

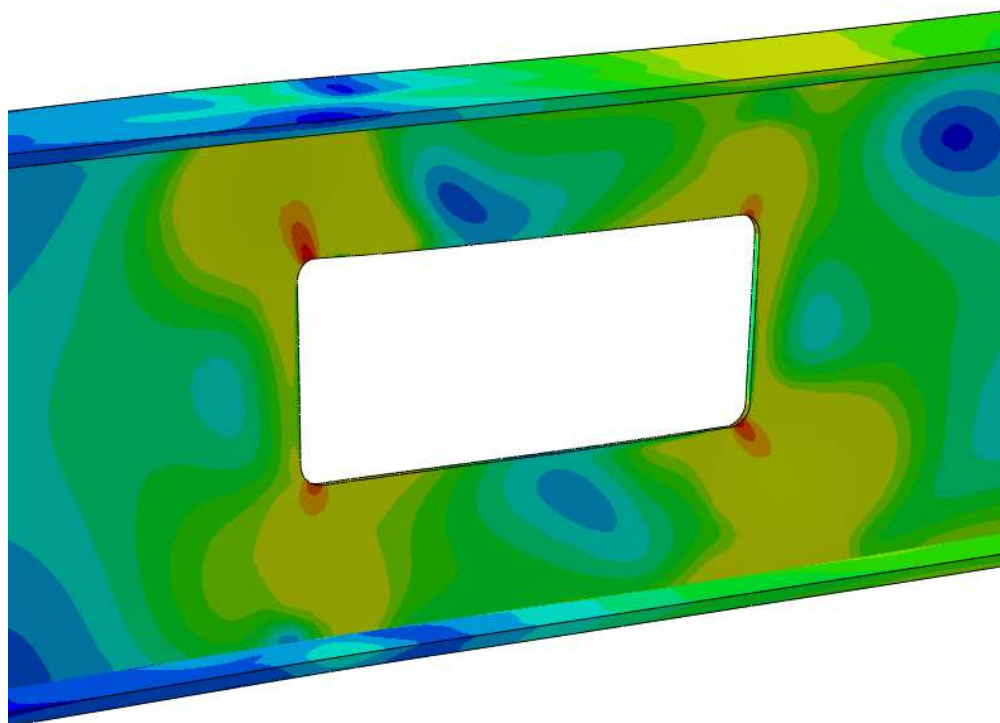
Masteroppgave

Georg Wilhelm Bjerch  
Petter Aune Aksnes

# Bjelker med åpninger i steget

Trondheim, juni 2021

NTNU  
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for ingeniørvitenskap  
Institutt for konstruksjonsteknikk







## MASTEROPPGAVE VÅREN 2021

FAGOMRÅDE: Stålkonstruksjoner	DATO: 11. juni 2021	ANTALL SIDER: 86 + 33
-------------------------------	---------------------	-----------------------

TITTEL:

**Bjelker med åpninger i steget**  
Beams with web openings

UTFØRT AV:

Georg Wilhelm Bjerch

Petter Aune Aksnes

SAMMENDRAG:

Den europeiske standardiseringsorganisasjonen, CEN, har siden 2015 arbeidet med et nytt tillegg som skal utvide bruksområdet til EN 1993-1-1 og EN 1993-1-5, kalt EN 1993-1-13. Tillegget omhandler krav og metoder for hvordan åpninger i bjelkesteget skal behandles i både bruks- og bruddgrense tilstand. Målet med oppgaven har vært å undersøke om formlene gitt i EC3-1-13 gir nøyaktige estimater på bruddkapasiteten til bjelker med uavstivede rektangulære, eller forlengede sirkulære, åpninger i steget, samt komme med forslag til endringer hvor det kan være hensiktsmessig.

For å undersøke om formlene i EC3-1-13 er gode, er det utført et parameterstudium av 18 ulike varianter av åpningsgeometrier. Parameterstudiet dekker åpningshøyder,  $h_o$ , som utgjør 41 % og 65 % av bjelkehøyden, med en åpningslengde som varierer mellom  $0,6h_o$ ,  $1,2h_o$  og  $2,4h_o$ . Slankheten på steget,  $h_w/t_w$ , varierer også mellom 86,2, 57,5 og 43,1. Elementanalyseprogrammet Abaqus 2019 ble brukt til å finne bruddlastene til bjelkene. De numeriske modellene ble kalibrert opp mot laboratorieforsøk for å sørge for at resultatene fra analysene er pålitelige.

Konklusjonen fra parameterstudiet er at EC3-1-13 underestimerer bruddkapasiteten til bjelkene med de undersøkte åpningsgeometriene. Avvikene varierer stort avhengig av hvilken bruddform som blir utslagsgivende. Det viser seg at det er spesielt i tilfeller hvor EC3-1-13 pålegger elastiske kapasitetsberegninger for motstanden mot Vierendeel-bøyning at de største forskjellene oppstår. Disse funnene er i samsvar med tidligere studier utført ved NTNU.

På bakgrunn av dette, er det foreslått to endringer som gjør at de estimerte bruddkapasitetene er nærmere bruddlastene fra de numeriske analysene. Den første er å alltid regne kapasiteten mot Vierendeel-bøyning plastisk med et effektivt tverrsnitt, forutsatt at flensen er i tverrsnittsklasse 1 eller 2. Den andre er å hensynta radien i hjørnene til rektangulære åpninger på tilsvarende måte som EC3-1-13 gjør for sirkulære og forlengede sirkulære åpningsgeometrier. Begge disse endringene kan føre til en betydelig økning av de beregnede kapasitetene til bjelkene.

FAGLÆRER: Professor Arne Aalberg

VEILEDER(E): Professor Arne Aalberg

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU





## MASTEROPPGAVE VÅREN 2021

Georg Wilhelm Bjerch og Petter Aune Aksnes

### Bjelker med åpninger i steget

Beams with web openings

#### Bakgrunn

I arbeidet med kontinuerlig utvikling av dimensjoneringsstandardene for stålkonstruksjoner kommer vesentlige endringer og justeringer i kommende år. Det er utarbeidet et «draft» til dimensjoneringsstandard for I-bjelker med store åpninger/hull i bjelkesteget, denne standarden kommer til å få tittel EN 1993-1-13, «Beams with web openings». Standarden bygger på et omfattende forarbeid og utviklingsarbeid i et EU-prosjekt.

Hull og åpninger i steget i I-bjelker gjøres enten for å føre fram rør og ledninger, eller for å skape en god estetikk med «luftige/gjennomsynlige» bjelkesteg. Fjerning av større deler av et bjelkesteg vil påvirke både skjær- og momentkapasitet og stivhet til bjelken.

#### Oppgaven

Temaet «bjelker med åpninger i steget» har vært behandlet i flere master og prosjektoppgaver ved instituttet i de siste 2-3 år. Denne oppgaven skal bringe dette videre. «Beams with web openings». Oppgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Kort oppsummering av innholdet i tidligere studentarbeider.
- Gjennomgå reglene for kapasitet til bjelker ved områder med åpninger/hull i steget, etter reglene i foreliggende versjon av EC3-1-13 (draft).
- Planlegge forsøksgeometrier (hullgeometrier) som kan tilføre ny kunnskap for bjelker med åpninger i steget.
- Simulere disse i Abaqus. Se på bruddformer og oppførsel.
- Utføre laboratorieforsøk med bjelker som finnes i laboratoriet (fra tidligere studentarbeider). Rapportere disse grundig og tolke resultatene.
- Etterregne forsøkene med elementsimuleringer, vise hvor godt samsvar man kan oppnå.
- Velge viktige parametere for stegåpnings-geometrier og bjelkegeometrier, gjøre parameterstudium med kalibrerte elementmodeller.
- Hovedfokuset er på rektangulære åpningsgeometrier, men sirkulære åpninger kan også inngå.
- Undersøke om regnemodellen «Vierendeel-kapasitet» kan benyttes med plastiske spenningsfordelinger/antakelser.
- Komme med forslag til forbedringer/forenklinger/endringer i EC3-1-13 hvor det synes hensiktsmessig.

Kandidatene kan i samråd med faglærer velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

## **Rapporten**

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport og ha gode figurer, tabeller og foto. Rapporten skal inneholde tittelside, forord, oppgavetekst, sammendrag, innholdsfortegnelse, symbolliste (om nødvendig), et fornuftig antall kapitler (med underkapitler), konklusjoner som siste kapittel, referanseliste og vedlegg.

Informasjon om dette er også sendt ut fra instituttet. Det innleveres gjennom Inspira.

Omslag kan med fordel ha en illustrasjon fra oppgaven på framsiden.

Faglærer ønsker en trykket versjon av oppgaven. Faglærer ønsker videre at det lages en pakke med filer fra arbeidet, med rapporten, forsøksresultater, bilder, bakgrunns litteraturen, elementmodellene, etc. Dette for å lette oppstarten av studentoppgaver som skal fortsette undersøkelser på området.

Masteroppgaven skal leveres innen 11. juni 2021



Trondheim, 11. juni 2021  
Arne Aalberg, Professor

# Abstract

The European Committee for Standardization, CEN, have since 2015 prepared a new Part to give supplementary provisions that extend the application of EN 1993-1-1 and 1993-1-5, called EN 1993-1-13. This new Part will provide guidelines on how steel beams with web openings can be treated in both ultimate- and serviceability limit state. The purpose of this thesis has been to examine if the formulas provided in EN 1993-1-13 predicts the failure load for steel beams with openings of rectangular and elongated circular geometry accurately, and propose changes if suitable.

A parametric study on 18 different variations of rectangular openings has been conducted. Opening heights,  $h_o$ , vary between 41% and 65% of the beam height, and opening lengths vary from  $0,6h_o$ ,  $1,2h_o$  and  $2,4h_o$ . The web slenderness,  $h_w/t_w$ , also varies between 86,2, 57,5 and 43,1. The finite element program Abaqus 2019 has been used to simulate the mechanical behaviour of the beams. Results from experiments of two steel beams with different rectangular openings was used to calibrate the finite element models to ensure reliable results from the simulations.

Conclusions are that EN 1993-1-13 may severely underestimate the capacity of beams with web openings. Results are especially inaccurate for opening sizes where EN 1993-1-13 imposes elastic shear resistance to Vierendeel bending. These findings are similar to other studies conducted at NTNU.

Two changes are proposed to ensure more similar results between calculations and simulations. The first is to always calculate plastic resistance to Vierendeel bending with an effective crosssection. The second is to also consider including the corner radius of rectangular openings in the formulas used to calculate the resistance to Vierendeel bending, similarly to what is already done for circular and elongated circular openings. Both these propositions may result in a substantial increase in the calculated load-carrying capacity of the beams.





# Forord

Denne masteroppgaven er avsluttende arbeid på det 2-årige masterprogrammet ved institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU, våren 2021. Arbeidet med oppgaven har gitt oss bedre innsikt i stålfaget, samt gitt oss nyttige erfaringer med hvordan man benytter elementprogrammet Abaqus 2019.

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder, professor Arne Aalberg, for faglig støtte og god veiledning. Videre rettes en takk til avdelingsingeniør Steinar Seehuus og overingeniør Trond Auestad for all hjelp i forbindelse med gjennomføringen av praktisk forsøk i laboratoriet.



# Innhold

Figurer .....	ix
Tabeller .....	xiii
Symbolliste .....	xv
1 Innledning .....	1
1.1 Bakgrunn .....	1
1.2 Mål og omfang .....	2
1.3 Begrensninger .....	2
2 Litteraturstudie .....	3
2.1 Definisjoner og begreper .....	3
2.2 Tidligere arbeider .....	4
2.2.1 Doktorgradsavhandling .....	4
2.2.2 Masteroppgaver .....	4
2.2.3 Semesteroppgave .....	5
2.3 Introduksjon av nye bruddformer .....	7
2.3.1 Skjærbrudd over åpningen .....	7
2.3.2 Bøyebrudd over åpningen .....	7
2.3.3 Vierendeel-bøyning .....	8
2.3.4 Lokal knekking av steg ved siden av åpning .....	12
2.3.5 Ustabil T .....	13
3 Gjennomgang av EC3-1-13 .....	15
3.1 Introduksjon .....	15
3.2 Omfang (1.2) .....	15
3.3 Åpninger som ikke er nødvendig å kontrollere (4.1 (4)) .....	16
3.4 Toleranser (4.3) .....	16
3.5 Tverrsnittsklassifisering .....	17
3.5.1 Klassifisering ifb. global bøyning (7.4) .....	17
3.5.2 Klassifisering ifb. Vierendeel-bøyning (7.5) .....	17
3.6 Grenseverdier for uavstivede åpninger (8.1.2) .....	18
3.7 Skjærkapasitet (8.2) .....	19
3.8 Momentkapasitet ved åpningen (8.3.1) .....	20
3.9 Knekking av T-en i trykk (8.3.2) .....	20
3.10 Vierendeel-bøyning (8.4) .....	21
3.11 Knekking av steget ved siden av åpningen (8.5) .....	23
3.12 Knekking av endesøyle (8.8.1) .....	25
4 Laboratorieforsøk og numerisk modell .....	27

4.1	Introduksjon.....	27
4.2	Laboratorieforsøk .....	27
4.2.1	Valg av hullgeometrier .....	29
4.2.2	Oppsett.....	29
4.2.3	DIC-fotografering .....	33
4.2.4	Initielle formfeil .....	33
4.2.5	Materialdata .....	34
4.3	Elementanalyser .....	36
4.3.1	Generelt.....	36
4.3.2	Modellering.....	36
4.3.3	Materialdata .....	37
4.3.4	Elementtype .....	38
4.3.5	Randbetingelser og lastpåføring .....	38
4.3.6	Ikke-lineær analyse.....	38
4.3.7	Imperfeksjoner .....	39
4.3.8	Mesh .....	39
4.4	Resultat og diskusjon.....	42
4.4.1	Bøyetest fra forsøk.....	42
4.4.2	Knekkmodenes innvirkning.....	44
4.4.3	Sammenligning av bøyetest og numerisk modell .....	47
4.4.4	Eurokodeberegninger.....	53
5	Parameterstudium.....	55
5.1	Modell og åpninger .....	55
5.1.1	Ikke-lineær analyse.....	55
5.1.2	Materialmodell .....	56
5.1.3	Imperfeksjoner .....	56
5.2	Resultat og diskusjon.....	57
5.2.1	Eurokodeberegninger.....	57
5.2.2	Sammenligning av Eurokoden og numeriske analyser .....	58
6	Forslag til endringer i EC3-1-13 .....	63
6.1	Introduksjon.....	63
6.2	Tverrsnittsklassifisering av T-ene i Vierendeel-bøyning.....	64
6.2.1	Plastisk Vierendeel-kapasitet med brutto tverrsnitt.....	66
6.2.2	Plastisk Vierendeel-kapasitet med effektive T-tverrsnitt.....	69
6.3	Hjørneradiens innvirkning.....	73
6.3.1	Behandling av hjørneradien iht. EC3-1-13 .....	73
6.3.2	Forslag til å hensynta hjørneradien for rektangulære åpninger.....	74

6.4	Parameterstudiet beregnet iht. foreslåtte endringer .....	80
7	Oppsummering og konklusjon.....	83
	Referanser.....	84
	Vedlegg.....	86



# Figurer

Figur 1.1: Eksempel på rektangulære åpninger i bjelkesteget. Disse åpningene er avstivet over og under åpningen. [1] .....	1
Figur 2.1: Utklipp av en bjelke-ende med to rektangulære åpninger, og tilhørende notasjoner. ....	3
Figur 2.2: Eksempel på en rektangulær åpning hvor bøyebrydd (markert rødt) blir dimensjonerende. Åpningen er plassert der bjelken utsettes for ren bøyning ( $V=0$ ). ....	8
Figur 2.3: Fagverk a) er et Vierendeel-fagverk uten diagonalstaver og med momentstive knutepunkter. Fagverk b) er et eksempel på et tradisjonelt fagverk med diagonalstaver hvor alle knutepunktene er leddlagret. ....	8
Figur 2.4: Oversikt over momenter og skjærkrefter som virker over åpningen, samt det resulterende globale momentdiagrammet. ....	9
Figur 2.5: a) viser et statisk system med null moment i midten av åpningen. b) viser det antatte statisk systemet for estimering av T-momentene.....	10
Figur 2.6: Eksempel på totale spenninger i T-ene på lav-moment-siden og høy-moment-siden.....	11
Figur 2.7: Dimensjonen på den ekvivalente rektangulære åpningen til en sirkulær åpning. ....	12
Figur 2.8: Illustrasjon av en åpning der knekking av stegsøylen er begrensende. ....	12
Figur 2.9: Mulige knekkformer for T-en i trykk. [12] .....	13
Figur 3.1: Oversikt over ulike hullgeometrier som dekkes av EC3-1-13. Figuren er en kopi av figur 1.1 i EC3-1-13.....	16
Figur 3.2: Definisjonene av <i>ao1</i> , <i>ao2</i> , <i>ho1</i> og <i>ho2</i> iht. EC3-1-13. Figuren er en kopi av figur 8.1 i EC3-1-13.....	23
Figur 3.3: Model for stegknekkning ved siden av steget for en rektangulær åpning. Figuren er en kopi av figur 8.2 i EC3-1-13.....	24
Figur 4.1: Utgangspunktet for det resulterende tverrsnittet var to IPE220-bjelker hvor ene flensen (uten skravur) ble fjernet. ....	27
Figur 4.2: Dimensjoner på bjelkene i lengderetning, samt plassering og størrelse på åpningene. Alle mål er i millimeter, og i sentermål fra stiverne.....	28
Figur 4.3: Statisk system for bjelkene, samt resulterende skjærkraft- og momentdiagram.....	28
Figur 4.4: Oppsettet av testbjelkene i laboratoriet. ....	29
Figur 4.5: Oppleggene til bjelkene i forsøket. Ene enden ligger på et stålrør, og det tillates dermed at bjelken kan forskyve seg i lengderetning. ....	30
Figur 4.6: Fastholding mot vipping ved enden. ....	30
Figur 4.7: Fastholding mot vipping i feltmidte. Til høyre på bildet ser man at åpningen fra tidligere forsøk er lappet igjen.....	31
Figur 4.8: Jekken som ble benyttet til å påføre lasten på bjelkene. ....	31
Figur 4.9: Belastningen fra jekken ble fordelt over stiveren i feltmidte ved hjelp av en halv stålsylinder. ....	32
Figur 4.10: I underkant av bjelken ble det festet en LVDT for å logge en mer nøyaktig forskyvning av bjelkene i feltmidte. ....	32
Figur 4.11: Oppsett av 3D-DIC.....	33
Figur 4.12: Illustrasjon av målt systematisk imperfeksjon i bjelken.....	34
Figur 4.13: Dimensjonene på de testede prøvestykkene. [13].....	34

Figur 4.14: Oppdatert materialmodell med både nominelle (blå kurve) og sanne (oransje kurve) tøyninger og spenninger. Sanne spenninger er forenklet med rette linjer (grønn kurve).....	35
Figur 4.15: Utgangspunktet for alle bjelkene er en 3D, deformerbar skallmodell.....	36
Figur 4.16: Forskjellen på faktisk tverrsnitt og modellert tverrsnitt. ....	37
Figur 4.17: Randbetingelser og lastpåføring til de analyserte bjelkene. Figuren viser Bjelke B, men betingelsene er de samme for alle bjelkene. ....	38
Figur 4.18: Meshet til Bjelke A. Hele bjelken, med unntak av området rundt åpningen, består av S4R-elementer med global størrelse tilnærmet lik 10mm. Rundt åpningen er elementstørrelsen maksimum 2 mm. ....	40
Figur 4.19: Forstørret mesh rundt åpningen.....	41
Figur 4.20: Ytterligere forstørret mesh rundt hjørnet øverst til høyre. ....	41
Figur 4.21: Testtriggen er bygget opp av søyler og bjelker boltet sammen. Under belastning fra jekken vil disse deformeres. ....	42
Figur 4.22: Kraft-forskyvningskurver for Bjelke A. ....	43
Figur 4.23: Kraft-forskyvningskurver for Bjelke B. ....	43
Figur 4.24: Justert kraft-forskyvningskurver for Bjelke A og Bjelke B. ....	44
Figur 4.25: Kraft-forskyvningskurver til Bjelke A med ulike kombinasjoner av knekkmoder. Forskyvingene er hentet fra referansepunktet i feltmidte.....	45
Figur 4.26: Kraft-forskyvningskurver til Bjelke B med ulike kombinasjoner av knekkmoder. Forskyvningene er hentet fra referansepunktet i feltmidte. ....	46
Figur 4.27: Sammenligning av kraft-forskyvningskurvene fra Abaqus og forsøket.....	47
Figur 4.28: Sammenligning av forskyvningene inn og ut av planet for Bjelke A. Figur a) er resultatet fra Abaqus, mens figur b) er resultatet fra DIC-analysen.....	48
Figur 4.29: a) viser deformasjonene av bjelken i Abaqus, mens b) viser 3D-scannet geometri av bjelken etter forsøket. Skaleringen er 1:1.....	48
Figur 4.30: a) viser de Von Mises ekvivalente plastiske tøyningene rundt åpningen fra Abaqus, mens b) viser de tilsvarende totale tøyningene fra DIC-analysen.....	49
Figur 4.31: Sammenligning av kraft-forskyvningskurvene fra Abaqus og forsøket.....	50
Figur 4.32: Sammenligning av forskyvningene inn og ut av planet for Bjelke B. Figur a) er resultatet fra Abaqus, mens figur b) er resultatet fra DIC-analysen.....	51
Figur 4.33: Eksempel på et bilde som benyttes i DIC-analysen. Området markert med en rød sirkel har ikke like tydelig farge som resten av området rundt åpningen. ....	51
Figur 4.34: a) viser deformasjonene av bjelken i Abaqus, mens b) viser 3D-scannet geometri av bjelken etter forsøket. Skaleringen er 1:1.....	52
Figur 4.35: a) viser de Von Mises ekvivalente plastiske tøyningene rundt åpningen i Abaqus, mens b) viser de tilsvarende totale tøyningene målt med DIC.....	52
Figur 5.1: Senter av alle de undersøkte åpningsgeometriene er plassert 700 mm fra opplegg.....	55
Figur 5.2: a) viser spenningsfordelingen i feltmidte ved momentbrudd, b) viser spenningsfordelingen ved Vierendeel-brudd og c) viser spenningsfordelingen ved kombinasjon av Vierendeel-brudd og knekking.....	59
Figur 5.3: a) viser et eksempel på forskyvninger inn og ut av planet lokalt i steget ved Vierendeel-brudd. b) viser et eksempel på forskyvninger ved kombinasjonsbrudd. Forskyvningene er da lokalisert mer i steget ved siden av åpningen.....	59
Figur 6.1: Tverrsnittklassegrenser for stegutstikk hvor flytespenningen og stegtykkelsen er henholdsvis lik $355 \text{ N/mm}^2$ og $6 \text{ mm}$ . Y-aksen beskriver høyden av stegutstikket til T-en, $dt$ , mens X-aksen er den effektive åpningslengden, $a_{eff}$ . Enhetene er i millimeter..	64



Figur 6.2: a) Plott av kapasiteten til åpningsgeometrien i Tabell 6.1 som funksjon av åpningshøyden, $h_o$ . b) Grafisk fremstilling av tverrsnittsklassegrensene for den gitte åpningen. ....	66
Figur 6.3: Elastiske bøyespenninger som følge av T-momentene der stegutstikkets høyde, $dt$ , er større enn tverrsnittsklasse 3 grensen iht. EC3-1-1. ....	69
Figur 6.4: Den samme bjelken og åpningen som i Figur 6.3, men med effektive høyder på stegutstikkene. ....	70
Figur 6.5: Vierendeel-kapasitetene til åpningen som er 300 mm lang, plottet som funksjon av åpningshøyden. Rød kurve er kapasiteten beregnet iht. EC3-1-13, blå kurve er kapasiteten beregnet plastisk med brutto tverrsnitt, og grønn kurve er kapasiteten beregnet iht. forslaget.....	71
Figur 6.6: Åpningen til Bjelke B ( $h_o = 250 \text{ mm}, a_o = 300 \text{ mm}$ ) med ulik radius i hjørnene. Figur d) har radius lik $h_o/2$ , og defineres som en forlenget sirkulær åpning.....	73
Figur 6.7: Ekvivalente rektangulære åpninger iht. EC3-1-13 for sirkulære og forlengede sirkulære åpninger.....	74
Figur 6.8: Von Mises-spenningene rundt åpningen med radius lik 50 mm. ....	75
Figur 6.9: Von Mises-spenningene rundt åpningen med radius lik 100 mm.....	75
Figur 6.10: Rektangulære åpninger (svart) gjøres om til ekvivalente rektangulære åpninger (blå). ....	76
Figur 6.11: Von Mises-spenninger for geometri Gr4 ved bruddlast i Abaqus. ....	78
Figur 6.12: Illustrasjon av to ulike ekvivalente åpninger for geometri Gr4.....	78
Figur 6.13: Kapasitetene til geometri Gr4 beregnet ved snitt 1-1 og snitt 2-2, plottet som funksjon av åpningslengden, $a_o$ . Vierendeel-kapasiteten er begrenset ved alle åpningslengdene. ....	79



# Tabeller

Tabell 2.1: Dimensjonen på bjelken benyttet i masteroppgaven til Marthinussen og Sandnes.....	5
Tabell 2.2: Oversikt over åpningsgeometriene Marthinussen og Sandnes analyserte. ....	5
Tabell 2.3: Dimensjonen på bjelken benyttet i masteroppgaven til Hovda og Hurum. ....	5
Tabell 3.1: Effektive åpningslengder for ulike åpningsgeometrier definert i punkt 7.5 (4). .....	17
Tabell 3.2: Oversikt over begrensningene EC3-1-13 setter til størrelse og plassering på åpningene. Tabellen er en kopi av tabell 8.1 i EC3-1-13. ....	18
Tabell 3.3: Alle åpningsgeometrier kan behandles som ekvivalente rektangulære åpninger. Tabellen er en kopi av tabell 8.3 i EC3-1-13.....	22
Tabell 3.4: Krav til minimumsavstander fra opplegg til kanten av åpningen. ....	26
Tabell 4.1: Oversikt over tverrsnittsdimensjonene til de to bjelkene som ble testet.....	27
Tabell 4.2: Resultat av strekktestene på prøvestykkene. [13] .....	34
Tabell 4.3: Enheter på input og output i Abaqus. ....	36
Tabell 4.4: Tykkelse på skallelementene til bjelkene undersøkt i laboratoriet. ....	37
Tabell 4.5: Materialdata-input i Abaqus basert på strekkprøven S1. ....	37
Tabell 4.6: Ulike kombinasjoner av knekkmoder i Abaqus-modellen. Tallene indikerer størrelsen av formfeilen i millimeter. ....	39
Tabell 4.7: Resultater fra sensitivitetsanalysen av elementstørrelse gjennomført på Bjelke A. ....	40
Tabell 4.8: Ulike kombinasjoner av knekkmoder satt inn som formfeil for Bjelke A og Bjelke B. Tallene indikerer størrelsen på formfeilen i millimeter. ....	45
Tabell 4.9: Oversikt over maksimal bruddlast funnet i Abaqus med ulike knekkmode- kombinasjoner for Bjelke A og Bjelke B. ....	46
Tabell 4.10: Oversikt over utnyttelsesgradene for ulike kapasitetskontroller for Bjelke A og Bjelke B beregnet iht. EC3.....	53
Tabell 5.1: Oversikt over størrelsene på de undersøkte åpningene. Alle mål er i millimeter.....	55
Tabell 5.2: Sann spenning og plastisk tøyning for den elastisk-perfekt-plastisk materialmodellen benyttet i Abaqus for parameterstudiet. ....	56
Tabell 5.3: Oversikt over utnyttelsesgrader og maksimal bruddkapasitet beregnet iht. EC3-1-13 for ulike rektangulære åpningsgeometrier. Cellene markert med «-» er ikke nødvendig å beregne iht. EC3. ....	57
Tabell 5.4: Oversikt over kapasiteter beregnet iht. EC3, og bruddlaster funnet i Abaqus. .....	60
Tabell 6.1: Kapasitetene iht. EC3-1-13 og bruddlastene fra Abaqus for to like åpningsgeometrier der kun høyden av åpningen varierer.....	65
Tabell 6.2: Oversikt over resultater fra laboratorieforsøk og håndberegninger utført i et av bakgrunnsdokumentene til EC3-1-13. [20] .....	66
Tabell 6.3: Oversikt over kapasitetene i det tidligere utførte parameterstudiet hvor Vierendeel-kapasiteten ble begrensende, og der T-ene er i tverrsnittsklasse 4. ....	67
Tabell 6.4: Oversikt over diverse slankheter for geometriene hvor Vierendeel- bruddformen ble begrensende. Forholdet mellom bæreevnen i Abaqus og full plastisk kapasitet er også inkludert. ....	68
Tabell 6.5: Kapasitetene og slankhetsforholdene til noen utvalgte åpningsgeometrier, samt bruddlastene fra Abaqus.....	68

Tabell 6.6: Oversikt over kapasiteter beregnet plastisk med brutto- og effektivt tverrsnitt for et utvalg geometrier, samt bruddlasten fra Abaqus. ....	72
Tabell 6.7: Sammenligning av bruddlasten fra Abaqus for åpninger som er rektangulære og forlengede sirkulære.....	73
Tabell 6.8: Oversikt over kapasiteten til åpningene i Figur 6.6 beregnet i Abaqus og iht. EC3-1-13.....	74
Tabell 6.9: Disse målene for <i>aeq</i> og <i>heq</i> kan erstatte det som står i EC3-1-13.....	75
Tabell 6.10: Oversikt over kapasitetene til åpningene beregnet med ulike metoder.....	76
Tabell 6.11: Oversikt over nye åpningsgeometrier og tilhørende kapasiteter for å validere antagelsen om at hjørneradien bør hensyntas på tilsvarende måte som for andre sirkulære geometrier. Vedlegg 6 gir fullstendig utregning av Vierendeel-kapasiteten til Gr1.....	77
Tabell 6.12: Sammenligning av kapasiteter av åpningsgeometriene fra parameterstudiet beregnet med ulike metoder. ....	80

# Symbolliste

$A$	Arealet til brutto tverrsnitt
$A_{tT}$	Tverrsnittsarealet til T-en i topp
$A_{bT}$	Tverrsnittsarealet til T-en i bunn
$a$	Avstanden mellom vertikale tverrstivere langs bjelken
$a_o$	Åpningslengde
$a_{eff}$	Effektiv åpningslengde. Brukes i knekkberegninger og nedbøyningsberegninger
$a_{eq}$	Ekvivalent åpningslengde for sirkulær åpning. Brukes for Vierendeel-bøyning
$b$	Flensbredde
$b_o$	Minste avstand mellom to heksagonale eller sinusformede åpninger
$b_s$	En halv bølgelengde for en sinusformet åpning
$b_w$	Effektiv stegbredde
$d_t$	Høyden av T-ens stegutstikk
$E$	Elastisitetens modul
$e_o$	Åpningens eksentrisitet i den vertikale retningen
$f_y$	Flytespenning
$f_{y,bT}$	Flytespenning til T-en i bunn
$f_{y,tT}$	Flytespenning til T-en i topp
$f_{y,eff}$	Effektiv flytespenning
$h$	Bjelkehøyde
$h_o$	Åpningshøyde
$h_{eq}$	Ekvivalent åpningshøyde
$h_t$	Høyden til T-en i topp
$h_b$	Høyden til T-en i bunn
$h_w$	Steghøyde
$I_o$	Annet arealmoment til bjelkens effektive tverrsnitt over åpningen
$I_{tT}$	Annet arealmoment til T-en i topp om egen nøytralakse
$I_{bT}$	Annet arealmoment til T-en i bunn om egen nøytralakse
$i$	Treghetsradien
$L$	Bjelkens lengde
$M_{Ed}$	Dimensjonerende globalt moment i senter av åpningen
$M_{o,Rd}$	Dimensjonerende momentkapasitet til brutto tverrsnitt
$M_{t,Ed}$	Dimensjonerende T-moment til T-en i topp
$M_{b,Ed}$	Dimensjonerende T-moment til T-en i bunn
$M_{T,Rd}$	Momentkapasitet til en T
$M_{pl,Rd}$	Plastisk momentkapasitet til en T
$M_{el,Rd}$	Elastisk momentkapasitet til en T
$M_{NV,tT,Rd}$	Momentkapasitet til T-en i topp redusert for aksiallast og skjær
$M_{NV,bT,Rd}$	Momentkapasitet til T-en i bunn redusert for aksiallast og skjær
$M_{add,Ed}$	Dimensjonerende moment i enden av åpningen som følge av en jevnt fordelt last over åpningen. Lasten virker over en lengde $a_{eff}$ , og T-ene er antatt fast innspent i endene.
$N_{Ed}$	Dimensjonerende normalkraft i en T for beregning av Vierendeel-kapasitet
$N_{b,Ed}$	Dimensjonerende normalkraft i T-en i bunn som følge av det globale momentet

$N_{T,Ed}$	Dimensjonerende normalkraft i T-en med trykk som følge av globalt moment og aksiallast
$N_{ep,Rd}$	Aksialkraftkapasitet til endesøylen
$N_{bT,Rd}$	Aksialkraftkapasitet i T-en i bunn
$N_{b,Rd}$	Knekkingskapasiteten til T-en i trykk for knekking i stegplanet og knekklemdel lik $0,5a_{eff}$
$N_{m,Ed}$	Dimensjonerende aksialkraft i en T som følge av globalt moment i midten av åpningen
$N_{pl,Rd}$	Plastisk trykkapasitet i en T for beregning av Vierendeel-kapasitet
$N_{t,Ed}$	Dimensjonerende normalkraft i T-en i topp som følge av det globale momentet
$N_{T,el,Rd}$	Elastisk trykkapasitet for en T
$N_{T,pl,Rd}$	Plastisk trykkapasitet for en T
$N_{tT,Rd}$	Aksialkraftkapasitet i T-en i topp
$N_{w,Ed}$	Dimensjonerende aksialkraft i stegsøylen
$N_{w,Rd}$	Aksialkraftkapasitet til stegsøylen
$r$	Avrundingsradius
$r_o$	Avrundingsradien i hjørnene til en rektangulær åpning
$s$	Minste senteravstand mellom to åpninger
$s_o$	Minste bredde på stegsøylen mellom to åpninger
$s_e$	Minste bredde på endesøylen
$s_{e,eff}$	Effektiv bredde på endesøylen
$t_w$	Stegtykkelse
$t_f$	Flenstykkelse
$V_{b,Ed}$	Dimensjonerende skjærkraft i T-en i bunn
$V_{b,Rd}$	Skjærkapasiteten til T-en i bunn
$V_{b,w,Rd}$	Skjærknekkingskapasiteten
$V_{Ed}$	Dimensjonerende skjærkraft i midten av åpningen
$V_{pl,Rd,b}$	Plastisk skjærkapasitet for T-en i bunn
$V_{pl,Rd,t}$	Plastisk skjærkapasitet for T-en i topp
$V_{o,pl,Rd}$	Plastisk skjærkapasitet ved åpningen
$V_{pl,Rd}$	Plastisk skjærkapasitet for brutto tverrsnitt
$V_{t,Ed}$	Dimensjonerende skjærkraft til T-en i topp
$V_{t,Rd}$	Skjærkapasiteten til T-en i topp
$V_{Vier,Rd}$	Dimensjonerende skjærkapasitet mot Vierendeel-bøying
$\gamma_{M0}, \gamma_{M1}$	Partialfaktorer
$x_o$	Avstanden fra senter av åpningen til nærmeste opplegg
$z_t$	Avstanden fra T-ens nøytralakse til ytterkant av flensen til T-en i topp
$z_b$	Avstanden fra T-ens nøytralakse til ytterkant av flensen til T-en i bunn
$\chi_{wp}$	Reduksjonsfaktor for beregning av knekkingskapasitet til stegsøylen
$\chi_{ep}$	Reduksjonsfaktor for beregning av knekkingskapasitet til endesøylen
$\nu$	Poissons tall
$\bar{\lambda}_{ep}$	Relativ slankhet til endesøylen
$\bar{\lambda}_w$	Relativ slankhet til stegsøylen
$\lambda_1$	Slankhetsverdi for å finne den relative slankheten
$\sigma_{tT}$	Spenningen i T-en i topp som følge av Vierendeel-bøying
$\sigma_{bT}$	Spenningen i T-en i bunn som følge av Vierendeel-bøying
$\sigma_{RM}$	Spenningen over åpningen som følge av rent bøyemoment
$\sigma_{Tot}$	Summen av spenningene fra rent bøyemoment og Vierendeel-bøying

# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn

Stålbjelker er et vanlig bærende konstruksjonselement i bygninger og andre konstruksjoner. I ulike sammenhenger, og av ulike årsaker, kan det være hensiktsmessig å lage én eller flere åpninger i bjelkens steg slik som vist på Figur 1.1. Grunnen er som regel praktisk i form av at ventilasjonskanaler eller annet teknisk utstyr skal føres gjennom bjelken slik at etasjehøydene minimeres, men åpninger lages også på bakgrunn av estetiske og arkitektoniske årsaker. Er åpningene av betydelig størrelse vil de redusere både bjelkens stivhet, og bjelkens bærende kapasitet.



**Figur 1.1: Eksempel på rektangulære åpninger i bjelkesteget. Disse åpningene er avstivet over og under åpningen. [1]**

Frem til i dag har det ikke fantes et standardisert oppslagsverk for hvordan bjelker med åpninger i steget skal kontrolleres mot opptredende krefter. Den enkleste og mest brukte løsningen er som regel å designe seg ut av «problemet» ved å sette inn avstivende plater rundt åpningen for å hindre lokalt brudd. En slik tilnærming kan være fordyrende i de tilfeller hvor det viser seg å ikke være nødvendig å avstive åpningen.

Den europeiske standardiseringsorganisasjonen, CEN, har siden 2015 arbeidet med et nytt tillegg som skal utvide bruksområdet til EN 1993-1-1 og EN 1993-1-5, kalt EN 1993-1-13. Det nye tillegget inneholder de regnereglene og kravene som trengs for å behandle åpninger av en viss størrelse og utforming i både brudd- og bruksgrensetilstand. Per i dag eksisterer standarden som et draft, og vil først bli gyldig når det får et nasjonalt tillegg. EC3-1-13 vil få dette etter planen i 2026.

## 1.2 Mål og omfang

Formålet med oppgaven er å kontrollere om reglene i EC3-1-13 regner kapasiteten til bjelker med åpninger i steget på en tilfredsstillende nøyaktig måte. Med dette menes at kapasitetene som beregnes stemmer godt overens med den faktiske bæreevnen til bjelken. For å estimere bæreevnen, benyttes elementanalyser utført i Abaqus som er kalibrert opp mot laboratorieforsøk.

Temaet «bjelker med åpninger i steget» har tidligere vært behandlet i flere prosjekt- og masteroppgaver utført ved NTNU. Oppgavene har konkludert med at kapasiteten iht. EC3-1-13 for uavstivede åpninger mot den såkalte Vierendeel-bøyningen kan gi svært konservative resultater. På bakgrunn av dette, vil et av målene være å komme forslag til endringer i EC3-1-13 som gjør at Vierendeel-kapasiteten samsvarer bedre med resultater fra laboratorieforsøk og numeriske analyser.

## 1.3 Begrensninger

Ettersom formålet med oppgaven blant annet er å undersøke Vierendeel-bruddformen nærmere, vil oppgaven ekskludere åpninger som defineres som nærliggende iht. EC3-1-13. Om åpningene defineres som nærliggende blir gjennomgått i kapittel 3.11, og begrensningen er gjort for å hindre uønskede bruddformer.

Videre er følgende begrensninger satt:

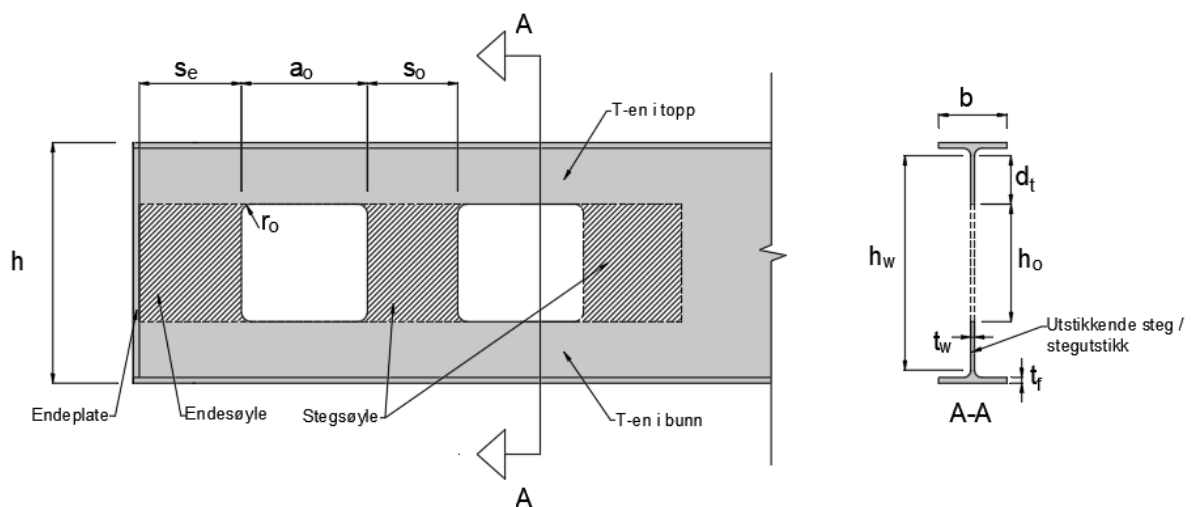
- Tverrsnittet til bjelkene er dobbeltsymmetrisk
- Åpningene er sentrisk plasserte og uavstivede
- Fokus på rektangulære åpninger, men også innslag av forlengede sirkulære geometrier
- Kun formlene for dimensjonering i bruddgrensetilstand er undersøkt



## 2 Litteraturstudie

### 2.1 Definisjoner og begreper

Som utgangspunkt for videre lesning, er det hensiktsmessig å definere et par begreper som er gjennomgående i teksten. Figur 2.1 viser en del av en bjelke med to rektangulære åpninger, samt tilhørende navn og notasjon på ulike tverrsnittsdeler. I tilfeller hvor det introduseres åpninger i bjelkesteget, vil dette føre til et effektivt tverrsnitt over åpningene, se snitt A-A. De T-formede delene over og under åpningene betegnes heretter som «T-er». For steget til T-ene benyttes begrepet «utstikkende steg» eller «stegutstikk», hvor lengden på det utstikkende steget betegnes  $d_t$ .



**Figur 2.1: Utklipp av en bjelke-ende med to rektangulære åpninger, og tilhørende notasjoner.**

Begrepet «endesøyle» benyttes til å beskrive steg-partiet mellom opplegget og åpningen nærmest det samme opplegget. «Stegsøyle» benyttes til å beskrive steg-partiet mellom to åpninger, eller steget ved siden av en åpning som ikke dekkes av begrepet endesøyle. Avstanden fra opplegg til kanten på nærmeste åpning betegnes  $s_e$ , mens kant-til-kant avstanden mellom to åpninger betegnes  $s_o$ . Lengden og høyden på åpningene betegnes henholdsvis  $a_o$  og  $h_o$ .

Begrepene «bæreevne» og «bruddlast» brukes om hverandre, og referer til den maksimale lasten bjelkene tåler fra enten praktisk forsøk eller elementanalyser. Disse skiller seg fra begrepene «kapasitet» eller «bruddkapasitet», som benyttes til å beskrive den maksimale belastningen bjelkene tåler beregnet iht. Eurokoden.

## 2.2 Tidligere arbeider

Det er tidligere gjort en rekke undersøkelser, forsøk og studier på bjelker med åpninger i steg. Allerede rundt 1960 er temaet diskutert som følge av at bjelker med åpninger ble mer og mer utbredt. Det ble da undersøkt hvordan man best kunne stive av åpninger utfra et kost-nytte-perspektiv, i tillegg til forskning som omhandlet hvordan spenningene fordeler seg rundt små åpninger av både rektangulær og sirkulær geometri [2]. På 1970-tallet la blant annet ASCE [3] og Redwood [4] grunnlaget for regnemetoder basert på tillatte spenninger og elastisk teori. Forskingen fortsatte på 1980- og 1990-tallet hvor blant annet Lawson [5], Darwin [6], Oehlers og Bradford [7] og Redwood og Cho [8] undersøkte åpninger på både vanlige stålbjelker og komposittbjelker. Videre har blant annet Chung et al [9] og Tsavdaridis og D'Mello [10] utført numeriske studier på stålbjelker med åpninger av varierende størrelse og form.

En lengre oppsummering av tidligere forskningslitteratur kan man blant annet finne i [9], [10] og [11]. I det følgende gis en kort oversikt over studier som er utført ved NTNU de siste årene.

### 2.2.1 Doktorgradsavhandling

I 2005 skrev Hagen [12] sin doktorgradsavhandling med tittelen *On the Shear Capacity of Steel Plate Girders with Large Web Openings*. Utgangspunktet for avhandlingen var at det på norske oljeplattformer ble brukt store oppsveiste bjelker med store åpninger i steget. Samtidig fantes det ingen standardiserte metoder å beregne kapasiteten til disse bjelkene, noe som førte til at det ble gjort antagelser og forenklinger basert på ingeniørmessig skjønn, og resulterte trolig i svært konservative løsninger. Formålet med avhandlingen var å lage et sett med retningslinjer og formler som gjorde det mulig å beregne kapasiteten til slike bjelker med større nøyaktighet og med minimal regneinnsats.

Hagen gjennomførte et parameterstudium hvor han blant annet utførte 260 ulike numeriske analyser på bjelker med ulike åpningsgeometrier og stegslankheter, med og uten stivere. Analysene ble gjennomført i elementprogrammet ABAQUS, hvor de numeriske modellene var kalibrert opp mot resultater fra tidligere laboratorieforsøk utført ved NTH i perioden 1979-1985.

Resultatet av arbeidet var et sett med retningslinjer og formler som beregnet kapasiteten til bjelker med opptil to store rektangulære, eller sirkulære, åpninger, med og uten stivere.

### 2.2.2 Masteroppgaver

Våren 2019 ble det skrevet to masteroppgaver som omhandler samme tema.

Marthinussen og Sandnes [13] skrev en oppgave med tittelen *Bjelker med rektangulære åpninger i steget*, mens Hovda og Hurum [11] skrev en oppgave med tittelen *Bjelker med sirkulære åpninger i steget*. Begge gruppene hadde som formål å undersøke dimensjoneringsreglene til datidens utkast av EC3-1-13. Det ble utført kapasitetsberegninger for et utvalg åpninger, som videre ble sammenlignet med resultater fra numeriske analyser kalibrert opp mot laboratorieforsøk.

Marthinussen og Sandnes [13] undersøkte regnereglene for bjelker med én og to rektangulære åpninger i steget. Analysene og laboratorieforsøket ble utført på en bjelke med dimensjoner vist i Tabell 2.1, med en belastning fra trepunktets bøyning. Til sammen kontrollerte de seks ulike kombinasjoner av åpninger, oppsummert i Tabell 2.2.

Master	L [mm]	h [mm]	b [mm]	t <sub>w</sub> [mm]	t <sub>f</sub> [mm]	r [mm]
Marthinussen og Sandnes	2800	392	110	6	9.4	12

**Tabell 2.1: Dimensjonen på bjelken benyttet i masteroppgaven til Marthinussen og Sandnes.**

	h <sub>o</sub> [mm]	a <sub>o</sub> [mm]	s <sub>e</sub> [mm]	s <sub>o</sub> [mm]
Én åpning	250	300	550	(-)
To åpninger	250	300	275	250
	250	300	200	400
	290	250	275	350
	290	250	305	290
	160	400	200	200

**Tabell 2.2: Oversikt over åpningsgeometriene Marthinussen og Sandnes analyserte.**

Marthinussen og Sandnes [13] konkluderte med at den såkalte Vierendeel-mekanismen (nærmere gjennomgått i kapittel 2.3.3) ble dimensjonerende for alle de undersøkte åpningsgeometriene, og at formlene i EC3-1-13 resulterte i konservative bruddkapasiteter for samtlige åpninger. For bjelken med én åpning, resulterte beregningene iht. EC3-1-13 i en bruddkapasitet tilsvarende ca. 60 % av bruddlasten funnet i forsøket.

Hovda og Hurum [11] undersøkte regnereglene for én, og to nærliggende, sirkulære åpninger. Analysene ble gjort på en bjelke med dimensjoner vist i Tabell 2.3, med en belastning fra firepunkts bøyning. Åpningsdiameteren varierte mellom 40 %, 57 %, 71 % og 78 % av bjelkehøyden. I undersøkelsene med én åpning, varierte avstanden fra opplegg til senter av åpningen,  $x_o$ , mellom 400 mm, 800 mm og 1400 mm. For beregningene av bjelker med to nærliggende åpninger, var avstanden fra opplegget til senter av åpningen lengst fra opplegget satt lik 800 mm, mens avstanden mellom åpningene,  $s_o$ , varierte mellom 10 %, 40 % og 70 % av huldiameteren.

Master	L [mm]	h [mm]	b [mm]	t <sub>w</sub> [mm]	t <sub>f</sub> [mm]	r [mm]
Hovda og Hurum	2800	350	100	5.6	8.5	12

**Tabell 2.3: Dimensjonen på bjelken benyttet i masteroppgaven til Hovda og Hurum.**

Konklusjonen til Hovda og Hurum [11] var at kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13 ofte ga gode estimater for tilfellene med én åpning. Men kapasitetene kunne være opptil 35 % lavere enn bruddlasten fra Abaqus i de tilfellene Vierendeel-mekanismen ble dimensjonerende, og elastisk kapasitetsberegning måtte benyttes. For tilfellene med to nærstående åpninger, underestimerte formlene i EC3-1-13 bruddlasten gjennomsnittlig med 26 %. De mest konservative resultatene var i de tilfellene hvor knekkingskapasiteten til stegsøylen mellom åpningene ble dimensjonerende, hvor kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13 var opp til 78 % under bruddlasten fra Abaqus.

### 2.2.3 Semesteroppgave

Grønland [14] skrev høsten 2020 en semesteroppgave med tittelen *Bjelker med to rektangulære åpninger plassert vertikalt over hverandre*. Dette var et rent numerisk studium som tok utgangspunkt i doktorgradsavhandlingen til Hagen [12] og masteroppgaven til Marthinussen og Sandnes [13]. Bakgrunnen for oppgaven var at

EC3-1-13 ikke behandler åpninger som står vertikalt over hverandre. Det ble utført numeriske analyser for å se om to åpninger konservativt kan sees på som én stor åpning, hvor høyden på den store åpningen settes som summen av høyden til de to små åpningene.

Analysene ble utført på en bjelke som var lik den Marthinussen og Sandnes [13] benyttet i sin masteroppgave. To åpninger som var 300 mm lange og 100 mm høye, ble plassert med 50 mm mellomrom vertikalt over hverandre, symmetrisk om bjelkens nøytralakse. Bruddlasten fra denne analysen ble deretter sammenlignet med bruddlasten til en bjelke med én åpning som var 300 mm langt og 200 mm høyt. Analysene viste at bæreevnen til bjelken modellert med to åpninger var ca. 10 % høyere enn bjelken som var modellert med én tilsvarende stor åpning. Med videre sammenligning mellom kapasiteten beregnet iht. EC3-1-13 og bruddlasten fra Abaqus, konkluderte Grønland med at EC3-1-13 underestimerer den dimensjonerende Vierendeel-kapasiteten med over 50 %.

## 2.3 Introduksjon av nye bruddformer

For bjelker uten åpninger i steget, vil man kunne beregne kapasiteten iht. EC3-1-1 og EC3-1-5. Ved bøyning om én akse, må disse bruddformene kontrolleres:

- Skjærbrudd
- Skjærknekking
- Bøyebrudd
- Vipping
- Stegknekking ved konsentrerte laster

Introduseres det åpninger i bjelkesteget, vil bjelken være utsatt for nye bruddformer i tillegg til de som er nevnt over. Bruddformene som kontrolleres i EC3-1-13 er:

- Skjærbrudd på grunn av redusert stegareal over åpningen
- Bøyebrudd over åpningen
- Vierendeel-bøyning
- Knekking av T-en i trykk som følge av bøyning over åpningen (ustabil T)
- Knekking av stegsøylen
- Skjær- og bøyebrudd av stegsøylen mellom to nærliggende åpninger

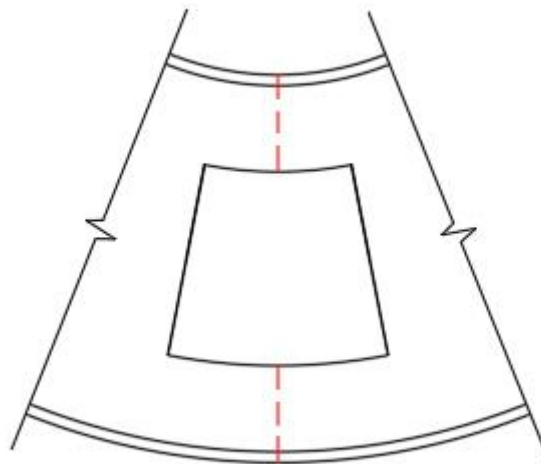
Hvilken bruddmekanisme som blir dimensjonerende, er sterkt avhengig av forholdet mellom momentet og skjærkraften ved åpningen. Således vil åpningenes geometri og plassering være av stor betydning for kapasiteten til bjelken. I det følgende gis en grundigere innføring av de nye bruddformene, og i hvilke tilfeller de er mest relevante.

### 2.3.1 Skjærbrudd over åpningen

Skjærkraften bæres hovedsakelig av bjelkesteget. Siden åpninger i steget reduserer stegtverrsnittet, vil skjærkapasiteten kunne bli betydelig svekket som følge av åpningene. I praksis vil denne bruddformen sjelden være dimensjonerende, men siden skjærkapasiteten reduseres over åpningen, vil skjærkraftens interaksjon med andre kapasiteter bli større på grunn av en større skjærutnyttelse.

### 2.3.2 Bøyebrudd over åpningen

Momentkapasiteten til en bjelke er i liten grad avhengig av stegarealet. Bjelker med åpninger i steget vil derfor ikke ha en betydelig svekket momentkapasitet sammenlignet med bjelker uten åpninger. Bruddformen vil kunne være dimensjonerende i de tilfeller hvor åpningen er plassert der bjelken blir påført ren bøyning, og kjennetegnes ved at T-en over og under åpningen plastifiseres, se Figur 2.2.

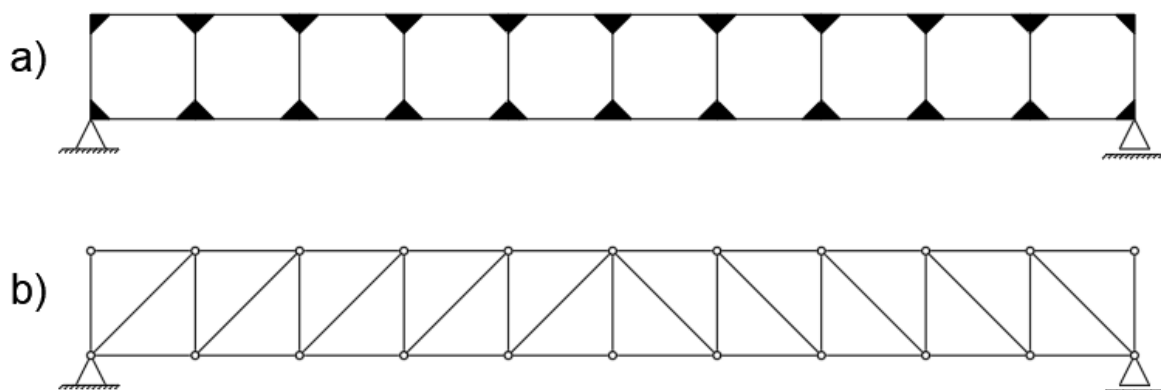


**Figur 2.2: Eksempel på en rektangulær åpning hvor bøyebrudd (markert rødt) blir dimensjonerende. Åpningen er plassert der bjelken utsettes for ren bøyning ( $V=0$ ).**

### 2.3.3 Vierendeel-bøyning

Dersom åpningen utsettes for skjærkrefter vil det kunne oppstå noe som kalles for Vierendeel-brudd. Bruddformen har samme navn som en type fagverk kalt Vierendeel, se Figur 2.3 a), på grunn av likheten til bruddformen et slikt fagverk er utsatt for.

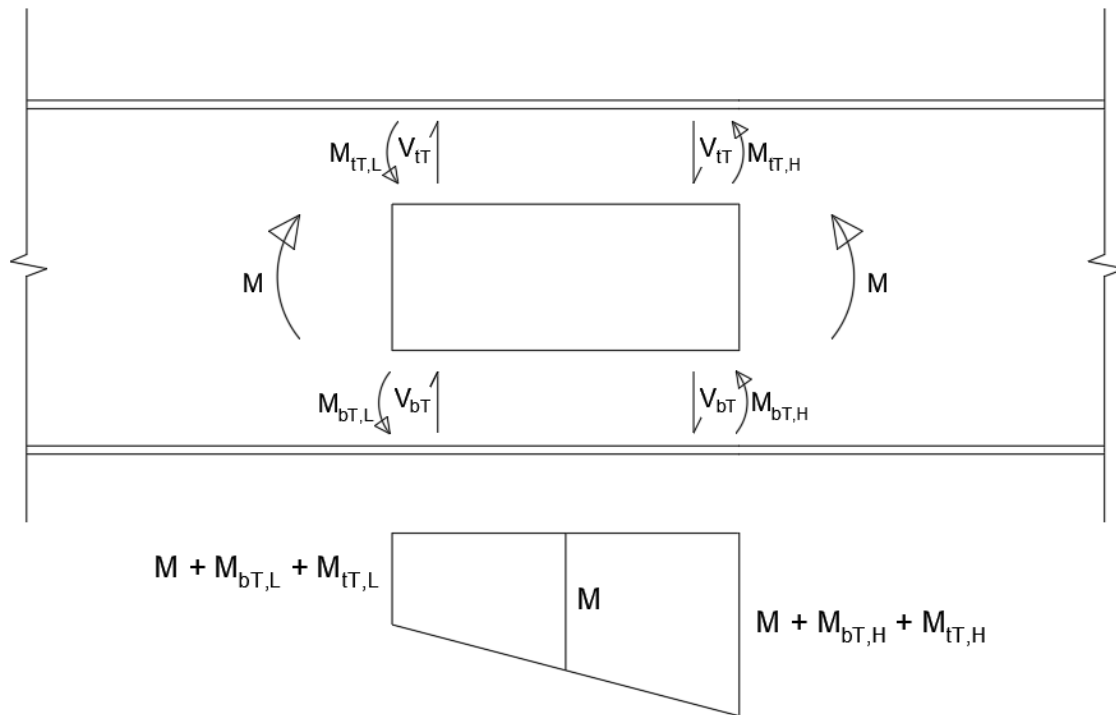
Vierendeel-fagverket kjennetegnes ved at det kun har vertikale staver som forbinder over og undergurtene, og har ikke diagonale staver som i et tradisjonelt fagverksystem, eksemplifisert på Figur 2.3 b) [15]. Når de diagonale stavene fjernes, må knutepunktene være momentstive, og skjærkreftene bæres av over- og undergurtene. Dette vil fremkalle lokale bøyningmomenter i gurtene, og kalles Vierendeel-bøyning.



**Figur 2.3: Fagverk a) er et Vierendeel-fagverk uten diagonalstaver og med momentstive knutepunkter. Fagverk b) er et eksempel på et tradisjonelt fagverk med diagonalstaver hvor alle knutepunktene er leddlagret.**

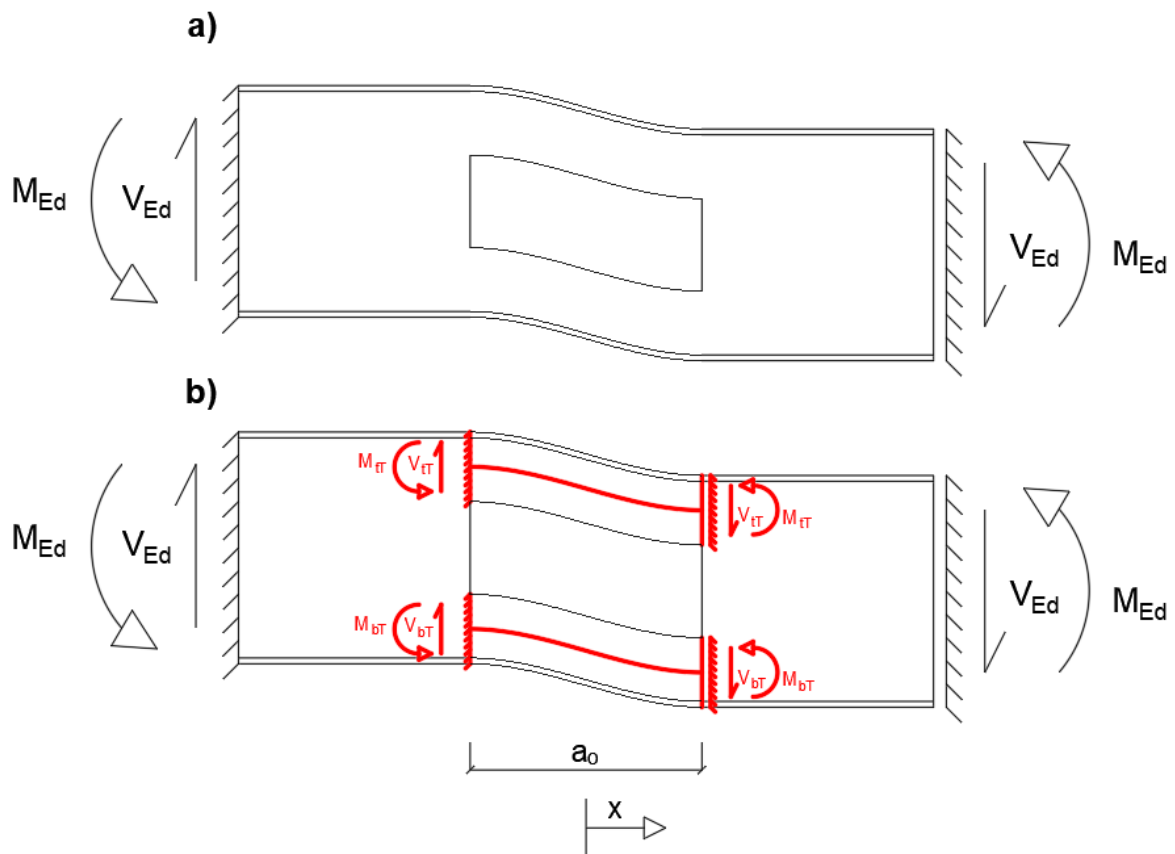
Tilsvarende som for Vierendeel-fagverk, må skjærkreftene bæres av T-ene dersom det innføres åpninger i bjelkesteget, og dermed introdusere lokale momenter i T-ene,

heretter kalt T-momenter. I tillegg vil det statiske bjelkemomentet bæres av et rent bøyemoment over åpningen. Det rene bøyemomentet vil virke om nøytralaksen til det totale effektive tverrsnittet, mens T-momentene,  $M_{tT,L}$ ,  $M_{bT,L}$ ,  $M_{tT,H}$  og  $M_{bT,H}$ , vil virke om T-enes respektive nøytralakser, se Figur 2.4. Subindeksene «t» og «b» står for henholdsvis T-en i topp og bunn, mens «L» og «H» står for henholdsvis enden av åpningen med lavt og høyt bjelkemoment. Dersom T-momentene superponeres med det rene bøyemomentet over åpningen, skal resultatet være det statiske momentdiagrammet over åpningen som vist på Figur 2.4.



**Figur 2.4: Oversikt over momenter og skjærkrefter som virker over åpningen, samt det resulterende globale momentdiagrammet.**

Figur 2.5 a) viser en bjelke hvor fordelingen av skjærkreftene og T-momentene er statisk ubestemt. For å estimere fordelingen av skjærkreftene og momentene i T-ene, må dette statiske systemet forenkles til det statiske systemet gitt i Figur 2.5 b). Denne antagelsen medfører at T-momentene i senter av åpningen blir lik null. Videre antas det at skjærkreftene fordeles proporsjonalt med hensyn til skjærarealene til de respektive T-ene.



**Figur 2.5: a) viser et statisk system med null moment i midten av åpningen. b) viser det antatte statisk systemet for estimering av T-momentene.**

Med disse antagelsene vil T-momentet i topp,  $M_{tT}$ , og T-momentet bunn,  $M_{bT}$ , være gitt som:

$$M_{tT}(x) = V_{tT} \cdot \frac{x}{2} \quad (2.1)$$

$$M_{bT}(x) = V_{bT} \cdot \frac{x}{2} \quad (2.2)$$

Der  $V_{bT}$  og  $V_{tT}$  er skjærkreftene som fordeles til henholdsvis T-en i topp og bunn, og  $x$  er avstanden fra senter av åpningen til det respektive snittet. Når T-momentene er estimert, vil spenningene som følge av T-momentene være gitt som:

$$\sigma_{tT}(z_{tT}, x) = \frac{M_{tT}(x)}{I_{tT}} \cdot z_{tT} \quad (2.3)$$

$$\sigma_{bT}(z_{bT}, x) = \frac{M_{bT}(x)}{I_{bT}} \cdot z_{bT} \quad (2.4)$$



Der  $z_{tT}$  og  $z_{bT}$  er avstanden fra T-enes respektive nøytralakser til fiberet man ønsker å finne spenningen, mens  $I_{tT}$  og  $I_{bT}$  er annet arealmoment for henholdsvis T-en i topp og bunn om deres respektive nøytralakser.

For at superponeringen av det rene bøyemomentet over åpningen og T-momentene skal resultere i det globale bjelkemomentet på Figur 2.4, må det rene bøyemomentet,  $M$ , hentes fra senter av åpningen. Spenningene som følge av det rene bøyemomentet,  $\sigma_{RM}$ , vil dermed være gitt som:

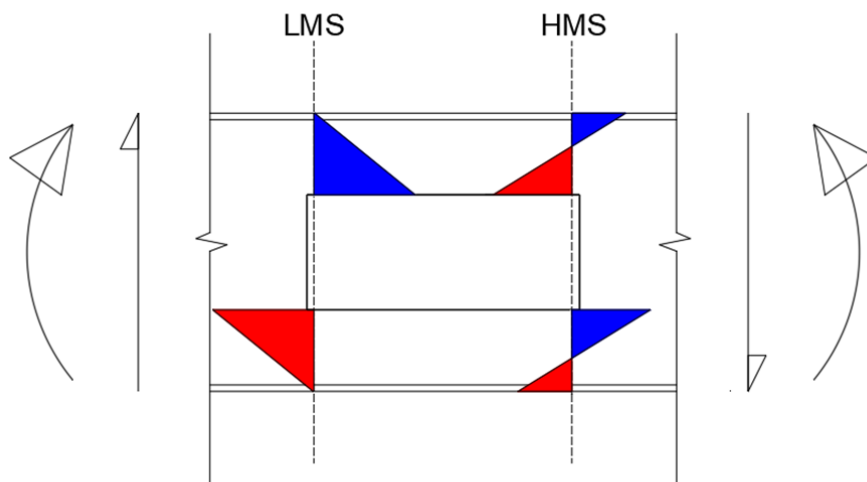
$$\sigma_{RM}(z) = \frac{M}{I_o} \cdot z \quad (2.5)$$

Der  $I_o$  er bjelkens effektive annet arealmoment, som antas å være konstant over åpningens lengde. Subindeks «RM» står for rent bøyemoment. Ettersom momentet hentes fra senter av åpningen, og  $I_o$  antas konstant, er  $\sigma_{RM}$  uavhengig av  $x$ .

For å finne de totale spenningene i et snitt over åpningen, adderes spenningene fra det rene bøyemomentet og T-momentene:

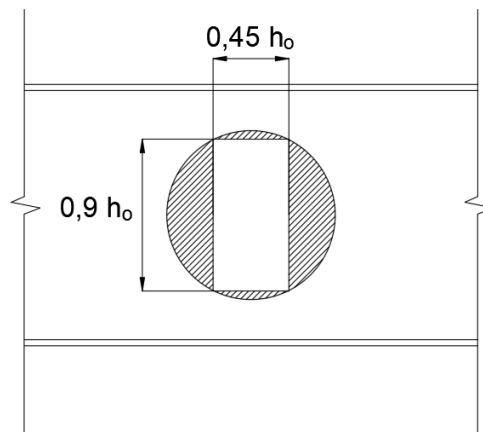
$$\sigma_{tot} = \sigma_T + \sigma_{RM} \quad (2.6)$$

Ettersom spenningene fra T-momentene,  $\sigma_T$ , er avhengig av nøytralaksen til T-ene, mens spenningene som følge av det rene bøyemomentet er avhengig av det totale effektive tverrsnittet, vil vanligvis de største elastiske spenningene oppstå ved siden med lavest bjelkemoment. Figur 2.6 illustrerer en spenningsfordeling i T-ene på både lav-moment-siden, LMS, og høy-moment-siden, HMS, hvor de røde og blå fargene symboliserer henholdsvis strekk- og trykkspenninger. Figuren viser at de største spenningene over åpningen opptrer i stegutstikkene på LMS, mens de største spenningene i flensene opptrer på HMS.



**Figur 2.6: Eksempel på totale spenninger i T-ene på lav-moment-siden og høy-moment-siden.**

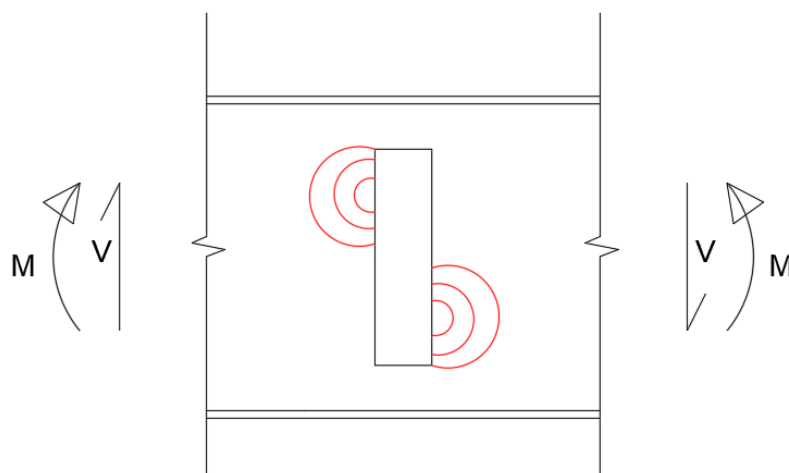
De elastiske spenningene i en T kan relativt enkelt estimeres for rektangulære åpninger, ettersom T-enes tverrsnitt er konstant over åpningen. Sirkulære åpninger derimot, er vanskeligere å analysere ettersom T-enes tverrsnitt varierer over åpningen, og dermed også skjær-moment-interaksjonen. I design retningslinjene fra Redwood [4] var det foreslått at sirkulære åpninger kan sees på som ekvivalente rektangulære åpninger. Den ekvivalente rektangulære åpningen har, som illustrert på Figur 2.7, en høyde lik  $0,9h_o$  og en bredde lik  $0,45h_o$ , hvor  $h_o$  er diameteren av den sirkulære åpningen. Antagelsen baserer seg på forsøk Redwood utførte på 1960-tallet, hvor det ble observert at de største spenningene oppstod i de vertikale snittene en slik ekvivalent rektangulær åpning danner.



**Figur 2.7: Dimensjonen på den ekvivalente rektangulære åpningen til en sirkulær åpning.**

#### 2.3.4 Lokal knekking av steg ved siden av åpning

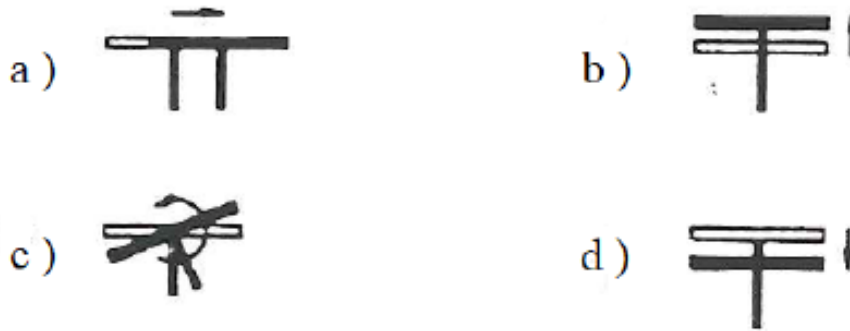
Åpninger i steget vil føre til at steget ved siden av åpningen får en fri rand, og gjør steget mer utsatt for lokal knekking. I litteraturen er knekkingsfenomenet for rektangulære åpninger referert til som lokal knekking i to hjørner [12]. Denne bruddformen blir ofte dimensjonerende i tilfeller hvor steget har høy slankhet, samtidig som åpningene er høye og korte, se Figur 2.8.



**Figur 2.8: Illustrasjon av en åpning der knekking av stegsøylen er begrensende.**

### 2.3.5 Ustabil T

I tilfeller hvor åpningen er lang og høy, samt utsatt for et høyt M/V-forhold, kan T-en som er i trykk fra det rene bøyemomentet være så slank at den blir ustabil og knekker ut. Figur 2.9 viser mulige knekkformer av T-en, hvor knekkformen avhenger blant annet av lengden på åpningen, og forholdet i slankhet mellom flensen og det utstikkende steget. Knekkform d) vil ifølge Eurokodens bakgrunnsdokumenter ofte bli dimensjonerende i praksis ettersom tverrsnittsarealet til T-ene ofte domineres av flensarealet.



**Figur 2.9: Mulige knekkformer for T-en i trykk. [12]**



## 3 Gjennomgang av EC3-1-13

### 3.1 Introduksjon

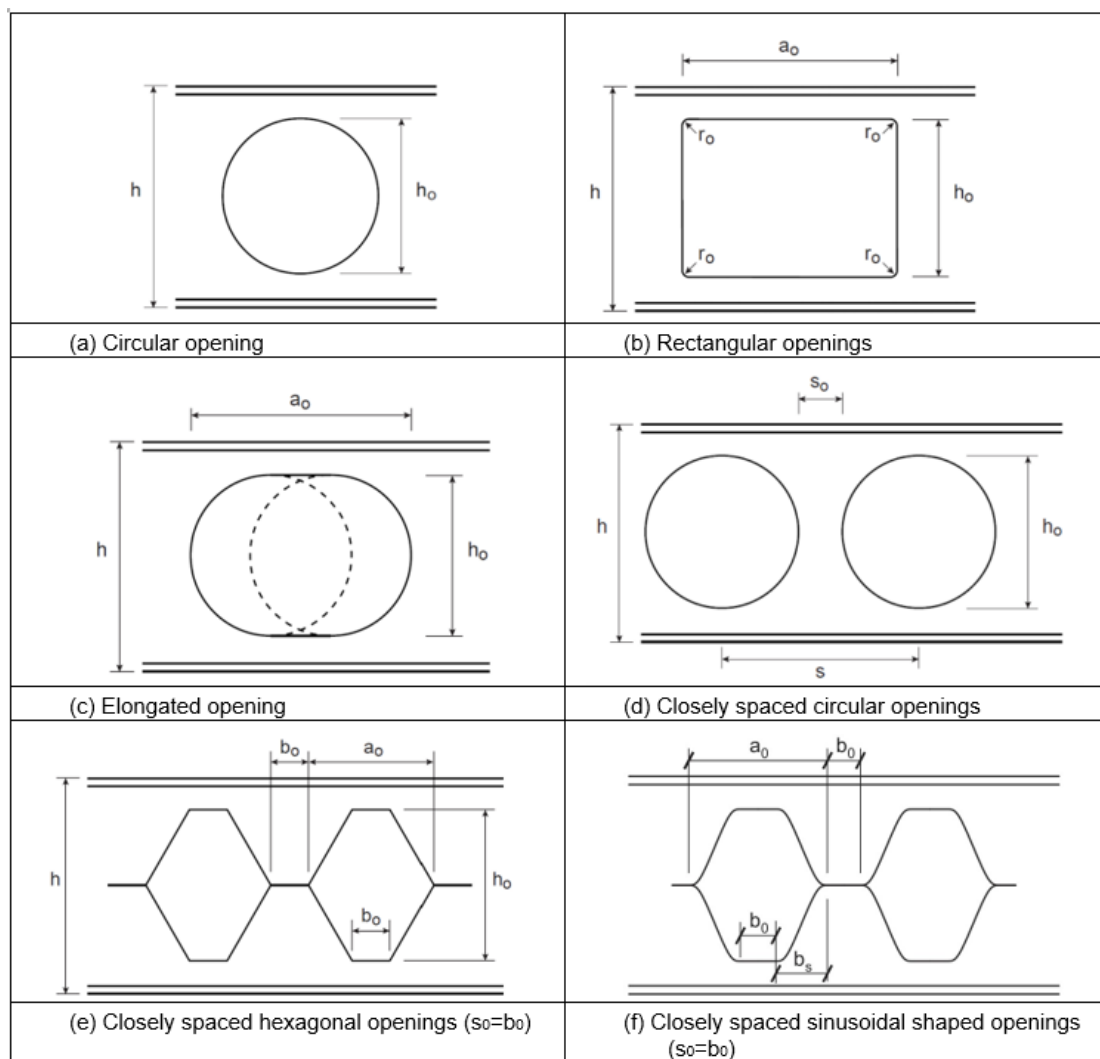
I dette kapitlet vil de mest sentrale delene av EC3-1-13 bli gjennomgått, og primært omhandle de punktene i standarden som er benyttet i denne oppgaven. Gjennomgangen vil være kronologisk oppbygd slik som punktene står i Eurokoden. Deloverskriftene forklarer hva delkapittelet handler om, og tallet i parentes henviser til punktet hvor informasjonen er hentet fra i standarden. For ytterligere informasjon og presiseringer henvises det til EC3-1-13 [16].

### 3.2 Omfang (1.2)

EC3-1-13 gir supplerende bestemmelser til det som dekkes av EC3-1-1 og EC3-1-5. Punktlisten under gir en oversikt over generelle begrensninger for når tillegget kan, og ikke kan, brukes:

- Gjelder for både sveiste og valsede stålprofiler
- Gjelder kun for I- og H-profiler som er symmetrisk om svak akse
- Gjelder kun for bjelker med konstant tverrsnitt
- Gjelder ikke for bjelker som er buet
- Gjelder for både avstivede og uavstivede åpninger
- Steget må innfri slankhetskravet  $\frac{h_w}{t_w} \leq 121\epsilon$
- Dekker ikke utmatting
- Dekker ikke branndimensjonering
- Dekker ikke knekking som følge av ren aksiallast

Punkt 1.2.2 gir en oversikt over hvilke hullegeometrier som dekkes av tillegget, og er vist i Figur 3.1 nedenfor:



**Figur 3.1: Oversikt over ulike hullgeometrier som dekkes av EC3-1-13. Figuren er en kopi av figur 1.1 i EC3-1-13.**

### 3.3 Åpninger som ikke er nødvendig å kontrollere (4.1 (4))

I kapittel 2.3 ble det listet opp hvilke nye bruddformer som kan oppstå i bjelker med åpninger i steget, men disse bruddformene er kun aktuelle for åpninger av en viss størrelse og plassering. Punkt 4.1 (4) åpner for at man ikke trenger å kontrollere disse bruddformene, med unntak av skjærkapasiteten over åpningen, for små åpninger som er langt fra hverandre. Om åpninger ansees for å være langt fra hverandre iht. EC3-1-13, er definert i kapittel 3.11.

Alle åpningsgeometrier vist på Figur 3.1, med unntak av sirkulære, defineres som små i tilfeller hvor  $\text{Max}(h_o; a_o)/h < 0,3$ ,  $e_o < 0,1h$  og  $\frac{h_w}{t_w} \leq 72\varepsilon$ , der  $e_o$  er eksentrisiteten til åpningen i forhold til bjelkens nøytralakse. Det samme gjelder for sirkulære åpninger, men her gjelder  $\text{Max}(h_o; a_o)/h < 0,4$ .

### 3.4 Toleranser (4.3)

For bjelker med åpninger i steget skal toleransekravene i EN 1090-2 overholdes. Åpningsdimensjonene skal ikke overgå de nominelle dimensjonene med mer enn 5 mm. For rektangulære åpninger skal åpningen forbores i hjørnene før resten av åpningen

lages. Hjørneradien skal ikke være mindre enn 10 mm for å hindre store lokale spenningskonsentrasjoner i hjørnene.

### 3.5 Tverrsnittsklassifisering

Klassifisering av tverrsnittsdeler er en viktig del av dimensjoneringsprosessen, og setter føringen for om man kan regne plastisk eller elastisk kapasitet. I tilfeller hvor man kan utnytte bjelkens plastiske kapasitet, tillater man belastning som gir varige deformasjoner, og vil da kunne få betydelig større kapasitet enn om den må begrenses til den elastiske. EC3-1-13 klassifiserer T-enes tverrsnitt ulikt for globalt moment og Vierendeel-bøyning.

#### 3.5.1 Klassifisering ifb. global bøyning (7.4)

Etter punkt 7.4(1) skal alle utstikk, dvs. flensen og steget til T-ene, klassifiseres iht. grensene gitt i tabell 5.2 i EC3-1-1 for utstikkende flenser i rent trykk.

Er flensen i tverrsnittsklasse 1 eller 2, kan utstikkende steg som er i tverrsnittsklasse 3, klassifiseres som tverrsnittsklasse 2 dersom høyden av stegutstikket settes lik grenseverdien til klasse 2.

Er flensen i tverrsnittsklasse 1,2 eller 3, kan utstikkende steg som er i tverrsnittsklasse 4, klassifiseres som tverrsnittsklasse 3 dersom høyden av stegutstikket settes lik grenseverdien til klasse 3.

I tilfeller hvor flensene også er i tverrsnittsklasse 4, kan disse klassifiseres som tverrsnittsklasse 3 ved å sette bredden lik grenseverdien til klasse 3.

#### 3.5.2 Klassifisering ifb. Vierendeel-bøyning (7.5)

I Vierendeel-bøyning klassifiseres flensene på lik linje som for global bøyning. Stegutstikket vil dog klassifiseres på bakgrunn av stegutstikkets høyde,  $d_t$ , og den effektive lengden av åpningen,  $a_{eff}$ . Tabell 3.1 viser de effektive åpningslengdene for ulike åpningsgeometrier, og er gitt i punkt 7.5 (4).

Åpningsgeometri	$a_{eff}$
Rektangulære	$a_o$
Sirkulære og heksagonale	$0,7h_o$
Forlengt sirkulære	$a_o - 0,3h_o$
Sinusformede	$b_o + 0,5b_s$

**Tabell 3.1: Effektive åpningslengder for ulike åpningsgeometrier definert i punkt 7.5 (4).**

Stegutstikk som er i tverrsnittsklasse 3 iht. tabell 5.2 i EC3-1-1, kan man behandle som om er i tverrsnittsklasse 2, og utnytte T-enes plastiske momentkapasitet. Dersom  $a_{eff} \leq 32t_w \varepsilon$ , kan den plastiske momentkapasiteten beregnes på bakgrunn av T-ens fulle tverrsnitt. Er derimot  $a_{eff} > 32t_w \varepsilon$  må man begrense stegutstikkets høyde til:

$$d_{teff} = \min \left( d_t, \frac{10t_w \varepsilon}{\sqrt{1 - \left( \frac{32t_w \varepsilon}{a_{eff}} \right)^2}} \right) \quad (3.1)$$

Tilsvarende kan stegutstikk som etter EC3-1-1 er i tverrsnittsklasse 4, behandles som om er i tverrsnittsklasse 3. Dersom  $a_{eff} \leq 36t_w \varepsilon$  kan T-ens elastiske kapasitet beregnes på bakgrunn av T-ens fulle tverrsnitt. Dersom  $a_{eff} > 36t_w \varepsilon$ , må stegutstikkets effektive lengde settes lik:

$$d_{teff} = \min \left( d_t, \frac{14t_w \varepsilon}{\sqrt{1 - \left(\frac{36t_w \varepsilon}{a_{eff}}\right)^2}} \right) \quad (3.2)$$

I tilfeller hvor flensen er i tverrsnittsklasse 4, settes bredden av flensutstikkene i trykk lik grenseverdien til tverrsnittsklasse 3 i EC3-1-1. Vierendeel-kapasiteten til T-ene begrenses da til den elastiske.

Som tidligere forklart i kapitel 2.3.3, og illustrert på Figur 2.6, vil den elastiske spenningsfordelingen variere over T-enes tverrsnitt. Dette kan man ifølge punkt 7.5 (8) hensynta, og øke grenseverdien til de ulike tverrsnittsklassene.

### 3.6 Grenseverdier for uavstivede åpninger (8.1.2)

Tabell 3.2 gir en oversikt over maksimal tillatt størrelse på uavstivede åpninger. Tabellen viser også minimumsavstanden mellom nærliggende åpninger, og minimumshøyder på T-en i trykk og T-en i strekk. Størrelsene gjelder åpningskonfigurasjonene vist i Figur 3.1.

Shape of opening	Maximum opening height, $h_o$	Maximum opening length, $a_o$	Minimum edge to edge spacing, $s_o$	Minimum depth of Tee	
				Tee in compression	Tee in tension
Circular	$0,8h$	-	$0,1 h_o$	$t_f + r + 10$ mm	$t_f + r + 10$ mm
Hexagonal	$0,75h$	$1,5 h_o$	$0,25 h_o$	and $\geq t_f + 30$ mm	and $\geq t_f + 30$ mm
Rectangular	$0,75h$	$2,5 h_o$	$0,5a_o$ and $\geq h_o$	$a_o/12$ and $\geq 0,1h$	$0,1h$
Elongated circular	$0,8h$	$3 h_o$	$0,25a_{eff}$ and $\geq 0,5h_o$	$a_{eff}/12$	$t_f + r + 10$ mm and $\geq t_f + 30$ mm
Sinusoidal	$0,8h$	$5 h_o$	$0,25 h_o$	$a_{eff}/12$	

**Tabell 3.2: Oversikt over begrensningene EC3-1-13 setter til størrelse og plassering på åpningene. Tabellen er en kopi av tabell 8.1 i EC3-1-13.**

Grenseverdiene i Tabell 3.2 baserer seg blant annet på praktiske erfaringer for økonomisk design. Minimumshøyden av T-en i trykk skal sørge for at den største tiltatte slankheten ikke fører til store stabilitetsproblemer, mens minimumsgrensen av T-en i strekk er satt for at den skal kunne overføre noe kraft over åpningen. Videre vil en begrensning av maksimal åpningslengde sørge for at relative deformasjoner over åpningen ikke blir for store. [17]



### 3.7 Skjærkapasitet (8.2)

Skjærkapasiteten ved åpningen skal alltid tilfredsstille følgende:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{o,pl,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.3)$$

Skjærkapasiteten over åpningen er betegnet som  $V_{o,pl,Rd}$  og er tatt som summen av skjærkapasiteten til T-en over og under åpningen, se formel (3.4). Subindeksene «b» og «t» viser til henholdsvis T-en i topp, og T-en i bunn.

$$V_{o,pl,Rd} = V_{pl,Rd,b} + V_{pl,Rd,t} \quad (3.4)$$

Dersom bjelken har et symmetrisk tverrsnitt, kan formel (3.5) benyttes. Skjærkapasiteten over åpningen settes lik skjærkapasiteten til brutto tverrsnitt, fratrukket skjærkapasiteten til arealet tilsvarende åpningens tverrsnitt.

$$V_{o,pl,Rd} = \left[ V_{pl,Rd} - \frac{h_o t_w f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} \right] \quad (3.5)$$

Videre skal ikke skjærkapasiteten,  $V_{o,pl,Rd}$ , overgå skjærknekkingskapasiteten,  $V_{b,w,Rd}$ , gitt i EC3-1-5.

Tilsvarende som i EC3-1-1, må man hensynta interaksjonen mellom skjær og andre kapasiteter i tilfeller hvor  $\frac{V_{Ed}}{V_{o,pl,Rd}} > 0,5$ . Dette kan gjøres på to måter:

- 1) Man kan redusere flytespenningen i sin helhet:

$$f_{y,red} = f_y [1 - \rho] \quad (3.6)$$

Hvor  $\rho = \left( \frac{2V_{Ed}}{V_{o,pl,Rd}} - 1 \right)^2$ . Denne reduserte flytespenningen må benyttes videre i alle kapasitetskontroller.

- 2) Alternativt kan stegtykkelsen reduseres i tilfeller hvor det samlede stegarealet til T-ene minimum er 70 % av det totale effektive skjærarealet ved åpningen. Stegtykkelsen,  $t_w$ , kan da reduseres med en faktor tilsvarende  $[1 - \rho]$ , dvs.:

$$t_{w,red} = t_w [1 - \rho] \quad (3.7)$$

Det vil være gunstig å redusere stegtykkelsen heller enn flytespenningen i de tilfeller hvor dette er mulig - spesielt for momentkapasiteten over åpningen. Årsaken er at redueringen av flytespenningen er tilnærmet ekvivalent med å redusere tverrsnittsarealet av både flensen og steget. Dermed vil tilsvarende reduisering, men kun av stegtykkelsen, gi et større effektivt tverrsnittsareal, samt føre til at nøytralaksene til T-ene flytter seg nærmere deres respektive flenser, og dermed øke indre momentarm.

### 3.8 Momentkapasitet ved åpningen (8.3.1)

Momentkapasiteten ved senter av åpningen skal alltid tilfredsstillende følgende kriterium:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{o,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.8)$$

Der  $M_{Ed}$  er dimensjonerende moment i senter av åpningen, og  $M_{o,Rd}$  er momentkapasiteten til det effektive tverrsnittet i senter av åpningen. For T-er i tverrsnittsklasse 1 eller 2, gir EC3-1-13 følgende formel for å regne ut den plastiske momentkapasiteten over åpningen:

$$M_{o,pl,Rd} = (h - z_b - z_t) \cdot \min(A_{bT}f_{y,bT}; A_{tT}f_{y,tT}) / \gamma_{M0} \quad (3.9)$$

Der  $A_{tT}$ ,  $f_{y,tT}$ ,  $A_{bT}$  og  $f_{y,bT}$  viser til tverrsnittsarealet og flytespenningen til henholdsvis T-en i topp, og T-en i bunn.  $z_b$  og  $z_t$  er avstanden fra T-enes tyngdepunkt til ytterkant av T-enes respektive flenser. Formelen tar dermed hensyn til at åpninger kan stå eksentrisk plassert i forhold til bjelkens nøytralakse, og at det er benyttet ulik stålkvalitet for ulike tverrsnittsdeler. En eventuell reduksjon som følge av skjær skal også hensyntas.

For T-er med flenser i tverrsnittsklasse 1 eller 2, og stegutstikk i klasse 3, kan man beregne plastisk momentkapasitet ved å begrense høyden av stegutstikket til T-en i trykk til klasse 2-grensen for utstikkende flenser i rent trykk.

For T-er i tverrsnittsklasse 4 må man beregne elastisk momentkapasitet for tverrsnittet. For T-en i trykk, må bredden av flensen og høyden av stegutstikket begrenses til klasse 3-grensen for utstikkende tverrsnittsdeler i rent trykk.

### 3.9 Kneking av T-en i trykk (8.3.2)

I tilfeller med relativt lange åpninger, må T-ens stabilitet i trykk undersøkes.

Åpningen defineres som lang i de tilfeller hvor den effektive åpningslengden,  $a_{eff}$ , oppfyller følgende:

$$a_{eff} > 6h_T \varepsilon \left( \frac{M_{o,Rd}}{M_{Ed}} \right)^{0.5} \quad (3.10)$$

Der  $h_T$  er høyden av T-en i trykk som følge av momentet  $M_{Ed}$ .

Om åpningen anses som lang eller ikke, er sterkt avhengig av momentutnyttelsen ved åpningen. Dette kommer av at momentet bæres som aksialkrefter i T-ene, og en lav utnyttelse av momentet gir tilsvarende liten aksialutnyttelse. Det dermed ikke nødvendig å kontrollere T-en i trykk for kneking iht. punkt 8.3.2 (2) dersom momentutnyttelsen over åpningen er liten.

Punktet vil dermed være mest relevant for høye og lange åpninger ettersom at T-ene blir mer slanke. Også lange bjelker, dvs. hvor L/h-forholdet er høyt, og hvor plasseringen av åpningen fører til et høyt M/V-forhold ved åpningen, er mer utsatt for denne bruddformen. Videre vil eksentrisk plasserte hull, der eksentrisiteten medfører at T-en i trykk blir relativt mindre sammenlignet med T-en i strekk, være spesielt utsatt.

Dersom åpningen anses som lang etter formel **(3.10)**, beregnes knekkingskapasiteten til T-en etter følgende formel:

$$\frac{N_{T,Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{0,4M_{T,Ed} + M_{add,Ed}}{M_{T,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.11)$$

Her er  $N_{T,Ed}$  den dimensjonerende aksialkraften i T-en i trykk som følge av det globale momentet og en eventuell aksiallast i bjelken.  $N_{b,Rd}$  er knekkingskapasiteten til T-en i trykk, og beregnes med utgangspunkt i en knekkklengde lik  $0,5a_{eff}$ , og med en bruddforskyvning i stegplanet, se Figur 2.9 b) og d).  $M_{T,Rd}$  er T-ens momentkapasitet i stegplanet i senter av åpningen, og  $M_{add,Ed}$  er et bøyingsbidrag som følge av en jevnt fordelt belastning over den effektive lengden,  $a_{eff}$ , hvor T-en antas fast innspent i begge ender.  $M_{T,Ed}$  beregnes etter formel **(3.12)**, og er et momentbidrag som følge av skjærkraften som virker over åpningen, og andre ordens effekter knyttet til forskyvninger av T-ens ender i forhold til hverandre.

$$M_{T,Ed} = \frac{V_{Ed}a_{eff}}{4} + N_{T,Ed} \cdot \frac{2w_{vier,add}}{2} \quad (3.12)$$

### 3.10 Vierendeel-bøyning (8.4)

Kapasiteten mot Vierendeel-bøyning kontrolleres i EC3-1-13 i form av en skjærkapasitet, kalt  $V_{Vier,Rd}$ . Formel **(3.13)** kommer av antagelsen om å se på T-ene over og under åpningen som innspennte bjelker, og er tidligere gjennomgått i kapittel 2.3.3. Bjelketeori gir da et innspenningsmoment ved enden,  $M_{T,Ed}$ , lik  $V_{T,Ed} \cdot a_{eq}/2$ , hvor  $V_{T,Ed}$  er skjærkraften i den ene T-en, og  $a_{eq}/2$  er avstanden fra senter av åpningen til enden. Løst med hensyn på  $V_{T,Ed}$ , blir skjærkapasiteten i én T lik  $2M_{T,Rd}/a_{eq}$ . Summen skjærkapasitetene til T-en i topp og bunn blir da:

$$V_{Vier,Rd} = (2M_{NV,bT,Rd} + 2M_{NV,tT,Rd})/a_{eq} \quad (3.13)$$

Her er  $M_{NV,bT,Rd}$  og  $M_{NV,tT,Rd}$  momentkapasitetene til henholdsvis T-en i topp og T-en i bunn redusert med hensyn til skjær- og aksialkraft. Den ekvivalente åpningslengden er avhengig av hvilken hullgeometri som undersøkes, og kommer av at formel **(3.13)** er utledet med utgangspunkt i rektangulære åpninger. Som forklart i kapittel 2.3.3 kan alle hullgeometrier gjøres om til ekvivalente rektangulære åpninger når Vierendeel-kapasiteten beregnes, hvor den effektive størrelsen på åpningen tas fra Tabell 3.3 nedenfor.

Shape of opening	Equivalent opening length, $a_{eq}$	Equivalent opening height, $h_{eq}$
Rectangular	$a_o$	$h_o$
Circular	$0,45 h_o$	$0,9 h_o$
Elongated	$a_o - 0,55 h_o$	$0,9 h_o$
Hexagonal	$b_o + 0,25 h_o$	$h_o$
Sinusoidal	For $h_o \leq 2b_s$ : $a_{eq} = b_o + 2b_s - 0,5 h_o$	$h_o$

**Tabell 3.3:** Alle åpningsgeometrier kan behandles som ekvivalente rektangulære åpninger. Tabellen er en kopi av tabell 8.3 i EC3-1-13.

Momentkapasiteten,  $M_{NV,T,Rd}$ , i formel (3.13), beregnes ulikt for ulike tverrsnittsklasser. For T-er som behandles som tverrsnittsklasse 1 og 2, beregnes plastisk kapasitet etter formel (3.14).

$$M_{NV,T,Rd} = M_{T,pl,Rd} \left( 1 - \left( \frac{N_{m,Ed}}{N_{T,pl,Rd}} \right)^2 \right) \quad (3.14)$$

Her er  $M_{T,pl,Rd}$  den plastiske momentkapasiteten til T-en redusert med hensyn til skjær, samtidig som at høyden av stegutstikket er begrenset av formel (3.1) dersom  $a_{eff} > 32t_w \varepsilon$ . Videre er  $N_{m,Ed}$  den dimensjonerende aksiallasten i T-ene som følge av det statiske momentet i senter av åpningen.  $N_{T,pl,Rd}$  er den plastiske aksialkapasiteten til T-ene mot rent trykk, redusert med hensyn til skjær, der stegutstikkets høyde begrenses til klasse 2-grensen for utstikkende flenser i rent trykk. Momentkapasiteten,  $M_{NV,T,Rd}$ , blir deretter redusert med et annet ordrens ledd i samsvar med plastisk teori og nedre grenseteorem [18].

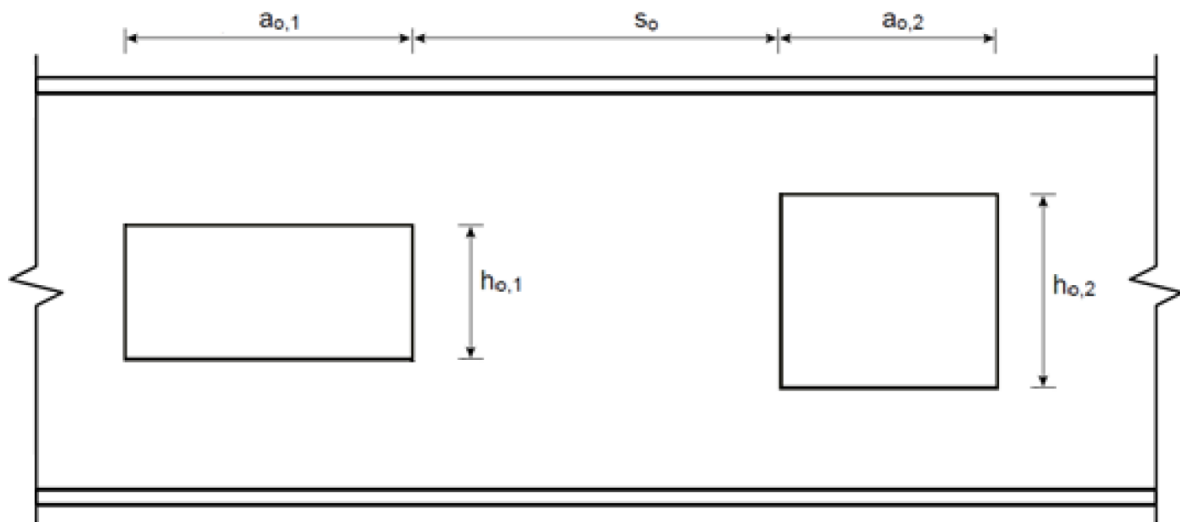
For T-er som behandles som tverrsnittsklasse 3 og 4, beregnes den elastiske kapasiteten etter formel (3.15).

$$M_{NV,T,Rd} = M_{T,el,Rd} \left( 1 - \left( \frac{N_{m,Ed}}{N_{T,el,Rd}} \right) \right) \quad (3.15)$$

Her er  $M_{T,el,Rd}$  T-ens elastiske momentkapasitet, redusert med hensyn til skjær, samtidig som at høyden av stegutstikket er begrenset av formel (3.2) dersom  $a_{eff} > 36t_w \varepsilon$ .  $N_{T,el,Rd}$  er her den elastiske aksialkapasiteten mot rent trykk, redusert med hensyn til skjær, der stegutstikkets høyde begrenses til klasse 3-grensen for utstikkende tverrsnittsdeler i rent trykk. Momentkapasiteten,  $M_{NV,T,Rd}$ , blir videre konservativt redusert ved en lineær summering av utnyttelsesgradene.

### 3.11 Knekking av steget ved siden av åpningen (8.5)

Punktet omhandler knekking av steget ved siden av én åpning, eller mellom åpninger hvor kant-til-kant avstanden,  $s_o$ , er stor. For sirkulære og heksagonale åpninger er avstanden definert som stor når  $s_o > h_o$ , mens for andre åpningsgeometrier er avstanden stor når  $s_o > \max\left(\frac{a_{o1}+a_{o2}}{2}, h_{o1} + h_{o2}\right)$ . Der  $a_{o1}$ ,  $h_{o1}$ ,  $a_{o2}$  og  $h_{o2}$  er henholdsvis lengden og høyden av de to åpningene, se Figur 3.2. Om ikke disse kravene er oppfylt, defineres åpningene som nærliggende, og nye bruddformer må kontrolleres.



**Figur 3.2: Definisjonene av  $a_{o1}$ ,  $a_{o2}$ ,  $h_{o1}$  og  $h_{o2}$  iht. EC3-1-13. Figuren er en kopi av figur 8.1 i EC3-1-13.**

Knekking av steget ved siden av åpningen er ikke nødvendig å kontrollere dersom bjelken ikke er utsatt for skjærknekking iht. EC3-1-1, dvs. når  $\frac{h_w}{t_w} > 72 \frac{\epsilon}{\eta}$ . Videre er det heller ikke nødvendig å kontrollere knekking av steget ved siden av åpningen dersom høyden av åpningen er relativt lav. For rektangulære åpninger ansees åpningen som lav når  $h_o \leq 15t_w\epsilon$ , mens for andre geometrier ansees åpningen som lav når  $h_o \leq 25t_w\epsilon$ .

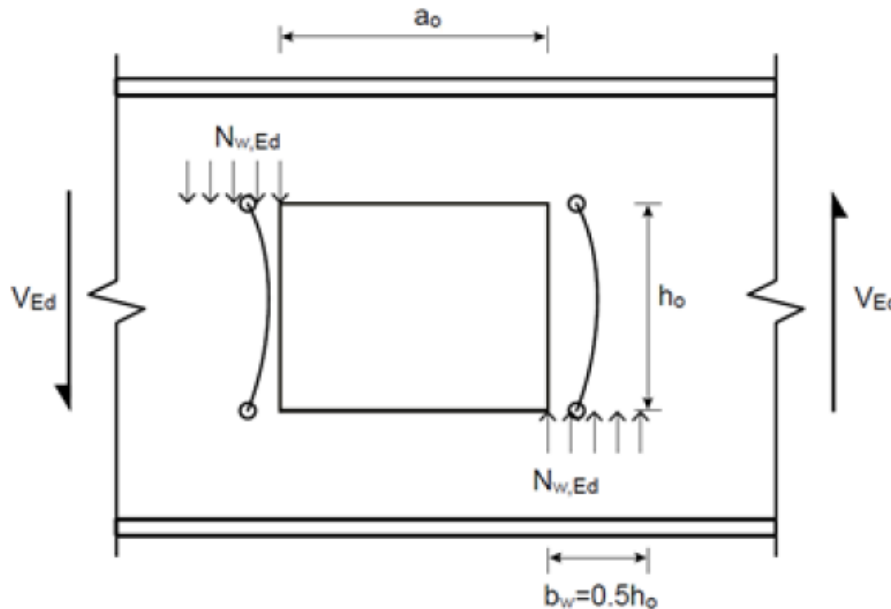
Dersom avstanden mellom åpningene ansees som stor, og steget er utsatt for knekking, settes den dimensjonerende trykkraften som virker i stegsøylen,  $N_{w,Ed}$ , lik den største av de opptredende skjærkreftene som virker i T-en i topp, og T-en i bunn. Fordelingen av skjærkreftene i de respektive T-ene estimeres på bakgrunn av forholdet mellom skjærarealene til T-ene, og er gitt i formel (3.16) og (3.17):

$$V_{b,Ed} = V_{Ed} \left[ \frac{A_{V,bT}}{A_{V,bT} + A_{V,tT}} \right] \quad (3.16)$$

$$V_{t,Ed} = V_{Ed} \left[ \frac{A_{V,tT}}{A_{V,bT} + A_{V,tT}} \right] \quad (3.17)$$

Der  $A_{V,bT}$  og  $A_{V,tT}$  er henholdsvis skjærarealet for T-en i bunn og topp.

EC3-1-13 behandler knekking av steget ved siden av åpningen analogt som for søyleknekkning, se Figur 3.3, og baserer seg på en fagverksmodell. Kapasiteten som den dimensjonerende trykkraften,  $N_{w,Ed}$ , kontrolleres mot, baserer seg på en søylemodell med et tverrsnitt lik  $t_w \cdot b_w$ , hvor  $t_w$  er tykkelsen på steget, og  $b_w$  settes lik  $0,5h_o$ . Knekk lengden,  $l_w$ , settes lik  $h_o$  for rektangulære åpninger, og lik  $0,7h_o$  for andre geometrier.



**Figur 3.3: Model for stegknekkning ved siden av steget for en rektangulær åpning. Figuren er en kopi av figur 8.2 i EC3-1-13.**

Resulterende relative slankheter basert på disse antagelsen er da:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{3,5h_o}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.18)$$

for rektangulære åpninger, og

$$\bar{\lambda}_w = \frac{2,4h_o}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.19)$$

for andre geometrier. Knekkingskapasiteten bestemmes av formel (3.20), hvor reduksjonsfaktoren  $\chi_{wp}$  bestemmes iht. knekkurve a i EC3-1-1, med de slankhetene funnet med formel (3.18) og (3.19).

$$N_{w,Rd} = \chi_{wp} b_w t_w f_y / \gamma_{M1} \quad (3.20)$$

### 3.12 Knekkning av endesøyle (8.8.1)

I tilfeller hvor åpningen er nærme opplegg, må steget mellom opplegget og åpningen kontrolleres for knekking. Punkt 8.8.1 (4) definerer en åpning for å være nærme opplegg i tilfeller hvor  $s_e < h_o$  for sirkulære og heksagonale åpninger, eller  $s_e < a_{eff}$  for andre åpningsgeometrier.

Knekkning av endesøylen regnes også som en søylemodell, tilsvarende som for knekking av stegsøylen; eneste forskjellen er at knekk lengden på søylemodellene endres.

Knekk lengden settes lik  $0,7 \sqrt{s_{e,eff}^2 + h_o^2}$  for rektangulære åpninger, lik  $0,5 \sqrt{s_{e,eff}^2 + h_o^2}$  for sirkulære og forlengede sirkulære åpninger, og lik  $0,5 \sqrt{2s_{e,eff}^2 + h_o^2}$  for sinusformede og heksagonale åpninger. Her er  $s_{e,eff}$  den effektive avstanden mellom opplegg og kanten av åpningen, og er avhengig av endebetingelsene til bjelken. Med endebetingelser menes eksempelvis at bjelken har påsveiste endeplater, at enden er en boltet forbindelse, eller om det er innsnitt ved enden. Den dimensjonerende trykkraften i endesøylen settes lik  $V_{Ed}$ . Resulterende slankheter for de ulike knekk lengdene, er gitt som:

$$\bar{\lambda}_{ep} = \frac{2,5 \sqrt{s_{e,eff}^2 + h_o^2}}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.21)$$

for rektangulære åpninger, og lik

$$\bar{\lambda}_{ep} = \frac{1,75 \sqrt{s_{e,eff}^2 + h_o^2}}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.22)$$

for sirkulære og forlengede sirkulære åpninger, og lik

$$\bar{\lambda}_{ep} = \frac{1,75 \sqrt{2s_{e,eff}^2 + h_o^2}}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \quad (3.23)$$

for heksagonale og sinusformede åpninger. Knekkingskapasiteten bestemmes av formel (3.24), hvor reduksjonsfaktoren  $\chi_{ep}$  bestemmes iht. knekkurve a i EC3-1-1, med de slankhetene gitt i formel (3.21), (3.22) og (3.23).

$$N_{ep} = \chi_{ep} \text{Min}(s_e; h_o) \text{Min}(t_{w,tT} f_{y,tT}; t_{w,bT} f_{y,bT}) / \gamma_{M1} \quad (3.24)$$

Punkt 8.8.1 (2) og (3) setter ellers krav til minimumsavstander mellom opplegg og kanten til åpningen, og er avhengig av opplagerbetingelsene til bjelken og åpningsgeometrien. Tabell 3.4 oppsummerer kravene til kantavstander.

	Fritt opplagt system	Fast/semi-fast innspent system
Sirkulære/heksagonale	$s_e \geq 0,25h_o$	$s_e \geq h_o$
Andre åpningsgeometrier	$s_e \geq 0,5a_{eff}$	$s_e \geq a_{eff}$

**Tabell 3.4: Krav til minimumsavstander fra opplegg til kanten av åpningen.**



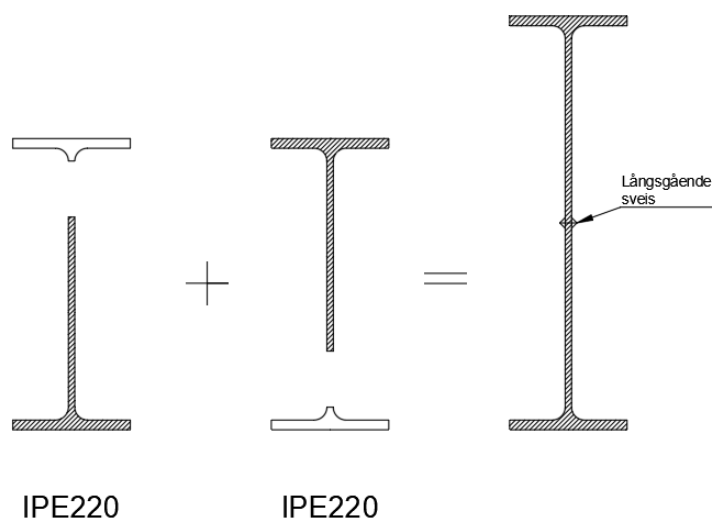
## 4 Laboratorieforsøk og numerisk modell

### 4.1 Introduksjon

I kapittel 5 og 6 blir kapasiteter beregnet iht. EC3-1-13 sammenlignet med bruddlaster fra elementanalyser. For å validere at resultatene fra elementanalysene gir nøyaktige og pålitelige resultater, er det utført laboratorieforsøk på to bjelker med to ulike åpninger i steget. Kapitel 4 er delt opp slik at laboratorieforsøket først blir gjennomgått i detalj i kapittel 4.2, før antagelsene knyttet til den numeriske modellen blir gjennomgått i kapittel 4.3. I kapittel 4.4 presenteres resultatene fra både forsøkene, de numeriske modellene og kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13 for bjelkene som er testet i laboratoriet. Videre diskuteres det hvorvidt de numeriske modellene gir en god representasjon av den virkelige bjelkenes mekaniske oppførsel.

### 4.2 Laboratorieforsøk

Figur 4.1 viser resulterende tverrsnitt på bjelkene som er testet, mens Tabell 4.1 gir en oversikt over tverrsnittsdimensjonene. De to bjelkene som er testet har utgangspunkt i samme 12 meter lange IPE220-bjelke, hvor den ene flensen er kappet av rett i underkant av avrundingen mellom flensen og steget. Bjelken ble deretter delt i fire 3 meter lange deler, hvor to og to deler ble sveist sammen med en langsgående sveis i hele bjelkens lengderetning.

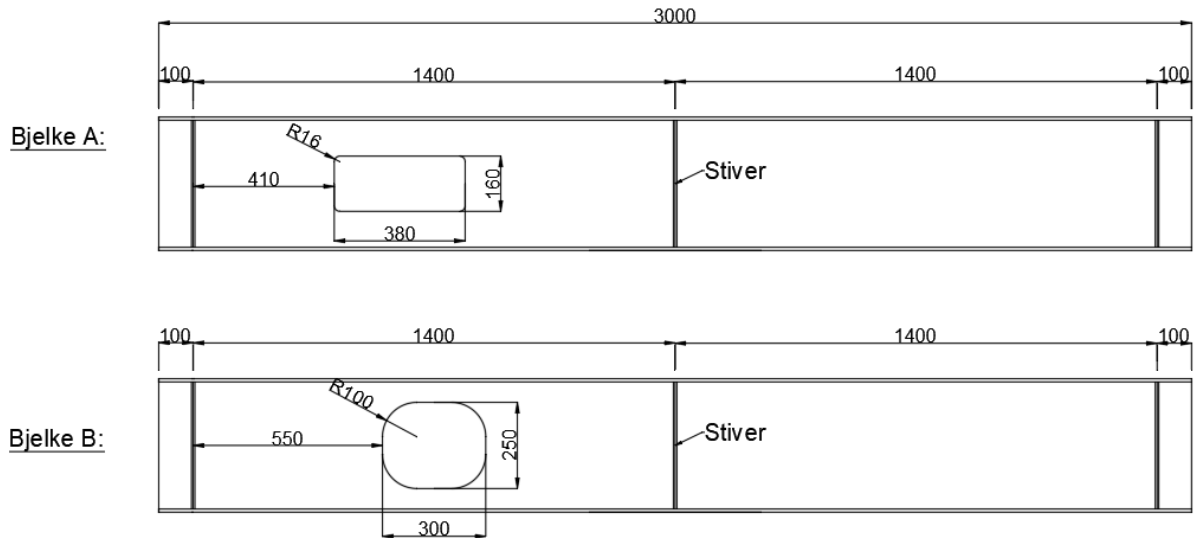


**Figur 4.1: Utgangspunktet for det resulterende tverrsnittet var to IPE220-bjelker hvor ene flensen (uten skravur) ble fjernet.**

Master	h [mm]	b [mm]	t <sub>w</sub> [mm]	t <sub>f</sub> [mm]	r [mm]
Bjelke A	392	110	6	9.4	12
Bjelke B	387	110	6	9.1	12

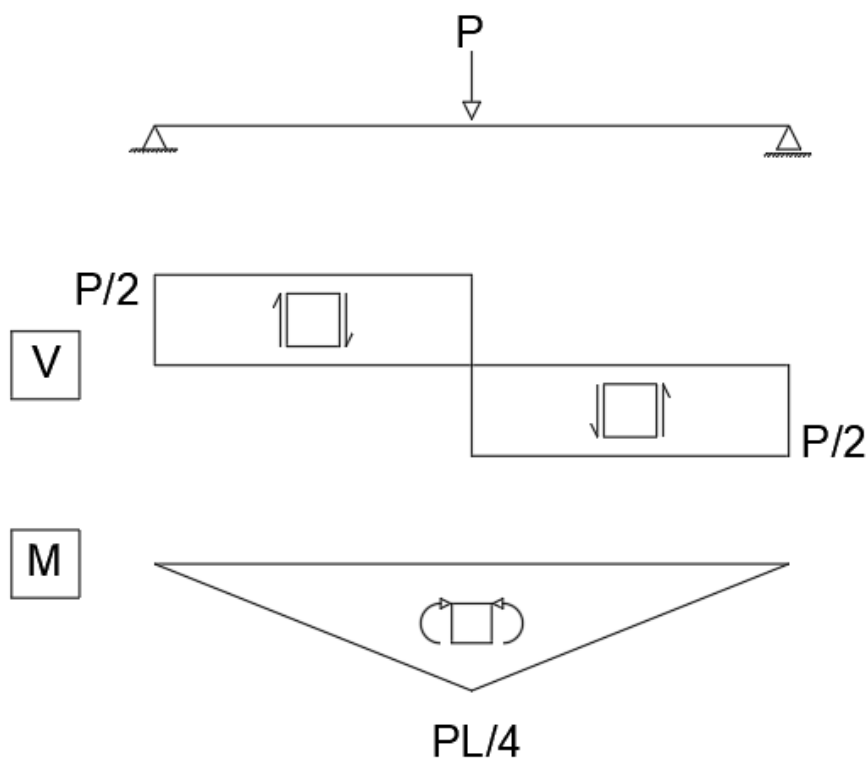
**Tabell 4.1: Oversikt over tverrsnittsdimensjonene til de to bjelkene som ble testet.**

Bjelke A i Tabell 4.1 er den samme bjelken som Marthinussen og Sandnes [13] benyttet i sin masteroppgave, og er dermed testet tidligere. Hullet fra det tidligere forsøket ble lappet igjen med en stålplate, og en ny åpningsgeometri skåret ut i motsatt ende av bjelken. Bjelke B er ikke tidligere testet. Figur 4.2 viser dimensjonene til bjelkene i lengderetning, samt størrelsen og plasseringen til de nye åpningene.



**Figur 4.2: Dimensjoner på bjelkene i lengderetning, samt plassering og størrelse på åpningene. Alle mål er i millimeter, og i sentermål fra stiverne.**

Bjelkene ble utsatt for trepunkts bøyning, med et statisk system og resulterende moment- og skjærkraftdiagram som vist på Figur 4.3.



**Figur 4.3: Statisk system for bjelkene, samt resulterende skjærkraft- og momentdiagram.**

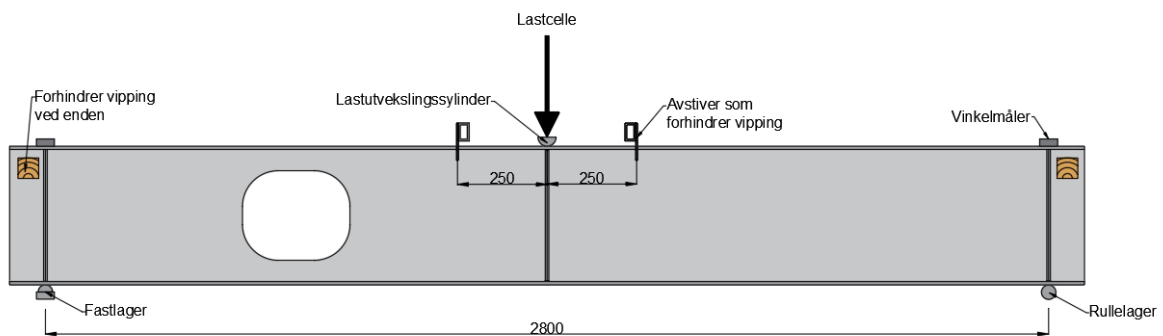
#### 4.2.1 Valg av hullgeometrier

Ved bestemmelse av hullgeometrier ble det lagt vekt på å prøve og fremprovosere resultater som ga store avvik mellom bruddlasten fra numeriske analyser og kapasiteter beregnet iht. EC3-1-13. Hovda og Hurum [11] konkluderte blant annet med at forskjellene var størst i tilfeller hvor Eurokoden påla elastiske kapasitetsberegninger. På bakgrunn av dette har Bjelke A, som illustrert på Figur 4.2, en åpning hvor stegutstikket til T-ene er i tverrsnittsklasse 4 etter EC3-1-1. For å fremtvinge Vierendeel-mekanismen enda tydeligere ble det også valgt et lengre hull enn det Marthinussen og Sandnes [13] undersøkte i sin masteroppgave.

Det var også ønskelig å undersøke hvor stor effekt radien på åpningens hjørner har å si for bjelkens kapasitet ettersom EC3-1-13 ikke hensyntar hjørneradien i sine formler. Åpningen til Bjelke B på Figur 4.2 er identisk med åpningen som Marthinussen og Sandnes [13] benyttet i sitt forsøk – eneste forskjellen er at radien på hjørnene er økt fra 16 mm til 100 mm.

#### 4.2.2 Oppsett

Figur 4.4 viser hvordan forsøket ble satt opp i laboratoriet. Oppsettet var identisk for begge bjelkene. For å hindre at bjelken vipper, er det satt opp fastholdning i begge bjelkeendene, i tillegg til to avstivere i feltmidte, plassert 250 mm fra lastcellen på hver side.



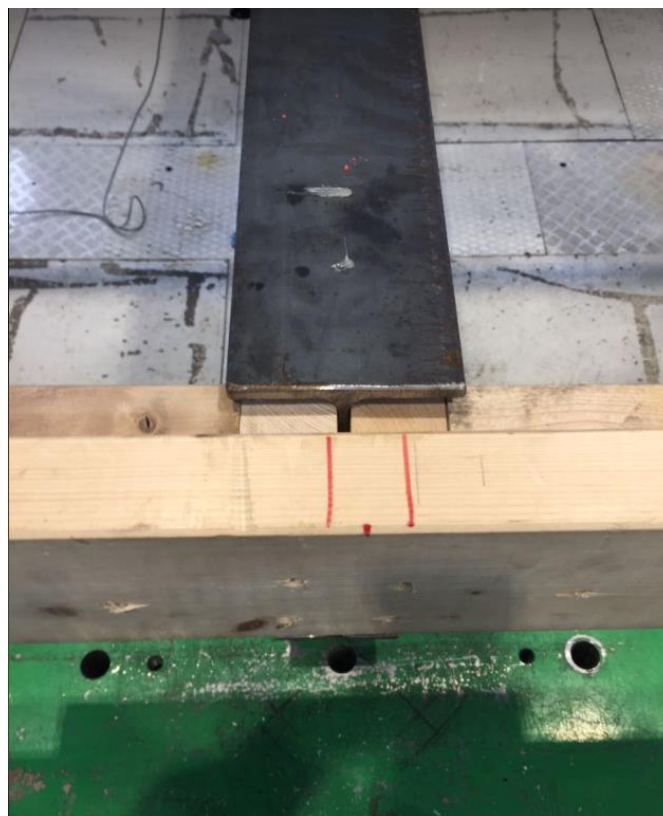
**Figur 4.4: Oppsettet av testbjelkene i laboratoriet.**

Figur 4.5 viser hvordan oppleggene til bjelkene var. Fastlageret var bygget opp av flattstål og en halv 50 mm stålsylinder for å tillate rotasjon ved enden. Rullelageret var et stålrør hvor bjelken da tillates å forskyve seg i lengderetning og rotere.



**Figur 4.5: Oppleggene til bjelkene i forsøket. Ene enden ligger på et stålrør, og det tillates dermed at bjelken kan forskyve seg i lengderetning.**

Enden av bjelken ble fastholdt mot vipping ved å legge øvre del av steget i klem mellom to treklosser, se Figur 4.6.



**Figur 4.6: Fastholding mot vipping ved enden.**

Figur 4.7 viser avstivningen i feltmidte. Avstivningen var laget av to HUP100x50-profiler som var festet til vertikale glidelager som fulgte bjelkens forskyvninger ved lastpåkjenning. I midten av HUP-profilene var det sveist på to biter med flattstål, plassert 110 mm fra hverandre, som hindrer bjelken fra å forskyve seg sideveis.



**Figur 4.7: Fastholding mot vipping i feltmidte. Til høyre på bildet ser man at åpningen fra tidligere forsøk er lappet igjen.**

Figur 4.8 viser maskinen som påfører lasten på bjelken, og betegnes heretter som jekk. Jekken kan maksimalt påføre en kraft tilsvarende 1000 kN.



**Figur 4.8: Jekken som ble benyttet til å påføre lasten på bjelkene.**



Lastangrepspunktet var, som vist på Figur 4.9, bygget opp av flattstål og rundstål tilsvarende som ved fastlageret. Dette ble gjort for å ha bedre kontroll på at lasten fordeler seg som en linjelast rett over stiveren.



**Figur 4.9: Belastningen fra jekken ble fordelt over stiveren i feltmidte ved hjelp av en halv stålsylinder.**

For å få en mer nøyaktig måling av den vertikale forskyvningen av bjelken i feltmidte, ble forskyvningen i underkant av bjelken målt med en LVDT (Linear voltage displacement transducer) som vist på Figur 4.10.

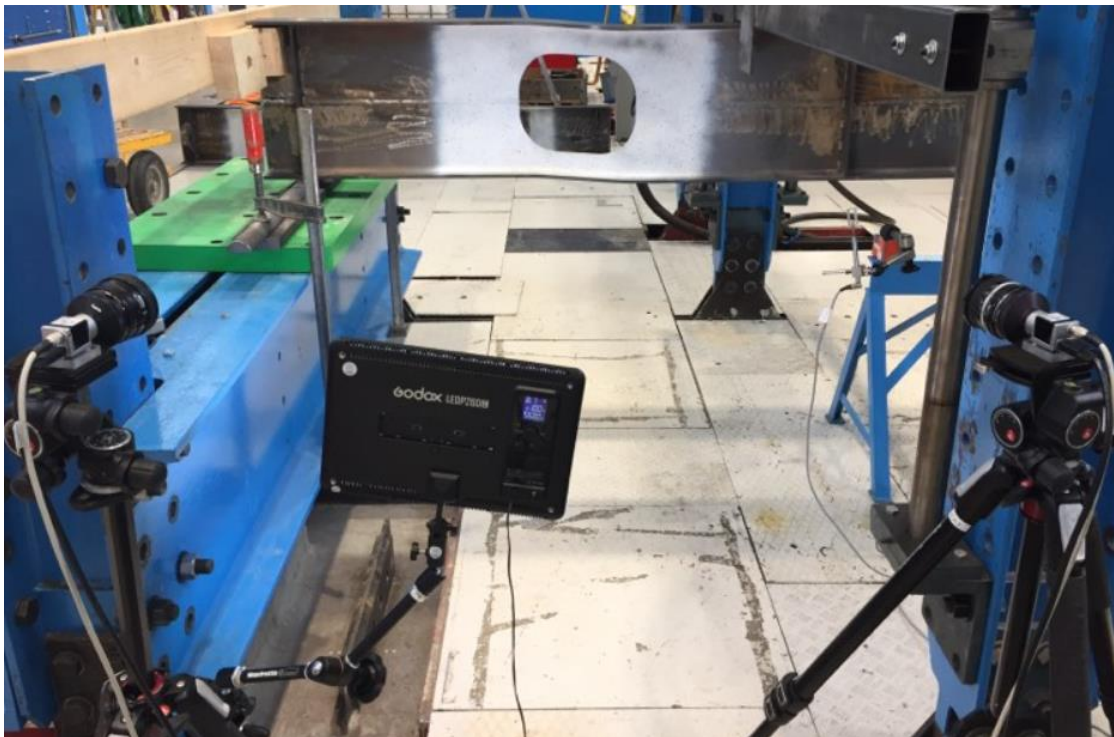


**Figur 4.10: I underkant av bjelken ble det festet en LVDT for å logge en mer nøyaktig forskyvning av bjelkene i feltmidte.**

### 4.2.3 DIC-fotografering

For å dokumentere bjelkens oppførsel under forsøket, ble det utført 3D-DIC av bjelkene. DIC står for «Digital Image Correlation», og er en metode som måler forandringer i data fra et bilde til det neste. I 3D-DIC benyttes to kameraer som gjør det mulig å måle forskyvninger i alle tre akseretninger. Dermed kan man finne både tøyningene og deformasjonene rundt åpningen under pålasting fra lastcellen. Analysene ble gjort i programmet eCorr.

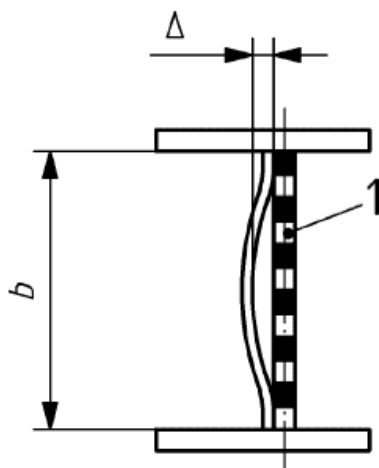
Bildene ble tatt med 1 sekunds mellomrom gjennom hele forsøket. Kameraene ble satt opp i høyde med senter av åpningen, og plassert ca. 160 cm fra bjelkene, se Figur 4.11. Området rundt åpningene ble sprayet hvitt, og påført svarte prikker. Dette gjorde det mulig å analysere tøyningene og deformasjonene rundt åpningene i ettertid ved å måle den relative forskyvningen av de sorte prikkene. Siden forskyvningene måles relativt til tidligere bilder, vil utgangspunktet være at det ikke er tøyninger eller deformasjoner i bjelken før pålasting.



**Figur 4.11: Oppsett av 3D-DIC.**

### 4.2.4 Initielle formfeil

Før bjelkene ble testet, ble formfeil rundt åpningene målt for å ha et utgangspunkt på størrelsen til imperfeksjonene som settes inn i de numeriske modellene. Målingene ble gjort med rettholt og bladmåler. Formfeilene var i størrelsesorden 0-3 mm, hvor det største avviket var en systematisk knekk i steget ved den langsgående sveisen, slik som illustrert på Figur 4.12.

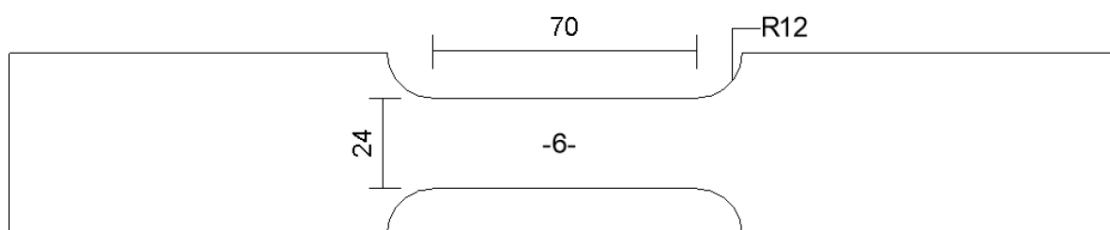


**Figur 4.12: Illustrasjon av målt systematisk imperfeksjon i bjelken.**

Det er utfordrende å finne de eksakte imperfeksjonene i bjelkene. I tillegg til vanlige geometriske avvik, er det også egenspenninger fra sveising og annen bearbeiding som påvirker materialet. For å ta hensyn til begge deler, samt å sørge for at bjelkene deformerer seg likt i laboratoriet og i de numeriske analysene, er de initielle formfeilene lagt inn i form av knekkmoder funnet i Abaqus. Dette er nærmere forklart i kapittel 4.3.7.

#### 4.2.5 Materialdata

Som nevnt innledningsvis, har bjelkene som er testet utgangspunkt i samme IPE220-bjelke som Marthinussen og Sandnes [13] benyttet i sin masteroppgave. De gjennomførte strekk-tester på to prøvestykker av steget til bjelken for å finne de faktiske verdiene på flytespenning, strekkfasthet og elastisitetsmodul. Det ene prøvestykket ble hentet fra delen av steget over den langsgående sveisen i midten av profilet, mens det andre prøvestykket ble hentet fra steget under den langsgående sveisen, se Figur 4.1. Figur 4.13 viser dimensjonene på prøvestykkene, og resultatet av strekktestene er vist i Tabell 4.2.



**Figur 4.13: Dimensjonene på de testede prøvestykkene. [13]**

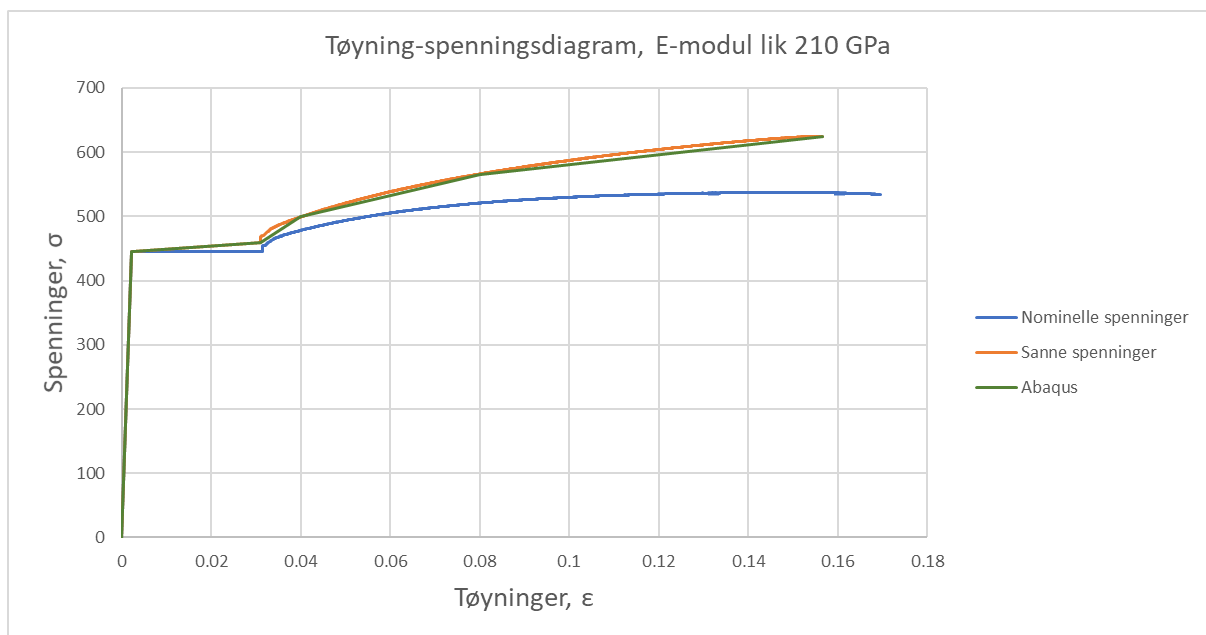
Prøvestykker	Flytegrense $f_y$ [MPa]	Strekkfasthet $f_u$ [MPa]	E-modul [GPa]
S1 - Over sveis	445	537	230
S2 - Under sveis	451	544	170

**Tabell 4.2: Resultat av strekktestene på prøvestykkene. [13]**



Det bemerkes at det kun er utført strekk-tester fra steget, og siden steget gjennomgår mer valsing og bearbeiding enn det flensen gjør, kan flytespenningen være høyere her enn i flensen. Å benytte materialmodellen til steget, også i flensen, kan derfor være en antagelse til usikker side. Ideelt burde det blitt gjort strekk-tester også for deler av flensen, slik at man kunne brukt ulike materialmodeller for de ulike tverrsnittsdelenene.

Vedlegg 1 viser fullstendig spenning-tøyningsdiagram til de to prøvestykkene. Det observeres fra Tabell 4.2 at den målte flytespenningen og strekkfastheten er ganske lik for de to prøvestykkene, mens E-modulen skiller seg fra hverandre. Basert på resultatet, er det i likhet med Marthinussen og Sandnes [13] valgt å benytte laveste verdi på flytespenning og strekkfasthet. E-modulen er satt lik 210 GPa, som er den vanlige karakteristiske verdien i EC3-1-1. Basert på disse antagelsene er de nominelle tøyningene fra prøvestykket S1 justert med en E-modul lik 210 GPa, og et konstant flyteplateå lik  $445 \text{ N/mm}^2$ . Dette er illustrert med den blå kurven på Figur 4.14. De nominelle tøyningene og spenningene fra den blå kurven, er gjort om til sanne tøyninger og spenninger, illustrert med den oransje kurven. Dette er gjort fordi Abaqus benytter sanne tøyninger og spenninger som inputdata. For å minimere antall punkter som settes inn i materialmodellen i Abaqus, er fastningskurven erstattet med tre lineære linjer, vist med den grønne kurven.



**Figur 4.14: Oppdatert materialmodell med både nominelle (blå kurve) og sanne (oransje kurve) tøyninger og spenninger. Sanne spenninger er forenklet med rette linjer (grønn kurve).**

## 4.3 Elementanalyser

### 4.3.1 Generelt

Elementanalyseprogrammet Abaqus 2019 er benyttet til å lage modeller og utføre numeriske analyser. Programmet har ingen måleenheter, slik at det opp til brukeren selv å være konsekvent og oppmerksom på hvilke enheter som benyttes i modellen. Tabell 4.3 viser hvilke enheter som har blitt brukt.

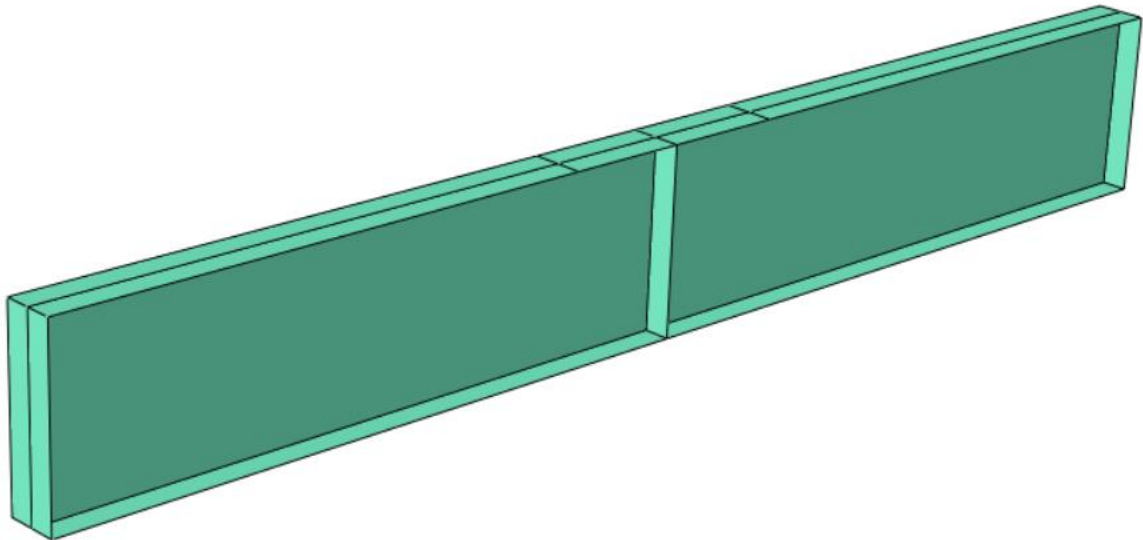
Lengde	Kraft	Tid	Spenning	Energi
<i>mm</i>	<i>N</i>	<i>s</i>	<i>MPa</i>	<i>N-mm</i>

**Tabell 4.3: Enheter på input og output i Abaqus.**

Som forklart i kapittel 4.2 ble det undersøkt to bjelker med nesten identiske tverrsnittsdimensjoner, og med lik lastpåføring. Selve modelleringsprosessen er lik for de to bjelkene, med unntak av tverrsnittet. I det følgende vil det bli gjennomgått hvordan bjelkene er modellert i Abaqus, og gjelder generelt for alle bjelkene som er analysert i denne oppgaven.

### 4.3.2 Modellering

Utgangspunktet til bjelkene er en 3D, deformerbar, skallmodell, hvor dimensjonene på tverrsnittet er tatt som senterlinjen til bjelkene som er analysert i laboratoriet. Tverrsnittet ble ekstrudert til en bjelke på 2,8 m, og stivere plassert ut på sine respektive plasser. Resulterende bjelke er vist på Figur 4.15.



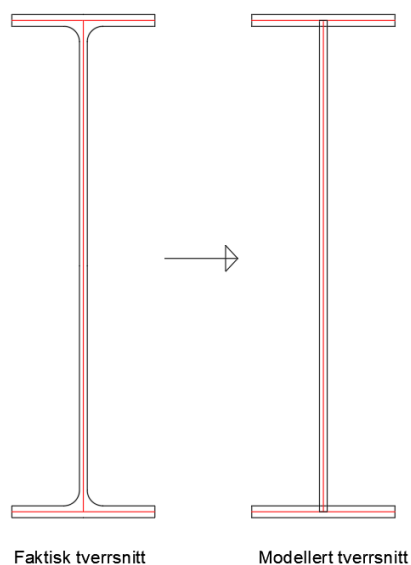
**Figur 4.15: Utgangspunktet for alle bjelkene er en 3D, deformerbar skallmodell.**

Det skiller mellom steg, flens og stivere når det kommer til tverrsnittsegenskaper; alle har samme materialmodell, men ulik tykkelse på skallelementene. Tabell 4.4 gir en oversikt over tykkelsene på skallelementene som er brukt for bjelkene undersøkt i laboratoriet.

Bjelke type	Steg [mm]	Flens [mm]	Stiver [mm]
Bjelke A	6	9.4	15
Bjelke B	6	9.1	15

**Tabell 4.4: Tykkelse på skallelementene til bjelkene undersøkt i laboratoriet.**

Siden det er senterlinjen av tverrsnittet det er tatt utgangspunkt i, resulterer dette i at deler av flensen og steget overlapper hverandre i punktet hvor disse møtes, se Figur 4.16. Dette antas å være en grei tilnærming ettersom radien ikke er hensyntatt i modellen.



**Figur 4.16: Forskjellen på faktisk tverrsnitt og modellert tverrsnitt.**

### 4.3.3 Materialdata

Plastisk materialdata må settes inn som sanne tøyninger og spenninger i Abaqus. Nominelle verdier fra strekktesten må da konverteres til sanne verdier før de benyttes. Fra forsøket er E-modulen satt til 210 GPa, og Poissons tall,  $\nu$ , til 0,3. Tabell 4.5 oppgir spenningene og de *plastiske* tøyningene hentet fra den grønne kurven på Figur 4.14, og er de verdiene som settes inn i Abaqus.

Sann plastisk tøyning	Sann spenning [MPa]
0.000	445.943
0.029	458.986
0.038	500.000
0.077	565.000
0.154	624.937

**Tabell 4.5: Materialdata-input i Abaqus basert på strekkprøven S1.**

#### 4.3.4 Elementtype

Hele bjelken, med unntak av et lite område rundt åpningen, er modellert med S4R-skallelementer. S4R er et 4-noders, dobbel kurvet, allsidig skallelement med endelig membran tøyning, som har 6 frihetsgrader per node og hvor det er brukt redusert integrasjon med timeglass-kontroll. Rundt åpningen er det benyttet S3-skallelementer ettersom trekant-elementer er mer fleksible ved generering av mesh rundt irregulære geometrier. S3 er også et allsidig skallelement med endelig membran tøyninger.

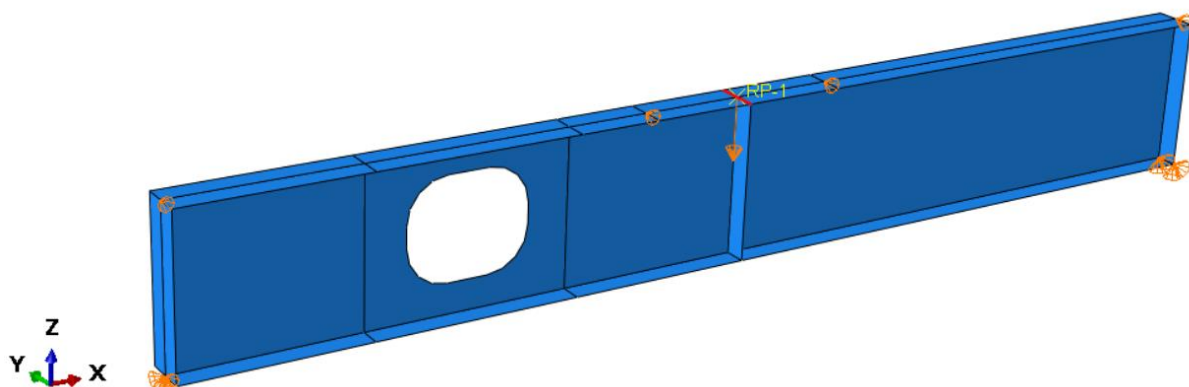
Begge elementtypene nevnt over er av første orden, og har kun mulighet til å representere konstant tøyning/spenning over elementet. Man bør derfor bruke mange elementer for å representere spenningene over tverrsnittet mest mulig korrekt. Mange elementer reduserer også skjærløkkingsproblemer.

#### 4.3.5 Randbetingelser og lastpåføring

Figur 4.17 viser randbetingelser og lastpåføring til bjelkene som er analysert. Bjelken er modellert som fritt opplagt, hvor fastlageret (nærmest åpning) er fastholdt mot translasjoner i alle retninger, og rullelageret på motsatt ende er fastholdt mot translasjon i Z- og Y-retning. Selv om det ikke vises på figuren, er oppleggene definert som hele bunnranden av noder i endene på bjelken. Videre er en node i senter av toppranden ved oppleggene fastholdt mot forskyvning i Y-retning. Det samme er to noder som er 250 mm til høyre og venstre for stiveren i feltmidte.

Et referansepunkt, betegnet RP-1, er plassert i krysningsspunktet mellom stiverne i feltmidte og steget, i toppen av bjelken. Det er benyttet en «Rigid body constraint» der nodene langs toppranden på stiveren i feltmidte (markert rødt på figuren) følger forskyvningene og rotasjonen til referansepunktet, RP-1. Videre er referansepunktet fastholdt mot rotasjon om X-aksen, ettersom det antas at flensen under lastcellen ikke kan rotere.

Lasten fra lastcellen er representert med en forskyvningsvektor som virker i negativ Z-retning i referansepunktet.



**Figur 4.17: Randbetingelser og lastpåføring til de analyserte bjelkene. Figuren viser Bjelke B, men betingelsene er de samme for alle bjelkene.**

#### 4.3.6 Ikke-lineær analyse

For å hente ut kraft-forskyvningskurver, er de ikke-lineære analysene utført med «Static, General». Analysene er gjort i ett step, med ikke-lineær geometri aktivert. Full-Newton ble benyttet som iterasjonsmetode, og maksimal inkrement-størrelse ble satt lik 0,5 mm.

Øvrige analyser presentert i kapittel 5 og 6 er utført med «Static, Riks», og ikke «Static, General». Årsaken er at det i disse kapitlene hovedsakelig er maksimal bruddlast som er av interesse, og ikke bjelkens mekaniske oppførsel etter brudd. Å bruke «Static, Riks» vil forenkle prosessen med å bearbeide resultatene, og er nærmere forklart i kapittel 5.1.

#### 4.3.7 Imperfeksjoner

Det ble utført lineære knekkingsanalyser av bjelkene for å hente ut tilhørende knekkmoder. Knekkmodene ble benyttet til å introdusere imperfeksjoner i bjelkene som muliggjør knekking, og reduserer bjelkens kapasitet. Vedlegg 2 gir en oversikt over de fire første modene til Bjelke A og Bjelke B.

Amplituden til de ulike knekkmodene er valgt på bakgrunn av målingene av formfeil før forsøket, samt forskyningsmønsteret funnet fra resultatene fra 3D-DIC-analysene. Ulike kombinasjoner av knekkmoder og amplituder ble undersøkt, og er presentert i kapittel 4.4.2. Tabell 4.6 viser den endelige kombinasjonen av knekkmoder for Bjelke A og Bjelke B. For Bjelke B er mode 4 negativt vektet, og satt inn slik at deformasjonene i den numeriske modellen ligner deformasjonene som ble observert i forsøket.

	Knekkmoder			
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
<b>Bjelke A</b>	-	1	2	-
<b>Bjelke B</b>	-	0.6	-	-0.25

**Tabell 4.6: Ulike kombinasjoner av knekkmoder i Abaqus-modellen. Tallene indikerer størrelsen av formfeilen i millimeter.**

#### 4.3.8 Mesh

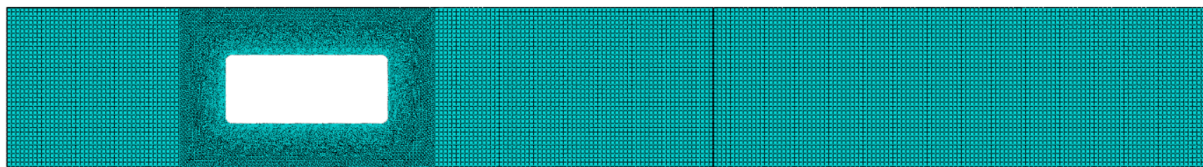
Det ble gjennomført en sensitivitetsanalyse av elementstørrelsen for å finne et hensiktsmessig forhold mellom tiden det tar å gjennomføre en analyse, og at den numeriske modellen konvergerer mot en korrekt løsning. Sensitivitetsanalysen ble utført på Bjelke A, med innsatt imperfeksjon fra den knekkmoden som ga den laveste positive eigenverdien. Materialmodellen ble satt inn som elastisk-perfekt-plastisk, med flytespenning lik  $355 \text{ N/mm}^2$  og E-modul lik  $210 \text{ GPa}$ . Tabell 4.7 viser en oversikt over hva forskjellen i elementstørrelse har å si på kapasiteten til bjelken, og hvor lang tid Abaqus brukte på å gjennomføre analysen (Wallclock time). Alle analysene ble kjørt med «Static, Riks», nærmere gjennomgått i kapittel 5.1.1, og avsluttet etter første negative lastinkrement. Merk at eneste formål med sensitivitetsanalysen var å finne en hensiktsmessig elementstørrelse, og at bruddlastene presentert i Tabell 4.7 derfor vil avvike fra resultatene som senere er presentert i kapittel 4.4.

	Ikke tettere mesh rundt åpning			
Global elementstørrelse [mm]	50	20	10	5
Antall elementer	940	5279	20458	78530
Wallclock time [s]	18	39	136	583
Kapasitet [kN]	273.5	261.9	255.3	251.5
	2 mm rundt åpning			
Global elementstørrelse [mm]	50	20	10	5
Antall elementer	4214	14917	34454	98792
Wallclock time [s]	54	94	247	804
Kapasitet [kN]	263.1	254.5	251.7	250.9

**Tabell 4.7: Resultater fra sensitivitetsanalysen av elementstørrelse gjennomført på Bjelke A.**

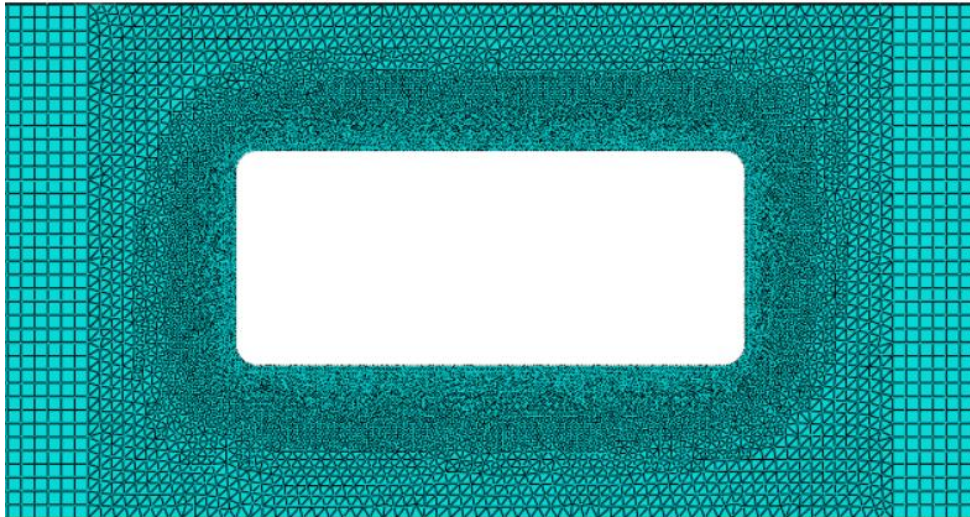
Det antas at bjelken med det fineste elementnettet, dvs. fra kolonnen merket gult, gir de mest korrekte resultatene. Sammenligner man tiden det tar å gjennomføre de ulike analysene, ser man også at dette var den analysen Abaqus brukte lengst tid på å gjennomføre, og at tiden det tar å gjennomføre en analyse øker med økende antall elementer. Basert på oversikten i Tabell 4.7 ble det å sette en tilnærmet global elementstørrelse på 10 mm generelt, og maksimum 2 mm rundt åpningen (grønn kolonne), ansett for å ha best kost-nytte-verdi. Forskjellen mellom bruddlasten i grønn og gul kolonne er 0,3 %.

Figur 4.18 viser meshet i den numeriske modellen til Bjelke A, hvor elementstørrelsene i den grønne kolonnen ble benyttet. S4R-elementene er modellert som «structured» for å få et regulært og fint mesh. Rundt åpningen er det mange S3-elementer ettersom de største spenningskonsentrasjonene oppstår i hjørnene. Et fint mesh vil gjengi hjørneradien mer nøyaktig, samtidig som at elementene blir minst mulig irregulære. S3-elementene er modellert som «free», og øker i størrelse bort fra åpningen, se Figur 4.19 og Figur 4.20. En glidende overgang mellom elementstørrelsene er viktig for å forhindre store stivhetsforskjeller mellom elementer som deler felles noder, noe som kan føre til dårligere numerisk presisjon.



**Figur 4.18: Meshet til Bjelke A. Hele bjelken, med unntak av området rundt åpningen, består av S4R-elementer med global størrelse tilnærmet lik 10mm. Rundt åpningen er elementstørrelsen maksimum 2 mm.**





**Figur 4.19: Forstørret mesh rundt åpningen.**



**Figur 4.20: Ytterligere forstørret mesh rundt hjørnet øverst til høyre.**

## 4.4 Resultat og diskusjon

### 4.4.1 Bøyetest fra forsøk

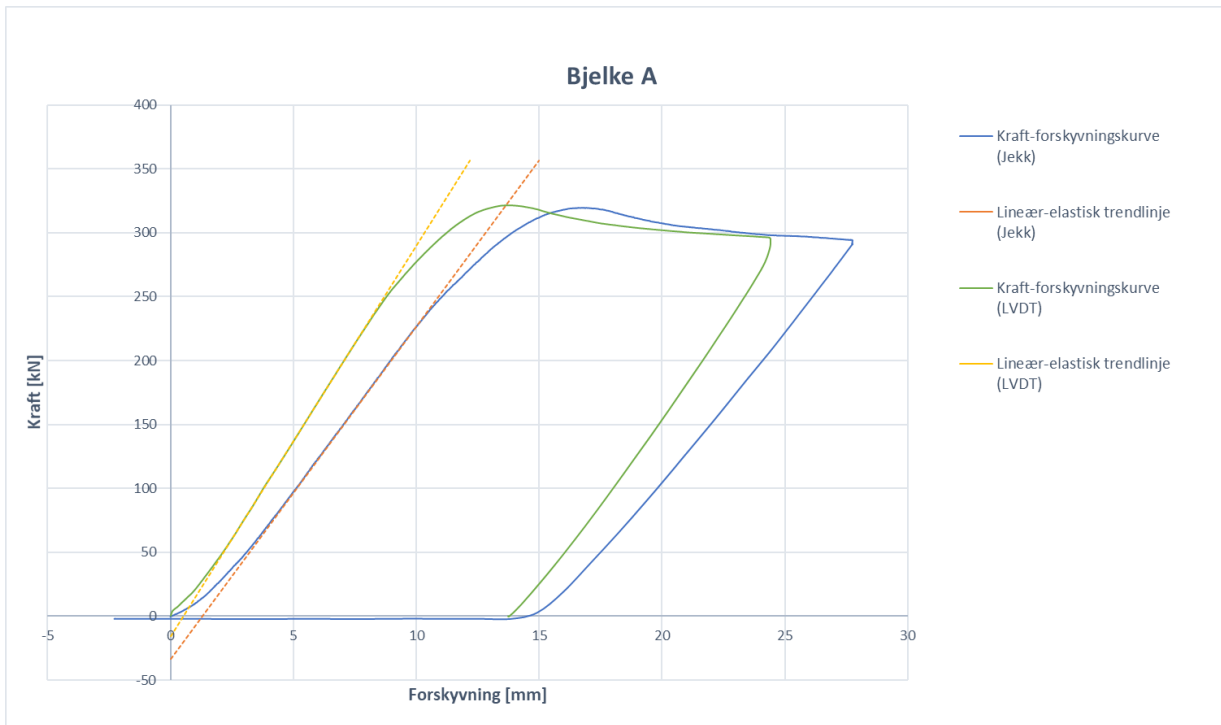
Figur 4.22 og Figur 4.23 viser kraft-forskyvningskurvene fra bøyetesten til henholdsvis Bjelke A og Bjelke B fra forsøkene utført i laboratoriet. Kurvene viser kraften målt i lastcellen mot forskyvningene av bjelken i feltmidte. For de grønne kurvene er forskyvningen målt med LVDT, mens for de blå kurvene er forskyvningen målt i jekken. Det fremkommer at forskyvningene målt i jekken er større enn de som er målt med LVDT. Som følge av belastningen fra jekken, vil en tilsvarende, motsatt rettet kraft virke i komponentene testtriggen er bygget opp av, se Figur 4.21, og føre til deformasjoner i disse. Differansen mellom målingene fra LVDT og lastcellen vil dermed være tilnærmet lik den totale forskyvningen av testtriggen. Målingene med LVDT vil dog ikke skille ut de vertikale forskyvningene ved opplegg under pålasting, slik at den vertikale forskyvningen av bjelken i feltmidte vil være enda litt mindre enn den som måles.



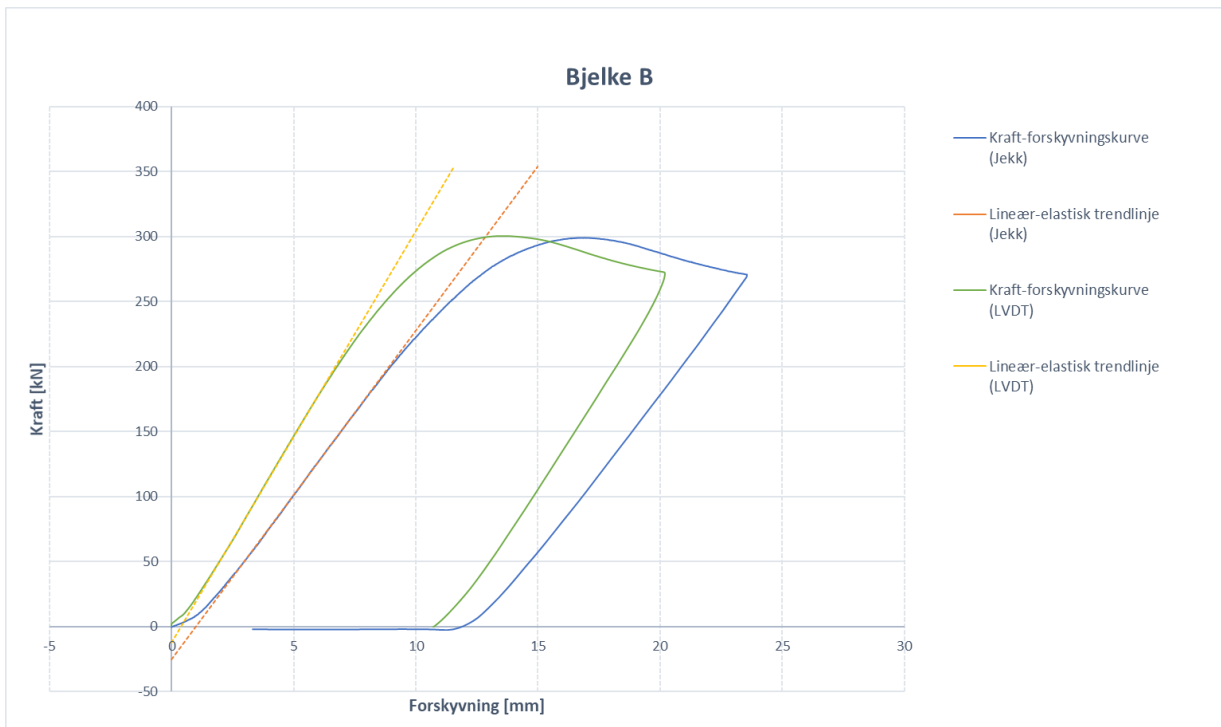
**Figur 4.21: Testtriggen er bygget opp av søyler og bjelker boltet sammen. Under belastning fra jekken vil disse deformeres.**

Videre skal starten av kraft-forskyvningskurvene være lineær-elastiske. Figur 4.22 og Figur 4.23 viser at kurvene i forskyvningsintervallet 0-3 mm ikke er lineære, og skyldes at oppleggene «setter seg». I intervallet 4-8 mm observeres en lineær-elastisk trend, og det er trukket trendlinjer på de to kurvene som indikerer stivheten i det elastiske området. For Bjelke A beskriver stigningstallet til trendlinjene en stivhet lik  $k = 30,6 \text{ kN/mm}$  og  $k = 26,0 \text{ kN/mm}$  med forskyvningene målt med henholdsvis LVDT og jekken. For Bjelke B derimot, vil stigningstallet til trendlinjene tilsvare en stivhet lik  $k = 31,7 \text{ kN/mm}$  og  $k = 25,3 \text{ kN/mm}$  med forskyvningene målt med henholdsvis LVDT og jekken.





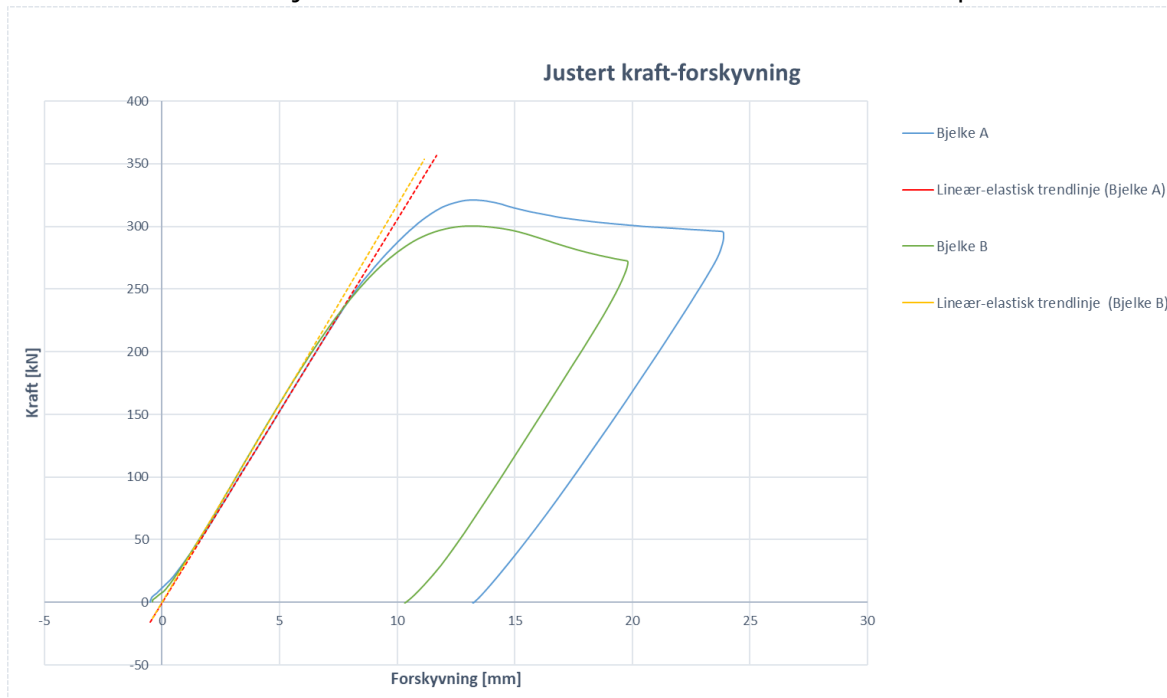
**Figur 4.22: Kraft-forskyvningskurver for Bjelke A.**



**Figur 4.23: Kraft-forskyvningskurver for Bjelke B.**

Målingene med LVDT gir en bedre representasjon av bjelkens faktiske forskyvninger og stivhet, ettersom forskyvningene av jekken ikke måles. Figur 4.24 viser kraft-forskyvningskurvene for både Bjelke A og Bjelke B målt med LVDT, og er justert slik at trendlinjene går gjennom origo. Dermed vil setningene ved opplegg også bli fjernet. Men ettersom trendlinjene baserer seg på de elastiske deformasjonene av både bjelken og

oppleggene, vil ikke justeringen fjerne oppleggenes elastiske forskyvninger. Dette innebærer at trendlinjene i realiteten er noe brattere enn det som her presenteres.



**Figur 4.24: Justert kraft-forskyvningskurver for Bjelke A og Bjelke B.**

Det observeres at de justerte kraft-forskyvningskurvene i Figur 4.24 nå øker lineært fra starten av belastningen, og at kurvene etter hvert bøyer av, og stivheten minker. For Bjelke A skjer dette ved en nedbøyning på ca. 8 mm, mens for Bjelke B skjer dette ved en nedbøyning på ca. 7 mm. Årsaken er at stålet i bjelkene plastifiseres, og ytterligere belastning fører til permanente deformasjoner av bjelkene.

Bjelke A gikk til brudd ved en last lik 321,4 kN, hvor nedbøyningen i feltmidte var målt til rundt 13 mm. Etter dette observeres det at forskyvningene fortsetter å øke, samtidig som at belastningen fra jekken minker, og skyldes at bjelken har et instabilitetsproblem. Forsøket ble stoppet etter en forskyvning lik 24 mm, hvor man tydelig så utknekking i de hjørnene hvor stegutstikkene utsettes for trykkspenninger fra Vierendeel-bøyningen.

Bjelke B gikk til brudd ved en last på 300,2 kN, hvor nedbøyningen i feltmidte var målt til rundt 13 mm. Det observeres, i likhet som for Bjelke A, at bjelken har et instabilitetsproblem. Forsøket ble stoppet etter en forskyvning lik 20 mm.

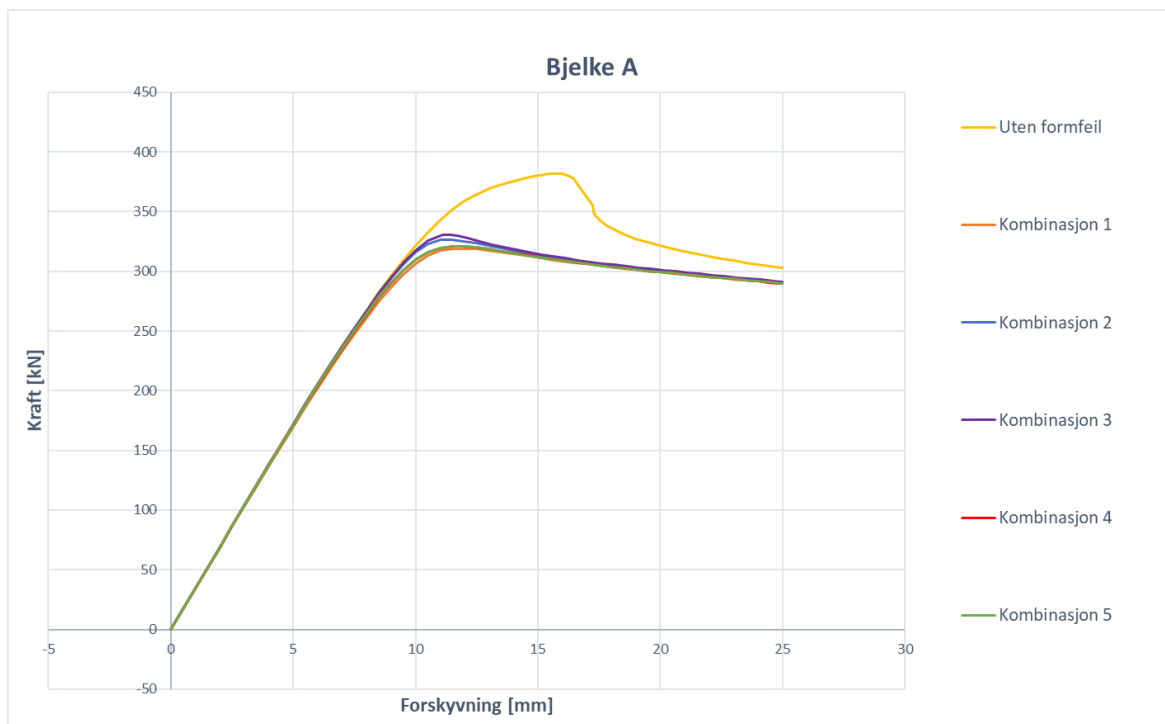
#### 4.4.2 Knekkmodenes innvirkning

Formfeil i de numeriske modellene er satt inn som knekkmoder, hvor Tabell 4.8 gir en oversikt over formfeilene som er testet i modellene for Bjelke A og Bjelke B. I kombinasjon 5 for Bjelke B er det satt inn negativt fortegn på mode 4 for å gjenskape bjelkens mekaniske oppførsel best mulig. Den endelige kombinasjonen av formfeil som velges, og som presenteres i kapittel 4.4.3, er markert grønn.

	Bjelke A				Bjelke B			
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Uten formfeil	-	-	-	-	-	-	-	-
Komb. 1	-	5	-	-	-	5	-	-
Komb. 2	-	1	-	-	-	1	-	-
Komb. 3	-	-	1	-	-	-	-	1
Komb. 4	-	2	1	-	-	-0.25	-	0.6
Komb. 5	-	1	2	-	-	0.6	-	-0.25

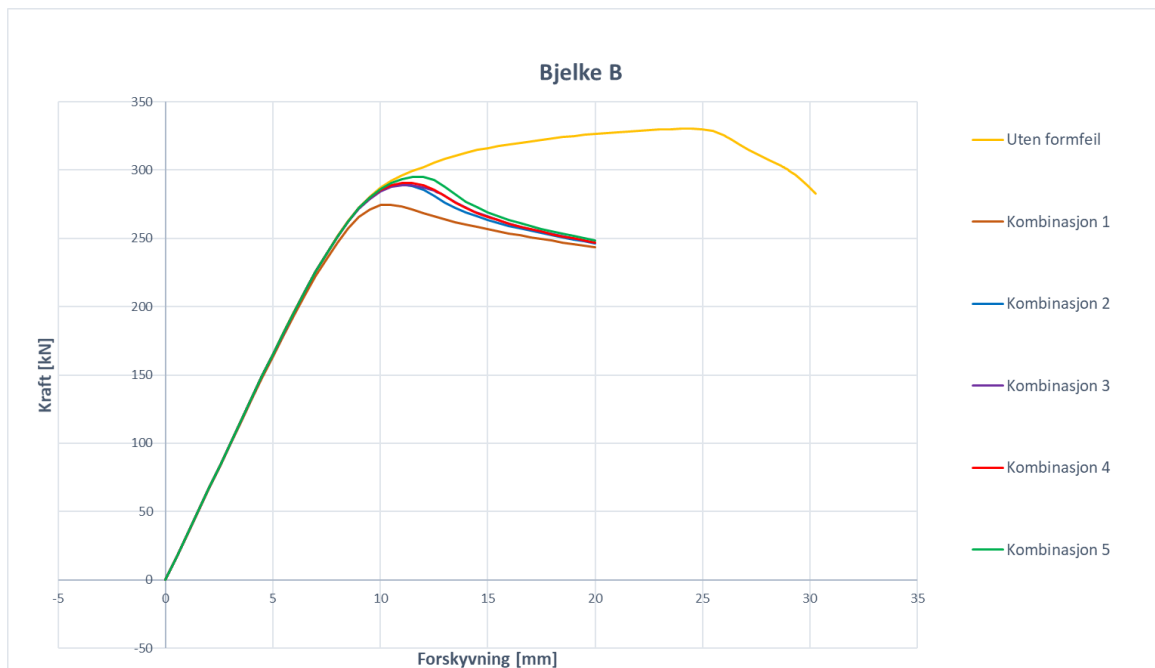
**Tabell 4.8: Ulike kombinasjoner av knekkmoder satt inn som formfeil for Bjelke A og Bjelke B. Tallene indikerer størrelsen på formfeilen i millimeter.**

Figur 4.25 viser kraft-forskyvningskurvene fra den numeriske modellen til Bjelke A, med kombinasjonene av formfeil presentert i Tabell 4.8. Den gule kurven viser kraft-forskyvningskurven til modellen uten formfeil. Kurven har et toppunkt på rundt 380 kN, noe som er betydelig høyere enn dersom formfeil inkluderes. Inkluderes formfeil i modellen, reduseres bjelkens bæreevne fra rundt 380 kN til rundt 320-330 kN.



**Figur 4.25: Kraft-forskyvningskurver til Bjelke A med ulike kombinasjoner av knekkmoder. Forskyvingene er hentet fra referansepunktet i feltmidte.**

Videre viser Figur 4.26 kraft-forskyvningskurvene fra den numeriske modellen til Bjelke B, med kombinasjonene av formfeil presentert i Tabell 4.8. Toppunktet til den gule kurven viser også her bæreevnen til bjelken uten formfeil, hvor det observeres at bruddlasten reduseres fra rundt 330 kN til rundt 275-295 kN dersom formfeil inkluderes.



**Figur 4.26: Kraft-forskyvningskurver til Bjelke B med ulike kombinasjoner av knekkmoder. Forskyvningene er hentet fra referansepunktet i feltmidte.**

Det observeres fra kraft-forskyvningskurvene i Figur 4.25 og Figur 4.26 at størrelsen på formfeilen er av noe større betydning for Bjelke B sammenlignet med Bjelke A, og at kombinasjon 1 gir den minste bruddlasten for begge bjelkene, se Tabell 4.9.

	Bruddlast Abaqus [kN]	
	Bjelke A	Bjelke B
Uten formfeil	381.9	330.3
Kombinasjon 1	319.5	275.3
Kombinasjon 2	327.2	290.0
Kombinasjon 3	331.6	289.7
Kombinasjon 4	321.2	291.5
Kombinasjon 5	321.2	296.1

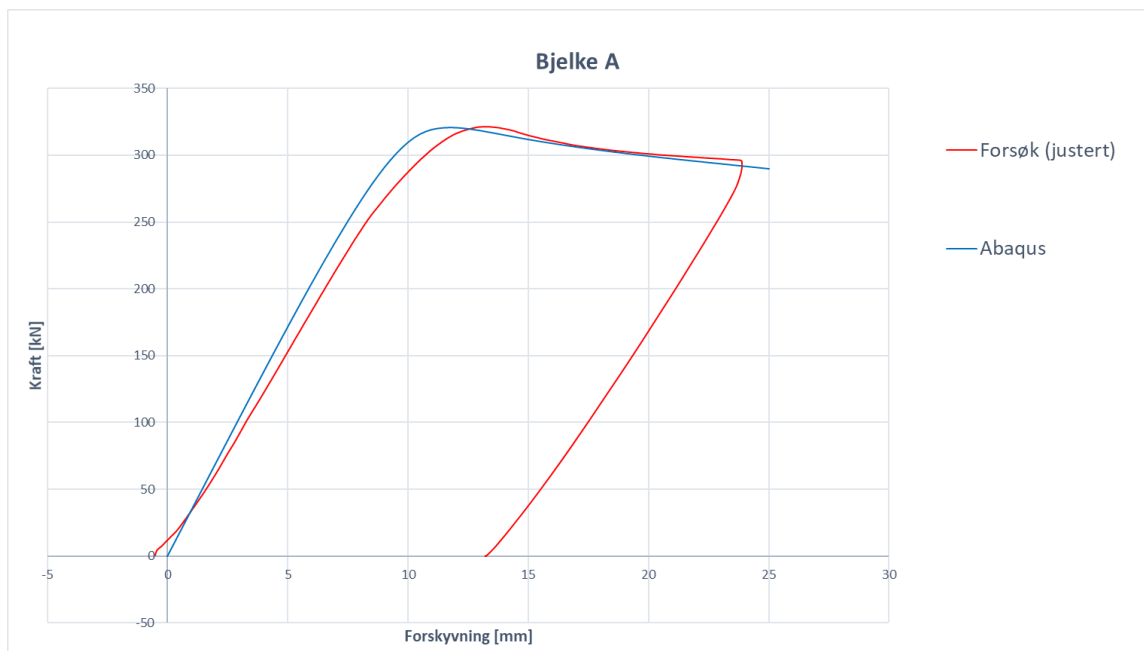
**Tabell 4.9: Oversikt over maksimal bruddlast funnet i Abaqus med ulike knekkmodekombinasjoner for Bjelke A og Bjelke B.**

### 4.4.3 Sammenligning av bøyetest og numerisk modell

#### Bjelke A

Figur 4.27 sammenligner den justerte kraft-forskyvningskurven til Bjelke A fra forsøket, med kraft-forskyvningskurven fra Abaqus med formfeil-kombinasjon 5. Det kommer frem at Abaqus-modellen har en noe høyere elastisk stivhet enn bjelken fra forsøket, men at kurvene følger hverandre godt. Som tidligere nevnt, baserer den justerte kurven fra forsøket seg på den elastiske forskyvningen av både bjelken og oppleggene, og at stivheten vil være noe høyere i virkeligheten enn det som illustreres av den røde kurven. Videre er det i Abaqus-modellen valgt en E-modul lik 210 GPa, selv om resultatene fra strekktestene viste at E-modulen varierte mellom 170 GPa og 230 GPa. Det er derfor forventet at kurvene ikke overlapper helt.

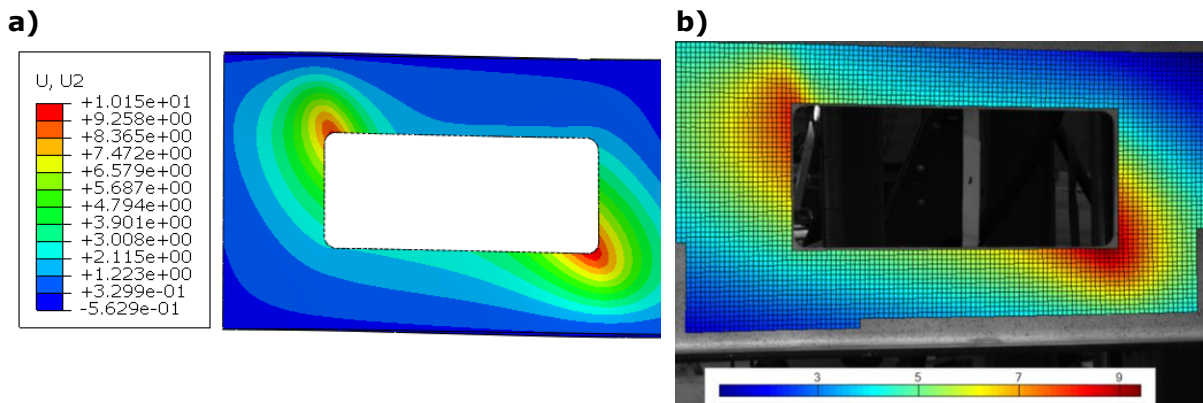
Toppunktet til kurven fra Abaqus viser en bruddlast lik 321,2 kN. Bruddlasten fra Abaqus er dermed nesten identisk med den maksimale lasten målt under forsøket som var lik 321,4 kN. Nedbøyningen i Abaqus ved maksimal last var rundt 12 mm, og er hentet fra referansepunktet, RP-1, vist på Figur 4.17. Fra den justerte kurven fra forsøket, er nedbøyningen i feltmidte rundt 13 mm ved maksimal last.



**Figur 4.27: Sammenligning av kraft-forskyvningskurvene fra Abaqus og forsøket.**

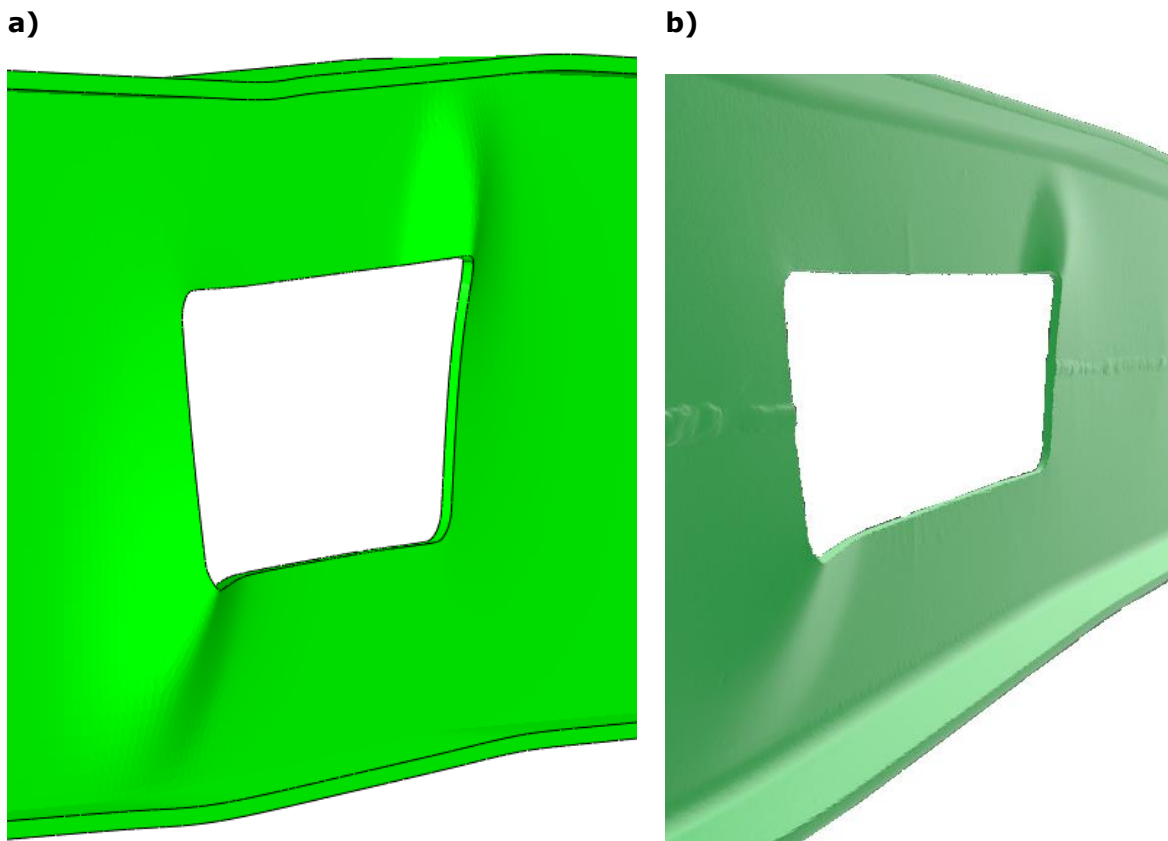
I Figur 4.28 sammenlignes forskyvningene inn og ut av planet fra 3D-DIC-analysen og Abaqus-modellen. Fargepalettene indikerer variasjonen i forskyvning i millimeter, hvor rød farge indikerer de største forskyvningene. Positiv retning er definert som innover i planet i begge figurene. Forskyvningene som vises i figurene, er ved tilstanden hvor bjelkene påføres bruddlast.

Deformasjonene i Abaqus-modellen samsvar godt med deformasjonene fra DIC-analysen, både når det gjelder knekkformen og størrelsen på forskyvningene. Begge figurene viser at de største forskyvningene opptrer i de to hjørnene hvor stegutstikkene knekker ut lokalt. Forskyvningene i begge disse hjørnene er rundt 10 mm inn i planet.



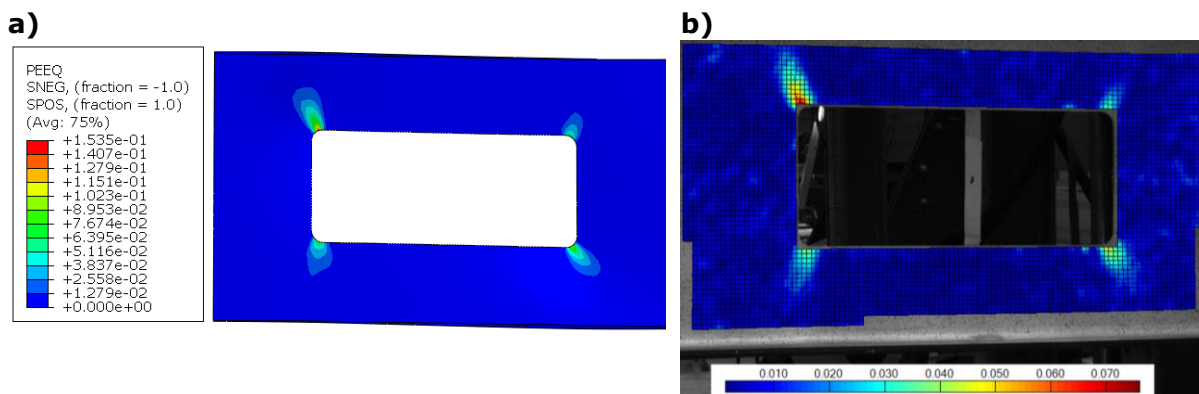
**Figur 4.28: Sammenligning av forskyvningene inn og ut av planet for Bjelke A. Figur a) er resultatet fra Abaqus, mens figur b) er resultatet fra DIC-analysen.**

Figur 4.29 viser de permanente deformasjonene av bjelken etter avlastning. Figur a) viser deformasjonene i Abaqus, mens figur b) viser deformasjonene av bjelken fra forsøket. Det observeres at hjørnene øverst til høyre, og nederst til venstre, har store lokale deformasjoner. Dette er de samme hjørnene som er markert rødt på Figur 4.28.



**Figur 4.29: a) viser deformasjonene av bjelken i Abaqus, mens b) viser 3D-scannet geometri av bjelken etter forsøket. Skaleringen er 1:1.**

Figur 4.30 a) viser Von Mises ekvivalente plastiske tøyninger, PEEQ, rundt åpningen i Abaqus ved maksimal last. Figur 4.30 b) viser tilsvarende totale tøyninger, altså hvor også elastiske tøyninger er inkludert, målt med 3D-DIC ved samme last. Ved denne lasten er forskyvningene så store at de elastiske tøyningene er å anse som små sammenlignet med de plastiske, og figurene kan dermed sammenlignes. Figurene viser at de største tøyningene opptrer lokalt ved åpningens hjørner, men at de aller største tøyningene oppstår i hjørnet øverst til venstre. Dette forklares med at stegutstikket her utsettes for trykkspenninger fra både global bøyning og T-momentene. Merk at fargepalettene ikke kan sammenlignes direkte ettersom elementnettet fra DIC-analysen ikke dekker avrundingene i åpningens hjørner. Kvantitativt stemmer dog tøyningene godt overens, om de sammenlignes fra samme punkt på bjelken. Fra DIC-analysen er tøyningene rundt 7 % i hjørnet øverst til venstre - veldig likt som for Abaqus-modellen.

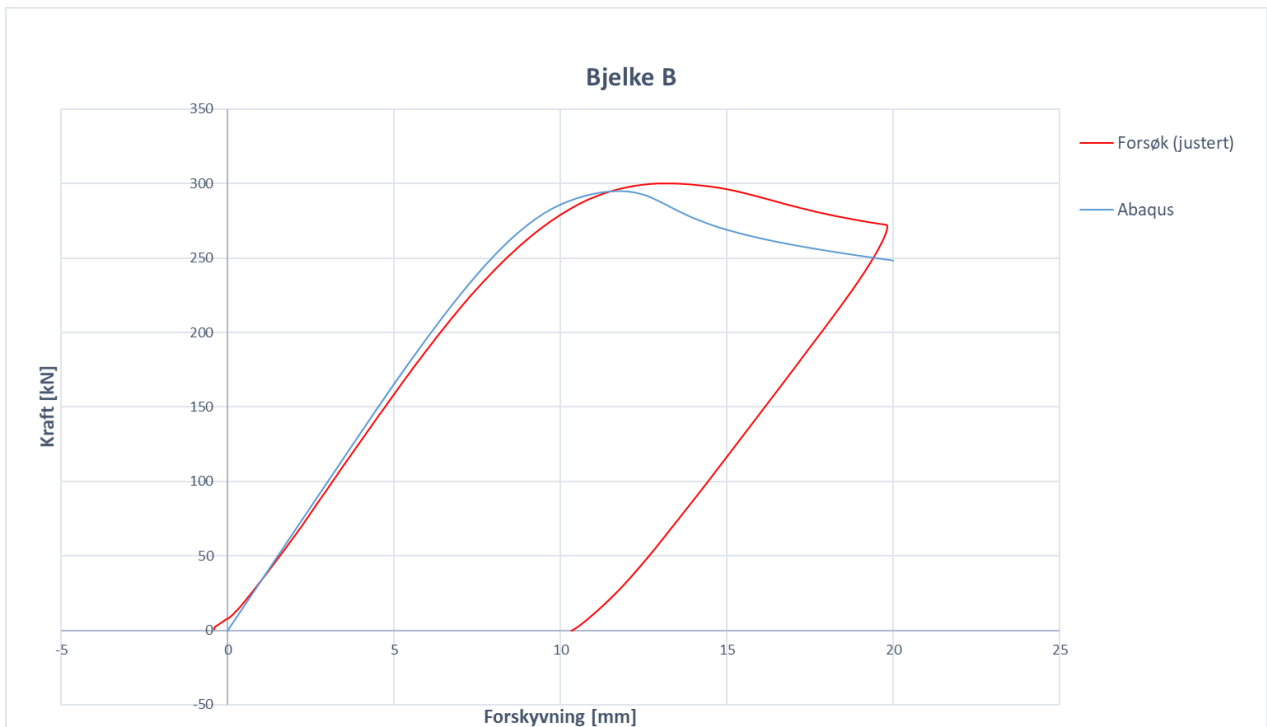


**Figur 4.30: a) viser de Von Mises ekvivalente plastiske tøyningene rundt åpningen fra Abaqus, mens b) viser de tilsvarende totale tøyningene fra DIC-analysen.**

## Bjelke B

I Figur 4.31 sammenlignes den justerte kraft-forskyvningskurven til Bjelke B, med kraft-forskyvningskurven fra Abaqus med formfeil-kombinasjon 5. Tilsvarende som for Bjelke A, er stivheten i Abaqus noe høyere enn stivheten til den justerte kurven fra forsøket. Kurvene samsvarer ellers godt frem til bruddlasten nås, men etter dette observeres det at kurven fra Abaqus faller brattere enn kurven fra forsøket.

Toppunktet til kurven fra Abaqus viser en bruddlast lik 296,1 kN, og er dermed 1,4 % lavere enn lasten fra forsøket, som ble målt til 300,2 kN. Nedbøyningen i Abaqus ved maksimal last var rundt 12 mm, mens nedbøyningen på den justerte kurven var rundt 13 mm.

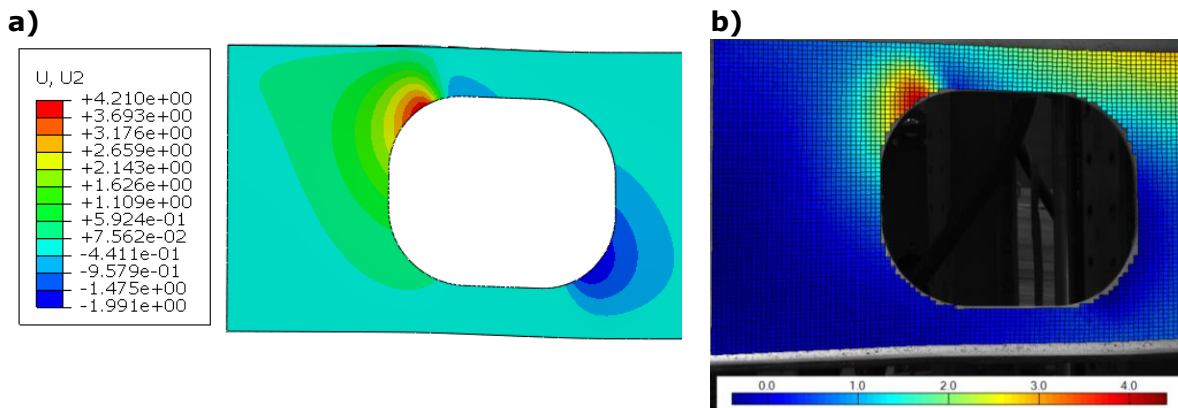


**Figur 4.31: Sammenligning av kraft-forskyvningskurvene fra Abaqus og forsøket.**

Figur 4.32 a) og b) viser forskyvningene inn og ut av planet for henholdsvis Abaqus-modellen og DIC-analysen når bjelkene påføres maksimal last. Positive tall indikerer forskyvninger innover i planet. Det observeres at Abaqus-modellen får samme forskyvning i hjørnet øverst til venstre som for bjelken i forsøket, men at Abaqus-modellen også har en forskyvning ut av planet i hjørnet nederst til høyre. Denne forskyvningen kommer ikke frem av resultatene fra DIC-analysen ved denne lasten.

Avviket kan komme av at formen på knekkmode 2, se vedlegg 2, innfører formfeil i både hjørnet øverst til venstre, og nederst til høyre. Det er forsøkt å motvirke formfeilen i hjørnet nederst til høyre ved å også sette inn knekkmode 4 som formfeil med negativ størrelse. Dette kan være årsaken til at forskyvningen i hjørnet nederst til høyre er litt for stor sammenlignet resultatet fra DIC-analysen. At Abaqus-analysen knekker i begge hjørner ved maksimal last, kan også være årsaken til at kraft-forskyvningskurven fra Abaqus faller brattere enn kurven fra forsøket.





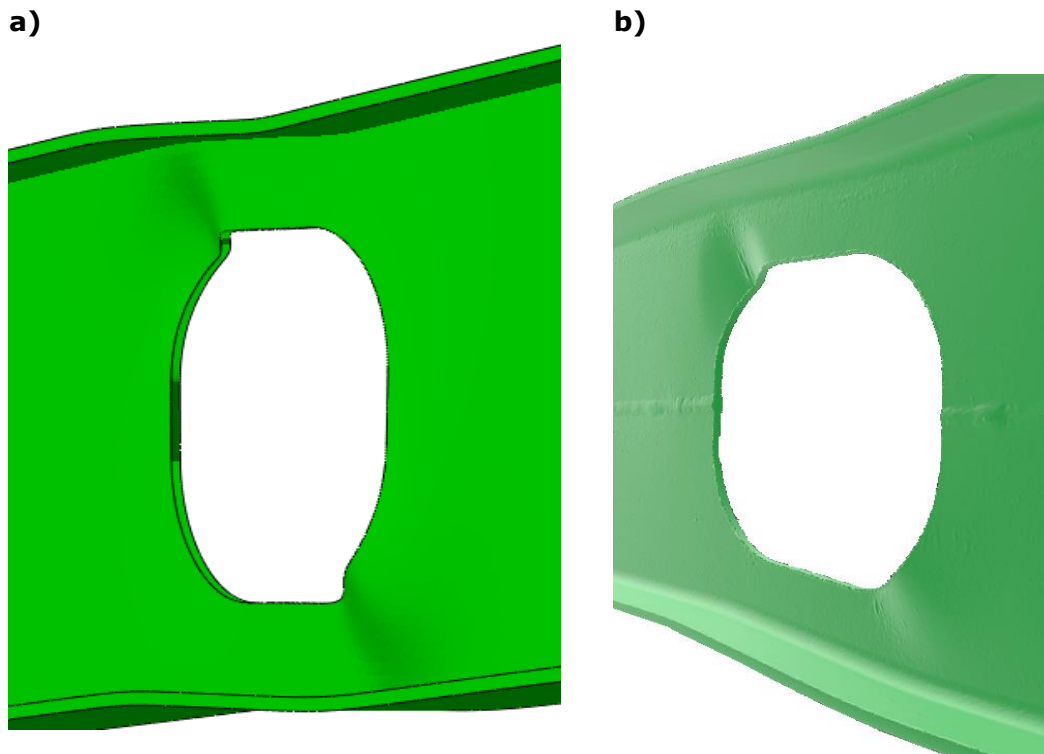
**Figur 4.32: Sammenligning av forskyvningene inn og ut av planet for Bjelke B. Figur a) er resultatet fra Abaqus, mens figur b) er resultatet fra DIC-analysen.**

Det observeres videre av resultatene fra DIC-analysen at det er en betydelig forskyvning inn i planet i området øverst til høyre; det samme observeres ikke i Abaqus-modellen. Ettersom bjelken var fastholdt mot vipning ikke langt unna åpningen, virker en slik forskyvning unaturlig. Figur 4.33 viser et eksempel på et av bildene som ble benyttet i DIC-analysen, og det observeres at området som gir unaturlige resultater (rød sirkel), er et område hvor den hvite malingen ikke dekker like godt som for resten av steget rundt åpningen. Dette kan ha påvirket bildebehandlingen i eCorr, og kan dermed ha resultert i de unaturlige forskyvningene. Resultatet er likevel å anse som tilfredsstillende.



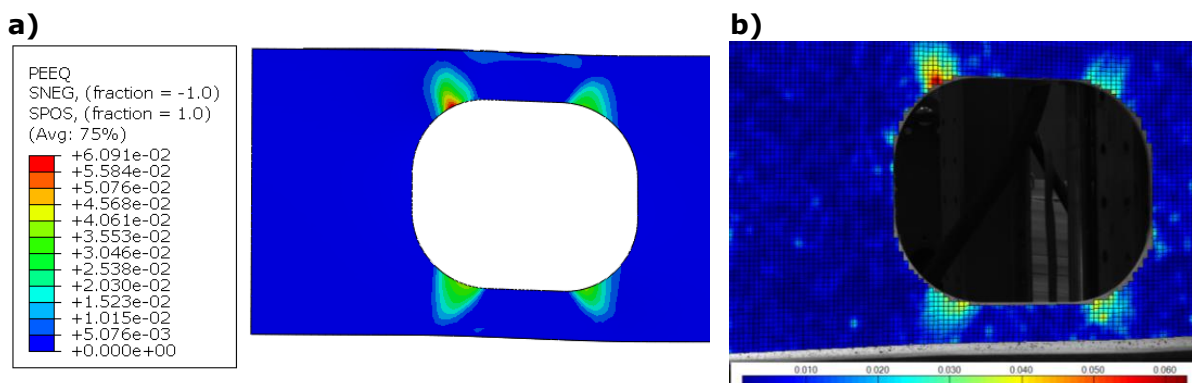
**Figur 4.33: Eksempel på et bilde som benyttes i DIC-analysen. Området markert med en rød sirkel har ikke like tydelig farge som resten av området rundt åpningen.**

Figur 4.34 a) og b) viser bjelkens plastiske deformasjoner etter avlastning for henholdsvis Abaqus-modellen og bjelken fra forsøket. Det observeres at deformasjonsmønsteret til bjelkene er like i de to figurene, men at forskyvningen av hjørnet nederst til høyre er noe større i Abaqus-modellen enn det som vises på bjelken fra forsøket. Dette er i samsvar med det som tidligere er forklart rundt Figur 4.32.



**Figur 4.34: a) viser deformasjonene av bjelken i Abaqus, mens b) viser 3D-scannet geometri av bjelken etter forsøket. Skaleringen er 1:1.**

Figur 4.35 a) viser Von Mises ekvivalente plastiske tøyninger rundt åpningen fra modellen i Abaqus, mens Figur 4.35 b) viser de tilsvarende totale tøyningene rundt åpningen i forsøket. Figurene viser at tøyningene stemmer godt overens både i form av plassering og numeriske verdier. Abaqus viser noe lavere tøyninger, og kan komme av at elastiske tøyninger ikke er inkludert her. Ellers oppstår den største tøyningen, i likhet som for Bjelke A, i radien øverst til venstre, hvor tøyningen var rundt 6 %.



**Figur 4.35: a) viser de Von Mises ekvivalente plastiske tøyningene rundt åpningen i Abaqus, mens b) viser de tilsvarende totale tøyningene målt med DIC.**

#### 4.4.4 Eurokodeberegninger

Tabell 4.10 viser kapasitetsutnyttelsene for de to testede bjelkene, samt resulterende kapasiteter, beregnet iht. EC3. I beregningene er det benyttet en flytespenning,  $f_y$ , lik  $445 \text{ N/mm}^2$  og bjelkenes faktiske tverrsnitt; avrundningene mellom flensen og steget er altså hensyntatt her. Videre er partialfaktorene,  $\gamma_{M0}$  og  $\gamma_{M1}$ , satt lik 1 i beregningene av kapasitetene. Vedlegg 3 og vedlegg 4 viser fullstendige utregninger av henholdsvis Bjelke A og Bjelke B.

	Utnyttelsesgrader iht. EC3						$P_{\max, EC}$ [kN]	$P_{\max, Forsøk}$ [kN]
	$V_{Ed}/V_{o,pl,Rd}$	$V_{Ed}/V_{b,Rd}$	$M_{o,Ed}/M_{o,Rd}$	$M_{Ed}/M_{Rd}$	$V_{Ed}/V_{Vier, Rd}$	$V_{Ed}/N_{wp,Rd}$		
Bjelke A	0.15	0.14	0.18	0.34	1.00	0.37	136.2	321.4
Bjelke B	0.27	0.16	0.25	0.42	1.00	0.61	161.7	300.2

**Tabell 4.10: Oversikt over utnyttelsesgradene for ulike kapasitetskontroller for Bjelke A og Bjelke B beregnet iht. EC3.**

Fra tabellen observeres det at Vierendeel-kapasiteten blir dimensjonerende for begge bjelkene iht. EC3-1-13. Sammenlignet med forsøksresultatene er de beregnede kapasitetene betydelig lavere enn den faktiske bruddlasten. For Bjelke A tilsvarende den beregnede kapasiteten 42 % av bruddlasten målt under forsøket, mens for Bjelke B tilsvarende kapasiteten 54 % av den målte bruddlasten.

Det er to åpenbare grunner til at de beregnede kapasitetene, og bruddlastene målt i laboratoriet, avviker stort fra hverandre. Den første årsaken er at Vierendeel-kapasiteten må beregnes elastisk for Bjelke A ettersom stegutstikkene klassifiseres som tverrsnittsklasse 4. Dette er i samsvar med funnene til Hovda og Hurum [11]. Den andre årsaken er at innvirkningen av den store hjørneradien for Bjelke B ikke hensyntas i beregningene iht. EC3-1-13. Eurokoden neglisjerer hjørneradiens gunstige innvirkning ved å behandle åpningen som en rektangulær åpning uten hjørneradius, og dermed underestimeres kapasiteten til bjelken.



# 5 Parameterstudium

## 5.1 Modell og åpninger

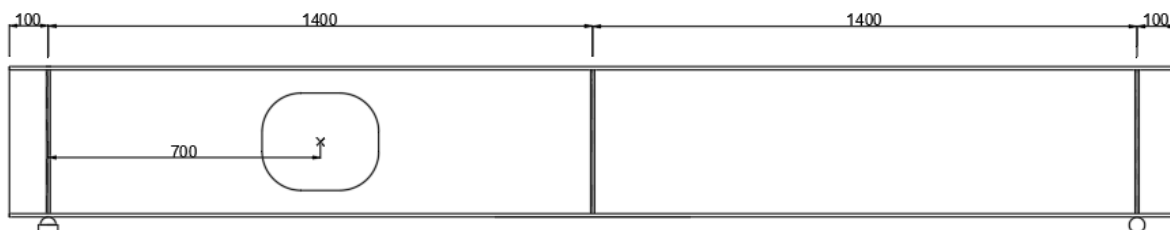
For å ha et større grunnlag til å avgjøre om EC3-1-13 gir gode eller dårlige resultater, er det utført et parameterstudium av et utvalg rektangulære åpningsgeometrier. Den numeriske modellen benyttet, har de samme dimensjonene som Bjelke B, tidligere gjennomgått i kapittel 4.3. Tabell 5.1 gir en oversikt over åpningsgeometriene som er undersøkt. Alle geometriene er innenfor kravene EC3-1-13 setter som maksimal størrelse for rektangulære åpninger, og er valgt for å kontrollere om kapasitetene beregnet etter Eurokoden varierer i nøyaktighet for ulike bruddformer. Hjørneradien,  $r_o$ , er satt lik 16 mm for alle åpningene.

	$h_o = 160 \text{ mm}$	$h_o = 250 \text{ mm}$
$a_o = 0.6h_o$	96	125
$a_o = 1.2h_o$	192	300
$a_o = 2.4h_o$	380	594

**Tabell 5.1: Oversikt over størrelsene på de undersøkte åpningene. Alle mål er i millimeter.**

Alle geometriene er testet med tre ulike stegslankheter ved å variere stegtykkelsen mellom  $t_w = 4 \text{ mm}$ ,  $t_w = 6 \text{ mm}$  og  $t_w = 8 \text{ mm}$ . Til sammen er undersøkt 18 ulike varianter av åpninger. Generelt vil navnene på de ulike geometriene være gitt på formen hxxxryytz, hvor xxx referer til åpningshøyden, yy referer til forholdet  $a_o/h_o$  og z referer til stegtykkelsen. Eksempelvis vil navnet h250r1,2t4 referere til bjelken med en åpningshøyde lik 250 mm, åpningslengde lik 300 mm og med stegtykkelse lik 4 mm.

Alle de undersøkte geometriene er plassert med senter av åpningen 700 mm fra opplegg, se Figur 5.1. Det medfører at alle åpningene blir sentrisk plassert mellom opplegg og stiveren i feltmidte, og resulterer i samme statiske M/V-forhold i senter av åpningen for alle de undersøkte geometriene.



**Figur 5.1: Senter av alle de undersøkte åpningsgeometriene er plassert 700 mm fra opplegg.**

### 5.1.1 Ikke-lineær analyse

De ikke-lineære analysene i parameterstudiet ble utført med «Static, Riks», med ikke-lineær geometri aktivert. «Static, Riks» er en løsningsmetode som benytter seg av det som på engelsk heter «arc-length method». «Arc-length method» er styrt av både

forskyvnings- og lastvektoren til systemet, og gjør det dermed mulig å se når bjelken som analyseres har nådd maksimal bruddlast, uten å kjøre analysen frem til bjelken har nådd en predefinert forskyvning. Det første negative last-inkrementet indikerer at bjelken har gått til brudd, og analysen kan avbrytes.

I motsetning til analysene utført for forsøket, ble forskyvningsvektoren i referansepunktet erstattet med en punktlast. Punktlasten ble satt lik 1 kN, hvorpå den vil bli multiplisert med en økende lastfaktor (LPF-factor) i den ikke-lineære analysen. I analysene ble maksimal arc-length satt til 10 for å oppnå en relativt glatt LPF-kurve.

Ettersom det er satt på en punktlast lik 1 kN, kan man enkelt lese av LPF-verdiene for de ulike inkrementene; eksempelvis vil en LPF-verdi lik 300, tilsvare en last lik 300 kN. Sammenlignet med «Static, General», trenger man altså ikke å bearbeide data for å finne bruddlasten til bjelken. Det gjør denne løsningsmetoden mer tidsbesparende til formålet med å finne bjelkens maksimale bæreevne.

### 5.1.2 Materialmodell

Det er benyttet en elastisk-perfekt-plastisk materialmodell i analysene, med en nominell flytespenning lik  $355 \text{ N/mm}^2$  og en maksimal nominell tøyning lik 15 %. Det er videre benyttet en elastisitetmodul lik 210 GPa, og Poissons tall lik 0,3. Nominelle verdier er satt inn som sanne spenninger og plastiske tøyninger i Abaqus, og gitt Tabell 5.2.

Sann spenning [Mpa]	Sann plastisk tøyning
355.600	0
408.250	0.138

**Tabell 5.2: Sann spenning og plastisk tøyning for den elastisk-perfekt-plastisk materialmodellen benyttet i Abaqus for parameterstudiet.**

### 5.1.3 Imperfeksjoner

Ettersom hver åpningsgeometri gir ulike knekkmoder, er det ikke mulig å belage seg på den samme kombinasjonen av knekkmoder som ble benyttet for åpningsgeometriene presentert i kapittel 4.3.7. Resultatene presentert i Tabell 4.9 viser at knekkmoden som velges er av mindre betydning, og at det viktigste er at det introduseres en formfeil. Amplituden på formfeilen er det som vil være mest utslagsgivende for bruddlasten til bjelken. Samme observasjon er gjort av Hovda og Hurum [11] og Hagen [12].

På bakgrunn av dette ble det kjørt lineære knekkingsanalyser av samtlige åpninger, og den knekkmoden som ga den laveste positive eigenverdien ble introdusert som formfeil i bjelken. Amplituden på formfeilen ble satt lik 5 mm, og er basert på tolleransekrav fra NS-EN 1090-2. Her står det at maksimalt avvik i midten av steget til en platebærer kan tillates å være lik den største av  $h_w/100$  og  $\pm 5 \text{ mm}$  for klasse 1 [19]. For bjelke dimensjonen som her analyseres tilsvarer dette et avvik på 5 mm i senter av steget, men i modellen er dette konservativt benyttet som amplituden i knekkmoden.

## 5.2 Resultat og diskusjon

### 5.2.1 Eurokodeberegninger

Tabell 5.3 gir en oversikt over utnyttelsesgradene, beregnet iht. EC3-1-13, til de rektangulære åpningsgeometriene som ble presentert i kapittel 5.1. Kolonnen kalt « $P_{max}$ » indikerer bruddkapasiteten til den gitte geometrien. Partialfaktorene er satt lik 1 i alle beregningene. Noen celler er merket med en strek, «-», og indikerer at det ikke er nødvendig å kontrollere kapasiteten iht. EC3. Eksempelvis er ikke skjærnekkingskapasiteten nødvendig å kontrollere for bjelkene med stegtykkelse lik 8 mm, ettersom  $\frac{h_w}{t_w} < \frac{72\varepsilon}{\eta}$ . Til å beregne kapasitetene iht. EC3, er det skrevet en kode i programmeringsspråket Python som regner gjennom kapasitetene på tilsvarende måte som vist i vedlegg 1 og 2.

Geometrier		Utnyttelsesgrad ihht. EC3-1-13							$P_{max}$ [kN]
		$V_{Ed}/V_{o,pl,Rd}$	$V_{Ed}/V_{b,Rd}$	$M_{o,Ed}/M_{o,Rd}$	$M_{Ed}/M_{Rd}$	$V_{Ed}/V_{Vier,Rd}$	$V_{Ed}/N_{wp,Rd}$	$V_{Ed}/N_{ep,Rd}$	
$t_w=4$	h160r0,6	0.24	0.3	0.26	0.49	0.37	1	-	118.9
	h160r1,2	0.17	0.22	0.19	0.35	1	0.71	-	84.6
	h160r2,4	0.07	0.09	0.08	0.15	1	0.31	-	36.9
	h250r0,6	0.23	0.2	0.18	0.33	0.97	1	-	80.4
	h250r1,2	0.13	0.12	0.1	0.19	1	0.56	-	45.2
	h250r2,4	0.07	0.06	0.05	0.1	1	0.29	0.22	23.4
$t_w=6$	h160r0,6	0.42	0.33	0.58	0.95	1	0.82	-	290.2
	h160r1,2	0.28	0.22	0.4	0.64	1	0.56	-	197.5
	h160r2,4	0.14	0.11	0.19	0.31	1	0.27	-	96.5
	h250r0,6	0.47	0.25	0.43	0.73	1	0.87	-	223.8
	h250r1,2	0.27	0.15	0.25	0.42	1	0.5	-	129.1
	h250r2,4	0.14	0.08	0.13	0.22	1	0.26	0.21	68.3
$t_w=8$	h160r0,6	0.37	-	0.61	1	0.94	-	-	341.2
	h160r1,2	0.26	-	0.44	0.71	1	-	-	243.7
	h160r2,4	0.16	-	0.27	0.45	1	-	-	152.3
	h250r0,6	0.42	-	0.48	0.78	1	-	-	267.1
	h250r1,2	0.25	-	0.29	0.47	1	-	-	159.4
	h250r2,4	0.14	-	0.15	0.25	1	-	0.12	85.7

**Tabell 5.3: Oversikt over utnyttelsesgrader og maksimal bruddkapasitet beregnet iht. EC3-1-13 for ulike rektangulære åpningsgeometrier. Cellene markert med «-» er ikke nødvendig å beregne iht. EC3.**

Tabell 5.3 viser at Vierendeel-kapasiteten blir dimensjonerende for 15 av de 18 undersøkte åpningene. For alle åpningene som er 250 mm høye, og som har stegtykkelse lik 6 mm og 8 mm, kan plastisk Vierendeel-kapasitet benyttes ettersom flensene er i tverrsnittsklasse 1 og stegutsticket er i tverrsnittsklasse 2. For geometri h250r0,6 beregnes den plastiske kapasiteten med brutto tverrsnitt ettersom  $a_{eff} < 32t_w\varepsilon$ . For de andre åpningene må stegutstikkets høyde begrenses til verdien gitt av formel (3.1).

For de øvrige åpningene er stegutstikkene i tverrsnittsklasse 4, og Vierendeel-kapasiteten må begrenses til den elastiske. For geometri h160r0,6 og h160r1,2t8 kan elastisk kapasitet beregnes med brutto tverrsnitt ettersom  $a_{eff} < 36t_w\varepsilon$ . De andre

åpningsgeometriene i tverrsnittsklasse 4 må begrense stegutstikkets høyde til verdien gitt av formel (3.2).

Knekking av stegsøylen blir dimensjonerende for geometri h160r0,6t4 og h250r0,6t4 – altså for bjelkene med det slankeste steget, og som har en kort åpning.

Momentkapasiteten i feltmidte blir dimensjonerende for geometri h160r0,6t8, som er den minst slanke bjelken, med den korteste og laveste åpningen. Ingen av kapasitetene er redusert pga. skjær ettersom  $V_{Ed}/V_{o,Rd} < 0,5$  i alle tilfeller.

### 5.2.2 Sammenligning av Eurokoden og numeriske analyser

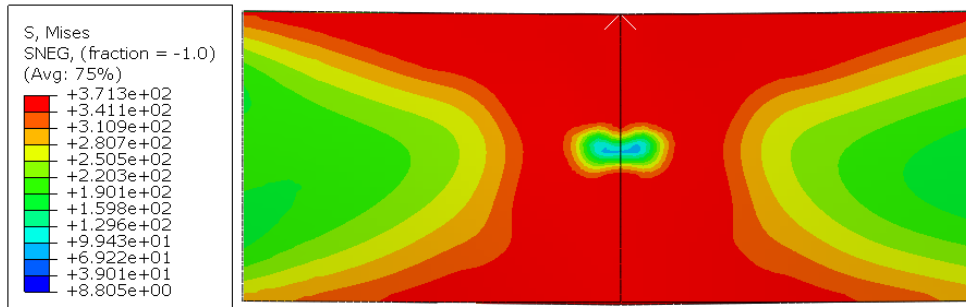
I det følgende sammenlignes kapasitetene iht. EC3-1-13, gitt i Tabell 5.3, med bruddlasten beregnet i Abaqus for tilsvarende åpningsgeometrier. Videre sammenlignes også bruddformene med hverandre.

Bruddformene i Abaqus defineres på bakgrunn av Von Mises-spenningene og deformasjonene i bjelken ved bruddlasten. Figur 5.2 og Figur 5.3 viser henholdsvis spenningsfordelingen og forskyvningen inn og ut av planet ved ulike bruddformer. Figur 5.2 a) viser et eksempel på en spenningsfordeling hvor momentet i feltmidte er begrensende, og illustreres med at det er oppnådd flyt i hele bjelkens høyde. Figur 5.2 b) viser et eksempel hvor Vierendeel-bøyning blir begrensende, og kjennetegnes ved at det oppstår flyteledd i enden av T-ene.

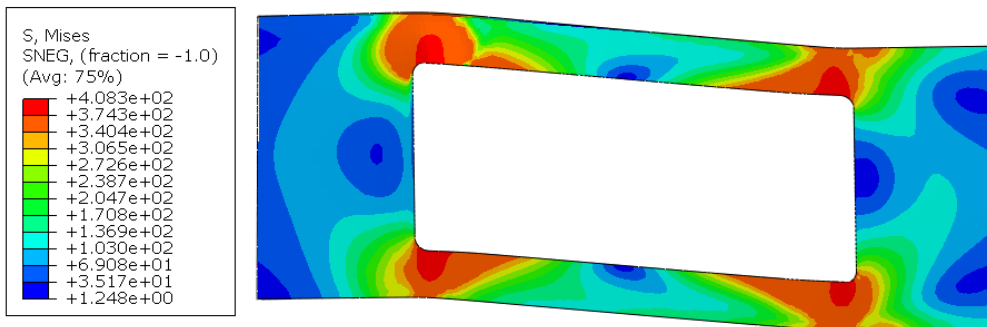
Figur 5.2 c) derimot, viser et eksempel på en bruddform som det er valgt å kalle for en kombinasjon av Vierendeel-brudd og stegknekking. Årsaken er at det i noen tilfeller kan det være vanskelig å skille de to bruddformene fra hverandre, ettersom spenningsfordelingen kan minne mye om den som observeres ved et rent Vierendeel-brudd. Derfor er også forskyvningene inn og ut av planet studert. Ved Vierendeel-brudd vil de største forskyvningene inn og ut av planet være lokalisert i stegutstikkene, som vist Figur 5.3 a), mens i tilfeller hvor forskyvningene fordeler seg mer i steget ved siden av åpningen, vist på Figur 5.3 b), kalles dette for en kombinasjon av Vierendeel-brudd og stegknekking.



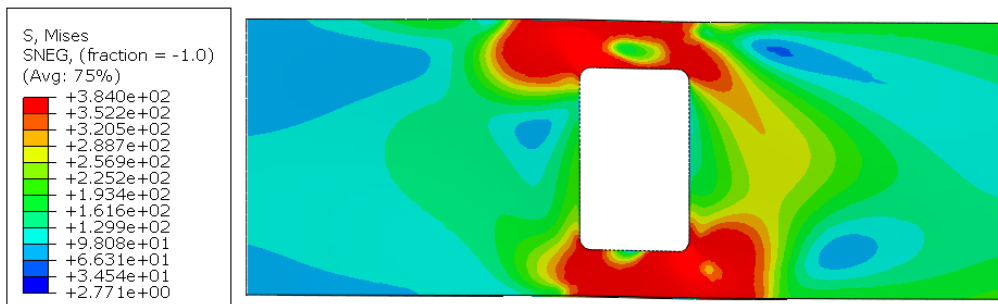
a)



b)

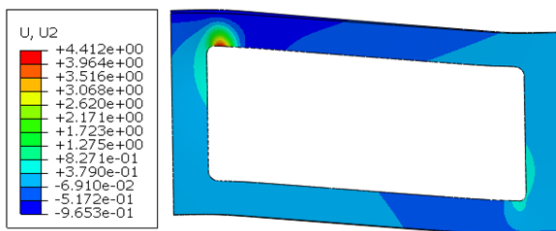


c)

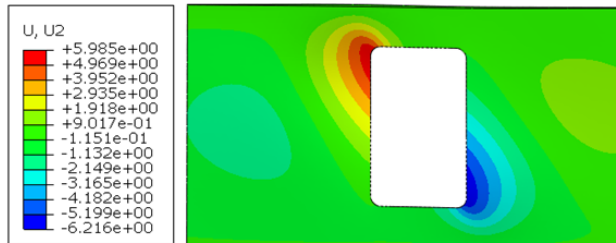


**Figur 5.2:** a) viser spenningsfordelingen i feltmidte ved momentbrudd, b) viser spenningsfordelingen ved Vierendeel-brudd og c) viser spenningsfordelingen ved kombinasjon av Vierendeel-brudd og knekking.

a)



b)



**Figur 5.3:** a) viser et eksempel på forskyvninger inn og ut av planet lokalt i steget ved Vierendeel-brudd. b) viser et eksempel på forskyvninger ved kombinasjonsbrudd. Forskyvningene er da lokalisert mer i steget ved siden av åpningen.

Tabell 5.4 viser oversikten over kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13 og bruddlastene funnet i Abaqus. Fargen på cellene indikerer hvilken bruddform som er begrensende, og er forklart tabellen. Det kommer frem at EC3-1-13 underestimerer kapasitetene sammenlignet med bruddlastene fra Abaqus for samtlige åpningsgeometrier. Forskjellene er størst for bjelken med stegtykkelse lik 4 mm, hvor bruddlasten fra Abaqus er i gjennomsnitt 149 % høyere enn de beregnede kapasitetene iht. EC3-1-13. For bjelkene med stegtykkelse lik 6 mm er bruddlastene funnet i Abaqus i gjennomsnitt 46 % høyere enn de beregnede kapasitetene, mens for bjelkene med stegtykkelse lik 8 mm er bruddlasten i snitt 36 % høyere.

Geometrier		Kapasiteter		
		EC [kN]	Abaqus [kN]	Abaqus/EC
$t_w=4$	h160r0,6	118.9	272.1	2.29
	h160r1,2	84.6	230.7	2.73
	h160r2,4	36.9	147.0	3.98
	h250r0,6	80.4	156.8	1.95
	h250r1,2	45.2	92.2	2.04
	h250r2,4	23.4	45.7	1.95
$t_w=6$	h160r0,6	290.2	317.3	1.09
	h160r1,2	197.5	317.1	1.61
	h160r2,4	96.5	252.9	2.62
	h250r0,6	223.8	258.3	1.15
	h250r1,2	129.1	151.1	1.17
	h250r2,4	68.3	75.9	1.11
$t_w=8$	h160r0,6	341.2	348.3	1.02
	h160r1,2	243.7	349.7	1.43
	h160r2,4	152.3	314.6	2.07
	h250r0,6	267.1	323.4	1.21
	h250r1,2	159.4	199.2	1.25
	h250r2,4	85.7	102.5	1.20

**Bruddform:**

- Vierendeel
- Knekking av steg
- Moment i feltmidte
- Vierendeel/knekking

**Tabell 5.4: Oversikt over kapasiteter beregnet iht. EC3, og bruddlasten funnet i Abaqus.**

Med en antagelse om at kombinasjonen av Vierendeel-brudd og knekking (grønn) fra Abaqus, kan sammenlignes direkte mot Vierendeel-brudd (gul) og stegknekking (blå) iht. EC3-1-13, vil Eurokoden predikere riktig bruddform i 14 av 18 tilfeller. I de fire tilfellene hvor Eurokoden predikerer feil bruddform, er det momentet i feltmidte som blir begrensende i Abaqus.

I de tilfellene hvor Vierendeel-bruddformen er begrensende iht. både EC3-1-13 og Abaqus, observeres det at kapasitetene varierer i nøyaktighet sammenlignet med bruddlasten. I 6 av de 12 er bruddlasten i Abaqus maksimalt 25 % større. Dette gjelder for geometriene med åpningshøyde lik 250 mm og stegtykkelse lik 6 mm og 8 mm. Felles for disse er at plastisk Vierendeel-kapasitet kan benyttes. For de 6 resterende tilfellene, er bruddlastene gjennomsnittlig 157 % høyere enn kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13. Avviket er størst for geometri h160r2,4t4, hvor bruddlasten er nesten 300 % høyere i Abaqus enn den beregnede kapasiteten. Årsaken til det store avviket i disse tilfellene er at T-ene her klassifiseres som tverrsnittsklasse 4, og elastisk kapasitet mot Vierendeel-bøyning må benyttes.

Fra Tabell 5.4 ser man videre at i de to tilfellene hvor knekking blir dimensjonerende iht. EC3-1-13, er bruddlasten i Abaqus rundt 100 % høyere enn kapasiteten som beregnes. Antagelsen om at søylemodellen gir konservative resultater, slik som opplyst i SCI Publication P355 [1], stemmer derfor godt med disse funnene.



## 6 Forslag til endringer i EC3-1-13

### 6.1 Introduksjon

Resultatene fra parameterstudiet og forsøket viser at EC3-1-13 ofte estimerer svært konservative bruddkapasiteter. Dette står i stil med hva Hovda og Hurum [11], Marthinussen og Sandnes [13] og Grønland [14] observerte i deres gjennomgang av Eurokoden. Vierendeel-bruddformen blir ofte dimensjonerende, og kan underestimere kapasiteten betydelig sammenlignet med bruddlasten fra elementanalyser. Det observeres også at knekkingskapasiteten gir svært konservative estimater i de tilfeller den blir dimensjonerende. På bakgrunn av funnene og generelle observasjoner i EC3-1-13, skal det i det følgende argumenteres for forslag til endringer i Eurokoden som gjør at kapasitetene stemmer bedre overens med bruddlasten fra de numeriske analysene og forsøkene i laboratoriet.

For å støtte opp under forslagene til endringer er det utført noen numeriske analyser på andre åpningsgeometrier enn de som er presentert i kapittel 5.1. Dette er gjort for å kontrollere at forslagene til endringer i EC3-1-13 gir gode resultater. Det er tatt utgangspunkt i samme bjelke som benyttes under parameterstudiet, dvs. bjelke­dimensjonene til Bjelke B, og der senter av åpningene er plassert 700 mm fra opplegg, og hjørneradien er satt lik 16 mm. De eneste parameterne som endres er høyden og lengden på åpningen, med mindre annet er klart oppgitt.

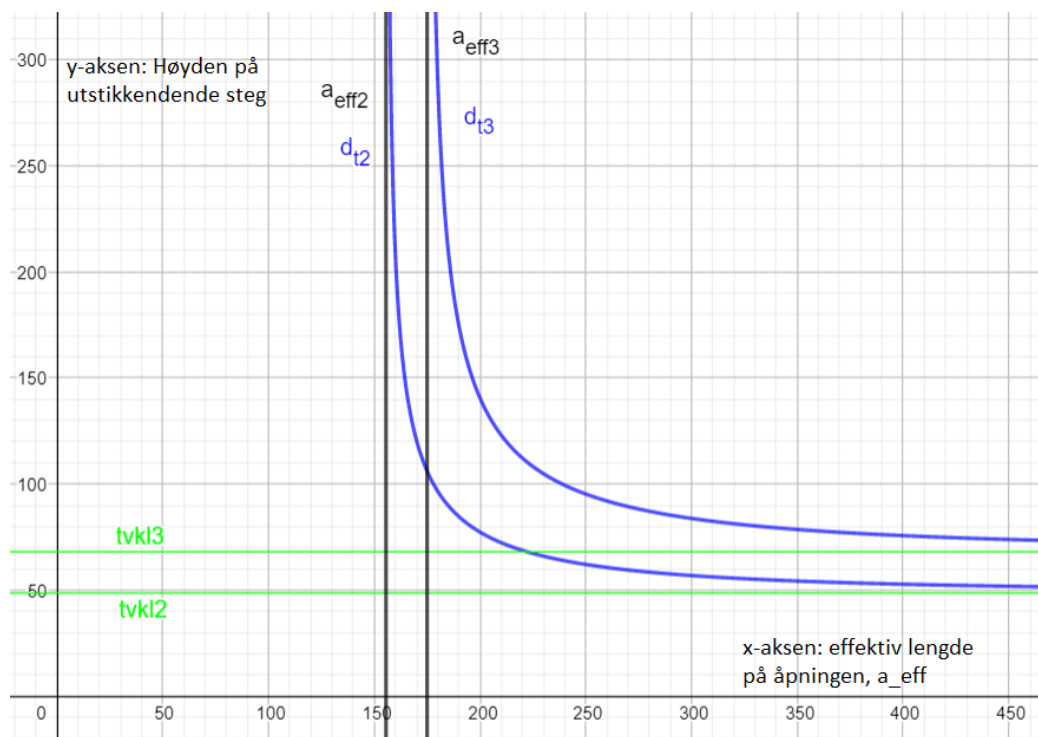
Helt til slutt i kapittel 6.4 beregnes kapasitetene til de samme geometriene som i parameterstudiet, hvor forslagene til endringer blir hensyntatt. Vedlegg 6 viser en fullstendig utregning av Vierendeel-kapasiteten hvor endringene inkluderes.

## 6.2 Tverrsnittsklassifisering av T-ene i Vierendeel-bøyning

I forbindelse med tverrsnittsklassifiseringen av T-ene når Vierendeel-kapasiteten skal estimeres, benytter EC3-1-13 tverrsnittsklasse 3-grensen i EC3-1-1 til å avgjøre når plastisk og elastisk Vierendeel-kapasitet skal benyttes, forutsatt at flensen er i tverrsnittsklasse 1 eller 2. Videre i oppgaven forutsettes det at flensene er i tverrsnittsklasse 1 eller 2. På Figur 6.1 vises en grafisk fremstilling av tverrsnittsklassegrensene for Vierendeel-bøyning for et bjelkeprofil med stegtykkelse lik 6 mm og stålkvalitet S355. De horisontale grønne linjene i figuren viser tverrsnittsklassegrensene for utstikkende tverrsnittsdeler i rent trykk iht. EC3-1-1. De vertikale, svarte linjene, kalt  $a_{eff2}$  og  $a_{eff3}$ , er nedre grenseverdier for når henholdsvis formel (6.1) og (6.2) skal benyttes. Dersom de samme formlene plottes som en funksjon av  $a_{eff}$ , får man henholdsvis de blå kurvene,  $d_{t2}$  og  $d_{t3}$ .

$$d_{teff} = \min \left( d_t, \frac{10t_w \varepsilon}{\sqrt{1 - \left( \frac{32t_w \varepsilon}{a_{eff}} \right)^2}} \right) = \min(d_t, d_{t2}) \quad (6.1)$$

$$d_{teff} = \min \left( d_t, \frac{14t_w \varepsilon}{\sqrt{1 - \left( \frac{36t_w \varepsilon}{a_{eff}} \right)^2}} \right) = \min(d_t, d_{t3}) \quad (6.2)$$



**Figur 6.1: Tverrsnittsklassegrenser for stegutstikk hvor flytespenningen og stegtykkelsen er henholdsvis lik  $355 \text{ N/mm}^2$  og  $6 \text{ mm}$ . Y-aksen beskriver høyden av stegutstikket til T-en,  $d_t$ , mens X-aksen er den effektive åpningslengden,  $a_{eff}$ . Enhetene er i millimeter.**

Reglene for når man skal regne elastisk- og plastisk kapasitet iht. EC3-1-13 kan oppsummeres ved hjelp av Figur 6.1:

- Plastisk Vierendeel-kapasitet kan beregnes dersom stegutstikkernes dimensjoner tilfredsstillende tverrsnittsklasse 3 grensen iht. EC3-1-1, samtidig som at høyden av stegutstikkene begrenses av  $d_{t2}$ -kurven.
- Elastisk kapasitet kan beregnes så lenge høyden av stegutstikkene begrenses av  $d_{t3}$ -kurven

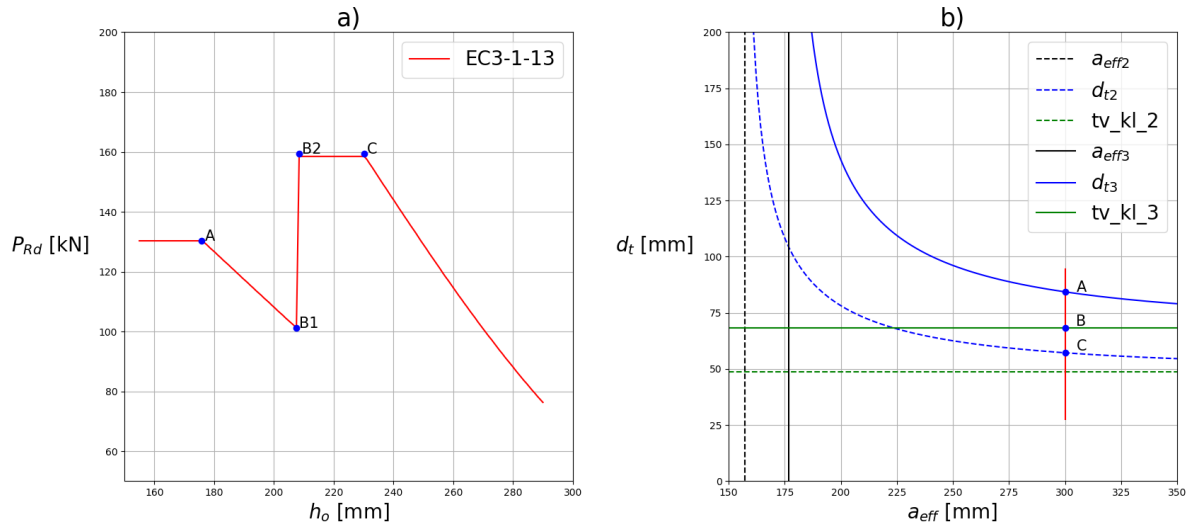
I tilfeller hvor kapasiteten må begrenses til den elastiske, vil dette kunne resultere i betydelig avvik mellom den faktiske bruddlasten og den beregnede kapasiteten. Dette er tidligere observert i parameterstudiet i kapittel 5.2.2. Et annet eksempel er presentert i Tabell 6.1. De to geometriene har en åpningslengde lik 300 mm, men der åpningshøyden varierer mellom 210 mm og 200 mm. Bruddlasten i Abaqus viser det man burde forvente, nemlig at den laveste åpningen har en litt høyere bruddlast, men at 10 mm forskjell på åpningshøyden ellers er av liten betydning.

$h_o$ [mm]	EC [kN]	Abaqus [kN]	Abaqus/EC
210	158.5	218.5	1.38
200	108.1	235.5	2.18

**Tabell 6.1: Kapasitetene iht. EC3-1-13 og bruddlastene fra Abaqus for to like åpningsgeometrier der kun høyden av åpningen varierer.**

Ser man på kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13 observeres det motsatte, nemlig at kapasiteten reduseres med en mindre åpningshøyde. De ulike åpningshøydene resulterer i at T-ene til de respektive geometriene havner i to ulike tverrsnittsklasser, og at plastisk kapasitet kun kan benyttes for åpningen med  $h_o = 210$  mm. Den største åpningen får dermed en beregnet kapasitet lik 158,5 kN, mens den minste åpningen får en kapasitet lik 108,1 kN. Dette tilsvarer en kapasitetsreduksjon på over 30 %.

Figur 6.2 a) viser kapasiteten til åpningen i Tabell 6.1 som en funksjon av åpningshøyden. Høyden av åpningen varierer mellom 155-290 mm, og Vierendeel-kapasiteten er dimensjonerende for alle åpningshøydene. I intervallet hvor høyden varierer mellom 155 mm og ~175 mm, observeres det at kapasiteten holdes konstant lik 130,3 kN, og skyldes at stegutstikkene begrenses til  $d_{t3}$ -grensen, vist som punkt A på Figur 6.2. I intervallet ~175-208 mm, dvs. mellom punkt A og B1, vil stegutstikket fortsatt være i tverrsnittsklasse 4, og elastisk kapasitet beregnes, men da med brutto tverrsnitt. Ved punkt B ser man en diskontinuitet i grafen, hvor kapasiteten plutselig øker fra 101,2 kN til 158,5 kN – en økning på 57 %. Dette skyldes at plastisk kapasitet kan benyttes. Kapasiteten holdes videre konstant frem til en åpningshøyde lik 230 mm, dvs. punkt C, ettersom stegutstikkene begrenses til  $d_{t2}$ -grensen. Dersom høyden av åpningen fortsetter å øke, vil stegutstikkene begrenses av sin faktiske høyde, og resultere i en minkende kapasitet.



**Figur 6.2: a) Plott av kapasiteten til åpningsgeometrien i Tabell 6.1 som funksjon av åpningshøyden,  $h_o$ . b) Grafisk fremstilling av tverrsnittsklassegrensene for den gitte åpningen.**

### 6.2.1 Plastisk Vierendeel-kapasitet med brutto tverrsnitt

At elastiske beregninger gir konservative estimater for Vierendeel-kapasiteten er også nevnt i bakgrunnsdokumentene til EC3-1-13; her sammenlignes kapasitetene fra faktiske laboratorieforsøk opp mot kapasitetene beregnet iht. EC3-1-13 for å vurdere treffsikkerheten av formlene, se Tabell 6.2. Åpningsgeometriene fra forsøkene resulterer i T-er i tverrsnittsklasse 4, og elastiske kapasitetsberegninger skal benyttes. Bjelkene som ble testet viste seg å gå til brudd ved laster opptil 140 % høyere enn hva Vierendeel-kapasiteten ble estimert til iht. EC3-1-13.

Test No.	Opening Size (mm) (vertical horizontal)	Stiffeners	Failure Shear (kN)	V/V <sub>Rd</sub>	M/M <sub>Rd</sub>	Failure Mode	Calculated Shear Resistances (kN)			
							Pure Shear	Vierendeel Bending		Web-Post Buckling
							Elastic	Plastic		
A1-1	400 x 400	None	394	0.54	0.46	Shear Buckling	731	165	371	<b>260</b>
A1-2	400 x 800	None	206	0.28	0.28	Vierendeel and local buckling	731	103	<b>200</b>	260
B1-4	400 x 800	Horizontal	393	0.54	0.54	Vierendeel and web buckling	731	229	372	<b>390</b>
B1-3	400 x 800	Horizontal and vertical	443	0.60	0.60	Vierendeel bending	731	223	<b>363</b>	NA

**Tabell 6.2: Oversikt over resultater fra laboratorieforsøk og håndberegninger utført i et av bakgrunnsdokumentene til EC3-1-13. [20]**

I bakgrunnsdokumentet estimeres også den plastiske Vierendeel-kapasiteten av brutto tverrsnitt, som viser seg og fortsatt være under den faktiske bruddkapasiteten (Failure Shear). De plastiske Vierendeel-kapasitetene for A1-1 og A1-2 er henholdsvis 371 kN og 200 kN, hvilket er henholdsvis 94 % og 97 % av de faktiske bruddlastene. Det skal merkes at bjelke A1-1 gikk til brudd som følge av skjærknekking selv om lasten var ca. 6 % større enn den plastiske Vierendeel-kapasiteten. På bakgrunn av testene over, konkluderes det i bakgrunnsdokumentet [20] at plastisk kapasitet med brutto tverrsnitt mot Vierendeel-bøyning kan benyttes selv for T-er i tverrsnittsklasse 4.



Hovda og Hurum [11] åpner også for at plastisk Vierendeel-kapasitet med brutto tverrsnitt kan benyttes selv om steget til T-ene er klassifisert som tverrsnittsklasse 4. De undersøkte en sirkulær åpning som var 200 mm i diameter, hvor bruddlasten i Abaqus ble 274 kN, mens kapasiteten iht. EC3-1-13 ble lik 179 kN. Vierendeel-bruddformen ble begrensende i både Abaqus-analysen og EC3-1-13. Dersom Vierendeel-kapasiteten heller hadde blitt beregnet plastisk, ville bruddkapasiteten blitt lik 270 kN – et avvik på bare 4 kN sammenlignet med Abaqus.

På bakgrunn av at bakgrunnsdokumentet [20] og Hovda og Hurum [11] åpner for å benytte plastisk Vierendeel-kapasitet av brutto tverrsnitt uavhengig av stegutstikkens tverrsnittsklasse, stilles det spørsmål om det er nødvendig å klassifisere stegutstikkene utsatt for Vierendeel-bøyning overhode. Tabell 6.3 viser geometriene fra parameterstudiet i kapittel 5.2 hvor Vierendeel-kapasiteten ble begrensende iht. EC3-1-13, og der stegutstikkene klassifiseres som tverrsnittsklasse 4. Det er inkludert en ny kolonne kalt «Plastisk», hvor plastisk kapasitet for Vierendeel-bøyning er beregnet utfra brutto tverrsnitt av T-ene.

Geometrier		EC [kN]	Abaqus [kN]	Plastisk [kN]	Abaqus/EC	Abaqus/Plastisk
t <sub>w</sub> =4	h160r1,2	84.6	230.7	118.9	2.73	1.94
	h160r2,4	36.9	147.0	118.9	3.98	1.24
	h250r1,2	45.2	92.2	80.4	2.04	1.15
	h250r2,4	23.4	45.7	50.4	1.95	0.91
t <sub>w</sub> =6	h160r0,6	290.2	317.3	306.7	1.09	1.03
	h160r1,2	197.5	317.1	306.7	1.61	1.03
	h160r2,4	96.5	252.9	232.5	2.62	1.09
t <sub>w</sub> =8	h160r1,2	243.7	349.7	341.2	1.43	1.02
	h160r2,4	152.3	314.6	286.4	2.07	1.10

**Bruddform:**

Vierendeel
Knekking av steg
Moment i feltmidte
Vierendeel/knekking

**Tabell 6.3: Oversikt over kapasitetene i det tidligere utførte parameterstudiet hvor Vierendeel-kapasiteten ble begrensende, og der T-ene er i tverrsnittsklasse 4.**

Tabell 6.3 viser at for alle tilfellene der stegtykkelsen er lik 6 mm og 8 mm, vil det å regne plastisk Vierendeel-kapasitet gi mer nøyaktige resultater til sikker side. For geometriene h160r0,6t6, h160r1,2t6 og h160r1,2t8 vil momentet i feltmidte bli begrenset dersom plastisk Vierendeel-kapasitet benyttes. Sammenlignet med Abaqus vil avviket for disse geometriene være 2-3 %, og bruddformen være den samme. For geometriene h160r2,4t6 og h160r2,4t8 vil Vierendeel-bruddformen fremdeles være gjeldende dersom geometriene regnes fullt plastisk, og øke med henholdsvis 141 % og 88 %.

For geometriene h160r1,2t4, h160r2,4t4 og h250r1,2t4 vil knekking av stegsøylen nå bli begrensende. Kapasitetene øker med henholdsvis 41 %, 222 % og 78 % dersom plastisk Vierendeel-kapasitet benyttes, og er fremdeles til sikker side sammenlignet med Abaqus.

Det bemerkes at den plastiske kapasiteten til geometri h250r2,4t4 er høyere enn bruddlasten funnet i Abaqus, og overestimerer bæreevnen med ca. 10 %.

I Tabell 6.4 sammenlignes de tre åpningene fra Tabell 6.3 hvor Vierendeel-bøyning blir begrensende iht. både EC3-1-13 og den plastiske prosedyren. Her sammenlignes slankheten av stegutstikkene, slankheten av bjelkesteget, forholdet mellom åpningslengden og stegutstikkets høyde, og forholdet mellom bruddlasten i Abaqus og kapasiteten beregnet med den plastiske prosedyren. Tallene indikerer at det ikke er slankheten av stegutstikkene som er avgjørende for om plastisk kapasitet kan benyttes, men heller slankheten på bjelkesteget. Geometriene h160r2,4t8 og h250r2,4t4 har

tilnærmet samme slankhet på stegutstikkene, men den plastiske prosedyren estimerer kapasiteten til sikker side kun for geometri h160r2,4t8. Geometri h160r2,4t6 har det slankeste stegutstikket, og likevel underestimeres kapasiteten sammenlignet med bruddlasten i Abaqus. Derimot ser man at når slankheten av bjelkesteget og T-enes lengde-høyde-forhold øker, så kan det å regne plastisk Vierendeel-kapasitet med T-enes brutto tverrsnitt gi kapasiteter til usikker side.

Geometrier	Slankheter			Forhold
	$d_t/(t_w \epsilon)$	$h_w/(t_w \epsilon)$	$a_o/d_t$	Abaqus/Plastisk
h160r2,4t8	14.2	56.7	4.1	1.10
h160r2,4t6	18.9	75.6	4.1	1.09
h250r2,4t4	14.6	113.3	12.5	0.91

**Tabell 6.4: Oversikt over diverse slankheter for geometriene hvor Vierendeel-bruddformen ble begrensende. Forholdet mellom bæreevnen i Abaqus og full plastisk kapasitet er også inkludert.**

På bakgrunn av dette, undersøkes det noen flere åpningsgeometrier der stegutstikkene klassifiseres som tverrsnittsklasse 4, og der slankheten av bjelkesteget er høyt. Tabell 6.5 viser en oversikt over et utvalg geometrier. Navnet på geometriene er gitt på samme måte som tidligere, men det inkluderes nå også forlengede sirkulære åpninger (elongated circular openings), i tillegg til rektangulære. Forlengede sirkulære åpninger starter navnet med «hs», mens rektangulære starter med «h». Resultatene viser at det å beregne plastisk Vierendeel-kapasitet for geometri h200r2,4t4, h250r2,4t4, hs250r2,4t4 og hs160r2,4t4 gir kapasiteter som er betydelig til usikker side. Avviket er størst for forlengede sirkulære åpninger. For geometri hs250r2,4t4 tilsvarer bruddlasten i Abaqus 77 % av den estimerte plastiske kapasiteten. Det observeres at det tilsynelatende ikke er noen sammenheng mellom nøyaktigheten av den beregnede kapasiteten og slankheten av stegutstikket og lengde-høyde-forholdet til T-ene. Slankheten av bjelkesteget virker dog til å ha sammenheng med om plastisk kapasitet kan benyttes. For geometriene med de minst slanke bjelkestegene, er plastisk kapasitet tilnærmet lik bruddlasten i Abaqus, men også til usikker side.

Geometrier	Slankheter			Abaqus [kN]	PLASTISK [kN]	Abaqus/Plastisk
	$d_t/(t_w \epsilon)$	$h_w/(t_w \epsilon)$	$a_o/d_t$			
h160r2,4t5	22.7	90.7	4.1	200.7	203.3	0.99
h200r2,4t4	22.2	113.3	6.6	91.0	103.9	0.88
h250r2,4t4	14.6	113.3	12.5	45.7	50.4	0.91
hs250r2,4t4	18.4	113.3	12.5	65.8	85.1	0.77
hs160r2,4t4	30.8	113.3	4.1	177.4	225.2	0.79
hs160r2,4t6	20.6	75.6	4.1	296.1	301.9	0.98

**Tabell 6.5: Kapasitetene og slankhetsforholdene til noen utvalgte åpningsgeometrier, samt bruddlastene fra Abaqus.**

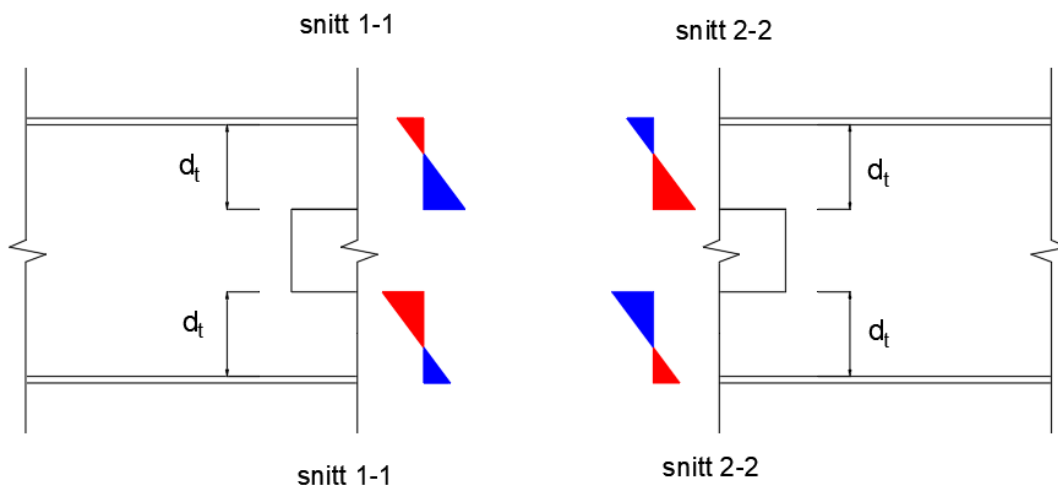
Ettersom oversikten i Tabell 6.5 viser at det å benytte plastisk Vierendeel-kapasitet med brutto tverrsnitt gir kapasiteter høyere enn bruddlastene funnet i Abaqus, er det valgt å forkaste forslaget om å regne plastisk med brutto tverrsnitt av T-ene uansett tverrsnittsklasse på stegutstikkene. Det fremkommer likevel klart fra parameterstudiene, og fra tidligere eksempler, at kravene i EC3-1-13 knyttet til beregning av Vierendeel-kapasiteten, bør modifiseres.

## 6.2.2 Plastisk Vierndeel-kapasitet med effektive T-tverrsnitt

Det er observert ulike årsaker til at EC3-1-13 potensielt kan gi svært konservative Vierndeel-kapasiteter for bjelker med åpninger i steget. Den første årsaken er at EC3-1-13 tilsynelatende ikke skiller mellom tverrsnittsdeler med strekk- og trykkspenninger langs fri rand når den effektive høyden av stegutsticket skal beregnes. Ved bestemmelse av T-moment-kapasitetene må den effektive høyden av stegutstikkene begrenses iht. formel (6.1) og (6.2). Dvs. at også stegutstikk med strekkspenninger langs fri rand skal reduseres til en grenseverdi gitt av formler som konvergerer mot tverrsnittsklassegrensene for tverrsnittsdeler i rent trykk ved økende effektiv åpningslengde, se Figur 6.1. Videre må også T-enes aksialkapasitet beregnes med en effektiv høyde på stegutstikkene begrenset av tverrsnittsklasse-grensene for utstikkende tverrsnittsdeler i rent trykk, se punkt 8.4 (6) i EC3-1-13. Den andre årsaken er at Vierndeel-kapasiteten må begrenses til den elastiske for stegutstikk som er i tverrsnittsklasse 4.

Som forslag til endringer i EC3-1-13 bør det skilles mellom tverrsnittsdeler med strekk- og trykkspenninger langs fri rand når den effektive høyden av stegutsticket skal beregnes. Dette gjelder både når moment- og aksialkapasitetene til T-ene skal beregnes. Videre bør det også åpnes for at plastisk Vierndeel-kapasitet kan beregnes uavhengig av stegutstikkens tverrsnittsklasse, men da på bakgrunn av effektive tverrsnitt. I de påfølgende avsnittene presenteres forslagene til endringene i EC3-1-13 og resonnetmentet bak disse.

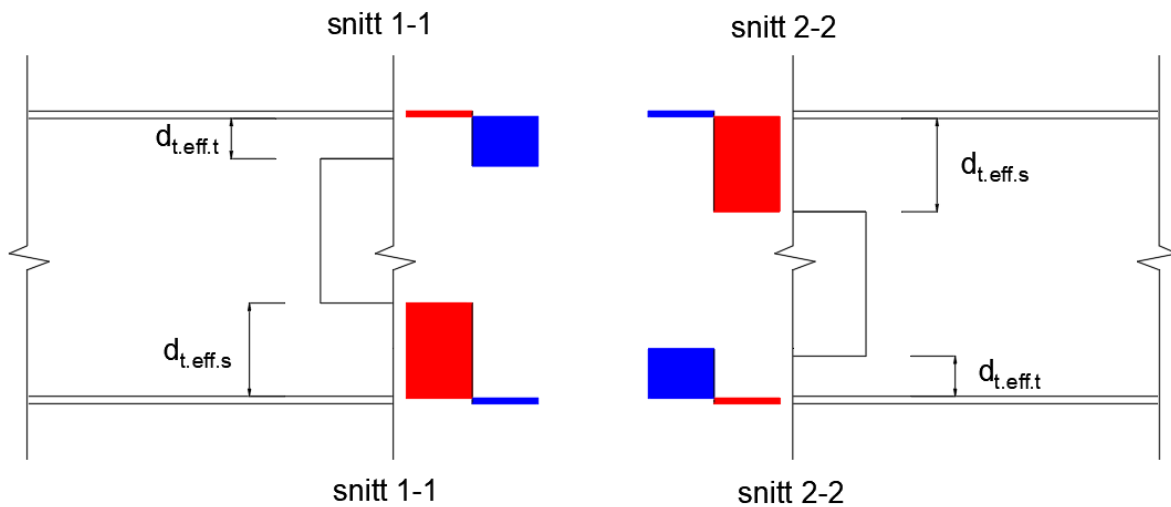
Figur 6.3 viser de elastiske bøyepeningene i T-ene i snitt som følge av ren Vierndeel-bøyning basert på antagelsene presentert i kapittel 2.3.3, der de røde og blå spenningsblokkene referer til henholdsvis strekk- og trykk-spenninger. Det antas at stegutstikkens høyder,  $d_t$ , er større enn tverrsnittsklasse 3 grensen gitt i EC3-1-1, og elastiske Vierndeel-kapasitet må benyttes.



**Figur 6.3: Elastiske bøyepeninger som følge av T-momentene der stegutstikkets høyde,  $d_t$ , er større enn tverrsnittsklasse 3 grensen iht. EC3-1-1.**

Figur 6.4 illustrerer en plastisk spenningsfordeling for åpningen i Figur 6.3, men med effektive høyder av stegutstikkene. Her står  $d_{t,eff,t}$  og  $d_{t,eff,s}$  for de effektive høydene til stegutstikkene i henholdsvis trykk og strekk langs fri rand. Resonnementet bak forslaget til endring vil dermed være at de *faktiske* momentkapasitetene til T-ene i snitt 1-1 og snitt 2-2 på Figur 6.4, i praksis vil være lavere enn de *faktiske* momentkapasitetene til T-

ene i de tilsvarende snittene på Figur 6.3. Dermed foreslås det at Vierendeel-kapasiteten benytter de plastiske momentkapasitetene til de effektive T-ene i et snitt.



**Figur 6.4: Den samme bjelken og åpningen som i Figur 6.3, men med effektive høyder på stegutstikkene.**

For å finne de effektive høydene på stegutstikkene på Figur 6.4, må det antas en plastisk spenningsfordeling i T-ene på Figur 6.3, med utgangspunkt i antagelsene gitt i kapittel 2.3.3. Gitt disse spenningene, foreslås det å begrense de effektive høydene av stegutstikkene til den største av tverrsnittsklasse 2-grensen gitt i EC3-1-1 og EC3-1-13. Dette medfører at stegutstikkene med trykkspenninger langs fri rand på Figur 6.3, begrenses til en effektiv høyde gitt av formel (6.3) dersom  $a_{eff} \leq 32t_w\varepsilon$ , eller formel (6.4) dersom  $a_{eff} > 32t_w\varepsilon$ . Videre begrenses også høyden av stegutstikkene med strekkspenninger langs fri rand til en effektiv høyde gitt av formel (6.5) dersom  $a_{eff} \leq 32t_w\varepsilon$ , eller formel (6.6) dersom  $a_{eff} > 32t_w\varepsilon$ .

$$d_{t,eff,t} = d_t \quad (6.3)$$

$$d_{t,eff,t} = \min\left(d_t, \max\left(d_{t2}, \frac{10t_w\varepsilon}{\alpha}\right)\right) \quad (6.4)$$

$$d_{t,eff,s} = d_t \quad (6.5)$$

$$d_{t,eff,s} = \min\left(d_t, \frac{10t_w\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}\right) \quad (6.6)$$

Der  $\alpha$  er andelen av stegutstikket med trykkspenninger i den respektive T-en. Dersom også en stor andel aksialspenninger introduseres i T-ene som følge av et globalt moment i senter av åpningen, vil dette endre de plastiske spenningsfordelingene i T-ene, og dermed høyden på de effektive stegutstikkene,  $d_{t,eff,t}$  og  $d_{t,eff,s}$ . Introduseringen av

moment i senter av åpningen vil medføre at spenningsfordelingen i T-ene ikke lenger er punktvis symmetriske, og begge snittene ved enden av åpningen må kontrolleres.

I EC3-1-13 tar man hensyn til aksialutnyttelsen i T-ene ved å redusere momentkapasitetene,  $M_{NV,T,Rd}$ , iht. nedre grenseteorem når plastisk Vierendeel-kapasitet beregnes, se formel (3.14). Ved reduksjonen med hensyn til aksialutnyttelsen, benyttes trykkapasiteten til T-ene, og stegutstikkens høyder må begrenses av tverrsnittsklasse 2-grensen for tverrsnittsdeler i rent trykk. Det foreslås heller å beregne aksialkapasitetene basert på T-enes effektive tverrsnitt. Det medfører at aksialutnyttelsen blir mindre, og dermed også reduksjonen av momentkapasiteten som følge av aksialutnyttelsen. Se vedlegg 6 for et fullstendig regneeksempel av forslaget.

Figur 6.5 viser en oppdatert versjon av Figur 6.2 a), hvor Vierendeel-kapasitetene plottes som en funksjon av åpningshøyden. Som tidligere nevnt er lengden på åpningen 300 mm, og avstanden fra opplegg til senter av åpningen er lik 700 mm. Den røde kurven er kapasiteten beregnet iht. EC3-1-13, den blå kurven er plastisk kapasitet beregnet med brutto tverrsnitt, mens den grønne kurven viser kapasiteten beregnet iht. forslaget. Figuren viser at kapasitetene beregnet iht. forslaget er betydelig høyere enn kapasiteten iht. EC3-1-13 hvor den elastiske kapasiteten blir begrensende. Videre ser man i intervallet 208-230 mm at forslaget benytter den faktiske høyden, og ikke en effektiv høyde, på stegutstikkets med strek langs fri rand, hvilket medfører at kapasitetene ikke er konstant i dette intervallet. Sammenlignet med brutto plastisk kapasitet, observeres det at forslaget er mer konservativt frem til stegutstikkets høyde er lik  $d_{t2}$ -grensen. Ved  $h_o = 230$  mm, vil alle tre kurvene samles, og en videre økning av åpningshøyden vil medføre at plastisk kapasitet kan beregnes med brutto tverrsnitt.



**Figur 6.5: Vierendeel-kapasitetene til åpningen som er 300 mm lang, plottet som funksjon av åpningshøyden. Rød kurve er kapasiteten beregnet iht. EC3-1-13, blå kurve**

**er kapasiteten beregnet plastisk med brutto tverrsnitt, og grønn kurve er kapasiteten beregnet iht. forslaget.**

Tabell 6.6 viser en oppdatert versjon av Tabell 6.3, hvor kapasiteten iht. forslaget også er inkludert, kalt «Forslag\_TVKL». Som tidligere forklart, var plastisk kapasitet med brutto tverrsnitt til usikker side for samtlige geometrier, og at usikkerheten øker med økende slankhet av bjelkesteget. Det største avviket var for geometri hs250r2,4t4, hvor bruddlasten i Abaqus tilsvarte 77 % av den plastiske Vierendeel-kapasiteten med brutto tverrsnitt. Med forslaget vil kapasiteten for den samme åpningen være tilnærmet lik bruddlasten i Abaqus. Videre er kapasitetene iht. forslaget til sikker side, og bruddlasten i Abaqus er i gjennomsnitt 16 % større enn den beregnede kapasiteten.

Geometrier	Abaqus [kN]	PLASTISK [kN]	Forslag_TVKL [kN]	Abaqus/Plastisk	Abaqus/Forslag
h160r2,4t5	200.7	203.3	148.3	0.99	1.35
h200r2,4t4	91.0	103.9	75.0	0.88	1.21
h250r2,4t4	45.7	50.4	43.0	0.91	1.06
hs250r2,4t4	65.8	85.1	66.0	0.77	1.00
hs160r2,4t4	177.4	225.2	162.9	0.79	1.09
hs160r2,4t6	296.1	301.9	240.6	0.98	1.23

**Tabell 6.6: Oversikt over kapasiteter beregnet plastisk med brutto- og effektivt tverrsnitt for et utvalg geometrier, samt bruddlasten fra Abaqus.**

Resultatene i Tabell 6.6 indikerer at forslaget til å regne Vierendeel-kapasiteten plastisk med effektive T-tverrsnitt gir gode estimater på bjelkens bæreevne.

## 6.3 Hjørneradiens innvirkning

Tabell 6.7 viser innvirkningen av hjørneradien for seks åpninger med tre ulike høyde-lengde-dimensjoner, hvor hjørneradien er enten 16 mm, eller så stor at åpningen defineres som forlenget sirkulær. Her er åpning A like lang som åpning B, men åpningshøyden er mindre. Åpning B er like høy som åpning C, men lengden på åpningen er mindre. Det observeres fra tabellen at åpning A, B og C har henholdsvis 17 %, 63 % og 42 % større bruddlast som en forlenget sirkulær åpning, sammenlignet med om hjørneradien er 16 mm. Ettersom åpning B er mest påvirket av om åpningen er forlenget sirkulær, kan det virke som at hjørneradiens innvirkning vil være størst for åpninger som er høye og korte.

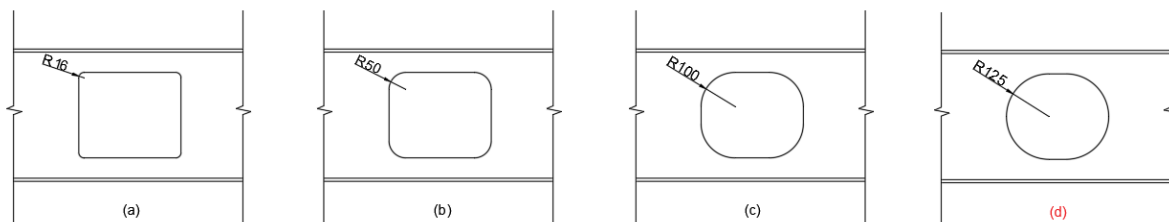
Navn	$(h_o, a_o)$	$r_o$	Abaqus [kN]	Forhold
Åpning A	(160, 380)	16	252.9	1.17
	(160, 380)	80	296.1	
Åpning B	(250, 380)	16	120.3	1.63
	(250, 380)	125	196.2	
Åpning C	(250, 600)	16	75.0	1.42
	(250, 600)	125	106.3	

**Tabell 6.7: Sammenligning av bruddlasten fra Abaqus for åpninger som er rektangulære og forlengede sirkulære.**

### 6.3.1 Behandling av hjørneradien iht. EC3-1-13

For rektangulære åpninger setter EC3-1-13 krav til at radien i åpningens hjørner skal være minimum lik 10 mm – dette for å unngå for store spenningskonsentrasjoner lokalt. Radien blir dog ikke hensyntatt i standardens regneregler for øvrig, slik at kapasiteten til bjelker med rektangulære åpninger, hvis eneste forskjell er radien på hjørnene, vil gi samme kapasitet uavhengig om radien er 10 mm eller 100 mm.

Figur 6.6 viser åpningsgeometrien til Bjelke B beskrevet i kapittel 4.1, men med varierende radius i åpningens hjørner. Geometri c) er åpningen som ble undersøkt i laboratoriet. Iht. EC3-1-13 skal geometri a), b) og c) behandles likt, dvs. som en rektangulær åpning uten radius, og Vierendeel-kapasiteten vil dermed være lik 129,1 kN for alle geometriene. Geometri d) vil iht. EC3-1-13 behandles som en forlenget sirkulær åpning, og på den måten hensynta hjørneradien. Kapasiteten til denne åpningen beregnes dermed til 256,4 kN, hvor Vierendeel-kapasiteten blir begrensende også her. Kapasiteten for åpningen med  $r_o=125$  mm vil dermed være ca. 100 % større enn for åpningen med  $r_o=100$  mm.



**Figur 6.6: Åpningen til Bjelke B ( $h_o = 250$  mm,  $a_o = 300$  mm) med ulike radius i hjørnene. Figur d) har radius lik  $h_o/2$ , og defineres som en forlenget sirkulær åpning.**

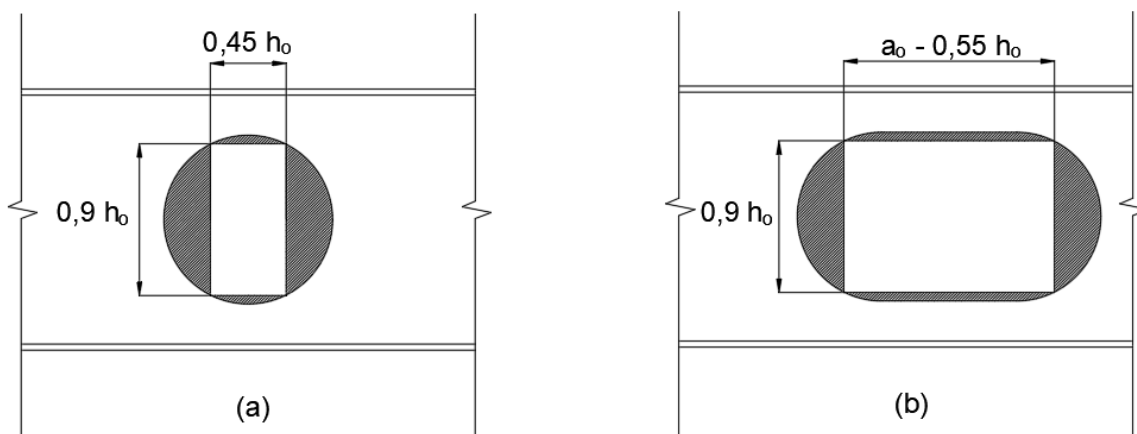
Tabell 6.8 viser en oversikt over bruddkapasitetene iht. EC3-1-13 og bruddlastene fra Abaqus for åpningsgeometriene vist på Figur 6.6. Her ser man at det å neglisjere radiens innvirkning for åpninger med stor radius kan være svært konservativt, ettersom en økende radius resulterer i en større bruddlast. For åpningen med radius lik 16 mm er bruddlasten i Abaqus 17 % høyere enn hva som beregnes iht. EC3-1-13, mens for åpningen med radius lik 100 mm, er bruddlasten fra Abaqus 76 % høyere. Dersom radien settes lik 125 mm gir EC3-1-13 og Abaqus tilnærmet likt resultat.

	EC3-1-13 [kN]	Abaqus [kN]	Abaqus/EC
$r_o = 16 \text{ mm}$	129.1	151.1	1.17
$r_o = 50 \text{ mm}$	129.1	175.8	1.36
$r_o = 100 \text{ mm}$	129.1	227.1	1.76
$r_o = 125 \text{ mm}$	256.4	257.4	1.00

**Tabell 6.8: Oversikt over kapasiteten til åpningene i Figur 6.6 beregnet i Abaqus og iht. EC3-1-13.**

Ved å ikke hensynta radien regner EC3-1-13 konservativt ettersom at det i bunn og grunn sammenlignes snitt hvor den største belastningen oppstår (som er i enden av åpningen) med et snitt hvor kapasiteten er minst (dvs. i et snitt hvor T-enes størrelse ikke er påvirket av radien). Eurokoden burde heller sammenligne belastningen og kapasiteten fra samme snitt; spørsmålet blir da hvor det mest kritiske snittet er.

Som forklart tidligere i kapittel 3.10, åpner EC3-1-13 for at sirkulære åpninger kan regnes på som ekvivalente rektangulære åpninger når kapasiteten mot Vierendeel-bøyning beregnes. Figur 6.7 a) viser målene til den ekvivalente rektangulære åpningen for en sirkulær åpning. EC3-1-13 behandler forlengede sirkulære åpninger, som vist på Figur 6.7 b), på tilsvarende måte, i samsvar med tidligere forskningslitteratur [4].



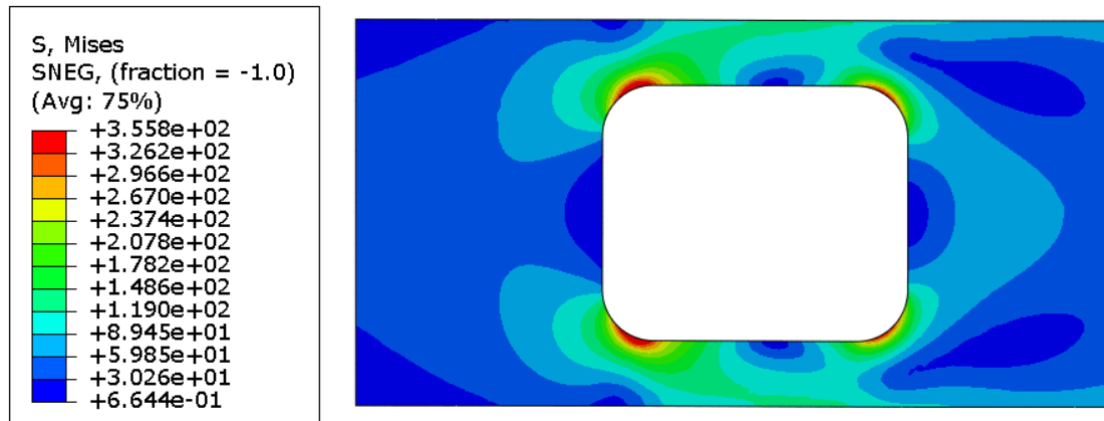
**Figur 6.7: Ekvivalente rektangulære åpninger iht. EC3-1-13 for sirkulære og forlengede sirkulære åpninger.**

### 6.3.2 Forslag til å hensynta hjørneradien for rektangulære åpninger

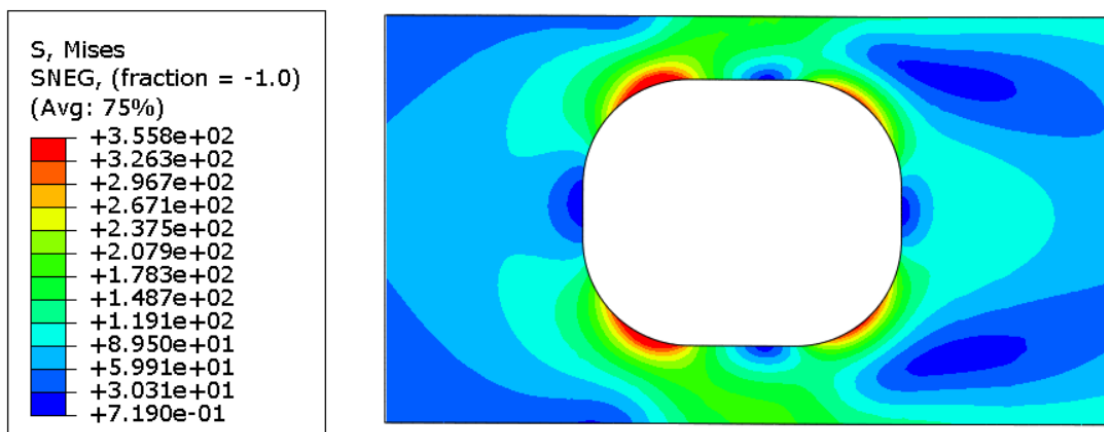
Figur 6.8 og Figur 6.9 viser Von Mises-spenningene rundt åpningene hvor hjørneradien er henholdsvis lik 50 mm og 100 mm. Fargene illustrerer spenningsvariasjonene, hvor områdene med blå farge har de laveste spenningene, og områdene med rød farge har de største spenningene. Figurene er tatt ved lastinkrementet hvor materialet begynner å



flyte, og viser at de største spenningene opptrer i radien til åpningene. Redwoods [4] forslag om å behandle sirkulære og forlengede sirkulære åpninger som ekvivalente rektangulære geometrier, baserte seg på at flyteleddene dannes i radien på åpningene, og ikke ved enden, slik som for rektangulære geometrier. Figur 6.8 og Figur 6.9 minner om det Redwood observerte, nemlig at store spenningskonsentrasjoner oppstår i radien til åpningene. Trenden er lik for alle de undersøkte åpningsgeometriene.



**Figur 6.8:** Von Mises-spenningene rundt åpningen med radius lik 50 mm.



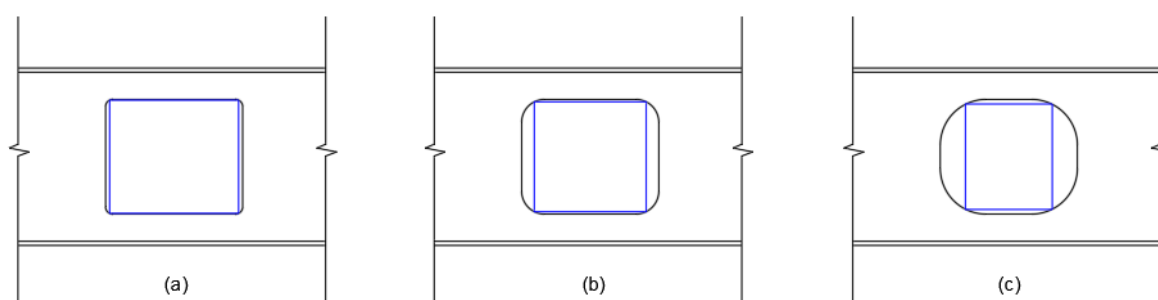
**Figur 6.9:** Von Mises-spenningene rundt åpningen med radius lik 100 mm.

Basert på disse undersøkelsene kan det virke hensiktsmessig å hensynta radien til rektangulære åpninger på tilsvarende måte som gjøres for sirkulære og forlengede sirkulære åpninger. Dette kan gjøres ved å eksempelvis erstatte raden for rektangulære åpninger i tabell 8.3 i EC3-1-13 med følgende:

Shape of opening	Equivalent opening length, $a_{eq}$	Equivalent opening height, $h_{eq}$
Rectangular	$a_o - 1,1r_o$	$h_o - 0,2r_o$

**Tabell 6.9:** Disse målene for  $a_{eq}$  og  $h_{eq}$  kan erstatte det som står i EC3-1-13.

Eneste forskjellen fra det som står i EC3-1-13 er at  $r_o$  nå introduseres i formlene. Reduksjonen av  $a_{eq}$  og  $h_{eq}$  er helt ekvivalent med hva Eurokoden gjør for sirkulære og forlengende sirkulære åpninger (se Vedlegg 5). Følgelig burde muligens også den effektive lengden av åpningen,  $a_{eff}$ , i punkt 7.5 (4) i EC3-1-13 endres. Dersom  $a_{eff}$  hadde blitt redusert tilsvarende som for forlengede sirkulære åpninger, ville grenseverdiene i formel (3.1) og (3.2) blitt endret, og dermed økt Vierendeel-kapasiteten. Det antas til sikker side at denne forblir den samme, dvs.  $a_{eff} = a_o$ , uavhengig av hjørneradien. Formlene vil resultere i at den ekvivalente rektangulære åpningen blir mindre med økende hjørneradius. Figur 6.10 viser hvordan de ekvivalente rektangulære åpningene (farget blå) blir for de samme åpningsgeometriene som vist på Figur 6.6.



**Figur 6.10: Rektangulære åpninger (svart) gjøres om til ekvivalente rektangulære åpninger (blå).**

Tabell 6.10 under viser det samme som Tabell 6.8, men det er nå inkludert to nye kolonner: «Forslag\_ro» og «Abaqus/Forslag\_ro». Kapasitetene som står under «Forslag\_ro» er regnet på nøyaktig samme måte som EC3-1-13, men hvor hjørneradien er hensyntatt ved å benytte formlene i Tabell 6.9. Vierendeel-bøyning blir begrensende i alle tilfeller, og resultatene viser at forslaget gir kapasiteter som stemmer bedre overens med bruddlastene fra Abaqus.

	EC3-1-13 [kN]	Abaqus [kN]	Forslag_ro [kN]	Abaqus/EC	Abaqus/Forslag_ro
$r_o = 16 \text{ mm}$	129.1	151.1	141.0	1.17	1.07
$r_o = 50 \text{ mm}$	129.1	175.8	170.3	1.36	1.03
$r_o = 100 \text{ mm}$	129.1	227.1	224.2	1.76	1.01
$r_o = 125 \text{ mm}$	256.4	257.4	256.4	1.00	1.00

**Tabell 6.10: Oversikt over kapasitetene til åpningene beregnet med ulike metoder.**

For åpningene med hjørneradius lik 16 mm og 50 mm, er bruddlasten fra Abaqus henholdsvis 7 % og 3 % større enn kapasiteten iht. forslaget. Dette innebærer at forslaget har økt bruddkapasiteten med henholdsvis 9 % og 32 % sammenlignet med EC3-1-13. For åpningen med radius lik 100 mm, har forslaget økt kapasiteten med 76 % sammenlignet med Eurokoden, og gir nå en kapasitet som er tilnærmet lik bruddlasten fra Abaqus. Forslaget og Eurokoden regner likt for forlengede sirkulære åpninger, og kapasitetene er derfor lik for åpningen med hjørneradius lik 125 mm.

Resultatene i Tabell 6.10 indikerer at denne måten å hensynta hjørneradien til rektangulære åpninger på virker fornuftig. For å undersøke om dette gjelder mer

generelt, er det gjort analyser på fire andre åpningsgeometrier. Tabell 6.11 gir oversikt over de ulike geometriene, plasseringene av åpningene, tilhørende beregnede kapasiteter og bruddlastene fra Abaqus. Første kolonne angir navnet til åpningen, og er det som kommer til å refereres til videre i delkapittelet. Andre kolonne beskriver åpningsgeometriene, og plasseringen av disse. Tallene inni parenteser angir henholdsvis åpningshøyden, åpningslengden, avstanden fra opplegg til senter av åpningen og hjørneradien. Merk at kapasitetene beregnet iht. «Forslag\_ro» kun tar hensyn til hjørneradien, og inkluderer ikke forslaget om å beregne plastisk Vierendeel-kapasitet med effektive T-tverrsnitt, tidligere forklart i kapittel 6.2.2. Kapasiteten betegnet «Forslag» tar hensyn til både hjørneradien og plastisk Vierendeel-kapasitet med effektive T-tverrsnitt. For alle de undersøkte geometriene blir Vierendeel-bruddformen begrensende.

Navn	( $h_o$ , $a_o$ , $x_o$ , $r_o$ ) [mm]	EC3-1-13 [kN]	Abaqus [kN]	Forslag_ro [kN]	Forslag [kN]	Abaqus/EC	Abaqus/Forslag_ro	Abaqus/Forslag
Gr1	(160, 380, 700, 50)	96.5	274.7	109.6	214.9	2.85	2.51	1.28
Gr2	(209, 300, 700, 25)	158.5	227.1	111.6	195.5	1.43	2.04	1.16
Gr3	(286, 600, 600, 115)	41.3	66.6	72.2	72.3	1.61	0.92	0.92
Gr4	(286, 600, 600, 143)	82.9	73.9	82.9	83.0	0.89	0.89	0.89

**Tabell 6.11: Oversikt over nye åpningsgeometrier og tilhørende kapasiteter for å validere antagelsen om at hjørneradien bør hensyntas på tilsvarende måte som for andre sirkulære geometrier. Vedlegg 6 gir fullstendig utregning av Vierendeel-kapasiteten til Gr1.**

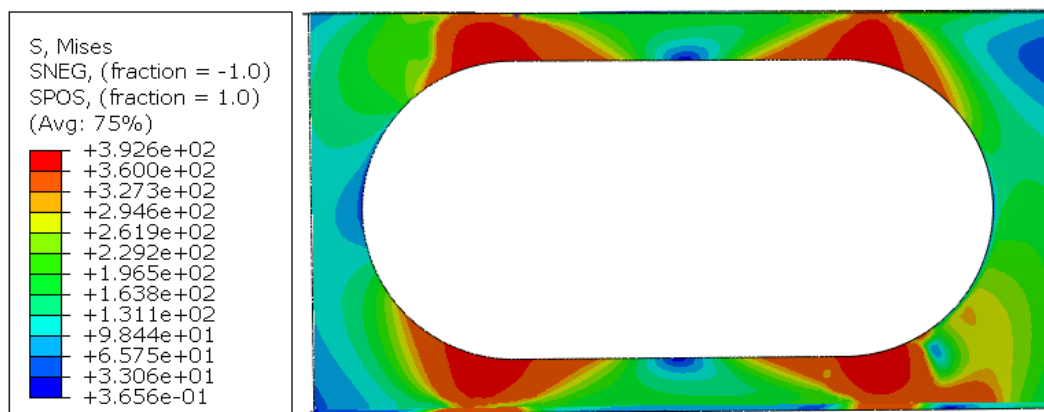
Resultatene i Tabell 6.11 illustrerer en rekke ulike poenger. For geometri Gr1 vil «Forslag\_ro» øke kapasiteten med 17 % sammenlignet med EC3-1-13 dersom hjørneradien hensyntas. Det observeres dog at bruddlasten i Abaqus er 143 % høyere enn den beregnede kapasiteten, og skyldes at Vierendeel-kapasiteten må beregnes elastisk som følge av at stegutstikket er i tverrsnittsklasse 4. Dersom den samme kapasiteten beregnes plastisk med effektive tverrsnitt, vil bruddlasten i Abaqus kun være 28 % høyere enn den beregnede kapasiteten. For fullstendig utregning av Vierendeel-kapasiteten til geometri Gr1 iht. «Forslag» henvises det til vedlegg 6.

Gr2 viser at kapasiteten iht. EC3-1-13 er 42 % høyere enn kapasiteten beregnet iht. «Forslag\_ro». Årsaken er at slankheten av stegutstikket øker ved å hensynta hjørneradien. Med en åpningshøyde lik 209 mm vil stegutstikkene i utgangspunktet være i tverrsnittsklasse 3, men klassifiseres som tverrsnittsklasse 4 om man regner iht. «Forslag\_ro». Dette innebærer at man kan regne plastisk om radien ikke hensyntas, mens man må regne elastisk om forslaget benyttes. Konsekvensen er en betydelig reduksjon i kapasiteten. Bruddlasten i Abaqus er likevel 43 % større enn kapasiteten beregnet iht. EC3-1-13, selv om kapasiteten er beregnet plastisk. Dersom man regner kapasiteten med effektive T-tverrsnitt vil bruddlasten i Abaqus kun være 16 % større enn kapasiteten iht. «Forslag».

Geometri Gr3 viser at begge forslagene gir kapasiteter til usikker side sammenlignet med bruddlasten fra Abaqus, og er rundt 8 % høyere enn bruddlasten. De beregnede kapasitetene er ikke helt like, og skyldes at reduksjonen med hensyn til aksiallasten i formel (3.14) er litt forskjellig i de to kapasitetsberegningene. Avviket er dog neglisjerbart i dette tilfellet. Ved å hensynta radien observeres det videre at kapasitetene øker med 76 % sammenlignet med EC3-1-13, men i motsetning til forslagene, er kapasiteten iht. EC3-1-13 til sikker side, og tilsvarer 62 % av bruddlasten fra Abaqus.

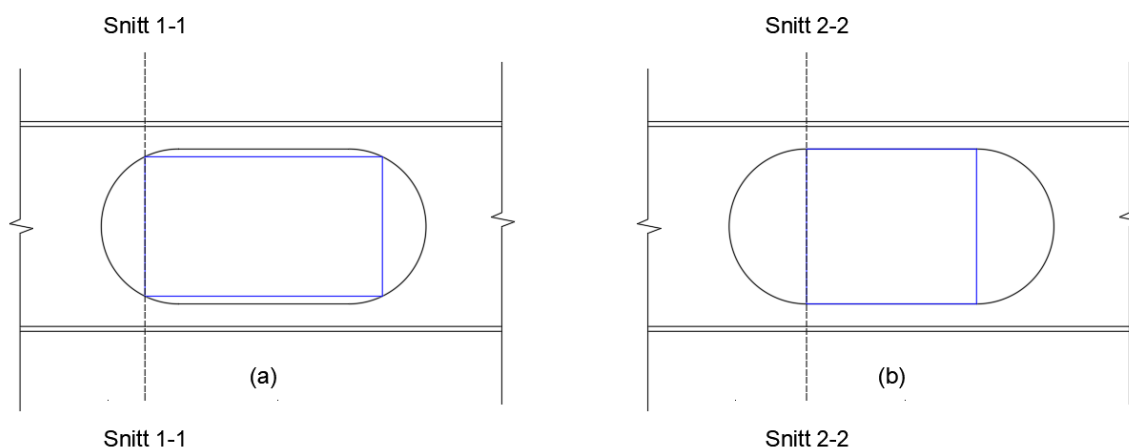
Overestimeringen av kapasitetene iht. forslagene for geometri Gr3 er likevel ikke høyere enn hva overestimeringen av kapasiteten iht. EC3-1-13 er for Gr4. Gr4 er den samme

åpningen som Gr3, men hvor hjørneradien endres slik at åpningen blir en forlenget sirkulær åpning. Dette medfører at alle de beregnede kapasitetene blir tilnærmet lik hverandre. De beregnede kapasitetene er ca. 11 % høyere enn bruddlasten fra Abaqus, og er forholdsmessig mer til usikker side enn hva forslagene beregner for geometri Gr3. Det bemerkes at åpningen er veldig stor, hvor åpningshøyden,  $h_o$ , er 74 % av bjelkehøyden, og åpningslengden er  $2,1h_o$ . For en slik åpning vil plastifiseringen av T-ene utsatt for Vierendeel-bøyningen være betydelig, og er illustrert på Figur 6.11.



**Figur 6.11: Von Mises-spenninger for geometri Gr4 ved bruddlast i Abaqus.**

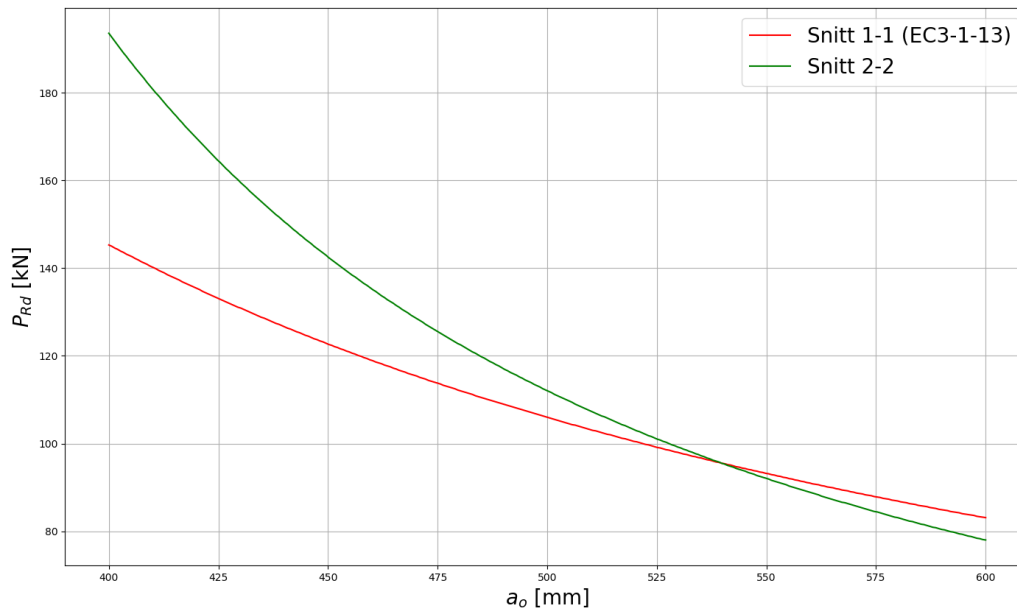
Figur 6.11 viser at flyteleddene tilsynelatende ikke oppstår i det kritiske snittet som EC3-1-13 foreslår, vist med snitt 1-1 på Figur 6.12 a), men at det heller ligger noe nærmere begynnelsen på hjørneradien i T-ene, vist med snitt 2-2 på Figur 6.12 b).



**Figur 6.12: Illustrasjon av to ulike ekvivalente åpninger for geometri Gr4.**

Vierendeel-kapasiteten til Gr4 er på Figur 6.13 plottet som en funksjon av åpningslengden,  $a_o$ . Den røde kurven viser kapasiteten beregnet med en ekvivalent åpning som vist på Figur 6.12 a), mens den grønne kurven er kapasiteten til en ekvivalent åpning som vist på Figur 6.12 b). Kurvene viser at Vierendeel-kapasiteten iht. EC3-1-13 er lavere enn kapasiteten til den ekvivalente åpningen på Figur 6.12 b) ved alle åpningslengder frem til  $h_o \approx 540$  mm. Etter dette viser det seg at snitt 1-1 ikke lenger er det mest kritiske snittet, og at den beregnede kapasiteten iht. EC3-1-13 potensielt kan være til usikker side sammenlignet med andre snitt. Dette vil være tilfellet for Gr4 som har en åpningslengde lik 600 mm. Det bemerkes at andre åpningsgeometrier er studert,

og at det ikke observerte andre tilfeller hvor kapasiteten i snitt 1-1 er større enn kapasiteten i snitt 2-2.



**Figur 6.13: Kapasitetene til geometri Gr4 beregnet ved snitt 1-1 og snitt 2-2, plottet som funksjon av åpningslengden,  $a_o$ . Vierendeel-kapasiteten er begrenset ved alle åpningslengdene.**

Ved rene flytbrudd, slik som illustrert på Figur 6.11, vil materialmodellen ha merkbar innvirkning på bruddlasten i Abaqus, og som forklart i kapittel 5.1.2, er det benyttet en elastisk-perfekt-plastisk materialmodell. Det viser seg at det å ta hensyn til fastningen av materialet vil føre til at bruddlasten i Abaqus blir tilnærmet lik de beregnede kapasitetene i Tabell 6.11 for Gr3 og Gr4. Videre er antagelsen om 5 mm formfeil i knekkmoden relativt stor i forhold til stegutstikkernes høyder, og vil føre til at bruddlasten trolig er enda litt høyere. Det antas på bakgrunn av dette, samt forskningsarbeidet til Redwood [4], at bruddlasten presentert i Tabell 6.11 derfor er konservativ, og at kapasitetene iht. EC3-1-13, og dermed også forslagene, er til sikker side. Samlet sett ansees forslaget om å hensynta hjørneradien på tilsvarende måte som for sirkulære geometrier som god, og at kapasitetene beregnet iht. forslaget er til sikker side.

## 6.4 Parameterstudiet beregnet iht. foreslåtte endringer

Tabell 6.12 gir en oversikt over de samme kapasitetene og bruddlastene som er presentert i Tabell 5.4, men det er nå inkludert en ny kolonne kalt «Forslag», hvor åpningsgeometriene er beregnet med utgangspunkt i de endringene som er foreslått i kapittel 6.2.2 og 6.3.2. Siden alle åpningsgeometriene har en hjørneradius lik 16 mm, er de største kapasitetsforskjellene vist i Tabell 6.12 knyttet til endringen som følge av å benytte plastisk Vierendeel-kapasitet med effektive T-er. Det observeres at ingen av kapasitetene beregnet iht. forslaget gir resultater til usikker side sammenlignet med Abaqus.

### Bruddform:

Vierendeel
Knekking av steg
Moment i feltmidte
Vierendeel/knekking

Geometrier		EC [kN]	Abaqus [kN]	Forslag [kN]	Abaqus/EC	Abaqus/Forslag	Forslag/EC
$t_w=4$	h160r0,6	118.9	272.1	118.9	2.29	2.29	1.00
	h160r1,2	84.6	230.7	118.9	2.73	1.94	1.41
	h160r2,4	36.9	147.0	118.9	3.98	1.24	3.22
	h250r0,6	80.4	156.8	80.4	1.95	1.95	1.00
	h250r1,2	45.2	92.2	80.4	2.04	1.15	1.78
	h250r2,4	23.4	45.7	45.3	1.95	1.01	1.94
$t_w=6$	h160r0,6	290.2	317.3	306.7	1.09	1.03	1.06
	h160r1,2	197.5	317.1	306.7	1.61	1.03	1.55
	h160r2,4	96.5	252.9	191.3	2.62	1.32	1.98
	h250r0,6	223.8	258.3	249.2	1.15	1.04	1.11
	h250r1,2	129.1	151.1	141.1	1.17	1.07	1.09
	h250r2,4	68.3	75.9	73.1	1.11	1.04	1.07
$t_w=8$	h160r0,6	341.2	348.3	341.2	1.02	1.02	1.00
	h160r1,2	243.7	349.7	341.2	1.43	1.02	1.40
	h160r2,4	152.3	314.6	273.7	2.07	1.15	1.80
	h250r0,6	267.1	323.4	295.7	1.21	1.09	1.11
	h250r1,2	159.4	199.2	173.9	1.25	1.15	1.09
	h250r2,4	85.7	100.0	91.8	1.17	1.09	1.07

**Tabell 6.12: Sammenligning av kapasiteter av åpningsgeometriene fra parameterstudiet beregnet med ulike metoder.**

Gitt antagelsen om at kombinasjonen av Vierendeel-brudd og knekking (grønn) kan sammenlignes direkte med rent Vierendeel-brudd (gul) og knekking (blå) iht. EC3-1-13, viser Tabell 6.12 at forslaget predikerer riktig bruddform i 17 av 18 tilfeller. Til sammenligning predikerer EC3-1-13 riktig bruddform i 14 av 18 tilfeller. Det ene tilfellet hvor forslaget predikerer feil, er for geometri h160r0,6t4, hvor forslaget ikke har innvirkning på kapasiteten ettersom knekking av stegsøylen er begrensende iht. EC3-1-13.

For geometri h160r1,2t4, h160r2,4t4 og h250r1,2t4 er bruddformen endret til at knekking av stegsøylen blir begrensende iht. forslaget, mens det iht. EC3-1-13 er Vierendeel-kapasiteten som er begrensende. For geometri h160r1,2t4, h160r2,4t4 og

h250r1,2t4 økes kapasiteten med henholdsvis 41 %, 222 % og 78 % sammenlignet med EC3-1-13.

For geometrier hvor Vierendeel-kapasiteten er begrensende iht. både EC3-1-13 og forslaget, observeres det at åpningsgeometriene med stegutstikk som klassifiseres som tverrsnittsklasse 4 vil få betydelig økt kapasitet. Dette vil være tilfellet for geometriene h250r2,4t4, h160r2,4t6 og h160r2,4t8, hvor kapasiteten i snitt øker med 91 %. For de øvrige geometriene er økningen relativt sett mindre, og skyldes at Vierendeel-kapasiteten kan regnes plastisk iht. EC3-1-13. I snitt økes kapasiteten med 9 % for disse geometriene. Årsaken er alene at hjørneradien hensyntas i forslaget.

For geometri h160r0,6t6, h160r1,2t6 og h160r1,2t8 vil Vierendeel-kapasiteten være begrensende iht. EC3-1-13, mens det i Abaqus er momentet i feltmidte som begrenser bruddlasten. Bruddlasten i Abaqus vil for disse geometriene henholdsvis være 9 %, 61 % og 43 % høyere enn kapasiteten iht. EC3-1-13. Forslaget endrer bruddformen fra Vierendeel-brudd til at momentet i felt er begrensende, og samsvarer med det som observeres i Abaqus. Bruddlastene i Abaqus vil da være i størrelsesorden 2-3 % høyere enn kapasitetene iht. forslaget.

Det observeres i de tilfellene hvor knekking av stegsøylen blir begrensende iht. forslaget at kapasiteten ofte gir svært konservative kapasiteter sammenlignet med bruddlasten i Abaqus. Dette gjelder spesielt for geometri h160r0,6t4, h160r1,2t4 og h250r0,6t4 hvor bruddlasten i Abaqus i snitt er 106 % høyere enn de beregnede kapasitetene. Som tidligere nevnt i kapittel 3.11 beregnes knekking av stegsøylen med en søylemodell, hvor knekk lengden varierer avhengig høyden og formen på åpningen. For rektangulære åpninger observeres ofte knekkingsfenomenet som en lokal utbuling i hjørnene av åpningen. Å kontrollere knekking ved siden av steget med en søylemodell kan derfor i noen tilfeller gi svært konservative resultater. Utfra geometriene hvor knekking av stegsøylen gir de mest konservative estimatene, kan det virke som at steget må være slankt, samtidig som at åpningen er relativt kort.

Oppsummert vil altså endringene knyttet til både det å benytte plastisk Vierendeel-kapasitet med effektive T-er, samt å hensynta hjørneradien, kunne gi betydelig økning i bjelkens beregnede kapasitet. For alle åpningsgeometriene der knekking av stegsøylen ikke er begrensende iht. forslaget, vil bruddformene og de beregnede kapasitetene stemme godt overens med resultatene i Abaqus. Bruddlasten i Abaqus vil for disse geometriene i gjennomsnitt være 11 % større enn de beregnede kapasitetene. Til sammenligning vil bruddlasten i Abaqus i gjennomsnitt være 45 % større en kapasitetene iht. EC3-1-13, der det største avviket er 162 %. For bjelkene med stegtykkelse lik 4 mm, og hvor knekking av stegsøylen blir begrensende iht. forslaget, vil kapasitetene i gjennomsnitt øke med 68 % sammenlignet med EC3-1-13.





## 7 Oppsummering og konklusjon

Den europeiske standardiseringsorganisasjonen, CEN, har siden 2015 arbeidet med et nytt tillegg som skal utvide bruksområdet til EN 1993-1-1 og EN 1993-1-5, kalt EN 1993-1-13. Tillegget omhandler krav og metoder for hvordan åpninger i bjelkesteget skal behandles i både bruks- og bruddgrensetilstand. Målet med oppgaven har vært å undersøke om formlene gitt i EC3-1-13 gir nøyaktige estimater på bruddkapasiteten til bjelker med åpninger i steget som ikke defineres som nærliggende, samt foreslå endringer hvor det kan være hensiktsmessig.

Det ble utført laboratorieforsøk på to bjelker med to ulike rektangulære åpninger i steget. Resultatene fra forsøket ble brukt til å validere at de numeriske modellene som ble benyttet videre i parameterstudiet ga pålitelige og nøyaktige resultater. Abaqus-modellene ble ansett til å representere bjelkenes mekaniske oppførsel godt, da både deformasjonsmønster og bruddlast stemte godt overens.

I likhet med funn fra tidligere masteroppgaver, er det avdekket tilfeller hvor EC3-1-13 estimerer svært konservative bruddkapasiteter for bjelker med åpninger i steget. Det er spesielt i tilfellene hvor EC3-1-13 pålegger at Vierendeel-kapasiteten må regnes elastisk for T-er i tverrsnittsklasse 4, at avviket mellom beregnet kapasitet og bruddlasten fra Abaqus er størst. På bakgrunn av dette er det foreslått at EC3-1-13 bør åpne for at plastisk Vierendeel-kapasitet kan benyttes med effektive tverrsnitt uavhengig av stegutstikkets tverrsnittsklasse.

Det er videre foreslått at EC3-1-13 bør hensynta hjørneradien til rektangulære åpninger. Hjørneradien kan inkluderes ved å behandle rektangulære åpninger på samme måte som EC3-1-13 allerede behandler sirkulære og forlengede sirkulære åpninger når kapasiteten mot Vierendeel-bøyning skal beregnes. Endringen vil ha spesielt stor innvirkning på åpninger som er korte, og som har stor hjørneradius.

Videre arbeid:

- Undersøke formlene som beregner knekkingskapasiteten til stegsøylen, og komme med forslag til hvordan denne kan forbedres.
- Validere at forslagene til endringer gir konservative bruddkapasiteter for andre bjelkedimensjoner, eksentrisk plasserte åpninger og andre M/V-forhold.

# Referanser

- [1] R. M. Lawson og S. J. Hicks, «Design of composite beams beams with large web openings,» SCI, Berkshire, 2011.
- [2] R. G. Redwood og J. O. McCutcheon, «Beam tests with unreinforced web openings,» *Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Januar 1968.
- [3] Subcommittee on Beams with Web Openings of the Task Committee on Flexural Members of the Structural Division, American Society of Civil Engineers, «Suggested design guides for beams with web holes,» *Journal of the Structural Division*, 1971.
- [4] R. G. Redwood, «Design of beams with web holes,» Canadian Steel Industries Construction Council, Ontario, 1973.
- [5] R. Lawson, «Design for openings in the webs of composite beams,» CIRIA Special Publication and SCI Publication 068, London, 1987.
- [6] D. Darwin, «Steel and Composite Beams with Web Openings,» American Institute of Steel Construction, Lawrence, 2003.
- [7] D. J. Oehlers og M. A. Bradford, *Composite steel and concrete structures: fundamental behaviour: fundamental behaviour*, PERGAMON, 1995.
- [8] R. G. Redwood og S. H. Cho, «Steel and composite beams with,» American Institute of Steel Construction, Chicago, 1993.
- [9] K. Chung, C. Liu og A. Ko, «Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: an empirical design method using a generalised moment-shear interaction curve,» *Journal of Constructional Steel Research*, 2003.
- [10] K. D. Tsavdaridis og C. D'Mello, «Vierendeel Bending Study of Perforated Steel Beams with Various Novel Web Opening Shapes through Nonlinear Finite-Element Analyses,» *Journal of Structural Engineering*, 2012.
- [11] M. L. Hovda og V. M. Hurum, «Bjelker med sirkulære åpninger i steget,» NTNU, Trondheim, 2019.
- [12] N. C. Hagen, «On the Shear Capacity of Steel Plate Girders with Large Web Openings,» NTNU, Trondheim, 2005.
- [13] E. A. Marthinussen og H. H. Sandnes, «Bjelker med rektangulære åpninger i steget,» NTNU, Trondheim, 2019.

- [14] N. C. Grønland, «Bjelker med to rektangulære åpninger plassert vertikalt over hverandre,» NTNU, Trondheim, 2020.
- [15] K. Verswijver, R. D. Meyer, R. Denys og E. D. Kooning, «The Writings of Belgian Engineer Arthur Vierendeel (1852-1940): Homo Universalis or Contemporary Propagandist?,» Ghent University, Ghent, 2009.
- [16] CEN, «EN 1993-1-13,» CEN, Berlin, 2020.
- [17] M. R. Lawson, F. Hanus og D. Sonck, «Large web openings in steel and composite beams,» 20 Oktober 2017.
- [18] P. K. Larsen, Dimensjonering av stålkonstruksjoner 2. utg., Trondheim: Fagbokforlaget, 2010.
- [19] Standard Norge, «Utførelse av stålkonstruksjoner og aluminiumskonstruksjoner Del:2 Tekniske krav til stålkonstruksjoner,» Standard Norge, 2019.
- [20] Lulea Tekniska Universitat, «Large web openings for service integration in composite floors (LWO),» Lulea Tekniska Universitat, Lulea, 2017.

# Vedlegg

**Vedlegg 1:** Spenning-tøyningskurver fra strekk-test

**Vedlegg 2:** Knekkmoder for Bjelke A og Bjelke B

**Vedlegg 3:** Eurokodeberegninger for Bjelke A (forsøk)

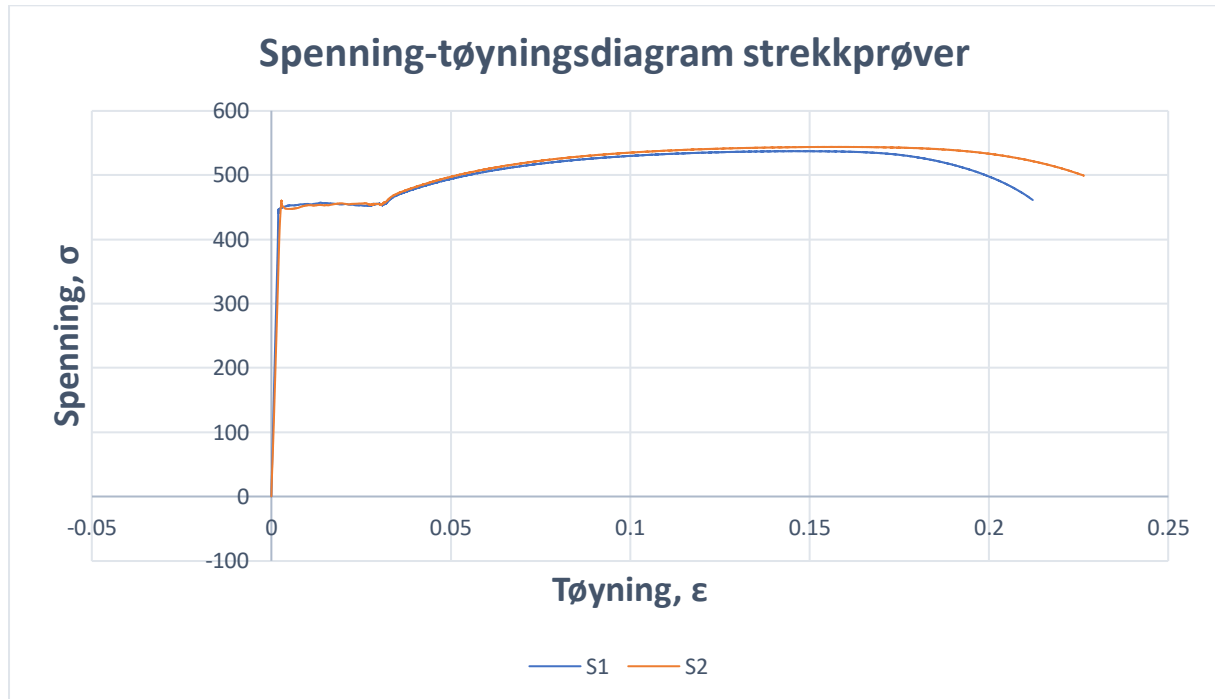
**Vedlegg 4:** Eurokodeberegninger for Bjelke B (forsøk)

**Vedlegg 5:** Resonnement bak ekvivalente mål for rektangulære åpninger

**Vedlegg 6:** Eksempel på utregning av Vierendeel-kapasiteten iht. forslaget for geometri Gr1 i Tabell 6.11

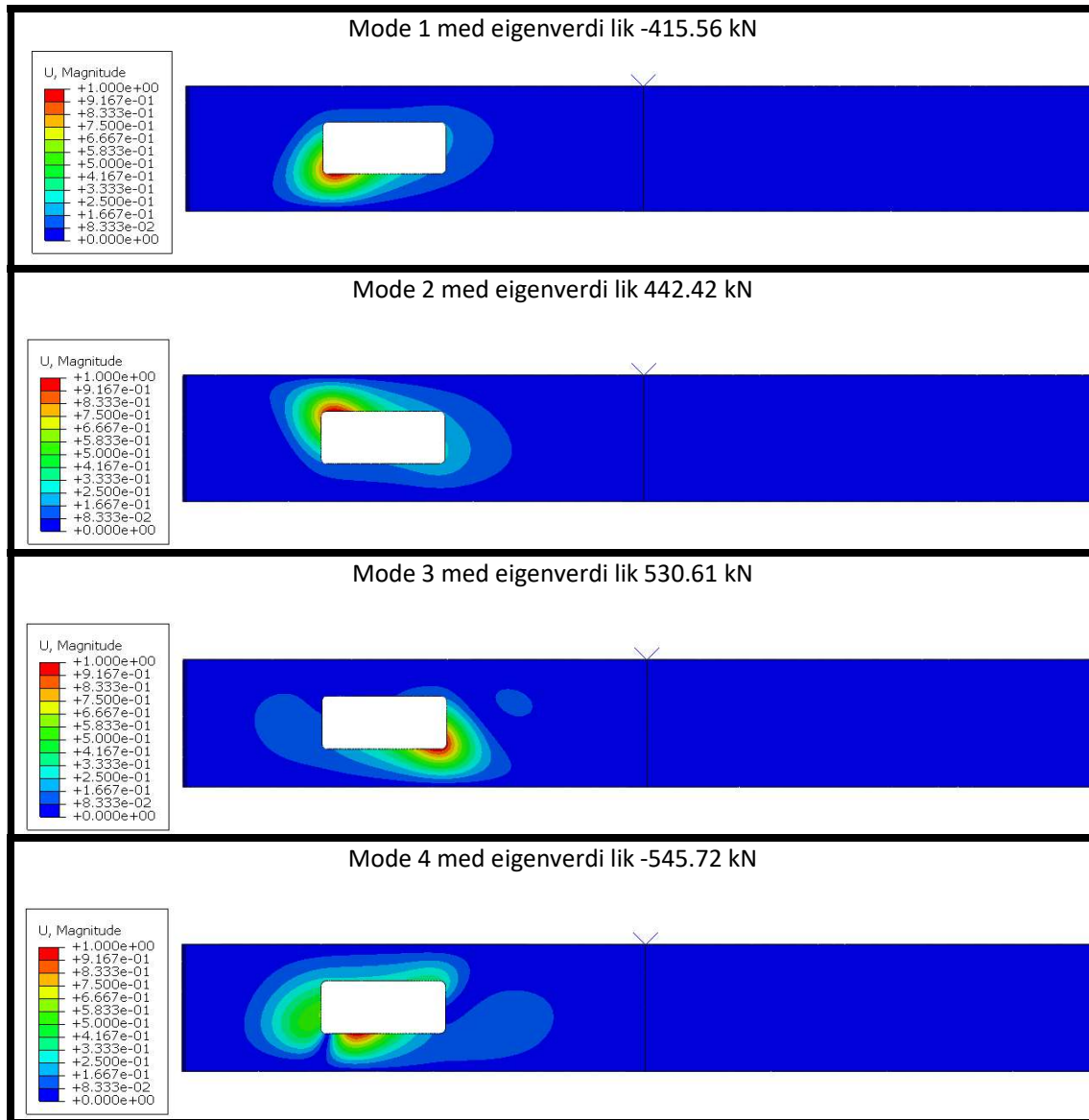


# Vedlegg 1: Spenning-tøyningskurver fra strekk-test

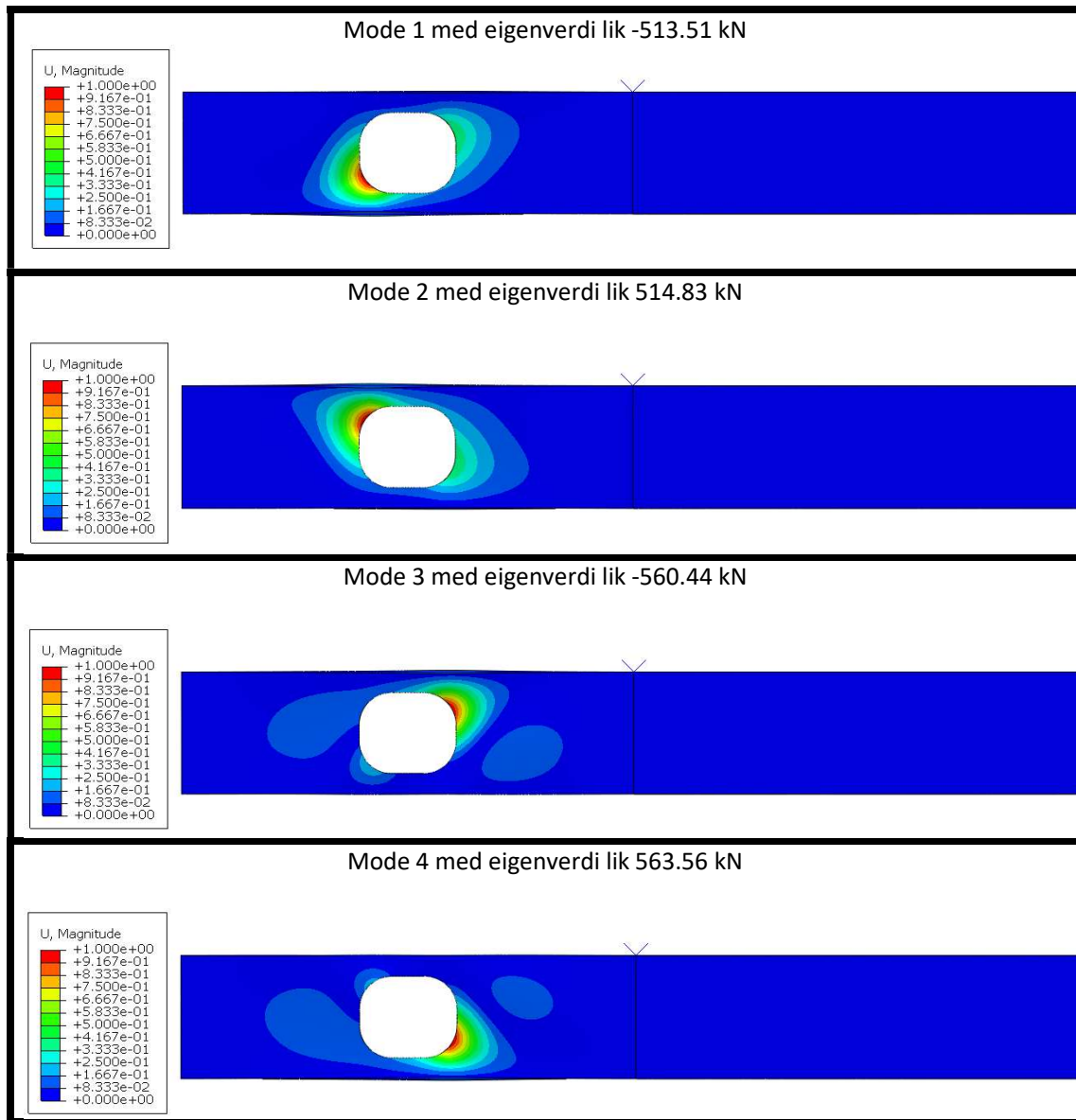


# Vedlegg 2: Knekkmoder for Bjelke A og Bjelke B

## BJELKE A:



**BJELKE B:**





# Vedlegg 3: Eurokodeberegninger for Bjelke A (forsøk)

## Dimensjoner av statisk system:

$$\underline{L} := 2.8\text{m} \quad \text{Lengden mellom senter opplegg}$$

$$\underline{x}_o := 600\text{mm} \quad \text{Lengden fra senter opplegg til senter åpning}$$

## Last:

$$P := 104.11\text{kN} \quad \text{Dimensjonerende last med partialfaktorer lik 1}$$

$$V_{\text{Ed}} := \frac{P}{2} = 52.055\text{kN} \quad \text{Skjærkraft i bjelken}$$

$$M_{o\_Ed} := V_{\text{Ed}} \cdot \underline{x}_o = 31.233\text{kN}\cdot\text{m} \quad \text{Moment i senter åpning}$$

$$M_{\text{felt\_Ed}} := V_{\text{Ed}} \cdot \frac{L}{2} = 72.877\text{kN}\cdot\text{m} \quad \text{Feltmoment}$$

## Dimensjonen av bjelken:

$$h := 392\text{mm} \quad b := 110\text{mm} \quad t_f := 9.4\text{mm} \quad t_w := 6\text{mm} \quad r := 12\text{mm}$$

## Dimensjonen av åpningen:

$$h_o := 160\text{mm} \quad a_o := 380\text{mm} \quad r_o := 16\text{mm}$$

$$s_e := \underline{x}_o - \frac{a_o}{2} = 410\text{mm} \quad \text{Korteste avstand fra kant av åpning til opplegg}$$

$$s_s := \frac{L}{2} - \underline{x}_o - \left(\frac{a_o}{2}\right) = 610\text{mm} \quad \text{Korteste avstand fra kant åpning til stiver i felt}$$

## Materialdata:

$$f_y := 445 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \nu := 0.3$$

$$\text{eps} := \sqrt{\frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{f_y}} = 0.727 \quad \eta := 1.2 \quad \gamma_{m0} := 1 \quad \gamma_{m1} := 1$$

## **Kontroller iht. EC3-1-1:**

### Skjærkontroll brutto tverrsnitt

$$h_w := h - 2 \cdot t_f$$

Høyden av steget

$$A_r := \frac{(2 \cdot r)^2 - \pi r^2}{2} = 61.805 \cdot \text{mm}^2$$

Arealet av avrundingene mellom steg og flens til én T

$$A := 2 \cdot b \cdot t_f + h_w \cdot t_w + 2 \cdot A_r = 4430.811 \cdot \text{mm}^2$$

Arealet av brutto tverrsnitt

$$A_v := \max[A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f, \eta \cdot h_w \cdot t_w] = 2687.04 \cdot \text{mm}^2$$

Skjærareal av brutto steg

$$V_{pl\_Rd} := \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{m0}} = 690.357 \cdot \text{kN}$$

Plastisk skjærkapasitet iht. formel (6.18)

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl\_Rd}} = 0.075 < 1 \Rightarrow \text{ok, iht. formel (6.18)}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl\_Rd}} = 0.075 < 0.5 \Rightarrow \text{trenger ikke å redusere flytespenningen iht. punkt 6.2.10 (3)}$$

$$\frac{h_w}{t_w} = 62.2 > 72 \cdot \frac{\epsilon_{ps}}{\eta} = 43.602$$

Må kontrollere skjærknekking iht. EC3-1-5

### Skjærknekkingskontroll:

$$a := \frac{L}{2} = 1400 \cdot \text{mm}$$

avstand mellom stivere

$$\frac{a}{h_w} = 3.751$$

$$k_{\tau\_sl} := 0$$

Ingen langsgående stivere

$$k_{\tau} := 5.34 + 4 \cdot \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + k_{\tau\_sl} = 5.624$$

siden  $a/h_w > 1$  må formel (A.5) benyttes

$$\sigma_{_E} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t_w^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot h_w^2} = 49.059 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{_cr} := k_{\tau} \cdot \sigma_{_E} = 275.918 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (5.4)$$

$$\lambda_{_w} := 0.76 \cdot \sqrt{\frac{f_y}{\tau_{_cr}}} = 0.965 \quad (5.3)$$

$$\frac{0.83}{\eta} = 0.692 < \lambda_{_w} = 0.965 < 1.08$$

$$\chi_{_w} := \frac{0.83}{\lambda_{_w}} = 0.86$$

tabell 5.1 i EC3-1-5

$$V_{_b\_Rd} := \min\left(\frac{\chi_{_w} \cdot f_y \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{_m1}}, \frac{\eta \cdot f_y \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{_m1}}\right) = 494.728 \cdot \text{kN} \quad (5.1), \text{bidraget fra flensene er ikke hensyntatt til sikker side.}$$

$$\frac{V_{_Ed}}{V_{_b\_Rd}} = 0.105 < 1 \Rightarrow \text{Ok}$$

## Felt moment:

Tverrsnittsklasse av flens som utsettes for rent trykk:

$$c_{_f} := \frac{b}{2} - \frac{t_w}{2} - r = 40 \cdot \text{mm}$$

$$\text{slankhet}_{_flens} := \frac{c_{_f}}{t_w \cdot \epsilon_s} = 5.856 < 9 \Rightarrow \text{tverrsnittsklasse 1 iht. tabell 5.2}$$

Tverrsnittsklasse av steg som utsettes for bøyning

$$c_{_w} := h_w - 2 \cdot r = 349.2 \cdot \text{mm}$$

$$c_{_w\_1} := 72 \cdot \epsilon_s \cdot t_w = 313.934 \cdot \text{mm} < c_{_w} = 349.2 \cdot \text{mm}$$

$$c_{_w\_2} := 83 \cdot \epsilon_s \cdot t_w = 361.896 \cdot \text{mm} > c_{_w} = 349.2 \cdot \text{mm}$$

=> tverrsnittsklasse 2 for bøyning av steget

$$z_r := \frac{10 - 3 \cdot \pi}{12 - 3 \cdot \pi} \cdot r = 2.68 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngdepunktet av avrundningen mellom steg og flens målt fra innsiden av flensen}$$

Plastisk motstandsmoment av brutto I-tverrsnitt:

$$w_{pl} := 2 \cdot \left[ (b \cdot t_f) \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + A_r \cdot \left( \frac{h}{2} - t_f - z_r \right) + \frac{h_w}{2} t_w \cdot \frac{h_w}{4} \right] = 627260.181 \cdot \text{mm}^3$$

Plastisk momentkapasitet iht. formel (6.13)

$$M_{Rd} := \frac{w_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} = 279.131 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{M_{felt\_Ed}}{M_{Rd}} = 0.261 < 1 \Rightarrow \text{Ok iht. formel (6.12)}$$

## **Kontroller iht. EC3-1-13:**

**Kontrollerer om åpningen er tillatt:**

$$h_T := \frac{(h - h_o)}{2} = 116 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av T-ene}$$

$$h_o = 160 \cdot \text{mm} < 0.75 \cdot h = 294 \cdot \text{mm} \quad \text{Åpningshøyden er ok}$$

$$a_o = 380 \cdot \text{mm} < 2.5 \cdot h_o = 400 \cdot \text{mm} \quad \text{Åpningslengden er ok}$$

$$\min(s_e, s_s) = 410 \cdot \text{mm} > \min(a_o, h_o) = 160 \cdot \text{mm} \quad \text{Korsteste tillatte avstand mellom "opplegg" og kant åpning er ok}$$

$$\frac{h_w}{t_w \cdot \text{eps}} = 85.593 < 121 \quad \text{Slankheten av steget er tillatt}$$

$$r_o = 16 \cdot \text{mm} > 10 \cdot \text{mm} \quad \text{Hjørneradien er ok}$$

$$h_T = 116 \cdot \text{mm} > \max\left(\frac{a_o}{12}, 0.1 \cdot h\right) = 39.2 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av T-en i trykk ok}$$

$$a_{eff} := a_o \quad \text{Definerer effektive åpningslengde}$$

$$a_{eq} := a_o \quad \text{Definerer ekvivalent åpningslengde}$$

$$h_{eq} := h_o \quad \text{Definerer ekvivalent åpningshøyde}$$

## Skjærkapasitet over åpning, pkt. 8.2:

$$V_{o\_pl\_Rd} := \min\left(V_{pl\_Rd} - \frac{h_o \cdot t_w \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{m0}}, V_{b\_Rd}\right) = 443.713 \cdot \text{kN} \quad (8.2)$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{o\_pl\_Rd}} = 0.117 < 1 \Rightarrow \text{Ok iht. formel (8.1)}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{o\_pl\_Rd}} = 0.117 < 0.5 \Rightarrow \text{trenger ikke å redusere flytespenningen iht. 8.2 (2)}$$

Må knekking av stegsøylen kontrolleres?

$$\frac{h_w}{t_w} = 62.2 > 72 \frac{\epsilon_{ps}}{\eta} = 43.602 \quad 8.5.1 (3)$$

$$h_o = 160 \cdot \text{mm} > 15 \cdot t_w \cdot \epsilon_{ps} = 65.403 \cdot \text{mm} \quad 8.5.1 (4)$$

=> både 8.5.1 (4) og 8.5.1 (3) er oppfylt og knekking av stegsøylen må kontrolleres

## Knekking av stegsøylen kontrolleres iht. 8.5.2:

$$b_w := 0.5 \cdot h_o = 80 \cdot \text{mm} \quad 8.5.2 (3)$$

$$\lambda_1 := \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 68.246 \quad (8.21)$$

$\alpha := 0.21$  imperfeksjonsfaktor for knekkurve a iht. EC3-1-1 tabell 6.1

$$\lambda_{w\_strek} := \frac{3.5 \cdot h_o}{t_w \cdot \lambda_1} = 1.368 \quad (8.20)$$

$$\Phi := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot (\lambda_{w\_strek} - 0.2) + \lambda_{w\_strek}^2 \right] = 1.558$$

$$\chi := \min\left(1, \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda_{w\_strek}^2}}\right) = 0.434 \quad \text{knekkurve iht. EC3-1-1} \quad (6.49)$$

$$N_{w\_Rd} := \chi \cdot b_w \cdot t_w \cdot \frac{f_y}{\gamma_{m1}} = 92.724 \cdot \text{kN} \quad (8.18)$$

$$N_{w\_Ed} := \frac{1}{2} \cdot V_{Ed} = 26.027 \cdot \text{kN}$$

iht. (8.16) og (8.17) ettersom at åpningen er sentrisk plassert, og skjærarealet av steget til T-en i topp og bunn er like.

$$\frac{N_{w\_Ed}}{N_{w\_Rd}} = 0.281 < 1 \Rightarrow \text{ok iht. 8.5.2 (1)}$$

### Sjekker om endesøylen må kontrolleres iht. 8.8.1:

$$s_e = 410 \cdot \text{mm} > a_{eff} = 380 \cdot \text{mm}$$

siden avstanden fra kanten av åpning til opplegg er større enn  $a_{eff}$  trenger man ikke å kontrollere endesøylen iht. 8.8.1 (4)

### Momentkapasitet over åpning:

Tverrsklassifisering av T-ene for global bøyning:

$$c_{w\_T} := \frac{(h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r - h_o)}{2} = 94.6 \cdot \text{mm}$$

Stegutstikkernes lengder for global bøyning

$$\text{slankhet}_{\text{steg}_T} := \frac{c_{w\_T}}{t_w \cdot \epsilon_s} = 21.696 > 14 \Rightarrow \text{tverrsklasse 4}$$

siden flensen klassifiseres som tverrsklasse 1, kan steget til T-en i trykk behandles som tverrsklasse 3 iht. 7.4 (3) dersom effektiv høyde av stegutstikk settes lik tverrsklasse 3-grensen for utstikkende deler utsatt for trykk iht. EC3-1-1.

$$c_{w\_T\_eff} := 14 \cdot t_w \cdot \epsilon_s = 61.043 \cdot \text{mm}$$

Siden steget behandles som tverrsklasse 3, må elastiske kapasiteter benyttes. Må regne ut 2 arealmoment for effektivt tverrsnitt.

$$I_r := 2 \cdot \left[ \frac{(9 \cdot \pi^2 - 84 \cdot \pi + 176)}{144 \cdot (4 - \pi)} \right] \cdot r^4 = 312.911 \cdot \text{mm}^4$$

2. arealmoment for avrunding mellom steg og flens, om egen nøytralakse

Finner annet areal moment, I, og elastisk nøytralakse, z, for den effektive T-en i trykk:

$$h_{w\_tT\_eff} := c_{w\_T\_eff} + r = 73.043 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av det effektive steget}$$

$$A_{w\_tT\_eff} := h_{w\_tT\_eff} \cdot t_w \quad \text{Arealet av det effektive steget}$$

$$A_f := b \cdot t_f = 1034 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av flensen}$$

$$A_{tT\_eff} := A_f + A_r + A_{w\_tT\_eff} = 1534.061 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av effektiv T}$$

$$z_{tT\_eff} := \frac{A_f \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w\_tT\_eff} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_tT\_eff}}{2} \right)}{A_f + A_r + h_{w\_tT\_eff} \cdot t_w}$$

$$z_{tT\_eff} = 16.774 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngdepunktet av de effektive T-ene}$$

$$I_{f\_tT\_eff} := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_f^3 + A_f \cdot \left( z_{tT\_eff} - \frac{t_f}{2} \right)^2 = 158341.533 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av flensen om T-ens effektive nøytralakse}$$

$$I_{w\_tT\_eff} := \frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h_{w\_tT\_eff}^3 + A_{w\_tT\_eff} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_tT\_eff}}{2} - z_{tT\_eff} \right)^2$$

$$I_{w\_tT\_eff} = 567187.005 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av det effektive steget om T-ens effektive nøytralakse}$$

$$I_{r\_tT\_eff} := I_r + A_r \cdot [(z_{tT\_eff} - t_f) - z_r]^2 = 1674.229 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av avrundingen mellom flens og steg om T-ens effektive nøytralakse}$$

$$I_{tT\_eff} := I_{f\_tT\_eff} + I_{w\_tT\_eff} + I_{r\_tT\_eff} = 727202.767 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av den effektive T-en om den sterke aksene av T-en}$$

Finner annet areal moment, I, og elastisk nøytralakse, z, for T-ene i strekk. Her kan brutto T-tversnitt benyttes:

$$h_{w\_bT} := c_{w\_T} + r = 106.6 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av brutto stegutstikk}$$

$$A_{w\_bT} := h_{w\_bT} \cdot t_w = 639.6 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av brutto stegutstikk}$$

$$A_{bT} := A_f + A_r + A_{w\_bT} = 1735.405 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av brutto T}$$

$$z_{bT} := \frac{A_f \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w\_bT} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_bT}}{2} \right)}{A_f + A_r + h_{w\_bT} \cdot t_w} = 26.339 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngepunkt av brutto T}$$

$$I_{f\_bT} := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_f^3 + A_f \cdot \left( z_{bT} - \frac{t_f}{2} \right)^2 = 491793.613 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av flensen om T-ens nøytralakse}$$

$$I_{w\_bT} := \frac{1}{12} t_w \cdot h_{w\_bT}^3 + A_{w\_bT} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_bT}}{2} - z_{bT} \right)^2$$

$$I_{w\_bT} = 1451293.433 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av steget om T-ens nøytralakse}$$

$$I_{r\_bT} := I_r + A_r \cdot [(z_{bT} - t_f) - z_r]^2 = 12878.903 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av avrundingen mellom flens og steg om T-ens nøytralakse}$$

$$I_{bT} := I_{f\_bT} + I_{w\_bT} + I_{r\_bT} = 1955965.949 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av T-en om den sterke aksen}$$

$$z_{bT\_2} := h - z_{bT} = 365.661 \cdot \text{mm} \quad \text{avstand fra utsiden av flensen i trykk til tyngdepunkt av T-en i strekk}$$

Tyngepunktet til begge T-ene målt fra utsiden av flensen i trykk:

$$z_{tot} := \frac{A_{tT\_eff} \cdot z_{tT\_eff} + A_{bT} \cdot z_{bT\_2}}{A_{tT\_eff} + A_{bT}} = 201.96 \cdot \text{mm}$$

$$I_{o\_eff} := I_{tT\_eff} + A_{tT\_eff} \cdot (z_{tot} - z_{tT\_eff})^2 + I_{bT} + A_{bT} \cdot (z_{bT\_2} - z_{tot})^2$$

$$I_{o\_eff} = 101797522.922 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{effektivt annet arealmoment om sterk akse ved åpning}$$

$$z_{max} := \max(z_{tot}, h - z_{tot}) = 201.96 \cdot \text{mm} \quad \text{Største avstand fra ytterste fiberet til tyngdepunktet til det effektive tverrsnittet}$$

$$w_{o\_el} := \frac{I_{o\_eff}}{z_{max}} = 504048.089 \cdot \text{mm}^3 \quad \text{Elastisk motstandsmoment}$$

$$M_{o\_Rd} := \frac{w_{o\_el} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} = 224.301 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{Momentkapasiteten regnet iht. pkt.8.3.1 (6)}$$

$$\frac{M_{o\_Ed}}{M_{o\_Rd}} = 0.139 < 1 \Rightarrow \text{ok iht. formel (8.5)}$$



## Knekking av T-en i trykk:

$$a_{\text{eff}} = 380 \cdot \text{mm} < 6 \cdot h_{\text{T}} \cdot \text{eps} \cdot \left( \frac{M_{\text{o}} \text{ Rd}}{M_{\text{o}} \text{ Ed}} \right)^{\frac{1}{2}} = 1355.415 \cdot \text{mm}$$

Siden åpningen ikke defineres som lang iht. 8.3.2 (1), er det ikke nødvendig å kontrollere knekking av T-en i trykk iht. 8.3.2 (2).

## Vierendeel-kapasiteten:

Tverrsklassifisering av T-ene for Vierendeel-bøyning:

$$c_{\text{w\_T\_V}} := \frac{(h - 2 \cdot t_{\text{f}} - 2 \cdot r - h_{\text{eq}})}{2} = 94.6 \cdot \text{mm}$$

$$\text{slankhet}_{\text{steg\_T\_V}} := \frac{c_{\text{w\_T\_V}}}{t_{\text{w}} \cdot \text{eps}} = 21.696 > 14 \Rightarrow \text{stegutstikket klassifiseres som tverrsklasse 4 i rent trykk.}$$

Tverrsklasse 3 grensen kan økes noe ved å ta hensyn til den elastiske spenningsfordelingen over T-en. Økningen vil dog være for liten til å endre tverrsklassen til stegutsikket.

$$a_{\text{eff}} = 380 \cdot \text{mm} > 36 \cdot t_{\text{w}} \cdot \text{eps} = 156.967 \cdot \text{mm}$$

siden  $a_{\text{eff}} > 36 \cdot t_{\text{w}} \cdot \text{eps}$  kan stegutstikk klassifisert som tverrsklasse 4 for Vierendeel-bøyning behandles som tverrsklasse 3 dersom den effektive høyden av stegutstikket til T-en settes lik grensen gitt i formel (7.4)

$$d_{\text{t\_eff}} := \min \left[ c_{\text{w\_T\_V}}, \frac{14 \cdot t_{\text{w}} \cdot \text{eps}}{\sqrt{1 - \left( \frac{36 \cdot t_{\text{w}} \cdot \text{eps}}{a_{\text{eff}}} \right)^2}} \right] = 67.028 \cdot \text{mm} \quad (7.4)$$

Siden T-ene behandles som tverrsklasse 3 for Vierendeel-bøyning må elastiske kapasiteter benyttes.

Regner ut aksialkraften i T-ene som følge av globalt moment, og kapasiteten av T-ene i trykk iht. 8.4 (6):

$$z_{\text{T\_eff}} := z_{\text{tT\_eff}} = 16.774 \cdot \text{mm}$$

Tyngepunkt av effektiv T for aksial

$$N_{\text{Ed}} := \frac{M_{\text{o}} \text{ Ed}}{h - 2 \cdot z_{\text{T\_eff}}} = 87.133 \cdot \text{kN}$$

Aksialkrefter i T-ene som følge av moment i senter åpning for aksial

$$A_{T\_eff} := A_{tT\_eff} = 1534.061 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Effektivt areal av T for aksial}$$

$$N_{T\_el\_Rd} := \frac{f_y \cdot A_{T\_eff}}{\gamma_{m0}} = 682.657 \cdot \text{kN} \quad \text{Trykkapasiteten beregnet stegutstikkets længde ik} \\ \text{tverrsnittsklasse 3 tverrsnitt}$$

Regner momentkapasiteten til T-ene:

$$h_{w\_T\_eff\_V} := d_{t\_eff} + r = 79.028 \cdot \text{mm} \quad \text{Effektiv høyde av steget til T-ene for} \\ \text{Vierendeel}$$

$$A_{w\_T\_eff\_V} := h_{w\_T\_eff\_V} \cdot t_w \quad \text{Effektivt areal av steget til T-ene for} \\ \text{Vierendeel}$$

$$A_{T\_eff\_V} := A_f + A_r + A_{w\_T\_eff\_V} = 1569.975 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Effektivt areal av T-ene for Vierendeel}$$

$$z_{T\_eff\_V} := \frac{A_f \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w\_T\_eff\_V} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_T\_eff\_V}}{2} \right)}{A_f + A_r + A_{w\_T\_eff\_V}}$$

$$z_{T\_eff\_V} = 18.344 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngepunktet av den effektive T-en for Vierendeel}$$

$$I_{f\_T\_eff\_V} := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_f^3 + A_f \cdot \left( z_{T\_eff\_V} - \frac{t_f}{2} \right)^2 = 200109.541 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av} \\ \text{flensen om T-ens effektive} \\ \text{nøytralakse for Vierendeel}$$

$$I_{w\_T\_eff\_V} := \frac{1}{12} t_w \cdot h_{w\_T\_eff\_V}^3 + A_{w\_T\_eff\_V} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_T\_eff\_V}}{2} - z_{T\_eff\_V} \right)^2$$

$$I_{w\_T\_eff\_V} = 689904.89 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av det effektive steget om T-ens effektive} \\ \text{nøytralakse for Vierendeel}$$

$$I_{r\_T\_eff\_V} := I_r + A_r \cdot [(z_{T\_eff\_V} - t_f) - z_r]^2 = 2737.9 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av} \\ \text{avrundingen mellom flens} \\ \text{og steg om T-ens effektive} \\ \text{nøytralakse for Vierendeel}$$

$$I_{T\_eff\_V} := I_{f\_T\_eff\_V} + I_{w\_T\_eff\_V} + I_{r\_T\_eff\_V} = 892752.331 \cdot \text{mm}^4 \quad \text{annet arealmoment av} \\ \text{den effektive T-en om} \\ \text{den sterke aksen av T-en} \\ \text{for Vierendeel}$$

$$z_{max\_T\_V} := \max(h_{w\_T\_eff\_V} + t_f - z_{T\_eff\_V}, z_{T\_eff\_V}) = 70.084 \cdot \text{mm} \quad \text{Største avstand fra} \\ \text{ytterste fiberet til} \\ \text{tyngepunktet til det} \\ \text{effektive tverrsnittet}$$

$$w_{el\_T\_V} := \frac{I_{T\_eff\_V}}{z_{max\_T\_V}} = 12738.311 \cdot \text{mm}^3 \quad \text{Elastisk motstandsmoment for de effektive T-ene i Vierendeel}$$

$$M_{el\_T\_Rd} := \frac{w_{el\_T\_V} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} = 5.669 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{T-enes effektive elastiske momentkapasitet}$$

Regner ut Vierendeel-kapasiteten:

$$M_{NV\_tT\_Rd} := M_{el\_T\_Rd} \cdot \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{N_{T\_el\_Rd}} \right) = 4.945 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (8.12)$$

$$M_{NV\_bT\_Rd} := M_{el\_T\_Rd} \cdot \left( 1 - \frac{N_{Ed}}{N_{T\_el\_Rd}} \right) = 4.945 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (8.12)$$

$$V_{vier\_Rd} := \frac{2 \cdot M_{NV\_bT\_Rd} + 2 \cdot M_{NV\_tT\_Rd}}{a_{eq}} = 52.053 \cdot \text{kN} \quad (8.10)$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{vier\_Rd}} = 1 \quad \leq 1 \Rightarrow \text{Ok iht. formel (8.9)}$$

# Vedlegg 4: Eurokodeberegninger for Bjelke B (forsøk)

## Dimensjoner av statisk system:

$$L := 2.8\text{m} \quad \text{Lengden mellom senter opplegg}$$

$$x_o := 700\text{mm} \quad \text{Lengden fra senter opplegg til senter åpning}$$

## Last:

$$P := 161.56\text{kN} \quad \text{Dimensjonerende last med partialfaktorer lik 1}$$

$$V_{Ed} := \frac{P}{2} = 80.78\text{kN} \quad \text{Skjærkraft i bjelken}$$

$$M_{o\_Ed} := V_{Ed} \cdot x_o = 56.546\text{kN}\cdot\text{m} \quad \text{Moment i senter åpning}$$

$$M_{felt\_Ed} := V_{Ed} \cdot \frac{L}{2} = 113.092\text{kN}\cdot\text{m} \quad \text{Feltmoment}$$

## Dimensjonen av bjelken:

$$h := 387\text{mm} \quad b := 110\text{mm} \quad t_f := 9.1\text{mm} \quad t_w := 6\text{mm} \quad r := 12\text{mm}$$

## Dimensjonen av åpningen:

$$h_o := 250\text{mm} \quad a_o := 300\text{mm} \quad r_o := 100\text{mm}$$

$$s_e := x_o - \frac{a_o}{2} = 550\text{mm} \quad \text{Korteste avstand fra kant av åpning til opplegg}$$

$$s_s := \frac{L}{2} - x_o - \left(\frac{a_o}{2}\right) = 550\text{mm} \quad \text{Korteste avstand fra kant åpning til stiver i felt}$$

## Materialdata:

$$f_y := 445 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \nu := 0.3$$

$$\epsilon_{ps} := \sqrt{\frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{f_y}} = 0.727 \quad \eta := 1.2 \quad \gamma_{m0} := 1 \quad \gamma_{m1} := 1$$

## **Kontroller iht. EC3-1-1:**

### Skjærkontroll brutto tverrsnitt

$$h_w := h - 2 \cdot t_f \quad \text{Høyden av steget}$$

$$A_r := \frac{(2 \cdot r)^2 - \pi r^2}{2} = 61.805 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Arealet av avrundingene mellom steg og flens til én T}$$

$$A := 2 \cdot b \cdot t_f + h_w \cdot t_w + 2 \cdot A_r = 4338.411 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Arealet av brutto tverrsnitt}$$

$$A_v := \max[A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f, \eta \cdot h_w \cdot t_w] = 2655.36 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Skjærareal av hele bjelken}$$

$$V_{pl\_Rd} := \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{m0}} = 682.217 \cdot \text{kN} \quad \text{Plastisk skjærkapasitet iht. formel (6.18)}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl\_Rd}} = 0.118 < 1 \Rightarrow \text{ok, iht. formel (6.18)}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl\_Rd}} = 0.118 < 0.5 \Rightarrow \text{trenger ikke å redusere flytespenningen iht. 6.2.10 (3)}$$

$$\frac{h_w}{t_w} = 61.467 > 72 \cdot \frac{\epsilon_{ps}}{\eta} = 43.602 \quad \text{Må kontrollere skjærknekking iht. EC3-1-5}$$

### Skjærknekkingskontroll:

$$a := \frac{L}{2} = 1400 \cdot \text{mm} \quad \text{avstand mellom stivere}$$

$$\frac{a}{h_w} = 3.796$$

$$k_{\tau\_sl} := 0 \quad \text{Ingen langsgående stivere}$$

$$k_{\tau} := 5.34 + 4 \cdot \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + k_{\tau\_sl} = 5.618 \quad \text{siden } a/h_w > 1 \text{ må formel (A.5) benyttes}$$

$$\sigma_{_E} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t_w^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot h_w^2} = 50.236 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{_cr} := k_{_T} \cdot \sigma_{_E} = 282.206 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} \quad (5.4)$$

$$\lambda_{_w} := 0.76 \cdot \sqrt{\frac{f_y}{\tau_{_cr}}} = 0.954 \quad (5.3)$$

$$\frac{0.83}{\eta} = 0.692 < \lambda_{_w} = 0.954 < 1.08$$

$$\chi_{_w} := \frac{0.83}{\lambda_{_w}} = 0.87$$

tabell 5.1 i EC3-1-5

$$V_{_b\_Rd} := \min\left(\frac{\chi_{_w} \cdot f_y \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{_m1}}, \frac{\eta \cdot f_y \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{_m1}}\right) = 494.435 \cdot \text{kN} \quad (5.1), \text{bidraget fra flensene er ikke hensyntatt til sikker side.}$$

$$\frac{V_{_Ed}}{V_{_b\_Rd}} = 0.163 < 1 \Rightarrow \text{Ok}$$

## Felt moment:

Tverrsnittsklasse av flens som utsettes for rent trykk:

$$c_{_f} := \frac{b}{2} - \frac{t_w}{2} - r = 40 \cdot \text{mm}$$

$$\text{slankhet}_{_flens} := \frac{c_{_f}}{t_w \cdot \epsilon_{ps}} = 6.049 < 9 \Rightarrow \text{tverrsnittsklasse 1 iht. tabell 5.2}$$

Tverrsnittsklasse av steg som utsettes for bøyning

$$c_{_w} := h_w - 2 \cdot r = 344.8 \cdot \text{mm}$$

$$c_{_w\_1} := 72 \cdot \epsilon_{ps} \cdot t_w = 313.934 \cdot \text{mm} < c_{_w} = 344.8 \cdot \text{mm}$$

$$c_{_w\_2} := 83 \cdot \epsilon_{ps} \cdot t_w = 361.896 \cdot \text{mm} > c_{_w} = 344.8 \cdot \text{mm}$$

=> tverrsnittsklasse 2 for bøyning av steget

$$z_{_r} := \frac{10 - 3 \cdot \pi}{12 - 3 \cdot \pi} \cdot r = 2.68 \cdot \text{mm} \quad \text{Tynngdepunktet av avrundningen mellom steg og flens målt fra innsiden av flensen}$$

Plastisk motstandsmoment av brutto I-tverrsnitt:

$$w_{_pl} := 2 \cdot \left[ (b \cdot t_{_f}) \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{t_{_f}}{2} \right) + A_{_r} \cdot \left( \frac{h}{2} - t_{_f} - z_{_r} \right) + \frac{h_{_w}}{2} t_{_w} \cdot \frac{h_{_w}}{4} \right] = 604760.537 \cdot \text{mm}^3$$

$$M_{_Rd} := \frac{w_{_pl} \cdot f_{_y}}{\gamma_{_m0}} = 269.118 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{M_{\text{felt}} \cdot E_d}{M_{_Rd}} = 0.42 < 1 \Rightarrow \text{Ok iht. formel (6.12)}$$

## **Kontroller iht. EC3-1-13:**

**Kontrollerer om åpningen er tillatt etter EC3-1-13:**

$$h_{_w} := h - 2 \cdot t_{_f} = 368.8 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av steget til bjelken}$$

$$h_{_T} := \frac{(h - h_{_o})}{2} = 68.5 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av T-ene}$$

$$h_{_o} = 250 \cdot \text{mm} < 0.75 \cdot h = 290.25 \cdot \text{mm} \quad \text{Åpningshøyden er ok}$$

$$a_{_o} = 300 \cdot \text{mm} < 2.5 \cdot h_{_o} = 625 \cdot \text{mm} \quad \text{Åpningslengden er ok}$$

$$\min(s_{_e}, s_{_s}) = 550 \cdot \text{mm} > \min(a_{_o}, h_{_o}) = 250 \cdot \text{mm} \quad \text{Korsteste tillatte avstand mellom "opplegg" og kant åpning}$$

$$\frac{h_{_w}}{t_{_w} \cdot \text{eps}} = 84.584 < 121 \quad \text{Slankheten av steget er ok}$$

$$r_{_o} = 100 \cdot \text{mm} > 10 \text{ mm} \quad \text{Hjørneradien er ok}$$

$$h_{_T} = 68.5 \cdot \text{mm} > \max\left(\frac{a_{_o}}{12}, 0.1 \cdot h\right) = 38.7 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av T-en i trykk ok}$$

$a_{eff} := a_o$	Definerer effektive åpningslengde
$a_{eq} := a_o$	Definerer ekvivalent åpningslengde
$h_{eq} := h_o$	Definerer ekvivalent åpningshøyde

## Skjærkapasitet over åpning, pkt. 8.2:

$$V_{o\_pl\_Rd} := \min\left(V_{pl\_Rd} - \frac{h_o \cdot t_w \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{m0}}, V_{b\_Rd}\right) = 296.836 \cdot \text{kN} \quad (8.2)$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{o\_pl\_Rd}} = 0.272 < 1 \Rightarrow \text{Ok iht. formel (8.1)}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{o\_pl\_Rd}} = 0.272 < 0.5 \Rightarrow \text{trenger ikke å redusere flytespenningen iht. 8.2 (2)}$$

Må knekking av stegsøylen kontrolleres?

$$\frac{h_w}{t_w} = 61.467 > 72 \frac{\epsilon_{ps}}{\eta} = 43.602 \quad 8.5.1 (3)$$

$$h_o = 250 \cdot \text{mm} > 15 \cdot t_w \cdot \epsilon_{ps} = 65.403 \cdot \text{mm} \quad 8.5.1 (4)$$

=> både 8.5.1 (4) og 8.5.1 (3) er oppfylt og knekking av stegsøylen må kontrolleres

## Knekking av stegsøylen kontrolleres iht. 8.5.2:

$$b_w := 0.5 \cdot h_o = 125 \cdot \text{mm} \quad 8.5.2 (3)$$

$$\lambda_1 := \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 68.246 \quad (8.21)$$

$\alpha := 0.21$  imperfeksjonsfaktor for knekkurve a iht. EC3-1-1 tabell 6.1

$$\lambda_{w\_strek} := \frac{3.5 \cdot h_o}{t_w \cdot \lambda_1} = 2.137 \quad (8.20)$$



$$\Phi := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot (\lambda_{w\_strek} - 0.2) + \lambda_{w\_strek}^2 \right] = 2.986$$

$$\chi := \min \left( 1, \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda_{w\_strek}^2}} \right) = 0.197 \quad \text{knekkurve iht. EC3-1-1} \quad (6.49)$$

$$N_{w\_Rd} := \chi \cdot b_w \cdot t_w \cdot \frac{f_y}{\gamma_{m1}} = 65.792 \cdot \text{kN} \quad (8.18)$$

$$N_{w\_Ed} := \frac{1}{2} \cdot V_{Ed} = 40.39 \cdot \text{kN} \quad \text{iht. (8.16) og (8.17) ettersom at åpningen er sentrisk plassert, og skjærarealet av steget til T-en i topp og bunn er like.}$$

$$\frac{N_{w\_Ed}}{N_{w\_Rd}} = 0.614 < 1 \Rightarrow \text{ok iht. 8.5.2 (1)}$$

#### Sjekker om endesøylen må kontrolleres iht. 8.8.1:

$$s_e = 550 \cdot \text{mm} > a_{eff} = 300 \cdot \text{mm}$$

siden avstanden fra kanten av åpning til opplegg er større enn  $a_{eff}$  trenger man ikke å kontrollere endesøylen iht. 8.8.1 (4)

#### Momentkapasitet over åpning:

Tverrsklassifisering av T-ene for global bøyning:

$$c_{w\_T} := \frac{(h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r - h_o)}{2} = 47.4 \cdot \text{mm} \quad \text{Stegutstikkernes lengder for global bøyning}$$

$$10 < \text{slankhet}_{steg\_T} := \frac{c_{w\_T}}{t_w \cdot \epsilon_s} = 10.871 < 14 \Rightarrow \text{Stegutstikk klassifiseres som tverrsklasse 3}$$

siden flensen klassifiseres som tverrsklasse 1, kan steget til T-en i trykk behandles som tverrsklasse 2 iht. 7.4 (2) dersom effektiv høyde av stegutstikket settes lik tverrsklasse 2-grensen for utstikkende deler utsatt for trykk iht. EC3-1-1.

$$c_{w\_T\_eff} := 10 \cdot t_w \cdot \epsilon_s = 43.602 \cdot \text{mm}$$

Siden steget behandles som tverrsnittsklasse 2, kan plastiske kapasiteter benyttes.

Finner tyngdepunktet av effektiv T i topp:

$$h_{w\_tT\_eff} := c_{w\_T\_eff} + r = 55.602 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av det effektive steget}$$

$$A_{w\_tT\_eff} := h_{w\_tT\_eff} \cdot t_w \quad \text{Arealet av det effektive steget}$$

$$A_f := b \cdot t_f = 1001 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av flensen}$$

$$A_{tT\_eff} := A_f + A_r + A_{w\_tT\_eff} = 1396.417 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av effektiv T}$$

$$z_{tT\_eff} := \frac{A_f \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w\_tT\_eff} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_tT\_eff}}{2} \right)}{A_f + A_r + h_{w\_tT\_eff} \cdot t_w}$$

$$z_{tT\_eff} = 12.599 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngdepunktet av den effektive T-en målt fra ytterkant flens}$$

Finner tyngdepunktet av T-en i bunn:

$$h_{w\_bT} := c_{w\_T} + r = 59.4 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyden av steget til T-en i strekk}$$

$$A_{w\_bT} := h_{w\_bT} \cdot t_w = 356.4 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av steget til T-en i strekk}$$

$$A_{bT} := A_f + A_r + A_{w\_bT} = 1419.205 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Arealet av T-en i strekk}$$

$$z_{bT} := \frac{A_f \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w\_bT} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w\_bT}}{2} \right)}{A_f + A_r + h_{w\_bT} \cdot t_w} = 13.466 \cdot \text{mm}$$

$$z_{bT} = 13.466 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngdepunktet av T-en i bunn, målt fra ytterkant av flens}$$

$$M_{o\_Rd} := \frac{(h - z_{bT} - z_{tT\_eff}) \cdot f_y \cdot \min(A_{bT}, A_{tT\_eff})}{\gamma_{m0}} = 224.287 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad 8.3.1 (6)$$

$$\frac{M_{o\_Ed}}{M_{o\_Rd}} = 0.252 < 1 \Rightarrow \text{ok iht. 8.3.1 (1)}$$

## Knekking av T-en i trykk:

$$a_{\text{eff}} = 300 \cdot \text{mm} < 6 \cdot h_T \cdot \epsilon_s \cdot \left( \frac{M_o \cdot R_d}{M_o \cdot E_d} \right)^{\frac{1}{2}} = 594.836 \cdot \text{mm}$$

Siden åpningen ikke defineres som lang iht. 8.3.2 (1), er det ikke nødvendig å kontrollere knekking av T-en i trykk iht. 8.3.2 (2).

## Vierendeel-kapasiteten:

Tverrsnittsklassifisering av T-ene for Vierendeel-bøyning:

$$d_t := \frac{(h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r - h_{eq})}{2} = 47.4 \cdot \text{mm}$$

$$10 < \text{slankhet}_{\text{steg}_T_V} := \frac{d_t}{t_w \cdot \epsilon_s} = 10.871 < 14 \Rightarrow \text{stegutstikket klassifiseres som tverrsnittsklasse 3.}$$

$$a_{\text{eff}} = 300 \cdot \text{mm} > 32 \cdot t_w \cdot \epsilon_s = 139.526 \cdot \text{mm}$$

siden  $a_{\text{eff}} > 32 \cdot t_w \cdot \epsilon_s$  kan stegutstikk klassifisert som tverrsnittsklasse 3 for Vierendeel-bøyning behandles som tverrsnittsklasse 2 dersom den effektive høyden av stegutstikket til T-ene settes lik grensen gitt i formel (7.3)

$$d_{t_{\text{eff}}} := \min \left[ d_t, \frac{10 \cdot t_w \cdot \epsilon_s}{\sqrt{1 - \left( \frac{32 \cdot t_w \cdot \epsilon_s}{a_{\text{eff}}} \right)^2}} \right] = 47.4 \cdot \text{mm} \quad (7.3)$$

Ser at  $d_{t_{\text{eff}}}$  er begrenset av den faktiske høyden av stegutstikket brukes dermed brutto T-tverrsnitt

Siden T-ene behandles som tverrsnittsklasse 2 for Vierendeel-bøyning kan plastisk kapasitet benyttes.

Regner ut trykkapasiteten til T-ene som følge av globalt moment iht. 8.4 (6).

Begrenser dermed stegutstikket for aksial til tverrsnittsklasse 2-grensen.

$$z_T := z_{tT_{\text{eff}}} = 12.599 \cdot \text{mm}$$

Tyngdepunkt av effektiv T målt fra ytterkant flens

$$N_{Ed} := \frac{M_o \cdot E_d}{h - 2 \cdot z_T} = 156.29 \cdot \text{kN}$$

Aksialkrefter i T-ene som følge av moment i senter åpning for aksial

$$A_{T\_eff} := A_{tT\_eff} = 1396.417 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Effektivt areal av T for aksial}$$

$$N_{T\_pl\_Rd} := \frac{f_y \cdot A_{T\_eff}}{\gamma_{m0}} = 621.405 \cdot \text{kN} \quad \text{Trykkapasiteten beregnet stegutstikkets lengde ik tvvernsnittsklasse 3 tvvernsnitt}$$

Regner den plastiske momentkapasiteten til T-ene i topp:

$$h_{w\_T\_V} := d_t + r = 59.4 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyde av steget til T-ene for Vierendeel}$$

$$A_{w\_T\_V} := h_{w\_T\_V} \cdot t_w = 356.4 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av steget til T-ene for Vierendeel}$$

$$A_{T\_V} := A_f + A_r + A_{w\_T\_V} = 1419.205 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Areal av T-ene for Vierendeel}$$

$$z_{pl\_T} := \frac{\frac{A_{T\_V}}{2}}{b} = 6.451 \cdot \text{mm} < t_f = 9.1 \cdot \text{mm} \Rightarrow \text{Plastisk nøytralakse for T-ene målt fra ytterkant flens}$$

Finner tyngdepunktene til delene av tvvernsnittet "under" den plastiske nøytralaksen

$$a_{steg} := t_f - z_{pl\_T} + \frac{h_{w\_T\_V}}{2} = 32.349 \cdot \text{mm} \quad \text{Avstand fra plastisk nøytral akse til stegets tyngdepunkt}$$

$$a_{radius} := (t_f - z_{pl\_T} + z_r) = 5.329 \cdot \text{mm} \quad \text{Avstand fra plastisk nøytralakse til avrundingenenes tyngdepunkt}$$

$$a_{flens\_UK} := \frac{(t_f - z_{pl\_T})}{2} = 1.325 \cdot \text{mm} \quad \text{Avstand fra plastisk nøytralakse til tyngdepunktet av flensen "under" den plastiske nøytralaksen}$$

Avstand mellom plastisk nøytralakse og tyngdepunktet av tvvernsnittet "under" den plastiske nøytralaksen:

$$z_{Ab} := \frac{b \cdot (t_f - z_{pl\_T}) \cdot a_{flens\_UK} + A_r \cdot a_{radius} + A_{w\_T\_V} \cdot a_{steg}}{\left(\frac{A_{T\_V}}{2}\right)} = 17.256 \cdot \text{mm}$$

Regner ut det plastiske mostandsmomentet for T-ene:

$$w_{pl\_T\_V} := \frac{A_{T\_V}}{2} \cdot \frac{z_{pl\_T}}{2} + \frac{A_{T\_V}}{2} \cdot z_{Ab} = 14533.363 \cdot \text{mm}^3$$

Plastiske momentkapasiteten til T-ene:

$$M_{pl\_T\_Rd} := \frac{w_{pl\_T} \cdot V \cdot f_y}{\gamma_{m0}} = 6.467 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Regner ut Vierendeel-kapasiteten:

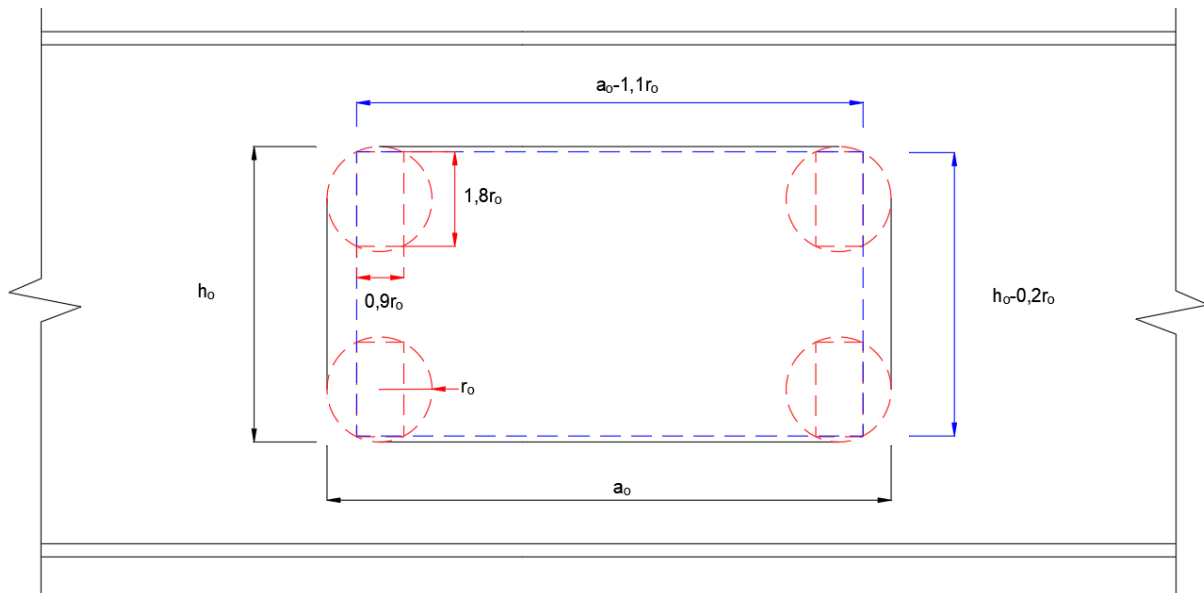
$$M_{NV\_tT\_Rd} := M_{pl\_T\_Rd} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{N_{Ed}}{N_{T\_pl\_Rd}} \right)^2 \right] = 6.058 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (8.12)$$

$$M_{NV\_bT\_Rd} := M_{pl\_T\_Rd} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{N_{Ed}}{N_{T\_pl\_Rd}} \right)^2 \right] = 6.058 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad (8.12)$$

$$V_{vier\_Rd} := \frac{2 \cdot M_{NV\_bT\_Rd} + 2 \cdot M_{NV\_tT\_Rd}}{a_{eq}} = 80.777 \cdot \text{kN} \quad (8.10)$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{vier\_Rd}} = 1 \leq 1 \Rightarrow \text{Ok iht. (8.9)}$$

## Vedlegg 5: Resonnement bak ekvivalente mål for rektangulære åpninger



# Vedlegg 6: Eksempel på utregning av Vierendeel-kapasiteten iht. forslaget for geometri Gr1 i Tabell 6.11

## Dimensjoner av statisk system:

$$L := 2.8\text{m} \quad \text{Lengden mellom senter opplegg}$$

$$x_o := 700\text{mm} \quad \text{Lengden fra senter opplegg til senter åpning}$$

## Last:

$$P := 214.9\text{kN} \quad \text{Punktlast i feltmidte}$$

$$V_{Ed} := \frac{P}{2} = 107.45\text{kN} \quad \text{Skjærkraft over åpningen}$$

$$M_{o\_Ed} := V_{Ed} \cdot x_o = 75.215\text{kN}\cdot\text{m} \quad \text{Moment i senter av åpningen}$$

## Dimensjonen av bjelken:

$$h := 387\text{mm} \quad b := 110\text{mm} \quad t_f := 9.1\text{mm} \quad t_w := 6\text{mm} \quad r := 12\text{mm}$$

## Dimensjonen av åpningen:

$$h_o := 160\text{mm} \quad a_o := 380\text{mm} \quad r_o := 50\text{mm}$$

## Materialdata:

$$f_y := 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \nu := 0.3$$

$$\epsilon_{ps} := \sqrt{\frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{f_y}} = 0.814 \quad \eta := 1.2 \quad \gamma_{m0} := 1 \quad \gamma_{m1} := 1$$

$$f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_{m0}} = 355 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Kontrollerer om flytespenningen må reduseres over åpningen pga skjær iht. EC3-1-13:**

$$A_{w_o} := (h - h_o) \cdot t_w$$

Forenklet skjærareal over åpningen til sikker side

$$V_{pl_o\_Rd} := \frac{A_{w_o} \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{m0}} = 279.155 \text{ kN}$$

Skjærkapasiteten over åpningen

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl_o\_Rd}} = 0.385 < 0.5 \Rightarrow \text{trenger ikke å redusere flytespenningen iht. punkt 8.2 i EC3-1-13}$$

## **Plastisk Vierendeel-kapasitet med effektive T-tverrsnitt iht. Forslaget:**

Dersom ikke forslaget om å hensynta hjørneradiens innvirkning inkluderes, settes  $h_{eq} = h_o$  og  $a_{eq} = a_o$ . Ellers er fremgangsmåten akkurat den samme.

$$h_{eq} := h_o - 0.2 \cdot r_o = 150 \text{ mm}$$

Ekvivalent åpningshøyde, se Tabell 6.9 i kap. 6.3

$$a_{eq} := a_o - 1.1 \cdot r_o = 325 \text{ mm}$$

Ekvivalent åpningslengde, se Tabell 6.9 i kap. 6.3

Sjekker om stegutstikkene klassifiseres som tverrsnittsklasse 2 for rent trykk. Dersom dette er tilfellet kan brutto tverrsnitt benyttes.

$$d_t := \frac{(h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r - h_{eq})}{2} = 97.4 \text{ mm}$$

$$\text{slankhet}_{\text{steg\_T\_V}} := \frac{d_t}{t_w \cdot \epsilon_s} = 19.952 > 10 \Rightarrow \text{stegutstikket er ikke i tverrsnittsklasse 2 for rent trykk, men i tverrsnittsklasse 4.}$$

$$a_{\text{eff}} := a_o = 380 \text{ mm} > 32 \cdot t_w \cdot \epsilon_s = 156.214 \text{ mm}$$

Ettersom  $a_{\text{eff}} > 32 \cdot t_w \cdot \epsilon_s$ , og stegetutstikkene klassifiseres som tverrsnittsklasse 4, må effektive stegutstikk benyttes når den plastiske Vierendeel-kapasiteten estimeres. Benytter dermed de foreslåtte formlene (6.4) og (6.6) i kap. 6.2.2, til å beregne høyden av de effektive stegutstikkene.

Regner ut det elastiske tyngdepunktet til T-en for å finne aksialkraften i T-ene som følge av det globale momentet i senter åpning:

$$h_{w\_T} := d_t + r = 109.4 \text{ mm}$$

Høyden av stegutstikket til brutto T

$$A_{w\_T} := h_{w\_T} \cdot t_w = 656.4 \text{ mm}^2$$

Arealet av stegutstikket til brutto T



$$A_{T_f} := b \cdot t_f = 1001 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Arealet av flensen til brutto T}$$

$$A_r := \frac{(2 \cdot r)^2 - \pi r^2}{2} = 61.805 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Arealet av avrundningene mellom steg og flens}$$

$$A_{T_V} := A_{T_f} + A_r + A_{w_T} \quad \text{Areal av brutto T}$$

$$z_r := \frac{10 - 3 \cdot \pi}{12 - 3 \cdot \pi} \cdot r = 2.68 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngdepunktet av avrundningen mellom steg og flens målt fra innsiden av flensen}$$

$$z_{T_V} := \frac{A_{T_f} \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w_T} \cdot \left( t_f + \frac{h_{w_T}}{2} \right)}{A_{T_f} + A_r + A_{w_T}} = 27.432 \cdot \text{mm} \quad \text{Tyngdepunktet til brutto T-tverrsnitt}$$

Finner aksialkraften i T-ene ved å benytte tyngdepunktetene til T-ene:

$$N_{Ed} := \frac{M_{o_{Ed}}}{h - 2 \cdot z_{T_V}} = 226.458 \cdot \text{kN}$$

### **Kontrollerer snittene på LMS:**

Regner først ut den plastiske nøytralaksen til brutto T-tverrsnitt for å kontrollere om spenninger i stegutstikk vil forandres som følge av aksial i T-ene :

$$z_{pl} := \frac{A_{T_V}}{2 \cdot b} = 7.815 \cdot \text{mm} \quad \text{Plastisk nøytralakse målt fra ytterkant flens}$$

Siden plastisk nøytralakse ligger i flensene, vil introduisering av spenningene på LMS ikke forandre spenningsfordelingen i stegutstikkene.

For T-en i topp vil hele stegutstikkets utsettes for trykk, mens for T-en i bunn vil hele stegutstikkets utsettes for strekk. Dermed vil spenninger i stegutstikkene være uforandret som følge av aksial på LMS. Dette medfører at stegutstikkets for T-en i bunn kan benytte brutto stegutstikk, mens T-en i topp må begrenses av formel (6.4).

Finner effektiv høyde av stegutstikk med strekkspenninger langs fri rand på LMS:

$$d_{t_{eff_s_{LMS}}} := d_t = 97.4 \cdot \text{mm} \quad \text{siden stegutstikkets er i rent strekk}$$

Finner effektiv høyde av stegutstikk med trykkspenninger langs fri rand på LMS:

$$\alpha_{t_{LMS}} := 1 \quad \text{hele stegutstikkets er i trykk}$$

$$\frac{10 \cdot t_{w_{eps}}}{\alpha_{t_{LMS}}} = 48.817 \cdot \text{mm}$$

Tverrsnittsklasse 2-grensen iht. EC3-1-1

$$d_{t2} := \frac{10 \cdot t_w \cdot \text{eps}}{\sqrt{1 - \left(\frac{32 \cdot t_w \cdot \text{eps}}{a_{\text{eff}}}\right)^2}} = 53.551 \cdot \text{mm} \quad dt_{2\text{-grensen iht. EC3-1-13}}$$

$$d_{t_{\text{eff}_t \text{LMS}}} := \min\left(d_t, \max\left(d_{t2}, \frac{10 \cdot t_w \cdot \text{eps}}{\alpha_{t \text{LMS}}}\right)\right) = 53.551 \cdot \text{mm} \quad \text{Formel (6.4) i kap. 6.2.2}$$

### Kontrollerer snittene på HMS:

Finner nødvendig areal over og under de plastiske nøytralaksene som skal motvirke  $N_{Ed}$  som kan forandre spenningene i stegutstikkene.

$$A_{\text{nødvendig}} := \frac{N_{Ed}}{f_y} = 637.91 \cdot \text{mm}^2 \quad \text{Arealet som skal motvirke aksial over og under den plastiske nøytralaksen}$$

Finner hvor mye av aksialkraften som fordeles ned i stegutsticket:

$$x := \frac{\frac{A_{\text{nødvendig}}}{2} - [(t_f - z_{pl}) \cdot b + A_r + r \cdot t_w]}{t_w} = 7.292 \cdot \text{mm} \quad \text{Høyde av stegutsticket som forandrer spenning som følge av aksialkraften i T-ene}$$

Regner ut effektiv høyde av stegutstikk med strekkspenninger langs fri rand:

$$\alpha_{s \text{HMS}} := \frac{x}{d_t} = 0.075 \quad \text{andelen av stegutsticket i trykk}$$

$$\frac{10 \cdot t_w \cdot \text{eps}}{\alpha_{s \text{HMS}} \cdot \sqrt{\alpha_{s \text{HMS}}}} = 2383.038 \cdot \text{mm} \quad \text{Tverrsnittsklasse 2-grensen iht. EC3-1-1}$$

$$d_{t_{\text{eff}_s \text{HMS}}} := \min\left(d_t, \frac{10 \cdot t_w \cdot \text{eps}}{\alpha_{s \text{HMS}} \cdot \sqrt{\alpha_{s \text{HMS}}}}\right) = 97.4 \cdot \text{mm} \quad \text{Formel (6.6) i kap. 6.2.2}$$

Regner ut effektiv høyde av stegutstikk med trykkspenninger langs fri rand:

$$\alpha_{t \text{HMS}} := \frac{d_t - x}{d_t} = 0.925 \quad \text{andelen av stegutsticket i trykk}$$

$$\frac{10 \cdot t_w \cdot \text{eps}}{\alpha_{t \text{HMS}}} = 52.768 \cdot \text{mm} \quad \text{Tverrsnittsklasse 2-grensen iht. EC3-1-1}$$

$$d_{t2} = 53.551 \cdot \text{mm}$$

dt\_2-grensen iht. EC3-1-13

$$d_{t\_eff\_t\_HMS} := \min\left(d_t, \max\left(d_{t2}, \frac{10 \cdot t_w \cdot \epsilon_s}{\alpha_{t\_HMS}}\right)\right) = 53.551 \cdot \text{mm} \quad \text{Formel (6.4) i kap. 6.2.2}$$

Observeres at  $d_{t\_eff\_t}$  og  $d_{t\_eff\_s}$  er lik for både LMS og HMS. Trenger dermed kun å kontrollere ett av snittene.

$$d_{t\_eff\_t} := d_{t\_eff\_t\_LMS} = 53.551 \cdot \text{mm}$$

$$d_{t\_eff\_s} := d_{t\_eff\_s\_LMS} = 97.4 \cdot \text{mm}$$

### **Regner ut plastisk momentkapasitet og aksialkapasitet til de ulike T-ene med effektive stegutstikk:**

Finner først den nye aksialkraften som virker mellom de effektive tverrsnittene, dette kan sløyfes til sikker side. For å finne den nye aksialkraften må den nye indre momentarmen mellom de effektive T-ene estimeres:

$$A_{w\_T\_t} := (d_{t\_eff\_t} + r) \cdot t_w = 393.307 \cdot \text{mm}^2$$

Effektivt stegareal av T-en med trykk langs fri rand.

$$A_{T\_V\_t} := A_{T\_f} + A_r + A_{w\_T\_t} = 1456.113 \cdot \text{mm}^2$$

Effektivt areal av T-en med trykk langs fri rand

Tyngdepunkt av effektiv T med trykk langs fri rand:

$$z_{T\_t} := \frac{A_{T\_f} \cdot \frac{t_f}{2} + A_r \cdot (t_f + z_r) + A_{w\_T\_t} \cdot \left(t_f + \frac{d_{t\_eff\_t} + r}{2}\right)}{A_{T\_f} + A_r + A_{w\_T\_t}} = 14.939 \cdot \text{mm}$$

Etersom den effektive T-en med strekk langs fri rand er lik som brutto T, benyttes tyngdepunktet av brutto T

$$z_{T\_s} := z_{T\_V} = 27.432 \cdot \text{mm}$$

Den nye aksialkraften mellom T-ene blir da:

$$N_{Ed\_eff} := \frac{M_{o\_Ed}}{h - z_{T\_t} - z_{T\_s}} = 218.249 \cdot \text{kN} < N_{Ed} = 226.458 \cdot \text{kN}$$

(Ser her at forskjellen mellom aksialkrftene ikke er stor)

### **Finner den plastiske momentkapasiteten til T-ene:**

Regner ut den plastiske nøytralaksen for den effektive T-en med trykk langs fri rand:

$$z_{pl\_t} := \frac{A_{T\_V\_t}}{2 \cdot b} = 6.619 \cdot \text{mm} \quad \text{Ser at den plastiske nøytralaksen ligger i flensen}$$

Finner tyngdepunktene til delene av tverrsnittet "under" den plastiske nøytralaksen målt fra den plastiske nøytralaksen

$$a_{steg\_t} := t_f + \frac{d_{t\_eff\_t} + r}{2} - z_{pl\_t} = 35.257 \cdot \text{mm}$$

Avstand fra plastisk nøytral akse til stegets tyngdepunkt

$$a_{radius\_t} := t_f + z_r - z_{pl\_t} = 5.162 \cdot \text{mm}$$

Avstand fra plastisk nøytralakse til avrundingenes tyngdepunkt

$$a_{flens\_UK\_t} := \frac{t_f - z_{pl\_t}}{2} = 1.241 \cdot \text{mm}$$

Avstand fra plastisk nøytralakse til tyngdepunktet av flensen "under" den plastiske nøytralaksen

Avstand mellom plastisk nøytralakse og tyngdepunktet av tverrsnittet "under" den plastiske nøytralaksen:

$$z_{UK\_t} := \frac{b \cdot (t_f - z_{pl\_t}) \cdot a_{flens\_UK\_t} + A_r \cdot a_{radius\_t} + A_{w\_T\_t} \cdot a_{steg\_t}}{\left( \frac{A_{T\_V\_t}}{2} \right)} = 19.95 \cdot \text{mm}$$

Regner ut det plastiske mostandsmomentet for den effektive T-en med trykk langs fri rand:

$$w_{pl\_T\_V\_t} := \frac{A_{T\_V\_t}}{2} \cdot \frac{z_{pl\_t}}{2} + \frac{A_{T\_V\_t}}{2} \cdot z_{UK\_t} = 16933.84 \cdot \text{mm}^3$$

Plastiske momentkapasiteten til den effektive T-en med trykk langs fri rand:

$$M_{Rd\_t} := w_{pl\_T\_V\_t} \cdot f_{yd} = 6.012 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Aksialkapasiteten til den effektive T-en med trykk langs fri rand:

$$N_{Rd\_pl\_t} := A_{T\_V\_t} \cdot f_{yd} = 516.92 \cdot \text{kN}$$

Plastiske momentkapasiteten til T-ene med trykk langs fri rand redusert med hensyn på aksial ved hjelp av nedre grenseteorem:

$$M_{NV\_T\_Rd\_t} := M_{Rd\_t} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{N_{Ed\_eff}}{N_{Rd\_pl\_t}} \right)^2 \right] = 4.94 \cdot \text{kN}\cdot\text{m} \quad \text{Formel (8.11) i EC3-1-13}$$

Regner ut den plastiske nøytralaksen for den effektive T-en med strekk langs fri rand. Siden stegutstikket ikke reduseres, benyttes plastisk nøytralakse for brutto T-tverrsnitt:

$$z_{pl\_s} := z_{pl} = 7.815 \cdot \text{mm} \quad \text{plastisk nøytralakse ligger i flensen}$$

Finner tyngdepunktene til delene av tverrsnittet "under" den plastiske nøytralaksen målt fra den plastiske nøytralaksen

$a_{steg\_s} := t_f + \frac{d_{t\_eff\_s} + r}{2} - z_{pl\_s} = 55.985 \cdot \text{mm}$	Avstand fra plastisk nøytralakse til stegets tyngdepunkt
$a_{radius\_s} := t_f + z_r - z_{pl\_s} = 3.966 \cdot \text{mm}$	Avstand fra plastisk nøytralakse til avrundingenens tyngdepunkt
$a_{flens\_UK\_s} := \frac{t_f - z_{pl\_s}}{2} = 0.643 \cdot \text{mm}$	Avstand fra plastisk nøytralakse til tyngdepunktet av flens "under" den plastiske nøytralaksen

Avstand mellom plastisk nøytral akse og tyngdepunktet av tverrsnittet "under" den plastiske nøytralaksen:

$$z_{UK\_s} := \frac{b \cdot (t_f - z_{pl\_s}) \cdot a_{flens\_UK\_s} + A_r \cdot a_{radius\_s} + A_w \cdot T \cdot a_{steg\_s}}{\left( \frac{A_{T\_V}}{2} \right)} = 43.142 \cdot \text{mm}$$

Regner ut det plastiske mostandsmomentet for den effektive T-en med strekk langs fri rand:

$$w_{pl\_T\_V\_s} := \frac{A_{T\_V}}{2} \cdot \frac{z_{pl\_s}}{2} + \frac{A_{T\_V}}{2} \cdot z_{UK\_s} = 40443.538 \cdot \text{mm}^3$$

Plastiske momentkapasiteten til den effektive T-en med strekk langs fri rand:

$$M_{Rd\_s} := w_{pl\_T\_V\_s} \cdot f_{yd} = 14.357 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

Aksialkapasiteten til den effektive T-en med strekk langs fri rand:

$$N_{Rd\_pl\_s} := A_{T\_V} \cdot f_{yd} = 610.318 \cdot \text{kN}$$

Plastiske momentkapasiteten til T-en med strekk langs fri rand redusert med hensyn på aksial ved hjelp av nedre grenseteorem:

$$M_{NV\_T\_Rd\_s} := M_{Rd\_s} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{N_{Ed\_eff}}{N_{Rd\_pl\_s}} \right)^2 \right] = 12.521 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Formel (8.11) i EC3-1-13

Regner ut Vierendeel-kapasiteten:

$$V_{Vier\_Rd} := \frac{2 \cdot M_{NV\_T\_Rd\_t} + 2 \cdot M_{NV\_T\_Rd\_s}}{a_{eq}} = 107.455 \cdot \text{kN}$$

Formel (8.10) i EC3-1-13

$$utn_{Vier} := \frac{V_{Ed}}{V_{Vier\_Rd}} = 1$$

Ok iht. Formel (8.10) i EC3-1-13

