

Doktoravhandlinger ved NTNU, 2022:22

Beate Nergård

Barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon

En kvalitativ kasusstudie av hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i barnehagen

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Avhandling for graden
philosophiae doctor
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning



Kunnskap for en bedre verden

Beate Nergård

Barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon

En kvalitativ kasusstudie av hva som
kjennetegner barns matematiske språk og
kommunikasjon i barnehagen

Avhandling for graden philosophiae doctor

Trondheim, februar 2022

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Avhandling for graden philosophiae doctor

Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

© Beate Nergård

ISBN 978-82-326-5182-5 (trykt utg.)

ISBN 978-82-326-5283-9 (elektr. utg.)

ISSN 1503-8181 (trykt utg.)

ISSN 2703-8084 (online ver.)

Doktoravhandling ved NTNU, 2022:22

Trykket av NTNU Grafisk senter

Innhold

Sammendrag	4
Abstract.....	6
1. Bakgrunn for studien	8
1.1 Forsknings spørsmål	12
1.2 Artikler som inngår i avhandlingen	14
1.3 Norsk barnehagekontekst	15
1.4 Studiens kontekst.....	16
1.4.1 Studiens deltakere.....	17
1.4.2 Barnehagelærerens rolle	18
1.4.3 Pyramiden.....	20
2. Teori og teoretiske perspektiver	25
2.1 Den sosiokulturelle tradisjonen	26
2.2 Nøkkeldområder innen matematikken	30
2.3 Lek	32
2.3.1 Lekbaserte aktiviteter	33
2.3.2 Matematisering	35
3. Matematisk språk og kommunikasjon.....	37
3.1 Kommunikasjon	37
3.1.1 Matematisk kommunikasjon	39
3.1.2 Matematisk språk og matematiske begreper	41
3.1.3 Matematisk diskurs.....	44
3.2 Barns multimodale kommunikasjon.....	45
3.2.1 Gester.....	45
3.2.2 Konkreter	48

3.3 Effektiv kommunikasjon i matematikk	50
3.3.1 Utvikling av teoretiske og metodologiske rammeverk	52
3.3.2 Kontekstualisering	54
3.3.3 Fokalt prosjekt	55
3.3.4 Analyser av hvorfor og hvordan effektiv kommunikasjon etableres	57
3.4 Matematiske argumenter og argumentasjon.....	59
3.4.1 Matematiske argumenter i argumentasjon.....	59
3.4.2 Matematisk argumentasjon.....	61
3.4.3 Matematisk argumentasjon i barnehagen	63
3.5 Barnehagelæreren som kommunikasjonspartner.....	67
3.5.1 Den voksnes rolle i matematiske samtaler	67
3.5.2 Den voksne som kommunikasjonspartner i lek.....	69
3.5.3 Den voksnes samtaletrekk i argumentasjon.....	71
4. Metode	73
4.1 Metodologisk tilnærming	73
4.2 Kasusstudie.....	74
4.3 Datainnsamling.....	77
4.3.1 Videobservasjonene.....	77
4.3.2 Bearbeiding av datamateriale i Nvivo	79
4.3.3 Transkriberingen.....	80
4.4 Analyse og fortolkning	81
4.4.1 Analysen i artiklene	85
4.5 Min bakgrunn og rolle som forsker	92
4.6 Studiens etiske betraktninger og troverdighet	94
4.6.1 Forskningsetikk	95
4.6.2 Studiens troverdighet.....	98

5. Resultater	103
5.1 Artikkel 1	103
5.2 Artikkel 2	106
5.3 Artikkel 3	110
6. Sammenfattende diskusjon	114
6.1 Barnehagebarns multimodale kommunikasjon	115
6.1.1. Hvordan barn bruker matematiske begrep.....	115
6.1.2. Hvordan barn uttrykker seg ved hjelp av gester	117
6.1.3. Hvordan barn tar i bruk konkretene de leker med i kommunikasjonen	119
6.2 Barns matematiske argumentasjon i ulike kontekster i barnehagen	121
6.3 Å identifisere og utforske barns matematiske kommunikasjon.....	124
6.4 Implikasjoner	127
Referanser	131
Etterord	143
Vedlegg.....	146
Studiens tre artikler.....	158

Sammendrag

Studiens overordnede hensikt har vært å bidra med innsikt i barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon, og belyse barnehagebarns uttryksmåter i samtaler og i ulike aktiviteter i barnehagen. Forskning på matematisk språk og kommunikasjon i barnehagen har hatt fokus på den voksnes rolle i kommunikasjonen og barns læring av matematiske begreper. Denne studien i sin helhet setter fokus på barns matematiske språk og kommunikasjon, og bidrar på denne måten til å løfte frem barnets rolle i forskning på matematisk språk og kommunikasjon i barnehagen.

Norsk barnehage defineres inn i en sosial pedagogisk barnehagetradisjon, og denne studien har sin forankring i sosiokulturell læringsteori hvor kommunikasjon og sosial samhandling er sentrale perspektiver. Studien vektlegger barnets deltakelse i det sosiale samspillet og barnets interaksjoner med andre. Målet med studien er å få innsikt i og kunnskap om hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage, og dette undersøkes ved en kvalitativ tilnærming. Studien er en kvalitativ kassstudie som studerer en barnehage i en periode på syv uker fordelt over en periode på ett år, med fokus på matematisk språk og kommunikasjon. Studiens kvalitative analyser beveget seg fra å være induktiv til å bli abduktiv, der teoretiske begreper ble tjenlig som analyseredskap. Barnehagebarns møter med matematisk språk og kommunikasjon i samtaler og interaksjoner fremheves gjennom analyser som har til hensikt å belyse hva som kjennetegner disse møtene i en barnehage.

Avhandlingen er artikkelbasert og består av tre artikler og en kappe som sammenfatter og diskuterer de tre delstudienes funn, i den hensikt å bidra til innsikt i hva som kjennetegner barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon. Delstudie 1 fokuserer på barns bruk av matematisk språk, og undersøker hvordan barn tar i bruk matematiske begreper når de skal forklare sine tanker og meninger om realfaglige fenomener i samlingsstunder. Delstudie 2 undersøker effektiv matematisk kommunikasjon, og ser på hvordan visuelle mediatorer, gester og matematiske begreper støtter effektiv matematisk kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter. Delstudie 3 retter oppmerksomheten mot barns matematiske argumenter og undersøker strukturen og innholdet i argumentene som oppstår i lekbaserte aktiviteter.

Den sammenfattende diskusjonen av delstudienes bidrag organiseres omkring tre tematikker: 1) Barnehagebarns multimodale kommunikasjon, 2) Barns matematiske argumentasjon i ulike kontekster i barnehagen, og 3) Å identifisere og utforske barns matematiske kommunikasjon. Denne studiens resultater synliggjør at barnehagebarn har mange muligheter til å delta i matematiske samtaler og interaksjoner med andre i løpet av sin barnehagehverdag. Identifiseringen av hvordan barnehagebarn uttrykker seg matematisk i aktiviteter og lek med andre viser at barn relaterer sine kommunikative handlinger til relevante matematiske aspekter ved konkretene i lek og aktiviteter, og/eller til det matematiske problemet som en del av samtalen. Sentrale funn i denne studien er knyttet til hvordan barnehagebarn tar i bruk et multimodalt språk når de skal gi uttrykk for og synliggjøre sine matematiske forklaringer, tanker og meninger. Funnene viser at barnehagebarn aktivt bruker matematiske begreper, gester og konkreter i sin matematiske kommunikasjon. Studien synliggjør at matematisk argumentasjon oppstår i ulike kontekster i barnehagen, og viser hvordan argumentasjonen som oppstår kan betraktes som en del av barnehagebarns matematiske kommunikasjon. Avhandlingen viser også hvordan metodologiske rammeverk kan brukes som utgangspunkt for å identifisere og utforske barnehagebarns matematiske kommunikasjon.

Studien bidrar med å beskrive kjennetegn ved barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehagekontekst. På den måten bidrar studien til en forståelse for hvordan barn uttrykker seg matematisk i samtaler og dialoger i løpet av sin barnehagehverdag, og en innsikt i barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon som brukes, skapes og oppstår gjennom samtaler, lek og aktiviteter i barns barnehagehverdag.

Abstract

The overriding intention of the study has been to provide insight into the mathematical language and communication of children in kindergarten, and to illuminate the way children in kindergarten express themselves in talk and various activities. Research on mathematical language and communication in kindergarten has focused on the role of the adult in the communication and children's learning of mathematical concepts. This study, however, is focused in its entirety on children's mathematical language and communication, thus helping to highlight the role the child has in research on mathematical language and communication in kindergarten.

The definition of the Norwegian kindergarten places it in a social pedagogical kindergarten tradition, and this study is therefore anchored in sociocultural learning theory, where communication and social interaction are important perspectives. The study focuses on the child's social interaction and interaction with others. The aim of the study is to gain insight into and knowledge about what is characteristic of children's mathematical language and communication in a Norwegian kindergarten, and this is examined by using a qualitative approach. The study uses a qualitative case study where a kindergarten is examined for a period of seven weeks over a period of one year, with focus on mathematical language and communication. The qualitative analyses in the study moved from being inductive to being abductive, where theoretical concepts were useful analytical tools. The encounters kindergarten children have with mathematical language and communication in talk and interaction are explored through analyses that aim to illuminate what characterises these encounters in a kindergarten.

The dissertation is article-based, with three articles and an introductory chapter which summarises and discusses the findings from the three sub-studies to provide insight into what characterises the mathematical language and communication of children in kindergarten. Sub-study 1 focuses on children's use of mathematical language and examines how children use mathematical concepts when explaining their thoughts and opinions about natural science phenomena during assemblies. Sub-study 2 examines effective mathematical communication and how visual mediators, gestures and mathematical concepts support effective mathematical communication in play-based

activities. Sub-study 3 focuses on children's mathematical arguments and examines the structure and content of their mathematical arguments that arise in play-based activities.

The overarching discussion of the contributions the sub-studies make is structured around three topics: 1) The multi-modal communication of children in kindergarten, 2) The mathematical argumentation of children in different contexts in kindergarten, and 3) Identifying and exploring children's mathematical communication. The findings reveal that children in kindergarten have many opportunities to participate in mathematical talks and interactions with others during their everyday life in kindergarten. The identification of how kindergarten children express themselves mathematically in activities and play with others shows that they relate their communicative actions to relevant mathematical aspects of the concrete objects in play and activities, and/or to the mathematical problem as a part of their talk. Important findings in this study are related to how children in kindergarten use a multi-modal language when they want to express and exemplify their mathematical explanations, thoughts and opinions. The findings show that kindergarten children actively use mathematical concepts, gestures and concrete objects in their mathematical communication. The study also finds that mathematical argumentation comes about in various contexts in kindergarten and shows how the argumentation that occurs may be considered part of kindergarten children's mathematical communication. The paper also points out how methodological frameworks may be used as the base for identifying and exploring the mathematical communication of children in kindergarten.

The contribution of the study is that it describes characteristics of the mathematical language and communication of children in kindergarten in a Norwegian kindergarten context. In this way the study contributes to our understanding of how children express themselves mathematically in talk and dialogues during their everyday life in kindergarten, and contributes insight into the mathematical language and communication used, created and arising through talk, play and activities in children's everyday life in kindergarten.

1. Bakgrunn for studien

Denne studien fokuserer på barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon. Jeg har valgt å belyse temaet ved å se på barns uttrykksformer i samtaler og i ulike settinger i barnehagen. Det er et valg som først og fremst har vokst fram av interessen for å utforske barnehagebarns ulike måter å kommunisere på, og av interessen for å kunne beskrive hvordan barnehagebarn gir uttrykk for sine matematiske forklaringer, ideer, resonnementer og tanker, både gjennom det som sies, og det som gjøres. Studier som viser at barn utvikler sin matematiske forståelse ved å forklare og kommunisere sine tanker og meninger (f.eks. LeFevre et al., 2010; Monroe & Orme, 2002) og forskning som viser at barns matematiske kommunikasjon bør ses på som mer enn verbale forklaringer, fordi barns interaksjoner med andre inneholder ulike matematiske aspekter, direkte eller indirekte uttrykt (f.eks. Björklund & Pramling Samuelsson, 2013; Peterson & French, 2008) har vært med på å vekke min interesse for å undersøke barnehagebarns kommunikative handlinger. I 2016 ble jeg spurt om å gå inn i en stipendiatstilling hvor en barnehageeier inviterte meg inn i sin praksis, og hvor jeg stod fritt til å velge hva jeg ville undersøke. En slik invitasjon ga meg en gylden mulighet til undersøke barns matematiske språk og kommunikasjon i barnas naturlige miljø og jeg kunne rette min oppmerksomhet mot å beskrive hvordan barn uttrykker seg matematisk i løpet av sin barnehagehverdag. Studien i sin helhet setter fokus på barns kommunikative handlinger, og bidrar på denne måten å løfte frem barnets perspektiv innen forskning på matematisk språk og kommunikasjon i barnehagen.

Matematikk i barnehagen er knyttet til hvordan barn skal få leke med, oppleve, utforske og forklare matematikk, og barnehagematematikken skal invitere barn til å oppleve matematikken mens de leker i, beskriver, utforsker og tenker på sin verden (Sarama & Clements, 2008). Ifølge *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver* (Kunnskapsdepartementet, 2017), heretter kalt Rammeplanen, skal barnehagen bidra til at barn får erfaring med matematikk gjennom utforskning, problemløsning og utdypende samtaler, og det fremheves at barns møter med matematikken kan skje gjennom kommunikasjon i interaksjon med andre.

Newton og Alexander (2013) viser i sin forskning at barns tidlige møter med matematikk er viktig og har en relevans for barns matematiske utvikling på kort og lang sikt. Hvordan barn gjør seg tidlige erfaringer med matematikk og utvikler sin tidlige forståelse for matematikk, viser seg å være avgjørende for en videre utvikling av matematiske ferdigheter (Dowker, 2005; Sarama & Clements, 2009), og en av de sterkeste forutsetningene for barns tidlige utvikling i matematikk er barns språkferdigheter (LeFevre et al., 2010; Purpura, Hume, Sims, & Lonigan, 2011). Riccomini, Smith, Hughes, og Fries (2015) påpeker at kommunikasjon, språk og bruk av begreper er en viktig del av barns erfaring med matematikk i all matematisk lek og utforskning.

I skoleforskning om matematikk og kommunikasjon har kommunikasjonens rolle i matematikkundervisningen hatt stor oppmerksomhet i lengre tid (f.eks. Cobb, 1994; Sfard, 2008; Xu & Clarke, 2019), og det er enighet om at matematikk kan og bør, i det minste delvis, læres gjennom kommunikasjon. Betydningen av yngre barns tidlige møter med matematikk gjennom kommunikasjon, og kommunikasjonens langsiktige positive effekter på yngre barns matematiske forståelse og læring, har også blitt vist, for eksempel av Pruden, Levine, og Huttenlocher (2011) og Doverborg og Samuelsson (2011). Samtidig viser Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva, og Hedges (2006) at det kan være vesentlige forskjeller i matematikkrelatert språk som barnehagebarn møter i sin hverdag, noe som betyr at barns utvikling av matematisk forståelse og læring varierer. Det anses som viktig å sikre at barnehagebarn møter matematisk språk og kommunikasjon i sin interaksjon med andre (Björklund & Pramling Samuelsson, 2013). Studier viser også at matematisk kommunikasjon og interaksjon med barn kan være kompliserte prosesser (van Oers, 2001), og at det vil ha liten eller ingen innvirkning på barnets matematiske forståelse hvis barnet ikke gjenkjenner den matematikken det snakkes om (van Oers, 1996). Björklund, Magnusson, og Palmér (2018) fremhever barnehagelærerens rolle i den matematiske kommunikasjonen som oppstår, og de mener at barnehagelæreren bør bidra med spørsmål og andre innspill som vil hjelpe barna med å matematisere innholdet i kommunikasjonen. Forskning som fremhever betydningen av den voksnes rolle i kommunikasjonen, vil være relevant for denne studien, selv om studien har hovedfokus på barnets kommunikative handlinger. Studien vil derfor belyse den voksnes rolle som

samtalepartner i de situasjonene der den voksne er av betydning for å kunne beskrive barns matematiske språk og kommunikasjon.

Ifølge Borg, Backe-Hansen, og Kristiansen (2008) er det i norsk barnehagesammenheng lite forskning angående samtaler og dialoger generelt, og det mangler spesielt forskning på spontane samtaler hvor barns kommunikasjon vektlegges. Forskning på matematisk kommunikasjon i norsk barnehagekontekst har i stor grad hatt fokus på hvordan barnehagelærerens rolle i kommunikasjonen kan bidra til barns læring (Carlsen, 2013; Carlsen, Erfjord, & Hundeland, 2010; Fosse, 2016; Sæbbe & Mosvold, 2016), og særlig på barnehagelærerens tilrettelegging av matematiske samtaler i vokseninitierte aktiviteter (Breive, 2017; Carlsen, 2010; Sæbbe & Mosvold, 2016). Disse studiene undersøker barnehagelærernes rolle og interaksjon med barna, og de undersøker hvordan aktiviteter tilrettelagt av voksne kan bidra til at matematiske samtaler oppstår. Slik forskning beskriver det arbeidet med matematikk i barnehagen som barnehagelæreren utøver. Viktigheten av å vektlegge barns spontane matematisk kommunikasjon synliggjøres i studier som undersøker sammenhengen mellom lek og læring (Björklund et al., 2018; Pramling Samuelsson & Johansson, 2006), hvor det spontane er beskrevet ved at barnet er initiativtaker til samspillet (Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003), og at kommunikasjonen oppstår ut i fra barns interesse og undring (Tholin, 2006; van Oers, 1996). Det er behov for mer forskning på barnets rolle i spontane matematiske samtaler, hvor oppmerksomheten rettes mot barnets bruk av språklige elementer, og ikke barns læring. Trawick-Smith, Swaminathan, og Liu (2016) mener at ved å undersøke dialoger og interaksjoner som barna initierer til i løpet av sin barnehagehverdag, kan det være mulig å få en bedre forståelse av hvilke språklige elementer som er sentrale når barn snakker om matematiske fenomener for å kunne forstå barnas matematiske tenkning og kommunikasjon. I denne studien er det derfor barns uttrykk i dialogene og interaksjonene som i hovedsak studeres for å kunne belyse barns matematiske språk og kommunikasjon, uten å tolke barns læring og kompetanse i matematikk.

Like viktig som hvordan barn tilegner seg et matematikk-språk, er spørsmålet om hvordan og når barn bruker et matematisk språk og hvordan det matematiske språket som barna tar i bruk, vurderes av de rundt dem (Riccomini et al., 2015). Hvordan barn kommuniserer sine matematiske ideer, er et viktig aspekt i forsøket på å forstå barns

matematiske forklaringer og resonnering. I sin kommunikasjon i lek og samhandling med andre begrunner og forklarer de sine matematiske ideer, og de må også vurdere andres ideer og argumenter (Perry & Dockett, 2007). Ifølge Clements og Sarama (2006) må barn i kommunikasjon med andre være presise i sin tankegang og i språket for å kunne forklare og gi uttrykk for sin resonnering. En slik bevissthet om at det er viktig å forstå hvordan barn kommuniserer sine matematiske ideer og forklaringer på, har ført til en økende interesse for forskning på barnehagebarns matematiske resonnering (f.eks. Sumpter, 2016; Säfström, 2013). Viktigheten av å forstå barnehagebarns resonnering er ytterligere understreket av studier som fokuserer på problemløsning og barnehagebarns begrunnelser og argumentasjon (f.eks. Sumpter & Hedefalk, 2015; Tsamir, Tirosh, & Levenson, 2009).

I den senere tid har også andre uttrykksformer enn de språklige fått større oppmerksomhet innen forskning på barnehagebarns matematiske forklaringer og resonnering. Forskning viser at verbalspråket bare er en side av barnehagebarns kommunikative ferdigheter, og at barns gester og andre kroppslige uttrykk (Flottorp, 2010) og barns bruk av konkreter (f.eks. Johansson, Lange, Meaney, Riesbeck, & Wernberg, 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015) kan være viktige uttrykksmåter i barns matematiske forklaringer. Hensikten med å analysere barns uttrykksmåter i kommunikasjonen kan variere. Man kan ha som mål å få tilgang til barns matematiske tenkning, eller man kan la kommunikasjonen i seg selv være objektet for studien. I denne studien er det barns språk og kommunikasjon jeg undersøker, for å kunne beskrive barns uttrykksformer, og for å kunne få en forståelse for hvordan barn uttrykker seg matematisk i samtaler og dialoger i løpet av sin barnehagehverdag. Med et sosiokulturelt perspektiv vektlegger denne studien barns bruk av ulike medierende verktøy, hvor språket ses på som det viktigste medierende verktøyet (Säljö, 2000). I samspillet i kommunikasjonen vektlegges også et multimodalt språk, hvor konkreter og artefakter har en sentral rolle. Det er ikke bare det fysiske som spiller inn, men også forhold mellom språk og bevegelser. I det multimodale inngår tale, gester og manipulering av konkreter, og alt betraktes som medierende verktøy barnet formidler sine tanker på. Med en multimodal tilnærming til barnehagebarns kommunikasjon studerer jeg hvordan barn gir uttrykk for sine matematiske forklaringer og ideer i ulike aktiviteter, samtaler og interaksjoner.

1.1 Forskningsspørsmål

Målet med studien er å få innsikt i barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon som brukes, skapes og oppstår gjennom samtaler, lek og aktiviteter i barns barnehagehverdag.

Studiens overordnede problemstilling er:

Hva kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage?

I *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver* (Kunnskapsdepartementet, 2017) fremheves det at barns møter med matematikken kan skje gjennom kommunikasjon i interaksjon med andre. For å utforske barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage, undersøker jeg gjennom tre delstudier barns matematiske språk og kommunikasjon i samlingsstunder og i lekbaserte aktiviteter. Som forskningsspørsmålene i de tre delstudiene indikerer, er hovedmålet å få innsikt i hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage.

Den overordnede problemstillingen blir belyst gjennom tre delstudier med hver sine forskningsspørsmål. Delstudiene er avhandlingens tre artikler. Forskningsspørsmålene er:

- *Hvordan bruker femåringer matematiske begreper når de uttrykker sine tanker om naturfaglige fenomener?*
- *Hvordan kan visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep støtte effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter i barnehagen?*
- *Hva kjennetegner strukturen og det matematiske innholdet i barns matematiske argumenter i lekbaserte aktiviteter?*

Studien undersøker femåringers bruk av matematisk språk i samlingsstunder, etablering av effektiv matematisk kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter, og matematisk argumentasjon i lekbaserte aktiviteter. Når dette sees i sammenheng med teorier og analytiske rammeverk fra forskningslitteraturen, kan studien bidra med å få et innblikk i

barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon. De teoretiske og analytiske rammeverkene (Lithner, 2008; Nordin & Boistrup, 2018; Ryve, Nilsson, & Pettersson, 2013; Toulmin, 2003) har bidratt til detaljerte beskrivelser av hvordan barnehagebarn uttrykker seg matematisk. Selv om barns matematiske språk og kommunikasjon er i sentrum av studien, kan jeg ikke se bort ifra den voksnes rolle som samtalepartner. Studien vil derfor belyse aspekter ved kommunikasjon i barnehagen hvor den voksne er en del av praksisen.

Studien vil kunne bidra til å gi en dypere innsikt i hvordan barnehagebarn tar i bruk et matematisk språk, og hvordan de kommuniserer matematikk. For å redegjøre for hvordan barnehagebarn kommuniserer matematikk belyser studien barnet sin deltakelse i etableringen av effektiv matematisk kommunikasjon og i matematisk argumentasjon. I sin helhet kan studien bidra med innspill knyttet til videre forskning på barns matematiske kommunikasjon i barnehagen, og gi et kunnskapsbidrag til praksisfeltet. Doktorgradsstudiet er en kvalitativ kasusstudie (Creswell & Poth, 2016; Yin, 2013), da de studerte situasjonene er begrenset i tid og sted, og hvor barn og voksne i den studerte barnehagen til sammen utgjør kasuset. Studien har et sosiokulturelt perspektiv (Säljö, 2001) hvor kommunikasjon og språkbruk er helt sentralt, og i tolkningene mine vektlegger jeg det umiddelbare samspillet mellom barn og voksne samt individenes deltakelse i det sosiale samspillet (Vygotsky, 1978).

Denne studien undersøker hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon når de beskriver, begrunner og argumenterer for sine tanker og meninger. Studien kan derfor bidra med innsikt i hvordan barnehagebarn kommuniserer matematisk. Denne studiens hensikt er å kunne gi en større forståelse for og innsikt i hvordan barn i barnehagen uttrykker seg matematisk gjennom ulike kommunikative handlinger i ulike aktiviteter. Dette kan gi en innsikt i matematisk språk og kommunikasjon i barnehagen generelt, men først og fremst bidra til å få en økt forståelse og kjennskap til hvordan barna er en del av den matematiske samtalen ved bruk av sine uttrykkformer.

1.2 Artikler som inngår i avhandlingen

Nergård, B. (2019). Children's use of mathematical language. In U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (red), Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (s. 2321-2328). European Society for Research in Mathematics Education.

Nergård, B. & Wæge, K. (2021). Effective mathematical communication in play-based activities: a case study of a Norwegian preschool. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 26(2), 47-66.

Nergård, B. (2021). Preschool children's mathematical arguments in play-based activities. *Mathematics Education Research Journal*. doi:10.1007/s13394-021-00395-6

1.3 Norsk barnehagekontekst

Den norske og skandinaviske barnehagetradisjonen skiller seg både historisk, strukturmessig og innholdsmessig fra tradisjonen i de fleste av OECD-landene. Barnehagen i de skandinaviske landene kjennetegnes av sosialpedagogiske tradisjoner med et holistisk og åpent læringssyn (Alvestad, Johansson, Moser, & Søbstad, 2009; OECD, 2006). Barnehagen ses på som en forberedelse til livet og til livslang læring, og barnehagen verdsettes som en viktig del av et barns helhetlige utdanningsløp. OECD (2006 s. 57) hevder at barn i den nordiske tradisjonen støttes i sin naturlige utvikling med utgangspunkt i barnets egne interesser. I henhold til Rammeplanen skal barnehagens innhold være variert og allsidig, og det pedagogiske arbeidet skal utformes slik at hvert enkelt barn får erfaringer og opplevelser som støtter utviklingen av både ferdigheter, holdninger og kunnskaper (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Tradisjonelt har norsk barnehage hatt et sterkt fokus på lek og danning (Alvestad et al., 2009), men i de senere årene har læring blitt stadig sterkere betont. Rammeplanen fremhever nå at barnehagen skal legge til rette for barns læring og utvikling i ulike situasjoner og aktiviteter (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 22). Barnehagedidaktikken bygger ifølge Rammeplanen på et helhetlig læringsbegrep, der læring like mye foregår i hverdagssituasjoner og rutinesituasjoner, i lek og sosialt samvær som i planlagte læringsituasjoner. Det pedagogiske mandatet i barnehagen er rettet mot barns utvikling, sosialisering, læring og danning (Lafton, 2014). I barnehagen er barna sjelden alene, og barnehagen ses derfor på som en felles arena hvor barn lærer i interaksjon med andre. Rammeplanen tar utgangspunkt i et helhetssyn på barn, der gjensidige samspillprosesser mellom barn og voksne er avgjørende for barns utvikling og læring (Kunnskapsdepartementet, 2017), og lek og læring blir sett på som komplementære dimensjoner i barns liv. I Rammeplanen vektlegges samtaler og kommunikasjon mellom barn og voksne, noe som er i tråd med det sosiokulturelle synet på læring (Säljö, 2001). I en slik pedagogisk praksis er det viktig at læring i barnehagen er lekorientert (Björklund, 2014). Med en lekorientert pedagogikk forenes lek og læring, og barn involveres i ulike aktiviteter som de retter sin interesse mot.

For å imøtekomme barnets muligheter for å lære og tilegne seg kunnskap har diskursen om livslang læring i barnehagene påvirket innredningen og utformingen av det fysiske

rom (Buvik, 2004). Måten barnehagen organiseres på, forteller mye om dens pedagogiske ideer og målsettinger, og barnehagens valg av fysisk utforming bidrar til en mer synlig pedagogikk. Den nye læringsdiskursen og dens materialisering i form av å organisere barnehagen på nye måter, forteller noe om hva som er blitt viktig å vektlegge i barnehagen i dag. Diskursen om livslang læring kan føre til at pedagogisk praksis blir mer voksenstyrt og preget av formelle og fagspesialiserte læringsaktiviteter (Seland, 2009).

I Rammeplanens fagområde «Antall, rom og form» er det presisert hvilke områder av matematikken barna skal få erfaring med: «Fagområdet omfatter lekende og undersøkende arbeid med sammenligning, sortering, plassering, orientering, visualisering, former, mønster, tall, telling og måling» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 20). Utforskning, problemløsning, resonnering og kommunikasjon er metoder som løftes fram i arbeidet med matematikk i barnehagen.

Det faglige arbeidet i matematikk beskrives som at barnehagelæreren skal «legge til rette for matematiske erfaringer gjennom å berike barns lek og hverdag med matematiske ideer og utdypende samtaler» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 54). Rammeplanen fremhever at matematikk i barnehagen skal tilrettelegges slik at det enkelte barnet oppmuntres til undersøkelse og utforskning, i samspill og samhandling med engasjerte, aktive voksne. Under fagområdet «Antall, rom og form» står det at barnehagen skal bidra til at barna oppdager og undrer seg, leker og eksperimenterer, erfarer, bruker kroppen, undersøker og får erfaringer (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 53). Matematikk i barnehagen skal derfor handle om at barna skal få leke med, erfare, utforske og samtale om matematikken i samhandling med andre barn og voksne. Nordbakke (2018) mener det er avgjørende at barna i barnehagen selv får være aktive og undersøkende i sine møter med matematikkfaget, og hun fremhever at barns matematiske forståelse utvikles gjennom kommunikasjon i flere former.

1.4 Studiens kontekst

Studien er et samarbeid mellom Dronning Mauds Minne Høgskole for barnehagelærerutdanning (DMMH) og en privat barnehageeier. Den private barnehageeieren tok kontakt med DMMH med et ønske om at DMMH skulle være en

bidragsyter i et innovasjonsprosjekt eller være en del av et forskningsprosjekt rettet mot deres profil: realfag i barnehagen. Den private barnehageeieren driver en barnehageavdeling for 5-åringer, heretter kalt Pyramiden, som jobber etter et pedagogisk rammeverk som er spisset mot realfag. Barnehageeierens ønske var å finne ut om det realfaglige innholdet barna tilbys i Pyramiden bidrar til at barna får en mulighet til å oppleve mestring og undring ved å utfolde seg i et miljø som legger til rette for læring. Etter flere samtaler mellom DMMH og barnehageeieren ble de enige om at de skulle samarbeide om et doktorgradsprosjekt. FoU-ledelsen ved DMMH gjorde en kartlegging om hvilken kompetanse som fantes ved DMMH, og tok kontakt med meg ved matematikkseksjonen for å høre om jeg var interessert i å gå inn i en slik stipendiatstilling. Jeg takket ja til denne muligheten, og det ble utarbeidet en samarbeidsavtale mellom DMMH og barnehageeieren, som ble signert våren 2016. I samarbeidsavtalen ble det slått fast at stipendiaten sammen med sine veiledere selv skulle velge den endelige problemstillingen og metode, og at forskningen ikke skulle underlegges kontroll fra oppdragsgiver.

1.4.1 Studiens deltakere

Den private barnehageeieren etablerte i 2014 en realfagsavdeling, Pyramiden, som et spisset barnehagetilbud med fokus på realfag for barnehagene i sin kommune. Førskolegruppen i fire kommunale barnehager får tilbud om å være i Pyramiden deler av sitt siste barnehageår, og alle de fire kommunale barnehagene benytter seg av dette tilbudet. Informasjon om denne ordningen gis til foreldre og barn når de starter i sin kommunale barnehage, og de er alle godt informert om at barnehagenes 5-åringer tilbringer en uke av gangen hver femte uke i Pyramiden. Denne rulleringen gjør at hver gruppe med 5-åringer fra de fire barnehagene oppholder seg i Pyramiden i syv uker i løpet av sitt siste barnehageår. Det var barnehageeier som tok avgjørelsen om hvilken av de fire barnehagene, med sine respektive 5-åringene og voksne, jeg skulle være til stede sammen med i Pyramiden. Barnehagen ble valgt av barnehageeier med bakgrunn i hvilke uker i løpet av barnehageåret 2016/2017 denne barnehagen skulle være i Pyramiden som passet best inn i min tidsplan.

Deltakerne i min studie består av til sammen 25 5-åringere, tre barnehagelærere og tre assistenter. Barnegruppen går til vanlig i samme kommunale barnehage, og to av barnehagelærerne og alle assistentene jobber i denne barnehagen. Det gjør at deltakerne, barna og de voksne, har god kjennskap til hverandre, og at barn – barn og barn – voksen relasjonene allerede er etablert innen de tilbringer sin barnehagehverdag i Pyramiden. Både rammeplanen og stortingsmeldingen om kvalitet i barnehagen (Kunnskapsdepartementet, 2008), understreker at et godt samspill og kjennskap mellom barn og ansatte er av avgjørende for å nå målene barnehagene har satt seg, inkludert målene om læring. Seland (2009) fremhever at gode og utviklede samspill mellom barn og voksne er avgjørende for at det kan legges til rette for meningsfulle og utfordrende dialoger og aktiviteter knyttet opp mot rammeplanens fagområder. Når jeg i denne studien vil rette min oppmerksomhet mot matematisk kommunikasjonen som oppstår mellom deltakerne, så vil det være av betydning at deltakerne i forkant av prosjektet har etablert trygge relasjoner seg imellom. I denne studien vil jeg ikke gå inn i nærstudier av selve samspillprosessen, men jeg ønsker å se på hvordan barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon brukes, skapes og oppstår gjennom dialoger med andre i lek og aktiviteter.

De tre barnehagelærerne i studien har etter endt utdanning 6 – 25 års arbeidserfaring fra barnehage, og de tre assistentene har jobbet i barnehager mellom 5 og 12 år. Som nevnt jobber to av barnehagelærerne og alle tre assistentene i den kommunale barnehagen til vanlig. Den siste barnehagelæreren har sin arbeidsplass i Pyramiden, og har det faglige og didaktiske ansvaret. Denne barnehagelæreren utarbeider Pyramidens didaktiske planer, planlegger og legger til rette for de aktivitetene og temaene som beskrives i Pyramidens årshjul. Hun/han er tilstede i Pyramiden gjennom hele året, slik at barn og voksne fra alle de fire kommunale barnehagene alltid møter, forholder seg til og samarbeider med denne ene barnehagelæreren.

1.4.2 Barnehagelærerenes rolle

Barnehagelærerne har en viktig rolle i barns læring i alle barnehagens aktiviteter, og barnehagelærerenes kompetanse sies å ha betydning for barns læringsutbytte (Pramling

Samuelsson, 2016). Hammer (2012) skriver at i et sosiokulturelt perspektiv vil ikke barnehagelærernes rolle bare dreie seg om å tilrettelegge for aktivitet, men at barnehagelærerens rolle også vil være å mediere muligheter for opplevelse og læring ved å henlede barnas oppmerksomhet mot ulike fenomener. På samme måte argumenterer Hundeide (2003) for at den viktigste læringen i barns liv skjer i samhandling med en nær voksen. Barnehagelæreren skal støtte barnet i dets utvikling og læringsprosesser uten at det skal oppleves som en instruktiv og pådyttende prosess som forhindrer barnets eget initiativ og selvstendighet. En slik pedagogikk krever at den voksne går inn i dialog med barnet, og ser barnet som en kommunikasjonspartner. Hundeide understreker at for å kunne gå inn i meningsskapende dialoger med barn kreves det at den voksne har evne og mulighet til å justere seg etter barnets oppmerksomhet. I denne studien er ikke barnehagelærerens rolle i fokus, men i og med at de voksne i Pyramiden også er en del av mitt kasus, vil den voksnes rolle i kommunikasjonen som oppstår være av relevans og interesse i studien.

I likhet med andre barnehageansatte er de voksne i Pyramiden forpliktet til å følge rammeplanen og dens føringer, og de må forholde seg til Pyramidens didaktiske planer. For å arbeide mot mål som står i rammeplanen og/eller i de didaktiske planene, må barnehagelærerne, ifølge Doverborg, Pramling, Pramling Samuelsson, og Haukeland (2015), være aktive og inspirere barna for å rette deres interesse og oppmerksomhet mot det barna forventes å lære seg noe om. Det er viktig at barnehagelæreren har et læringsmål for øye, men også samtidig kan være spontan og gripe øyeblikket. I barnehagesammenheng har man innen barnehagelærerutdanningen og i praksisfeltet et begrep som kalles «Den døde mus pedagogikk» (Tholin, 2006). Dette handler om de ansattes og barnas mulighet til å la seg rive med av det som skjer i øyeblikket, og bygge på det de opplever sammen, her og nå, som når de tilfeldigvis finner en død mus på tur. Det krever at det didaktiske arbeidet er basert på lytting og kommunikasjon, der det veksles mellom hvem av barna og de voksne som er initiativtakere og lyttere i samspillet som utvikler seg (Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003). I situasjoner hvor barnas aktiviteter foregår i store grupper og med få ansatte til stede, vil de voksne i Pyramiden ha begrensede muligheter til å gå inn i dialoger og handle støttende i forhold til barnas eget fokus, undring og nysgjerrighet. I slike situasjoner vil de ansatte i større

grad måtte innta en posisjon som dirigerende og overvåkende, og barna kan som gruppe bli objekter for de voksnes organisering og formidling (Hundeide, 2003).

Som analytisk grep forsøkte jeg å møte Pyramiden og dens barnehagehverdag med en åpenhet. Med det mener jeg at jeg gjorde ingen vurderinger i innsamlingen av data som vektla betydningen av hvordan og hvor de matematiske samtaler oppstod. Jeg gjorde heller ingen avveininger basert på mulighetene de voksne hadde til å gå inn i samtaler med barna. Jeg ville i større grad rette oppmerksomheten mot all matematisk kommunikasjon som oppstår, uavhengig om den oppstår i vokseninitierte aktiviteter eller i mer frie aktiviteter. Slik ønsket jeg å få innblikk i hvordan barnehagebarn gir uttrykk for sine matematiske forklaringer og ideer i alle aktiviteter, samtaler og interaksjoner som oppstår i løpet av hele barnehagehverdagen.

1.4.3 Pyramiden

Pyramiden sine lokaler er ikke fysisk tilknyttet til noen av de andre fire barnehagene i kommunen, men er etablert i en egen bygning, med egne uteområder, i nærheten av de andre barnehagene. I de ukene barna er i Pyramiden tilbringer de hele uka, fra mandag morgen til fredag ettermiddag, i eller utenfor Pyramidens lokaler. Barna blir levert og hentet av sine foreldre/foresatte direkte i Pyramiden. Barnehagedagen i Pyramiden følger en ordinær dagsrytme som barna er kjent med fra sin hjemmebarnehage, med både måltider, ute- og inne aktiviteter og muligheter til fri lek.

Pyramiden kan beskrives som en særskilt barnehage i likhet med naturbarnehager og kunstbarnehager (Gulbrandsen, Johansson, & Nilsen, 2002). Pyramiden bygger på et rammeverk med et pedagogisk innhold rettet mot realfag. Det pedagogiske fokuset omfatter lek og læring innenfor realfag som teknologi, naturvitenskap, forskning, IKT, matematikk og konstruksjon. I følge Broström og Frøkjær (2016) beskrives realfagdidaktikken som en pedagogisk teori og praksis som målrettet og reflektert jobber med alle former for naturvitenskapelige temaer og problemer med fokus på barns realfagslæring og -dannelse (Broström & Frøkjær, 2016).

I Pyramiden gjenspeiles realfag i den fysiske utformingen og i alt tilgjengelig materiell. Pyramiden har matematikkrom og forskerrom, og alt tilgjengelig lekmateriell som tilbys

i friarealet, er materiell som bygger på en realfaglig og matematisk tanke, slik som forskerutstyr, spill, konkretiseringsmateriell og konstruksjonsmateriale.

Kirkeby, Gitz-Johansen, og Kampmann (2005) viser, med bakgrunn i analyser av ulike pedagogiske tradisjoner, hvordan noen fysiske rom legger opp til en synlig, mens andre en mer usynlig pedagogikk. Dette handler ifølge dem om at rom vil kunne ha en sterk eller svak koding, hvor et sterkt kodet rom har tydelige forventninger til hva som skal og bør skje i rommet. Slike sterkt kodete rom kan ses i sammenheng med en synlig og tydelig pedagogikk som stiller utvetydelige krav til aktørene, både når det gjelder oppførsel og faglig læringsutbytte. Pyramidens ulike spesialrom, som forskerrom og matematikkrom, er sterkt kodet, og dermed inneholder de tydelige forventninger til både barn og voksne om hva som skal skje i rommene. Pyramidens valg av hvilket tilgjengelig lekmateriell som tilbys barna kan også betraktes som en usynlig pedagogikk, da materialet som tilbys har innebygde forventninger om personlige kvalifikasjoner i tillegg til de faglige, som blant annet kreativitet, samarbeidsevne og mulighet til fri utfoldelse (Kirkeby et al., 2005). I en barnehagesammenheng vil på så måte Pyramiden skille seg fra den tradisjonelle barnehagen som er svakt kodet, ved at den tradisjonelle barnehagen inneholder mange ulike materialer og tilbyr flere typer aktiviteter, og hvor barnehagepedagogikken beskrives som usynlig og fri (Kjørholt & Tingstad, 2007). I denne studien er Pyramidens sterke koding og fokus på realfag en fordel når jeg ønsker å undersøke barns matematiske språk og kommunikasjon. For ifølge Broström og Frøkjær (2016) vil det å jobbe med realfag i barnehagen gi barn allsidig tenketrening og utvikle språket. Barn bruker sansene mens de utforsker fenomener og gjenstander, og knytter det de opplever, til viktige begreper. I realfagsdidaktikken inngår matematikk, og begreper som beskriver realfaglige sammenhenger kan i stor grad ha et matematisk innhold. Når barn eksperimenterer med ulike realfaglige materialer, får de i tillegg mulighet til å tilegne seg kjennskap til matematiske kategorier som antall, form, måling og rom. Ved å beskrive de erfaringene de gjør seg, tar de i bruk et matematisk språk. På en slik måte kan realfag utvikle det matematiske språket og gi barna trening i å tenke logisk og analytisk (Broström & Frøkjær, 2016). Ifølge Björklund (2013b) fører barns erfaringer og opplevelser med realfaglige eksperimenter til en bedre fortrolighet med tall og telleforståelse, noe som er en integrert del av den naturvitenskapelige dimensjonen.

I Pyramidens didaktiske planer er det nedfelt et realfaglig overordnet tema for hver uke, for eksempel vann, energi eller verdensrommet. Aktivitetene som de gjennomfører i løpet av uken, er relatert til det overordnede realfaglige temaet. Dagsrytmen i Pyramiden de 35 dagene jeg var til stede i barnehagen, var slik:

- 1) Frokost (kl. 08.00 – kl. 09.00): For de barna som ikke hadde spist frokost hjemme.
- 2) Frilek inne (kl. 08.00 – kl. 09.30): Barna lekte fritt i hele barnehagen, og lekte med det de selv ville. Barnehagelærerne forberedte seg vanligvis til de planlagte aktivitetene som de senere skulle gjøre, men deltok av og til i barnas frilek. Assistentene var til stede i barnehagens lokaler og deltok i barns lek innimellom
- 3) Samlingsstund (kl. 09.30 – ca. kl. 10.30): I samlingsstundene var barna samlet i en ring på gulvet, eller foran en smartboard tavle. Alle de voksne var en del av samlingsstunden, og en av barnehagelærerne ledet samlingsstunden. I samlingsstundene utførte barnehagelæreren eksperimenter som var relatert til ukas realfaglige tema, for eksempel «vann», og eksperimentet omhandlet da om for eksempel «flyte og synke». Barna var med i aktiviteten ved at de svarte på spørsmål fra den voksne, diskuterte og snakket om det de observerte underveis i samlingsstundene. Ved noen tilfeller var de aktører og fikk gjøre noe, og i samlingsstunden «å flyte og synke» fikk for eksempel hvert barn kjenne på en og en gjenstand og veie den med hånden, før de skulle beskrive egenskapen og anta om den ville flyte eller synke.
- 4) Tilrettelagte aktiviteter (kl.10.30 – kl.11.30): De tilrettelagte aktivitetene var enten a) voksenstyrte aktiviteter på forskerrommet, eller b) voksenstyrte aktiviteter i fellesområdet.
 - a) På forskerrommet gjennomførte barna naturfaglige eksperimenter som var relatert til ukens tema. Den voksne ledet aktiviteten og fortalte barna hva de skulle gjøre, og barna utførte det den voksne sa de skulle gjøre. På forskerrommet fikk barna ta i bruk forskerutstyr, slik som reagensrør, pipetter og forstørrelsesglass. En aktivitet til temaet «vann» var for eksempel at barna fikk lage hver sin blanding av ikke-newtonsk væske.

- b) De tilrettelagte aktivitetene i fellesområdet var ledet av en voksen, og var for eksempel formjakt, måling av kroppsdelene, sorteringsaktiviteter eller formingsaktiviteter.
- 5) Lunsj (kl. 11.30 – kl. 12.00)
 - 6) Lekbaserte aktiviteter (kl. 12.00 – kl. 15.00): I de lekbaserte aktivitetene ble det satt fram forskjellig lekemateriell i en rekke lekestasjoner, slik som klosser av ulike slag, Lego, to- og tredimensjonale former, tellebrikker, spill og annet konkretiseringsmateriale. Barna stod fritt til å velge hva de ville leke med, hvordan de ville leke med det, og hvem de ville leke med. De voksne gikk imellom de ulike lekestasjonene og ut og inn av barnas lek. Når de voksne gikk inn i barnas lek, involverte de seg ved å samhandle med barna ut fra barnas behov. De voksne deltok i barnas aktiviteter og utforskning ved å være en del av kommunikasjonen som oppstod i leken.
 - 7) Frilek ute (kl. 15.00 – kl. 17.00)

Pyramidens dagsrytme kan ses på som en synliggjøring av hvordan gruppen med barn deles opp, plasseres og forflyttes i forhold til ulike aktiviteter, tid og sted, for å skape og opprettholde orden, og slik bidra til oppnåelse av Pyramidens overordnede mål (Goffman, 1968). Andre praksiser i Pyramiden som regulerer barn, rom, materiale og utstyr etter visse bestemte beskrevne regler eller uskrevne regler, vil også være en del av dette. I Pyramiden er dagsrytmen, de didaktiske planene, hvordan aktivitetene organiseres i de ulike rommene og materiellet som tilbys med på å styre hvordan barna opplever sin barnehagehverdag. At dette er en sentral del av barnehagens organisering bekreftes av flere feltforskere (f.eks. Nordin-Hultman, 2004; Seland, 2009) som gjennom sine studier av barnehagens reguleringer og diskurser, ser at dagsrytme og regulering av barn og rom er med på å skape orden og trygghet i barnas barnehagehverdag. Samtidig påpeker Seland (2009), at lite fleksibilitet i barnehagens organisering kan føre til at barns medvirkning gjennom spontane og kreative innfall begrenses. I denne studien var det derfor av betydning at datamaterialet som ble samlet inn inneholdt observasjoner av barna gjennom hele deres barnehagehverdag, slik som fri og tilrettelagt lek, planlagte aktiviteter, overgangssituasjoner og hverdagsaktiviteter. Slik at jeg som forsker hadde et godt grunnlag for å beskrive helhetlig hvordan barna i

Pyramiden tok i bruk et matematisk språk og kommunikasjon i mange ulike situasjoner. Et solid datamateriale var avgjørende for at jeg fikk god tilgang til samtaler, både spontane og planlagte, mellom deltakerne som var av betydning for min problemstilling. Selv om Pyramiden er en spesiell barnehage, etter Gulbrandsen mfl. (2002) sin definisjon, som er forskjellig fra de ordinære barnehagene, er det også mange ting som er likt for barna i Pyramiden og deres hjemmebarnehage. Strukturen og organiseringen av dagene i Pyramiden og barnas hjemmebarnehage er den samme. De voksne som daglig er sammen med barna i deres hjemmebarnehage er de samme voksne som er med barna i Pyramiden. Oppholdet i Pyramiden er en fast og kontinuerlig del av barnas barnehagehverdag – det er en del av deres månedlige rutine - og barna blir levert og hentet der på samme måte som de blir levert og hentet i hjemmebarnehagen. Mitt inntrykk er at barna opplever at dette er deres naturlige miljø de ukene de oppholder seg der. På grunnlag av likheten mellom dagsrytme, strukturen, organiseringen og de voksne i Pyramiden og barnas hjemmebarnehage, betrakter jeg Pyramiden som barnehagebarnas naturlige miljø (naturlige setting) i denne studien.

2. Teori og teoretiske perspektiver

Denne studien som utforsker barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon tar utgangspunkt i teoretiske perspektiver fra det sosiokulturelle læringssynet. Forskning relatert til barnehagebarns kommunikasjon og det indre liv i barnehagen forutsetter nærhet til det som skal beskrives og tolkes, og i denne studien er derfor kvalitative metoder hensiktsmessige. I kvalitativ forskning nærmer forskeren seg sin forskning med utgangspunkt i et paradigme eller et verdenssyn, og ifølge Mertens (2014) og Postholm (2010) er omfattende teorier eller paradigmer et uttrykk for hvordan verden oppfattes og er dermed av betydning for hvilken mening som legges i ulike ord og ytringer. På denne måten blir begrepene ontologi og epistemologi sentrale i kvalitativ forskning. Hvordan jeg betrakter mitt fokus (objekt) i studien er derfor en konsekvens av min oppfattelse av verden og den teoretiske plattformen jeg står på.

Det epistemologiske utgangspunktet for denne studien er altså sosiokulturelt. Innenfor sosiokulturell teori blir forskningsoppmerksomhet rettet mot interaksjonen mellom individet og det sosiale miljøet eller omgivelsene vedkommende lever i (Postholm & Moen, 2009). I en slik tradisjon blir mennesket sett på som aktivt og handlende, og kunnskap og mening skapes i møter og sosial samhandling (Vygotsky, 1978). I denne studien er en helhetlig forståelse av både barns uttrykk, språk og samspill sentralt, og kommunikasjon ses på som en sosial handling. Ved å delta i kommunikasjon og handling utvikler mennesket forståelse og kunnskap og utvider seg selv. Säljö (2000) skriver «Tänkande, kommunikation och fysiska handlingar är situerad i kontexter [...]» (s.130). Kompetanse og kunnskap blir til i samspill mellom individer og deres kulturelle og sosiale omgivelser. I et slik samspill har også konkrete, ting og verktøy en sentral rolle. Det samspillet som foregår i denne studien, begrenser seg ikke til barna, deres omgivelser og de artefakter de benytter seg av, men jeg som forsker inngår også i denne kunnskapsproduksjonen.

Studien er bidrag til å forstå og utvikle kunnskap om hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage. Med et fokus på matematikk i barnehagen og forskningsspørsmål relatert til barns møter med matematikkens språk i samhandling med andre, er det viktig å gjøre rede for de bakenforliggende begrepene og

plassere studien til teoretiske begreper som er essensiell, både for studien og for norsk barnehage.

2.1 Den sosiokulturelle tradisjonen

Den norske barnehagetradisjonen beskrives som sosialpedagogisk (OECD, 2006), og er utviklet med bakgrunn i Vygotsky (1978) sine ontologiske og epistemologiske perspektiver.

I denne studien bygger jeg i hovedsak på læringsteoretikerne Vygotsky og Säljö (2000; 2001) sine sosiokulturelle perspektiver på læring og utvikling. På grunn av at studien er rettet mot barns kommunikasjon og språk, velger jeg også å støtte meg til beskrivelser av relevante begreper fra sosiokulturell teori som er bearbeidet av for eksempel Rogoff (1990) og Sfard (2001, 2008). Hvordan denne studien relaterer seg til ulike beskrivelser av sentrale begreper som omhandler kommunikasjon og språk redegjøres for i kapittel 3.

Ifølge Säljö (2001) er bakgrunnen for det sosiokulturelle perspektivet at mennesker vi inngår i sosiale praksiser med et menneskeskapt språk. I slike sosiale praksiser deltar menneskene i aktiviteter som ikke bare konstruerer kunnskap, men som også endrer og konstruerer dem selv som mennesker. Kunnskapen er situert i praksis, og menneskene kan ikke unngå å lære og ta del i kunnskap når de inngår i sosiale praksiser. Et slikt syn på læring medfører at læring ses på som et aspekt ved all menneskelig virksomhet (Säljö, 2015).

I sosiokulturelle læringsperspektiver ses læring på som en individuell prosess, men denne prosessen har sitt utgangspunkt i sosiale sammenhenger, hvor oppmerksomheten rettes mot interaksjonen mellom individet og det sosiale miljøet eller omgivelsene vedkommende lever i (Postholm & Moen, 2009). Vygotsky (1978) mener at all utvikling starter på det ytre plan, for så å få en betydning for mennesket på det indre plan, og han understreker at sosial interaksjon er sentralt for utviklingen av kognitive funksjoner. De høyere mentale funksjonene, slik som tenkning og språk, opptrer først på et utvendig plan i interaksjon mellom mennesker, for deretter gradvis å bli internalisert av mennesket selv og i mennesket, og dermed bli en del av menneskets mentale system (Vygotsky, 1978). Vygotsky (1978) forklarer forholdet mellom interne og eksterne prosesser slik: «An

interpersonal process is transformed into an intrapersonal one. Every function in the child's cultural development appears twice: first, on the social level, and later, on the individual level; first, between people (interpsychological), and then inside the child (intrapychological)» (s.57). Gjennom sosial interaksjon *transformeres* sosial samhandling til personlig kunnskap. Språket fungerer som et særlig viktig bindeledd mellom kultur, interaksjon og individets tenkning. Dette innebærer at det som skjer i en sosial sammenheng mellom mennesker transformeres til tenkning på individnivå. Utvikling, slik Vygotsky ser det, handler altså ikke om å lære å gjøre noe nytt, men å ta kontroll over hva du allerede klarer å gjøre sammen med andre (Lock & Strong, 2014).

Kunnskap konstrueres på innsiden av hvert enkelt barn, og læring handler om å appropriere dette i samspill med andre. Måten barn lærer på og tar del i kunnskaper på, er avhengig av hvilke kulturelle og sosiale forhold barnet lever under. Barnets læring påvirkes av de aktuelle forutsetningene og av den aktuelle situasjonen barnet er en del av. Man sier at læringen er sosialt situert (Pea, 1991), og barnet må altså delta i det sosiale fellesskapet for å lære. Dette er et sentralt perspektiv med tanke på hvordan barn tilegner seg og anvender et matematisk språk. Ved å delta i sosiale interaksjoner som omhandler matematiske begreper og ideer vil barn i barnehagen ha muligheter til å utvikle sin egen begrepsforståelse. Læring og utvikling skjer i forholdet mellom barna og de andre, og dermed innenfor samtaler og kommunikasjon.

En kan uttrykke denne mer dynamiske måten å betrakte barns utvikling og læring på ved å bruke begrepet *den nærmeste utviklingssone* (zone of proximal development, ZPD). Vygotsky (1978) beskriver denne utviklingssonen som avstanden mellom det barnet kan klare alene uten støtte av andre, og det barnet kan mestre i samarbeid med andre (s. 86). Jeg forstår dette som at barnet kan med veiledning eller støtte fra mer kompetente andre løse problemer som barnet ville ha vanskeligheter med å klare helt på egen hånd. Å jobbe sammen med en annen person innenfor den nærmeste utviklingssonen kan resultere i at barnet etablerer ny læring og videreutvikler verktøy og ressurser for å utvikle seg (Lock & Strong, 2014). Barn lærer og utvikler seg ved å «prestere på et nivå som ligger et hode høyere enn de er» (Vygotsky, 1978, s. 102) i sosiale interaksjoner som bygger videre på evnene til barnet. Ifølge Säljö (2001) kan støtten bestå i at barnet får hjelp med å finne ut

hva det blir spurt om, eller at noen bidrar med å dele et komplisert problem opp i mindre eller velkjente deler, gjennom å ta i bruk språklige og ikke-verbale redskaper.

Å lære matematikk i en sosiokulturell teori ses på som en aktiv handling, der barnet utsetter seg for, og blir utsatt for, den matematikkunnskapen og de matematikkbegrepene som finnes i kulturen. Dette synet på barnets kognitive utvikling innebærer at barnet lærer seg å løse problemer i samspill med andre. Disse prosessene skjer i samarbeid med eller under veiledning av den voksne, og i grupper med andre barn (Dewey & Fink, 1974). Dette er et sentralt perspektiv for barnehagelærerne innenfor en sosialpedagogisk barnehagetradisjon når de skal legge til rette for og støtte barns læring i matematikk i barnehagenes hverdag (Kunnskapsdepartementet, 2017). Barnehagelærerne må aktivisere og lede barna inn i de matematiske prosessene gjennom samhandling. I denne studien vil det derfor være av betydning å fange slike prosesser som oppstår gjennom kommunikasjon for at jeg skal kunne få ett innblikk i hva som kjennetegner barnehagebarn matematiske språk og kommunikasjon.

I Vygotsky (1978) sin teori spiller språket en sentral rolle, og språket er individets viktigste redskap for å tilegne seg kultur og felles kunnskaper. Vygotsky (1978) kalte språket for *redskapenes* redskap. I lek, hverdagsaktiviteter og tilrettelagte aktiviteter vil barna i barnehagen møte et matematisk språk, og de bruker språket til å kommunisere sine matematiske tanker til andre. I et sosiokulturelt perspektiv står kommunikasjon og språkbruk helt sentralt og utgjør bindeleddet mellom barnet og omgivelsene. All tenkning er språklig, samtidig som et effektivt språk skaper mer tenkning. Ifølge Vygotsky er tenkning situert i handling; det å snakke er situert i samhandling. Ressursene som er tilgjengelige i den samhandelnde kommunikasjonens symboler, smelter så gradvis sammen med tenkning-i-aktivitet (Lock & Strong, 2014).

Når Vygotsky (1978) beskriver språket, innbefatter det hele symbolspråket som gjør at vi kan beskrive, tolke og analysere verden på ulike måter. I dette språksynet utvides språkbegrepet til å innbefatte andre uttrykk enn det verbale språket, slik som tegninger og kroppsspråk, og barn må forstå meningen med gester og andre kommunikative handlinger. Når denne studien analyserer barns uttrykksmåter i kommunikasjonen ligger et slikt språksyn til grunn, hvor samtalepartnerens bruk av kroppsspråk og gester ses på som verdifulle deler i de kommunikative handlinger som vurderes.

Vygotsky sier at i samhandling med andre skjer en mediering gjennom ulike former for kommunikasjon, og bare noe av dette er språklig. Wertsch (1998) hevder at nesten all menneskelig aktivitet er medierende. Begrepet *mediering* kommer fra det tyske ordet «vermittlung» som betyr å formidle, og antyder at mennesker ikke står i direkte, umiddelbar og ufortolket kontakt med omverden (Säljö, 2001). Vi håndterer eller medierer omverden ved hjelp av fysiske og språklige redskaper, også kalt artefakter, som ses på som integrerte deler av våre sosiale praksiser. Artefakter - fysiske og mentale redskaper - hjelper oss med å utføre handlinger. Artefakter kan defineres som objekt lignende ting som er skapt og utviklet av mennesker for at vi lettere skal beherske våre praktiske hverdagsoppgaver (Vygotsky, 1978; Wertsch, 1998). Artefakter er en sammenblanding av fysiske og språklige ressurser som virker i samhandling. Vygotsky (1978) var opptatt av å ikke skille mellom fysiske og mentale artefakter. Fysiske artefakter er gjenstander produsert av mennesker, som for eksempel Lego-brikker, stoler og hus. Språklige artefakter omtales ofte som intellektuelle artefakter (Säljö, 2006) eller ideer, og blir formet gjennom kommunikasjon. Kompleksiteten ved artefakter fremgår ved at en Lego-brikke omtales som en fysisk artefakt, men den er også intellektuell ved at den medierer et intellektuelt innhold når for eksempel et barn skal bygge et hus med flere Lego-brikker. Når barnet setter flere Lego-brikker sammen til en bestemt figur vil barnet mediere sin forståelse av hvordan ulike former kan settes sammen til en ny og annen form. Barnets samspill med disse redskapene er sentrale i et sosiokulturelt perspektiv på læring og utvikling (Säljö, 2001), og avhengig av hvilke medierende redskaper, artefakter, barnet har tilgang til, utvikles de som sosiokulturelle individer når de benytter seg av disse redskapene. I det sosiale samspillet med andre lærer og utvikler barnet seg i samhandling med artefakter. I følge Säljö (2006) kan vi i prinsippet ikke handle i noen situasjoner uten å benytte oss av medierende artefakter. Våre ferdigheter og måter å tenke på er avhengig av, og samspiller med de medierende artefaktene vi har tilgang til. Med bakgrunn i dette vil det i denne studien være av betydning å beskrive hvordan barna benytter seg av ulike medierende artefakter, fysiske og språklige, når de er en del av den matematiske kommunikasjonen i barnehagen. En sosiokulturell analyse av barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjonen vil kunne vektlegge barnets deltakelse i det sosiale samspillet og interaksjoner med de andre som vesentlige faktorer. I det sosiale samspillet som oppstår mellom barn – barn og mellom barn – voksen, utvikler

barnet språket, og i samtaler anvender barna et matematisk språk gjennom å ta i bruk medierende redskaper som er en del av kulturen barna er i.

2.2 Nøkkelområder innen matematikken

Ifølge Bishop (1989) kan matematikk betraktes som et kulturelt fenomen. Han mener at å utvikle seg innenfor rammen av matematikkens verden handler om den prosessen som mennesker går igjennom idet de tilegner seg de redskaper, verdier, måter å agere på, måter å handle på og kommunisere på som er passende i denne kulturen. Barn vil utvikle den matematikken som barnets hverdag krever, og ifølge Bishop handler det om å tilpasse seg den matematiske kulturen som barnet er en del av ved å tilegne seg relevante begreper og redskaper. Barn i barnehagen er en del av en sosial kontekst, og i så måte handler også barns matematiske utvikling om sosialisering. I barnehagen bør det derfor legges til rette for at barn kan utvikle seg til å bli matematiske individer som tar i bruk det matematiske språket, beskriver omgivelsene ved hjelp av matematiske begreper og uttrykk og benytter matematiske argumenter i samtaler og diskusjoner (Sarama & Clements, 2008). Bishop (1989) sier at det å oppdra barn i matematikkens verden ikke bare er å undervise dem *i* matematikk, men også å lære dem *om* matematikk, utdanne dem *gjennom* matematikk og utdanne dem *med* matematikk. Dermed blir arbeidet det legges til rette for i barnehagen, vesentlig for barns utvikling og vekst som mennesker.

Bishop (1989) betrakter matematikk som et fenomen som går på tvers av ulike kulturer, og hevder at det er noen områder innen matematikken som er uavhengige av kultur, og at disse likhetene gjenspeiles i alle barns hverdag. Han beskriver seks nøkkelområder innenfor matematikken som er karakteristiske for hvordan barn i ulike kulturer engasjerer seg i matematikk. Disse nøkkelområdene kalles matematikkaktiviteter fordi matematikken er knyttet til praktiske situasjoner i hverdagen, der matematikk tas i bruk for å løse ulike utfordringer eller problemer. De viser en bredde i hva matematikk handler om, og det er blant annet disse matematikkaktivitetene som ligger til grunn for innholdet i fagområdet «Antall, rom og form» i Rammeplanen (Kunnskapsdepartementet, 2017).

Bishop (1989) kaller de seks matematikkaktivitetene for 1) tall og telling, 2) lokalisering og orientering, 3) måling, 4) design, 5) lek og spill og 6) forklaring og argumentasjon.

Bishop skriver at mens tall og telling, lokalisering og orientering, måling og design har med våre fysiske omgivelser å gjøre, så knyttes lek og spill og forklaring og argumentasjon til vårt sosiale miljø og de omgivelsene vi er en del av.

Tall og telling handler om oppfatning av antall og måter å bestemme antall på, ulike tallsystemer og tallregning. Aktiviteten handler om å telle, om systematikk og om oppbygging av telleremsen. Det er også vanlig å representere antall ved hjelp av fysiske objekter. I barnehagen får barn erfaringer med telling ved bruk av tallord, de teller og erfarer at tallordene beskriver ulike mengder. I leken, samlingene og hverdagsaktiviteter møter de tall og telling i ulike kontekster, hvor språket blir et redskap for å uttrykke hvor mange de har av noe.

Lokalisering og orientering handler om hvordan barnet bruker språket for å si noe om retning og plassering. Lokalisering handler om å kunne beskrive hvor ting er plassert i rommet, og om å beskrive hvordan objekter er plassert i forhold til hverandre. Orientering handler om at barnet skal orientere seg og finne fram i det tredimensjonale rommet, altså den romlige oppfatningen. For å orientere seg bruker barnet mentale og fysiske kart over ulike områder, og ifølge Bishop er det å kunne ordne det romlige viktig for å utvikle matematiske tanker og beskrive romlige forhold.

Måling handler om sammenligning, og om å bruke måleredskaper, måleenheter og målesystemer av ulike slag. Måling er relatert til tall, og til å beskrive en størrelse ved hjelp av et tallsystem. I måling bruker barn tall for å sammenligne og ordne noe ut ifra å angi hvor mye det er av noe, eller hvor stort noe er. Når barn måler, oppstår et behov for å sortere slik at de kan sammenligne objektene de måler, for å finne likheter og forskjeller. Måling er derfor sterkt knyttet til hensikten og meningen med å sammenlikne i gitte situasjoner.

Design handler om former, figurer, mønstre, kunst og arkitektur. Design handler om å beskrive hvordan en form er i seg selv, eller hvordan en form skapes – det kan være geometriske former i to og tre dimensjoner, forming av figurer og redskaper, symmetri og mønster. Design er det å se likheter og ulikheter på objekter knyttet til farge og form. Videre handler det om å abstrahere og forestille seg ulike former ved å se bort fra noen egenskaper og fremheve andre.

Lek og spill er prosesser som fører til utvikling av matematikk, og leken er et svar på hvordan matematikk gjøres, og den betraktes som en grunnleggende aktivitet for utvikling av matematiske ideer. Lek og spill er i større eller mindre grad styrt av regler, og regelstyrt aktivitet ligger nært opp til arbeid innen matematikken. Samtidig er lek og spill viktig for hypotetisk tenkning, evnen til å forutsi noe, reflektere og det å forestille seg noe. Bishop (1989) hevder at «playing is crucial activity for mathematical development» (s. 48).

Forklaring og argumentasjon handler om hvordan barn bruker og uttrykker sine erfaringer gjennom språk og handling. Gjennom forklaring og argumentasjon blir barnet utfordret til å begrunne og forklare, sette ord på tanker og fortelle om sine resonnementer. Logisk tankegang, klassifisering, sortering og sammenligning er vesentlige stikkord i denne sammenhengen. Barnets evne til å forklare og argumentere er avhengig av barnets språklige evne til å uttrykke logiske slutninger (Bishop, 1989).

2.3 Lek

I denne studien undersøker jeg ikke lek spesielt, men noen betraktninger om fenomenet lek er likevel nødvendig, både fordi leken er en essensiell del av barns barnehagehverdag. Lek er symbolsk og kommunikativ. Det vil si at barnet forestiller seg eller snakker om noe. Selv om barnet kanskje ikke kommuniserer med en ekte person, er det noen (en fiktiv person) eller noe (en visualisert verden) å kommunisere med i leken. Under lek blir tanker, fantasi, språk og kroppslige uttrykk stadig formet og transformert til hverandre (Hangaard Rasmussen, 1996). Å gjøre rede for noen betraktninger for fenomenet lek blir derfor essensielt i denne studien hvor jeg betrakter leken som en sosial aktivitet hvor barna tar i bruk ulike kommunikative handlinger.

Lek som fenomen kan karakteriseres på mange måter, lek er mangfoldig og kompleks, og leken har mange ansikter: den er fri og selvstyrt (Smith, 1994), strukturert og initiert av voksne (Bruner, 1986; Vygotsky, 1978), symbolsk (van Oers, 1994), og fantasifull (Fein, 1981), for å nevne noen. Ifølge Barnehageloven (2021) skal leken ha en fremtredende plass i barnets liv og utgjøre en viktig del av barnehagekulturen. I norsk barnehagetradisjon er barns frilek eller selvorganisert lek spesielt verdsatt. Lek og læring blir sett på som komplementære dimensjoner i barns liv, hvor leken har en viktig

egenverdi i seg selv, samtidig som den har stor verdi for barns læring og allsidige utvikling på mange områder (Lillemyr, Dockett, & Perry, 2013). I forskning på forholdet mellom lek og læring er det synlige meningsforskjeller. På den ene siden er det forskere som fremhever barns rett til lek, uforstyrret av voksne, for selve leken sin skyld, uten å vektlegge læringsaspektet (Sundsdal & Øksnes, 2015). Andre forskere vektlegger en forening av de to i en lekorientert pedagogikk hvor både barns frie lek og den tilrettelagte leken tillegges stor betydning (Pramling, Doverborg, & Samuelsson, 2017a; Pramling & Samuelsson, 2011). Barnehagepedagogikken har en lang tradisjon for lekbasert pedagogikk. Leken har blitt sett på som både som et redskap for læring og som en mulighet for barn til å utvikle sine kunnskaper og ferdigheter og sin forståelse (Johnson, 1990).

Denne studien baserer seg på et sosiokulturelt perspektiv på læring og utvikling (Rogoff, 1990; Säljö, 2001; Vygotsky, 1967), og Vygotsky (1978) fremhever at leken er spesielt viktig for barns læring og utvikling. Et hovedpoeng i Vygotskys teori om kognitiv utvikling og den nærmeste utviklingszone er at barnet i leken skaper sin egen nærmeste proksimale utviklingszone. I leken ligger barnet hele tiden over sitt eget utviklingstrinn (Vygotsky, 1978). Gjennom leken skaper barnet en imaginær situasjon *på liksom*, og *tar kontroll* selv. Vygotsky sier at det skjer en dekontekstualisering, det vil si at barnet løsriver seg fra konteksten eller sammenhengen, og barnet kan, uten å vite det selv, skille meningen med de konkrete de leker med, fra virkeligheten. Gjennom rolleleken tilegner barnet seg regler og sosiale normer ved å føye seg etter det som rollen krever, og dermed skaper barnet sin egen proksimale utviklingszone i det sosiale samspillet med andre kompetente. På den måten sosialiserer barnet seg selv ved å ta en rolle. Dette gjør barnet helt frivillig fordi lek er forbundet med glede og lyst (Vygotsky, 2016). Til tross for at Vygotsky betraktet fantasifull og fri lek som den ledende aktiviteten for barnehagebarn, hevder han at leken også er tilstede i vokseninitierte lekaktiviteter i barnehagen og på skolen (Vygotsky, 2016).

2.3.1 Lekbaserte aktiviteter

I nyere pedagogisk litteratur lanseres begrepet lekbasert læring (f.eks. Van Oers & Duijkers, 2013; Walsh, McGuinness, & Sproule, 2019), som beskriver den nære sammenhengen mellom lek og læring. En lekbasert tilnærming bygger på et sosiokulturelt

syn på lek og barns utvikling (Cohen & Emmons, 2017). Weisberg, Kittredge, Hirsh-Pasek, Golinkoff, og Klahr (2015) mener at begrepet lekbasert læring omfatter to typer lek, frilek og veiledet lek. I begge er barnet aktivt og i lederrollen for leken. Frilek er initiert av barnet selv og involverer andre barn uten innblanding fra de voksne. Veiledet lek er initiert av voksne, og er på lik linje med den frie leken rettet mot og involverer barna. I veiledet lek organiserer barnehagelæreren det fysiske miljøet og leder leken ut fra visse intensjoner for barns lek.

Andre forskere (f.eks. Walsh et al., 2006) introduserer et tredje begrep: lekbaserte aktiviteter. I lekbaserte aktiviteter står barna fritt til å velge mellom en rekke lekestasjoner og forskjellig lekemateriell, og barnehagelæreren samhandler med barna ved behov og deltar i barnas utforskning (Walsh et al., 2006). van Oers (2014) hevder at lekbaserte aktiviteter bør inneholde elementer av involvering fra den voksne, men at det samtidig er viktig å variere mellom instruksjon fra den voksne og barnas egen utforskning. Barnehagelæreren rolle er å følge barnets ledelse og veilede barnet i sammenheng med omgivelsene uten å ødelegge, forstyrre eller kontrollere leken. I stedet utvider barnehagelæreren mer eller mindre det matematiske innholdet i leken på forskjellige måter (Björklund et al., 2018).

I denne studien bruker jeg Walsh mfl. (2006) sin beskrivelse av lekbaserte aktiviteter. Barnehagelæreren organiserer det fysiske miljøet og lar barna bestemme hva og hvordan de vil leke med det tilgjengelige lekematerialet. Lekbaserte aktiviteter må ta utgangspunkt i barnas egen lek og i en interesse som gjerne oppstår spontant. Barnas initiativ og utforskning er altså det sentrale. Rollen til barnehagelæreren vil være å utvide barnas matematiske erfaringer ved å bygge videre på barnas interesse og initiativ i leken (van Oers, 1996).

I Pyramiden ble det hver dag tilrettelagt for lekbaserte aktiviteter. De voksne organiserte lekemiljøet ved å sette fram forskjellig lekemateriell slik som spill, konkretiseringsmaterieell og konstruksjonsmateriale. At alt av lekemateriell som ble tilgjengeliggjort i de lekbaserte aktivitetene har en realfaglig tilknytning, synliggjør Pyramidens rammeverk som er spisset mot realfag. Ut i fra dette oppfatter jeg selve organiseringen og materiellet som tilbys som hensikten med legge til rette for lekbaserte aktiviteter. Nettopp fordi både organiseringen og materiellet som tilbys har innebygde

forventninger om personlige kvalifikasjoner i tillegg til de faglige, som blant annet kreativitet, samarbeidsevne og mulighet til fri utfoldelse (Kirkeby et al., 2005). I de lekbaserte aktivitetene jeg observerte stod barna fritt til å velge hva de ville leke med, hvordan de ville leke med det, og hvem de ville leke med. De voksne gikk imellom de ulike lekestasjonene og ut og inn av barnas lek. Når de voksne gikk inn i barnas lek, involverte de seg ved å samhandle med barna ut fra barnas behov. De voksne deltok i barnas aktiviteter og utforskning ved å være en del av kommunikasjonen som oppstod i leken. Samtalene som oppstod var både initiert av barna og av de voksne.

2.3.2 Matematisering

Hirsh-Pasek, Golinkoff, Berk og Singer (2009) bygger på at lek og læring er to sider av samme sak for et barn, og de hevder at barn i alle aldre eksperimenterer med matematiske begreper i leken. Den sosiale interaksjonen i leken legger til rette for at barn tester ut, forklarer og utforsker matematiske utfordringer som oppstår i leken. Opplevelser hvor barn samarbeider om å utvikle felles forståelse, ses på som viktige erfaringer fra et matematisk ståsted. En undersøkelse utført av Seo og Ginsburg (2004) viser at barn ofte engasjerer seg i matematiske aktiviteter i lek. I leken og i hverdagsaktiviteter møter barna et variert matematisk innhold, de utforsker mønster og former, de sammenligner mengder, og de teller. Barna involverer ofte matematikk og matematiske ord i sine forklaringer når de utforsker ideer og matematiske sammenhenger i leken (Ginsburg, 2006).

Forholdet mellom læring, matematikk og lek kan ses på som enten «matematikk gjort lekende», slik som i spill hvor telling, sortering og forskjellige matematiske operasjoner er fremtredende, eller «å matematisere elementer i leken» der den opprinnelige handlingen er lek, og hvor barnehagelæreren kan prøve å introdusere matematiske begreper eller operasjoner til barnets lekaktiviteter (van Oers, 1996, s. 74). Matematisering handler om at barnehagebarn prøver å forstå forskjellige fenomener i omverdenen, og matematikken blir en del av denne utforskningen (Freudenthal, 1968). Barns læring i matematikk baseres på barnas egne opplevelser i leken. Læringen består i at barna kan oppleve kjente fenomener på nye måter, eller at barna utvider sin erfaring om fenomenet (Gravemeijer & Terwel, 2000).

Freudenthal (1973) kaller prosessen der barn benytter matematiske redskaper i problemløsnings situasjoner for matematisering. Matematisering vil si å omarbeide et dagligdags problem til et matematisk problem ved hjelp av ulike redskaper, og matematikken blir en del av barns utforskning av ulike fenomener i deres omliggende verden. Matematisering skjer når barna lærer eller tilegner seg matematiske begreper. Når barnehagebarn matematiserer, bruker de matematiske strategier, og i sammenheng med matematiseringen er det viktig at det matematiske språket som brukes, blir en del av barnas dagligspråk. Matematisering er en sentral prosess som inngår i hvordan man lærer eller appropierer matematiske begreper eller redskaper gjennom kommunikasjon (Säljö, 2001).

van Oers (2014) beskriver matematisering som en form for lekende matematikk, innbygd i barns lek, og i likhet med Freudenthal (1973) løfter han fram problemløsning som et sentralt aspekt ved barns matematisering. Han mener at i leken møter barn ulike situasjoner som krever spesiell matematisk oppmerksomhet, og at barna ofte kommuniserer sine løsninger med de andre deltakerne når de står foran et matematisk problem i leken. Matematikken oppstår i sammenheng med lek gjennom en matematisering i barns handlinger og ytringer i interaksjon med andre barn eller voksne, og ifølge van Oers er problemløsning, resonnement og kommunikasjon viktige sider ved barns matematisering (van Oers, 2014).

3. Matematisk språk og kommunikasjon

I studien undersøker jeg hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i ulike sosiale situasjoner i barnehagen. Målet med dette kapitlet er å gi en tilstrekkelig innsikt i teori og aktuell forskning som kan bidra med kunnskap til studien, og en forståelse for denne studiens kunnskapsbidrag til feltet. Jeg vil ikke gi en fullstendig oversikt over forskning og kunnskapsstatus på feltet, men trekke fram relevant teori og forskning for å plassere studien og dens funn i en aktuell faglig kontekst.

I dette kapitlet gir jeg en oversikt over relevant litteratur og forskning innenfor matematisk kommunikasjon og språk, barns multimodale kommunikasjon og barnehagelæreren som kommunikasjonspartner. I store deler av kapitlet retter jeg oppmerksomheten mot effektiv matematisk kommunikasjon og matematisk argumentasjon, som er sentralt i delstudie 2 og 3. Jeg beskriver og gjør rede for relevante begreper og metodologiske/analytiske rammeverk som har vært sentrale i mine analyser og i forskningsprosessen.

3.1 Kommunikasjon

I et sosiokulturelt perspektiv står kommunikasjon og språkbruk helt sentralt og utgjør bindeleddet mellom barnet og omgivelsene. Barnet deltar i sosial interaksjon med andre, og derigjennom møter barnet andres tanker, ideer og argumenter. Tankene og ideene bearbeides av barnet og gjøres om til barnets egne ideer og meninger (Vygotsky, 1978; Wertsch, 1998). Tenkning og samhandling forutsetter aktive barn som er i stand til å skape en felles forståelse og mening ved å bruke språkuttrykk som er relevant i konteksten (Mercer, 2002; Säljö, 2001). Barnehagen er full av sosiale praksiser der voksne og barn tar i bruk ulike redskaper i tenkning og kommunikasjon, og gjennom interaksjon og kommunikasjon med andre forvandles disse redskapene til nyttige ressurser i problemløsningsprosesser (Säljö, 2001).

Rogoff (1990) beskriver kommunikative interaksjoner som oppstår i sosiale kontekster som delt tenkning og veiledet deltakelse mellom personer. I kommunikasjonen er det flere personer som deler fokus og utveksler meninger, og gjennom kommunikasjonen kan de

utvikle en felles forståelse. Kommunikasjon handler altså om å utvikle en felles mening og en felles forståelse. Rogoff (1990) fremhever betydningen av kommunikasjon for barns utvikling og læring. Når barnet kommuniserer med andre, utfordres det til å tenke og handle ut fra en annen deltaker sine intensjoner. I kommunikasjonen vil barnet være en aktiv deltaker som prøver å forstå andre sine meninger. Samtidig vil barnets meninger bli utfordret av de andre i interaksjonen ved at det må kommunisere sine egne tanker og handlinger (Rogoff, 1990).

Sfard (2001) sin beskrivelse av kommunikasjon handler også om å utvikle felles mening og forståelse. Hun beskriver kommunikasjon som «an attempt to make other people act or feel according to one`s intensions» (s. 38). Kommunikasjon handler altså om at en avsender prøver å få en mottaker til å handle eller føle på en måte som er i tråd med hans eller hennes intensjoner. Mottakeren er ikke passiv i en kommunikasjonshandling. Fra en mottakers synspunkt er kommunikasjon et forsøk på å prøve å forstå avsenderens ytring og gi en tilbakemelding på ytringen. En mottaker tolker og reagerer ut fra sine egne referanserammer og basert på hvordan han eller hun oppfatter avsenderen og avsenderens intensjoner med ytringen (Sfard, 2001). Sfard (2001, 2008) har med bakgrunn i sosiokulturell teori og Vygotsky sine teorier redefinert begreper som er brukt i kognitive paradigmer, slik som for eksempel kommunikasjon og tenkning. Sfard (2008) argumenterer for at når vi tenker kan tenkningen ses på som en indre samtale, og derfor kan også dette kalles kommunikasjon. Vygotsky (1978) mener også at tenkningen har et sosialt opphav, og at tenkningen er indre samtaler. Ifølge Sfard (2008) er *self-communication* det mest særegne ved menneskelig kommunikasjon, hvor tenkning settes i sammenheng med hva som sies og gjøres. Sfard definerer kommunikasjon som «a collectively performed patterned activity» (Sfard, 2008, p. 86). Når mennesker snakker med hverandre, kan deres snakk beskrives som en mønsteraktivitet ved at en avsender sier eller gjør noe som mottakeren reagerer på. Mønsteraktiviteten refererer til det faktum at kommunikasjonen som utvikler seg, handlingene og reaksjonene mellom deltakerne, er satt sammen på en repeterende måte, som ikke er tilfeldig. Kommunikasjonsaktiviteten består av handlinger og re-handlinger (reaksjoner på handlingen) mellom deltakerne. En handling eller en re-handling kan være verbal eller praktisk (Sfard, 2008). En praktisk re-handling kan resultere i en fysisk endring av objekter som er en del av situasjonen. Slik

jeg tolker dette kan det å sette sammen flere Lego-brikker med hverandre være en re-handling når for eksempel et barn blir bedt om å bygge et hus.

Jeg bruker Sfard (2001; 2008) sin beskrivelse av kommunikasjon, og betrakter kommunikasjon som interaksjoner mellom mennesker, hvor kommunikasjon handler om at en avsender prøver å få en mottaker til å handle eller føle på en måte som er i tråd med hans eller hennes intensjoner. I kommunikasjonen vil deltakerne være aktive deltakere som prøver å forstå andres meninger, samtidig som de i interaksjonene må kommunisere sin egen tenkning og handling.

3.1.1 Matematisk kommunikasjon

I barnehagen kan barnas spørsmål, utforskninger og undringer ses på som små kjerner i barnehagehverdagen som deres erfaring med matematikk kan bygges rundt og støtte opp under i kommunikasjon med andre. I et sosiokulturelt perspektiv ses utfordringer, oppgaver og ulike ting barn ønsker å finne ut av, som matematiske problemer i vid forstand (Säljö, 2001). I problemløsningssituasjoner benytter barna seg av ulike matematiske redskaper for å omarbeide dagligdagse problemer til matematiske problemer, de matematiserer (Freudenthal, 1973). Når barnehagebarn matematiserer, bruker de matematiske strategier, og de kommuniserer ofte sine løsninger med andre (van Oers, 2014).

Clements og Sarama (2007) argumenterer for betydningen av å bruke matematiske samtaler som et utgangspunkt for læring i matematikk hos yngre barn. De undersøker hvordan man kan gi barna muligheter til å matematisere hverdagsaktivitetene sine. De fremhever de intuitive og implisitte erfaringene som barna gjør seg i hverdagen i samhandling med andre, som et grunnlag for den senere matematiske utviklingen. Studien viser at matematiske samtaler hvor barna ble gitt en mulighet til å bruke det matematiske språket for å forklare og beskrive, var av betydning for om barna matematisere sine problemer (Clements & Sarama, 2007).

Skorpen (2012) hevder at en matematisk samtale på mange måter ligner på en filosofisk samtale. I filosofiske samtaler ønsker vi at barna skal få tenke fritt og undre seg. På filosofiske spørsmål finnes det ikke noe fasitsvar, og barna kan begrunne og resonnerer på

mange forskjellige måter. Det samme kan også gjelde innenfor matematikk. Utforskning av matematiske sammenhenger og begreper gjennom samtaler gir barna mulighet for å delta med sine argumenter, ideer og resonnering. Barns tenkning og undring over hvor tungt noe er, eller hva som er minst, trenger ikke nødvendigvis lede fram til noe korrekt svar. Skorpen (2012) hevder at den filosofiske samtaleformen kan brukes som et redskap til å få i gang undring og grundige samtaler om matematiske spørsmål og begreper, og at slike samtaler kan gi barna muligheter for verdifulle matematiske resonneringer.

Forskningen på matematiske samtaler og matematisk kommunikasjon i den norske barnehagekonteksten har i stor grad hatt fokus på barnehagelæreren sin rolle (f.eks. Fosse, 2016; Hundeland, Carlsen, & Erfjord, 2020; Sæbbe & Mosvold, 2016). Med et hovedfokus på barnehagelæreren sin orkestrering av matematiske samtaler viser Carlsen (2013) og Hundeland, Carlsen og Erfjord (2014) at matematiske samtaler i barnehagen er sentralt for å fremme barns språklige og matematiske utvikling. Carlsen (2013) viser i sin studie at i en matematisk utforskende samtale er både barnehagelæreren og barna aktive, både verbalt og non-verbalt, og de både påvirker og påvirkes av samtalen. Gjennom handlinger og valg av ord kan barnehagelæreren lede barnas oppmerksomhet mot matematikken i situasjonen. Gester, ansiktsuttrykk, lyder, aktiv lytting og bruk av konkrete vil bidra til å berike samtalen. Hundeland mfl. (2020) sin studie av kvaliteter i matematiske diskurser viser at jo flere verbale ytringer som oppstod mellom deltakerne i diskursen, jo mer aktive og utholdende var barna i samtalen.

Sæbbe og Mosvold (2016) undersøker barnehagelæreren sin undervisning i en aktivitet hvor barna leker med Lego. De bygger på Sfard (2008) sin teori om tenkning som kommunikasjon, og analyserer barnehagelæreren sin rolle i kommunikasjonen som oppstår i aktiviteten. De identifiserte to kjerne-kategorier som barnehagelæreren tok i bruk i den matematiske diskursen: spørsmål og bekreftelse. Barnehagelæreren stilte mange spørsmål underveis i aktiviteten og ga bekreftelser på barnas respons. Spørsmålene som barnehagelæreren stilte, bidro til at det oppstod diskusjoner, og når barna responderte, fulgte barnehagelæreren opp med nye spørsmål eller en bekreftelse på barnas utsagn. Barnehagelæreren introduserte matematiske begreper i spørsmålene og bekreftelsene for å snu barnas oppmerksomhet fra det å leke med Lego til å beskrive aktiviteten med matematiske ord. Dette bidro til at det oppstod en matematisk diskurs hvor barna brukte

Lego-brikkene som visuelle mediatorer for å forklare hva de tenkte, og for å argumentere matematisk om spesifikke matematiske objekter (Saebbe & Mosvold, 2016).

I et sosiokulturelt perspektiv undersøker og karakteriserer Fosse (2016) hva som kjennetegner matematiske samtaler i en barnehage. Hun presenterer analyser av en samtale som foregår mellom fire barnehagebarn og en barnehagelærer som samarbeider om å bygge et Lego-fly ved hjelp av et instruksjonshefte. Fosse beskriver samtalen som matematisk ved å relatere innholdet i den, til Bishop (1989) sine matematikkaktiviteter. Hun mener at for å kunne beskrive samtaler som matematiske bør man kunne relatere innholdet til minst en av Bishop sine matematikkaktiviteter. Basert på sine resultater fremhever Fosse at barnehagelæreren har en avgjørende rolle i å gjøre samtalen matematisk berikende. Hun sier at det er viktig at barnehagelæreren vurderer hvordan samtalen er strukturert, verdsetter barnas bidrag i de pågående interaksjonene, vurderer hvordan barna reflekterer over det matematiske temaet, og vurderer hvordan samtalen fremmer videre læring (Fosse, 2016).

3.1.2 Matematisk språk og matematiske begreper

Menneskelig samhandling og samtaler er grunnleggende for barns utvikling, og barn bruker språket til å skape kontakt med andre – å kommunisere. I sosiokulturell teori ses læring i matematikk som en aktiv handling i et sosialt samspill, hvor barnet tilegner seg og anvender et matematisk språk, begreper, terminologi og symboler som er en del av kulturen (Säljö, 2001). Ifølge Rogoff (1990) utvikler det enkelte barnet språket i den sosiale deltakelsen, og i deltakerprosessen endrer barnet sin deltakelse ved at nye ord og begreper fylles med innhold og brukes av barnet. Barn i barnehagen vil kunne ha et språklig utbytte av å delta i sosiale aktiviteter som omhandler matematiske begreper og ideer. Perry og Dockett (2007) fremhever at barna får muligheter til å delta med sine argumenter og ideer når de utforsker matematiske sammenhenger og begreper i samtaler med andre.

I samtaler hvor språket og de matematiske begrepene brukes aktivt, blir matematikken mer synlig for barna, og ifølge Riccomini mfl. (2015) er språk og bruk av begreper en viktig del av barnas læring i matematikk. I hverdagsaktiviteter, lek og tilrettelagte

aktiviteter i barnehagen vil barnet møte et matematisk språk, både verbalt og nonverbalt. Björklund (2008) viser i sin studie at mange matematisk begrep anvendes daglig i det sosiale samspillet mellom barn og voksne i barnehagen, både i lek og i tilrettelagte aktiviteter.

Kvaliteten på språket barna møter i sine tidlige år i samtaler med andre, spiller en stor rolle for deres matematiske utvikling (Purpura, Napoli, Wehrspann, & Gold, 2017), og ifølge Hirsh-Pasek mfl. (2015) er også kvaliteten på begrepene som brukes i interaksjonen, av betydning for barns begrepsforståelse. Björklund (2013a) hevder at den viktigste fellesnevneren mellom matematikk og språk er barns begrepsdannelse. For å utvikle sin begrepsforståelse i matematikk må barna oppleve et variert matematisk språk i samtaler med andre. Når barna i barnehagen undersøker og utforsker matematikkfaglige tema, bruker de språket til å kommunisere om de fenomenene de fokuserer på, og de vil erfare og tilegne seg nye matematiske begrep. Dersom et barn ikke har utviklet en forståelse for et matematisk begrep, kan de voksne bruke begrepet i samtaler med barnet, for å styrke barnets begrepsforståelse. Ifølge Purpura mfl. (2017) er det å forstå et begrep mye mer enn bare å kjenne igjen ordet som benevner begrepet. For at barna skal utvikle en bedre begrepsforståelse, må de få mange erfaringer rundt ett og samme begrep. Barn må se og erfare mange tusen sirkler før de faktisk forstår hva en sirkel er.

Barnas læring i matematikk avhenger av bestemte tolkninger som barnet gjør av de begrepene de hører og uttrykker. Hvordan barna bruker og tolker de matematiske begrepene, er spesielt viktig i matematikk, ikke minst når barna skal forklare, argumentere, resonnerer og diskutere matematiske ideer i samtaler sammen med andre (Purpura et al., 2017). Riccomini mfl. (2015) hevder at forståelse av hverdagsbegreper som beskriver størrelser og rekkefølge (for eksempel stor, liten, mer, få, før, etter og neste), er av betydning for barns videre matematiske utvikling, og at misoppfatninger av slike begrep kan føre til vansker.

Pruden mfl. (2011) fremhever to spesifikke aspekter innen matematisk språk som har en viktig rolle i tidlig matematikklæring: kvantitativt språk og romlig språk. Et kvantitativt språk handler om mengde, og inkluderer begreper som mye, færre, mindre enn og mange. En forståelse av kvantitative begrep hjelper barna til å lage og beskrive sammenligninger mellom tall og mengder. Romlig språk inkluderer begrep som før, etter, mellom, over og

først. En forståelse av de romlige begrepene er relatert til barns romlige tenkning, og bidrar til at barna kan snakke om relasjoner mellom objekter og tall. De romlige begrepene hjelper også barna til å utvikle romlige ferdigheter som viser seg å være viktig for deres matematiske utvikling (Pruden et al., 2011).

Forskere har fremhevet betydningen av at de voksne i barnehagen bruker matematiske begreper i hverdagen for å støtte barna i deres matematiske utvikling (Broström, 2017; Carlsen, Erfjord, Hundeland, & Monaghan, 2016; Sarama & Clements, 2009). Å vektlegge bruk av språk og matematiske begrep kan fremme barnas engasjement i matematikk, bidra til at barna opplever matematikken som meningsfull, og opprettholde interessen deres for å øke sin egen forståelse (Riccomini et al., 2015). Barnehagelærerne må være bevisste på hvordan de bruker det matematiske språket og de matematiske begrepene i sin kommunikasjon med barna (Mosvold, 2012). Forskningsstudier (f.eks. Björklund & Barendregt, 2016) viser imidlertid at manglende kunnskap om matematiske begreper hos barnehagelærerne vil gjøre det vanskelig for barna å tilegne seg slike begreper.

I delstudie 1 undersøker jeg hvordan barn tar i bruk matematiske begreper i samlingsstunder. For å kunne identifisere og beskrive barnas begreper og språk som matematiske, tar jeg utgangspunkt i Bishop (1989) sine seks matematikkaktiviteter. I analysene av barnas begreper og språk skiller jeg mellom et kvantitativt og et romlig språk (Pruden et al., 2011). Når barna beskriver sammenhenger mellom tall, mengder og størrelser, eller beskriver hvor mye de har av noe eller hvor stort noe er, relaterer det jeg til Alan Bishop sine matematikkaktiviteter 1) tall og telling og 3) måling, og kategoriserer slike begreper som et kvantitativt språk. Barnas språk ses på som romlig når de tar i bruk begreper som for eksempel etter, først, over og under, og når de tar i bruk begreper for å beskrive hvor objekter er plassert i rommet eller i forhold til noe. Språk og begreper kategoriseres også som romlig når deltakerne beskriver ulike former og mønster, og når de beskriver likheter og ulikheter i form og farge. I så måte ses deltakernes romlige språk i relasjon til Alan Bishop sine matematikkaktiviteter 2) lokalisering og orientering og 4) design.

I løpet av studien ble jeg kjent med Lithner (2008) og hans beskrivelse av hva som gjør at kommunikasjon og språk kan betraktes som matematisk. Lithner introduserte begrepet

forankring (anchoring), som handler om at innholdet i barns resonnering og språk kan forankres i relevante matematiske egenskaper for de komponentene som inngår i samtalen. Komponentene han viser til, er objekter, transformasjoner og begreper. Objektet er de enhetene kommunikasjonen handler om, transformasjoner er de prosessene som gjøres med objektet, og begreper er sentrale matematiske ideer som bygger på objektene, transformasjonene og deres egenskaper. Lithner (2008) sitt rammeverk beskrives ytterligere i kapittel 3.4.1.

I delstudie 2, hvor jeg undersøker effektiv kommunikasjon, og i delstudie 3, hvor jeg undersøker barnas matematisk argumentasjon, følger jeg Lithner (2008) og betrakter barnas kommunikasjon, resonnering og argumentasjon som matematiske dersom det som sies av deltakerne i samtalen, forankres i relevante matematiske egenskaper for de komponentene som inngår i samtalen. Jeg anser kommunikasjonen som matematisk når språk og begreper tas i bruk for å beskrive matematiske sammenhenger, relasjoner og matematiske ideer som for eksempel mønster, form og størrelser.

3.1.3 Matematisk diskurs

Ifølge Ryve (2011) sin gjennomgang av 108 studier som bruker diskursbegrepet i forskning på matematikkundervisning, er diskursbegrepet blitt utvannet. Ryve hevder at vi kan se på studier av (matematiske) diskurser som studier av menneskelig kommunikasjon, og sier at «the most unique of this communication is language in use» (s. 169). Både studier av diskurs og studier av kommunikasjon er altså tett koblet til ideen om at bruk av språk kan ses på som en sosial handling.

Sfard og Kieran (2001) beskriver diskurs som enhver spesifikk forekomst av kommunikasjon, og kommunikasjonen som oppstår, kan både være med seg selv og med andre. De definerer diskurs som en situert konkret hendelse som kobles sammen ved hjelp av verbalt språk, non-verbalt språk og ulike handlinger.

Med bakgrunn i Ryve (2011) sin forskning og Sfard og Kieran (2001) sin definisjon av diskurs, definerer jeg i denne studien en diskurs som en sosial interaksjon som oppstår ved at deltakerne på ulike måter kommuniserer med hverandre. I tråd med Sfard og Kieran (2001) anser jeg at den samhandlingen som pågår mellom deltakerne i diskursen, kan

bestå av forskjellige kommunikasjons handlinger, slik som verbalt språk, non-verbalt språk og handlinger.

Barna i barnehagen deltar i ulike diskurser i løpet av sin barnehagehverdag, og jeg har i denne studien valgt å studere de diskursene som jeg har identifisert som matematiske diskurser. van Oers (2014) skriver at når barn står overfor et matematisk problem i leken, vil de kommunisere sine løsninger med hverandre. Ifølge Clements og Sarama (2007) vil barn ta i bruk et matematisk språk for å beskrive og forklare for hverandre, om de gis en mulighet til å matematisere sine hverdagsaktiviteter. Lithner (2008) hevder at for at barns argumenter og resonnering skal betraktes som matematiske, må de være matematisk forankret i relevante matematiske egenskaper for de komponentene som inngår i samtalen. For å identifisere barns kommunikasjon som matematisk eller ikke, følger jeg Lithner (2008). I denne studien betrakter jeg en matematisk diskurs som en sosial interaksjon hvor kommunikasjonen som oppstår, består av språk, begreper og handlinger som er matematisk forankret til det samtalen handler om.

3.2 Barns multimodale kommunikasjon

Det sosiokulturelle læringsperspektivet vektlegger bruk av ulike medierende redskaper i læringsprosessene, og språket som barnet bruker for å kommunisere med, for å eksternalisere sine tanker og ideer, ses på som det viktigste medierende redskapet. Måten barna kommuniserer på, hvilke redskaper som tas i bruk, og hvordan disse redskapene blir tolket, er avhengig av konteksten. Språket og de språkuttrykkene barnet tar i bruk, er altså det viktigste redskapet barnet kan benytte for å kommunisere og skape en felles forståelse av situasjonen det kommuniseres om (Säljö, 2001).

3.2.1 Gester

Sfard (2009) påpeker at kommunikasjon mellom mennesker ikke bare dreier seg om det verbale, men også inkluderer det nonverbale språket. Nonverbale responser slik som gester, mimikk og kroppsspråk er inkludert i responsen så lenge de er i direkte relasjon til den pågående kommunikasjonen.

Matematikk kan kommuniseres med forskjellige uttrykksformer, og ikke-verbale uttrykksmåter kan være i form av matematiske symboler, grafer og diagrammer, men også i form av kroppsbevegelser (Morgan, Craig, Schütte, & Wagner, 2014). Gester er en type kroppsbevegelser som har fått oppmerksomhet i forskning med fokus på kommunikasjon i matematikk. Edwards (2009) hevder at gester, sammen med verbalt språk og skrift, tegninger og grafer, utgjør kroppslig kognisjon og kan tjene som et vindu for hvordan elever tenker og snakker matematikk: «Instead, gestures constitute a particular modality of embodied cognition, and, along with oral speech, written inscriptions, drawings and graphing, it can serve as a window on how learners think and talk about mathematics.» (s. 128).

McNeill (1992), som ofte siteres i forskning om gester, mente at gester først og fremst var bevegelser av hender og armer, noe som alltid følger med tale, og at «speech and gesture are elements of a single integrated process of utterance formation in which there is a synthesis of opposite modes of thoughts» (s. 35). Han betrakter ikke gester som en representasjon for det verbale, men som en bevegelse som er av betydning for å utvide talen. Gester bidrar til å få frem vesentlige elementer av det som ytres, som ikke kan gis ved tale alene. Derfor bør tale og gester tenkes på som en del av den samme meningsskapende prosessen, hvor det verbale og gestene er en integrert prosess (McNeill, 1992).

Sfard (2009) argumenterer for at gester er en viktig del av de visuelle mediatorene som benyttes i diskursen om objekter, og at gestikuleringen ofte erstatter matematiske ord og begreper i det verbale språket. For Sfard har gester en rolle i å synliggjøre hva begrepene betyr. Denne synliggjøringen beskriver hun som en prosess hvor gestene realiserer ordets betydning.

Radford (2003) bruker begrepet objektifisering, som kan ligne Sfard (2009) sin bruk av begrepet realisering. Radford (2003) beskriver objektifisering som prosessen med å gjøre noe, for eksempel et matematisk objekt, tilgjengelig for vår bevissthet. For Radford er gester ett av mange semiotiske midler for objektifisering. Radford sitt syn på forholdet mellom gester og verbalt språk er forskjellig fra synet til McNeill (1992). I stedet for å vurdere det verbale språket og gestene som to sider av samme sak, eller gestene som en forløper for det verbale språket, hevder Radford (2002) at det verbale språket og gestene

kan brukes enkeltvis og være et uttrykk for tenkingen alene. I likhet med Vygotsky mener Radford (2002) at tenkning ikke skal sees på som noe som kun skjer i hodet, men i og gjennom språk, kropp og redskaper. Han antyder at gester og andre semiotiske middel, for eksempel peking og manipulering av konkreter, er måter å artikulere sine tanker på uten det verbale. Altså er ikke tenkning utelukkende noe abstrakt, men noe som foregår også på det konkrete planet. Man kan derfor ikke betrakte gester som et slags vindu som viser det som skjer inni hodet. Ifølge Radford (2009) må gester og kroppsspråk betraktes som ekte deler av selve tenkingen på lik linje med alle tegn som inngår i den konkrete situasjonen. Dette innebærer at matematisk mening kan skapes av mange ulike uttrykk, både verbale, kroppslige og fysiske. Den rollen gester har i matematiske kommunikasjon, kan altså betraktes fra ulike perspektiver. Gester kan betraktes enten som en representasjon av et objekt, tegninger eller konkreter, eller som en bidragsyter til realiseringsprosessen.

Forskning på barns matematiske kommunikasjon har i den senere tid visst større interesse for hvilken rolle gester har. Flottorp (2010) studerer matematisk meningsskaping i barns (2 – 6 år) lek og hverdagssituasjoner, og undersøker spesielt leksituasjoner som kunne ha et matematisk potensial. Målet med studien var å se på språkets rolle i kommunikasjonen, og studien viser at verbalspråket var en av flere uttrykksmåter barna tok i bruk. Analysen hennes viser hvordan barnas kroppslige erfaringer og kommunikative handlinger kan være grunnleggende for deres klassifisering og logiske tenkning. Hun beskriver hvordan barna kommuniserer på de måtene som er mest effektive i den gitte situasjonen, og at det er gester og handlinger. Studien viser at verbalspråket bare er en side av barnas kommunikative ferdigheter, og at handlinger og kroppslige uttrykk kan være vel så viktige uttrykksmåter i barns meningsskaping (Flottorp, 2010).

Elia og Evangelou (2014) utforsker barnehagebarns (4 – 5 år) bruk av gester når de er deltakere i tilrettelagte aktiviteter som skal gi dem erfaring med romlige begreper. Studien viser at når barnehagelæreren introduserer romlige begreper ved å bruke gester sammen med ordene, slik som i, over, under og lignende begrep, hermer barnehagebarn etter den voksnes gester gjennom hele introduksjonen. I tillegg fant de ut at barna tok i bruk forskjellige typer bevegelser i forskjellige romlige sammenhenger. De oppdaget situasjoner hvor gester og verbale ytringer henger sammen, men også tilfeller hvor det er

en mismatch mellom gester og verbalt språk. I de tilfellene hvor det var samsvar mellom gester og verbalt språk, komplementerte og beriket barnas bevegelser det verbale språket. De hevder at barnas gester sammen med ytringene fungerte som semiotiske midler til objektiveringen av spesifikke romlige relasjoner, fordi de romlige relasjonene var for abstrakte for barna slik at de ikke kunne beskrives tilstrekkelig med verbalt språk (Elia & Evangelou, 2014).

I studien betrakter jeg kommunikasjon ikke bare som verbalt språk, men også som non-verbalt språk. Jeg betrakter gester som noe mer enn en støtte for det verbale språket, på samme måte som Radford (2003, 2009). Gester kan på egen hånd være et uttrykk for barns tanker. Men i likhet med McNeill (1992) ser jeg det som viktig å betrakte gester og det verbale som en integrert prosess for å forstå barns språkuttrykk. Min beskrivelse av gester, i alle delstudiene, inkluderer peking, bevegelser med kroppsdeler og ansiktsuttrykk, noe som er i tråd med Radford (2002) sitt syn på hvordan mennesket kan artikulere sine tanker. En slik tilnærming til matematisk kommunikasjon er også i samsvar med Sford (2009) og Radford (2009) som påpeker at kommunikasjon mellom mennesker ikke bare dreier seg om det verbale, og at matematisk mening kan skapes av mange ulike uttrykk.

3.2.2 Konkreter

Forskning viser at det ikke bare er gester som kan kombineres med det verbale språket i barns kommunikasjon. Sumpter og Hedefalk (2015) viser i sin studie hvordan barn (1 – 5 år) tar i bruk de konkretene de leker med, for å styrke sine forklaringer. Studiens funn beskrives ytterligere i kapittel 3.4.3. Johansson, Lange, Meaney, Riesbeck og Wernberg (2014) undersøker barnehagebarns (4 – 5 år) matematiske forklaringer i vokseninitierte samtaler. De voksne ga barna syltetøyglass og ba dem beskrive og forklare likheter og ulikheter ved syltetøyglassene. Analysene viser at barna i sine beskrivelser av syltetøyglassene i stor grad tok i bruk et verbalt språk, men samtidig inkluderte barna fysiske handlinger de gjorde med syltetøyglassene for å støtte sine verbale beskrivelser. Johansson mfl. (2014) viser at yngre barn inkluderer de gjenstandene de leker seg med, i sine forklaringer, og at de i tillegg underbygger sine forklaringer ved å fysisk behandle konkretene de leker med, for å vise hva de mener. Johansson mfl. (2014) hevder at

sammen med et verbalt språk kan den fysiske behandlingen av konkretene ses på som en del av barns matematiske språk. I tillegg påpeker de at disse språkuttrykkene kombinert med hverandre kan bidra til en større forståelse hos de voksne for hvordan barn uttrykker sine matematiske forklaringer.

Hos yngre barn er bruken av konkret materiale en del av kommunikasjonen når de forklarer, argumenterer og resonnerer. Barn i barnehagen deltar i matematiske aktiviteter og er aktivt involvert i prosesser der de lærer å håndtere og løse matematiske problemer med tilgjengelige kulturelle redskaper, for eksempel geometriske former, klosser og konkretiseringsmateriell (Sarama & Clements, 2004). I et sosiokulturelt perspektiv kalles slike verktøy medierende redskaper, eller fysiske artefakter, det vil si at disse kulturelle redskapene er konkreter som barna tolker og håndterer og medierer sine tanker gjennom. Barns matematiske tenkning og interaksjon formidles gjennom disse konkretene, og de bidrar til å støtte barns matematiske kommunikasjon. I tillegg bidrar bruken av konkrete materialer, sammen med et muntlig språk, til samspillet mellom deltakerne i aktivitetene (Säljö, 2001).

Sfard (2008) beskriver de synlige objektene som er en del av en matematisk diskurs, som visuelle mediatorer. Visuelle mediatorer er midler som er en del av kommunikasjonen, og benyttes som fokus i kommunikasjonen mellom deltakerne. Sfard (2008) argumenterer for at barns interaksjon og kommunikasjon med og om visuelle mediatorer kan hjelpe barna til å identifisere det objektet de snakker om, og dermed til å koordinere sin matematiske kommunikasjon. I en matematisk diskurs inkluderer disse visuelle mediatorene ofte matematiske symboler, artefakter som tall, matematiske operatører eller matematiske tegn. Symbolske mediatorer er ofte fraværende i barnehagebarns matematiske kommunikasjon. Barn bruker ofte konkreter i sin kommunikasjon, og lekmateriell kan ifølge Sfard og Lavie (2005) betraktes som visuelle mediatorer som medierer dagligdagse matematiske diskurser blant barnehagebarn. Sfard (2008) understreker at den samme visuelle mediatoren kan oppfattes og forstås på ulike måter av deltakerne i den samme matematiske diskursen.

I et sosiokulturelt perspektiv anser jeg medierende redskaper, fysiske og språklige, som artefakter barna kan tolke og håndtere sine tanker gjennom. I lek og matematiske aktiviteter anser jeg for eksempel klosser, geometriske former og konkretiseringsmateriell

som medierende redskaper barnehagebarn kan håndtere og løse matematiske problemer med. Jeg følger Sfard og Lavie (2005) og betrakter konkrete og lekmateriell som godkjente visuelle mediatorer som en del av den matematiske diskursen blant yngre barn. Jeg tar i betraktning, i henhold til Sfard (2008), at den samme visuelle mediators kan beskrives og oppfattes forskjellig av de ulike deltakerne i diskursen. I denne studien benevner jeg de synlige objektene, fysiske artefakter, som er en del av den matematiske diskursen, som konkrete og/eller visuelle mediatorer.

3.3 Effektiv kommunikasjon i matematikk

Sfard og Kieran (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001) fremhever betydningen av kommunikasjon og matematiske samtaler for å lære matematikk. De påpeker imidlertid at å la elever delta i matematiske samtaler og diskutere matematiske ideer ikke vil garantere at meningsfull læring vil skje. De hevder at kommunikasjonen må være effektiv for at elevene skal lære matematikk. De har utviklet et metodologisk rammeverk for å analysere matematiske diskurser og vurdere om kommunikasjonen mellom samtalepartnerne er effektiv eller ikke. De definerer diskurs som enhver spesifikk forekomst av kommunikasjon. Kommunikasjonen som oppstår, kan være med en selv eller med andre, og den inkluderer ulike kommunikasjonshandlinger som verbalt språk og non-verbalt språk (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001).

Ifølge Sfard (2001) handler kommunikasjon om at en avsender prøver å få en mottaker til å handle eller føle på en måte som er i tråd med hans eller hennes intensjoner. Sfard og Kieran (2001) hevder at hvis mottakerens svar samsvarer med avsenderens forventninger, vil målet med kommunikasjonen bli oppfylt, og kommunikasjonen mellom samtalepartnerne kan sies å være effektiv. Ifølge Sfard og Kieran (2001) er kommunikasjonen effektiv hvis «it fulfills its communicative purpose, that is, the different utterances of the interlocutors evoke responses that are in tune with the speakers' meta-discursive expectations» (s. 49). *Meta-diskursive forventninger* (meta-discursive expectations) handler om at responsen må ha en forventet form, heller enn et gitt innhold. Effektiv kommunikasjon handler altså om at utsagnene til samtalepartnerne fremkaller responser som har en form som de forventer. Effektiv kommunikasjon handler derfor ikke

om å gi et spesifikt svar, men å gi en forventet form for respons. Sford og Kieran (2001) spesifiserer at talerens forventninger ikke bare kan ses på som individuelle forventninger, siden turtaking i samtaler er dialogiske både når det gjelder praksis og mottaker. Effektiv kommunikasjon handler om det indre samspillet mellom intensjoner og tolkninger av intensjoner mellom deltakerne i samtalen.

Sford (2001) operasjonaliserer betydningen av effektiv kommunikasjon, og sier at «the communication will not be regarded as effective unless, at any given moment, all participants seem to know what they are talking about and feel confident that all the parties involved refer to the same things when using the same words» (s. 34). For å kommunisere effektivt må altså deltakerne i samtalen ha en forståelse av hva de andre snakker om, og hva de refererer til når de kommuniserer seg imellom, og kommunikasjonen regnes som effektiv hvis deltakerne refererer til de samme tingene når de bruker de samme ordene. I en matematisk samtale hvor det er samsvar mellom det deltakerne sier, og det objektet de viser til i sine ytringer, er det en større sannsynlighet for at kommunikasjonen kan bli effektiv (Sford, 2001). I denne studien har jeg valgt å ta utgangspunkt i Sford og Kieran (2001) sin definisjon av effektiv kommunikasjon, og tilpasse den til kommunikasjon i barnehagen gjennom en multimodal forståelse av kommunikasjonen mellom deltakerne.

I forskning på kommunikasjon i barnehagen er det blitt brukt andre begreper for å beskrive det psykologiske forholdet mellom barnehagelærerne og barna i en samtale, for eksempel *intersubjektivitet* og *vedvarende felles tenking* (sustained shared thinking). Intersubjektivitet handler om å koordinere perspektiver mellom barnehagelæreren og barnet, og betraktes som nødvendig i både lek og undervisning (Björklund et al., 2018). Barnehagelæreren og barnet må etablere et felles midlertidig syn. De må etablere en form for felles forståelse av hva de snakker om, og forstå at det kan være forskjellige måter å se ting på. Dersom en slik intersubjektivitet ikke etableres, vil deltakerne snakke forbi hverandre, og det den ene gjør, gir kanskje ikke så mye mening for den andre. Ifølge Lagerlöf, Wallerstedt, og Pramling (2014) vil deltakerne vanligvis gjøre et forsøk på å etablere intersubjektivitet gjennom å engasjere seg i en form for meta-snakke, det vil si å forklare og tydeliggjøre hva man mener og synliggjøre hvilket perspektiv man tar på det som det samtales om.

I utviklingspedagogisk teori (Pramling, Doverborg, & Samuelsson, 2017b; Pramling & Samuelsson, 2011) kan undervisning i barnehagen ses på som å støtte barns bevissthet og forståelse for omverden, noe som inkluderer både det å bli kjent med nye begrep og å oppleve og utforske kjente fenomener på nye måter. Å støtte barns bevissthet og forståelse kan oppnås ved at man etablerer vedvarende felles tenking (sustained shared thinking). Ifølge Siraj-Blatchford (2010) er en slik pedagogisk interaksjon preget av «two or more individuals who «work together» in an intellectual way to solve a problem, clarify a concept, evaluate activities, or extend a narrative» (s. 157). Om det etableres vedvarende felles tenking mellom barnehagelæreren og barnet i en aktivitet, vil det kunne bidra til at barnet utvikler og utvider sin forståelse for det det samtales om.

Björklund mfl. (2018) bygger på begge disse begrepene i sin studie hvor de undersøker hvilke handlinger fra barnehagelærerne som kan påvirke barnehagebarns muligheter for læring i en lekbasert praksis. I studien retter de en spesiell oppmerksomhet mot leksituasjoner hvor barna matematiserer og hvor barnehagelærerne støtter barnas bevissthet og forståelse, i samsvar med utviklingspedagogiske prinsipper. For å undersøke ulike måter barnehagelærerne deltar og underviser i leken, fokuserer de på hvordan barnehagelærerne etablerer tilstrekkelig intersubjektivitet i samtalen.

3.3.1 Utvikling av teoretiske og metodologiske rammeverk

Sfard (2001) sin operasjonalisering av effektiv kommunikasjon legger Sfard og Kieran (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001) til grunn når de analyserer matematiske diskurser mellom elever. De har utviklet to typer analyser for å finne ut om kommunikasjonen mellom elevene er effektiv; *fokal analyse* (focal analysis) og *forventningsanalyse* (preoccupational analysis). Fokal analyse handler om å identifisere hva studentene retter oppmerksomheten sin mot, og om de bruker begreper på en tilnærmet lik måte. Fokal analyse skiller mellom to ulike fokus deltakerne har når de kommuniserer; *uttalt fokus* (pronounced focus) og *oppmerksomhetsfokus* (attended focus). Uttalt fokus er det som deltakeren uttrykker verbalt. Oppmerksomhetsfokus er det deltakeren retter oppmerksomheten mot, det vil si assosiasjonene som deltakeren knytter til det uttalte fokus. Selv om samtalepartenes uttalte fokus stemmer overens, kan det være

avvik i deltakernes oppmerksomhetsfokus. Fokal analyse kan benyttes for å identifisere forskjeller og disharmonier i studentenes oppmerksomhetsfokus (Sfard & Kieran, 2001).

Forventningsanalyse handler om å undersøke hvordan studentene kommuniserer med hverandre. Hensikten er å identifisere de meta-diskursive forventningene til samtalepartnerne i diskursen. I analysen av kommunikasjonen vurderes om uttalelsene til samtalepartnerne fremkaller den responsen fra mottakeren som stemmer overens med talerens forventninger. Analysen beskriver også hvordan studentene beveger seg mellom ulike kanaler i kommunikasjonene, om de kommuniserer med seg selv, eller om de kommuniserer med andre (Sfard & Kieran, 2001).

Sfard og Kieran (2001) viser hvordan dette metodologiske rammeverket, bestående av fokal analyse og forventningsanalyse, kan brukes til å undersøke om kommunikasjonen mellom deltakerne i en samtale er effektiv. Funnene viser at studentenes kommunikasjon ikke alltid var effektiv, og dermed ikke støttet læring. De hevder at ved å bruke dette analyseverktøyet er de i stand til å analysere sammenhengen mellom studentenes meta-diskursive forventninger og effektiv kommunikasjon, og at dette analyseverktøyet kan tas i bruk for å karakterisere studentenes matematiske diskurser og læring i matematikk (Sfard & Kieran, 2001).

Ryve (2004) bruker Sfard og Kieran (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001) sitt metodologiske rammeverk for å analysere matematiske diskurser til ingeniørstudenter. Han undersøker om studentene kommuniserer på en effektiv måte, og om kommunikasjonen inneholder de elementene som er typiske for en matematisk diskurs. I studien beskriver han en diskurs i likhet med Sfard og Kieran (2001), hvor en diskurs refererer til ethvert tilfelle av kommunikasjon, enten med andre eller med seg selv, og enten det skjer verbalt eller ved hjelp av et annet symbolsk system. Gjennom sine analyser illustrerer Ryve (2004) at de to analyseverktøyene har visse begrensninger ved at de ikke gir forskeren muligheter til å gjennomføre en eksplisitt analyse av kommunikasjonen, og dermed heller ikke å presentere overbevisende tolkninger av den matematiske diskursen som helhet.

3.3.2 Kontekstualisering

Ryve (2006) videreutvikler Sfard og Kieran sitt metodologiske rammeverk (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001) med det mål å gjøre analysene av kommunikasjonen mellom elevene mer eksplisitt. Han introduserte det analytiske konstruktet kontekstualisering (Halldén, 1988) for å beskrive betydningen av studentenes meta-diskursive forventninger og analysere studentenes intensjoner i diskursen. Målet med studien er å undersøke om studentenes diskurser og kommunikasjon kan karakteriseres ytterligere ved hjelp av to komplementære analyser, det analytiske konstruktet kontekstualisering (f.eks. Halldén, 1988) og Sfard og Kieran (2001) sitt metodologiske rammeverk. I studien holder han seg tett opp til Sfard og Kieran sine definisjoner av sentrale begrep. Han definerer læring som å bli en deltaker i en spesifikk aktivitet (Sfard & Kieran, 2001). Kommunikasjon defineres «as the use and production of means intended to make an interlocutor act or feel in a certain way» (Sfard & Kieran, 2001, s. 47), og diskurs defineres som en konkret og lokalisert samhandling som kobles sammen ved hjelp av kommunikasjon og handling (Ryve, 2006).

Kontekstualisering av en oppgave handler om hvordan den enkelte tolker oppgaven, og en kontekstualisert oppgave kalles et problem (Halldén, 1988). Ryve (2006) bruker Halldén (1999) sin beskrivelse av kontekstualisering. Halldén (1999) hevder at den enkeltes kontekstualisering av oppgaven henger sammen med hvordan den betrakter og tolker de kognitive, situasjonelle og kulturelle kontekstene som er en del av den aktuelle situasjonen. Den kognitive konteksten handler om den enkeltes personlige konstruksjoner av faglige begreper og dens faglige forståelse. Den situasjonelle konteksten handler om hvilke tolkninger den enkelte gjør seg i samspillet med omgivelsene, og det inkluderer både tolkninger av figurativt materiale, mulige handlinger og direkte observerbare opplevelser. Den kulturelle konteksten handler om den enkeltes tolkninger med hensyn til normene i den diskursive praksisen (Halldén, 1999). Ryve (2006) understreker at disse tre aspektene ved kontekstualiseringen er innbyrdes relatert til hverandre, og at han i studien skiller mellom dem for analytiske formål.

Jeg bruker Nilsson og Ryve (2010) sin beskrivelse av kontekstualisering. Deltakerens kontekstualisering av et problem er relatert til hvordan de tolker de forskjellige kontekstuelle elementene. Konteksten handler om deltakernes bruk av faglige begreper,

deres faglige forståelse og hvilke tolkninger de gjør i samspillet med omgivelsene, som inkluderer tolkninger av konkretene, mulige handlinger og direkte observerbare opplevelser. Et matematisk fokus kan håndteres på forskjellige måter, og hvordan deltakerne håndterer problemet avhenger av hvordan de kontekstualiserer problemet (Nilsson & Ryve, 2010).

Ryve (2006) tar i bruk intensjonsanalyse (f.eks. Scheja, 2002) for å analysere elevenes intensjoner i det de går i gang med en oppgave. En slik tilnærming bygger på en antagelse om at studentens intensjoner og adferd når de utfører en handling, er noe bevisst. For å forstå elevens atferd og intensjoner undersøker Ryve elevenes ytringer og reaksjoner når de går i gang med oppgaven, og bruker sin tolkning av elevenes umiddelbare kontekstualisering som en støtte når han analyserer deres intensjoner. Ryve (2006) viser i sin studie at kontekstualiseringen som elevene gjør når de går i gang med en oppgave, legger grunnlaget for hvilke resonnementer de utvikler i løpet av aktiviteten, og hvordan den matematiske diskursen endrer seg. Studien viser at elever kan tolke den samme oppgaven forskjellig og dermed arbeide videre med ulike problemer i den samme matematiske diskursen. Studien viser også at hvordan elevene kontekstualiserer oppgaven fra starten av, har betydning for hvordan de behandler problemet videre, og for om den matematiske diskursen opprettholdes (Ryve, 2006).

3.3.3 Fokalt prosjekt

Ryve (2006) sin studie begrenser seg til likheter og ulikheter i elevenes intensjoner i det de kontekstualiserer og går i gang med oppgaven. Nilsson og Ryve (2010) bygger videre på denne analytiske tilnærmingen når de undersøker hvordan elevenes (12 - 13 år) kontekstualisering påvirker kommunikasjonen gjennom den matematiske diskursen, og om kommunikasjonen er effektiv. Nilsson og Ryve (2010) definerer kontekstualisering på samme måte som Ryve (2006), og fokuserer på de problemene som hver enkelt elev kontekstualiserer og ser som sin plikt å løse i læringsaktiviteten. Det problemet som eleven kontekstualiserer i aktiviteten, kaller Nilsson og Ryve (2010) for elevens *fokale*

prosjekt (focal project/focal event¹). Elevens fokale prosjekt er det problemet som eleven engasjerer seg i og tolker som sin plikt til å løse, og det problemet som fremstår som fremtredende hos eleven der og da. For å undersøke og forstå elevens kontekstualisering som prosess, utforsker Nilsson og Ryve (2010) hvordan elevenes tolkninger av de kognitive, situasjonelle og kulturelle kontekstene endrer seg i løpet av aktiviteten, og hvordan denne endringen påvirker i hvilken grad kommunikasjonen kan sies å være effektiv. De tar utgangspunkt i Sfard og Kieran (2001) sin beskrivelse av effektiv kommunikasjon som en interaksjon mellom deltakere, hvor ulike uttalelser fremkaller responser som er i tråd med de meta-diskursive forventningene. Nilsson og Ryve (2010) påpeker at når elevene arbeider med undersøkende aktiviteter, vil elevenes kontekstualisering av oppgaven hele tiden variere og utvikle seg. De analyserer derfor hvordan hver enkelt elev kontekstualiserer sitt individuelle fokale prosjekt gjennom hele aktiviteten, og på den måten analyserer de elevenes meta-diskursive forventninger (Sfard & Kieran, 2001) i kommunikasjonen for å kunne undersøke om elevenes kommunikasjon er effektiv.

Nilsson og Ryve (2010) utforsker i detalj elevenes kontekstualisering som en prosess, og viser hvordan elevene utvikler fokale prosjekter, og hvordan deres opprinnelige fokale prosjekt endres og blir kontekstualisert til nye problemer. Studien fokuserer på hvordan elevene kontekstualiserer fokale prosjekt og hvordan de produserer nye fokale prosjekt, og de viser hvordan slike skift i elevenes fokus spiller en viktig rolle med hensyn til om kommunikasjonen kan sies å være effektiv eller ikke. Studien viser at analyser av elevenes kontekstualisering av fokale prosjekt er nyttig for å kunne undersøke elevens meta-diskursive forventninger – og dermed om de kommuniserer effektivt (Nilsson & Ryve, 2010).

Nilsson og Ryve (2010) sin beskrivelse av fokalt prosjekt skiller seg på en viktig måte fra det Sfard (2001) og Sfard og Kieran (2001) definerer som fokal analyse. Både fokalt prosjekt og fokal analyse handler om hva som er i elevens fokus mens de arbeider med aktiviteten. Men Nilsson og Ryve (2010) påpeker at det er vanskelig å se hvordan fokal

¹ Nilsson og Ryve (2010) bruker begrepet focal event, mens Ryve et.al. (2013) bruker begrepet focal project. Jeg har valgt å bruke fokalt prosjekt (focal project) i denne avhandlingen.

analyse tilbyr forskeren et verktøy for å forklare på en eksplisitt måte hvordan studentene utvikler personlige problemer i løpet av en læringsaktivitet, og hvordan problemene studentene utvikler, påvirker kommunikasjonen mellom elevene mens de arbeider med en gruppeoppgave. Nilsson og Ryve (2010) hevder at i rike og utforskende læringsaktiviteter utvikler elevene kontinuerlig fokale prosjekt og kontekstualiserer disse hendelsene fortløpende. En sekvens av kontekstualisering resulterer i nye spørsmål og problemer som elevene opplever som sin plikt til å løse. Adjektivet fokalt i fokalt prosjekt er dermed det problemet som eleven er oppmerksom på og fokuserer på i sin kommunikasjon med andre i en viss fase av aktiviteten (Nilsson & Ryve, 2010).

3.3.4 Analyser av hvorfor og hvordan effektiv kommunikasjon etableres

Ryve mfl. (2013) tar utgangspunkt i det analytiske rammeverket som Nilsson og Ryve (2010) utviklet og bygger videre på det i sine analyser av elevers² kommunikasjon. Mens Nilsson og Ryve (2010) undersøker om kommunikasjonen mellom elevene er effektiv, undersøker Ryve mfl. (2013) i tillegg *hvorfor og hvordan* elevene etablerer et felles fokus og en effektiv kommunikasjon. I studien fokuserer de spesielt på hvilken rolle visuelle mediatorer og tekniske termer har i etableringen av effektiv kommunikasjon.

I likhet med Nilsson og Ryve (2010), definerer Ryve mfl. (2013) effektiv kommunikasjon som kommunikasjon mellom samtalepartnere hvor de ulike uttalelsene fremkaller responser som er i tråd med deres meta-diskursive forventninger (Sfard & Kieran, 2001). De bruker også de samme definisjonene av fokalt prosjekt og kontekstualisering (Nilsson & Ryve, 2010).

For å kunne undersøke og beskrive *hvorfor og hvordan* elevene etablerer et felles fokus og en effektiv kommunikasjon, fokuserer Ryve mfl. (2013) på hvordan elevene bruker de visuelle mediatorene og tekniske begreper i sin kommunikasjon. De analyserer kommunikasjonen mellom elevene mens de arbeider med en matematikkaktivitet.

² Elevene i studien består av to grupper, 12-13 åringer som spiller et terningspill, og universitetsstudenter som jobber med bevis for induksjon.

Ryve mfl. (2013) bruker Sfard (2008) sin beskrivelse av visuelle mediatorer. Sfard (2008) betegner realiseringen av objekter (f.eks. tegninger og konkreter) som visuelle mediatorer. Hun bemerker at i samtalediskurser av matematikk er det ofte tegninger og konkreter, som allerede eksisterer i diskursen, som formidler matematikken, mens i litterære diskurser av matematikk er visuelle mediatorer symbolske tegn, slik som algebraiske uttrykk, tabeller og grafer. Ryve mfl. (2013) analyserer og reflekterer over hvordan de visuelle mediatoene som eksisterer i diskursen, påvirker studentenes kommunikasjon. De analyserer hvilken rolle de visuelle mediatorer har i utviklingen av elevens fokale prosjekt, og hvordan eleven bruker de visuelle mediatoene når de løser matematiske problemer. De påpeker, i likhet med Sfard (2008), at den samme visuelle mediator som er en del av diskursen, kan oppfattes og beskrives forskjellig av de ulike deltakerne i samtalen. Ryve mfl. (2013) definerer tekniske begrep som spesifikke begreper som hører til i en spesifikk diskurs, slik som matematiske begreper i matematiske diskurser. Ryve mfl. (2013) viser i sine analyser hvordan elevene kontekstualiserer de visuelle mediatoene til problemet og sitt individuelle fokale prosjekt, og at de visuelle mediatoene er viktige for å etablere et felles fokalt prosjekt. Studien viser også hvordan studentene kontekstualiserer og bruker de visuelle mediatoene i sammenheng med fagbegrepene. Studien viser at fagbegrep, i kombinasjon med visuelle mediatorer, er viktige for å etablere effektiv kommunikasjon (Ryve et al., 2013).

I delstudie 2 undersøker vi³ effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter. Vi følger Sfard (2001) og Sfard og Kieran (2001) sine beskrivelser av effektiv kommunikasjon, og anser kommunikasjon som effektiv om utsagnene til samtalepartnerne fremkaller den responsen som de forventer. Vi betrakter kommunikasjonen som effektiv hvis deltakerne snakker om det samme problemet, oppfatter hva de andre snakker om, og referer til det samme objektet.

Studien tar utgangspunkt i Nilsson og Ryve (2010), og tar deltakernes kontekstualisering i betraktning for å kunne beskrive deltakernes meta-diskursive forventninger i kommunikasjonen, og for å kunne gjøre rede for om kommunikasjonen kan anses som

³ Delstudie 2 er et samarbeid med min hovedveileder Kjersti Wæge

effektiv eller ikke. Vi utforsker deltakernes individuelle fokale prosjekter, og undersøker hvordan deltakerne kontekstualiserer sitt fokale prosjekt. Vi følger Ryve mfl. (2013) og betrakter deltakernes individuelle fokale prosjekt som det problemet hver enkelt engasjerer seg i og tolker som sin plikt til å løse. Deltakerens kontekstualisering av sitt individuelle fokale prosjekt er relatert til hvordan de tolker de forskjellige kontekstuelle elementene (Halldèn, 1999; Nilsson og Ryve, 2010).

Videre bruker vi en multimodal tilnærming og tar i betraktning hvordan deltakernes manipulering av de visuelle mediatorene (Sfard, 2008), deltakernes bruk av gester (Radford, 2003; Sfard, 2009) og deltakernes bruk av matematiske begrep (Lithner, 2008) støtter effektiv kommunikasjon.

3.4 Matematiske argumenter og argumentasjon

Interessen for matematiske argumenter og argumentasjon er sentral i mange studier (Krummheuer, 2007; Mueller, 2009; Nordin & Boistrup, 2018), og argumentasjon har blitt anerkjent som en av de mest relevante læringsstrategiene i diskursive interaksjoner i klasserommet (f.eks. Mercer & Sams, 2006; Yackel & Cobb, 1996).

Toulmin (2003) skiller mellom *analytisk* (analytical) argumentasjon og *substansiell* (substantial) argumentasjon. Analytisk argumentasjon er den argumentasjonen som brukes i matematiske bevis, og viser til logisk gyldige trekk. Substansiell argumentasjon er den uformelle argumentasjonen som oppstår i hverdagen. Den substansielle argumentasjonen har ikke nødvendigvis en streng logisk struktur. I substansiell argumentasjon blir argumentet gradvis støttet etter hvert som relasjoner, forklaringer og bakgrunnen for argumentet blir presentert. Toulmin (2003) påpeker at substansiell argumentasjon ikke skal betraktes som mindre viktig eller svakere enn analytisk argumentasjon.

3.4.1 Matematiske argumenter i argumentasjon

Mange forskere skiller mellom argumentasjon og argumenter når de beskriver og undersøker matematisk argumentasjon. Stylianides (2007) beskriver et matematisk

argument som «a connected sequence of assertions intended to verify or refute a mathematical claim». Ifølge Stylianides (2007) består et argument av en sekvens med sammenhengende påstander som har til hensikt å bevise en matematisk påstand. Stylianides (2007) sin beskrivelse av et argument som en sekvens av påstander er lik Toulmin, Rieke og Janik (1979) sin definisjon av et argument. De beskriver et argument som en sekvens av sammenkoblede påstander og forklaringer som henger sammen som et «train of reasons». De beskriver resonnering som den sentrale aktiviteten for å presentere begrunnelser for å støtte en påstand (Toulmin et al., 1979). Ifølge Krummheuer (1995) er argumenter og resonnering en del av argumentasjon som prosess. Han betrakter argumentasjon som den praktiske virksomheten med å produsere et argument, og et argument er produktet av argumentasjonen. Han hevder at formålet med et argument er å overbevise andre om at ens påstand eller uttalelse er sann, og at argumentasjon handler om å gjøre en påstand gyldig for andre. Et argument er derfor «the final sequence of statements accepted by all participants» (Krummheuer, 1995, s. 247).

I faglitteraturen (f.eks. Nordin & Boistrup, 2018) er det ikke alltid tydelig forklart hva som gjør et argument matematisk. Mueller, Yankelewitz og Maher (2012) definerer et matematisk argument som et argument med en intensjon om å overbevise noen om sannheten i matematiske ideer. Lithner (2008) fremhever at innholdet i argumentet må beskrives for at vi kan avgjøre om et argument er matematisk eller ikke. Det er viktig å avgjøre hva argumentene handler om. Ifølge Lithner (2008) kan et argument ses på som matematisk hvis det er *forankret* (anchored) matematisk. *Forankring* handler om at innholdet i argumentet skal knyttes til de relevante matematiske egenskapene for de komponentene som inngår i samtalen. Komponentene som Lithner viser til, er objekter, transformasjoner og begreper. *Objekter* er de grunnleggende enhetene, «the thing that one is doing something with» (Lithner, 2008 s. 261), og en *transformasjon* er prosessen som gjøres med objektet, mens *begreper* er sentrale matematiske ideer bygd på objektene, transformasjonene og deres egenskaper (Lithner, 2008).

Toulmin (2003) beskriver et argument som uttalelser som har en spesifikk struktur. Han har utviklet en modell som viser hvordan argumentene er strukturert, og hvordan argumentasjonen er som prosess. Ved å belyse strukturen i argumentasjonen illustrer han hvordan det gjennom argumentasjonen etableres en enighet ved at det produseres ulike

argumenter. I Toulmin sin modell består kjernen i et argument av tre elementer: *påstand* (claim) (C), *data* (D), og *forklaring* (warrant) (W). Påstand (C) er den første uttalelsen som er et utsagn eller en konklusjon om noe, for eksempel «fisker kan puste under vann». Hvis denne påstanden blir utfordret, må den som uttalte påstanden, etablere data (D) for sin påstand, for eksempel «fisker har gjeller». Data for påstanden er fakta eller uttalelser som støtter eller kan legges til grunn for påstanden. Forklaring (W) er en begrunnelse for dataene som underbygger påstanden, og som viser sammenhengen mellom data (D) og påstand (C), for eksempel «fordi gjeller er det fisker puster med». Forklaring (W) holder argumentet sammen ved å legitimere slutningen som påstanden kan støttes på. I tillegg inneholder Toulmins modell tre andre elementer som er en del av strukturen i argumentasjon; *støtte* (backing) (B), *kvalifisering* (qualifier) (Q) og *tilbakevisning* (rebuttal) (R). Støtte (B) er en uttalelse som støtter forklaringen (W), og er spesifikke data som underbygger og fungerer som bevis for forklaringen (W). Hensikten med støtte er å forklare «why in general this warrant should be accepted as having authority» (Toulmin, 2003, s. 95). Hensikten er altså å redegjøre for hvorfor forklaringen skal godtas som bevis for påstanden. Med tanke på påstanden over så kan støtten være «jeg kjenner en ekspert på fisk, og han sier at gjeller er fiskens pusteorgan». Støtte (B) kobler sammen kjernen i argumentet (C-D-W) til å bli en rekke av kollektivt aksepterte påstander. Kvalifisering (Q) er uttalelser som sier noe om i hvilken grad data (D) bekrefter påstanden (C). I disse uttalelsene brukes ofte ord som sannsynligvis og antagelig. Tilbakevisning (R) er uttalelser som viser til unntak eller betingelser for om påstanden (C) er sann, og brukes ofte etter kvalifisering (Q). En tilbakevisning av påstanden over kan for eksempel være «fisker puster med gjeller hvis det ikke er en lungefisk».

3.4.2 Matematisk argumentasjon

For å identifisere argumenter og for å analysere strukturelle og funksjonelle aspekter ved matematisk argumentasjon, har mange studier tatt utgangspunkt i Toulmins (2003) modell for argumentasjon (f.eks. Conner, Singletary, Smith, Wagner, & Francisco, 2014; Krummheuer, 2007; Nordin & Boistrup, 2018). Toulmins modell bidrar til å kartlegge strukturen til argumentasjonen. Den tilbyr både et språk for å beskrive argumentasjon og et hjelpemiddel til å strukturere komponentene i en argumentasjon. Krummheuer (1995)

bygger på Toulmins modell for argumentasjon i en undersøkelse av kollektiv matematisk argumentasjon i klasseromssituasjoner. For å fremheve strukturen i argumentasjonen som oppstod mellom elevene, introduserte Krummheuer (1995) en redusert versjon av Toulmins modell (se Fig. 1).

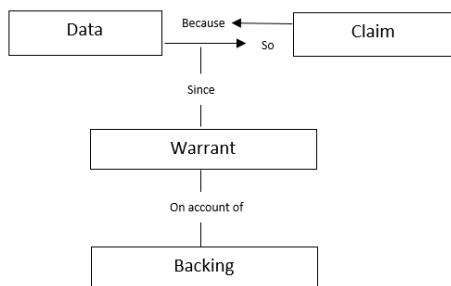


Fig. 1. Modell for argumentasjon (Toulmin, 2003; se også Krummheuer, 1995)

Studier som undersøker elevenes matematiske argumentasjon i skolen, og som bruker Toulmins eller Krummheuers (1995) modell, har i sine analyser ofte fokusert på å redegjøre for de elementene som modellen består av, og gitt eksempler på hva som kan anses som vesentlig i argumentasjonen (f.eks. Kosko, 2016; Mueller et al., 2012). De bruker modellen til å beskrive strukturen til argumentene. Disse studiene har fått kritikk for at forskerne ikke redegjør for hvilke valg de tar når de identifiserer argumentene som de bruker i analysen. Knipping og Reid (2015) påpeker at for å kunne analysere strukturen i argumentasjonen er det verdifullt å begynne analysene med å identifisere hvilke påstander deltakerne prøver å rettferdiggjøre. Nordin og Boistrup (2018) utvikler et analytisk rammeverk for å identifisere og rekonstruere matematisk argumentasjon. De tar utgangspunkt i Toulmins modell og bruker en multimodal tilnærming for å analysere uformelle og formelle matematiske argumenter. De argumenterer for at en multimodal tilnærming er essensiell for å kunne identifisere matematiske argumenter som ikke vises tydelig i daglige klasseroms-diskusjoner. De viser hvordan en multimodal tilnærming gjør det mulig å identifisere matematiske argumenter som oppstår i interaksjonen som meningsskapende prosesser. Nordin og Boistrup (2018) analyserer matematiske

diskusjoner som oppstår når elevene (8–10 år) legger fram sine løsninger på oppgaver de har jobbet med. Nordin og Boistrup (2018) er inspirert av Lithner (2008) når de i sin undersøkelse skiller mellom matematiske argumenter og generelle argumenter. De viser hvordan argumenter kan være matematiske til tross for at de blir kommunisert uformelt (Nordin & Boistrup, 2018). I analysene identifiserer de først hva som er utgangspunktet for diskusjonene mellom elevene. Det vil si at de først identifiserer hvilken påstand elevene har som hensikt å forklare. Deretter undersøker de hvilke data som ligger til grunn for påstanden. I den påfølgende analyseprosessen identifiserer de warrant og en eventuell backing av påstanden. I studien redegjør de for og viser hvordan elevene både bruker et verbalt og et non-verbalt språk, tegninger og symboler som støtte når de uttrykker sine argumenter. Ifølge Nordin og Boistrup vil måten elevene tar i bruk en multimodal kommunikasjon på, ha betydning for hvordan de formidler den matematiske betydningen i argumentet (Nordin & Boistrup, 2018).

3.4.3 Matematisk argumentasjon i barnehagen

Ifølge Perry og Dockett (1998) vil argumentasjon som oppstår i barns lek, vanligvis være relatert til noe som er viktig for dem. Barn har et stort ønske om å opprettholde interaksjoner som er av betydning for dem, og barnas egeninteresse og engasjement i lek gjør at de har stor vilje til å opprettholde det sosiale samspillet som oppstår i leken. I lek med andre blir barna utfordret til å begrunne sine valg og forklare hva de tenker, og hvordan de mener ting skal være. Perry og Dockett (1998) hevder at leken derfor er en ideell kontekst for at barn kan teste ut sin kompetanse i å argumentere for sine meninger og forståelser. Ved å være involvert i argumentasjonsprosessen etablerer barn en forståelse for hva som er fornuftig å si og gjøre rede for i den sosiale konteksten de er en del av. Perry og Dockett (1998) hevder videre at barna vurderer rasjonaliteten i sine argumenter, og at de i leken etablerer noen sosiale normer som styrer argumentasjonene som oppstår. Når barn engasjerer seg i argumentasjon, vil de sannsynligvis utvikle en forståelse om argumentasjon som diskurs så vel som en forståelse av det spesifikke fokuset i argumentasjonen (Perry & Dockett, 1998).

Å forstå hvordan yngre barn kommuniserer sine matematiske ideer, er viktig for å forsøke å forstå barns resonnering i matematikk, og argumentasjon er anerkjent som en viktig del av barns matematiske resonnering (Mercer & Sams, 2006). Barn gir begrunnelser og forklarer sine matematiske ideer i kommunikasjon med andre, og i løpet av kommunikasjonen må de vurdere kommunikasjonspartnerens ideer og argumenter (Perry & Dockett, 2007). Med bakgrunn i en slik oppfatning er det økt fokus på forskning relatert til barnehagebarns matematiske resonnering (f.eks. Sumpter, 2013; Säfström, 2013), og oppfatningen understrekes videre av studier som fokuserer på problemløsning, barns begrunnelser og argumentasjon (Sumpter, 2016; Tsamir et al., 2009).

Pontecervo og Sterponi (2002) undersøker hvilke resonnementer barn (3–5 år) tar i bruk når de er en del av ulike samtalediskurser. Studien viser at barns resonnering som oppstod i barnehagen, utfoldet seg «through complex argumentative patterns» (s. 133). Barna brukte ulike logiske påstander i sin resonnering, og de tok i bruk diskursive strategier og retoriske grep for å oppnå enighet i samtalene. I studien la forskerne vekt på at barnehagelærerne skulle ta hensyn til de forskjellige måtene barn resonnerer på. Resultatene viser at dersom de voksne oppfatter hvordan barna resonnerer, kan de bidra til at barna får en mulighet til å berike og videreutvikle de argumenterende ressursene de allerede er i besittelse av. Studien deres viser også at barn har ulike forutsetninger for å begrunne sin argumentasjon (Pontecervo & Sterponi, 2002).

Tsamir mfl. (2009) undersøkte hvilke typer begrunnelser barn (5–6 år) la til grunn for sine løsninger når de jobbet med tall- og geometrioppgaver. De undersøkte innholdet i barnas matematiske forklaringer. Studien viser at noen barn var i stand til å rettferdiggjøre sin påstand ved å bruke passende matematiske ideer i sine forklaringer. Andre barn, derimot, ga kun uttrykk for at de løste oppgaven, uten å kunne forklare hvordan de løste den. Når forskeren spurte barna om de kunne rettferdiggjøre sin løsning, svarte de for eksempel «fordi jeg bare ser det». Barna følte enten ikke et behov for å rettferdiggjøre svaret, eller så var de ikke i stand til å vite hvordan de skulle gjøre det. Studien indikerer at om barna blir oppfordret til å begrunne det de «bare ser», kan de bli oppmuntret til å vurdere handlingen sin, noe som igjen kan forbedre begrunnelsen barna gir videre (Tsamir et al., 2009).

Barns måter å uttrykke sin argumentasjon og resonnering på ved hjelp av ulike modaliteter i sine kommunikasjonsuttrykk, blir sett på som verdifulle bidrag i barns argumentasjon og resonnering. Sumpter og Hedefalk (2015) undersøker *hvordan* barnehagebarn (1–5 år) resonnerer sammen med andre i frilek utendørs. Studien viser hvordan barna både støtter og bestrider sin resonnering ved å bruke et muntlig språk, og hvordan barna tar i bruk de konkrete de leker med, for å styrke sine forklaringer. Studien fremhever barnas evne til å bruke ulike verktøy, ikke bare for å støtte et argument, men også til å utforske og styrke argumentasjonen i leken. Studien illustrer hvordan sammenhengen mellom verbalt språk og de konkrete gjenstandene i kommunikasjonen kan ses på som multimodale bidrag i barns matematiske resonnering (Sumpter & Hedefalk, 2015).

Sumpter (2016) undersøker barns (3 og 5 år) individuelle og kollektive matematiske resonnering ved å ta i bruk to ulike rammeverk. Det første rammeverket, som bygger på Lithner (2008) sin tenkning om matematisk forankring i argumenter og forklaringer, brukes for å analysere individuell resonnering. Det andre rammeverket bygger på modellen til Toulmin (2003), og brukes for identifisere strategivalg og strukturelle aspekter i barnas kollektive resonnering. Sumpter beskriver hvordan en analyse av barnas resonnement som en kollektiv prosess fremhever innholdet og retningen i barnas argumenter, og at barna tok i bruk ulike matematiske kompetanser for å utfordre og rettferdiggjøre argumenter i samtalen. Funnene fra analysen av den individuelle resonneringen synliggjør hvilke matematiske valg barnet tar for å løse det aktuelle problemet, og at resonneringer er begrenset til barnet matematiske kunnskap der og da. Sumpter viser at de to forskjellige rammeverkene fremhever ulike aspekter ved barns resonnering. Hun sier at å bruke det ene rammeverket i en analyse ikke utelukker å bruke det andre, fordi rammeverkene sitt fokus er ulikt. Sumpter hevder at selv om forskningen på barnehagebarns matematiske resonnement vokser, har få studier brukt eller forankret analysen i teorier og rammeverk om matematisk resonnement. Hun mener at det er behov for mer forskning for å utforske barns resonnement knyttet til hvordan barn bruker, retter og baserer argumentene sine (Sumpter, 2016).

Breive (2017) undersøker hva som karakteriserer barnehagebarns argumentasjon i en voksenstyrt aktivitet hvor en gruppe på seks barn (5 år) jobbet med symmetrioppgaver. Breive sin studie gir innsikt i *hvordan* barnehagebarn argumenterer. Hun bruker Toulmin

(2003) sin modell for argumentasjon for å belyse de strukturelle aspektene ved den pågående argumentasjonen. Breive (2017) sine analyser av barnas argumentasjon tar hensyn til barns bruk av semiotiske midler, slik som gester, kroppsspråk, peking og verbale ytringer. Studien viser at barnehagebarn er i stand til å argumentere for en påstand på en kompleks måte, og studien illustrer barns omfattende bruk av semiotiske midler i argumentasjonen. Ifølge Breive (2017) tar barna, i hvert element i den argumenterende strukturen, i bruk gester og andre semiotiske midler for å formidle sine ideer. Med bakgrunn i disse funnene hevder Breive (2017) at det er umulig å forstå barns pågående argumentasjon uten å ta hensyn til barnas bruk av semiotiske midler.

I delstudie 3 undersøker jeg barns matematiske argumenter. Med utgangspunkt i et sosiokulturelt syn på kommunikasjon anser jeg argumentasjon som en del av kommunikasjonen i barnehagen. I likhet med Perry og Dockett (1998) mener jeg at argumentasjon oppstår i en sosial og situert praksis der voksne og barn utvikler forklaringer og gir begrunnelser for å få en felles forståelse om det som det samtales om, og studien fokuserer på den substansielle argumentasjonen som oppstår (Toulmin, 2003).

Studien utforsker strukturen og det matematiske innholdet i barns matematiske argumenter. Jeg tar utgangspunkt i Nordin og Boistrup (2018) sitt analytiske rammeverk for å identifisere og rekonstruere barnas matematiske argumenter, som inkluderer Toulmin (2003) sin modell for argumentasjon, forestillingen om matematisk forankring i argumenter (Lithner, 2008) og en multimodal tilnærming. Studien belyser hvordan dette rammeverket kan brukes til å identifisere og utforske barnehagebarns matematiske argumenter.

3.5 Barnehagelæreren som kommunikasjonspartner

Min studie har fokus på barns matematiske språk og kommunikasjon, men med et sosiokulturelt syn på kommunikasjon kan jeg ikke se bort ifra den voksne sin rolle som kommunikasjonspartner. Barnehagen skal bidra til å engasjere barn i matematisk tenkning ved å bygge på og utvide den matematikken som er til stede i hverdagen, i aktiviteter, i barns interesser og i barns spørsmål. Rammeplanen (Kunnskapsdepartementet, 2017) sier for eksempel at personalet skal legge til rette for matematiske erfaringer ved å berike barnas lek og hverdag med matematiske ideer og utdypende samtaler. Vygotsky (1978) understreker at læring og utvikling skjer i forholdet mellom mennesker, og dermed innenfor samtaler. Vygotsky (1978) påpeker at de vitenskapelige begrepene ikke læres direkte i kommunikasjon med andre. Den som skal lære noe, må bruke både tid og krefter på å forstå ett nytt begrep. Vygotsky introduserte begrepet den nærmeste utviklingszone, det vil si forskjellen mellom det barnet klarer alene, og det barnet kan klare sammen med en mer kompetent person. Barnehagelærerne vil ha en viktig rolle i å legge til rette for læring i barnets nærmeste utviklingszone. Gjennom samtale og samhandling kan den voksne være et *støttende stillas* for barnet i dets utvikling og arbeid med konkrete problemer (Vygotsky, 1978).

3.5.1 Den voksnes rolle i matematiske samtaler

Det kan være vanskelig som barnehagelærer å vite hvordan en kan delta i samtaler med barn, og Jacobs, Martin, Ambrose og Philipp (2014) identifiserte i sin studie tre vanlige negative feil som de voksne ofte gjør når de samtaler med barn om problemløsninger (Jacobs et al., 2014). Den første er at de voksne forstyrrer barnets strategier ved å snakke over et barn som snakker, eller hoppe inn når et barn tenker. Den andre er at de voksne manipulerer verktøyet barnet jobber med, for eksempel at de viser hvordan oppgaven kan løses. Den siste er at de voksne ofte har en tendens til å stille en serie med lukkede spørsmål (Jacobs et al., 2014). Jacobs, Lamb og Philipp (2010) fremhever den voksnes rolle i matematiske samtaler, og de hevder at målet for de voksne i matematiske samtaler med barn vil være å få fram, støtte og utvide barns matematiske tenkning. Doverborg og Samuelsson (2000) påpeker at de matematiske samtalene som barna inviteres inn i, bør ta

utgangspunkt i barns interesse, entusiasme og nysgjerrighet. De påpeker, i likhet med Jacobs mfl. (2010), verdien av at den voksne ser hvilke erfaringer barna er i besittelse av, og utfordrer barna til å beskrive sine matematiske forklaringer i samtalen som oppstår.

Ifølge van Oers (2010) er det først når barnehagelæreren gjenkjenner matematikken og bidrar matematisk og viser en vilje til å bringe matematikken frem, at barnet gis mulighet til å oppdage matematikken i samtaler. I slike situasjoner bør barnehagelæreren stille seg undrende, undersøkende og utforskende til den matematikken som barna uttrykker gjennom begreper, tegn og handlinger. Det engelske ordet *inquiry* brukes for å belyse slike måter å nærme seg matematikken på. Inquiry kan ses på både som en prosess som handler om interesse for å undre seg, stille spørsmål og å søke svar på stilte spørsmål, og som en væremåte med en generell tilnærming til utfordringer av matematisk karakter (Jaworski, 2005; Wells, 1999). Inquiryprosessen i samtaler handler om at barnehagelæreren tar barns vitebegjær og utforskertrang på alvor og legger til rette for motivasjon for videre undring, og bidrar til at barna søker etter mulige svar på stilte spørsmål. Hensikten med inquiry er ikke først og fremst å utvikle en viss type kunnskap hos barnet, men heller å fokusere på hvordan barnet er disponert for og utvikler evnen til å anvende kunnskap i fremtidige situasjoner.

Carlsen (2013) bruker begrepet orkestrering (Kennewell, 2001) for å beskrive barnehagelærerens rolle i inquiryprosessen. *Orkestrering* vil si at barnehagelæreren må håndtere og benytte ulike hjelpemidler for å aktivisere og lede barna videre inn i de matematiske prosessene. Carlsen (2013) undersøker hvordan en barnehagelærer orkestrerer en matematisk aktivitet mens hun forteller et eventyr. Han beskriver hvordan barnehagelæreren må ta avgjørelser underveis i samtalen med barna. Barnehagelæreren må for eksempel vurdere hvilke ledetråder og stikkord hun kan gi, hvilke visualiseringer som kan brukes, og hva slags spørsmål han eller hun kan stille for å hjelpe barna videre i prosessen. Med et sosiokulturelt syn på hvordan læring og utvikling naturlig oppstår gjennom samtaler, viser Carlsen (2013) i sin studie ulike måter barnehagelæreren kan bidra til å engasjere barn på i matematiske samtaler. Studien viser at når barnehagelærerens orkestrering av samtalen eller aktiviteten består av et kroppsspråk og en aktiv bruk av konkreter, blir barna engasjert i en mer lekende tilnærming til matematikken. Bruk av medierende redskaper, som konkreter (leker), ansiktsuttrykk,

gester og nonverbalt språk, bidro til at barnehagelæreren skapte samtale rettet mot matematikk, matematiske begreper og ideer. Kvaliteten på barnehagelærerenes orkestrering viste hvordan man lekent kan møte matematiske ideer i barnehagen. Ifølge Carlsen (2013) skyldes dette i stor grad barnehagelærernes matematiske og pedagogiske kompetanse og matematiske epistemologi. I studien vektlegger han betydningen av at barnehagelærere tilegner seg en matematisk epistemologi som karakteriseres av en tilnærming i form av inquiry og problemløsning.

Carlsen mfl. (2010) undersøkte hvilke spørsmål en barnehagelærer tok i bruk i sin orkestrering og interaksjon med barn (3 - 4 år) i en matematikkaktivitet. De fant at spørsmålene barnehagelæreren stilte, var med på å skape en tilnærming til matematikken som var preget av inquiry. Barnehagelæreren brukte i stor grad åpne spørsmål, og bidro til at barna begynte å undre seg, undersøke og diskutere løsninger på ulike matematiske problemer. Studien illustrerer hvordan barna ga passende responser til spørsmålene fra barnehagelæreren, og at barna brukte fysiske objekter og gester i sine språkhandlinger.

Gjems (2011) undersøker hvordan en barnehagelærer inviterer barna til å delta med sine forklaringer i hverdagssamtaler. Studien viser at barn i barnehagen i størst grad blir invitert inn i samtaler ved å svare på lukkede spørsmål, og hun hevder at barnehagelæreren virket fornøyd med et hvilket som helst svar barnet ga, og utfordret ikke barnet til å utdype svarene sine videre (Gjems, 2011).

Funnene i disse studiene (Carlsen, 2013; Carlsen et al., 2010; Gjems, 2011) kan indikere at hverdagssamtaler og matematiske samtaler kan utvikle seg på ulike måter i barnehagen, og at barnehagelæreren er av betydning for om barnet utdyper sine forklaringer eller ikke.

3.5.2 Den voksne som kommunikasjonspartner i lek

Lek er en arena hvor barnehagelæreren kan kommunisere med barna slik at de bygger sine matematiske kunnskaper, og gjennom et samspill med barnehagelærere åpner det seg en mulighet for barna til å lære (Björklund et al., 2018). van Oers (2002) mener at den voksnes deltakelse i lekbaserte aktiviteter kan bidra til at barna beveger seg i sin proksimale utviklingsone, og at en mer kompetent voksen vil kunne hjelpe barna i deres utvikling hvor barna meningsfullt tilpasser de matematiske begrepene som oppstår i

aktivitetene og samtalene. For å hjelpe barn til å bygge sin matematiske kompetanse i leken må barnehagelæreren observere og gå inn i leken på barns premisser (van Oers, 2002). Ifølge Björklund (2008) kan matematiske ideer bli mer omfattende og eksplisitt undersøkt av barna dersom de får hjelp og veiledning fra en voksen i leken. Men ifølge van Oers (1996) er dette avhengig av at barnehagelæreren stiller nøkkelspørsmål i de rette øyeblikkene. Hvis barnehagelæreren er i stand til å oppfatte barnas matematiske ideer og oppmuntre barna til å utvikle resonnementene sine, øker sannsynligheten for at barna gjør seg matematiske erfaringer. Ved å tilføre nye begreper og perspektiver i barns erfaringer kan barnehagelæreren utvide leken og hjelpe barna til å forstå verden rundt seg, og dermed matematisere leken. Nøkkelen til å oppnå dette er, ifølge van Oers (1996), at barnehagelæreren stiller spørsmål som oppfordrer barna til å forsøke å forstå problemer som dukker opp i leken, og hjelper barna til å matematisere innholdet i leken, og videre til å løse problemene ved hjelp av matematiske operasjoner eller representasjoner.

Björklund mfl. (2018) undersøker hvordan ulike handlinger fra barnehagelæreren påvirker barnehagebarnas læringsmuligheter i en lekbasert praksis. Ved en kvalitativ analyse av autentiske lekaktiviteter undersøker studien hvilke handlinger barnehagelærerne gjør når de underviser matematikk i lek, og hvilke implikasjoner de forskjellige handlingene har for barnas læringsmuligheter. Resultatene i studien illustrerer fire forskjellige handlinger som barnehagelærerne gjør i sin undervisning av matematikk i lek: Barnehagelærerne bekrefter barnets retning av interesse, gir barnet strategier, situerer kjente begreper og utfordrer barnet på begrepenes betydning. Studien viser at barnehagelærerne kan bidra til å utvide det matematiske innholdet i leken uten å ødelegge, forstyrre eller kontrollere leken, ved å bidra med disse fire handlingene. Men Björklund mfl. (2018) sier at uansett hvilken strategi barnehagelærerne velger, er lydhørhet overfor barnas ideer sannsynligvis det viktigste elementet i leken. De fremhever at barnehagelærerne bør oppmuntre barna til matematisk refleksjon og tankesett, støtte opp omkring barnas læringsprosesser og synliggjøre matematiske sammenhenger for barna. Videre bør barnehagelærerne bruke matematiske begreper aktivt og reflektert, slik at barna utvikler forståelse for grunnleggende matematiske begreper og blir inspirert til matematisk tenkning. I tråd med van Oers (1996) mener Björklund mfl. (2018) at barnehagelæreren bør stille spørsmål som oppfordrer barna til å forsøke å forstå

matematiske problemer som dukker opp i leken, og at spørsmålsformuleringer er sentrale for å hjelpe barna til å matematisere innholdet i leken (Björklund et al., 2018).

3.5.3 Den voksnes samtaletrekk i argumentasjon

Dovigo (2016) undersøker argumentasjonens rolle i samtaler, og hvordan argumentasjon styrker barns (3–5 år) samarbeid og problemløsning. Han sammenlignet barnas muligheter for å delta og bidra i barn-barn-samtaler og i samtaler mellom barn og lærer. Studien viser at barna hadde rikere muligheter til å bidra med argumenter i barn-barn-samtaler enn i barn-lærer-samtaler. Årsaken til dette var at læreren snakket mer enn barna i barn-lærer-samtaler. Studien viser også at barna stilte flere spørsmål (inkludert åpne spørsmål) i barn-barn-samtalene, mens barnas muligheter til å bygge argumenter var begrenset i slike samtaler. Studien indikerer at samtaler hvor læreren legger til rette for barns forklaringer, bidrar til at barna genererer mer sofistikerte argumenter enn de klarer på egen hånd. I de tilfellene hvor læreren bidrar med argumenterende innspill, viser barna et økt ansvar i samtalen, og de forbedrer sin evne til å samarbeide og tenke kritisk. Ifølge Dovigo (2016) er det viktig at den voksne tar i bruk ulike samtaletrekk hvis det skal oppstå argumentasjon i samtaler mellom barn og lærer. Han kategoriserte disse strategiene som: åpne spørsmål, korte svar, erstatning av det som ble ytret, sammenbinding som uttrykker en motsetning, repetisjon av det som ble sagt, og utvidelse av ytringen. Dovigos (2016) studie indikerer at barns deltakelse i argumentative samtaler med lærer har en betydelig innflytelse på barnas læring. I tillegg viste studien den viktige rollen læreren har i å diskutere med barn. Lærerens bruk av samtaletrekk er avgjørende hvis det skal oppstå argumentasjon i samtaler mellom barn og lærer (Dovigo, 2016).

Conner mfl. (2014) foreslår et rammeverk som kan tas i bruk for å analysere hvordan lærere i skolen kan støtte elevenes kollektive argumentasjon. De identifiserer lærernes direkte bidrag til elevenes argumenter, hva slags spørsmål lærerne stiller, og lærernes andre støttende handlinger. Analysene av «andre støttende handlinger» som læreren bidro med, endte opp i fem kategorier: henlede, fremme, evaluere, informere og repetere. Å henlede er å hjelpe eleven til å fokusere på argumentet, og å fremme er å støtte en matematisk forklaring. Å evaluere er å fokusere på det korrekte i matematikken, å

informere er å gi informasjon om argumentet, og å repetere er å gjengi det som ble sagt. Ifølge Conner mfl. (2014) er disse «andre støttende handlingene» viktige indirekte bidrag i argumentasjonen.

I delstudie 3 undersøker jeg barns matematiske argumenter, og utforsker strukturen og det matematiske innholdet i argumentene. For å fremheve strukturen i barnas argumenter identifiserer jeg de voksnes bruk av samtaletrekk i kommunikasjonen. Studien tar utgangspunkt i Dovigo (2016) sin kategorisering av samtaletrekk og Conner mfl. (2014) sin kategorisering av støttende handlinger for å kunne beskrive hvilke responser barnehagelæreren gir barna.

4. Metode

I dette kapitlet presenterer jeg min metodologiske tilnærming og refleksjoner, studiens design, studiens datainnsamling, bearbeiding av datamaterialet og mine valg av analyse og fortolkning av datamaterialet. Kapitlet gir beskrivelser og refleksjoner av meg selv og min rolle som forsker, og studiens etiske betraktninger og troverdighet gjøres rede for.

4.1 Metodologisk tilnærming

Målet med studien er å få innsikt i og kunnskap om hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage. For å undersøke dette valgte jeg å bruke en kvalitativ tilnærming. Kvalitative metoder egner seg der forskningsstrategier er beskrivende og analyse av karaktertrekk og egenskaper (kvaliteter) ved fenomener skal studeres (Malterud, 2011). Valget av metode, en kvalitativ kassstudie, er begrunnet ut fra tre forhold; min vitenskapeteoretiske posisjon, forskningsspørsmålet og praktiske forhold (Mertens, 2014). Settingen i denne studien er et konkret miljø der menneskelige prosesser skal beskrives, tolkes og forstås. I en kvalitativ studie er forskningen en situert aktivitet hvor forskeren som er i forskningsfeltet gjør denne virkeligheten synlig (Creswell & Poth, 2016). Mitt syn er at kunnskap er sosialt konstruert av mennesker som er aktive, det vil si at kunnskapen i studien min er sosialt konstruert gjennom interaksjon mellom barna, barnehagelærerne og meg. Deltakerne i studien blir sett på som aktive og handlende, og kunnskap og mening skapes i møter og sosial samhandling. Mitt syn er at kunnskap ikke er noe som er gitt en gang for alle, men kunnskapen er i stadig utvikling. Jeg som forsker ønsker å tolke disse møtene og den sosiale samhandlingen på et bestemt tidspunkt i en spesifikk kontekst. For å forsøke å forstå barnas komplekse erfaringsverden valgte jeg å bruke videoobservasjon som metode for å samle inn data. En kvalitativ beskrivende metode som videoobservasjon var hensiktsmessig for å få svar på forskningsspørsmålene. Ved å bruke videoopptak har jeg som forsker tilgang til en ikke-tolket gjengivelse av det som skjer i en relevant (sosial) situasjon, og jeg som forsker har dermed en mulighet til å gjøre detaljerte analyser og beskrivelser av handling og samhandling (Heath, Hindmarsh, & Luff, 2010).

Forskningsområde og forskningsspørsmål har stor betydning for valget av en kvalitativ tilnærming. En kvalitativ tilnærming undersøker få forekomster, men studerer hver forekomst nøye, og oppmerksomheten er rettet mot hvordan deltakerne forholder seg til et gitt problem i en naturlig setting (Creswell & Poth, 2018). Jeg studerer barnas språk og kommunikasjon ved å gjennomføre detaljerte og grundige analyser og beskrivelser av deltakernes handlinger og samhandling. Jeg prøver å forstå deltakernes matematiske språk og kommunikasjon og vektlegger dermed en forståelse av observasjonene i nærhet til de jeg forsker på (Tjora, 2017).

En rekke praktiske forhold har også påvirket valget av metoder. Som nevnt tidligere var utvalget mitt bestemt på forhånd, og forskningen måtte foregå i en bestemt barnehage. Utvalget i min studie var ikke stort nok til å gjennomføre kvantitative undersøkelser. Et annet praktisk forhold som påvirket mitt valg om en kvalitativ metode var den gode tilgangen jeg hadde til forskningsfeltet. Jeg hadde mulighet til å være til stede og observere barna i alle de syv ukene barna var i Pyramiden. Dette ga meg mulighet til å gi en detaljert og grundig beskrivelse av hvordan barna i Pyramiden tar i bruk et matematisk språk og kommunikasjon i sin barnehagehverdag.

4.2 Kasusstudie

I følge Yin (1994; 2013) er en kasusstudie en empirisk undersøkelse som undersøker et fenomen i dybden og innenfor fenomenets verden, og som synliggjør de helhetlige og meningsfulle egenskapene i kasuset. Denne studien undersøker fenomenet «barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon» i dens spesifikke kontekst. Gjennom en kvalitativ kasusstudie ønsker jeg å undersøke og synliggjøre barns matematiske språk og kommunikasjon ved å analysere og beskrive ulike aktiviteter hvor barna tar i bruk forskjellige kommunikative handlinger.

Bassey (1999, s. 123) regner kasusstudie som en naturalistisk studie, hvor målet er forståelse og innsikt, snarere enn forklaring, og hvor den sosiale konteksten skal studeres i sin naturlige miljø (Bassey, 1999; Hammersley & Atkinson, 2004). Et annet kjennetegn ved kasusstudier er at forskningen gjennomføres i et bundet system og tid (Creswell & Poth, 2016). I kapittel 1.4 argumenterte jeg for hvorfor jeg betrakter Pyramiden som

barnas naturlige miljø, nettopp fordi den matematiske kommunikasjonen (fenomenet) som studeres oppstår der barnehagebarna tilbringer sin barnehagehverdag (naturlige miljø i et bundet system) syv uker i løpet av et år (bestemt tidsrom). Ved å studere denne sosiale konteksten vil jeg kunne gjennomføre en kasstudie med et mål om gi en større forståelse for og innsikt i hvordan barna i Pyramiden uttrykker seg matematisk gjennom ulike kommunikative handlinger i ulike aktiviteter i løpet av de syv ukene de oppholder seg i Pyramiden. Jeg undersøker barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage i et tidsrom på totalt syv uker.

En kasstudiedesign gir forskeren en mulighet til å gi grundige beskrivelser av den holistiske virkeligheten og til å fokusere på å fange det som studeres i dets naturlige omgivelser (Lincoln & Guba, 1985). I denne kasstudien forsøker jeg å gi en mest mulig detaljert beskrivelse av det som studeres, som er barns matematiske språk og kommunikasjon, i dets kontekst, barnehagen. Barnas møter med matematisk språk og kommunikasjon i samspill med andre fremheves i studien, og det er ifølge Säljö (2001) gjennom å beskrive disse møtene at det kan utvikles nye måter å tenke, resonnere og handle på. I denne studien vil det derfor være viktig å undersøke hvordan barna bruker et matematisk språk både alene og sammen med andre i et sosialt samspill.

Et kjennetegn med kasstudier er muligheten til å studere enkeltindivider eller grupper og komme til en forståelse av den enkeltes oppfatning av hendelsene (Cohen et al., 2011). I følge Bryman (2016) innebærer et kasstudiedesign en intensiv og detaljert analyse av et enkelt tilfelle eller noen få saker. I denne studien er barns språk og kommunikasjon i fokus, og studien bruker et kasstudiedesign for å kunne fokusere på en grundig undersøkelse av barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon, innenfor barnehagen som kontekst.

Kvalitative kasstudier som er beskrivende, er ifølge Mertens (2014, s. 238) nyttige fordi de kan presentere informasjon om tema det er gjennomført lite forskning på tidligere (Mertens, 2014; Postholm, 2010). I den norske barnehagekonteksten er det gjennomført lite forskning som omhandler samtaler og dialoger generelt (Borg et al., 2008). Mye av forskningen på matematikk i norske barnehager har fokusert på den voksne rolle i kommunikasjonen (f.eks. Carlsen et al., 2016; Saebbe & Mosvold, 2016; Saebbe &

Samuelsson, 2017), og data fra denne kasesstudien kan bidra til å dokumentere og gi større innsikt i barnets rolle og barnas matematisk språk og kommunikasjon i barnehagen.

Bassey (1999) påpeker at et vesentlig trekk ved en kasesstudie er å ha tilstrekkelig forskningsdata for at forskeren skal kunne utforske viktige trekk ved kaset og legge fram tolkninger for det som blir observert. Gjennom min tilstedeværelse i Pyramiden har jeg som forsker innhentet et solid datamateriale ved å ta videoptak av ulike sosiale settinger, daglig, i syv uker. Datamaterialet er omfattende, noe som bidro til at jeg hadde muligheter til å gå i dybden på enkelte situasjoner for å oppdage generelle fenomener, og synliggjøre de helhetlige og meningsfulle egenskapene i kaset.

I følge Yin (1994) kan ikke et kasesstudiedesign bare betraktes som en innledende plan, men også som en del av forskningsprosessen. Forskeren kan innenfor fenomenets verden tilpasse forskningstilnærmingen sin for å tydeligere synliggjøre de helhetlige og meningsfulle egenskapene i kaset. Hammersley og Atkinson (2004) påpeker at kvalitative studier har et abduktivt preg og kan endre fokus underveis. Abduksjon handler om å gjøre pragmatiske valg og variere strategier i den hensikt å belyse forskningsspørsmålet. En abduktiv tilnærming tar utgangspunkt i empirien. Når de empiriske funnene ikke stemmer med forskerens forforståelse eller forventninger, trekker forskeren inn nye teoretiske perspektiver for å gi ny innsikt (Alvesson & Sköldbberg, 2017). I en abduktiv tilnærming går forskeren frem og tilbake mellom empiri og teori, og forskeren kan prøve nye strategier og justere sine planer. Jeg hadde en abduktiv tilnærming i denne studien. I den abduktive tilnærmingen jeg hadde, var det en veksling mellom den induktive og deduktive tilnæringsmåten, og hvilke av dem som var mest fremtredende. I den første delstudien brukte jeg en induktiv tilnærming og konstant komparativ analyse (Corbin & Strauss, 2008). I delstudie 2 og 3 hadde jeg en abduktiv tilnærming, hvor jeg gikk frem og tilbake mellom empiri og teori. Etter hvert ble teorier mer fremtredende i analyseprosessen. Jeg tok i bruk ulike teoretiske rammeverk for å belyse forskningsspørsmålene og forstå datamaterialet mitt, og jeg ble mer deduktiv enn induktiv.

4.3 Datainnsamling

Ved å følge en gruppe med barn i Pyramiden, fikk jeg en mulighet til å undersøke et miljø som allerede eksisterer, et miljø som var av interesse for denne studien. Jeg har i kapittel 1.4 gitt en beskrivelse av forskningskonteksten, hvor jeg redegjør for studiens valg av barnehage og tydeliggjør studiens deltakere, miljø og kontekst.

Etter hvert som studien skred frem, kunne problemstillinger og forskningsspørsmål forandre seg på grunnlag av det jeg observerte, og på grunnlag av studiens totale datainnsamling og den pågående analysen. Det kan da sies at forskningen foregikk som et «naturlig eksperiment» (Hammersley & Atkinson, 2004).

Datainnsamlingen ble gjennomført de syv ukene deltakerne var i Pyramiden. Jeg var til stede i barnehagen alle de syv ukene, mandag til fredag fra kl. 0800 til kl. 1500, og samlet inn data ved hjelp av deltakende observasjoner, videoobservasjoner og feltnotater.

Studios totale datamateriale består av 108 videoobservasjoner. Lengden av videoobservasjonene varierer fra ca. 3 minutter til ca. 45 minutter. Jeg gjorde også feltnotater fra de syv ukene og tok et lydopptak av en felles samtale med to av barnehagelærerne, men dette materialet ble ikke benyttet i selve forskningsprosessen og derfor ikke analysert. Feltnotatene er beskrivelser av barnehagen som kontekst og korte notater hvor jeg beskrev mine tanker om min rolle som forsker og om organiseringen av barnehagehverdagen. Disse notatene er kun tatt i bruk under arbeidet med avhandlingens kappe. Lydopptaket er en samtale med to av barnehagelærerne som fokuserer på hvordan det didaktiske arbeidet tilrettelegges og planlegges i Pyramiden. Årsaken til at dette materialet ikke ble benyttet, er at innholdet ikke ga informasjon som kunne bidra til å svare på den endelige problemstillingen og de tre forskningsspørsmålene. Av den grunn vil ikke dette datamaterialet, feltnotatene og lydopptaket, bli videre vektlagt i denne avhandlingen.

4.3.1 Videoobservasjonene

Björklund (2010) fremhever videoobservasjoner som en hensiktsmessig metode for å kunne observere lek og hverdagssituasjoner der voksne og barn er i dialog med hverandre.

En av fordelene med å gjøre videoobservasjoner er at man kan se opptakene mange ganger og analysere dem med varierte forskningsrammer. I feltarbeidet gjennomførte jeg videoobservasjoner av barn og voksne i både frilek, voksenstyrt lek, tilrettelagte aktiviteter, samlingsstunder og aktiviteter på forskningsrommet. Alle videoopptak er utført innendørs i Pyramiden. Hvilke situasjoner som filmes, avhenger av forskerens og kameraets plassering, og et slikt møte krever både en fysisk og en psykisk bevissthet hos forskeren (Björklund, 2010). For barna og de voksne var jeg en synlig observatør, en tilskuer som ofte var i nærheten av dem mens de var i aktivitet, og som filmet dem med et håndholdt kamera. Teknikken med et lett tilgjengelig kamera fungerte som forventet fordi jeg fikk med meg det levende samspillet på film, noe som har vært av stor betydning for å kunne analysere barns kommunikative uttrykk. Kameraet hadde jeg stort sett med meg eller i nærheten hele tiden, og på den måten følte det enkelt for meg å være til stede og observere det som skjedde spontant. I enkelte tilfeller hadde jeg forlagt kameraet inne på et annet rom enn der jeg selv var sammen med barna, og en slik negativ erfaring beskrives lengre ned.

Når jeg som forsker observerer, tar jeg i bruk alle sansene, noe som ifølge Løkken (2012) kan påvirke både opplevelsen hos forskeren og forskerens valg av det som observeres. Hun sier at forskeren til enhver tid må reflektere over de valg som tas. Jeg hadde som oftest kameraet tilgjengelig og gjorde alltid overveielser om jeg skulle filme eller ikke. En kritisk refleksjon over både min forskerposisjon og min gjennomføring av videoobservasjonene var en viktig del av min forskerhverdag. Aktivitetene som oppstod i løpet av hverdagen, både planlagte og spontane, i tillegg til kommunikasjonen i det sosiale samspillet som utfoldet seg, var med på å avgjøre om jeg filmet eller ikke. Jeg forsøkte å komme så nært innpå de ulike situasjonene som mulig, for å kunne fange kroppslige og verbale uttrykk og de små handlingene som utspilte seg i deltakernes samhandling. Den beste posisjonen for videoobservasjon erfarte jeg var å komme innenfor 2-3 meter og ned på aktivitetens høyde, det være seg i bordhøyde eller på gulvet. Ofte satt jeg på en stol eller på gulvet og gjerne litt diskret ved siden av aktiviteten, for ikke å prege situasjonen for mye.

Til tross for at jeg hadde mulighet til å filme når som helst og hvor lenge jeg ville, ble mange videoopptak stoppet underveis. En grunn kunne være at i noen tilfeller var barna

mer opptatt av å snakke med meg og følge med på hva jeg gjorde med kameraet, enn å fortsette med aktiviteten. En annen grunn var at i noen aktiviteter begynte barna å inkludere meg i sine samtaler, slik at jeg ble en del av kommunikasjonen som oppstod. I tillegg var det situasjoner hvor jeg merket at de voksne ikke følte seg komfortable med å bli filmet, og ved slike anledninger rettet jeg automatisk kameraet mot noe annet, eller stoppet å filme. Et slikt valg kan ha bidratt til at jeg gikk glipp av relevante data. Videoptakene som ble avbrutt ble ikke tatt vare på, men slettet senere den samme dagen de ble tatt opp.

Erfaringene med videoobservasjon som datainnsamlingsmetode har vært mange. Først og fremst opplevde jeg videoobservasjoner som et genuint hjelpemiddel å bruke når man skal få med seg og lagre det som skjer av kommunikasjon. En annen fordel med videoobservasjoner var at jeg kunne se optakene mange ganger og analysere dem med varierte fortolkningsrammer. Som nevnt over var en negativ erfaring at jeg ved enkelte tilfeller ikke hadde kameraet tilgjengelig når jeg observerte at det oppstod dialoger og aktiviteter jeg burde fått med meg. I disse situasjonene vurderte jeg om jeg skulle løpe og hente kameraet eller ikke. Ved de tilfellene jeg besluttet å hente kameraet fikk jeg en følelse av at jeg forstyrret dialogen, og valgte derfor ikke å filme. I disse situasjonene kan jeg ha gått glipp av relevant data.

4.3.2 Bearbeiding av datamateriale i Nvivo

Datamaterialet i studien er omfattende, og jeg brukte et digitalt analyseverktøy, Nvivo, i håndteringen og analysene av datamaterialet. Nvivo er et digitalt verktøy for å organisere, lagre og analysere data, og programvaren kan brukes til å kode og analysere tekst, lyd, bilde og video.

Alt av datamateriale, 108 videooptak, feltnotater, lydopptak og bilder ble lagt inn i Nvivo som *sources* i løpet av det første året i prosjektperioden. Alle koder og analyser som gjøres i Nvivo, linkes tilbake til *sources*. Ved innlasting av videoene i Nvivo gjorde jeg en grovsortering etter hvilken kontekst videoene var utført i, noe som resulterte i seks kontekster: hverdagsaktivitet, lek barn – barn, lek barn – voksen, tilrettelagte aktiviteter, aktiviteter på forskerrom og samlingsstund (se vedlegg 1). Når alle de 108

videoopptakene var lastet inn og sortert, gikk jeg gjennom videoene og skrev korte *memos* (se vedlegg 2) til alle. De første memos jeg skrev, var enkle beskrivelser av innholdet i opptaket, beskrivelser av hvem som var med, hvilken aktivitet som utspilte seg, og i hvilken kontekst opptaket var gjort. Deretter gikk jeg gjennom videoopptakene på nytt og opprettet koder (*codes*) i Nvivo. Koder ble brukt til å kode og kategorisere ulike tema jeg mente jeg ville se nærmere på, ved det tidspunktet koden ble opprettet eller senere i analyseprosessen. Slik ble nye koder opprettet gjennom hele prosjektet etter hvert som nye tema ble et fokus i analysearbeidet. Eksempler på koder jeg opprettet, er «matematiske begrep» og «argumentasjon». For hver gang jeg opprettet en ny kode skrev jeg noe om hva koden handlet om. I løpet av analysearbeidet opprettet jeg flere underkoder til hver kode, for eksempel er «barns argumentasjon» en underkode til koden «argumentasjon». Hver underkode kunne igjen bli videre delt inn i nye underkoder (se vedlegg 3). Ved gjennomsyn av videoene og lesing av mine memos begynte jeg så å dra inn det jeg ville ha inn i de ulike kodene fra videoopptak og tekst. I Nvivo var det oversiktlig å se hvilke videoopptak som var linket opp mot de ulike kodene og memos (se vedlegg 4). Hele veien skrev jeg memos om kodene, og her diskuterte og skrev jeg ned mine tanker om datamaterialet. På denne måten gikk koder og memos side om side i analysearbeidet. *Queries* er et annet verktøy innen Nvivo som jeg tok i bruk, spesielt i min deduktive tilnærming av datamaterialet. Ved å bruke queries fikk jeg fram sammenhengen mellom koder. Disse kunne være så detaljerte og spesifikke som jeg ville. Ved å sette koder sammen i queries opprettet jeg *visualizations maps* (se vedlegg 5) som er en billedlig framstilling av hvordan kodene henger sammen med hverandre i de ulike videoopptakene. En slik visuell framstilling var nyttig for å kunne se sammenhenger mellom koder og utforske datamaterialet mitt på nye måter.

4.3.3 Transkriberingen

Fordelen med videoobservasjoner er at de i tillegg til å forenkle innsamlingsprosessen og arkiveringen, også ga meg muligheter til detaljerte søk etter bestemte segmenter i hendelsene for en nærmere identifisering. Etter å ha sett nøye gjennom alle videoklippene, skrevet memos og opprettet koder, begynte jeg å grov transkribere videoopptakene ut i fra relevans og kvalitet på opptakene. I følge Løkken (2012) er transkripsjonsfasen av

videoobservasjoner en viktig del av analysen, en form for levd transkripsjon som skjer gjennom at forskeren, som et tolkningsledd transformerer de levde observasjonene til en nedfelt tekst (Løkken, 2012). Transkripsjonen i denne studien var av betydning for at jeg kunne gi en korrekt gjengivelse av deltakernes uttalelser, og en mer nøyaktig beskrivelse av det nonverbale språket. Transkriberingen av videoopptakene som er grunnlaget for analysene i alle delstudiene ble gjort gjennom flere runder med avspilling og nærgransking av videoopptakene. Dette ble gjort for å kunne identifisere barnas kroppslige uttrykk, bevegelser, bruk av konkretene og ikke minst for å kunne gjengi korrekt det verbale som var en del av den matematiske kommunikasjonen. Det betyr at empirigrunnlaget for delstudie 1, videoopptak av 16 samlingsstunder, og empirigrunnlaget for delstudie 2 og 3, henholdsvis 13 og 15 videoopptak av lekbaserte aktiviteter, har detaljerte beskrivelser av den fortløpende kommunikasjonen og handlingene som utspiller seg videoopptakene.

4.4 Analyse og fortolkning

Analysen i studien beveget seg fra å være induktiv til å bli abduktiv, hvor det var en veksling mellom en induktiv og deduktiv analyse. Etter hvert ble teorier og teoretiske begreper tjenlig som analyseredskap for å forstå datamaterialet mitt, og analysene ble mer deduktive enn induktive. Jeg hadde et omfattende datamateriale som omhandlet barns språk og kommunikasjon i ulike aktiviteter. I denne studien kan det settes et skille mellom de første analysene som var grunnlaget for delstudie 1, og analysene jeg utførte i arbeidet mot delstudie 2 og 3.

De induktive analysene i studien handler om de analyseprosessene som strukturerte datamaterialet mitt, og som ble grunnlaget for det første forskningsspørsmålet. Disse analysene ble gjort i løpet av det første året, parallelt med at jeg innhentet data og var til stede i Pyramiden. I analysearbeidet i delstudie 1 startet jeg med å kode og kategorisere datamaterialet for å redusere materialet og gjøre det mer oversiktlig og forståelig. Jeg brukte konstant komparativ analyse (Corbin & Strauss, 2008), en induktiv prosess hvor jeg jobbet fra data til teori. Konstant komparativ analyse har sin bakgrunn i metodologien grounded theory, og anvender de to særtrekkene ved grounded theory som gjør denne

metodologien unik i forhold til andre (Charmaz, 2014). For det første er det ikke utarbeidet noen hypoteser på forhånd, data fra studien skal utvikle teori. For det andre skjer analyse og innsamling av data parallelt, hvor det første materialet analyseres for så å undersøke dette nærmere med mer data. I konstant komparativ analyse går man fram og tilbake mellom data, analyse og teori (Charmaz, 2014). Når jeg skulle studere hendelser som i stor grad var sosiale interaksjoner og dialoger, var en konstant komparativ analyse hensiktsmessig. I de induktive analysene hadde jeg fokus på å beskrive dialogene og aktivitetene så detaljert som mulig, slik at jeg kunne fange essensen i barns språk og kommunikasjon. I analyseprosessen delte jeg opp datamaterialet, og datamaterialet ble beskrevet slik at jeg kunne utvikle koder på grunnlag av likheter og ulikheter i barns matematiske språk og kommunikasjon. I den videre analyseprosessen ble kodene integrert rundt flere hovedkategorier, og hovedkategoriene ble utviklet med hensyn til å belyse perspektiver på barns matematiske språk og kommunikasjon.

Analysene av datamaterialet som var grunnlaget for artikkel 1, var åpne og induktive. Corbin og Strauss (2008) viser hvordan en konstant komparativ analyse kan brukes for å gjøre dypere analyser i håp om å fange prosessen i datamaterialet ved å studere interaksjonene nøye. I analysene forsøkte jeg å være åpen i møte med datamaterialet, med en tanke om at teorier ikke skulle påvirke mine analyser. Jeg la teorier til side og var interessert i å undersøke barns bruk av matematiske begreper, og om mulig utvikle ny innsikt i hvordan barn tar i bruk matematiske begreper. En slik forsiktighet var til tider en utfordring, for selv om jeg ønsket å legge teorier til side, var både teorier og mine egne antagelser alltid til stede og preget forskningsarbeidet i større eller mindre grad. Slik som når jeg, for eksempel opprettet koder og kategorier i den konstante komparative analysen, merket jeg underveis at analysen ble påvirket av min forståelse av hva som kan ses på som matematiske begrep og språk, og at teorier som beskriver hva matematikk i barnehagen er, var en del av mitt analytiske blikk. Min egen kunnskap knyttet til fagdisiplinen hadde derfor en innvirkning på hvilke fenomener jeg var opptatt av.

I analyseprosessen utviklet jeg noen koder og kategorier som jeg hadde et behov for å beskrive, løfte fram og belyse med relevante teorier. Funnene i delstudie 1 belyses derfor ved å ta utgangspunkt i teorier som beskriver barns kvantitative språk og barns romlige språk, og i Bishop (1989) sine seks matematikk-aktiviteter. Dette synliggjør at i kvalitativ

empirisk forskning, vil forskerens ståsted, forforståelse og måter å se verden på alltid har en plass (Tjora, 2018). I følge Corbin og Strauss (2008) kan det være nødvendig å bruke teorier i en konstant komparativ analyse, selv om metoden er designet med en teoretisk åpenhet. Teorier kan tas i bruk for å få mer innsikt i gamle teorier samt utvikle omfattende forklaringer. I delstudie 1 brukte jeg konstant komparativ metode for å utvikle hovedkategorier, og deretter brukte jeg teorier for å forstå og belyse hovedkategoriene.

Min analytiske tilnærming i delstudie 2 er abduktiv. I etterkant av delstudie 1 bearbeidet jeg datamaterialet mitt videre med en tanke om å fortsatt ha en induktiv tilnærming i analysearbeidet. Ved dette tidspunktet i prosjektperioden hadde jeg ikke lenger tilgang til forskningsfeltet og kunne ikke innhente mer data. I denne tiden deltok jeg på ulike kurs, var på konferanser og leste ny teori og forskning om matematisk språk og kommunikasjon. I denne prosessen ble jeg kjent med teorier og analytiske rammeverk som kunne bidra til å belyse og forstå barns matematiske språk og kommunikasjon. Jeg brukte en abduktiv tilnærming, og interaksjonen mellom lesning av teori og forskning og bearbeiding av datamateriale hjalp meg til å formulere forskningsspørsmål som kunne bidra til å utvikle forståelsen av hva som kjennetegner barns matematiske kommunikasjon. Teorier og teoretiske rammeverk ble mer fremtredende i analyseprosessen, og jeg ble mer deduktiv enn induktiv etter hvert som jeg i større grad benyttet teoretiske begreper for å forstå datamaterialet mitt.

I starten av analysearbeidet i delstudie 2 ble alle de 108 videoopptakene sett igjennom på nytt. Jeg sorterte ut de opptakene hvor jeg observerte mye samtale og kommunikasjon mellom deltakerne. Et slik sortering av datamaterialet begrunnes ved at jeg i denne studien har et fokus på barns kommunikasjon. I videoene av de tilrettelagte aktivitetene var samtalene i stor grad styrt av de voksne. Jeg valgte derfor å se bort i fra disse opptakene, da jeg ville fokusere på den kommunikasjonen som oppstod gjennom barns initiativ. En slik sorteringen resulterte i at jeg satt igjen med 13 videoopptak som jeg gikk i dybden på. I analysen av kommunikasjonen i de 13 videoopptakene fant jeg tilfeller av at kommunikasjonen stoppet opp fordi deltakerne ikke snakket om det samme. For å bedre kunne forstå disse funnene, begynte jeg å lese forskningslitteratur som kunne hjelpe meg med å belyse, forstå og løfte frem funnene. Jeg brukte en abduktiv tilnærming, hvor jeg gikk frem og tilbake mellom empiri og teori for å belyse forskningsspørsmålet. I

leseprosessen ble jeg kjent med Ryve, Nilsson og kollegaers (2010, 2013) sitt metodologiske rammeverk for å analysere matematisk kommunikasjon. Jeg inntok dermed en mer deduktiv tilnærming til datamaterialet mitt ved å beskrive og utforske barnehagebarns matematiske kommunikasjon med utgangspunkt i dette metodologisk rammeverk. Jeg tok i bruk Ryve, Nilsson og kollegaers (2010, 2013) sitt metodologiske rammeverk til å forstå datamaterialet mitt (Tjora, 2018). Rammeverket ble direkte knyttet til deler av datamaterialet mitt som en hjelp til å forstå og beskrive barnas matematiske språk og kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter.

Min analytiske tilnærming i delstudie 3 er også abduktiv. Analyseprosessen startet ved at jeg igjen så igjennom de videopptakene som jeg hadde analysert i delstudie 2, med et ønske å kunne beskrive det som skjedde mellom deltakerne i kommunikasjonen som matematisering. I analysen av kommunikasjonen ble jeg oppmerksom på at barna ofte begrunnet sine strategier og argumenterte for sine løsninger når de forklarte hva de gjorde i leken. Et slikt funn resulterte i at jeg begynte å lese teori og forskning om matematisk argumentasjon for å forstå funnene bedre. Jeg brukte en abduktiv tilnærming, og gikk frem og tilbake mellom empiri og teori. I leseprosessen ble jeg kjent med Nordin og Boistrup (2018) sitt analytiske rammeverk som viser hvordan matematisk argumentasjon kan identifiseres og rekonstrueres, Toulmins (2003) modell for argumentasjon og Lithner (2008) sin forklaring på hvordan et argument kan ses på som matematisk. Alle disse teoretiske aspektene ble sentrale i min tilnærming til datamaterialet som delstudie 3 bygger på. Teorier ble mer fremtredende i analyseprosessen, og analysen ble mer deduktiv enn induktiv.

I analysene i delstudie 2 og 3 trekker jeg inn ulike rammeverk både som en hjelp til å forstå funnene og som en støtte til mine analyser. I analysene bekrefter jeg dermed også allerede utviklede teoretiske rammeverk. Analysene mine viser hvordan disse rammeverkene kan brukes for å belyse og løfte fram funn som beskriver hva som kjennetegner barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon. I analyseprosessen i delstudie 2 og 3 kommer det tydelig frem hva som kjennetegner barns bruk av matematisk språk og kommunikasjon. I arbeidet med å besvare de to siste forskningsspørsmålene ble det viktig for meg å vite hva jeg var på utkikk etter, og

erkjenne at i en abduktiv analyseprosess blir konklusjonene trukket ut fra forskerens ståsted og perspektiv i større grad enn ved en induktiv tilnærming.

4.4.1 Analysen i artiklene

Som nevnt over, endret analysene mine seg fra å være induktive til å bli abduktive, en endring som ble til underveis i min analyseprosess. Analysene i artikkel 1 er induktive gjennom konstant komparativ analyse hvor jeg undersøker barns bruk av matematiske begrep. Analysene i artikkel 2 er abduktive. Det var en veksling mellom empiri og teori. Etter hvert i analysen ble teorier ble mer fremtredende i analyseprosessen og analysen ble mer deduktiv enn induktiv. Artikkelen tar utgangspunkt i Ryve og kollegaers (Nilsson & Ryve, 2010; Ryve et al., 2013) analytiske rammeverk for å undersøke effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter. Artikkel 3 er også abduktiv, og jeg undersøker barns matematiske argumenter ved å bruke Nordin og Boistrup (2018) sitt analytiske rammeverk, Toulmin (2003) sin modell for argumentasjon og Lithner (2008) sin beskrivelse av matematisk forankring i argumenter.

4.4.1.1 Children's use of mathematical concepts

I artikkel 1, «Barns bruk av matematiske begreper», undersøker jeg hvordan barna tar i bruk matematiske begreper når de uttrykker sine tanker om naturfaglige fenomener.

Datamaterialet består av 16 videoopptak av samlingsstunder, og det utgjør alle videoopptakene av samlingsstunder i mitt datamateriale. Lengden av videoopptakene varierer fra ca. 14 minutter til ca. 45 minutter (totalt ca. 280 minutter). Valg av konteksten samlingsstund ble påvirket av at studien har et sosiokulturelt perspektiv, og av at jeg i en tidlig fase av analysene gikk igjennom hele datamaterialet og oppdaget at det oppstod mange samtaler og mye kommunikasjon mellom deltakerne i løpet av samlingsstundene. Så når målet var å identifisere barns matematisk språk og begreper, ble de 16 samlingsstundene valgt som datagrunnlag til artikkel 1.

Jeg brukte Nvivo i analysene av videoopptakene. Å analysere videoopptak bidro til at jeg kunne observere og beskrive både det verbale og det nonverbale som var en del av

samtalene i samlingsstundene, både verbale ytringer, gester og bevegelser. I tillegg ga videoopptakene meg en mulighet til å observere og beskrive hvordan deltakerne tok i bruk de fysiske gjenstandene som var en del av samlingsstundene.

Den analytiske tilnærmingen som ble brukt, var konstant komparativ metode (Corbin & Strauss, 2008). Jeg identifiserte barns bruk av matematiske begrep ved å analysere barns ytringer og deltakelse i de samtalene som oppstod i løpet av samlingsstundene. Analysene av videoene startet med at jeg markerte ytringer og sekvenser i kommunikasjonen som inneholdt matematisk språk og matematiske begrep. Jeg identifiserte regelmessigheter eller mønstre i hvordan barn og voksne brukte matematiske begrep. I analyseprosessen oppdaget jeg likheter i de situasjonene hvor det ble tatt i bruk et matematisk språk, og på grunnlag av disse likhetene, ble disse delene av datamaterialet satt sammen til en hovedkategori; «Kjennetegnet ved situasjoner hvor matematisk språk er til stede». I den videre analyseprosessen oppdaget jeg ulikheter og likheter mellom barnas og de voksnes bruk av begreper, og klassifiserte hovedkategorien i to underkategorier; «Barns bruk av matematiske begrep» og «Voksnes bruk av matematiske begrep».

I den videre bearbeidelse av datamaterialet gikk jeg inn i de to underkategoriene og opprettet koder som ble brukt i den videre kodingen. Jeg skrev utfyllende memos om hver kode for å beskrive hvordan matematiske begrep ble tatt i bruk i hver av de to underkategoriene. Analysearbeidet resulterte i seks kategorier fra datamaterialet som representerer kjennetegn på de situasjonene hvor enten barn eller voksne tok i bruk matematiske begrep. De seks kategoriene var 1) barn sammenligner, 2) barn forklarer og argumenterer, 3) barn svarer på spørsmål, 4) voksne beskriver, 5) voksne stiller spørsmål og 6) voksne svarer.

Analysene som er beskrevet over var grunnlaget for min eksamensbesvarelse i kurset Kvalitative analysemetoder (PLU8022) ved NTNU. I eksamensbesvarelsen skulle jeg vise hvordan jeg tok i bruk en konstant komparativ analyse av eget datamateriale. Fokuset i besvarelsen var på selve analyseprosessen, og de seks kategoriene som analysearbeidet resulterte i, ble ikke analysert i dybden eller beskrevet i detalj. Se vedlegg 6 for en beskrivelse av de fire kategoriene 3) barn svarer på spørsmål, 4) voksne beskriver, 5) voksne stiller spørsmål og 6) voksne svarer.

På grunn av begrensninger i antall sider i artikler som skulle publiseres i Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), måtte jeg velge hvilke funn jeg ville belyse og analysere i dybden i denne artikkelen. Valget av kategoriene begrunnes ut fra at studiens intensjon var å sette barnet i sentrum framfor den voksne, og i hovedsak belyse barnet rolle i kommunikasjonen som er en del av barnets barnehagehverdag. Med studiens hensikt i bakhodet valgte derfor ut to av de seks kategoriene: 1) barn sammenligner og 2) barn forklarer og argumenterer.

I arbeidet mot artikkel 1 analyserte jeg i dybden de funnene, fra disse to kategoriene. I analysene av de to kategoriene identifiserte og beskrev jeg hvilke matematiske begrep barna brukte og i hvordan de brukte de i samhandling med det de gjorde i samlingsstundene. Funnene av barnas matematiske språk belyses ved at jeg skiller mellom et kvantitativt språk og et romlig språk, og barnas begreper beskrives som matematiske med utgangspunkt i Bishop (1989) sine seks matematikk-aktiviteter⁴.

4.4.1.2 Effective mathematical communication in play-based activities: a case study of a Norwegian preschool

I Artikkel 2, «Effektiv matematisk kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter: En kasusstudie i en norsk barnehage», undersøker vi⁵ hva som kjennetegner effektiv matematisk kommunikasjon som etableres i lekbaserte aktiviteter.

Datamaterialet består av 13 videooptak av lekbaserte aktiviteter. Lengden av videooptakene varierer fra ca. 3 minutter til ca. 21 minutter (totalt ca. 121 minutter). Valget om å analysere lekbaserte aktiviteter hviler på at i lekbaserte aktiviteter står barna fritt i å velge mellom hvem og hvilket lekmateriell de vil leke med. I tillegg verdsettes det at den voksnes involvering i de lekbaserte aktivitetene og i kommunikasjonen skjer med utgangspunkt i barns utforskning og undring. I oppstarten av arbeidet med artikkel 2 ble alle de 108 videooptakene sett igjennom på nytt, og 13 videooptak ble klassifisert som videooptak av lekbaserte aktiviteter. I de 13 utvalgte optakene var det barna som

⁴ Bishop (1989) sine seks matematikk aktiviteter er beskrevet i kap.2.2

⁵ Artikkelen er skrevet sammen med min hovedveileder Kjersti Wæge

styrte leken som oppstod, barna lekte med ulikt konkretiseringsmaterieell og konkrete, og aktivitetene inneholdt en både verbal og nonverbal kommunikasjon hvor den voksne var involvert i samtale på barnas premisser. Datainnsamlingen og utvalget av hvilke videoptak som skulle analyseres er utført av stipendiaten.

Vi brukte Nvivo til å analysere de 13 videooptakene. Ved å analysere videoptak ble det mulig å observere og transkribere deltakernes verbale ytringer, gester og bevegelser. Det var umulig å ha direkte tilgang til deltakernes tenkning, men videooptakene gjorde det likevel mulig for oss å observere både det verbale og det nonverbale som en del av i kommunikasjonen. Vi undersøkte samspillet mellom deltakerne og analyserte deres bruk av visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep i samtale.

Etter hvert i analysen ble teorier mer fremtredende i analyseprosessen, og analysen ble mer deduktiv enn induktiv. Vi tok utgangspunkt i Ryve, Nilsson og kolleger (2010, 2013)⁶ sitt metodologiske rammeverk for å analysere kommunikasjonen i de lekbaserte aktivitetene. Rammeverket ble direkte knyttet til deler av datamaterialet som en hjelp til å forstå og beskrive barnas matematiske språk og kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter.

I analysene identifiserte vi deltakernes fokale prosjekt, altså det problemet som deltakerne var opptatt av der og da. Videre beskrev vi i våre memos hvordan deltakerne kontekstualiserte sine fokale prosjekt, og om deltakernes fokale prosjekt var kompatible. Det vil si at vi analyserte hvilke problemer deltakerne var engasjert i og prøvde å løse, og hvilken kontekst de opererte i når de fokuserte på problemet, gjennom hele aktiviteten. Analysene beskriver om hvorvidt deltakerne etablerer en effektiv matematisk kommunikasjon er avhengig av om har kompatible fokale prosjekt, og om de opererer i samme kontekst. Dette synliggjøres gjennom analysene i en aktivitet hvor en barnehagelærer og ei jente leker sammen med en skålvekt og ulike konkrete. I en del av samtalen er barnehagelæreren involvert i et fokalt prosjekt som handler om hva som er «tyngst», og kontekstualiserer sitt fokale prosjekt i sammenheng med å bestemme hvilken side av skålvekta som er tyngst. Jenta er også involvert i et fokalt prosjekt som handler om hva som er tyngst, men hun kontekstualiserer sitt individuelle fokale prosjekt til den tyngste gjenstanden som er en del av aktiviteten. Analysen viser altså at barnehagelærere

⁶ Ryve, Nilsson og kollegaer (2010, 2013) sitt rammeverk er gjort rede for i kapittel. 3.3.1.

og jenta har etablert et felles fokalt prosjekt, men at de kontekstualiserer problemet forskjellig. Analysene beskriver at ved slike avvik kan ikke kommunikasjonen som etableres, betraktes som effektiv, og at slike avvik i kontekstualiseringen (eller mellom compatible fokale prosjekt) gjør det vanskelig for deltakerne å svare innenfor rammene av hverandres meta-diskursive forventninger.

For å analysere deltakernes fokale prosjekt og kontekstualisering, brukte vi en multimodal tilnærming. En multimodal tilnærming er essensiell for å analysere barnehagebarns kommunikasjon (Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015).

I analysene skrev vi analytiske memos og koder for å analysere og koble sammen datamaterialet. Alle verbale ytringer, gester og deltakernes fysiske manipulering med konkretene, inkludert pauser, ble transkribert. I transkriberingen ble matematiske begrep betraktet som matematisk når deltakerne brukte ord og begreper som var matematisk forankret i de komponentene som var en del av den lekbaserte aktiviteten (Lithner, 2008). Konkretene som deltakerne lekte med, ble beskrevet som visuelle mediatorer (Sfard, 2008), og gester ble beskrevet som en del av kommunikasjonen når deltakerne gjorde noe med hendene sine som var relevant, slik som å flytte på en konkret eller peke på noe. Vi analyserte i detalj deltakernes bruk av matematiske begreper, bevegelser og bruk av visuelle mediatorer i den pågående kommunikasjonen. Transkripsjon av deltakernes bruk av visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep bidro til at vi kunne beskrive hvordan disse elementene støtter effektivt kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter.

For å illustrere hva som kjennetegner effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter i en barnehage, presenteres det i artikkel 2 en lengre samtale mellom en barnehagelærer og to jenter og en kortere samtale mellom en barnehagelærer og en gutt. Samtalene representerer den forståelsen vi som forskere har utviklet om effektiv kommunikasjon. Vi valgte disse disse representative eksemplene fordi interaksjonene inneholdt både verbal og ikke-verbal kommunikasjon, og barna lekte med forskjellige tilgjengelige lekematerialer.

4.4.1.3 Preschool children`s mathematical arguments in play-based activities

I artikkel 3, «Barnehagebarns matematiske argumenter i lekbaserte aktiviteter», undersøker jeg struktur og innhold i barns matematiske argumenter.

Datamaterialet består av 15 videoopptak av lekbaserte aktiviteter, og det omfatter alle videoopptakene av lekbaserte aktiviteter. Lengen av videoopptakene varierer fra ca. 3 minutter til ca. 21 minutter (totalt ca. 110 minutter). Valget om å analysere lekbaserte aktiviteter ble tatt på samme grunnlag som i artikkel 2. Videoopptakene som analyseres og klassifiseres som lekbaserte aktiviteter, er to flere i denne artikkelen enn i artikkel 2. Det skyldes at de to siste opptakene er to korte opptak som ikke ble vurdert som aktuelle til artikkel 2. Men de var aktuelle i denne artikkelen da de inneholder påstander som en del av mulige argumenter.

I analysene av videoopptakene tok jeg i bruk Nvivo og kodet deler av dialogene hvor ett eller flere barn uttrykte en påstand eller en konklusjon som den andre deltakeren i aktiviteten kunne ta hensyn til. Analysen var abduktiv og gikk frem og tilbake mellom empiri og teori. Etter hvert i teorier mer fremtredende i analyseprosessen, og analysen ble mer deduktiv enn induktiv. I analysene støttet jeg meg til Nordin og Boistrup (2018) sitt analytiske rammeverk, som inkluderer Toulmin sin modell for argumentasjon, begrepet forankring (Lithner, 2008) og en multimodal tilnærming. Nordin og Boistrup viser hvordan en multimodal tilnærming gjør det mulig å identifisere argumenter som oppstår i interaksjonen, som meningsskapende prosesser. Jeg hadde derfor en multimodal tilnærming i mine analyser for å kunne identifisere argumenter som ikke vistes tydelig i barnehagebarns substansielle argumentasjon i de lekbaserte aktivitetene.

Videoene ble transkribert, kodet og analysert direkte ved hjelp av memos, koder og underkoder i Nvivo (se vedlegg 3 og 4), som gjorde det mulig å beskrive og kode både verbale og visuelle signaler. Jeg opprettet visualizations maps, en billedlig framstilling av hvordan kodene henger sammen med hverandre i de ulike videoopptakene (se vedlegg 5). Transkripsjonen, kodene, visualizations maps og analysen fokuserte på det verbale, gester og barns bruk av lekematerialet i argumentasjonen som oppstod i aktivitetene. I analysene var jeg interessert i å finne struktur og innhold i barns matematiske argumenter, og se om

jeg kunne identifisere noen kjennetegn ved argumentasjonen som oppstod spontant i de lekbaserte aktivitetene.

Identifiseringen av barns argumenter resulterte i 37 samtalesekvenser som jeg analyserte videre.

For å identifiserte innholdet i barnas argumenter i de 37 sekvensene brukte jeg Toulmin (2003) sin modell for argumentasjon (se Fig. 2).

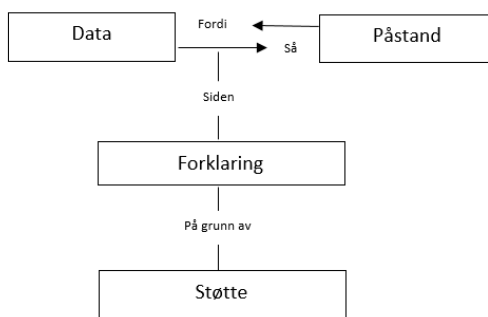


Fig. 2. Toulmins modell for argumentasjon (2003)

For å identifisere og rekonstruere matematiske argumenter i kommunikasjonen i de lekbaserte aktivitetene tok jeg utgangspunkt i Nordin og Boistrup (2018) sitt analytiske rammeverk. Etter å ha kodet barnas ytringer som enten en påstand eller en konklusjon søkte jeg videre i samtalen for å identifisere mulige data som støttet barnets påstand. Hvis jeg identifiserte slike data, analyserte jeg videre med tanke på å identifisere eventuelle forklaringer og/eller støtte for påstanden. For å beskrive barnas argumenter som matematiske eller ikke matematiske støttet jeg meg til Lithner (2008), som skriver at et matematisk argument må være forankret i relevante matematiske egenskaper for de komponentene som er en del av samtalen.

I likhet med Nordin og Boistrup (2018, s.11) identifiserte jeg argumentene steg-for-steg:

- (1) identifiserte påstander (C) i videopptakene,
- (2) søkte etter data (D) som støttet påstanden,

- (3) søkte etter forklaring (W) som en begrunnelse for dataen som støttet påstanden, jeg identifiserte også om argumentene var forankret matematisk,
- (4) søkte etter mulig støtte (B) til forklaringen, og
- (5) tolket de identifiserte elementene med hensyn til den spesifikke konteksten når jeg beskrev de rekonstruerte argumentene som en del av argumentasjonen.

Gjennom hele analysen hadde jeg en multimodal tilnærming både for å identifisere barnas matematiske argumenter og for å beskrive innholdet i barnas matematiske argumenter. Det vil si at jeg analyserte og kodet samtalene ved hjelp av et bredt spekter av moduser, for eksempel tale, bevegelser (peking) og flytting av konkrete.

For å analysere og fremheve strukturen i barnas argumenter identifiserte jeg de voksnes bruk av samtaletrekk i kommunikasjonen. Jeg tok utgangspunkt i Dovigo (2016) sin kategorisering av samtaletrekk og Conner mfl. (2014) sine støttende handlinger for å kunne beskrive hvilke responser de voksne ga barna.

I analysen av de 37 sekvensene identifiserte jeg noen konkrete og enkeltstående påstander fra barna og en kort respons fra den voksne som ikke førte til noen videre argumentasjon eller dialog. Men omtrent en fjerdedel av sekvensene var lengre sammenhengende dialoger som bestod av mer enn en ytring fra barnet og den voksne. Identifikasjonen av disse ulike sekvensene resulterte i to hovedkategorier: *delargumenter* og *helargumenter*. Jeg analyserte både delargumenter og helargumenter, slik som beskrevet over, for å se på likheter og ulikheter i barnas argumenter i lekbaserte aktiviteter. I artikkel 3 presenteres analysene av og funnene i to delargumenter og fire helargumenter.

4.5 Min bakgrunn og rolle som forsker

Min erfaringsbakgrunn som utdannet barnehagelærer, med en mastergrad i matematikdidaktikk og 23 års undervisningspraksis på henholdsvis barnetrinnet og høgskole, vil ha betydning for hva jeg er i stand til å se i mine videoobservasjoner, og dette kan være både en fordel og en ulempe (Thagaard, 2006). For tiden er jeg ansatt ved Dronning Mauds Minne Høgskole for barnehagelærerutdanning (DMMH), ved Seksjon for matematikk. Hovedarbeidsoppgaver er å bidra til å utdanne barnehagelærere, kombinert med forskning og utviklingsarbeid. Mine undervisningstema er barn og

matematikk, relatert til barns matematiske forståelse og utvikling. Min egen utdanning og arbeidserfaring har vært med på å påvirke min kunnskapsforståelse. Mitt ståsted og fortolkende rammeverk vil være og er under kontinuerlig påvirkning. Mine egne forforståelser og fordommer vil påvirke arbeidet som forsker, spesielt når jeg forsker innen et faglig tema som jeg selv kjenner godt. Refleksjon er en sentral del av forskningsprosessen og omhandler egen bevissthet omkring betydningen av posisjon, perspektiver og tilstedeværelse som forsker (Alvesson & Sköldberg, 2008). Refleksjon og perspektivbevissthet kan gjøre meg mer bevisst på hvor jeg står, og gjøre meg skjerpet i forhold til å avveie det jeg ser etter, hva jeg velger å utdype, eller hva jeg skriver fram som studiens resultater. Derfor er forskeren det viktigste instrumentet i forskningsprosessen (Alvesson & Sköldberg, 2008; Postholm, 2010). De valgene jeg gjør som forsker, baserer seg til en viss grad på egen subjektivitet, forforståelse og hvordan jeg best mulig kan undersøke og forstå mitt empiriske materiale.

Valget av en kvalitativ metode innebar at jeg måtte delta i barnehagens liv over en lengre periode. Jeg var hele veien opptatt av forskerens posisjon i studien. Det vil si at jeg måtte så langt det var mulig, legge fra meg de antagelsene jeg hadde på forhånd, og forsøke å forholde meg fritt til den studerte virkeligheten (Alvesson & Sköldberg, 2008). Mine antagelser var i forkant til prosjektet blant annet knyttet opp mot min forforståelse og kunnskap om barns møter med matematikk i barnehagen. Spesielt hadde jeg en forventning om at matematikken var godt synlig i barnehagens hverdag i og med at barnehagen hadde et fokus på realfag. Mitt syn og min kunnskap om at matematikken er en essensiell del av realfagsdidaktikken lå til grunn for disse forventningene. Pyramidens utforming med realfagsrom og matematikkrom spilte også en rolle i hvilke forventninger jeg tok med meg inn i møte med barnehagens praksis. Spesielt hadde jeg med meg en forventning om at de aktiviteten som utspilte seg i forskerrommet var aktiviteter som skulle bidra til barns undring og utforskning av naturfaglige fenomener. Ved innsamlingen av de første videoobservasjon i forskerrommet oppdaget jeg raskt at de aktivitetene som ble utført i disse rommene, spesielt i forskerrommet, i hovedsak var tilrettelagte aktiviteter styrt av en voksen. Kommunikasjonen var i stor grad preget av at den voksne fortalte barna hva de skulle gjøre, og hvor barna så utførte det de fikk beskjed om. Det oppstod få samtaler hvor barna undret seg over sammen om hva de opplevde

og observerte. Til tross for denne tidlige observasjonen valgte jeg å fortsette å ta videopptak av aktivitetene som foregikk i forskerrommet. For å forholde meg fritt til den studerte virkeligheten, måtte jeg forsøke å legge min egen forforståelse til side og ha en kritisk holdning til egne refleksjoner rundt det jeg observerte under innsamlingen av datamaterialet. Det var derfor viktig for meg å ha en refleksiv metodologi og konsentrere meg mer om analyse og refleksjon enn om selve innsamlingen av datamaterialet. Min rolle som forsker var å være deltagende i barnehagehverdagen, til stede og noe tilbaketrukket. Det ble viktig å sitte og følge med på det som skjedde og det som ble sagt, prøve å forstå hva deltakerne var en del av, og snakke med barn og voksne ved passende anledninger, slik at jeg som forsker i hovedsak ville være en deltagende observatør (Hammersley & Atkinson, 2004).

Min rolle som forsker ble ekstra viktig å vurdere før jeg gikk ut i barnehagen, da det var eieren av barnehagen som i utgangspunktet hadde bestilt studien, noe som tilsa at mine forskningsdeltakere ikke selv hadde valgt å bli en del av studien. Det ble derfor viktig i innsamlingen av empiri at jeg tok hensyn til de kulturelle normene og opplevelsene hos deltakerne som kunne påvirke forskningsprosessen (Kara, 2015). Å være underlagt andres observasjon og vurdering kan oppleves som nedverdiggende. Så det var viktig at både voksne og barn i denne studien ikke skulle oppleve min tilstedeværelse som upassende. Som nevnt tidligere valgte jeg å stoppe å filme om jeg fikk en følelse av at de jeg filmet følte seg ukomfortable. Jeg hadde også et ansvar overfor barna og deres ønsker om deltakelse. Selv om foreldre har godkjent sitt barns deltakelse, måtte jeg til enhver tid observere om barns verbale og nonverbale uttrykk sa noe om deres eget ønske om å delta.

4.6 Studiens etiske betraktninger og troverdighet

Forskningsetikk viser til et mangfoldig sett av verdier, normer og institusjonelle ordninger som bidrar til å konstituere og regulere vitenskapelig virksomhet. Retningslinjene er utarbeidet for å hjelpe forskeren til å reflektere over og redegjøre for hvordan egne verdier og holdninger kan påvirke forskningsprosessen (NESH, 2016).

Studien er meldt inn til og tilrådd av personvernombudet for forskning (NSD), og innhenting av empiri, observasjon og databehandlingen er utført i overensstemmelse med

føringer fra NSD, og oppfyller slik kravene i GDPR (Datatilsynet, 2020). I tråd med NSDs retningslinjer ble informasjon om studiens tema og forskningsspørsmål gitt til barnehagens personale og foreldre, og samtykkeerklæringer for bruk av videoopptak ble innhentet fra de deltagende voksne og barnas foreldre.

Alle personidentifiserende data er konfidensielt behandlet og vil bli slettet etter endt prosjekt. De deltagende barna og voksne er anonymisert, og studien har hverken benyttet eller oppbevart personopplysninger om deltakerne. Forskningsdeltakerne har fått informasjon om studiens formål, og samtykke er fritt, informert og uttrykkelig, og alle deltagerne kan trekke seg fram til data er anonymisert eller slettet.

4.6.1 Forskningsetikk

Denne studien kan sies å grense opp mot oppdragsforskning, siden studien er delfinansiert av barnehageeier. At barnehageeier var en slags deleier av prosjektet, kunne innebære etiske utfordringer for meg som forsker. En utfordring kunne være at barnehageeier hadde visse forventninger til hva studien skulle omhandle, eller om hvordan forskningen skulle gjennomføres. Om jeg som forsker hadde oppfattet spesielle forventninger fra barnehageeiers side, kunne det ha ført til at jeg ubevisst, i større eller mindre grad, tilpasset meg barnehageeiers ønsker. Cohen mfl. (2011) påpeker viktigheten av at forventninger fra både forsker og forskningsdeltakere avklares og synliggjøres før prosjektet kommer i gang. Det var viktig å avklare, før studien startet, at problemstillingen og forskningsspørsmålene ville bli utviklet av forskeren. Det eneste kravet til studien var at jeg skulle studere den pedagogiske praksisen rundt realfagsatsning i barnehagen. På lik linje med at forskningsdeltakerne er lojale mot forskeren, må jeg som forsker være lojal mot studien. Det kan for eksempel innebære å behandle data med den konfidensialiteten vi har blitt enige om, eller å ikke tukle med data for å underbygge min egen forforståelse og oppfatning.

I enhver studie sitter forskeren med en form for makt. Det er forskeren som velger fokus og problemstillinger, genererer data og presenterer og drøfter forskningens funn. Hammersley og Atkinson (2004) viser til at refleksivitet er en vesentlig del av forskningen. Å være refleksiv handler om å være bevisst på hvordan jeg tenker og

praktiserer, og være bevisst på hvordan det som observeres, konstrueres og formidles tilbake til verden. Refleksivitet handler om at jeg som forsker er bevisst betydningen av posisjon, perspektiver og tilstedeværelse. Min fysiske tilstedeværelse i barnehagens hverdag kunne by på etiske utfordringer, fordi det å forske på mennesker og kompetanse i forhold til et yrke ofte handler om å trå inn i personlige forhold og menneskers identitet. Å være underlagt andres observasjon og tolkning kan oppleves som ubehagelig. At både barn og voksne gir forskeren tilgang til sin hverdag, vil være avgjørende for hva som observeres. Det var derfor viktig at hverken voksne eller barn i denne studien skulle oppleve min tilstedeværelse som upassende. De voksne og barna ble informert om studien og om at jeg skulle observere barnehagens hverdag. Slik jeg selv oppfattet det, ble jeg en naturlig del av barnehagemiljøet for både barna og personalet når jeg var sammen med dem. Å fremstille kvalitativ forskning involverer emosjoner (Alvesson & Sköldberg, 2008), og gjennom forskningen har jeg blitt påvirket emosjonelt, noe som kan ha påvirket respons fra og relasjon til deltakerne. Dette kunne være i situasjoner hvor barns handlinger og kommunikasjon endte med konflikter og sterke følelser, eller med at noen følte seg utilpass. Det kunne være i både leksituasjoner og tilrettelagte aktiviteter, når noen av barna ble stille lenge om gangen eller hadde et kroppsspråk som uttrykte ubehag. I slike situasjoner opplevde jeg selv et ønske om å gripe inn for å hjelpe barna. Andre situasjoner kunne være når jeg observerte at de voksne ikke hadde tid til å være en aktiv deltaker. I disse situasjonene følte jeg selv på et ønske om å gå inn å bidra som en voksenressurs. Jeg har forsøkt å møte forskningsdeltakerne med åpenhet og nysgjerrighet. Som forsker har jeg et komplekst forhold til forskningsdeltakerne, jeg er både forsker, høgskolelektor og menneske. I tillegg påpeker Hammersley og Atkinson (2004) at faren ved å etablere et vennskap med informantene er større når forskeren er lik dem, både i kjønn, alder og utdanningsbakgrunn. Jeg har vært bevisst på og forsøkt å ta hensyn til mitt forhold til forskningsdeltakerne. Det var en stor utfordring å være observatør, uten å være en fullstendig deltaker. For meg var det viktig at informantene opplevde mitt nærvær så naturlig som mulig, slik at de følte seg avslappet og handlet slik de normalt ville ha handlet om jeg ikke var en del av deres sosiale praksis.

Barns deltakelse i samfunnsvitenskapelig forskning omtales i de forskningsetiske retningslinjene, punkt 12: Barns krav på beskyttelse (NESH, 2016). På den ene siden er

forskning om barn verdifull og viktig, og på den andre siden er det fastslått at barn kan trenge beskyttelse som deltakere i forskning. Studiens metode og innhold må tilpasses barns alder og deres individuelle situasjon. Sentralt for de etiske vurderingene er forholdet mellom barns kompetanse og sårbarhet. Som forsker hadde jeg et ansvar for barnas deltakelse selv om foreldrene hadde godkjent at barnet dere skulle delta. Jeg måtte til enhver tid observere om barns verbale og nonverbale uttrykk sa noe om deres eget ønske om å delta. I forskning med barn kommer man heller ikke utenom det asymmetriske maktforholdet som ligger i voksen-barn-relasjonen. Einarsdóttir (2007) hevder at til tross for at vi forsøker å minimalisere forskjellene og styrke barnas makt gjennom våre metodologiske tilnærminger, vil barna være i en sårbar posisjon i og med det asymmetriske maktforholdet til forskeren. Jeg måtte derfor kontinuerlig gjøre etiske og metodiske refleksjoner når jeg observerte barna. De første gangene jeg var i barnehagen og observerte, var barna nysgjerrige på hvem jeg var og hva jeg gjorde. Da de fikk det forklart, spurte de ikke mer, og jeg ble inkludert som en av aktørene i deres barnehagehverdag. Følelsen av å bli inkludert i barnehagehverdag opplevde jeg de gangen hvor jeg ble spurt om jeg ville være med å leke, og det ble jeg så å si spurt om hver dag. I disse tilfellene valgte jeg å legge vekk kameraet og forskerrollen for å nettopp bidra til å minimalisere det asymmetriske maktforholdet i voksen-barn-relasjonen. Ifølge Løkken og Søbstad (2006) godtar barn raskt at forskeren er til stede som observatør, både med og uten kamera, uten at det påvirker barna i stor grad. Jeg erfarte at barna raskt ble vant til videokameraet, og at de etter hvert som studien skred frem, i mindre grad lot seg påvirke av min filming.

Når forskningsdeltakerne observeres, blottlegger de noe av seg selv og har begrenset mulighet til å beskytte seg selv, og dette gjelder spesielt ved videooptak. Av den grunn kreves det varsom tilnærming i bruk av kvalitative analyser og behandling av data. Uansett valg av analysemetode er det viktig å forsikre seg om at de analytiske metodene produserer funn som er godt forankret i datamaterialet (Kara, 2015). Ifølge Kara (2015) er det viktig at når en viser til sitater fra sitt datamateriale, må en klargjøre årsaken for sitt valg av sitat. For å huske hva jeg hadde tenkt underveis i mine valg av sitater, begrunnet jeg valgene i mine memos, slik at konklusjoner ikke ble tatt på feil grunnlag i senere analyser. I analysen av videooptak ble det essensielt å tenke igjennom på hvilken måte

jeg beskrev informantenes blikk, handlinger og utsagn. En varsomhet i mine tolkninger handler om å ivareta deltakernes integritet, og hvordan de blir fremstilt, i et godt eller dårlig lys. Barn er sårbare, og hvordan jeg behandlet data, både underveis og i etterkant, var avgjørende for å ivareta barnas konfidensialitet.

4.6.2 Studiens troverdighet

Et grunnleggende kjennetegn i god forskning er at forskningsprosessen er transparent slik at studien kan fremstilles tilgjengelig for kritikk. Ifølge Thagaard (2006) er reliabilitet, validitet og overførbarhet sentrale begreper når en skal vurdere et forskningsprosjekts troverdighet.

Studiens reliabilitet handler om dens pålitelighet, og baserer seg på hvordan utvikling av datamaterialet er gjort underveis i forskningsprosessen. Det å beskrive forskningsprosessens ulike faser, hvilke valg og refleksjoner som er gjort, og på hvilket grunnlag datamaterialet er generert og tolket, vil bidra til å gi studien økt troverdighet.

Studiens kontekst og valg av deltakere beskrives utdypende, da barnehagen i denne studien kan betraktes som en spesiell barnehage. For studiens reliabilitet er det av betydning at jeg som forsker gir reflekterte og gode begrunnelser for hvorfor jeg betrakter Pyramiden som barnehagebarnas naturlige setting.

Hvordan forskeren utvikler sin forståelse gjennom hele studien, avhenger av alle impliserte parter og settinger som skal undersøkes. Forskerens forståelse og presentasjonen av den må gjøres eksplisitt og gjennomiktig for at studien som helhet kan bli troverdig (Thagaard, 2006). Jeg har redegjort for min forforståelse og egen bakgrunn med tanke på hvordan min posisjon som forsker har bidratt til studiens tilblivelse og utforming. Videre har jeg vurdert hvordan min egen forforståelse og kompetanse har bidratt til min fortolkning av studiens empiri. Jeg har synliggjort hvordan studiens metodologi og forskningstilnærming har bidratt til de metodologiske og analytiske valgene som er gjort underveis i forskningsprosessen. Ved å eksemplifisere og forklare de ulike analyseprosessene har jeg også gjort analysen transparent.

Studiens pålitelighet handler også om at jeg redegjør tilstrekkelig for de kontekstuelle forholdene som har hatt betydning for innsamling og utvikling av data, som relasjonene

til deltakerne, valg og refleksjoner. Ifølge Hammersley og Atkinson (2004) kan det innen kvalitativ forskning være et problem å få tilgang til nødvendige data. Ofte er det mest akutt i løpet av den første tiden i feltet, men problemet kan vedvare i større eller mindre grad gjennom hele datainnsamlingsperioden. I og med at jeg hadde en fastsatt periode, det første året i prosjektperioden, hvor jeg kunne samle inn all empiri, var ikke en parallell innsamling av data og analyse mulig i slutfasen av prosjektet mitt. I innsamlingen av empiri gjorde jeg derfor mange videoopptak uten å legge vekt på om de skulle analyseres eller ikke. Mengden av videoopptak ble både en støtte og en sikkerhet i analysearbeidet. Jeg var trygg på at jeg hadde nok empiri til å kunne legge noe av materialet til side i starten av analysen, samtidig som jeg visste at materiale som ikke var analysert, kunne tas fram senere for å brukes som støttende empiri. En svakhet med et slikt stort empirisk materiale vil kunne være at mine analyser ikke ble grundige nok, og at jeg ikke utnyttet hele mitt datamateriale for å finne et godt nok grunnlag for mine analyser og funn. I arbeidet med de tre artiklene valgte jeg ulike videoopptak som jeg analyserte og bearbeidet. En slik redusering av det totale materialet, bidro til at jeg kunne gå mer i dybden på den empirien jeg valgte ut til hver av de tre artiklene. Noen opptak ble derfor valgt bort og ikke bearbeidet og analysert videre. Rennstam og Wåsterfors (2015) hevder at selv om noe velges bort, så betyr det ikke at det som velges bort, ikke har noen verdi. Mine valg for redusering av materiale ble gjort på grunnlag av delstudienes forskningsspørsmål.

Ifølge Wertz mfl. (2011) er et grunnprinsipp i kvalitativ forskning at forskningsspørsmålet navigerer valg av analysetilnærminger, og at transparens i den metodologiske strukturen er nødvendig. Som tidligere beskrevet endret forskningstilnærmingen i studien seg fra å være induktiv til å være abduktiv, og etter hvert mer deduktiv. Den metodologiske justeringen jeg har valgt å gjøre i studien, er av betydning for hvordan jeg har behandlet mitt datamateriale. For å være forskningsetisk transparent har jeg redegjort for mine endringer innen valg som er tatt i analysearbeidet. Jeg har beskrevet hvilke metodologiske rammeverk og teoretiske perspektiver som det tas utgangspunkt i, og jeg har beskrevet hvordan analysetilnærmingen tilpasses i løpet av studien for å kunne besvare forskningsspørsmålene i de tre delstudiene. Gjennomsiktighet og en beskrivelse av sammenhengen mellom mine valg av metodologisk rammeverk og teoretiske perspektiver gir studien troverdighet.

Studiens validitet handler om gyldigheten av forskningens resultater og hvordan disse er tolket (Thagaard, 2006). Johannessen, Tufte og Christoffersen (2010) påpeker at gyldighet dreier seg om i hvilken grad forskerens framgangsmåter og funn på en riktig måte reflekterer formålet med studien og representerer virkeligheten. Siden jeg i denne studien undersøker barns matematiske kommunikasjon og språk, handler studiens validitet i stor grad om hvordan jeg som forsker klarer å fremstille barnas deltakelse i samtaler, og å synliggjøre hvordan jeg har gjort mine tolkninger av barnas kommunikasjon og språk, på en begrunnet og troverdig måte. I løpet av studien stilte jeg meg til enhver tid spørsmål om hvorvidt dataene er gyldige representasjoner av fenomenet jeg undersøker. Valget om å gjennomføre en kvalitativ kasusstudie styrker studiens gyldighet ved at jeg tar i bruk en forskningsstrategi som er beskrivende og studerer fenomenet i dybden for å gjøre en virkelighet synlig hvor menneskelige prosesser beskrives, tolkes og forstås.

En styrke når det gjelder studiens gyldighet, er at jeg var til stede i Pyramiden alle dagene mine forskningsdeltakere var i barnehagen, og at jeg foretok vedvarende og mange videoobservasjoner. Det vil si at jeg hadde god tid til å bli kjent med feltet og forskningsdeltakerne, slik at jeg lettere kunne skille mellom relevant og ikke så relevant informasjon. Å kjenne konteksten er sentralt. Ved å være til stede alle de syv ukene barna var i Pyramiden, ble jeg godt kjent med enkeltbarna, de voksne og barnehagens kontekst. Jeg tilbrakte nok tid i Pyramiden til å bli godt kjent med barnehagens rutiner og dagsrytme. Kjennskap til når og hvor ulike aktiviteter oppstod, var til hjelp for meg når jeg skulle vurdere om jeg skulle filme eller ikke. Å være klar over på forhånd hvor og når det kunne oppstå samtaler og kommunikasjon mellom både barn og mellom barn og voksne, var til god hjelp for at jeg kunne gjøre videopptak av barns kommunikasjon gjennom hele barnehagehverdagen.

Bruk av anerkjente metodologiske rammeverk i analysene kan også bidra til å styrke studiens gyldighet. Jeg har i to av delstudiene tatt utgangspunkt i teoretiske og analytiske rammeverk som er anvendt i forskning på matematisk kommunikasjon i skole og høyskole. For å kunne anvende disse rammeverkene i en ny forskningskontekst måtte jeg redegjøre for mine tilpasninger og valg. Teoretiske begrunnelser som støtter opp om mine metodologiske valg, vil styrke gyldigheten i analysene. Til sammen har empirien min og

analysearbeidet gitt meg en rik forståelse av fenomenet kommunikasjon. Det at jeg har benyttet anerkjente teoretiske og analytiske rammeverk samtidig som jeg har tilpasset dem til en barnehagekontekst, har bidratt til at jeg har kunnet beskrive ulike aspekter ved barnehagebarns matematiske kommunikasjon og språk. Forskningsgjennomgangen og diskusjonene av funnene i de tre delstudiene viser også at studiens funn kan være i dialog med annen forskning på feltet. Validering gjennom dialogpartnere i form av kritiske lesere er også godt ivaretatt gjennom prosjektets veiledere.

Studiens overførbarhet handler om hvorvidt leseren kan forstå og gjenkjenne de beskrivelsene og fortolkningene jeg som forsker har gjort av barns matematiske kommunikasjon og språk. Jeg er klar over at fenomenet kommunikasjon kan forstås annerledes av andre mennesker og i andre kontekstuelle forhold enn det jeg i denne studien har undersøkt. Annen forskning på barns matematiske språk og kommunikasjon ser ofte på kommunikasjon i sammenheng med barns matematiske læring og den voksnes rolle i undervisning i matematikk (f.eks. Björklund, 2014; Björklund et al., 2018; Sæbbe & Mosvold, 2016). Slike synspunkt er det ikke tatt høyde for i hverken feltarbeidet, datainnsamlingen eller analysene av videoobservasjonene i denne studien, da den i sin helhet har sett bort i fra barns læring i matematikk. En annen begrensning i denne studien er at utvalget består av få deltakere og en forskningsbarnehage, og delstudienes funn beskrives ut fra et begrenset antall videoopptak.

Selv om overførbarheten av funnene ut ifra disse perspektivene er noe begrenset, vil likevel tykke beskrivelser legge til rette for en naturalistisk generalisering, der leseren selv kan bedømme om leseren kjenne seg igjen i beskrivelsene og dermed ha nytte av kunnskapen i egen situasjon. En naturalistisk generalisering inkluderer både overførbarhet og nytteverdi av forskningens funn. Denne studiens overførbarhet ligger også i hvorvidt den forståelsen som er utviklet innenfor studiens rammer, kan være relevant i andre situasjoner. En sammenligning av studiens resultater med tidligere forskning, kan derfor med større sikkerhet fastslå om resultatene er til å stole på (Stake & Trumbull, 1982). Jeg har i denne studien lagt vekt på å beskrive barns matematiske kommunikasjon og språk, og i funnene har jeg beskrevet hvordan barnas kommunikative handlinger kommer til uttrykk i ulike situasjoner. Når funnene som beskrives, ses i sammenheng med relevant teori, og aktuell forskning blir funnene en del av diskusjonene.

Det er derfor opp til leseren å vurdere funnenes relevans for å forstå hvordan barns matematiske kommunikasjon arter seg for andre barnehagebarn i lignende situasjoner.

Forskerens forforståelse og perspektiver er sentralt i den kvalitative forskningen. Ifølge Hammersley og Atkinson (2004) arbeider forskeren innenfor det tilgjengelige kulturelle perspektivet, og det er refleksjon som gir den empiriske forskningen verdi. Forskerens selvrefleksivitet er dermed avgjørende og en viktig forutsetning for å kunne ransake sine egne fortolkninger og konstruksjoner av det empiriske materialet på en kritisk måte. Synliggjøring av egne fordommer og hvilke perspektiver tolkningene er gjort ut fra, er avgjørende for troverdigheten. Jeg har i denne studien lagt vekt på å synliggjøre hvordan egen forforståelse og forskerposisjon har hatt innvirkning på studiens empirigrunnlag, analyser og fortolkninger av funn, gjennom mine metodologiske og etiske refleksjoner. I disse refleksjonsprosessene har jeg også erfart at når du som forsker skal stadig holde deg oppdatert innen aktuell forskning på feltet, kan funn i nyere studier kan føre til at du både bevisst og ubevisst endrer dine oppfatninger av det studerte fenomenet.

5. Resultater

I dette kapitlet vil jeg presentere de tre artiklene som inngår i avhandlingen, og som danner grunnlaget for å svare på studiens overordnede problemstilling. De tre artiklene presenteres på norsk for å synliggjøre artiklernes problemstilling, teoretiske grunnlag og hovedfunn. De metodologiske perspektivene i artiklene ble presentert og diskutert i kapittel 4.4.1, og er bare tatt med der det er nødvendig for å beskrive konteksten.

Den første delstudien fokuserer på barnas bruk av matematisk språk, og undersøker hvordan barn tar i bruk matematiske begrep når de skal forklare sine tanker og meninger om realfaglige fenomener. Den andre delstudien undersøker effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter, og den tredje delstudien retter oppmerksomheten mot barns matematiske argumenter som oppstår i lekbaserte aktiviteter.

5.1 Artikkel 1

Nergård, B. (2019). *Children's use of mathematical language*. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. (hal-02414943)

I denne artikkelen undersøker jeg barns bruk av matematiske begreper i samlingsstunder. Delstudien svarer på følgende forskningsspørsmål: «How do some five-year-olds use mathematical concepts when they express their thoughts about natural phenomena?» I studien identifiserer og analyserer jeg hvordan og når barnehagebarna tar i bruk matematiske begreper i samlingsstunder.

Når barn i barnehagen undersøker og utforsker matematikkfaglige tema, bruker de språket til å kommunisere om de fenomenene de fokuserer på (Björklund, 2013a; Riccomini et al., 2015). Matematisk språk og begrepsbruk er en viktig del av barns læring, og rik samhandling med matematiske begreper er viktig for utviklingen av barns matematiske kunnskap (Clements, 2001; Purpura et al., 2017). Å utforske hvordan barna i barnehagen bruker matematisk språk og begreper, er relevant med hensyn til både den økende interessen for læringsaspektet og det økende fokuset på språk og matematikk i nordiske barnehager (Hammer, 2012). Hensikten med artikkelen er å bidra til diskusjonen om matematikk og hvilken plass det matematiske språket kan ha i norske barnehager.

De innledende analysene viste at samlingsstunder består av mange samtaler mellom de voksne og barna, og at samlingsstunder er en sosialt situert praksis hvor barna blir oppmuntret til å undre seg og uttrykke sine tanker. Analysene av 16 samlingsstunder resulterte i seks kategorier som kjennetegner de situasjonene hvor enten barn eller voksne tar i bruk matematiske begrep: 1) barn sammenligner, 2) barn forklarer og argumenterer, 3) barn svarer på spørsmål, 4) voksne beskriver, 5) voksne stiller spørsmål og 6) voksne svarer. Artikkelen fokuserer på to av de seks kategoriene: 1) barn sammenligner og 2) barn forklarer og argumenterer. En enkel beskrivelse av de resterende fire kategoriene finnes i vedlegg 6.

Funnene i kategorien *barn sammenligner* viser at når barn skulle beskrive eller forklare verbalt hva de observerte i samlingsstundene, responderte de ofte med «det ser ut som ...» eller «det ligner på ...». Barna sammenlignet likheter og ulikheter ved de konkretene og aktivitetene som ble presentert for dem, og barna tok i bruk matematiske begreper som beskriver egenskapene til det de observerte, i forhold til farge, form, størrelse og funksjon. Ved for eksempel å sortere konkretene etter størrelse fikk barna en erfaring med å ta i bruk matematiske begreper relatert til et kvantitativt språk, som ifølge Barner, Chow, og Yang (2009) er viktig i barns tidlige begrepsforståelse. I tillegg ordnet barna konkretene i rekkefølge, for eksempel fra størst til minst. Barner mfl. (2009) hevder at ved å ordne egenskaper i rekkefølge får barn en erfaring med å uttrykke seg verbalt i forhold til tallstørrelser og måling. Barna tok også i bruk det nonverbale språket når de sammenlignet størrelser og former. Barna tegnet for eksempel en sirkel i lufta samtidig som de sa «planten er rund», og her støttes begrepet sirkelformet med en fysisk gest. Når barna uttrykte ulikheter i størrelsen på konkretene, framstilte barna de ulike dimensjoner ved å gjøre mindre eller større bevegelser med kroppen. Når barna sammenlignet egenskaper med å beskrive likheter og ulikheter med kroppen, ble det nonverbale språket en hjelp for dem til å visualisere sine forklaringer. Analysene viste at barna i stor grad brukte kroppsspråket samtidig som de forklarte og beskrev sine observasjoner i samlingsstundene. I så måte ble de verbale matematiske begrepene støttet av nonverbalt språk.

Funnene i kategorien *barn forklarer og argumenterer* viser at barna forklarte og argumenterte for sine meninger ved hjelp av både et verbalt språk, et nonverbalt språk og

ved å bruke konkretene. Når barna skulle gi uttrykk for hva de trodde kom til å skje, eller forklare hvordan de mente ting fungerte, relaterte de sine verbale ytringer i stor grad til sine tidligere erfaringer, for eksempel noe de hadde opplevd eller gjort tidligere. I eksperimenter hvor barna skulle anta hva som kom til skje med ulike konkreter, var begrunnelsene relatert til ulike egenskaper ved konkretene, for eksempel størrelse, vekt, masse og form. Barnas verbale forklaringer og argumentasjon ble ofte støttet av barnas kroppsspråk. Når barna for eksempel holdt en konkret i hånda, brukte de kroppen sin som vekt og forklarte nonverbalt ved å senke hånden mens de estimerte konkretens tyngde. Ifølge Helenius, Meaney, Lange, Wernberg og Johansson (2016) fikk barna erfaring med transitivitet og med å vurdere vektforskjeller ved at de brukte hendene. I de tilfellene hvor barna ikke klarte å forklare og argumentere verbalt for sine meninger, tok de gjenstandene fysisk i bruk og viste ved hjelp av gjenstanden hva de tenkte. I mange tilfeller berørte, beveget eller flyttet barna konkretene for å vise hva de mente, og de brukte de fysiske konkretene til å støtte opp under sine argumenter og forklaringer.

Samlet viser funnene at barna i stor grad brukte matematiske begreper for å uttrykke sine tanker om naturfaglige fenomener, og funnene synliggjør at barna møter Bishop sine seks matematiske aktiviteter gjennom både et verbalt og et nonverbalt språk. Barna brukte begreper relatert til lokalisering, måling, telling og design, og de brukte matematiske begreper ved å sammenligne, forklare hva de mener, og argumentere for sine løsninger. Gester var en tydelig del av barns matematiske språk, og barna viste forklaringene sine ved å bruke kroppsspråket eller gjenstanden som en støtte for sin verbale argumentasjon. Ved å handle og tenke fritt fikk de muligheten til å oppdage matematiske relasjoner i forskjellige fenomener, og de brukte et variert matematisk språk til å snakke om sine handlinger og gi uttrykk for sine meninger. Björklund (2014) hevder at det er nettopp gjennom slike erfaringer at matematikk kan bli en måte å tenke på og et språk som kan brukes til å løse problemer. På bakgrunn av dette kan det sies at det å identifisere når og hvordan barnehagebarn tar i bruk matematiske begreper, er viktig for kunne legge til rette for at barna kan ta i bruk et matematisk språk og gi uttrykk for sine matematiske tanker og ideer.

5.2 Artikkel 2

Nergård, B. & Wæge, K. (2021). Effective mathematical communication in play-based activities: a case study of a Norwegian preschool. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 26(2), 47-66.

I denne artikkelen undersøker vi hvordan effektiv matematisk kommunikasjon etableres mellom deltakerne i lekbaserte aktiviteter. Forskningsspørsmålet i delstudien er: «How can visual mediators, gestures and mathematical concepts support effective mathematical communication in play-based activities in preschool?»

Kommunikasjonens rolle i matematikkundervisningen hatt stor oppmerksomhet i lengre tid (f.eks. Cobb, 1994; Sfard, 2008), og flere studier påpeker viktigheten av kommunikasjon og matematiske samtaler for barns læring i matematikk (f.eks. Sfard, 2001; Sfard & Lavie, 2005). Men bare å kommunisere og diskutere matematiske ideer garanterer ikke at læring vil skje. Sfard og Kieran (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001) hevder at kommunikasjon må være effektiv for at elevene skal lære matematikk og tilegne seg en matematisk forståelse.

Forskning på matematisk kommunikasjon i en barnehagekontekst har i stor grad fokusert på barnehagelærerenes rolle, og på hvordan barnehagelæreren kan bidra til barns læring gjennom kommunikasjon i vokseninitierte aktiviteter (f.eks. Björklund et al., 2018; Carlsen, 2013). Studier på matematisk kommunikasjon i lek fremhever den voksnes engasjement i barns matematisering (Björklund, 2008; van Oers, 1996), og det vektlegges at barnehagelæreren bør stille spørsmål som oppfordrer barna til å forsøke å forstå matematiske problemer som dukker opp i leken, og at spørsmålsformuleringer er sentrale for å hjelpe barna til å matematisere innholdet i leken (Björklund et al., 2018). Denne artikkelen fokuserer på kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter, og forskning viser at gester og konkrete er en viktig del av barns matematiske kommunikasjon i lek (f.eks. Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015).

I forskning på matematisk kommunikasjon i barnehagen har det blitt viet lite oppmerksomhet til detaljerte beskrivelser av hvordan effektiv kommunikasjon etableres, og hvorfor deltakerne klarer å etablere et felles fokus og effektiv kommunikasjon. Denne mangelen på forskning skyldes antageligvis at begrepet effektiv kommunikasjon i stor grad er blitt relatert til forskning på matematiske samtaler i skolen. Hensikten med denne

artikkelen er å gi ny innsikt i hva effektiv matematisk kommunikasjon i barnehagen kan være. Studien fokuserer på hvordan visuelle mediatorer, matematiske begrep og gester støtter effektiv matematisk kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter.

Artikkelen presenterer en lengre samtale mellom en barnehagelærer og to jenter og en kortere samtale mellom en barnehagelærer og en gutt. Samtalene representerer den forståelsen vi som forskere har utviklet om effektiv kommunikasjon. Funnene i samtalene beskrives ved hjelp av Ryve og kollegaers (Nilsson & Ryve, 2010; Ryve, 2006; Ryve et al., 2013) sitt analytiske rammeverk og deres definisjoner av begrepene fokalt prosjekt og kontekstualisering. Teoretiske perspektiver tilpasses en barnehagekontekst, da forskning viser at en multimodal tilnærming er essensiell for å analysere barnehagebarns kommunikasjon (Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015). En multimodal analyse av kommunikasjonen som oppstår i de lekbaserte aktiviteten, bidrar til å belyse hvordan visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep støtter deltakerne i å etablere kompatible fokale prosjekt, og hvordan deltakerne kontekstualiserer sitt fokale prosjekt slik at effektiv matematisk kommunikasjon etableres.

Funnene viser at barnehagelæreren og barna ofte brukte gester i sin kommunikasjon når de kontekstualiserte sine fokale prosjekt, og at bruken av gester, spesielt peking, var viktig for å etablere effektiv kommunikasjon. Deltakerne pekte på de visuelle mediatores som de kontekstualiserte det matematiske problemet til, og dermed fungerte både den visuelle mediatores og pekingen som en støtte til eksplisitt å synliggjøre deltakernes fokale prosjekt og kontekstualisering i samtalen. Vi så hvordan barnehagelæreren brukte peking i kombinasjon med matematiske begreper når hun stilte spørsmål, for å vise til sitt fokale prosjekt og sin kontekstualisering. Barna kombinerte også peking og matematiske begreper for å gjøre sitt fokale prosjekt og sin kontekstualisering eksplisitt. I samtalen hvor Siri er involvert i et fokalt prosjekt som handler om hva som er tyngst. Hun peker på den tyngste konkrete samtidig som hun sier «Se her! Denne veier mest».

Funnene viser at spesielt peking ble brukt som en nonverbal respons for eksplisitt å beskrive deltakernes individuelle fokale prosjekt. En situasjon som synliggjør dette er når Siri brukte peking som en nonverbal respons idet hun pekte på den den tyngste konkrete for å gi et svar på barnehagelærerens spørsmål om hva som er tyngst. Siri viste ved å peke på konkrete hvordan hun kontekstualiserte sitt fokale prosjekt i den spesifikke visuelle

mediatoren. I den andre samtalen bruker gutten peking for å underbygge sine responser til barnehagelæreren, og han tar i bruk peking for å vise hvordan han kontekstualiserer sitt fokale prosjekt. Deltakernes aktive bruk av peking og gester spilte en viktig rolle i formidlingen av deres matematiske tanker (Radford, 2002), og spesielt pekingen på de ulike konkretene var en viktig støtte i kommunikasjonen for å etablere effektiv matematisk kommunikasjon og kommunisere innenfor hverandres meta-diskursive forventninger.

Barnas fysiske manipulasjon av de visuelle mediatoresene som var en del av aktiviteten, spilte en viktig rolle i kommunikasjonen (Sfard, 2008), og funnene beskriver hvordan den fysiske manipulasjonen av de visuelle mediatoresene hjalp deltakerne til å etablere et felles fokalt prosjekt og en felles kontekst. Når deltakerne løftet opp eller flyttet på de visuelle mediatoresene, ble den fysiske manipulasjonen en nonverbal respons på et matematisk problem, og den fysiske manipulasjonen bidro til å gjøre deltakernes fokale prosjekt og kontekstualisering eksplisitt for de andre deltakerne. Den fysiske manipulasjonen av konkretene kan sees på som en kroppsliggjøring av både det verbale språket og det nonverbale språket til deltakerne, slik det er beskrevet i Sfard & Lavie (2005). I den lengste samtalen så vi hvordan Siri ga et nonverbalt svar på spørsmålet "Hvilken er den tyngste?" ved å løfte opp den tyngste konkreten. Ved å fysisk løfte konkreten gjorde hun sitt fokale prosjekt og sin kontekstualisering mer eksplisitt. Vi så også at de to jentene klarte å etablere en nonverbal dialog med et kompatibelt fokalt prosjekt og felles kontekstualisering ved fysisk å flytte de visuelle mediatoresene fram og tilbake fra sidene på vekta mens de sammen prøvde å få vekta i likevekt.

Når deltakerne var involvert i et kompatibelt fokalt prosjekt og handlet innen samme kontekst, fungerte de visuelle mediatoresene som støtte i etableringen av effektiv matematisk kommunikasjon, og deltakerne kommuniserte innenfor rammene av hverandres meta-diskursive forventninger (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001). Samtidig viser analysene at i de tilfellene hvor deltakerne ikke retter sin oppmerksomhet mot de samme visuelle mediatoresene når de kontekstualiserer fokale prosjekt, så endrer kommunikasjonen seg til å ikke være effektiv. Vi så for eksempel at Siri sin oppmerksomhet gjennom deler av samtalen i stor grad var rettet mot hennes opprinnelige fokale prosjekt og den visuelle mediatoresen som førte til at samtalen oppstod.

Siri rettet ofte sin oppmerksomhet mot hva som skjedde med vekta når hun plasserte den tyngste konkreten på vekta. Når Anna for eksempel plasserte noen grambrikker på vekta, var ikke Siri interessert i å se hva som skjedde med vekta. Jentene hadde et felles fokalt prosjekt som dreide seg om vektskålas stilling, men de kontekstualiserte ikke det fokale prosjektet i de samme visuelle mediatorne. Kommunikasjonen ble da ikke effektiv, da de to jentene ikke kommuniserte innenfor hverandres meta-diskursive forventninger.

I samtalen mellom barnehagelæreren og gutten synliggjøres det hvordan fokuset i kommunikasjonen kan endre seg ved at barnehagelæreren omformulerer spørsmålet sitt. I løpet av samtalen introduserer barnehagelæreren et nytt fokalt prosjekt ved at hun spør om gutten vet hvor mange bjørner han har «til sammen». Til nå har deres felles fokus vært hvor mange bjørner som er plassert på hver side av midten. Gutten oppfatter ikke hva barnehagelæreren spør om og svarer ved å peke på de tre bjørnene som er på hver side, han viser dermed tilbake til sitt opprinnelige fokale prosjekt. Når så barnehagelæreren underbygger sitt spørsmål ved å peke på alle bjørnene og omformulere spørsmålet sitt ved poengtere at hun lurer på om han vet hvor mange bjørner som er i til sammen i hele rekken av bjørner oppfatter gutten hva barnehagelæreren spør om. De etablerer et felles fokalt prosjekt i samme kontekst, alle bjørnene i rekka.

van Oers (2010) hevder at barnas handlinger bare får matematisk betydning når den voksne reagerer på barns handlinger på en matematisk måte. Funnene beskriver hvordan barnehagelæreren introduserte nye fokale prosjekt ved å stille spørsmål eller ved å introdusere nye matematiske begreper, ofte i kombinasjon med gester og visuelle mediatorer. I løpet av samtalene førte bruk av spørsmål og/eller introduksjon av matematiske begreper til endringer i barnas fokale prosjekt og kontekstualisering. Når for eksempel barnehagelæreren spurte: "Veier de det samme?", og i neste ytring endret spørsmålet til: " Er de like tunge?", forsøkte hun å vende Siri sin oppmerksomhet fra bare å leke med den tyngste konkreten til å delta i å løse et fokalt prosjekt som omhandler likevekt og skålvekta. Spørsmålene og bruken av matematiske begreper fungerte som utgangspunkt for etablering av et felles fokalt prosjekt om hvor mye den tyngste konkreten veide, i kontekst med vektskåla, konkretene og skålvektens likevekt.

Studien viser hvordan sammenhengen mellom matematiske ord (f.eks. veier, tyngst, tilsammen), gester (peking) og visuelle mediatorer (vektskåla og andre konkreter) var

avgjørende for å etablere og gjøre fokale prosjekt og kontekstualisering eksplisitt, og dermed etablere effektiv kommunikasjon. Vi så hvordan barnehagelærerens og barnas bruk av matematiske begreper i sine spørsmål og svar, kombinert med peking og fysisk manipulering av de visuelle mediatorne, gjorde den matematiske kommunikasjonen effektiv, og hvordan visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep bidro til at de kommuniserte innenfor hverandres meta-diskursive forventninger. Studien viser hvordan deltakerne kombinerte visuelle mediatorer, gester og matematiske begreper i kommunikasjonen, og hvordan en slik kombinasjon hjalp deltakerne med å etablere et felles fokus og en felles kontekst. Ved å undersøke og utforske hva som kjennetegner effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter, gir denne studien innsikt i hvordan effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter kan etableres.

I etterkant av studien har jeg gjort meg noen refleksjoner over hvordan begrepet effektiv kommunikasjon kan ses i sammenheng med intersubjektivitet og vedvarende felles tenking (sustained shared thinking). Björklund mfl. (2018) tar utgangspunkt i disse begrepene i sin studie når de undersøker og diskuterer sentrale aspekter rundt barnehagelærerens rolle i lekbaserte aktiviteter når hensikten er å skape produktiv kommunikasjon. Med bakgrunn i Björklund mfl. (2018) sin bruk av disse to begrepene i forskning på produktiv matematisk kommunikasjon, og hvordan jeg i denne studien synliggjør hvordan effektiv matematisk kommunikasjon kan etableres, mener jeg dette kan ses i sammenheng med hverandre. Det vil være av interesse for videre forskning på barnehagebarns matematiske kommunikasjon å utforske relasjonen mellom effektiv kommunikasjon, produktiv kommunikasjon og barns muligheter for læring.

5.3 Artikkel 3

Nergård, B. (2021). Preschool children's mathematical arguments in play-based activities. *Mathematics Education Research Journal*. doi:10.1007/s13394-021-00395-6

Denne artikkelen fokuserer på barns matematiske argumenter i lekbaserte aktiviteter, og forskningsspørsmålet er: «What characterizes the structure and mathematical content of children's mathematical arguments in play-based activities?»

Argumentasjon er i lang tid blitt anerkjent som en av de mest relevante læringsstrategiene basert på diskursive interaksjoner i klasserommet (Mirza & Perret-Clermont, 2009; Yackel & Cobb, 1996), og interessen for matematiske argumenter kommer til uttrykk i mange studier (Krummheuer, 2007; Nordin & Boistrup, 2018).

Barnehagen har blitt anerkjent som et miljø hvor barn utvikler argumenterende ferdigheter (f.eks. Dovigo, 2016; Pontecorvo & Arcidiacono, 2010; Zadunaisky Ehrlich, 2011), og det er økende forskning på barnehagebarns matematiske resonnering, begrunnelse og argumentasjon (f.eks. Sumpter & Hedefalk, 2015; Tsamir et al., 2009). Noen studier har undersøkt strukturen i barnehagebarns argumentasjon (f.eks. Breive, 2017; Sumpter, 2016). Sumpter (2016) sier at få studier har brukt eller forankret analysene av matematisk resonnering i teorier og rammeverk om matematisk argumentasjon.

Hensikten med denne artikkelen er å undersøke strukturen og det matematiske innholdet i barnehagebarns matematiske argumenter som en del av kommunikasjonen i lekbaserte aktiviteter. Artikkelen bidrar med å fremheve hvordan rammeverk (Nordin & Boistrup, 2018) og teorier (Lithner, 2008; Toulmin, 2003) kan brukes til å identifisere og utforske barnehagebarns matematiske argumenter, og hvordan strukturen i barns argumenter kan synliggjøres ved å analysere de voksnes bruk av samtaletrekk (Conner et al. 2014; Dovigo 2016).

Funnene i artikkelen presenteres i to hovedkategorier, *delargumenter* og *fullargumenter*, hvor delargumenter viser til de dialogene som bestod av en enkelt påstand (C) fra barnet og en kort kommentar fra den voksne, mens fullargumenter beskrives som lengre og sammenhengende dialoger.

Funnene i artikkelen indikerer at de strukturelle aspektene av barns argumenter som oppstår i delargumenter, består av en påstand (C) fra barna, en kort respons (R) fra de voksne, og til slutt barna som formidler data (D) i form av en fysisk håndtering av konkretene de leker med. Delargumenter starter med at barnet ytrer en påstand som er relatert til de konkretene som barnet leker med. Påstanden barnet starter med, er matematisk forankret og direkte knyttet opp mot de matematiske egenskapene til konkretene, for eksemplet form eller mengde. Videre viser analysene at den voksne følger opp barnets ytring med en kort kommentar eller ingen respons. Deretter stopper den

verbale dialogen. Funnene beskriver hvordan barna leker videre med konkretene i alle delargumentene, og analysene viser hvordan denne fysiske behandlingen av konkretene kan tolkes som data (D) for barnets påstand. Ved å bruke en multimodal tilnærming anser jeg barnas nonverbale argumenter som en del av deres argumentasjon (Nordin & Boistrup, 2018). Konkretene i leken, og det barna fysisk gjør med dem, tolkes som data for deres påstander. Men siden barna ikke gir en verbal forklaring (W), er forholdet mellom påstand og data mindre tydelig. Når barnet ikke blir utfordret av den voksnes respons til å begrunne sine påstander, blir de forskjellige elementene i barnas argumenter mindre åpenbare, og forklaringen som viser sammenhengen mellom påstand og data, mangler. Dette funnet er ikke overraskende, ettersom andre studier (f.eks. Björklund et al., 2018; Krummheuer, 1995) påpeker at læreren bør utvide barnas matematiske ideer og kommunikasjon for å fremme begrunnelse av argumenter.

I fullargumenter viser funnene at de tre strukturelle elementene påstand (C), data (D) og forklaring (W) var en del av barns argumenter. Fullargumenter kjennetegnes ved at barnet ytrer en påstand, og den voksne responderer (R) spørrende på barnets påstand, hvorefter barnet presenterer data for sin påstand, og deretter en matematisk forklaring som knytter data til påstand. Fullargumenter illustrerer kompleksiteten i barnas argumenter ved at funnene viser hvordan barna bidro med støtte (B) i sine forklaringer for å styrke sine matematiske argumenter.

Analysene av fullargumenter viser at når de voksne for eksempel stilte spørsmål, kommenterte barnets påstand eller data, stilte barnet lukkede spørsmål, men samtidig foreslo andre løsninger eller endret eller utvidet det barnet sa, så ga barnet en forklaring eller støtte for å underbygge sin påstand. Funnene viser at når de voksne utfordret barna til å forklare mer i dybden, ble de matematiske argumentene oppmuntret, og barna brukte flere matematiske begreper i sin forklaring og støtte. Andre studier (f.eks. Björklund et al., 2018; Lee & Ginsburg, 2009) indikerer at barna med veiledning fra en voksen kan forklare matematiske konklusjoner mer eksplisitt. I fullargumenter tok de voksne i bruk andre støttende handlinger, slik som å lede, fremme og evaluere (Conner et al., 2014), og slike responser fra de voksne bidro til at barna styrket sine argumenter matematisk. I sine forklaringer, som begrunnet sammenhengen mellom påstand og data, brukte barna begreper som for eksempel «som», «fordi» og «det er slik». Funnene fra denne studien

peker på den viktige rollen de voksne har som samtalepartnere i argumentasjonen som oppstår i de lekbaserte aktivitetene, og viser at den voksnes samtaletrekk er av stor betydning for om et argument opprettholdes eller ikke.

I fullargumenter tok barna i bruk et verbalt språk, konkretene og håndbevegelser (spesielt peking) for å uttrykke både data (D), forklaring (W) og støtte (B) (Radford, 2009). Som i andre studier (f.eks. Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015) belyser funnene i denne artikkelen hvordan barna tar i bruk ulike modaliteter for å underbygge sine argumenter. Funnene illustrerer barns omfattende bruk av de konkretene som de lekte med, og viktigheten av barnas fysiske håndtering av lekmateriellet når de ga uttrykk for data, forklaring og støtte. I alle elementene i den argumenterende strukturen i fullargumenter pekte barna på, berørte de eller flyttet de konkretene for å underbygge sine argumenter. I likhet med Nordin og Boistrup (2018) belyser funnene relevansen av å ha en multimodal tilnærming til barns kommunikasjon når man skal utforske barns matematiske argumenter. Funn i denne artikkelen kunne lett ha blitt oversett om ikke en slik multimodal tilnærming ble gjennomført i identifiseringen av barnas argumenter.

Funnene viser at barnehagebarn er i stand til å argumentere matematisk, og at barnas argumenter var relatert til aspekter som form, størrelse og mønster. Argumentene var forankret i matematiske aspekter ved de gjenstandene de lekte med, og argumentene barna kom med i dialogene, kan derfor betraktes som matematiske (Lithner, 2008).

Funnene i sin helhet indikerer at lekbaserte aktiviteter er en sosial kontekst hvor barns matematiske argumenter oppstår spontant (Perry & Dockett, 2007), og hvor de kan løse matematiske problemer og diskutere og argumentere for sine meninger (van Oers, 2010). Ved å undersøke strukturen og innholdet i barns matematiske argumenter gir denne studien innsikt i hvordan barnehagebarns argumenter kan betraktes som matematiske, og hvordan barnehagebarn tar i bruk et multimodalt språk i sine argumenter.

6. Sammenfattende diskusjon

Den overordnede problemstillingen som utforskes i denne avhandlingen er: *Hva kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en norsk barnehage?* Hensikten med studien er å utvikle kunnskap om og innsikt i barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon som brukes, skapes og oppstår gjennom samtaler, lek og aktiviteter i barns barnehagehverdag. Studiens samlede resultater bidrar med å løfte frem barnets rolle i matematisk kommunikasjon i barnehagen.

I delstudie 1 undersøker jeg barnas bruk av matematiske begreper når de skal forklare sine tanker og meninger om naturfaglige fenomener. Delstudie 2 utforsker hvordan visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep støtter effektiv matematisk kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter. Til slutt, i delstudie 3, undersøker jeg struktur og innhold i barnas matematiske argumenter som er en del av kommunikasjonen i lekbaserte aktiviteter.

De tre delstudiene bidrar på ulike måter – hver for seg og sammen – til å svare på spørsmålet om hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon. Jeg skal i dette kapitlet trekke noen tråder på tvers av de tre delstudiene og diskutere funnene i lys av studiens teoretiske rammeverk og tidligere forskning.

I arbeidet med å sammenstille funnene i de tre delstudiene, pekte det seg ut noen overordnede tematikker jeg ønsket å fremheve. Den første tematikken som omhandler barnehagebarns multimodale kommunikasjon, utkrystalliserte seg tidlig som en felles tematikk hvor jeg kunne se funnene fra alle delstudiene i en sammenheng med hverandre. Jeg ønsket å fremheve funnene i studien som viser at barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon er sammensatt og kompleks, at barnet snakker med hele seg ved ta i bruk ulike medierende artefakter. Et annet tema, som funnene viser og som jeg synes er viktig å løfte frem, er hvordan barnehagebarn tar i bruk argumentasjon i den matematiske kommunikasjonen. Den siste tematikken som jeg har valgt å trekke frem handler om å identifisere og utforske barns matematiske kommunikasjon ved å ta i bruk ulike analytiske rammeverk. I denne studien har jeg tatt i bruk analytiske rammeverk innen matematisk kommunikasjon og tilpasset dem til barnehagekonteksten. Dette er et viktig bidrag til forskning på barns matematiske språk og kommunikasjon i barnehagen.

Den sammenfattende diskusjonen av delstudienes bidrag organiseres derfor omkring disse tre tematikkene:

1) Barnehagebarns multimodale kommunikasjon, 2) Barns matematiske argumentasjon i ulike kontekster i barnehagen, og 3) Å identifisere og utforske barns matematiske kommunikasjon.

Kapitlet avsluttes med implikasjoner for videre forskning.

6.1 Barnehagebarns multimodale kommunikasjon

Matematikk kan kommuniseres med forskjellige uttrykkmåter, og barna tar i bruk et multimodalt språk når de skal formidle sine forklaringer og tanker (f.eks. Sfard, 2009; Johansson et al., 2014; Nordin & Boistrup, 2018). Studien min fremhever at barnehagebarn tar i bruk et multimodalt matematisk språk for å støtte, erstatte og underbygge det matematiske innholdet i samtalene og aktivitetene. I samsvar med tidligere forskning (f.eks. Flottorp, 2010; Johansson et al., 2014; Sumpter, 2015), viser min studie at barnehagebarna tar i bruk ulike modaliteter, slik som tale, gester, og fysisk behandling av konkrete objekter i sin kommunikative handlinger. Studien understreker relevansen av å ha en multimodal tilnærming når man skal utforske barns matematiske språk og kommunikasjon. Barna brukte ofte de multimodale uttrykkene i kombinasjon med hverandre, men jeg beskriver de hver for seg for å vise sammenhengen mellom funnene i hver av de tre delstudiene. Hvordan de multimodale uttrykkene ble brukt i kombinasjon med hverandre beskrives også senere i løpet av diskusjonskapitlet.

6.1.1. Hvordan barn bruker matematiske begrep

Ifølge Perry og Dockett (2007) utforsker barn matematiske sammenhenger og begreper i samtaler med andre, og når barnehagebarn matematiserer, tar de i bruk et matematisk språk og lærer matematiske begreper gjennom kommunikasjon (van Oers, 2014). I samtaler hvor de matematiske begrepene brukes aktivt blir matematikken mer synlig for barna (Riccomini et al., 2015). I samsvar med Björklund (2008) og Ginsburg (2006), viser min studie at barna anvender mange matematisk begrep i kommunikasjon med andre i

det sosiale samspillet i barnehagen. I alle de tre delstudiene synliggjøres det hvordan barna ofte involverer matematiske begreper i sine forklaringer når de utforsker matematiske sammenhenger. Delstudie 1 viser hvordan barna bruker matematiske begreper når de beskriver, forklarer og diskuterer naturfaglige fenomener sammen med andre i samlingsstunder. Ifølge Broström og Frøkjær (2016) kan realfaglige sammenhenger i stor grad beskrives med matematiske begreper, og Björklund (2013b) hevder at barns erfaringer og opplevelser med naturfaglige eksperimenter fører til en bedre fortrolighet hos barna til å kunne ta i bruk matematiske begreper som omhandler tall og størrelser. Delstudie 1 viser hvordan barna bruker matematiske begreper når de sammenligner og beskriver likheter og ulikheter ved det de observerer. Studien illustrerer hvordan barna benytter seg av begreper relatert til egenskaper som form, farge, størrelse og funksjon. Barna en del av en sosial kontekst hvor de utforsker og undrer seg over naturfaglige fenomener, og studien viser at de bruker et variert matematisk språk for å beskrive sine observasjoner av eksperimentene og det som skjer i samlingsstundene. Delstudie 1 viser at barna tar i bruk begreper som synliggjør hvordan de knytter sine tanker og meninger relatert til matematiske temaer som lokalisering, måling, telling og design (f.eks. Bishop, 1989). I samsvar med Björklund mfl. (2018), viser studien at når barna matematiserer innholdet i aktivitetene, anvender de et matematisk språk fordi matematikk trengs i deres forklaringer. Matematikk blir et nødvendig verktøy som de tar i bruk i kommunikasjonen med de andre.

Funnene i delstudie 1 og 3 samsvarer med Purpura mfl. (2017), som hevder at barns bruk av matematiske begreper er spesielt viktig når de skal forklare, argumentere, resonnere og diskutere matematiske ideer sammen med andre. Begge delstudiene viser hvordan barna tar i bruk matematiske begreper for å støtte opp under sine argumenter og forklaringer. Delstudie 1 viser hvordan barna, i sine forklaringer og argumenter, bruker matematiske begreper som kan relateres til matematiske karakteristikk ved de fenomenene og objektene de observerer. Delstudie 3 viser hvordan barna, i fullargumenter, bruker matematiske begreper relatert til form og mønster for å underbygge (gi data) og forklare sine påstander (Toulmin, 2003). Ved å ta i bruk matematiske begreper, synliggjør de relasjonene mellom de forskjellige elementene i argumentene (Toulmin, 2003). Delstudie 3 viser at når barnehagelæreren utfordrer barna

til å begrunne sine påstander, tilpasser barna de matematiske begrepene eller tar i bruk nye matematiske begrep for å begrunne sine påstander mer eksplisitt som også andre studier har funnet, se f.eks. Björklund mfl. (2018) og Lee og Ginsburg (2009).

Delstudie 2 viser hvordan deltakernes bruk av matematiske begrep bidrar til å støtte effektiv matematisk kommunikasjon (f.eks. Sfard & Kieran, 2001; Ryve et al., 2013). Studien viser hvordan deltakernes bruk av matematiske begreper bidrar til å synliggjøre deres fokale prosjekter og kontekster. van Oers (1996) hevder at barnehagelæreren kan tilføre nye begreper og perspektiver for å bidra til at barna matematiserer elementer i leken. Delstudie 2 illustrerer hvordan små endringer i barnehagelærerens begrepsbruk kan svekke eller støtte etableringen av effektiv matematisk kommunikasjon. I samsvar med Björklund (2013a) sin studie, viser delstudie 2 at barnehagelærerens bruk av matematiske begreper er avgjørende for om barnet oppfatter hvilken matematikk det fokuseres på.

6.1.2. Hvordan barn uttrykker seg ved hjelp av gester

Gester, mimikk og kroppsspråk er en viktig del av barns matematiske kommunikasjon (f.eks. Sfard, 2009; Flottorp, 2010; Elia & Evangelou, 2014), og ifølge Sfard (2009) er disse nonverbale responsene inkludert i kommunikasjonen så lenge de er i direkte relasjon til den pågående kommunikasjonen. McNeill (1992) påpeker at tale og gester bør betraktes som en integrert prosess for å forstå barns språkuttrykk, mens Radford (2003) fremhever at gester i seg selv kan være et uttrykk for barns tanker.

Delstudie 1 viser at barna ofte bruker både matematiske begreper og gester for å uttrykke ulikheter og likheter ved objektene form og størrelse i samlingsstundene. Barna uttrykker sine tanker og meninger om formen og størrelsen til objektene ved å gestikulere med hendene. Dette er i samsvar med Elia og Evangelou (2014), som fant at barna brukte gester for å forklare romlige sammenhenger. I en studie av språkets rolle i barns kommunikasjon i lek, viser Flottorp (2010) hvordan barnas kroppslige erfaringer og kommunikative handlinger er grunnleggende for deres klassifisering og logiske tenkning. Delstudie 1 viser hvordan barnas bruk av matematiske begreper er støttet av fysiske gester, som peking og bevegelser med kroppen. Gestene komplementerer barnas verbale uttrykk slik at barna kan visualisere/kommunisere sin forståelse av forskjellige former og

størrelser. Studien beskriver også hvordan barnas forklaringer og argumentasjon ofte er støttet av deres kroppsspråk. Barna viser sine forklaringer ved å bruke gester, og gestene er en støtte i barnas argumentasjon.

Delstudie 1 og 3 viser, i samsvar med andre studier av barns matematiske argumentasjon (f.eks. Breive, 2017; Johansson et al., 2014; Sumpter og Hedefalk, 2015), hvordan barna bruker gester, og spesielt peking, for å uttrykke sine argumenter og resonnering. Vygotsky (1978) og Radford (2002) hevder at tenkning ikke skal betraktes som noe som kun skjer i hodet, men i og gjennom språk, kropp og redskaper. Radford fremhever at gester, som for eksempel peking, spiller en viktig rolle i mediering av barnas matematiske tanker. Delstudie 3 viser hvordan barna formidler data for sine påstander ved å peke på de konkretene de leker med. I barnas delargumenter utgjør pekingen på konkretene en nonverbal data for deres påstand. Mens i fullargumenter, kombinerer barna pekingen med matematiske begreper og/eller en fysisk behandling med konkretene for å uttrykke både data, forklaring og støtte for sin påstand.

Carlsen (2013) fremhever betydningen av å kombinere tale, gester og demonstrerende handlinger for å etablere en nødvendig grad av intersubjektivitet, og oppnå felles forståelse for ord og begreper. Delstudie 2 viser at bruken av gester, spesielt peking, er en viktig støtte i deltakernes etablering av effektiv matematisk kommunikasjon. Både barnehagelærerens og barnas bruk av gester bidrar til å synliggjøre deres fokale prosjekter og kontekster. I likhet med Carlsen (2013) sin studie av barnehagelærerens orkestrering av samtaler, viser funnene fra delstudie 2 hvordan barnehagelærerens bruk av gester bidrar til å skape en samtale rettet mot matematiske begreper og ideer. Delstudie 2 viser også hvordan barnehagelærerens peking bidrar til å synliggjøre hvilket fokalt prosjekt hun er engasjert i, og hvordan hun kontekstualiserer det matematiske problemet. Barnehagelærerens bruk av gester bidrar til at deltakerne kommuniserer innenfor rammene av hverandres meta-diskursive forventninger (f.eks. Sfard & Kieran, 2001). Barna bruker også peking som en nonverbal respons, og det bidrar til å synliggjøre deres individuelle fokale prosjekter og kontekster. I samsvar med Radford (2002) og Flottorp (2010), viser delstudie 2 at peking spiller en viktig rolle i barnas mediering av tanker omkring det matematiske problemet de fokuserer på. Studien viser at peking, i

kombinasjon med visuelle mediatorer, er viktig for å etablere effektiv kommunikasjon, og at det bidrar til å synliggjøre deltakernes fokale prosjekter og kontekster i samtalen.

6.1.3. Hvordan barn tar i bruk konkretene de leker med i kommunikasjonen

Konkreter og lekmateriell kan betraktes som visuelle mediatorer i barnehagebarns kommunikasjon (Sfard & Lavie, 2005). Barns matematiske tenkning og interaksjon formidles gjennom disse konkretene og de kan betraktes som en del av barns kommunikasjon (Clements & Sarama, 2016). De visuelle mediatorene fungerer som medierende redskaper, fysiske artefakter, (Säljö, 2001) som barna tolker og håndterer sine tanker igjennom (Vygotsky, 1978), og de fungerer som et middel for å etablere kommunikasjon og som strukturerende enheter for den sosiale aktiviteten (David & Tomaz, 2012).

Delstudie 1 viser at når barna får i oppgave å sammenligne egenskaper til konkretene som er en del av samlingsstunden, synligjør de sine forklaringer ved å ordne eller sortere konkretene fysisk etter ulikheter og likheter. Når barna sammenligner, beskriver og forklarer egenskapene ved konkretene, berører eller flytter barna konkretene for å vise hva de mener. Dette er i samsvar med Johansson mfl. (2014), som fant at barna inkluderer de gjenstandene de leker med i sine forklaringer, og at barna underbygger sine forklaringer og viser hva de mener med å bruke konkretene. Sumpter og Hedefalk (2015) fremhever betydningen av å betrakte konkretene, som inngår i aktiviteten barna er engasjert i, som multimodale bidrag i barnas matematiske resonnering. I likhet med studien deres om barnehagebarns matematiske resonnering, viser delstudie 3 at barna tar i bruk konkretene de leker med for å styrke sine forklaringer eller for å støtte sin argumentasjon. Delstudie 3 viser hvordan barnas bruk av konkreter i delargumentene, kan betraktes som nonverbal data for deres påstander. Analysene av fullargumentene illustrerer hvordan barna bruker konkretene for å uttrykke data, forklaringer og støtte i sine argumenter. I likhet med Breive (2017) sin studie av barns argumentasjon, viser funnene i delstudie 3 en omfattende bruk av konkreter i hvert element i den argumenterende strukturen. Barna peker på, berører eller flytter konkretene for å

underbygge sine argumenter, og de visuelle mediatores bidrar til å gjøre argumentasjonen mer eksplisitt (f.eks. Sfard, 2008).

Ifølge Sfard (2008) kan visuelle mediatorer, som er en del av diskursen, formidle matematikken det kommuniseres om. Ryve mfl. (2013) viser hvordan visuelle mediatorer kan påvirke etableringen av effektiv matematisk kommunikasjon. De illustrerer hvordan elevene (12-13 år) kontekstualiserer de visuelle mediatores og sine individuelle fokale prosjekter, og hvordan de visuelle mediatores kan bidra til at deltakerne etablerer et felles fokalt prosjekt. Studien indikerer at visuelle mediatorer, i kombinasjon med matematiske begrep, er viktig for å etablere effektiv matematisk kommunikasjon. Delstudie 2 viser hvordan de visuelle mediatores barna leker med, er en del av kommunikasjonen i barnehagen, og hvordan de støtter etableringen av effektiv matematisk kommunikasjon. Studien illustrerer hvordan deltakernes fysiske manipulasjon av de visuelle mediatores hjelper deltakerne til å etablere et felles fokalt prosjekt og kontekst, både når de kommuniserer verbalt og nonverbalt. Når deltakerne løfter, flytter eller peker på den visuelle mediatores, bidrar det til å gjøre deltakernes fokale prosjekt og kontekstualisering eksplisitt for de andre deltakerne.

Matematiske samtaler i barnehagen handler ikke bare om å etablere effektiv kommunikasjon, men også om å engasjere seg i produktiv kommunikasjon, hvor barna engasjerer seg i ulike former for matematiske representasjoner og resonnering (f.eks. Van Oers, 2010). Som Ryve mfl. (2013), fant jeg i delstudie 2 tilfeller der barna fokuserer på spesifikke visuelle mediatorer, og hvor barna ikke er interessert i å engasjere seg i andre visuelle mediatorer som foreslås av de andre deltakerne. I følge Ryve mfl. (2013), kan det være en konflikt mellom på den ene siden å etablere effektiv kommunikasjon ved hjelp av spesifikke visuelle mediatorer, og på den andre side barnas motivasjon til å engasjere seg i andre typer representasjoner. Det er behov for mer forskning på effektiv kommunikasjon i barnehagen for få en bedre forståelse for forholdet mellom barnehagebarns effektive matematiske kommunikasjon, produktiv kommunikasjon og muligheter for læring av matematikk.

De tre delstudiene viser at barnas fysiske behandling og manipulasjon av konkretene, som inngår i den matematiske diskursen, er en viktig del av barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon. Slik Sfard (2008) beskriver, viser funnene at barnas kommunikasjon

med og om visuelle mediatorer hjelper barna til å identifisere objektet de snakker om og koordinere deres matematiske kommunikasjon. Studien min viser at barna peker på eller flytter konkretene for å synliggjøre sine matematiske tanker, meninger, forklaringer og begrunnelser (f.eks. Clements & Sarama, 2016), og konkretene er en støtte i barnas matematiske kommunikasjon. I alle de tre delstudiene kan barnas fysiske manipulasjon av konkretene ses på som en kroppsliggjøring av både det verbale og det nonverbale matematiske språket til barna (Sfard & Lavie, 2005). Studien min fremhever at slike språkuttrykk, kombinert med det verbale språket og gester, kan bidra til en større forståelse for barns matematiske språk og kommunikasjon.

6.2 Barns matematiske argumentasjon i ulike kontekster i barnehagen

Forskning på barns argumentasjon viser at barna får muligheter til å delta med sine argumenter når de utforsker matematiske sammenhenger i samtaler og lek med andre (Perry og Dockett, 2007), og barna tar i bruk ulike matematisk kompetanser for å utfordre og rettferdiggjøre sine matematiske argumenter (f.eks. Sumpter, 2016; Tsamir et al., 2009). Ifølge van Oers (2014) er barns resonnering og argumentasjon i aktiviteter og lek en viktig del av barns matematisering.

I likhet med disse studiene, viser min studie at matematisk argumentasjon oppstår som en del av barnehagebarnas interaksjon og kommunikasjon, og at barna begrunner og forklarer sine matematiske meninger, ideer og forståelser i kommunikasjon med andre. Delstudie 1 og 3 viser hvordan barna tar i bruk argumentative strategier for å overbevise og forklare andre i samtalen om at deres konklusjoner eller påstander er gyldige (f.eks. Krummheuer, 1995).

I samsvar med Pontecervo og Sterponi (2002), viser delstudie 1 at barnehagebarna legger forskjellige logiske forklaringer til grunn for sine påstander. I delstudie 1 får barna en mulighet til å gi uttrykk for hva de tror kommer til å skje i naturfaglige eksperimenter. Funnene viser at barna argumenterer for sine påstander med bakgrunn i sine tidligere erfaringer og observasjoner, for eksempel «denne her er tung som en stein og vil derfor synke» og «denne er like lett som den forrige vi testet, så da vil den flyte». Tsamir mfl. (2009) viser i sin studie at noen barn er i stand til å forklare sine påstander ved å bruke

passende matematiske ideer. Delstudie 1 viser at innholdet i barnas argumenter i samlingsstund er knyttet til forskjellige matematiske egenskaper ved de objektene de undersøker som størrelse, vekt og masse. Barna bruker matematiske egenskaper og sammenhenger mellom objektene i sine argumenter, for eksempel «denne vil synke fordi den er tyngre enn den forrige, og den forrige sank».

I delstudie 3 undersøker jeg strukturen, i tillegg til det matematiske innholdet i barnas matematiske argumentasjon i lekbaserte aktiviteter. I likhet med andre studier (f.eks. Breive, 2017; Conner et al., 2014; Sumpter, 2016), bruker jeg en forenklet versjon av Toulmin sin modell, som består av elementene påstand, data, forklaring og støtte, for å kartlegge strukturen i barnas argumentasjon. Breive (2017) undersøker barns matematiske argumentasjon, når en gruppe på seks barn arbeider med en vokseninitiert aktivitet om refleksjonssymmetri. Studien viser at barna er i stand til å argumentere for sine påstander på en kompleks måte. Til forskjell fra Breive sin studie, hvor læreren leder samtalen og inviterer barna til å argumentere for sine meninger, undersøker jeg i delstudie 3 argumenter som barna selv kommer med i lekbaserte aktiviteter og som oppstår i barnas lek. Den viser hvordan argumentasjon oppstår spontant i lekbaserte aktiviteter ved at barna har et ønske om å begrunne sine valg, forklare hva de tenker og uttrykke hvordan de mener ting skal være. Barnas matematiske påstander og argumenter i leken oppstår spontant når de uttrykker en mening om hva som foregår i leken. Når barna for eksempel finner ut at mønsteret de laget var feil, eller en form i en figur ikke passer, uttrykker de observasjonene sine i form av en matematisk påstand. Barnas påstander er relatert til konkretene de leker med, og påstandene er knyttet til det som skjer her og nå i leken. Funnene indikerer at lekbaserte aktiviteter er en sosial kontekst hvor barns matematiske argumenter kan oppstå spontant.

I samsvar med Breive (2017) og Sumpter (2016), viser delstudie 3 at flere av elementene i Toulmin sin modell inngår i barnas argumentasjon, slik som påstand, data, forklaring, og støtte. Jeg identifiserer to typer argumenter som oppstår under barnas lekbaserte aktiviteter: delargumenter og fullargumenter. I likhet med Sumpter og Hedenfalk (2015), betrakter jeg i delstudie 3 den fysiske håndteringen av konkretene i leken som et multimodalt bidrag i barnas argumentasjon. Studien illustrerer hvordan strukturen i delargumenter består av en påstand fra barna og en kort respons fra den voksne. Deretter

stopper den verbale dialogen. I delargumentene formidler barna data for sin påstand ved å fysisk håndtere de konkrete de leker med. Siden barna ikke gir et verbalt uttrykk for sine data eller gir en forklaring, blir forholdet mellom påstand og data mindre tydelig. Studien indikerer, i likhet med Björklund mfl. (2018), at når barn ikke blir utfordret av den voksne til å gi grunnlag for sine påstander, kan det føre til at barna ikke gir eksplisitte forklaringer for sine påstander.

Delstudie 3 viser at fullargumenter har en struktur som kjennetegnes ved at barnet ytrer en påstand, får en respons fra den voksne, hvoretter barnet presenterer data for sin påstand, og deretter gir barnet en matematisk forklaring som knytter data til påstand. I noen tilfeller kommer barna med støtte til sine forklaringer for å styrke sine matematiske argumenter ytterligere. Studien illustrerer kompleksiteten i barnas argumenter, og i fullargumenter tar barna i bruk et verbalt språk, konkrete og gester for å uttrykke både data, forklaring og støtte. Som i andre studier (f.eks. Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedenfalk, 2015), belyser studien hvordan barn tar i bruk ulike modaliteter for å underbygge sine argumenter. Som beskrevet i kapittel 7.1, kombinerer barna ofte peking med matematiske begreper og/eller en fysisk behandling med konkretene for å uttrykke både data, forklaring og støtte for sin påstand. Dette samsvarer med Breive (2017), som viser at barna, i hvert element i den argumenterende strukturen, tar i bruk ulike semiotiske midler for å formidle sine ideer.

Dovigo (2016) hevder at barnehagelærerens bruk av samtaletrekk er avgjørende for om argumentasjon oppstår mellom barn og voksne. Krummheuer (1995) går enda lengre ved å si at de voksne bør «try to push the communication as close as possible towards point of breakdown» (s. 263) for å fremme begrunnelser, presiseringer og evalueringer av argumenter. Delstudie 3 viser at når de voksne stiller spørsmål, kommenterer barnets påstand eller data, stiller barnet lukkede spørsmål, foreslår andre løsninger, endrer eller utvider det barna sier, så bidrar det til at barna gir en begrunnelse eller en forklaring. Viktigheten av den voksnes interaksjon i argumentasjonen er også funnet i flere andre studier (f.eks. Lee & Ginsburg, 2009; van Oers, 1996). Delstudie 3 viser også at når den voksne utfordrer barna til å forklare mer i dybden, bruker barna flere matematiske begreper i sine forklaringer. Studien fremhever den viktige rollen de voksne har for å støtte den matematiske argumentasjonen som oppstår i de lekebaserte aktivitetene, og at

den voksnes samtaletrekk er av stor betydning når det kommer til om et argument opprettholdes eller ikke.

6.3 Å identifisere og utforske barns matematiske kommunikasjon

Forskning på matematisk kommunikasjon i barnehagen har tatt i bruk ulike rammeverk for å analysere matematisk kommunikasjon. Analyseverktøyene har for det meste blitt brukt til å beskrive den voksnes rolle (f.eks. Björklund, 2014; Björklund et al., 2018; Carlsen, 2013). For å undersøke barnets rolle i kommunikasjonen og beskrive hvordan barnet uttrykker seg i kommunikasjonen med andre fattet jeg interesse for rammeverk som kunne hjelpe meg i å se på helheten i kommunikasjonen, og samtidig identifisere og utforske barnets bidrag. I denne studien har jeg derfor tatt utgangspunkt i metodologiske og analytiske rammeverk som er blitt utviklet og brukt innen forskning på matematisk kommunikasjon for elever i skolen, heller enn de som er brukt i barnehageforskning. Disse rammeverkene måtte tilpasses til en barnehagekontekst. I dette delkapitlet vil jeg gjennomgå hvilke endringer som måtte gjøres, hvorfor de måtte gjøres, og hvordan de kan brukes på en hensiktsmessig måte i forskning på barns matematiske kommunikasjon av andre.

I delstudie 3 utforsker jeg strukturen og det matematiske innholdet i barns argumenter som oppstår i lekbaserte aktiviteter. Sumpter (2016) hevder at et fåtall av studiene om barnehagebarns matematiske resonnering har brukt eller forankret analysene i teorier og rammeverk om matematisk resonnering. Jeg tar utgangspunkt i Nordin og Boistrup (2018) sitt analytiske rammeverk, som inkluderer Toulmin sin (2003) modell av argumentasjon, for å identifisere og rekonstruere barnas matematiske argumenter.

Som Nordin og Boistrup (2018) identifiserer jeg først barnas påstand, og deretter undersøker jeg hva som kan tolkes som data for barnas påstand. En viktig forskjell mellom mitt rammeverk og Nordin og Boistrup (2018), er at når jeg ser etter matematisk argumentasjon, inkluderer jeg argumenter som ikke alltid inkluderer forklaringer. Å inkludere argumenter som ikke inneholder forklaringer for påstanden, er likt med for eksempel Conner mfl. (2014) sitt rammeverk for å identifisere og analysere matematiske argumenter. Nordin og Boistrup (2018), derimot, påpeker behovet for at forklaringer skal

uttrykkes, i det minste implisitt, i elevenes argumenter. I analyseprosessen identifiserte jeg 37 dialogsekvenser hvor barna uttrykker en påstand. I omtrent en fjerdedel av dialogene identifiserer jeg, i likhet med Nordin og Boistrup (2018), at barna uttrykker både en påstand, data, og forklaring - og i noen tilfeller også støtte. Denne typen argumenter beskriver jeg i studien som fullargumenter. I de resterende dialogsekvensene uttrykker barna en påstand og gir deretter nonverbal data for sin påstand. Denne typen argumenter beskriver jeg som delargumenter. På denne måten skiller mitt rammeverk seg fra Nordin og Boistrup (2018) ved at jeg, i likhet med Conner mfl. (2014), inkluderer argumenter hvor barna ikke gir en forklaring for påstanden.

I likhet med Nordin og Boistrup (2018) redegjør jeg for hvordan barnas argumenter kan betraktes som matematiske, ved å følge arbeidet til Lithner (2008). Delstudie 3 synliggjør hvordan hvert element i den argumentative strukturen er forankret i relevante matematiske egenskaper for de komponentene som inngår i argumentasjonen, noe som ikke er i fokus i studiene av Sumpter og Hedefalk (2015) og Breive (2017).

Flere studier fremhever betydningen av å inkludere forskjellige modaliteter i undersøkelser av argumentasjon (Breive, 2017; Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedenfalk, 2015). I likhet med Nordin og Boistrup (2018), bruker jeg en multimodal tilnærming i delstudie 3, og studien viser viktigheten av å ha multimodal tilnærming til barnehagebarns matematiske argumentasjon. Jeg betrakter jeg den fysiske håndteringen av konkretene i leken som et multimodalt bidrag i barns argumentasjon, i likhet med Sumpter og Hedenfalk (2015). Samtidig betrakter jeg, i likhet med Sfard og Lavie (2005), at lek med konkreter kan ses på som barnehagebarns nonverbale responser. Dette synliggjøres i analysene av delargumenter, hvor barnas fysiske handlinger med konkretene, som flytting, berøring og peking på, tolkes som å utgjøre data for deres påstander. Delstudie 3 fremhever betydningen av å inkludere barnehagebarns nonverbale argumenter, sammen med verbale argumenter, i utforskning av barns matematiske argumentasjon.

I delstudie 2 undersøker vi hvordan matematiske begreper, gester og visuelle mediatorer kan støtte effektiv matematisk kommunikasjon. Vi tar utgangspunkt i Ryve, Nilsson og kollegaer (2010, 2013) sitt analytiske rammeverk, og undersøker deltakernes fokale prosjekter og kontekstualisering, for å identifisere og analysere effektiv kommunikasjon

i lekbaserte aktiviteter. Det er noen forskjeller mellom vårt rammeverk og Ryve mfl. (2013) sitt rammeverk. Ryve mfl. (2014) definerer et matematiske begrep som et begrep som inngår i en spesifikk diskurs, slik som en matematisk diskurs. I vår studie tar vi utgangspunkt i Lithner (2008), og betrakter et begrep som matematisk dersom det er forankret i relevante matematiske egenskaper til deltakernes fokale prosjekt og/eller den visuelle mediatoren som deltakerne kontekstualiserer.

En annen forskjell mellom Ryve mfl. (2010, 2013) og vår studie, er at vi tar i bruk en multimodal tilnærming til kommunikasjonen. Forskning på barnehagebarns kommunikasjon viser at en multimodal tilnærming er essensiell for å analysere barnehagebarns kommunikasjon (f.eks. Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedenfalk, 2015), og vi inkluderte gester (f.eks. Flottorp, 2010), i tillegg til visuelle mediatorer og matematiske begreper, i vår multimodale tilnærming til effektiv matematisk kommunikasjon.

Ved å ta utgangspunkt i, og tilpasse, Ryve og hans kollegaer (2010, 2013) sitt analytiske rammeverk, viser delstudie 2 hvordan effektiv kommunikasjon kan identifiseres og utforskes i en barnehagekontekst. Vår multimodale tilnærming til kommunikasjonen i de lekbaserte aktivitetene viser hvordan deltakerne kombinerte visuelle mediatorer, gester og matematiske begreper i kommunikasjonen, og hvordan denne kombinasjonen var essensiell for å etablere kompatible fokale prosjekter og kontekst, og dermed etablere effektiv matematisk kommunikasjon.

Jeg har nå redegjort for hvordan og hvorfor jeg har tilpasset og brukt de ulike rammeverkene i min studie for å kunne identifisere og rekonstruere barns matematiske kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter. Min tilpassing og bruk av de ulike rammeverkene belyser relevansen av å ha en multimodal tilnærming til barnehagebarns uttryksmåter når man skal utforske barns matematiske språk og kommunikasjon. Rammeverkene kan brukes videre i forskning, for eksempel til å undersøke barns matematiske språk og kommunikasjon i andre settinger i barnehagen, som samlingsstund og frilek, eller for å sammenligne effektiv kommunikasjon eller barns argumentasjon i ulike kontekster. I tillegg kan rammeverkene tas i bruk av barnehagelærerstudenter som et grunnlag for refleksjon, for eksempel ved å analysere videoer og transkripsjoner i ulike barnehager eller i egen praksis. Barnehagelærere kan bruke rammeverkene som en linse for å

identifisere og etablere effektiv kommunikasjon, eller for å identifisere og fremme barns argumentasjon i den daglige kommunikasjonen med barn.

6.4 Implikasjoner

I denne studien har jeg undersøkt hva som kjennetegner barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon når de beskriver, begrunner og argumenterer for sine matematiske tanker og meninger. Hensikten med studien har vært å kunne gi en større forståelse og innsikt i hvordan barn i barnehagen uttrykker seg matematisk gjennom ulike kommunikative handlinger i ulike aktiviteter. Studiens overordnede mål har vært å bidra med å utvikle kunnskap om og innsikt i barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon som brukes, skapes og oppstår gjennom samtaler, lek og aktiviteter i barns barnehagehverdag.

Min studie er begrenset av mine valg av teoretiske perspektiver, valg av metoder og min egen rolle som forsker. Likevel kan min studie være et bidrag til feltet ved at den gir et bilde av hva som kjennetegner barns matematiske språk og kommunikasjon i en barnehage, Pyramiden, og hvordan forskningsdeltakerne uttrykker seg og kommuniserer matematisk i løpet av sin barnehagehverdag. Studien viser at barnehagebarn gis mulighet til å være en del av mange sosiale interaksjoner i løpet av sin barnehagehverdag, hvor matematisk språk og kommunikasjon er en del av den situerte praksisen. Samtidig viser studien at barnehagebarns matematiske kommunikasjonen også kan oppstå spontant, og at barna er fokusert på å formidle det som skjer her og nå, og at de i stor grad relaterer sin matematiske kommunikasjon til konkretene de leker med.

Studien viser hvordan barna tar i bruk et multimodalt språk når de forklarer, resonnerer, argumenterer og uttrykker sine matematiske tanker og meninger i kommunikasjon med andre. Funnene belyser relevansen av å ha en multimodal tilnærming til barnehagebarns uttrykksmåter når man skal utforske barns matematiske språk og kommunikasjon. En utfordring ved å gjennomføre undersøkelser som har et tydelig multimodalt fokus, er at transkribering tar svært mye tid. I denne studien valgte jeg å transkribere samlingsstunder og lekbaserte aktiviteter, selv om datamaterialet mitt inneholder samtaler fra andre situasjoner og aktiviteter. En annen avgrensning i studien min, er at jeg har vektlagt de

multimodale uttrykksformene som viste seg å være de mest sentrale i barnas kommunikasjon: tale, gester og fysisk behandling av konkrete objekter. Jeg har ikke vektlagt andre uttrykksformer som barna brukte, og som matematikk kan kommuniseres gjennom, slik som tegninger, skriftlige uttrykk og digitale verktøy (f.eks. Edwards, 2009; Hundeland et al., 2014). Det er behov for mer forskning på barns kommunikative handlinger som fokuserer på andre aspekter og uttrykksformer ved kommunikasjon enn de jeg har vektlagt i min studie.

Björklund mfl. (2018) hevder at barnehagelærere og barna må etablerere «some kind of joint understanding of what they are talking about» (s. 471), og at dette er en nødvendig forutsetning for læring i både lek og undervisning. På samme måte hevder Sfard og Kieran (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kiran, 2001) at kommunikasjonen må være effektiv for at læring skal finne sted. I denne studien viser jeg hvordan spesifikke aspekter av, og innenfor, interaksjonen påvirker effektiv kommunikasjon, og studien viser hvordan visuelle mediatorer, gester og matematiske begrep støtter deltakerne i å etablere kompatible fokale prosjekter og kontekster. Studien kan hjelpe barnehagelærere med å identifisere barnas fokale prosjekter og kontekstualisering, som igjen kan være til hjelp i barnehagelærernes kommunikasjon og undervisning i matematikk. En begrensning ved min delstudie om effektiv kommunikasjon er at den bare inkluderer lekbaserte aktiviteter. Det var også utenfor studiens rammer å undersøke sammenhengen mellom effektiv kommunikasjon og barns læring. Videre forskning på sammenhengen mellom effektiv kommunikasjon og barnehagebarns læring av matematikk kan være interessant. Mens min studie gir innsikt i effektiv kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter, er det et behov for forskning på effektiv matematisk kommunikasjon i andre settinger i barnehagen, for eksempel samlingsstund, og forskning som undersøker sammenhengen mellom effektiv kommunikasjon, produktiv kommunikasjon og barns muligheter for læring.

Denne studien er et bidrag til den økende interessen og forskningen på barnehagebarns matematiske resonnering og argumentasjon. Studien viser hvordan matematisk argumentasjon oppstår som en del av barnas interaksjon og kommunikasjon. Funnene fremhever hvordan barna tar i bruk ulike argumenter for å begrunne og forklare sine matematiske meninger, påstander og forståelser i kommunikasjonen med andre. Flere studier har undersøkt barns resonnering og argumentasjon i voksenstyrte

gruppeaktiviteter (f.eks. Breive, 2017; Sumpter, 2016; Tsamir et al., 2009). Jeg har i min studie undersøkt barnas argumenter og argumentasjon i lekbaserte aktiviteter og i samlingsstund, men det er et behov for mer forskning på den uformelle argumentasjonen som kan oppstå i løpet av barnehagebarns hverdag.

Sumpter (2016) hevder at bare et fåtall av studiene om barns resonnement i barnehagen har forankret analysene i teorier og rammeverk om matematisk resonnering. I min studie har jeg tilpasset ulike teorier og rammeverk, som er brukt innen forskning på elevers matematiske kommunikasjon i skolen, til en barnehagekontekst for å identifisere og utforske barnas matematiske kommunikasjon. Studien viser hvordan jeg har tilpasset og implementert Ryve mfl. (2013) sitt metodologiske rammeverk for å utforske effektiv matematisk kommunikasjon i lekbaserte aktiviteter, og den viser hvordan jeg har brukt og tilpasset teorier (f.eks. Toulmin, 2003; Lithner, 2008) og analytiske rammeverk (f.eks. Conner et al., 2014; Nordin & Boistrup, 2018) for å utforske barnehagebarns matematiske argumenter i lekbaserte aktiviteter. En avgrensning i min studie er at jeg har studert femåringer, men jeg mener at rammeverkene også kan benyttes i analyser av yngre barns kommunikasjon. En annen avgrensning med denne studien er at rammeverkene kun tas i bruk for å undersøke lekbaserte aktiviteter. I videre forskning på barns matematiske språk og kommunikasjon, kan rammeverkene tas i bruk i analyser av samtaler som oppstår i andre settinger i barnehagen, slik som samlingsstund og frilek. Rammeverkene kan også brukes i videre forskning for å sammenligne effektiv kommunikasjon eller barns argumentasjon i forskjellige kontekster.

Studien viser at den voksne har en viktig rolle som samtalepartner for barna, og synliggjør viktigheten av at de voksne må snakke matematikk (f.eks. Björklund, 2008) og stille spørsmål som oppfordrer barna til å forsøke å forstå matematiske problemer som oppstår i aktivitetene (f.eks. Björklund et al., 2018; van Oers, 1996). Jeg vil til slutt, i likhet med Carlsen (2013), påpeke viktigheten av at framtidige barnehagelærere tilegner seg en matematisk og pedagogisk kompetanse som bidrar til at de kan delta i matematiske samtaler og interaksjoner med barna på barns premisser. I tillegg vil det være viktig at barnehagelærerne tilegner seg faglig kompetanse om hva som kjennetegner barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon. Dette krever en

barnehagelærerutdanning som vektlegger forskningsbasert kunnskap om matematisk språk og kommunikasjon i barnehagen og fremhever barnets rolle i kommunikasjonen.

Til alle dere barnehageeiere der ute, gi de ansatte i barnehagen muligheter, rom og tid til å bli en del av barns matematiske samtaler som oppstår i løpet av barns hverdag. Til dere voksne i barnehagen, våg å gå inn i de spontane samtaleene som oppstår når barn undrer seg over og utforsker matematiske sammenhenger.

Referanser

- Alvesson, M., & Sköldberg, K. (2008). *Tolkning och reflektion: vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*. Lund: Studentlitteratur.
- Alvesson, M., & Sköldberg, K. (2017). *Reflexive Methodology: New Vistas for Qualitative Research*. London: Sage.
- Alvestad, M., Johansson, J.-E., Moser, T., & Søbstad, F. (2009). Status og utfordringer i norsk barnehageforskning. *Tidsskrift for Nordisk barnehageforskning*, 2(1), 39-55.
- Barnehageloven. (2021). *Lov om barnehager (barnehageloven)*. Retrieved from <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2005-06-17-64>.
- Barner, D., Chow, K., & Yang, S. J. (2009). Finding one's meaning: a test of the relation between quantifiers and integers in language development. *Cogn Psychol*, 58(2), 195-219. doi:10.1016/j.cogpsych.2008.07.001
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Philadelphia: Open University Press.
- Bishop, A. J. (1989). Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 367-370.
- Björklund, C. (2008). Toddlers' opportunities to learn mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 40(1), 81-95.
- Björklund, C. (2010). Att fånga komplexiteten i små barns lärande: En metodologisk reflektion. *Tidsskrift for Nordisk barnehageforskning*, 3(1), 17-26.
- Björklund, C. (2013a). Didaktisk diskussion om barntädgårdslärares möjligheter att arbeta med matematik i finländsk småbarnsfostran. 2013, 6. doi:10.7577/nbf.351
- Björklund, C. (2013b). *Vad räknas i förskolan? Matematik 3-5 år*. Lund: Studentlitteratur.
- Björklund, C. (2014). Powerful teaching in preschool – a study of goal-oriented activities for conceptual learning. *International Journal of Early Years Education*, 22(4), 380-394. doi:10.1080/09669760.2014.988603
- Björklund, C., & Barendregt, W. (2016). Teachers' pedagogical mathematical awareness in Swedish early childhood education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(3), 359-377.
- Björklund, C., Magnusson, M., & Palmér, H. (2018). Teachers' involvement in children's mathematizing – beyond dichotomization between play and teaching. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 469-480. doi:10.1080/1350293X.2018.1487162
- Björklund, C., & Pramling Samuelsson, I. (2013). Challenges of teaching mathematics within the frame of a story – a case study. *Early Child Development and Care*, 183(9), 1339-1354. doi:10.1080/03004430.2012.728593
- Borg, E., Backe-Hansen, E., & Kristiansen, I.-H. (2008). *Kvalitet og innhold i norske barnehager: en kunnskapsoversikt* (Vol. 6). Oslo: Norsk institutt for forskning om oppvekst, velferd og aldring.
- Breive, S. (2017). *Kindergarten children's argumentation in reflection symmetry: The role of semiotic means*. Paper presented at the CERME 10, Dublin, Ireland. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01938941>

- Broström, S. (2017). A dynamic learning concept in early years' education: a possible way to prevent schoolification. *International Journal of Early Years Education*, 25(1), 3-15.
- Broström, S., & Frøkjær, T. (2016). *Realfag i barnehagen*. Oslo: Pedagogisk forum.
- Bruner, J. S. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge: Harvard University Press.
- Bryman, A. (2016). *Social research methods*. Oxford: Oxford University Press.
- Buvik, K. (2004). *Utforming av barnehager : på leting etter barneperspektiv*. Trondheim: Storbysamarbeidet i barnehagesektoren SINTEF NTNU.
- Carlsen, M. (2010). Orchestrating mathematical activities in the kindergarten: the role of inquiry. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15(3), 51-72.
- Carlsen, M. (2013). Engaging with mathematics in the kindergarten. Orchestrating a fairy tale through questioning and use of tools. *European Early Childhood Education Research Journal*, 21(4), 502-513. doi:10.1080/1350293X.2013.845439
- Carlsen, M., Erfjord, I., & Hundeland, P. S. (2010). *Orchestration of mathematical activities in the kindergarten: The role of questions*. Paper presented at the Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education.
- Carlsen, M., Erfjord, I., Hundeland, P. S., & Monaghan, J. (2016). Kindergarten teachers' orchestration of mathematical activities afforded by technology: agency and mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 93(1), 1-17.
- Charmaz, K. (2014). *Constructing grounded theory* (2nd ed. ed.). London: Sage.
- Clements, D., & Sarama, J. (2006). Your child's mathematical mind. *Scholastic Parent & Child*, 14(2), 30-35.
- Clements, D. H. (2001). Mathematics in the Preschool. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 270-275.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136-163.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2016). Math, Science, and Technology in the Early Grades. *The Future of Children*, 26(2), 75-94.
- Cobb, P. (1994). Where Is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-20. doi:10.2307/1176934
- Cohen, L., Manion, L., Morrison, K., & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education*. London: Routledge.
- Cohen, L. E., & Emmons, J. (2017). Block play: spatial language with preschool and school-aged children. *Early Child Development and Care*, 187(5-6), 967-977. doi:10.1080/03004430.2016.1223064
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. doi:10.1007/s10649-014-9532-8
- Corbin, J. M., & Strauss, A. L. (2008). *Basics of qualitative research : techniques and procedures for developing grounded theory* (4rd ed. ed.). Thousand Oaks, Calif: Sage.

- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2016). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Thousand Oaks: Sage publications.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry & research design : choosing among five approaches* (4th ed. ed.). Thousand Oaks: Sage.
- Datatilsynet. (2020, 02.10.2020). General Data Protection Regulation.
- David, M. M., & Tomaz, V. S. (2012). The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 413-431.
- Dewey, J., & Fink, H. (1974). *Erfaring og opdragelse*. Oslo: Dreyer Christian Ejlens' Forl.
- Doverborg, E., Pramling, N., Pramling Samuelsson, I., & Haukeland, E. (2015). *Å undervise barn i barnehagen*. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Doverborg, E., & Samuelsson, I. P. (2000). To Develop Young Children's Conception of Numbers. *Early Child Development and Care*, 162(1), 81-107. doi:10.1080/0300443001620107
- Doverborg, E., & Samuelsson, I. P. (2011). Early mathematics in the preschool context. In *Educational encounters: Nordic studies in early childhood didactics* (pp. 37-64): Springer.
- Dovigo, F. (2016). Argumentation in preschool: a common ground for collaborative learning in early childhood. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(6), 818-840. doi:10.1080/1350293X.2016.1239327
- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 324-332.
- Edwards, L. D. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 127-141.
- Einarsdóttir, J. (2007). Research with children: Methodological and ethical challenges. *European Early Childhood Education Research Journal*, 15(2), 197-211.
- Elia, I., & Evangelou, K. (2014). Gesture in a kindergarten mathematics classroom. *European Early Childhood Education Research Journal*, 22(1), 45-66. doi:10.1080/1350293X.2013.865357
- Fein, G. G. (1981). Pretend play in childhood: An integrative review. *Child Development*, 1095-1118.
- Flottorp, V. (2010). Hvordan kommer matematisk meningsskaping til syne i barns lek? En casestudie. *Nordisk Barnehageforskning*, 3(3), 95-104.
- Fosse, T. (2016). What characterises mathematical conversation in a Norwegian kindergarten? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 135-153.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics So as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1(1/2), 3-8.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Ginsburg, H. P. (2006). Mathematical Play and Playful Mathematics: A Guide for Early Education. In R. M. Golinkoff, D. Singer, & K. Hirsh-Pasek (Eds.), *Play = learning: How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth*. (pp. 145-165). New York, NY, US: Oxford University Press.
- Gjems, L. (2011). Why explanations matter: a study of co-construction of explanations between teachers and children in everyday conversations in kindergarten. *European Early Childhood Education Research Journal*, 19(4), 501-513. doi:10.1080/1350293X.2011.623537

- Goffman, E. (1968). *Asylums: Essays on the social situation of mental patients and other inmates*. New York: Doubleday.
- Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: A Mathematician on Didactics and Curriculum Theory. *Journal of Curriculum Studies*, 32, 777-796.
- Gulbrandsen, L., Johansson, J.-E., & Nilsen, R. D. (2002). *Forskning om barnehager. En kunnskapsstatus*. Retrieved from Oslo:
- Halldén, O. (1988). Alternative frameworks and the concept of task. Cognitive constraints in pupils' interpretations of teachers' assignments. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 32(3), 124-140.
- Halldén, O. (1999). Conceptual change and contextualization In W. Schnotz, M. Carretero, & S. Vosniadou (Eds.), *New perspectives on conceptual change* (pp. 55-65). London: Elsevier.
- Hammer, A. S. E. (2012). Undervisning i barnehagen? In E. E. Ødegaard (Ed.), *Barnehagen som dannelsesarena* (pp. 225-244). Bergen: Fagbokforlaget.
- Hammersley, M., & Atkinson, P. (2004). *Feltmetodikk. Grunnlaget for feltarbeid og feltforskning*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Hangaard Rasmussen, T. (1996). *Kroppens filosof: Maurice Merleau-Ponty*. Köpenhamn: Semi-forlaget.
- Heath, C., Hindmarsh, J., & Luff, P. (2010). *Video in Qualitative Research: Analysing Social Interaction in Everyday Life*. London: Sage Publications.
- Helenius, O., Meaney, T., Lange, T., Wernberg, A., & Johansson, M. (2016). Measuring temperature within the didactic space of preschool. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4).
- Hirsh-Pasek, K., Adamson, L. B., Bakeman, R., Owen, M. T., Golinkoff, R. M., Pace, A., . . . Suma, K. (2015). The Contribution of Early Communication Quality to Low-Income Children's Language Success. *Psychological Science*, 26(7), 1071-1083. doi:10.1177/0956797615581493
- Hirsh-Pasek, K., Golinkoff, R. M., Berk, L. E., & Singer, D. (2009). *A mandate for playful learning in preschool: Applying the scientific evidence*: Oxford University Press.
- Hundeide, K. (2003). *Barns livsverden: Sosiokulturelle rammer for barns utvikling*. Oslo: Cappelen akademisk.
- Hundeland, P., Carlsen, M., & Erfjord, I. (2020). Qualities of mathematical discourses in kindergartens. *ZDM: Mathematics Education*, 52(4), 691-702. doi:10.1007/s11858-020-01146-w
- Hundeland, P. S., Carlsen, M., & Erfjord, I. (2014). Children's engagement with mathematics in kindergarten mediated by the use of digital tools. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Eds.), *Early Mathematics Learning* (pp. 207-221): Springer.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Jacobs, V. R., Martin, H. A., Ambrose, R. C., & Philipp, R. A. (2014). Warning Signs! *Teaching Children Mathematics*, 21(2), 107-113. doi:10.5951/teacchilmath.21.2.0107
- Jaworski, B. (2005). Learning communities in mathematics: Creating an inquiry community between teachers and didacticians. *Research in Mathematics Education*, 7(1), 101-119.

- Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til Samfunnsvitenskapelig Metode*. Oslo.
- Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014). Young children's multimodal mathematical explanations. *ZDM Mathematics Education*, 46(6), 895-909. doi:10.1007/s11858-014-0614-y
- Johnson, J. E. (1990). The role of play in cognitive development. *Children's play and learning*, 213-234.
- Kara, H. (2015). *Creative research methods in the social sciences : a practical guide*. Bristol: Policy Press.
- Kennewell, S. (2001). Using affordances and constraints to evaluate the use of information and communications technology in teaching and learning. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 10(1-2), 101-116.
- Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1), 187-228. doi:10.1023/a:1014040725558
- Kirkeby, I. M., Gitz-Johansen, T., & Kampmann, J. (2005). Samspel mellem fysisk rum og hverdagsliv i skolen. In *Arkitektur, krop og læring* (pp. 43-66). København: Hans Reitzels Forlag.
- Kjørholt, A. T., & Tingstad, V. (2007). Flexible Places for Flexible Children? Discourses on New Kindergarten Architecture. In H. Zeiher, D. Devine, A. T. Kjørholdt, & H. Strandell (Eds.), *Flexible childhood? Exploring Children's Welfare in Time and Space* (pp. 169-189). Odense: University press of Southern Denmark.
- Klibanoff, R., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. (2006). Preschool Children's Mathematical Knowledge: The effect of teacher "math talk". *Developmental Psychology*, 42(1), 59-69.
- Knipping, C., & Reid, D. (2015). Reconstructing argumentation structures: A perspective on proving processes in secondary mathematics classroom interactions. In *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 75-101): Springer.
- Kosko, K. W. (2016). Making use of what's given: Children's detailing in mathematical argumentative writing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 68-86.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. (pp. 229-269). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82.
- Kunnskapsdepartementet. (2008). *Kvalitet i barnehagen*. Retrieved from Oslo: <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/stmeld-nr-41-2008-2009/id563868/>
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver*. Oslo.
- Lafton, T. (2014). Introduksjon. In S. Broström, T. Lafton, & M.-A. Letnes (Eds.), *Barnehagedidaktikk: En dynamisk og flerfaglig tilnærming* (pp. 13-26). Bergen: Fagbokforlaget.
- Lagerlöf, P., Wallerstedt, C., & Pramling, N. (2014). Playing, new music technology and the struggle with achieving intersubjectivity. *Journal of Music, Technology & Education*, 7(2), 199-215.

- Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2009). Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(4), pp.37-45.
- LeFevre, J.-A., Fast, L., Smith-Chant, B. L., Skwarchuk, S.-L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development*, 81(6), 1753-1767.
- Lillemyr, O. F., Dockett, S., & Perry, B. (2013). *Varied perspectives on play and learning: Theory and research on early years education*. Charlotte, NC: IAP.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276. doi:10.1007/s10649-007-9104-2
- Lock, A., & Strong, T. (2014). *Sosial konstruksjonisme: teorier og tradisjoner*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Løkken, G. (2012). *Levd observasjon: en vitenskapsteoretisk kommentar til observasjon som forskningsmetode*: Cappelen Damm akademisk.
- Løkken, G., & Søbstad, F. (2006). *Observasjon og intervju i barnehagen* (Vol. 1). Oslo: Universitetsforlaget.
- Malterud, K. (2011). *Kvalitative metoder i medisinsk forskning: en innføring*. Oslo: Universitetsforlaget.
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago, IL: University of Chicago press.
- Mercer, N. (2002). *Words and minds: How we use language to think together*. London: Routledge.
- Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education*, 20(6), 507-528.
- Mertens, D. M. (2014). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods*. California: Sage publications.
- Mirza, N. M., & Perret-Clermont, A.-N. (2009). *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices*: Springer Science & Business Media.
- Monroe, E. E., & Orme, M. P. (2002). Developing Mathematical Vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 46(3), 139-142. doi:10.1080/10459880209603359
- Morgan, C., Craig, T., Schütte, M., & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *ZDM*, 46(6), 843-853.
- Mosvold, R. (2012). Førskolelærerens utfordringer knyttet til arbeidet med antall, rom og form i barnehagen. *Læringskulturer i barnehagen: Flerfaglige forskningsperspektiver*, 92-114.
- Mueller, M. (2009). The co-construction of arguments by middle-school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2), 138-149. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.06.003>
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2012). A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 369-387. doi:10.1007/s10649-011-9354-x

- Nergård, B. (2019). Children's use of mathematical language. In U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2321-2328): European Society for Research in Mathematics Education.
- Nergård, B. (2021). Preschool children's mathematical arguments in play-based activities. *Mathematics Education Research Journal*. doi:10.1007/s13394-021-00395-6
- Nergård, B., & Wæge, K. (2021). Effective mathematical communication in play-based activities: a case study of a Norwegian preschool. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 26(2), 47-66.
- Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi, (2016).
- Newton, K. J., & Alexander, P. A. (2013). Early mathematics learning in perspective: Eras and forces of change. In *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 5-28): Springer.
- Nilsson, P., & Ryve, A. (2010). Focal event, contextualization, and effective communication in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 241-258. doi:10.1007/s10649-010-9236-7
- Nordbakke, M. (2018). Utvikling av kjerneelementer. *Tangenten*, 4, 35-40.
- Nordin-Hultman, E. (2004). *Pedagogiska miljöer och barns subjektskapande*. Stockholm: Liber.
- Nordin, A.-K., & Boistrup, L. B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 15-27. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005>
- OECD. (2006). *Starting Strong II: early childhood education and care*.
- Pea, R. D. (1991). [Cognition in Practice: Mind, Mathematics, and Culture in Everyday Life, Jean Lave; Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematical Understanding, Geoffrey B. Saxe]. *Educational Studies in Mathematics*, 22(5), 481-490.
- Perry, B., & Dockett, S. (1998). Play, Argumentation and Social Constructivism. *Early Child Development and Care*, 140(1), 5-15. doi:10.1080/0300443981400102
- Perry, B., & Dockett, S. (2007). Play and mathematics. *Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers*. Retrieved November, 3, 2012.
- Peterson, S. M., & French, L. (2008). Supporting young children's explanations through inquiry science in preschool. *Early Childhood Research Quarterly*, 23(3), 395-408. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2008.01.003>
- Pontecervo, C., & Sterponi, L. (2002). Learning to argue and reason through discourse in educational settings. *Learning for life in the 21st century: Sociocultural perspectives on the future of education*, 127-140.
- Pontecorvo, C., & Arcidiacono, F. (2010). Development of Reasoning Through Arguing in Young Children. *Cultural-Historical Psychology*, 4, 19-29.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg. ed.). Oslo: Universitetsforl.
- Postholm, M. B., & Moen, T. (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen : metodebok for lærere, studenter og forskere*. Oslo: Universitetsforl.

- Pramling, N., Doverborg, E., & Samuelsson, I. P. (2017a). Re-metaphorizing teaching and learning in early childhood education beyond the instruction–Social fostering Divide. In C. Ringsmose & G. Kragh-Müller (Eds.), *Nordic social pedagogical approach to early years* (pp. 205-218). Switzerland: Springer.
- Pramling, N., Doverborg, E., & Samuelsson, I. P. (2017b). Re-metaphorizing Teaching and Learning in Early Childhood Education Beyond the Instruction – Social Fostering Divide. In C. Ringsmose & G. Kragh-Müller (Eds.), *Nordic Social Pedagogical Approach to Early Years* (Vol. 15, pp. 205-218). Cham: Springer International Publishing.
- Pramling, N., & Samuelsson, I. P. (2011). *Educational encounters: Nordic studies in early childhood didactics* (Vol. 4). Dordrecht: Springer
- Pramling Samuelsson, I. (2016). Varför är begreppen didaktik och undervisning så kontroversiella i förskolans praktik? I A. Skriver Jensen & OH Hansen (red.). In A. Skriver Jensen & H. O. H (Eds.), *Pædagogen, professoren, personligheten. Festskrift til Stig Broström* (pp. 81-89). Köpenhamn: Dafolo.
- Pramling Samuelsson, I., & Asplund Carlsson, M. (2003). *Det lekande lärande barnet-i en utvecklingspedagogisk teori*. Stockholm: Liber.
- Pramling Samuelsson, I., & Johansson, E. (2006). Play and learning—inseparable dimensions in preschool practice. *Early Child Development and Care*, 176(1), 47-65. doi:10.1080/0300443042000302654
- Pruden, S. M., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (2011). Children’s spatial thinking: does talk about the spatial world matter? *Developmental Science*, 14(6), 1417-1430. doi:10.1111/j.1467-7687.2011.01088.x
- Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of numeracy development. *Journal of experimental child psychology*, 110(4), 647-658.
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., & Gold, Z. S. (2017). Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(1), 116-137. doi:10.1080/19345747.2016.1204639
- Radford, L. (2002). The Seen, the Spoken and the Written: A Semiotic Approach to the Problem of Objectification of Mathematical Knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14-23.
- Radford, L. (2003). Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70. doi:10.1207/S15327833MTL0501_02
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 111-126. doi:10.1007/s10649-008-9127-3
- Rennstam, J., & Wästerfors, D. (2015). *Från stoff till studie : om analysarbete i kvalitativ forskning*. Lund: Studentlitteratur.
- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The Language of Mathematics: The Importance of Teaching and Learning Mathematical Vocabulary. *Reading & Writing Quarterly*, 31(3), 235-252. doi:10.1080/10573569.2015.1030995

- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York: Oxford university press.
- Ryve, A. (2004). Can collaborative concept mapping create mathematically productive discourses? *Educational Studies in Mathematics*, 56(2), 157-177. doi:10.1023/B:EDUC.0000040395.17555.c2
- Ryve, A. (2006). Making Explicit the Analysis of Students' Mathematical Discourses – Revisiting a Newly Developed Methodological Framework. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 191-209. doi:10.1007/s10649-006-4834-0
- Ryve, A. (2011). Discourse research in mathematics education: A critical evaluation of 108 journal articles. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(2), 167-199.
- Ryve, A., Nilsson, P., & Pettersson, K. (2013). Analyzing effective communication in mathematics group work: The role of visual mediators and technical terms. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 497-514. doi:10.1007/s10649-012-9442-6
- Saebbe, P.-E., & Mosvold, R. (2016). Initiating a conceptualization of the professional work of teaching mathematics in kindergarten in terms of discourse. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 79-93.
- Sarama, J., & Clements, D. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2004). Building blocks for early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 181-189.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2008). Mathematics i Early Childhood. In O. N. Saracho & B. Spodek (Eds.), *Contemporary Perspectives on Mathematics i Early Childhood Education* (pp. 67-94). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Scheja, M. (2002). *Contextualising studies in higher education: first-year experiences of studying and learning in engineering*. Pedagogiska institutionen, Stockholms universitet,
- Seland, M. (2009). *Det moderne barn og den fleksible barnehagen : en etnografisk studie av barnehagens hverdagsliv i lys av nyere diskurser og kommunal virkelighet*. (2009:258), Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Fakultet for samfunnsvitenskap og teknologiledelse Norsk senter for barneforskning, Trondheim.
- Seo, K. H., & Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 91-104.
- Sfard, A. (2001). There is More to Discourse than Meets the Ears: Looking at Thinking as Communicating to Learn More About Mathematical Learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13-57. doi:10.1023/A:1014097416157
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating. Human development, the growth of discourses and mathematizing*. New York: Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 191-200. doi:10.1007/s10649-008-9161-1
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture, and Activity*, 8(1), 42-76. doi:10.1207/S15327884MCA0801_04

- Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why Cannot Children See as the Same What Grown-Ups Cannot See as Different?— Early Numerical Thinking Revisited. *Cognition and Instruction*, 23(2), 237-309. doi:10.1207/s1532690xci2302_3
- Siraj-Blatchford, I. (2010). A focus on Pedagogy: Case Studies of Effective Practice. In K. Sylva, E. Melhuish, P. Sammons, I. Siraj-Blatchford, & B. Taggart (Eds.), *Early Childhood Matters: Evidence from the Effective Pre-school and Primary Education Project* (pp. 149-165). London: Routledge.
- Smith, P. K. (1994). Play and the uses of play In Moyles, JR. *The excellence of Play*.
- Stake, R. E., & Trumbull, D. J. (1982). Naturalistic generalizations. *Review Journal of Philosophy and social science*, 7(1), 1-12.
- Stylianides, A. J. (2007). The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 1-20.
- Sumpter, L. (2013). Themes and Interplay of Beliefs in Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(5), 1115-1135. doi:10.1007/s10763-012-9392-6
- Sumpter, L. (2016). Two Frameworks for Mathematical Reasoning at Preschool Level. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange, & A. Wernberg (Eds.), *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM2 Conference, 2014* (pp. 157-169). Cham: Springer International Publishing.
- Sumpter, L., & Hedefalk, M. (2015). Preschool children's collective mathematical reasoning during free outdoor play. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 1-10.
- Sundsdal, E., & Øksnes, M. (2015). Til forsvar for barns spontane lek. *Nordisk tidsskrift for pedagogikk og kritikk*, 1, 1-11.
- Sæbbe, P.-E., & Samuelsson, I. P. (2017). Hvordan underviser barnehagelærere? Eller gjør man ikke det i barnehagen? *Journal of Nordic Early Childhood Educational Research*, 14(7), 1-15.
- Säfsström, A. I. (2013). *Exercising mathematical competence. Practising representation theory and representing mathematical practice*. Göteborg Universitet, Göteborg.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Nordstedts.
- Säljö, R. (2001). *Läring i praksis: et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen Akademisk.
- Säljö, R. (2006). *Läring og kulturelle redskaper: om læreprosesser og den kollektive hukommelsen*. Oslo: Cappelen Akademisk Forlag.
- Säljö, R. (2015). *Lärande-en introduktion till perspektiv och metaforer*. Gleerups.
- Thagaard, T. (2006). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Tholin, K. R. (2006). Barna ønsker å medvirke! Hva nå, førskolelærer? In T. T. Jansen, M. Pettersvold, & K. R. Tholin (Eds.), *Førskolelæreren* (pp. 123-130). Oslo: Pedagogisk Forum.
- Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Tjora, A. (2018). *Qualitative research as stepwise-deductive induction*. London: Routledge.
- Toulmin, S., Rieke, R., & Janik, A. (1979). *An Introduction to Reasoning*. New York: Macmillan.

- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*: Cambridge university press.
- Trawick-Smith, J., Swaminathan, S., & Liu, X. (2016). The relationship of teacher–child play interactions to mathematics learning in preschool. *Early Child Development and Care*, 186(5), 716-733. doi:10.1080/03004430.2015.1054818
- Tsamir, P., Tirosch, D., & Levenson, E. (2009). *Exploring the relationship between justification and monitoring among kindergarten children*. Paper presented at the CERME, Lyon, France.
- van Oers, B. (1994). Semiotic activity of young children in play: The construction and use of schematic representations. *European Early Childhood Education Research Journal*, 2(1), 19-33.
- van Oers, B. (1996). Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 4, 71-87. doi:10.1080/13502939685207851
- van Oers, B. (2001). Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1/3), 59-85.
- van Oers, B. (2002). Teachers' epistemology and the monitoring of mathematical thinking in early years classrooms. *European Early Childhood Education Research Journal*, 10(2), 19-30. doi:10.1080/13502930285208931
- van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23-37.
- van Oers, B. (2014). The Roots of Mathematizing in Young Children's Play. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Eds.), *Early Mathematics Learning: Selected Papers of the POEM 2012 Conference* (pp. 111-123). New York, NY: Springer New York.
- Van Oers, B., & Duijkers, D. (2013). Teaching in a play-based curriculum: Theory, practice and evidence of developmental education for young children. *Journal of Curriculum Studies*, 45(4), 511-534. doi:10.1080/00220272.2011.637182
- Vygotsky, L. S. (1967). Play and Its Role in the Mental Development of the Child. *Soviet Psychology*, 5(3), 6-18. doi:10.2753/RPO1061-040505036
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (2016). Play and Its Role in the Mental Development of the Child. *International Research in Early Childhood Education*, 7(2), 3-25.
- Walsh, G., McGuinness, C., & Sproule, L. (2019). 'It's teaching ... but not as we know it': using participatory learning theories to resolve the dilemma of teaching in play-based practice. *Early Child Development and Care*, 189(7), 1162-1173. doi:10.1080/03004430.2017.1369977
- Walsh, G., Sproule, L., McGuinness, C., Trew, K., Rafferty, H., & Sheehy, N. (2006). An appropriate curriculum for 4–5-year-old children in Northern Ireland: comparing play-based and formal approaches. *Early Years*, 26(2), 201-221. doi:10.1080/09575140600760003
- Weisberg, D., Kittredge, A., Hirsh-Pasek, K., Golinkoff, R. M., & Klahr, D. (2015). Making play work for education. *Phi Delta Kappan*, 96, 8-13. doi:10.1177/0031721715583955
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a socio-cultural practice and theory of education*: Cambridge University Press.
- Wertsch, J. V. (1998). *Mind as action*: Oxford university press.

- Wertz, F. J., Charmaz, K., McMullen, L. M., Josselson, R., Anderson, R., & McSpadden, E. (2011). *Five ways of doing qualitative analysis : phenomenological psychology, grounded theory, discourse analysis, narrative research and intuitive inquiry*. New York: Guilford Press.
- Xu, L., & Clarke, D. (2019). Speaking or not speaking as a cultural practice: Analysis of mathematics classroom discourse in Shanghai, Seoul, and Melbourne. *Educational Studies in Mathematics, 102*(1), 127-146.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research; design and methods* (2 ed.). California: Sage Publications.
- Yin, R. K. (2013). *Case Study Research: Design and Methods*: SAGE Publications.
- Zadunaisky Ehrlich, S. (2011). Argumentative Discourse of Kindergarten Children: Features of Peer Talk and Children-Teacher Talk. *Journal of Research in Childhood Education, 25*(3), 248-267. doi:10.1080/02568543.2011.580040

Etterord

I skrivende stund sitter jeg her med tårer i øynene, men for en gangs skyld så er det gledestårer. Det er både med glede og vemod at arbeidet med avhandlingen avsluttes. I dette arbeidet har jeg kjent på både utilstrekkelighet og mestring. Det har vært en vært en spennende, lærerik og utfordrende prosess på mange vis. Når jeg nå skal sette punktum for denne faglige og personlige reisen, så kjenner jeg på en blandet følelse av lettelse og takknemmelighet. Det er mange jeg vil takke.

Aller først, takk til barna og personalet i Pyramiden, for måten dere tok meg imot med åpne armer, slik at jeg kunne observere, filme og være en del av barnehagehverdagen. Uten deres velvillighet hadde ikke prosjektet vært mulig.

Takk til min arbeidsgiver Dronning Mauds Minne Høgskole og barnehageeieren av Pyramiden, for å ha finansiert doktorgraden. Takk for muligheten til undersøke en tematikk som har interessert meg over lengre tid.

Takk, Kjersti Wæge, min kjære hovedveileder, full av klokhet, varme og forståelse. Takk for at du har fulgt meg så godt og for alt du har lært meg. Du har både inspirert, utfordret og beroliget meg. Takk for at du, med din kunnskap og dine gode og krevende spørsmål, har bidratt til at jeg hele tiden har kommet meg videre. Din støtte og hjelp har vært uvurderlig i dette arbeidet. Takk for tiden sammen.

Min biveileder, Ingar Pareliussen, takk for innsiktsfulle bidrag i hele prosjektet, og for din grundige tekstlesing.

Takk til NTNU og Linné universitet for faglig innputt i form av kurs, foredrag, innleveringer og sosiale samlinger.

Takk til Reidar Mosvold og Hanna Palmér som ved midtveis- og sluttseminar ga meg gode råd, konstruktive innspill, en dytt i riktig retning og tro på prosjektet. Takk til John C. Anthony og Astri Ramsfjell som på ulike vis har bidratt med god og grundig språkvask, og takk til Håvard Duesten for uvurderlig hjelp med det tekniske.

Takk til kollegaer ved Dronning Mauds Minne Høgskole for oppmuntrende ord, interesse og nysgjerrighet på mitt prosjekt. Spesielt takk til dere på Kappelangården, for

inspirasjon, humor, oppmuntring, støtte og sosialt fellesskap. En ekstra takk til dere på Låven, som med sang og kake løftet meg opp når det var som tyngst.

Takk til familien, for sosiale lag, oppmuntring og støtte. Takk til mine venner som jeg i fritiden har delt gode opplevelser med. Gjennom samtaler og aktivitet med dere, så har jeg fått utløp for tanker og følelser, noe som har vært berikende og nødvendig.

Sist, men ikke minst, takk til mine to gutter, Frode og Linus. Takk for positiv oppmuntring, avkobling og omsorg underveis. Frode, takk for at du har holdt ut med meg og mine humørsvingninger. Kjære Linus, du har vært så tålmodig og forståelsesfull, men nå er mamma tilbake! Takk for at du er den du er. Min kjærlighet til deg er ubetinget ubeskrivelig. Tiden med deg minner meg på hva som er viktigst i livet.

Takk til matematikkens utallige språk.

Takk til trening for avkobling.

Takk til naturen for frihet og frisk luft.

Takk til kaffe.

Takk for at jeg nå er i mål.

Trondheim, oktober 2021

Beate Nergård

Beates phd-blues

Melodi: Tanta til Beate/Lillebjørn Nilsen

Tekst: Monica Larsen Donovan

Graden til Beate ligger på ei plate i tinningen
og er trygt plassert i nettets datasky
Å få den ned på jorda, bruke rette orda og skrive ut
artikler til et blad - det står respekt av

Ingen turer til Larvik, ingen Fei-oppdrag i Narvik - du skal du hjem igjen
Kappellangården og Tiller er ditt sted
Her skal du få ro og bygge opp din tro
på at du er god - og tenker like nytt som Niels Henrik Abel

Statistikk og formler, lurer som små ormer i tinningen
men kjem på plass så lett som bare det
Vi er veldig stolte av at du her holdt te - på Låven vår
og heier på vår maratonBeate

Du er god til å feste, spiller håndball med de beste – snart er du i mål
på Dronninga skal du få tid til det
Her skal du få ro og bygge opp din tro
på at du er god - og tenker like nytt som Niels Henrik Abel

Nå er dagen kommet, tankene har flommet og du kom i mål
artiklene er skrevet, lest og trykt
Du har tenkt og regnet, nøyaktig beregnet og en forsker blitt
Gratulerer – hipp hurra for doktorgraden

En underlig tid, i en pandemi, det har du stått i
På hjemmekontoret du satt deg ned
Her fikk du ro og bygget opp din tro
på at du er god -og tenkte like nytt som Niels Henrik Abel

Hilsen heiagjengen din på Låven <3

Vedlegg

Vedlegg 1: Oversikt over studiens videoopptak

Kontekst	Antall videoopptak	Innhold	Lengde på opptakene
Hverdagsaktiviteter	8	Videoopptak av overgangssituasjoner, påkledning i garderobe og måltid, både frokost og lunsj, inkludert pådekking av bord.	Korteste: 3 minutter Lengste: 12 minutter Samlet alle opptak: ca. 51 ½ minutter
Lek barn-barn	26	Videoopptak av leksituasjoner hvor det i hovedsak var lek mellom to eller flere barn, men også opptak av barn som lekte alene. Videoopptakene er en blanding av opptak fra frilek inne og lekbaserte aktiviteter	Korteste: 4 minutter Lengste: 19 minutter Samlet alle opptak: ca. 130 minutter
Lek barn-voksen	18	Videoopptak av leksituasjoner hvor den voksne var en del av leken, enten sammen med ett eller flere barn. Videoopptakene er en blanding av opptak fra frilek inne og lekbaserte aktiviteter	Korteste: 3 minutter Lengste: 25 minutter Samlet alle opptak: ca. 144 minutter
Tilrettelagte aktiviteter	24	Videoopptak av voksenstyrte aktiviteter som ble gjennomført i fellesområdet. Opptakene inneholder både aktiviteter i mindre/små grupper og med alle barna.	Korteste: 5 minutter Lengste: 15 minutter Samlet alle opptak: ca. 165 minutter
Aktiviteter på forskerrom	17	Videoopptak av voksenstyrte aktiviteter på forskerrommet. Alle opptakene er av naturfaglige eksperimenter.	Korteste: 3 minutter Lengste: 33 minutter Samlet alle opptak: ca. 174 minutter
Samlingsstund	15	Videoopptak av samlingsstunder hvor barna enten var samlet i en ring på gulvet eller foran Smart-Board.	Korteste: 14 minutter Lengste: 45 minutter Samlet alle opptak: ca. 280 minutter

Vedlegg 2: Memos

Tidlige memos fra videopptaket av samlingsstund «flyte og synke»:

Starter med samling med at G spør om de har hørt om "kort" eller "langt" vann. Hun står med en mugge vann og sier at hun skal prøve å lage kort og langt vann. Går fram til beholder plassert midt på gulvet mellom barna og starter med å helle vann over fra kanne. Sier "Nå skal jeg prøve å lage kort vann først. Er dere med?" Barna: "JA". G sitter på huk og tømmer, reiser seg sakte slik at avstanden blir lengre og lengre. G uttrykker entusiasme ved å lage lyd men hun fyller "hoooooooo". Mine tanker; gjøres en slik start for å få barns oppmerksomhet? Er det for å visualisere forskjellen mellom "kort" og "lang"?

Når det blir lang avstand søler hun (noe jeg mener gjøres med vilje) Barna ler og fryder seg og kommenterer at det spruter og at de blir våt. G forlater seansen for å hente noe å tørke med, dermed følges det ikke opp det hun startet med. Blir dette da bare et "stunt" eller hadde det en hensikt. Går over til å rette fokuset mot vannet som er på gulvet og sier "se på alle vannmolekylene som ligger her" Starter med å tulle med vannet, skaper interesse og samler oppmerksomhet ved å søle vann (humor), matematiske begrep kort og langt vann. Tar tak i sølet (vannet) og snakker om det som molekyler, retter oppmerksomheten mot tema. sammenligner med brus, noe kjent for barna, tidligere erfaringer. Forklarer forskjeller og likheter med noe kjent. "Hvor sitter dere nå? relaterer til nåtid her og nå, stiller spørsmål men svarer selv, respons; barna fabulerer om avstander, korte bekreftelser, avbryter med nytt spørsmål som dreier seg om barna "Noen som kan svømme?" - rekk opp hånda - avsporing med et element som tas fra et barn, retter oppmerksomheten mot siste spørsmål, spør en gang til. Nytt spørsmål uten å få svar. stiller undringsspørsmål " kan elefanten svømme? NEI i kor fra barna, hun avkrefter som sier "de kan det". nytt spørsmål (undring) "tror dere denne kan svømme?" tar inn et gjenstand. mange ulike gjenstander tas fram og hun spør på lik måte "tror denne her kan svømme?". ingen respons imellom hvert spørsmål og svar.

Humor/spøk; presenterer et egg, tuller med å slippe det i bakken, barna følger ivrig med. Introduserer forsøk (teste om det flyter), engasjerer barna med ulike oppgaver, magi, oppgaver med "trylleri" for å fange, fasinerer barna (riste rødt vann)

Kobler på barna til det de skal gjøre ved å vise hvordan de skal gjøre det. viser hva som skal skje og spør barna om hva de tror skjer (undre), slipper en tung kule i vannbeholderen og lurer på hvorfor det ikke smalt slik det gjorde i bakken.. skaper spenning ved å tulle litt og la engasjere en voksen til å holde i beholderen. Tullet med å ta den i lomma, men barna avslørte. gir forklaring selv. ingen respons på barn som spør "hvorfor det?", men bekrefter JA til det som

Vedlegg 2: Memos

sier at det kan knuse, gjentar konklusjonen "ja den kan knuse". "Hørte dere hva B sa?" kobler barna inn på noe et barn sa, roser og sier at det var logisk og godt tenkt - bruker B sitt utsagn "det kan knuse" for å si hvordan de skal legge ting oppi, legge det forsiktig. Digresjon i samtalen om eggene, høner og haner. hvorfor drar hun det ut? er det for å sørge for at barna er med? tenker ikke på at det tar lang tid. tar inn ytring fra et barn og egg og høner, responderer og spør om de andre hørte det og gjentar det jenta sa, sammenligner med om de hadde hatt det slik her. mange digresjoner - pinnedyr, mat til de, resulterer i mye prat og mumling hos barna. hvorfor fortsetter hun samtalen om pinnedyra?

For å komme inn på temaet så sier hun at vi glemmer oss og må gjøre det vi skal. Barna får oppgaver, en ting i vannet per barn - teller ting + barn - parkobling -

Begrepeene først og sist - hvilke som får hjelpe til - rekkefølge

Begreper; tung, lett, masse, volum

De skal putte ulike ting i en beholder for å se om det flyter eller synker. Voksne sier at vi skal finne ut hvilken som flyter. Forklarer at barna skal gjette om det kommer til å flyte eller synke. Når barna umiddelbart begynner å gjette (før gutten legger oppi det han har valgt) avbryter hun med å spørre "Hvorfor tror dere at den vil synke? Svar: "fordi den er lagd av jern". Den voksne hverken bekrefter eller avkrefter men henter aluminiumsfolie og sier at den også er lagd av metall og ber gutten om å putte den oppi. "Tror dere den flyter eller synker? Den er lagd av metall" Barna: "den flyter" Den voksne spør om det kan være en annen grunn til at den er lagd av jern slik at den synker" Spør undringsspørsmål. "Hva skjer" Barna får forklare hva de tror og tenker. Ser på aluminiums biten og undrer seg sammen om hva som skjer, bobler som kommer ut og at det synker litt. Bruker lang tid å få barna til å tenke på hvorfor biten flyter, prøver å få barn inn på sporet av at det er luft som gjør at den flyter. Visualiserer dette ved å brette den ut. Barna sier at nå ligner den på en båt (sammenligning). Da forsøker G å få de til å tenke på hva som er "inni" (begrep) båten. Barna gir konkret svar "mennesker". G prøver da å spørre om hva msk har inni kroppen (klapper seg på brystet). Barna blir da igjen konkret og svarer "hjerte". Mener at dette viser at barna tenker veldig konkret, og det er vanskelig å tenke abstrakt slik som vi voksne "ønsker" at de skal tenke. Det er først når en barn gjetter "lunger" og G spør om hva som er inni lungene at barna svarer "luft". Uten å bekrefter rettes oppmerksomheten rett mot aluminiums båten "Hva er båten lastet" med?" Får fortsatt konkrete svar (mennesker), mens noen barn har fulgt resonneringen og svarer "ingenting, og lufta er ingenting". Her synes jeg å se at et barn prøver å beskrive at luft ikke veier noe. G gir en

Vedlegg 2: Memos

bekreftelse og forklaring på dette «JA»! Hvis det er luft inni den så flyter den. Er dere enige i det? Barna: "JA" G vender deretter oppmerksomheten mot mutteren som startet diskusjonen (ser tilbake på "problemet"). G:"Da kan dere tenke på om det er luft inni denne" Holder opp mutteren, og slipper den i gulvet (noe som viser at den er tung) Barna svarer nå "nei", mens noen svarer "jo". oppfølgingsspørsmål; "Tror dere nå om denne flyter eller synker?" Ingen barn svarer ... Hvorfor ikke? tror barna ble usikre og sammenligner det de ser med de erfaringene de har. Når mutteren legges oppi og synker kan jeg ikke si at det vises noen reaksjon i barnas undring (ansiktsuttrykk).

Videre i samlingen legger ett og ett barn oppi en ting hver. Før de legger det oppi må barna anta om gjenstanden flyter eller synker. Gjentakelse av spørsmål/problemstilling: "tror dere den flyter eller synker". Barna svarer "i kor" og ingen blir spurt direkte om hva de tror. En god måte for å få barna til å våge å undre seg uten at de føler at de må svare "rett". Før barna legger oppi kjenner de på gjenstanden, og alle "veier" den i hånda si. (de kjenner på vekt for å se sammenheng mellom flyter = lett synker = tung). Når gjenstanden er lagt oppi spør G: "Hva skjedde?" Barna får igjen svare fritt. Barna får her observere og trekke konklusjon. Stemmer deres antakelser med det som skjer?

Ved denne gjenstanden oppstår god diskusjon som bidrar til samtale rundt matematiske begrep. Når et barn sier at en gjenstand vil synke fordi den er større enn mutteren de startet med. Gjenstanden sank og barnet sier at det er fordi den er tykkere enn mutteren.

G: "Kanskje den også er full av metall da?"

B:"Det er mer enn den andre der"

G: "Mer enn den mutter`n?"

B:"Ja"

G: "Ja den er nok tyngre enn den mutter`n. Tror du ikke det?"

B: "tykkere enn"

G:" Er den tykkere enn? Ja ha. Men den må ikke være tyngre enn fordi den er tykkere (pause) Den kan være lettere fordi om den er tykkere og vet du. Det kan vi teste etterpå"

Går rett til neste. Hvorfor følges ikke forrige sekvens opp bedre?

Vedlegg 2: Memos

Kort memos av «når barn sammenligner» etter å ha sett opptak av samlingsstund «flyte og synke» igjen:

Ved mange aktiviteter/forsøk skal barna observere og se hva som skjer. For å forklare det de ser bruker de et språk og begreper som er matematiske og som kan settes i ulike tema i matematikken. Når barn observerer responderer de ofte spontant med at de sier "det ser ut som...". Da sammenligner de med noe som de kjenner til fra før.

Kjennetegn de bruker er likheter og ulikheter i forhold til farge, form, størrelse og funksjon. Dette kan ses opp mot barns begynnende matematikklæring hvor det er viktig å skille mellom ulikheter og likheter for å kunne sortere og klassifisere. Sortere og klassifisere handler om å skape orden og oversikt.

Ved at barn bruker det de kjenner til og støtter nye begrep med sine erfaringer fra tidligere vil de utvikle begrepsforståelsen og om mulig bevege seg mot de vitenskapelige begrepene. Det er den voksne "ansvar" å følge barn sine innspill slik at begrepsutvikling kan skje.

Hvorfor tar den voksne ikke tak i de gyldne øyeblikkene som oppstår? Er det fordi den voksne ikke "ser" matematikken (manglende kompetanse)? Fordi det ikke er så viktig da målet for samlingen er noe annet? Tiden? Ikke våger å gå bort i fra det en har planlagt? Jeg mener at i barnehagen bør den voksne ta slike øyeblikk da undervisningen skal bidra til at barn medvirker og får være mer deltakende enn "den skolske". Hva går de glipp av når slike muligheter ikke tas bort?

Barna bruker språket (det de kjenner til) for å forklare, se sammenhenger og begrunne, noe som er essensielle deler av den matematiske forståelsen. Jfr. forklaring og argumentasjon (Alan Bishop).

Se på når det tas videre av den voksne; blir det da en større bruk av inquiry? Leder det videre inn i annen matematisk undring?

Se å når det ikke tas videre; Er det spesielt med de situasjonene? Hva gjør barnet? Hvordan går den voksne videre?

Vedlegg 3: Koder og under koder

Codes								Search Project
Name	Files	References	Created on	Created by	Modified on	Modified by		
Argumentasjon	0	0	27.01.2020 14:33	BNE	27.01.2020 14:33	BNE		
Barnas argumentasjon	0	0	27.01.2020 14:34	BNE	27.01.2020 14:34	BNE		
Gestikulering - non verbalt	4	4	27.01.2020 14:38	BNE	03.02.2020 15:08	BNE		
Inviterer andre til resonnement	1	1	29.01.2020 13:32	BNE	03.02.2020 13:47	BNE		
Snakker gjennom objekter	1	1	27.01.2020 14:39	BNE	03.02.2020 13:50	BNE		
Viser sin forklaring ved hjelp av gjenstander	7	9	29.01.2020 13:33	BNE	03.02.2020 15:10	BNE		
Verbalt	0	0	27.01.2020 14:38	BNE	27.01.2020 14:38	BNE		
Bruker men - adverbatives	4	7	29.01.2020 13:30	BNE	04.02.2020 12:44	BNE		
Forteller om sin resonnement	2	3	29.01.2020 13:29	BNE	03.02.2020 11:27	BNE		
Underbygger sin påstandog mening, forkarer, gir	11	16	29.01.2020 13:29	BNE	05.02.2020 10:46	BNE		
Uttrykker uenighet, benektelse, avslag eller selvmo	2	2	29.01.2020 13:27	BNE	03.02.2020 11:28	BNE		
Viser tilbake til noe som en kobler til ett tema, gje	5	11	29.01.2020 13:31	BNE	04.02.2020 12:07	BNE		
Voksnes samtaletrekk i kommunikasjonen	0	0	27.01.2020 14:34	BNE	27.01.2020 14:36	BNE		
Bruk av artefakter - visuelle mediatorer	4	6	24.05.2019 09:48	BNE	27.01.2020 12:53	BNE		
Argumentasjon	0	0	24.05.2019 09:49	BNE	24.05.2019 09:49	BNE		
Barn undrer seg sammen med objektet	4	5	28.05.2019 12:39	BNE	27.01.2020 12:43	BNE		
Bidrag til kommunikasjon	2	3	24.05.2019 09:51	BNE	28.05.2019 11:59	BNE		
Bidrar til en felles forståelse	5	5	24.05.2019 09:51	BNE	28.05.2019 12:03	BNE		
Forklare sine tanker, løsninger, meninger	4	6	24.05.2019 09:50	BNE	27.01.2020 12:43	BNE		
IKKE bidrag til kommunikasjon	1	1	24.05.2019 09:52	BNE	27.05.2019 14:21	BNE		
Utføre aksjon	4	4	24.05.2019 09:49	BNE	28.05.2019 12:56	BNE		
Kommunikasjon i samling	4	4	21.01.2020 14:59	BNE	21.01.2020 15:14	BNE		
Matematisk tema i aktivitet og samtale	0	0	27.05.2019 11:41	BNE	27.05.2019 11:41	BNE		
Matematiske begrep	0	0	12.02.2018 16:17	BNE	22.03.2018 13:15	BNE		
Voksenrollen	0	0	27.05.2019 09:38	BNE	27.05.2019 09:38	BNE		

Vedlegg 4: Link mellom videooptak, codes og memos/references

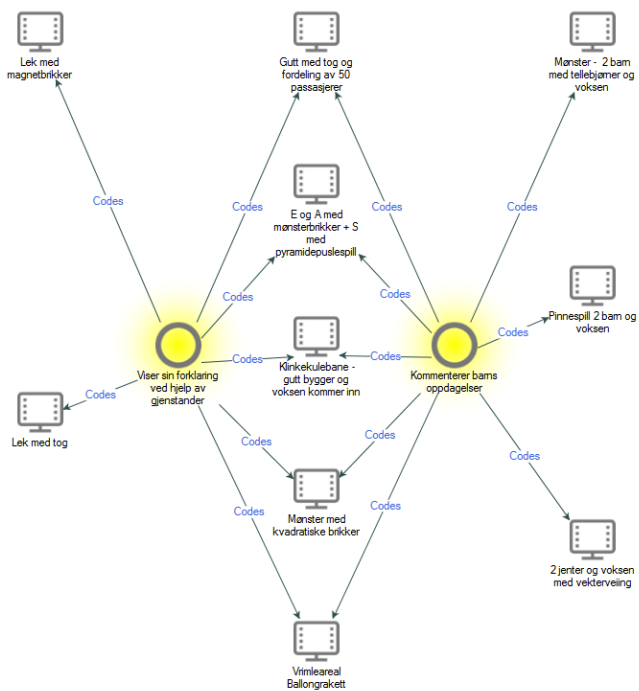
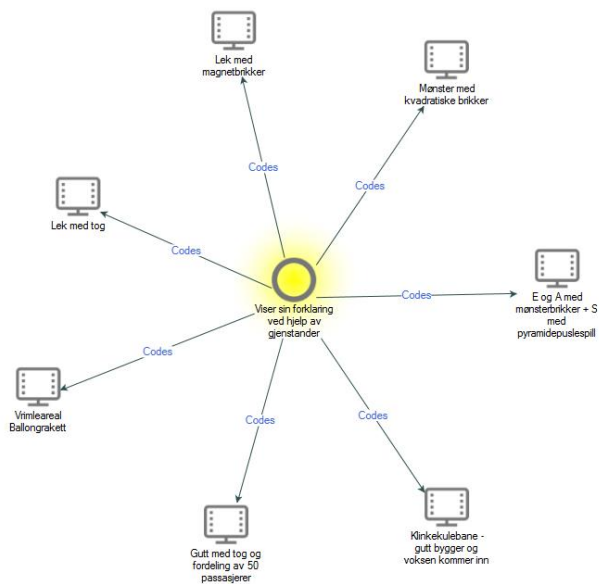
The screenshot shows the NVIVO software interface with a table titled "Play-based activity - artikkel 3". The table lists various activities with columns for Name, Codes, References, Modified on, Modified by, and Classification.

Name	Codes	References	Modified on	Modified by	Classification
Gutt med tog og fordeling av 50 passasjerer	8	14	29.01.2020 13:26	BNE	
E og A med mønsterbrikker + 5 med pyramidepuslespill	8	15	27.03.2020 09:36	BNE	
Klinkekulebane - gutt bygger og voksen kommer inn	8	11	30.01.2020 12:42	BNE	
2 jenter og voksen med vekterveing	8	10	27.01.2020 13:00	BNE	
Vrimleareal Ballongrakett	8	10	03.02.2020 11:23	BNE	
Pinnespill 2 barn og voksen	6	8	04.02.2020 12:44	BNE	
Spill på tallrom - 2 barn 1 voksen	5	8	23.03.2020 11:50	BNE	
Lek med magnetbrikker	5	8	30.01.2020 13:34	BNE	
Mønster med kvadratiske brikker	5	5	03.02.2020 10:51	BNE	
Mønster - 2 barn med tellebjørner og voksen	3	6	03.02.2020 10:30	BNE	
Lek med tog	3	4	30.01.2020 13:58	BNE	
Opptak av leken som skjer	2	2	27.01.2020 12:42	BNE	
Voksen hjelper 3 gutter å tegne med spellograf	2	2	04.02.2020 10:38	BNE	
Måling av kroppen	2	4	04.02.2020 10:29	BNE	
Programmering av Blue Bot	2	3	03.02.2020 13:42	BNE	

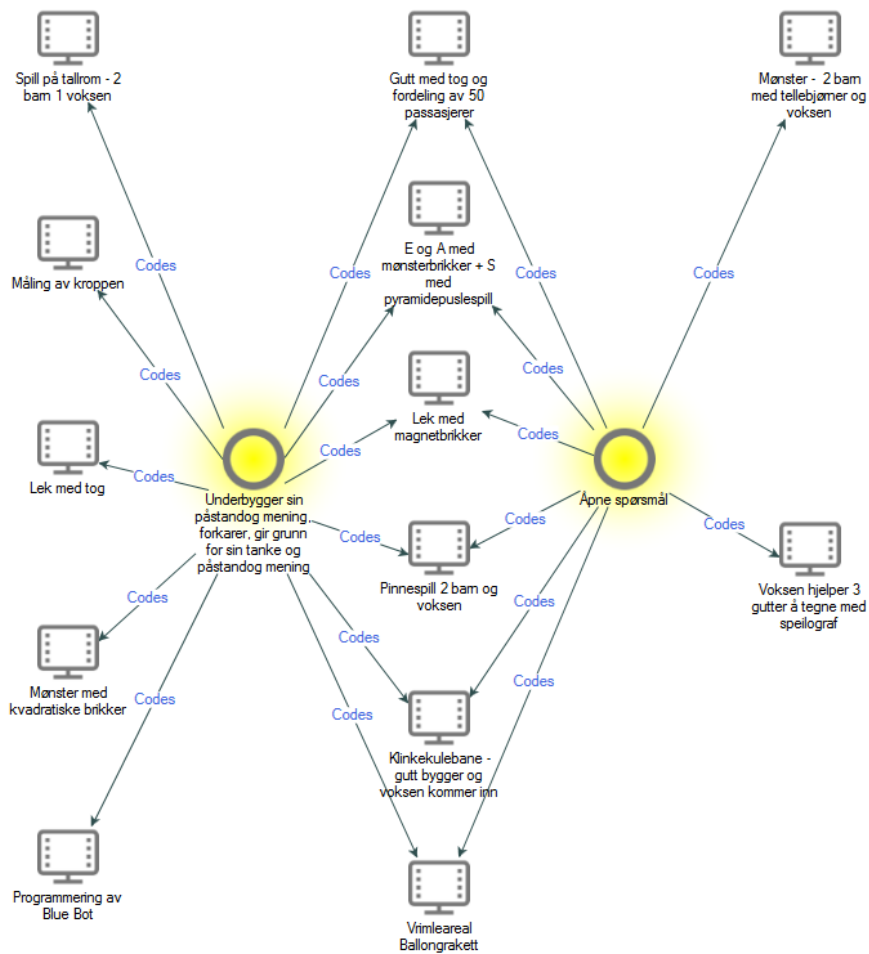
This screenshot shows the same NVIVO software interface and table as above, but with a search bar at the top right of the table area.

Name	Codes	References	Modified on	Modified by	Classification
Gutt med tog og fordeling av 50 passasjerer	8	14	29.01.2020 13:26	BNE	
E og A med mønsterbrikker + 5 med pyramidepuslespill	8	15	27.03.2020 09:36	BNE	
Klinkekulebane - gutt bygger og voksen kommer inn	8	11	30.01.2020 12:42	BNE	
2 jenter og voksen med vekterveing	8	10	27.01.2020 13:00	BNE	
Vrimleareal Ballongrakett	8	10	03.02.2020 11:23	BNE	
Pinnespill 2 barn og voksen	6	8	04.02.2020 12:44	BNE	
Spill på tallrom - 2 barn 1 voksen	5	8	23.03.2020 11:50	BNE	
Lek med magnetbrikker	5	8	30.01.2020 13:34	BNE	
Mønster med kvadratiske brikker	5	5	03.02.2020 10:51	BNE	
Mønster - 2 barn med tellebjørner og voksen	3	6	03.02.2020 10:30	BNE	
Lek med tog	3	4	30.01.2020 13:58	BNE	
Opptak av leken som skjer	2	2	27.01.2020 12:42	BNE	
Voksen hjelper 3 gutter å tegne med spellograf	2	2	04.02.2020 10:38	BNE	
Måling av kroppen	2	4	04.02.2020 10:29	BNE	
Programmering av Blue Bot	2	3	03.02.2020 13:42	BNE	

Vedlegg 5: Visualizations maps



Vedlegg 5: Visualizations maps



Vedlegg 6: Utklipp av eksamensbesvarelsen i kurset Kvalitative analysemetoder (PLU8022)

3) Barn svarer på spørsmål

Barna opplever ofte at de må svare på spørsmål fra den voksne i samlingsstundene. I barnas svar blir matematiske begrep brukt både slik som beskrevet ovenfor i form av sammenligninger, forklaring og argumentasjon. Men enkelte ganger gir ikke barna konkrete svar på hva de mener eller tenker, de gjentar spørsmålet som den voksne stiller. Ved å gjenta det den voksne sier gjør barnet seg verbale erfaringer ved å uttrykke matematiske begrep som de kanskje ikke har kjennskap til fra før. Gjennom å artikulere de matematiske begrepene som de voksne har uttalt vil barna få en mulighet til «smake» på nye begrep.

I noen tilfeller observerte jeg at barna brukte lang tid før de svarte. Det virket som om de søkte seg fram til det korrekte svaret eller de vitenskapelige begrepene som var nødvendig for å kunne svare på spørsmålet. I slike tilfeller skjedde det ofte at barnet først gjentok spørsmålet den voksne stilte for så å komme med sine svar og tanker. I samlingsstunden som omhandlet energi ble barna spurt om hva de tror energi er. Etter at den voksne hadde spurt spørsmålet ytret mange barn samtidig «energi?», for deretter å mumle høyt hva de mente det var. Noen kommenterte selve begrepet og sa at «det har jeg hørt om før», mens andre beskrev mer hva de mente det var. «Sånn som en lighter» og «det er varme» svarer et barn, og viser at barnet relaterer et faglig begrep til noe konkret, gjerne en gjenstand som de forbinder med begrepet. I dette eksemplet gjør barnet seg en kobling som går fra begrepet energi, via en gjenstand og til et matematisk begrep, som dreier seg om måling aspektet.

Om barna ikke hadde språket på plass slik at de kunne gi et verbalt svar til den voksne viste de hva de mener ved å bruke kroppsspråket. Nonverbale responser – som peking, risting på hodet og flytting av gjenstander – var hyppig framtrepende. I samlingsstunden hvor barna skulle plassere organene på rett plass inni kroppen fikk de i oppgave å beskrive hvor organene skulle ligge i forhold til hverandre og plassere de inni et skjelett. De fleste beskrev hvor de skulle ligge verbalt, «den skal være ved siden av hjertet» og «sett den under lungene» er ytringer som oppstod. Men noen barn greide ikke å beskrive det verbalt og pekte samtidig som de sa «der». Når den voksne plasserte organet der de mente barnet pekte bekreftet barnet med nikk eller risting på hodet. Et barn bekreftet den voksnes handling ved å flytte fingeren sin og si «nei, litt mer dit». Noen barn løste oppgaven ved å si «der» men reiste seg og plasserte sitt organ fysisk i skjelettet. Dette viser at den verbale og nonverbale responsen barna ga var ulik. Barna viser at de har ulike løsningsstrategier, de løser problemer på ulik måte. Begrepene og de manglende begrepene om plassering barna brukte gir også en indikasjon at barna har ulik kompetanse i å uttrykke romlige begrep i sine forklaringer.

4) Voksne beskrivelse

Alle samlingsstundene starter med at den voksne har en demonstrasjon og forklaring for å introdusere en ny aktivitet eller et nytt tema for samlingen. Ved introduksjon brukes i stor grad historier eller ulike gjenstander. I historiene som presenteres beskrives det realfaglige temaet med hverdagslige begrep, begrep som barn kjenner til eller noe de har kjennskap til. Disse begrepene var ofte matematiske begreper. I en av samlingsstundene jeg observerte skulle barna få erfaring med hvordan jorda beveger seg i forhold til sola. For å synliggjøre dette valgte den voksne å bruke barna som elementer i solsystemet, hvor et barn var sol og ett annet barn var jorda. I samtale med barna ble det diskutert om hvordan sola og jorda beveget seg. I samtalen oppstod en hel rekke med matematiske begrep som omhandler retning, både i spørsmål og svar. «Hvordan beveger jorda seg i forhold til sola?», «Hvilken vei må du da bevege deg?», «Jorda går rundt sola», «Nei, du må gå motsatt vei» og «Du må snu deg rundt og rundt hele tiden» var noen av ytringene med matematiske begreper som handler om retning og orientering. I og med at barna ble brukt fysisk i synliggjøringen av bevegelser, fikk de mulighet til å ta i bruk ulike sanser. Bevegelsene og retningene som barna utførte måtte stemme overens med de muntlige begrepene som ble ytret i forklaringene fra den voksne.

Ved bruk av gjenstander i sine forklaringer involverer voksne den visuelle sansen hos barna. Det visuelle forklares ved

Vedlegg 6: Utklipp av eksamensbesvarelsen i kurset Kvalitative analysemetoder (PLU8022)

hjelp av matematiske begrep. Dette var spesielt synlig i samlingen «solsystemet». Når den voksne introduserte og beskrev de ulike planetene beskrev hun kjennetegnene relatert til form, størrelse og egenskaper.

5) Voksne stiller spørsmål

I en samlingsstund skal barna plassere planetene i riktig rekkefølge fra sola. Når den voksne presenterer de ulike planetene bruker hun i stor grad plasseringsord. Hun stiller spørsmål som «hvilken planet er den nærmeste til sola?», «hva heter den tredje planeten?» og «hvilken planet er nummer fem?», og dette er spørsmål som inneholder matematiske begrep relatert til både romlig språk og rekkefølge i tall, ordinalitet. Underveis i samlingen gir også den voksne en beskrivelse av planetene sine kjennetegn, «den største planeten er...», «hvilken form har planetene?» og «Hva er det som er rundt Saturn?» og i disse utsagnene benyttes begreper relatert til både størrelse og form.

I en annen samlingsstund skal barna få kjennskap til hvor lungene og hjertet er plassert inne i et skjelett. Samtalen dreier seg i størst grad om hva organene sine funksjoner er. Når organene presenteres spør den voksne ulike spørsmål rundt organene, slik som «Hva er det vi har i lungene?», «Hvorfor har vi luft i lungene?» og «Hvordan ser hjertet ut?». I spørsmålsstillingene peker den voksne tilbake til både funksjonen og utseende ved organet. Begreper som forventes i svarene fra barna kan omhandle de matematiske temaene form og størrelse.

6) Voksne svarer

Når den voksne responderer på barns svar gjentar den voksne i stor grad barns svar. Av og til gjentas svaret akkurat slik som barnet svarte og med en bekreftelse fra den voksne om det stemmer eller ikke. Voksne bruker ved disse anledningene de samme matematiske begrepene som barna bruker i sine svar og beskrivelser. Her blir den voksne en støtte for barnet slik at barnet får bekreftet sine tanker og forklaringer. Noen ganger linker den voksne barnas svar opp mot det faglige temaet som er i fokus, på den måten får barna se sammenhenger mellom sine svar med de faglige begrepene, og om mulig får utviklet sine vitenskapelige begrep. Den voksne viderefører også barns matematiske begrep ved slike anledninger, hvor de bruker fagordet i stedet for det begrepet som barnet ytrer. I samlingsstunden om «energi» begynner et barn å snakke om at det var i svømmehallen dagen før og prøvde rutsjebanen for første gang. I stedet for å avvise barnet tar den voksne tak i fortellingen og setter det i sammenheng med temaet for samlingen. Hun spør barnet om det ble varmt på rompa når det rutsjet i rutsjebanen, og følger opp spørsmålet med å forklarer friksjon og at det er energi. I sin forklaring av fenomenet bruker hun hverdagslige begrep som er matematiske. Hun gir følgende forklaring; «dere kan kjenne at når dere sklir i full fart på sklia eller gnir hendene sammen, sånn fort, så kjenner dere at det blir varmt, og da lager dere energi». Forklaringen hun gir støtter hun ved å gni sine egne hender sammen, noe som resulterer i at barna gjør det samme. Det matematiske perspektivet blir her at barna erfarer fart som en måleenhet ved å gjøre noe hurtig.

Ved andre anledninger gjentar den voksne bare svaret til barnet uten å videreføre det. Ved slike situasjoner vil det ikke oppstå en videre tenking hos barnet. Det viser seg også at ved enkelte situasjoner tilfører ikke den voksne begreper hvor hun har mulighet til å gjøre dette. I samlingen hvor barna skulle plassere organene i skjelettet var det mange barn som bare pekte og sa «der». Da hadde den voksne mulighet til å prøve å beskrive hvor hun mente barnet ville plassere organet. Men i stedet pekte bare den voksne og sa «der». Den voksnes verbale interaksjon ble ved denne anledningen ikke benyttet slik at barna kunne fått erfaringer med romlig beskrivelse og plasseringsord.

Studiens tre artikler

Children's use of mathematical language

Beate Nergård

► **To cite this version:**

Beate Nergård. Children's use of mathematical language. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. hal-02414943

HAL Id: hal-02414943

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02414943>

Submitted on 16 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Children's use of mathematical language

Beate Nergård

Queen Maud University College of Early Childhood Education, Trondheim, Norway;

bne@dmmh.no

Sixteen assemblies in a Norwegian kindergarten have been studied to identify characteristics pointing to when and how 5-year-old children use mathematical language when expressing their thoughts. When participating in an assembly the children are in a situated social context where communication is an important part of the context. The analysis shows that children use mathematical language when they compare, explain and argue. This paper links the way children use mathematical language in interaction with others through verbal language, body language and body movements.

Keywords: Kindergarten, Mathematical language, Comparing, Explaining.

Introduction

In all mathematical activities and play, language and the use of concepts are an important part of learning (Riccomini, Smith, Hughes, & Fries, 2015). According to Clements (2001), we may look at mathematics as a language based on structure and logic, where rich interaction with mathematical concepts is important for the development of children's mathematical knowledge (Purpura, Napoli, Wehrspann, & Gold, 2016). Even though research shows connections between children's linguistic understanding and their mathematical achievements, the causal relationship between mathematical language and mathematical knowledge has not been fully investigated (Purpura et al., 2016). By examining patterns in dialogues and interactions between adults and children it may be possible to gain a better understanding of which linguistic elements are important for the child's mathematical thinking and understanding (Trawick-Smith, Swaminathan, & Liu, 2016).

Children's development of mathematical vocabulary cannot be ignored as it is of great importance for their further learning of mathematics in school (Monroe & Orme, 2002). The article will focus on the use of mathematical language in a kindergarten. The study, exploring the use of mathematical language, is relevant both in relation to the increasing interest in the learning aspect and the increasing focus on language and mathematics in Nordic kindergartens (Hammer, 2012).

To contribute to the discussion about mathematics and the place of mathematical language in Norwegian kindergarten this article has the following research question: How do some five-year-olds use mathematical language when they express their thoughts about natural phenomena?

The research methods involved studying 16 assemblies in a Norwegian kindergarten. The Nordic kindergarten tradition is placed in what the OECD (2006) calls a "social pedagogical tradition", with a broad and open view of learning where children are seen to learn by playing and through their everyday activities. An activity which is often a regular feature in the kindergarten is the assembly. Assemblies in a Norwegian kindergarten involve typically 12 – 32 children. One characteristic of the assembly tradition is that it is organised and planned in advance by the adults

and is probably the most structured and adult-led activity in the kindergarten. Children and adults come together to take part in various activities focusing on a topic for the assembly. Assembly may be considered a social situated practice where learning can take place. This then is a particular, pedagogic and social context where the child uses language as a tool in interaction with others to explain and find words for his or her thoughts.

Mathematics in the kindergarten

Bishop (1989) divides children's experience with mathematics into six fundamental mathematical activities: 1) explanation, 2) locating, 3) measuring, 4) counting, 5) design and 6) playing. He states that these mathematical activities are independent of culture and are reflected in children's everyday lives. Bishop (1989) claims that the number of activities is not important. What is important is how these six mathematical activities might help us gain a broader and more nuanced perception of what mathematics is and can be for children in kindergarten (Bishop, 1989).

Counting and measuring are both related to numbers, but in different ways. Counting relates to the perception of numbers and ways of determining numbers, while measuring refers to describing a magnitude by means of a system of numbers. In kindergarten, children gain experiences of counting using numerals, they count and experience that the numerals describe different amounts, where language becomes a tool for explaining how much of something they have. When measuring, children use numbers to compare and when put things in order to indicate how much there is of something or how big something is. When children measure, the need arises to sort things so that they can compare the objects they measure to find similarities and differences in their magnitudes rather than in their attributes.

According to Bishop (1989), locating and design are two important ways of developing mathematical thoughts based on the need to order space. Locating refers to the ability to describe where objects are placed in space, while design is about describing the form of a shape or how it is created. Bishop states that locating is a description of how several objects are placed in relation to each other and refers to how the children use language to say something about direction and placement, to orient themselves and to find their way in the three-dimensional space they are in. Design basically refers to the language children use to describe the characteristics of an object independent of location.

Explanation is used by children to express their experiences through language and action, while playing are the methods or activities through which children may experience mathematics. Bishop maintains that while counting, measuring, locating and design are related to our physical environment, play and explanation are also connected to our social environment. Through explanation and argumentation the child is challenged to give grounds and explain, find words for thoughts and tell about his or her reasoning. The child's power of explanation depends on his or her linguistic ability to express logical conclusions (Bishop, 1989).

Mathematics and language

Children who do not master the mathematical language or understand the mathematical concepts may experience that they do not understand the mathematics required of them when they enter

school. Mathematical language is used to describe structures, and language plays an important part when children develop their understanding of mathematical concepts. In mathematics, a mathematical language is a verbal and written linguistic expression, body language, such as looks, gestures and movements, and also characters, words and number symbols (Clements, Baroody, & Sarama, 2014). Understanding a concept is nevertheless much more than merely recognising the word designating the concept. The children needs to hear the word used in different contexts and with different meanings, and to understand not only the concept but also the changed meaning of the particular word. Understanding mathematical vocabulary allows children to understand the meaning of mathematical discussions with others as well within instructional learning activities (Purpura et al., 2016).

There are two specific aspects of mathematical language which turn out to have an important role in early learning of mathematics: quantitative language and spatial language. Quantitative language, referring to amounts includes concepts such as fewer, less than, more than and many. Understanding quantitative concepts helps children to make and describe comparisons between numbers and amounts. The magnitude of amounts (cardinality) and order of numbers (ordinality) comprises a language which may be particularly difficult for many, as teaching often uses explanations which rely on one's understanding of verbal language, for example concepts such as big, little, more, few, before, after or next (Barner, Chow, & Yang, 2009).

Spatial language includes concepts such as above, before, near and over. Some spatial words, such as after and before, indicate magnitude as well, as they are often connected to the number sequence and indicate decrease and increase in quantity (Purpura et al., 2016). Understanding of the spatial language is related to children's spatial thinking, where the concepts help the children to talk about relations between objects and numbers, and not least help children to develop spatial skills that are important for mathematical development. Also, children with rich spatial language may be able to decrease the cognitive load involved in mentally transforming and describing a shape (Pruden, Levine, & Huttenlocher, 2011). Mental rotation and spatial visualization are related to geometric problem-solving, and in order to describe spatial relationship and create mental images of geometric shapes the children need to use spatial concepts such as top and bottom (Ferrara, Hirsh-Pasek, Newcombe, Golinkoff, & Lam, 2011).

The process goals in the Framework Plan for Kindergartens in Norway (Ministry of Education, 2017) states that pre-school teachers must support the mathematical development of children through everyday activities in the kindergarten. Pre-school teachers must encourage children to undertake systematic reflection and thinking and make mathematical relationships visible for them. Moreover, pre-school teachers must actively use mathematical language in a reflective manner so that the children develop understanding of basic mathematical concepts and are inspired to undertake mathematical thinking. By enriching the play the pre-school teachers will help children to experience the joy of mathematics. In such an educational practice it is important that learning in kindergarten is based on play (Björklund, 2014). The Nordic kindergarten didactics is child-centred and based on the pedagogical idea that children are playing and learning individuals in a socio-cultural society (Doverborg, Pramling, Pramling Samuelsson, & Haukeland, 2015). From a socio-cultural perspective, communication and the use of language are very important and are the

link between the child and his or her environment. Socio-cultural theory is based on the thoughts and ideas of Vygotsky (1978). Language has a key role in Vygotsky's theory, where all thinking is based on language. To understand this view the concept of language must be expanded to include other ways of expression, such as drawings, body language and gestures. Ehrlich, Levine and Goldin-Meadow (2006) suggest that using gesture to instruct children may have a profound and positive impact on the development of early spatial skills. Gesture provides children with a second, complementary problem-solving strategy that can be integrated with spoken language and lead to better understanding of the principles of mathematical equivalence (Wakefield, Novack, Congdon, Franconeri, & Goldin-Meadow, 2018).

Methodology

Design, data and participants

The data used in this article is a part of a larger data set collected for my PhD. Video observations of everyday activities in a Norwegian kindergarten were collected over a period of seven weeks spread over one year in a privately-operated kindergarten, in a city in southern Norway. This kindergarten is special in the way it focuses on natural science activities. The participants are adults and 25 five-year-old children in this kindergarten.

This paper reports from the study of 16 assemblies. The examples in this paper are from two of the 16 assemblies. In these two assemblies mathematical language was most utilized. The structure and topics of the 16 assemblies differed. However, the adults used a particular method when they were working on experimentations with natural phenomena. The adults explained and demonstrated a natural phenomenon, and asked questions like; "What does this look like?", "Why do you think this happens?" and "Why would this one sink?" The children participated by answering, describing, asking questions and experimented in different ways with the natural phenomena.

Analytical approach

The analytical approach used was the constant comparison method (Corbin & Strauss, 2008), where comparisons are made in a socially situated context and regularities or patterns in when and how adults and children used mathematical language are identified. Coding the videos directly allowed for both verbal and visual cues to be considered, such as gesturing, movements and the use of artefacts. Six salient categories emerged from the data 1) children compare, 2) children explain and argue, 3) children respond to questions, 4) adults describe, 5) adults ask question and 6) adults respond.

This paper focuses on two of the six categories: 1) children compare and 2) children explain and argue. Bishop's (1989) six fundamental mathematical activities are used to illuminate the findings and to describe which mathematical activity the children are relating to when they use mathematical language.

Findings

Comparison

During the assemblies the children were asked to observe and compare objects. When the children observed, they would often respond that “it looks like” or “it is similar to”. They observed and explained the similarities and dissimilarities of the objects, familiar objects and activities presented to them. Features used by the children to describe the similarities and dissimilarities were aspects of color, shape, size and function.

One assembly presented the planets and the adults showed a model of each planet in the solar system. During this assembly, the children used many verbal comparison expressions. They compared the shape using expressions such as “it looks like a ball” and “they’re all round”. Measurements were used when comparing the size of the planets, with such terms as “it’s the smallest”, “it’s bigger than Earth” and “Jupiter is the biggest”. One child also used comparison in the description of how hot the sun is. He stated, “It’s just as hot as the asphalt is in summer”. This child uses measurement and describes a quality using his experiences of the concept “hot”.

When the children describe qualities of objects and phenomena this can be seen in conjunction with their nascent learning of mathematics, where it is important to distinguish between similarities and dissimilarities to be able to sort and classify. Sorting and classification are about creating order, structure and having an overview. Ordering the object by size helps the children to use quantitative language, which is important in early mathematics (Barner et al., 2009).

The children often used gestures in the comparison given of what things look like and what they resemble, and when they explained themselves. In the assembly where they were to describe the planets and what characterized them, size and shape were expressed by gestures. The children would draw a circle in the air while saying “the planet is round”. Here the concept of circle is supported by a physical gesture. When comparing the size differences of the planets they demonstrated it by drawing circles in the air, either smaller or bigger than the last circle. One child supported the non-verbal language by saying “it’s sooo big”, drawing a big circle in the air. Body movements can be seen as a physical comparison of the size of a circle. When using the body in making comparisons between the planets, the non-verbal language helps the children to visualize what they are thinking and comparing. Children would often measure verbally while demonstrating with their body, testing out language in their comparison. I observed this in several cases where the children described height by lifting their hands up, width by stretching out their hands to the side, and little by holding two fingers close together. Such gestures complemented the children’s verbal expression to visualize their understanding of different sizes (Wakefield et al., 2018).

Explanation and argumentation

During the assemblies the children got opportunity to explain and argue what they thought. By explaining verbally, the children expressed what they were thinking; they gave reasons for their thoughts and explained relationships.

An example of this is from an assembly exploring if objects float or sink. Each child was given an object to feel its mass in their hand before describing its property and state whether they believed it

would float or sink. For each object to be explored, the child was allowed to describe the object to the others and give reasons why he or she believed it would float or sink. In children's explanations about whether objects would float or sink they argue according to previous observations or what has taken place earlier in the assembly. Different explanations, such as "this is as heavy as an rock so I know it will sink", "it'll sink because it's bigger than the other one we put in", "this will float because it has the same material as a sponge" and "it'll float because it's only plastic" show that the children base their argumentation on different experiences. The children emphasized different arguments for what was going to happen based on the size, weight, mass and characteristics of earlier known objects.

Explanation and argumentation by the children in this assembly were often supported by using their sensory impressions. The children used their tactile sense by holding two objects, each in one hand. They begin discussing the weight of the two objects by lowering the hand where they felt the most heavy object, this to determine whether the object would float or sink. In doing so, these children were able to compare whether the object had more or less mass. No measuring instruments were used and so no specific quantification was mentioned. Instead, the comparisons were described using terms about heavy and light (Helenius, Meaney, Lange, Wernberg, & Johansson, 2016).

Some children were still unable to explain verbally why they meant an object would float or sink and would use the objects in their explanation. One boy experienced that a small object sank and a big one floated, despite that he had predicted otherwise. To explain why he had predicted that the small object would float and the big one would sink, he took the two objects out of the water and held them close together, while saying "this is why I think this one would sink, because it's bigger than this one". Then he held up the smallest object and said "this one have the same size as another who floated".

The children's explanations in this assembly helped them to use mathematical language related to their understanding of the aspect of measurement, and they described what they meant by heavy and light, by both using spoken language, body language and the artefacts. The children gained experience with measuring and explaining mass in different ways.

Discussion

The analysis shows that when children compare what they see, hear or touch, they deal with mathematical language, which in particular can be seen in relation to Bishop's measuring, design and counting mathematical activities. By identifying similarities and differences in objects relating to measuring and design, the children use mathematical language, which become tools for classifying and ordering objects according to size and quantity, and they used a quantitative language to compare (Barner et al., 2009). When children were asked to explain their thoughts about an object or phenomena, the analyses show that the children used mathematical language in relation to Bishop's locating, design and measuring.

The mathematical topics shape and size were mostly explained by using both words and gestures. By supporting their verbal language with physical movements, the children demonstrated visually with their bodies how they believed the shape appeared. In the situations where the children used

non-verbal language in their comparisons, the analyses show that design was also present in their communication.

If the children did not have the language to give a verbal comparison or explanation they would show what they meant by using body language. Non-verbal responses – such as pointing, shaking their head and moving objects – were frequently prominent. The children showed their solution strategies by using their body language or the artefact as a support for the spatial language (Pruden et al., 2011). When the children explained and argued by using the artefact they supported their body-language with mathematical words related to locating and size, they expressed their spatial movement while they moved their body or the artefacts.

In the social interaction and ongoing dialogues in the assemblies, the children encounter mathematics, which is related to locating, measuring, counting and design. The analysis shows that the children used mathematical language to make sense of the situation and their experience, to clarify their thinking and to communicate their understanding to others. The mathematical language in the informal talk around a natural phenomenon might help the children to gain a better understanding of the situation, and rich interaction with mathematical concepts in the communication might contribute to the children's mathematical development.

The analyses of the children's comparing, explanations and argumentation show that they classify and sort what they see, hear or touch during the assemblies. Despite the fact that the topic in the assemblies was on natural science phenomena, my analysis shows that the children were, in a large extent, using mathematical language to express their thoughts about natural phenomena. By acting and thinking freely they were given the opportunity to discover mathematical relationships. Descriptions of what the children do, see and think help them to use mathematical language they need if they are to talk about their actions. Mathematics then becomes a way of thinking and a language used to solve problems (Björklund, 2014). An identification of when children use a mathematical language shows a multifaceted opportunity for speaking about mathematics in kindergarten.

References

- Barner, D., Chow, K., & Yang, S. J. (2009). Finding one's meaning: a test of the relation between quantifiers and integers in language development. *Cognitive Psychology*, 58(2), 195–219. doi:10.1016/j.cogpsych.2008.07.001
- Bishop, A. J. (1989). Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 367–370.
- Björklund, C. (2014). Powerful teaching in preschool – a study of goal-oriented activities for conceptual learning. *International Journal of Early Years Education*, 22(4), 380–394. doi:10.1080/09669760.2014.988603
- Clements, D. H., Baroody, A., & Sarama, J. (2013). *Background research on early mathematics*. Washington, DC: National Governors Association.
- Clements, D. H. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 270–275.

- Corbin, J. M., & Strauss, A. L. (2008). *Basics of qualitative research : techniques and procedures for developing grounded theory* (4rd ed. ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Doverborg, E., Pramling, N., Pramling Samuelsson, I., & Haukeland, E. (2015). *Å undervise barn i barnehagen*. Oslo, Norway: Gyldendal akademisk.
- Ferrara, K., Hirsh-Pasek, K., Newcombe, N. S., Golinkoff, R. M., & Lam, W. S. (2011). Block talk: Spatial language during block play. *Mind, Brain, and Education*, 5(3), 143–151. doi:doi:10.1111/j.1751-228X.2011.01122.x
- Hammer, A. S. E. (2012). *Undervisning i barnehagen?* (pp. 223–244). Bergen, Norway: Fagbokforlaget.
- Helenius, O., Meaney, T., Lange, T., Wernberg, A., & Johansson, M. (2016). Measuring temperature within the didactic space of preschool. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 155–176.
- Ministry of Education. (2017). *Framework Plan for Kindergartens*. Oslo, Norway.
- Monroe, E. E., & Orme, M. P. (2002). Developing mathematical vocabulary. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 46(3), 139–142. doi:10.1080/10459880209603359
- OECD. (2006). *Starting Strong II*.
- Pruden, S. M., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (2011). Children’s spatial thinking: does talk about the spatial world matter? *Developmental Science*, 14(6), 1417–1430. doi:10.1111/j.1467-7687.2011.01088.x
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., & Gold, Z. S. (2016). Causal connections between mathematical language and mathematical knowledge: A dialogic reading intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(1), 116–137. doi:10.1080/19345747.2016.1204639
- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly*, 31(3), 235–252. doi:10.1080/10573569.2015.1030995
- Trawick-Smith, J., Swaminathan, S., & Liu, X. (2016). The relationship of teacher–child play interactions to mathematics learning in preschool. *Early Child Development and Care*, 186(5), 716–733. doi:10.1080/03004430.2015.1054818
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wakefield, E., Novack, M. A., Congdon, E. L., Franconeri, S., & Goldin-Meadow, S. (2018). Gesture helps learners learn, but not merely by guiding their visual attention. *Developmental Science*, 21(6), e12664. doi:10.1111/desc.12664

Effective mathematical communication in play-based activities: a case study of a Norwegian preschool

BEATE NERGÅRD AND KJERSTI WÆGE

This article focuses on effective mathematical communication in preschool. Based on a qualitative case study of a Norwegian preschool, we explore how visual mediators, gestures and mathematical concepts support effective mathematical communication in play-based activities. The article shows how these modes, and the links between them, were crucial for establishing effective communication. Visual mediators, gestures and mathematical concepts functioned as means for making the focal projects and the contexts explicit in the conversations, and thus for communicating effectively.

The role of discussions and interactions in mathematical education has attracted much attention in mathematical education research (e.g. Cobb, 1994; Sfard, 2008). Research on mathematical communication in the context of preschool has focused on the teacher's role in the mathematical discourse, and how the teacher can support children's mathematical learning in adult-initiated activities (e.g. Carlsen et al., 2016; Fosse, 2016; Saebbe & Mosvold, 2016). Studies that explore children's communication in play have focused on how children use gestures and visual mediators when they communicate mathematically (e.g. Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015). The findings show that gestures and visual mediators are an important part of children's mathematical communication. Trawick-Smith et al. (2016) argue that more research is needed to explore communication, interactions and children's mathematical learning in play.

The literature points out the importance of mathematical communication for children's learning of mathematics (e.g. Sfard, 2001; Sfard & Lavie, 2005). However, simply communicating about and discussing

Beate Nergård, *Queen Maud University College*

Kjersti Wæge, *Norwegian University of Science and Technology*

mathematical ideas is no guarantee of meaningful learning. Sfard and Kieran (Kieran, 2001; Sfard, 2001; Sfard & Kieran, 2001) argue that communication must be effective for children to learn mathematics. They developed a framework and explored effective mathematical communication in student (13 years old) group work. Their findings show that the students' communication was not always effective and thus did not support learning. Ryve, Nilsson and colleagues (Nilsson & Ryve, 2010; Ryve et al., 2013) developed an analytical framework and studied effective mathematical communication in student group work (12–13 years). Nilsson and Ryve (2010) showed how the constructs of focal projects and contextualisation helped in organising and analysing effective communication, and their findings revealed the importance of communicating with compatible focal projects. Ryve et al. (2013) found that the link between visual mediators and technical terms is crucial in students' attempts to communicate effectively. As more research is needed on effective communication (Ryve et al., 2013; Sfard, 2001), the aim of this study is to provide new insight into effective communication in preschool. The following research question is addressed: How can visual mediators, gestures and mathematical concepts support effective mathematical communication in play-based activities in preschool? This article draws on a qualitative case study of a Norwegian preschool. We answer the research question by analysing video recordings of play-based activities.

Research on mathematical communication in preschool

Some studies have investigated how mathematical conversations provide learning opportunities for children. Clements and Sarama (2007) explored mathematical conversations in play. They showed how conversations provided opportunities for children to use mathematical language and mathematise the content of their play. Björklund et al. (2018) examined the teacher's involvement in children's mathematising within play. They identified four lines of teacher actions that provided opportunities for children's learning: confirming direction of interest; providing strategies; situating known concepts; and challenging concept meaning. Other studies have examined how the teacher may engage the children in mathematical conversations and how conversations may support children's mathematical development (e.g. Carlsen, 2013; Doverborg & Samuelson, 2000; Hundeland et al., 2014). Carlsen (2013) showed how the use of questioning and such tools as voice, facial expressions and concrete materials characterised the teacher's orchestrating of a mathematical activity. While most research has focused on the teacher's role in mathematical conversations, some research has studied the use of different modes,

such as gestures and concrete objects, in children's communication (Flotorp, 2010; Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015). Sumpter and Hedefalk (2015) found that the children used a variety of products, such as concrete materials, fingers and mathematical procedures in their mathematical argumentation. Similarly, a study by Johansson et al. (2014) illustrated how the relationship between verbal language, gestures and concrete objects could be viewed in relation to young children's explanations. Other studies show that children often use mathematical concepts to describe and explore ideas and mathematical relationships (Björklund, 2008; Ginsburg & Seo, 2004), for example those related to quantities, shapes and sizes. In this article we focus on how the use of visual mediators, gestures and mathematical concepts helps the teachers and the children to establish common FPs and contexts, and thus allow them to communicate effectively about mathematical content.

Communication and effective communication

Our study is informed by sociocultural views on communication as a cultural and historical activity, where interactions are characterised by the use of tools and especially by the use of language (Vygotsky, 1978). We consider communication in preschool to be a social and situated practice through which adults and children develop explanations and provide justifications to negotiate shared understanding on the same object.

Sfard (2001) describes communication as "an attempt to make other people act or feel according to one's intentions" (p. 38). In the ongoing communication, a sender tries to get a receiver to recognise a thought or an action. If the receiver's response is in accordance with the sender's expectations, the purpose of the communication will be fulfilled. The receiver is not passive, and from his or her point of view, communication means trying to make sense of and provide feedback on the speaker's message. Sfard and Kieran (2001) define communication as effective if "it fulfills its communicative purpose, that is, the different utterances of the interlocutors evoke responses that are in tune with the speakers' meta-discursive expectations" (p. 49). Meta-discursive expectations are understood as an indication that the response must contain expected content rather than specific content (Sfard & Kieran, 2001).

Contextualisation

We use Nilsson and Ryve's framework of contextualisation (2010) to conceptualise the meaning of meta-discursive expectations and account for effective communication in play. We explore the participants' individual

focal projects (FPs) and the way they are contextualised. An individual's FP refers to the problem or the project he or she engages in and interprets as his or her task to solve (Ryve et al., 2013). The participants' contextualisation of the FP is related to how they interpret the different contextual elements. We distinguish between a conceptual, situational and cultural context as part of the current activity (Halldèn, 1999; Nilsson & Ryve, 2010). The conceptual context refers to the children's personal constructions of, here, mathematical concepts and their mathematical understanding. The situational context refers to which interpretations the children have in the interaction with their environments, including their interpretations of figurative material, possible actions and directly transferable experiences. The cultural context refers to the children's interpretations of the norms in the discursive practice (Halldèn, 1999).

An FP can be handled in different ways, and how the participants deal with the FP depends on how they contextualise the project (Nilsson & Ryve, 2010). An example from the current study shows how the participants fail to communicate effectively as they develop different contextualisations of FPs in an activity involving weight while playing with a scale and concrete objects. The teacher engages in a FP about what is "heaviest" and locates this FP within the context of determining which of the two sides of the scale is heaviest. One girl (Siri) locates the FP to decide which is the heaviest in the context of the heaviest object (a box of yeast sachets). The teacher and Siri have established a common FP, but the contextualisation of the FP differs. This type of discrepancy makes it hard for them to respond within the frame of each other's meta-discursive expectations.

Nilsson and Ryve (2010) show how the participant's contextualisations produce FPs and how these are then contextualised into new FPs. These chains of contextualisations and FPs can be studied to examine how the teacher and the children relate to each other's meta-discursive expectations, thus examining whether the participants communicate effectively.

Visual mediators

Sfard (2008) considers the realisation of objects as visual mediators. Visual mediators, such as images and blocks, are considered to be an essential part of children's communication. Sfard (2008) argues that the children's interaction and communication with and about these objects can help them to identify the object they are talking about and coordinate their mathematical communication. Sfard and Lavie (2005) point out that children often use concrete objects to play with, as in this study with the weight and yeast box, and such play-material mediates colloquial

discourses between them. The physical manipulation of the visual mediators can be seen as an embodiment of the verbal response as well as a nonverbal response to mathematical problems (Sfard & Lavie, 2005).

Mathematical concepts

Lithner (2008) emphasises the importance of establishing how children's reasoning can be viewed as mathematical, pointing out that it must be anchored in relevant mathematical properties of the components one is talking about. These components are objects, transformations and concepts. Objects are the fundamental entities, "the thing that one is doing something with" (Lithner, 2008, p. 261), a transformation is the process that is done to the object and concepts are central mathematical ideas based on the objects, the transformations and their properties (Lithner, 2008). Drawing on Lithner (2008), we consider mathematical concepts as being anchored in relevant mathematical properties of the FP and the visual mediator that the children are reasoning about, for example concepts such as "weighs" and "heaviest".

Gestures

Sfard's (2008) definition of communication includes verbal talk, gestures and body language. Sfard (2009) also claims that gestures are invaluable means for ensuring that the participants in a mathematical conversation are talking about the same mathematical object. Using gestures to explain one's solution is an effective way to help the participants interpret mathematical problems in the same way. According to Radford (2002), children's use of gestures plays a significant role in mediating their mathematical thought. In the current study we use a multimodal approach to take actions into account, such as pointing and other gestures.

Play-based activities

Play is at the core of early childhood education (Singer, 2013), and has an important role in the Norwegian preschool curriculum. It is an inherent social activity that underpins mathematical thinking as children explain, explore and undertake activities that include mathematical experiences (Ginsburg, 2006). A play-based approach embodies a sociocultural view on play, and in play-based activities, children are free to choose from a range of play stations and materials (Walsh et al., 2006). The teacher's role is to follow the child's lead and guide without disturbing the play, more or less extending the mathematical content within the play in different

ways (Björklund, et al., 2018). The child may perform an action, word or sentence, understood as mathematical by the adult, unintentionally. However, according to van Oers (2010), the children's actions only gain mathematical meaning or experience when the adult reacts in a mathematical way. In this study we examine effective communication in the context of play-based activities.

Setting and participants

Our study has been conducted in a privately operated preschool in Norway. The preschool is special as it focuses on natural-science activities, and in the course of the year, five-year-olds from four different preschools visit it, one week at a time every five weeks. We studied one group of children from one of the four preschools over one year. The research was carried out when these children were present in the preschool, a period of seven weeks spread over one year. The participants in this study were 25 five-year-old children, and adult staff; three teachers and two teaching assistants.

The Norwegian preschool context follows a sociocultural tradition (OECD, 2006) where mathematics normally is taught through everyday activities, adult-initiated activities and play situations. In the preschool we studied, play-based activities consisted of an adult-structured play environment where the children had control over what and how they wanted to play with the available play material, and the teacher interacted, as appropriate, by letting the children explore. The adults arranged such play environments every day, where the children had the opportunity to explore mathematics within the play.

Method and analysis

The aim of this study is to explore effective communication in play-based activities in one preschool. It can be characterised as a qualitative case study as these studies are defined as being bound by time and place (Creswell & Poth, 2016), such as in this case, where we studied a preschool for a period of seven weeks spread over one year, focusing on mathematical communication and language. The empirical material used in this study, a subset of our data involving all our video recordings of play-based activities, comprises 13 video recordings of play-based activities, each lasting between three and 21 minutes. The data collection was conducted by the first author. A Q4 Handy Video Recorder was used to record the play-based activities. It was held close to the activity and the participants

so that use of the play-material and the participants' facial expressions and body language could be read clearly.

Nvivo data analysis software was used to analyse the video recordings. We explored the interactions between the participants and examined their utterances, gestures and use of visual mediators in their ongoing communication. It was impossible to have direct access to the participants' thinking. However, the video recording of the activity enabled us to observe their behaviour, gestures, articulated expressions and use of visual mediators.





We drew on Ryve and Nilsson's (2010, 2013) analytical framework to analyse the conversations. We were interested in the participants' FPs and how they contextualised them, and examined whether their FPs were compatible, that is, we analysed which problems the participants were engaged in and tried to solve, and which personal or mental context the individual was operating in when dealing with the problem. Moreover, we used a multimodal approach that covered a broader range of modes than spoken language, such as manipulation of visual mediators and use of gestures. We were interested in how the use of visual mediators, gestures and mathematical concepts affected the participants' communication. We wrote analytical memos to analyse and connect the data and then selected representative examples of the understanding that we as researchers had developed to present our findings.

The first exchange, lasting 13 minutes, is quite long. Siri (S) and Anna (A) are sitting at a table and playing with various objects. A scale is standing on the table. The teacher (T) is sitting next to Siri. The activity is spontaneous and initiated by Siri, and in their collaboration, both the girls and the teacher are active, with abundant use of visual mediators and variations of mathematical talk during the activity. This is a typical play-based activity in this particular preschool. The presentation will follow a chronological order to highlight sequences according to the nature of the interactions and particularly to changes in effectiveness in the participants' communication.

Findings

Siri has placed two large plastic teddy bears and a small teddy bear on the left side of the scale, and on the right, she has placed a small tin and a box of raisins. Anna, sitting next to Siri, is building a tower on the table using various gram weights. Anna follows the conversation and activity between Siri and the teacher, and often stops to look at what they are doing (excerpt 1).

Excerpt 1

Who	Said	Done	Scale's position
1. S:	Oh! This big one here weighs a lot!	Puts a box (of yeast sachets) on the left side of the scale	
2. T:	How much does it weigh then, hmm? Do they weigh the same?		
3. S:		Removes objects on the right side, looks at T and removes all the objects except the box	
4. T:	Hm!		
5. S:		Smiles, looks at both sides, places the small sandwich spread tin on the left, but moves it to the right and puts everything (small sandwich spread tin, raisin box, three teddy bears) on the right except a single sachet of yeast which is lying on the left side together with the box	
6. T:	Which one weighs the most now, then?		
7. S:		Points from side to side and smiles at the teacher	
8. T:	Which one is the heaviest?		
9. S:		Picks up the box and shakes it, and puts it back on the left side	

In [1] Siri has observed a big dip on the scale when she puts the box on it. She says "Weighs a lot" to explain her observation. T's [2] question is: "How much does it weigh then? Do they weigh the same?" This functions as a starting point for establishing an FP to determine how much the box weighs in the context of the scale, the objects and balancing the scale. She uses the same concepts as Siri does, "weighs" and "much", when she formulates the question, exploiting the opportunity to invite Siri into a mathematical discourse about weight. The choice of mathematical concepts is important for establishing a mathematical conversation where the participants have a common FP by referencing the same visual mediators. The use of the same mathematical concepts and the common establishment of an FP in the same context prove to be important for the effective development of the conversation.

Siri establishes a compatible FP in [3]–[5] to determine how much the box weighs in the context of the scale, the objects and weighing the same. This context leads to a new local FP about finding what she






has to place on the right side of the scale to weigh the same as the box (and the one sachet) on the left side of the scale. When Siri handles the objects, they help her to explore the FP. Siri's physical manipulation of the visual mediators, the scale and the objects is a nonverbal response to the mathematical FP. This example shows how the combination of the visual mediators, the scale and the objects, and the use of mathematical concepts ("weighs", "much", "the same") establish a common FP and a common context between Siri and T. The communication between them is effective in this sequence of the conversation.

When Siri [5] stops after placing objects on the right side of the scale, it is still unbalanced. The left side (with the box) is still heavier. In [6] there is a shift in the communication. T asks Siri "Which one weighs the most now, then?" T introduces a new FP about what weighs most in the context of determining which of the two sides is heaviest. Siri [7] may be uncertain because of T's shift in the FP, and she responds by pointing from the scale's left to right side. This may be interpreted as Siri giving a response to the FP she is personally interested in, which is to determine how much the box weighs in the context of the scale, the objects and weighing the same. Siri has established that the small tin, the box of raisins and the three teddy bears weigh almost as much as the box. She uses gestures (pointing) to explain what she has found, and the scale functions as a visual mediator supporting her response. T [8] asks her question again by switching mathematical concepts from "weighs the most" to "heaviest". The change of concepts causes Siri [9] to change her response. She gives a nonverbal answer to the question by lifting the box from the scale. She changes her FP [9] to decide which is heaviest, and she localises the FP in the context of the heaviest object. T and Siri have now established a common FP, related to determining what is heaviest, but they localise it in different contexts. T is not clear when it comes to how she localises the FP and which context she refers to when she uses the word "which". T's change in the use of concepts from "weighs most" to "heaviest" and her reference to the context by using "which" contribute to Siri being unable to follow T's thoughts. None of the objects, the context nor T's use of concepts support the communication between them.

When T changes her question in [6] – [9], she changes her FP, and when she is also unclear about the FP context, it adversely affects the communication; it goes from being effective to being ineffective. Siri wants to talk about her strategy by using gestures, but T does not act on this nonverbal response so the communication between them is not effective.

A few moments later the second instance occurs (excerpt 2), where Siri has a dialogue with herself and we can see how her mathematical concepts support her thinking.

Excerpt 2

Who	Said	Done	Scale's position
18. T:	But it was quite heavy, wasn't it? Since there was room for –		
19. S:	It's really that –	Looks at the scale	
20. S:		Moves everything (small sandwich spread tin, raisin box, three teddy bears) from the right side of the scale to the left side. The box is not on the scale	
21. S:	What do these things here weigh, then?		
22. S:		Puts the box on the right side of the scale	
23. S:	Look here! This weighs the most.	Points to the box	
24. T:	Yes, that weighs the most. But that's a bit strange. Because there are – How many are there? There's only one thing, and there, there are one, two, three, four, five things, and they weigh less than the one thing. That's really strange.	Points to the box before pointing at and counting the objects on the left	
25. S:		Looks back and forth from one side of the scale to the other, and moves a teddy bear to the right and back again. Then she places the box on the left side and the small sandwich spread tin, raisin box and three teddy bears on the right	
26. S:	What's happening?	Laughs	
27. T:	Yes, what's happening?		





T invites Siri back into the mathematical discourse by saying [18] "But it was quite heavy, wasn't it?" using mathematical concepts dealing with the earlier shared FP. When T refers to the box and how heavy it is, she leads the communication back to an FP about weight in the context of the scale, the objects and heaviness, aiming her question at Siri's local FP (the heaviness of the box) from earlier in the activity. T's use of concepts, localisation of the FP and the context establishes a more effective communication.

In [19]–[23] Siri has a conversation with herself, and the objects are used as a nonverbal response to the mathematical problem she is trying to solve. After the observation in [19], she starts to handle the objects in [20]. Her utterance [21] indicates that she has established an individual FP about the weight of the objects. When T does not respond to Siri's question [21], she uses the box in her further exploration by placing it on the right side [22]. This action is a physical solution to her individual FP. When she then in [22] puts the box on the right side, saying in [23] "Look here! This weighs the most", she is again back in the FP about the heaviness of the box, but the context has changed to being about the objects on each side and the scale's position. When Siri in [23] points to the box and says, "weighs the most", she shows that she localises her FP explicitly on the box and its heaviness.

In [24] T supports Siri's solution, responding by repeating what Siri found out about the weight of the box and using the same concept, "it weighs the most". However, in the same utterance she introduces a new FP about how several objects can weigh less than one object, "... five things, and they weigh less than the one thing". T points to the concrete objects while using numerals to indicate the contextualisation of her FP. The combination of pointing to the objects while counting them helps T to make the localisation of the FP explicit. Even though T uses gestures to support the verbal language in her question and is specific about which context she is operating in, Siri appears uncertain. She reacts by moving the objects back as they were earlier, the box on the left side and the other objects on the right side. This may be interpreted as her attempting to follow T's thinking, but when she observes that after switching sides the position of the scale also changes, she is puzzled. The sequence reveals the importance of gestures and pointing in establishing a common FP, hence the importance for establishing effective communication.

When Anna enters in the next sequence (excerpt 3), her visual mediators combined with verbal language create effective communication between her and T. In [28] T introduces an FP about weighing the same, which is localised in the context of what can be done so the two sides of the scale will weigh the same. Her question establishes this as a shared context with Siri to determine when something weighs the same, and the scale and the objects function as visual mediators to achieve this. T points to both sides of the scale, using such concepts as "weigh the same" to indicate the contextualisation. The combination of using visual mediators, mathematical concepts and gestures helps T to make the localisation of the FP explicit. Siri looks at both sides of the scale and displays uncertainty by biting her finger. Anna enters the conversation by answering T's question. Anna's answer [30] indicates that she is focusing on the same

Excerpt 3

Who	Said	Done	Scale's position
28. T:	Really - But where do you need to have...? If they are to weigh the same, what do you need to do then?	Points to both sides	
29. S:	Hm	Bites her finger and looks back and forth between both sides of the scale	
30. A:	Put on more things.	Looks at T	
31. T:	Yes! But where do we need to put those things?		
32. S:		Puts a plastic syringe on the right side	
33. T:	Yes, that was a syringe. Now let's look.		
34. A:		Puts a tower of gram weights on the right side	
35. S:	No, Anna, then it will be the most.	Removes Anna's tower, watches the scale dipping	
36. T:	OK! Now it's beginning to stabilise itself		The scale is dipping
37. A:	But this weighs only one.	Holds up a weight of one gram	
38. T:	Does it weigh that? Does it say so? One. Yes, it weighs one gram. Right.		
39. A:	It weighs only one		
40. S:		Watching the scale	
41. S:	Come on!		The scale is dipping
42. T:	OK; one gram. What about that green one there, then, how much does it weigh?	Points to the weight indicating 10 g	
43. S:		Puts a stethoscope on the scale which spans both sides	
44. S:	But what does this long thing here mean, then?	Pointing to the stethoscope	Left
45. T:	Yes, stethoscope on.		
46. S:	Ha! This one won here! It won!	Looks at the scale with wondering eyes, puts her hand on the box on the left side and presses the scale down	
47. T:	Did it win?		

FP and context as T, and her response leads T to introduce a new, local FP to determine where the objects should be placed on the scale. Siri's and Anna's responses in [32] and [34] indicate that they are engaged in this local FP. Siri's actions [32] and Anna's actions [34] are both nonverbal responses to their common FP, where they both put more objects on the right side so they will weigh the same. T's, Siri's and Anna's FPs and contexts harmonise, and in this case, the communication is effective. This example shows how the communication is effective because T is clear in the contextualisation by pointing. When the other participants also focus on the same FP and give nonverbal responses, which coincide with T's explicit FP, a more effective communication is established.



When Siri in [35] removes Anna's objects from the scale, a marked change takes place in the communication and collaboration between the girls. Anna changes the focus to an FP about how much one of the gram weights weighs. She holds a weight up to indicate the contextualisation of her new FP. This weight functions as a visual mediator that helps Anna to make the localisation of the context explicit. T engages in this FP, and she localises it in the context of how much the weights weigh in grams (a number indicating measure). The dialogue between Anna and T from [37] to [42] is effective between them, as they are both in the same FP and they localise the FP within the same visual mediators (the gram weights). They are also clear in their verbal language by using the same mathematical concept, "weighs", and they use gestures clearly. The clarity of the utterances and gestures enables Anna and T to establish an effective communication.

While T and Anna have established an effective communication, Siri has a dialogue with herself. She continues to focus on the FP about weighing the same, watching while the scale stabilises. When the scale is almost in balance, Siri [41] exclaims "Come on!", and her action in [43] where she puts the stethoscope on both sides of the scale might suggest that she sees that it is almost in balance and tries to distribute the weight of the stethoscope to create balance. Siri's verbal and nonverbal communication in [40] and [42] focuses more on herself than the others. She "talks" to the scale and uses the objects in a dialogue with herself. When Siri's actions [43] do not solve her FP, she asks [44] "But what does this long thing here mean?", and uses her fingers to point to the stethoscope to indicate the contextualisation of the FP which is about what this object means for weighing the same. Siri's handling of the objects supports her exploration of the mathematical problem.

T's answer [45], "Yes, stethoscope on", may indicate that she responds to what the name of the objects is, but not to Siri's FP. T has been busy communicating with Anna about their shared FP, and the communication

with Siri is not effective. The sequence shows that T's response affects Siri's dialogue with herself in the sense that T does not notice the strategy Siri uses by adding new objects to solve her FP about weighing the same. Siri then puts her hand on the box saying [46] "Ha! This one won here! It won!" This indicates that she has given up on her attempt to find

Excerpt 4

Who	Said	Done	Plastic bears
1. B:	I just want yellow small bears.	Points at the row he has made	Four small, two on each side of a big one in the middle
2. B:	One, two – one, two Two on each	Points at one and one bear from the right, hops over the big one in the middle	
3. T:	Yeah, two on each side		
4. B:	One more on each	Puts a little bear on each side	
5. T:	How many do you have then?		
6. B:	One, two, three	Points to one and one bear on the left side of the row and looks at the adult	
7. T:	Yeah, three on each side. How many do you have all together then?		
8. B:	Three?	Looks at the adult	
9. T:	Together, in the whole row?		
10. B:		Smiles, looks at the row. Points at the three outermost bears on each side	
11. B:	Three?	Looks at the teacher questionably	
12. T:	Yeah, you've got three on each side. But what if we want to find out how many you have in a whole row? Shall we count together?	Draws hand back and forth over the row of bears	
13. B:	You can count there and I can count here	Points to the side that he wants the adult to count, the right side	
14. B og T:		Point at and count the bears on each their side. They both hop over the big one in the middle	
15. T:	One, two, three, four, five, six	Counts out loud, pointing	
16. B:	Yeah, I counted six too, and one in the middle	Looks at the teacher and smiles	

an answer to the FP in terms of weighing the same, and she again has her focus on her original FP, that the box is the heaviest of the objects.

In the second exchange, a boy and a teacher are sitting at a table playing with plastic bears in multiple colors and two sizes. The boy has made a row of five yellow bears (excerpt 4). In [1] and [2] Brian says that he wants two yellow bears on each side. T responds by repeating the boy's claim [3]. This functions as a starting point for establishing an FP to determine the number of bears on each side. In [7] there is a shift in the communication. T introduces a new FP about the total number of bears. Brian [8] may be uncertain because of T's shift in the FP, and responds by giving the answer to the original FP, about the number on each side [8, 11]. He uses pointing to support his answer [10]. T [12] asks her question again and uses gestures to support it. This causes Brian [13] to localise his FP [13] in the context of the total number of bears. Brian starts counting by pointing to bears [14], and in [15] they count aloud together pointing to the bears. T and Brian have now established a common FP and context. The sequence illustrates the importance of gestures and pointing in establishing a common FP and context.

Discussion

In this article, we have explored how visual mediators, gestures and mathematical concepts supported the participants in establishing compatible FPs and contexts, thereby allowing them to communicate effectively. As in other studies of communication in preschool (e.g. Sumpter & Hedefalk, 2015; Carlsen, 2013), our findings show that the teacher and children used a broad range of modes, such as speech, pointing and moving concrete objects, in their communication. Moreover, we found that these modes were crucial for establishing effective communication (Sfard, 2009; Ryve et al., 2013). Visual mediators, gestures and mathematical concepts functioned as a means for making the FPs and contexts explicit in the conversations (Sfard, 2008).

Visual mediators

Similar to the studies by Johansson et al. (2014) and Sumpter & Hedefalk (2015), our study shows that visual mediators are an important part of the children's communication. Our findings reveal that the material or objects the children played with, and speech and gestures, were important for making the FPs and contexts explicit, and thus for establishing effective communication (Ryve et al., 2013). Moving, lifting or pointing to concrete objects, such as the yeast box, helped the participants to

establish a common FP and context, both when communicating verbally and nonverbally.

Mathematical conversations in preschool are not just about establishing effective communication but also about engaging in productive communication where the children engage in multiple forms of mathematical representations and reasoning (e.g. van Oers, 2010). Similar to Ryve et al.'s study (2013) of student group work, we found that there were instances in which the children focused on specific visual mediators, such as the yeast box, and were not interested in engaging in other representations suggested by the other participants. According to Ryve et al. (2013), there might be a conflict between establishing effective communication by means of a specific visual mediator and the children's motivation to engage in other kinds of representations. Doverborg and Samuelsson (2000) suggest that teachers should use the children's interest, engagement and curiosity as a starting point for mathematical conversations.

Gestures

Carlsen (2013) emphasises the importance of combining speech, gesture and demonstrative actions to establish intersubjectivity and develop shared meanings. A study by Johansson et al. (2014) shows how children use gestures, such as pointing, and actions with concrete objects in their mathematical explanations. Our study shows that gestures, in combination with visual mediators, were important for establishing effective communication, and reveals that both the teachers and the children used pointing, in combination with speech and visual mediators, in their questions and explanations to make explicit the location of the FPs and contexts. Moreover, the children used pointing as a nonverbal response to specify the FP and how it was contextualised. The participants pointed to the concrete objects to explain their thinking, making the localisation of the FP and context explicit, where the play material functioned as visual mediators supporting their response and thus the establishment of effective communication.

Mathematical concepts

Similar to the studies by Björklund (2008) and Ginsburg (2006), our study shows that the children often used mathematical concepts to describe and explore ideas and mathematical relationships. The participants' use of mathematical concepts, in combination with visual mediators and pointing, was crucial for establishing and making explicit the FPs and contexts (Corneille, 1997).

According to Björklund et al. (2018), the teacher's role is to expand the children's encounters with mathematics, and to try to introduce mathematical concepts or operations to the children's play activities (van Oers, 2010). We found that the teacher introduced new FPs by asking questions or by introducing new mathematical concepts, often in combination with visual mediators and pointing. The questions and mathematical concepts functioned as starting points for establishing common FPs and contexts. However, we found that small changes in the teacher's use of mathematical concepts, for example from "weighs most" to "heaviest", might influence whether the teacher and the children manage to establish effective communication.

Conclusion

The focus of this article has been on how specific aspects of interaction influence effective communication. We have examined how visual mediators, gestures and mathematical concepts supported the participants in establishing compatible FPs and contexts. The findings show that using mathematical concepts, moving, lifting or pointing to concrete objects – and the links between them – were crucial for making explicit the location of FPs and context, and thus for establishing effective communication. The findings might help teachers to identify the children's FPs and contexts, which may in turn inform their communication and teaching. Several studies (Björklund et al., 2018; van Oers, 2010) discuss important aspects for creating productive communication. Our findings show how the analytical approach of Ryve et al. (2013) could be adapted to and implemented in the preschool context to explore effective communication. One limitation is that we only explored effective communication in play-based activities. It has also been beyond the scope of the study to investigate the relation between effective communication and children's learning. While this study provides insight into effective communication in play-based activities, more research is needed to explore the relationship between effective communication, productive communication and opportunities for learning.

References

- Björklund, C. (2008). Toddlers' opportunities to learn mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 40(1), 81–95.

- Björklund, C., Magnusson, M. & Palmér, H. (2018). Teachers' involvement in children's mathematizing – beyond dichotomization between play and teaching. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 469–480. doi: 10.1080/1350293X.2018.1487162
- Carlsen, M. (2013). Engaging with mathematics in the kindergarten. Orchestrating a fairy tale through questioning and use of tools. *European Early Childhood Education Research Journal*, 21(4), 502–513. doi: 10.1080/1350293X.2013.845439
- Carlsen, M., Erfjord, I., Hundeland, P. S. & Monaghan, J. D. (2016). Kindergarten teachers' orchestration of mathematical activities afforded by technology: agency and mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 93(1), 1–17.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: summative research on the Building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136–163.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13–20. doi: 10.2307/1176934
- Corneille, B. (1997). Early childhood corner: recognizing the mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 4(2), 112–115.
- Creswell, J. W. & Poth, C. N. (2016). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches*. SAGE.
- Doverborg, E. & Samuelsson, I. P. (2000). To develop young children's conception of numbers. *Early Child Development and Care*, 162(1), 81–107. doi: 10.1080/0300443001620107
- Flottorp, V. (2010). Hvordan kommer matematisk meningsskaping til syne i barns lek? En casestudie. *Nordisk Barnehageforskning*, 3(3), 95–104.
- Fosse, T. (2016). What characterises mathematical conversation in a Norwegian kindergarten? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 135–153.
- Ginsburg, H. & Seo, K. H. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 91–104). Routledge.
- Ginsburg, H. P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: a guide for early education. In R. M. Golinkoff, D. G. Singer & K. Hirsh-Pasek (Eds.), *Play = learning: how play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp. 145–165). Oxford University Press.
- Halldén, O. (1999). Conceptual change and contextualization In W. Schnotz, M. Carretero & S. Vosniadou (Eds.), *New perspectives on conceptual change* (pp. 55–65). Elsevier.

- Hundeland, P. S., Carlsen, M. & Erfjord, I. (2014). Children's engagement with mathematics in kindergarten mediated by the use of digital tools. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladell & R. Vogel (Eds.), *Early mathematics learning* (pp. 207–221). Springer.
- Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E. & Wernberg, A. (2014). Young children's multimodal mathematical explanations. *ZDM*, 46(6), 895–909. doi: 10.1007/s11858-014-0614-y
- Kieran, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1), 187–228. doi: 10.1023/a:1014040725558
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. doi: 10.1007/s10649-007-9104-2
- Nilsson, P. & Ryve, A. (2010). Focal event, contextualization, and effective communication in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 74, 241–258. doi: 10.1007/s10649-010-9236-7
- OECD (2006). *Starting strong II: early childhood education and care*. OECD.
- Oers, B. van (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23–37.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: a semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14–23.
- Ryve, A., Nilsson, P. & Pettersson, K. (2013). Analyzing effective communication in mathematics group work: the role of visual mediators and technical terms. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 497–514. doi: 10.1007/s10649-012-9442-6
- Saebbe, P.-E. & Mosvold, R. (2016). Initiating a conceptualization of the professional work of teaching mathematics in kindergarten in terms of discourse. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 79–93.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13–57. doi: 10.1023/A:1014097416157
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2009). What's all the fuss about gestures? A commentary. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 191–200. doi: 10.1007/s10649-008-9161-1
- Sfard, A. & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, 8(1), 42–76.

- Sfard, A. & Lavie, I. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different? – early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*, 23 (2), 237–309. doi: 10.1207/s1532690xci2302_3
- Singer, E. (2013). Play and playfulness, basic features of early childhood education. *European Early Childhood Education Research Journal*, 21 (2), 172–184. doi: 10.1080/1350293X.2013.789198
- Sumpter, L. & Hedefalk, M. (2015). Preschool children's collective mathematical reasoning during free outdoor play. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 1–10.
- Trawick-Smith, J., Swaminathan, S. & Liu, X. (2016). The relationship of teacher–child play interactions to mathematics learning in preschool. *Early Child Development and Care*, 186 (5), 716–733. doi: 10.1080/03004430.2015.1054818
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Walsh, G., Sproule, L., McGuinness, C., Trew, K., Rafferty, H. & Sheehy, N. (2006). An appropriate curriculum for 4–5-year-old children in Northern Ireland: comparing play-based and formal approaches. *Early Years*, 26 (2), 201–221. doi: 10.1080/09575140600760003

Beate Nergård

Beate Nergård is a PhD candidate at Department of Teacher Education, Faculty of Social and Educational Sciences, NTNU. She is employee at Queen Maud University Collage of Early Childhood Education. Her research interest is mathematics in kindergarten, with a main interest in how children encounter mathematics through language and activities.

bne@dmmh.no

Kjersti Wæge

Kjersti Wæge is the director of the Norwegian Centre for Mathematics Education at the Norwegian University of Science and Technology. Her research interest is related to student' motivation in mathematics, ambitious mathematics teaching, and professional development of mathematics teachers.

kjersti.wage@ntnu.no

Artikel 3



Preschool children's mathematical arguments in play-based activities

Beate Nergård¹ 

Received: 12 March 2021 / Revised: 16 August 2021 / Accepted: 30 August 2021

© The Author(s) 2021

Abstract

The present study examines the structure and mathematical content of children's mathematical arguments as part of communication in play-based activities. It shows how Nordin and Boistrup's (The Journal of Mathematical Behavior 51:15–27, 2018) framework for identifying and reconstructing mathematical arguments, which includes Toulmin's model of argumentation, the notion of anchoring (Lithner, Educational Studies in Mathematics 67:255–276, 2008) and a multimodal approach, can be used to identify and explore preschool children's mathematical arguments. Two different types of argument that occurred during play-based activities were identified: partial arguments and full arguments. The findings reveal the extensive use of multimodal interactions in all parts of the children's mathematical arguments. Moreover, the findings point to the crucial role of adults as dialogue collaborators in the argumentation that emerges in the play-based activities.

Keywords Preschool · Mathematical arguments · Play-based activities · A multimodal approach

Introduction

Many recent studies display an interest in mathematical argumentation (Krummheuer, 2007; Mueller, 2009; Nordin & Boistrup, 2018). Arguments, often studied in connection with argumentation and/or reasoning, are seen as a key part of mathematics and as an important basis for how the forming and understanding of opinions is developed (Schwarz et al., 2010). Argumentation has been widely explored in primary and secondary school and is acknowledged as a highly relevant learning strategy based on discursive interactions in the classroom (e.g. Mirza & Perret-Clermont, 2009; Yackel & Cobb, 1996).

✉ Beate Nergård
bne@dmmh.no

¹ Queen Maud University College of Early Childhood Education, Trond Nergaards veg 7, N-7044 Trondheim, Norway

Researchers have recently turned their attention to preschool as an environment where children develop argumentative skills (e.g. Dovigo, 2016; Pontecorvo & Arcidiacono, 2010; Zadunaisky Ehrlich, 2011), and there is a growing body of research on preschool children's mathematical reasoning, justification and argumentation. Some studies have explored the preschool children's use of concrete objects, gestures and verbal language in mathematical explanations (e.g. Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015). The findings illustrate how the relationship between verbal language, gestures and verbal objects can be viewed in regard to children's arguments and explanations. Other studies have focused on the conversational moves that teachers use to support children's mathematical argumentation (Björklund, 2008; Björklund et al., 2018; Lee & Ginsburg, 2009; van Oers, 1996). The findings show that guidance from an adult is more likely to help children gain more extensive and explicitly investigated mathematical ideas and reasoning. Sumpter (2016) finds that more research is needed to explore how the teacher might promote the justifications, clarifications and evaluations of children's arguments. Moreover, she claims that even though the body of research on preschool children's mathematical reasoning is growing, few studies have used or anchored their analysis on theories and frameworks about mathematical reasoning. In this article I illustrate how Nordin and Boistrup's (2018) framework for identifying and reconstructing mathematical arguments can be used to identify and explore the structure and content of preschool children's mathematical arguments as part of communication in play-based activities. The following research question is addressed: What characterizes the structure and mathematical content of children's mathematical arguments in play-based activities? The arguments in the study were created during play-based activities where one or several children were actively justifying mathematical claims and conclusions to others. This article is based on a qualitative case study of a Norwegian preschool. Nordin and Boistrup's (2018) framework for identifying and reconstructing mathematical arguments is used, including Toulmin's model of argumentation, the notion of anchoring (Lithner, 2008) and a multimodal approach.

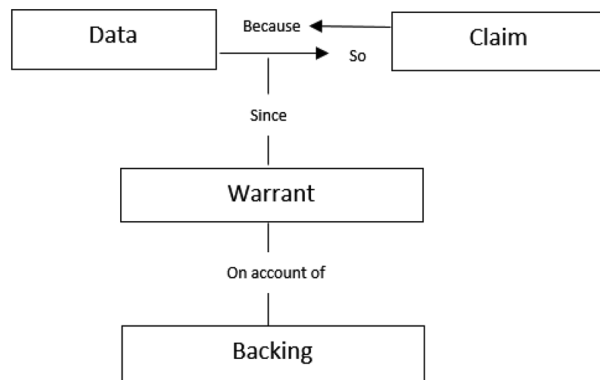
Research on mathematical reasoning and argumentation in preschool

Pontecorvo and Sterponi (2002) explored preschool children's (age 4–5) reasoning when participating in collective narrative activities. Their findings revealed that the children's reasoning unfolded "through complex argumentative patterns" (p. 133). The study shows how children use hypothetical and counterfactual devices in their reasoning, and when conflicting perspectives are opposed, the children use complex refined discursive strategies and rhetorical moves to achieve agreement and consensus. Tsamir et al. (2009) examined the types of justification provided by preschool children (age 5–6) as they worked with numerical and geometric tasks, finding that they were able to justify their conjectures by using appropriate mathematical procedures, such as counting, or by referring to critical attributes of geometric figures. Tsamir et al. (2009) call for more research on justifications young children use. The current study aims to explore children's mathematical arguments in the context of play-based activities.

In a study of preschool children's (age 1–5) mathematical reasoning during free outdoor play, Sumpter and Hedefalk (2015) found that the children used a variety of products, such as concrete materials, their fingers and mathematical procedures in their mathematical argumentation when they challenged, supported and advanced their reasoning. Similarly, a study by Johansson et al. (2014) of children's (age 4–5) mathematical explanations in adult-initiated conversations with multimodal interactions illustrated how the relationship between verbal language, gestures and concrete objects (glass jars) could be viewed in relation to young children's explanations. According to Johansson et al. (2014), young children's use of gestures in their explanations has not been systematically researched in mathematics education. The current study aims to explore this.

Only a few studies have examined the structure of preschool children's mathematical arguments. Breive (2017) explored children's argumentation in an adult-initiated activity, using a model of argumentation by Toulmin (2003) (see Fig. 1) to investigate children's argumentation when a group of six children (age 5) worked on a symmetry task, led by a preschool teacher. The findings showed that the children were able to use several structural elements (claim, data, warrant, backing and qualifier) in their argumentation. Sumpter (2016) explored young children's (age 3–5) mathematical reasoning by using two frameworks about mathematical reasoning. The first framework, which builds on the notion of anchoring and imitative and creative reasoning (Lithner, 2008), focused on arguments and warrants and was used to analyse individual reasoning. The second, building on Toulmin's model (2003), was used to identify strategic choices and structural aspects of the children's reasoning that were developed in groups. In both frameworks, the mathematical foundation was important. Sumpter (2016) claims that few studies about preschool children's mathematical reasoning incorporate theories, and theoretical concepts are rarely discussed explicitly. The present study sheds light on how Nordin and Boistrup's (2018) framework for identifying and reconstructing mathematical arguments, including Toulmin's model of argumentation, and the notion of anchoring (Lithner, 2008), can be used to identify and explore children's mathematical arguments.

Fig. 1 The pared down model of argumentation (Toulmin, 2003, see also Krummheuer, 1995)



Research on preschool teachers supporting children's argumentation

With guidance from an adult, the children's mathematical ideas can be more extensively and explicitly examined (e.g. Björklund et al., 2018; Lee & Ginsburg, 2009; van Oers, 1996). Dovigo (2016) argues that the teacher's use of conversational moves is crucial if argumentation is to arise in children-teacher talk. Krummheuer (1995) suggests that the teacher "should try to push the communication as close as possible towards point of breakdown" (p. 263) to promote the justifications, clarifications and evaluation of arguments.

Conner et al. (2014) proposed a framework for examining how teachers might support collective mathematical argumentation, including teachers' direct contributions to arguments, the kind of questions they ask and other supportive actions. They found that preschool teachers used five types of supportive actions: directing, promoting, evaluating, informing and repeating actions. Similarly, Dovigo (2016) explored the turn-taking process that enables agreements and disagreements to unfold through sequences of various conversational moves, which he characterized as open or closed questions, short answers, reparations (softens the expression of disagreement), adversatives (combine the disagreement with a contradictory opinion), repetitions and explanations. Björklund et al. (2018) explored the lines of action preschool teachers' use when teaching mathematics in play. Their study points out that open questions can promote creative reasoning whereby the children have to develop new (to them) arguments, as they do not know the formal answer to the question. The study finds that the preschool teacher's role is to follow the child's lead and guide it into the context of the environment without disturbing or controlling the play. Instead, the preschool teacher more or less extends the mathematical content within the play in various ways (Björklund et al., 2018). Sumpter (2015, 2016) calls for more research on how the teacher might facilitate children's mathematical reasoning. The present study explores the role of the teachers as dialogue collaborators in the argumentation that arises in play-based activities.

Arguments and argumentation

My study is informed by sociocultural views on argumentation as a cultural and historical activity, where interaction is characterized by the use of tools and especially by the use of language (Vygotsky, 1978). I consider argumentation to be part of preschool communication. It is a social and situated practice through which adults and children develop explanations and provide justifications to negotiate shared understanding on the same subject.

Arguments and argumentation are often studied in connection with each other (Nordin & Boistrup, 2018), and for this reason I include research on both. Toulmin (2003) distinguishes between analytical argumentation and substantial argumentation. Analytical argumentation, referring to all logically valid

deductions, is used in mathematical proofs. Substantial argumentation is informal argumentation used in everyday practices in which a statement is gradually supported by having a convincing presentation of backgrounds, relations, explanations and justifications (Krummheuer, 1995). Toulmin (2003) points out that substantial argumentation should not be regarded as less important or weaker than analytical argumentation.

Toulmin et al. (1979) describe an argument as a sequence of interlinked claims, and the reasons connecting them. Similarly, Stylianides (2007) describes an argument as “a connected sequence of assertions intended to verify or refute a mathematical claim” (p. 2). Conner et al. (2014) define argumentation very broadly and include “any instance where students and teachers make mathematical claims and provide evidence to support them” (p. 404). Nordin and Boistrup's (2018) description of an argument, building on the description by Toulmin (2003), views a supported claim as an argument, where it might or might not be interlinked with other arguments. I use Nordin and Boistrup's (2018) description of arguments and their framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in preschool play-based activities. The preschool children's supported claims that we see in this article can be described as arguments conveying mathematical aspects.

Toulmin's model of argumentation

To identify the arguments in the empirical data and analyze structural and functional aspects of argumentation, many studies of students in school and some studies of preschool children map the structure of arguments using Toulmin's (2003) model (e.g. Krummheuer, 2007; Nordin & Boistrup, 2018; Sumpter, 2016; Wagner et al., 2014). Toulmin's model provides both a language for describing argumentation and a means for structuring the components of an argument. According to Toulmin (2003), an argument involves a combination of claims, data, warrant, rebuttals, qualifiers and backing. The claim is the initial statement, for example an opinion, a conclusion or an assertion about something. If this claim is challenged, the arguer must be able to establish data, which are facts or statements on which the claim can be grounded. Warrant is a justification for the data with respect to the claim, showing the relationship between the data and claim. Warrant holds the argument together by legitimizing the inference applied from data to claim. Backing is a statement that supports warrants by providing data that substantiate and serve as evidence for the warrant. While qualifiers say something about the extent to which data confirm, the claim and rebuttals are exceptions or conditions under which the claim is held to be true.

Krummheuer (1995) introduced a pared down version of Toulmin's model for investigating collective argumentation in classroom settings (see Fig. 1). The streamlined model adopted here and used in this article contains four of the original six elements: claim, data, warrant and backing.

Mathematical arguments

The literature is not always clear as to what makes an argument mathematical. Mueller et al. (2012) define a mathematical argument as one with the intention of convincing someone about the truth of mathematical ideas. Lithner (2008) uses the notion of anchoring arguments in relevant mathematical properties of the talk components, which are objects, transformations and concepts. Objects are fundamental entities: “the ‘thing’ that one is doing something with” (Lithner, 2008 p. 261), a transformation is the process the object undergoes, while concepts are key mathematical ideas based on the objects, transformations and their properties (Lithner, 2008). In a similar vein, Sumpter (2016) claims that if mathematical objects, transformations and concepts are present, the warrant and backing of an argument can be analysed from the point of view of mathematical content. Similarly to Nordin and Boistrup (2018), I draw on Lithner’s (2008) notion of anchoring for the identification of arguments as being or not being mathematical in nature.

Gestures and concrete objects

In addition to spoken and written language, mathematical arguments and argumentation may be investigated through a variety of modes, such as pointing, gesturing and drawing (e.g. Conner et al., 2014; Nordin & Boistrup, 2018). Radford’s (2002, 2003) theory of knowledge objectification points out how the combination of gestures, bodily actions, artefacts, (mathematical) signs and speech affect mathematical reasoning and argumentation. “Pointing at something in the visual field of the speakers” (Radford, 2002 p. 17) plays a significant role in the mediation of mathematical arguments. Children’s different ways of expressing their arguments and reasoning, either through spoken words and gestures or by just pointing at something, are seen as an important part of their argumentative talk (Radford, 2009). McNeill (2008) also considers gestures as a powerful tool for promoting collective and individual arguments and reasoning. Moreover, concrete objects are considered to be an essential part of children’s argumentation. Sfard (2008) claims that the concrete objects used in the context of children’s mathematical ideas can contribute to their argumentation and make the communication more explicit. Nordin and Boistrup (2018) argue that several modes often interact with each other when interlocutors express their claims, data and warrants. In their framework, Nordin and Boistrup (2018) show how the use of a multimodal approach makes it possible to identify arguments created during interaction as a meaning making process. Inspired by Nordin and Boistrup (2018), and research that highlights the importance of children’s multimodal communication (Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015), this article takes a multimodal approach to ensure that the identification and analysis of informal arguments are not excluded as part of interaction in play-based activities. By adopting a multimodal approach, I understand arguments and argumentation as more than spoken language, bringing a broader range of modes, such as moving concrete objects and using gestures, into focus.

Participants and the setting

A privately operated preschool in Norway served as the setting for this study, and the data material in this article is a part of a larger data set collected for my PhD. This is a special preschool because it focuses on natural science, and 5-year-olds from four different preschools visit here 1 week at a time every 5 weeks. Over the period of 1 year, I studied the children from one of the four preschools when they were present in this special preschool over a period of 7 weeks. The participants in this study were 25 five-year-old children and adult staff; three preschool teachers and two teaching assistants. The three preschool teachers had 6 to 12 years of experience after graduating, while the two teaching assistants had been working in a preschool for 5 and 7 years, respectively.

Here, I am interested in children's argumentation as part of communication in play-based activities. Play is at the core of early childhood education (Singer, 2013), and has an important role in the Norwegian preschool curriculum. The OECD (2006) has described the Norwegian preschool context as reflecting the socio-cultural tradition where core focus points are upbringing, care, play and learning. Although it is situated in a social pedagogy tradition, mathematics is increasingly regarded as an important domain where the task of preschool teachers is to nurture the children's development of mathematical thinking. In the Norwegian preschool context, mathematics is normally taught through everyday activities, adult-initiated activities and play situations. In the preschool studied here, play-based activities consisted of a play environment that was structured by adults, but where the children had control over how and what they wanted to play (Walsh et al., 2006). The adults interacted with the children as needed and participated in the children's exploration without disturbing the play. Such a play environment was facilitated, three hours every day, by the adults so the children had the opportunity to explore mathematics within play. In this study I examine argumentation that occurs in the context of play-based activities.

Methods and analysis

The aim of this study is to explore the structure and mathematical content of children's mathematical arguments as part of the communication in play-based activities in one preschool. The arguments in the study were created during play-based activities where one or several children were actively justifying mathematical claims and conclusions for others. The study can be characterized as a qualitative case study, meaning it is bound by time and place (Creswell & Poth, 2016), as I studied a preschool for a period of 7 weeks spread over 1 year with the aim of focusing on mathematical communication and language.

The research relies on authentic documentation from the preschool where children and teachers are engaged in different play-based activities and with different content. The data material comprises 15 video recordings of play-based activities

initiated by the children. The length of the video recordings varies from three to approximately 21 min. A Q4 Handy Video Recorder was used to record the play-based activities. It was held close to the activities and the participants so that use of the play material and the participants' body language could be read clearly. Nvivo data analysis software was used to analyse the video recordings. It was impossible to have direct access to the participants' thinking. However, the video recordings of the activities enabled me to observe and transcribe their verbal exchanges and gestures, and how they handled the play material.

I applied Nordin and Boistrup's (2018) analytical framework to identify and reconstruct mathematical arguments. In this framework, the reduced version of Toulmin's model (2003) was used to identify the elements of an argument. First, I identified claims, such as an opinion, a conclusion or an assertion about something. Then I searched for any data supporting each claim. If data supporting a claim were identified, I searched for warrants and backing. As in the framework by Nordin and Boistrup (2018), I drew on the concept of anchoring (Lithner, 2008) to clarify whether or not the argument could be seen as mathematical. In accordance with Nordin and Boistrup (2018, p.11), I identified the arguments step-by-step:

- (1) identified claims in the video recordings,
- (2) searched for data which supported the claim,
- (3) searched for warrants which motivated how the data supported the claim,
- (4) I also made sure that the argument was anchored mathematically,
- (5) searched for possible warrants which motivated the warrant, and
- (6) interpreted the identified elements, taking the particular context into account, when writing the reconstructed argument as a supported claim.

Moreover, I used a multimodal approach to identify the mathematical arguments through a broad range of modes, such as speech, gestures (pointing) and moving an artefact. The preschool teachers also took part in the communication during play-based activities, and to highlight the structure in the children's arguments, I used the studies by Conner et al. (2014) and Dovigo (2016) when I analysed the adult's use of conversation moves in the communication, characterizing the teachers' conversational moves, for instance, as open or closed questions, short answers, elaboration or asking for explanations. Examples selected from the data material were chosen because they were representative of the findings, involving a number of children and the three preschool teachers and two assistants.

Ethical considerations

Björklund (2010) points out that video observations are an appropriate method for observing situations where adults and children are in dialogue with each other. However, video observation as a method requires critical reflection especially when it comes to the relationship between children's competence and vulnerability. As a researcher, I had a responsibility for the children's participation even though the

parents had consented to their child's participation. I always had to observe if the children's verbal and nonverbal expressions said something about their desire to be a part of the observations. This project was approved by the Norwegian Social Science Services (NSD) and satisfied their privacy requirements. Informed consent to the filming of activities was given by the children's parents and the five adults. The video observations were made while showing respect and sensitivity towards the participants, and the camera was switched off when the participants' expressions indicated reluctance or discomfort (Løkken, 2012). No list of participants was established, and all the data material will be deleted when the project is concluded.

Findings

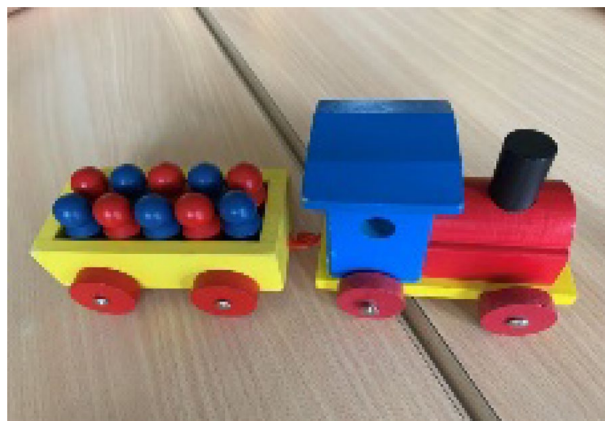
In the analysis of the 15 video recordings, thirty-seven dialogue sequences where claims were uttered by a child were identified. During the analysis, I identified some concrete and isolated claims by the children and a brief response by the adult that did not lead to further arguments or dialogue. On the other hand, approximately a fourth of the sequences were long cohesive dialogues consisting of more than one utterance by the child and the adult. The identification of these different types of conversation resulted in two main categories, which I called: partial arguments and full arguments.

I will describe the partial arguments first. In each example, the play environment was structured by the adults. Some of the play material was the same, while some differed from time to time. The children had control over how and what they wanted to play. The adults offered extensions without destroying, disrupting or controlling the play.

Partial arguments

The partial argument starts with a claim (C) that the child makes. The child's claim (C) refers to what is taking place in the play or is focused on something that is not

Fig. 2 Reconstructed picture of a similar train to the one the boy is playing with



right. The claim is followed by a brief comment or no response from the adult, and then the verbal dialogue stops. In all of the partial arguments the children convey the data (D) supporting their claims by physically handling the concrete objects they are playing with. Two representative examples are presented here to illustrate this.

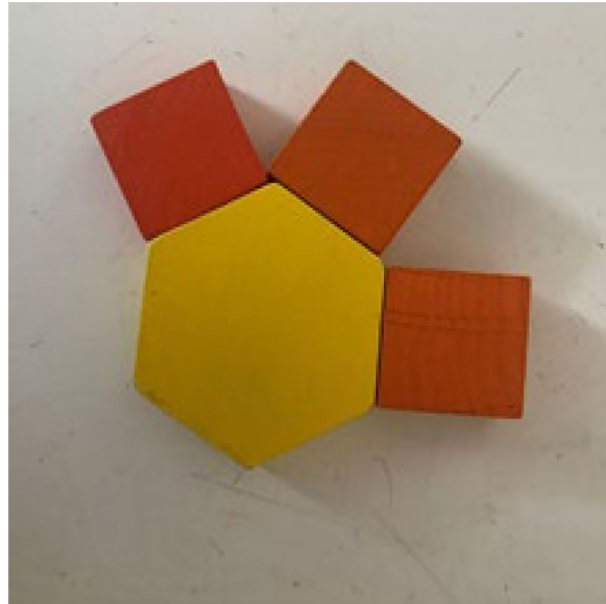
In the first example, a boy (5 years old) is playing with a train and five carriages (see Fig. 2). The adult sits next to the boy and observes the activity.

The boy is putting passengers into the carriages, and each carriage is only capable of holding ten passengers. He drives the train over the floor between the stations where he has already placed various numbers of passengers. When he has filled three of the carriages with a total of thirty passengers, he makes a claim.

Who	Speech	Actions
Boy:	Now there are ten in here	Points to the last carriage he has filled with passengers
Adult:	Yes, there are ten in it	
Boy:		The boy continues to drive the train between the stations he has made on the floor and fills up with passengers in the last two empty carriages. After approximately 30 s, the boy stops the train at a station and counts the passengers
Boy:	But something's not right here	
	Now the first four carriages are filled up with ten passengers and the last carriage holds nine	
Boy:		Points to the passengers in the last carriage, one by one and quietly counts the passengers. Then he places another passenger in the last carriage, so it holds ten, and the boy counts the passengers again
Adult:		Watches when the boy counts and does not give any verbal response to the boy's claim

The boy claims that the last carriage he filled has ten passengers (C), a mathematical claim that establishes the number of passengers in the carriage. The adult responds by repeating the boy's claim about the number of passengers in the carriage (R). The boy continues playing and later in the same activity makes a new claim about the number of passengers in the last carriage he filled: "But something's not right here" (C). The adult looks at the boy and gives no verbal response (R). The boy checks his claim by counting the passengers. The counting of the objects is identified as anchoring (Lithner, 2008) the argument mathematically. When counting, the boy assigns one and only one number word to each object (Gallistel & Gelman, 1992). The fact that the boy adds another passenger to the carriage may be interpreted as his

Fig. 3 Reconstructed illustration of the boy's figure



data (D) supporting his claim that something is not right and that he needs another passenger to have the correct number of passengers in the carriage. In this case, the quiet counting and the moving of the objects to add the final passenger are the modes which convey the meaning of his data (see Fig. 4). As I will come back to in the discussion, it is worth making note of the different modes in research on preschool communication (Nordin & Boistrup, 2018). In the next example, a boy (5 years old) is sitting at a table building various figures using geometrically shaped building blocks, and the adult sits next to him watching the activity. The boy has made a figure consisting of a hexagon in the middle and squares on three of the sides of the hexagon (see Fig. 3).

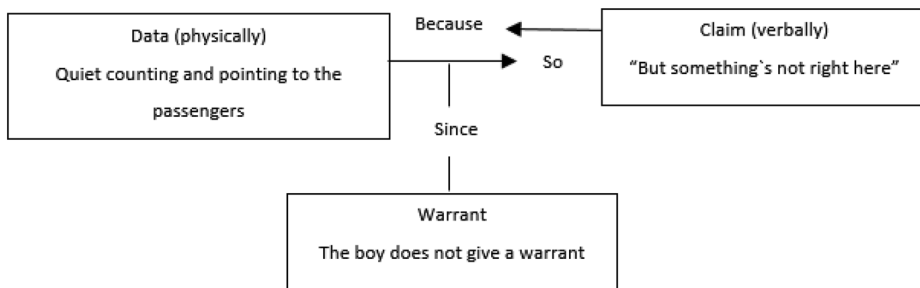


Fig. 4 Reconstructed arguments for the first partial arguments

Who	Speech	Actions
Boy:	I need more of these squares	Points to a square
Adult:	Do you?	
Boy:		The boy continues to look for squares, finding three more, and puts them on the three final sides of the hexagon
Boy:	Now it's the same on all the sides	Placing the last square along the sides of the hexagon
Adult:	It's nice	

The boy first makes a claim that he needs figures shaped like a square so he can build his figure and finish it (C). The adult responds with a closed question (R). The boy looks for squares and finds three squares that he places along the sides of the hexagon. The fact that he searches for and selects squares and finishes his figure may be interpreted as his way of explaining the data (D) and supporting his claim that he needs more squares. Thus, he conveys the data by moving the figures. The use of the mathematical concept square and the transformation of the squares (objects) by putting them up against the three final sides of the hexagon are identified as anchoring the argument mathematically (Lithner, 2008). He then makes a new claim that now all the sides are the same (C). The adult responds with a brief comment that the figure is nice (R). “Now it’s the same on all the sides” may also be interpreted as data (D) supporting his initial claim, but that is somewhat uncertain because the boy was not challenged to give a verbal explanation as to why he needed the squares and how he could claim that “Now it’s the same on all the sides”.

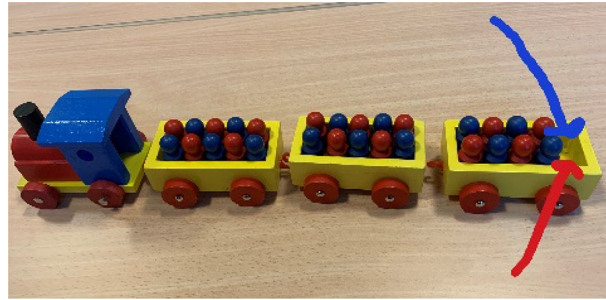
To summarize, the boys spoke very little, and started moving the objects in order to display their solutions to the problems. Moving the objects was the mode that conveyed the meaning of their data. By using a multimodal approach, I consider the children’s non-verbal arguments as a part of their argumentation (Nordin & Boistrup, 2018). These objects in the play, the passengers and the squares, and what the boys physically do with them, are interpreted as constituting the data (D) for their claims (C). However, since the boys do not give warrants (W), the relationship between the claim (C) and the data (D) is less clear. When the children are not challenged by the adult’s response (R) to give grounds for their claims, the various elements in their arguments become less obvious, and the rationale that shows the link between the claim and the data is missing. This finding is not surprising as other studies (e.g. Björklund et al., 2018; Krummheuer, 1995) have pointed out the need for teachers to extend the children’s mathematical ideas and push the communication to promote the justification of arguments.

The analyses indicate that the structural aspects of the argumentation that arise in the partial arguments comprise a claim (C) by the children, a response (R) from the adults and then finally the children convey the data (D) through physically handling the concrete objects they are playing with (see Fig. 4).

Full arguments

In the full arguments, the dialogue between the child and the adults contributes to the child arguing for his or her claim. Here the child starts with a claim (C) and the

Fig. 5 Reconstructed illustration of the train and where the boy points



adult responds by asking for explanations, repetitions and/or more information about the child's claim through questions (R), after which the child presents data (D) for his or her claim by using the concrete objects and then explanations, or warrants (W). I will present four examples which show what the structure and mathematical content are in the children's full arguments. The first example below, where the mathematical content is patterns (Tsamir et al., 2017), illustrates the structure of a boy's arguments when the adult responds with an open question about his claim. A boy (5 years old) and an adult are sitting on the floor playing with trains and train carriages. Each carriage holds ten passengers, and the passengers come in two colours, blue and red (see Fig. 5). The boy has filled two carriages so that the passengers in the carriage are standing in an alternating blue and red pattern.

Who	Speech	Actions
Boy:		Fills the third carriage with eight passengers
Boy:	Now I want a red one there	Points to a vacant space in the last carriage (red arrow in Fig. 5) and places a red passenger where he has pointed
Adult:	So you want to have a red passenger? Why do you want to do that?	
Boy:	Because I want a red one there ... a red one there ... a red one there... a red one there... and a red one there	Points at the red passengers, one by one, in the third carriage
Boy:	Like that	Looks at the adult and points to the carriage
Boy:	And there I want a blue one	Points to the last empty place in the carriage (blue arrow in Fig. 5)

The boy makes a statement that he wants to place a red passenger in the carriage (C), and the claim is mathematically anchored to the colour pattern of the passengers. The adult responds with an open question asking why he wants a red passenger (R). To argue for his claim, the boy places the passengers in a repeating ABAB colour pattern (Tsamir et al., 2017). The placement of the passengers, alternating red and blue, constitutes his data (D) supporting his claim. He also gives a verbal description of the repeating pattern by indicating how the red passengers are placed in the pattern. By using the conjunction "because" while pointing at the red passengers and naming the colour "red", he provides data (D)

for his claim about where the red passenger must be placed in the pattern. He also elaborates on his grounds by making it clear that the final passenger must be blue for the pattern to be right. This clarification and the mathematical warrant (W) relate the data, how the pattern is constructed according to a colour scheme, to the claim “Now I want a red one there” (see Fig. 6). The boy’s argumentation is closely connected to the concrete objects he is playing with. His claim in this activity is related to the colour of the passengers and how they have been placed in the pattern. In his mathematical warrant relating to how he wants the pattern to be, he places and points to the passengers while giving a verbal explanation of the pattern. The moving of objects, speech and hand gestures (pointing) conveyed the boy’s argument. The transformation of the passengers (objects) by placing them in a linear repeating ABAB pattern (Tsamir et al., 2017) is identified as anchoring (Lithner, 2008) the argument mathematically.

The example illustrates how the three elements of claim, data and warrant have been part of the child’s mathematical argumentation. First, the boy states a claim (C). The adult responds with an open question (R) about the claim and the boy presents data (D) for the claim and a mathematical warrant (W), which relates the data to his claim. The boy argues further and refers to the connection between claim and data by elaborating on his warrant (W) by pointing out more accurately how the pattern is structured. This example also illustrates how the adult’s open questioning response contributes to the boy offering a mathematical warrant for his claim.

As the example above illustrates, a prominent characteristic in children’s mathematical arguments, using data and warrant for their claims, is what they physically do when they use concrete objects, such as moving, building and counting. In the full arguments, the adult’s use of questions, or asking the child to explain or elaborate on their statements, encourage the child to argue further for their claim by giving a supportive explanation (W) using speech and gestures. The example below, which is a play-based activity where a girl (5 years old) and an adult are sitting together at a table and building various figures with geometrically shaped figures, also illustrates this.

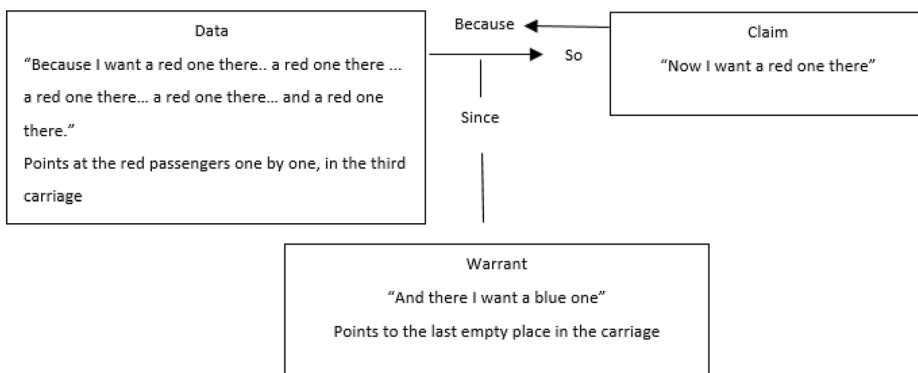


Fig. 6 Reconstructed arguments for the pattern

Who	Speech	Actions
Girl:	Now I'm going to make a house. It's really easy to make a house	
Adult:	Is it easy to make a house? Could you make one for me then?	
Girl:		Puts together a triangle and a square
Adult:	What did you do now?	
Girl:	It's like this, see. So easy. Two pieces, put them together	Puts a triangle next to a square, points to what she has made and looks at the adult
Adult:	How did you make it into a house?	
Girl:	Just took one of these, a square and a triangle on the top, and put them together	Joins a square and triangle with two new pieces

The girl claims that it is easy to make a house (C). The adult responds with a question, asking her to make her a house (R). To argue for her claim, the girl builds a house using a triangle and a square. The figures, the square and the triangle, and what the girl does with the figures, constitute the data supporting her claim (D). She gives no explanation about the data, and the adult asks her to explain and elaborate on what she is doing with the figures (R). The girl describes what she does when she builds a house, describing the number of concrete objects she uses, "Two pieces, put them together", while pointing out that it is "so easy". The action she takes, using two different shapes (triangle and square) and putting them together, illustrating that the combined figure has a shape like a house, justifies the step from data to conclusion. This action can be understood as appropriate in an argument for this specific claim. The adult then encourages her to explain how she made the figures into a house (R), and thus prompts her to undertake a mathematical exploration. The girl now includes mathematical words, square and triangle, in her explanation, while also building a new house using a triangle and a square. Her use of mathematical terms in her warrant (W) connects to her claim (C) and her data (D), and shows the cohesion in her arguments. She argues that it is easy to make a house using various triangles and squares. Speech and the moving of the objects are the modes that convey the meaning of her argument. The

Fig. 7 A still photograph taken from the video of the girl's working with a pattern



argument is anchored mathematically (Lithner, 2008) since mathematical objects (the different shapes) and concepts (triangle and square) have been addressed in the data and warrant.

As the examples illustrate, a broad range of modes, such as speech, pointing, touching and moving concrete objects are important elements in children's mathematical arguments that arise in their play-based activities. These modes also illustrate how the question and supporting actions in the adult's promoting response contribute to the child's justification and elaboration of her claims (Krummheuer, 1995), and contribute to the use of mathematical terms in the arguments.

The next example illustrates the complexity in the children's arguments when they are also able to draw on backing (B) in their explanation to strengthen their mathematical arguments. Two girls (5 years old) and an adult are sitting at a table, each making their own pattern using transparent blocks (Fig. 7).

Who	Speech	Actions
Girl 1:	Now I made a mistake, because I don't want it to be like that	Takes a green block away from the pattern
Adult:	Was it wrong? What was wrong about it?	
Girl 1:	Because, look here!	
Girl 1:	Red, blue, yellow, green, red, blue, yellow, green, red, blue...	Points to the blocks in her pattern
Girl 1:	So that's why I can't have green now	Picks up the green block she initially took away

The girl's claim is that she has done something wrong in the repeating pattern she has made (C). She presents data (D) supporting her claim when she physically removes the block she believes is wrong. The adult's response is a question, asking her to explain why it was incorrect (R); a response from the adult centred on the correctness of the mathematics. The girl uses the conjunction "because" while she asks the adult to look at the pattern and then points at the blocks. She provides data (D) for her claim where the conjunction "because" and the pointing together constitute the data she presents. Then she presents a mathematical warrant (W) for the data by pointing to the blocks one by one, describing the pattern: "Red, blue, yellow, green, red, blue, yellow, green, red, blue..." This verbal utterance may be seen as the girl's warrant (W), which contributes to making the argumentation more cohesive, also showing the link between the claim (C) and the data (D). The last utterance, "So that's why I can't have green now" (B), supports her argumentation (see Fig. 8). The words "that's why" are added explicitly to reinforce and refer to the claim that started the argumentation. When highlighting her argument about the wrong colour, the girl holds out the green block she removed, adding data for backing up and supporting her argument and using the objects to show how her argument is cohesive. Throughout the entire dialogue the blocks are part of her mathematical argument when she touches, moves and points to them. Thus, speech, hand gestures (pointing) and moving the blocks have been the modes conveying the meaning of her argument. The argument has

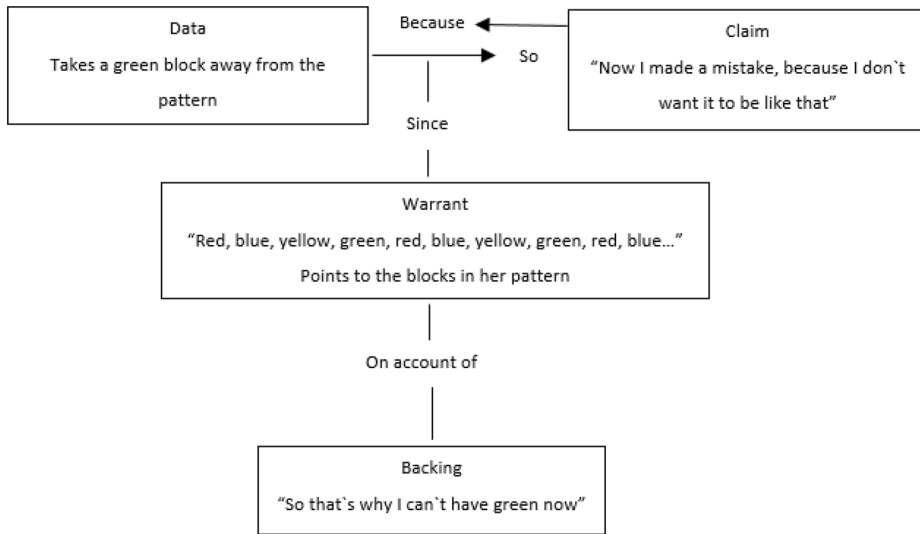
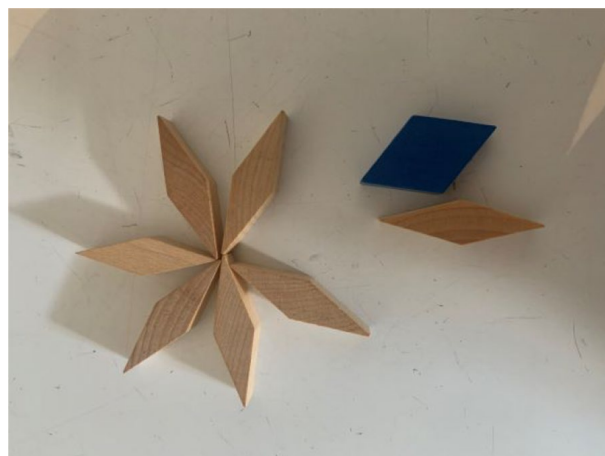


Fig. 8 Reconstructed arguments for the linear repeating pattern

been anchored mathematically since the linear repeating ABCDABCD pattern (Tsamir et al., 2017) has been addressed in the warrant and the backing.

The final example illustrates that the adult's response in the form of a question or an elaboration on the child's statements encourages the child to elaborate on her mathematical arguments by presenting mathematical backing (B) that is more precise and includes more mathematical terms. A girl (5 years old) and an adult are sitting at a table playing with geometrical blocks. The girl is making a snow crystal consisting of rhombuses (see Fig. 9).

Fig. 9 Reconstructed illustration of the girl's figure



Who	Speech	Actions
Girl:		Picks up a rhombus (the blue figure in Fig. 8)
Girl:	No, it doesn't work with this one	Puts the blue block in her snow crystal
Adult:	Why not?	
Girl:	Because I need the small ones	
Adult:	Can't you use any of these?	Points to the various rhombuses on the table
Girl:	No, I have to use the ones that are the same as these on the edges	Picks up one of the rhombuses that she has in her snow crystal, moving her finger along one side of the block

The girl makes a claim (C) that it is impossible to use the blue block she has chosen. The girl's placement of the block that she claims does not fit and the figure she has started to make constitute the data (D) which support her claim (C). The adult responds with an open question (R), "Why not?" The girl gives a mathematical warrant (W) for why it does not fit. When she explains that she needs blocks that are "small", she supports her warrant by adding a mathematical concept which elaborates her claim that the block she chose first does not work because of its size. The girl also uses the conjunction "because" in her explanation and strengthens her data and warrant for the claim. The adult comments on the girl's reasoning by proposing other solutions (R). When the adult draws the girl's attention to the other blocks, verbally and by pointing to them, she contributes to encouraging the girl to elaborate on and describe what it is about the size that does not fit. "No, I have to use the ones that are the same as these on the edges" is the girl's backing (B) for her warrant (W) supporting her data (D) and claim (C) (see Fig. 10). In her reasoning, she expands her explanation by referring to different mathematical properties of the blocks that

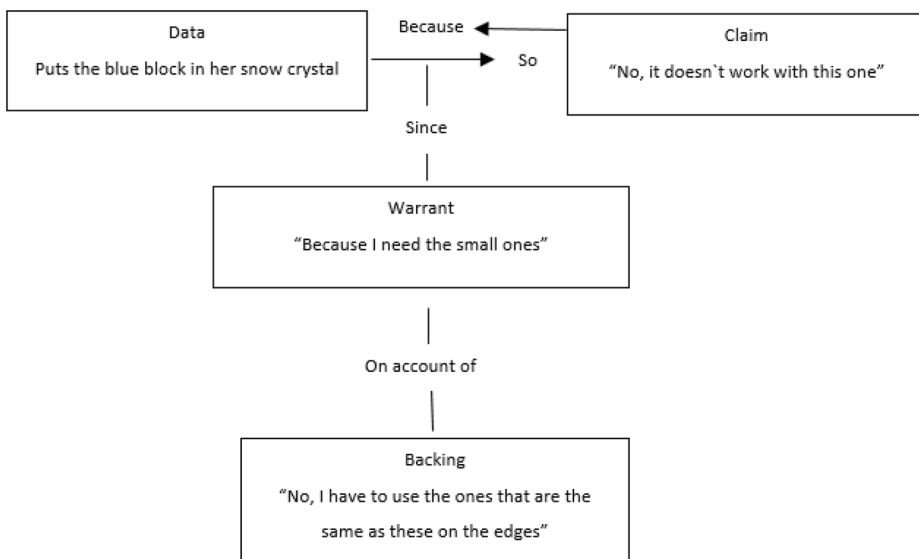


Fig. 10 Reconstructed arguments for the properties of the rhombuses

are important, and describing the shape of the block she needs in a different way. To emphasize which rhombus she needs, the girl refers to the attributes of the shapes, the edges. She is able to justify her claim by using appropriate mathematical procedures, such as referring to critical attributes of geometric figures (Tsamir et al., 2009). In the mathematical backing (B) for which rhombus she needs, she moves her finger along the side of the block while giving a verbal explanation of its attributes. The hand gesture (finger touching the edge) and speech convey the girl's argument. The fact that she refers to the attributes of the rhombuses in her backing (B) of the argument and physically demonstrates which attribute is different can be interpreted as further reinforcement of her argumentation about which blocks fit, as well as a way of making the argumentation more mathematically explanatory. The argument is anchored mathematically (Lithner, 2008) because mathematical properties (the difference in the rhombuses' attributes) and concepts (edges) are referred to in her backing.

Discussion

In this article I have explored the structure and mathematical content of the children's mathematical arguments as part of the communication in play-based activities in a Norwegian preschool. The findings show that the children's mathematical claims and arguments arose spontaneously when they expressed an opinion about what was taking place in their play. For example, when the children found the pattern they were making was incorrect, or the shapes in the figures did not fit, they spontaneously voiced their observations in the form of a mathematical claim. Their spontaneous claims were related to something they were interested in while they were playing (Perry & Dockett, 1998) and were connected to what occurred "here and now" during the play.

As in other studies of structural aspects of preschool children's arguments (Breive, 2017; Sumpter, 2016), the findings show that several of the elements in Toulmin's model were used in their arguments. I identified two types of mathematical arguments as part of the communication in play-based activities: partial arguments and full arguments. The partial arguments consisted of a claim by the children, a response from the adults and then the children conveyed the data by physical handling the concrete objects they were playing with. The warrant, which shows the relation between claim and data, was lacking in these arguments. In full arguments, on the other hand, the three structural elements claim, data and warrant were part of the children's mathematical argumentation. First, they stated a claim. The adults then responded to the claim and the children presented data for it and a mathematical warrant that related the data to the claim. Sometimes, the children provided backing for their argumentation, thus reinforcing it by supporting the warrant.

In both types of argument the intention of the children's claim was to establish a conclusion relating to the mathematical aspects of the concrete objects being played with or to point out what the child believed was initially incorrect and needed to be changed as it had not turned out as intended. As in other studies (Conner et al., 2014; Dovigo, 2016), the findings show that the adult's response to the child's claim

had an impact on whether or not the argumentation was maintained or carried forward. The analyses of the partial arguments show that neither closed questions nor brief comments, such as “Yes, you did that” and “it fit”, supported the children’s argumentation. I found that in the situations where the adult did not contribute any supportive actions (Conner et al., 2014), the children continued to play with their concrete objects and their manipulation of the objects was interpreted as the children’s data for supporting their claim (Nordin & Boistrup, 2018; Radford, 2009). Thus, the act of moving the concrete objects was the mode that conveyed the children’s data. However, the non-verbal actions of the children, in partial arguments, could also be seen as a warrant. Such a finding is less clear because the children gave no verbal grounds for their manipulation of the objects.

Sumpter (2016) argues that more research is needed to explore what can stimulate children to expand and continue their argumentation. The analyses of the full arguments show that when the adults used other conversation moves, if, for example, they asked open questions, commented on the child’s claim or data, asked closed questions but at the same time proposed other solutions, or changed or expanded on what the child said, the child provided a warrant and backing to support their claim. The children used speech, moved objects and made hand gestures (pointing) to convey the data, warrant and backing (McNeill, 2008; Radford, 2009). The findings show that when the adults challenged the children to explain themselves more in depth, the mathematical arguments were encouraged, and the children used additional mathematical concepts in their warrants and backing. The adults also used other supportive actions, such as directing, promoting and evaluating. The findings show how the adults asked open questions, challenged the children to expand their explanations, and the adults suggested other solutions to challenge the children’s claims. Thus, the adults served as dialogue collaborators in the argumentation that emerges in the play-based activities. Other studies (e.g. Björklund et al., 2018; Lee & Ginsburg, 2009) indicate that when adults guide the children, they can explain their mathematical conclusions more explicitly. In the full-argument sequences in this study, the adults’ supporting actions strengthened the children’s arguments (Conner et al., 2014). When the children provided a warrant supporting their claim and data, they supported their ideas and gave grounds for their thoughts. The children used such pointers as “like”, “because”, “it’s like this” and “look here”. When continuing these explanations the children would often support their warrant and backing by pointing to or using the concrete objects physically while making verbal statements.

As in other studies of preschool children’s mathematical argumentation and reasoning (Breive, 2017; Johansson et al., 2014; Sumpter & Hedefalk, 2015), the findings point out that many modes, such as speech, pointing and moving concrete objects, were important elements in the children’s mathematical arguments (Conner et al., 2014; Radford, 2009). The findings illustrate the children’s comprehensive use of the concrete objects they played with and the importance of their physical handling of these play materials when they provided data, explained and gave grounds for their arguments. In all the elements of the argumentative structures that arose, the children pointed to, touched or moved the concrete objects to convey what they meant. This underlines the relevance of taking broad modes into account when exploring the

children's arguments (Nordin & Boistrup, 2018). Without the multimodal approach, some of the children's arguments, together with the contributions of the adults, could have easily been overlooked in the analyses.

The study shows that the children's arguments were related to such mathematical qualities as shape, size and pattern. Their argumentations were anchored mathematically, and thus can be seen as mathematical arguments (Lithner, 2008). The study indicates that play-based activities are a social context within which children can encounter mathematical problems where they can solve, discuss and spontaneously argue with an adult (van Oers, 2010), making play-based activities an ideal context within which children can develop their ability to argue for their ideas (Mercier, 2011).

Conclusion

According to Sumpter (2016), few studies on preschool children's mathematical argumentation and reasoning have used or anchored their analysis on theories and frameworks relating to mathematical reasoning. The current study draws on a framework for identifying and reconstructing mathematical arguments developed by Nordin and Boistrup (2018) and points out how this framework can be used to identify and explore the preschool children's mathematical arguments.

Being able to articulate reasoning and mathematical argumentation is a critical skill for young children to develop. These findings demonstrate what takes place in a preschool and whether or not the children are given opportunities to engage in argumentation with the adults. They also provide some effective examples of ways adults can help children communicate their mathematical arguments. This article has shown how play-based activities in preschool can provide opportunities for developing the children's ability to argue, and it has revealed that children's argumentation is quite complex. The mathematical argumentation that emerged from the children's spontaneous claims was largely related to what they were playing with, and the argumentation was maintained by using concrete objects in their explanations and reasons. It was found that the children use a broad range of modes to support their arguments. This study shows that children's argumentation is characterized by multimodal interaction, i.e. that the children use a combination of verbal language, gestures and other body language, and concrete objects in their mathematical argumentation.

While this study provides insight into preschool children's mathematical arguments in the contexts of play-based activities, more research is needed to explore preschool children's mathematical arguments in different contexts using theories about and frameworks for mathematical arguments. Thus, one limitation of this study relates to the fact that the data material only consists of video recordings of play-based activities, but I believe that identifying and reconstructing mathematical arguments in other contexts is possible by using theories and analytical frameworks. In this study, my use of Nordin and Boistrup's (2018) analytical framework for identifying and reconstructing mathematical arguments may be a limitation as this framework has been developed and used for research on argumentation at the

school level. However, by adopting a multimodal approach I believe that this study has acknowledged preschool children's broad range of argumentative resources, and thus points out that it is important to identify preschool children's argumentation. Another limitation in undertaking this type of work, with a clear multimodal focus, is that transcribing is a demanding process. I had to make certain choices with respect to which sequences to transcribe, where I chose to transcribe two partial arguments' and four full arguments' multimodality, even though claims uttered by a child were identified in 37 sequences.

Funding No funding.

Declarations

Ethical approval In order.

Informed consent Yes, in order.

Conflict of interest No conflict of interest.

Open Access This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License, which permits use, sharing, adaptation, distribution and reproduction in any medium or format, as long as you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons licence, and indicate if changes were made. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons licence, unless indicated otherwise in a credit line to the material. If material is not included in the article's Creative Commons licence and your intended use is not permitted by statutory regulation or exceeds the permitted use, you will need to obtain permission directly from the copyright holder. To view a copy of this licence, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.

References

- Björklund, C. (2008). Toddlers' opportunities to learn mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 40(1), 81–95.
- Björklund, C. (2010). Broadening the horizon: Toddlers' strategies for learning mathematics. *International Journal of Early Years Education*, 18(1), 71–84.
- Björklund, C., Magnusson, M., & Palmér, H. (2018). Teachers' involvement in children's mathematizing—Beyond dichotomization between play and teaching. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 469–480. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2018.1487162>
- Breive, S. (2017). Kindergarten children's argumentation in reflection symmetry: The role of semiotic means. Paper presented at the CERME 10, Dublin, Ireland. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01938941>
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401–429. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8>
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2016). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Sage publications.
- Dovigo, F. (2016). Argumentation in preschool: A common ground for collaborative learning in early childhood. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(6), 818–840. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2016.1239327>

- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1–2), 43–74.
- Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014). Young children's multimodal mathematical explanations. *ZDM*, 46(6), 895–909. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0614-y>
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229–269). Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60–82.
- Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2009). Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(4), 37–45.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Løkken, G. (2012). *Levd observasjon: En vitenskapsteoretisk kommentar til observasjon som forskningsmetode*. Cappelen Damm akademisk.
- McNeill, D. (2008). *Gesture and thought*. University of Chicago press.
- Mercier, H. (2011). Reasoning serves argumentation in children. *Cognitive Development*, 26(3), 177–191.
- Mirza, N. M., & Perret-Clermont, A.-N. (2009). *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices*. Springer.
- Mueller, M. (2009). The co-construction of arguments by middle-school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2), 138–149. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.06.003>
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2012). A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 369–387. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9354-x>
- Nordin, A.-K., & Boistrup, L. B. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 15–27. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005>
- OECD. (2006). Starting Strong II: early childhood education and care.
- Perry, B., & Dockett, S. (1998). Play, argumentation and social constructivism. *Early Child Development and Care*, 140(1), 5–15. <https://doi.org/10.1080/0300443981400102>
- Pontecervo, C., & Sterponi, L. (2002). *Learning to argue and reason through discourse in educational settings. Learning for life in the 21st century: Sociocultural perspectives on the future of education* (pp. 127–140). Blackwell Publishing Ltd.
- Pontecervo, C., & Arcidiacono, F. (2010). Development of reasoning through arguing in young children. *Cultural-Historical Psychology*, 4, 19–29.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14–23.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 111–126. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9127-3>
- Schwarz, B. B., Hershkowitz, R., & Prusak, N. (2010). Argumentation and mathematics. In K. Littleton & C. Howe (Eds.), *Educational dialogues: Understanding and promoting productive interaction* (pp. 103–127). Taylor & Francis.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Singer, E. (2013). Play and playfulness, basic features of early childhood education. *European Early Childhood Education Research Journal*, 21(2), 172–184. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2013.789198>
- Stylianides, A. J. (2007). The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 1–20.
- Sumpter, L. (2016). Two frameworks for mathematical reasoning at preschool level. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange, & A. Wernberg (Eds.), *Mathematics education in the early years: Results from the POEM2 Conference, 2014* (pp. 157–169). Springer.
- Sumpter, L., & Hedefalk, M. (2015). Preschool children's collective mathematical reasoning during free outdoor play. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 1–10.
- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

- Toulmin, S., Rieke, R., & Janik, A. (1979). *An introduction to reasoning*. Macmillan.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2009). Exploring the relationship between justification and monitoring among kindergarten children. Paper presented at the CERME, Lyon, France.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E. S., Barkai, R., & Tabach, M. (2017). Repeating patterns in kindergarten: Findings from children's enactments of two activities. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 83–99. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9762-7>
- van Oers, B. (1996). Are you sure? Stimulating mathematical thinking during young children's play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 4, 71–87. <https://doi.org/10.1080/13502939685207851>
- van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23–37.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wagner, P. A., Smith, R. C., Conner, A. M., Singletary, L. M., & Francisco, R. T. (2014). Using Toulmin's model to develop prospective secondary mathematics teachers' conceptions of collective argumentation. *Mathematics Teacher Educator*, 3(1), 8–26. <https://doi.org/10.5951/mathteeduc.3.1.0008>
- Walsh, G., Sproule, L., McGuinness, C., Trew, K., Rafferty, H., & Sheehy, N. (2006). An appropriate curriculum for 4–5-year-old children in Northern Ireland: Comparing play-based and formal approaches. *Early Years*, 26(2), 201–221. <https://doi.org/10.1080/09575140600760003>
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.
- Zadunaisky Ehrlich, S. (2011). Argumentative discourse of kindergarten children: Features of peer talk and children-teacher talk. *Journal of Research in Childhood Education*, 25(3), 248–267. <https://doi.org/10.1080/02568543.2011.580040>

Publisher's Note Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.

Beate Nergård
Dronning Mauds Minne Høgskole
Thonning Ovesensgt. 18
7044 TRONDHEIM

Vår dato: 31.08.2016

Vår ref: 49424 / 3 / IJJ

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 11.08.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

49424 *Bruk av realfag og matematiske begrep i barnehagen*
Behandlingsansvarlig *Dronning Mauds Minne Høgskole, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig *Beate Nergård*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2020, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Ida Jansen Jondahl

Kontaktperson: Ida Jansen Jondahl tlf: 55 58 30 19

Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.



INFORMASJON OG SAMTYKKE

Utvalget skal informeres skriftlig om prosjektet og samtykke til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet.

Merk at når barn skal delta aktivt, er deltagelsen alltid frivillig for barnet, selv om de foresatte samtykker. Barnet bør få alderstilpasset informasjon om prosjektet, og det må sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det.

INFORMASJONSSIKKERHET

Personvernombudet legger til grunn at forsker følger Dronning Mauds Minne Høgskole sine rutiner for datasikkerhet.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING

Forventet prosjektslutt er 31.12.2020. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:

- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette digitale lyd-/bilde- og videoopptak

Melding

06.01.2021 15:26

Behandlingen av personopplysninger er vurdert av NSD. Vurderingen er:

BAKGRUNN

Behandlingen av personopplysninger ble opprinnelig meldt inn til NSD 11.08.2016 (NSD sin ref: 49424) og vurdert under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet. 18.12.2020 meldte prosjektleder inn en endring av prosjektet som bestod i en utsettelse av prosjektslutt frem til 30.06.2021. Og endring av prosjektittel fra: "Bruk av realfag og matematiske begrep i barnehagen." til : "En kassstudie av barnehagebarns matematiske kommunikasjon og språk".

Det er vår vurdering at behandlingen/hele prosjektet vil være i samsvar med den gjeldende personvernlovgivningen, så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 06.01.2021 med vedlegg.

Behandlingen kan fortsette.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 30.06.2021. Opprinnelig prosjektslutt var 31.12.2020.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet har innhentet samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger.

Vår vurdering er at prosjektet la opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det var en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Samtykket vurderes som gyldig også etter gjeldende personvernregelverk.

Lovlig grunnlag for behandlingen er den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at behandlingen av personopplysninger følger prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte har fått tilfredsstillende informasjon og har samtykket til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger er samlet inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte mottok var tilstrekkelig/godt utformet under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet.

Det vurderes at informasjonen også er tilstrekkelig for å innhente et informert samtykke og oppfylle informasjonsplikten etter nytt personvernregelverk. Informasjonen oppfyller krav til form, jf. personvernforordningen art. 12.1, og mangler kun informasjon om nye rettigheter og kontaktopplysninger til institusjonens personvernombud for å oppfylle alle krav til innhold, jf. art. 13. Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til videre med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Gry Henriksen
Tlf. Personvertjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

”Bruk av realfag og matematiske begrep i barnehagen”

Til foreldre/foresatte

September 2016

Bakgrunn og formål

Dere mottar denne henvendelsen som foreldre/foresatte til et barn som går i
..... og Dronning Mauds Minne Høgskole for barnehagelærerutdanning samarbeider om et felles doktorgradstipend. Hvor PhD-kandidaten, Beate Nergård, skal se på betydningen av fokuset på realfag/matematikk opp mot barns læringsmotivasjon. Studiet vil framskaffe innsikt i barns opplevelser, se på utforskningen, leken, læringen og hvordan barn forholder seg til realfaglige aktiviteter. I denne forskningen er hovedfokuset å frembringe mer kunnskap om hvilke realfaglige og matematiske begrep barna benytter seg av, hvordan de bruker begrepene og hvilken betydning realfaglige aktiviteter har for utviklingen/tillegnelsen av disse begrepene. Barnehagelærere og ansatte i, samt førskolebarna fra barnehage er invitert til å delta i studien

Hva innebærer deltakelse i studien?

Studien vil foregå i alle de ukene hvor barn fra barnehage er tilstede. For å innhente data vil det bli brukt videoopptak, samtale med barn og løpende protokoll. Observasjon som metode vil benyttes ved ulike anledninger i gjennom barns hverdag i Observasjonene gjennomføres både i hverdagssituasjoner, i tilrettelagte aktiviteter og i barns lek. Fokuset i observasjonene vil være å se på hva barn og voksne gjør, hvordan de ordlegger seg, hvilket språk de bruker og hvilke spørsmål/begreper som brukes i kommunikasjonen mellom dem.

Hva skjer med informasjonen om barnet?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun stipendiaten og hennes veiledere som vil ha tilgang til datamaterialet. All data vil lagres på en datamaskin i nettverkssystem tilknyttet internett tilhørende virksomheten. Datamaskin vil være låst inne på et kontor og sikret med brukernavn og passord, og alle mobile enheter oppbevares i låsbart skap. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner og doktorgradsavhandling da all data vil bli kodet og avidentifisert, samt at videoopptak vil bli slettet ved prosjektets slutt. PhD-avhandlingen skal være uavhengig forskning om, spesielt rettet mot realfag og matematikk for bruk i barnehagen. Prosjektet skal etter planen avsluttes august 2020. Alle videoopptak vil da bli slettet. I forskningsprosjektet kan det bli aktuelt å følge barna inn i småskolen, men det vil da komme en ny forespørsel om samtykke.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du/dere kan når som helst trekke ditt/deres samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du/dere trekker ditt barn, vil alle opplysninger om ditt barn bli anonymisert. Under studien vil det til enhver tid tas hensyn til barn medvirkning og barnets ønsker om deltakelse. Dersom du/dere ønsker at deres barn skal delta i studien, undertegnes samtykkeerklæringen på siste side.

Dersom du/dere senere ønsker å trekke deres barn eller har spørsmål til studien, kan doktorgradsstipendiaten, Beate Nergård ved DMMH kontaktes (telefon 975 92 599/73 56 83 35, epost bne@dmmh.no)

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Med vennlig hilsen

Beate Nergård
Doktorgradsstipendiat

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg/vi har mottatt informasjon om studien, og mitt/vårt barn er villig til å delta

Barnets navn

Sted og dato

Foreldre/foresattes underskrift

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

”Bruk av realfag og matematiske begrep i barnehagen”

Til voksne i

September 2016

Bakgrunn og formål

Du mottar denne henvendelsen som barnehagelærer og ansatte i
..... og Dronning Mauds Minne Høgskole for barnehagelærerutdanning samarbeider om et felles doktorgradstipend. Hvor PhD-kandidaten, Beate Nergård, skal se på betydningen av fokuset på realfag/matematikk opp mot barns læringsmotivasjon. Studiet vil framskaffe innsikt i barns opplevelser, se på utforskningen, leken, læringen og hvordan barn forholder seg til realfaglige aktiviteter. I denne forskningen er hovedfokuset å frembringe mer kunnskap om hvilke realfaglige og matematiske begrep barna benytter seg av, hvordan de bruker begrepene og hvilken betydning realfaglige aktiviteter har for utviklingen/tillegnelsen av disse begrepene. Barnehagelærere og ansatte i, samt førskolebarna fra barnehage er invitert til å delta i studien

Hva innebærer deltakelse i studien?

Studien vil foregå i alle de ukene hvor barn fra barnehage er tilstede. For å innhente data vil det bli brukt videoopptak, samtale med barn og løpende protokoll. Observasjon som metode vil benyttes ved ulike anledninger i gjennom barns hverdag i Observasjonene gjennomføres både i hverdagssituasjoner, i tilrettelagte aktiviteter og i barns lek. Fokuset i observasjonene vil være å se på hva barn og voksne gjør, hvordan de ordlegger seg, hvilket språk de bruker og hvilke spørsmål/begreper som brukes i kommunikasjonen mellom dem. For å få et innblikk i planlegging og de voksnes rolle/betydning kan det være aktuelt med intervju av de voksne. Eventuelle intervju vil bli tatt opp på lydopptak.

Hva skjer med informasjonen?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun stipendiaten og hennes veiledere som vil ha tilgang til datamaterialet. All data vil lagres på en datamaskin i nettverkssystem tilknyttet internett tilhørende virksomheten. Datamaskin vil være låst inne på et kontor og sikret med brukernavn og passord, og alle mobile enheter oppbevares i låsbart skap. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner og doktorgradsavhandling da all data vil bli kodet og avidentifisert, samt at videoopptak vil bli slettet ved prosjektets slutt. PhD-avhandlingen skal være uavhengig forskning om barnehagen, spesielt rettet mot realfag og matematikk for bruk i barnehagen. Prosjektet skal etter planen avsluttes august 2020. Alle videoopptak og lydopptak vil da bli slettet.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert. Dersom du ønsker å delta i studien, undertegnes samtykkeerklæringen på siste side.

Dersom du senere ønsker å trekke deg eller har spørsmål til studien, kan doktorgradsstipendiaten, Beate Nergård ved DMMH kontaktes (telefon 975 92 599/73 56 83 35, epost bne@dmmh.no)

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Med vennlig hilsen

Beate Nergård
Doktorgradsstipendiat

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

Sted og dato

Underskrift

ISBN 978-82-326-5182-5 (trykt utg.)
ISBN 978-82-326-5283-9 (elektr. utg.)
ISSN 1503-8181 (trykt utg.)
ISSN 2703-8084 (online ver.)