Konsekvent lastmodell for utmatting av jernbanebruer

Masteroppgave i Bygg- og miljøteknikk Veileder: Gunnstein Thomas Frøseth Juni 2021

NTNU Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Fakultet for ingeniørvitenskap Institutt for konstruksjonsteknikk

Masteroppgave



Knut Melhus Romstad

Konsekvent lastmodell for utmatting av jernbanebruer

Masteroppgave i Bygg- og miljøteknikk Veileder: Gunnstein Thomas Frøseth Juni 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Fakultet for ingeniørvitenskap Institutt for konstruksjonsteknikk



Forord

Denne masteroppgaven er en avsluttende oppgave ved sivilingeniørstudiet Byggog miljøteknikk ved NTNU i Trondheim. Oppgaven er skrevet ved Institutt for konstruksjonsteknikk. Arbeidet er gjennomført i løpet av 20 uker våren 2021, og tilsvarer 30 studiepoeng.

Takk til veileder Gunnstein Thomas Frøseth for engasjerende oppfølging, mange innspill og gode svar på alle mulige spørsmål gjennom hele våren. Det har vært til stor hjelp!

Til slutt vil jeg takke alle som har bidratt med imponerende korrekturlesing.

NTNU

Trondheim, juni 2021

Knot Melhus Romstad

Knut Melhus Romstad



ÅPEN

MASTEROPPGAVE 2021

FAGOMRÅDE:	DATO:	ANTALL SIDER:
Konstruksjonsdynamikk	10. juni 2021	10+76

TITTEL:

Konsekvent lastmodell for utmatting av jernbanebruer

Consistent load model for fatigue in railway bridges

UTFØRT AV:

Knut Melhus Romstad



SAMMENDRAG:

Jernbanenettet i Norge består av et stort antall stålbruer som sto ferdige for over 60 år siden. Teknologisk utvikling og befolkningsvekst har ført til at bruene er dimensjonert for helt andre trafikksituasjoner enn det som er tilfellet i dag. Kunnskap om utmattingskader i jernbanebruer var heller ikke spesielt utviklet da bruene ble dimensjonert. Det er viktig å ha oversikt over utmattingstilstanden i gamle jernbanebruer, fordi det avgjør hvilke bruer som først må repareres eller skiftes ut for å unngå brukollaps.

På oppdrag fra Bane NOR gjennomførte Johs Holt AS i 2018 kontrollberegninger av 21 bruer på de tyngst trafikkerte strekningene i jernbanenettet. Problemet med slike beregninger er at det ikke finnes lastmodeller for utmattingsanalyser som er direkte representative for historiske belastninger på den norske jernbanen. Ved NTNU er det utviklet en ny lastmodell for utmattingsberegninger av gamle jernbanebruer. Modellen er utviklet med et ønske om å være konservativ og konsekvent; den ønsker å innføre historiske skadeverdier som tilsvarer det verst mulige tilfellet for alle brukomponenter, samtidig som at ingen komponenter blir favorisert over andre komponenter i analysen. Lastmodell utviklet ved NTNU og lastmodell brukt av Bane NOR sammenlignes ved å gjennomføre utmattingsanalyser av den naglede fagverksbrua Lerelva bru.

Resultatene viser at både godstog og persontog bidrar til skadeverdier i brua. Langbærere blir rangert som mest kritiske brukomponent av begge lastmodeller. Lastmodell utviklet ved NTNU innfører betydelig større skadeverdier enn lastmodell brukt av Bane NOR i alle brukomponenter. Tidsperioden etter 1985 skiller seg klart ut som perioden med størst bidrag til utmattingsskader, og bidragene fra tidsperioder før 1960 er neglisjerbare. På grunn av sentrifugallastene innføres det større skadeverdier i brukomponenter i yttersving enn innersving.

Lastmodell utviklet ved NTNU er verken konsekvent eller konservativ for brua, hovedsakelig fordi utmattingsskader i bruer med horisontalkurvatur i stor grad avhenger av toghastigheter. Det er utviklet en forbedret lastmodell som maksimerer skadeverdier med hensyn på toghastigheter. Lastmodellen er både konsekvent og konservativ for spenningspunktene i brua. Om dette gjelder generelt for alle lignende bruer er derimot usikkert, og må undersøkes videre. Til slutt diskuteres lastmodellens fordeler/ulemper, og ulike metoder for å inkludere målinger av dagens jernbanelaster i utmattingsberegninger presenteres.

FAGLÆRER: Førsteamanuensis Gunnstein Thomas Frøseth, NTNU

VEILEDER(E): Førsteamanuensis Gunnstein Thomas Frøseth, NTNU

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Abstract

The Norwegian railway network consists of a large number of steel bridges that were constructed more than 60 years ago. Technological advances and population growth have led to the bridges being designed for completely different traffic conditions than what is present today. The fatigue damage mechanism in railway bridges was also not properly understood when the bridges were designed. It is essential to estimate the state of material fatigue in these railway bridges, so that the most critical bridges can be repaired or replaced to avoid bridge collapse.

The problem of fatigue calculations in Norway is that there exist no load models that are a direct representative of historical loads on the Norwegian railway. At NTNU, a new load model has been developed for fatigue calculations of old railway bridges. The model is developed with a desire to be conservative and consistent; it wants to introduce historical fatigue damage that correspond to the worst possible case for all bridge components, and at the same time be equally conservative for all components. Load model developed at NTNU and a load model used by Bane NOR are compared by analyzing the fatigue damages in the nailed truss bridge Lerelva bridge.

The results show that both freight trains and passenger trains contribute to damage in the bridge. Both load models rank stringers as the most critical component. Load model developed at NTNU introduces greater damage values than load model used by Bane NOR in all components. The period after 1985 clearly stands out as the period with the largest contribution to fatigue damage, and contributions from periods before 1960 are negligible. Due to the centrifugal loads, greater damage values are introduced in components in the outer curve than the inner curve of the bridge.

Load model developed at NTNU is neither consistent nor conservative for Lerelva bridge, mainly because fatigue damage in bridges with horizontal curvature largely depends on train speeds. An improved load model has been developed that maximizes damage values with regard to train speeds. The load model is both consistent and conservative for the bridge. Whether this applies in general to all similar bridges, is however uncertain, and must be investigated further. Finally, the advantages/disadvantages of the load model are discussed, and various methods for including measurements of current railway loads in fatigue calculations are presented.

Innhold

Fo	orord			i
Sa	amme	endrag		iii
A	bstra	\mathbf{ct}		v
Ι				1
1	Inn	ledning	g	1
2	Teo	ri		3
	2.1	Grunn	leggende utmatting	. 3
		2.1.1	Bruddmekanikk	. 3
		2.1.2	Skadeakkumulasjon	. 4
		2.1.3	Svklustelling	. 6
	2.2	Ulike :	mål på spenninger	. 6
		2.2.1	Spenningskonsentrasjoner	. 6
		2.2.2	Spenninger i utmattingsanalyser	. 7
	2.3	Utmat	tting av jernbanebruer	. 8
		2.3.1	Relevante laster	. 8
		2.3.2	Laster fra jernbanetrafikk	. 9
		2.3.3	Influenslinjer	. 11
		2.3.4	Spenningsrespons	. 11
		2.3.5	Utmatting av naglede forbindelser	. 12
	2.4	Histor	iske laster på den norske jernbanen	. 14
		2.4.1	Datagrunnlag	. 14
		2.4.2	Generell utvikling	. 15
		2.4.3	Ulikheter mellom godstog og persontog	. 16
	2.5	Optim	nalisering	. 17
		2.5.1	Late Acceptance Hill Climbing	. 18
3	Utf	ordring	ger med lastmodeller for jernbanetrafikk	19
	3.1	Hva k	jennetegner spenningsrespons fra togtrafikk?	. 19
	3.2	Hvord	an påvirkes ulike spenningspunkter av togsammensetningen?.	. 22
		3.2.1	Mest skadelige tog	. 22
		3.2.2	Konsekvente lastmodeller	. 22
		3.2.3	Eksempel 1	. 23
		3.2.4	Eksempel 2	. 24
	3.3	Inkons	sekvent Lastmodell (ILM)	. 26
	_ ·	3.3.1	Beskrivelse	. 26
	3.4	Konse	kvent Lastmodell (KLM)	. 27
		3.4.1	Mål	. 27
		3.4.2	Utvikling	. 27
		3.4.3	Beskrivelse	. 29

\mathbf{II}

റ	1
J	_

4	Lerelva bru 3		
	4.1	Generelt	31
	4.2	Bæresystem	31
	4.3	Brumodell	32
		4.3.1 Brukomponenter	33
		4.3.2 Spenningspunkter	34
		4.3.3 Antagelser i brumodellen	34
		4.3.4 Materiale	$\overline{35}$
5	Me	tode for utmattingsanalyse av Lerelva bru 3	36
	5.1	Lastmodell	36
	5.2	Beregninger i brumodell	36
		5.2.1 Enhetslaster i RM-bridge	36
		5.2.2 Resultater fra RM-bridge	38
	5.3	Utmattingsberegning	38
		5.3.1 Spenningsinfluenslinjer	39
		5.3.2 Spenningsrespons	39
		$5.3.3$ SN-kurver \ldots	40
		5.3.4 Skadeverdier	40
		5.3.5 Gienstående levetid	41
6	Res 6.1	4 Hvordan påvirker lastmodellvalget skadeverdier i kritiske komponen-	12
		ter? \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	42
		6.1.1 Rangering	42
		6.1.2 Skadeforhold mellom ulike komponenter	44
	6.2	Hvilke togtyper/tidsperioder i <i>KLM</i> innfører mest skade?	45
		6.2.1 Generelt	45
		6.2.2 Ulike komponenter	46
	6.3	Er det forskjell på skadeverdier i innersving/yttersving?	48
	6.4	Er trafikkmengdene i beregningen realistiske?	49
		6.4.1 Ulikheter i estimert trafikkmengde	49
		6.4.2 Effekt på utmattingsanalysen	50
Π	Ι	5	51
7	For	bedring av lastmodell	51
•	71	Hvordan nåvirkes utmattingsskaden av toghastighet?	51
	79	Finne mest skadelige tog for alle spenningspunkter	59 59
	1.4 7 २	Fr lastmodell KLM konsekvent og konservativ for Lorolva hru?	5^{2} 5^{1}
	0.1	7.3.1 Korrolasion som kvalifisoringskrav	54 55
	74	Forbadrat lastmodall <i>KLM*</i>	50 55
	1.4	7 4 1 Reglerivelse	50 56
		7.4.1 Deskilvelse	50 57
		(.4.2 EI IOIDEUIET HIQUEII KOHSEIVALIV!	J (

		7.4.3	Er forbedret modell konsekvent?	58
		7.4.4	ter?	59
8	Hva	ı kan la	astmodellen brukes til?	61
	er	61		
	8.2	Bruk a	w lastmodell	62
		8.2.1	Korrigering	62
		8.2.2	Alternativer for bruk av lastmodell	62
		8.2.3	Bruer med og uten horisontalkurvatur	64
9	Kor	hklusio	n	66
-	9.1	Videre	arbeid	67
R	efera	nser		68
Ve	edleg	gAL	astmodell <i>ILM</i>	71
Ve	edleg	g B La	astmodell <i>KLM</i>	73
Ve	edleg	g C T	ogsett i MST-optimalisering	75

Del I

1 Innledning

Utviklingen av den norske jernbaneinfrastrukturen begynte i 1851 med *Hovedbanen*, og storparten av jernbanenettet slik vi kjenner det i dag ble ferdigstilt i 1962 da *Nordlandsbanen* ble fullført. De fleste originale jernbanekomponenter er byttet ut opptil flere ganger siden den gang, men jernbanebruene er et unntak [1].

I den norske jernbanens startfase ble jernbanebruer hovedsakelig bygget med tre og stein som materiale. Fra starten av 1900-tallet tok stål over som det primære byggematerialet, mens etter krigen ble det mer vanlig å bruke armert betong. Dette gjør at storparten av de omtrent 900 stålbruene i dagens jernbanenett ble ferdigstilt for over 60 år siden [2].

Teknologiske fremskritt og befolkningsvekst har ført til stor utvikling innen aksellaster, toghastigheter, toglengder og trafikkmengder, noe som gjør at gamle stålbruer er dimensjonert for helt andre trafikksituasjoner enn det som er tilfellet i dag. Kapasiteten til ulike bruer varierer derfor med hvilken lastmodell som var gjeldende på byggetidspunktet [3]. Kunnskap og beregningsmetoder for utmattingsskader av jernbanebruer var heller ikke like utviklet for 60 år siden som i dag [4].

Utmattingsskader er svært vanlig i konstruksjoner som utsettes for repeterende belastninger. Antall belastninger og dermed utmattingsskaden i en jernbanebru øker for hvert tog som passerer brua. Etter hvert vil utmattingslevetiden gå ut, og komponenter må repareres eller erstattes for å unngå brukollaps. Fordi selve utmattingsbruddet er sprøtt og kan oppstå ved relativt lave belastninger, er konsekvensene av utmattingsulykker ofte fatale [5].

Det er viktig å ha oversikt over utmattingstilstanden i jernbanebruer, fordi det vil kunne forsikre at bruene fortsatt er trygge i bruk. Den økonomiske kostnaden ved reparasjoner og utskiftninger gjør at ulike bruer må prioriteres i forhold til hverandre, og dette er kun mulig dersom utmattingstilstanden er kjent. Samtidig er et stort antall spesialinspeksjoner av bruer som egentlig ikke er kritiske en unødvendig bruk av ressurser. Lengre nedstengninger ved inspeksjoner og reparasjoner er spesielt lite gunstig for jernbanebruer sammenlignet med veibruer, da omkjøringsmuligheter typisk ikke er tilstede [3].

I 2011-2012 gjennomførte Jernbaneverket utmattingsberegninger av åtte utvalgte bruer for å få en bedre oversikt over utmattingstilstanden i gamle jernbanebruer

i stål. Resultatene viste at utmattingslevetiden var overskredet eller svært lav for flere av bruene. Av den grunn ble det konkludert med at alle fagverksbruer og pendelpilarbruer dimensjonert etter *Lastmodell 1899*¹ skulle beregnes for resterende utmattingslevetid. På oppdrag fra Bane NOR gjennomførte Johs Holt AS i 2018 kontrollberegninger av 21 bruer på de tyngst trafikkerte strekningene i jernbanenettet [6].

Problemet med beregningene er at det ikke finnes lastmodeller for utmattingsanalyser i litteraturen som er direkte representative for historiske belastninger på den norske jernbanen. Hovedformålet med denne oppgaven er derfor å vurdere hvordan ulike lastmodeller for jernbanetrafikk påvirker utmattingsberegninger av en utvalgt fagverksbru i stål. Lastmodell brukt i Bane NOR sin rapport *Utmattingsanalyser av eldre jernbanebruer* [8] fra 2018 skal sammenlignes med lastmodell utviklet av Frøseth og Rönnquist [9] ved Institutt for Konstruksjonsteknikk ved NTNU. Det skal vurderes hvilke tidsperioder og togtyper som i størst grad har bidratt til utmattingsskader. I tillegg skal lastmodell utviklet av Frøseth og Rönnquist [9] analyseres nærmere, ved å vurdere om lastmodellen fungerer slik den er designet. Dersom lastmodellen *ikke* fungerer optimalt skal den eventuelt endres/forbedres.

 $^{^{1}}Lastmodell$ 1899 er en tidligere brukt lastmodell for dimensjonering av nye jernbanebruer. Lastmodellen ble senere erstattet av Lastmodell 1932 [7].

2 Teori

2.1 Grunnleggende utmatting

Utmatting er blant de vanligste årsakene til at konstruksjoner går til brudd. Utmatting som bruddform ble først systematisk undersøkt i 1860-årene av Wöhler², som følge av en rekke uforståelige brudd i jernbanevogners akslinger. Undersøkelsene viste at konstruksjoner utsatt for én enkel belastning langt lavere enn konstruksjonens statiske styrke ikke førte til noen risiko for materialbrudd. Dersom den samme belastningen derimot ble gjentatt flere ganger, kunne materialet likevel gå til brudd. Problemet kunne oppstå med belastninger som i utgangspunktet ble sett på som lite kritiske, langt under dimensjonerende verdi. Resultatene fra undersøkelsene ble presentert i *Wöhlerkurver/SN-kurver*, som fortsatt brukes i utmattingsberegninger i dag [5].

Utmattingsskader oppstår som følge av sprekkdannelse og sprekkvekst i materialer ved gjentagende pålasting og avlastning. Utmattingsbruddet skjer når sprekken har vokst til en kritisk lengde der det gjenværende tverrsnittet ikke lenger tåler belastningen det utsettes for. Utmatting er ofte årsaken til brudd i konstruksjoner som utsettes for repeterende laster som trafikklast, bølgelast og vindlast. Utmattingsprossessen foregår typisk over en lang tidsperiode, men selve bruddet er ofte sprøtt og uventet [5, 3].

Utviklingen av utmattingsskaden før selve bruddet kan inndeles i to ulike faser: *sprekkinitiering* og *sprekkvekst*. Sprekkinitieringsfasen utgjør typisk 95 % av levetiden for komponenter med glatt overflate uten materialfeil. For komponenter med hull, sveiser, geometriendringer eller materialfeil vil lokale spenningskonsentrasjoner og mikrosprekker fra behandlingsprosessen gjøre sprekkinitieringsfasen kortere [5].

Videre presenteres to ulike beregningsmetoder for gjenstående utmattingslevetid.

2.1.1 Bruddmekanikk

Bruddmekanikk er en teoretisk metode som bruker formler for sprekkveksthastighet til å beregne gjenstående utmattingslevetid. Beregningsmetoden kan kun brukes dersom en initiell sprekk allerede er dannet, slik at utmattingsskaden befinner seg i

²August Wöhler (1819-1914) var en tysk jernbaneingeniør [10].

sprekkvekstfasen. Sprekkinitieringsfasen er altså ikke inkludert i beregninger innen bruddmekanikk. Metoden kan eksempelvis være relevant dersom det ved inspeksjoner oppdages en sprekk i en kritisk komponent.

I de fleste tilfeller er det derimot ikke en initiell sprekklengde tilgjengelig når gjenstående utmattingslevetid skal estimeres. Utmattingsberegninger ved hjelp av bruddmekanikk er derfor lite anvendelig i praktisk dimensjonering, og brukes hovedsakelig når initiell sprekk er avdekket eller for å bestemme inspeksjonsintervall [5].

2.1.2 Skadeakkumulasjon

Skadeakkumulasjon er metode som kan brukes når en initiell sprekklengde ikke er tilgjengelig og utmattingstilstanden er ukjent. Metoden bruker tidligere lastforløp, SN-kurver og skadesummering til å beregne gjenstående levetid.

SN-kurver baseres på materialtesting av ulike komponenter belastet med ulike spenningsvidder. Kurvene beskriver antall sykluser N en komponent kan belastes med spenningsvidden S, og inkluderer altså både sprekkinitieringsfasen og sprekkvekstfasen av utmattingsskaden. En enkel og vanlig brukt ligning for å beskrive sammenhengen er *Basquins ligning*,

$$N(S) = CS^{-m} \tag{1}$$

der C og m er utmattingsparametere funnet fra eksperimentelle forsøk for ulike konstruksjonskomponenter [5, 11].

SN-kurver beskriver sammenhengen mellom spenning og levetid for ulike konstruksjonsdetaljer. Detaljer med omtrent like utmattingsegenskaper blir satt sammen i kategorier med samme SN-kurve. Kurvene har typisk en stykkevis lineær sammenheng mellom log(N) og log(S). Dersom en komponent belastes med konstant spenningsvidde under cut-off grensen $\Delta \sigma_L$ vil komponenten i teorien kunne utsettes for uendelig antall belastninger uten å gå til brudd. Figur 1 viser eksempel på SN-kurver for ulike detaljkategorier fra *Eurokode 3 - Del 1-9* [12].



Figur 1: SN-kurver for normalspenninger (nominelle) for ulike detaljkategorier i stålkonstruksjoner. Figur hentet med tillatelse³ fra *Eurokode 3 - Del 1-9: Utmat*tingspåkjente konstruksjoner [12].

Kurvene beskriver antall lastsykluser til brudd for én komponent belastet med én konstant spenningsvidde S. Måledata viser derimot at konstruksjoner generelt utsettes for spenningsrespons sammensatt av ulike spenningsvidder $[S_1, S_2, S_3, ..., S_k]$. En modell for å summere den totale utmattingsskaden av de ulike spenningsviddene er derfor nødvendig. Den vanligste metoden er *Miner-summasjon*,

$$D = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{N(S_i)} \tag{2}$$

der skaden fra én syklus av lastvidde S_i beregnes som $\frac{1}{N(S_i)}$, og deretter summeres. Utmattingsbruddet skjer når utmattingsskaden når en kritisk verdi D_{krit} , typisk lik 1 [5].

For å estimere gjenstående utmattingslevetid t er det nødvendig å vite hvilken belastning komponenten allerede er belastet med, og hvilken belastning komponenten skal belastes med i fremtiden. Dersom D er historisk utmattingsskade, D_{af} er årlig fremtidig utmattingsskade og D_{krit} er kritisk utmattingsskade, er gjenstående utmattingslevetid i år gitt som

 $^{^{3}}$ Figur 7.1 side 16 fra NS-EN 1993-1-9:2005+NA:2010 er gjengitt av Knut Melhus Romstad til bruk i oppgaven Konsekvent lastmodell for utmatting av jernbanebruer med tillatelse fra Standard Online AS i mai 2021.

$$t = \frac{D_{krit} - D}{D_{af}} \tag{3}$$

2.1.3 Syklustelling

SN-kurver er basert på forsøk av komponenter belastet med konstant spenningsvidde S. Spenningsresponsen i virkelige konstruksjoner er mer kompleks og består typisk av ulike spenningsvidder (se figur 2).



Figur 2: Viser forskjellen mellom typisk spenningsrespons i konstruksjoner og respons med konstant amplitude.

Algoritmer for syklustelling er nødvendig for å hente ut spenningsvidder $[S_1, S_2, S_3, ..., S_k]$ fra den virkelige spenningsresponsen. Vanlige algoritmer for syklustelling er rainflow-metoden og reservoar-metoden. Ved hjelp av SN-kurver og skadesummering som Miner-summasjon kan en komponents utmattingsskade beregnes [13].

2.2 Ulike mål på spenninger

Det er viktig å skille mellom *nominelle spenninger* og *punktspenninger*. Nominelle spenninger kan sees på som gjennomsnittlige spenninger i et område/tverrsnitt, mens punktspenninger er de spenningene som faktisk opptrer i et spesifikt punkt. Nominelle spenninger finnes typisk ved hjelp av lineær bjelketeori, mens punktspenninger finnes ved hjelp av elementprogrammer [14]. I denne oppgaven brukes kun nominelle spenninger i utmattingsanalysen, men det er likevel nyttig å vite noe om ulike mål på spenningsverdier.

2.2.1 Spenningskonsentrasjoner

Et område i en konstruksjon med vesentlig høyere punktspenning enn i områdene rundt kalles et *hot spot*. Slike spenningskonsentrasjoner skyldes ofte sveiser eller geometriske endringer, eksempelvis et hull, et hjørne eller en tverrsnittsendring. Spenningsøkningen i ulike detaljer er undersøkt og beskrevet med *spenningskonsentrasjonsfaktorer* $SCF = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$. Faktoren beskriver forholdstallet mellom den makismale spenningen og den nominelle spenningen i tverrsnittet [14]. Figur 3 viser spenningskonsentrasjonsfaktorer for ulike avrundede rektangulære hull i stålplater, og er hentet fra *DNVGL-RP-C203* [15]. SCF varierer med lokale geometriverdier og ligger her i området 2-5.



Figur 3: Ulike spenningskonsentrasjonsfaktorer (SCF) avhengig av lokale geometriverdier for avrundede rektangulære hull i stålkonstruksjoner. Figur hentet med tillatelse fra *DNVGL-RP-C203: Fatigue Design of Offshore Steel Structures* [15].

Spenningskonsentrasjoner er ikke ønskelig i konstruksjoner, fordi økte lokale spenninger bidrar til større fare for utmattingssprekker som kan forplante seg gjennom konstruksjonen. Områder i en konsentrasjon med sveiser, geometriendringer og utskjæringer er derfor ofte de mest kritiske med tanke på utmatting [14]. For å minimere faren for utmattingsskader bruker blant annet fly og skip avrundede hjørner rundt vinduer og dører, fordi dette gir lavere spenningskonsentrasjoner enn rette vinkler [16].

2.2.2 Spenninger i utmattingsanalyser

Tradisjonell utmattingsanalyse baseres på SN-kurver for nominelle spenninger i ulike detaljkategorier. Beregningsmetoder i *Eurokode 3 - Del 1-9: Utmattingspåkjente konstruksjoner* [12] bruker eksempelvis denne fremgangsmåten. Metoden opererer på et globalt nivå og er derfor relativt enkel beregningsmessig. SN-kurver basert på nominelle spenninger inkluderer effekten av spenningskonsentrasjoner i detaljen, slik at dette ikke trenger å tas hensyn til i analysen. Det er helt avgjørende at det finnes SN-kurver for den aktuelle detaljen med den aktuelle belastningen, fordi det er kun denne SN-kurven som tar hensyn til spenningskonsentrasjonene som oppstår. Metodens lave detaljnivå gjør likevel at geometriske variasjoner av en spesifikk detalj ignoreres, noe som åpenbart er avgjørende for de lokale spenningskonsentrasjonene i detaljen [17].

Økt datakapasitet og utvikling av elementprogrammer har gjort det mulig å bestemme lokale spenninger for hver enkelt detalj på en langt enklere måte enn før. Dette har videre gjort det mulig å gjennomføre utmattingsanalyser basert på punktspenninger istedenfor nominelle spenninger. I tilfeller der det skal undersøkes en detalj det *ikke* finnes standardiserte SN-kurver for, er det nødvendig med lokale spenningsanalyser som tar hensyn til spenningskonsentrasjoner. For kompliserte konstruksjoner kan det også være vanskelig å bestemme hva som skal brukes som nominelle spenningsverdier, fordi store deler av konstruksjonen blir påvirket av sveiser og geometriendringer [17].

SN-kurver for punktspenninger i ulike konstruksjonsdetaljer kan blant annet finnes i *DNVGL-RP-C203: Fatigue Design of Offshore Steel Structures* [15]. Hvordan elementmodeller skal bygges opp og nøyaktig hvor i detaljen de ulike punktspenningene skal hentes fra for å oppnå realistiske resultater i utmattingsanalyser er derimot et stort fagfelt som ikke utdypes videre her [14].

2.3 Utmatting av jernbanebruer

2.3.1 Relevante laster

Jernbanebruer utsettes for et sett av ulike laster i løpet av sin levetid. Når nye jernbanebruer dimensjoneres etter *Eurokode 1 - Del 2: Trafikklast på bruer* [18] tas det hensyn til

- permanente laster (egenvekt av brukonstruksjonen, ballast, sviller, skinner)
- variable laster (trafikklaster og naturlaster)
- deformasjonslaster (laster som følge av temperaturendring)
- ulykkeslaster (avsporing av tog, påkjørsel av vegkjøretøy skinnebrudd)

Utvikling av utmattingsskader er avhengig av spenningssykluser, som skyldes laster som repeteres med en viss frekvens; *variable laster*. Variable laster på jernbanebruer er hovedsakelig *naturlaster* og *trafikklaster* [18].

Naturlaster fra jordskjelv, stormer og store snømengder er hendelser som typisk oppstår bare noen få ganger i løpet av et år. Vindlaster på ei bru blir generelt større jo lengre brua er, men lengden av gamle jernbanebruer i stål på det norske jernbanenettet er relativt korte. Jevnlig brøyting av toglinjer sikrer at den maksimale snølasten på jernbanebruer er liten i forhold til lasten fra et passerende tog. I ekstreme tilfeller kan naturlaster gi store spenninger i en konstruksjonskomponent, men antall spenningssykluser vil likevel være få [3].

Trafikklaster har generelt både høyere lastverdi og lastfrekvens enn naturlaster; ei jernbanebru kan bli passert av 100 tog hver dag, der hvert tog har over 100 akslinger med 20 tonn aksellast. Frøseth og Rönnquist [3] konkluderer med at utmattingsberegninger av gamle jernbanebruer i stål kun trenger å inkludere trafikklaster [3].

2.3.2 Laster fra jernbanetrafikk

Vertikale aksellaster fra jernbanetrafikk kan beskrives som et sett av punktlaster med varierende verdi og innbyrdes avstand. Punktlastene representerer togets aksler, der aksel *i* beskrives med posisjon x_i og lastverdi p_i . Figur 4 viser eksempel på lastfunksjon for et tog bestående av lokomotiv og to toakslede vogner med ulike aksellaster.



Figur 4: Eksempel på lastfunksjon f(x) for tog med 10 akslinger, der p_i og x_i er aksellast og plassering av aksling *i*. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [11].

Matematisk kan den totale lasten fra et tog beskrives med lastfunksjonen f(x) ved hjelp av Dirac-Delta⁴ funksjonen $\delta(x - x_i)$:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N_p} p_i \cdot \delta(x - x_i) \tag{4}$$

der N_p er antall akslinger, p_i er aksellast og x_i er akselposisjon [11].

Aksellaster og akselavstander avhenger av hvilke lokomotiv og vogner toget er satt sammen av; toakslede vogner har eksempelvis ulike akselavstander enn boggi-vogner (fire akslinger per vogn). Aksellastene avhenger også av i hvor stor grad hver vogn er lastet; en tom vogn har lavere aksellaster enn en full-lastet vogn (se figur 4). Lokomotivet har typisk større aksellaster enn vognene, mens vognene gjerne har størst akselavstand [3].

Jernbanebruer med horisontalkurvatur utsettes også for horisontale sentrifugallaster fra passerende tog. Bruer må derfor utformes med et bæresystem som kan overføre horisontale krefter til fundamentene. Kraftbidraget fra sentrifugallaster kan i visse brukomponenter være betydelig. Responsen i en komponent fra sentrifugallasten kan enten gi en forsterkende eller forminskende effekt på responsen fra vertikal aksellast alene. Sentrifugallasten øker generelt med toghastigheten, jernbanelinjens krumning og størrelsen på aksellasten. Ifølge Eurokode 1 - Del 2 [18] beregnes sentrifugallasten $p_{i,h}$ fra aksling i som

$$p_{i,h} = \frac{v^2}{g \cdot r} (f \cdot p_i) \tag{5}$$

der p_i er vertikal aksellast, r er horisontal kurveradius [m], g er tyngdeakselerasjon $[\frac{m}{s^2}]$, v er toghastighet $[\frac{m}{s}]$ og f er reduksjonsfaktor for toghastigheter over 120 km/t [18].

Når nye jernbanebruer dimensjoneres etter *Eurokode 1 - Del 2* [18] tas det også hensyn til andre lasteffekter fra jernbanetrafikk, som horisontale slingrekrefter og bremse-/akselerasjonskrefter. I tillegg inkluderes eksentrisk lastplassering av aksellaster. Disse effektene kan derimot neglisjeres i utmattingsberegninger [18].

⁴Dirac Delta funksjonen $\delta(x - x_i)$ er lik 1 for x= x_i 0 ellers.

2.3.3 Influenslinjer

En influenslinje l(x) beskriver den statiske responsen i et bestemt punkt eller snitt når konstruksjonen belastes med en enhetslast i posisjon x, og er en effektiv måte å analysere konstruksjoner utsatt for bevegelige laster. For en brukonstruksjon vil influenslinjen beskrive responsen i et gitt punkt når en enhetslast, eksempelvis aksellast/sentrifugallast, beveger seg langs kjørebanen over brua. Responsen som influenslinjen beskriver kan være normalspenning, moment, skjærkraft, aksialkraft eller forskyvning [19]. Figur 5 viser influenslinjen l(x) for moment i midtspennet av en fritt opplagt bjelke. Influenslinjer av mer komplekse konstruksjoner bestemmes i praksis ved hjelp av numeriske beregninger eller deformasjonsmålinger på konstruksjonen [20, 21].



Figur 5: Influenslinje l(x) for moment i midtspennet av en fritt opplagt bjelke, der x er enhetslastens posisjon. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [11].

2.3.4 Spenningsrespons

Den statiske responsen $z_s(u)$ i et snitt/punkt med influenslinje l(x) belastet med toglasten f(x) er konvolusjonen(*) av l(x) og f(x):

$$z_s(u) = (f * l)(u) = \sum_{i=1}^{N_p} p_i l(u - x_i)$$
(6)

der N_p er antall akslinger, p_i og x_i er aksellast og akselposisjon for aksel *i*, og *u* er distansen toget har forflyttet seg langs influenslinjen [11].

Den totale responsen i en konstruksjon består generelt av et statisk bidrag og et dynamisk bidrag. Istedenfor å gjennomføre avanserte dynamiske beregninger for hver enkelt bru, er det for gamle jernbanebruer med relativt korte spenn vanlig å bruke en dynamisk forsterkningsfaktor Φ for å representere dynamiske effekter. Gjennom målinger på et stort antall jernbanebruer har det blitt utviklet et formelverk som bestemmer Φ basert på toghastighet og influenslinjens karakteristiske lengde, nærmere beskrevet i Eurokode 1 - Del 2: Trafikklast på bruer [18]. Den totale responsen z(u) inkludert dynamiske effekter kan dermed uttrykkes

$$z(u) = \Phi(V_{tog}, L_{IL}) \cdot \sum_{i=1}^{N_p} p_i l(u - x_i)$$
(7)

2.3.5 Utmatting av naglede forbindelser

I dag brukes gjerne bolter og sveiser for å forbinde ulike elementer i stålkonstruksjoner, men tidligere var naglede forbindelser mest vanlig. Eiffeltårnet (1887) og Golden Gate Bridge (1937) er eksempler på naglede stålkonstruksjoner [22, 23]. Nagler er slette sylindere uten gjenger med et preformet hode i en ende. På byggeplass varmes naglen opp slik at hodet på motstående ende kan formes og forbindelsen opprettes. Tidligere ble naglehodet formet med håndkraft, men i moderne tid utføres oppgaven av maskiner [24].

Forbindelser med sveiser og bolter foretrekkes ofte foran nagler av flere grunner. Nagleprosessen er blant annet mer tidkrevende enn sveising og bolting. Nagler kan heller ikke etterstrammes eller enkelt byttes ut på samme måte som bolter. I visse tilfeller kan nagler likevel være foretrukket; sveising kan blant annet være problematisk i aluminiumsforbindelser eller forbindelser med flere ulike metaller [25]. På grunn av lite bruk av nagler i nye konstruksjoner har beregningsgrunnlaget for nagleforbindelser blitt lite utviklet, noe som igjen har forsterket denne effekten [26].



Figur 6: Eksempel på nagleforbindelser i Lerelva bru. [Foto: Gunnstein Frøseth, NTNU]

I konstruksjoner utsatt for vibrasjoner er det alltid en fare for at løse deler løsner. I boltede forbindelser kan eksempelvis muttere løsne og forbindelsen miste sin styrke. Nagler består derimot kun av ett metallstykke og unngår dette problemet. Sveiste forbindelser har også sine svakheter, fordi selve sveiseprossesen danner mange små sprekker i materialet som naturligvis er ugunstig for utmatting. Dette gjør at godt utførte nagleforbindelser ofte har større utmattingsmotstand enn forbindelser med bolter eller sveiser [25]. Av den grunn brukes fortsatt nagler i konstruksjoner utsatt for store dynamiske vibrasjoner der utmattingsbrudd gir fatale konsekvenser, for eksempel i fly [27].

Nagler kan belastes av både aksialkraft i naglens lengderetning og av skjærkraft. Oppvarming ved innfestning fører til at det etter en tid oppstår strekkspenninger i naglene, på grunn av termisk utvidelse. Denne forspenningen har stor innvirkning på naglens utmattingsstyrke; dersom naglene har høy forspenning vil en stor andel av kreftene i forbindelsen overføres med friksjonskraft mellom platene. Ved lav forspenning er platefriksjonen derimot mindre, slik at en større andel av kraften må overføres som hullkanttrykk i naglen. Dette gir store spenningskonsentrasjoner i naglehullet (se kapittel 2.2) som igjen øker sannsynligheten for utmattingsskader. Variasjon i forspenning og naglehodegeometri gjør at utmattingsstyrken i tilsynelatende like nagleforbindelser kan variere [28].

Eurokode 3 - Del 1-9: Utmattingspåkjente konstruksjoner [12] beskriver dimensjonerende SN-kurver for nominelle spenninger i ulike konstruksjondetaljer i stål. Eurokoden inneholder SN-kurver for konstruksjonsdetaljer uten sveiser/skruer/nagler, sveiste forbindeler og skrudde forbindelser. Naglede konstruksjonsdetaljer er derimot ikke beskrevet [12].

Taras og Greiner [26] har gjennomført utmattingsforsøk av en mengde typiske naglede forbindelser i veg- og jernbanebruer, og bestemt nominelle SN-kurver for de ulike forbindelsestypene. Resultatene viser at *Utmattingskurve 71* fra *Eurokode 3 -Del 1-9* [12] kan brukes som en nedre konservativ grense for *alle* naglede konstruksjonsforbindelser [26].

2.4 Historiske laster på den norske jernbanen

2.4.1 Datagrunnlag

Ligning (7) i kapittel 2.3.4 viser at togparameterne som bestemmer spenningsresponsen i brukomponenter er aksellaster, akselavstander og toghastighet. For å kunne estimere utmattingsskader i jernbanebruer har Frøseth og Rönnquist [29] undersøkt disse parameterne i et historisk perspektiv for det norske jernbanenettet.

Historisk jernbanetrafikk over en bestemt bru består derimot ikke av kun én bestemt togsammensetning, men av ulike varianter av persontog og godstog avhengig av tidsperiode. Ideelt sett skulle det blitt gjennomført fysiske målinger av alle togpasseringer på alle bruer i jernbanenettet, men slike målinger har ikke blitt gjennomført og andre kilder må brukes til å estimere de relevante parameterne. Ved hjelp av historiske data om togmateriell i den norske jernbanen, lengder av skiftespor og perronger, fartsgrenser, lastgrenser og togtabeller har Frøseth og Rönnquist [29] estimert typiske lokomotiver, vogner, toglengder, toghastigheter, aksellaster og togfrekvenser for ulike tidsperioder i den norske jernbanens historie.

Et viktig poeng er at historiske togparametere som toglengder, toghastigheter og aksellaster bestemmes av to ulike begrensninger; togenes egenskaper og infrastrukturens egenskaper. Selv om en vogntype *kan* ha 20 tonns aksellaster vil ikke jernbanebrua bli belastet med disse lastene dersom togstrekningen kun tillater 12 tonn aksellast. Begge disse begrensningene må sees i sammenheng når den historiske togtrafikken estimeres [29].

Selv med store mengder informasjon om togmateriellet i en gitt tidsperiode tilgjengelig, er det fortsatt et ekstremt stort antall mulige togsammensetninger å vurdere; togene kan variere i lokomotivtyper, vogntyper, antall vogner, plassering av ulike vogntyper og i hvor stor grad hver vogn er lastet. Dette er avgjørende faktorer for utmattingsskaden innført i ulike brukomponenter. Frøseth og Rönnquist [29] konkluderer med at det er mangel på relevant data for å kunne bestemme historisk belastning fra jernbanetrafikk eksakt; det er i praksis umulig å bestemme alle tog som har passert ei bru i hele dens levetid. Resultatet er et sett av mulige togsammensetninger som *kan* ha passert brua i tidsperioden. En overordnet historisk utvikling av de ulike togparameterne for hele jernbanenettet er likevel mulig å beskrive [29].

2.4.2 Generell utvikling

Ifølge Frøseth og Rönnquist [29] har togparametere som aksellast og akselavstander, vogn- og lokomotivlengder, toglengder, toghastighet og årlige togpasseringer generelt økt gjennom den norske jernbanens historie. Teknologisk utvikling og befolkningsvekst har i stor grad bidratt til denne utviklingen [29].

Figur 7 viser utviklingen av ulike lokomotivers maksimale hastigheter og jernbanenettets fartsgrenser. Det er tydelig at både lokomotivenes maksimale hastighet og fartsgrensene i jernbanenettet har økt gradvis gjennom jernbanens historie. Eksempelvis økte lokomotivenes maksimale hastighet fra omkring 50 km/t til over 100 km/t fra år 1900 til 2000.



Figur 7: Utvikling av toghastigheter i det norske jernbanenettet. (a) viser lokomotivers maksimale hastigheter. Fylte markører indikerer jernbanelinjer brukt for transport av jernmalm. Grå markører indikerer smalsporede jernbanelinjer. (b) viser typiske fartsgrenser i jernbanenettet angitt i km/t. Figurer hentet med tillatelse fra utgiver og Frøseth og Rönnquist [11].

Figur 8 viser utviklingen av maksimale aksellaster for lokomotiver, personvogner og godsvogner. Figuren viser at aksellastene har økt gjennom hele perioden. For både lokomotiver, personvogner og godsvogner har aksellastene økt fra omkring 5-10 tonn i år 1900 til 15-25 tonn i år 2000.



Figur 8: Historisk utvikling av aksellaster i det norske jernbanenettet. (a) viser aksellaster for lokomotiver. (b) viser aksellaster for personvogner. (c) viser aksellaster for godsvogner. Fylte markører indikerer jernbanelinjer brukt for transport av jernmalm. Grå markører indikerer smalsporede jernbanelinjer. Figurer hentet med tillatelse fra utgiver og Frøseth og Rönnquist [11].

2.4.3 Ulikheter mellom godstog og persontog

Frøseth og Rönnquist [29] beskriver en vesentlig forskjell mellom historisk jernbanelast fra godstog og persontog. Gjennom hele jernbanens historie har godstog generelt hatt høyere aksellaster (se figur 8) og flere vogner enn persontog. Samtidig har persontogene typisk hatt både høyere fart (se figur 7) og flere togpasseringer enn godstogene [29].

Godstogene har hatt større forskjell mellom maksimal og minimal aksellast innad i et tog enn persontogene. Vognlengder og akselavstander har generelt vært størst for persontogene. Godstogene har i stor grad brukt toaksel-vogner, mens persontogene har brukt boggi-vogner. Dette skyldes hovedsakelig høyere komfortkrav for persontog.

Siden persontog og godstog skiller seg fra hverandre i aksellast, geometri og toglengder vil de ulike togtypene gi ulik belastning i brukonstruksjoner. Én konstruksjonskomponent kan være mest sårbar for laster fra godstog, samtidig som en annen komponent i den samme brua er mest sårbar for persontog, avhengig av komponentenes influenslinje. I tillegg vil antall togpasseringer av hver togtype være avgjørende for den totale utmattingsskaden. Både persontrafikk og godstrafikk må altså inkluderes i utmattingsberegninger [11].

2.5 Optimalisering

Optimalisering handler om å finne best mulig løsning på komplekse problemstillinger under visse betingelser. Innen optimalisering finnes det en rekke algoritmer for å finne maksimalverdien av en funksjon $y(x_1, x_2, ..., x_N)$ uten å teste alle mulige funksjonsverdier [30]. En mulig algoritme for den aktuelle problemstillingen kan være *Random Search*, der ulike funksjonsverdier tilfeldig velges ut fra løsningsrommet og den største verdien y_{max} antas som maksimalverdien. En algoritme som ofte er mer effektiv er *Hill Climbing*, som prøver å forbedre en gitt løsning ved å sammenligne med løsninger i nærheten. Metoden velger et tilfeldig startpunkt i løsningsrommet og setter dette som nåværende y_{max} , deretter sammenlignes løsningen med en tilfeldig naboverdi. Dersom naboverdien er større, settes denne som y_{max} og prosessen gjentas. Når ingen av naboverdien er større enn y_{max} antar algoritmen at maksimalpunktet er funnet [31].

Problemet oppstår når funksjonen har lokale maksimalpunkter som ikke er det globale maksimalpunktet. *Hill Climbing*-algoritmen vil da konvergere mot en verdi som *ikke* er den globale maksimalverdien, noe som illustreres i figur 9. I dette tilfellet vil kun startpunkt 1 og 2 konvergere mot global maksimalverdi, mens startpunkt 3 og 4 blir "fanget" av lokale maksimalpunkter.



Figur 9: Viser problemet med lokale maksimalpunkter i *Hill Climbing*-algoritme. Startpunkt 1 og 2 konvergerer mot globalt maksimalpunkt, mens startpunkt 3 og 4 kun finner lokale maksimalpunkter.

2.5.1 Late Acceptance Hill Climbing

Late Acceptance Hill Climbing (LAHC) er en optimaliseringsalgoritme med evnen til å unnslippe lokale maksimalverdier. LAHC-algoritmen kan akseptere lavere naboverdier enn nåværende maksimalverdi, slik at lokale maksimalverdier kan unngås. Istedenfor å sammenligne naboverdien y_i med nåværende maksimalverdi, sammenligner LAHC naboverdien med det som var maksimalverdi for λ steg siden, der λ kalles historielengden. En større historielengde λ øker sannsynligheten for å passere lokale maksimalpunkter. LAHC med historielengde $\lambda = 1$ tilsvarer vanlig Hill Climbing-algoritme [31].

3 Utfordringer med lastmodeller for jernbanetrafikk

En lastmodell for jernbanetrafikk består typisk av et eller flere lastmodelltog. At et lastmodelltog representerer togtrafikken i en tidsperiode betyr *ikke* at nettopp dette toget var det mest brukte toget i perioden, men at *skaden* dette toget innfører skal tilsvare tidsperiodens skadebidrag.

Hovedmålet med utmattingsanalyser av gamle jernbanebruer er å forsikre at bruene fortsatt er trygge. De historiske lastene på jernbanebruer kan ikke bestemmes eksakt, men består av et sett av mulige lasttilfeller som ikke kan rangeres mot hverandre (se kapittel 2.4). Utfordringen ligger i å velge *hvilke* lasttilfeller som skal brukes i lastmodeller [11].

Dette kapittelet presenterer først utfordringer med lastmodeller for jernbanetrafikk. Deretter presenteres to ulike lastmodeller som i denne oppgaven brukes i utmattingsberegninger av Lerelva bru.

3.1 Hva kjennetegner spenningsrespons fra togtrafikk?

Ulike spenningspunkter responderer ulikt på togbelastning. Dette skyldes at responsen i et spenningspunkt er bestemt av både punktets egenskaper og togets egenskaper.

Toglengden er generelt større enn brulengden for naglede fagverksbruer, slik at ei bru aldri blir belastet med den totale togmassen samtidig, kun deler av togmassen. Lengden av toget spiller derfor sjelden inn på den totale belastningen ei bru blir utsatt for, men er derimot avgjørende for antall spenningssykluser per togpassering fordi antall aksellaster øker. Generelt er vekten av lokomotiver større enn togvogner, men aksellastene kan likevel være omtrent like. Den totale belastningen vil derfor være størst når både lokomotivet og vogner befinner seg på brua, og avta når vognene er eneste belastning.

Laster på brua fordeles gjennom hovedbæresystemet og ut til fundamentene uavhengig av lastens posisjon på brua. Sekundærbæresystemet fører lastene inn i hovedbæresystemet, og spenningspunkter i sekundærbæresystemet belastes kun når lastens posisjon er i "nærheten" av punktet. Spenningspunkter i hovedbæresystemet har derfor influenslinjer i samme lengde som brulengden, mens punkter i sekundærbæresystemet har atskillelig kortere influenslinjer. Lengden på influenslinjen er svært avgjørende for spenningsresponsen.

Spenningsresponsen for punkter med lange influenslinjer vil hovedsakelig bestemmes av den totale belastningen på brua, og i liten grad være avhengig av akselavstander og aksellaster. Disse faktorene er derimot viktig for spenningspunkter med korte influenslinjer, og den totale belastningen er mindre viktig. Dersom influenslinjens lengde er kortere enn akselavstander på toget vil punktet i visse perioder være ubelastet. Spenningsresponsen fra togtrafikk for lange influenslinjer kjennetegnes av store spenningsvidder i begynnelsen (avhengig av totallast), mens responsen i korte influenslinjer kjennetegnes av flere omtrent like store spenningsvidder (avhengig av aksellast).

I figur 10 er to typiske influenslinjeformer i fagverksbruer undersøkt nærmere for å beskrive spenningsresponsen; IL1 representerer et tilfelle med samme fortegn på responsen (trykk/strekk) for alle lastposisjoner, mens fortegnet på responsen i IL2 varierer med lastposisjonen. IL1 er typisk for spenningspunkter i over-/undergurter og langbærere/tverrbærere. IL2 er typisk for spenningspunkter i diagonaler og vertikaler i hovedbæresystemet. Utmattingsskaden er bestemt av Basquins ligning med b=5 og Miner-summasjon. Spenningssyklusene er funnet med rainflow-metoden.

Spenningsresponsen er svært avgjørende for utmattingsskaden som innføres, og med Basquins ligning avhenger utmattingsskaden av spenningsvidden i m'te potens. For m=5 gir eksempelvis en dobling av spenningsvidden en økning i utmattingsskaden med faktor $2^5 = 32$. Figur 10 viser hvordan spenningsresponsen og utmattingsskaden for de ulike influenslinjene påvirkes av endring i antall togvogner og vogngometri.



Figur 10: Spenningsrespons for ulike komponenter i jernbanebruer ved 3 ulike togsammensetninger. Utmattingsskade relativt til venstre togsammensetning er angitt for hvert tilfelle. Aksellaster er angitt i tonn og akselavstander er angitt i meter.

Spenningspunkter med lang influenslinje har en spenningstopp i starten av togpasseringen, deretter avtar responsen fordi vognene veier mindre enn lokomotivet. Spenningssyklusene som oppstår under togpasseringen er relativt små sammenlignet med spenningstoppen i begynnelsen og bidrar i liten grad til utmattingsskaden. Dette gjelder spesielt for IL1. Punktet med lang IL1 (30 m) utsettes i realiteten for kun én stor og flere små spenningssykluser. En endring i vognantall eller vogngeometri påvirker utmattingsskaden i de lange influenslinjene i liten grad, fordi totalbelastningen på brua holdes lik.

Spenningsresponsen i punkter med kort influenslinje vil derimot være mer bestemt av aksellaster og akselavstander. Spenningsviddene er her omtrent like gjennom hele togpasseringen, fordi togene i eksempelet har tilnærmet like aksellaster for lokomotiv og vogner. Hver aksellast i toget representerer en relativt stor spenningsvidde. Et lengre tog vil her innføre flere spenningssykluser, og disse syklusene er relativt store og bidrar til utmattingsskaden. Innføring av boggi-vogn med halve aksellaster gir flere spenningssykluser, men spenningsviddene er relativt små slik at utmattingsskaden avtar.

Selv om eksempelet er en stor forenkling av virkeligheten, med kun to influenslinjeformer og kun én type vogner i hver togsammensetning, er tendensen likevel tydelig: Utmattingsskaden i spenningspunkter med korte influenslinjer påvirkes i større grad av geometriendringer og endring i vognantall (lokale endringer) enn spenningspunkter med lengre influenslinjer, som i større grad påvirkes av den totale belastningen på brua (globale endringer).

3.2 Hvordan påvirkes ulike spenningspunkter av togsammensetningen?

3.2.1 Mest skadelige tog

I et togsett bestående av N ulike togsammensetninger vil det alltid være én togsammensetning, mest skadelige tog (MST), som innfører størst skade d_{MST} i et bestemt spenningspunkt. Spenningpunktets influenslinje avgjør hvilken av de N togsammensetningene som er mest kritisk for akkurat dette punktet. Generelt er ikke mest skadelige tog for ulike spenningspunkter det samme toget, men det er likevel mulig at samme tog er mest skadelig for flere punkter. En konstruksjon med K ulike spenningspunkter kan altså ha opptil K ulike togsammensetninger som representerer mest skadelige tog for spenningspunktene.

3.2.2 Konsekvente lastmodeller

Ulike spenningspunkter responderer altså ulikt på togbelastning, og hvilket tog MST som er mest skadelig for hvert punkt er også generelt ulikt. Skadeverdien innført av lastmodellen sammenlignet med skadeverdien innført av MST i et spenningspunkt kan sees på som *relativ skadeverdi*. Et problem oppstår når lastmodellen innfører store variasjoner i relativ skadeverdi; lastmodellen er da mindre konservativ for én type spenningspunkter enn for andre spenningspunkter. Punktene som lastmodellen er mindre konservativ for vil dermed få innført mindre skade og bli vurdert som mindre kritiske, kun avhengig av togene i lastmodellen. For å kunne sammenligne utmattingsskader i ulike brukomponenter er det nødvendig at lastmodellen er kon-sekvent; den innfører jevn skade i alle spenningspunkter [9].

For å bestemme hvor konsekvent lastmodellen er må relativ skadeverdi i *alle K* spenningspunkter bestemmes. Dersom en lastmodell representererer historisk togbelastning fra tidsperiode p med toget T_p , kan lastmodellens *konsekventverdi (C)*
for perioden beskrives som forholdstallet mellom spenningspunkt med minimal og maksimal relativ skadeverdi:

$$C(T_p) = \frac{\min_{\forall k \in K} \{ \frac{d(k, T_p)}{d_{MST, p}(k)} \}}{\max_{\forall k \in K} \{ \frac{d(k, T_p)}{d_{MST, p}(k)} \}}$$
(8)

der C ligger i intervallet [0, 1].

Det mest optimale er åpenbart en 100 % konsekvent lastmodell med C = 1, slik at det innføres like stor skadeandel av MST i alle spenningspunkter. Dette kan derimot være vanskelig å oppnå når mange punkter inkluderes i analysen, og en lavere C-verdi må godtas. En lastmodell med C = 0.01 innfører en ujevnhet mellom skadeverdier i ulike spenningpunkter sammenlignet med skadeverdi fra MSTpå maksimalt faktor 100. En lastmodell med C = 0.5 innfører derimot en ujevnhet på maksimalt faktor 2, og vil dermed være en betydelig mer konsekvent lastmodell [9].

Videre presenteres to eksempler som illustrerer problematikken med konsekvente og inkonsekvente lastmodeller i praksis.

3.2.3 Eksempel 1

For å illustrere utfordringen med variasjoner i utmattingsskade for ulike spenningspunkter innført av tog innad i et togsett brukes et eksempel hentet fra Frøseth og Rönnquist [3].

Utmattingsskade fra bøyespenninger i midtspennet hos fritt opplagte bjelker blir analysert. En enkelt passering av et bestemt tog med kjent hastighet er eneste belastning. Toget består av et kjent lokomotiv med kjent aksellast og akselavstand, fulgt av 20 like vogner med kjent aksellast og akselavstand. To av vognene er tomme, men plasseringen av disse er ukjent. Den eneste informasjonen som mangler er altså plasseringen av de tomme vognene. Figur 11 viser forholdet mellom største og minste utmattingsskade for ulike bjelker med lengde L når alle mulige plasseringer av de tomme vognene er vurdert. Utmattingsskaden er bestemt av Basquins ligning med to ulike verdier av eksponenten b og Miner-summasjon. Spenningssyklusene er funnet med rainflow-metoden.



Figur 11: Forholdstall mellom største og minste utmattingsskade fra bøyespenninger i midtspennet av fritt opplagte bjelker med ulik lengde L for alle mulige plasseringer av tomme vogner i togsettet. b er eksponenten som beskriver SN-kurven. Bjelkelengder og akselavstander er angitt i meter. Aksellaster er angitt i tonn. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [3].

Figuren viser at selv i et tilfelle med nesten alle data om togsammensetningen tilgjengelig vil forsatt de usikre dataene, i dette tilfellet plassering av to tomme vogner, påvirke utmattingsskaden. For bjelkelengder L=40 m gir den minst skadelige vognsammensetningen kun 35 % (b=5) av utmattingsskaden sammenlignet med den mest skadelige vognsammensetningen. For bjelkelengder på L < 20 m ligger ratioen rundt 90%, altså har vognplasseringen mindre å si for utmattingsskaden. Det er dermed klart at utmattingsskaden i en spenningspunkt avhenger av både togsammensetningen og punktets egenskaper (i dette tilfellet lengden av influenslinjen). Når det videre innføres flere typer influenslinjer, flere typer lokomotiv, flere typer vogner og vognsammensetninger, flere toglengder og estimerte togfrekvenser er det klart at utmattingsberegninger av historisk toglast er et komplisert problem med stor usikkerhet [3].

3.2.4 Eksempel 2

For å illustrere problemet med inkonsekvente lastmodeller brukes enda et eksempel hentet fra Frøseth og Rönnquist [3].

Lastmodellen i eksempelet består av et tilfeldig valgt godstog hentet fra togsettet som inkluderer alle togsammensetninger av godstog i perioden 1985-2000 beskrevet

av Frøseth og Rönnquist [29]. For hvert spenningspunkt sammenlignes utmattingsskaden dette toget innfører med skadeverdien fra det mest skadelige toget i togsettet. Det skal vurderes spenningspunkter i to ulike konstruksjonsdetaljer i en trespenns fritt opplagt bjelke med varierende lengde L utsatt for bøyespenninger. Dersom det tilfeldig valgte toget tilfeldigvis er punktets mest skadelige tog i togsettet blir normalisert skadeverdi lik 1, ellers ligger verdien i intervallet [0, 1]. Utmattingsskaden er bestemt av Basquins ligning med b=5 og Miner-summasjon. Spenningssyklusene er funnet med rainflow-metoden.



Figur 12: Forholdstall mellom utmattingsskade fra bøyespenninger for mest skadelige tog og tilfeldig valgt tog i toppen av figuren for to ulike punkter i trespenns fritt opplagte bjelker med ulik lengde *L*. Bjelkelengder og akselavstander er angitt i meter. Aksellaster er angitt i tonn. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [11].

Figuren viser at for detalj B innfører lastmodellen lik skade som mest skadelige tog for brulengder mellom 2 og 4 meter og brulengder mellom 9 og 23 meter. For andre brulengder innfører derimot lastmodellen kun en andel av skaden mest skadelige tog ville gjort, eksempelvis $\approx 40\%$ for L=53 m. Hvilken av detaljene lastmodellen er mest konservativ for varierer også med brulengden; modellen er mest konservativ for detalj B når L=13 meter og mest konservativ for detalj BC når L=37 m.

Dersom en ser på et tilfelle med en trespenns bjelkebru med lengde 37 meter, der bjelken i felt BC og over støtte B har lik detaljkategori og tverrsnittsparameter, vil

lastmodellen kunne konkludere med at detalj BC er mye mer kritisk enn detalj B. Samtidig vil en annen lastmodell med andre tog kunne konkludere med det motsatte. Dersom utmattingsberegningen legges til grunn for systematiske inspeksjoner av mest kritiske brudetaljer i det norske jernbanenettet vil inspeksjonene fokusere på område BC, selv om en annen detalj egentlig er mer kritisk. Resultatet kan være at store ressurser blir brukt på observasjoner av detaljer som absolutt ikke er kritiske, eller verre; de mest kritiske detaljene blir systematisk oversett.

For å kunne vurdere utmattingsskaden i ulike konstruksjonsdeler mot hverandre er det altså nødvendig med en *konsekvent* modell; en modell som ikke skaper ujevn vurdering mellom komponentene [9].

3.3 Inkonsekvent Lastmodell (ILM)

Bane NOR har gjennomført utmattingsberegninger av utvalgte jernbanebruer i stål på de mest trafikkerte strekningene i det norske jernbanenettet. Lastmodellen brukt av Bane NOR er ikke utviklet med et ønske om en konsekvent lastmodell, og vil derfor innføre ujevn skade i ulike spenningspunkter. Lastmodellen brukt av Bane NOR omtales videre som ILM; Inkonsekvent Lastmodell [6].

3.3.1 Beskrivelse

Eurokode 1 - Del 2: Trafikklast på bruer [18] definerer ulike tog for ulike tidsperioder i utmattingsberegninger av jernbanebruer. Lastmodellen brukt av Bane NOR er et resultat av et samarbeid med NTNU, og består av 4 godstog fra Eurokode 1 [18] og 9 egendefinerte person- og godstog fra NTNU. Den historiske togtrafikken er inndelt i fem tidsperioder, og i hver tidsperiode brukes ett persontog og ett godstog for å representere trafikken (bortsett fra perioden etter 1985 for godstog) [6].

Bane NOR har bestemt en ønsket totalvekt av persontog og godstog i lastmodellen på henholdsvis 225 tonn og 750 tonn for alle tidsperioder. Togene fra *Eurokode 1* [18] er tilpasset ønsket totalvekt ved å justere antall vogner per tog. Prosentfordelingen av ulike godstog for perioden etter 1985 er basert på trafikkfordelingen *Standard Trafikkmiks* i *Eurokode 1* [6, 18]. Tabell 1 viser en oversikt over togene i *ILM*. Nærmere beskrivelse av modelltogene kan finnes i vedlegg A.

Periode	Årstall	Persontog	Godstog
0	-1900	LMP1	LMF1
1	1900-1930	LMP2	LMF2
2	1930-1960	LMP3	LMF3
3	1960-1985	LMP4	LMF4
4	1985-idag	LMP5	LM5EC* (21.2%)
			LM6EC* (36.4%)
			LM7EC* (24.2%)
			LM8EC* (18.2%)

Tabell 1: Oversikt over tog i lastmodell ILM brukt i utmattingsberegninger av Bane Nor. Tog justert for totalvekt er markert med * [6].

Hvert tog T_i i lastmodellen er definert med et lokomotiv etterfulgt av et sett med vogner, der alle aksellaster og akselavstander er angitt. Alle tog er også definert med en maksimal toghastighet V_i , eksempelvis 70 km/t for LMF3 og 130 km/t for LMP4 [6].

3.4 Konsekvent Lastmodell (KLM)

Frøseth og Rönnquist [9] har utviklet en ny lastmodell for utmattingsskader av norske jernbanebruer. Lastmodellen omtales videre som *KLM*; Konsekvent Lastmodell [9].

3.4.1 Mål

Lastmodellen er utviklet etter et ønske om en *enkel, konservativ* og *konsekvent* lastmodell for historisk jernbanetrafikk. På grunn av manglende relevante data (se kapittel 2.4) og ønske om en konservativ modell tar lastmodellen utgangspunkt i verst mulige tilfelle for hver tidsperiode, noe som naturligvis gir en svært konservativ modell [9].

3.4.2 Utvikling

I utviklingen av modellen ble historisk togtrafikk på den norske jernbanen delt inn i ulike tidsperioder. For hver tidsperiode defineres alle mulige lokomotiver og vogntyper som ble brukt, og det skilles mellom persontog og godstog. Det defineres også typisk intervall for antall vogner og høyeste mulige toghastighet for hver periode. Lastmodellen benytter historiske data fra Frøseth og Rönnquist [11] som grunnlag [9]. For hver tidsperiode oppnås et togsett bestående av alle mulige togkombinasjoner. Alle tog T i togsettet består av et lokomotiv L etterfulgt av N vogner i intervallet $[N_{min}, N_{max}]$ av ulike typer vogner $[W_1, W_2, ..., W_M]$, der også aksellastene for en type vogn kan variere; noen vogner kan være fullastet og andre kun halvlastet. Antall mulige tog T i en gitt periode er enormt stor; et svært forenkelt togsett med kun 3 ulike lokomotiver, kun 2 ulike vogntyper med fast aksellast, og akkurat 20 vogner totalt vil gi $3^1 \times 2^{20} = 3$ 145 728 mulige togkombinasjoner.

Hvilken spenningsrespons og dermed utmattingsskade et spesifikt tog innfører i et spenningspunkt avhenger i stor grad av punktets influenslinje. Det ønskes at lastmodellen skal være konsekvent og konservativ for *alle* spenningspunkter i gamle jernbanebruer. For å oppnå dette er 14 typiske influenslinjeformer med 15 forskjellige lengder (totalt 210 stk.) blitt brukt for kalibrering av modellen. De valgte influenslinjene er typiske for spenningspunkter i jernbanebruer [9]. Figur 13 presenterer både influenslinjene i kalibreringssettet og i hvilke statiske systemer hver influenslinje opptrer:

IL	Form	Statisk system	Beskrivelse
1		-	Total lasteffekt
2			$M_{ m AB}$
3		$\begin{array}{c} A & B \\ \hline \\ \\ \hline \\$	$V_{ m AB}$
4			$M_{ m AB}$
5,5r			$M_{\rm A},M_{\rm B}$
6,6r			$M_{ m AB},M_{ m BC}$
7		$ \begin{array}{c} A & B & C \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \hline \\ L/2 & L/2 \\ \hline \hline \end{array} $	$M_{ m B}$
8			$M_{ m BC}$
9,9r		$ \xrightarrow{A} \xrightarrow{B} \xrightarrow{C} \xrightarrow{D} $	$M_{ m B},M_{ m C}$
10,10r	A		$M_{ m AB},M_{ m CD}$

 $L{=\{2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 23, 29, 37, 53, 101\}} [m]$

Figur 13: Influenslinjer brukt i kalibreringsprossessen av lastmodell KLM. 'r' indikerer reversert/speilvendt influenslinje. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [11]. For hver influenslinje/spenningspunkt i kalibreringssettet brukes optimaliseringsalgoritmen Late Acceptance Hill Climbing (se kapittel 2.5.1) for å finne toget MSTi hver tidsperiode som gir størst mulig utmattingsskade. Det mest skadelige toget for et spenningspunkt vil generelt ikke være likt det mest skadelige toget for andre spenningspunkter. For å være **konservativ** må lastmodellen innføre skade d_K i spenningspunkt K som er like stor eller større enn skaden $d_{K,MST}$ det mest skadelige toget ville innført, for alle spenningspunkter i kalibreringssettet. Dette må skje uten bruk av enorme mengder tog for hver tidsperiode i lastmodellen, slik at målet om en **enkel** modell oppnås [11].

Løsningen er å finne et tog i hvert togsett som innfører lik andel av $d_{K,MST}$ i alle spenningspunkter, og deretter å skalere opp skadeverdien med en *a*-faktor; et tog som innfører 20 % av $d_{K,MST}$ i alle spenningspunkter vil med en *a*-faktor lik 5 innføre $d_{K,MST}$ i alle spenningspunkter. Dette skaper en **konsekvent** lastmodell som innfører jevn skade i ulike brukomponenter [9].

3.4.3 Beskrivelse

Modellen deler historisk togtrafikk på den norske jernbanen siden år 1900 inn i fire tidsperioder. Togtrafikk i perioden før 1900 har blitt utelatt i modellen da det antas at periodens bidrag til total utmattingsskade er neglisjerbar. I hver tidsperiode brukes et persontog og et godstog for å representere trafikken. Tabell 2 viser oversikt over togene i KLM [9]. Nærmere beskrivelse av togene i lastmodellen finnes i vedlegg B.

Periode	Årstall	Persontog	Godstog
1	1900-1930	T1	T5
2	1930-1960	T2	T6
3	1960 - 1985	T3	T7
4	1985-idag	T4	T8

Tabell 2: Oversikt over tog i lastmodell *KLM* utviklet av Frøseth og Rönnquist [9].

Hvert tog T_i i lastmodellen er definert med et lokomotiv etterfulgt av sett med vogner, der alle aksellaster og akselavstander er angitt. Tog T_i er også definert med en *a*-faktor a_i og toghastighet V_i , som ikke nødvendigvis er togets maksimale hastighet. Antall passeringer n_i^{KLM} av modelltog T_i for å innføre en konservativ skadeverdi blir bestemt av a-faktoren a_i og den virkelige historiske togtrafikken n_i på strekningen i løpet av den aktuelle perioden [9]:

$$n_i^{KLM} = a_i n_i \tag{9}$$

For influenslinjer i kalibreringssettet har lastmodellen oppnådd konsekventverdier på omtrent 0.4 for godstog og 0.5 for persontog. Derimot kan ikke lastmodellen garantere å være verken konservativ eller særlig konsekvent for influenslinjer *utenfor* kalibreringssettet. I slike tilfeller foreslår Frøseth og Rönnquist [9] å bruke sikkerhetsfaktorer eller i verste fall bestemme MST for alle spenningspunkter for å oppnå lastmodellens mål.

Del II

4 Lerelva bru

4.1 Generelt

Lerelva bru er ei jernbanebru på Dovrebanen. Brua er en del av strekningen Støren-Trondheim, og krysser Nidelvas sideelv Leirelva ved Selsbakk i Trondheim. Brua er ei naglet fagverksbru i stål med et spenn på 25 meter. Høyden og bredden av brutversnittet er henholdsvis 4.0 meter og 5.1 meter. Konstruksjonen sto ferdig i 1919, og er forsterket ved en senere anledning (ukjent år). Jernbanelinjen over brua er ensporet og har en horisontalkurvatur med svingradius 305 meter, men selve brukonstruksjonen har ingen kurvatur. Øvre grense for toghastighet over brua er satt til 80 km/t for persontog og 70 km/t for godstog (oppgitt av Bane NOR i 2017) [32].



Figur 14: Lerelva bru. [Foto: Gunnstein Frøseth, NTNU]

Den generelle utviklingen av jernbanetrafikken i Norge beskrevet i kapittel 2.4 gjelder også for togtrafikken på strekningen Støren-Trondheim over Lerelva bru. Aksellaster, toghastigheter og toglengder har blitt større, samtidig som antall togpasseringer har økt [29].

4.2 Bæresystem

Lerelva bru består av et hovedbæresystem og et sekundærbæresystem. Sekundærbæresystemet overfører kreftene fra toglasten og inn i hovedbæresystemet. Kreftene transporteres videre gjennom hovedbæresystemet og ut til fundamentene [32].



Figur 15: Hovedbæresystem og sekundærbæresystem i Lerelva bru.

Hovedbæresystemet er bruas vertikale fagverk bestående av overgurter, undergurter, diagonaler og vertikaler. Fagverket er av typen *Warren*, altså med vekslende retning av diagonaler [33]. Den lave bruhøyden sammenlignet med toghøyden hindrer muligheten for sideveis avstiving i toppen av fagverket. Et horisontalt fagverk (*vindforband*) er plassert mellom fagverkets nedre knutepunkter for å stive av brua sideveis, og regnes også som en del av hovedbæresystemet [32].

Sekundærbæresystemet består av to typer bjelker; langbærere og tverrbærere. Toglasten føres gjennom skinnene og ned i svillene, og deretter inn i bruas to langbærere. Langbærerne overfører lasten inn i tverrbærerne, som videre fører lasten inn i hovedbæresystemet i nedre knutepunkter. Mellom langbærerne er det brukt tverrskott og et horisontalt fagverk i overkant (*slingreforband*) langs hele brulengden for sideveis avstivning av sekundærbæresystemet [32].

Tverrsnittene i brua består av rekangulære plateprofiler og L-profiler naglet sammen til ulike tverrsnittsformer, typisk I-profiler, halve I-profiler og forsterkede L-profiler. Alle knutepunkter i brua er også stålplater med naglede forbindelser [32].

4.3 Brumodell

På oppdrag fra Bane NOR er Lerelva bru modellert i rammeprogrammet *RM-Bridge* av Johs Holt AS basert på gamle tegninger og beregningsrapporter. Kunnskap om randbetingelser, geometri, tverrsnitt og utforming av knutepunkt er spesielt viktig, da stivheter avgjør hvordan kreftene fordeles i konstruksjonen. Brumodellens geometri er definert i *Excel*-regneark og deretter importert i *RM-Bridge* for nærmere analyse [32]. Brua analyseres med bevegende enhetslaster av aksellast og sentrifugallast, og de endelige resultatene fra analysen er influenslinjer for aksialkraft, skjærkraft og moment i ulike konstruksjonstverrsnitt. Utmattingsberegninger i denne oppgaven baseres på influenslinjer fra analyseprogrammet.

4.3.1 Brukomponenter

Brua er satt sammen av ulike bjelkekomponenter som i modellen diskretiseres i elementer. Det ønskes beregningsresultater for 5 ulike snitt per bjelke; endepunkter (0, L), fjerdedelspunkter $(\frac{L}{4}, \frac{3L}{4})$ og midtpunktet $(\frac{L}{2})$. Det er derfor brukt 4 elementer per bjelkekomponent i lengderetning. Komponentene i brua er inndelt i ulike kategorier basert på plassering og funksjon. Beskrivelse av hver kategori presenteres i tabell 3.

Tabell 3: Inndeling av brukomponenter i ulike kategorier [32].

Del av brua	Kategori	Beskrivelse
Fagverk	Fag-I	Fagverk i innersving
	Fag-Y	Fagverk i yttersving
	Fag-UG	Fagverk, undergurt
	Fag-OG	Fagverk, overgurt
	Fag-Di	Fagverk, diagonal
	Fag-Ve	Fagverk, vertikal
Vindforband	VFag	Vindforband
	Vi-Di	Vindforband, diagonal
Langbærer	LB	Langsgående bjelke
	LB-Tv	Tverrskott mellom langbærer
	LB-Di	Slingreforband
Tverrbærer	TB	Tverrgående bjelke

Innenfor hver kategori finnes det flere ulike tverrsnittsformer, som fører til at kategoriene er delt inn i flere undergrupper. Eksempelvis har ikke alle diagonaler i hovedbæresystemet (Fag-Di) eksakt like tverrsnitt, og det skilles derfor mellom Fag-Di1 og Fag-Di2.

4.3.2 Spenningspunkter

Hull og utskjæringer fører til spenningskonsentrasjoner og økt fare for utmattingssprekker (se kapittel 2.2.1). Områder rundt naglehull anses derfor som mest utsatte spenningspunkter i naglede tverrsnitt. Det er derfor definert spenningspunkter i hver ende av alle naglehull som videre skal analyseres for utmattingsskader [32]. Figur 16 viser eksempel på spenningspunkter i to ulike brutversnitt.



Figur 16: Viser spenningspunkter brukt i utmattingsanalyse for to ulike tverrsnitt. (a) viser overgurt (Fag-OG1) og (b) viser tverrbærer (TB). Størrelsesforholdet mellom tverrsnittene er ikke riktig. Figurer hentet fra Bane NOR [32].

4.3.3 Antagelser i brumodellen

I utformingen av brumodellen ble det gjort visse antagelser av Johs Holt AS. Begrunnelsen for antagelsene er beskrevet i Bane NORs utmattingsrapport for Lerelva bru [32], og utdypes ikke i denne oppgaven. Antagelsene i brumodellen er listet under:

- Modellen bruker originale tverrsnitt *uten* fratrekk for naglehull.
- Forsterket geometri og tverrsnitt antas for *hele* bruas levetid.
- Antas innspent knutepunkt mellom tverrbærere og vertikaler i fagverket. Posisjonen av innspenningen antas å være midt i kneplaten.
- De enkelte bruelementers tyngdepunkt sammenfaller med bruas systemlinjer. Ved større eksentrisiteter brukes stive koblingsfjærer.
- Eksentrisiteten mellom senter spor og senter bru antas konstant langs bruen og velges lik som midt i bruspennet.

 Materialegenskaper og materialfaktorer hentes fra Statens Vegvesens Håndbok R412 - Bruklassifisering [34].

4.3.4 Materiale

Alle komponenter i Lerelva bru er stålkomponenter. Materialparametere brukt i brumodellen er hentet fra Statens Vegvesens *Håndbok R412 - Bruklassifisering* [34]. En oversikt over relevante stålparametere er presentert i tabell 4.

Tabell 4: Material parametere brukt i brumodell hentet fra Statens Vegvesens Håndbok R412 - Bruklassifisering [34].

Materialparameter	Verdi
Tyngdetetthet $[\gamma]$	$77 \ kN/m^{3}$
Flytegrense $[f_y]$	$220 \ N/mm^2$
Strekkfasthet $[f_u]$	$350 \ N/mm^2$
Elastisitetsmodul $[E]$	$2.1 \cdot 10^5 N/mm^2$
Skjærmodul $[G]$	$0.8 \cdot 10^5 N/mm^2$
Tverrkontraksjonstall $[\nu]$	0.3

5 Metode for utmattingsanalyse av Lerelva bru

Utmattingsanalyser består av flere ulike steg. For å bestemme skadeverdier i jernbanebruer er det først nødvendig med en *lastmodell* som representerer den historiske togbelastning og en *brumodell* som beskriver bruas oppførsel. Deretter kan spenningsrespons og skadeverdier bestemmes ved hjelp av bjelketeori, syklustelling, SN-kurver og skadesummasjon. Nærmere beskrivelse av stegene i utmattingsanalysen er vist i figur 17.



Figur 17: Oversikt over stegene i utmattingsanalysen.

5.1 Lastmodell

Analysen gjennomføres med lastmodell *KLM* og sammenlignes med tilsvarende analyse gjennomført av Bane NOR med lastmodell *ILM*. Begge lastmodeller er beskrevet i kapittel 3 og i vedlegg A og B. Prinsippene bak utmattingsberegningen er uavhengig av lastmodell.

5.2 Beregninger i brumodell

5.2.1 Enhetslaster i RM-bridge

For å gjennomføre utmattingsberegninger av Lerelva bru har Johs Holt AS laget elementmodell i rammeprogrammet RM-Bridge, nærmere beskrevet i kapittel 4.3. Brua analyseres for både egenlast og toglaster. Aksellastene fra togtrafikken gir vertikale krefter i brukonstruksjonen. På grunn av toglinjens horisontalkurvatur innføres det også horisontale sentrifugallaster i brua. For å bestemme den totale responsen fra en togpassering er det nødvendig å vite konstruksjonens respons fra både aksellaster og sentrifugallaster. Det flyttes derfor en enhetsaksellast [1 kN] og en enhetssentrifugallast [1 kN] over brua for å bestemme influenslinjer i ulike snitt. For å simulere responsen fra togtrafikk best mulig er enhetslastene oppdelt i to like bidrag på 0.5 kN langs hver togskinne [32].

Kreftene fra toget blir i første omgang tatt opp av bruas langbærere og overføres videre gjennom konstruksjonen. Sentrifugallastens angrepspunkt ligger i togets massesenter, slik at kraften får en momentarm med hensyn til brua. Den totale togbelastningen fra aksellast og sentrifugallast kan derfor dekomponeres i 3 ulike kraftbidrag, som også illustreres i figur 18:

- Vertikal aksellast (V)
- Vertikalt kraftpar pga. moment fra sentrifugallast (S1)
- Horisontal kraft pga. sentrifugallast (S2)



Figur 18: Viser belastningen på brua fra togtrafikk. Toglasten gir både vertikale aksellaster og horisontale sentrifugallaster med momentarm til brutverrsnittets senterlinje. Total togbelastning dekomponeres i 3 ulike kraftbidrag i analysen. Figur hentet fra Bane NOR [6].

Sentrifugallastene (S1 og S2) øker med hastigheten av passerende tog. Toghastigheten i hver tidsperiode avgjøres av to begrensninger; *toglinjens* maksimalhastighet og *togets* maksimalhastighet.

5.2.2 Resultater fra RM-bridge

Analyseprogrammet RM-bridge beregner influenslinjer for ulike snitt i konstruksjonen. For hver komponent beregnes det influenslinjer i 5 ulike snitt; endepunkter (0, L), fjerdedelspunkter $(\frac{L}{4}, \frac{3L}{4})$ og midtpunktet $(\frac{L}{2})$. Det genereres influenslinjer for aksialkraft (1 stk.), skjærkraft (2 stk.) og moment (3 stk.) for hver av de 3 kraftbidragene fra toglasten, slik at hvert snitt får $3 \times 6 = 18$ ulike influenslinjer fra toglasten. I tillegg genererer analysen influenslinjer fra bruas egenvekt. Disse influenslinjene er naturligvis konstante, siden egenvekten av selve brukonstruksjonen ikke endres ved togpasseringer. Utmattingsberegningene baseres kun på nominelle spenninger fra aksialkrefter og momenter, og aktuelle influenslinjer for et spesifikt snitt presenteres i tabell 5 [6].

Tabell 5: Kraftinfluenslinjer for hvert konstruksjonssnitt fra 4 ulike kraftbidrag; togets aksellast (V), horisontal kraft fra sentrifugallasten (S1), vertikalt kraftpar fra sentrifugallastens veltende moment (S2) og egenlast (P).

Laster	Influenslinjer			
Toglast	Toglast V		$M_{y,V}$	$M_{z,V}$
	S1	N_{S1}	$M_{y,S1}$	$M_{z,S1}$
	S2	N_{S2}	$M_{y,S2}$	$M_{z,S2}$
Egenlast	P	N_P	$M_{y,P}$	$M_{z,P}$

5.3 Utmattingsberegning

I utmattingsberegningene kombineres lastmodell og influenslinjer for *krefter* i hvert enkelt snitt for å bestemme influenslinjer for *spenning* i et gitt punkt i tverrsnittet. Deretter kan spenningsrespons og total utmattingsskade bestemmes. Det tas kun hensyn til aksialkraft og momenter i beregningene. Spenningsberegningen baseres på klassisk bjelketeori og bruker originale tverrsnitt fratrukket naglehull [32]. På grunn et stort antall gjentatte beregninger er analysen gjennomført i programmeringsspråket *Python*.

5.3.1 Spenningsinfluenslinjer

SN-kurver fra Taras og Greiner [26] er definert for spenninger i nærheten av naglehull, da dette ansees som mest kritiske område [26]. Det er derfor valgt å kontrollere spenninger ved naglehull for alle tverrsnittstyper. Tverrsnittsareal A og motstandsmomenter W_y og W_z defineres for alle spenningspunkter som skal analyseres. For hvert punkt bestemmes spenningsinfluenslinjer $\sigma_v, \sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \sigma_p$ fra de ulike lastbidragene ved linær summasjon, eksempelvis fra aksellast (V):

$$l_V(x) = \frac{N_V(x)}{A_V} + \frac{M_{y,V}(x)}{W_{y,V}} + \frac{M_{z,V}(x)}{W_{z,V}}$$
(10)

På grunn av sentrifugallasten p_h fra horisontalkurvaturen vil den endelige influenslinjen i et gitt spenningspunkt avhenge av hvilket tog som passerer; stor toghastighet gir stor sentrifugallast p_h [6]. Sentrifugallasten avhenger også av størrelsen på aksellasten og toghastigheten, og beregnes etter ligning (5) i kapittel 2.3.2 hentet fra *Eurokode 1 - Del 2: Trafikklast på bruer* [18]. Reduksjonsfaktoren f neglisjeres da *Eurokode 1* [18] bruker andre lastmodeller for jernbanetrafikk enn det som brukes i denne beregningen. [32]

Den totale spenningsinfluenslinjen for et spenningspunkt fra en enhetsaksellast finnes ved å bruke sentrifugallasten p_h som tilsvarer aksellast p=1, og deretter kombinere spenningsinfluenslinjene fra de 3 ulike kraftbidragene:

$$l(x) = l_V(x) + \frac{v^2}{g \cdot r} \cdot l_{S1}(x) + \frac{v^2}{g \cdot r} \cdot l_{S2}(x)$$
(11)

der v er toghastighet $[\frac{m}{s}]$, g er gravitasjonskonstanten $[\frac{m}{s^2}]$, r er togsporets radius [m] og $l_i(x)$ er spenningsinfluenslinje fra lastbidrag i.

5.3.2 Spenningsrespons

Spenningsresponsen i et gitt punkt fra en togpassering kan bestemmes når både spenningsinfluenslinjen, togets lastfunksjon og dynamisk amplifikasjonsfaktor Φ er kjent. Lastfunksjonen er gitt fra lastmodellen, og Φ er gitt i *Eurokode 1 - Del 2: Trafikklast på bruer* [18]. Spenningsresponsen z(u) finnes da som beskrevet i kapittel 2.3.4:

$$z(u) = l_P + \Phi(V_{tog}, L_{IL}) \cdot \sum_{i=1}^{N_p} p_i \cdot l(u - x_i)$$
(12)

der N_p er antall akslinger, p_i og x_i er aksellast og akselposisjon for aksel *i*, og *u* er distansen toget har forflyttet seg langs influenslinjen [11].

5.3.3 SN-kurver

Bane NOR har i sin utmattingsberegning brukt Utmattingskurve 71 i Eurokode 3 - Del 1-9 [12], da kurven ifølge Taras og Greiner [26] ansees å være en nedre konservativ grense for alle naglede forbindelser. Dersom beregningene viser betydelig restlevetid godtas resultatene. Dersom restelevetiden er liten og skjærkraftnivået i aktuelle nagler er under grenseverdi gitt av Taras og Greiner [26] kan en noe mindre konservativ SN-kurve benyttes; Lineær kurve 85 [26].

For å kunne sammenligne utmattingsresultatene fra lastmodellene direkte har det i analysen med lastmodell *KLM* blitt brukt nøyaktig samme SN-kurver som i Bane NORs rapport, uavhengig av skjærkraftnivå. SN-kurvene i analysen er skalert ned med ulike sikkerhetsfaktorer γ avhengig av om den aktuelle komponenten er i hovedbæresystemet (γ =1.35) eller sekundærbæresystemet (γ =1.15). Faktorene er anbefalt av *Eurokode 3 - Del 1-9* [12] for utmattingsberegninger basert på *levetidsmetoden* [12]. Figur 19 illustrerer de ulike SN-kurvene:



Figur 19: SN-kurver for normalspenninger brukt i utmattingsberegningene [6].

5.3.4 Skadeverdier

Utmattingsskaden $d(K, T_i)$ innført i komponent K fra en passering av modelltoget T_i bestemmes ved hjelp av rainflow-metoden for syklustelling av spenningsrespons, SN-kurver og Miner-summasjon. Disse temaene er nærmere beskrevet i kapittel 2.1.

For å bestemme total utmattingsskade må antall togpasseringer n_i iløpet av hver tidsperiode inkluderes i beregningen. Det gjennomføres utmattingsberegninger basert på trafikkdata presentert av både Bane NOR [6] og Frøseth og Rönnquist [9], begge beskrevet i kapittel 6.4.1. Den totale skaden innført i komponent K i løpet av alle N tidsperioder beregnes som

$$D_K = \sum_{i=1}^N n_i \cdot d(K, T_i) \tag{13}$$

5.3.5 Gjenstående levetid

Levetidsberegningene baseres på ligning (3) fra kapittel 2.1.2. I beregningen antas en årlig økning i person- og godstrafikk på henholdsvis 5 % og 2 % fra trafikkdata i 2018 og en kritisk skadeverdi D_{krit} lik 1. Alle spenningspunkter med skadeverdi $D_h > 1$ vil dermed ha 0 restlevetid. Ligning (14) beskriver gjenstående levetid for et enkelt spenningspunkt, og ligningen kan løses med iterative metoder som Newtons metode.

$$t = \frac{1 - D}{D_{p,2018} \cdot 1.05^t + D_{g,2018} \cdot 1.02^t}$$
(14)

der t er antall år gjenstående levetid, D_h er historisk skadeverdi, $D_{p,2018}$ er årlig i skadeverdi fra persontog i 2018, og $D_{g,2018}$ er årlig skadeverdi fra godstog i 2018 [6].

6 Resultater fra utmattingsanalyse av Lerelva bru

6.1 Hvordan påvirker lastmodellvalget skadeverdier i kritiske komponenter?

For å kunne vurdere hvilke komponenter i Lerelva bru som er mest kritiske er det relevant å se på hvordan de ulike lastmodellene påvirker skadeverdier og rangering av mest kritiske komponenter. Lastmodell *KLM* er utviklet med et ønske om en *konsekvent* og *konservativ* lastmodell for alle brukomponenter [11]. Lastmodellen representerer altså ikke den faktiske historiske toglasten, men en øvre grense for utmattingsskaden. Siden lastmodell *ILM ikke* er basert på disse kriteriene vil modellen trolig være mer konservativ for noen komponenter enn for andre komponenter [6].

Med andre ord; KLM innfører generelt større *skadeverdier* enn ILM, men hvordan lastmodellene påvirker *skaderangeringen* er derimot usikkert.

6.1.1 Rangering

Resultater fra utmattingsbereginger for Lerelva bru med lastmodell ILM og KLM er presentert i tabell 6 og 7. Beregningene er basert på trafikkdata fra [6]. Tabellene presenterer mest kritiske spenningspunkt og tilhørende utmattingsskadeverdi i mest relevante brukomponenter, rangert etter skadeverdien.

Tabell 6: Utmattingsberegning for Lerelva bru med lastmodell ILM basert på trafikkdata fra Bane NOR [32]. Tabellen viser mest kritiske spenningspunkt i ulike komponenter, sortert etter skadeverdi D.

						Levetid	Bære-
Gruppe	Komponent	Element	S.punkt	SN-kurve	Skade (D)	[m ar]	system $[\gamma]$
Langbærer	LB1	31031	SP1	85	1.096	0	S[1.15]
Fagverk	Fag-Di2	13051	SP3	71	0.926	5.0	H [1.35]
Fagverk	Fag-UG2	11044	SP1	71	0.762	21.7	H [1.35]
Vindforband	Vi-Di3	51351	SP1	71	0.691	24.8	H[1.35]
Fagverk	Fag-UG1	11064	SP1	71	0.691	26.7	H [1.35]
Langbærer	LB2	31231	SP16	71	0.645	23.9	S[1.15]
Tverrbærer	TB	41121	SP1	71	0.529	26.9	S [1.15]
Vindforband	Vi-Di1	51142	SP2	71	0.404	63.6	H[1.35]
Fagverk	Fag-Ve4	24061	SP1	71	0.232	75.0	H [1.35]

Tabell 7: Utmattingsberegning for Lerelva bru med lastmodell KLM basert på trafikkdata fra Bane NOR [32]. Tabellen viser mest kritiske spenningspunkt i ulike komponenter, sortert etter skadeverdi D.

						Levetid	Bære-
Gruppe	Komponent	Element	S.punkt	SN-kurve	Skade (D)	[år]	system $[\gamma]$
Langbærer	LB2	31041	SP 16	71	40.059	0	S [1.15]
Langbærer	LB1	31022	SP 1	85	27.723	0	S [1.15]
Vindforband	Vi-Di3	51351	SP 1	71	15.757	0	H $[1.35]$
Fagverk	Fag-Di2	13051	SP 3	71	13.345	0	H $[1.35]$
Tverrbærer	TB	41111	SP 3	71	10.328	0	S [1.15]
Slingreforband	LB-Di	34031	SP 1	71	7.146	0	S [1.15]
Vindforband	Vi-Di1	51142	SP 1	71	5.038	0	H $[1.35]$
Fagverk	Fag-UG1	11064	SP 1	71	4.825	0	H [1.35]
Fagverk	Fag-Ve4	24061	SP 1	71	4.763	0	H $[1.35]$
Fagverk	Fag-UG2	11044	SP 1	71	4.525	0	H $[1.35]$

Rangeringstabellene viser at KLM generelt innfører større utmattingsskader enn ILM, eksempelvis $D_{ILM} = 0.93$ og $D_{KLM} = 13.35$ for komponent Fag-Di2. Begge lastmodeller rangerer langbærerne som mest kritiske, men hvilke langbærerkomponenter som er mest kritisk varierer; KLM rangerer langbærerkomponent LB2 klart mest kritisk, mens ILM rangerer denne komponenten kun 6. mest kritisk. KLM vurderer komponenter i hovedfagverket til å være mindre kritiske enn ILM, spesielt undergurter. Diagonaler i slingreforband [LB-Di] er rangert som 6. mest kritiske komponenten i ILM, men er ikke blant de 9 mest kritiske komponenten i ILM.

Plassering av mest kritiske spenningspunkt i en bestemt komponenttype kan også variere med lastmodell. Tabell 6 og 7 viser at for alle komponenter uten én [Vi-Di1] i hovedbæresystemet finner lastmodellene nøyaktig samme spenningspunkt som det mest kritiske, eksempelvis spenningspunkt 3 i element 13051 for diagonaler i hoved-fagverk [Fag-Di2]. Dette gjelder ikke for komponenter i det sekundære bæresystemet.

6.1.2 Skadeforhold mellom ulike komponenter

Figur 20a viser høyeste skadeverdi i ulike komponenter normalisert etter komponent med høyeste skadeverdi, skilt mellom lastmodell ILM og KLM. Komponenten med høyest skadeverdi har normalisert skadeverdi lik 1, og alle andre komponenter har normalisert skadeverdi mindre enn 1. Det er tydelig at største skadeverdi i ulike komponenter varierer i større grad for KLM enn ILM, fordi skadeverdi i noen komponenter skiller seg tydelig ut. KLM innfører spesielt høy skadeverdi i langbærerne, slik at alle andre komponenter får normalisert skadeverdi under 0.4. ILM innfører derimot jevnere skadeverdier i ulike komponenter, slik at alle komponenter (unntatt LB2) har høyere normalisert skadeverdi fra lastmodell ILM enn KLM. Dette betyr *ikke* at ILM innfører større skadeverdier, men at relativ forskjell i skadeverdier i mest kritiske punkter er mindre.



Figur 20: Sammenligning av utmattingsresultater presentert i tabell 6 og 7. (a) viser normalisert skadeverdi i forhold til komponent med høyeste skadeverdi for lastmodellene KLM og ILM. (b) viser forholdstallet mellom største skadeverdi fra KLM og ILM i ulike brukomponenter, skilt mellom komponenter i hoved- og sekundærbæresystem.

Figur 20
b viser forholdstall mellom største skadeverdi fra KLM og
 ILMi ulike bru-

komponenter. Figuren viser effekten av at lastmodell KLM er utviklet med et ønske om en konservativ og konsekvent lastmodell. Ved å velge tog som maksimerer skaden i hver komponent [KLM] er det mulig å innføre større skade enn dersom man kun velger tilfeldige tog [ILM]. Gitt at KLM faktisk er konservativ og konsekvent for de mest kritiske spenningspunktene betyr lave forholdstall at ILM er mest konservativ for nettopp disse komponentene. Høye forholdstall betyr derimot at ILM innfører liten skade i komponenten sammenlignet med verst mulige tilfelle for komponenten.

Skadeverdiene i mest kritiske punkt er større for KLM enn ILM for alle komponenter. Komponent LB2 skiller seg tydelig ut med et skadeforhold på 62. For de andre åtte komponentene ligger forholdstallet i intervallet [5, 26]. Forholdstallet er generelt lavere og jevnere for komponenter i hovedbæresystemet enn i det sekundære. ILM er altså mest konsekvent og konservativ for komponenter i hovedbæresystemet.

6.2 Hvilke togtyper/tidsperioder i *KLM* innfører mest skade?

Det er interessant å undersøke hvilke tidsperioder og togtyper i lastmodell *KLM* som i størst grad bidrar til utmattingsskader i ulike brukomponenter. Bruas beregningsmodell er inndelt i 180 ulike bjelker, som igjen er inndelt i 336 ulike elementer [32]. For å unngå at spenningspunkter med lite relevans forstyrrer resultatene har det videre blitt valgt å kun se på mest kritiske spenningspunkt i hver bjelke.

6.2.1 Generelt

Figur 21a viser skadeandel fra ulike *tidsperioder* for mest kritiske spenningspunkt i alle bjelker. Det er tydelig at tidsperioden med størst skadeandel er periode 4 (1985 - i dag). Alle skadeandeler fra periode 4 ligger i intervallet [0.57, 1] med en gjennomsnittsverdi på 0.87. Største skadeandel fra tidsperiode 3 er 0.27, med en gjennomsnittsverdi på 0.09. Periode 1 og 2 bidrar i svært liten grad til utmattingsskaden med henholdsvis 0.07 og 0.17 som største skadeandel.

Spenningspunkter med høy utmattingsskade D_{KLM} har spesielt høy skadeandel fra periode 4; eksempelvis er gjennomsnittlig skadeandel fra periode 4 lik 0.98 for punkter med $D_{KLM} > 15$. Spenningspunkter med mindre total utmattingsskade har i større grad skadeandel fra andre tidsperioder, særlig periode 3. Likevel er tendensen tydelig; kritiske spenningspunkter i brua har i all hovedsak utmattingsskader fra tidsperioden etter 1985, og skadeandeler fra tidsperioden før 1965 er tilnærmet neglisjerbare. Dette henger sammen med historisk økning av aksellaster, toglengder og toghastigheter beskrevet i kapittel 2.4.



Figur 21: Viser bidrag til skadeverdier i mest kritiske spenningspunkt i bjelkeelementer. (a) viser skadebidrag fra godstog/persontog. (b) viser skadebidrag fra ulike tidsperioder. Beregningene er basert på lastmodell KLM [9] og trafikkdata fra Bane NOR [6].

Figur 21b viser skadeandel fra ulike *togtyper* for alle bjelkers mest kritiske spenningspunkt. Dersom en først ser på spenningspunkter med lav utmattingsskade D_{KLM} er det ingen tydelig trend i hvilke togtyper som dominerer skadeverdien; noen spenningspunkters skade domineres totalt av enten persontog eller godstog, og andre punkter har bidrag fra begge togtyper. Eksempelvis har spenningspunkter med $D_{KLM} < 15$ skadeandel fra persontog i hele intervallet [0, 1] med en gjennomsnittsverdi på 0.51.

For spenningspunkter med høy skadeverdi er det derimot en klar tendens; skaden domineres totalt av persontog. Spenningspunkter med $D_{KLM} > 15$ har gjennomsnittlig skadeandel fra persontog på 0.97. Tabell 7 viser at det i all hovedsak er spenningspunkter i langbærere som har skadeverdier $D_{KLM} > 15$. For å få en bedre oversikt over skadeandeler i brua er det nødvendig å skille mellom ulike komponenter.

6.2.2 Ulike komponenter

Figur 22a viser skadenadel fra periode 4 for ulike komponentgrupper i brua. Det er verdt å merke seg alle kritiske spenningspunkter har skadeandel fra perioden på minst 0.57, slik at perioden dominerer for alle punkter. Likevel har noen komponentgrupper større skadeandel fra perioden enn andre. Kritiske spenningspunkter i langbærer [LB], tverrskott mellom langbærere [LB-Tv], slingreforband [LB-Di] og vindforband [VFag] har tilnærmet hele skadeandelen fra periode 4. Kritiske spenningspunkter i tverrbærer [TB] og hovedfagverk i både ytter- og innersving [Fag-Y, Fag-I] har i større grad bidrag fra andre tidsperioder enn periode 4.

Figur 22b viser skadeandel fra *persontog* for ulike komponentgrupper i brua. Det er tydelig at noen komponentgrupper har større skadeandel fra persontog enn andre. Kritiske spenningspunkter i langbærer [LB], tverrskott mellom langbærere [LB-Tv], slingreforband [LB-Di] og vindfagverk [VFag] har hovedsakelig bidrag fra persontog. Kritiske spenningspunkter i hovedfagverk i yttersving [Fag-Y] og tverrbærer [TB] har bidrag fra både godstog og persontog. Hovedfagverk i innersving [Fag-I] skiller seg klart ut som eneste komponent som domineres av godstog. Det er også noen få kritiske spenningspunkter i tverrbærer og langbærer der skadeverdien domineres av godstog.



Figur 22: Viser bidrag til skadeverdier i mest kritiske spenningspunkt i alle bjelkeelementer, skilt mellom ulike brukomponenter. (a) viser skadebidrag fra persontog. (b) viser skadebidrag fra tidsperiode 4. Beregningene er basert på lastmodell *KLM* [9] og trafikkdata fra Bane NOR [6].

6.3 Er det forskjell på skadeverdier i innersving/yttersving?

Toglinjen over Lerelva bru har en horisontalkurvatur med svingradius 305 meter. Dette gjør at brukonstruksjonen belastes med horisontale sentrifugallaster fra passerende tog. Det er er interessant å se på hvordan dette påvirker skadeverdier i bruas innersving/yttersving. Siden brutverrsnittet er symmetrisk om senterlinjen vil vertikale laster fordeles jevnt mellom komponenter i bruas innersving og yttersving. En eventuell forskjell i skadeverdier vil hovedsakelig skyldes sentrifugallastene.

Boksplottet i figur 23 inkluderer *alle* spenningspunkter i brumodellen og viser hvordan utmattingsskaden fra lastmodell *KLM* varierer mellom komponenter i yttersving og innersving. Skadeverdien for hver komponentgruppe er normalisert i forhold til gruppens maksimale skadeverdi, inkludert både yttersving og innersving.



Figur 23: Viser boxplot over skadeverdier i *alle* spenningspunkter i brumodellen fra lastmodell *KLM*. Skadeverdiene er normalisert mot høyeste skadeverdi i hver komponentgruppe.

Det er tydelig at spenningspunkter i bruas yttersving er mer belastet enn spenningspunkter i innersving. Mest kritiske spenningspunkt ligger i yttersving for alle 4 komponentgrupper. Skadeverdienes median og kvartilbredde er også høyere i yttersving enn innersving for alle grupper, bortsett fra for spenningspunkter i vindforband der skadeverdiene er omtrent like.

Et annet viktig poeng fra figuren er at storparten av spenningspunktene i alle komponentgrupper har skadeverdier langt lavere enn komponentgruppens maksimale skadeverdi. I alle komponentgrupper er de mest kritiske punktene *utstikkere* i boksplottet, altså med en avstand til kvartilbreddeboksen større enn $1.5 \times$ kvartilbredden. Dette betyr at de fleste punktene i brumodellen har blitt utsatt for spenningsrespons med langt mindre/færre spenningsvidder enn de mest belastede punktene.

6.4 Er trafikkmengdene i beregningen realistiske?

Når lastmodell KLM og ILM skal sammenlignes må alle andre faktorer holdes konstante; KLM må bruke data for togpasseringer brukt i utmattingsrapport fra Bane NOR [32]. Likevel er det interessant å sammenligne trafikkmengder brukt av Bane NOR for strekningen Trondheim-Støren med mer nøyaktige trafikkmengder beskrevet av Frøseth og Rönnquist (se kapittel 2.4) [29].

6.4.1 Ulikheter i estimert trafikkmengde

På grunn av manglende historisk trafikkdata ble det i Bane NOR sin rapport om utmattingsskader i gamle jernbanebruer bestemt å bruke maksimalverdier for togpasseringer i år 2011, 2014 og 2015 for *alle* år i konstruksjonens levetid, skilt mellom persontog og godstog. Rapporten bruker 6745 årlige passeringer av persontog og 4480 årlige passeringer av godstog gjennom hele levetiden for Lerelva bru [32].

I utgangspunktet er dette å anse som en konservativ forenkling, da trafikkmengdene i det norske jernbanenettet har økt med tiden, men sammenligning med trafikkdata for strekningen presentert av Frøseth og Rönnquist [29] viser at trafikkmengdene brukt av Bane NOR faktisk ikke er konservative. Figur 24 sammenligner trafikkmengdene fra de to ulike kildene.



Figur 24: Historisk togtrafikk over Lerelva bru presentert av Bane NOR [6] og Frøseth og Rönnquist [29]. (a) skiller mellom persontog og godstog. (b) viser totale togpasseringer uavhengig av togtype.

Antall togpasseringer brukt i utmattingsrapport fra Bane NOR skiller seg altså klart fra historisk trafikkdata presentert av Frøseth og Rönnquist [29]. Figur 24a viser at totale togpasseringer estimert av Frøseth og Rönnquist [29] er høyere enn verdiene brukt i rapport fra Bane NOR [32] for alle år siden bruåpning i 1919. Figur 24b viser at differansen hovedsakelig skyldes persontrafikken over brua. Trafikktallene for godstrafikk stemmer bedre overens.

Differansen i trafikkmengde for moderne persontrafikk fra de to ulike kildene er markant. Persontrafikken over brua består i dag av to bidrag; lokaltog på Trønderbanen og persontog på Dovrebanen. Lokaltogene på Trønderbanen består hovedsakelig av motorvognsett med kun to vogner, mens persontog på Dovrebanen er typisk lengre motorvognsett eller tog med lokomotiv etterfulgt av et større antall vogner [35]. Lastfunksjoner for disse to bidragene skiller seg klart fra hverandre, noe som gjør at egenskaper med tanke på utmatting også vil skille seg fra hverandre. En mulig forklaring på den store differansen i moderne persontrafikk kan være at Bane NOR kun har inkludert persontog på Dovrebanen i beregningen, uten at dette har blitt undersøkt nærmere.

6.4.2 Effekt på utmattingsanalysen

Uten å gjennomføre selve utmattingsanalysen med oppdaterte trafikkdata er det likevel mulig å si noe om effekten.

Ved bruk av trafikkdata fra Frøseth og Rönnquist [29] vil antall togpassering for persontog i periode 3 og periode 4 øke betraktelig. Dette vil følgelig øke skadeverdier i alle spenningspunkter. Figur 21a viste at siste tidsperiode allerede dominerer utmattingsskadene, og oppdaterte trafikkmengder vil øke skadeandelen fra perioden ytterligere.

Økning i persontrafikk vil gjøre at skadeverdier vil øke mer i spenningspunkter som allerede har høy skadeandel fra persontog enn spenningspunkter som i større grad påvirkes av godstog. For punkter som allerede totalt domineres av persontog i siste tidsperioder vil trafikkøkningen enkelt og greit fungere som en skaleringsfaktor på skadeverdien.

Del III

7 Forbedring av lastmodell

Lastmodell *KLM* er konsekvent og konservativ for alle influenslinjer i kalibreringssettet, og det er ønskelig at den skal fungere på samme måte for virkelige influenslinjer i jernbanebruer [9]. For å vurdere om dette er tilfellet for Lerelva bru må skadeverdier fra mest skadelige tog i alle 8 tidsperioder sammenlignes med skaden fra tilhørende tog i lastmodellen [T1-T8], for alle spenningspunkter i brumodellen. For å gjøre dette er det nødvendig å først beskrive et sentralt tema innen forbedring av lastmodellen; sammenheng mellom *skadeverdier* og *toghastighet*.

7.1 Hvordan påvirkes utmattingsskaden av toghastighet?

På grunn av sentrifugallaster i bruer med horisontalkurvatur vil influenslinjer for ulike spenningspunkter avhenge av hastigheten på toget som passerer. Dermed vil også spenningsresponsen og utmattingsskaden avhenge av toghastigheten. Når spenningsbidragene fra aksellast og sentrifugallast i et gitt punkt har samme fortegn (trykk/strekk) vil alltid høyere hastighet gi større utmattingsskade, fordi sentrifugallasten øker med toghastigheten. Problemet oppstår når spenningsbidragene virker i motsatt retning, eksempelvis at et punkt påføres trykkspenninger fra aksellastene og strekkspenninger fra sentrifugallastene. Hvilken toghastighet som da gir størst utmattingsskade er ikke like klar.

Figur 25 demonstrerer problemet ved å vise spenningsinfluenslinjer fra aksellast, sentrifugallast og kombinasjonen av disse ved ulike toghastigheter for to ulike spenningspunkter i brumodellen. Uavhengig av toghastighet vil influenslinjen for aksellast alene (svart striplet linje) være lik, mens influenslinjen for sentrifugallast (blå striplet linje) skaleres avhengig av toghastigheten. Den totale spenningsinfluenslinjen er summen av disse to bidragene. Øverst i figur 25 vises et tilfelle der aksellastene gir strekk og sentrifugallastene gir trykk i spenningspunktet. Ved en viss toghastighet (omkring 120 km/t) vil den totale influenslinjen av en lastpassering gi svært lave spenningsvidder. Nederst i figur 25 vises et tilfelle der både aksellastene og sentrifugallastene gir strekkspenninger i spenningspunktet. Den totale influenslinjen av en lastpassering vil i dette tilfellet få større spenningsvidder når toghastigheten øker.



Figur 25: Viser hvordan spenningsinfluenslinjer avhenger av toghastighet i bruer med horisontalkurvatur for 2 ulike spenningspunkter. Økt hastighet gir økt spenningsbidrag fra sentrifugallasten, men ikke nødvendigvis større spenninger.

Det er tydelig at toghastigheten har en stor innvirkning på influenslinjer og dermed spenningsresponsen i brua. Siden skadeverdien avhenger av størrelsen på spenningsviddene i m'te potens (typisk m=5, se ligning (1)) vil toghastigheten være svært avgjørende for utmattingsskaden.

7.2 Finne mest skadelige tog for alle spenningspunkter

For å undersøke om lastmodellen er konservativ og konsekvent for Lerelva bru har det for hvert spenningspunkt i brumodellen blitt bestemt mest skadelige tog (MST)

i alle tidsperioder basert på optimaliseringsmetode med *Late Acceptance Hill Clim*bing brukt av Frøseth og Rönnquist [11]. Det ble brukt historielengde λ =100 og 2 optimaliseringsiterasjoner per spenningspunkt, slik at sannsynligheten for å finne globalt *MST* i togsettet øker (se kapittel 2.5.1).

Frøseth og Rönnquist [11] har definert ulike togsett for ulike tidsperioder som inneholder *alle* mulige togsammensetninger i perioden. Togsettene brukt i denne oppgaven er reduserte togsett som kun inneholder en andel av alle mulige togsammensetninger. Dette har spart tid i beregningen, men er utvilsomt en feilkilde. Togsettene brukt i optimaliseringsalgoritmen er nærmere beskrevet i vedlegg C.

Optimaliseringsalgoritmen brukt av Frøseth og Rönnquist [11] velger alltid tog med høyest mulige toghastighet V_{max} (minimum av *lokomotivets* maksimale hastighet og *tidsperiodens* maksimale hastighet), fordi dette gir høyest utmattingsskade for bruer *uten* horisontalkurvatur. Resultater fra denne algoritmen på Lerelva bru viser at i tilfeller der lav toghastighet gir størst utmattinggskade, gir mest skadelige tog MSTurealistisk lav skadeverdi i forhold til lastmodelltog med lav hastighet (eksempelvis godstogene T5 og T6), typisk $\frac{D_{KLM}}{D_{MST}} > 100$. Optimaliseringsalgoritmen kan derfor *ikke* ha funnet mest skadelige tog i togsettene. Forklaringen på dette problemet er at utmattingsskaden i bruer med horisontalkurvatur avhenger av toghastigheten og er nærmere beskrevet i kapittel 7.1.

For å inkludere effekten av at lave hastigheter i visse tilfeller gir størst utmattingsskade, har optimaliseringsalgoritmen fra Frøseth og Rönnquist [11] blitt tilpasset. Det mest optimale er å inkludere lokomotiver med alle mulige toghastigheter i intervallet $[0, V_{max}]$ i søket etter *MST*, men dette vil øke beregningstiden betraktelig i en allerede svært tidkrevende optimaliseringsalgoritme. Den valgte løsningen er å utvide de originale togsettene ved at det fra alle lokomotiver blir definert kun fire nye lokomotiver med lik geometri og toghastighet 5 km/t og $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ og $\frac{3}{3}$ av lokomotivets originale maksimale hastighet. Dersom det originale togsettet for en gitt tidsperiode inneholder fem ulike lokomotiver, vil det nye utvidede togsettet inneholde $5 \cdot 4 = 20$ ulike lokomotiver.

7.3 Er lastmodell *KLM* konsekvent og konservativ for Lerelva bru?

Figur 26 viser forholdstall β mellom utmattingsskade innført av mest skadelige tog og tilhørende lastmodelltog for alle spenningspunkter i alle tidsperioder, skilt mellom persontog og godstog. En konservativ lastmodell innfører like stor eller større skade enn mest skadelige tog gjør, altså relativ skadeverdi $\beta = \frac{D_{KLM}}{D_{MST}} > 1$. *KLM* er absolutt ikke konservativ for alle spenningspunkter; lastmodellen er kun konservativ for 52 % av alle spenningspunktene.



Figur 26: Viser forholdstall β mellom utmattingsskade innført av mest skadelige tog MST og tilhørende tog i lastmodell KLM for alle spenningspunkter i alle tidsperioder, skilt mellom persontog og godstog.

Lastmodellen er omtrent like konservativ for persontog og godstog når alle spenningspunkter inkluderes, henholdsvis 55% og 49% av spenningspunktene. Dersom spenningspunkter med lav skadeverdi fra mest skadelige tog ($D_{MST,norm} < 0.2$) neglisjeres er derimot forskjellen stor. Dette kommer av at persontogene i lastmodellen generelt er definert med høyere hastigheter enn godstogene sammenlignet med maksimal hastighet for tilhørende togsett. Dette gjør at lastmodellens godstog i større grad går i hastighetsfella beskrevet i kapittel 7.1, og dermed underestimerer utmattingsskaden. Spenningspunkter med høy skadeverdi fra mest skadelige tog er mest relevante i en utmattingsanalyse, fordi nettopp disse punktene trolig er de mest kritiske punktene. Det er altså viktigere at lastmodellen er konservativ for disse spenningspunktene. En konsekvent lastmodell har svært like relative skadeverdier for alle spenningspunkter, altså et lite spenn i β -verdier. På grunn av β -verdier omkring 0 for både persontog og godstog har lastmodellen svært lave konsekventverdier. Lastmodellen er altså verken konservativ eller særlig konsekvent for spenningspunktene i Lerelva bru. Konklusjonen er at lastmodell *KLM* med faste toghastigheter **ikke** fungerer optimalt for bruer med horisontalkurvatur.

7.3.1 Korrelasjon som kvalifiseringskrav

Utvikling av lastmodell KLM er basert på et kalibreringssett av ulike influenslinjer. Det kan derimot ikke garanteres at lastmodellen fungerer optimalt for influenslinjer utenfor kalibreringssettet [9]. I arbeidet med å bestemme om lastmodell KLM fungerte som ønsket for Lerelva bru ble det undersøkt om korrelasjon kunne brukes som kvalifiseringskrav for lastmodellen. Det ble sett på hvordan spenningsinfluenslinjer i brua korrelerer med influenslinjer i kalibreringssettet. For hvert spenningspunkt ble det bestemt 8 ulike influenslinjer; en influenslinje for hver toghastighet i KLM.

Resultatene viste at spenningsinfluenslinjene i brumodellen korrelerer godt med influenslinjer i kalibreringssettet; korrelasjonsverdiene ligger i intervallet [0.36, 1.00] med en gjennomsnittsverdi lik 0.91. Likevel viser figur 26 at lastmodellen ikke fungerer på samme måte for Lerelva bru som for kalibreringssettet. Dette skyldes *ikke* avviket i korrelasjonsverdier mellom influenslinjene, men heller effekten av sentrifugallaster.

Tanken var å bestemme et nedre korrelasjonskrav som kunne garantere at lastmodellen fungerte tilsvarende som for kalibreringssettet. Et slikt krav ville ikke fungert her, siden korrelasjonen er relativt god samtidig som lastmodellen verken er konservativ eller konsekvent. I utmattingsberegninger av bruer *uten* horisontalkurvatur kan likevel et slikt kvalifiseringskrav fungere.

7.4 Forbedret lastmodell *KLM**

For å unngå at lastmodellen bruker toghastigheter som gir ikke-konservative skadeverdier er det videre foreslått en forbedret lastmodell som tar hensyn til hvordan utmattingsskaden i ulike spenningspunkter avhenger av toghastigheten.

7.4.1 Beskrivelse

Lastmodell KLM har forhåndsdefinerte hastigheter for hvert tog. I tilfeller der utmattingsskaden varierer med toghastigheten vil modellen kunne underestimere utmattingsskaden i stor grad sammenlignet med mest skadelige tog i togsettet. Det foreslås en forbedret lastmodell KLM^* som bruker samme lastmodelltog som KLM(geometri, laster osv.), men der hvert tog ikke er låst til en bestemt hastighet. Lastmodellen finner heller den toghastigheten som gir størst utmattingsskade innenfor tidsperiodens hastighetsgrenser, slik at hastighetsfella unngås. Forbedringen gjør lastmodellen noe mer komplisert og tidkrevende, men øker kvaliteten betraktelig for bruer med horisontalkurvatur. En alternativ metode med å faktisk bestemme mest skadelige tog for alle ikke-konservative spenningspunkter ville vært en mer komplisert og ikke minst tidkrevende prosess.

For en bestemt togtype og tidsperiode defineres maksimal hastighet V_{max} som den minste av infrastrukturens maksimale hastighet V_{linje} og lokomotivet med høyest maksimale hastighet $V_{L,max}$ i togsettet brukt i optimaliseringsalgoritmen for MST. Den største utmattingsskaden fra lastmodelltoget i hastighetsintervallet $[0, V_{max}]$ hentes ut og brukes i beregningen. Eksempelvis for lastmodelltog T i perioden p for spenningspunkt k:

$$V_{max,p} = \min\{V_{linje,p}, V_{L,max,p}\}$$
(15a)

$$d_{k,p} = \max\{d_k(T_V)\}, \,\forall V \in [0, V_{max,p}]$$

$$(15b)$$

Figur 27 viser eksempler på hvordan den forbedrede lastmodellen skiller seg fra original modell. Figur 27a og 27b viser tilfeller der utmattingsskaden øker med toghastigheten. Figur 27a viser et tilfelle der toget i lastmodell KLM er definert med høy hastighet, slik at KLM faktisk finner omtrent den høyest mulige skadeverdien. I figur 27b er derimot toget i KLM definert med lav hastighet, slik at KLM underestimerer skaden det er mulig å oppnå. Figur 27c viser et tilfelle der utmattingsskaden minker med toghastigheten, slik at lav hastighet gir størst skadeverdi. I dette tilfellet er toget i KLM definert med høy hastighet, som fører til at lastmodellen innfører liten utmattingsskade. Figur 27d viser et tilfelle der utmattingsskaden er *lite avhengig* av toghastigheten. Original lastmodell KLM fungerer her like bra som som den forbedrede lastmodellen KLM^* , fordi det ikke er en hastighetsfelle å gå i. Dette vil blant annet være tilfellet for spenningspunkter i bruer uten horisontalkurvatur (ingen sentrifugallaster).



Figur 27: Viser normalisert skadeverdi fra et lastmodelltog som funksjon av toghastighet i 4 ulike spenningspunkter. Lastmodell KLM bruker fast toghastighet, mens forbedret modell KLM^* finner den tillatte toghastigheten som gir størst skadeverdi for hvert enkelt spenningspunkt.

Forbedringen gjør utvilsomt lastmodellen mer konservativ, fordi den nye modellen alltid innfører like stor eller større utmattingsskade enn original modell. Om lastmodellen blir mer konsekvent og om lastmodellen blir *for* konservativ må derimot undersøkes.

7.4.2 Er forbedret modell konservativ?

En konservativ lastmodell innfører like store eller større skadeverdier enn mest skadelige tog for alle spenningspunkter i alle tidsperioder, altså relative skadeverdier $\beta > 1$. Figur 28 viser β -verdier for alle spenningspunkter for lastmodell *KLM* og *KLM*^{*}. Det er tydelig at den forbedrede lastmodellen har innført større utmattingsskade i spenningspunkter som tidligere hadde lav β -verdi.



Figur 28: Viser forholdstall β mellom utmattingsskade innført av mest skadelige tog MST og tilhørende tog i lastmodell for alle spenningspunkter i alle tidsperioder, skilt mellom persontog og godstog. (a) viser lastmodell KLM. (b) viser forbedret lastmodell KLM^* .

KLM er kun konservativ for 52 % av alle spenningspunkter. Lastmodellen underestimerer særlig utmattingsskaden fra godstog, fordi lastmodellen definerer de fleste godstog med lave hastigheter. Den forbedrede lastmodellen KLM^* er derimot konservativ for 99.6 % av alle spenningspunkter. Spenningspunktene som fortsatt ikke får innført konservativ skadeverdi fra lastmodellen er punkter med lav utmattingsskade D_{MST} fra mest skadelige tog, og er trolig ikke de mest kritiske spenningspunkter med tanke på utmatting i brua.

Forbedringen har lyktes i å gjøre lastmodellen konservativ for spenningspunktene i Lerelva bru.

7.4.3 Er forbedret modell konsekvent?

En konsekvent lastmodell har svært like relative skadeverdier mellom ulike spenningspunkter, altså et lite spenn i β -verdier. Fra figur 28 er det mulig å se at forbedret lastmodell KLM^* har et mindre spenn i β -verdier enn original modell KLM, fordi de laveste β -verdiene er borte. Figur 29 viser konsekventverdier $C = \frac{\beta_{min}}{\beta_{max}}$ for ulike tidsperioder skilt mellom godstog og persontog for lastmodell KLM og forbedret lastmodell KLM^* når alle spenningspunkter inkluderes.


Figur 29: Viser hvor konsekvent lastmodellene er for hver tidsperiode når alle spenningspunkter i brumodellen inkluderes. (a) viser lastmodell KLM. (b) viser forbedret lastmodell KLM^* . Det bemerkes at figurene har ulik skalering av y-akser.

Figur 29a viser at konsekventverdier for persontog i de 2 første tidsperiodene er høyest for lastmodell KLM, med C-verdier i størrelsesorden $2 \cdot 10^{-4}$. Gjennomsnittlige konsekventverdier for persontog og godstog i alle perioder er henholdsvis $8 \cdot 10^{-5}$ og $9 \cdot 10^{-7}$, altså praktisk talt inkonsekvent.

Figur 29b viser at lastmodell KLM^* er mest konsekvent for persontog i de 3 første periodene, og mest konsekvent for godstog i siste to tidsperioder. Gjennomsnittlig konsekventverdier for persontog og godstog i alle perioder er henholdsvis 0.36 og 0.26. Dette er en ekstremt stor forbedring i konsekventverdier sammenlignet med lastmodell KLM. Det er selvfølgelig ønskelig med konsekventverdier C = 1, men dette er svært vanskelig å oppnå.

7.4.4 Hvordan virker lastmodellen på mest relevante spenningspunkter?

Mange av spenningspunktene som inkluderes i beregningen er punkter som aldri vil bli mest kritiske punkter med tanke på utmatting i en jernbanebru. Det er viktigere at lastmodellen er konservativ og konsekvent for spenningspunkter som faktisk kan oppnå stor utmattingsskade, fordi nettopp disse punktene er mest aktuelle å vurdere mot hverandre.

Figur 30 viser hvordan lastmodellen oppfører seg når spenningspunkter med liten fare for utmattingsskade neglisjeres ($< 0.15 \cdot D_{MST,norm}$). Lastmodellen er nå konservativ for *alle* spenningspunkter for både godstog og persontog. Konsekventverdier øker også betraktelig fra intervallet $C \in [0.13, 0.54]$ til $C \in [0.54, 0.89]$, og er omtrent lik for godstog og persontog. Grunnen til at kun 3 tidsperioder inkluderes i figur 30b er at kun tog fra disse tidsperiodene innfører skadeverdier som oppfyller kriteriet (> $0.15 \cdot D_{MST,norm}$).



Figur 30: Viser hvordan lastmodell KLM^* fungerer når lite kritiske spenningspunkter neglisjeres (normalisert $D_{MST} < 0.15$). (a) viser forholdstall β mellom utmattingsskade innført av mest skadelige tog MST og tilhørende tog i lastmodell KLM^* . (b) viser hvor konsekvent lastmodellen er for hver tidsperiode. Alle skadeverdier fra tidsperioder 1900-1930 og 1930-1960 er under neglisjeringskravet.

Konklusjonen er at forbedret lastmodell KLM^* er både konservativ og nokså konsekvent for alle spenningspunkter i Lerelva bru. Modellen fungerer helt tydelig bedre enn original lastmodell KLM.

8 Hva kan lastmodellen brukes til?

For spenningspunkter i Lerelva bru har forbedret lastmodell KLM^* oppnådd målet om å være både konservativ og nokså konsekvent. Likevel er det naturlig å spørre seg hva en slik lastmodell egentlig kan brukes til, fordi:

- Mest skadelige tog for ulike spenningspunkter er generelt ulike tog, så at *alle* punkter skal ha fått innført utmattingsskader som tilsvarer at *kun* mest skadelige tog har kjørt over brua er teoretisk umulig.
- For hvert spenningspunkt antar modellen at kun én togsammensetning, mest skadelige tog, står for *alle* togpasseringer over brua i hver tidsperiode. Togene som faktisk kjører på jernbanen har udiskutabelt forskjellige togsammensetninger; lokomotiver og vogntyper varierer, antall vogner varierer, rekkefølgen av vogner varierer, aksellaster fra vognene varierer osv.
- Mest skadelige tog for et spenningspunkt bruker alltid toghastigheten som gir størst utmattingsskade, men togene som passerer brua har ikke nødvendigvis denne hastigheten. Jernbanebruas plassering i forhold til stasjoner og stoppesteder er for eksempel svært avgjørende for toghastigheten. Et spenningspunkt der utmattingsskaden øker eksponentielt med toghastigheten uavhengig av togsammensetning vil i realiteten ha oppnådd vesentlig lavere utmattingsskade enn modellen tilsier dersom brua er plassert i nærheten av en togstasjon.
- Det ønskes at lastmodellen skal være konsekvent ved å innføre lik relativ skadeverdi i alle spenningspunkter. Den virkelige togbelastningen prøver derimot ikke å innføre slike konsekvente skadeverdier. Togene som belaster jernbanebruer innfører trolig inkonsekvente skadeverdier ved at de mest vanlige togsammensetningene over ei bru er mer konservativ for en type komponent enn andre.

Selv om det kan settes spørsmålstegn ved mange av lastmodellens egenskaper har den likevel sine fordeler.

8.1 Fordeler

Et viktig poeng er at modellen representerer en øvre konservativ grense for utmattingsskader i brua. Dersom en antar at bruas elementmodell stemmer overens med virkeligheten, togsettene lastmodellen er basert på inkluderer alle mulige togkombinasjoner, og at de historiske togfrekvensene er riktige, er det teoretisk ikke mulig at et spenningspunkt har oppnådd større utmattingsskade enn lastmodellen tilsier. Et annet viktig poeng er at lastmodellen er basert på *klare antagelser*. Brukeren vet at alle mulige togsammensetninger i tidsperioden er vurdert. Brukeren vet at den virkelige utmattingsskaden ikke kan være høyere enn lastmodellen tilsier. Brukeren vet at lastmodellen er nokså konsekvent ved at relative skadeverdier innført i ulike spenningspunkter er omtrent lik. Utmattingsberegninger for eldre tidsperioder som ikke kan kontrolleres med fysiske målinger av trafikklaster på jernbanen i dag må stole blindt på lastmodeller, og da er det betryggende å vite nøyaktig hvilke antagelser lastmodellen bygger på.

Ved bruk av en lastmodell med tilfeldig valgte tog fra togsettene har en derimot mindre kunnskap om antagelsene som er gjort. Er lastmodellen egentlig konservativ, og i så fall i hvor stor grad? Innfører modellen skadeverdier lik mest skadelige tog for noen komponenter mens kun en brøkdel av mest skadelige tog for andre komponenter? Vil en annen lastmodell gi ulik rangering av kritiske komponenter?

Dersom lastmodellens skadeverdier fra en tidsperiode er små, kan denne perioden med god grunn neglisjeres fra utmattingsanalysen; når verst mulige tilfelle gir små skadeverdier vil med god sannsynlighet den virkelige togbelastningen ha gitt neglisjerbare skadeverdier. Med en lastmodell med tilfeldige tog kan man også oppnå små skadeverdier for en gitt periode, men fordi det er umulig å si hvor konservativ modellen faktisk er kan ikke perioden neglisjeres med like stor sikkerhet.

8.2 Bruk av lastmodell

8.2.1 Korrigering

NTNU gjennomfører for tiden målinger av dagens togbelastningen på ulike jernbanebruer. Ved å bruke disse dataene i utmattingsberegninger kan det være mulig å etablere korreksjonsfaktorer $\gamma = \frac{D_{Lastmodell}}{D_{Virkelig}}$ som skalerer skadeverdier fra lastmodellen til å stemme overens med virkelige skadeverdier oppnådd i løpet av måleperioden. Trolig er det mulig å bruke måledataene fra nåtiden til å estimere lastdata en viss periode tilbake i tid. Togbelastninger fra tidligere tidsperioder kan derimot ikke måles eller estimeres med god nok nøyaktighet, og lastmodeller må brukes.

8.2.2 Alternativer for bruk av lastmodell

Utmattingsberegninger basert på lastmodell KLM^* kan gjennomføres på ulike måter. Tre ulike metoder er foreslått i figur 31. Den mest åpenbare metoden er å bruke skadeverdiene fra modellen direkte som estimat på utmattingsskaden (Metode 1). Dette vil trolig gi svært konservative skadeverdier som er mye høyere enn de eksakte verdiene, men samtidig er verdiene udiskutabelt på sikker side.

En annen metode kan være å bruke lastmodellen på eldre tidsperioder og nedjusterte skadeverdier basert på fysiske målinger av togtrafikken for siste tidsperioder (Metode 2). Dette vil sikre at det brukes konservative skadeverdier for tidsperiodene som ikke kan måles, samtidig som de siste og trolig mest skadelige tidsperiodene bruker mer nøyaktige skadeverdier.

En tredje metode er å bruke korreksjonsfaktorer γ for dagens trafikklast for *alle* tidsperioder (Metode 3). Dette vil gi mindre konservative skadeverdier for eldre tidsperioder som trolig stemmer bedre med virkeligheten, men samtidig er det usikkert om de samme korreksjonsfaktorene kan brukes for alle perioder. I verste tilfelle kan utmattingsskaden innført i eldre perioder ligge høyt over den nedjusterte skadeverdien fra modellen (tilfelle 2). Samtidig er det mange eksempler på at eldre tidsperioder i svært liten grad bidrar til den totale utmattingsskaden, slik at utfallet kan bli omtrent likt uavhengig av de virkelige γ -faktorene for eldre perioder.



Figur 31: Viser eksempel på 3 ulike metoder for bruk av lastmodellen i utmattingsanalyser av jernbanebruer. Estimat for den eksakte skadesituasjonen kan finnes ved å kombinere en konservativ historisk lastmodell og måledata fra nåtidens togbelastning. γ beskriver hvor konservativ lastmodellen er for hver tidsperiode $(\gamma = \frac{D, Lastmodell}{D, Virkelig}).$

8.2.3 Bruer med og uten horisontalkurvatur

Uten å ha målinger på dette er det god grunn til å tro at sammenlignet med den virkelige utmattingsskaden er lastmodellen mer konservativ for bruer *med* horisontalkurvatur enn *uten*. For begge tilfeller innfører lastmodellen skadeverdier større eller lik utmattingsskaden fra mest skadelige tog for hvert enkelt spenningspunkt i alle tidsperioder. Forskjellen ligger i sannsynligheten for at togene som har passert brua faktisk har innført skadeverdier i samme størrelsesorden som mest skadelige tog eller ikke!

Skadeverdien fra mest skadelige tog i forbedret lastmodell KLM^* er en optimaliseringsprosess basert på to hovedparametere; togsammensetning og toghastighet. For at den virkelige togbelastningen skal ha innført like stor skade som lastmodellen må de virkelige togene ha "truffet" med begge hovedparameterne for bruer med kurvatur, men kun én av hovedparameterne (togsammensetning) for rette bruer. For rette bruer avhenger ikke skadeverdien av toghastigheten, noe som gjør at alle tog som har passert brua har kjørt med 'mest skadelige hastighet'. De faktiske skadeverdiene for et spesifikt spenningspunkt blir mindre enn D_{MST} dersom ikke alle tog over brua har eksakt lik geometri som mest skadelige tog.

For bruer med kurvatur har lite trolig alle passerende tog kjørt med sin mest skadelige hastighet. De faktiske skadeverdiene for et spesifikt spenningspunkt blir mindre enn D_{MST} dersom ikke alle tog over brua har eksakt lik geometri som mest skadelige tog, og dersom toghastigheten ikke er den mest skadelige.



Figur 32: Viser hvordan lastmodell KLM^* trolig vil fungere for bruer med (b) og uten (a) horisontalkurvatur. Lastmodellen bruker alltid toghastigheten som gir størst utmattingsskade, men de virkelige togene kjører ikke nødvendigvis i denne hastigheten. Lastmodellen blir derfor mer konservativ for bruer der toghastigheten er avgjørende for skadeverdier.

Figur 32 viser hvordan en kan tenke seg at lastmodellen virker på to ulike bruer; en *med* horisontalkurvatur og en *uten* horisontalkurvatur. Lastmodellen er konservativ og nokså konsekvent for begge bruene. Sammenlignet med skadeverdi fra mest skadelige tog ligger skadeverdier i brua med horisontalkurvatur i et intervall langt lavere enn brua uten horisontalkurvatur. Dette betyr *ikke* at bruer med horisontalkurvaturatur alltid har mindre utmattingsskader enn rette bruer, men at *lastmodellen* er mer konservativ for den ene brutypen sammenlignet med den virkelige utmattingsskader.

Trolig vil denne effekten avta med økende svingradius R; større radius gir mindre sentrifugallaster, slik at toghastigheten i mindre grad påvirker spenningsresponsen i brua. Grensetilfellet $R=\infty$ tilsvarer ei bru uten horisontalkurvatur, der denne effekten ikke lenger er tilstede.

9 Konklusjon

Hovedformålet med denne oppgaven har vært å analysere hvordan ulike lastmodeller for jernbanetrafikk fungerer på utmattingsberegninger av en naglet fagverksbru i stål. Lastmodell *ILM* brukt i Bane NOR sin rapport *Utmattingsanalyser av eldre jernbanebruer* [8] fra 2018 har blitt sammenlignet med lastmodell *KLM* utviklet av Frøseth og Rönnquist [9]. Hvilke tidsperioder/togtyper i lastmodell *KLM* som i størst grad bidrar til utmattingsskader har blitt analysert. Det har også blitt undersøkt om lastmodell *KLM* fungerer slik den er tiltenkt, og om den eventuelt kan forbedres.

Lastmodell KLM innfører betydelig større skadeverdier enn lastmodell ILM i alle brukomponenter. Begge lastmodeller rangerer langbærerne som mest kritiske komponenter, og KLM rangerer komponenter i hovedfagverket som mindre kritiske enn ILM relativt sett.

Tidsperioden etter 1985 skiller seg klart ut som perioden i KLM med størst bidrag til utmattingsskader. For mest kritiske spenningspunkter ligger skadeandelen fra perioden i intervallet [0.57, 1] med en gjennomsnittsverdi lik 0.87. Dette henger sammen med økte aksellaster, toghastigheter og toglengder. Bruk av mer realistiske trafikkmengder for moderne togtrafikk ville økt bidraget fra perioden ytterligere. Både persontog og godstog i KLM bidrar til utmattingsskader, men persontog dominerer for spenningspunkter med høyest skadeverdi.

Jernbanelinjens horisontalkurvatur gjør at sentrifugallaster innføres i brukonstruksjonen, som igjen fører til at komponenter i yttersving og innersving har ulik belastning. Lastmodell *KLM* innfører generelt større skadeverdier i bruas yttersving enn innersving.

Mest skadelige tog i hver tidsperiode for alle spenningspunkter har blitt bestemt med optimaliseringsalgoritmen LAHC basert på historiske togsett beskrevet av Frøseth og Rönnquist [29]. Resultatene viser at lastmodell KLM er inkonsekvent og kun konservativ for 52 % av spenningspunktene. Lastmodellen fungerer *ikke* som den i utgangspunktet er tiltenkt for bruer med horisontalkurvatur. Problemet skyldes at lastmodellen ikke tar hensyn til hvordan spenningsresponsen og skadeverdien i bruer med horisontalkurvatur avhenger av toghastigheten.

Det er utviklet en forbedret lastmodell KLM^* som maksimerer skadeverdier med hensyn på toghastigheter. KLM^* er konservativ for 99.6 % av spenningspunktene og har oppnådd gjennomsnittlige konsekventverdier lik 0.36 for persontog og 0.26

for godstog. Dersom lite kritiske spenningspunkter neglisjeres økes lastmodellens kvalitet ytterligere.

Til slutt diskuteres fordeler med lastmodell KLM^* og ulike metoder for å inkludere målinger av dagens jernbanelaster i utmattingsberegninger. På grunn av den signifikante skadeandelen fra moderne jernbanetrafikk vil slike trafikkmålinger ha stor innvirkning på estimert gjenstående utmattingslevetid.

9.1 Videre arbeid

Det gjenstår mye arbeid for å bestemme hvordan lastmodellen kan brukes på en fornuftig måte. Det foreslås følgende punkter for videre arbeid:

• Analyse av flere bruer

Denne oppgaven har tatt utgangspunkt i én enkelt bru. Om resultatene gjelder spesielt for akkurat denne brua eller generelt for lignende bruer er usikkert. Sammenligning av resultater fra ulike bruer er nødvendig for å kunne forsikre at lastmodellen alltid fungerer som tiltenkt.

• Bestemme korreksjonsfaktorer

Målinger av toghastigheter, aksellaster og akselavstander fra dagens jernbanetrafikk kan brukes til å bestemme korreksjonsfaktorer γ som skalerer ned skadeverdier fra lastmodellen for siste tidsperioder. Målingene kan indikere om samme γ -faktorer kan brukes på ulike bruer og ulike komponentgrupper eller ikke.

• Oppdeling av persontrafikk

Persontog i jernbanenettet varierer i stor grad, fra korte motorvognsett til lengre togsammensetninger av lokomotiv og vogner. Det er ingen tvil om at lastfunksjoner fra disse togtypene skiller seg klart fra hverandre. En oppdeling av persontrafikken vil trolig gi mer realistiske utmattingsberegninger, men samtidig kreve en mer avansert lastmodell.

Referanser

- Thor Bjerge mfl. Banedata Data Om Infrastrukturen Til Jernbanene i Norge. Norsk Jernbaneklubb, 2013. ISBN: 9788290286359.
- [2] P Hektoen, P H Sørlie og J K Andresen. "Utviklingen av Brubyggingen ved NSB". I: Norske sivilingeniørers forening: Jernbaneingeniørenes avdeling: 1891-1991: jubileumsskrift. 1991, s. 43–46. ISBN: 8299233607.
- [3] Gunnstein T Frøseth og Anders Rönnquist. "Load model of historic traffic for fatigue life estimation of Norwegian railway bridges". Ph.d.-avh. Trondheim: NTNU, 2019. ISBN: 9788232637485.
- [4] Jaap Schijve. "Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art". I: International Journal of fatigue 25.8 (2003), s. 679–702.
- [5] Jaap Schijve. Fatigue of Structures and Materials. Springer Netherlands, 2008. ISBN: 9781402068072.
- [6] Bane Nor. Utmattingsberegninger av eldre jernbanebruer: Generelle prosjektforutsetninger. Teknisk rapport. Dokumentnummer: KU-027972-000. 2018.
- [7] Jernbanekompetanse.no. Lærebøker i jernbaneteknikk: Bruer/Laster. URL: https://www.jernbanekompetanse.no/wiki/Bruer/Laster. (Hentet 08.06.2021).
- [8] Bane Nor. Utmattingsberegninger av eldre jernbanebruer: Samlerapport, utmattingsberegninger. Teknisk rapport. Dokumentnummer: KU-027974-000. 2018.
- [9] Gunnstein T Frøseth og Anders Rönnquist. "Load model of historic traffic for fatigue life estimation of Norwegian railway bridges". I: *Engineering Structures* 200 (2019), s. 109626.
- [10] Ralph I Stephens mfl. Metal fatigue in engineering. John Wiley & Sons, 2000. ISBN: 9780471510598.
- [11] Gunnstein T Frøseth og Anders Rönnquist. "Finding the train composition causing greatest fatigue damage in railway bridges by Late Acceptance Hill Climbing". I: *Engineering Structures* 196 (2019), s. 109342.
- [12] Standard Norge. Eurocode 3: Design of Steel Structures Part 1-9: Fatigue (NS-EN 1993-1-9:2005+NA:2010). 2005.
- [13] Per Kr Larsen. Dimensjonering av stålkonstruksjoner. 2. utg. Tapir Akademisk Forlag, 2010. ISBN: 9788251922852.

- [14] Erkki Niemi, Wolfgang Fricke og Stephen John Maddox. Fatigue analysis of welded components: Designer's guide to the structural hot-spot stress approach. Woodhead Publishing, 2006. ISBN: 9781845691240.
- [15] DNV GL. DNVGL-RP-C203: Fatigue Design of Offshore Steel Structures. 2020.
- [16] Walter D Pilkey og Deborah F Pilkey. Peterson's Stress Concentration Factors. John Wiley & Sons, 2008. ISBN: 9780470048245.
- [17] Ilkka Poutiainen, Pasi Tanskanen og Gary Marquis. "Finite element methods for structural hot spot stress determination — a comparison of procedures".
 I: International journal of fatigue 26.11 (2004), s. 1147–1157.
- [18] Standard Norge. Eurocode 1: Actions on Structures Part 2: Traffic Loads on Bridges (NS-EN 1991-2:2003+NA:2010). 2003.
- [19] Graziano Fiorillo og Michel Ghosn. "Application of influence lines for the ultimate capacity of beams under moving loads". I: *Engineering Structures* 103 (2015), s. 125–133.
- [20] Michael S Jepsen og Lars Damkilde. "A direct and fully general implementation of influence lines/surfaces in finite element software". I: Advances in Engineering Software 120 (2018), s. 55–61.
- [21] Eugene J OBrien, MJ Quilligan og Raid Karoumi. "Calculating an influence line from direct measurements". I: Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Bridge Engineering. Bd. 159. 1. 2006, s. 31–34.
- [22] Luc Schueremans mfl. "A study on the evolution in design and calculation of iron and steel structures over the mid 19th century in western and central Europe". I: International Journal of Architectural Heritage 12.3 (2018), s. 320– 333.
- [23] TR Witcher. "An Icon at 80: The Golden Gate Bridge". I: Civil Engineering Magazine Archive 87.6 (2017), s. 42–45.
- [24] Björn Åkesson. Fatigue life of riveted steel bridges. CRC Press, 2010. ISBN: 9780415876766.
- [25] MachineMFG. Riveted, Bolted and Welded Connection: Advantages and Disadvantages. URL: https://www.machinemfg.com/riveted-bolted-andwelded-connection/. (Hentet 08.06.2021).
- [26] Andreas Taras og Richard Greiner. "Development and application of a fatigue class catalogue for riveted bridge components". I: Structural engineering international 20.1 (2010), s. 91–103.

- [27] Walter G Vincenti. "Technological Knowledge without Science: The Innovation of Flush Riveting in American Airplanes, ca. 1930-ca. 1950". I: Technology and Culture 25.3 (1984), s. 540–576.
- [28] Davide Leonetti mfl. "Rivet clamping force of as-built hot-riveted connections in steel bridges". I: Journal of Constructional Steel Research 167 (2020), s. 105955.
- [29] Gunnstein T Frøseth og Anders Rönnquist. "Evolution of load conditions in the Norwegian railway network and imprecision of historic railway load data".
 I: Structure and Infrastructure Engineering 15.2 (2019), s. 152–169.
- [30] Jan A Snyman. *Practical mathematical optimization*. Springer, 2005. ISBN: 9783319775852.
- [31] Edmund K Burke og Yuri Bykov. "The late acceptance hill-climbing heuristic".
 I: European Journal of Operational Research 258.1 (2017), s. 70–78.
- [32] Bane Nor. Utmattingsberegninger av eldre jernbanebruer: Bru over Lerelva, Bane 1120, km. 545.440. Teknisk rapport. Dokumentnummer: KU-027954-000. 2018.
- [33] John M Kulicki. "Highway Truss Bridges". I: Bridge Engineering Handbook. CRC Press, 2019, s. 16–1. ISBN: 9780429277047.
- [34] Statens Vegvesen. Håndbok R412 Bruklassifisering. Vegdirektoratet, 2014.
 ISBN: 8272075377.
- [35] Norske tog AS. Våre tog. URL: https://www.norsketog.no/tog. (Hentet 01.06.2021).

Vedlegg

A Lastmodell *ILM*



Figur 33: Persontog fra NTNU i lastmodell ILM. Akselavstander er angitt i meter og aksellaster er angitt i tonn [6].



Figur 34: Godstog fra NTNU i lastmodell ILM. Akselavstander er angitt i meter og aksellaster er angitt i tonn [6].

Type 5 Locomotive-hauled freight train

 $\Sigma Q = 21600$ kN V = 80 km/h L = 270,30 m q = 80,0 kN/m



Type 6 Locomotive-hauled freight train

 $\Sigma Q = 14310$ kN V = 100km/h L = 333,10m q = 43,0kN/m'



Type 7 Locomotive-hauled freight train

 $\Sigma Q = 10350$ kN V = 120km/h L = 196,50m q = 52,7kN/m³



Type 8 Locomotive-hauled freight train

 $\Sigma Q = 10350$ kN V = 100km/h L = 212,50m q = 48,7kN/m'



Figur 35: Godstog fra *Eurokode 1 - Del 2* [18] i lastmodell ILM. Akselavstander er angitt i meter og aksellaster i kN. Figur hentet med tillatelse⁵ fra *Eurokode 1 - Del 2: Trafikklast på bruer* [18].

 $^{^5}$ Figur side 136-139 fra NS-EN 1991-2:2003+NA:2010 er gjengitt av Knut Melhus Romstad til bruk i oppgaven Konsekvent lastmodell for utmatting av jernbanebruer med tillatelse fra Standard Online AS i mai 2021.



Train composition given by the loop, the identifier at the bottom and the load modifier at the top.

Figur 36: Persontog i lastmodell KLM. Akselavstander er angitt i meter og aksellaster er angitt i tonn. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [9].



Train composition given by the loop, the identifier at the bottom and the load modifier at the top.

Figur 37: Godstog i lastmodell KLM. Akselavstander er angitt i meter og aksellaster er angitt i tonn. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [9].

C Togsett i *MST*-optimalisering

Togsett brukt i optimaliseringsprossessen for å finne mest skadelige tog for ulike spenningspunkter er her beskrevet for persontog og godstog i 5 tidsperioder; 1900-1930, 1930-1960, 1960-1985, 1985-2000, 2000-idag. Togsettene er reduserte utgaver av historiske togsett brukt i det norske jernbanenettet beskrevet av Frøseth og Rönnquist [29]. Hvert togsett er definert med følgende egenskaper:

- Tog i lastmodell KLM som representerer perioden, $T \in [T1, ..., T8]$
- Intervall for vognantall, $N \in [N_{min}, N_{max}]$
- Maksimal hastighet for infrastrukturen, V_{linje} , angitt i km/t
- Ulike lokomotiver, L
- Intervall for vogners aksellaster, $p \in [p_{min}, p_{max}]$, angitt i tonn
- Vogngeometrier av boggi-vogner, BV = (a, b, c), angitt i meter
- Vogngeometrier av toakslede vogner, TV = (a, b), angitt i meter

Det totale togsettet består av alle mulige kombinasjoner av lokomotiver, lokomotivhastigheter, vogngemeotrier, vognantall og aksellaster. Et tilfeldig tog i togsettet kan settes sammen av et lokomotiv L etterfulgt av N ulike vogner av typen V_B og V_T med tilhørende aksellaster p for hver vogn. Togets maksimale hastighet begrenses av lokomotivets maksimale hastighet V_T og infrastrukturens maksimale hastighet i perioden V_{max} . Nærmere beskrivelse av geometri og aksellaster for lokomotiver kan finnes i [29].

Vogn, toaksling

$$2 \times p$$

 $a + b + a$
Vogn, boggi
 $4 \times p$
 $a + b + a$

Figur 38: Definisjon av variabler for vogngeometri og aksellaster. Figur hentet med tillatelse fra Frøseth og Rönnquist [9].

			Toghastigheter i
Gruppe	Undergruppe	Maksimal has tighet $V_L \ [km/t]$	optimalisering $V_T [\rm km/t]$
2'C-2'2'	(b)	(65.0)	$[5, \frac{1}{3}V_L, \frac{2}{3}V_L, V_L]$
2'D-2'2'	(a)	(70.0)	—11—
1'D-2'2'	(a,d)	(45.0, 45.0)	—11—
2'C-2'2'	(b)	(65.0)	—11—
1'E-2'2'	(a)	(70.0)	—11—
B'B'	(a,b)	(70.0, 70.0)	—11—
Bo'Bo'	(a,b,d)	(105.0, 115.0, 120.0)	—11—
Co'Co'	(a,b,d)	(143.0, 120.0, 120.0)	—11—

Tabell 8: Hastigheter for ulike lokomotiver brukt i optimaliseringsalgoritme.

Tabell 9: Togsett for ulike tidsperioder brukt i optimaliseringsalgoritme.

Persontog	Godstog
1900-1930 (T1)	1900-1930 (T5)
$N \in [1,20], V_{linje} = 90 \text{ km/t}$	$N \in [10,50], V_{linje} = 65 \text{ km/t}$
$L = \{2'C-2'2'[b], 2'D-2'2'[a]\}$	$L = \{1'D-2'2'[a,d]\}$
$p_V \in [5.0, 11.0]$	$p_V \in [3.0, 12.0]$
$BV = \{(2.4, 13.4, 2.1), (2.9, 11.6, 1.9), (2.9, 13.8, 2.3)\}$	$TV = \{(1.8, 2.0), (2.6, 4.5), (2.1, 3.7)\}$
1930-1960 (T2)	1930-1960 (T6)
$N \in [2, 20], V_{linje} = 90 \text{ km/t}$	$N \in [10, 50], V_{linje} = 65 \text{ km/t}$
$L = \{(2'D-2'2'[a])\}$	$L = \{1'D-2'2'[a], 1'E-2'2'[a]\}$
$p_V \in [6.0, 12.0]$	$p_V \in [3.7, 15.0]$
$BV = \{(2.0, 16.0, 2.6), (3.2, 11.8, 2.1), (3.1, 13.4, 2.3)\}$	$TV = \{ (2.1, 7.2), (1.6, 3.7), (2.7, 6.0), (1.9, 3.2) \}$
1960-1985 (T3)	1960-1985 (T7)
$N \in [3, 20], V_{linje} = 120 \text{ km/t}$	$N \in [10, 50], V_{linje} = 80 \text{ km/t}$
$L = \{B'B'[a,b], Bo'Bo'[a,b], Co'Co'[a,b]\}$	$L = \{B'B'[a,b], Bo'Bo'[a,b], Co'Co'[a,b]\}$
$p_V \in [7.5, 13.0]$	$p_V \in [5.0, 18.0]$
$BV = \{(3.1, 13.4, 2.3), (3.8, 13.4, 3.0), (3.2, 11.8, 2.1)\}$	$BV = \{(2.5, 15.7, 1.8), (2.5, 9.0, 1.8)\}$
$TV = \{(1.6, 9.0), (2.6, 9.0)\}$	
1985-2000 (T4)	1985-2000 (T8)
$N \in [5, 20], V_{linje} = 160 \text{ km/t}$	$N \in [10, 50], V_{linje} = 80 \text{ km/t}$
$L = \{ \text{Co'Co'[a,d]}, \text{Bo'Bo'[a,d]} \}$	$L = \{ Co'Co'[a,d], Bo'Bo'[a,d] \}$
$p_V \in [8.5, 14.0]$	$p_V \in [5.6, 22.5]$
$BV = \{(3.8, 16.0, 2.5), (4.0, 19.1, 2.5)\}$	$BV = \{(2.5, 15.7, 1.8), (2.5, 9.0, 1.8)\}$
	$TV = \{(4.1, 9.0), (2.4, 5.7)\}$
2000-i dag (T4)	2000-i dag (T8)
$N \in [5, 20], V_{linje} = 160 \text{ km/t}$	$N \in [10, 50], V_{linje} = 90 \text{ km/t}$
$L = \{ \text{Co'Co'[a,d]}, \text{Bo'Bo'[a,d]} \}$	$L = \{ \text{Co'Co'[a,d]}, \text{Bo'Bo'[a,d]} \}$
$p_V \in [8.5, 14.0]$	$p_V \in [5.6, 22.5]$
$BV = \{(4.0, 19.1, 2.5), (3.8, 16.0, 2.5)\}$	$BV = \{(2.5, 15.7, 1.8), (2.5, 9.0, 1.8)\}$
	$TV = \{4.1, 9.0\}, (2.4, 5.7)\}$



