metode faktisk undersøker det den er ment til å undersøke og resultatenes overførbarhet til andre (Befring 2007; Bryman, 2016; Repstad, 2007). For å undersøke hvilke fingertellingsstrategier en gruppe 1. klassinger tok i bruk, benyttet vi oss av oppgaver som var utformet med fingertelling i tankene, beskrevet i **3.3** oppgavene. Under gjennomføringen ga vi elevene oppgavene muntlig og de fikk ingen hjelpemidler i form av blyant og papir, da vi ikke ønsket at elevenes lese og skriveferdigheter skulle påvirke resultatet. Ved å benytte disse grepene ble det lagt til rette for at elevene kunne benytte seg av fingertellingsstrategier, og eventuelle mentale strategier uten å bli distraheret av tekstoppgaver eller eksterne hjelpemidler. Overførbarhet kan være vanskelig å stadfeste. Vi anser studien som overførbar til andre 1. trinn hvor de ikke har hatt formell opplæring i bruk av fingrene som hjelpemiddel. En kan til en viss grad argumentere for at tilfeldigheten i utplukkingen av elever gir et visst snitt som kan generaliseres til om man hadde valgt ut 8 andre førsteklassinger på en annen skole.

Begrepet *reliabilitet* viser til hvor pålitelig forskningen er (Christoffersen & Johannessen, 2012; Repstad, 2007). Reliabilitet omhandler hvor presis og nøyaktig innsamlingen og bearbeidingen av datamaterialet er. En vanlig måte å teste om forskningen har høy reliabilitet er å gjenta undersøkelsen for å se om man får likt resultat (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det er dog et vanskelig kriterium å møte i kvalitativ forskning, da forskningen i større grad er påvirket av den sosiale settingen og omstendighetene (Bryman 2016; Postholm og Jacobsen, 2018). Målet er da at det skal være mulig å få et *lignende* resultat dersom man gjentar undersøkelsen. En strategi som kan benyttes for å nærme seg kravene til reliabilitet er at en kvalitativ forsker inntar en lignende sosial rolle slik at det forskeren hører og ser, kan være sammenlignbart med den opprinnelige forskningen (Bryman, 2016). Forskerens subjektivitet kan spille en rolle i forskningen, så det vil være vanskelig å si om en annen forskers resultater ville vært like våre. Datainnsamlingen og metoden har blitt detaljert beskrevet for å gjøre en eventuell replikasjon enklere å gjennomføre. Man kan anta at resultatene vil inneholde noen likheter i og med at oppgavene er utformet med fingertelling som hensikt.





## 4.0 Resultat

Som vist til i metodekapittelet har vi foretatt en kvalitativ undersøkelse. Vi har undersøkt hvilke fingertellingsstrategier 8 elever benyttet seg av som støtte til å løse del-del-hel oppgaver. Vi klassifiserte resultatene i en tabell for å få tydelig oversikt over datamaterialet, til fordel for analyseringen. Vi benyttet oss av rammeverket til Kullberg et al. (2020), Bjørklund et al. (2018) og Bjørklund & Reis (2020) som presentert i **2.0** Teori. Fokuset vårt ligger på strategiene elevene valgte å benytte seg av.

For hver oppgave laget vi en egen tabell for å få en oversikt over hver av elevene. Tabellen ble utformet med alle kategoriene loddrett og alle elevene vannrett. Vi tok for oss en og en elev og satte et kryss for hver av kategoriene som ble funnet i den gjeldende oppgaven. Ut fra disse tabellene laget vi **Tabell 3**, som viser hvor mange elever som benyttet seg av de ulike strategiene på hver oppgave. Siste kolonne viser totalt hvor mange av 8 elever som benyttet seg av den strategien. For eksempel i den øverste kategorien var det 8 av 8 elever som benyttet seg av fingre som automatisert tallbilde. Hvis man ser under oppgave 1, var det bare 3 elever som benyttet seg av det i den oppgaven.

	Oppgave 1	Oppgave 2	Oppgave 3	Oppgave 4	Elever totalt
Fingre som automatisert tallbilde	3	3	7	4	8/8
Fingre former tall med enkle enheter	7	4	4	0	8/8
Fingre for å visualisere strukturen i tall	6	3	5	3	8/8
Fingre som støtte og informasjonsholder	6	4	4	4	8/8
Oppfordring til variert bruk av fingrene	6	0	8	1	8/8
Hoderegning uten fingre	1	4	1	2	6/8

Tabell 3 - Oversikt over datamaterialet

Vi har satt inn bilder til hjelp for leseren. Bildene er en rekonstruksjon ut i fra kodene, og ikke bilder tatt under innsamlingen av datamaterialet.

## 4.1 Fingre som automatisert tallbilde

Datamaterialet viste at alle elevene brukte *fingre som automatisert tallbilde*. I løpet av de 4 oppgavene som ble lagt frem, viste de 8 forskjellige elevene evnen til å automatisere på ulike tidspunkt og med ulike tallbilder. Automatiserte tallbilder blir vist momentant uten å måtte telle en og en finger for å komme fram til riktig tallbilde.

### Eksempel 1 – Kristian

*Lærer: To grupper med bjørner skal på hyttetur. Det er to hytter. Det er tre bjørner som går i den ene hytta og fire bjørner i den andre hytta. Vis med fingrene hvordan de har fordelt seg.*

*Kristian: (Holder opp PLR på høyre hånd, PLRLi på venstre*

....

*Lærer: Helt riktig! Og i den lille hytta der det var tre bjørner så ble det faktisk litt trangt fordi det var så liten hytte. Så da gikk den ene bjørnen over til den andre hytta. Hvor mange er det i hver hytte nå?*

*Kristian: (Holder P og T på høyre hånd og full hånd venstre)*



Figur 1 - Automatisert tallbilde av tallene 3 og 4 – PLR og PLRLi



Figur 2 - Automatisert tallbilde av tallet 2 og 5 - PT høyre, full hånd venstre

Kristian viste et tallbilde til oppgaven uten å telle på fingrene. Hendene gikk fra å bli holdt i ro, til å vise tallbilde i én handling. Han tilføyde ingen muntlig forklaring. Læreren oppfordret til å vise tallbildet med fingrene. Videre fortsatte læreren oppgaven, ved å få elevene til å endre tallbildet. Kristian endret deretter tallbilde uten å telle på fingrene. Han sa fortsatt ikke noe for å støtte tallbildet sitt. Fordi han ikke stoppet opp for å telle, eller løftet en og en finger antar vi at eleven har automatisert tallbildet og at han vet hvilke tallbilder som symboliserer hvilket tall.

I eksemplet viste Kristian at han har automatisert tallbilder ved at han ikke talte seg frem til riktig gruppering av fingrene. Han viste tallbilder for 3+4 og 2+5 som begge representerte tallet 7, og begge gangene viste han det som automatiserte tallbilder. Han

brukte ikke fingrene til å telle seg frem til riktig resultat, han visste hvilken mengde som skulle være på hvilken hånd og viste frem disse fingrene felles.

## 4.2 Fingre former tall med enkle enheter

Datamaterialet viste at det var 8 elever som formet tallbilder ved å bruke enkle enheter som ble talt en og en. De ble dermed plassert i kategorien *fingre former tall med enkle enheter*. Som eksemplene under viser, brukte elevene fingrene for å forme tall, men de brukte en og en finger for å komme til tallet de ønsket. Fingrene ble brukt til å følge med på hvor i tallrekken de var, og for å vite når de hadde kommet til det tallet de var ute etter. Eksemplene viser hvordan to elever gjorde dette, både ved hjelp av muntlig språk og syn.

### Eksempel 2 - Olav og Kaja

//Olav: Ååh, tre og fire (holder opp  $T+P+L$  på høyre hånd, og så  $T+P+L+R$  på venstre)



Figur 3 - Former tall med enkle enheter til tallet 3 og 4 - TPL høyre, TPLR venstre

//Kaja: (Løfter  $T+P+L+R$  på høyre,  $T+P+L$  på venstre)



Figur 4 - Former tall med enkle enheter til tallet 3 og 4 - TPLR høyre, TPL venstre

I eksempel 2 ser man hvordan Olav og Kaja fordelte bjørnene i første del av bjørneoppgaven. Olav gjentok muntlig hvor mange bjørner som skulle vi hver hytte, og løftet en og en finger. Han talte ikke høyt når fingrene ble løftet, men visste når tellingen skulle stoppe og når han måtte gå over til neste hånd. Kaja talte heller ikke høyt og sa ingenting når fingrene ble løftet, men visste når det skulle stoppes og gås videre til neste hånd.

I eksemplet ser vi hvordan elever kan benytte seg av enkle enheter for å finne løsningen på oppgaven. Alle elevene viste forståelse for når de skulle slutte å telle, og at de mestret det å stoppe når de hadde kommet til det tallet de ønsket.

### 4.3 Fingre for å visualisere strukturen i tall

8 elever brukte *fingre for å visualisere strukturen i tall*. For å presentere denne kategorien er det valgt ut et eksempel fra transkripsjonen som viser at elever forbinder et helt tall med flere deler. Elevene visualiserte delene ved å benytte fingrene på to hender til å avbilde delene av helheten de skulle vise.

#### Eksempel 3 - Asbjørn, Selma og Emma

*Lærer: Ja. Hvor mange er det han mangler da? hvis han har 3 men så er det 8 stykker*

....

*Emma: (Holder opp LiRL og teller videre oppover forbi 10)*

*Asbjørn: (Holder opp LiRL og teller videre og stopper på finger nummer 8)*

*Selma: 5*

*Lærer: 5, okei, hva tenkte du da?*

*Selma: 3 (viser TPL venstre) pluss 5 (viser full hånd høyre) er 8*



Figur 5 - LiRL for å vise strukturen i tallet 3



Figur 6 - TPL venstre, full hånd høyre. Fingre for å visualisere strukturen i tallet 8.

I dette eksemplet ser vi hvordan Selma benytter fingrene til å symbolisere de ulike delene av svaret på regnestykket som er gitt. Selma fortalte først muntlig at svaret er 5, og når lærer spurte hvordan eleven tenkte ble fingrene vist frem.

Selma brukte den ene hånden til å symbolisere de glassene som var til stede, og den andre hånden for å symbolisere glassene som manglet, og som en helhet tilsvarer 8 glass.

Emma og Asbjørn holdte opp 3 fingre, men stoppet ikke tidsnok i tellingen, slik at det ble uvisst hvor mange glass som manglet. Eksemplet viser at Selma visualiserer strukturen i tall ved å benytte seg av fingrene.

#### 4.4 Fingre som støtte og informasjonsholder

I løpet av alle 4 oppgavene var det 8 elever som brukte fingrene som støtte og informasjonsholder for å løse oppgavene de fikk presentert. I eksemplene som blir presentert under ser vi ulike måter elevene brukte fingrene som støtte og informasjonsholder i arbeidet med oppgavene.

##### Eksempel 4 - Mathias

*Lærer: 8 stykker som kommer i bursdag, men så har han bare 3 glass.*

*Mathias: (Ser på fingrene sine og holder opp full hånd, 5) ehh 5,5,5,5*

....

*Lærer: Fem? Hvordan kom du frem til det da?*

*Mathias: Ehm.. fordi du sa at han hadde 3 kopper, også var det 8 som skulle komme og da manglet han 5 til. Fordi jeg vet at i stad lærte vi at 4 pluss 4 var 8, også hvis vi tok av en da til femmeren, så ble det 5*



Figur 7 - Fingre som støtte og informasjonsholder for tallet 5

I eksempel 4 ser vi hvordan Mathias løste oppgaven med borddekking. Mathias så på fingrene sine, holdte opp en hel hånd som symboliserer 5, og svarte så muntlig at svaret ble 5. Da han ble spurt om framgangsmåten sin forklarte Mathias at de tidligere hadde lært at  $4+4$  er 8 og knyttet denne kunnskapen til dette stykket, slik at det da ble fem som mangler for at det skulle bli 8 ( $4+4=8 \rightarrow 3+5=8$ ).

Hånden til Mathias ble brukt som en informasjonsholder underveis i problemløsningen ved at eleven visualiserte hvordan han flyttet tallene mentalt. Dette eksempelet kunne også vært plassert i *fingre for å visualisere strukturen i tall*, men vi valgte å plassere det i denne kategorien fordi Mathias brukte fingrene som en del av forklaringen og utregningsstrategien sin, uten vise at han var oppmerksom på strukturene han også visualiserte.

Hovedvekten i besvarelsen til Mathias fyller dermed kriteriene til valgt kategori. Det er også tydelig at den hånden han holdte opp hjalp til med å holde orden på innholdet i oppgaven.

### Eksempel 5 - Emma

*Emma: Jeg tipper at det er 2 i hver gruppe (ser på PLRLi på ene hånden og holder for 2 og 2)*

*Lærer: Ja, men da blir det jo en til overs*

*Emma: Mhm*

*Lærer: Gruppene trenger ikke å være like store*

*....*

*Emma: Da tipper jeg at det er 3 i en og 2 i den andre*

*Lærer: Ja!*

*Emma: Da kan jo de få 2 drops og de 3 drops der (peker på hånden sin hvor en hel femmer er åpen)*



Figur 8 - PLRLi, fingre som støtte og informasjonsholder for tallet 4

I eksempel 5 ser vi at Emma holder opp 4 fingre, som blir separert i 2 og 2. Etter å ha fått informasjon om at gruppene ikke trenger å være like store tok Emma i bruk hele hånden som en hel femmer, og pekte på hånden for å illustrere hvordan gruppene kunne fordeles ved å bruke alle 5 dropsene. I begge forsøkene på å fordele dropsene brukte Emma hånden som informasjonsholder ved at hånden symboliserte antall drops som skulle fordeles, og kunne også bli brukt for å se de ulike delene når fingrene fysisk ble skilt for å lage to grupper. Emmas besvarelse kan også passe inn i kategorien *fingre for å visualisere strukturen i tall*, men vi valgte å plassere henne i denne kategorien da hun i større grad benyttet fingrene som informasjonsholder og støtte.

### Eksempel 6 - Olav og Kaja

*Lærer: .... Okei, men hvis vi tar neste fortelling da. Fordi den handler om Bjarne. Og den er litt vanskelig. Bjarne har bursdag og han skal dekke på bordet fordi han skal ha bursdagsfest. Han har 3 glass, men han skal dekke på til 8 stykker. Hvor mange glass mangler han? Fordi han har bare 3, men det er 8 som kommer i bursdagen.*

*Olav: 5! (viser så hel hånd)*

*Kaja: Tre (teller opp T+P+L på ene hånda og 5 på den andre. Ser over og teller alle fingre) Ja fem!*



Figur 9 - Hel hånd, tallbilde av tallet 5



*Olav: Siden  $4 + 4$  da må han jo ha 4 dekt på også må han ha 4 til, da må det jo være 5, legg til legg til mer. Så den var ikke vanskelig*

*Lærer: Jeg så at du tok frem fingrene (Ser på Kaja). Hva var det du tenkte med fingrene?*

*Kaja: Jeg tenkte 3 (Holder opp T, P og L på venstre hånd). Så tar jeg frem 5 (Løfter alle fingrene på begge hendene)*



Figur 10 - TPL, tallbilde av tallet 3

I dette eksemplet ser vi hvordan Kaja brukte fingrene til å se om svaret som Olav presenterte stemte. Kaja brukte den ene hånden til å representere tallet som vi allerede visste, 3, som var antallet glass Bjarne hadde fra før. Hun brukte så den andre hånden til å representere tallet 5, en hel hånd, for å så telle over alle fingrene. Etter å ha talt over sa Kaja seg enig med at 5 er svaret. Eleven tok i bruk fingrene som en støtte for å visuelt kunne se tallmengden som oppgaven inneholdt, og for å kunne avgjøre om Kaja var enig i Olav sitt utsagn.

#### 4.5 Oppfordring til variert bruk av fingrene

Under datainnsamlingen ble elevene oppfordret til å vise flere ulike fingermønstre, og det var 8 elever som gjorde dette. Underveis i oppgaven viste elevene først ett tallbilde, før de så ble oppfordret til å vise samme tall med et annet fingermønster.

##### Eksempel 7 - Mathias og Anna

*Lærer: Det ble 6. Okei, kan dere vise meg hvordan 6 ser ut på fingrene da?*

*//Mathias: (Holder opp full hånd H + T på venstre)*

*//Anna: (Holder opp full hånd H + T på venstre)*



Figur 11 - Tallet 6 representert som ulike fingermønstre oppfordret

Lærer: Hva hvis jeg spør om det er andre måter å vise 6 på da?

//Mathias: (Holder fortsatt opp full H+T venstre. Lukker T og P på høyre hånd, åpner P og L på venstre)



Figur 12 - LiRL høyre, TPL venstre. Tallet 6 blir representert som ulike fingermønstre oppfordret

//Anna: (P, L, R og Li på høyre, P og L på venstre)

Anna: Sånn



Figur 13 - PLRLi høyre, PL venstre. Tallet 6 blir representert som ulike fingermønstre oppfordret

I dette eksemplet ser vi hvordan Mathias og Anna endrer tallbildene sine når de får beskjed om det fra lærer. I første del av eksempelet ble elevene bedt om å vise tallet 6. Da viste begge elevene en hel hånd, pluss tommelen på den andre hånden. Videre spurte læreren om det finnes andre måter å vise tallet 6 på, og da endret begge elevene tallbildet sitt. Mathias gikk ut fra sitt første tallbilde og la ned to fingre, som videre ble åpnet på den andre hånden. Det resulterte i at Mathias holdte opp 3+3 som et tallbilde på tallet 6. Anna begynte på nytt og løftet opp fire fingre på ene hånden før hun gikk videre på neste hånd, hvor det ble løftet to fingre. Begge elevene endret tallbildet sitt fra en full hånd + tommel.

#### Eksempel 8 - Mathias og Anna

Lærer: Før jeg triller terningen, skal dere gjette hva dere tror terningen lander på. Hva tror dere jeg kommer til å kaste?

Mathias: Hmmm.. tre

Lærer: Tre! Okei, hvordan kan man vise tre på fingrene?

Mathias: (Viser frem L+P+Li på høyre hånd, også bytter til LPR)



Figur 14 - Tallbilde av tallet 3 etter oppfordring til bruk av fingre



*Anna: (Ser på Mathias) Eller sånn! (Viser frem T+P+L på høyre hånd)*



*Figur 15 - Tallbilde av tallet 3 etter oppfordring til bruk av fingre*

I dette eksemplet ser vi hvordan Mathias og Anna viser frem tallet 3 på fingrene når lærer ber om det. Da Mathias gjettet hvilket tall terningen kom til å lande på, ble det kun respondert muntlig uten visuell støtte. Mathias brukte ikke fingrene for å visualisere tallet som ble gjettet, før lærer ba om det. Da elevene fikk beskjed om å vise fingrene gjorde begge elevene det, og de viste ulike tallbilder. Anna observerte hvilke tallbilder som Mathias viste frem, og viste et alternativ til Mathias sitt tallbilde.

Elevene viste tallbilder på fingrene når de ble bedt om det. Datamaterialet viser at elevene ikke gjorde det uoppfordret i oppgaven vedrørende å gjette på terningen. Elevene viste at de visste hvilke tall de skulle holde opp.

#### 4.6 Hoderegning uten fingre

Det var totalt 6 elever som benyttet seg av strategien *hoderegning uten bruk av fingrene*. Dette viste seg ved at elevene for eksempel fortalte svaret uten å bruke fingrene, forklarte hvordan de tenkte eller sa at de bare visste det. Eksemplet under viser hvordan en elev løste oppgaven hun fikk utdelt uten å bruke fingrene som strategi for å løse oppgaven.

##### *Eksempel 9 - Selma*

*Selma: Hvis vi tar 4 per te 4 så..*

*Lærer: 4 i hver hytte?*

*Selma: (Nikker), det er et partall så hvis vi deler på 1 2 3 4 og 1 2 3 4 så blir det like mange*

I dette eksempelet benyttet Selma seg av mentale strategier i stedet for å bruke fingrene når hun skulle fordele bjørner i de ulike hyttene. Eleven visste på forhånd at det var 8 bjørner som skulle fordeles og argumenterte med at det er partall og dermed kunne det deles likt i de to hyttene. Hun fortalte videre at hvis det er "1 2 3 4" i hver hytte så ble det likt. Eleven tok ikke i bruk fingrene i resonnementet sitt.



## 5.0 Diskusjon

Studiens problemstilling var: *Hvilke fingertellingsstrategier bruker et utvalg elever på første trinn når de løser del-del-hel oppgaver?* Vi har i resultatdelen vist at elevene benyttet seg av seks forskjellige strategier i de ulike oppgavene. Utdragene fra transkripsjonen viste eksempler på hvordan de ulike strategiene kom til syne. I datamaterialet var det 8 elever sin besvarelse som ble kategorisert inn i seks kategorier. Totalt sett benyttet alle elevene en fingertellingsstrategi i løpet av de oppgavene som ble presentert. Ikke alle benyttet det på hver oppgave, og ikke alle benyttet det uoppfordret. Funnene i datamaterialet, som førte til de forskjellige kategoriene, kan svare til problemstillingen vår om hvilke fingertellingsstrategier som ble brukt. Ved å få innsikt i hvordan elevene bruker fingrene, kan vi danne oss et bilde av elevenes forståelse. I denne studien er læringsobjektet at det er en del-del-hel relasjon i tall, og det avgjørende aspektet vi ønsker at elevene skal oppdage er at tall kan representeres på ulike måter ved bruk av fingrene. Vi vil nå se på og drøfte hva funnene vi har fått kan bety.

I vår studie har vi tatt utgangspunkt i variasjonsteori. Vi valgte denne teorien fordi den sammenfaller godt med hva vi ønsket å undersøke. Kullberg et al. (2020) og Bjørklund et al. (2018) som vi har basert studien vår på, bruker variasjonsteori i sitt arbeid, noe som inspirerte oss til å også bruke teorien. Ifølge variasjonsteori er det viktig at elevene får et mangfold av tilnærminger til matematikk (Kullberg et al., 2017). Elevene i denne studien viste seks forskjellige løsningsstrategier, hvorav de fleste innebar fingrene. Ut fra det valgte læringsobjektet ble elevene presentert for de avgjørende aspektene i form av ulike oppgaver. Bjørklund & Reis (2020) hevder at det som avgjør hva elever er i stand til å forstå, er hvilke aspekter de er kjent med og i stand til å se.

### 5.1 Fingre som automatisert tallbilde

Alle elevene viste på et tidspunkt i løpet av oppgavene at de hadde automatisert minst et tallbilde. Det vil si at elevene synliggjorde et tallbilde uten å måtte tenke på hvordan det skulle formes med fingrene. Dette kom automatisk. Bobis & Way (2018) og Duval (1999) ser på matematikk som usynlige ideer, som man får tilgang til ved bruk av representasjoner. Ved å se på hvordan elevene representerer svarene sine gjennom tallbilder, får vi en tilgang til deres matematiske kunnskap. I variasjonsteorien er det fokus på at elevene får møte et mangfold av ulike tilnærminger til matematikken. Dette slik at de skal ha mulighet til å oppdage avgjørende aspekter ved ulike fenomener (Kullberg et al., 2017). Vi presenterte derfor et mangfold av oppgaver utviklet slik at elevene hadde mulighet til å oppdage del-del-hel relasjonen i tall representert gjennom bruk av fingrene. Elevbesvarelser som er plassert innenfor denne kategorien har hatt hovedvekt på automatisert tallbilde.

Kristian som er presentert som eksempel **1** i **4.0** resultat viste at han hadde automatisert tallet 3 og 4 ved at han viste et tallbilde for disse automatisk. Kristian ble bedt om å vise hvordan bjørnene fordelte seg på fingrene, så dette var ikke uoppfordret bruk av fingrene. Kristians automatiserte tallbilde av tallene 3 og 4 kan sees på fra to sider. Fra en side kan det drøftes at Kristian viste god tallforståelse ved at han momentant visste hvordan tallene skulle representeres, og han innehar forståelse for hvilken mengde tallene innebærer. Dersom dette var tilfellet kan det argumenteres for at Kristian viste forståelse for det

kardinale aspektet ved tall. Fra en annen side kan det diskuteres om Kristians automatiserte tallbilder tydet på forståelse eller om det kun var innøvde tallbilder som var opplært eller imiterte. Dersom dette er tilfellet kan man ikke si for sikkert at det er en underliggende forståelse for det kardinale aspektet. Et tall kan være memorisert uten at barnet forstår at det tallet innebærer en mengde uavhengig av hva som blir talt. Bjørklund & Reis (2020) beskriver også i sin kategori *fingers as an image of numbers* at tallbilder alene ikke kan si noe om elevens forståelse for egenskapene til et tall. Opplærte eller imiterte tallbilder vil ikke si noe om elevens forståelse for mengden som blir presentert, og elevens forståelse for *mengde* må undersøkes grundigere dersom man skal konkludere med kunnskap om det kardinale aspektet.

Uavhengig av Kristian forståelse for det kardinale aspektet, viste han evnen til å representere de ønskede tallene ved bruk av fingrene. Fingerbildene han knyttet til oppgavene er riktige, og ved beskjed om å endre tallbildet (at bjørnene flytter på seg), gjør han dette også riktig. Ved at det opprinnelige og det endrede tallbildet var automatisert og riktig kan det tyde på at forståelse ligger til grunn. En kan i dette tilfellet ikke stadfeste Kristians forståelse av del-del-hel relasjonene i tall, da oppgaven var utformet slik at han fikk beskjed om hvor mange bjørner som skulle være i hvilken hytte. En kan dog argumentere for at tallbildene han samlet viste, visualiserer del-del-hel relasjonene, slik at grunnleggende kunnskap i automatiserte tallbilder kan være til hjelp for videre opplæring i tallkunnskap.

## 5.2 Fingre former tall med enkle enheter

I løpet av oppgavene viste alle elevene at de kunne forme tall med enkle enheter ved å benytte fingrene. Elevene løftet da én og en finger, før de kom frem til svaret.

I eksempel **2** ser vi Olav og Kaja som formet tallene 3 og 4 ved å telle opp en og en finger. Det ordinale og kardinale aspektet ved tall kommer til syne i dette eksempelet. Generelt sett kan vi si at å bruke fingrene til å forme tall med enkle enheter kan avdekke elevens forståelse for ordinalitet og kardinalitet. Ved å telle enkle enheter gir det rom for å vise at man vet når man skal stoppe og rekkefølgen på tellingen. Både Olav og Kaja viste at de hadde forståelse for mengden de talte opp ved at de stoppet på riktig plass før de gikk over til å telle på neste hånd. De fikk oppgitt mengden de skulle vise på forhånd. Opptellingen viste at de hadde en forståelse for både det kardinale og ordinale aspektet, ved at de visualiserte en sammenheng mellom tallet og tallmengden som ble talt opp. At de stoppet å telle på det riktige tallet kan også vise at de hadde en forståelse for akkurat den mengden som ble talt. MacDonald (2013) beskriver indre og ytre representasjoner. I dette tilfellet ble fingrene brukt som en ytre representasjon for å visualisere de indre representasjonene elevene hadde. Ved bruk av fingrene for å forme tall med enkle enheter, som ytre representasjon får man eksplisitt se hvordan eleven teller seg fram til svaret, både resultatet og opptellingen.

Opgaven ble lagt opp slik at elevene fikk beskjed om hvor mange bjørner som skal være i hver hytte, så at elevene benyttet seg av strategien «fingre former tall med enkle enheter» kan komme av måten oppgaven var formulert. På den ene siden viste besvarelsen at Olav og Kaja evnet å representere mengdene i oppgaven ved hjelp av fingrene, og på den andre siden kan det diskuteres i om de har forstått mengde og fordeling. En kan også diskutere om elevene har oppdaget del-del-hel relasjonene i tall. Oppgaven ble lagt opp slik at en hel 7 fordeles i to deler, og deretter endres to andre

grupperinger. Det gir rom for at elevene kan oppdage del-del-hel relasjonen, men med mindre de eksplisitt nevner det, kan ikke vi ta utgangspunkt i at de har oppdaget dette.

I studien til Bjørklund & Reis (2020) er deltagerne 4-5 år gamle, i motsetning til i vår studie hvor elevene er 6-7 år. Funnene deres viser at elevene ikke nødvendigvis klarer å se sammenhengen mellom opptellingen og tallet de ender opp på, og at forståelsen av det kardinale aspektet ikke kommer til syne. Våre funn viser derimot at forståelse for både det kardinale og ordinale prinsippet kan komme fram, og at elevene kan se sammenhengen mellom tallene. Vi antar at dette er knyttet til elevenes alder og elevenes erfaring med generell matematikkopplæring.

### 5.3 Fingre for å visualisere strukturen i tall

I denne kategorien har elevene brukt fingrene som representasjon for å visualisere strukturen i tall. I løpet av studien viste alle elevene denne strategien. I begynneropplæringen er et av målene at elevene skal gå fra hverdagsmatematikk over til mer formalisert matematikk, hvorav elevene skal oppdage del-del-hel relasjonen i tall (Anghileri, 2006). Oppgaven elevene arbeidet med i eksempel 3 var lagt opp til at det var mulig å erfare kontrasten mellom addisjon og subtraksjon, og at de kunne oppdage det avgjørende aspektet ved fingrene som la til rette for å oppdage del-del-hel relasjonen i tall.

I eksempel **3** har Asbjørn, Selma og Emma forsøkt visualisert strukturen i tall med fingrene.

Asbjørn holdte opp tre fingre som han talte videre i fra, og stoppet på 8. Han viste forståelse for kardinalitetsprinsippet, og evnet også å benytte fingrene som representasjon for oppgaven. Han fortalte ikke muntlig hva han tenkte, og dermed kan vi ikke trekke noen konklusjon ved hans forståelse for del-del-del prinsippet. Ved at han begynte med 3 fingre og talte opp til 8 kan det argumenteres for at det kan være en begynnende forståelse for prinsippet. Asbjørn viste uansett strukturen i tallet ved å dele opp fingrene i 3 og 5.

Selma fortalte muntlig at svaret på oppgaven var 5. Her kunne hun vært plassert i kategorien «*hoderegning uten fingre*», men vi valgte å plassere henne i denne kategorien fordi hun videre visualiserte strukturen i tallet med fingrene når hun ble spurt om hvordan hun tenkte. Da hun ble spurt om hvordan hun tenkte viste hun frem 3 og 5 fordelt på to hender, og viste at hun hadde tatt utgangspunkt i det hun visste i oppgaven, for å videre finne den ukjente. Hun viste frem fingrene og forklarte at  $3+5=8$ , noe som stemte med oppgaven de hadde fått. Selve utregningen til Selma kan klassifiseres som en indre representasjon da hun allerede hadde løst oppgaven før hun viste fingrene. For å forklare hvordan hun løste oppgaven brukte hun fingrene som en ytre representasjon for å vise sine tanker og fremgangsmåte. Måten Selma visualiserte tallet 8 på, ga mulighet til å oppdage del-del-hel relasjonen i tallet, samtidig som vi ikke kan konkludere at hun har gjort det uten at hun videre bekrefter dette. Vi vil likevel hevde at måten Selma viser med fingrene at  $3+5=8$ , kan tyde på en begynnende forståelse for prinsippet.

Baroody (2016) hevder at om elevene ser sammenhengen mellom tall og deres egenskaper, så vil tallforståelsen deres bli sterkere. I dette tilfelle benyttet elevene seg av kun addisjon, slik at de ikke nødvendigvis oppdaget kontrasten subtraksjon og det er

usikkert om de oppnådde kunnskap om læringsobjektet som var del-del-hel relasjonen i tall og at tall kan representeres på ulike måter. En kan anta at om elevene får en forståelse av del-del-hel relasjonene til tall, vil det gi elevene flere valgmuligheter når de handler med tall. I motsetning til *finger som automatisert tallbilde* og *finger former tall med enkle enheter* som omhandler ulike former å representere tall med fingrene, handler denne kategorien om å representere *strukturen* i tallene. Vår oppgave, i likhet med Bjørklund & Reis (2020), så på hvordan barn brukte fingrene til å visualisere strukturen i tall. Bjørklund & Reis (2020) konkluderte med at barn bør ha flere erfaringer om strukturen i tall, slik at de får en dypere forståelse og får utvidet repertoaret av løsningsstrategier. Fingrene blir beskrevet som et hensiktsmessig hjelpemiddel for å erfare dette (Bjørklund & Reis, 2020). Vi anser Asbjørn og Selma sin besvarelse som et godt utgangspunkt til å oppdage del-del-hel relasjonen i tall, selv om vi i dette tilfelle ikke kan konkludere med at det er oppdaget. Elevene fikk erfaring med å løse oppgaver som gir mulighet for å oppdage strukturen i tall, ved hjelp av fingrene.

#### 5.4 Fingre som støtte og informasjonsholder

Alle elevene benyttet seg av fingre som støtte og informasjonsholder i løpet av studien. Når fingrene blir brukt som støtte og informasjonsholder kommuniserer elevene hvordan de tenker, og bruker fingrene som hjelpemiddel til å løse oppgaven. Newman (2016) beskriver konkreter som et hjelpemiddel som skal gjøre det enklere å konstruere ideer, noe Mathias gjør i eksempel 4. Et konkret skal appellere til flere sanser slik at eleven får en fysisk erfaring av det abstrakte fenomenet (Moyer, 2001). En form for fysisk erfaring og representasjon, er gester, som kan støtte kommunikasjonen hos elever som ikke har et ferdigutviklet matematisk vokabular. Gester kommer gjerne sammen med andre representasjoner, for eksempel for å forklare en tegning eller verbal kommunikasjon, som støtte i en forklaring (Bobis & Way, 2018). Å benytte fingrene som konkreter har vist seg å forbedre hukommelse og forståelse (Newman, 2016). Newman (2016) og Kullberg & Bjørklund (2020) sier at forskning har vist at elever som har automatisert fingertelling har bedre telleprestasjon enn de som ikke gjorde det.

I eksempel 4 viste Mathias hvordan han brukte fingrene for å løse oppgaven. Han benyttet fingrene for å vise hvordan han løste oppgaven ved å tenke at  $4 + 4 = 8$ , før han så byttet fingrene til å visualisere  $3 + 5 = 8$ . Han benyttet seg også av muntlig tale som støtte til resonnementet sitt. Ved å benytte fingrene som støtte og informasjonsholder var det flere ferdigheter i bruk. Han sa selv at han brukte tidligere kjent kunnskap ( $4+4=8$ ) til å resonnerer seg frem til det nye svaret. Han brukte fingrene sine som konkreter for å representere dette. At Mathias støttet forklaringen sin ved å benytte fingrene sine som konkreter som representerte de mentale bildene i hodet hans, viser at Mathias innehar kompetanse som oversetter hverdagsmatematikk over til mer formalisert matematikk. På den ene siden kan vi se at han brukte kjent kompetanse og forståelse for å løse ett nytt problem, mens på den andre siden kan vi ikke nødvendigvis konkludere med at han hadde automatisert tallet 8 i forskjellige fremstillinger av del-del-hel relasjoner.

I eksempel 5 brukte Emma fingrene for å visualisere og kommunisere hva hun tenkte, men resonnementet hennes er ifølge henne selv at hun *tippet*. Det er tydelig at Emma benyttet fingrene som støtte og informasjonsholder underveis i løsningen av oppgaven. Fingrene ble benyttet for å illustrere informasjonen hun hadde om oppgaven, og hun brukte de for å visualisere hvordan dropsene kunne deles. Det at hun holdte opp 4 fingre,

når oppgaven sa fem drops, kan tyde på at hun hadde en forståelse for at oddetall ikke kunne deles i to like grupper, og at hun dermed valgte å runde nedover for å få et partall. Hun viste frem 4 fingre på den ene hånda, og forklarte verbalt at det representerer to og to. Da læreren forklarte at gruppene ikke trengte å være like store endret hun svaret sitt til at hun tippet at det ble 3 og 2 i de forskjellige gruppene. Underveis benyttet hun seg av fingrene som støtte og informasjonsholder ved at hun holdte opp fingrene og så på dem for å vurdere hvordan de kunne deles. Deretter skilte hun dem fysisk med den andre hånden for å visualisere de to ulike gruppene. Emma begrunnet svaret sitt med tipping, uten videre forklaring, men hun viste likevel at hun evner å benytte fingrene som informasjonsholder under visualiseringen av skillet mellom de to gruppene. Det at hun valgte å visualisere gruppene på en hånd, kan tyde på at hun hadde en forståelse for del-del-hel relasjonene til tallet 5, da hun så på helheten (5) og hvilke deler den kunne bestå av, (2 og 3).

I eksempel 6 brukte Kaja og Olav fingrene som støtte for å løse oppgaven. Vi valgte å ha med Olavs besvarelse i denne kategorien fordi Kaja sitt løsningsforslag baserte seg på svaret Olav ga. Isolert sett vil Olavs besvarelse passe inn i kategorien *hoderegning uten finger*, da han svarer muntlig på oppgaven først, og deretter viste fingrene for å visualisere svaret. Ved videre forklaring av fremgangsmåte brukte han heller ikke fingrene. Kaja brukte derimot fingrene som støtte for å finne ut om hun var enig i svaret Olav ga. Hun talte opp 3 fingre på den ene hånden, som var mengden som oppgaven opplyste om. På den andre hånden holdt hun opp 5 fingre, som var Olav sitt svar, for å videre telle over alle fingrene for å se om det stemte med det totale antall glass de trengte. Det kommer tydelig fram at Kaja benyttet seg av fingrene som et redskap for å telle seg fram til løsningen og for å holde en oversikt over de ulike mengdene som var i spill i oppgaven. Ved å se på hvordan Kaja benyttet fingrene kan vi avgjøre at hun brukte dem som støtte for å løse oppgaven. Fingre kan bli brukt for å presentere en nummerrekke eller holde orden som er talt eller ikke, og de kan ble brukt til å vise strukturen i et tall (Kullberg & Bjørklund, 2020). I dette eksemplet ser vi tydelig hvordan Kaja gjorde dette. På den ene siden kan det stilles spørsmålsteget til om Kaja hadde klart å løse oppgaven uten innspillet til Olav, da dette gir grunnlaget for hvordan hun benyttet og grupperer fingrene. På den andre siden viser Kaja at hun evnet å benytte fingrene på en hensiktsmessig måte i løsningsprosessen. Tallbildet hun viste er også hensiktsmessig for å oppdage del-del-hel relasjonen i tallet, selv om det ikke kommer frem om hun har oppdaget dette.

## 5.5 Oppfordring til variert bruk av fingrene

I denne kategorien har alle elevene blitt oppfordret til å vise tall med flere ulike fingermønstre. Elevenes bruk av fingrene kan gi oss et innblikk i deres matematiske forståelse selv om bruken er oppfordret. I datamaterialet ser vi at elevene mestret godt å bruke fingrene, at de kom frem til en løsning og fikk kommunisert svaret sitt ved hjelp av fingrene. Kullberg et al. (2020) fremmer at tall kan bli representert med fingre. Målet deres var at barn skal lære å representere tall med fingrene på ulike måter og at det er en del-del-hel relasjon ved tall. Bruk av fingrene gir muligheten til å se de ulike delene og den hele på samme tid, og det gir elevene muligheten til å oppdage del-del-hel relasjonen ved tall uten å basere seg på å telle enkle enheter. Målet med vår studie var ikke å lære elevene å bruke fingrene som redskap, men heller å se hvilke strategier de tok i bruk når de ble bedt om å bruke fingrene, og hva vi kunne konkludere med ut fra våre funn.

I eksempel **7** med Mathias og Anna viste begge elevene tallet 6 i form av full hånd og én tommel. Da de fikk beskjed om å vise frem 6 på en annen måte, kom de frem til forskjellige visualiseringer. Mathias valgte å benytte seg av 3 og 3 fingre, mens Anna benyttet seg av 4 og 2 fingre. Det at begge elevene brukte hel hånd og tommel når de fikk beskjed om å vise tallet 6, kan tyde på at de hadde automatisert akkurat det tallbildet. At de hadde automatisert tallbildet trenger ikke å vise at de hadde forstått kardinalitetsprinsippet, men ved å be dem vise på en annen måte kan vi til en viss grad hevde at elevene evnet både kardinalitetsprinsippet og at de evnet å gi en ytre representasjon av deres forståelse. Da de fikk beskjed om å vise tallet 6 på en annen måte, måtte Anna telle opp fingrene, noe som kan tyde på at hun ikke innehar kompetansen om del-del-hel relasjonen i noen annen situasjon enn det automatiserte tallbildet. Ved at elevene viser tallet 6 på flere måter ved hjelp av fingrene gir ikke nødvendigvis noe mer kunnskap. For at konkreter skal være hensiktsmessige for elevene må de være så godt kjent med det at det blir benyttet automatisk (Moyer, 2001). I dette tilfellet kan vi stille spørsmål ved om opplæring i bruk av fingrene kan være hensiktsmessig, slik at elevene benytter det automatisk på varierte måter og derved kan reflektere rundt at tallene kan visualiseres på flere måter. Resultatene Kullberg et al. (2020) presenterer støtter opplæring i bruk av fingrene, da deres resultater viser at det fører til bedre tallforståelse. På den ene siden kan opplæring føre til at elevene kun gjengir de fingerbildene de husker fra opplæringen, uten å ha forståelse for de matematiske aspektene. På den andre siden kan opplæring av bruk av fingrene bli benyttet som et hensiktsmessig hjelpemiddel dersom opplæringen baseres på dybdelæring og forståelse, slik at bruken av fingrene reflekterer elevenes forståelse. En må derfor være oppmerksom på at elevene forstår aspektene bak fingertellingsstrategien, og ikke bare gjengir ulike tallbilder.

I eksempel **8** ser vi hvordan Mathias og Anna benyttet fingrene for å vise frem gjettingen sin i terningspillet. Vi ser også hvordan Anna benyttet seg av muligheten til å observere Mathias sine fingermønster for å gi et annet svar enn han ga. Mathias svarte muntlig at han trodde terningen landet på tallet 3. Han viste ikke fingrene før han ble spurt hvordan man kunne vise det på fingrene. Mathias formet først et tallbilde med enkle enheter før han gikk over til å vise et annet tallbilde som var automatisert. Begge tallbildene omhandlet tallet 3. Det første tallbildet ble som sagt formet av enkle enheter, ved at en og en finger ble løftet. Han stoppet på riktig tall noe som kan vise til hans forståelse av de kardinale og ordinale aspektene ved tall. Etter tallbildet ble formet med enkle enheter endret han fingrene til et annet tallbilde av tallet 3 som han hadde automatisert. Han talte ikke fingrene, men visste hvilke tre fingre han skulle løfte. Det kan antas at det andre tallbildet for tallet 3 er mer kjent for han, og at han endret til dette da han innså at det første og andre tallbildet tilsvarte det samme. Anna viste en forståelse for at tallet 3 kan representeres på ulike måter ved bruk av fingrene. Hun observerte hvilke tallbilder som Mathias viste frem, og kommer med et tredje alternativ. Dette kan tyde på at Anna hadde forståelse av mengden og at mengden kan representeres på forskjellige måter ved hjelp av fingrene.

## 5.6 Hoderegning uten fingre

Datamaterialet viste at det var totalt 6 elever som benyttet seg av strategien hoderegning uten fingre. Vi kan ikke si at de 2 gjenværende elevene ikke benyttet seg av hoderegning, men besvarelsene, eller fravær av besvarelse samsvarer ikke med kriteriene til denne kategorien. Elevene som benyttet seg av hoderegning uten fingre har i disse tilfellene brukt en indre representasjon istedenfor å bruke fingrene (en ytre representasjon) til å



løse oppgaven (MacDonald, 2013). Det kan på den ene siden tyde på at de har nok muntlig kompetanse til å uttrykke de matematiske tankene sine, da de ikke visualiserte eller brukte andre gester for å forklare seg. På den andre siden kan det at elevene sier svaret uten å utdype tankegangen sin nærmere tyde på at de hadde kompetansen til å løse regnestykke, men ikke språket til å forklare utregningen sin i detalj.

Selma i eksempel 9 benyttet seg av tidligere kunnskap for å løse oppgaven. Hun knyttet oppgaven om å fordele bjørnene til sin tidligere kunnskap om partall og oddetall, og fordelte dem deretter likt i de to hyttene. I utregningen benyttet hun ingen ytre representasjoner, verken gester eller fingre. At elevene tok i bruk hoderegning som strategi er verken overraskende eller problematisk for vår studie, men da vår studie omhandler hvilke fingertellingsstrategier elevene tar i bruk vil ikke denne løsningsstrategien være til hjelp for oss. Vi valgte å ha med et eksempel i denne kategorien for å vise at noen elever har benyttet seg av mentale strategier over fingertellingsstrategier.

## 5.7 Øvrige kommentarer

I noen tilfeller er det elever som er med i utdrag fra datamaterialet som egentlig ikke passer inn i kategorien det er snakk om. Dette er fordi at elevenes utsagn, løsning eller løsningsforsøk er knyttet til besvarelsen som er relevant for kategorien. Vi lot elevene som ikke passer inn være med for å få fram helheten i det valgte utdraget. Selv om noen elevbesvarelser ikke passer inn i en kategori er det fremdeles aspekter ved deres besvarelse som kan drøftes.

I eksempel 3 har Asbjørn og Selma blitt plassert i kategorien *fingre for å visualisere strukturen i tall*. Emma passer ikke helt inn i kategorien fordi hun forsøker å visualisere strukturen i tall med fingrene, men lykkes ikke.

Emma holdte først opp 3 fingre, men klarte ikke løse oppgaven ved å telle videre på fingrene. Det at Emma ikke mestret oppgaven, kommuniserer til oss forskere at det er aspekter med oppgaven hun ikke hadde forståelse for. Det vil være vanskelig å peke nøyaktig på hvilket aspekt det er utfordringer ved. På den ene siden kan man hevde at det skyldes manglende tallforståelse, på den andre siden kan det hevdes at det skyldes usikkerhet om oppgaven, eller at hun ikke visste hvordan hun skulle representere tallene med fingre. Bobis & Way (2018) påpeker at når representasjoner ikke fungerer, kan dette skyldes at elevene ikke vet hvordan de skal benytte representasjonen. Det kan diskuteres om en annen tilnærming, eller bruk av andre representasjoner kunne hatt en innvirkning på Emmas løsning av oppgaven, men det kan vi ikke si med sikkerhet. Ved at Emma teller for langt, mislyktes hun i å vise strukturen i tallet. Emma viste i denne oppgaven, ikke forståelse for kardinalitetsprinsippet, da hun talte forbi det aktuelle svaret. Det gir oss likevel ikke nok grunnlag til å konkludere med at Emma ikke hadde forståelse for kardinalitetsprinsippet i alle situasjoner. Det at Emma holdte opp 3 fingre kan man anta skjer fordi oppgaven tilsier at det er 3 glass, men Emma så ikke sammenhengen med at det totale svaret skulle bli 8, og teller dermed for langt. Vi kan ut ifra hennes resonnement anta at hun ikke hadde en forståelse for del-del-hel relasjonen i tallet 8.

En kan diskutere om Asbjørns besvarelse passer inn i kategorien *fingre for å visualisere strukturen i tall* eller ikke, selv om vi har valgt å plassere han der. Asbjørn talte videre fra

3 og opp til 8. En kan drøfte om hans visualisering av tallet 8 er bevisst i delene 3 og 5, eller om dette kommer av at han teller videre og ender opp med 8. Dersom han hadde talt videre på den andre hånden kunne vi mulig konkludert med at dette tyder på en forståelse for del-del-hel relasjonen i tall. Ettersom vi ikke vet om visualiseringen av delene 3 og 5 er tilfeldig eller ikke, kan vi ikke konkludere med at han innehar forståelse for del-del-hel relasjonen i tallet 8. Det vi kan trekke ut fra hans besvarelse er at han viste kardinalitet og ordinalitetsforståelse. Videre kan man diskutere om hans besvarelse, som ikke innebærer en muntlig forklaring, kommer av at han selv ikke ser nødvendigheten av å forklare ytterligere, eller at han ikke innehar det matematiske språket for å forklare den mentale prosessen.

## 5.8 Metodediskusjon

I ettertid ser vi at mer datamateriale om fingertellingsstrategier hadde vært gunstig for å i større grad forsøke å generalisere resultatet, selv om det er vanskelig i en såpass liten kvalitativ studie. Dersom vi skulle ha gjort det på nytt ville vi ha samlet inn datamateriale fra den samme elevgruppen i minst to omganger, med litt tid mellom hver datainnsamling. Da ville vi ha hatt mulighet til å se om fingertellingsstrategiene endrer eller utvikler seg, noe som ville vært veldig interessant og relevant for oppgaven.

Valg av skole, antall elever og geografisk område kan ha påvirket resultatene vi fikk. Vi forsket på et lite antall elever, noe som vil gi begrensninger deretter i antall fingertellingsstrategier vi kan finne. Vi prøvde å ta hensyn til at vi kom inn som ukjente for elevene, og valgte dermed å lage grupper slik at elevene skulle ha en relasjon til andre i rommet. Det at vi kommer inn som ukjente voksne kan ha en påvirkning på resultatet. Vi anerkjenner også at en tilfeldig gruppesammensetning kan ha påvirket datamaterialet da vi ikke vet hvilken relasjon elevene har til hverandre. Det er usikkert hvordan resultatet hadde blitt om det hadde vært gjennomført på en annen skole, med flere elever og med en elevgruppe som var kjent for oss og vi for dem.

## 6.0 Konklusjon

Formålet med denne studien var å se hvilke fingertellingsstrategier et utvalg elever brukte i arbeid med del-del-hel oppgaver. Vi håpet å finne forskjellige strategier som kunne vise seg mer eller mindre hensiktsmessig og samtidig se på hvordan fingertellingsstrategier mulig kunne visualisere del-del-hel relasjonene i tall hos elevene. Motivasjonen for studien var interessen rundt diskusjonen om fingertelling er hensiktsmessig eller ikke, da vi selv har erfart at det er svært ulike syn på temaet.

Det var få studier som var relevante, så vi ønsket å se nærmere på temaet. Vi synes fortsatt temaet er interessant og viktig, og mener at dette må forskes mer på og opplyses mer om i skolen.

Vi opplevde at noen elever, som Kaja i eksempel **6**, fikk nytte av å bruke fingrene som hjelpemiddel under løsningen av oppgaven vi hadde presentert. Andre elever, som Olav i eksempel **6** viste tydelig at han ikke trengte fingrene som hjelpemiddel, og kun benyttet dem for å kommunisere tankegangen sin til oss. Det kan tenkes at elever som ikke benytter fingrene gjør det fordi de ikke har fått opplæring i å bruke fingrene, at de ikke er vant til å bruke dem eller ikke har behov for å bruke dem. Til tross for dette var det ingen elever som ikke mestret å bruke fingrene når de ble bedt om det, og majoriteten av elevene kom fram til riktige svar på oppgavene ved bruk av fingrene.

Vår konklusjon med denne studien er at fingrene kan benyttes som strategi for å løse del-del-hel oppgaver, men det er vanskelig å hevde hva som er hensiktsmessig bruk av fingrene eller ikke. Resultatene våre viser at alle elevene innehar kompetanse om fingrene, og benytter seg av et utvalg fingertellingsstrategier når de blir bedt om det. Det ble utformet 6 kategorier som innebar utregningsstrategier, hvorav 5 omhandlet bruk av fingrene. Alle elevene mestret å bruke en fingertellingsstrategi i arbeidet med oppgavene. Funnene våre er at elevene brukte fingrene både som informasjonsholder, støtte og til visualisering.

Vi ønsker også å kommentere at vår studie er basert på 8 elevers besvarelser på 4 oppgaver. Dersom studien ble gjennomført på en annen skole med andre elever og utført av andre forskere hadde funnene kanskje blitt annerledes. Da studien er utført på en liten gruppe tilfeldige elever på én skole lar ikke funnene seg generalisere, men siden utvalget elever var tilfeldig er det nærliggende å tro at en replikasjon av studien kan få lignende resultater.

### 6.1 Didaktiske implikasjoner

Læreren må ta et valg om hva elevene skal lære (tiltenkt læringsobjekt) og legge opp undervisningen slik at elevene får mulighet til å oppdage avgjørende aspekter ved det aktuelle læringsobjektet (vedtatte læringsobjektet), deretter må lærer ta en vurdering av resultatet av læringen (levde læringsobjekt) (Kullberg et al., 2017). I variasjonsteorien anser man læring som endring i måten man ser ulike fenomen i verden på (Bjørklund & Reis, 2020). Å lære elevene fingertellingsstrategier for å løse ulike matematiske problem vil ifølge Bjørklund et al. (2020) og Kullberg et al. (2017) være et steg mot å belyse ulike aspekter ved tall. Ved at elevene blir eksponert for variasjon gir det mulighet for å oppdage likheter på tvers av de matematiske fenomenene og videre kunne generalisere kunnskapen (Marton & Pang, 2006, 2013).

I forbindelse med fingertellingsstrategier kan det være hensiktsmessig at elevene får erfaring med dette gjennom undervisning fra lærer. Å benytte fingrene på ulike måter, slik at elevene oppdager del-del-hel relasjonen til tall og at de lærer å generalisere kunnskapen slik at den kan benyttes i flere situasjoner vil kunne gi et godt grunnlag for tallforståelse. For at elevene skal kunne oppnå dette er det ifølge variasjonsteorien viktig at de opplever ulike variasjoner på tilnærmingen, og at de får muligheten til å oppdage de avgjørende aspektene ved læringsobjektet. For at fingre skal kunne benyttes som representasjon er det viktig og hensiktsmessig at elevene er eksponert for fingertellingsstrategier i den grad at de tar i bruk fingrene automatisk (Moyer, 2001). Fordelen med å benytte fingrene som konkret eller representasjon av strategien sin er at det er et hjelpemiddel som kan benyttes for å både konstruere ideer og gi mening til det matematiske problemet, samtidig som at hjelpemiddelet er lett tilgjengelig til enhver tid (Newman, 2016). Fingrene appellerer til flere sanser og kan fungere som et bilde av de mentale prosessene elevene har, eller det kan fungere som hjelpemiddel for å konkretisere og konstruere oppgaven slik at de får et visuelt syn på den. Det er likevel viktig å huske at bruk av fingertellingsstrategier er et verktøy, og at det er elevenes handlinger og refleksjoner som gir mening til strategien (Moyer, 2001).

Hvordan oppgaven er utformet vil også påvirke om fingertellingsstrategier er den mest hensiktsmessige strategien. Som tidligere nevnt er oppgavene vi har benyttet oss av enten inspirert av eller hentet fra en studie som har utformet oppgavene med tanke på fingertelling. Oppgavene er da utformet slik at å ta i bruk fingrene vil være et hensiktsmessig verktøy, både med tanke på å løse oppgaven, men også for å oppdage ulike matematiske aspekter ved oppgavene. I vår studie vil det være del-del-hel relasjonen ved tall og at tall kan representeres med fingrene, i ulike tallbilder. Moeller et al. (2011) har et argument mot å bruke fingrene, som er at elevene bruker dem til fordel for andre mer avanserte strategier, og blir «stående fast» uten å utvikle strategiene sine. Ved å være bevisst på hvilke oppgaver man gir og hvordan oppgavene er utformet kan man til en viss grad forsøke å unngå dette. Med dette i bakhodet og ved å presentere elevene for en variasjon av tilnærminger kan det føre til at elevenes strategier og forståelse for matematiske fenomener utvikles. Man kan se på det i lys av eksemplet presentert i 2.1 Variasjonsteori, at dersom det er kun én farge, vil man ikke kunne skille mellom farger på ting. Altså, dersom man får oppleve ulike sider og ulike variasjoner av et fenomen kan man sitte igjen med en dypere forståelse av hvilke egenskaper som karakteriserer akkurat det fenomenet, og hvilke som ikke gjør det.

Vi har ti fingre, og med en gang vi jobber med tieroverganger og større vil det føre til at elevene må ha et mentalt bilde av fingrene som er talt, noe som tilsier at elevene må ha utviklet evnen til å tenke abstrakt. Det kan diskuteres om fingertellingsstrategier vil være mindre hensiktsmessig til tall over 10, samtidig som det kan argumenteres for at strategiene kan utvikles slik at fingrene blir benyttet som informasjonsholdere, og at én finger for eksempel kan representere større mengder. I begynneropplæringen av tall, hvor opplæringen hovedsakelig dreier seg om tall mellom 0 og 10 vil det likevel kunne ruste elevene til å oppdage ulike aspekter ved å benytte seg av fingrene.

En måte læreren kan legge til rette for at elevene lærer seg ulike fingertellingsstrategier er ved å eksponere elevene for forskjellige tallbilder og utforme oppgavene slik at det gir mulighet til å oppdage ulike aspekt ved tall. Ved at elevene får erfaringer med tall gjennom fingrene, som er et kjent redskap for andre type oppgaver, kan det gjøre overgangen fra

hverdagsmatematikk til mer formalisert matematikk enklere. Selv om det ikke ble oppfordret til bruk av fingrene på hver oppgave, kan man anta at elevene benyttet dem for å oppfylle våre forventninger. Det kan undres på om fraværet av bruk av fingrene kommer av manglende opplæring, at de har andre foretrukne strategier, eller at de rett og slett har lært at man ikke skal bruke fingrene. Likevel mestret alle elevene å vise noen form for tallbilder, noe som kan tyde på at elevene ser en sammenheng mellom mengde og antall fingre.

Basert på denne studien og tidligere forskning vil vi konkludere med at om fingrene skal benyttes som hensiktsmessige hjelpemidler for å løse del-del-hel oppgaver, vil det være mest virkningsfullt med en opplæring i forskjellige strategier. Det vil også være vesentlig hvordan oppgavene er utformet.

## 6.2 Videre forskning

Vi tenker at fingertelling og strategiene som blir benyttet er noe som burde forskes mer på. Det er lite forskning på temaet generelt, og vi mener at det vil være gunstig for undervisning i begynneropplæring i matematikk, at det blir forsket videre på dette. Noe vi savner forskning på innen matematikdidaktikk, er opplært bruk av fingertelling, og hvilke konsekvenser dette får for forståelsen av aritmetikk. Det vil kreve en større studie over tid, men vi ser at det er et gap i forskningen som er sårt tiltrengt. Erfaringsmessig i samtale med ulike kollegaer i læreryrket er det veldig delte meningen på bruken av fingre. Det ville være interessant å få vite mer om hvordan fingertelling kan passe inn i norsk skolekultur og hvilke resultater det eventuelt kan gi.

Det ville også vært interessant å se hvilke funn man ville ha fått dersom man utførte studien på en større gruppe elever, på tvers av skoler. En faktor man også kunne ha sett på er om elevene er opplært til bruk av fingrene eller ikke, og om dette spiller inn på hvilke strategier de bruker. Å bruke variasjonsteori som rammeverk kan være hensiktsmessig da det belyser aspekter som ofte blir tatt for gitt eller glemt, som at man for eksempel ikke bare bør se på likheter, men også ulikheter ved et læringsobjekt. Vi tenker også at variasjonsteoriens syn på læring, hvor læreren er bevisst resultatene av sin undervisning (dette i form av tiltenkt, vedtatt og lært læringsobjekt) gir rom for refleksjoner rundt hvordan man kan endre sin undervisningspraksis og bli bevisst hva elevene faktisk sitter igjen med av kunnskap. Å se på hvilken virkning fingertelling kan ha på resultatet kan være givende og konkretiserende for hvordan man kan lære elevene til å ta i bruk fingertellingsstrategier.



## 8.0 Referanser

Anghileri, A. (2006). *Teaching number sense* (2. utg.). Bloomsbury academic

Baroody, A. J. (2016). Curricular approaches to connecting subtraction to addition and fostering fluency with basic differences in grade 1. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 10(3), 161-190.

Befring, E. (2007). *Forskningsmetode med etikk og statistikk* (2. utg.). Det Norske Samlaget

Björklund, C., Alkhede, M., Kullberg, A., Reis, M., Marton, F., Ekdahl, A. L., & KEMPE, U. R. (2018). Teaching finger patterns for arithmetic development to preschoolers. *Perspectives on professional development of mathematics teachers*, 111.

Björklund, C., & Reis, M. (2020). Preschoolers' ways of using fingers in numerical reasoning. In *Mathematics Education in the Early Years* (pp. 93-107). Springer, Cham.

Boaler, J., Chen, L., Williams, C., & Cordero, M. (2016). Seeing as understanding: The importance of visual mathematics for our brain and learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics*, 5(5), 1-6.

Bobis, J., & Way, J. (2018). Building connections between children's representations and their conceptual development in mathematics. In *Forging connections in early mathematics teaching and learning* (pp. 55-72). Springer, Singapore.

Bryman, A. (2016). *Social research methods*. Oxford university press.

Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E., & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(5), 428-441.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene* (1. utg.). Abstrakt forlag

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6. utg.). Routledge

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st North American PME Conference*, 1, 3-26.

Kullberg, A., & Björklund, C. (2020). Preschoolers' different ways of structuring part-part-whole relations with finger patterns when solving an arithmetic task. *ZDM*, 52(4), 767-778.

Kullberg, A., Björklund, C., Brkovic, I., & Runesson Kempe, U. (2020). Effects of learning addition and subtraction in preschool by making the first ten numbers and their relations visible with finger patterns. *Educational Studies in Mathematics*, 103(2), 157-172.

- Kullberg, A., Runesson Kempe, U., & Marton, F. (2017). What is made possible to learn when using the variation theory of learning in teaching mathematics?. *Zdm*, 49(4), 559-569.
- MacDonald, A. (2013). Using children's representations to investigate meaning-making in mathematics. *Australasian Journal of Early Childhood*, 38(2), 65-73.
- Marton, F., & Pang, M. F. (2006). On some necessary conditions of learning. *The Journal of the Learning sciences*, 15(2), 193-220.
- Marton, F., & Pang, M. F. (2013). Meanings Are Acquired from Experiencing Differences against a Background of Sameness, Rather than from Experiencing Sameness against a Background of Difference: Putting a Conjecture to the Test by Embedding It in a Pedagogical Tool. *Frontline Learning Research*, 1(1), 24-41.
- Moeller, K., Martignon, L., Wessolowski, S., Engel, J., & Nuerk, H-C. (2011) Effects of finger counting on numerical development – the opposing views of neurocognition and mathematics education. *Front. Psychology* 2:328. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00328
- Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in mathematics*, 47(2), 175-197.
- Newman, S. D. (2016). Does finger sense predict addition performance?. *Cognitive processing*, 17(2), 139-146.
- Nordisk råd og Nordisk ministerråd. (2022, 15. Mai). *Grunnskole i Sverige*. Nordisk samarbeid. <https://www.norden.org/no/info-norden/grunnskole-i-sverige>
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforlaget
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen damm akademisk
- Repstad, P., (2007). *Mellom nærhet og distanse: kvalitative metoder i samfunnsfag* (4. utg.). Universitetsforlaget.
- Solem, I. H., Alseth, B., & Nordberg, G. (2018). *Tall og tanke 1: Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn* (2. utg.). Gyldendal.
- Soylu, F., Lester Jr, F. K., & Newman, S. D. (2018). You can count on your fingers: The role of fingers in early mathematical development. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 107-135.



## 9.0 Vedlegg

### Vedlegg 1 – informasjonsskriv til foresatte

## Vil du delta i forskningsprosjektet

### *Barns bruk av fingrene som støtte i matematikk?*

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på hvilke strategier elever bruker når de tar i bruk fingrene som hjelpemiddel i matematikkundervisning. I dette skrevet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### **Formål**

De fleste barn tar i bruk fingrene som hjelpemiddel i matematikk, men det er svært lite forskning på hva dette fører til, og hvordan dette kan utvikle elevenes forståelse. Vi ønsker å se etter ulike strategier som elever benytter når de tar i bruk fingrene, og snakke med elevene om hva de tenker underveis i oppgaveløsningen.

Vår foreløpige problemstilling er

- Hvilke ulike metoder og strategier bruker en gruppe elever når de benytter seg av telling på fingrene i begynneropplæring av aritmetikk?
  - o Benytter elevene seg av ulike strategier når det gjelder telling på fingre, eller bruker de den samme?
  - o Ser vi noen klare forskjeller i problemløsningen på de som teller på fingrene kontra de som ikke gjør det?

Informasjonen vi samler inn vil bli brukt i en masteroppgave om begynneropplæring i matematikk, som skal skrives våren 2022.

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

NTNU er ansvarlig for prosjektet.

#### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Du får spørsmål om å delta fordi den aktuelle skolen har samtykket til at vi får komme å samle inn datamateriale på den betingelsen at foreldre godkjenner for sitt barn. Du er også spurt fordi vi ønsker å samle inn data fra en 1. klasse da begynneropplæring er vårt forskningsområde.

#### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Hele klassen vil bli observert i en vanlig undervisningstime med Kjersti.

De som ønsker å delta vil bli delt inn i grupper og tatt ut gruppevis. Disse gruppene vil få oppgaver fra oss, og vi vil observere og snakke med elevene om deres løsningsstrategier. Gruppene vil bli filmet.

Hvis du velger å delta vil du bli tatt ut av undervisningen sammen med en gruppe, og løse oppgaver og samtale med oss. Når din gruppe er ferdig, går du tilbake til undervisningen og vi henter en ny gruppe. Undervisningsøkta vil bli lagt opp slik at de som velger å delta i gruppene, ikke vil gå glipp av viktig undervisning når de er ute.

#### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Hvis du ønsker å trekke deg etter videoen er tatt har du krav på å få videoklippet slettet. Med din tillatelse ønsker vi gjerne å bruke videoklippet likevel, men å utelate alle utsagn fra deg i transkripsjon av datamaterialet. Dette er valgfritt.

Dersom du velger å ikke delta, vil undervisningen foregå som normalt, men at du ikke blir tatt ut i en gruppe.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

De som vil ha tilgang til materialet er

- Line Anita Mostad, [lineam@stud.ntnu.no](mailto:lineam@stud.ntnu.no)
- Kristianne Grande Isaksen, [krisgisa@stud.ntnu.no](mailto:krisgisa@stud.ntnu.no)

Ved veiledning vil vår veileder Kristin Arnesen, førsteamanuensis i matematikdidaktikk ved NTNU, kunne se våre videoklipp. Hun vil ikke ha tilgang på disse uten oss.

Vi vil oppbevare alle videoklipp på en mobil enhet tilhørende NTNU. Navn, skole og kjønn vil bli anonymisert med en gang vi begynner å behandle datamaterialet. Når datamaterialet er transkribert og analysert vil alle videoer bli slettet.

I masteroppgaven vil du derved ikke kunne bli gjenkjent på grunn av anonymiseringen.

### **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Opplysningene anonymiseres fortløpende, og når oppgaven er godkjent, noe som etter planen er slutten av juli 2022, vil video og annet materiale som ikke er anonymisert, slettes.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- Innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- Å få rettet personopplysninger om deg,
- Å få slettet personopplysninger om deg, og
- Å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Kristin Arnesen, [kristin.arnesen@ntnu.no](mailto:kristin.arnesen@ntnu.no) (Veileder)
- Line Anita Mostad, [lineam@stud.ntnu.no](mailto:lineam@stud.ntnu.no) (student)
- Kristianne Grande Isaksen, [krisgisa@stud.ntnu.no](mailto:krisgisa@stud.ntnu.no) (student)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Kristin Arnesen  
(Veileder)

Line Anita Mostad og Kristianne Grande Isaksen  
(student)

---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Barns bruk av fingrene som støtte i matematikk*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- Å delta i gruppearbeid med studenter.
- Videoopptak av gruppearbeid

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av foresatt til prosjektdeltaker, dato)

# NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

## Vurdering

### Referansenummer

364671

### Prosjekttittel

Masteroppgave i begynneropplæring i matematikk

### Behandlingsansvarlig institusjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) /  
Institutt for lærerutdanning

### Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Kristin Arnesen, Kristin.arnesen@ntnu.no, tlf: 73412948

### Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

### Kontaktinformasjon, student

Kristianne Grande Isaksen, kristianne8@hotmail.com, tlf: +4745699699

### Prosjektperiode

01.01.2022 - 25.05.2022

### Vurdering (1)

---

#### 28.12.2021 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 28.12.2021 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

#### TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 25.05.2022.

#### LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barn i alderen 6-7 år. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

#### PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

#### DE REGISTRERTES RETTIGHETER

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

#### FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

#### MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fulle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

#### OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Njaal H. Neckelmann

Lykke til med prosjektet!

