

# Innhold

Sammendrag.....	iii
Abstract.....	iv
Forord .....	v
Del 1: Artikkelkappe.....	1
Innledning.....	1
Oppgavens tema og oppbygging.....	1
Teoretiske perspektiver og tidligere forskning.....	2
Bedre begynneropplæring i matematikk – et samfunnsbehov .....	2
Problemstilling .....	3
Målet med N-RSM-prosjektet: å forbedre praksis. Premisser for valg av design .....	3
Metode.....	4
Forskningsparadigme – min forståelseshorisont .....	4
Forskningsdesign.....	5
Aksjonsforskning – sykluser av planlegging, handling, observasjon og refleksjon .....	5
Utvalg – samarbeidspartnere .....	7
Prosjektplan.....	8
Metoder for innhenting av empirisk materiale .....	13
Intervju av lærere .....	14
Videoobservasjon, refleksjons- og feltnotater .....	15
Refleksjonsmøter med lærerne .....	17
Analyse av empirisk materiale.....	18
Forskerrollen .....	20
Etikk .....	22
N-RSM-prosjektets kvalitet .....	24
Oppsummering.....	27
Referanseliste.....	29
Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD .....	34
Vedlegg 2: Informasjonsskriv til elever og foresatte .....	37
Vedlegg 3: Informasjonsskriv til lærere .....	41
Vedlegg 4: Intervjuguide.....	44
Vedlegg 5: Systematisering av observasjonsøktene, utdrag fra observasjon 10, 11 og 12 .....	47

<b>Vedlegg 6: Tabell over koder i henhold til matematisk innhold i undervisningen .....</b>	<b>49</b>
<b>Vedlegg 7: Tabell over materiell brukt i undervisningen.....</b>	<b>50</b>
<b>Vedlegg 8: Lærerens refleksjoner av N-RSM-prosjektet.....</b>	<b>51</b>
<b>Del 2: Forskningsartikkel.....</b>	<b>54</b>
<b>«En førsteklasses talloppfatning ved hjelp av strukturerte konkrete fra Numicon og RightStart™ Mathematics» .....</b>	<b>54</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>54</b>
<b>Sammendrag.....</b>	<b>54</b>
<b>Introduksjon.....</b>	<b>55</b>
<b>Funksjonell talloppfatning innenfor rammen av dybdelæring.....</b>	<b>56</b>
<b>Veien til god talloppfatning – telle eller «se»? .....</b>	<b>56</b>
<b>Intervensjon.....</b>	<b>59</b>
<b>Deltakere.....</b>	<b>60</b>
<b>Numicon .....</b>	<b>60</b>
<b>RightStart™ Mathematics (RSM).....</b>	<b>60</b>
<b>Numicon og RightStart™ Mathematics i denne intervensjonen .....</b>	<b>61</b>
<b>Datagrunnlag og analyse .....</b>	<b>62</b>
<b>Resultat og diskusjon.....</b>	<b>63</b>
<b>Tallvenner .....</b>	<b>63</b>
<b>Elevene skaper struktur .....</b>	<b>65</b>
<b>Navngiving av tallmengder .....</b>	<b>66</b>
<b>Tallmengder deles opp, delmengdene endres og settes sammen på nytt.....</b>	<b>69</b>
<b>Oppsummering.....</b>	<b>71</b>
<b>Referanseliste.....</b>	<b>73</b>

## Sammendrag

Prosjektet «*Hvordan kan en dialogbasert undervisning med konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart™ Mathematics legge til rette for utvikling av god talloppfatning hos elever på 1. trinn?*», er et aksjonsforskningsprosjekt med åtte skolebegynnere og deres to lærere. Sammen med meg, en mastergradsstudent med ti års erfaring som matematikklærer i grunnskolen, prøvde lærerne ut konkretiseringsmateriellet i matematikkundervisningen. Målet med prosjektet var å undersøke hvilken mulig effekt denne metodikken hadde på elevenes talloppfatning. Konkretene har en utforming som lar elevene oppleve tallmengder både som helhet, enkeltelementer og som de ulike delmengdene som denne tallmengden består av. Bak begrepet dialogbasert, ligger tanken om en matematikkundervisning som lar elevene arbeide utforskende, kreativt og i dialog både med klassens elever og lærere. Lærerens rolle i dialogbasert undervisning er å rettlede elevene med spørsmål, anerkjennende kommentarer og felles undring.

Prosjektet har vært utformet som et aksjonsforskningsprosjekt. Her var hensikten at læring og kunnskap ble skapt gjennom en gjentakende spiral av planlegging, gjennomføring av undervisning, observasjon og refleksjon. Planleggingen av prosjektet startet i juni 2020, og det ble avsluttet juni 2021. Den ene av prosjektets to lærere gikk av med pensjon desember 2020, mens den andre læreren deltok i hele perioden. Datainnsamlingen har foregått hovedsakelig via videoobservasjon, men også refleksjonsamtaler, intervju og felt- og refleksjonsnotater.

Resultatene viser at elevene utviklet forståelse for tallmengdenes del-hel-struktur, og at de kunne bruke denne kunnskapen for å forklare sin tanker og løsningsmåter i stadig nye kontekster. For å vise leseren hvordan elevene deltar i aktivitetene, uttrykker seg og konstruerer kunnskap i samhandling og samtale med læreren og sine medelever, har jeg valgt å presentere autentiske hendelser fra undervisningen og analysere disse. Resultatene blir presentert i fire kategorier med utdrag fra undervisningen. Den første kategorien er *Tallvenner*, og den viser hvordan elevene skiller mellom deler og helhet i tallmengder. Den andre kategorien er *Elevene skaper struktur*. Elevene brukte sin kunnskap om del-helstrukturen til å organisere ulike objekter på en slik måte at det totale antallet objekter lot seg oppfatte ut ifra del-strukturen. Den tredje kategorien er *Navngiving av tallmengder*. Her viser elevene at de bruker sin kunnskap om tallmengdenes del-hel-struktur når de navngir tallsymboler og tallmengder de mangler tallord for å beskrive. Den fjerde kategorien er *Tallmengdene deles opp, delmengdene endres og settes sammen på nytt*, og den viser hvordan elevene ser at en tallmengde kan bestå av ulike delmengder.

For å si noe om gjennomføringen av prosjektet er lærernes opplevelser og erfaringer også løftet fram. Resultatene viser at særlig den læreren som fulgte prosjektet gjennom skoleåret opplevde å ha et redskap hun kunne bruke med elever som stod i fare for å utvikle vansker. Læreren opplevde i tillegg at hun selv lærte mye, noe som gav henne mer selvtillit som matematikklærer.

## **Abstract**

The project *"How can a dialogue-based teaching with manipulatives from Numicon and RightStart™ Mathematics facilitate the development of number concepts in pupils in first grade?"* is an action research project with eight first-grade pupils and their two teachers. Together with me, a master's student with ten years of experience as a mathematics teacher in elementary school, the teachers tried to use the manipulatives in mathematics teaching. The aim of the project was to investigate the possible effect of this methodology on the pupils' perception of numbers. The manipulatives have a design that allows the pupils to experience the numbers both as a whole, individual elements and as the different subsets of which this amount of numbers consists of. Behind the concept of dialogue-based lies the idea of a mathematics teaching that allows students to work exploratory, creatively and in dialogue with both the class's students and teachers. The teacher's role in dialogue-based teaching is to guide students with questions, acknowledging comments and common wonder.

The project has been designed as an action research project. The purpose was that learning and knowledge were created through a repetitive spiral of planning, implementation of teaching, observation and reflection. The project started in June 2020 with planning, and it was completed in June 2021. One of the project's two teachers retired in December 2020, while the other teacher participated throughout the whole period. The data collection has taken place mainly via video observation, but also reflection conversations, interviews and field and reflection notes. The results show that the pupils developed an understanding of the part-whole-structure of the numbers, and that they were able to use this knowledge to explain their thoughts and ways of solving in constantly new contexts. To show the reader how students participate in the activities, express themselves and construct knowledge in interaction and conversation with the teacher and their fellow students, I have chosen to present authentic events from the teaching and analyze these. The results are presented in four categories with excerpts from the teaching. The first category is Number friends, and it shows how the pupils distinguish between parts and wholeness in numbers. The second category is Pupils Creating Structure. Knowledge of the part-whole-structure was used by organizing objects in such a way that the total number of objects could be perceived from the part-structure. The third category is The naming of number amounts. The pupils how they use their knowledge of the part-whole-structure of the numbers when naming number symbols and the amounts of numbers they lack numerals to describe. The fourth category is The number amounts are decomposed, the parts are changed and recomposed, and it shows how students see that a number can consist of different parts.

To say something about the implementation of the project, the teachers' experiences have also been highlighted. The results show that the teacher who followed the entire project firstly experienced having a tool she could use with students who are at risk of developing difficulties. Secondly, the teacher felt that she learned a lot, which gave her more confidence as a mathematics teacher.

## **Forord**

Dette prosjektet er en avsluttende oppgave for masterprogrammet i spesialpedagogikk ved Norges Teknisk-naturvitenskapelige Universitet (NTNU) institutt for pedagogikk og livslang læring. Oppgaven er skrevet i artikkelform under veiledning av professor Per Frostad, og den tilsvarer 30 studiepoeng.

Først og fremst – jeg er inderlig takknemlig for at “Liv” og “Bente”, mine to medforskere, slapp meg inn i sitt klasserom. Uten deres åpenhet og mottakelse ville det ikke vært mulig for meg å gjennomføre dette masterprosjektet. Deres engasjement og evne til refleksjon har gitt meg mengder med inspirasjon som vil ha stor betydning i tiden framover. Jeg vil også uttrykke takknemlighet for at elevene «Berit», «Frida», «Mari», «Nina», «Oda», «Fredrik», «Kåre» og «Patrik» tok så godt imot meg og alle mine spørsmål. Å tilbringe tid med dem var noe av det som gav meg mest glede i løpet av prosjektet.

Arbeidet med denne masteroppgaven har vært tidkrevende og mentalt oppslukende. Jeg sitter igjen med ny kunnskap og erfaring som vil ha betydning for meg personlig og forhåpentligvis for framtidige elevers matematikklæring og matematikkglede. Det har vært et privilegium å kunne fordype seg i et emne som berører den disiplinen i skolen som alltid har gitt meg stor glede både som elev, student og lærer.

Takk til min stødige veileder, Per Frostad. Dine råd, din kunnskap, og ditt engasjement har vært av stor betydning i alle faser av dette prosjektet. Din tankemåte er til inspirasjon for oss som vil gjøre en forandring for landets skolebegynnere.

Til slutt en takk til Kari. Du har vært min bauta i dype daler og jeg er evig takknemlig for den tid du har viet til å heie meg fram.

Hitra, 10.10.2021

Marit Johanne Berdal

## **Del 1: Artikkelkappe**

Framskritt i begynneropplæringen i matematikk vil skje når lærere reflekterer kritisk over egen praksis og tilfører undervisningen nye ideer og teorier (Alrø & Johnsen-Høines, 2013). Hva skjer når to lærere tar i bruk konkretiseringsmateriell fra Numicon (Wing & Tacon, 2007) og RightStart™ Mathematics (Cotter, 2005) med tanke på elevenes talloppfatning? Denne masteroppgaven forteller om et slikt forsøk. Del 1 setter scenen for denne masteroppgaven.

### **Innledning**

#### **Oppgavens tema og oppbygging**

Dette prosjektet er en avsluttende masteroppgave i spesialpedagogikk. Teksten dokumenterer en ettårig forskningsprosess, der jeg sammen med to lærere på første trinn forsket på innføring av konkretiseringsmateriell og tilhørende tankegodt fra Numicon (Wing & Tacon, 2007) og RightStart™ Mathematics (Cotter, 2005). Gjennom aksjonsforskning har vi arbeidet for å utvikle en praksis der vi har diskutert og omgjort matematisk teori til undervisningspraksis for å styrke skolebegynneres utvikling av talloppfatning. Hovedmotivasjonen for forskningsprosjektet var å se om det kunne gi innsikt som kan brukes forebyggende slik at alle skolebegynnere utvikler en hensiktsmessig talloppfatning og får reelle muligheter til å lykkes i opplæringen.

Masteroppgaven består av to deler. En innledende kappe og en artikkel. I kappen blir teoretiske perspektiver, problemstilling og metode presentert. Aksjonsforskningens hensikt er todelt; aksjon og forskning. Teksten forsøker å belyse begge deler. N-RSM-prosjektet er langt mer omfattende enn masteroppgavens beskjedne omfang. For å begrunne prosjektets gyldighet og relevans, har jeg valgt å skrive mer utførlig om valgt metode og prosjektets forløp. I motsetning til tradisjonell samfunnsvitenskapelig forskning der distanse og nøytralitet er et krav, er aksjonsforskeren deltaker i en prosess der det kreves nærhet til dem det forskes på. Aksjonsforskerens påvirkning fordrer utstrakt grad av refleksivitet og drøftinger rundt etikk, noe som er vektlagt både i gjennomføringen av aksjonen og i denne teksten (Bjørndal, 2004).

Oppgavens del to er selve artikkelen. Her vil jeg komme nærmere inn på teoretiske aspekter og gjennomføringen av aksjonen, eller intervensjonen, som jeg har valgt å kalle den. Deretter følger en redegjørelse for hvordan jeg har gått fram med analysen, presentasjon av resultater og drøftinger av disse. Hensikten med artikkelen er å publisere den i tidsskriftet *Spesialpedagogikk* som et bidrag til spesialpedagogisk forsknings- og utviklingsarbeid. Artikkelen er skrevet i tråd med tidsskriftets forfatterveiledning.

Begrepene aksjon og intervensjon spesifiseres i oppgaven, men vil bli brukt fritt for å skape flyt i teksten og gjøre den mer variert og lesbar. Det samme gjelder refleksjonsmøte og refleksjonssamtale. Begrepet tallmengder kan virke fremmed for mange lesere. I det daglige omtaler vi tallmengder ofte bare som tall eller antall. Når det i oppgaven skrives om mengdeforståelse, tilsvarer det antallsforståelse.

## **Teoretiske perspektiver og tidligere forskning**

### **Bedre begynneropplæring i matematikk – et samfunnsbehov**

Startpunktet for denne studien var et ønske om å undersøke hvordan konkretiseringsmaterieell fra Numicon (Wing & Tacon, 2007) og RightStart™ Mathematics (Cotter, 2005) (fra nå – ofte omtalt som Numicon og RSM eller N-RSM) kan bidra til at elever utvikler en funksjonell taloppfatning. Forskningsinteressen hadde opphav i min bakgrunn som matematikklærer i grunnskolen, der jeg har møtt mange elever som aldri helt «fattet matte». Samtidig var interessen preget av ervervet kunnskap fra forelesninger ved NTNU om matematikkvansker, barns taloppfatning og om konkretiseringsmaterieell fra N-RSM. En tredje begrunnelse for interessen er min fundamentale tro på forebygging av vansker framfor tiltak når en vanske er manifestert og eleven har rett til spesialundervisning (Opplæringslova, 1998, § 5-1).

Spesialpedagogikkens sentrale formål er å fremme læring og livsmestring hos barn og unge med ulike vansker (Befring & Næss, 2019). Dette innebærer to grunnleggende spesialpedagogiske oppgaver. Ved siden av å forebygge at vansker oppstår eller får utvikle seg, er den andre sentrale oppgaven å redusere og avhjelpe vansker som allerede finnes (Tangen, 2012). Forebygging er en av de viktigste investeringene et samfunn kan gjøre, både fra et menneskelig ståsted, men også i et samfunnsøkonomisk perspektiv. Dette standpunktet ble fremhevet i rundskrivet «Forebyggende innsats for barn og unge» fra sju norske departementer (Barne- og familiedepartementet, 2013). Sentralt i dette prosjektet er den universelle forebyggingen, der forebyggingen er innsiktet på alle elevene i klassen framfor grupper der vanskene er identifiserte (Befring, 2012). Dersom dette prosjektet kan gi innsikt om undervisning som kan bedre vilkårene for læring, både for elever med rett til spesialundervisning og for andre elever, vil man kunne bidra til «bedre» tilpasset opplæring (Nilsen, 2019). Prinsippet om tilpasset opplæring er fastslått i opplæringslova (1998, § 1-3), og det innebærer at skolen skal møte elevene med et læringsinnhold som svarer til deres forutsetninger. Tanken om at Numicon og RSM kan være et redskap som gir skolebegynnere positive læringsopplevelser og lar dem erfare mestring har vært grunnleggende i dette prosjektet (Befring, 2018). Opplevelse av mestring bidrar til effektiv læring ved at det knyttes positive følelser til både læringsprosessen og til matematikkfaget (Befring, 2019).

Norske elevers matematikkferdigheter blir blant annet målt gjennom Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) hvert fjerde år (Heje & Frøjd, 2020). Resultatene fra 2015 og 2019 viser at norske elever på 5.- og 9- trinn presterer relativt godt i matematikk (Bergem, 2016; Kaarstein, Radišić, Lehre, Nilsen & Bergem, 2020). Når det gjelder testens emneområder i matematikk, skårer norske elever på 5. trinn høyest innenfor statistikk og svakest, relativt sett, i kategorien tall. For de yngste elevene anses tall spesielt viktig, og derfor er 50 % av oppgavene i testen knyttet til dette emnet (Bergem, 2016; Kaarstein et al., 2020). Selv om resultatene viser at norske elever skårer relativt bra internasjonalt, er det verdt å reflektere rundt standpunkt karakterene for norske tiendeklassinger.

I 2020 fikk henholdsvis 1,4 prosent og 14,8 prosent karakteren en og to i matematikk. Totalt har 16,2 prosent lav eller svært lav kompetanse i faget når de forlater grunnskolen (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Forskere trekker fram liknende tall og peker på at mellom 15 og 20 prosent av norske elever har matematikkvansker (Mononen & Lopez-Pedersen, 2019). Sysselsettingsutvalget understreket i NOU 2021: 2 *Kompetanse, aktivitet og inntektssikring – Tiltak for økt sysselsetting* at det bør tas grep i grunnskolen for at flere skal komme i arbeid i framtiden. Et av tiltakene er tidlig innsats gjennom god kvalitet i grunnskolen, fordi dette legger et viktig grunnlag for at flest mulig skal kunne fullføre videregående utdanning (NOU 2021: 2). Ettersom så mange elever i Norge ligger på et lavt kompetansenivå i matematikk, er det grunn til å tenke at begynneropplæringen i faget ikke er optimal med tanke på utvikling av forståelse i matematikk for alle elever (Ostad, 2015). Jeg stiller spørsmål ved om det nettopp er emneområdet tall at skoen trykker.

Elevers talloppfatning, hva en funksjonell talloppfatning innebærer, samt teorier om hvordan utviklingen av talloppfatning skjer beskrives inngående i forskningsartikkelen.

### **Problemstilling**

Dette fører meg fram til det overordnede forskningsspørsmålet i prosjektet:

*Hvordan kan en dialogbasert undervisning med konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart<sup>TM</sup> Mathematics legge til rette for utvikling av god talloppfatning hos elever på 1. trinn?*

Innenfor problemstillingen ligger et ønske om å frembringe kunnskap som kan bidra til å bygge bro mellom forskning og praksis og slik være med på å gjøre matematikkundervisning basert på forskning og teori i tillegg til tradisjon.

### **Målet med N-RSM-prosjektet: å forbedre praksis. Premisser for valg av design**

Det utdanningspolitiske bildet i Norge har fremmet at lærere må etter- og videreutdannes og at lærerprofesjonen skal være teori- og forskningsbasert (Kunnskapsdepartementet, 2017a, 2019). Til tross for gode politiske intensjoner viser kortrapporten etter TIMSS-undersøkelsen i 2019 at norske lærere sjelden deltar på etterutdanningskurs sammenlignet med hva som er vanlig internasjonalt (Kaarstein et al., 2020). Selv om praksiserfaring er viktig, trenger lærerne påfyll med formell kunnskap som kan gi dem begreper til å analysere og begrunne de matematikkfaglige valg de gjør i klasserommet (Alrø & Johnsen-Høines, 2013). En systematisk forebyggende virksomhet vil stimulere til kvalitetsutvikling av skolen, blant annet fordi det kan gi lærere verktøy for å skape læringskontekster der elevene opplever læringsglede (Befring, 2019; Befring & Næss, 2019).

Det å gi lærere påfyll med formell kunnskap er ikke en endimensjonal prosess, der den nyervervede kunnskapen vil gjøre dem mer kompetente til å analysere og begrunne de matematikkfaglige valg som de gjør i klasserommet (Røsseland, 2019).



Forskning viser at det i liten grad skjer store endringer i lærernes praksis etter at de har deltatt på utviklingsprosjekter (Goldsmith, Doerr & Lewis, 2014; Goodchild, 2016b). I stedet kan det se ut til at teoretiske modeller og forskningsresultater ikke i tilstrekkelig grad når ut til lærerne slik at det skapes reelle endringer (Goodchild, 2016b; Ruthven, 2001). Det kan være flere grunner til dette. Den lokale konteksten blir ikke vektlagt nok (lærer, klasserom, elever), de teoretiske beskrivelsene kan være abstrakte og i liten grad gi lærerne konkrete strategier de kan bruke i planleggingen og gjennomføringen av undervisningen, samt at lærerne befinner seg i en praksis som motsetter seg endring. Årsaker til sistnevnte er blant annet mangel på tid, manglende støtte fra ledelse og kolleger, samt frykten for at en endret praksis ikke er i overensstemmelse med kunnskaper som trengs til nasjonale prøver og andre kartleggingsprøver (Goodchild, 2016b). Skal lærere endre praksis må de forstå sammenhengen mellom deres undervisning og det som skjer i elevenes tankeverden, slik at de kan forutsi med en viss sikkerhet hvordan visse aktiviteter eller bruk av konkreter vil påvirke elevens læring (Nuthall, 2004). Det er i den sammenheng læreren må få mulighet til å teste ut nye tilnærminger i klasserommet (Røsseland, 2019). Erfaring med en vellykket gjennomføring er avgjørende fordi den former lærernes holdninger og oppfatninger (Guskey, 2002). Et sentralt element for å implementere ny teori er behovet for støtte og veiledning i utprøvsperioden. Lærerne må få hjelp til å prøve ut nye tilnærminger med elevene, blant annet fordi de må få støtte til å tro at dette vil fungere i deres klasserom og støtte til å tåle faren med å risikere å mislykkes (Goodchild, 2016b; Postholm, 2012).

Avsnittet viser hvor komplekst det er å endre en etablert undervisningspraksis. Det var viktig for meg å tilby lærerne i N-RSM-prosjektet støtte til å sette seg inn i de teoretiske beskrivelsene bak metodikken, utforske og bli kjent med konkretiseringsmateriellet, samt støtte til å teste ut aktivitetene i klasserommet. For å kunne tilpasse N-RSM-metodikken til elevene i den aktuelle klassen, så jeg det som hensiktsmessig å delta i matematikktimene slik at jeg kunne studere sammenhengen mellom undervisningen og måten dette påvirket elevens læring. Aksjonsforskning ble derfor den mest gunstige strategien i N-RSM-prosjektet.

## **Metode**

### **Forskningsparadigme – min forståelseshorisont**

All forskning bygger på antakelser om hvordan forskning bør gjøres og hvilke metoder som gir gode svar. En bevisstgjøring av eget paradigme kan sees som en forutsetning for å vurdere forskningens gyldighet, fordi det representerer min forståelseshorisont (Nilsson, 2007). N-RSM-prosjektet baserer seg på filosofien om kritisk realisme. Dette innebærer at virkeligheten eksisterer uavhengig av mine oppfatninger eller teorier. Fordi min forforståelse, teoretiske perspektiver og tidligere erfaringer farger min kunnskap om verden, er det ikke mulig å få noen objektiv kunnskap om denne virkeligheten (Coghlan & Brydon-Miller, 2014; Kleven & Hjørdemaal, 2018). Når en hendelse finner sted, skjer dette som et resultat av komplekse samspill mellom årsaksfaktorer. Vi kan sannsynliggjøre at noe vil skje som en følge av nærmere angitte årsaker, men ikke si med 100 prosent sikkerhet at en årsak gir en gitt virkning.

Årsakene er innvevde i hverandre og lar seg ofte ikke isolere (Kleven & Hjørdemaal, 2018). Dette gjelder i høyeste grad også i undervisningssammenheng. Elevenes læring og utvikling av talloppfatning er et resultat av et komplekst samspill mellom flere faktorer. Læreren valg av metodikk er en av disse faktorene. Det vil aldri foreligge en rett eller sann teori eller bestemt oppfatning av virkeligheten. Likevel vil den teorien som forklarer et fenomen etter flest kriterier være å foretrekke (Scott & Bhaskar, 2015).

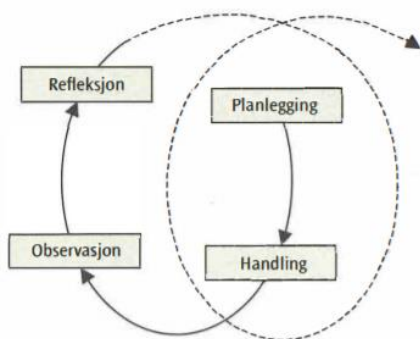
Det vitenskapsteoretiske ståsted for studien påvirket alle delene av forskningsprosessen; hvilke spørsmål jeg stilte, hvordan jeg designet studien, hva jeg valgte å spørre lærerne og elevene om, hva jeg valgte å se etter og hvilke data jeg samlet inn og hvordan jeg analyserte materialet. Redegjørelsen for forskningsparadigmet i dette avsnittet danner derfor et viktig bakteppe for fortsettelsen av oppgaven.

### **Forskningsdesign**

For å beskrive hvordan innføringen av en undervisningsmetodologi kan resultere i læring hos elevene, må forskningsstrategi velges ut ifra hvordan problemstillingen best kan belyses. Studiens design har to hovedformål som er tett bundet sammen. For det første å legge til rette for at lærerne kunne utvikle didaktisk teori om bruken av N-RSM-konkretene, ta dem i bruk i matematikkundervisningen, samt tilpasse N-RSM-metodikken etter elevenes nivå, interesser og utvikling av talloppfatning. For det andre å legge til rette for utvikling av datamateriale slik at elevenes talloppfatning kunne studeres. Aksjonsforskning skulle tjene begge formålene ved studiens forskningsdesign. I kommende avsnitt blir studiens forskningsdesign presentert og argumentert for. Først blir det en generell introduksjon av aksjonsforskning. Videre beskrives den planlagte og gjennomførte aksjonsforskningen.

### **Aksjonsforskning – sykluser av planlegging, handling, observasjon og refleksjon**

Aksjonsforskning er en strategi som kombinerer implementeringen og evalueringen av et tiltak (Skogen, 2018). Aksjonsforskningsbegrepet ble grunnlagt av Kurt Lewin på 1940- og 1950-tallet i USA. Han var kritisk til datidens utdanningsforskning og hevdet at man trengte «research leading to social action» framfor «research that produces nothing but books...» (Lewin, 1948, s. 203). Flere former og retninger for aksjonsforskning har utviklet seg, men felles for dem alle er formålet med å gjennomføre intervensjoner og fremme endringer for å forbedre menneskers situasjon i samfunnet (Postholm & Smith, 2017; Tiller, 2004), samt en deltakende og demokratisk tilnærming for både forsker og praktiker (Bøe & Thoresen, 2017). Aksjonsforskning har trekk som gjør at den ligner både på case-studier og felteksperiment. Kontrollen over påvirkning i aksjonsforskning er mindre enn i strengt kontrollerte eksperimenter, men fordi forskeren er mer bevisst på hva som søkes påvirket, er kontrollen over påvirkning større enn i case-studier (Bjørndal, 2004).



Figur 1. Grunnleggende modell hentet fra Postholm og Moen (2009).

Modellen jeg har valgt (se figur 1) tar utgangspunkt i Lewins aksjonsforskningsmodell. Den viser hvordan læring og kunnskap kan skapes gjennom en gjentakende spiral av plan – aksjon – observasjon – refleksjon (Postholm & Moen, 2009). Det fremste formålet i N-RSM-prosjektet var at elevene skulle lære matematikk på en egnet måte og utvikle en dyp og varig talloppfatning som en konsekvens av N-RSM-metodikken. Jeg regnet aksjonsforskning som en formålstjenlig strategi for N-RSM-prosjektet. Et nært og demokratisk samarbeid mellom meg og lærerne, og gjentakelsen av refleksjon og handling, ville gi informasjon om implementeringen av N-RSM-metodikken. Informasjonen ville gjøre det mulig å justere metodikken og samtidig gi meg mulighet å tilby lærerne støtte. Det ville også gi informasjon om elevenes talloppfatning. Den stadige justeringen av metodikken ville gjøre det mulig å rette oppmerksomheten mot årsaksmekanismene i undervisningen. Sidestillingen mellom refleksjon og handling kunne tilføre en dypere forståelse over faktorer i undervisningen som påvirket elevenes utvikling av talloppfatning. Denne tenkingen er for øvrig helt i tråd med den kritiske realismens syn på årsaksmekanismer, og at den teorien som forklarer flest kriterier er å foretrekke (Coghlan & Brydon-Miller, 2014). Samspillet mellom lærerne, elevene, meg, N-RSM-metodikken og andre faktorer i undervisningen er likevel så kompleks at det ikke er mulig å få en fullstendig oversikt over alle faktorer som påvirker elevenes læring (Skogen, 2018).

Designet i N-RSM-prosjektet er todelt, i tråd med begrepet aksjonsforskning. Aksjonen referer til en handling eller tiltak som man antar vil medvirke til ønsket forandring, mens forskningen har til hensikt å evaluere effekten av aksjonen (Skogen, 2018). N-RSM-prosjektet var dermed todelt. I aksjonen, eller intervensjonen, var teoretiske perspektiver utgangspunkt for utprøvingen av en undervisningsmetodikk basert to programmer. Dette innebærer en deduktiv tilnærming, der man går fra teori til empiri for å utvikle kunnskap (Thagaard, 2018). Motsatt, kan man ha en induktiv tilnærming, der teoretiske perspektiver oppnås med utgangspunkt i empiri. Det å være rent deduktiv eller induktiv kan betraktes som ytterpunkter på en skala (Postholm & Jacobsen, 2011), og det er en forenkling av virkeligheten å si at intervensjonen har hatt en ren deduktiv tilnærming. Som det vil komme fram i de påfølgende avsnittene, utarbeidet lærerne undervisningsoppleggene selv.

Konkretiserings-materiell fra N-RSM og det tilhørende teoretiske tankegodset bak var en sentral faktor når de planla undervisningen, men i tillegg hadde de mye erfaringsbasert kunnskap som påvirket hvilke oppgaver, aktiviteter og tilnærminger de valgte å innlemme i sine undervisningsopplegg. Deres erfaringsbaserte kunnskap var en blanding av teoretisk- og praktisk ervervet kunnskap. En slik prosess hvor både deduksjon og induksjon inngår som delelementer innebærer en vekselvirkning mellom teoriladet empiri og empiriladet teori, betegnet som abduksjon (Kleven & Hjordemaal, 2018). Designets andre del, altså evalueringen av N-RSM-metodikken, har både en deduktiv og induktiv tilnærming. De teoretiske aspektene som belyses i artikkelen, gav analytiske perspektiver på hvordan elevenes forklaringer og måter å bruke N-RSM-konkretene på kunne forstås. Samtidig ble hendelser i undervisningen jeg mente kunne være et resultat av N-RSM-metodikken diskutert med lærerne i refleksjonsmøtene. Dette gav grunnlag for nye teoretiske perspektiver. Derfor har forskningsprosessen i tillegg hatt en induktiv tilnærming (Thagaard, 2018).

N-RSM-prosjektet har et kvasi-eksperimentelt design fordi N-RSM-metodikken medfører en manipulasjon av variabler (Lund, 2002b). Imidlertid innebærer ikke designet hverken en pre- eller posttest. Effekten på metodikken ble vurdert subjektivt av meg og lærerne. Det var med andre ord snakk om å studere og få kunnskap om årsak-effekt-sammenhenger, eller kausalitet. Kausalitet er sentralt i pedagogisk sammenheng for å begrunne forskjellen mellom tiltak som virker og tiltak som ikke virker (Kvernbekk, 2002, 2018). Kausale forhold kan ikke direkte observeres, men vi kan slutte oss til dem med en viss sikkerhet, og derfor anses slike slutninger som fruktbare innen kritisk realisme (Lund, 2002c). Designet i N-RSM-prosjektet hadde til hensikt å kunne gjøre mest mulig sikre, eller valide, årsaks-effekt-slutninger.

### **Utvalg – samarbeidspartnere**

Hensikten med N-RSM-prosjektet var å undersøke om N-RSM-metodikken påvirket elevenes læring slik at de utviklet en god talloppfatning. Min antakelse var at den første formelle matematikkundervisningen elevene møter i skolen vil være med å styre deres fokus på mer eller mindre hensiktsmessig måte, som igjen fører til mer eller mindre hensiktsmessig utvikling av talloppfatning (Frostad, 2005a). Dermed ble det tidlig klart for meg at jeg måtte innlede kontakt med lærere som arbeidet ved første trinn. Jeg landet på at en klasse med få elever ville være egnet av to grunner: Mengden konkretiseringsmaterieell som måtte innkjøpes ble økonomisk forsvarlig og ekstraarbeidet for læreren med å håndtere og holde oversikt over materiellet ble overkommelig. Et siste punkt for valg av elever og lærere var reiseavstand fra mitt hjemsted. Jeg regnet med å kjøre til skolen en til to ganger per uke, og derfor satte jeg maksimal avstand til én times reisevei per vei.

Umiddelbart etter min veileder gav klarsignal for prosjektet og Norsk senter for forskningsdata (NSD) hadde gjennomgått og godkjent prosjektet i begynnelsen av juni 2020 (se vedlegg 1), startet undersøkelsen med å finne lærere som kunne tenke seg å begi seg ut på et slikt prosjekt. Jeg tok kontakt med rektor ved den skolen som med utgangspunkt i kriteriene var mitt førsteønske. Etter kort tid fikk jeg tilbakemelding. Bente, den ene læreren, svarte at til tross for at hun snart skulle gå av med pensjon midtveis i prosjektet, så kunne hun ikke la denne muligheten gå fra seg. Bente sin entusiasme smittet over på Liv, som også sa seg villig til å delta. Lærerne delte ansvaret for matematikkundervisningen i en førsteklasse med åtte elever. Etter at Bente gikk av med pensjon i desember ville Liv bli alene om undervisningen resten av skoleåret.

Hverken informanter eller deltakere er dekkende begreper for lærerne i N-RSM-prosjektet, da disse peker på metodene intervju og observasjon (Thagaard, 2018). Lærerne skulle fylle to roller: På den ene siden var behovet for innblikk i deres tanker, meninger og kunnskap om matematikkundervisning og elevenes læring og utvikling av talloppfatning. Samtidig trengte jeg noen som var villige til å planlegge, utføre, la seg bli observert, reflektere og evaluere bruk av konkretene. Lærerne blir på den ene siden informanter, og på den andre siden mine samarbeidspartnere eller medforskere på sin egen undervisning. Det som skulle studeres i prosjektet var elevenes talloppfatning og om denne utviklet seg i hensiktsmessig retning som en konsekvens av N-RSM-metodikken. Elevene er slik sett å regne for deltakere.

Lærerne og elevene i N-RSM-prosjektet ble valgt ut på bakgrunn av egenskaper som var strategiske for problemstillingen, undersøkelsens teoretiske perspektiver og faktorer som reiseavstand. Jeg baserte meg dermed på et strategisk utvalg (Fangen, 2010).

### **Prosjektplan**

Lærerne fikk ingen nedsatt undervisningstid for å samarbeide med meg, derfor ble våre planleggings- og refleksjonsmøter lagt til dager og tidspunkter der lærerne hadde undervisningsfri. I forkant av det første møtet i juni fikk jeg lånt noe N-RSM-materiell fra NTNU og skaffet en oversikt over delene materialet bestod av og oppbyggingen av lærerveiledningene. Under det første møtet ble materialet presentert for lærerne, og vi lagde en første plan for hva som skulle gjøres før skolestart august 2020. Numicon, den ene typen konkretiseringsmaterieell, var allerede innkjøpt til en elev på skolen, men hverken Bente eller Liv hadde benyttet det i sin undervisning tidligere og hadde dermed ingen inngående kjennskap til materialet. I løpet av samtalen ble det klart at Bente og Liv ønsket å få en enda grundigere gjennomgang av konkretene og hvordan de kunne implementeres i undervisningen. De hadde allerede bestilt et nytt læreverk for høsten og ønsket å bruke dette i tillegg. Vi brukte god tid til å se gjennom og utforske materialet sammen. Det ble også avklart hvordan prosjektet skulle legges opp med tanke på aksjonsforskningens syklus av planlegging, handling, observasjon og refleksjon, og hvilke roller og ansvar vi skulle ta. Lærerne ønsket å planlegge undervisningen i detalj selv. Jeg skulle komme og observere en gang hver uke, så lenge det var mulig med tanke på koronasituasjonen.

Lærerne var positive til jevnligte refleksjonssamtaler der vi kunne reflektere med bakgrunn i videoopptak eller observasjoner av elevenes utsagn eller handlinger. Et annet element vi ble enige om å inkludere i refleksjonssamtalene, var presentasjon og diskusjon av aktuell teori i matematikk.

I løpet av dette møtet avklarte vi hva det ville innebære for lærerne og elevene å delta i prosjektet med tanke på konfidensialitet og informert samtykke (Hvinden et al., 2006). Ethiske vurderinger har vært av betydning i alle deler av N-RSM-prosjektet, og det var avgjørende at Bente og Liv fikk god innsikt i prosjektets formål og mulige ulemper det ville ha for dem å være med i prosjektet. Jeg understreket viktigheten av at elevene og deres foresatte fikk informasjon om min tilstedeværelse i klasserommet og hensikten med mitt prosjekt. Lærerne videreformidlet informasjonen og delte ut et formelt skriv med inngående informasjon om prosjektet til foreldrene under et foreldremøte. Både foresatte og elevene måtte samtykke til deltakelse i prosjektet (se vedlegg 2).

Figur 2 gir et bilde på N-RSM-prosjektets forløp.

Tidspunkt	Gjennomført aktivitet
2020	Planmøte 1:
Juni	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introduksjon av teori og bruk av konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart™ Mathematics</li> </ul>
Juli	Sommerferie
August	Planmøte 2:
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inngående gjennomgang av teori og bruk av konkretiseringsmateriellet</li> </ul> Intervju av Bente og Liv.
September	Observasjon 1 og 2.
	Refleksjonssamtale 1:
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gjennomgang og diskusjon av:               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Spørsmål som bidrar til matematisk tankegang</li> <li>○ Bruk av lærerveiledningene til Numicon og RightStart™ Mathematics</li> <li>○ Begrepsmessig forståelse, prosedyrekunnskap og dybdelæring</li> </ul> </li> </ul> «Foredrag» for skolens ansatte: <ul style="list-style-type: none"> <li>• N-RSM-prosjektets bakgrunn og hensikt</li> <li>• Teorier om utvikling av taloppfatning</li> <li>• Hvordan Numicon og RightStart™ Mathematics kan hjelpe elever til dyp og varig taloppfatning</li> </ul>
Oktober	Observasjon 3, 4, 5 og 6.
	Refleksjonssamtale 2 og 3.

November	Observasjon 7, 8 og 9.
	Refleksjonssamtale 4.
Desember	Observasjoner utgår grunnet eksamener i tre emner.
	Uformelt møte med lærerne for å takke for samarbeidet så langt. Bente går av med pensjon, mens Liv fortsetter i prosjektet.
<b>2021</b>	Planmøte 3:
Januar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Oppsummering av høsthalvåret</li> <li>• Diskusjon av temaer som var en gjenganger i mine refleksjons- og feltnotater</li> <li>• Endringer av undervisningen som en konsekvens av at Liv planlegger og gjennomfører undervisningen som eneste lærer</li> <li>• Teorigjennomgang av transparent navngiving og titallssystemet</li> </ul>
	Observasjon 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 og 19.
	Refleksjonssamtale 5 og 6.
Februar	Observasjon 20, 21, 22, 23, 24 og 25.
	Refleksjonssamtale 7, 8 og 9.
Mars	Observasjon 26, 27, 28 og 29.
	Refleksjonssamtale 10.
April	Observasjon 30, 31 og 32.
	Refleksjonssamtale 11.
Mai	Observasjon 33, 34 og 35.
	Refleksjonsmøte 12.
	Avsluttende intervju med Liv.
	«Foredrag» for skolens ansatte: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Forskjellen mellom konkrete og abstrakte begreper <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Matematikk er abstrakt og kun tilgjengelig gjennom ulike representasjoner</li> </ul> </li> <li>• Dybdeløring i matematikk</li> <li>• Matematikkfagets kjerneelementer</li> <li>• Hvordan kunnskap dannes og lærerens rolle</li> <li>• Begrepsmessig forståelse i matematikk og hvordan N-RSM «make the numbers real»</li> </ul>
Juni	Observasjon 36 og 37.
	Sommeravslutning med elevene og Liv.

Figur 2. Prosjektplan for det gjennomførte N-RSM-prosjektet.

Neste steg i planen for N-RSM-prosjektet var oppstarten i august. Uka før elevene begynte på skolen, møttes lærerne og jeg igjen. På forhånd hadde jeg gått gjennom og sjekket at alt utstyret som var bestilt før sommeren var kommet slik at materiellet var komplett. Hensikten med møtet var å lage en grovskissert plan fram til jul for å sette rammene for prosjektet. Liv og Bente kom til å dele matematikktimene seg imellom, og de planla den delen av timen de selv skulle undervise. Det var et mål for N-RSM-prosjektet at det skulle bygge på demokratiske prinsipper (Bøe & Thoresen, 2017). Ønsket var at både jeg og lærerne skulle delta på lik linje gjennom arbeidet med utvikling av den enkeltes og vår felles forståelse for begynneropplæring i matematikk, hvordan N-RSM-metodikken kunne brukes i undervisningen og synet på elevenes utvikling av talloppfatning. Hovedprinsippet i N-RSM-prosjektet var at lærerne skulle være aktivt involvert i all handling og refleksjon, blant annet fordi lærerne var de nærmeste til å identifisere områder for forbedring av undervisningen og til å finne løsninger. I tillegg inneholdt forskningsdesignet et element som hovedsakelig hadde en forskningsmessig dimensjon – intervju med lærerne før og etter prosjektet. Intervjuene hadde som formål å få ytterligere informasjon om lærernes oppfatninger som støtte til det som ble uttrykt underveis i N-RSM-prosjektet og for å undersøke deres tanker og refleksjoner om og i løpet av prosjektet.

Perioden med undervisning ble startet med å kontrollere at samtlige elever og foresatte hadde samtykket i å delta i prosjektet og at de hadde krysset av for både videoobservasjon og et lite intervju. Uten at alle samtykkene var innhentet, ville jeg ikke kunne starte opp N-RSM-prosjektet. Før observasjonene begynte, fikk jeg hilse på elevene og fortalt hvem jeg var og at jeg kom til å være sammen med dem i matematikktimene fordi jeg var så nysgjerrig på hvordan de lærte matematikk. Jeg fikk spørsmål om jeg ikke kunne noe matematikk, siden jeg var interessert i det de lærte. For å avdekke hvilke tanker skolestartere har om matematikk innledet jeg en samtale om hva det største tallet de visste om. Noen svarte tusen, andre hundre eller uendelig. En ting verdt å trekke fram var at elevene hadde ingen tanker om hva matematikk var, altså hva som kunne ligge i selve begrepet matematikk. Det innledende intervjuet med lærerne gjorde at jeg ble bedre kjent med dem og deres oppfatning av hvordan elevene lærer matematikk og hvordan man kan legge til rette for dette i undervisningen. Et annet og uventet moment var at de ansatte ved skolen ønsket at jeg skulle delta på lærernes fellestid for å fortelle om prosjektet mitt. Rektor hadde informert alle ansatte om hvem jeg var og hvorfor jeg var der, og de var interessert i å vite mer om hva prosjektet gikk ut på. Refleksjonsmøtene var viktig både for å jevnlig reflektere over N-RSM-prosjektets forløp, men også over elevenes måter å bruke konkretene og deres utsagn i undervisningen. Refleksjonssamtalene ble et slags møtepunkt der vi snakket om hva som kunne prøves ut eller endres i undervisningen, og hva som fungerte godt. Min grunnleggende tanke var at måten konkretene ble brukt i undervisningen hadde stor innvirkning på elevenes kunnskapsutvikling.



Med utgangspunkt i de konkrete observasjonene i undervisningen og at lærerne ønsket å sette seg bedre inn i lærerveiledningene til N-RSM, ble ett refleksjonsmøte utvidet slik at vi i tillegg diskuterte tre tema: hvordan læreren stiller spørsmål bidrar i større eller mindre grad til matematisk tankegang, prosedyrekunnskap og begrepsmessig forståelse i matematikk og til slutt en gjennomgang av lærerveiledningene i N-RSM. Formålet med det første temaet var å gjøre både meg og lærerne bevisst på hvilke spørsmål som bør stilles for å gi elevene erfaringer med å dele kunnskap med hverandre, tenke sammen, undre seg, utforske, finne forståelse og lære sammen. Spørsmål som «hva er  $3 + 4$ ?», er mer lukkede og har bare ett riktig svar, mens spørsmål som «hva kan 8 være?», er mer åpne og kan i større grad føre til læring i tråd med beskrivelsen over (Gjems, 2019). Hensikten med det andre temaet var å få i gang en diskusjon opp imot begrepet dybdelæring, som er eksplisitt uttrykt i den nye læreplanen, samt refleksjoner rundt det å memorere sammenlignet med å forstå, og hva det har å si for elevenes kunnskapsdannelse (Kunnskapsdepartementet, 2017b). Semesteret ble avsluttet med et uformelt møte i desember. Jeg ville høre hvordan den siste perioden hadde gått og takke for samarbeidet så langt fordi Bente gikk av med pensjon.

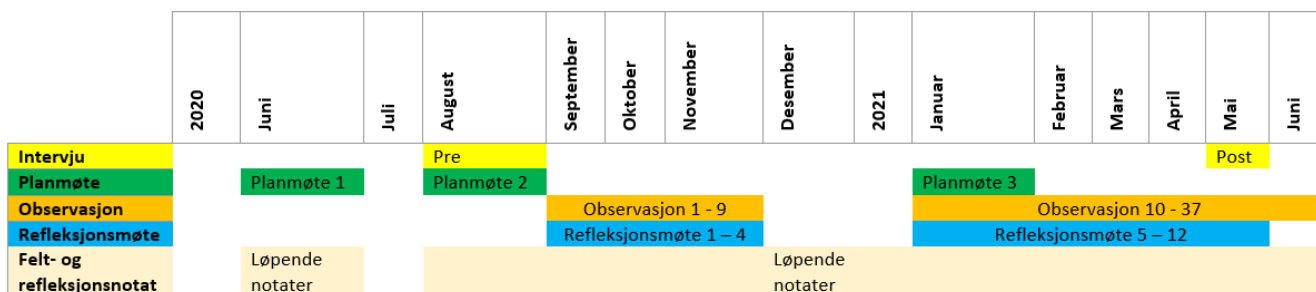
Før oppstart i januar 2021 brukte jeg mye tid på å se gjennom feltnotater, observasjoner og tilhørende refleksjonsnotat. Disse dannet utgangspunkt for spørsmål jeg ønsket å diskutere med Liv. To endringer var vesentlige fra høstsemesteret. For det første kunne jeg vie all min tid til N-RSM-prosjektet dette semesteret, og for det andre stod Liv for all matematikkundervisning dette halvåret. Barneveilederen Anne var med i stedet for Bente. Siden det ikke var blitt foretatt noen observasjoner i desember, bestemte jeg meg for å observere mer intensivt de første månedene, for deretter å observere en gang per uke fram mot sommeren. Også dette halvåret skulle prosjektet legges opp med tanke på aksjonsforskningens syklus av planlegging, handling, observasjon og refleksjon. To fysiske forandringer i klasserommet fikk stor konsekvens for hvordan undervisningen dette halvåret ble lagt opp. På grunn av koronasituasjonen satt elevene en og en i perioden fram mot jul. I store deler av vårsemesteret kunne elevene sitte i samarbeidspar. Denne endringen gjorde at elevene kunne samtale i større grad enn tidligere. En samlingskrok med tilhørende krittavle ble plassert bak i klasserommet. I denne samlingskroken ble mye av undervisningen gjort. Den fysiske nærheten og at elevene satt samlet i en ring, gjorde det naturlig med en undervisning der lærer og elever samtalte. Konkretene fra N-RSM ble et naturlig samlingspunkt da de ofte ble lagt på gulvet mellom elevene og læreren. Den jevnlige observasjonen i klasserommet gjorde at jeg fikk informasjon om det som foregikk i klasserommet og innsikt i utfordringer når teori skulle omsettes til praksis. Dette innblikket styrket min rolle som «forsker» der jeg koblet empiri med teori, og det styrket min rolle som sparringspartner i refleksjonssamtalene. Kjennskap til lærernes praksis gjorde det enklere å komme med relevante eksempler på bruk av teori hentet fra lærerveiledningene til N-RSM. Den hyppige interaksjonen gjorde at lærerne raskt fikk muligheter til å søke råd og støtte i prosessen. Refleksjoner rundt observasjoner av elevenes utvikling av talloppfatning var nyttig.

Det skapte muligheter for å validere de innsiktene jeg gjorde meg etter observasjonene med lærerens tanker om elevenes læring og utvikling av talloppfatning.

Prosjektet ble rundet av med et avsluttende intervju av Liv, et innslag under fellestiden til skolens ansatte og en sommeravslutning med barna og de voksne på trinnet. Hensikten med intervjuet var å undersøke hvordan Liv hadde opplevd N-RSM-prosjektet, om hun brukte konkretiseringsmaterieill på en annen måte og om hun så på det som foregikk i matematikkundervisningen med andre briller. Innslaget i lærernes fellesøkt var etter Livs ønske. Hun ville at flere lærere skulle få ta del i det vi hadde diskutert og erfart i løpet av prosjektet. Jeg valgte å vinkle «foredraget» opp mot dybdelæring og matematikkfagets kjerneelementer som vektlegges i den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2017b; Utdanningsdirektoratet, 2019, 2020b). Å tilbringe tid sammen med elevene, lære dem å kjenne, samt ta del i deres utforskning av det matematiske landskapet, er det som har gitt meg størst glede i løpet av prosjektet. Vi avsluttet N-RSM-prosjektet med kannelsnurrer og bading i en nærliggende innsjø.

### Metoder for innhenting av empirisk materiale

Aksjonsforskning er en strategi, ikke en metode i seg selv, og studiens egenart fordrer et bredt tilfang av metoder. Hensikten med innsamlingen av datamaterialet var todelt. På ene siden for å dokumentere forskningen, på den andre siden for å drive aksjonen videre (Coghlan & Brydon-Miller, 2014). Aksjonsforskningsprosjektet begynte i juni 2020, og jeg drev prosjektet parallelt med gjennomføring av tre emner høsten 2020. Våren 2021 var fullstendig viet til N-RSM-prosjektet. Dette gjenspeiles også i mengden innsamlet datamateriale. De primære datakildene i N-RSM-prosjektet var observasjoner, lærerintervju, refleksjonsmøter og felt- og refleksjonsnotater. Hyppigheten av antall observasjoner og refleksjonsmøter ble bestemt underveis på grunn av koronasituasjonen.



Figur 3. Kronologisk oversikt over datamaterialet

Figur 3 viser en kronologisk oversikt over datainnsamlingen. De kildene som var viktigst for å drive aksjonen var planmøtene, refleksjonsmøtene, observasjonene og mine felt- og refleksjonsnotater. For forskningsdelen av prosjektet var intervjuene, refleksjonsmøtene og observasjonene de viktigste datakildene.

Kildene hang sammen og virket på hverandre. Jeg gjennomførte ett intervju med lærerne i oppstarten av elevenes skoleår og ett i slutten av prosjektet. Informasjonen som kom fram på første intervju ble tatt opp igjen i det siste intervjuet. I tillegg var informasjon fra alle de andre datakildene relevant bakgrunnskunnskap og var med på å forme spørsmålene jeg stilte i det siste intervjuet. Planmøtene er også ført opp for å illustrere hvordan de andre datakildene ble påvirket av føringene planene la for undervisningen. Da undervisningsperioden startet ble observasjoner i klasserommet og refleksjons- og feltnotater viktig informasjon til refleksjonssamtalene. Det gikk også motsatt vei ved at refleksjonssamtalene påvirket lærerens planlegging av undervisningen. Triangulering, altså å kombinere flere metoder og bruke ulike datakilder, kan ha redusert risikoen for å dra feil konklusjoner og dermed ha styrket prosjektets validitet (Postholm, 2010; Ringdal, 2014). I fortsettelsen kommer det en redegjørelse av de ulike datakildene.

### **Intervju av lærere**

Gjennom et semistrukturert intervju ønsket jeg å få innblikk i lærernes tanker om prinsipper de legger til grunn for sin undervisning og hva de mener påvirker elevenes læring i matematikk (Thagaard, 2018). Det ble benyttet lydopptak under intervjuet slik at jeg kunne ha fullt fokus på lærerne istedenfor å bruke tid og konsentrasjon på å skrive ned det de sa. Det første intervjuet ble gjennomført i oppstarten av prosjektet, mens den andre intervjuet ble foretatt åtte måneder ut i prosjektet. Hensikten med det andre intervjuet var å se hvilke refleksjoner lærerne hadde gjort seg i løpet av prosjektet og om deres tanker og oppfatninger om undervisningen var endret. Intervjuene ble transkribert rett etter de ble foretatt. For å miste minst mulig av meningsinnholdet i hva lærerne sa, ble transkriptet gjort talemålsnært (Ten Have, 2009).

Både under utforming av intervjuguiden og mens intervjuene pågikk forsøkte jeg å ha et bevisst forhold til det asymmetriske forhold mellom meg og lærerne. Jeg valgte å innlede intervjuguiden med spørsmål om lærerens utdanning og tidligere arbeidserfaring for å bli kjent med dem. Resten av intervjuguiden ble organisert som «tre-med-grener-modellen», der hver av temaene ble utdypet med oppfølgingsspørsmål (Thagaard, 2018). Intervjuguiden min bestod av relativt mange og detaljerte spørsmål for å få belyst temaene i dypest mulig grad (se vedlegg 4). Ofte besvarte lærerne spørsmålene uten at de ble direkte stilt.

Jeg ønsket at intervjusituasjonen skulle være god for lærerne og kanskje til og med gjøre dem mer bevisst over egne tanker. For at ingen svar skulle være riktige eller feil, forsøkte jeg å stille spørsmålene slik at de var minst mulig ledende. Samtidig som jeg ville være så nøytral som mulig, forsøkte jeg å gi oppmuntrende tilbakemeldinger, såkalte prober, til lærerne ved å stille oppfølgingsspørsmål og kommentere for å bekrefte at det de sa var interessant og viktig for meg (Thagaard, 2018). Jeg reflekterte mye rundt om min påvirkning gjorde at lærerne fortalte det de trodde jeg ville høre i intervjusituasjonen, eller om de holdt tilbake noe informasjon (Kvale, 2007).

Intervjuet hadde enda en hensikt. Det skulle skape en tillitsfull relasjon mellom meg og lærerne, slik at det å slippe meg inn i klasserommet for å observere ikke skulle oppleves utrygt eller skremmende for dem (Fangen, 2010). Mens intervjuet skulle gi informasjon om hvordan lærerne oppfattet sin undervisningspraksis og hvilke perspektiver de hadde på læring, ville klasseromsobservasjonen vise hva som faktisk ble gjort i undervisningen (Fangen, 2010).

### **Videobservasjon, refleksjons- og feltnotater**

For å kunne studere elevenes uttalelser og bruk av N-RSM-konkretene på et detaljert nivå, falt valget på videobservasjon i tillegg til feltnotater (Heath, Hindmarsh & Luff, 2010). Ikke alle forskere er like begeistret for videoopptak. Noen hevder at videokameraet påvirker menneskene man studerer i for sterk grad (Fangen, 2010). Andre trekker fram nytten av å kunne studere observasjonsmaterialet gjentatte ganger (Silverman, 2014) og at deltakerne etter hvert ikke bryr seg om videoinnspillingen (Broth, Musk & Persson, 2020).

Prosjektets formål og varighet, samt egenskaper ved undervisningen, elevene, lærerne og klasserommet var avgjørende for hvilke rutiner jeg lagde meg (Fangen, 2010).

Matematikkundervisningen foregikk for det meste i andre time, og for å forstyrre elevene minst mulig, forsøkte jeg å ankomme i slutten av første time. Da kunne jeg bruke friminuttet til å rigge kameraet på stativet, bestemme meg for hvor jeg ville sitte i klasserommet og ta fram notatblokk og penn. Det falt seg naturlig å innta rollen som observerende deltaker, som for øvrig er den vanligste rollen innenfor aksjonsforskning (Bjørndal, 2004). Dette innebærer å veksle mellom å sitte tilbaketrukket og observere uten å involvere seg i samtaler og det å delta og utvikle relasjoner med elevene og lærerne. I løpet av prosjektet har jeg variert mellom å sitte tre steder i klasserommet. Samtlige steder var i ytterkanten av klasserommet. Jeg har enten sittet langt framme ved en søyle, bak siste pult ved vindusrekka eller bak i klasserommet ved samlingskroken. Plasserte jeg meg framme i klasserommet, var jeg vendt mot elevene og kunne dermed lettere registrere deres ansiktsuttrykk og mimikk i tillegg til verbale utsagn. Samtidig kan det tenkes at elevene i større grad ble påvirket av min tilstedeværelse fordi de kunne se kameraet og at jeg noterte. Ved å sitte bak elevene og observere, ble lærernes verbale uttrykk, kroppsspråk og mimikk i større grad sentrum for mitt fokus. Jeg fikk med meg det elevene sa, når de rakk opp hånda og liknende, men mimikk eller bruk av konkreter ble ikke like lett å følge med på. En kan slik sett tenke at jeg vekslet mellom å ta et lærerperspektiv og et elevperspektiv da jeg observerte. Etter jul foregikk mye av matematikkundervisningen i samlingskroken. Elevene satt på tre benker som dannet en hestesko, mens læreren satt på enden med ryggen vendt mot meg. Slik kunne jeg se og høre elevene godt, og jeg hadde god oversikt over hva de brukte av N-RSM-materiell og måten disse ble benyttet på gulvet i midten av samlingskroken. Imidlertid var det krevende og filme undervisningen i samlingskroken. Dette innebar en del forflytning på kameraet, der ingen posisjon ble optimal.

For å kunne få noen inntrykk av hvordan elevene brukte konkretene og hva de samtalte om når de brukte dem, måtte jeg plassere meg slik at det var mulig for meg å se konkretene elevene brukte samtidig som jeg kunne høre hva elevene og lærerne sa. Kameraet var montert på et stativ og plassert noe høyere enn elevenes øyehøyde når de satt ved pultene sine. Det var vinklet nedover slik at konkretene, ikke elevenes ansikt var sentrum for opptaket. Både elevene og lærerne var engasjerte i undervisningsaktivitetene, og kameraet ble sjelden gitt oppmerksomhet undervisningen. Det er i tillegg lite empirisk bevis på at deltakere gjennomfører sine handlinger på andre måter når de blir filmet (Heath et al., 2010). Relevanskriteriet sier at det som er viktig for deltakerne i en interaksjon, må være viktig for forskeren. Derfor må hvert utsagn og hvert blick bli tatt i betraktning for betydningen i sekvensen (Knoblauch, 2012). Hånd i hånd med relevanskriteriet, går tilgjengelighetsprinsippet. Det sier at for å forstå og analysere samspill, bør forskeren ha tilgang til den samme observerbare virkeligheten som deltakerne (Broth et al., 2020). I videoinnspillingen forsøkte jeg å innlemme det som var viktig for elevene og lærerne i den gitte situasjonen. For eksempel hvis en elev benyttet Numicon-tallformene mens han eller hun forklarte noe for medelevene og læreren, forsøkte jeg å fange *hvordan* tallformene ble brukt på video. Ved å se gjennom videoopptakene etter hver observasjon, kunne jeg vurdere om måten videoopptaket ble foretatt fungerte hensiktsmessig for transkripsjon og senere analyser. Dette resulterte i at kameraposisjonen ble endret flere ganger i løpet av prosjektet, men jeg fant imidlertid aldri en optimal måte å foreta videoopptak på. Kanskje ville det som var ideelt for å skaffe et videomateriale med god kvalitet ikke være det som var ideelt for elevene og læreren. Flere kameraer plassert i ulike posisjoner, vil fange mer av en pågående aktivitet, men det vil også komplisere analysearbeidet i tillegg til at det kan være forstyrrende for deltakerne. Et annet aspekt ved videoopptaket var lyd kvaliteten. Kameraet tar opp all lyd, dermed kunne en elevs forklaringer blande seg med lyd fra andre elever. Kommentarer fra andre elever kan på den ene siden være forstyrrende når man skal transkribere og analysere opptaket, men samtidig er alle elevenes kommentarer bidrag inn i den pågående aktiviteten og derfor en del av det store bildet. Noen av problemene med dårlig lyd kvalitet kunne vært løst ved å montere mikrofoner på elevene og lærerne i enkelte aktiviteter. Særlig filmsekvenser av stasjonsarbeid, der to og to elever arbeidet med samme oppgave, ble vanskelig å transkribere og analysere på grunn av mye støy. Jeg mener likevel at det å montere mikrofoner på elevene eller lærerne, ville påført dem stress og trukket deres fokus vekk fra aktiviteten eller samtalen de deltok i (Heath et al., 2010; Luff & Heath, 2012). Det er viktig å merke seg at videokameraet fanger en versjon av det som foregikk i undervisningen. Hva jeg valgte å fokusere på enten det var måten en elev brukte konkretene på, samspillet mellom to eller flere elever eller klasseromssamtalen, påvirket mulighetene til å evaluere elevenes talloppfatning (Luff & Heath, 2012).

Siden et fastmontert kamera ble benyttet, kunne jeg samtidig skrive feltnotater. Umiddelbare refleksjoner om det videoopptaket fanget og beskrivelser av hendelser som ikke ble fanget av kamera ble notert (Heath et al., 2010). Interessante samtaler eller hendelser ble nedskrevet øyeblikkelig for å få med flest mulig detaljer av det som ikke ble filmet.

Dette var viktig for å kunne gripe insider-perspektivet (Fangen, 2010). Mye av det som foregikk i klasserommet var ikke planlagt på forhånd. Det ble skapt der og da blant annet ved at læreren spilte videre på det elevene sa og gjorde i undervisningen (Moen, 2011, 2012). Selv om jeg forsøkte å ha et bevisst forhold til hva jeg skulle fokusere på eller notere, valgte jeg å innlemme de hendelsene som naturlig utspant seg. Det er ikke uvanlig at det som i første omgang virker som uvesentlige begivenheter i neste omgang blir til viktige felldata (Fangen, 2010). Med en gang jeg var kommet hjem etter endt observasjonsøkt, renskrev jeg feltnotatene og utfylte med de detaljene jeg husket. Dette var helt nødvendig for at jeg skulle få festet detaljer av det som skjedde, samt mine refleksjoner rundt dette på papir. Jeg forsøkte å skille mellom det som skjedde og mine refleksjoner av hendelsene (Fangen, 2010; Hammersley & Atkinson, 2007). Refleksjonsnotatene ble en slags dagbok der jeg sorterte tanker etter observasjonene, la planer for prosjektet framover og drodlet ned mulige analyser av det som foregikk. Mine memos, altså kommentarer rundt hvordan jeg tenkte, dreidde seg om det jeg observerte i undervisningen eller jeg kunne stille spørsmål til det jeg reflekterte rundt (Thagaard, 2018). Disse refleksjonene var som begynnende analyser (Fangen, 2010). Fortolkningene var snarere fleksible arbeidshypoteser enn starten på en endelig analyse. Prosessen med å lage analytiske notater og kommentarer utgjorde en intern dialog der jeg stilte spørsmål ved mine antagelser. Jeg forsøkte å ha et bevisst forhold til hvilke begrensninger mine personlige og subjektive reaksjoner påvirket både de sosiale relasjonene jeg inngikk i under feltarbeidet og hva jeg valgte å legge merke til (Hammersley & Atkinson, 2007).

### **Refleksjonsmøter med lærerne**

Refleksjonsmøtene utgjorde det kommunikative rommet for felles refleksjon og dialog, og de gav grunnlag for endring av i intervensjonen. Dialogene vi hadde bar preg av likeverd, og begge parters tanker og meninger var like essensielle. Dialogen var en utforskende samtale, der formålet var læring og ny innsikt. Spørsmålene vi diskuterte var ikke gitt på forhånd, og svarene kom fram gjennom den undersøkende prosessen som rettet seg inn mot å få innsikt (Johnsen-Høines & Alrø, 2012).

Møtene varte vanligvis en time og de ble alle holdt på skolen Liv og Bente arbeidet ved. Møtetidspunkter ble planlagt underveis grunnet koronasituasjonen. De fleste møtene inneholdt en innledning eller forberedt innlegg av meg. Innspillene kunne inneholde teoretiske aspekter ved studien, som aktuell matematikdidaktikk, eller erfaringer i prosjektet som gjerne var knyttet sammen med teoretiske aspekter. Innleggenes tema var enten initiert av meg eller fremmet på forslag fra Bente eller Liv. Hensikten med innleggene kunne være å fremme refleksjon eller gi innspill til felles analyser. Vi hadde et felles ansvar for innholdet i refleksjonsmøtene, og en grunnstruktur for refleksjonsmøtene var en form for rundeprinsipp (Tveiten, 2019). Dette skulle sikre at både Bente og Liv fikk anledning til å legge fram planer eller erfaringer på møtene. Rammen for refleksjonsmøtene var bestemt, og hensikten var at vi gjennom interaksjon og refleksjon skulle utvikle kunnskap fra våre erfaringer. Bente og Liv delte sine erfaringer fra tidligere matematikkundervisning og fra undervisningen med N-RSM.

Hensikten var at vi kunne lære av praksis og på bakgrunn av erfaringer utvikle stadig bedre bruk av N-RSM-metodikken. Dermed var undervisningen som utspilte seg et resultat av vår felles refleksjon og grovplanlegging og deres individuelle forståelse og detaljplanlegging. Møtene ble dokumentert ved lydopptak og senere transkripsjon eller referert skriftlig. Refleksjonsmøtene hadde dermed en todelt hensikt. De var en måte å evaluere og drive selve aksjonen videre, og de utgjorde en metode for å innhente empirisk materiale.

### **Analyse av empirisk materiale**

Hensikten med innhenting av datamaterialet var todelt. Planmøtene, refleksjonsmøtene, observasjonene og mine felt- og refleksjonsnotater var viktig for å drive intervensjonen slik at bruken av N-RSM-metodikken i undervisningen ble stadig justert og tilpasset. For forskningsdelen var observasjonene, refleksjonsmøtene, intervjuene, samt felt- og refleksjonsnotatene de sentrale kildene. I dette avsnittet belyses analyseprosessen av kildene som var viktige for den forskningsmessige delen av prosjektet der søkelyset rettes mot elevenes utvikling av talloppfatning i relasjon til metodikken.

Videoobservasjonene er det viktigste empiriske materialet, da transkriptet og videoopptaket lar oss studere elevenes forklaringer og måter å bruke konkretiseringsmaterialet. Refleksjonsmøtene og intervjuet som ble foretatt ved prosjektets slutt utgjør også en del av datamaterialet, da lærernes-, våre felles- og mine refleksjoner, understøtter funn fra videoobservasjonene.

Det var en betydelig mengde rådata som måtte håndteres på en måte som gjorde det mulig å starte en systematisk analyseprosess. 37 observasjoner, 12 refleksjonsmøter, to pre- og ett postintervju i tillegg til mine fortløpende notater skulle granskes.

Den første analysen av elevenes læring og utvikling av talloppfatning startet med en gang jeg kom inn i klasserommet (Guðmundsdóttir, 2011a; Postholm & Jacobsen, 2011). På samme måte startet videoanalysen ved første gjennomsyn av opptakene. Observasjonene ble transkribert fortløpende. I analysen av videoobservasjonene ble det benyttet en hermeneutisk og etnometodologisk tilnærming (Postholm, 2010). Opptakene ble sett gjentatte ganger, og for hver gang kom nye detaljer fram og synliggjorde det komplekse samspillet mellom verbal og ikke-verbal aktivitet og bruken av konkretiseringsmaterialet i klasserommet (Heath et al., 2010; Mondada, 2012). Videoopptakene gav en umiddelbar nærhet til dem som ble filmet, men hverken videoopptak eller transkripsjoner er en nøytral gjengivelse av virkeligheten. De er selektive og gjenspeiler mitt refleksive arbeid og de valg som ble foretatt i klasserommet (Hammersley & Atkinson, 2007; Heath et al., 2010). Detaljerte beskrivelser av elevenes og lærernes kroppsspråk, gester, bevegelser i rommet, utsagn og bruk av konkreter i en gitt situasjon, var viktig for å kunne foreta analyser av mønstre i undervisningen (Broth et al., 2020; Fangen, 2010; Tholander & Cekaite, 2009). Derfor ble elevenes forklaringer og samtaler skrevet ordrett i transkriptet. Ord som utgjør dialektens særtrekk, ble standardisert til å ligne dialekten for et større geografisk område for å anonymisere elevene og lærerne.

Videopptakene ble transkribert med tanke på å få fram interaksjonen mellom elever og lærer ved å bringe inn visuelle data som kroppsspråk, blikk, gestikulering og konkretiseringsmateriell som ble benyttet. For å komplettere beskrivelsene av hvordan elevene brukte konkretene eller hvordan spesifikke hånd- og kroppsbevegelser ble brukt samtidig med elevenes forklaringer, ble videoutsnitt lagt inn i transkriptene. Detaljene av visuelle data gjorde det mulig å belyse hvordan elevenes forklaringer og bruk av N-RSM-konkretene ble brukt for å oppnå en felles forståelse av hva elevenes talloppfatning innebærer.

Den etnometodologiske tilnærmingen legger vekt på hvordan mennesker samhandler med hverandre. I henhold til etnometodologisk teori, forstår medlemmer i et samfunn sosiale aktiviteter på en bestemt måte fordi de selv inngår i denne praksisen. Våre kunnskaper om dette gjør at vi kan tolke andre mennesker og produsere handling som gjør det mulig for andre å skape mening (Francis & Hester, 2004). For å studere elevenes forklaringer og sosiale samhandlinger ble samtaleanalyse benyttet som metode (Francis & Hester, 2004; Mondada, 2012). I en samtale eller i et samspill følger mennesker bestemte regler. Vi bytter på hvem som skal snakke, og det er oftest en og en person som snakker om gangen. Turbyttene gjøres ved at nåværende taler velger ut neste taler gjennom spørsmål eller kroppsspråk, eller den neste taleren velger seg selv ved å begynne å snakke (Ten Have, 2009; Tholander & Cekaite, 2009). I denne sammenhengen trenger ikke talen i turbyttene være en talehandling. Den kan bestå av andre kommunikative modaliteter, som samspillet mellom ansiktsuttrykk, gestikulasjon, setningsmelodi eller andre materielle gjenstander som konkretiseringsmateriell (Knoblauch & Schnettler, 2012). De språklige handlingene, altså turene, organiseres i nærhetspar. Den første delen av nærhetsparet legger føringer for hva som er relevant å si etterpå. Ved å produsere et passende svar, viser deltakerne i samtalen eller interaksjonen forståelse for det som allerede er sagt. Slik oppnås en felles forståelse for den sosiale interaksjonen vi mennesker deltar i (Silverman, 2014; Ten Have, 2009). Hvordan den første delen av nærhetsparet blir oppfattet av deltakerne kan ses i det andre nærhetsparet. Meningen av det som blir sagt ligger på den måten både i det som blir ytret og det som har skjedd tidligere, altså konteksten (Ten Have, 2009).

I samtaleanalysen spekulerer ikke forskeren i hva som foregår i menneskenes indre eller hvilke intensjoner de har. Det var betydningen elevene og læreren la i egne og andres handlinger som var i sentrum (Tholander & Cekaite, 2009). Spørsmål jeg stilte meg i arbeidet med analysen, var hva elevenes ytringer var et svar på, hvorfor ytringene kunne leses som en spesifikk handling, og hva det var i de kommende turene som gjorde at ytringen kunne leses som en spesifikk handling. På den måten ble det tydeligere for meg at samtalen og samhandlingen mellom elevene og læreren bygde på samarbeid og at konstruksjoner av hver ytring både var skapt og skaper av kontekst (Heath et al., 2010; Tholander & Cekaite, 2009). Samtaleanalysen fungerte som et verktøy i analysen av videopptakene. Transkriptet gjorde det mulig å studere detaljene i måten elevene samtalte og brukte konkretene og hvordan elevene og lærerne hele tiden forsøkte å oppnå en felles forståelse i arbeidet med talloppfatning.



Informasjonen om hver undervisningsøkt ble systematisert inn i en tabell (vedlegg 5 viser observasjonsøkt 10, 11 og 12 systematisert i tabell). I tabellen ble aktiviteter, det matematiske innholdet i dem, type materiell og tidsbruk registrert. Med utgangspunkt i det teoretiske tankegodset bak N-RSM, utarbeidet jeg koder i tabellen. Disse gjorde det mulig å se elevenes talloppfatning i relasjon til metodikken som ble brukt. Frekvensen av kodene ble registrert i en egen tabell (se vedlegg 6). For å kunne peke på N-RSM som mulig faktor i elevenes utvikling av talloppfatning, ble informasjonen om hvor mange ganger elevene benyttet de ulike typene materiell i undervisningsøktene registrert i en ny tabell (se vedlegg 7). Relasjonen mellom N-RSM-metodikken og elevenes talloppfatning ble mer tydelig for meg da. Resultatet av analysen så langt åpnet for mange interessante vinklinger av hvordan elevenes talloppfatning kom til syne. Jeg måtte derfor foreta et utvalg av hva jeg ville undersøke nærmere. Dette innebærer at det bare er deler av det empiriske materialet har blitt brukt i artikkelen i oppgavens del 2. Med utgangspunkt i de tre kodene med høyest frekvens i vedlegg 6, sentrerte jeg den videre analysen. Datamengden ble redusert ved å identifisere analyseenheter etter tre kriterier: det kunne enten være sekvenser i undervisningen der elev og lærer var i dialog (med og uten N-RSM-materiell), sekvenser der to og to elever var i dialog samtidig som de brukte N-RSM-materiell eller sekvenser der elevene arbeidet med N-RSM-materiell på egen hånd. I den videre analysen av hvordan N-RSM-metodikken hjalp elevene til å tenke og konstruere matematisk kunnskap, og konsekvensene dette hadde for elevenes talloppfatning, fungerte teorien bak N-RSM som briller. En teoretisk redegjørelse av N-RSM-metodikken og det tilhørende teoretiske tankegodset står å lese i artikkelen. Resultatet av analyseprosessen ble fire kategorier: 1) Tallvenner, 2) Elevene skaper struktur, 3) Navngiving av tallmengder, og 4) Tallmengder deles opp, endres og settes sammen på nytt. Som tidligere skrevet, gikk den ene læreren av med pensjon ved juletider, mens den andre læreren, Liv, deltok gjennom hele prosjektet. Livs refleksjoner og tanker fra refleksjonsmøtene og det siste intervjuet ble systematisert i et eget dokument (se vedlegg 8). Hennes refleksjoner og tanker var sentrale for å underbygge mine fortolkninger, samt funn i henhold til forskningsspørsmålet i prosjektet.

### **Forskerrollen**

I gjennomføringen av N-RSM-prosjektet har jeg forsøkt å være refleksiv. Dette innebærer en form for vitenskapelig selvransakelse der jeg har tatt et steg til siden for å innta et metaperspektiv på egne tanker, verdier og handlinger (Steen-Olsen, 2010). Hensikten med dette avsnittet er å løfte fram og reflektere over hvordan min bakgrunn, mine verdier og teoretisk ståsted har virket på de ulike rollene jeg har hatt, og hvordan jeg har forsøkt å håndtere det.

Tradisjonelt er distanse og upartiskhet sett på som en dyd i samfunnsvitenskapen (Bjørndal, 2004). Aksjonsforskeren veksler mellom den tradisjonelle flue på veggen, altså en mer passiv forskerrolle, og det å være en forstyrrende observatør, av Kalleberg (1992) omtalt som sokratisk klegg. Jeg kom til lærerne og elevene med to prosjekter; samarbeide med lærerne om å prøve ut N-RSM-metodikken i undervisningen, og forske på elevenes utvikling av talloppfatning i løpet av skoleåret.

For meg var min todelte rolle tydelig, men for elevene og særlig lærerne, var det ikke lett å skjelve mellom mine roller som «forsker» og engasjert samarbeidspartner (Schwencke, 2017). Overfor elevene var jeg en nysgjerrig og interessert voksen, som stilte dem spørsmål og lyttet til alt de vil formidle. Elevene møtte meg utelukkende i undervisnings-sammenheng, mens lærerne samhandlet med meg på flere måter i alle av aksjonsforskningens steg. Dialogen mellom lærerne og meg har vært åpen og trygg, og jeg har fått anledning til å stille elevene spørsmål i klasserommet med den hensikt å undersøke deres oppfatninger. Denne åpenheten og nærheten har åpnet for store muligheter for å produsere relevant og anvendbar kunnskap. Selv om åpenhet og nærhet til de det forskes på kan føre til spørsmål om forskningens gyldighet, innebærer aksjonsforskning deltakelse i en prosess der man ikke kan være distansert (Bjørndal, 2004). Min deltakelse har vært en fundamental forutsetning for N-RSM-prosjektet, både med tanke på å initiere prosjektet og forsknings- og endringsprosessen. Selv om mitt ønske hele tiden var å bygge prosjektet på demokratiske prosesser, kan det tenkes at lærerne opplevde at jeg i min posisjon som initiativtaker, veileder og rapportør, hadde større makt over N-RSM-prosjektet (Schwencke, 2017). Ved å inkludere lærerne, etterspørre deres tanker og refleksjoner under planleggings- og refleksjonsmøtene, ble både lærernes, mine og våre felles tanker og refleksjoner viktige for prosjektets utvikling. Dialogformen mellom oss var således preget av anerkjennelse, utfordring og likeverd (Husebø, Skeie & Lund Johannessen, 2020). Det nære samarbeidet med lærerne bidro til at jeg fikk verdifull innsikt i deres komplekse hverdag og hvilke refleksjoner de gjorde seg i løpet av prosjektet. I tillegg kom jeg tettere på hendelser og problemstillinger som oppstod i undervisningen. Slik kunne jeg få tilgang til og bygge forståelse for spenninger og krefter i undervisningen som virket på elevene og deres læring og utvikling av talloppfatning.

Det å forestille seg at forskeren ikke påvirker data er like feil som å tro at forskeren kan ha kontroll over alle variabler (Hammersley & Atkinson, 2007). For å besvare spørsmålet om hvordan min tilstedeværelse i klasserommet og refleksjonsmøtene påvirket den informasjonen jeg har fått tilgang på og som utgjør grunnlaget i mitt empiriske materiale, kan Erving Goffmans (1959) dramaturgiske kommunikasjonsteori utgjøre en vesentlig forståelsesbakgrunn (Bjørndal, 2004). Den grunnleggende tanken er at den dramaturgiske presentasjonen jeg bevisst eller ubevisst spilte ut i klasserommet eller i samtaler med læreren, ble tolket og forstått på måter som fikk store konsekvenser for den informasjonen som i sin tur ble spilt ut av elevene og læreren og dermed ble gjort tilgjengelig for meg. Samtidig vil denne informasjonen forvrenges gjennom mine egne idealiseringer eller gjøres skjult for meg. Den dramaturgiske forståelsesrammen ligger implisitt i måten jeg har forholdt meg til min påvirkning i klasserommet og overfor lærerne, og dermed hele N-RSM-prosjektet.

Klasserommet er komplekst og preget av mange parallelle pågående prosesser. Læreren har mange roller å fylle i klasserommet og bruker sin kapasitet til å være fullt og helt til stede for elevene (Moen, 2011, 2012). Det at jeg selv har mange års erfaring fra læreryrket, gjorde at jeg i større grad evnet å sette meg inn i lærerens ståsted og ta en insiderrolle.

Likevel vil jeg hevde at mitt perspektiv kan bli noe mer enn perspektivet lærerne har på undervisningen ved at jeg kan oppfatte og beskrive relasjoner, systemer og mønstre i klasserommet som en fullt involvert insider ikke ville kunne være seg bevisst. Det var muligheten til å veksle mellom innside og utside, altså å forstå klassen og læreren innenfra, men samtidig beskrive dem mer objektivt på avstand, som kan gi meg en unik mulighet til å fortolke og formidle det som utspant seg (Fangen, 2010).

Dette prosjektet er farget av min sosiale- og kulturelle bakgrunn, mine erfaringer og atferd. Jeg fortolket elevenes utsagn og måter å bruke konkretene og lærernes forklaringer gjennom dette filteret. Samtidig vil måten elevene og læreren identifiserte meg påvirke hvordan de framtrer for meg. På en side er min yrkesbakgrunn en styrke. Jeg evner å sette meg inn i den komplekse hverdagen en lærer har, og våre felles referanser fra skolehverdagen gjør at vi i stor grad snakker samme språk. Ulempen med å være i samme yrke som det jeg studerer, er flere. Jeg ser ikke situasjonen med «friske øyne» og vil være blind for mange situasjoner en utenforstående person ser klart og tydelig (Edvardsson & Street, 2007). En annen ulempe med å forske i egen organisasjon, er for min del at jeg har lett for å gå inn i lærerrollen i situasjoner der elever viser at de har misforstått noe i matematikk. Ønsket om å forklare dem hvordan det «egentlig» skal gjøres eller hva som er lurt å tenke i gitte situasjoner, har til tider vært vanskelig å stå i. Da har jeg måttet minne meg selv på hva jeg har hatt lyst til å oppnå med N-RSM-prosjektet. Rollen jeg har påtatt meg i møtet med elevene har vært «lærlingrollen» hvor jeg har vært uvitende og hatt behov for forklaring og opplæring av elevene. Dette har gitt en rik og åpen tilgang til data (Bjørndal, 2004; Corsaro & Molinari, 2000).

Refleksivitet i forskning er også et spørsmål om etikk (Steen-Olsen, 2010). Jeg vil nå komme nærmere inn på etiske aspekter som har vært særlig framtrædende i dette prosjektet

### **Etikk**

Forskning på undervisning og elevers læring innebar etiske og moralske utfordringer i alle delene i prosjektet, ikke bare de metodologiske aspektene (Aarsand & Forsberg, 2009). I dette avsnittet løfter jeg fram etiske dilemmaer i tilknytning til deltakerne, forskningsdesign og utvikling av dataene.

Det var et vilkår at både lærerne og elevene skulle ha utbytte av å delta i N-RSM-prosjektet. Forskningsdeltakelsen skulle legge til rette for at lærerne fikk kjennskap til N-RSM-metodikken og dermed fikk styrket sin undervisningskunnskap i matematikk. Metodikken skulle også øke elevenes muligheter for utvikling av god talloppfatning. Elevenes og lærernes deltakelse i prosjektet var basert på informert samtykke (Vedlegg 2 og 3). I tråd med retningslinjer fra Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), samtykket barnas foresatte i tillegg (Hvinden et al., 2006). I skrevet var prosjektets overordnede mål beskrevet, og det ble informert om hvordan data skulle samles inn og håndteres og hvordan prosjektet skulle rapporteres.

Lærerne, elevene og deres foresatte måtte «aktivt» samtykke ved å krysse av bokser i skjemaet for å markere at de lot seg intervju med lydopptak og at jeg kunne benytte videokamera under observasjonene. Informasjonen til elevene var forsøkt skrevet alderstilpasset med tanke på ordvalg og setningsoppbygning. Bruk av samtykke er likevel mer problematisk ved forskning når barn deltar enn når voksne deltar. Barn er ofte mer villige til å adlyde autoriteter enn voksne er, og de opplever ofte at de ikke kan protestere. Barn har heller ikke oversikt over konsekvensene av å delta i forskning (Hvinden et al., 2006). Prosjektet er godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD), og NSD sine retningslinjer for personvern og datahåndtering. Innsamlet informasjon er behandlet konfidensielt og fortrolig i henhold til sine retningslinjer for å fremme god og ansvarlig forskning (Norsk senter for forskningsdata, 2021).

Behovet for etiske retningslinjer bunner blant annet i at forskning ses som en offentlig arena der man presenterer private menneskers utsagn og handlinger (Aarsand & Forsberg, 2009). Selv om jeg har forsøkt å anonymisere deltakerne, er det en reell sjanse for at lesere tett på elevene og lærerne i dette prosjektet kan gjenkjenne dem (Hvinden et al., 2006). Utfordringer knyttet til mulig gjenkjennelse av elevene og lærerne i transkribering av videoobservasjon og intervju dreier seg særlig om to momenter; ivareta anonymisering ved å fjerne særtrekk fra dialekten og samtidig formidle det elevene og lærerne sa uten at «omskrivningen» fører til tap av mening eller innhold. Informert samtykke, konfidensialitet og anonymitet, samt ønsket om at deltakerne skal ha utbytte av deltakelse i et forskningsprosjekt er ikke nok, og de etiske retningslinjene skal ikke erstatte forskerens egne bedømmelser og ansvar (Eikseth & Skeie, 2010). Det oppstår etiske dilemmaer når en «forsker» blander seg inn undervisningspraksis. Selv om jeg respekterte lærernes kunnskap og erfaring, kom jeg utenfra og ba dem endre sin undervisning. Lærerne måtte avvike fra etablerte handlingsmønstre, der matematikk kan sies å ha stått i særstilling i å være lite endringsvillig. Dette satte dem i en utrygg posisjon (Skorpen, 2009; Streitlien, 2017). Det at jeg samtidig observerte dem i undervisningen kan ha gjort det ekstra anstrengende for dem. Min respekt for lærernes integritet, samt frykten for å komme som en utenforstående «ekspert», gjorde at jeg var forsiktig i mine uttalelser det første halvåret av prosjektet. Underveis i prosjektet kom jeg til den erkjennelsen at jeg måtte tørre å utfordre læreren i større grad ved å be om begrunnelser for didaktiske valg. Gjennom hele prosjektet har jeg støtt på nye situasjoner hvor jeg ikke har kunne benyttet de etiske retningslinjene som en liste med sjekkpunkt. Hva som har vært den «rette» handlingen, ble vurdert ut ifra lærerne og elevene, den aktuelle situasjonen og formålet med observasjonen (Steen-Olsen, 2010). To situasjoner fra matematikkundervisningen er aktuelle å trekke fram når det gjelder utvikling av datamaterialet. I matematiske samtaler mellom lærer og elever hendte det at læreren ikke etterspurte forklaringer eller begrunnelser, men nøyde seg med et svar fra elevene. På den ene siden, ønsket jeg å undersøke elevenes tankegang. På den andre siden, ville jeg nødvendigvis forstyrre samtalen ved å etterspørre elevenes forklaringer. Så godt det har latt seg gjøre, har jeg forsøkt å sette meg inn i elevenes og lærernes situasjon for å vurdere om spørsmål avbrøt og forstyrret, eller om spørsmålene kunne være forløsende for tanken og avdekke elevens forståelse og talloppfatning.

Et liknende dilemma oppstod når elevene arbeidet to og to for å løse en oppgave. Spørsmål om hvordan elevene tenkte kunne være helt nødvendig for å skaffe det datamaterialet jeg har hatt behov for. Samtidig kunne spørsmål forstyrre ivrige elever når de arbeidet. Hver gang slike dilemmaer oppstod, har jeg måttet sette meg inn i elevenes virkelighet for å bedømme om det var passende å stille elevene spørsmål eller ikke.

### **N-RSM-prosjektets kvalitet**

Det overordnede forskningsspørsmålet var «Hvordan kan en dialogbasert undervisning med Numicon og RightStart™ Mathematics legge til rette for utvikling av god talloppfatning hos elever på 1. trinn?». I løpet av N-RSM-prosjektet har målsettingen vært å prøve en undervisningsmetodikk og undersøke hvilken mulig effekt den har hatt på utviklingen av elevenes talloppfatning. På tilsvarende måte har jeg ønsket å belyse samsvaret mellom den innsamlede empirien og de tolkningene som er gjort av funnene. Det dreier seg med andre ord om prosjektets gyldighet, eller validitet. Det er ikke nok å vise at datamaterialet er valid, men også tolkningen av datamaterialet må valideres.

Cook og Campbells (1979) (Lund, 2002c) validitetssystem tar for seg fire validitetstyper, der samtlige er aktuelle i N-RSM-prosjektet. Forskningsproblemet er kausalt fordi det dreier seg om relasjonen mellom N-RSM-metodikken og elevenes talloppfatning, og indre validitet er derfor et relevant kvalitetskrav. «Dialogbasert», «N-RSM» og «talloppfatning» betraktes som begreper som må operasjonaliseres, hvilket gjør at begrepsvaliditet er aktuelt. For å si noe om sammenhengen mellom den anvendte metodikken og elevenes talloppfatning er av størrelsesmessig betydning, er statistisk validitet sentralt. Ytre validitet er relevant fordi forskningsproblemet gjelder elever på 1. trinn. Den kausale effekten bør kunne generaliseres til gruppen av skolebegynnere.

Begrepsvaliditet kan defineres som grad av samsvar mellom de teoretiske definerte begrepene og begrepene slik vi har lyktes med å operasjonalisere dem (Kleven, 2002). Begrepene ovenfor er abstrakte og det er ikke et entydig svar på hva som skal brukes som indikatorer på «dialogbasert» og «talloppfatning». Selve kjernen i målingsproblemet i pedagogikk er at vi må bruke synlige indikatorer for å måle abstrakte begreper som egentlig ikke er målbare (Kleven, 2002). Begrepene både på årsaks- og effektsiden, altså metodikken og elevenes talloppfatning, må operasjonaliseres tilfredsstillende (Lund, 2002b). N-RSM-metodikken er godt teoretisk forankret, og de medfølgende lærerveiledningene (Atkinson, Tacon & Wing, 2005, 2009; Cotter, 2001b) beskriver grundig de teoretiske prinsippene og hvordan materialet kan benyttes. N-RSM-metodikken og måter å sikre en dialogisk undervisning på ble gjennomgått i planmøte 1 og 2. Lærerne fortalte i det innledende intervjuet at de mente at matematiske samtaler var viktig for elevenes læring. Dermed kan det tenkes at vi hadde en felles forståelse av hensikten med N-RSM-metodikken og hvordan den kunne utspille seg i undervisningen. Jevnlig observasjon av undervisningen og refleksjonsmøter med lærerne gjorde det mulig å hele tiden evaluere og justere operasjonaliseringen av «dialogisk» og «N-RSM» på årsakssiden.

På effektsiden måtte begrepet «taloppfatning» operasjonaliseres. Taloppfatning ble operasjonalisert i lys av dybdelæringsbegrepet fra læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2017b) og det teoretiske tankegodset bak N-RSM. Videoopptak av undervisningen gjorde det mulig å studere elevenes utsagn og bruk av konkreter i lys av taloppfatning.

Når et begrep skal måles, må man anta at resultatet forstyrres av tilfeldige og systematiske målingsfeil (Kleven, 2002; Kleven & Hjordemaal, 2018). Selv om «dialogbasert», «N-RSM» og «taloppfatning» ble forsøkt operasjonalisert, kan jeg ikke være sikker på at jeg og lærerne oppfatter begrepene på samme måte som meg. La oss si at lærerne og jeg hadde forstått teorien og metodikken i N-RSM-prosjektet og begrepet taloppfatning ulikt. En slik skjevhet ville representert systematiske målingsfeil. Planmøtene sikret en god gjennomgang av teori og metodikk, mens refleksjonsmøtene underveis i prosjektet gjorde det mulig for både lærerne og meg å sette ord på vår forståelse, slik at den etter hvert ble i overensstemmelse. Fordi det er benyttet flere metoder for å sikre at undervisningen er i tråd med «dialogbasert» og «N-RSM» og at forståelsen for «taloppfatning» er kartlagt ved hjelp gjentatte observasjoner og refleksjonsmøter, vil begrepene være bedre og mer nyansert kartlagt (Kleven, 2002).

Reliabilitet er et uttrykk for i hvilken grad datamaterialet er fri for tilfeldige målingsfeil (Kleven, 2002). Dermed kan reliabilitet knyttes til spørsmålet om hvor pålitelig og tillitsvekkende N-RSM prosjektet er utført (Thagaard, 2018). For å estimere graden av reliabilitet, har jeg forsøkt å tenke grundig igjennom hvilke tilfeldige feilkilder som kan ha påvirket datamaterialet.

Matematikktimene ble i all hovedsak gjennomført tidlig på dagen fordi lærerne har erfart at elevene vanligvis har større overskudd da sammenlignet med slutten av skoledagen. Likevel kan det tenkes at enkelte av elevene var uopplagte og dermed ikke konsentrerte seg. Dette kunne påvirke elevenes måte å samtale og bruke konkretene, noe som ville kunne føre til ulike tolkninger rundt N-RSM-metodikkens påvirkning av elevenes begrepsforståelse av tallmengder. Hva jeg valgte å fokusere på og måten kameraet ble plassert under observasjonene varierte ut ifra aktiviteten i undervisningen, om elevene satt ved pultene sine eller om de satt i samlingsring. Hvilken grad det jeg filmet var representativt for hva elevene samtalte om eller måter de brukte konkretene i klasserommet, vil også ha betydning for datamaterialet. Et tredje punkt dreier seg om tolkningene som er gjort. Med andre ord i hvilken grad er resultatet uavhengig av hvem som ser tolker og vurderer datamaterialet (Kleven & Hjordemaal, 2018). Reliabiliteten kan økes ved å redusere målingsfeil eller i at effekten av dem nøytraliseres ved å utnytte at tilfeldige feil jevner seg i det lange løp (Kleven, 2002). Jeg har utført 37 videoobservasjoner i løpet av skoleåret. Det relativt store antallet observasjoner gjorde at jeg ble et naturlig element i klasserommet. I tillegg ble effekten av måten en ufokusert elev forklarte og brukte konkretene utjevnet ved at samme elev kunne være mer konsentrert i neste observasjonsøkt (Guðmundsdóttir, 2011b). En annen fordel med å ha gjennomført 37 observasjoner over et skoleår var at jeg kunne prøve ut ulike plasseringer av kameraet i klasserommet og reflektere over hvordan fokus og plassering påvirket det som ble fanget på film. Variasjonene av plassering kan ha gitt et mer helhetlig bilde av hvordan elevene samtalte og brukte konkretene i undervisningen.

Det at jeg etter hvert fikk rutine på å observere kan også tenkes å ha redusert målingsfeilen og dermed økt reliabiliteten (Kleven, 2002). Selv om N-RSM-prosjektet ble initiert av meg, er prosjektet et resultat av samarbeidet med to rutinerte lærere. Sammen ble vi kjent med konkretiseringsmateriellet og ble enige om hvordan prosjektet skulle gjennomføres. I alt ble det gjennomført tolv refleksjonsmøter, der vi tenkte høyt, diskuterte og stilte spørsmål til hvordan begrepene «N-RSM» og «dialogbasert» påvirket elevenes talloppfatning. Det er både lærernes, mine egne og våre felles analyser og tolkninger som ligger til grunn for funnene i dette prosjektet. En slik forskertrianglering kan ha redusert betydningen av mine feiltolkninger, og er dermed med på å øke reliabiliteten (Postholm, 2010; Thagaard, 2018).

Dersom begrepene i tilstrekkelig grad ble operasjonalisert, blir neste steg å vurdere om N-RSM-prosjektet har tilfredsstillende indre validitet, det vil si om talloppfatningen elevene utviklet var et resultat av metodikken som ble brukt og ikke alternative faktorer (Lund, 2002c). Selv om jeg ikke greier å isolere årsaker i undervisningen som i større eller mindre grad fører til læring, kan jeg peke på forklaringer eller teorier som belyser elevenes utvikling av talloppfatning (Scott & Bhaskar, 2015). Siden N-RSM-prosjektet strakk seg over et helt skoleår, kan den oppnådde talloppfatningen være et resultat av modning. Elevene har blitt eldre og generelt lært mer. Dette vil innebære en trussel mot den indre validiteten. Det var også mulig at en annen metodikk påvirket elevenes talloppfatning (Lund, 2002c). For å styrke den indre validiteten kan det være verdt å trekke fram at i løpet av 37 observasjoner ble Numicon brukt i 31 undervisningstimer, RSM i 16 og læreboka i 9 undervisningstimer (se vedlegg 7). Det var forholdsvis lite bruk av lærebok, noe som svekker sannsynligheten for at den var en viktig faktor for utvikling av talloppfatning. Numicon på sin side kan tenkes å være en viktig faktor for utviklingen av elevenes talloppfatning.

Statistisk validitet stiller spørsmål om styrken på sammenhengen årsaks- og effektsvariablene og er derfor relevant i kvalitativ forskning. Det dreier seg om å reflektere rundt effekten av tiltaket, altså om styrken på sammenhengen mellom «dialogbasert» og «N-RSM» og elevenes «talloppfatning» er av betydning og om vi kan stole på den (Kleven, 2008). Utsagn fra lærerne under refleksjonsmøtene og det avsluttende intervjuet gjør det mulig å validere effekten av tiltaket. Begge lærerne som deltok i N-RSM-prosjektet, har lang fartstid i læreryrket og dermed mye erfaring i klasserommet. Særlig den læreren som deltok gjennom hele prosjektet uttrykte en aha-opplevelse av N-RSM-metodikken opp mot den undervisningen hun har hatt i mange år. N-RSM-metodikken gav henne kunnskaper og muligheter til å ha en undervisning som traff alle. For å bruke læreren sine ord: «*No har æ et verktøy som æ føle fungere*». I løpet av hele N-RSM-prosjektet har jeg vært forsiktig med å trekke konklusjonen om metodikkens effekt. I refleksjonsnotatene har mange spørsmål blitt stilt om elevenes talloppfatning som et resultat av metodikken. Muligheten til å studere elevenes forklaringer og bruk av N-RSM-konkretene ved hjelp av videoopptakene, har gitt en unik mulighet til å følge elevenes mestring og utvikling av talloppfatning. Jeg er overbevist om at N-RSM-metodikken har hatt effekt for elevenes læring og forståelse av tallmengder.

Både måten de samtalte og samhandlet med N-RSM-konkretene og den gleden og det engasjementet de uttrykte i arbeidet med konkretene gir meg troen på at dette er en metodikk skolebegynnere vil profitere av å benytte. Lærernes og mine refleksjoner gir grunnlag for å si at tiltaket har hatt en reell effekt.

N-RSM-prosjektet siktes seg inn mot skolebegynnere. Ytre validitet sier noe om graden av generalisering fra utvalget i N-RSM-prosjektet til norske skolebegynnere i sin alminnelighet (Lund, 2002c). Det vil være lite relevant å teste en undervisningsmetodikk dersom det ikke lar seg overføre til andre kontekster. Ønsket er at N-RSM-metodikken kan fungere for andre matematikklærere slik at deres førsteklassinger også utvikler en hensiktsmessig talloppfatning. For å sikre akseptabel ytre validitet bør utvalget være mest mulig representativt for populasjonen det skal generaliseres til (Lund, 2002a). Den største trusselen til ytre validitet er at N-RSM-prosjektet har et lite utvalg; to lærere og åtte elever. Likevel vil jeg argumentere for at det er en viss generaliseringseffekt av mine resultater. Både Numicon og RightStart™ Mathematics er begge forskningsbaserte programmer med dokumentert effekt (Ewan & Mair, 2002; Mononen, Aunio & Koponen, 2014). Det er tenkelig at N-RSM-metodikken kan overføres til et utvalg av lærere som ser matematikk som et fag der elevene oppnår talloppfatning gjennom en dialogisk tilnærming med bruk av konkrete som synliggjør strukturen i tallmengder.

## **Oppsummering**

Det å gjennomføre N-RSM-prosjektet har på mange måter vært krevende å stå i. Samtidig har det å følge en gruppe førsteklassinger gjennom et helt skoleår gitt en unik mulighet til å undersøke hva som skjer når klassen benytter konkretiseringsmaterieell fra N-RSM. I utgangspunktet hadde jeg begrenset kjennskap til hva det ville si å drive med aksjonsforskning. Utallige timer har gått med på å lese teori både om aksjonsforskning, forskning i en pedagogisk virksomhet og om læring i matematikk. Jeg har høstet rike erfaringer om å drive aksjonsforskning og om elevenes utvikling av talloppfatning. Jeg har klokketro på N-RSM-metodikken på flere vis. Læreren Liv, uttalte at hun endelig hadde funnet et redskap hun følte fikk med seg de svakeste elevene i matematikkundervisningen. Hun syntes hun hadde lært mye om hvordan elevene utviklet en god talloppfatning, og hun hadde fått mer tro på seg selv som matematikklærer. Elevene på sin side var alltid positive til å arbeide med konkretene. De uttrykte ofte glede når de arbeidet med metodikken, og det var tydelig at N-RSM-metodikken hjalp dem å tenke matematisk.

Talloppfatningen de utviklet som en konsekvens av metodikken, gav dem et språk de forstod og kunne bruke når de forklarte hvordan de tenkte. Mitt håp er at flere vil få øynene opp for N-RSM-metodikken. Nettopp derfor håper jeg at artikkelen blir publisert. Kanskje får flere lærere lyst i å delta i et liknende forsøk? Etter mitt syn ville et tilsvarende Learning Study-prosjekt være interessant. Learning Study er en type lærersamarbeid som involverer en forsker. Der planlegger man i fellesskap en spesifikk undervisningstime. En lærer gjennomfører undervisningsopplegget mens de andre lærerne og forskeren observerer. Deltakerne møtes og reflekterer rundt gjennomføringen av undervisningen og analyserer timen med oppmerksomhet på bruken av N-RSM-metodikken og elevenes bruk av konkretene, samtaler og begrepsmessige forståelse.



På bakgrunn av erfaringer fra undervisningen og felles refleksjoner, foretar deltakerne endringer av undervisningsopplegget. Neste lærer benytter det reviderte undervisningsopplegget i sin undervisning (Marton, Cheung & Chan, 2019). Som i aksjonsforskning, er det en runddans av planlegging, gjennomføring, observasjon og analyse, men i Learning Study vil man i større grad kunne utforske hvordan endringer i ett undervisningsopplegg virker inn på elevenes læring.

Problemstillingen jeg gikk inn i N-RSM-prosjektet med var: *Hvordan kan en dialogbasert undervisning med konkretiseringsmateriell fra Numicon og RightStart<sup>TM</sup> Mathematics legge til rette for utvikling av god talloppfatning hos elever på 1. trinn?*

Hvordan gikk det så med elevene? Fikk de en hensiktsmessig talloppfatning som et resultat av metodikken?

Resultatet av undervisningen og svaret på problemstillingen beskrives inngående i artikkelen.

## Referanseliste

- Alrø, H. & Johnsen-Høines, M. (2013). Praksisnær undervisning som kritisk matematikkundervisning. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringsamtaken i Matematikkfagets Praksis - Bok II* (s. 75-96). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Atkinson, R., Tacon, R. & Wing, T. (2005). *Numicon. Sett 1: Lærerveiledning*. Søgne: Numicon og Sørlandet Kompetansesenter.
- Atkinson, R., Tacon, R. & Wing, T. (2009). *Numicon. Sett 2: Lærerveiledning*. Søgne: Songvaar Vekst AS.
- Barne- og familiedepartementet. (2013). Forebyggende innsats for barn og unge. Hentet fra [https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/bld/rundskriv\\_q16\\_2013.pdf](https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/bld/rundskriv_q16_2013.pdf)
- Befring, E. (2012). Forebygging blant barn og unge i et psykososialt perspektiv. I E. Befring & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (5. utg., s. 129-147). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Befring, E. (2018). *De pedagogiske kvalitetene. Oppløftende muligheter for barn og unge*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Befring, E. (2019). Forebygging i barnehage og skole med vekt på barns læring og livsmestring. I E. Befring, R. Tangen & K.-A. B. Næss (Red.), *Spesialpedagogikk* (6. utg., s. 168-195). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Befring, E. & Næss, K.-A. B. (2019). Innledning og sammenfatning. I E. Befring, K.-A. B. Næss & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (6. utg., s. 23-48). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, K. Hege, Hege & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag* (s. 22-43). Universitetsforlaget.
- Bjørndal, C. R. P. (2004). Refleksivitet omkring aksjonsforskerens påvirkning - fra salmer til jazz i kjøkkenet. I T. Tiller (Red.), *Aksjonsforskning i skole og utdanning* (s. 117-142). Kristiansand: Høyskoleforlaget AS
- Broth, M., Musk, N. & Persson, R. (2020). Inspelning och analys av interaktionsdata. I M. Broth & L. Keevallik (Red.), *Multimodal interaksjonsanalys* (s. 41-74). Lund: Studentlitteratur.
- Bøe, M. & Thoresen, M. (2017). *Å skape og studere endring : aksjonsforskning i barnehagen* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Coghlan, D. & Brydon-Miller, M. (2014). *The SAGE encyclopedia of action research*. Los Angeles: SAGE.
- Corsaro, W. & Molinari, L. (2000). Entering and observing in children's world: A reflection on a longitudinal ethnography in early education in Italy. I P. Christensen & A. James (Red.), *Research with children : perspectives and practices* (s. 179-200). London: Falmer Press.
- Cotter, J. A. (2001). *RightStart mathematics. Kindergarten lessons. Activities for Learning*. Hazelton, ND.
- Cotter, J. A. (2005). How RightStart™ Mathematics Differs From Other Programs. Hentet 15.03 2021 fra <https://rightstartmath.com/wp-content/uploads/2015/04/RightStart-Principles.pdf>
- Edvardsson, D. & Street, A. (2007). Sense or no-sense: The nurse as embodied ethnographer. *Int J Nurs Pract*, 13(1), 24-32. <https://doi.org/10.1111/j.1440-172x.2006.00605.x>
- Eikseth, A. G. & Skeie, G. (2010). Etske utfordringer i aksjonsforskningen. I G. Skeie, M. B. Postholm & T. Lund (Red.), *Forskeren i møte med praksis : refleksivitet, etikk og kunnskapsutvikling* (s. 115-130). Trondheim: Tapir akademisk forl.
- Ewan, C. & Mair, C. (2002). Wiltshire Pilot Project - Numicon (March-July 2001). *Down Syndrome News and Update*, 2(1), 12-14.
- Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Francis, D. & Hester, S. (2004). *Social Interaction, Language and Society*. London: SAGE Publications Ltd.
- Frostad, P. (2005). Grunnleggende ferdigheter i matematikk. I M. Haga & H. Sigmundsson (Red.), *Ferdighetsutvikling. Utvikling av grunnleggende ferdigheter hos barn* (s. 118-140). Oslo: Universitetsforlaget.

- Gjems, L. (2019). Lære gjennom praksisfellesskap i barnehage, skole og profesjonell virksomhet. I L. Gjems & H. Bjørnsrud (Red.), *Praksisfellesskap for læring og profesjonsutvikling* (s. 16-35). Oslo: Universitetsforlaget. <https://doi.org/10.18261/9788215032290-2019-02> ER
- Goldsmith, L. T., Doerr, H. M. & Lewis, C. C. (2014). Mathematics teachers' learning: a conceptual framework and synthesis of research. *Journal of mathematics teacher education*, 17(1), 5-36. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9245-4>
- Goodchild, S. (2016). Learning from three decades of mathematics teaching development research. I T. R. Eskeland & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for framtida. Festskrift til Marit Johnsen-Høines* (s. 259-282). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Guðmundsdóttir, S. (2011a). Den kvalitative forskningsprosessen. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 15-32). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Guðmundsdóttir, S. (2011b). "Skarpt er gjestens blikk" - Den fortolkende forsker i klasserommet. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 33-44). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Guskey, T. R. (2002). Professional Development and Teacher Change. *Teachers and teaching, theory and practice*, 8(3), 381-391. <https://doi.org/10.1080/135406002100000512>
- Hammersley, M. & Atkinson, P. (2007). *Feltmetodikk* (2. utg.). Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Heath, C., Hindmarsh, J. & Luff, P. (2010). *Video in qualitative research : analysing social interaction in everyday life*. Los Angeles: Sage.
- Heje, M. & Frøjd, E. (2020, 15. desember). Dette er TIMSS. Hentet 23. mars 2021 fra <https://www.uv.uio.no/ils/forskning/aktuelt/aktuelle-saker/2020/dette-er-timss.html>
- Husebø, D., Skeie, G. & Lund Johannessen, Ø. (2020). Dialog som begrep og praktisk tilnærming i aksjonsforskning. I S. Gjøtterud, H. Hiim, D. Husebø & L. H. Jensen (Red.), *Aksjonsforskning i Norge, volum 2* (s. 81-106) Cappelen Damm Akademisk/NOASP (Nordic Open Access Scholarly Publishing).
- Hvinden, B., Bang, K. J. F., Kjersti, Holand, I., Johnsen, R., Kolstad, I., Monsen, T. N., Anne, ... Enebak, V. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Oslo: Forskningsetiske komiteer. Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi.pdf>
- Johnsen-Høines, M. & Alrø, H. (2012). Endringskompetanse i et kritisk perspektiv. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis : Bok 1* (s. 107-118). Bergen: Caspar.
- Kalleberg, R. (1992). *Konstruktiv samfunnsvitenskap : en fagteoretisk plassering av "aksjonsforskning"*. Oslo: Universitetet i Oslo.
- Kleven, T. A. (2002). Begrepsoperasjonalisering. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 141-184). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordic studies in education*, 28(3), 219-233.
- Kleven, T. A. & Hjordemaal, F. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode : en hjelp til kritisk tolking og vurdering* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Knoblauch, H. (2012). Videography: Focused Ethnography and Video Analysis. I H. Knoblauch, B. Schnettler, J. Raab & H.-G. Soeffner (Red.), *Video analysis : methodology and methods : qualitative audiovisual data analysis in sociology* (3. utg., s. 69-84). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Knoblauch, H. & Schnettler, B. (2012). Videography: analysing video data as a 'focused' ethnographic and hermeneutical exercise. *Qualitative research : QR*, 12(3), 334-356. <https://doi.org/10.1177/1468794111436147>

- Kunnskapsdepartementet. (2017a). *Lærelyst – tidlig innsats og kvalitet i skolen* (Meld. St. 21 (2016 – 2017)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/71c018d2f5ee4f7da7df44a6aae265bc/no/pdfs/stm201620170021000dddpdfs.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2017b). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Tett på – tidlig innsats og inkluderende fellesskap i barnehage, skole og SFO* (Meld. St. 6 (2019 –2020)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/3dacd48f7c94401ebefc91549a5d08cd/no/pdfs/stm201920200006000dddpdfs.pdf>
- Kvale, S. (2007). Epistemological Issues of Interviewing. I S. Kvale (Red.), *Doing interviews* (s. 10-22). Los Angeles: Sage.
- Kvernbekk, T. (2002). Vitenskapsteoretiske perspektiver. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 19-78). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kvernbekk, T. (2018). Evidensbasert pedagogisk praksis: Utvalgte kontroverser. *Nordisk tidsskrift for pedagogikk & kritikk*, 4, 136-153. <https://doi.org/10.23865/ntpk.v4.1153>
- Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A. C., Nilsen, T. & Bergem, O. K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Universitet i Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleforskning.
- Lewin, K. (1948). *Resolving social conflicts*. New York: Harper.
- Luff, P. & Heath, C. (2012). Some 'technical challenges' of video analysis: social actions, objects, material realities and the problems of perspective. *Qualitative research : QR*, 12(3), 255-279. <https://doi.org/10.1177/1468794112436655>
- Lund, T. (2002a). Generaliseringsproblematikk. I T. Lund (Red.), *Generaliseringsproblematikk* (s. 125-140). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lund, T. (2002b). Kvasi-eksperimentelle design. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 219-264). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lund, T. (2002c). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 79-124). Bergen: Fagbokforlaget.
- Marton, F., Cheung, W. M. & Chan, S. W. Y. (2019). The object of learning in action research and learning study. *Educational action research*, 27(4), 481-495. <https://doi.org/10.1080/09650792.2018.1489873>
- Moen, T. (2011). Tre perspektiver på sosial kompetanse: Muligheter og begrensninger. I H. Bjørnsrud & S. Nilsen (Red.), *Lærerarbeid for tilpasset opplæring : tilrettelegging for læring og utvikling* (s. 87-99). Oslo: Gyldendal Akademisk Forlag.
- Moen, T. (2012). Forebygging av problematferd i lys av prinsippet om inkludering. I H. Bjørnsrud & S. Nilsen (Red.), *Tidlig innsats - bedre læring for alle?* (s. 121-134). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Mondada, L. (2012). Video recording as the reflexive preservation and configuration of phenomenal features for analysis. I H. Knoblauch, B. Schnettler, J. Raab & H.-G. Soeffner (Red.), *Video analysis : methodology and methods : qualitative audiovisual data analysis in sociology* (3. utg., s. 51-67). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Mononen, R. & Lopez-Pedersen, A. (2019). Matematikkvansker. I E. Befring, K.-A. B. Næss & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (bd. 6, s. 365-395). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Mononen, R., Aunio, P. & Koponen, T. (2014). A pilot study of the effects of RightStart instruction on early numeracy skills of children with specific language impairment. *Res Dev Disabil*, 35(5), 999-1014. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2014.02.004>

- Nilsen, S. (2019). Spesialpedagogisk arbeid i grunnskolen. I E. Befring, R. Tangen & K.-A. B. Næss (Red.), *Spesialpedagogikk* (6. utg., s. 615-642). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Nilsson, B. (2007). Gadammers hermeneutikk. *Sykepleien forskning (Oslo)*, (4), 266-268.  
<https://doi.org/10.4220/sykepleienf.2007.0009>
- Norsk senter for forskningsdata. (2021, 29. august). Fyll ut meldeskjema for personopplysninger. Hentet fra <https://www.nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger>
- NOU 2021: 2. (2021). *Kompetanse, aktivitet og inntektssikring. Tiltak for økt sysselsetting*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/2943e48dbf4544b8b5f456c850dcccbe/no/pdfs/nou202120210002000dddpdfs.pdf>
- Nuthall, G. (2004). Relating classroom teaching to student learning: a critical analysis of why research has failed to bridge the theory-practice gap. *Harvard educational review*, 74(3), 273-306.  
<https://doi.org/10.17763/haer.74.3.e08k1276713824u5>
- Opplæringslova. (1998). Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61). Hentet fra <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>
- Ostad, S. A. (2015). *Matematikkvansker : en forskningsbasert tilnærming* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. (2012). Teachers' professional development: a theoretical review. *Educational research (Windsor)*, 54(4), 405-429. <https://doi.org/10.1080/00131881.2012.734725>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblick : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Postholm, M. B. & Moen, T. (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen : metodebok for lærere, studenter og forskere*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Smith, K. (2017). Praksisrettet forskning og formativ intervensjonsforskning: forskning for utvikling av praksisfeltet og vitenskapelig kunnskap. I S. Gjøtterud, H. Hiim, D. Husebø, L. H. Jensen, T. H. Steen-Olsen & E. Stjernestrøm (Red.), *Aksjonsforskning i Norge. Teoretisk og empirisk mangfold*. (s. 71-94). NOASP: Cappelen Damm Akademisk.
- Ringdal, K. (2014). *Enhet og mangfold: samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Ruthven, K. (2001). Mathematics Teaching, Teacher Education, and Educational Research: Developing "Practical Theorising" in Initial Teacher Education. I F.-L. Lin & T. J. Cooney (Red.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education* (s. 165-183). Dordrecht: Springer  
[https://doi.org/10.1007/978-94-010-0828-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-94-010-0828-0_8)
- Røsseland, M. (2019). *Hva karakteriserer læreres utvikling med ny didaktisk teori?* (Doktorgradsavhandling). Universitetet i Agder, Kristiansand.
- Schwencke, E. (2017). Kritisk Utopisk Aksjonsforskning (CUAR) og utfordringer i deltagende prosesser. Hvordan kan frirom og estetisk holdning bidra til å videreutvikle validiteten i aksjonsforskning? I S. M. Gjøtterud, H. Hiim, D. Husebø, L. H. Jensen, T. Steen-Olsen & E. Stjernestrøm (Red.), *Aksjonsforskning i Norge : teoretisk og empirisk mangfold* (s. 356-377). Oslo: Cappelen Damm Akademisk NOASP.
- Scott, D. & Bhaskar, R. (2015). *Roy Bhaskar: A Theory of Education*. Cham: Springer International Publishing.
- Silverman, D. (2014). *Interpreting qualitative data* (5. utg.). Los Angeles, Calif: SAGE.
- Skogen, K. (2018). Aksjonsforskning. I M. Krogtuft & J. Sjøvoll (Red.), *Masteroppgaven i lærerutdanninga : temavalg, forskningsplan, metoder* (2. utg., s. 133-144). Oslo: Cappelen Damm akademisk.

- Skorpen, L. B. (2009). Nokre spesielle trekk ved arbeidet med matematikkfaget i begynnaropplæringa. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(3), 7-32. Hentet fra [http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/14\\_3\\_007032\\_skorpen.pdf](http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/14_3_007032_skorpen.pdf)
- Steen-Olsen, T. (2010). Refleksiv forskningsetikk - den kritiske ettertanken. I G. Skeie, M. B. Postholm & T. Lund (Red.), *Forskeren i møte med praksis : refleksivitet, etikk og kunnskapsutvikling* (s. 97-114). Trondheim: Tapir akademisk forlaget.
- Streitlien, Å. (2017). *Hvem får ordet og hvem har svaret? : om elevmedvirkning i matematikundervisningen*. Oslo: Kopinor.
- Tangen, R. (2012). Tilnæringsmåter og temaer i spesialpedagogikk - en introduksjon. I R. Tangen & E. Befring (Red.), *Spesialpedagogikk* (5. utg., s. 17-22). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Ten Have, P. (2009). *Conversation Analysis. Analysing Everyday Conversational Activities*. I M. Hviid Jacobsen (Red.), *Encountering the everyday : an introduction to the sociologies of the unnoticed*. Basingstoke: Palgrave/Macmillan.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Tholander, M. & Cekaite, A. T. (2009). Konversationsanalys. I A. Fejes & R. Thornberg (Red.), *Handbok i kvalitativ analys* (s. 154-175). Stockholm: Liber.
- Tiller, T. (2004). *Aksjonsforskning i skole og utdanning*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Tveiten, S. (2019). *Veiledning: mer enn ord* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 13. mars). Dybdelæring. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). Grunnskolekarakterer. Eksamenkarakterer og standpunkt karakterer for 10. trinn. Hentet 23. mars 2021 fra [https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-grunnskole/grunnskolekarakterer/?rapportsideKode=GSK\\_GSKarakterer&filtre=EierformID\(-10\) EnhetID\(-12\) FagID\(1389\\_1531\\_2676\\_3703\) KaraktertypeID\(1\\_2\\_3\) KjoennID\(-10\) TidID\(201906\\_202006\) VisAntallPersoner\(1\) VisKarakterfordeling\(1\)&radsti=FI\(1389\\_1531\\_2676\) \(\\*\)](https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-grunnskole/grunnskolekarakterer/?rapportsideKode=GSK_GSKarakterer&filtre=EierformID(-10) EnhetID(-12) FagID(1389_1531_2676_3703) KaraktertypeID(1_2_3) KjoennID(-10) TidID(201906_202006) VisAntallPersoner(1) VisKarakterfordeling(1)&radsti=FI(1389_1531_2676) (*))
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Læreplan i matematikk 1–10* (MAT01-05). Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>
- Wing, T. & Tacon, R. (2007). Teaching number skills and concepts with Numicon materials. *Down Syndrome Research and Practice*, 12(1), 22-26. <https://doi.org/https://library.down-syndrome.org/en-us/research-practice/12/1/teaching-number-skills-concepts-numicon-materials/>
- Aarsand, P. & Forsberg, L. (2009). De öppna och stängda dörrarnas moral: dilemman i deltagande observation med videokamera. I A. Sparrman, V. Adelsvärd, A.-C. Evaldsson & J. Cromdal (Red.), *Den Väsentliga vardagen : några diskursanalytiska perspektiv på tal, text och bild* (s. 148-168). Stockholm: Carlssons.

## **Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD**

### **NSD sin vurdering**

#### **Prosjekttittel**

Hvordan kan en dialogbasert undervisning med fokus på strukturerte mengder fra Numicon og RightStart  
Mathematics bidra til utvikling av en funksjonell tallforståelse?

#### **Referansenummer**

515667

#### **Registrert**

10.06.2020 av Marit Johanne Berdal - maritjbe@stud.ntnu.no

#### **Behandlingsansvarlig institusjon**

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap (SU) /  
Institutt for pedagogikk og livslang læring

#### **Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)**

Per Frostad, per.frostad@ntnu.no, tlf: 73551151

#### **Type prosjekt**

Studentprosjekt, masterstudium

#### **Kontaktinformasjon, student**

Marit Johanne Berdal, maritjbe@stud.ntnu.no, tlf: 95044033

#### **Prosjektperiode**

17.08.2020 - 01.11.2021

#### **Status**

09.06.2021 - Vurdert

#### **Vurdering (3)**

##### **09.06.2021 - Vurdert**

##### **VURDERING AV ENDRING**

NSD har vurdert endringen registrert 31.05.2021. Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 09.06.2021. Behandlingen kan fortsette

##### **INNHold I ENDRING**

1. Vi har nå registrert 01.01.2022 som ny sluttdato for behandling av personopplysninger.

2. Etter prosjektslutt vil behandleransvaret overskrives fra NTNU til student Marit Johanne Berdal for personidentifiserende videomateriale. Overføringen krever samtykke fra samtlige registrerte samt sikker lagring i tråd med interne retningslinjer.

#### OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved ny planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet. Etter prosjektslutt vil NSD avslutte meldeskjemaet og oppfølging av prosjektet ettersom ansvaret overføres.

Kontaktperson hos NSD: Silje Fjelberg Opsvik  
Lykke til videre med prosjektet!

#### **17.06.2020 - Vurdert**

##### GJELDENE VURDERING

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 17.06.20 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

##### MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

[https://nsd.no/personvernombud/meld\\_prosjekt/meld\\_endringer.html](https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html)

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

##### TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.05.21.

##### LOVLIG GRUNNLAG – Utvalg 1

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

##### LOVLIG GRUNNLAG – Utvalg 2

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om elevene. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som foresatte kan trekke tilbake. Elevene vil i tillegg samtykke til egen deltakelse.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a



## TAUSHETSPLIKT

Informantene i prosjektet er lærere, og har taushetsplikt. Det er viktig at intervjuene gjennomføres slik at det ikke registreres taushetsbelagte opplysninger. Vi anbefaler at dere minner informantene om dette i forbindelse med intervjuene

## VIDEOOPPTAK I SKOLE

Datainnsamlingen består av intervju med lærer og elever samt videoopptak i klasserommet. Elever og deres foresatte samtykker til at det kan tas videoopptak i klasserommet. Vi minner om at dere ikke må ta lyd eller videoopptak av de elevene som ikke ønsker å delta i forskningen.

## PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

## DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

## FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

## OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Silje Fjelberg Opsvik

Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

## Vedlegg 2: Informasjonsskriv til elever og foresatte



# Vil du delta i forskningsprosjektet

## *”Utvikling av en god tallforståelse gjennom bruk av konkretiseringsmateriellet*

## *Numicon og RightStart Mathematics – 2020/2021”?*



Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å bruk konkretiseringsmaterieill fra Numicon og RightStart Mathematics på 1. trinn for å se hvordan det hjelper elevene til å få bedre tallforståelse. Jeg er en masterstudent i spesialpedagogikk ved institutt for pedagogikk og livslang læring, NTNU. Jeg har flere års erfaring i læreryrket, særlig matematikkundervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

### **Formål**

Formålet med prosjektet er å se hvordan bruk av konkretiseringsmaterieill fra Numicon og RightStart Mathematics gjør at elevene utvikler en god forståelse for tall og mengder. Numicon er et anerkjent materiale som kommer fra England. Det består blant annet av brikker i ulike størrelser og farger. RightStart Mathematics er utviklet i USA. En spesiell kuleramme blir brukt for at elevene skal danne seg mentale bilder av tall. Den nye læreplanen, som trer i kraft høsten 2020, sier at elevene skal få mulighet til å utforske, tenke kreativt, resonnere og snakke om matematikk – alene og sammen med de andre elevene og læreren. Dette er helt i tråd med konkretiseringsmateriellet fra Numicon og RightStart Mathematics. Elevene kommer til å bruke den vanlige matematikkboka også, og det er Anita og Grethe som skal stå for all undervisning. Mitt ønske er å kunne få mulighet til å følge med på hvordan elevene arbeider med dette konkretiseringsmateriellet og måten det påvirker deres tallforståelse. Derfor håper jeg at dere gir meg tillatelse til å observere noen matematikktimer og intervjuere elevene for å høre hvordan de opplever det. Prosjektet vil pågå fra august 2020.

### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Per Frostad, professor ved NTNU, er ansvarlig for prosjektet.

### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Du blir spurt om ditt barn kan være med på dette prosjektet fordi jeg ønsker å undersøke hvilken nytte elever på 1. og 2. trinn har av konkretiseringsmateriellet. Alle elevene på 1. og 2. trinn blir spurt om deltakelse.

### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Deltakelse i prosjektet innebærer at ditt barn deltar i matematikkundervisningen som vanlig, og at det er lærerne som står for undervisningen. I tillegg til den vanlige matteboka, vil lærerne bruke konkretiseringsmateriellet fra Numicon og RightStart Mathematics i undervisningen. Mens prosjektet pågår, kommer jeg til å være til stede i undervisningen omtrent én gang per uke eller fjortende dag. Noen ganger vil jeg bare sitte og observere undervisningen, mens andre ganger vil jeg kanskje delta i samtalene sammen med elevene. For å kunne studere hvordan elevene bruker de ulike konkretene, vil jeg be om tillatelse til å ta filmopptak i forbindelse med observasjonene. Ved prosjektstart vil jeg snakke med hele klassen om hva de kan i matematikk og hva de tenker om matematikkundervisningen på skolen. I slutten av prosjektet vil jeg intervjuere elevene. Spørsmålene vil omhandle elevenes opplevelse av matematikkundervisningen, og hvordan de synes det er å arbeide med konkretiseringsmateriellet. Jeg vil også undersøke hvordan elevene tenker når de skal regne ut enkle pluss- og minusstykker for å se om konkretiseringsmateriellet har noen overføringsverdi der. Dere kan om ønskelig få innsyn i spørsmålene jeg vil stille elevene. I forbindelse med intervjuene, vil jeg be om tillatelse til at disse blir tatt opp på lydopptaker. Grunnen til at jeg vil bruke lydopptaker er så jeg skal slippe å notere alt, og dermed kan fokusere på hva elevene sier og aktivt delta i intervjuet. Lydopptakene vil bli tatt opp med en diktafon. Film- og lydopptakene vil bli omskrevet til tekst og lagret på NTNUs skylagringssystem fram til prosjektet er over. Opptakene vil bli slettet etter omskrivingen til tekst. I selve masteroppgaven vil all informasjon om elevene og skolen bli anonymisert.

### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i intervjuene og observasjonene. Hvis du velger at ditt barn ikke skal delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for ditt barn hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Filmkameraet settes opp slik at fokus er rettet mot hvordan elevene bruker konkretiseringsmateriealet, og bare de elevene som det gis samtykke til vil bli filmet.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Bare jeg og min veileder, Per Frostad, vil ha tilgang til opptakene.
- I oppgaven vil all informasjon om ditt barn anonymiseres slik at det ikke er mulighet å gjenkjenne hvem det er.
- I oppgaven vil informasjon om skolen anonymiseres slik at det heller ikke er mulighet å gjenkjenne hvilken skole prosjektet har foregått ved.

- Arbeidet er underlagt taushetsplikten.

### **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i mai 2021. Alle opptak og personopplysninger vil bli slettet så fort prosjektet er over.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Per Frostad, min veileder ved NTNU, kan nås via [per.frostad@ntnu.no](mailto:per.frostad@ntnu.no).
- NTNUs personvernombud: Thomas Helgesen nås via [thomas.helgesen@ntnu.no](mailto:thomas.helgesen@ntnu.no).
- Dersom du har spørsmål angående prosjektet, er min epost [maritjbe@stud.ntnu.no](mailto:maritjbe@stud.ntnu.no). Dere kan ringe meg på 95044033.

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

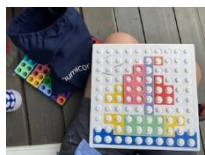
Med vennlig hilsen

*Per Frostad*  
(Forsker/veileder)

*Marit Johanne Berdal*

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Utvikling av god tallforståelse ved bruk av konkretiseringsmateriellet Numicon og RightStart Mathematics», og har fått anledning til å stille spørsmål.



Jeg er enig i at:

- Jeg kan observeres i matematikktimene når jeg bruker konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart Mathematics.
- Jeg kan bli intervjuet før prosjektet starter og etter at det er ferdig.

Jeg har mottatt informasjon om prosjektet, og jeg ønsker å delta.

-----  
(Signert av eleven, (eventuell dato))

Jeg samtykker til at mitt barn:

- Kan observeres i forbindelse med bruk av konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart Mathematics i matematikkundervisningen.
- Kan bli intervjuet før og etter gjennomføringen av prosjektet.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

-----  
(Signert av foresatt, dato)

### Vedlegg 3: Informasjonsskriv til lærere

# Vil du delta i forskningsprosjektet "Utvikling av en god tallforståelse gjennom bruk av konkretiseringsmateriellet Numicon og RightStart Mathematics –2020/2021"?



Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å prøve ut konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart Mathematics på 1. trinn. Jeg er en mastergradsstudent i spesialpedagogikk ved institutt for pedagogikk og livslang læring, NTNU. Jeg har flere års erfaring i læreryrket, særlig matematikkundervisning. I dette skrevet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### Formål

Formålet med prosjektet er å se hvordan bruk av konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart Mathematics gjør at elevene utvikler en god forståelse av tall og mengder. Numicon er et anerkjent materiale som kommer fra England. Det består blant annet av brikker i ulike størrelser og farger. RightStart Mathematics er utviklet i USA. En spesiell kuleramme blir brukt for at elevene skal danne seg mentale bilder av tall. Prosjektet vil pågå fra august 2020.

#### Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Per Frostad, professor ved NTNU, er ansvarlig for prosjektet.

#### Hvorfor får du spørsmål om å delta?

I forbindelse med masteroppgaven ønsker jeg et samarbeid med deg, der du benytter konkretiseringsmateriellet fra Numicon og RightStart Mathematics i matematikkundervisningen på 1. trinn. Det arbeidet du gjør og de tanker og erfaringer du vil dele med meg vil blant annet være mitt materiale for oppgaven min. Det er viktig for meg å understreke at jeg ikke er ute etter å vite hva som er riktig eller galt, hvem som er flink eller ikke flink, men dine erfaringer. Alt du forteller meg vil bli anonymisert og skal kun brukes i min oppgave.

#### Hva innebærer det for deg å delta?

- Jeg ønsker at du i undervisningen skal benytte konkretiseringsmaterieell fra Numicon og RightStart Mathematics i matematikkundervisningen på 1. trinn.
- Jeg vil komme og observere undervisningen 2 til 4 ganger per måned. For å kunne studere hvordan elevene benytter konkretiseringsmateriellet, vil jeg be om tillatelse til å filmopptak i

forbindelse med observasjonene. Jeg vil bare benytte filmopptak dersom samtlige foresatte godtar at sitt barn blir filmet.

- Du blir med på minst ett aksjonslæringsmøte hver måned. Grunnideen i aksjonslæring er at vi sammen gjennom kritiske og systematiske refleksjoner over daglige erfaringer utvikler ny praksis. På hvert av disse møtene vil jeg presentere teori som berører læring og undervisning i matematikk som gir utgangspunkt for aksjonslæringen.
- Jeg ønsker å intervju deg før prosjektet starter og når det er over. I forbindelse med intervjuene, vil jeg be om tillatelse til at disse blir tatt opp på lydopptaker. Grunnen til at jeg vil bruke lydopptaker er så jeg skal slippe å notere alt, og dermed kan fokusere på hva du sier og aktivt delta i intervjuet. Lydopptakene vil bli tatt opp med en diktafon.
- Film- og lydopptakene vil bli lagret på NTNUs skylagringsbase fram til prosjektet er over. Da vil opptakene bli slettet.

### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Bare jeg og min veileder, Per Frostad, vil ha tilgang til opptakene. Disse opptakene behandles konfidensielt, og ditt barns navn vil bli erstattet med en kode som lagres på en egen navneliste adskilt fra øvrige data..
- I oppgaven vil all informasjon om ditt barn anonymiseres slik at det ikke er mulighet å gjenkjenne hvem det er.
- I oppgaven vil informasjon om skolen anonymiseres slik at det heller ikke er mulighet å gjenkjenne hvilken skole prosjektet har foregått ved.
- Arbeidet er underlagt taushetsplikten.

### **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i mai 2021. Alle opptak og personopplysninger vil bli slettet så fort prosjektet er over.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og

- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

### Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Per Frostad, min veileder ved NTNU, kan nås via [per.frostad@ntnu.no](mailto:per.frostad@ntnu.no).
- NTNUs personvernombud: Thomas Helgesen nås via [thomas.helgesen@ntnu.no](mailto:thomas.helgesen@ntnu.no).
- Dersom du har spørsmål angående prosjektet, er min epost [maritjbe@stud.ntnu.no](mailto:maritjbe@stud.ntnu.no). Dere kan ringe meg på 95044033.

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

*Prosjektansvarlig*

Per Frostad

*Student*

Marit Johanne Berdal

---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Utvikling av god tallforståelse ved bruk av konkretiseringsmateriellet Numicon og RightStart Mathematics», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i intervju ved prosjektets oppstart og avslutning, samt møter underveis i prosjektet
- at det blir foretatt observasjoner i matematikkundervisningen

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av lærer, dato)



## Vedlegg 4: Intervjuguide

Intervjuene gjennomføres slik at det ikke samles inn opplysninger som kan identifisere enkeltelever eller avsløre taushetsbelagt informasjon. Eventuelle identifiserende bakgrunnsopplysninger vil utelates, som for eksempel kjønn, diagnoser og eventuelle spesielle hendelser. Både jeg og læreren har et felles ansvar for det ikke kommer frem taushetsbelagte opplysninger under intervjuet. Jeg vil minne læreren på taushetsplikten før intervjuet starter.

### Før oppstart:

Bakgrunn	Kan du si litt kort om din utdanning og hvor lenge du har jobbet som lærer? Har du tatt spesialpedagogikk? Hvilke fag har du undervist i?
Informasjon om klassen	Hvor mange elever er det i klassen? Hvor mange timer i uken undervises det i matematikk? Hvilke kunnskaper om matematikk (tall, enkle begreper) tror du elevene kan når de begynner på 1. trinn? Hvordan tror du variasjonen mellom elevenes kompetanse vil være ved skolestart? Hvorfor varierer elevenes kunnskaper ved skolestart?
Lærerens oppfatning av faget matematikk	Hvordan er ditt forhold til faget matematikk? Hva liker du med å undervise i matematikk? Hva vil det si å ha kompetanse i matematikk? Hva tror du skal til for å bli god i matematikk? Hva skal til for å få god talloppfatning? Hvem kan bli god i matematikk? Hvordan lærer elever matematikk best? Hvordan tror du elevene oppfatter faget matematikk? Hva tror du er elevenes forventninger til faget når det gjelder arbeidsmåter og innhold? Hva tror du er foreldrenes forventninger til faget når det gjelder arbeidsmåter og innhold? Kan du si noe om din kjennskap med konkretiseringsmateriellet Numicon og RightStart Mathematics?
Fagfornyelsen	Hva legger du i begrepet dybdelæring (i motsetning til overflatelæring)? Hvordan kan man legge til rette for dybdelæring i matematikkundervisningen? Hva er den største utfordringen med å tilpasse undervisningen? Hva legger du i begrepet inkludering? Hvordan får du innsikt i hvor elevene ligger?
Undervisning	Hvilket prinsipp legger du til grunn for undervisning? - (elevmedvirkning, inkludering, læringsmål, tilpasset opplæring, bygge på elevens tanker) Hva mener du er en bra undervisning? Hva må undervisningen inneholde for at elevene skal utvikle gode

	<p>matematiske ferdigheter?  Hvilke begreper må elevene kunne for å utvikle god forståelse for tall og mengder?  Hvilke utfordringer er det å tilrettelegge for dette?  Hva mener du påvirker elevenes læring?  Hvilket nivå legger du undervisningen på?  Hvilken type oppgaver og aktiviteter bruker du i undervisningen?  Hvordan stiller du spørsmål i undervisningen, og hvordan følger du opp elevenes tankegang?  Hvordan vektlegger du prosessen frem til svaret?  Hvordan bruker du elevenes erfaring fra hverdagen inn i timen?  Hvordan fordeler du tiden i undervisningen (alene, samarbeide, forklare, bok, tavle osv.)?  Hvilket læringsmiljø ønsker du å skape i matematikktimene, og hva gjør du for å skape det?  Hva gjør du når du utarbeider læringsmål for timen, og hvordan presenterer du målene for å være sikker på at elevene forstår hva målet er?  Hvordan gir du underveivurdering, og hva gjør du for å forsikre deg om at eleven har skjønnet hva hun skal oppnå?</p>
Tanker om prosjektet	<p>Hva synes du jeg bør fokusere på når jeg observerer undervisningsøktene?  Er det spesielle temaer du kan tenke deg at vi drøfter når vi møtes?</p>
Tilføye	<p>Er det noe du ønsker å tilføye?</p>

### **I etterkant av N-RSM-prosjektet:**

Gjennomføring av undervisning	<p>Kan du si noe om hvordan du har opplevd din rolle i økter der du har arbeidet med Numicon og RightStart Mathematics?  Hvordan brukte du konkretiseringsmateriellet?  Er det noe du har erfart som har vært bra?  Er det noe du har erfart som du spesielt vil trekke fram?  Kan du si noe om hvordan du har kunnet følge elevenes læringsprosess i denne perioden?  Er det spesielle ting du vil trekke fram? (enkelthendelser, noe du husker spesielt, en/ flere spesielle opplevelser, noe positivt/ negativt, vanskelig, lærerikt og annerledes)?  Hvordan brukte du samtaletrekkene i undervisningen opp imot konkretiseringsmateriellet?</p>
Refleksjoner	<p>Hvordan har du opplevd perioden fra vi startet i august til i dag?  Hva tenker du om refleksjonsmøtene?  Hvilke temaer vi har drøftet vil du løfte fram som interessante?  Hva kunne vært gjort annerledes?  Hvordan tror du elevene opplevde å arbeide med</p>

	<p>konkretiseringsmateriellet?</p> <p>Hvordan ble prinsippet om dybdelæring påvirket ved bruk av konkretiseringsmateriellet?</p> <p>Kan du si noe om hvordan du har opplevd elevenes aktivitet i økter der du har arbeidet med Numicon og RightStart Mathematics?</p> <p>Hvordan tror du den dialogbaserte tilnærmingen har påvirket elevenes samtaler, samarbeid, refleksjon, begrepslæring og utvikling av forståelse for tall og mengder?</p>
Tilføy	Er det noe du ønsker å tilføy?

## Vedlegg 5: Systematisering av observasjonsøktene, utdrag fra observasjon 10, 11 og 12

Observasjonsøkt og undervisningsopplegget for timen	Materiell	Beskrivelser av innhold	Koder
<p><b>Observasjon nummer 10:</b>            Kl. 09.35 – tallvennene til 7. Elevene har 7-tallform. Tallformene 1-6 legges oppå. Ser hva som mangler. <b>En elev bemerker at tallvenner er det samme som pluss</b> (summeres tallvennene får man en sum). <b>«Det blir det samme med fire» - 4 og 3, er det samme som 3 og 4.</b>            Kl. 09. 51 – tallvenner i matematikkboka.            Kl. 09. 57 – 7 elever på rekke. En og en forflytter seg slik at elevene danner to grupper som viser tallvennene. Del-mengdene kombineres med tallformer. <b>7 er et oddetall fordi det har en kant, bemerker en elev. Tallet kan ikke deles likt i to. Elevene forteller at 8 kan deles på to, og at det blir 4 og 4.</b>            Kl. 10.01 – matematikkbok. Trekke linjer mellom tallsymbol som blir 7.            Kl. 10.05 – synger «tiervennsangen» samtidig som delmengdene føres over på kuleramma.            Kl. 10.14 – lek der plugger legges i plastbakk. Elev velger antall (5-10) – snur seg – X plugger fjernes – snur seg – sier antall. <b>10 beskrives av en elev som «tre treera og en» (tre plugger i hver sin farge + en). «E tror det handle om tallvenna» sier en annen elev.</b></p>	Numicon RightStart™ Mathematics	<p>Tallene representeres ved tallnavn, tallformer og symboler. Del-mengdene blir synlig og konkret når tallformen som utgjør en delmengde legges oppå. Tallsymbol skrives i rute (hel) og hjerter (del, del). Kommutativ lov blir synlig. Ved at elevene forflytter seg fra en gruppe til den andre, ser man at summen (7) er den samme, men antallet elever i hver gruppe endrer seg ettersom en og en elev forflytter seg. Egenskaper ved tall blir tydelig pga. tallformens utforming. Oddetall har en enslig tallform på toppen, og kan derfor ikke deles likt.</p> <p>Del-mengdene synliggjøres på kuleramma. Fargene gul og blå gjør at tall over 5 vises som 5+ _.</p> <p>Eleven må vite og huske tallnavnet som tilsvarer antall plugger i plastbakken. Etterpå må eleven finne del-mengden som er fjernet ved å se/telle gjenværende delmengde. Pluggenes plassering (struktur) eller gruppering av farger kobles til tall.</p>	Del-del-hel Konkret Representasjon

<p><b>Observasjon nummer 11:</b> Kl. 09.30 - Samlingsstund bak i klasserommet. Lærer spør hva elevene husker fra forrige time – elevene gjentar tallvennene til 7. - tallvenner til 8. Lærer legger tallformer tilsvarende tallvennene på gulvet i samlingsringen. Deretter gjør elevene tilsvarende på pulten sin. Elevene tegner bokser/hjerner med hel-del-del-mengder i skrivebok (se observasjon 10). Kl. 10.00 – spill. N-spinnere (1-5). Elevene spinner – skal si 8-vennen til det tallsymbolet spinneren peker på og finne begge tallformene.</p>	<p>Numicon Skrivebok</p>	<p>Aktivere bakgrunnskunnskaper. Får i større grad tak i elevenes forståelse siden de må forklare hva de husker. Elevene sier delmengdene 6 og 1, 1 og 6 osv. Del-del-hel legges med tallformer. Del-del settes sammen og legges ved siden av hel. Mengdene representeres ved tallnavn og tallformer. Tallenes struktur blir synlig.</p> <p>Spillet ble løst av elevene på ulike måter. De arbeidet med del-del-hel. Tallene ble representert med tallsymbol, tallnavn og tallformer.</p>	<p>Del-del-hel Kommutativ lov Representasjon Struktur</p>
<p><b>Observasjon nummer 12:</b> Kl. 08.32 – tallvennene til 7 og 8 repeteres i samlingskroken. Elevene skriver på tavla istedenfor læreren. Samtales om dobbelt.</p> <p>Elevene utfordres til å legge 9-venner på pulten sin uten gjennomgang felles.</p> <p>Skjerm-lek: to elever samarbeider. De har hver sitt grunnbrett og en eske med tallformer. Et skjerm Brett settes mellom for at de ikke skal se den andres brett. Elev A bruker tallformer og lager et mønster. Deretter forklarer A hvordan figuren er laget mens B prøver å bygge tilsvarende figur.</p>	<p>Numicon Skjerm-brett</p>	<p>Aktivere bakgrunnskunnskaper. Får i større grad tak i elevenes forståelse siden de må forklare hva de husker. Tallnavn og tallsymboler representerer tall. Elevene forklarer at 6 og 2 er det samme som 2 og 6 – summen blir den samme.</p> <p><b>Se transkript – interessant eksempel om hvorfor 5 er 9-venn til 4.</b></p> <p>Elevene bruker matematiske begreper og preposisjoner for å forklare hvordan figuren skal bli. Eksempler: «legg to firere oppå kvarinner. På toppen ska du legg en tier med langsida ned». Elevene omtaler tallnavnene som «firer» ikke fire.</p>	<p>Del-del-hel Kommutativ Representasjon</p>

Teksten i rødt skrift viser til det jeg anså som særlig interessant.

## Vedlegg 6: Tabell over koder i henhold til matematisk innhold i undervisningen

Kode	Observasjon	Antall
Del-del-hel	1,3,5,6,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,23,24,27,29,30,32,33,34,35,36,37	29
Representasjon (måter tallmengder kan forekomme/brukes)	1,3,6,7,8,10,11,12,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,27,28,29,30,31,33,37	27
Struktur/se mengde (forståelse for struktur i tallmengder)	6,9,10,11,12,13,14,18,19,20,22,23,24,25,28,29,30,32,33,35,37	21
Telle/telle hull i tallform	3,5,6,8,10,14,15,23,29,30	10
Språk/ Tallnavn	7,9,21,22,23,25,29,31	8
Transparent navn	21,22,23,25,29,30	7
Multisensorisk	6,7,9,10,16,17,30	7
Telleregler m/fingertall	1,3,4,5,6,8	6
Mønster	4,5,14,27	4
Begrep	12,17,30,31	4
Kommutativ lov	10,11,12,	3
Visualisere	5,24,31	3
Tallrekke/tallinje/stigende rekkefølge	6,28,31	3
Aritmetikk	32,33,34	3
Sortere	2,3	2
Ordinalitet	4,5	2

## Vedlegg 7: Tabell over materiell brukt i undervisningen

Materiell	Observasjon	Antall
Numicon	1,2,3,4,5,7,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,27,29,30,31,32,33,34, 35, 36, 37	31
RightStart Mathematics	1,2,6,10,14,18,21,22,25,28,29,32,33,34,35,36	16
Lærebok	3,4,5,6,7,8,10,13,22	9
Tallkort	22,23,25,27,29,31,32	7
Plastfigur	8,13,19,20	4
Ark	16,17,24	3
Kvikkbilder	18,20,21	3
Tellepinner	6,8,31	3
Skjerm Brett	12,31	2
Lotto	29,30	2
Del-hel-kort	29,30	2
Kuber	5	1
Lekepenger	8	1
Skrivebok	11, 32	2
Memory	19	1
Klokke	21	1
Plastsirkler med tall	22	1
Bingo	27	1
Melkekorker med tall	28	1
Telleknapper	28	1
Domino	28	1

## Vedlegg 8: Lærerens refleksjoner av N-RSM-prosjektet

[ ] i teksten er min kommentar og er satt inn for mer leseflyt og tilføre teksten mer informasjon. Min kommentar i teksten er satt inn for å vise hvordan det som sies av «Liv» peker tilbake på noe som er sagt tidligere. (...) erstatter tekst jeg har fjernet. Dette er gjort med hensikt om å gjøre teksten mest mulig leservennlig og lettfattelig.

---

### Kort oppsummert:

«Liv» forteller at hun har arbeidet mye mer med tallvenner – del-hel-relasjoner dette året sammenlignet med tidligere år. Tallinja har imidlertid blitt benyttet i liten grad sammenlignet med tidligere år. «Liv» tror N-RSM er et godt konkretiseringsmaterieell for de som trenger litt ekstra. Selv har hun lært å arbeide mer grundig med grunntallene. Tallene blir mindre abstrakte for elevene ved bruk av transparent navngiving (mattemåten).

«Kanskje kan æ si at æ sjer litt annerledes holdning og forståelse [hos denne klassen sammenlignet med tidligere elever]».

“Æ kjenne at man treng nok det lille sparket for å kom i gang. Kvardagen vår e så hektisk at den tar oss. Vi har jo hatt Numicon på huset te en ainna elev. Men man har itj hatt overskudd eller tid til å gjøre noe med det. Man har jo kanskje hatt tid. Men du må, du må ha litt hjelp te å kom i gang.”

---

### Klassen sin utvikling

Fra skolestart omtaler «Liv» klassen som relativt sterk. En elev teller langt, mens to av skriver ikke tall (Fiona og Mari). Etter halvveis fullført prosjekt ser elevene umiddelbart hvilke tall tallformene representerer, og de teller ikke lenger hullene i tallformene. Læreren forteller at elevene liker N-RSM veldig godt.

“Liv”: «Sånn generelt har vi arbeidet mye med tallforståelsen ved hjelp av Numicon. Æ trur tror det kan hjelpe dem videre. Før hadd vi tallinja te svake elever. Denne klassen har også fått tallinje, men de har ikke brukt den. Æ sjer kår viktig det er å arbeide med tallenes delmengder. Det er viktig videre oppover. “Fiona” [en av to elever som ikke kunne skrive tall ved skolestart] har plutselig knekt en kode. Ho koinn ikke tall over ti. No tar ho galant alle tall”.

“Mari” har my nytte av konkretene, og ho hadde mest sannsynlig fått er mer negativt syn på matematikk hvis vi ikke hadde brukt Numicon, det e æ sikker på. Mari opplever det nok sånn at ho kan sjå tallan mer. Æ har hatt elever før som “Mari” [elev som er generelt svak i flere skolefag]. Æ har følt frustrasjon demmers. No synes æ at æ har funnet et verktøy som kan hjelpe de elevene som strever mer.

### Matte-måten å si tall

Da lærerne fikk en innføring i teorien bak konkretiseringsmateriellet til N-RSM, ble transparent navngiving gjennomgått. Transparent navngiving, eller «matte-måten å si tall» ble satt på timeplanen igjen på nyåret. “Liv” sa det føltet uvant å si tall på denne måten, og hun benyttet ikke denne måten i klassen før en elev sa *ti-to* spontant og uoppfordret da hun lette etter en måte å kommunisere sine



tanker. «Fiona» skjønner hva mengden kuler representerer, men hun greier ikke koble den med tallnavnet enda.

Klassen sitter i samlingsringen og "Liv" bruker den store kuleramma. Læreren fører over kuler til den ene siden av kuleramma og elevene skal si hvilket tall det representerer. 12 kuler føres over. Femmerstrukturen og tier-strukturen er tydelig på kuleramma. Elevene ser fem blå og fem gule kuler på en streng. På den neste strengen er det to kuler.

«Fiona» sier: "tyve"

"Liv" svarer at det er ikke helt rett og ber henne prøve på nytt.

«Fiona» ser på kuleramma og sier «ti-to».

Jeg tar opp hendelsen med "Liv" for å høre hva hun tenker om den transparente måten å navngi tall nå.

"Liv": Mm, ja! Du hørt nok a at æ sa liksom i starten (...) at det va veldig uvant med det, men æ har da kjent på det no at det har vært et veldig greit hjelpemiddel i forhold "Mari" spesielt. (...) Det har æ oppdaga at det e kjempesmart. Hehehe!

MJ: Ja, ikke sant! Og æ veit itj om det va du som introdusert det eller om det va "Fiona" som sa det uoppfordret i forrige uke?

"Liv": Jo, ho gjør det, vettu! (...) Ja, ho sa det sånn ho. (...) Uten at ho har fått hørt det på nå vis (...). Det va hennes måte å si det på. For ho kan tydeligvis ikke [si] elleve, tolv og tretten, da, men ho vet ka det e. (...) Ja, så æ oppdaga at det va en genial måte å si det på, for at det vart så synlig da. (...) Kåss tall vi e ute etter (...) Ja, æ kjenne at det [transparent navngiving] e te hjelp for at æ ska få te og forklar å da. Jo det [matte-måten] trur æ kan værre ei stor støtte, æ da. For det høres da mer logisk ut. Så, æ har stor tru på det at det ska vær te hjelp for dem. Da bli det itj så my å tenke på, fordi det e mer logisk. For dem som streve med matematikk, så driv dem å telle «en, to, tre» (svært hurtig tale), sånn som ho "Mari". (...) Og det tar masse tenkekapasitet. Og vess en da, egentlig vet med den logiske mattemåten, så sleppe en jo den veien, da.

### **Lærers opplevelse av N-RSM-prosjektet**

"Liv" uttrykker at hun har savnet et slikt opplegg i alle sine år som lærer. Hun har brukt klosser tidligere for å støtte forståelsen til elevene, men disse har vært brukt mest til telling. Tallinja er et annet element hun har brukt i liten grad sammenlignet med tidligere skoleår, da elevene lærte å hoppe opp og ned tallinja når de regnet addisjon og subtraksjon. Dette skoleåret har hun satt av mer tid til at elevene skal lære tallene 1-10 mer grundig. Hun tenker mye mer i retning Numicon når hun planlegger undervisningen, og hun opplever å ha en helt annen balast når det gjelder metoder i begynneropplæringen i matematikk. «Liv» har mye mer å bidra med for å ha en undervisning som treffer alle.

"Liv": Æ synes no at det har blitt en reise for mæ å! (...) æ har lært veldig my. Du har bidratt til at æ har lært mæ mer om matematikk enn det æ koinn før. Det e kanskje det som har styrka mæ. Æ har kanskje fått litt trua på mæ sjøl med tanke på matematikkfaget. Å æ ty det e veldig arti, det e my artigar å undervis på den måten her, enn å værre bundet te ei bok. No har æ et verktøy som æ føle at fungere (...). Det var veldig famlende i starten sjøl om du va flink te å gi informasjon og veilede om korleis konkretene kunne brukes. Æ leite etter en måte å gjøre det på, og æ synes itj alltid det va like vellykket.

Æ har blitt mer trygg på materialet nå. Spesielt Numicon har vært veldig artig, nyttig og lærerikt. Æ sjer jo at Numicon e genial på den måten det e bygd opp visuelt. Vi har det jo med kuleramma å, men da må du (...) telle sjøl om du ska egentlig bli vant te å sjå (...) at fem e fem. Med Numicon, så har du symboln [tallformen symboliserer mengden], og dem driv jo itj å telle hullan lenger. Med Numicon kan du lukk øyan og sjå for dæ forman. Det kan hjelpe mange. Kuleramma er bevegelig på en annen måte enn klossene. Tier-strukturen er allerede laget. Får du en kasse med klosser, da blir det artig å lage en lang slange med dem. Numicon har dermed appellert mest, mens RSM vart nummer to. Det vart litt mye å sette seg inn i. Æ koinn itj fordyp mæ like mye i begge [konkretiseringamaterialene]. Æ har utviklet mæ my og kain bruke konkretene ut ifra mitt hode. I starten brukte æ mer aktivitetskortene i permen, men no tenke æ annerledes. Nå tenker æ ut ifra kunnskapsmål eller læringsmål. Å, ja! Det kan æ bruk det te. “

### **Matematiske samtaler**

Fra intervjuet ved skolestart uttalte begge lærerne at de ønsket matematiske samtaler der elevene uttrykte sine tanker og strategier og lærte av hverandre.

“Liv”: «Æ ønska å få te mer samtala rundt det dem forstår og ikke forstår. Samlingskroken skoill vær en arena for prat. Æ har alltid hadd trua på og verre opptatt og prøvd å tenkt sånn at når vi arbeide med matematikk, så lære vi av kvarinner. Det [samtaletrekk] med gjentagelser er innlysende. Da får man forklart det en gang til, eiller få en elev te å si det [gjenta hva en annen har sagt, men bruke egne ord] på ainna måte. Det må være innlysende at dem klare det [å tenke matematisk ved hjelp av konkretene fra N-RSM] bedre og at det e nyttig for dem, det trur æ absolutt. Konkretene kan kanskje også føre til at de stiller sæ sjøl matematiske spørsmål. For mange elever gjør konkretene at det er lettere for elevene å holde rede på tallene..»

## Del 2: Forskningsartikkel

### «En førsteklases talloppfatning ved hjelp av strukturerte konkrete fra Numicon og RightStart™ Mathematics»

Masteroppgave

Marit Johanne Berdal

NTNU Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap

Institutt for pedagogikk og livslang læring

#### Abstract

What happens when eight first graders, two teachers and a master's student participate in a one-year action research project where concrete material from Numicon and RightStart™ Mathematics is used in mathematics teaching? Is counting the way to deep and lasting number conception, or can manipulatives which are designed to help pupils recognize numbers as a part-part-whole relation more suitable? This article discusses these questions and highlights the teacher's central role in students' conversations, interaction, and learning. The article is aimed specifically at educators in the initial training, but it may also be relevant for other actors who are curious about what teaching with such manipulatives may entail.

#### Sammendrag

Hva skjer når åtte førsteklasinger, to lærere og en masterstudent deltar i et ettårig aksjonsforskningsprosjekt der konkretiseringsmateriell fra Numicon og RightStart™ Mathematics brukes i matematikkundervisningen? Er telling veien til dyp og varig talloppfatning, eller kan et konkretiseringsmateriell som er ment å hjelpe elevene til å se sammenhengen mellom tallmengdenes deler og helhet være mer egnet? Denne artikkelen drøfter disse spørsmålene og løfter fram lærerens sentrale rolle for elevenes samtaler, samhandling og læring. Artikkelen retter seg særlig mot pedagoger i begynneropplæringen, men den kan også være relevant for andre aktører som er nysgjerrige på hva undervisning med slike konkrete kan innebære.

**Nøkkelord:** Begynneropplæring, strukturerte tallmengder, talloppfatning.

## Introduksjon

«Mari har myr nytte av konkretene, og ho hadde mest sannsynlig fått et mer negativt syn på matematikk hvis vi ikke hadde brukt Numicon, det er æ sikkert på. Mari opplevde det nok sånn at ho kan sjå tallan mer. Æ har hatt elever som Mari før, og æ har følt frustrasjon demmers. No synes æ at æ har funnet et verktøy som kan hjelpe de elevene som streve.» (Liv)

Verktøyet læreren Liv snakker om er ett av to konkretiseringsmaterielle som ble benyttet i et intervensjonsprosjekt i matematikkundervisningen skoleåret 2020/2021. Sammen med læreren Bente, var Liv og åtte førsteklasinger deltakere i et prosjekt der konkretiseringsmaterielle fra Numicon (Wing & Tacon, 2007) og RightStart<sup>TM</sup> Mathematics (Cotter, 2005) med tilhørende tankegods ble brukt i en dialogbasert tilnærming i undervisningen. Materiellet er ment å ha en utforming som hjelper elevene til å reflektere rundt strukturen av deler og helhet i tallmengder. Nettopp det å oppfatte del-del-hel-strukturen i tallmengder, blir hevdet å være avgjørende både for talloppfatningen og utviklingen av aritmetiske ferdigheter (Kullberg, Björklund, Brkovic & Runesson Kempe, 2020; Neuman, 2013).

Hensikten med metodikken var at elevene skulle utvikle kunnskap og forståelse for tallmengder i tråd med dybdelæringsbegrepet innført med den nye læreplanen, LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2017b). Dybdelæring innebærer at elevene gradvis utvikler varig kunnskap og forståelse. Det vil si at elevene skal lære både matematiske begreper og prosedyrer så grundig at kunnskapen kan brukes i stadig nye sammenhenger (NOU 2015: 8). Man kan anta at alle lærere ønsker å undervise slik at elevene oppnår dybdelæring. Imidlertid blir det ikke alltid slik i praksis. Elever som bare opplever matematikkfaget i form av overflatelæring, husker gjerne faktakunnskap, men greier ikke nødvendigvis bruke kunnskapen utenfor læreboka (NOU 2014: 7).

Spørsmålet om hvordan man kan heve kvaliteten på undervisning er satt høyt opp på den politiske dagsorden (NOU 2015: 8). Av forskningsmiljøene etterspørres kunnskap om hva som «virker» i praksis, mens lærerne møter krav om å bruke forskningsbasert kunnskap i sin undervisningspraksis. Spørsmålet blir: Hva virker? Og vil det virke i «mitt» klasserom? Denne intervensjonen har hatt som formål å sette teori ut i praksis og utvikle forskningsbasert kunnskap innenfor rammene av et aksjonsforskningsprosjekt (Postholm & Moen, 2009). Undervisningen ble jevnlig filmet og den dannet grunnlag for refleksjoner med lærerne og undersøkelser av elevenes talloppfatning.

I denne artikkelen retter jeg fokus mot relasjonen mellom metodikken i intervensjonen og hvordan den kommer til syne i elevenes forklaringer og måter å bruke konkretiseringsmateriellet på. For å undersøke om metodikken kan hjelpe elevene å utvikle en talloppfatning i tråd med dybdelæringsbegrepet, forsøkes følgende spørsmål besvares: (i) På hvilke måter kommer elevenes forståelse for struktur i tallmengder til syne? Og (ii) hvordan anvender elevene sin forståelse for struktur i tallmengder i nye sammenhenger?

### **Funksjonell talloppfatning innenfor rammen av dybdelæring**

Begrepsmessig forståelse og prosedyrekunnskap er to sentrale begreper som vi finner i forskningslitteraturen som omhandler god læring og undervisning i matematikk (Hiebert & Lefevre, 1986; Skemp, 2006).

Begrepsmessig forståelse handler om å forstå og se sammenhenger mellom matematiske begreper, idéer og prosedyrer. Det innebærer at når eleven lærer noe nytt, settes det i relasjon til noe eleven allerede kan (Hiebert & Lefevre, 1986; Skemp, 2006). Den mest grunnleggende begrepsmessige forståelsen elevene skal utvikle den første tida på skolen er mengdeforståelse. Mengdeforståelse, eller antallsoppfatning, handler om å forstå strukturen i en tallmengde. Det innebærer å se at en tallmengde består av enkle elementer, og at disse enkle elementene til sammen utgjør en helhet. Det dreier seg i tillegg om å reflektere over ulike delstrukturer i helheten, og oppfatte at tallmengder er inkludert i tallmengder (Frostad, 2005b). En elev som har en fullt utviklet antallsoppfatning til tallmengden 5, kan tenke på mengden som sammensatt av 5 enkle enheter, og at delmengdene 1 og 4 og 2 og 3 utgjør helheten. Eleven ser også at tallmengden 5 inneholder tallmengden 4, 3 osv.

Prosedyekunnskap innebærer å kunne bruke matematiske formler eller følge en prosedyre for å løse en oppgave. Husker eleven «oppskriften», kan prosedyrekunnskap vær en rask og enkel måte å komme fram til riktig svar. I motsetning til begrepsmessig forståelse, kan prosedyrekunnskap eksistere isolert uten å settes i sammenheng med det de kan fra før (Hiebert & Lefevre, 1986; Skemp, 2006). Telling og løsning av addisjons- og subtraksjonsoppgaver er eksempler på prosedyrer elever skal kunne utføre. For å telle på korrekt måte trengs innsikt i visse regler (Frostad, 2005b). En-til-en-prinsippet innebærer at bare et tallord kan gis til hvert objekt som telles, tallordene må brukes i en fast rekkefølge, det siste tallordet representerer antallet til hele mengden, ulike objekter kan telles (både mus og elefanter) og de kan telles i alle rekkefølger (Gelman & Gallistel, 1978).

Dybdelæring i matematikk kjennetegnes nettopp ved at begrepsforståelse og prosedyrekunnskap står i et balansert forhold til hverandre (Nosrati & Wæge, 2018). Når eleven teller en mengde objekter og samtidig har innsikt i mengdens struktur, kan man si at eleven har en funksjonell talloppfatning innenfor rammen av dybdelæring.

### **Veien til god talloppfatning – telle eller «se»?**

Abstrakte begreper, som tallmengder, er i motsetning av ting vi kan oppfatte med våre sanser, vanskelig å få erfaringer med, og dermed vanskeligere å forstå. Mens vi både kan se, ta, lukte og smake på et jordbær, er tallmengder en ren abstraksjon - en idé vi selv må skape. Det er bare gjennom ulike representasjoner tallmengder blir tilgjengelig for oss (Duval, 2006).

Representasjonene kan være symbolske, verbale, visuelle, kontekstuelle og konkrete (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

For å vise elevene matematiske konsepter og begreper benyttes ofte konkretiseringsmaterieill i matematikkundervisningen. Hensikten med konkretene er å gjøre det lettere for elevene å forstå matematikken. Særlig i begynneropplæringen, brukes konkretiseringsmaterieill, som klosser, for å tydeliggjøre sammenhengen mellom tallsymbol og den tallmengden de representerer (Frostad, 1995; Laski, Jor'dan, Daoust & Murray, 2015). Underforstått i denne tanken ligger antakelsen om at konkretene man bruker synliggjør logikken i de matematiske ideene elevene skal lære. Når vi lærere ser på konkretiseringsmateriellet, gjenkjenner vi de matematiske forbindelsene i modellene som en konsekvens av våre tidligere matematiske erfaringer. Elevene står overfor en helt annen oppgave (Frostad, 1995). Ut ifra et konstruktivistisk læringsperspektiv, skapes kunnskap på bakgrunn av de fortolkninger eleven gjør av sine erfaringer og handlinger (Johnsen-Høines, 2020; Lyngsnes & Rismark, 2020). Dermed skal elevene skape denne matematiske idéen gjennom sin erfaring med konkretene (Frostad, 2005b). Konkretiseringsmaterieill kan ha to ulike funksjoner for elevene. Det kan være et hjelpemiddel for å utføre en prosedyre, som  $2+5$ , ved å telle med klosser for å løse oppgaven korrekt. Alternativt kan konkretiseringsmateriellet danne grunnlag for refleksjon som fører til at elevene konstruerer begrepsmessig forståelse for tallmengder. Først når eleven utvikler sin kunnskap fra det konkrete til abstrakte, har konkretene en representerende karakter (Frostad, 2005b). I så fall, kan dette innebære at enkelte konkretiseringsmaterieill er mer egnet enn andre når elever skal utvikle en funksjonell talloppfatning.

De siste fire tiårene har forskning gitt et omfattende bilde av hvordan talloppfatningen utvikles (Clements & Sarama, 2021). Å lære å telle blir hevdet å være en forutsetning for talloppfatning og utvikling av aritmetikk (Clements & Sarama, 2014). For små barn framtrer tall i form av ord de hører oss voksne uttale. Tallord som høres gang etter gang, og gjerne inngår i en kjede, blir til slutt en tellesekvens. Telling har imidlertid ingen kvantitativ betydning enda. Etter hvert begynner barnet å se at ordreglen den voksne sier kan benyttes til å telle objekter. Fra å tilskrive hvert objekt et navn (den første pinnen heter én, den andre pinnen heter to osv.), begynner barnet å se at det siste talte tallordet tilsvarer antallet i mengden. Til slutt knyttes en begrepsmessig forståelse til hvert tallord i tellesekvensen. Barnet vet at tallordet det sier representerer en tallmengde, denne tallmengden kan sammenlignes og relateres til andre tallmengder, brytes ned i mindre bestanddeler og slås sammen med andre tallmengder. Betydningen av telling har dermed utviklet seg fra noe som ikke har en kvantitativ betydning, til en fullt utviklet talloppfatning (Fuson, 1988, 1992). Dermed kan det tenkes at antallsoppfatningen utvikles ved at elevens telling stadig blir mer kompleks og til slutt «omskapes» til begrepsmessig forståelse for tallmengder (Gray & Tall, 1994). At elever benytter ulike strategier med økende kompleksitet for å løse aritmetikkoppgaver er nøye beskrevet (Carpenter, Fennema, Loef, Levi & Empson, 2015). Ved direkte modellering, den mest primitive tellestrategien, benytter elevene konkrete for å modellere handlingen. Oppgaven  $2+5$  kan løses ved å telle opp begge delmengdene med klosser for så å telle alle:  $1-2 + 1-2-3-4-5 = 1-2-3-4-5-6-7$ . Etter elevene har oppdaget at de ikke trenger å lage tallmengdene for å løse en oppgave, vil de begynne å bruke tellestrategier. Klosser, fingre eller andre objekter brukes ofte for å holde orden på tellingen.

Når elevene skjønner at det første leddet ikke behøver å telles, vil de telle videre fra den første tallmengden.  $2+5$  løses da ved å telle 3-4-5-6-7 og samtidig løfte en finger for hvert tall som telles. En mer arbeidssparende strategi er å telle videre fra den største tallmengden. Eleven teller fra 5 og løfter en og en finger 6-7. Etter hvert vil elevene kunne bruke kjente tallfakta i nye sammenhenger og bli mer fleksible i sine valg av strategier (Carpenter et al., 2015).

Forskning viser at for noen barn vil ikke telling være en måte å utvikle en funksjonell talloppfatning (Ostad, 2013, 2015). Tvert imot kan det virke som at klossene bare blir et hjelpemiddel for å komme fram til svaret heller enn å gi grunnlag for å reflektere over strukturen i tallmengden. Studier viser at allerede i første klasse stagnerer noen elever i sin utvikling (Ostad, 2013, 2015). Resultatet blir at de fortsetter å bruke de enkleste tellestrategiene opp gjennom hele grunnskoletiden. Derfor kan det tenkes at det finnes en alternativ vei for å utvikle en begrepsmessig forståelse for tallmengder.

En alternativ inngang for utvikling av talloppfatningen argumenteres for med bakgrunn i evnen til raskt oppfatte eksakte mengder opp til fem, kalt subitizing (Douglas, 1999; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Vi kan se fem jordbær, høre at det bankes to ganger på en dør eller kjenne at det ligger tre mynter i lommeboka. Subitizing er en analog mekanisme. Det betyr at når et barn perseptuelt oppfatter en mengde objekter, produseres en proporsjonal mengde mentale representasjoner (Wagner & Johnson, 2011). Det er med utgangspunkt i disse mentale representasjonene vi knytter tallord og deretter tallsymbol (••• à «tre» à 3) (Von Aster & Shalev, 2007). Studier viser at mennesker raskt og nøyaktig kan anslå mengder større enn fem uten å telle når objektene er plassert i et gjenkjennelig mønster (Douglas, 1999; Ranzato, Tolmie & Van Herwegen, 2020; Özdem & Olkun, 2021). Denne evnen kalles konseptuell subitizing, og det er en mental prosess som kombinerer gjenkjenning av mønster og begrepsforståelse for tallmengder (Clements & Sarama, 2014; Özdem & Olkun, 2021). Objekter i rektangulære sett er enklere å oppfatte enn lineære. Vanskeligst er spredte objekter (Clements & Sarama, 2014). Konseptuell subitizing er noe mer enn å assosiere et mønster med et navn (Ahlberg, 1997). Det dreier seg om å se at tallmengder består av andre delmengder, og at tallmengder kan deles opp, endres og settes sammen på nytt. Derfor kan evnen til å utføre konseptuell subitizing støtte utviklingen av talloppfatning og aritmetiske ferdigheter (Özdem & Olkun, 2021).

Barn bygger mengdeforståelse når de selv lager analoge representasjoner av tallmengder gjennom en-til-en korrespondanse. Den analoge representasjonen må være strukturert på en slik måte at antallet kan oppfattes perseptuelt (Brissiaud, 1992). La oss si at vi har en skål med sju jordbær. Bærene kan representeres av en tilsvarende mengde med fingrene. En finger kobles til et jordbær om og om igjen, helt til det ikke er flere jordbær igjen. Vi får fingertallet sju bestående av alle fingrene på en hånd og to fingre på den andre hånden. Fingrene blir ikke brukt til å telle med, men de representerer en mengde med tydelig struktur. En-til-en-korrespondansen gjør det mulig å se at mengden består av hver enkelt finger, og motsatt; til sammen utgjør alle fingrene en helhet. Antall kan også bestemmes ved telling. Eleven peker på jordbærene og teller. Det siste tallordet representerer antallet til hele mengden. For noen elever representerer imidlertid det siste tallordet bare det siste objektet som ble telt, ikke hele mengden. Telling har derfor en mer tvetydig betydning (Brissiaud, 1992).

En elev som ikke tillegger tellesekvensen mengdebetydning, forstår tall på lik linje med bokstavene i alfabetet. For å sette seg litt inn i hvordan noen barn oppfatter tellesekvensen, kan vi forsøke å løse oppgaven  $E + C$ . Det letteste blir å benytte modelleringsstrategien «telle alle». Først teller vi opp begge mengdene: A-B-C-D-E og A-B-C. Deretter telles alle: A-B-C-D-E-F-G-H. Så lenge rekkefølgen til bokstavene huskes, er det ingen stor sak å løse oppgaven. Dette sier oss at en elev ikke nødvendigvis knytter tellesekvensen hverken til struktur- eller mengdeforståelse selv om svaret på et regnestykke blir rett. En elev som kombinerer en analog representasjon med tellesekvensen, vil i større grad kunne utvikle en mengdeforståelse. Hvis vi legger analoge representasjoner til grunn for utvikling av mengdeforståelse (Brissiaud, 1992) og teorien om konseptuell subitizing (f.eks. Özdem & Olkun, 2021), stiller det visse krav til konkretiseringsmaterialet.

Som vi har sett, er ikke matematiske idéer en iboende egenskap i konkretiseringsmaterialet. Kunnskapen om dem er et resultat av det eleven får ut av sine erfaringer (Frostad, 1995). Dette sier oss at måten konkretene brukes på ikke er likegyldig. Ifølge Vygotskys teorier, er språk og tanke uløselig knyttet sammen og læring skjer i dialog sammen med noen som er mer kompetent enn den som skal lære (Lyngsnes & Rismark, 2020; Säljö, 2013). Ut ifra denne tankegangen vil elevens læring bli lite effektiv hvis eleven blir overlatt til å bruke og tolke konkretiseringsmaterialet på egen hånd. Det er dette som gir grunnlaget for en dialogbasert undervisning. Med andre ord vil lærerens valg av læringsstrategier og metodikk i undervisningen være avgjørende for elevens læring (Klette, 2013).

### **Intervensjon**

Numicon og RightStart<sup>TM</sup> Mathematics (N-RSM) (Cotter, 2001a; Wing & Tacon, 2007) ble valgt i denne intervensjonen fordi programmene vektlegger mengdeforståelse gjennom varierte erfaringer med analoge representasjoner, samt gjenkjenning av mengder uten å telle. Begge programmene er forskningsbaserte, og studier viser at N-RSM vil bedre elevers talloppfatning, forståelse for enkel aritmetikk og plassverdisystemet (Ewan & Mair, 2002; Mononen et al., 2014). Troen på at tidlig læring fremmer senere læring (NOU 2019: 3) og at den første undervisningen elevene møter former deres forventninger og syn på kunnskap (Johnsen-Høines, 2014) gjorde det helt sentralt at N-RSM-prosjektets elever var skolebegynnere.

Prosjektet har foregått innenfor rammen av et pedagogisk aksjonsforskningsprosjekt, der hensikten både for forskning og handling forutsetter refleksjon med mål om å forbedre praksis (Lewin, 1946). Studier viser at dersom et utviklingsprosjekt skal føre til endring av lærerens praksis, må intervensjonen tilpasses konteksten der undervisningen foregår (Goodchild, 2016a; Røsseland, 2019). Dermed ville aksjonsforskning, der forsker og praktiker deltar i gjensidig kunnskapsutvikling, være en egnet strategi (Hiim, 2010; Tiller, 2004). Gjennom sykluser av planlegging, gjennomføring, videoobservasjon og refleksjonsmøter ble konkretiseringsmaterialet og det teoretiske tankegodset til N-RSM prøvd ut i perioden august 2020 til juni 2021.



## Deltakere

To lærere delte ansvaret for matematikkundervisningen i skoleårets første halvdel. Det andre halvåret stod én lærer for all planlegging og undervisning. Klassen bestod av åtte elever. Ingen av elevene hadde krav på spesialundervisning. Informert samtykke for elevenes deltakelse og videoopptak ble innhentet av elevene og deres foresatte. Lærerne ble informert og samtykket i et eget skjema. Ethiske og moralske hensyn er forsøkt tatt i tråd med retningslinjer utarbeidet av den Nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (Hvinden et al., 2006).

## Numicon

Numicon ble utviklet i England på 1990-tallet og oversatt til norsk og samisk i begynnelsen av 2000-tallet (Wing & Tacon, 2007).

Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4



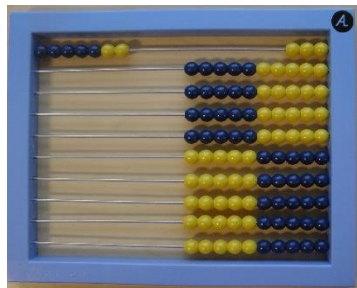
Materialet består av tallformer 1-10, følepose, grunnbrett, bildeoverlegg, spinner og fargede pluggene (se figur 1). Numicon er et multisensorisk materiell, hvor hensikten er å støtte elevene i å ta i bruk tre av sine styrker for å forstå matematiske idéer. Det dreier seg om å lære gjennom handling, å se og oppdage strukturer og mønster i tallmengder (Wing & Tacon, 2007). Elevene bruker den taktile sansen når de tar på tallformene i føleposen (se figur 1). Utformingen av tallformene og deres ulike farger gir eleven et visuelt mønster som viser sammenhenger mellom tall ved at de viser forbindelsen mellom *én til* og *det neste tallet* i tallrekka 1-10 (se figur 2). Tallformene og pluggene passer til grunnbrettet. Gjennom aktiviteter der eleven knytter tallformer til pluggene, blir det synlig at enkeltelementer til sammen utgjør en helhet, og at helheten kan brytes ned til enkeltelementer (se figur 3). Forskjellen mellom to mengder synliggjøres ved å legge tallformer på hverandre (se figur 4). I aktivitetene får elevene kjenne og se på tallformene, kombinere dem, skape- og sammenligne mønster og samtidig se resultatet av sine handlinger (Wing & Tacon, 2007). Materialet fra Numicon stimulerer en tenkning om å dele opp tallmengdene i mindre enheter, og slik sett utvikle en forståelse for relasjonen mellom deler og helhet i tallmengder. Varierte arbeidsmåter kombinert med en multisensorisk tilnærming gir elevene rike erfaringer med matematikkens idéer og symbolspråk. Slik legges grunnlaget for å gjøre tallene mer virkelig for elevene (Atkinson et al., 2009).

## RightStart™ Mathematics (RSM)

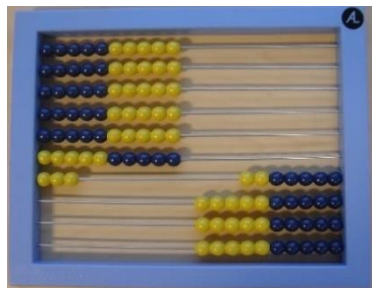
Programmet er utarbeidet i USA i 1995 på bakgrunn av studier i japanske klasserom (Cotter, 2015). I RSM vektlegges transparent navngiving av tall og det å «se» tallene til fordel for å telle. I RSM brukes plassverdikort, tellepinner, fingertall og kulerammen, AL Abacus, som er det mest sentrale materialet. Kuleramma har ti strenger, der de fem øverste strengene har fem blå-etterfulgt av fem gule kuler.

Rekkefølgen av farger skifter, slik at de fem nederste strengene begynner med gule kuler. Kulene flyttes fra startposisjonen på høyre side av kuleramma over mot venstre side. Framfor å telle én og én kule for å bestemme en mengde eller gjøre utregninger, oppmuntres elevenes evne til å subitiserer små mengder, og se mengder over fem ved konseptuell subitizing (Cotter, 2015). Grupperingen av fem og fem kuler og at fargene endrer rekkefølge mellom den femte og sjette kulestrengen gjør at elevene raskt gjenkjenner tallmengder uten behov for å telle (Cotter Lawler, 2014).

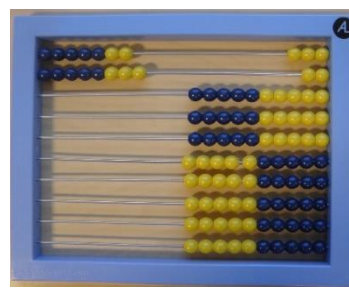
Figur 5



Figur 6



Figur 7



Figur 5 illustrerer hvordan grupperingen av fem blå og to gule kuler til sammen utgjør sju kuler. Kontrastene mellom de blå og gule kulene på femte og sjette streng i figur 6 gjør at 63 ses som sammensatt av fem tiere, en tier og tre enere. I addisjon der svaret blir mer enn ti, kan man visualisere strategier som senere kan bli til rene mentale strategier. Figur 7 viser oppgaven  $7 + 8$ . Uten å telle vil eleven kunne se 7 som  $5 + 2$ , og 8 som  $5 + 3$ . De to blå gruppene til venstre oppfattes som 10, og de gule kulene oppfattes som 5. Eleven kan se svaret på oppgaven uten noen form for telling. Dette vil kunne gi et helt annet utgangspunkt for at eleven skal kunne reflektere rundt tallmengder enn om oppgaven ble løst ved å telle klosser der alle klossene til slutt blir liggende i en ustrukturert haug. Når elevene navngir tall basert på transparent navngiving synliggjøres mønsteret bak plassverdisystemet. *Mattemåten* å si 27 på blir to-ti-sju. Den transparente navngivingen er bare en midlertidig måte å si tallnavnene på før elevene lærer å si dem på vanlig måte (Cotter, 2015).

### **Numicon og RightStart™ Mathematics i denne intervensjonen**

Materiell og lærerveiledning tilhørende Sett 1 og 2 fra Numicon (Atkinson et al., 2005, 2009) og Kindergarten Lessons fra RSM (Cotter, 2001a) ble anskaffet i henhold til elevantall. I tillegg ble en stor kuleramme innkjøpt for demonstrasjon. Lærerne utarbeidet egne undervisningsopplegg med utgangspunkt i kompetansemålene for 2. trinn i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Læreverket *Matematikk* fra Cappelen Damm (Dahl, Nohr, Rättzén & Mathisen, 2019, 2020) utgjorde et supplement i undervisningen. Elevene satt enten i samarbeidspaar eller enkeltvis alt etter koronasituasjonen. En samlingskrok var innredet bak i klasserommet.

Fem trekk fra teorien ble særlig vektlagt: 1) «se» tallmengder framfor å telle, 2) utforske og reflektere rundt tallmengdenes delstruktur, 3) flere representasjoner ble arbeidet med simultant. Tallsymboler ble ofte akkompagnert med tallnavn, fingertall, tallformer, kulerammen etc., 4) tilnærmingen til undervisningen var aktiv, utforskende og multisensorisk, 5) elevene fikk bruke det språket de var mest bekvemme med å uttrykke seg på.

Undervisningsaktivitetene varierte fra time til time, men et element har vært bærende for N-RSM-prosjektet; dialogen mellom elevene og læreren var sentrum for å undersøke relasjonene i og mellom mengder (Alrø & Skovsmose, 2003). Hensikten med dialogen var å la elevene forklare sine tanker og begrunne sine strategier. Rollen til læreren ble å støtte og “drive” samtalen videre ved hjelp av åpne spørsmål for å få innsikt i elevenes tanker (Säljö, 2013; Wæge & Nosrati, 2018). Lærerne ble oppmuntret til å vise sammenhenger mellom aktiviteter, barnas dagligliv og matematikkfagets språk (Johnsen-Høines, 2006).

### **Datagrunnlag og analyse**

Matematikkundervisning drives i den hensikt at den skal ha virkning for elevenes læring (Kvernbekk, 2018). For å undersøke i hvilken grad metodikken i N-RSM-prosjektet medvirket til en funksjonell taloppfatning i tråd med dybdelæringsprinsippet, ble det foretatt videoobservasjoner (totalt 37) av undervisningen gjennom hele skoleåret. Det relativt lange oppholdet i klasserommet har gitt en rikholdig dokumentasjon av undervisningssituasjonen. Videoobservasjonene ble utgangspunkt for refleksjonsmøter (totalt 12) med lærerne. De ble mine medforskere, og vi reflekterte i fellesskap rundt det som skjedde i undervisningen og hvordan bruken av konkretiseringsmaterialet påvirket utviklingen av elevenes taloppfatning. Validiteten, N-RSM-prosjektets gyldighet, avhenger både datamaterialets kvalitet og holdbarheten av de slutningene som trekkes fra materialet (Kleven & Hjordemaal, 2018). Hendelser i undervisningen jeg mente kunne være et resultat av N-RSM-metodikken ble diskutert med lærerne. Slutningene om elevenes taloppfatning har kommet fram gjennom refleksjoner sammen med lærerne, noe som styrker N-RSM-prosjektets validitet. I refleksjonsmøtene samtalte vi også om hva som fungerte og ikke fungerte i undervisningssituasjonen. Følgelig ble metodikken i N-RSM-prosjektet justert som en konsekvens av erfaring, refleksjon og utvikling (Hiim, 2010).

Videoobservasjonene er det viktigste empiriske materialet i studien. Refleksjonsmøtene utgjør også en del av materialet, da samtaler med lærerne understøtter funn i videoobservasjonen. Et datamateriale bestående av 37 videoobservasjoner og 12 refleksjonsmøter dannet grunnlag for å undersøke hvilke faktorer som har påvirket elevenes læring. I analysen av datamaterialet er det benyttet en hermeneutisk tilnærming (Postholm, 2010). Videoobservasjonene ble grundig studert gjentatte ganger for å kunne gi en detaljert beskrivelse av elevenes uttalelser og gester i transkripsjonene (Tholander & Cekaite, 2009). For hver gang kom nye detaljer i måter elevene samtalte og brukte konkretene fram. For å få oversikt over datamengden ble informasjon om hver undervisningsøkt systematisert inn i en tabell. Da ble det tydeligere for meg hvor ofte og på hvilken måte N-RSM-konkretene ble brukt. Numicon ble brukt i 31 undervisningstimer, RSM 16 og læreboka 9 av 37 undervisningstimer. Dermed kan det tenkes at Numicon var en viktig faktor for utvikling av elevenes taloppfatning. Datamengden ble redusert ved å identifisere analyseenheter etter følgende kriterier: dialog mellom elever og lærer (med/uten konkretiseringsmateriell), dialog mellom to elever som bruker konkrete og elever som arbeidet med konkretene på egen hånd. Analyseenheter var i direkte relasjon til N-RSM-prosjektets fokus.

I den videre analysen av hvordan N-RSM-metodikken hjalp elevene å tenke og konstruere matematisk kunnskap, og konsekvensene dette hadde for elevenes talloppfatning, fungerte teorien bak N-RSM som brillen. Resultatet av analyseprosessen ble fire kategorier: 1) Tallvenner 2) Elevene skaper struktur, 3) Navngiving av tallmengder, 4) Tallmengder deles opp, endres og settes sammen på nytt. Disse fire kategoriene viser hvordan N-RSM-metodikken støtter elevene når de konstruerer mengdeforståelse og utvikler en funksjonell talloppfatning. Kategoriene danner grunnlag for fortolkning og dermed funn i henhold til forskningsspørsmålet i dette prosjektet.

## Resultat og diskusjon

Innledningsvis ble det stilt to spørsmål: (i) På hvilke måter kommer elevenes forståelse for struktur i tallmengder til syne? Og (ii) hvordan anvender elevene sin forståelse for struktur i tallmengder i nye sammenhenger? Det første spørsmålet besvarer gjennom kategoriene som ble resultatet etter analyseprosessen. Det andre spørsmålet vil bli belyst i diskusjonen under de ulike kategoriene.

Jeg ønsker å dele det jeg mener er interessante og representative hendelser for de ulike kategoriene. Utdragene fra undervisningen belyser hvordan elevenes mengdeforståelse kommer til syne i ulike situasjoner. På denne måten kan artikkelen være et bidrag til debatten om hvorfor det er sentralt at skolebegynnere møter konkretiseringsmaterieell i form av strukturerte mengder i matematikkundervisningen. Alle navn som kommer frem i utdragene, er fiktive. Liv er læreren, mens elevene som deltar heter Fredrik, Kåre, Patrik, Berit, Frida, Mari, Nina og Oda. Utelatelser av tale er markert (...), mine kommentarer er markert [ ].

### Tallvenner

Elevenes forståelse for struktur i tallmengder kom til syne ved at de skiller mellom deler og helhet. Tallvenner er begrepet elevene selv benyttet. Tallvenner er ulike kombinasjoner av to delmengder til en gitt helhet. For eksempel  $1|3|4$  og  $2|2|4$ , der 1 og 3, og 2 og 2 er tallvenner som til sammen blir 4. Det er med andre ord tallmengdenes del-del-hel-relasjoner som undersøkes.

#### Utdrag 1

Temaet for timen er tallvenner. I dette utdraget er det del-del-helrelasjonene  $1|6|7$  -  $2|5|7$  -  $3|4|7$  som undersøkes ved å ta utgangspunkt i tallformen 7. Læreren Liv begynner med å dele ut 7-tallformen til alle elevene.

- (1) Liv: Aill tall har tallvenna.
- (2) Patrik: ikke null eller en.
- (3) Liv: Vi ska sjå på tallvenna te tallet sju. Kåss farge har den?

Liv holder opp 7-tallformen.

- (4) Frida: Den e rosa.

Liv deler ut 7-tallformen sju til hver elev før de utforsker tallvennene.

(5) Liv: Dåkk ska få ei tallform te. Den oransje enern.

Liv deler ut 1-tallformen.

(6) Frida: Det blir åtte!

(7) Liv: Kåss fainn du ut at det vart åtte?

Frida holder fram tallformene slik at den oransje eneren plasseres ved den odde enden av 7-tallformen.

(8) Patrik: Ska æ si dæ nånn ting? Tallvenna e det samme som pluss!

(9) Liv: Det har du rett i! No kan dåkk ta å legg den oransje enern oppå den rosa sjuern der det stekk ut en bit. Kåss tallform e det som ikke bli dekt av enern?

(10) Berit: Seks!

Elevene får utdelt 6-tallformen og legger både tallformen 1 og 6 oppå 7-tallformen slik at den dekkes fullstendig. For å visualisere at mengdene en og seks til sammen blir sju tegner Liv to hjerter ved siden av hverandre på tavla. Hun skrive tallsymbolet 1 og 6 i hjertene. Tallsymbolet 7 skrives i et rektangel plassert over hjertene.

(11) Liv: Sjer dåkk at én og seks e tallvenna som te sammen bli sju?

Elevene svarer, «ja», høyt i kor.

(12) Liv: No ska vi sjå på toern!

Liv deler ut den lyseblå 2-tallformen til elevene og holder den slik at elevene ser at 2-tallformen dekker en del av 7-tallformen.

(13) Frida: Det mangle fem!

(14) Liv: Ja, to og fem e tallvennan te sju!

Liv tegner opp to hjerter til på tavla og skriver tallsymbolene 2 og 5 i hvert hjerte, og skriver 7 i et rektangel over.

(15) Liv: Ka trur dåkk at dåkk ska få no?

(16) Berit: Tre!

(17) Liv: Her får dåkk en treer.

(18) Liv: Sjå på tallforma. Kåss e det lurt å legg tallforman [oppå hverandre]?

(19) Oda: Du må legg treern sånn at den legg på toppen.

Oda holder opp tallformene i lufta og viser hvordan 3-tallformen legges oppå 7-tallformen slik at delmengden fire kommer til syne.

(20) Liv: Kåss tall e tallvenn te tre for at vi ska få sju?

(21) Oda: Det e fire.

Liv deler ut 4-tallformen til elevene.

(22) Liv: Fire og tre e sjuervenna!

Liv gjentar tegningen med hjerter og skriver tallsymbolene 3 og 4 i hvert hjerte og 7 i et rektangel over. Deretter plukker hun fram tallformen fire og holder den over 7-tallformen.

(23) Kåre: Da bli det det samme fortsatt. Det bli fire og tre! Og så bli det fem og to og seks og én!

I utdraget ser vi at tallformenes egenskaper blir påpekt av læreren gjennom hennes spørsmål samtidig som hensikten med aktiviteten er å undersøke relasjonen mellom deler og helhet. Elever som enda er usikker på hvilken tallform sju representerer, ser at det er den rosa tallformen (3). Tallformen deles ut til hver elev slik at de får se og kjenne at den har sju hull og en odde ende. Jeg tror de fleste lærere vil nikke gjenkjennende til spontaniteten hos elevene når Frida (6) plasserer den oransje eneren ved den odde enden til 7-tallformen og forteller at det blir åtte til sammen. Patrik (8) har gjort en viktig oppdagelse – «pluss». Subtraksjon dreier seg om å finne den manglende delen i en helhet, mens addisjon er det samme som «å legge sammen tallvenner». Etter klassen har arbeidet med delmengdene  $1|6$ ,  $2|5$ ,  $3|4$ , og skal fortsette med  $4|3$ , utbryter Kåre (23) at det fortsatt er de samme delmengdene de arbeider med, bare at de kommer i omvendt rekkefølge. Den kommutative loven er oppdaget (til stor glede for mange elever i klasserommet).

### **Elevene skaper struktur**

Elevenes forståelse for struktur i tallmengder kom til syne ved at elevene organiserer og skaper struktur når objekter er plassert hulter til bulter.

#### Utdrag 2

Denne hendelsen er et eksempel på hvordan elevene ser struktur i mengder ved at de selv setter enkle elementer opp på en måte slik at de umiddelbart «ser» antallet. Elevene og læreren Liv sitter i samlingsring. Hun har med et Brett med ni plastbamser. Bamsene står plassert hulter til bulter på brettet slik at det ikke lar seg gjøre å oppfatte mengden uten å telle dem.

(24) Liv: E det lett å sjå at det e ni bamsa på brettet?

(25) Berit: Nei, det går itj an!

(26) Oda: Æ kan tell dem!

(27) Mari: Vess æ sett en strek der, så blir det fem og fire.

Mari trekker en usynlig strek med pekefingeren og setter deretter plastbamsene slik at de danner terningmønstrene fire og fem.

(28) Mari: De e tallvennan te ni!

(29) Liv: Ja, der har du tallvennan te ni!

(30) Frida: Kan æ få sett opp bamsan?

Frida plasserer bamsene i to rekker. Én med fire plusser og én med fem plusser.

(31) Liv: Ka ligne det her på?

(32) Mari: Det e jo Numicon-tallforma!

(33) Frida: Ja, for det her sjer ut som åtte og én, og det e det samme som ni, sier hun og legger hånda over de åtte bamsene, for så å peke på den siste, niende, bamsen.

Liv (24) forsøker å styre elevenes fokus inn mot struktur i tallmengder når hun spør om det er lett å se at det er ni bamser på brettet. Her spør hun implisitt etter hvordan man kan finne ut at antallet er ni. Berit (25) bemerker at man ikke kan se antallet, mens Oda (26) har et forslag om at man kan telle for å finne antallet. Dette sier oss at Oda har en begrepsmessig forståelse av telleprosedyren. Hun vet at det siste sagte tallet tilsvarer hele mengden. Mari (27) viser et alternativ til telling. Man kan skille helheten i to delmengder, og sette delmengdene i en kjent struktur. For Mari (28) er begrepet tallvenner kjent, og her har hun skapt delmengdene fire og fem. Frida (30, 33) vet at de ni enkle elementene kan settes i en annen struktur også, nemlig Numicon-tallformen åtte og én. Spørsmålet om «å se» antallet bamser på brettet (24) lar oss se hvordan læreren viser vei slik at elevene kan bruke det de allerede kan i læringsprosessen.

### **Navngiving av tallmengder**

Elevenes forståelse for struktur i tallmengder kom til syne ved at de navngir tallmengder ut ifra innsikt i del-del-hel-strukturen

#### Utdrag 3

Dette utdraget viser hvordan elevene med utgangspunkt i tallenes struktur navngir delene når de ikke har tallord til å beskrive mengden de ser. Elevene sitter i samlingskroken sammen med læreren Liv. Liv har med den store kuleramma fra RSM. Hun fører kuler over på den venstre siden av kuleramma og ber elevene si hvor mye de ser.

Liv har ført over 22 kuler på kuleramma.

(34) Liv: Si kåss tall det e!

(35) Kåre: To tiera og en toer.

(36) Liv: To tiera og to enera, eller en toer (peker på de to rekkene med ti kuler og de to enslige kulene på den tredje rekken).

(37) Patrik: Liv, kan vi snart tell tiera?

(38) Liv: Vi ska tell tiere etter hvert!

Nå fører Liv over 12 kuler på kuleramma.

(39) Liv: Kålles tall e det?

- (40) Frida: Tyve?  
(41) Liv: Nei!  
(42) Frida: Ti-to.  
(43) Liv: No sa du tallet på matte-språket. E det nånn som kan si det på vanlig språk?  
(44) Nina: Tolv.

Liv fører over 16 kuler på kuleramma.

- (45) Liv: Kålles tall e det?  
(46) Berit: Seksti!  
(47) Liv: Det va et bra forsøk. Kåffår trur du det bli seksti?  
(48) Berit: Fordi det bli seks og ti!  
(49) Liv: Du tenke helt rett, men vi uttale det annerledes.  
(50) Nina: Seksten!  
(51) Liv: Ja! Men kålles si vi det på mattespråket?  
(52) Nina: En ti og seks.

Kåre er det de fleste lærere vil omtale som en sterk elev. Han oppdager nesten intuitivt hvordan matematiske idéer henger sammen, men for å navngi mengden 22, velger han (35) å ta utgangspunkt i delmengdene som er synlig som to tiere og en toer. Liv (36) forteller klassen at en toer er det samme som to enere samtidig som hun peker på de to kulene som står på den tredje kulerekka. Selv om Kåre er en sterk elev, ser vi her at det å navngi en mengde ikke er lett for en skolebегyгner. Siden Liv ikke etterspør et alternativt svar, anerkjenner hun Kåre sitt svar som akseptabelt i denne sammenhengen. Patrik (37) er våken nok til å oppdage at Kåre har telt tiere, og at tiere kan telles på lik linje med enere. I 39-44 har Liv ført over 12 kuler på kuleramma. Frida forsøker seg med (40) tyve, et ord hun har hørt voksne si flere ganger. Når det ikke stemmer, gis mengden navn etter det hun ser: Det er ti-to (42). Også i 45-52, da Liv førte over 16 kuler på kuleramma, ser vi at Berit navngir mengden med et tallord hun har hørt flere ganger før. Når Berit (46) sier at hun ser 16 som seksti, er det fordi hun (48) tar utgangspunkt i delmengdene seks og ti. Logisk sett er tallordet seks-ti en bedre betegnelse på mengden enn seks-ten da både seks og ti representerer kjente mengder. Vi ser hvordan elevene støtter seg på del-del-hel-strukturen i kuleramma når de forklarer mengden kuler ført over til den ene siden. Slik sett kan man tenke at kuleramma synliggjør og styrer elevenes fokus inn mot forståelse for struktur i tallmengder på en annen måte enn det tilsvarende mengde klosser ville ha gjort. Ved at Liv aksepterer både mattemåten og den vanlige måten å si tallene, har elevene et språk tilgjengelig for å kommunisere sine tanker.



#### Utdrag 4

Dette utdraget viser hvordan elevene prøver å navngi tallsymboler. Læreren Liv har med tallkortene 10-20. Elevene sitter i samlingskroken. De skal komme fram og trekke tallkort, og deretter si hva tallsymbolet heter og plassere det i rekkefølge. Utdraget viser hva som skjer når noen elever skal uttale og plassere tallkortene 12, 19 og 11. De skal forsøke å si tallordet på vanlig måte og «mattemåten». De benytter ingen konkreter i denne aktiviteten.

Berit starter aktiviteten og kommer fram og trekker tallkortet 12.

(53) Berit: Ti-to (svarer umiddelbart).

(54) Liv: Ja, og ka e det andre navnet?

Berit sier ingenting. Etter 9 sekunders stillhet får hun hjelp av Patrik.

(55) Patrik: Tolv.

(56) Liv: Du fekk litt hjelp av Patrik.

(57) Berit: Tolv

(58) Liv: E du enig?

(59) Berit: Ja.

Berit legger tallkortet 12 på gulvet i samlingsringen.

Nytt tallkort trekkes. Mari trekker 19.

(60) Liv: Kan du si det på mattemåten?

(61) Mari: Mm (er stille i 3 sekunder). Ti-ni.

(62) Liv: Ti-ni. Klare du å gjette kålles tall det?

Mari sier ingenting, men setter seg ned på huk og plasserer tallkortet 19 ved 20 som allerede ligger på gulvet.

(63) Liv: Men ka e ti-ni? Kåss si vi ti-ni?

(64) Frida: Nitten!

(65) Liv: Ja, vi si nitten!

Patrik kommer fram og trekker tallkortet 11.

(66) Liv: Da e vi klar for Patrik sitt svar. Ska vi sjå ka han fikk? Kan du si det på matt...

(67) Patrik: Ti-en, svarer han kontant.

(68) Liv: Ti-en, og ka e det da?

Patrik er stille i 5 sekunder.

(69) Liv: Ka e ti en?

Patrik teller uhørlig. Bare munnen beveger seg.

(70) Patrik: Elleve!

(71) Liv: Kårr ska elleve stå henn i rekka?

Patrik plasserer tallkortet mellom 10 og 12 og setter seg på plass.

Når Berit (53) navngir tallsymbolet 12, har hun et annet utgangspunkt enn når hun (46) ser 16 representert på kuleramma. Kulene på kuleramma er en analog representasjon av tallmengden. Mengden kan direkte ses og er dermed lettere å oppfatte. Når tallsymbolet 12 ses, er det ikke noe annet enn to symboler. Det er ingenting ved symbolene som knyttes direkte til tallmengden. Da Berit sier ti-to (53) gjenkjenner hun delmengdene ti og to i tallsymbolet. Det vanlige tallnavnet, *tolv*, ligger enda mer fjernt for henne. Da Liv spør om det andre navnet (54), forblir Berit taus. Berit ser tallmengdens deler og vet hva de heter, og det er disse begrepene hun bruker for å formidle sine tanker. For å finne ut at 12 heter tolv må hun få hjelp av Patrik (55). Også Mari (61) ser tallsymbolet 19 ut ifra delmengdene når hun sier ti-ni. Hun kunne sagt en-ni, som også ville vært forståelig siden tallsymbolet 19 består av sifrene én og ni. Slik sett viser både Berit og Mari forståelse for delmengdene bak tallsymbolene ved at de sier ti i stedet for en. Mari viser klassen og læreren at hun vet at 19 én mindre enn 20 siden hun greier å plassere tallkortet 19 rett før tallkortet 20. Patrik (67) navngir også sitt tallkort med utgangspunkt i delmengdene tallsymbolet 11 representerer. Knepet Patrik benytter seg av for å navngi mengden på konvensjonell måte er å telle inni seg. Han teller ikke på fingrene, men munnen beveger seg, og han stopper å telle ved riktig plass i tellesekvensen når han sier elleve (70). Selv om Patrik kommer fram til riktig tallord, må læreren spørre ham to ganger (68, 69) etter at han først navnga 11 på mattemåten. Først er Patrik stille i fem sekunder og etter læreren gjentar spørsmålet om hva tallsymbolet heter, begynner han å telle. Dette kan si noe om hvor abstrakt både tallsymbol og tallord kan være.

### **Tallmengder deles opp, delmengdene endres og settes sammen på nytt**

Elevene viser forståelse for struktur i mengder ved at de kunne skille ut delene i en helhet og omstrukturere disse til nye delmengder i samme helhet.

#### Utdrag 5

Utdraget skal belyse hvordan Mari støtter seg til tallformene når hun skal først sette sammen to delmengder til en helhet, for så å finne andre delmengder til samme helhet. Aktiviteten fra utdraget foregår i et rom uten pulter og stoler. Elevene er delt inn i to grupper. Gruppene står plassert ved den ene veggen. På motsatt side av rommet står det to esker med Numicon-tallformer. Aktiviteten går ut på at læreren holder opp én eller to tallformer. En elev fra hver gruppe skal så løpe over rommet og finne to, tre eller fire tallformer med tilsvarende mengde.

(72) Liv: Her kjæm siste oppgave (holder opp tallformene 9 og 7).

Nina og Mari løper over gulvet. Nina plukker kjapt opp tallformene 4, 6, 5 og 1. Deretter løper hun tilbake til gruppa for å få kontrollert svaret. Mari oppfatter at læreren holder opp mengden ni og sju, men hun trenger støtte for å løse oppgaven. Hun henter fram tallformene 9 og 7, og legger dem på gulvet med de odde endene mot hverandre. Deretter tar hun en 4-tallform fra eska og legger den oppå 9-tallformen, før hun lydløst teller de gjenværende hullene i et raskt tempo (se figur 8). Mari tar tallformene 10 og 2 fra eska.

Figur 8



(73) Mari: En tier og en toer. Du sa vi koinn ta tre tallforme?

Mari tar med seg tallformene 4, 2 og 10 og løper til gruppa si.

Mari viser i utdrag 6 at hun trenger støtte for å kunne representere tallmengden  $9+7$  i andre delmengder. Mari modellerer sin tankegang ved å legge tallformene 9 og 7 på gulvet. Siden hun skal bruke tre eller fire tallformer, gjør hun lurt å begynne med en liten tallform. Mari legger 4-tallformen oppå 9-tallformen. For å få tre tallformer trenger hun to til. Mari beveger fingrene raskt for å fastslå hva summen av de to andre delmengdene må være ved telling. Hun plukker fram tallformene 10 og 2, men legger dem ikke oppå den gjenværende delen av 9-tallformen og 7-tallformen for å se om de dekker hverandre fullstendig. Dette sier oss at hun har en forståelse for at mengden hun fant ved telling tilsvarer den analoge representasjonen 10 og 2.

Konkretiseringsmaterieell fra Numicon (Wing & Tacon, 2007) og RightStart™ Mathematics (Cotter, 2005) ble brukt i en dialogbasert tilnærming i undervisningen i dette prosjektet. Konkretene er ment å ha en utforming som hjelper elevene til å reflektere rundt strukturen av deler og helhet i tallmengder. Relasjonen mellom metodikken i intervensjonen og hvordan den kommer til syne i elevenes forklaringer og måter å bruke konkretene på har vært fokus i denne artikkelen. For å undersøke om metodikken har bidratt til at elevene utviklet en talloppfatning i tråd med dybdelæringsbegrepet, er elevenes måter å vise forståelse for struktur i tallmengder på løftet fram gjennom de fire kategoriene i teksten over. Utdragene kan gi leseren et innblikk i hvordan kunnskap om tallmengder oppstår gjennom interaksjon mellom elever og lærer. Her får elevene bruke et språk de behersker når de uttrykker sin forståelse for struktur i tallmengder i stadig nye sammenhenger. Elevene beskriver tallmengder på ulike måter, og det å beherske ulike representasjonsformer og oppdage sammenhenger mellom dem gir i seg selv et grunnlag for å forstå tallmengdene (Utdanningsdirektoratet, 2020b). For at elevene ikke skulle overlates til å bruke og tolke materiellet på egen hånd, styrte læreren elevenes fokus i dialogen gjennom valg av spørsmål og kommentarer (Lyngsnes & Rismark, 2020; Schmittau, 2004). Elevene brukte konkretiseringsmateriellet, særlig Numicon, for å tenke med, finne ut hvor mange og for å telle. Gjennom samtalene i utdragene ser vi hvordan konkretene var til hjelp for å huske, bevise for andre hvordan elevene tenkte og for å vise tallmengder.

Konkretene ble brukt til å kommunisere med, som språk (Johnsen-Høines, 2020). I utdrag 5 møter vi Mari. Hun er det lærere flest vil regne som en svak elev. Numicon fungerte som en støtte for tanken når hun skulle dele opp tallmengden  $9+7$  og sette andre delmengder sammen til en tilsvarende helhet. Tallformene lot Mari fysisk gjøre de kalkulasjonene vi ønsker hun skal tenke. Utdrag 3 er et eksempel på hvordan læreren interesserer seg for innholdet i det elevene forsøker å formidle, altså det egentlige innholdet. Elevene mestret ikke enda det formelle matematikkspråket, de benyttet sin forståelse for strukturen i tallmengdene. Da transparent navngiving var diskusjonstema under et refleksjonsmøte, syntes Liv det var en uvant måte å navngi tallmengder. Det var først etter Frida (42) sa ti-to spontant og uoppfordret da hun lette etter et språk hun kunne bruke for å kommunisere tallmengden 12 vist på kuleramma, at Liv så nytten ved å navngi tallmengdens deler. Elevene i N-RSM-prosjektet ble ikke direkte undervist i transparent navngiving, men de fikk bruke sine egne måter å navngi tallmengdene på. Deretter ble deres måte satt i sammenheng med den formelle måten. I et refleksjonsmøte i ettertid sa Liv «Æ oppdaga at det [transparent navngiving] va en genial måte å si det på, for at det vart så synlig da – kåss tall vi e ut etter». Liv lot elevene lære gjennom å uttrykke seg, og hun lot dem få bruke et språk de behersket for å formidle det de tenkte og mente. Elevene uttrykte tallsymbolet 16 både som «en ti og seks» (52) og «seksten» (50). Begge måtene ble anerkjent av Liv. Både tallformene og kuleramma gir en analog representasjon av tallmengdene og gjør delmengdene direkte synlig. Tallsymbolene på sin side, må tillegges mening i større grad. Tallsymbolet 19 kan like gjerne representere én og ni som ti og ni, og tallordet seksti kan like gjerne representere seks og ti som seks tiere (utdrag 4). Samtalene i utdragene viser at elevene har utviklet en varig forståelse for delmengdene bak tallsymbolene. Nettopp det å kunne noe så godt at kunnskapen er varig og kan brukes i ulike sammenhenger, er det som karakteriserer dybdelæring.

### **Oppsummering**

Forskning og praksis er deler av en helhet, og begge er nødvendige for å gi en forståelse av undervisningsfeltet og dets utvikling. Med denne artikkelen håper jeg på å binde sammen forskerens og lærerens verden ved å beskrive en «førsteklasses reise» i møtet med skolematematikken. Undervisningen hadde en dialogbasert tilnærming, og bruken av konkretiseringsmaterieell som viser relasjonen mellom tallmengdenes deler og helhet var det bærende elementet. Selv om Liv sin klasse og undervisningstimene er unike, kan man likevel anta at lesere vil nikke gjenkjennende til elevens engasjement og vilje til å forklare og utforske. Gjennom utdragene og diskusjonen er det belyst hvordan elevene anvender sin forståelse for tallmengder i nye sammenhenger. Å bruke kunnskap om sammenhenger mellom delmengdene og helheten, gjør at elevene ikke trenger å huske alle tallfakta, men kan utlede svaret ved å se relasjoner mellom tallenes deler (Frostad, 2005b; Svingen, 2021). For noen av elevene vil N-RSM-konkretene være et verktøy slik at de utvikler abstrakt kunnskap om tallmengder. For andre elever vil samme materieell være et hjelpemiddel, om ikke for å utføre en prosedyre, men for å synliggjøre tanken og være et støttende stillas i veien mot varig forståelse. Ved siden av strukturelle trekk ved konkretene, vil kontekstuelle faktorer samspille når eleven konstruerer matematisk kunnskap, og man kan ikke predikere om et tiltak vil virke på samme måte i et annet klasserom.

Selv om N-RSM-prosjektets deltakere var en liten gruppe bestående av åtte elever og to lærere, vil jeg argumentere for at undervisningsmetodikken lar seg overføre til andre kontekster. Både Numicon og RightStart™ Mathematics er forskningsbaserte programmer med dokumentert effekt (Ewan & Mair, 2002; Mononen et al., 2014), og det kan tenkes at lærere som ser matematikk som et fag der elevene oppnår funksjonell taloppfatning gjennom en dialogisk tilnærming med bruk av konkrete som synliggjør strukturen i tallmengder vil ha stor glede av N-RSM-metodikken i sitt klasserom.

Avslutningsvis ønsker jeg å løfte fram Liv sin stemme om hennes opplevelse av N-RSM-prosjektet: «Æ har savna et sånt opplegg i aill mine år som lærer. Æ har lært veldig my. Det e kanskje det som har styrka mæ. Æ har kanskje fått litt mer trua på mæ sjøl med tanke på matematikkfaget».

## Referanseliste

- Ahlberg, A. (1997). *Children's ways of handling and experiencing numbers* (Doktorgradsavhandling). Göteborg.
- Alrø, H. & Johnsen-Høines, M. (2013). Praksisnær undervisning som kritisk matematikkundervisning. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtaken i Matematikkfagets Praksis - Bok II* (s. 75-96). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2003). *Dialogue and learning in mathematics education : intention, reflection, critique*. Dordrecht: Springer Netherlands.
- Atkinson, R., Tacon, R. & Wing, T. (2005). *Numicon. Sett 1: Lærerveiledning*. Søgne: Numicon og Sørlandet Kompetansesenter.
- Atkinson, R., Tacon, R. & Wing, T. (2009). *Numicon. Sett 2: Lærerveiledning*. Søgne: Songvaar Vekst AS.
- Barne- og familiedepartementet. (2013). Forebyggende innsats for barn og unge. Hentet fra [https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/bld/rundskriv\\_q16\\_2013.pdf](https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/bld/rundskriv_q16_2013.pdf)
- Befring, E. (2012). Forebygging blant barn og unge i et psykososialt perspektiv. I E. Befring & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (5. utg., s. 129-147). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Befring, E. (2018). *De pedagogiske kvalitetene. Oppløftende muligheter for barn og unge*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Befring, E. (2019). Forebygging i barnehage og skole med vekt på barns læring og livsmestring. I E. Befring, R. Tangen & K.-A. B. Næss (Red.), *Spesialpedagogikk* (6. utg., s. 168-195). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Befring, E. & Næss, K.-A. B. (2019). Innledning og sammenfatning. I E. Befring, K.-A. B. Næss & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (6. utg., s. 23-48). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, K. Hege, Hege & T. Nilsen (Red.), *Vi kan lykkes i realfag* (s. 22-43). Universitetsforlaget.
- Bjørndal, C. R. P. (2004). Refleksivitet omkring aksjonsforskerens påvirkning - fra salmer til jazz i kjøkkenet. I T. Tiller (Red.), *Aksjonsforskning i skole og utdanning* (s. 117-142). Kristiansand: Høyskoleforlaget AS
- Brissiaud, R. (1992). A tool for number construction: Finger symbol set. I J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Red.), *Pathways to number* (s. 41-67). Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Broth, M., Musk, N. & Persson, R. (2020). Inspelning och analys av interaktionsdata. I M. Broth & L. Keevallik (Red.), *Multimodal interaksjonsanalys* (s. 41-74). Lund: Studentlitteratur.
- Bøe, M. & Thoresen, M. (2017). *Å skape og studere endring : aksjonsforskning i barnehagen* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Loef, F. M., Levi, L. & Empson, S. B. (2015). *Children's mathematics. Cognitively Guided Instruction* (2. utg.). Portsmouth, NH: Heinemann.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math : the learning trajectories approach* (2. utg.). New York: Routledge.
- Clements, D. H. & Sarama, J. A. (2021). *Learning and teaching early math : the learning trajectories approach* (3. utg.). New York: Routledge.
- Coghlan, D. & Brydon-Miller, M. (2014). *The SAGE encyclopedia of action research*. Los Angeles: SAGE.
- Corsaro, W. & Molinari, L. (2000). Entering and observing in children's world: A reflection on a longitudinal ethnography in early education in Italy. I P. Christensen & A. James (Red.), *Research with children : perspectives and practices* (s. 179-200). London: Falmer Press.
- Cotter, J. A. (2001a). *Kindergarten Lessons. Hutchinson MN: Activities for Learning*.
- Cotter, J. A. (2001b). *RightStart mathematics. Kindergarten lessons. Activities for Learning*. Hazelton, ND.
- Cotter, J. A. (2005). How RightStart™ Mathematics Differs From Other Programs. Hentet 15.03 2021 fra <https://rightstartmath.com/wp-content/uploads/2015/04/RightStart-Principles.pdf>

- Cotter, J. A. (2015). Learning Place Value in First Grade Through Language and Visualization. Hentet fra <http://rightstartmath.com/wp-content/uploads/2015/04/Learning-Place-Value-through-Language-and-Visualization.pdf>
- Cotter Lawler, K. (2014). Place value and transparent number naming. I. Hentet fra [https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=450&v=YuejCgTWDJA&feature=emb\\_title](https://www.youtube.com/watch?time_continue=450&v=YuejCgTWDJA&feature=emb_title)
- Dahl, H. H., Nohr, M.-E., Rättzén, F. & Mathisen, L. (2019). *Matematikk 1A grunnbok*. Oslo: Cappelen Damm.
- Dahl, H. H., Nohr, M.-E., Rättzén, F. & Mathisen, L. (2020). *Matematikk 1B grunnbok*. Oslo: Cappelen Damm.
- Douglas, H. C. (1999). Subitizing: What Is It? Why Teach It? *Teaching children mathematics*, 5(7), 400-405.
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61(1/2), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Edvardsson, D. & Street, A. (2007). Sense or no-sense: The nurse as embodied ethnographer. *Int J Nurs Pract*, 13(1), 24-32. <https://doi.org/10.1111/j.1440-172x.2006.00605.x>
- Eikseth, A. G. & Skeie, G. (2010). Etske utfordringer i aksjonsforskningen. I G. Skeie, M. B. Postholm & T. Lund (Red.), *Forskeren i møte med praksis : refleksivitet, etikk og kunnskapsutvikling* (s. 115-130). Trondheim: Tapir akademisk forl.
- Ewan, C. & Mair, C. (2002). Wiltshire Pilot Project - Numicon (March-July 2001). *Down Syndrome News and Update*, 2(1), 12-14.
- Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Feigensohn, L., Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307-314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Francis, D. & Hester, S. (2004). *Social Interaction, Language and Society*. London: SAGE Publications Ltd.
- Frostad, P. (1995). Konkretiseringsmaterieill - veien til matematikkinnsett? *Tangenten*, 6(2), 9-18. Hentet fra [http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad\\_295.html](http://www.caspar.no/tangenten/1995/frostad_295.html)
- Frostad, P. (2005a). Grunnleggende ferdigheter i matematikk. I M. Haga & H. Sigmundsson (Red.), *Ferdighetsutvikling. Utvikling av grunnleggende ferdigheter hos barn* (s. 118-140). Oslo: Universitetsforlaget.
- Frostad, P. (2005b). Grunnleggende ferdigheter i matematikk. I M. Haga & H. Sigmundsson (Red.), *Ferdighetsutvikling. Utvikling av grunnleggende ferdigheter hos barn*. (s. 118-140). Oslo: Universitetsforl.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number* (1. utg.). New York, NY: Springer
- Fuson, K. C. (1992). Relationships Between Counting and Cardinality From Age 2 to Age 8. I J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Red.), *Pathways to number*. Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press. Hentet fra <http://web.b.ebscohost.com/ehost/ebookviewer/ebook/bmxlYmtfXzl4MjYxM19fQU41?sid=728bf92c-411d-46d8-bdbc-7aa5df428768@sessionmgr101&vid=0&format=EB&rid=1>
- Gjems, L. (2019). Lære gjennom praksisfellesskap i barnehage, skole og profesjonell virksomhet. I L. Gjems & H. Bjørnsrud (Red.), *Praksisfellesskap for læring og profesjonsutvikling* (s. 16-35). Oslo: Universitetsforlaget. <https://doi.org/10.18261/9788215032290-2019-02> ER
- Goldsmith, L. T., Doerr, H. M. & Lewis, C. C. (2014). Mathematics teachers' learning: a conceptual framework and synthesis of research. *Journal of mathematics teacher education*, 17(1), 5-36. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9245-4>

- Goodchild, S. (2016a). Learning from three decades of mathematics teaching development. I T. E. Rangnes & H. Alrø (Red.), *Matematikk læring for framtida. Festskrift til Marit Johnsen-Høines* (s. 259-281). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Goodchild, S. (2016b). Learning from three decades of mathematics teaching development research. I T. R. Eskeland & H. Alrø (Red.), *Matematikk læring for framtida. Festskrift til Marit Johnsen-Høines* (s. 259-282). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A "Proceptual" View of Simple Arithmetic. *Journal for research in mathematics education*, 25(2), 116-140.  
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.25.2.0116>
- Guðmundsdóttir, S. (2011a). Den kvalitative forskningsprosessen. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 15-32). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Guðmundsdóttir, S. (2011b). "Skarpt er gjestens blikk" - Den fortolkende forsker i klasserommet. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 33-44). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Guskey, T. R. (2002). Professional Development and Teacher Change. *Teachers and teaching, theory and practice*, 8(3), 381-391. <https://doi.org/10.1080/135406002100000512>
- Hammersley, M. & Atkinson, P. (2007). *Feltmetodikk* (2. utg.). Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Heath, C., Hindmarsh, J. & Luff, P. (2010). *Video in qualitative research : analysing social interaction in everyday life*. Los Angeles: Sage.
- Heje, M. & Frøjd, E. (2020, 15. desember). Dette er TIMSS. Hentet 23. mars 2021 fra <https://www.uv.uio.no/ils/forskning/aktuelt/aktuelle-saker/2020/dette-er-timss.html>
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge : the case of mathematics* (s. 1-28). Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Hiim, H. (2010). *Pedagogisk aksjonsforskning : tilnæringer, eksempler og kunnskapsfilosofisk grunnlag*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Husebø, D., Skeie, G. & Lund Johannessen, Ø. (2020). Dialog som begrep og praktisk tilnærming i aksjonsforskning. I S. Gjøtterud, H. Hiim, D. Husebø & L. H. Jensen (Red.), *Aksjonsforskning i Norge, volum 2* (s. 81-106) Cappelen Damm Akademisk/NOASP (Nordic Open Access Scholarly Publishing).
- Hvinden, B., Bang, K. J. F., Kjersti, Holand, I., Johnsen, R., Kolstad, I., Monsen, T. N., Anne, ... Enebak, V. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Oslo: Forskningsetiske komiteer. Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi.pdf>
- Johnsen-Høines, M. (2006). *Begynneropplæringen. Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utg., 4. oppl. utg.). Bergen: Caspar forlag.
- Johnsen-Høines, M. (2014). Fra farmors logg; om prosent. *Tangenten*, (2), 7-9. Hentet fra <http://www.caspar.no/tangenten/2014/tangenten%20%202014%20nett.pdf>
- Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen : matematikdidaktikk - barnetrinnet*. Bergen: Caspar forlag AS.
- Johnsen-Høines, M. & Alrø, H. (2012). Endringskompetanse i et kritisk perspektiv. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis : Bok 1* (s. 107-118). Bergen: Caspar.
- Kalleberg, R. (1992). *Konstruktiv samfunnsvitenskap : en fagteoretisk plassering av "aksjonsforskning"*. Oslo: Universitetet i Oslo.
- Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R. J. Krumsvik & R. Säljö (Red.), *Praktisk-pedagogisk utdanning : en antologi* (s. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.



- Kleven, T. A. (2002). Begrepsoperasjonalisering. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 141-184). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordic studies in education*, 28(3), 219-233.
- Kleven, T. A. & Hjordemaal, F. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode : en hjelp til kritisk tolking og vurdering* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Knoblauch, H. (2012). Videography: Focused Ethnography and Video Analysis. I H. Knoblauch, B. Schnettler, J. Raab & H.-G. Soeffner (Red.), *Video analysis : methodology and methods : qualitative audiovisual data analysis in sociology* (3. utg., s. 69-84). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Knoblauch, H. & Schnettler, B. (2012). Videography: analysing video data as a 'focused' ethnographic and hermeneutical exercise. *Qualitative research : QR*, 12(3), 334-356.  
<https://doi.org/10.1177/1468794111436147>
- Kullberg, A., Björklund, C., Brkovic, I. & Runesson Kempe, U. (2020). Effects of learning addition and subtraction in preschool by making the first ten numbers and their relations visible with finger patterns. *Educational studies in mathematics*, 103(2), 157-172. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09927-1>
- Kunnskapsdepartementet. (2017a). *Lærelyst – tidlig innsats og kvalitet i skolen* (Meld. St. 21 (2016 – 2017)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/71c018d2f5ee4f7da7df44a6aae265bc/no/pdfs/stm201620170021000dddpdfs.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2017b). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Tett på – tidlig innsats og inkluderende fellesskap i barnehage, skole og SFO* (Meld. St. 6 (2019 –2020)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/3dacd48f7c94401ebefc91549a5d08cd/no/pdfs/stm201920200006000dddpdfs.pdf>
- Kvale, S. (2007). Epistemological Issues of Interviewing. I S. Kvale (Red.), *Doing interviews* (s. 10-22). Los Angeles: Sage.
- Kvernbekk, T. (2002). Vitenskapsteoretiske perspektiver. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 19-78). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kvernbekk, T. (2018). Evidensbasert pedagogisk praksis: Utvalgte kontroverser. *Nordisk tidsskrift for pedagogikk & kritikk*, 4, 136-153. <https://doi.org/10.23865/ntpk.v4.1153>
- Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A. C., Nilsen, T. & Bergem, O. K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Universitet i Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleforskning.
- Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C. & Murray, A. K. (2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Science and Montessori Education. *SAGE open*, 5(2), 215824401558958. <https://doi.org/10.1177/2158244015589588>
- Lewin, K. (1946). Action Research and Minority Problems. *Journal of social issues*, 2(4), 34-46. <https://doi.org/10.1111/j.1540-4560.1946.tb02295.x>
- Lewin, K. (1948). *Resolving social conflicts*. New York: Harper.
- Luff, P. & Heath, C. (2012). Some 'technical challenges' of video analysis: social actions, objects, material realities and the problems of perspective. *Qualitative research : QR*, 12(3), 255-279. <https://doi.org/10.1177/1468794112436655>
- Lund, T. (2002a). Generaliseringsproblematikk. I T. Lund (Red.), *Generaliseringsproblematikk* (s. 125-140). Bergen: Fagbokforlaget.

- Lund, T. (2002b). Kvasi-eksperimentelle design. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 219-264). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lund, T. (2002c). Metodologiske prinsipper og referanserammer. I T. Lund (Red.), *Innføring i forskningsmetodologi* (s. 79-124). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lyngsnes, K. M. & Rismark, M. (2020). *Didaktisk arbeid* (4. . utg.). Oslo: Gyldendal.
- Marton, F., Cheung, W. M. & Chan, S. W. Y. (2019). The object of learning in action research and learning study. *Educational action research*, 27(4), 481-495.  
<https://doi.org/10.1080/09650792.2018.1489873>
- Moen, T. (2011). Tre perspektiver på sosial kompetanse: Muligheter og begrensninger. I H. Bjørnsrud & S. Nilsen (Red.), *Lærerarbeid for tilpasset opplæring : tilrettelegging for læring og utvikling* (s. 87-99). Oslo: Gyldendal Akademisk Forlag.
- Moen, T. (2012). Forebygging av problematferd i lys av prinsippet om inkludering. I H. Bjørnsrud & S. Nilsen (Red.), *Tidlig innsats - bedre læring for alle?* (s. 121-134). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Mondada, L. (2012). Video recording as the reflexive preservation and configuration of phenomenal features for analysis. I H. Knoblauch, B. Schnettler, J. Raab & H.-G. Soeffner (Red.), *Video analysis : methodology and methods : qualitative audiovisual data analysis in sociology* (3. utg., s. 51-67). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Mononen, R. & Lopez-Pedersen, A. (2019). Matematikkvansker. I E. Befring, K.-A. B. Næss & R. Tangen (Red.), *Spesialpedagogikk* (bd. 6, s. 365-395). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Mononen, R., Aunio, P. & Koponen, T. (2014). A pilot study of the effects of RightStart instruction on early numeracy skills of children with specific language impairment. *Res Dev Disabil*, 35(5), 999-1014. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2014.02.004>
- Neuman, D. (2013). Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 18(2), 3-46.
- Nilsen, S. (2019). Spesialpedagogisk arbeid i grunnskolen. I E. Befring, R. Tangen & K.-A. B. Næss (Red.), *Spesialpedagogikk* (6. utg., s. 615-642). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Nilsson, B. (2007). Gadamer's hermeneutikk. *Sykepleien forskning (Oslo)*, (4), 266-268.  
<https://doi.org/10.4220/sykepleienf.2007.0009>
- Norsk senter for forskningsdata. (2021, 29. august). Fyll ut meldeskjema for personopplysninger. Hentet fra <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger>
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2018, april). Dybdelæring i matematikk. Hentet 20. april 2021 fra [http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18\\_0.pdf](http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18_0.pdf)
- NOU 2014: 7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/no/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf>
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole - fornyelse av fag og kompetanser*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- NOU 2019: 3. (2019). *Nye sjanser - bedre læring - Kjønnsforskjeller i skoleprestasjoner og utdanningsløp*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2019-3/id2627718/?ch=1>
- NOU 2021: 2. (2021). *Kompetanse, aktivitet og inntektssikring. Tiltak for økt sysselsetting*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/2943e48dbf4544b8b5f456c850dcccbe/no/pdfs/nou202120210002000dddpdfs.pdf>

- Nuthall, G. (2004). Relating classroom teaching to student learning: a critical analysis of why research has failed to bridge the theory-practice gap. *Harvard educational review*, 74(3), 273-306. <https://doi.org/10.17763/haer.74.3.e08k1276713824u5>
- Opplæringslova. (1998). Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61). Hentet fra <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>
- Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring : med fokus på elever med matematikkvansker* (2. utg.). Trondheim: Læreboka forlag.
- Ostad, S. A. (2015). *Matematikkvansker : en forskningsbasert tilnærming* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. (2012). Teachers' professional development: a theoretical review. *Educational research (Windsor)*, 54(4), 405-429. <https://doi.org/10.1080/00131881.2012.734725>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Postholm, M. B. & Moen, T. (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen : metodebok for lærere, studenter og forskere*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Smith, K. (2017). Praksisrettet forskning og formativ intervensjonsforskning: forskning for utvikling av praksisfeltet og vitenskapelig kunnskap. I S. Gjøtterud, H. Hiim, D. Husebø, L. H. Jensen, T. H. Steen-Olsen & E. Stjernestrøm (Red.), *Aksjonsforskning i Norge. Teoretisk og empirisk mangfold*. (s. 71-94). NOASP: Cappelen Damm Akademisk.
- Ranzato, E., Tolmie, A. & Van Herwegen, J. (2020). Perceptual subitizing and conceptual subitizing in Williams syndrome and Down syndrome: Insights from eye movements. *Research in developmental disabilities*, 106, 103746-103746. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2020.103746>
- Ringdal, K. (2014). *Enhet og mangfold: samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Ruthven, K. (2001). Mathematics Teaching, Teacher Education, and Educational Research: Developing "Practical Theorising" in Initial Teacher Education. I F.-L. Lin & T. J. Cooney (Red.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education* (s. 165-183). Dordrecht: Springer [https://doi.org/10.1007/978-94-010-0828-0\\_8](https://doi.org/10.1007/978-94-010-0828-0_8)
- Røsseland, M. (2019). *Hva karakteriserer læreres utvikling med ny didaktisk teori?* (Doktorgradsavhandling). Universitetet i Agder, Kristiansand.
- Schmittau, J. (2004). Vygotskian theory and mathematics education: Resolving the conceptual-procedural dichotomy. *European journal of psychology of education*, 19(1), 19-43. <https://doi.org/10.1007/BF03173235>
- Schwencke, E. (2017). Kritisk Utopisk Aksjonsforskning (CUAR) og utfordringer i deltakende prosesser. Hvordan kan frirom og estetisk holdning bidra til å videreutvikle validiteten i aksjonsforskning? I S. M. Gjøtterud, H. Hiim, D. Husebø, L. H. Jensen, T. Steen-Olsen & E. Stjernestrøm (Red.), *Aksjonsforskning i Norge : teoretisk og empirisk mangfold* (s. 356-377). Oslo: Cappelen Damm Akademisk NOASP.
- Scott, D. & Bhaskar, R. (2015). *Roy Bhaskar: A Theory of Education*. Cham: Springer International Publishing.
- Silverman, D. (2014). *Interpreting qualitative data* (5. utg.). Los Angeles, Calif: SAGE.
- Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching in the middle school*, 12(2), 88-95. Hentet fra [https://www.jstor.org/stable/41182357?seq=1#metadata\\_info\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/41182357?seq=1#metadata_info_tab_contents)

- Skogen, K. (2018). Aksjonsforskning. I M. Krogtuft & J. Sjøvoll (Red.), *Masteroppgaven i lærerutdanninga : temavalg, forskningsplan, metoder* (2. utg., s. 133-144). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Skorpen, L. B. (2009). Nokre spesielle trekk ved arbeidet med matematikkfaget i begynneropplæringa. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14(3), 7-32. Hentet fra [http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/14\\_3\\_007032\\_skorpen.pdf](http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/14_3_007032_skorpen.pdf)
- Steen-Olsen, T. (2010). Refleksiv forskningsetikk - den kritiske ettertanken. I G. Skeie, M. B. Postholm & T. Lund (Red.), *Forskeren i møte med praksis : refleksivitet, etikk og kunnskapsutvikling* (s. 97-114). Trondheim: Tapir akademisk forlaget.
- Streitlien, Å. (2017). *Hvem får ordet og hvem har svaret? : om elevmedvirkning i matematikkundervisningen*. Oslo: Kopinor.
- Svingen, O. (2021). Barns utvikling av regnestrategier. Hentet fra [https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20prester%20lavt/P2\\_M2\\_Barns%20utvikling%20av%20regnestrategier.pdf](https://www.matematikkssenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20prester%20lavt/P2_M2_Barns%20utvikling%20av%20regnestrategier.pdf)
- Säljö, R. (2013). Støtte til læring - tradisjoner og perspektiver. I R. J. Krumsvik & R. Säljö (Red.), *Praktisk-pedagogisk utdanning : en antologi* (s. 53-80). Bergen: Fagbokforlaget.
- Tangen, R. (2012). Tilnæringsmåter og temaer i spesialpedagogikk - en introduksjon. I R. Tangen & E. Befring (Red.), *Spesialpedagogikk* (5. utg., s. 17-22). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Ten Have, P. (2009). Conversation Analysis. Analysing Everyday Conversational Activities. I M. Hviid Jacobsen (Red.), *Encountering the everyday : an introduction to the sociologies of the unnoticed*. Basingstoke: Palgrave/Macmillan.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Tholander, M. & Cekaite, A. T. (2009). Konversationsanalys. I A. Fejes & R. Thornberg (Red.), *Handbok i kvalitativ analys* (s. 154-175). Stockholm: Liber.
- Tiller, T. (2004). *Aksjonsforskning i skole og utdanning*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Tveiten, S. (2019). *Veiledning: mer enn ord* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 13. mars). Dybdelæring. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020a). Grunnskolekarakterer. Eksamenskarakterer og standpunkt karakterer for 10. trinn. Hentet 23. mars 2021 fra [https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-grunnskole/grunnskolekarakterer/?rapportsideKode=GSK\\_GSKarakterer&filtre=EierformID\(-10\) EnhetID\(-12\) FagID\(1389\\_1531\\_2676\\_3703\) KaraktertypeID\(1\\_2\\_3\) KjoennID\(-10\) TidID\(201906\\_202006\) VisAntallPersoner\(1\) VisKarakterfordeling\(1\)&radsti=FI\(1389\\_1531\\_2676\) \(\\*\)](https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-grunnskole/grunnskolekarakterer/?rapportsideKode=GSK_GSKarakterer&filtre=EierformID(-10) EnhetID(-12) FagID(1389_1531_2676_3703) KaraktertypeID(1_2_3) KjoennID(-10) TidID(201906_202006) VisAntallPersoner(1) VisKarakterfordeling(1)&radsti=FI(1389_1531_2676) (*))
- Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Læreplan i matematikk 1–10 (MAT01-05)*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob>
- Von Aster, M. G. & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Dev Med Child Neurol*, 49(11), 868-873. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x>
- Wagner, J. B. & Johnson, S. C. (2011). An association between understanding cardinality and analog magnitude representations in preschoolers. *Cognition*, 119(1), 10-22. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.11.014>
- Wing, T. & Tacon, R. (2007). Teaching number skills and concepts with Numicon materials. *Down Syndrome Research and Practice*, 12(1), 22-26. <https://doi.org/https://library.down->

[syndrome.org/en-us/research-practice/12/1/teaching-number-skills-concepts-numicon-materials/](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1842024618300011)

- Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforl.
- Özdem, Ş. & Olkun, S. (2021). Improving mathematics achievement via conceptual subitizing skill training. *International journal of mathematical education in science and technology*, 52(4), 565-579. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1694710>
- Aarsand, P. & Forsberg, L. (2009). De öppna och stängda dörrarnas moral: dilemman i deltagande observation med videokamera. I A. Sparrman, V. Adelsvärd, A.-C. Ewaldsson & J. Cromdal (Red.), *Den Väsentliga vardagen : några diskursanalytiska perspektiv på tal, text och bild* (s. 148-168). Stockholm: Carlssons.