

Elisabeth Brennhaug

«Enten er jeg dårlig til å forklare eller så er de dårlige til å skjønne»

En kvalitativ studie av 5.klassingers kritiske tenkning i matematikk.

Masteroppgave i matematikdidaktikk 5.-10. trinn

Veileder: Benedikte Grimeland

Juni 2021

Elisabeth Brennhaug

«Enten er jeg dårlig til å forklare eller så er de dårlige til å skjønne»

En kvalitativ studie av 5.klassingers kritiske tenkning i matematikk.

Masteroppgave i matematikdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Benedikte Grimeland
Juni 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for pedagogikk og livslang læring



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Kritisk tenkning kommer tydelig frem i Fagfornyelsen (LK20) og den nye læreplanen i matematikk, men det er uklart hvordan dette ser ut i klasserommet. Innenfor matematikdidaktisk forskning knyttes kritisk tenkning til *numeracy* og utvikling av kritisk tenkende borgere som deltar i samfunnet.

Forskningsspørsmålet i studien er "Hvordan uttrykker elever på 5.trinn kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk?", og denne studien fokuserer på hvilke innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning en gruppe elever viser og hvordan de knytter den kritiske tenkningen til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven.

Denne studien er en del av et forskningsprosjekt ved NTNU som har fokus på faglig literacy og utforskende arbeidsmåter i realfag. Datamaterialet er lyd- og video-transkripsjoner og observasjoner fra 5.klassinger som arbeidet i grupper med en problemløsningsoppgave om brøk.

Funnene i studien indikerer at elevene er kritiske til den matematiske situasjonen ved å være kritiske til effektiviteten i arbeidet, det praktiske ved presentasjon av arbeidet og det realistiske ved oppgaveteksten. Det ser ut til at elevene ikke er bevisst sin kritiske tenkning.

Studien peker på at for å undersøke hvordan elever uttrykker kritisk tenkning må vi først se på hva de har og hva de mangler av innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning og hvordan de bruker dette knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven.

En del av studiens hensikt er å se på konsekvenser av innføringen av ny læreplan med fokus på kritisk tenkning. En konsekvens av dette kan være at elevene utvikler mentale vaner til å utnytte bakgrunnskunnskap, bruke strategier for kritisk tenkning og resonnering og vurdere egen og andres tenkning ut fra en standard om god tenkning. Dette er noe en kan undersøke mer i en videre studie for å se om elevene har fått flere redskaper til kritisk tenkning etter flere år med fokus på dette gjennom LK20.

Abstract

Critical thinking is clearly evident in the subject renewal and the new curriculum in mathematics, but it is unclear what this looks like in the classroom. Within mathematics didactic research, critical thinking is linked to *numeracy* and the development of critically thinking citizens.

The research question in the study is "How do students in 5th grade express critical thinking in work with problem-solving tasks about fractions?" And this study focuses on what dispositions and abilities in critical thinking the students show and how they relate the critical thinking to the mathematical situation in the problem-solving task.

This study is part of a research project at NTNU that focuses on academic literacy and exploratory working methods in science. The data material is audio and video transcripts and observations from 5th graders who worked in groups with a problem-solving task about fractions.

The findings of the study indicate that the students are critical of the mathematical situation by being critical of the efficiency of the work, the practicality of the presentation of the work and the realistic nature of the problem-solving task. It seems that the students are not aware of their critical thinking.

The study points out that in order to examine how students express critical thinking, we must first look at what they have and what they lack in dispositions and abilities in critical thinking and how they use this in connection with the mathematical situation in the problem-solving task.

Part of the purpose of the study is to look at the consequences of the introduction of a new curriculum with a focus on critical thinking. One consequence of this may be that students develop habits of mind to utilize background knowledge, use strategies for critical thinking and reasoning and can judge their own and others' thinking based on a standard of good thinking. This is something one can investigate more in a further study to see if the students have been given more intellectual resources for critical thinking after several years with a focus on this through LK20.

Forord

Fem år i Trondheim og Lærerstudiet på NTNU nærmer seg slutten. Det siste året har vært krevende for alle og også påvirket min studiehverdag. I forkant av restriksjoner og sykdom fikk jeg mulighet til å være med ut i felten sammen med forskere fra NTNU for å gjennomføre datainnsamling. Dette var en lærerik opplevelse der jeg fikk et innblikk i hvordan utdanningsforskere arbeider og hvordan forskningsfeltet jeg har lært mye om de siste to årene ser ut i praksis.

Det siste året har jeg også fått reflektert over hva det vil si å tenke kritisk, ikke bare i matematikkfaget men også i livet.

Å skrive masteroppgave har vært krevende og jeg ønsker dermed å takke noen av de som har vært med å gjøre det litt enklere:

Tusen takk til veileder Benedikte Grimeland for å ikke bare være hyggelig, men også en god veileder i arbeidet frem mot denne masteroppgaven. Jeg er veldig fornøyd og kan anbefale å ha henne som veileder.

Takk til gjengen på den andre lesesalen for fredagsquiz, kortspill og felles frustrasjon.

Takk til familie og venner for oppmuntring. Takk til de som har lest gjennom oppgaven og markert alle kommafeil og nynorske ord. Spesielt takk til Mamma for emosjonell støtte, gjennomlesing av tekst og diskusjon rundt formuleringer.

Min største takk vil alltid gå til min beste venn og frelser som har gitt meg håp, hvile og et trygt sted å kaste alle mine bekymringer. Takk for at du er sannheten og jeg kan søke deg.

Innholdsfortegnelse

<i>Figurer</i>	X
<i>Tabeller</i>	X
<i>Forkortelser/symboler</i>	X
1. Innledning	1
1.1 Samfunnsmessig forankring av studien	1
1.2 Forskningsmessig forankring	2
1.3 Problemstilling /forskningsspørsmål	3
1.4 Teori, empiri og metode	4
1.5 Oppgavens struktur	5
2. Teori	6
2.1 Kritisk tenkning	6
2.1.1 Definisjon	6
2.1.2 Kritisk tenkning i matematikk og numeracy	12
2.2 Matematisk modellering	14
2.2.1 Modeller i brøk	14
2.3 Kritisk tenkning i læreplanen	16
2.3.1 Overordnet del	16
2.3.2 Læreplan i matematikk	16
3. Metode	18
3.1 Konteksten	18
3.1.1 Prosjektet	18
3.1.2 Lesson study	19
3.2 Min studie	19
3.2.1 Kvalitative metoder	19
3.2.2 Observasjon	20
3.2.3 Datagrunnlag	21
3.3 Gjennomføring av datainnsamling	23
3.3.1 Utvalg	23
3.3.2 Gjennomføring	23
3.3.3 Oppgaven elevene arbeidet med	25
3.4 Analyseprosessen	27
3.4.1 Transkripsjoner	27
3.4.2 Analyse av datamaterialet	28
3.4.3 Induktiv/deduktiv	29
3.5 Troverdighet i forskningen	29
3.5.1 Gyldighet	29
3.5.2 Generaliserbarhet	30
3.5.3 Pålitelighet	31
3.5.4 Gjennomsiktighet	31
3.6 Etske betraktninger	32
3.6.1 Samtykke	32
3.6.2 Databehandling	32

4. Analyse	33
4.1 <i>Analysen</i>	33
4.1.1. Effektivitet i arbeidet	33
4.1.2 Det praktiske ved presentasjon av arbeidet	36
4.1.3 Realistiske aspekter ved oppgaveteksten	38
4.1.4 Bakgrunnskunnskap	39
4.1.5 Åpent sinn, presis og sannhetssøkende.....	39
4.1.6 Metakognisjon	42
4.2 <i>Resultater</i>	43
4.2.1 Den matematiske situasjonen	43
4.2.2 Innstillinger og ferdigheter	44
4.3 <i>Avrundning av analyse</i>	45
5. Drøfting.....	46
5.1 <i>Oppsummering av funn</i>	46
5.1.1 Innstillinger og ferdigheter	46
5.1.2 Den matematiske situasjonen	47
5.2 <i>Læreplanen og kritisk tenkning</i>	48
5.3 <i>Bevissthet rundt egen kritiske tenkning</i>	49
5.4 <i>Modenhet</i>	50
5.5 <i>Konsekvenser av fokus på kritisk tenkning</i>	50
6. Konklusjon	52
6.1 <i>Studiens begrensninger</i>	52
6.2 <i>Videre forskning</i>	53
6.3 <i>Studiens implikasjoner</i>	54
Kildeliste:.....	55
Vedlegg:.....	58

Figurer

Figur 1: Represensatsjoner av en tredel. Deler fra (Lesh, 1976 s.22).....	14
Figur 2: $\frac{1}{4}$ og 1 hel.....	15
Figur 3: Fire sirkler, der $\frac{1}{4}$ er farget.	15
Figur 4: Forslag til løsning på oppgaven	26
Figur 5: $\frac{3}{12}$ og $\frac{4}{16}$	27
Figur 6: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{16}$	27

Tabeller

Tabell 1: Ferdigheter og innstillinger basert på (Ennis, 2018) fritt oversatt.....	9
Tabell 2: Oversikt over gruppene i transkripsjonen	28
Tabell 3: Oversikt over sammenheng mellom Askew (2015) og Ennis (2018) i funnene.	44

Forkortelser/symboler

LK20	-	Læreplanverket for Fagfornyelsen i 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2020 a og b)
LK06	-	Læreplanverket for Kunnskapsløftet i 2006 (Utdanningsdirektoratet, 2006)
NTNU	-	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
NSD	-	Norsk senter for forskningsdata

1. Innledning

1.1 Samfunnsmessig forankring av studien

Det samfunnet vi lever i og forbereder den neste generasjonen til å skulle tre inn i, er på mange måter svært ulikt det samfunnet generasjonen før oss vokste opp i. Dagens elever som får i lekse å søke på et eller annet tema for å skrive fem faktasetninger, har uendelige muligheter til forskjell fra de som slo opp i husstandens leksikon og kunne velge fem velformulerte kvalifiserte setninger derfra. Informasjonsmulighetene er uendelige, og når media, kunnskap og underholdning kjemper om oppmerksomheten i de samme plattformene, blir det lett de største overskriftene og ekstreme modellene som vinner.

Det siste året har Covid-19-pandemien fått mye oppmerksomhet, og i sammenheng med dette har media gitt lett tilgang på statistikk, modeller og tabeller om smittespredning, dødsrate og vaksineutbredelse. Tolkning av tall og tabeller har dette året fått følger for folks liv. Det er ikke bare pandemien som bringer matematikk inn i media og hverdagen til folket. Uansett hvilken nettside du er på, vil det være noen som prøver å få noe fra deg, om det penger, tid, påvirkning eller oppmerksomhet gjennom for eksempel reklame for nettkasinoer, mobilabonnement og lånetjenester. Disse er ikke redde for å bruke matematikken for å påvirke. Media er heller ikke upartiske i politiske saker om det gjelder lokalt, nasjonalt eller internasjonalt og presenterer gjerne data på en måte som fremmer sitt syn. Det ser vi blant annet i meningsmålinger i forbindelse med valg eller tall som presenteres i forbindelse med saker som global oppvarming, innvandring og kriminalitet. Det at vi får servert store mengder både ufiltrert og partisk presentert informasjon har gjort det mer aktuelt enn tidligere å ha kunnskap om kritisk tenkning i matematikk.

Dette har også fått økt fokus innen utdanningspolitikken, og spesielt fordi det viser seg at norske elever er dårligere til å vurdere kilder enn elever fra Finland, Sverige og Danmark (Kunnskapsdepartementet, 2020). Fagfornyelsen (LK20) tar dette på alvor gjennom begrunnelsen «*Et samfunn i endring krever også en skole som fornyer seg.*» (Kunnskapsdepartementet, 2016). Her kommer det frem at kritisk tenkning «*handler om å se en ting fra flere sider og å kunne vurdere påstander, argumenter og handlingsvalg*» (Kunnskapsdepartementet, 2016 s.29), og at kritisk tenkning skal være en del av den generelle delen av læreplanverket og innenfor alle fag.

Kritisk tenkning har fått større plass i fagfornyelsen (LK20) enn i kunnskapsløftet (LK06). I kunnskapsløftet finner vi bare begrepet *kritisk vurdering* (Utdanningsdirektoratet, 2006), og i fagfornyelsen har begrepet kritisk tenkning fått mye større plass. I den overordnede delen til læreplanen i LK20 ser vi at kritisk tenkning er en del av opplæringen sine grunnverdier:

Skolen skal bidra til at elevene blir nysgjerrige og stiller spørsmål, utvikler vitenskapelig og kritisk tenkning og handler med etisk bevissthet. (Utdanningsdirektoratet, 2020b s. 5)

Kritisk og vitenskapelig tenkning innebærer å bruke fornuften på en undersøkende og systematisk måte i møte med konkrete praktiske utfordringer, fenomener, ytringer og kunnskapsformer. (Utdanningsdirektoratet, 2020b s. 6)

I læreplanen (LK20) for matematikk har kritisk tenkning fått stor plass innenfor fagrelevans og sentrale verdier i matematikk:

Matematikk skal bidra til at elevene utviklar eit presist språk for resonnering, kritisk tenking og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering. Matematikk skal førebu elevene på eit samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dei kompetanse i utforsking og problemløysing. (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

Mange er skeptiske til hvordan den nye læreplanen vil bli implementert i skole og klasserom. Noe av det som blir pekt på er ansvaret som blir lagt på læreren (Emblemsvåg, 2020), avklaring av hva begrepet kritisk tenkning innebærer (Bareksten, 2020) og om dette begrepet er for smalt (Børresen, 2020) og hvordan opplæring av kritisk tenkning gjennomføres i klasserommet (Veum, 2020). Kritisk tenkning i skolen er dermed et relevant tema i dagens utdanningsdebatt.

1.2 Forskningsmessig forankring

Kritisk tenkning har vært en viktig del av vitenskapen siden antikken og stammer fra filosofene. Sokrates mente blant annet at kritisk tenkning var noe man lærte og ikke noe som var medfødt, og han underviste dermed sine elever i kritisk tenkning (Aizikovitsh-Udi and Cheng, 2015; Lai, 2011). Ennis (1985) definerer kritisk tenkning som reflekterende og fornuftig tenkning med mål om å velge hva en skal tro eller gjøre. Dette

er en filosofisk definisjon som andre (Bailin, Case, Coombs & Daniels, 1999b; Moon, 2008) også deler og som Ennis fortsatt står fast ved i Ennis (2018).

Kritisk tenkning er et kjent begrep innenfor samfunnsfagdidaktisk forskning, og flere har nylig skrevet masteroppgave om kritisk tenkning i samfunnsfag (Eilertsen, 2019; Holmer, 2020; Osman, 2015; Reinsve, 2018) og naturfag (Vikmark, 2019).

Innenfor matematikdidaktikk forskes det mye på bevis og argumentasjon (Bell, 1976; Hanna, 1990; Stylianides, 2007) uten at begrepet kritisk tenkning blir nevnt eksplisitt. Jain & Rogers (2019) ser på *numeracy*, som handler om det å forstå matematikk og relatere det til verden rundt seg, som en form for kritisk tenkning. Askew (2015) knytter også kritisk tenkning til matematikk og *numeracy*, og trekker frem viktigheten av å utdanne reflekterte borgere. Skovsmose (1998) bruker begrepet *critical education* i sin artikkel med fokus på demokrati i matematikkundervisning, og mener dette er en viktig del av det å utdanne borgere som deltar i samfunnet. Sikko & Grimeland (2020) tar med seg tankene fra Askew (2015) og Skovsmose (1998) og ser på hva kritisk tenkning i matematikkundervisning på 2. trinn kan være.

1.3 Problemstilling /forskningsspørsmål

Et sentralt spørsmål er om lærerene vet hva kritisk tenkning er, og ikke minst om de er klare for å implementere det i undervisningen (Emblemsvåg, 2020). Kildekritikk blir ofte trukket frem når man snakker om kritisk tenkning, men kritisk tenkning er mer enn kildekritikk og denne studien vil se mer på hvordan dette ser ut i klasserommet. For å implementere kritisk tenkning i matematikklasserommet må vi vite hva det er. Vi må dermed definere begrepet og hva som kjennetegner dette slik at vi kan kjenne det igjen hos elevene.

Kritisk tenkning i matematikk er tett knyttet til problemløsning og utforskende matematikk (Askew, 2015; Bailin et al., 1999b; Jacob & Sam, 2008). Denne studien ser derfor på kritisk tenkning i en problemløsningskontekst. Forskningsspørsmålet jeg ønsker å se på i denne oppgaven, lyder som følger:

"Hvordan uttrykker elever på 5.trinn kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk?"

For å kunne svare på dette forskningsspørsmålet har jeg delt det inn i to utdypningsspørsmål som avgrenser problemstillingen:

1. "Hvilke innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning viser elever på 5.trinn i arbeid med en problemløsningsoppgave?"
2. "Hvordan er elevenes kritiske tenkning knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven?"

Gjennom det første spørsmålet vil jeg se mer på innstillingene og ferdighetene fra Ennis (2018) og hvorvidt elever på 5.trinn har disse. Det andre spørsmålet knytter elevenes kritiske tenkning til den matematiske situasjonen og ser på hvordan elevene forholder seg til den. Datainnsamlingen er gjort i en setting med problemløsningsoppgaver om brøk.

1.4 Teori, empiri og metode

For å se nærmere på denne problemstillingen vil jeg sammenligne ulike definisjoner på kritisk tenkning og hva det vil si å være en kritisk tenker. *Innstillinger* og *ferdigheter* knyttes her opp mot Ennis (2018) og hans tabell over nettopp innstillinger og ferdigheter hos en ideell kritisk tenker. Jeg ser på bevissthet utfra Bailin et al. (1999b) som er opptatt av at man må være bevisst sin egen kritiske tenkning for å tenke kritisk. For å knytte studien i en matematisk sammenheng vil jeg se nærmere på kritisk tenkning i matematikk og Askew (2015) som knytter dette opp mot *numeracy*.

Forskningen er en del av et større forskningsprosjekt som har fokus på faglig *literacy* og utforskende arbeidsmåter i realfag. Metoden i prosjektet er *Lesson Study*, der forskere ved Institutt for Lærerutdanning (NTNU) planlegger øktene sammen med lærere ved skolene som deltar i prosjektet. Min rolle var å delta som observatør på lik linje med de andre forskerne, men med et ekstra fokus på kritisk tenkning. Denne studien er en kvalitativ studie basert på observasjonsnotater og transkripsjoner fra lydopptak og videoopptak fra datainnsamlingen i det større prosjektet. Datamaterialet er lyd- og video-transkripsjoner og observasjoner av 5.klassinger som arbeidet i grupper med en problemløsningsoppgave om brøk.

1.5 Oppgavens struktur

Studiens forskningsspørsmål er presentert i innledningen, og i kapittel to vil det teoretiske rammeverket for studien bli gjort rede for. Kapitlet starter med en dypere innsikt i definisjonen av begrepet kritisk tenkning før det knyttes opp mot matematikdidaktikk gjennom matematisk modellering og *numeracy*. Til slutt i teorikapitlet presenteres noen utdrag fra læreplanen knyttet opp mot kritisk tenkning.

I kapittel tre legger jeg frem den metodiske fremgangsmåten for studien så åpent og transparent som mulig. Til slutt i kapitlet belyses temaene troverdighet i forskning og etiske betraktninger opp mot min studie. Transkripsjoner fra elevenes gruppearbeid er hoveddelen i datagrunnlaget for denne studien, og noen utdrag fra dette gjengis i analysekapitlet. Funnene fra analysen av datamaterialet presenteres i kapittel fire og drøftes opp mot nevnte teori i kapittel fem. Til slutt vil jeg nevne noen av studiens begrensninger, knytte studien opp mot videre forskning på feltet og se på studiens implikasjoner.

2. Teori

I dette kapitlet blir det teoretiske grunnlaget for studien, som er med å belyse følgende problemstilling "Hvordan uttrykker elever på 5.trinn kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk?" lagt frem. På bakgrunn av problemstillingen vil jeg først legge frem en teoretisk gjennomgang av kritisk tenkning, som er det overordnede temaet i denne studien. Her vil jeg definere kritisk tenkning og se på hva det vil si å være en kritisk tenker. Videre vil jeg se på kritisk tenkning i en matematisk kontekst og knytte dette til *numeracy* og modellering. Til slutt vil jeg se på kritisk tenkning i læreplanen.

2.1 Kritisk tenkning

I denne delen vil jeg starte med å se på noen definisjoner av begrepet kritisk tenkning før jeg knytter kritisk tenkning spesifikt opp mot matematikdidaktikk. Det finnes flere ulike tilnærminger til begrepet kritisk tenkning og denne oppgaven vil se på det Lai (2011) kaller en filosofisk tilnærming.

2.1.1 Definisjon

Bailin et al. (1999b) hevder at begrepet kritisk tenkning må tydeliggjøres for lærere og utdanningssystemet, og prøver å konseptualisere begrepet *kritisk tenkning* og kjennetegn ved en kritisk tenker. Målet med artikkelen til Bailin et al. (1999b) er å definere og presentere konseptet kritisk tenkning på en slik måte av det favner hele begrepet kritisk tenkning. Kritisk tenkning skiller seg fra andre former for tenkning som for eksempel dagdrømming og må være rettet mot et mål eller hensikt, som for eksempel å svare på et spørsmål, ta en avgjørelse, løse et problem, utforme en plan eller gjennomføre et prosjekt (Bailin et al., 1999b, s.286). Her kommer det frem at tenkningen skal ha et mål.

En annen viktig del av konseptet kritisk tenkning er kvaliteten på tenkningen. Bailin et al. (1999b) hevder at tenkeren må strebe etter å nå en viss standard på tenkningen, og at tenkningen må nå denne standarden i tilstrekkelig grad, for at det skal kunne defineres som kritisk tenkning.

Bailin, Case, Coombs & Daniels (1999a) ser på misoppfatninger rundt kritisk tenkning og beskriver det som å utføre visse intellektuelle oppgaver i tilstrekkelig grad, uten å bruke spesifikke mentale prosesser eller følge en bestemt prosedyre. Dette kan for eksempel være prosessen frem mot å ta et velbegrunnet valg. For å kunne ta et valg bør en utføre intellektuelle oppgaver (tenkning) i tilstrekkelig grad, slik at en har nok grunnlag til å kunne foreta et valg. Dette kan gjøres uten å følge bestemte prosedyrer fordi det er kvaliteten på tenkningen, ikke tankeprosessene i seg selv, som skiller kritisk fra ukritisk tenkning (Bailin et al., 1999b s.288). Kritisk tenkning kan dermed beskrives som god eller *fornuftig tenkning*, definert som tenkning av tilstrekkelig kvalitet til å kunne foreta et valg.

Moon (2008) nevner også disse aspektene ved kritisk tenkning i sin gjennomgang av begrepet kritisk tenkning. Hun konkluderer med å definere kritisk tenkning som et vidt begrep som inkluderer både den mentale tenkende aktiviteten og representasjoner av denne tenkningen gjennom språk og handling. Kritisk tenkning omfatter konkret argumentasjon, som kan vise seg i f.eks. språk, der målet er å foreta en handling ved å ta et valg. Moon (2008) knytter dermed argumentasjon til kritisk tenkning og viser til dette som en måte å uttrykke kritisk tenkning på.

Ennis (2018) definerer kritisk tenkning som reflektert tenkning fokusert på å bestemme hva du skal tro eller gjøre. Denne definisjonen peker på målet med tenkningen, nemlig å kunne ta et valg slik Bailin et al. (1999b) og Moon (2008) også fokuserer på.

Vi kan dermed si at begrepet kritisk tenkning er brukt vidt, men at det kan defineres som reflektert tenkning, av god nok kvalitet, med et mål om å gjøre seg opp en mening for å kunne foreta et valg av handling, meninger eller ståsted.

Kritisk tenkning er knyttet til problemløsning ettersom problemløsningsoppgaver krever god tenkning og legger opp til at en tar valg, noe som er en viktig del av den kritiske tenkningen (Bailin et al., 1999b s.288). Problemløsnings situasjoner er dermed gode arenaer som legger til rette for kritisk tenkning, men all tenkning i arbeid med problemløsning vil ikke nødvendigvis være kritisk tenkning ettersom kvaliteten på tenkningen kan variere. For eksempel kan en bruke strategien *å prøve og feile*, uten å være kritisk til om løsningen man da finner er rett, eller om alle løsninger er relevante. Kritisk tenkning i denne sammenhengen inkluderer ikke bare gode vurderinger, men også hvordan man tenker kritisk i diskusjoner sammen med andre. Dette involverer hvordan man responderer konstruktivt på andre sine argumenter (Bailin et al.,

1999b s.289). En god kritisk tenker kan for eksempel skille mellom gode argumenter og personangrep.

2.1.1.1 Kritisk tenker

Ennis (2018) presenterer en liste over innstillinger (dispositions) og ferdigheter (abilities) for kritisk tenkning, disse er bearbeidet og fritt oversatt i tabell 1 (side 9). *Innstillingene* handler om hvordan man forbereder seg, møter andre i diskusjoner og tar valg.

Ferdighetene omhandler evner eller ferdigheter som knyttes til den ideelle kritiske tenkeren. En *ideell kritisk tenker* vil si et ideal av egenskaper og personlighetstrekk en kritisk tenker bør ha.

Under *innstillinger* i tabell 1 (side 9) finner vi fire ideelle innstillinger hos en kritisk tenker; å ha et åpent sinn, være forberedt, formulere seg presist og søke sannhet. Å ha et åpent sinn går ut på at den ideelle kritiske tenkeren ønsker å være oppmerksom på alternative synspunkter, vurdere disse seriøst og ta hensyn til det helhetlige bildet av situasjonen. Dette henger også sammen med innstillingen om å søke sannhet, gjennom å foreta valg eller endre stilling i en sak basert på tilstrekkelige bevis og, i den grad det er mulig, prøve å "få det riktig". Presise formuleringer, tydelige påstander eller spørsmål, klare argumenter og spesifikke begrunnelser for konklusjoner er viktig for den ideelle kritiske tenkeren, for også i egne tankeprosesser vil tenkeren være grundig og villig til å bytte standpunkt dersom bevisene taler for det. Vi kan dermed si at en ideell kritisk tenker ikke ønsker å holde tilbake informasjon, ta valg basert på følelser eller personlige preferanser, gi uklare argument eller ta ubegrunnede avgjørelser, men derimot søke sannheten gjennom å se hele bildet, bruke gode kilder og gi presise argumenter.

Ferdigheter (tabell 1 side 9) handler om ferdigheter en bruker i argumentasjon og når en skal gjøre seg opp en mening. En ideell kritisk tenker vil ha ferdigheter som å fokusere på spørsmålet som stilles, kunne både stille og svare på oppklarings spørsmål og analysere argumenter for å få større innblikk i en sak. En ideell kritisk tenker vil også ha evnen til å bedømme troverdigheten til en kilde og kunne bruke eksisterende kunnskap og bruke dette som grunnlag for å ta valg.

Under mer avanserte avklaringer vil ideelle kritiske tenkere ha evnen til å definere begreper og vurdere definisjoner, håndtere tvetydigheter riktig, være oppmerksom på og sjekke kvaliteten på egen tenkning (metakognisjon) og håndtere ting på en ordnet måte.

En ideell kritisk tenker - innstillinger	
Åpent sinn	Oppmerksom på alternative synspunktet, ha et åpent sinn og vurdere andres synspunkter seriøst, ta hensyn til det helhetlige bildet av situasjonen,
Forberedt	Bruke troverdige kilder, godt informert
Presis	Komme med tydelige påstander eller spørsmål, være så presis som mulig, gi klare årsaker og argumenter for konklusjoner,
Sannhetssøkende	Ta stilling til, ta valg, eller endre stilling til - med tilstrekkelig bevis, søke sannheten og prøv å " få det riktig " i den grad det er mulig
Ideell kritisk tenker - ferdigheter	
Grunnleggende avklaringer	Fokusere på spørsmålet Analysere argumenter Stille og svare på oppklarings spørsmål Forstå og bruke elementære grafer og matematikk.
Grunnlag for å ta valg	Bedømme troverdigheten til en kilde Observere og vurdere observasjonsrapporter / vurdere egne observasjoner Bruke eksisterende kunnskap som Bakgrunnskunnskap inkludert søkbar kunnskap Kunnskap om situasjonen/kontekst Tidligere etablerte konklusjoner
Slutninger	Gjennomføre deduktive slutninger, og vurdere disse Gjøre og vurdere induktive slutninger og argumenter Matematiske slutninger Argument og slutning til beste forklaring (antagelser) Vurdere slutninger knyttet til verdier
Avansert avklaring	Definere begreper og vurdere definisjoner Håndtere tvetydighet riktig Oppdage og vurdere usagte antagelser Tenke i antagelser / gi egne tankeeksperiment med antagelser Håndtere bruk av feil merkelapper Være oppmerksom på, og sjekke kvaliteten på egen tenkning ('metakognisjon') Håndtere ting på en ordnet/ryddig måte
Nyttig	Retorikk, veltalende

Tabell 1: Ferdigheter og innstillinger basert på (Ennis, 2018) fritt oversatt

Bailin et al. (1999b) er kritisk til Ennis sin måte å liste opp kriterier for en kritisk tenker på, slik han også gjorde i Ennis (1987), og mener dette skaper mer forvirring og oppmuntrer lærere til å tenke på oppdraget med å utvikle kritisk tenkning hos elevene som bare et spørsmål om å lære de et sett med nye og separate ferdigheter eller evner.

Bailin et al. (1999b) mener intellektuelle ressurser er det som best kan karakterisere en kritisk tenker og presenterer fem typer intellektuelle ressurser:

1. Bakgrunnskunnskap
2. Operasjonell kunnskap om standarder for god tenkning
3. Kunnskap om sentrale kritiske konsepter/begreper
4. Heuristikk (strategier, prosedyrer osv.)
5. Mentale vaner/sinnsvaner

Bakgrunnskunnskap inkluderer kunnskap om kontekst, eksisterende konsepter og relevante moralske hensyn. Den aktuelle dybdekunnskapen, forståelsen og erfaringen en person har på et område, er avgjørende for hvorvidt personen klarer å tenke kritisk på dette området (Bailin et al., 1999b s.290), og danner personens bakgrunnskunnskap. Dybdekunnskap, forståelse og erfaring er nyttig, og en som tar i bruk dette i sin tenkning, kan dermed kalles en kritisk tenker. I tabell 1 (side 9) plasserer Ennis (2018) bakgrunnskunnskap under grunnlag for å ta valg og deler bakgrunnskunnskap inn i søkbar eller tilgjengelig kunnskap, kunnskap om konteksten og etablerte konklusjoner. Bakgrunnskunnskap kan også henge sammen med det å være forberedt gjennom å være godt informert og prøve å få et bilde av hele situasjonen. Ut fra dette har Ennis (2018) og Bailin et al. (1999b) lignende beskrivelser av begrepet bakgrunnskunnskap i denne sammenhengen, men Bailin et al. (1999b) legger større vekt på å forstå konteksten.

Operasjonell kunnskap om standarder for god tenkning handler om å kunne vurdere egen og andres tenkning (Bailin et al., 1999b). Målet er å handle etter uuttalte kriterier og kunne vurdere egen og andres kritiske tenkning ut fra de samme kriteriene. Gjennom innstillingen om å søke sannhet gjennom å samle informasjon før en tar valg trekker Ennis (Tabell 1 side 9) frem viktigheten av like kriterier i diskusjon med andre. Under vurdering av slutninger og i den mer avanserte avklaringen der en vurderer egen og andres tenkning og antagelser legger Ennis (2018) vekt på den samme ferdigheten som Bailin et al. (1999b) til å vurdere egen og andres tenkning. Noe av det Bailin et al. (1999b) kritiserer Ennis for er å liste opp disse kriteriene som de derimot mener ikke kan defineres.

Kunnskap om *sentrale kritiske konsepter*, uten nødvendigvis å kunne definere disse, handler om å ha kjennskap til kritiske konsepter som for eksempel premiss og konklusjon, gode argumenter i diskusjoner, moralsk skjønn og gyldige bevis (Bailin et al., 1999b). Ennis (Tabell 1 side 9) nevner under slutninger noen kritiske konsepter som

induktive og deduktive slutninger i tillegg til verdibaserte slutninger, men Bailin et al. (1999b) har mer fokus på begreper innenfor argumentasjon og bevisføring.

Heuristikk, nummer fire av Bailin et al. (1999b) sine fem punkter, er strategier som å gi eksempler, lage en for-og-imot liste, dele opp et problem i mindre problemer, bruke moteksempler eller diskutere problemet med en mer kunnskapsrik person. Disse strategiene hjelper oss til å tenke kritisk og ta valg, og en kritisk tenker bør ha et repertoar av slike strategier (Bailin et al., 1999b). Ferdighetene i Tabell 1 (side 9) kan være slike strategier som hjelper oss i kritisk tenkning.

Mentale vaner handler om at det ikke er nok å bare ha intellektuelle ressurser, man må også ha mentale vaner til å bruke disse ressursene etter standarden av god tenkning (Bailin et al., 1999b). Dette inkluderer også å anerkjenne verdien av kritisk tenkning og, som vi ser i Tabell 1 (side 9), å ha et åpen sinn og søke sannhet .

Når vi sammenligner Ennis (2018) sine punkter i tabell 1 (side 9) med Bailin (1999b) sine kategorier av intellektuelle ressurser ser vi at de for det meste handler om det samme, men at Ennis er mer konkret i sin fremstilling, noe som Bailin et al. (1999b) er kritisk til.

Et annet aspekt ved kritisk tenkning som Bailin et al. (1999b) fremhever er *bevissthet*. Ser vi på definisjonen på kritisk tenkning fra tidligere, kan vi si at det er en viss bevissthet rundt det å være en kritisk tenker ettersom målet med den kritiske tanken er å bestemme hva du skal tro, mene eller gjøre. Et aktuelt spørsmål å stille her er: kan dette også være ubevisste prosesser som gjøres automatisk?

Som nevnt i definisjonen (2.1.1) bør kritisk tenkning ha som mål å svare på spørsmål, løse et problem eller ta et valg, og Bailin et al. (1999b) mener det bevisste ønsket om å oppfylle uttalte krav til god tenkning er en forutsetning for kritisk tenkning.

If someone were inadvertently to fulfil relevant standards in their thinking, but had not intentionally attempted to fulfil them, they would not generally be regarded as having engaged in critical thinking. To be engaged in critical thinking one must be aware that there are such standards and must be striving to fulfil them. (Bailin et al., 1999b s. 287)

Denne tenkningen må ha en viss standard, som for eksempel at valgene er tatt på bakgrunn av gode begrunnelser. Tenkeren må også være klar over denne standarden,

uten nødvendigvis å kunne gjengi den, og ha et ønske om å oppfylle den. Kritisk tenkning er dermed i følge Bailin et al. (1999b) en bevisst handling og ikke noe som skjer tilfeldig.

2.1.2 Kritisk tenkning i matematikk og numeracy

Til nå har jeg sett på kritisk tenkning generelt knyttet til utdanning uten å knytte det opp til noe spesifikt fagområde. Videre vil jeg se på kritisk tenkning innenfor matematikdidaktikk. Askew (2015) sammenfatter litteratur som inneholder det å være kritisk i matematikk. En del av denne forskningen fremhever behovet for elever som tenker kritisk om hvordan matematikk blir brukt, utviklingen av demokrati og matematikkens rolle i samfunnet (Skovsmose, 1998; Wake 2015; Watson, 2009). Askew (2015) deler det å være kritisk i matematikk inn i tre aspekter. Disse tre er:

- 1) være kritisk innenfor en bestemt matematisk modell
- 2) være kritisk i valget av matematisk modell
- 3) være kritisk til hva som modelleres matematisk

Sikko & Grimeland (2020) hevder at det ikke er så enkelt å svare på hva det vil si å være kritisk i matematikk, spesielt ikke på de laveste trinnene i grunnskolen, men ser på hvordan aspektene til Askew (2015) kommer til uttrykk hos barn.

Å være kritisk innenfor en bestemt matematisk modell vil si å reflektere over effektiviteten, spørre om metoden gir et svar eller representerer data på en god måte. Askew (2015) argumenterer for at dette henger sammen med yngre elever som starter å tenke kritisk. Eksempler på dette kan være at elever som arbeider med større tall finner ut at det ikke er effektivt å telle seg frem til en løsning, eller elever som i arbeid med brøk oppdager at visuelle figurer må være nøyaktige for at de skal være hensiktsmessige.

Å være kritisk til valget mellom matematiske modeller vil si å være kritisk til modeller og hvilke sterke og svake sider de har, hva modellen fokuserer på og hva de ignorerer. Et eksempel på dette kan være å være kritisk til bruk av lengdemodellen i brøk og mene at arealmodellen er mer hensiktsmessig dersom konteksten er pizza. Dette kan også være å stille seg spørsmål om hvilke begrensninger denne modellen har.

Å være kritisk til det som modelleres matematisk vil si å se på matematikk som et instrument i å skape nye og opprettholde gamle verdier (Askew, 2015). Dette kan for

eksempel være matematiske modeller som brukes til å forsterke politiske, økonomiske eller sosiale forhold, og å være kritisk til det som modelleres matematisk kan være å påpeke disse verdiene og bruken av matematikk til å fremme disse. Dette kan knyttes opp mot Bailin (1999b) sin intellektuelle ressurs *bakgrunnskunnskap*, ettersom tenkerens bakgrunnskunnskaper kan gi et større bilde av konteksten og avsløre verdier som blir modellert sammen med det matematiske innholdet i modellen.

Askew (2015) er en av få som skriver om kritisk tenkning i matematikk og knytter dette til *numeracy*. Jain & Rogers (2019) baserer seg på Watson (2009) og knytter også kritisk tenkning sammen med *numeracy*. Rosa & Orey (2015) definerer *numeracy* som individets evne til å oppfatte hvordan matematikk brukes i deres egne sosiokulturelle sammenhenger, til å anvende matematiske ideer, prosedyrer og praksis i forskjellige sammenhenger og til å bruke matematikk kritisk og å reflektere over dens konsekvenser (Rosa & Orey, 2015). Wake (2015) definerer *numeracy* som anvendelse av matematisk kunnskap, ferdigheter og forståelse med mål om å løse problemer i meningsfulle situasjoner, og knytter *numeracy* til matematisk modellering. Skovsmose (1998) hevder at begrepet *literacy* betyr mye mer enn bare å kunne lese og skrive. Paulo Freire brukte dette begrepet om ferdigheter til å forstå verden rundt seg (Skovsmose, 1998 s.199) og *numeracy* kan derfor inngå som en matematisk literacy. Begrepet *Mathemacy* brukes på samme måte om mer enn å kunne regne, men heller som refleksjonskompetanse innenfor matematikk, modellering og problemløsning (Skovsmose, 1998).

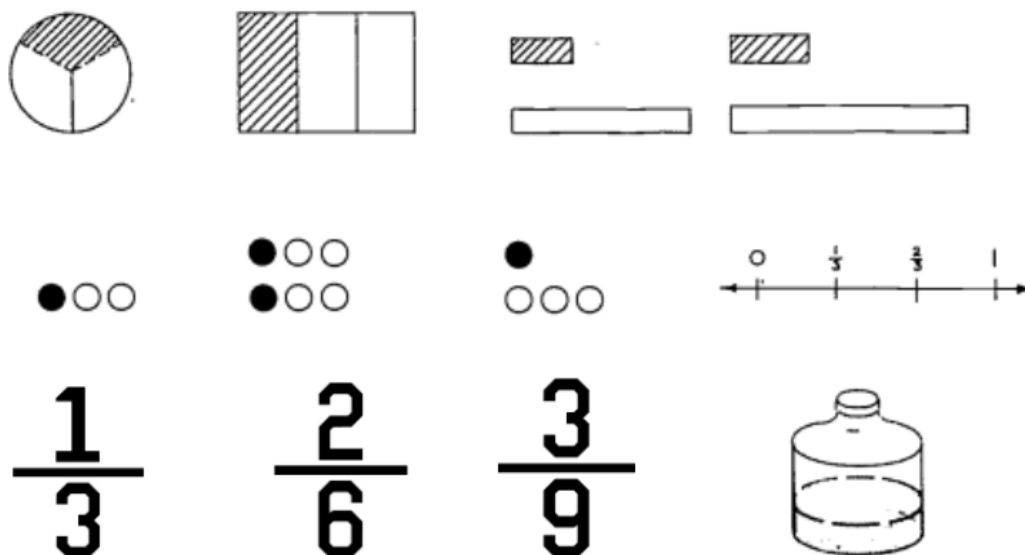
Rosa & Orey (2015) definerer *literacy* som den hverdagsinformasjonen eleven har kapasitet til å behandle, og begrepet er mye større en leseferdigheter. *Matheracy* er kapasiteten eleven har til å tolke og analysere tegn og koder for å kunne foreslå modeller og finne løsninger på problemer i hverdagen. *Matheracy* kan forstås som evnen til å tolke og håndtere tegn og koder, samt evnen til å både forstå og bruke modeller i hverdagen (Rosa & Orey, 2015). *Matheracy* fokuserer på kritiske refleksjoner over matematikkens rolle i samfunnet. *Matheracy* og *Mathemacy* er begge begreper for *literacy* innenfor en matematisk kontekst og brukes om det samme som *numeracy*. Askew (2015) hevder at kritisk tenkning er en naturlig del av *numeracy* og at begrepet *critical numeracy* er overflødig ettersom *numeracy* uten kritisk tenkning ikke er *numeracy* (Askew 2015 s. 708). Geiger et al. (2011) støtter dette ved å si at *numeracy* innebærer å bruke matematisk informasjon til å ta avgjørelser og gjøre vurderinger. Videre vil jeg bruke begrepet *numeracy* i henhold til Askew (2015) sin definisjon.

2.2 Matematisk modellering

Blum (2009) referer til matematisk modellering som relasjonen mellom matematikk og virkelighet. Modellering i matematikken innebærer å utarbeide et problem hentet fra det virkelige liv, gjør det om til en matematisk modell, løse problemet, og til slutt analyserer og drøfter resultatene i lys av situasjonen fra det virkelige liv problemet ble tatt ifra. Wake (2015) presenterer også dette synet på matematisk modellering og kobler det opp mot *numeracy*.

2.2.1 Modeller i brøk

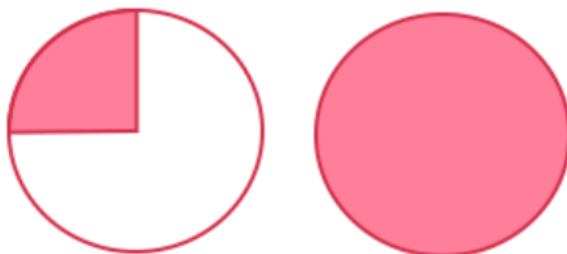
En matematisk modell vil i denne sammenhengen si noe som modellerer noe annet. Det kan for eksempel være en tegning eller figur som blir brukt for å visuelt representere et problem. En brøk er i seg selv en modell ettersom den modellerer en størrelse eller et forhold. Brøk er, i likhet med andre matematiske objekter, abstrakte, og må dermed representeres (Lesh, 1976). Brøk kan representeres på flere ulike måter, figur 1 viser flere ulike måter å representere en tredjedel på (Lesh, 1976).



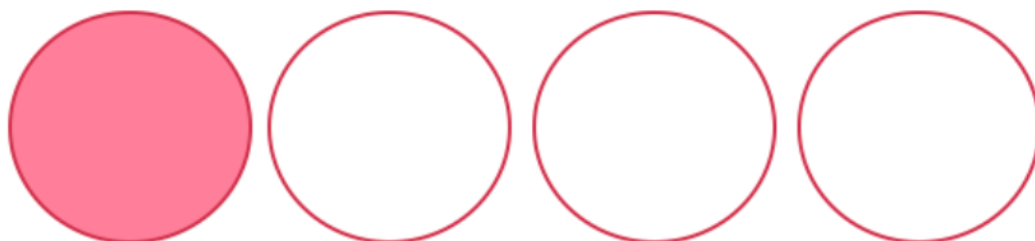
Figur 1: Representasjoner av en tredjedel. Deler fra (Lesh, 1976 s.22)

Brøk kan også ses på som måling, operator, kvotient og ratio (Van de walle, Reeder & Utley, 2017). Et viktig konsept innenfor brøk er konseptet om hel- del (Lamon, 2005; Van De Walle, 2014). Når det er snakk om hel-del er det viktig å være klar over hva

helheten er (Lamon, 2005; Van de Walle, 2014). $\frac{1}{4}$ kan for eksempel være en kvart sirkel om helheten er en sirkel som i figur 2. eller en hel sirkel om helheten fire sirkler som i figur 3.



Figur 2: $\frac{1}{4}$ av en sirkel og en hel sirkel.



Figur 3: Fire sirkler, der $\frac{1}{4}$ er farget.

Arealmodellen er vanlig metode for modellering innen brøk og hjelper elever med å visualisere del av hel (Van De Walle, 2014). Det er det definerte arealet som er helheten og denne er delt opp i flere biter. Brøken sier noe om forholdet mellom deler og helheten. De to første modellene i figur 1 viser arealmodellen. Den ene er sirkelformet, den andre rektangulær. Mengdemodell en annen vanlig metode for modellering innen brøk, og innenfor en mengdemodell er helheten forstått som en samling av objekter og delene er subgrupper av denne helheten (Van De Walle, 2014). Figur 3 kan ses på som en mengdemodell der du har en mengde av helheten fargelagt. Et annet eksempel kan være at $\frac{1}{3}$ av 6 pizza er 2 pizzaer.

Deling er en naturlig del av arbeide med brøk (Van de Walle, 2014), $\frac{a}{b}$ er det samme som a delt på b og dette kan hjelpe noen elever til å få en større forståelse av brøk som konsept. $6 : 24$ kan også skrives som $\frac{6}{24}$ og denne brøken kan forkortes til $\frac{1}{4}$ som igjen er en kvart eller 0,25.

En typisk misforståelse blant elever er å tenke at en brøk kan si noe om størrelsen på delen eller helheten, men brøken sier bare noe om forholdet mellom delene og helheten. 6 biter av en familiepizza delt i 24 biter er ikke nødvendigvis like mye som 1 bit av en porsjonspizza delt i 4 biter selv om $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

Van de Walle (2014) mener modeller, og spesielt fysiske modeller, er viktig for elevers utvikling av brøkforståelse ved at arbeid med fysiske verktøy leder til bruk av mentale modeller. Ulike modeller eller representasjoner fokuserer på ulike sider av konseptet, og bruken av flere modeller kan hjelpe elevene å se sammenhenger mellom de ulike sidene av konseptet brøk.

2.3 Kritisk tenkning i læreplanen

I denne delen vil jeg se systematisk på bruken av begrepet kritisk tenkning gjennom den overordnede delen til læreplanen (LK20) og læreplanen i matematikk (LK20). Denne delen av teorikapittelet er relevant for diskusjonen i kapittel 5.

2.3.1 Overordnet del

Som en del av formålet med opplæringa står det at elever skal lære å tenke kritisk.

«Skolen skal bidra til at elevene blir nysgjerrige og stiller spørsmål, utvikler vitenskapelig og kritisk tenkning og handler med etisk bevissthet.» (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Videre forklares kritisk og vitenskapelig tenkning slik: *«Kritisk og vitenskapelig tenkning innebærer å bruke fornuften på en undersøkende og systematisk måte i møte med konkrete praktiske utfordringer, fenomener, ytringer og kunnskapsformer.»*

(Utdanningsdirektoratet, 2020b) I den overordnede delen til læreplanen (LK20) brukes formulering kritisk tenkning ni ganger i tillegg til formuleringer som stille spørsmål, være nysgjerrige, granske og kritisere, vurdere kilder, kritisk refleksjon, utforskende og kreativ tenkning, god dømmekraft, evne til å reflektere, gjøre vurderinger, forholde seg kritisk og reflektere.

2.3.2 Læreplan i matematikk

I den overordnede delen til læreplanen (LK20) i matematikk under delen med fagrelevans og sentrale verdier står det at *«Matematikk skal bidra til at elevene utviklar eit presist språk for resonnering, kritisk tenking og kommunikasjon gjennom abstraksjon*

og *generalisering*» (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Videre defineres kritisk tenkning i matematikk som vurdering av resonnement og argument med hensikt å forberede elevene på å ta egne valg (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Innenfor kjerneelementet modellering og anvendelse finner vi igjen kritisk vurdering. Her handler det om å kritisk vurdere gyldighet og anvendelse av modeller (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

I kompetansemålene for 2.trinn finn vi begrep som reflektere over, utforske og eksperimentere. Videre i undervisvurderingen kommer ordet undring inn. «*Elevane viser og utviklar òg kompetanse i matematikk når dei undrar seg, stiller matematiske spørsmål og forklarar og argumenterer for eigne løysingar.*» (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Utforske og eksperimentere kommer igjen i kompetansemålene for 3. og 4.trinn. Begrepet undring er tatt bort i kompetansemåla for 5., 6., 7. og 8. trinn og det er lagt større vekt på resonnering og argumentasjon. I kompetansemåla for 9. trinn kommer kritisk tenkning inn i arbeid med statistikk. Videre står det ikke noe mer om kritisk tenkning før en kommer til standpunktvurderingen etter 10. trinn der læreren skal legge til rette for at eleven får vist sin kritiske kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

Oppsummert kan vi se at kritisk tenkning er et viktig begrep i de overordnede dokumentene, men at det ikke kommer konkret frem i kompetansemålene hvordan kritisk tenkning skal gjennomføres i praksis. Kritisk tenkning er en viktig del av alle fag og er noe elevene blir vurdert i ved slutten av grunnutdanningen. Det kan dermed se ut til at kritisk tenkning er en del av all undervisning også i matematikkfaget.

3. Metode

Denne studien er en kvalitativ studie med observasjon som metode. I dette kapitlet vil jeg redegjøre for metoder som er brukt i sammenheng med undersøkning av forskningsspørsmålet: "Hvordan uttrykker elever på 5.trinn kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk?". Videre ønsker jeg å gå litt grundigere gjennom konteksten for studien og prosjektet studien er knyttet opp til før jeg ser nærmere på min studie og metoden observasjon. Videre ser jeg på analyseprosessen og troverdighet i forskningen før jeg avslutter kapitlet med noen etiske betraktninger.

3.1 Konteksten

Konteksten for studien er deltakelse i et forskningsprosjekt ved Institutt for Lærerutdanning (NTNU) med fokus på utforskende matematikkundervisning og literacy. Metoden i prosjektet er *Lesson Study*, der forskere planlegger og gjennomfører øktene sammen med lærere ved skolene. Jeg var med og observerte med et spesielt fokus på kritisk tenkning. I fortsettelsen vil jeg beskrive prosjektet og *Lesson study* som er forskningsmetoden i prosjektet og en del av konteksten til min studie.

3.1.1 Prosjektet

Datainnsamlingen i denne oppgaven inngår i et større prosjekt som fokuserer på samspillet mellom IBL (Inquiry Based Learning; undersøkende og utforskende arbeidsmåter), matematisk literacy og utvikling av faglig kompetanse.

Forskningsspørsmål i prosjektet ser på hvordan fokus på literacy i realfag kan bidra til at undersøkende og utforskende arbeidsmåter utvikler fagkompetansen til grunnskoleelever i realfag. Metoden i prosjektet er *Lesson Study*, der forskere ved Institutt for Lærerutdanning (NTNU) planlegger øktene sammen med lærere ved skolene som deltar i prosjektet. Datamaterialet som samles inn er lydopptak fra planlegging, gjennomføring av undervisningsøkt, refleksjon og redesign, ny gjennomføring av undervisning og refleksjon av øktene. Lærerne og elevene i prosjektet blir også intervjuet. Prosjektet har pågått over flere år og de samme elevene har deltatt gjennom hele prosjektet. Årets datainnsamling for dette prosjektet er også datainnsamling til min studie. Jeg har i utgangspunktet bare tatt for meg to undervisningstimer og sett bort i fra intervjuene og planleggings- og refleksjonsfasene.

3.1.2 Lesson study

Ettersom *Lesson study* er metoden for det overordnede prosjektet som denne studien er en del av, og denne metoden er med på å forme konteksten og utformingen av undervisningsøkten, er det naturlig å ta med en gjennomgang av denne metoden som en del av metodekapittelet. *Lesson study* som forskningsmetode er en type aksjonsforskning og har sine røtter fra asiatiske forskning (Huang, Gong & Han, 2016), betegnes som «hands on» forskning (Cohen, Manion & Morrison, 2017) og kjennetegnes ved at en tester ut teorier i praksis. Fernandez & Yoshida (2004) beskriver *Lesson study* som en prosess der forskere og lærere planlegger, gjennomfører, observerer og evaluerer undervisningen sammen. I planleggingsfasen bruker man den enkeltes erfaringer og tilgjengelige ressurser i diskusjonen rundt planleggingen og ender med et dokument som beskriver den planlagte undervisningsøkten i detalj. Et viktig prinsipp ved *Lesson study*-konseptet er at alle parter, forskere og lærere, investerer like mye og får likt eierskap til prosjektet.

Datagrunnlaget som ble samlet inn som en del av prosjektet var lydopptak fra planleggingsøkter, gjennomføring, gruppearbeid og vurderingsøkter, intervju med elever, observasjonsnotater fra lærere, videoopptak av felles gjennomgang i klasserommet og videoopptak fra en gruppe i hver undervisningstime. En vanlig del av *Lesson study* metoden er å samle inn data gjennom lyd- og videoopptak (Olsen & Wølner, 2017). Dette gir muligheter for å analysere undervisningen enda nøyere i etterkant og fange opp ting som ikke blir lagt merke til av observatørene. Det gjør det også enklere å inkludere flere forskere i prosjektet uten at disse fyller opp klasserommet. Datamaterialet kan sammenlignes med data fra andre klasserom og brukes til videre arbeid med forbedring av undervisningspraksiser.

3.2 Min studie

3.2.1 Kvalitative metoder

Dette er en kvalitativ studie med observasjon som metode. Kvalitative forskningsmetoder ser på verden som kompleks, der en ikke kan undersøke en ting uten å ta hensyn til påvirkningen fra alt rundt, og måler størrelser som ikke er fysisk målbare, men ser etter meningsskaping og verden slik den oppleves for den enkelte deltakeren (Guba, 1981). En kan dermed si at kvalitativ forskning er deltakersentrert.

Formålet med denne studien er å undersøke hvordan elever på femte trinn uttrykker kritisk tenkning i arbeid med brøk. For å kunne si noe om dette valgte jeg å observere elever i en *Lesson study*-setting der de arbeidet i grupper med brøk. I tillegg ble det tatt video og lydopptak av samtaleene for å senere kunne gå gjennom på nytt og se på om det kom frem noe som tyder på kritisk tenkning i arbeid med brøkoppgaven. Å observere elevene gav meg innblikk i hvordan de samarbeidet og dynamikken i gruppen underveis, og mye mer informasjon enn tegninger eller bilder av arbeidet ville gjort. Intervju eller spørreskjema ville ikke vært like hensiktsmessig ettersom studien undersøker om elever tenker kritisk når de arbeider med brøk og ikke hva de selv tror de gjør. Det var også praktisk å kunne observere elever som deltok i et langvarig *Lesson study*-prosjekt, fordi dette gjorde elevene tryggere på situasjonen med forskere, lydopptakere og filmkamera i klasserommet, og at jeg kunne være der og observere elevene i aksjon i en konkret undervisningssituasjon og ikke bare studere datamaterialet i etterkant.

Det er umulig å være hundre prosent objektiv i en kvalitativ studie ettersom en forsker på menneskelig oppførsel. Forskeren påvirker de personene den forsker på, og disse påvirker forskeren i samme grad (Guba, 1981). Når en leter etter sannheter, er det sannhet i kontekst, og ikke universelle sannheter, som er målet fordi en undersøker virkeligheten slik den fremstår for den enkelte. Dette kan være uuttalte holdninger, bakenforliggende strømninger, antatte sannheter, normer eller verdier. Til forskjell fra annen forskning som gjerne foregår i et laboratorium, foregår denne type forskning ute i verden der det som undersøkes påvirkes av andre faktorer. Studiens kvalitet måles ut fra relevans eller ekstern validitet (Guba, 1981). Denne studien vil dermed ikke kunne beskrive den absolutte sannheten om hvordan barn på 5.trinn tenker, men ved å studere disse elevene kan man likevel få noe innsikt, som igjen får konsekvenser for undervisningspraksis.

3.2.2 Observasjon

For å svare på forskningsspørsmålet i denne studien har jeg valgt å bruke observasjon. Dette er en vanlig forskningsmetode innenfor samfunnsforskning, og preges av naturalismens tanker om at den sosiale verden skal studeres i sin naturlige situasjon (Tjora, 2012). Som en del av forskningsprosjektet reiste jeg sammen med forskerne (NTNU) til skolen for å observere elevene i deres naturlige setting. Elevene fikk da bli i klasserommet og delta i undervisningen samtidig som de deltok i forskningsprosjektet. På denne måten kunne jeg være til stede og observere elevene i deres naturlige situasjon: arbeidet i grupper med en problemløsningsoppgave knyttet til brøk, og ikke

bare analysere datamaterialet i etterkant. Noe av det unike med observasjonsstudier er at man får tilgang til sosiale situasjoner som ikke er tolket av de involverte (Tjora, 2012). Deltakerne handler i sin naturlige setting og disse handlingene observeres av forskeren. En slipper dermed å bruke mye av tiden til de som undersøkes eller å fjerne de fra deres naturlige situasjoner.

Generelt sett kan en forsker sine antagelser påvirke forskerens fokus i observasjonen (Postholm, 2005). Forskeren må derfor være åpen for at fokus eller tema endres underveis i forskningen, og være klar over sin egen forutinntatthet.

Min observasjon kan kalles semi-strukturert observasjon siden jeg på forhånd hadde planlagt hva jeg skulle se etter, men også var åpen for å notere ting som ble sagt eller gjort utover observasjonsskjemaet (se vedlegg 1). Observasjon handler om å fange det som skjer og registrere det i form av notater eller transkripsjoner slik at det kan analyseres senere. Observasjon kan deles i strukturert og ustrukturert observasjon (Dalland, 2012; Robson, 2002). Strukturert observasjon går ut på at en på forhånd har planlagt hva man ser etter og noterer dette i for eksempel et observasjonsskjema. Ustrukturert observasjon er mer åpen for hva som kan skje og noterer det som fanger interessen i øyeblikket.

Min rolle i observasjonene var å være observatør, og var statisk ved at jeg fulgte en gruppe gjennom hele skoletimen og påvirket samtalen i liten grad. Postholm (2005) bruker begrepet fullstendig observatør om denne rollen. Jeg var til stede, men satt utenfor gruppen og gjorde ingenting som kunne distrahere gruppen, for eksempel med lyd eller store bevegelser. Det eneste som kan ha påvirket forskningen var min tilstedeværelse sammen med de andre forskerne. Det at det var mange fremmede i rommet kan ha påvirket hvor trygge elevene var og hvor mye de var engasjert i oppgaven. Elevene var kjent med denne typen situasjon siden de har vært en del av prosjektet i flere år, så det kan ha påvirket de mindre enn andre elever som ikke har denne erfaringen. Observatørens rolle kategoriseres ut fra om en er synlig eller skjult og om en er aktiv eller passiv (Tjora, 2012). Interaktiv observasjon er en synlig observatør som både kan være aktiv og passiv. Jeg hadde en passiv rolle ved at jeg ikke deltok i samtalen med elevene.

3.2.3 Datagrunnlag

Alle som var inne i klasserommet og observerte i dette prosjektet hadde et observasjonsskjema der de noterte og krysset av på. Jeg har bare tatt utgangspunkt i mitt observasjonsskjema, som i tillegg hadde et ekstra fokus på kritisk tenkning. Vedlegg 1 viser observasjonsskjemaet jeg hadde under observasjonen. I gjennomgangen og

oppsummeringen så jeg spesielt etter om elevene stilte spørsmål eller var kritiske på andre måter. Under gruppearbeidet så jeg etter om elevene var kritiske til valg av modell, kritiske innenfor modellen, kritiske til hva som modelleres, vurderte løsningen eller var kritiske til andre ting.

Feltnotater og observasjonsskjema er dokumentasjonsmetoder der det noteres ned tanker, hendelser og detaljer. Et observasjonsskjema som er laget på forhånd kan inneholde informasjon som er viktig å få med som for eksempel klassetrinn, klokkeslett og fag. Skjemaet kan også inneholde egne bokser for de ulike delene av timen og noen fokuspunkter slik at en vet hva en skal se etter. Det er spesielt nyttig med et felles observasjonsskjema om det er flere som skal observere, da det gjør det lettere å sammenligne resultatene.

I arbeidet med analyse av datamaterialet var det nyttig å ha lydopptak og videoopptak fra datainnsamlingen i tillegg til egne observasjoner. I denne datainnsamlingen hadde vi tre lydopptakere som ble fordelt på ulike elev-grupper. Lydopptakeren lå midt på bordet og elevene viste ingen tegn på at de ble distraheret av lydopptakeren.

Lydopptak er en måte å dokumentere det som skjedde under observasjonen og er nyttig for å kunne bekrefte de observasjoner som er gjort. Ved bruk av lydopptak kan en høre gjennom situasjonen flere ganger, og dette gjør at en kan oppdage ting en ikke fikk med seg i observasjonen. Lydopptak gjør det også lettere å få med et større datamateriale. Observatøren kan bare delta i en gruppe om gangen, men en kan ta lydopptak av flere grupper som arbeider samtidig og dermed spare tid og få et større datagrunnlag.

I datainnsamlingen til denne oppgaven er det videoopptak fra to grupper, en fra hver gjennomføring, og læreren plasserte elever som ikke lar seg så lett påvirke av filmingen ved kameraet. Videoopptak er den innsamlingsmetoden som samler inn mest data (Tjora, 2012). Det er ikke alltid så lett å få med seg hvem som sier hva når en for eksempel bare har lydopptak, og videoen kan også gi informasjon om håndbevegelser, tegninger, ansiktsuttrykk og hvem som snakker. Videoopptak krever mye utstyr og kan påvirke innsamlingen ved at elevene vet at de blir filmet.

3.3 Gjennomføring av datainnsamling

I denne delen av kapittelet vil jeg gå gjennom gjennomføringen av datainnsamlingen ved å presentere prosjektet, min rolle som forsker i prosjektet, utvalg og håndtering av datamaterialet.

3.3.1 Utvalg

Den utvalgte klassen var allerede en del av prosjektet og fra mitt ståsted var det en tilfeldig 5.klasse ettersom jeg ikke viste noe annet om klassen en dette.

Forskningen gjennomføres på femte trinn på en barneskole i et tettbygd område i nærheten av en av Norges største byer. Det var 30 elever i klassen fordelt på 14 gutter og 16 jenter, og elevene ble delt i to grupper på 15 elever i hver. Klassen beskrives ellers som en "normal" klasse. Undervisningsøkten var på ca. 90 minutter for hver gruppe, og ble holdt av en lærer klassen kjente godt fra før. Gruppene ble delt i 5 mindre grupper med 3 elever i hver og elevene satt i disse gruppene gjennom hele økten. Klasserommet var en del av en åpen løsning med flere klasserom, men det var ingen andre i de andre delene av rommet. Hver gruppe fikk tilgang til én stor papp-plakat, fargeblyanter, ark, ruteark, tusjer og linjaler. Utvalget besto dermed av alle elevene i en 5.klasse delt på to undervisningsøkter og fordelt i grupper på 3 elever.

3.3.2 Gjennomføring

Denne delen presenterer gjennomføringen av datainnsamlingen kronologisk gjennom først å presentere planleggingsmøtet, deretter første økt og så andre økt.

Datainnsamlingen startet med et planleggingsmøte der masterstudenten og fire forskere fra NTNU, to fra naturfagdidaktikk og to fra matematikdidaktikk, reiste ut til skolen og hadde et planleggingsmøte med en inspektør/koordinator og fire kontaktlærere fra 4.-6. trinn. Målet for planleggingen var å forberede undervisningsøkten. Det ble brukt mye tid på dette møtet til å utforme oppgaven elevene skulle arbeide med. Noen av spørsmålene som ble stilt var «Hvordan sikrer vi at oppgaven handler om brøk?», «Hvor er elevene i brøkforståelse?», «Hvordan kan vi begrense oppgaven, men samtidig ha den åpen?», «Hvordan legger vi opp til mest mulig refleksjon og samtale på gruppene?» og «Hvilke vurderingskriterier skal vi fokusere på?».

Dette er oppgaven slik den ble formulert i planleggingsøkten. (Den elevene fikk utdelt var formulert litt annerledes, men poenget er det samme):

Det skal arrangeres klassefest for en klasse på 24 elever, og 6 foreldre har bakt pizza. Finn to ulike måter å dele opp pizzaen på. Hvilken måte synes dere er best? Begrunn svaret.

Det var 15 elever i den første økten, og disse var fordelt på 5 grupper med 3 i hver. Tre lærere og tre forskere (inkludert masterstudenten) var fordelt utover gruppene og observerte økten. En lærer, som kjenner elevene, ledet økten. Økten startet med en felles gjennomgang i 10 -15 minutter av oppgaven og litt avklaringer. Her kom det frem at en åpen oppgave kan ha flere mulige svar og at teller, nevner, brøkstrek, deling, hel, halv, kvart og fjerdedeler er uttrykk som handler om brøk. Læreren fokuserte på at de skulle forklare hva de tenkte og bruke brøkuttrykk når de arbeidet med oppgaven.

Etter gjennomgangen arbeidet elevene med oppgaven i gruppene. De hadde fått tilgang til utstyr som plakat, fargeblyanter og linjal, og de skulle lage en plakat der de viste frem hva de hadde tenkt. Elevene jobbet med oppgaven i 50 minutter før gruppene presenterte plakatene sine for resten av klassen. Deretter var det en felles gjennomgang der det kom frem at hver enkelt ikke får mer pizza selv om pizzaen deles i flere biter, at ikke alle oppgaver bare gir ett svar og at flere brøker kan bety det samme. Noen av elevene hadde den løsningen de synes var vanskeligst som favoritt og andre mente den som var lettest eller gikk fortest var favoritten. Datamaterialet fra denne økten er lydopptak fra 3 grupper, refleksjonsnotater fra 5 grupper og videoopptak fra en gruppe, som var den gruppen jeg observerte.

Etter den første økten samlet lærerne og forskerne seg for å reflektere over økten, og de ble enige om å ikke endre noe før den andre økten. Den andre økten startet veldig likt den første. I denne økten var de andre 15 elevene jevnt fordelt på 5 grupper, og det var like mange observatører som i første økt. Den samme læreren startet med en felles gjennomgang i 10-15 minutter. Her kom det frem at det finnes mange ulike svar på en åpen oppgave, at nevner, teller, brøkstrek, deling/divisjon, halv, hel, kvart er ord og uttrykk som handler om brøk, at flere brøker kan bety det samme og at flere biter gir mindre biter. Læreren presiserte at elevene skulle forklare det de tenkte og bruke brøkuttrykk. Oppgaven ble lest for elevene før gruppene begynner å jobbe.

Etter at elevene hadde arbeidet med oppgaven i 50 minutter, var det en felles gjennomgang der gruppene startet med å presentere arbeidet sitt. I avslutningen kom det frem at en ikke får mer pizza selv om en deler i flere biter og at kvart kan skrives

som brøk på flere måter. Elevene hadde også lært litt om viktigheten av samarbeid og gode forklaringer. Datamaterialet fra denne økten er lydopptak fra 3 grupper, refleksjonsnotater fra 5 grupper og videoopptak fra en gruppe. Her observerte jeg en av gruppene med lydopptaker og ikke video. Etter andre økt samlet lærerne og forskerne seg igjen og reflekterte over begge øktene. Her kom det frem at læreren ville arbeide videre med konseptet likeverdige-brøker i klassen.

3.3.3. Oppgaven elevene arbeidet med

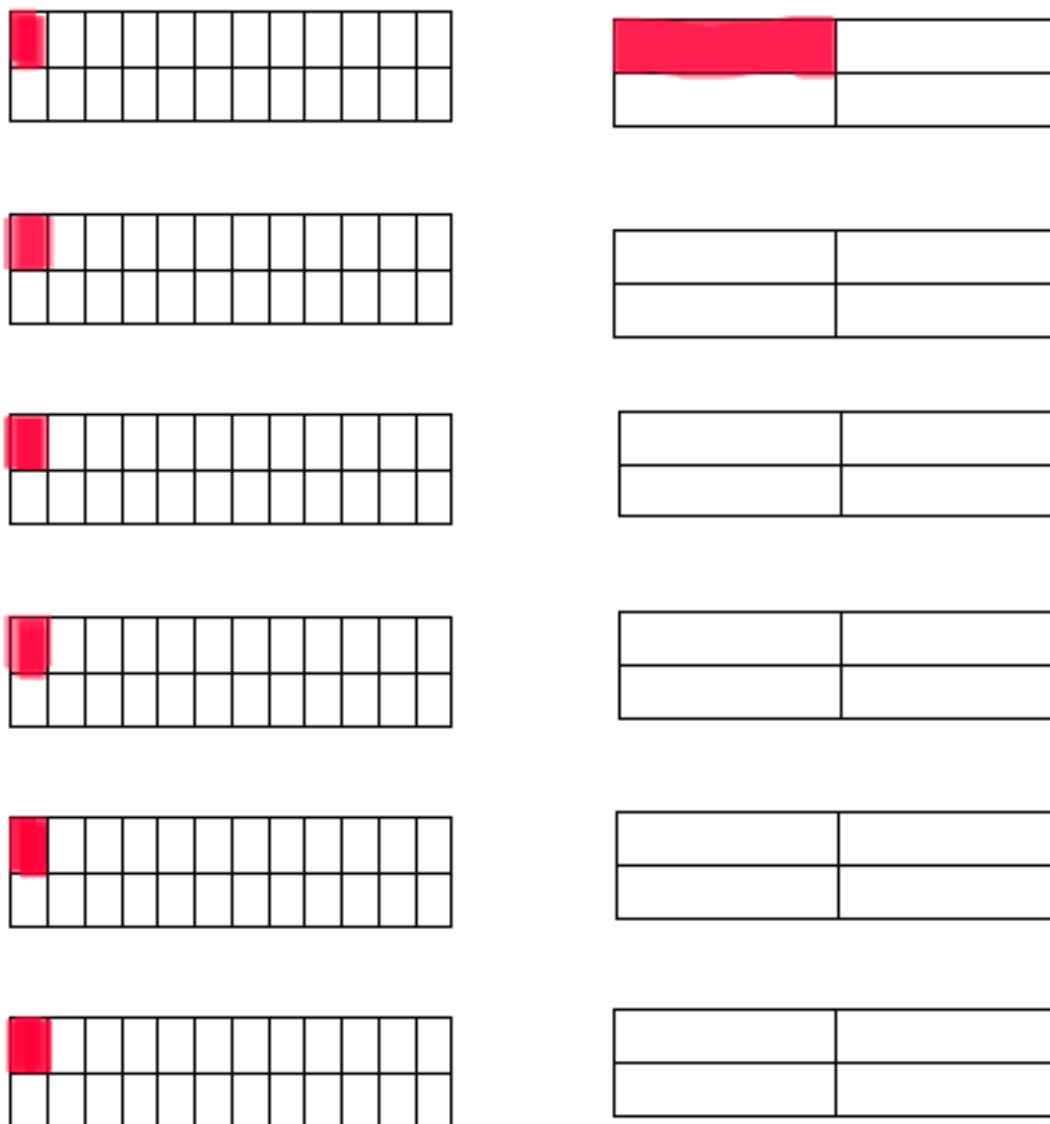
Oppgaven elevene fikk utdelt ble først lest høyt før de fikk den utdelt på et ark der det også var et bilde av en pizza delt i biter. Oppgaven lød slik:

En klasse med 24 elever skal arrangere klassefest. Det skal serveres pizza, og 6 foreldre har bakt hver sin rektangulære pizza i langpanne. Pizzaene skal fordeles likt på de 24 elevene. Presenter minst to ulike løsninger. Hvilken løsning er deres favoritt?

Oppgaven ble nøye gjennomgått felles, slik at elevene ikke skulle misforstå oppgaveteksten. I begge øktene presiserte læreren hva det vil si at pizzaen er rektangulær, og at gruppa skulle presentere to løsninger på en plakate.

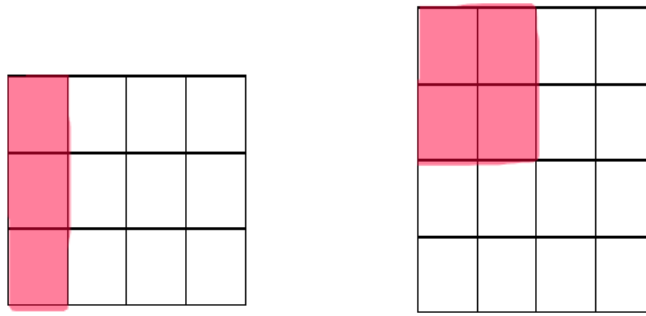
En måte å løse oppgaven på er å tegne 6 pizzaer og dele hver av disse i 24 biter slik at hver elev får 6 små biter. Hver elev får da 6 pizzastykker der hvert stykker er $\frac{1}{24}$ av en hel pizza, og hver person får til sammen $\frac{6}{144}$ av all pizzaen.

En annen måte er å dele de 6 pizzaene i 4 biter slik at det blir 24 pizzastykker til sammen og hver elev får 1 stor bit. Hver elev får da ett pizzastykke som er $\frac{1}{4}$ av en hel pizza og til sammen $\frac{1}{24}$ av all pizzaen. Se Figur 4 for en visuell representasjon av disse to løsningene. Forkorter vi brøken $\frac{6}{144}$ får vi $\frac{1}{24}$. Det er altså like mye pizza i de to løsningene selv om pizzaene er delt opp ulikt. Ser vi på figur 4 ser vi at $\frac{1}{4}$ av pizzaen delt i 24 biter er 6 stykker.



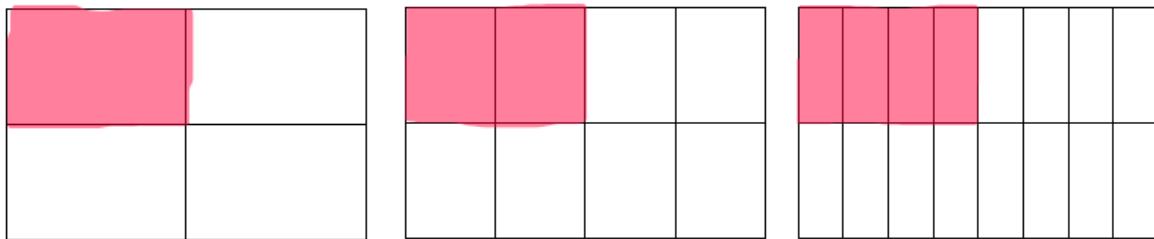
Figur 4: Forslag til løsning på oppgaven

Det er også andre måter å løse oppgaven på. Det er mulig å dele hver pizza i 12 biter slik at hver elev får 3 pizzastykker hver, eller i 16 biter der hver elev får 4 pizzastykker hver. Begge disse gir hver elev $\frac{1}{4}$ av en pizza slik vi ser i figur 5.



Figur 5: $\frac{3}{12}$ og $\frac{4}{16}$.

Når vi ser på $\frac{1}{4}$ ser vi at dette er det samme som $\frac{2}{8}$ eller $\frac{4}{16}$ det kan også representeres på flere måter. Dette presenteres i figur 5 og 6.



Figur 6: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$ og $\frac{4}{16}$

3.4 Analyseprosessen

3.4.1 Transkripsjoner

Det ble samlet inn lydopptak av begge øktene og av planleggings- og refleksjonsmøtene. I denne studien fokuserer jeg på transkripsjoner fra gruppene som elevene jobbet i under gjennomføringene og spesielt de to gruppene jeg observerte, en i hver økt. Jeg startet med å høre gjennom den første gruppen jeg observerte. Deretter brukte jeg video-opptaket og observasjonsnotater for å bekrefte lydopptakene og fylle inn der det manglet noe eller det var uklart hvem som snakket. Så valgte jeg en annen gruppe fra den første økten og transkriberte den også. Videre transkriberte jeg lydopptaket fra gruppa som ble filmet i den andre gjennomføringen og den gruppa jeg observerte fra den andre økten. Jeg valgte å ikke transkribere resten av datamaterialet fordi det var

vanskelig å skjønne hva elevene snakket om når jeg bare hadde lyden og ikke hadde vært der selv og sett på når de arbeidet eller hadde filmopptak av arbeidet.

Jeg transkriberte bare de faglige delene av samtalen og utelot samtaler om fritidsaktiviteter. Fokuset mitt i denne studien er på elevene, så jeg har fokusert på de delene der elevene snakker med hverandre og i stor grad utelatt lærerens kommentarer. En grunn til dette er at denne studien har fokus på hvordan elevene uttrykker kritisk tenkning, og læreren styrte i stor grad samtalen når hun var til stede eller kommenterte andre ting, som lydnivå og arbeidsmoral. Elevene har fått fiktive navn i transkripsjonen, og når jeg ikke visste hvem som kom med kommentaren, heter personen bare «Elev». De ulike gruppene har også fått en bokstav som forteller hvilken gruppe de var med i (se tabell 2), og alle kommentarer i transkripsjonen er nummererte.

Gruppe	Elever
R	Emma, Markus og Ida
B	Emil, Leah og Noah
L	Lukas, Linnea og Sofie
N	Amanda, Sara og Elias

Tabell 2: Oversikt over gruppene i transkripsjonen

3.4.2 Analyse av datamaterialet

I denne delen vil jeg gå gjennom prosessen med å analysere datamaterialet og formidle hvordan analysen ble gjennomført i detalj. Gjennom analysen så jeg etter hvordan elever uttrykker kritisk tenkning i transkripsjonene basert på kategoriene til Askew (2015) og tabell 1 (side 9). Funnene fra analysen blir presentert i kapittel 4, og diskutert i kapittel 5.

Jeg så på alle kritiske innspill som kom frem i gruppa og hvilke av disse som var kritiske til modellen eller det som ble modellert. Deretter knyttet jeg funnene opp mot Askew (2015) sine tre kategorier og brukte definisjonene av kategoriene fra teorikapittelet (side 12) til å kategorisere funnene.

Videre tok jeg utgangspunkt i tabell 1 (side 9) og foretok en systematisk gjennomgang av transkripsjonene, og markerte diskusjoner eller situasjoner der elevene måtte ta stilling til noe, for eksempel hvilken løsning de likte best (oppgaveteksten), for å fremheve tegn på de ulike innstillingene og ferdighetene fra Ennis (2018).

Deretter kategoriserte jeg funnene i kategorier etter hva elevene var kritiske til. Disse kategoriene er effektivitet i arbeidet, det praktiske ved presentasjon av arbeidet og realistiske aspekter ved oppgaveteksten. Funnene basert på tabell 1 (side 9) er kategorisert som egne kategorier. Her er *ferdighetene* bakgrunnskunnskap og metakognisjon trukket ut som egne kategorier og *innstillingene* åpent sinn, presis og sannhetssøkende samlet som en kategori.

3.4.3 Induktiv/deduktiv

Denne studien kan kategoriseres som induktiv siden jeg dro ut for å observere og samle data, og ikke for å teste ut teorier eller hypoteser. Kvale og Brinkmann definerer *induksjon* som «en prosess der man observerer et antall tilfeller for å si noe generelt om den gitte gruppen med tilfeller.» (Kvale og Brinkmann, 2019, s.224). Gjennom analysen har jeg gått vekselvis mellom induktiv og deduktiv analyse. Jeg startet induktivt ved å markere episoder der elevene viste tegn til kritisk tenkning før jeg knyttet disse opp mot kategoriene til Askew (2015). Videre søkte jeg mer deduktivt etter tegn på kritisk tenkning ved at jeg lette aktivt etter tegn på innstillingene og ferdighetene i tabell 1 (side 9). I kvalitativ forskning med mennesker veksler en gjerne mellom induktiv og deduktiv analyse. En induktiv forsker samler først inn data og bruker så en teori for å tolke de innsamlede dataene. En deduktiv forsker tar med seg teorier og hypoteser ut og tester disse i datainnsamlingen.

3.5 Troverdighet i forskningen

I denne delen vil jeg se på troverdigheten til forskning ved å se på de fire begrepene til Tjora (2012) gyldighet, generaliserbarhet, pålitelighet og gjennomsiktighet og knytte disse opp mot denne studien.

3.5.1 Gyldighet

Begrepene gyldighet, kredibilitet og intern validitet beskriver hvorvidt det er en logisk sammenheng mellom forskningsspørsmålet, det en ønsker å finne svar på og funn og utformingen til prosjektet (Cohen et al, 2017; Guba, 1981; Tjora, 2012). For å finne svar på hvordan elever på 5.trinn uttrykker kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk, var jeg til stede i klasserommet for å observere elevene i en planlagt problemløsningsaktivitet. Å forske i klasserommet gir kredibilitet

gjennom det at en undervisningsøkt inneholder mange av de komponentene som er relevante for undervisning generelt. Konklusjonene kan dermed overføres til å gjelde i andre tilsvarende klasserom.

Dette kapittelet har som hensikt å sikre gyldighet ved å presentere gjennomføringen av forskningen og valg som er tatt underveis i datainnsamling og analyse. For å sikre gyldighet anbefaler Tjora (2012) åpenhet rundt hvordan forskningen er gjennomført og spesielt rundt valg som er tatt gjennom prosessen. Denne datainnsamlingen foregikk som nevnt over en dag og vil ikke betegnes som "over lang tid", men elevene i studien hadde vært med i prosjektet over flere år og var kjent med å få besøk av forskere. Elevene hadde dermed fått mulighet til å venne seg til forskerne og det utstyret de hadde med for datainnsamlingen. Dette bidro til at klassen var mer naturlig under datainnsamlingen enn en klasse som ikke var vant med forskere til stede. Det ville tatt unødvendig lang tid om jeg skulle ha bygget opp denne tryggheten til bare min datainnsamling.

Ved å bruke mye tid på datainnsamling og observere over en lengre periode, minimerer en faren for forhastede konklusjoner, forhindrer at forskeren kommer inn og påvirker datainnsamlingen og gir mulighet til å styrke relasjoner mellom deltakerne (Guba, 1981). Dette er spesielt relevant når det forskes på barn som lett blir distraheret av nye mennesker og utstyr som lydopptakere og videokamera.

Jeg har gjennom denne prosessen diskutert studien med andre masterstudenter, familie, lærerkollegier og veileder. Dette har jeg gjort for å sikre gyldigheten til studien, se egen utvikling innenfor det som studeres og sikre at jeg ikke ser meg blind på studien. Det er fordelaktig at forskeren diskuterer studien med noen utenfor prosjektet (Tjora, 2012). Tilbakemeldinger fra andre kan avklare om studien svarer på forskningsspørsmålet, inneholder et gjennomgående argument, er logisk og virker troverdig.

3.5.2 Generaliserbarhet

Generalisering eller overførbarhet handler om at studien er overførbar til andre situasjoner og at forskningen ikke bare er gyldig for dette ene tilfellet (Guba, 1981; Tjora, 2012).

Innenfor naturalistisk generalisering er det den som leser forskningen som bestemmer om det er relevant for den situasjonen de er i (Guba, 1981; Tjora, 2012). Konteksten og utvalget er nøye beskrevet tidligere i dette kapittelet, og jeg har hatt som mål å beskrive dette så detaljert som mulig slik at leseren lettere skal kunne avgjøre om forskningen er

overførbar til sin egen situasjon. Forskningen trenger ikke være relevant for alle, men vil i større grad være relevant for de som er innenfor samme kontekst. For eksempel vil en studie om kritisk tenkning i matematikk på femte trinn være relevant for lærere som underviser i matematikk på barneskolen.

Denne studien bruker for det meste lydopptak og observasjonsnotater, men også videoopptak. Dette betegnes som *tykke data* og er datainnsamlingsmetoder som gir mye informasjon (Tjora, 2012). Det er vanlig i *Lesson study*-metoden å bruke lydopptak, video og observasjonsnotater i datainnsamlingen. Alle disse er gode datainnsamlingsmetoder, men det foretrekkes at en bruker video ettersom dette gir mest informasjon. I transkribering av datamaterialet oppdaget jeg at videoopptak gav mer og viktig informasjon utover lydopptakene og observasjonene. Mye informasjon i datagrunnlaget styrker generaliserbarheten gjennom at konteksten blir tydeligere og det dermed er enklere for andre å ta i bruk studien. Tykke data kan også styrke påliteligheten gjennom at forskerens tolkninger av datamaterialet blir mindre avgjørende.

3.5.3 Pålitelighet

Pålitelighet handler om hvorvidt forskningen er uavhengig av forskeren, og man kan stille spørsmålet om en får samme utfall om noen andre utfører studien, for å teste påliteligheten (Guba, 1981; Tjora, 2012). Denne studien er knyttet opp mot et større forskningsprosjekt ved NTNU. Selve *Lesson study*-en skal ikke være avhengig av den som gjennomfører, og alle deltakere skal ha så god kjennskap til økten at en kan trekke tilfeldig hvem som gjennomfører den. Det var flere som observerte i økten, og dette gjør mine observasjoner mindre avhengig av meg enn om jeg var den eneste observatøren. Ettersom studien er en masteroppgave, vil påliteligheten bli tatt med som en naturlig del av vurderingen. Å kontrollere påliteligheten går ut på at en ekstern person kontrollerer datainnsamlingen og analysen for å se etter nettopp dette, om forskningen er pålitelig.

3.5.4 Gjennomsiktighet

Gjennomsiktighet inkluderer åpenhet om valg som er tatt gjennom forskningsprosessen, hva som påvirker og hvordan en reflekterer rundt egen refleksjon (Tjora, 2012). Som nevnt er hensikten med dette kapittelet å forsøke å beskrive alle valg og handlinger så detaljert som mulig. En del av det å være transparent, omhandler åpenhet rundt hva forskningen kan og ikke kan si noe om (Tjora, 2012). I konklusjonen (side 52) vil det reflekteres rundt studiens begrensninger og resultatenes implikasjoner.

3.6 Etske betraktninger

3.6.1 Samtykke

Siden denne studien er en del av et større prosjekt hadde elever, foreldre og lærere allerede samtykket i deltakelse i prosjektet og fått den nødvendige informasjonen. Det kan være problematisk å bruke barn som informanter i forskning, og disse skal vernes om i større grad enn voksne (NESH, 2016 s.20). Elevene i prosjektet er med fra de er ca. 6 år til de er ca.12, og får alderstilpasset informasjon kontinuerlig gjennom hele perioden, og de kan når som helst trekke seg fra prosjektet. Elevene får mer informasjon etter hvert som de blir eldre og skjønner mer av hva forskning handler om. Barn over syv år skal bli informert og få mulighet til å si sin mening (NESH, 2016 s.20). Foreldrene får også informasjon og mulighet til å trekke sitt barn fra prosjektet når som helst om de måtte ønske det. Det er derfor viktig at både barn og foreldre skjønner hva de er med på, hvilke rettigheter de har og har samtykket i deltakelsen.

3.6.2 Databehandling

Prosjektet har godkjenning fra NSD (vedlegg 2). Lydopptakene fra datainnsamlingen ble håndtert etter NTNU sine forskrifter for håndtering av sensitiv informasjon. Lydfilene ble lagret på en kryptert minnepinne frem til transkriberingen og all personlig informasjon som navn på lærer og elever ble anonymisert i transkripsjonene. All sensitiv informasjon ble slettet etter prosjektet var fullført.

4. Analyse

I dette kapitlet vil jeg presentere funnene fra min analyse av datamaterialet. Funnene vil bli drøftet videre i neste kapittel. Analysen tar utgangspunkt i observasjonsskjema og transkripsjoner fra lydopptakene. Kapitlet har som hensikt å belyse hvordan elever på 5.trinn uttrykker kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk. I del to av kapitlet vil jeg oppsummere analysen fra del en opp mot de to underspørsmålene i problemstillingen.

4.1 Analysen

Videre vil jeg presentere de seks kategoriene av funn, nevnt i metodekapitlet, med eksempler fra datamaterialet. Det kommer først en gjengivelse av hendelsen, deretter en bit fra datamaterialet og til slutt knyttes dette opp mot teori.

4.1.1. Effektivitet i arbeidet

En ting som går igjen i transkriberingene og observasjonsnotatene er at elevene er kritiske til effektiviteten. Dette kan være fordi metoden går for tregt eller ikke gir noen løsning eller at fordelingen av arbeidsoppgaver ikke er effektiv. Vi finner det å være kritisk til effektiviteten i arbeidet innenfor Askew (2015) sin første kategori å være kritisk innenfor den matematiske modellen.

En elev er kritisk til effektiviteten ved å tegne 6 helt like pizzaer og mener de heller burde tegne en og så skrevet "x6" ved siden av. Han gjentar også dette helt mot slutten når gruppa oppsummerer arbeidet.

L95 Lukas: Nå tenkte jeg på noe. Hvorfor lagde vi ikke bare en pizza og tok gange 6? Vi kunne spart så mye tid.

Lukas viser tegn til å være kritisk innenfor en matematisk modell utfra Askew (2015) sine tre kategorier. Modellen i denne sammenhengen er tegningene av pizzaer, og Lukas er kritisk til utformingen av modellen. Lukas stiller ikke spørsmål til konteksten med pizza, men til utformingen, og dermed kan vi kategorisere det som innenfor modellen. Denne hendelsen kan dermed handle om praktiske spørsmål rundt presentasjonen, men

begrunnelsen for å endre utformingen er for å spare tid, og ikke for å gi en bedre presentasjon og dermed er den plassert under effektivitet.

Emma og Markus mener det skal være 80 pizzastykker til sammen og prøver å finne ut om det stemmer ved å telle, men finner ut at telling ikke er en effektiv strategi. Emma stiller spørsmål ved hvordan vi kan vite at det er 80 biter, de har allerede prøvd å telle og kom til 51 før de gav opp.

R52 Emma: Nå skjønner jeg ingenting av det jeg har gjort her. Du kan få telle du.

Emma ombestemmer seg og teller over igjen

R53 Emma: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51. Her..

Emma gir arket til Markus.

R54 Markus: Hvor langt hadde du kommet?

R55 Emma: Har ikke peiling. Bare tell to ganger du så er jeg fornøyd.

Markus begynner å telle, men gir opp.

R56 Markus: Nei, vi vet at det er 80 pizzastykker.

R57 Emma: Vet vi det?

Emma og Markus er kritiske til effektiviteten innenfor den matematiske modellen som er tegninger av 80 pizzastykker. Det fremstår også som om Emma er kritisk til om de vet svaret uten telle-metoden. Man kan si at elevene er kritiske til valg av modell som er det andre punktet til Askew (2015), men de viser ingen tegn til å være kritiske til modellen, kun til tellemetoden og dens effektivitet i å gi et svar.

Leah er opptatt av at de skal rekke å få ferdig to løsninger før timen er over og prøver å få Emil til å finne en løsning til, samtidig som hun tegner den første løsningen. Emil fortsetter å følge med på det Leah gjør i stedet for å se etter en ny løsning.

B147 Leah: Emil, du er nødt til å komme opp med enda en ny ide. Hvis ikke rekker vi det ikke.

B152 Emil: Nei du skal på 21. ... 1,2,3 ... og så må du telle hver ... så må du ta ...

B153 Leah: 9 cm ... Emil, du kan ikke følge meg, du er nødt til å finne på en ny ide.

B154 Emil: Ja, en ny ide.

- B158 Leah: Vi har ikke så mye tid. Noah, kan du hjelpe Emil?
- B159 Emil: Jeg tror det bare finnes en ide. ... Hva om vi tar en sånn tegnemåte?
- B160 Leah: Ja, men du må også forklare.
- B168 Emil: Hva om vi sniker oss på andre folk og skygger hva de gjør?

Leah er kritisk til effektiviteten innenfor en matematisk modell, og til om de fullfører oppgaven. Hun foreslår en omorganisering av arbeidsoppgaver og presiserer to ganger at det handler om tid. Modellen i denne situasjonen er plakaten og måten til løser oppgaven på. Leah bruker ikke modellen som argument for at de har dårlig tid mot slutten av økten, og fremstår dermed ikke som kritisk til modellen, men innenfor modellen. Emil ser ut til å ha mistet interessen for oppgaven eller å være så fornøyd med første løsning at han ikke ser behovet for en til. Han viser likevel tegn til å ville hjelpe Leah ved at han foreslår å tegne noe eller finne en løsning hos en annen gruppe. Man kan også argumentere for at Emil og Leah ikke er kritiske i denne situasjonen, men at Leah maser på grupped medlemmene som har mistet konsentrasjonen.

Emil forklarer Leah hvordan man kan fordele 24 pizzastykker slik at hver person får fire pizzastykker. Leah er ikke enig i måten Emil teller på. Poenget til Emil er at hvis hver person får fire pizzastykker så er det bare nok til seks personer, og det er 24 personer i oppgaven. Leah innser at hun har tenkt feil om antall elever.

- B21 Emil: Nå har vi 24 stykker, Leah. Hvis de skal få 4 stykker hver. ...den får firestykker, den fire stykker, den fire stykker, den fire stykker, den fire stykker, den fire stykker (*Emil viser på tegningen*). Så får 1, 2, 3, 4, 5 og 6. Det er 6 personer
- B22 Leah: Nei, det blir 1, 2, 3, 4, ... 1,2,3,4 det her er personene. Det her er ikke personene. Hvorfor teller du sånn?
Leah viser nedover og bortover tegningen til Emil
- B23 Emil: Nei, de får fire stykker hver... 1,2,3,4 ...hvis de får fire stykker hver så har de bare nok til 6 personer.
- B24 Leah: Ja, og det er bare ... åååh.
- B25 Emil: Det er 24 barn ikke 6 barn.
- B26 Leah: Ok, tegn opp 5 pizzaer til.

Emil og Leah er begge kritiske til effektiviteten innenfor den matematiske modellen av pizzastykker. Leah forstår modellen på en annen måte enn Emil, men Emil prøver å få frem at Leahs forslag med å gi fire stykker til hver ikke er en god løsning. Emil gir uttrykk

for at han er kritisk til om Leahs fremgangsmåte er en effektiv måte å komme frem til en løsning på. Å være kritisk til effektiviteten handler også om det å komme frem til en løsning, og her ser det altså ut som at både Emil og Leah mener den andre ikke kommer frem til en løsning med sine fremgangsmåter. Det kan se ut til at Emil ønsker å ha et åpent sinn fra tabell 1 (side 9) ved at han tar Leah sin løsning seriøst ved å vise at det ikke går opp med fire pizzastykker på hver person.

4.1.2 Det praktiske ved presentasjon av arbeidet

Det andre som kommer frem i observasjoner og transkripsjoner av datamaterialet er at elevene er kritiske til det praktiske rundt det å skulle lage en plakat som skal presenteres for klassen. Denne kategorien er knyttet til del to av den første kategorien til Askew (2015); Å være kritisk innenfor en bestemt matematisk modell. Her fokuseres det på at data representeres på en god måte innenfor den matematiske modellen. Elevene er kritiske til hva de skal skrive, hvor stort de skal tegne og hvordan plakaten skal se ut til slutt. Fra tabell 1 (side 9) basert på Ennis (2018) kan vi også trekke inn det å være presis, her med tanke på utforming av plakaten.

Leah er kritisk til om de får plass til å tegne 6 pizzaer på plakaten de har fått utdelt. Emil mener det er plass og prøver å hjelpe henne ved å vise hvor det er plass på plakaten. Litt senere har hun brukt opp plassen og får ikke plass til den siste pizzaen. Emil lurte derfor på hvorfor hun har plassert pizzaene med så stor avstand til hverandre.

- B109 Emil: Nei, men vi må tegne 5 pizzaer til. Der må du skrive 6 og så må vi lage 5 pizzaer til.
- B110 Leah: Da må vi viske alt dette ut for å få plass til de 5 pizzaene.
- B111 Emil: Nei, vi skal ha de på siden av hverandre.
- B112 Leah: Hvordan får vi til det?
- B113 Emil: Se her, her får vi plass til to, her får vi plass til en. Her får vi plass til en og her får vi plass til en.
- B170 Leah: Jeg har bare 5 pizzaer. Hvordan skal jeg få plass til enda en pizza?
- B171 Emil: Hvorfor lager du så store avstander?

Leah er kritisk til at modellen representerer data på en god måte hvis de ikke får plass til den siste pizzaen, og Emil mener Leah har utnyttet plassen dårlig. Diskusjonen angår hvorvidt de får plass til alle pizzaene og vi kan dermed argumentere for at samtalen

handler mer om det praktiske rundt presentasjonen enn om modellen representerer data på en god måte. Både Emil og Leah ser ut til å ha et ønsket om å få plass til alle pizzaene på plakaten, dette kan være begrunnet i en innstilling om å være presis som den kritiske tenkeren fra tabell 1 (side 9).

En gruppe har funnet en løsning der de har delt de 6 pizzaene i til sammen 48 biter slik at hver av de 24 elevene får 2 biter hver. De tegner pizzaene og deler de opp. Så skal to på gruppa fargelegge hver sin bit for å vise at det er to biter til hver elev. Den ene spør derfor hvorfor den andre fargelegger en bit "nedpå der", og ikke for eksempel ved siden av den første biten.

Sofie fargelegger en bit et annet sted på arket enn der Lukas fargela sin bit

L114 Lukas: Hvorfor tar du en nedpå der?

Lukas er kritisk til om modellen representerer data på en god måte om bitene som er fargelagt er så langt unna hverandre. Det fremstår som om Lukas ønsker å være presis i utformingen av plakaten. Han viser dermed tegn på å ønske å oppnå denne innstillingen fra tabell 1 (side 9).

Emma spør hvilken farge pepperonien på pizzaen skal ha og en annen svarer med spørsmålet om det har noe å si hvilken farge pepperonien har, og på en annen gruppe har noen hentet blå fargeblyanter til å tegne pizza med. Har farge noe å si når vi jobber med brøk i en kontekst av pizza?

R123 Emma: Hvilken (farge) er best på pepperoni?

R124 Markus: Er det så nøye?

N28 Elev: Er pizzaen blå?

Eleven er kritisk til at modellen representerer data på en god måte hvis pizzaen er blå, men Markus er kritisk til at det er fargen som er det viktigste og mener modellen vil representere data på en god måte uavhengig av fargen på pepperonien.

Trenger alle pizzabitene være like store? Amanda mener de som får mindre pizza kan få mer godteri. Sara er kritisk til denne påstanden og begrunner den med at det ikke står noe i oppgaven om at det er godteri på festen. Det er uklart i transkripsjonen om Amanda sikter til de seks pizzaene eller pizzastykkene som disse er delt i.

- N6 Amanda: Pizzaen trenger ikke være like store. ... Da får de mer godteri.
- N7 Sara: Det står ikke at det er godteri på festen.

Amanda er kritisk til om pizzaen i modellen trenger å være helt like for at modellen representerer data på en god måte. Sara peker på oppgaveteksten og bruker dette som en kilde i argumentasjonen mot Sara sitt forslag om at figurene ikke trenger å være like store. Hun er kritisk til Amanda sin utforming av modellen og gir uttrykk for at godteri ikke er en del av modellen.

4.1.3 Realistiske aspekter ved oppgaveteksten

Det tredje som går igjen i transkripsjonene og observasjonsnotatene er at elevene er kritiske til realistiske aspekter ved oppgaveteksten og valget av matematisk modell. Dette er kommentarer som handler om hvor realistisk det er at seks foreldre klarer å bake helt like pizzaer eller at alle elevene spiser like mye. Denne kategorien kan knyttes til bakgrunnskunnskap fra Bailin et al. (1999b), kunnskap om situasjonen/konteksten fra Ennis (2018) og Askew (2015) sin andre kategori å være kritisk til valget av matematisk modell.

Sara lurer på hvordan foreldrene klarer å bake helt like pizzaer. Amanda foreslår at de kanskje bruker den samme oppskriften. Dette er ikke et godt nok svar for Sara som fortsatt lurer på hvordan pizzaene blir helt like. På en annen gruppe lurer Emil også på dette når han spør hvordan de klarer å se forskjellen på pizzaene.

- N9 Sara: Men hvordan klarer seks foreldre å lage helt lik pizza?
- N10 Amanda: Det kan hende de bruker oppskrift.
- N11 Sara: Ja, men hvordan klarer de å få de helt like?
- B118 Emil: Hvordan er det de vet forskjellen på pizzaen?

Knytter vi dette opp mot Askew (2015) kan vi si at de er kritiske til valg av modell. Modellen i denne sammenhengen er gitt i oppgaveteksten og er 6 hjemmebakte pizzaer som skal være helt like. Det ser ut til at Emil er opptatt av de praktiske konsekvensene av formuleringen når han lurer på hvordan de ser forskjell på seks helt like pizzaer. Elevene viser dermed tegn til å være kritiske til det realistiske ved oppgaveteksten. Elevene har også med seg en bakgrunnskunnskap som kan forstås som en viktig faktor i at de er kritiske til oppgaveteksten.

Elevene er også kritiske til fordelingen av pizza likt på 24 elever. Det kan jo hende en er syk eller ikke liker pizzaen. Amanda mener det ikke er mulig at en er syk siden regnestykket da blir umulig å regne ut.

- N13 Amanda: 24 delt på 6 er fire.
- N14 Sara: Er det riktig løsning? Hva hvis en er syk da?
- N15 Amanda: Det går ikke an at en er syk. Hva er 23 delt på 6? Det går ikke an.
- L17 Elev: Hva om den ene ikke liker pizzaen?

Elevene er kritiske til valget av matematisk modell, og igjen er det det realistiske ved oppgaven de stiller spørsmål ved. Elever kan bli syke. Dette er bakgrunnskunnskap som elevene har med seg fra sin egen hverdag og gjør at de er kritiske til oppgaveteksten.

4.1.4 Bakgrunnskunnskap

Det siste funnet er at elevenes eksisterende kunnskap som kunnskap om situasjonen eller konteksten gjør at de er kritiske til de realistiske aspektene ved oppgaveteksten. I forrige avsnitt «Realistiske aspekter ved oppgaveteksten» så vi at elevene tok med seg bakgrunnskunnskap fra egne erfaringer med fordeling av pizza, og brukte dette til å stille spørsmål til de realistiske aspektene ved oppgaveteksten. Sara (N9-N11) kan ha bakgrunnskunnskap som sier at når ulike personer lager hver sin pizza så blir ikke pizzaene like, eller at det er vanskelig å lage flere helt like pizzaer. Hun stiller derfor spørsmål om hvordan seks foreldre klarer å lage seks helt like pizzaer. Amanda foreslår at de kanskje har brukt den samme oppskriften og viser med dette at hun har kunnskap om konteksten utover det som står i oppgaven: nemlig at en gjerne bruker oppskrift når en lager pizza, og at det kan bidra til at pizzaene blir like.

4.1.5 Åpent sinn, presis og sannhetssøkende

Markus har funnet en løsning på oppgaven, men Emma er ikke helt overbevist om at den stemmer. Læreren kommer innom, og Markus forklarer løsningen en gang til, men resten av gruppa tror fortsatt ikke på han. Da han for fjerde gang kommer med den samme løsningen svarer Emma at hun nå begynner å tro på han fordi han har sagt det så mange ganger.

- R97 Markus: 48 + 48 blir 96
 R98 Emma: 48... Ja, men hva med det?
 R99 Markus: Ja, jeg tror de får 4 pizzastykker hver ... ganske sikker
 R102 Markus: Det er fire pizzastykker på hver. 100% sikker. Det er fire pizzastykker på hver.

Læreren kommer innom gruppa

- R108 Markus: Vi er også ferdige, men de vil ikke høre...
 R110 Markus: 1 der, 48 der og så har vi en til der, 96, 96, det er 94.
 R111 Emma: Vi har bare litt problemer med å tro på deg.
 R112 Markus: Ja, men det er fire pizzastykker på hver.
 R116 Markus: Ganske sikker på at det er fire på hver.
 R117 Emma: Markus har sagt det så mange ganger at nå begynner jeg å gi meg.

Emma begrunner sitt skifte av ståsted med at Markus sier det han mener mange ganger. Hun gjør heller ingenting for å finne ut om svaret til Markus stemmer, men ignorerer det eller svarer at hun ikke tror han. Det fremstår ikke som om Emma ønsker å være sannhetsøkende eller å ha et åpent sinn når hun blir enig med Markus uten at hun skjønner hva han mener og ikke har tilstrekkelig med bevis til å ta dette valget. Markus fortsetter bare å komme med den samme forklaringen som de andre ikke skjønner, og det ser ikke ut til at han ønsker å være mer presis i sin påstand. Verken Emma eller Markus viser her tegn på at de har et ønske om å oppnå innstillingene til den ideelle kritiske tenkeren fra Ennis, siden de verken er presise, har et åpent sinn eller søker sannhet.

Leah, Noah og Emil har kommet frem til et svar alle er enige om, men Leah vil sjekke om læreren er enig. Læreren kommer og spør elevene hvor stor bit hver elev i oppgaven får. Noah og Emil står fast på svaret om at hver elev får $\frac{1}{4}$ av en hel pizza hver, men Leah svarer nå at hver elev får $\frac{1}{24}$ og mener da 1 bit av de 24 bitene alle pizzaene er delt i. Dette er det samme svaret som det Noah og Emil hadde, men enheten for den hele er endret. Det er ingen av elevene som sier noe om at enheten er endret.

- B63 Leah: Jeg må sjekke. Lærer!
Læreren kommer bort
 B64 Leah: Er det her en rett måte å løse det her på?
 B65 Emil: Vi vet svaret, men vi vet ikke hvordan vi skal skrive det.
 B66 Leah: $\frac{1}{4}$ pizza?

- B67 Lærer: Har dere tegnet pizzaene? Hvor mange biter har dere delt opp i?
- B68 Emil: Vi har delt opp i 24
- B69 Lærer: Ja, og hvor stor bit får hver elev da?
- B70 Emil: En, $\frac{1}{4}$ av en pizza
- B71 Noah: Fire elever får en hel pizza!
- B72 Leah: Det er $\frac{1}{24}$, det er ikke $\frac{1}{4}$. Det er $\frac{1}{24}$.
- B73 Emil: Ja, for .. $\frac{1}{24}$ av ...
- B74 Leah: Her er det 24 biter og så får hver elev et stykke og da blir det $\frac{1}{24}$.

Leah peker på tegningen av et rutenett med 24 ruter

- B75 Emil: Ja
- B76 Lærer: Ja
- B77 Emil: Ja

Det Leah sier kan forstås som et ønske om å søke sannhet når hun går til læreren for å få bekreftet sin løsning. Det virker ikke som om Emil helt skjønner hva læreren og Leah mener, men går med på det siden de mener det, uten å vise noe tegn til å være kritisk til den "nye" løsningen. Det kan også være at han skjønner at løsningene er de samme, men ikke gir noe uttrykk for det. Emil har tilstrekkelig med bevis for å være enig i svaret, men det er dermed uklart om han selv er klar over det.

Lukas foreslår at de skal ta stein, saks, papir om hvilken løsning som skal være deres favoritt. Dette fungerer dårlig så han foreslår valg i stedet, begrunnet i at Norge er et demokratisk land. Det blir litt forvirring rundt byttet av metode for å avgjøre favorittløsning, men så blir de enige om at alle egentlig er enige om å velge den samme løsningen. Læreren kommer og spør hvorfor de har denne løsningen som favoritt. Her kommer det frem at det er like mye pizza i begge løsningene selv om pizzaene ikke er tegnet like store og den ene er delt i flere biter.

- L117 Lukas: Hva om vi tar stein, saks papir om hva som er vår favoritt?
- L121 Lukas: Argument! Norge er et demokratisk land.
- L122 Sofie: Da tar jeg din
- L123 Lukas: Da stemte alle på min
- L124 Sofie: Den er finest
- L126 Linnea: For den pizzaen har større deler enn den der så da får vi mer pizza.

- L129 Lukas: Det var fordi Sofie tegnet den mindre. Egentlig så er det like mye fordi vi bare har delt opp alle stykkene i to.
- L130 Linnea: Fordi vi får to biter der og her får vi bare en, og den biten er større en de. ... de er like store.

Lukas roper "Argument" for å si at han har et argument i stedet for å faktisk argumentere for det han mener. Det ser ikke ut som om han har som mål å være presis i fremleggelsen av argumentet, men det virker som de andre skjønner hva han mener likevel. Sofie velger å stemme på den "fineste" løsningen, og kan dermed mene at det estetiske ved løsningen er viktig eller at denne presenterer løsningen på best mulig måte. Ingen stiller seg kritiske til hva som er sannheten, men dette kan henge sammen med at begge løsningene er gode og gir like mye pizza.

4.1.6 Metakognisjon

Et annet funn i datamaterialet er tegn på metakognisjon gjennom at elevene reflektere over egen tenkning. I tabell 1 (side9) basert på Ennis (2018) finner vi det å være oppmerksom på, og sjekke kvaliteten på egen tenkning som en av ferdighetene til den ideelle kritisk tenkeren.

Emma (R117) viser tegn til å reflektere over egen tenkning når hun sier at hun begynner å tro på Markus fordi han har sagt det samme så mange ganger. Det kan dermed virke som hun er oppmerksom på egen tenkning, men hun sier ikke noe mer om hvorvidt dette er en positiv eller negativ måte å tenke på, men det kan tolkes som hun mener det finnes bedre måter å bli overbevist på.

Læreren, Lukas, Sofie og Linnea diskuterer forskjellen på en kvart pizza og en kvart pizzabit. Lukas forklarer flere ganger hva han mener og til slutt lurer han på om det er han som er dårlig til å forklare eller Sofie og Linnea som ikke forstår.

- L152 Lukas: Enten er jeg dårlig til å forklare eller så er de dårlige til å skjønne.

Lukas viser tegn til å være selvkritisk når han kommer med en liten refleksjon over hvorfor gruppa ikke skjønner det han prøver å forklare. Kommentaren er en påstand og en kan dermed si at den ikke har som mål å sjekke kvaliteten på egen tenkning. På en annen side så er læreren til stede og kommentaren kan dermed være ment til læreren i forventning om en bekreftelse. Lukas er dermed oppmerksom på egen tenkning og man

kan argumentere for at han sjekker kvaliteten på tenkningen ved å komme med denne kommentaren.

4.2 Resultater

I denne delen vil jeg oppsummere resultatene fra analysen. Siden forskningsspørsmålet er delt i to deler vil jeg videre knytte funnene fra analysen opp mot de to delene. «Hvilke innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning viser elever på 5.trinn i arbeid med en problemløsningsoppgave?» og «Hvordan er elevenes kritiske tenkning knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven?». I drøftingskapitlet vil jeg se nærmere på mulige årsaker og konsekvenser av disse funnene.

4.2.1 Den matematiske situasjonen

For å se på hvordan elevenes kritiske tenkning er knyttet til den matematiske situasjonen har jeg sett på hva de er kritiske til utfra Askew (2015) sine kategorier. Det er spesielt tre ting elevene uttrykker at de er kritiske til:

1. Effektiviteten i å løse oppgaven
2. Det praktiske ved presentasjon av arbeidet
3. Det realistiske ved oppgaveteksten

Innenfor kategorien kritisk til effektiviteten ser vi at det er to ting som gjentar seg i samtalen til elevene. De er kritiske til om de blir ferdige innen tiden og om de får en løsning med den metoden de bruker. Disse utdragene kan også betegnes med å være innenfor den matematiske modellen.

Innenfor kategorien kritisk til det praktiske ved presentasjon av arbeidet er elevene kritiske til om plakaten presenterer data på en god måte knyttet opp til plassering av figurer på plakaten, fargen på figurene og visualiseringen av deres løsning.

Innenfor kategorien kritisk til realistiske aspekter ved oppgaveteksten er elevene kritisk til det realistiske ved at 6 foreldre klare å bake 6 helt like pizza og at ingen av elevene i oppgaven blir syke. Dette er basert på bakgrunnskunnskap som elevene har med seg fra sin egen hverdag og gjør at de er kritiske til konteksten i oppgaven.

Disse tre funnene kan knyttes til Askew (2015) sine tre kategorier, se tabell 3 (side 44). De to første elementene er knyttet til den første kategorien til Askew; Å være kritisk innenfor en bestemt matematisk modell. Der den første fokuserer på effektiviteten i arbeidet og den andre på det praktiske ved presentasjonen som det å representere data

på en god måte. Den tredje er knyttet til Askew sin andre kategori, å være kritisk til valget av matematisk modell, og innenfor denne er elevene kritiske til det realistiske ved oppgaveteksten.

	Elevene er kritisk til:	Den matematiske situasjonen	Innstillinger og ferdigheter (Ennis, 2018)
1	Effektiviteten i arbeidet	Askew 1.1 - effektivitet innenfor en matematisk modell	
2	Det praktiske ved presentasjonen	Askew 1.2 - representerer data på en god måte innenfor en matematisk modell	Presis
3	Det realistiske ved oppgaveteksten	Askew 2 - valg av matematisk modell	Bakgrunnskunnskap

Tabell 3: Oversikt over sammenheng mellom Askew (2015) og Ennis (2018) i funnene.

4.2.2 Innstillinger og ferdigheter

Gjennom analysen viser elevene tegn på å ha noen av innstillingene fra tabell 1 (side 9) basert på Ennis (2018). Elevene viser en innstilling til å være presis i hvordan de utformer plakaten, og dette ser vi blant annet i samtalene mellom Emil og Leah (B147-B168; B109-B171) og kommentaren til Lukas (L114). Elevene viser ikke i like stor grad en innstilling til å være presis i måten de argumenter på, og dette ser vi blant annet hos Markus (R97-R117) og Lukas (L117-L130).

Det kan se ut som Leah (B63-B77) søker sannhet ved å kontakte læreren for å sjekke svaret, men bortsett fra dette ser det ikke ut som elevene har et ønske om å søke sannhet. I diskusjonen mellom Lukas, Linnea og Sofie (L117-L130) og i kommentaren til Emma (R117) er det ingen som stiller seg kritiske til hva som er sannhet eller prøver å skaffe seg tilstrekkelig med bevis for å endre sitt standpunkt.

Elevene er åpne for alternative synspunkter ved at de samarbeider på gruppa. Slik vi ser fra Emil og Leah (B21-B26) sin samtale kan de også ta andres forslag seriøst, men de er også skeptiske til hverandres løsninger slik vi ser i kommentaren til Emma (R117).

Gjennom analysen ser vi noen av ferdighetene fra tabell 1 (side 9) basert på Ennis (2018) og de intellektuelle ressursene til Bailin et al. (1999b). Elevene bruker sin bakgrunnskunnskap, som erfaringer fra eget liv, til å være kritiske til oppgaveteksten. Dette ser vi spesielt i samtalene mellom Amanda og Sara (N6-N7, N9-N11, N13-N15).

Elevene er oppmerksomme på, og sjekker kvaliteten på, egen tenkning ved at de funderer over hvordan de selv tenker, slik vi ser i kommentaren til Lukas (L152) og Emma (R117).

Om vi sammenligner funnene for innstillinger og ferdigheter med funnene for den matematiske situasjonen, se tabell 3 (side 44), kan det se ut til at bakgrunnskunnskap henger sammen med realistiske aspekter ved oppgaveteksten. Dette er fordi det ofte er bakgrunnskunnskapen som gjør at elevene stiller seg kritiske til om oppgaven er realistisk. En del av det å være kritisk i forhold til praktiske aspekter ved presentasjon av oppgaven, kan knyttes til det å være presis. I tillegg til dette ser vi noen tegn på et ønske om å ha et åpent sinn, søke sannhet og bruke metakognisjon.

I Askew (2015) er det mer fokus på elevenes forhold til matematikken og settingen, mens i Ennis (2018) og Bailin et al. (1999b) er det mer fokus på elevenes forhold til hverandre. Ennis (2018) har mer fokus på elevenes relasjoner til hverandre og at dette er lettere å oppdage der elevene diskuterer og er litt uenige. Fokuset her er argumentasjon og det å gjøre seg opp en mening om noe.

4.3 Avrundning av analyse

Oppsummerer vi funnene er elevene kritiske til den matematiske situasjonen ved å være kritiske til effektiviteten i arbeidet, det praktiske ved presentasjon av arbeidet og det realistiske ved oppgaveteksten, og de viser innstillingene: presis, søke sannhet og åpent sinn og ferdighetene: bakgrunnskunnskap og metakognisjon.

5. Drøfting

I dette kapitlet vil jeg drøfte funnene fra analysen ved å se nærmere på mulige årsaker og konsekvenser av disse funnene. Drøftingen gjøres i lys av problemstillingen; "Hvordan uttrykker elever på 5.trinn kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk?" Først vil jeg oppsummere funnene og knytte disse opp mot spørsmålene "Hvilke innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning viser elever på 5.trinn i arbeid med en problemløsningsoppgave?" og "Hvordan er elevenes kritiske tenkning knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven?" før jeg drøfter dette videre innenfor kategoriene læreplanen og kritisk tenkning og bevissthet.

5.1 Oppsummering av funn

Oppsummering av funnene fra analysen kan deles inn etter de to utdypingsspørsmålene i problemstillingen; "Hvilke innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning viser elever på 5.trinn i arbeid med en problemløsningsoppgave?" og "Hvordan er elevenes kritiske tenkning knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven?"

5.1.1 Innstillinger og ferdigheter

Gjennom analysen viser elevene tegn på å ha noen av innstillingene og noen av ferdighetene fra tabell 1 (side 9) basert på Ennis (2018) og de intellektuelle ressursene til Bailin et al. (1999b). Elevene viser en innstilling til å være presis i hvordan de utformer plakaten, men ikke i måten de argumenter på. Elevene søker sannhet ved å kontakte læreren, men utenom dette er det lite funn av at elevene stiller seg kritisk til hva som er sannhet eller prøver å skaffe seg tilstrekkelig med bevis for å kunne ta valg. Elevene fremstår som åpne for alternative synspunkter i det at de samarbeider på grupper og kan ta andres forslag seriøst, men de er også skeptiske til hverandres løsninger.

Elevene bruker sin bakgrunnskunnskap, som erfaringer fra eget liv, til å være kritisk til oppgaveteksten. Elevene virker oppmerksom på, og sjekker kvaliteten på, egen tenkning ved at de funderer over hvordan de selv tenker.

Det kommer frem i analysen at elevene i hovedsak er kritiske rundt det praktiske med oppgaven eller til settingen de er i. Det ser ut til at fokuset til elevene er på det praktiske

rundt utformingen av plakaten, og dette kan være en årsak til at de er mer presise her enn i argumentene sine.

Samarbeid er også et fokus hos elevene og kan forklare hvorfor de ønsker å være åpne i møte med hverandre, og en grunn til at de var skeptiske til andres løsninger kan være at de ikke forsto den eller var "låst" i sine egne løsninger. Det at elevene har fokus på utforming av plakaten og samarbeid i gruppa kan henge sammen med at det var disse to tingene læreren la vekt på i oppstarten av timen. Elevene har også tidligere hatt fokus på samarbeid som en del av det større forskningsprosjektet datainnsamlingen er gjort i kontekst av. Læreren presiserte også ved oppstarten at elevene skulle forklare hva de mente til resten av gruppa. Det å søke sannhet og være åpen handler også om hvordan man møter andre sine argumenter.

Vi ser at læreren var involvert i flere av situasjonene i utdraget fra datamaterialet, og at elevene søker sannhet hos læreren. En grunn til dette kan være at elevene tenker læreren har fasiten til oppgaven. Fra en femteklassings perspektiv er læreren en autoritet og en troverdig kilde. Et tegn på at elever søker sannhet kan dermed være at de spør læreren ettersom mange tror at læreren "sitter med sannheten". Elever kan også basere seg på lærebøker eller oppgaveteksten og ikke stille seg kritisk til disse fordi de tenker disse representerer sannheten. En annen årsak kan være at elevene har et ønske om å sjekke fasiten for så å kunne si at de er ferdig med oppgaven og at målet er å få et svar eller et svar som fungerer og ikke nødvendigvis det beste svaret.

5.1.2 Den matematiske situasjonen

Elevenes kritiske tenkning er knyttet til den matematiske situasjonen gjennom at elevene er kritiske til effektiviteten i arbeidet, det praktiske ved presentasjon av oppgaven og det realistiske ved oppgaveteksten. Innenfor disse kategoriene er elevene kritiske til om de blir ferdige innen tiden og om de får en løsning med den metoden de bruker. I tillegg til dette er de kritiske til om plakaten presenterer data på en god måte knyttet opp til plassering av figurer på plakaten, fargen på figurene og visualisering av løsningen, og til det realistiske ved at 6 foreldre klarer å bake 6 helt like pizzaer og at ingen av elevene i oppgaven blir syke. Disse funnene er tett knyttet til Askew (2015) sine tre kategorier (se tabell 3 side 44).

Som nevnt i analysen er elevene kritiske til effektiviteten i arbeidet, det praktiske ved presentasjonen og det realistiske ved oppgaveteksten. Dette er i stor grad relatert til situasjonen og ikke det matematiske ved oppgaven de arbeider med. I arbeid med problemløsningsoppgaver er det mange faktorer som spiller inn og ikke bare det

matematiske elementet. Det at elevene sitter i grupper gjør at de fokuserer på samarbeid, arbeidsfordeling og sosiale aspekter i tillegg til oppgaven. Gruppearbeidet skal også ende med en plakat som de skal fremføre for klassen, dette gjør elevene opptatt av det visuelle og det praktiske med å få ferdig plakaten.

Elevene er altså kritisk til de praktiske rammene innenfor begge utdypningsspørsmålene i problemstillingen. En årsak til dette kan være at elevene ikke er fokusert på det å være kritisk. I starten av økten fokuserte læreren på at gruppene skulle samarbeide, forklare hva de tenkte og lage en plakat. Elevene ser ut til å fokusere mest plakaten som skal lages, men forklarer også hva de tenker og prøver å bli enige om fremgangsmåter, arbeidsfordeling og løsninger på gruppa. Det er mulig at elevene hadde vært mer kritiske til det matematiske innholdet om de fikk beskjed om dette i oppstarten av økten. Vi kan dermed anta at elevene ikke er bevisst det å være kritisk.

En annen årsak kan være at oppgaven ikke legger opp til at elevene skal være kritiske. I oppgaven spesifiseres det for eksempel at pizzaene er rektangulære, noe som hindrer en diskusjon om utformingen av modellens fasong. Det at elevene skal velge sin favorittløsning kan legge opp til kritisk diskusjon, men siden begge løsningene er matematisk riktige, argumenterer elevene med andre elementer som det estetiske, effektivitet eller personlig eierskap til løsningen.

En årsak til at elevene ikke er kritiske til det matematiske innholdet kan være at de mangler verktøy eller redskap til å tenke kritisk. Altså at de ikke vet hvordan de skal være kritiske til det matematiske innholdet i oppgaven. Dette vil vi se mer på videre.

5.2 Læreplanen og kritisk tenkning

I kompetansemålene (LK20) for matematikk frem til 5.trinn er det fokus på at elevene skal undre seg, stille matematiske spørsmål og argumentere. Fra 5.trinn er undring og matematiske spørsmål byttet ut med resonnering. Det kan se ut som om læreplanen legger opp til at det å undre seg og stille spørsmål er måter yngre elever kan tenke kritisk på. Fra 5.trinn skal elevene begynne å resonnerere og argumentere i større grad. Som vi ser fra funnene er elevene kritiske til de praktiske rammene og ikke til det matematiske innholdet, og en grunn til dette kan være at de mangler intellektuelle ressurser til å tenke kritisk.

Bailin et al. (1999b) beskriver fem intellektuelle ressurser hos en kritisk tenker og av disse er det bare bakgrunnskunnskap vi finner igjen i funnene fra analysen, og her er det snakk om å bruke erfaringer fra eget liv. En annen del av det å ha bakgrunnskunnskap inkluderer det å ha dybdekunnskap om emnet, som i dette tilfellet er brøk. Elevene trenger dermed også kunnskap innenfor matematikk for å tenke kritisk, og et av fokusområdene til den nye læreplanen, i tillegg til kritisk tenkning, er nettopp dybdelære. En kritisk tenker har også et repertoar av strategier for kritisk tenkning. For å kunne vurdere egne og andres tenkning trenger elevene å kjenne til standarder for god tenkning gjennom for eksempel å kunne si hva et godt argument eller et gyldig bevis er. Fra kompetansemålene i matematikk ser vi at elevene fra 5.trinn skal fokusere mer på argumentasjon og resonnering, som vil gi de noen strategier og standarder for kritisk tenkning. Som nevnt i teorikapitlet trenger elevene også mentale vaner for å bruke disse mentale ressursene, og de skal få mengdetrening i dette ettersom kritisk tenkning er inkludert i alle fag gjennom at «skolen skal bidra til at elevene blir nysgjerrige og stiller spørsmål, utvikler vitenskapelig og kritisk tenkning» slik det står i den overordnede delen til læreplanen (utdanningsdirektoratet, 2020a).

5.3 Bevissthet rundt egen kritiske tenkning

Elevene viser tegn til å være kritiske ut fra tabell 1 (side 9) basert på Ennis (2018), Bailin et al. (1999b) sine intellektuelle ressurser og Askew (2015) sine punkter, men hvordan kan vi si om de er kritiske med vilje? Prøver elevene å oppnå noen standarder for god tenkning eller viser de bevisst tegn til kritisk tenkning? Det er ingen av funnene i datagrunnlaget som sier noe om at elevene er klar over noen standarder som de prøver å fylle. Bailin et al. (1999b) presiserer at en må være klar over standarder for kritisk tenkning og ha et ønske om å fylle disse for å tenke kritisk. Dette er et argument for at elevene ikke uttrykker kritisk tenkning i arbeidet med problemløsningsoppgaven. Disse standardene er ikke målbare, og en kan ikke alltid definere disse, det er en udefinert standard, de er underbevisst bevisste.

Fra læreplanen ser vi at elevene frem til femte klasse skal undre seg, stille matematiske spørsmål og argumentere for egne løsninger. Dette kan være de standardene eleven ønsker å oppnå. Det å stille spørsmål kan dermed være et forsøk på å oppnå standarden om å undre seg. Spesielt spørsmålene som er kritiske til det realistiske ved oppgaveteksten er undrende.

“Stille matematiske spørsmål” kan være å stille spørsmål innenfor en modell og til hva som modelleres. Elevene bruker få fagbegreper, men stiller spørsmål innenfor modellen når de kommuniserer med hverandre rundt oppgaven. Dette er dermed et argument for at elevene uttrykker kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaven gjennom at de stiller spørsmål.

5.4 Modenhet

Mangel på intellektuelle ressurser kan også være en årsak til at elevene ikke er bevisst sin kritiske tenkning. Disse redskapene, kunnskapene og vanene kan komme med alder og modning, i tillegg til opplæring på skolen, og være med å gi elevene en standard for god kritisk tenkning. Læreplanen sier noe om hva som forventes ut fra elevenes alder og erfaring, men i tillegg til at man får flere redskaper med erfaring, må de øve inn en vane i å bruke disse og bli bevisst sin egen tenkning. Og her spiller læreren en viktig rolle.

Det er mye elevene kunne uttrykt kritisk tenkning til, som å stille spørsmål til oppgaven, av typen: «Må alle pizzaene deles i like mange biter?», «Hvorfor er ikke pizzaen kvadratisk?», «Hva skjer hvis vi deler i uendelig mange biter?» eller «Hva om vi hadde dobbelt så mange pizzaer?». Eller de kunne argumentert for de ulike løsningene med bevis for hvorfor det er like mye pizza, men praktiske grunner til at den ene løsningen er bedre enn den andre.

Et annet kritisk argument elevene kunne kommet med, er mer refleksjon rundt de realistiske aspektene ved oppgaven. For eksempel «Hvorfor skal vi regne ut dette? Folk spiser ikke like mye uansett.» eller «Pizzaene blir jo ulike, så elevene vil sikkert smake på flere av dem.». Denne typen spørsmål ser på oppgavens relevans til virkeligheten og utfordrer læreren til å lage gode oppgaver som gjør at elevene ser matematikk som et nyttig redskap i hverdagen. Dette kan vi knytte til *numeracy* og evnen til å både forstå og bruke modeller i hverdagen. En konsekvens av dette kan være å øve opp individets evne til å oppfatte hvordan matematikk brukes i deres egne sosiokulturelle sammenhenger.

5.5 Konsekvenser av fokus på kritisk tenkning

En konsekvens av innføringen av ny læreplan med fokus på dybdelæring og kritisk tenkning kan være at elevene utvikler disse mentale vanene slik at de kan utnytte

bakgrunnskunnskapen de har både fra eget liv og faglig dybdekunnskap, bruke strategier for kritisk tenkning og resonnering og vurdere egen og andres tenkning ut fra en standard om god tenkning.

En mulig konsekvens av et utvidet fokus på kritisk tenkning kan være at elever utvikler *numeracy* gjennom en evne til å bruke matematikk kritisk og å reflektere over dens konsekvenser. Det er mye som tyder på at elevene dermed vil øke kapasiteten til å behandle hverdagsinformasjon og styrke sine ferdigheter til å forstå verden rundt seg.

For den enkelte læreren peker dette på viktigheten av å fokusere på kritisk tenkning i undervisningen. På 1.- 4. trinn kan dette være å fokusere på undring og det å stille spørsmål til hva som skjer og hvorfor det skjer, innenfor den modellen de arbeider med. Fra 5. trinn og oppover kan dette være å gi elevene ressurser og verktøy innenfor argumentasjon, resonnering, bevis og kritisk tenkning, og å trene opp evnene til å bruke disse i alle fag. Å øve på resonnering og bevis i matematikk gir elevene ressurser de kan bruke i andre fag.

Det som kommer frem i analysen er at elevene i hovedsak er kritiske rundt det praktiske med oppgaven eller til settingen de er i. Det ser dermed ut som elevene mangler trening i kritisk tenkning, og ikke er bevisst sin egen kritiske tenkning. En grunn til at elevene ikke er kritiske kan være fordi de ikke har lært hvordan de skal være kritiske. Dette er en del av kompetansen de skal få fra 5.trinn og oppover, og dermed er dette en del av det de, ifølge den nye læreplanen, skal ha fokus på fremover.

6. Konklusjon

I denne studien har jeg undersøkt hvordan elever på 5.trinn uttrykker kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk. Dette har jeg gjort ved å se på hvilke innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning elever på 5.trinn viser i arbeid med en problemløsningsoppgave og hvordan elevenes kritiske tenkning er knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven.

Denne studien sier at for å undersøke hvordan elever uttrykker kritisk tenkning må vi først se på hva de har og hva de mangler, av innstillinger og ferdigheter i kritisk tenkning, og hvordan de bruker dette knyttet til den matematiske situasjonen i problemløsningsoppgaven.

Videre vil jeg først fremheve studiens begrensninger, deretter peke på noen retninger for videre forskning og til slutt utdype studiens implikasjoner gjennom studiens bidrag til forskningsfeltet og utdanningsdiskursen.

6.1 Studiens begrensninger

Denne studien har observasjon som metode, noe som gjør at vi kan se hvordan elevene uttrykker seg i sin naturlige setting. En del av kritisk tenkning handler om det å være bevisst noen standarder som man prøver å oppnå, og en annen metode, som for eksempel intervju med elevene eller læreren, ville kanskje gitt svar på hvilke standarder for god tenkning elevene selv mente de hadde og hvordan de selv mente de hadde oppnådd disse standardene.

Som en følge av at kritisk tenkning ikke ble nevnt som et kriterium i undervisningsøkten, kan det være at elevene ikke fikk vist strategier innenfor dette. Likevel var hensikten med studien å se på hvordan elever uttrykker kritisk tenkning i arbeid med problemløsningsoppgaver om brøk uten at de får beskjed om å ha fokus på dette på forhånd.

Ettersom denne studien er en kvalitativ undersøkelse med observasjoner og transkripsjoner fra noen få små elevgrupper, kan den i mindre grad generaliseres enn en studie med et større utvalg. Men denne studien er tilknyttet et større prosjekt, som går over lengere tid, dette kan tilføre en dybde, heller enn bredde, i studien.

Min rolle i datainnsamlingen var passiv, og det kan diskuteres om jeg hadde fått en dypere innsikt i elevenes kritiske tenkning eller fått elevene til å begrunne valg av strategier om jeg hadde deltatt mer aktivt i samtalen med oppfølgings spørsmål. Forskeren kan påvirke resultatet av studien ubevisst ved for mye innblanding. Det er derfor hensiktsmessig å påvirke datainnsamlingen i minst mulig grad, i tillegg til at jeg ønsket å se hvordan elevene uttrykker kritisk tenkning uten påvirkning fra lærer eller forsker som kan "legge ord i munnen deres" eller styre samtalen.

6.2 Videre forskning

Det er forsket lite på kritisk tenkning i matematikdidaktikk, og denne studien er derfor et bidrag til dette forskningsfeltet i håp om at også flere vil utforske disse sammenhengene fremover. Det er forsket mye på resonnering og argumentasjon, i norsk skole og i matematikk, men ikke mange har sett på kritisk tenkning i en matematisk setting med problemløsningsoppgaver. Noe det er mulig å se videre på etter denne studien, er å undersøke om elevene har fått flere redskaper til kritisk tenkning etter noen år med fokus på dybdelæring og kritisk tenkning i den nye læreplanen.

Videre fra denne studien kan en også se på om fokus på kritisk tenkning får følge for *numeracy* og matematisk forståelse. Da kan man studere om elever bruker intellektuelle ressurser fra kritisk tenkning i matematikkfaget, slik som resonnering og bevis, i andre fag.

Denne studien kunne også blitt gjennomført i to klasser der den ene klassen kunne fått eksempler på kritiske spørsmål før arbeid med en ny oppgave. Gjennom en videre utprøving av dette kan man finne ut hvordan lærere best stimulerer elevene til kritisk tenkning og dermed hjelpe lærere med å finne metode for å hjelpe elevene til å nå disse nye målene i læreplanen.

Denne studien kan også gjennomføres med elever på høyere trinn for å sammenligne og se om det ser ut til at de får disse verktøyene senere i utdanningsløpet, enten ved alder og modning eller gjennom målrettet undervisning. Kritisk tenkning nevnes i standpunktvurderingen i 10.trinn, og videre forskning kan undersøke hvor godt lærere er forberedt på å planlegge og legge til rette for at elevene får vist kompetansen sin på varierte måter som inkluderer kritisk tenkning.

Noe som går igjen i både Askew (2015) og Ennis (2018) er det å være kritisk knyttet til verdier. Dette var ikke en naturlig del av denne oppgaven, men kan forekomme i andre oppgaver med en mer verdi-preget oppgavetekst og utvide denne studien.

6.3 Studiens implikasjoner

Å presentere hvordan elever på 5.trinn uttrykker kritisk tenkning kan hjelpe lærere til å kjenne igjen kritisk tenkning hos sine egne elever. Det kan også hjelpe lærere som har elever på høyere klassetrinn å kjenne igjen uttrykk for kritisk tenkning og mangler på ressurser og vaner innen kritisk tenkning. Dette kan bevisstgjøre lærere på alle trinn til å ha fokus på kritisk tenkning i matematikk i større grad enn bare kildekritikk.

Studien bidrar også til et område i utdanningsforskningen som ikke er dekket av så mange tidligere, i tillegg til å starte diskusjonen rundt konsekvenser av mer fokus på kritisk tenkning ved innføring av den nye læreplanen (LK20).

Kildeliste:

- Aizikovitsh-Udi, E. & Cheng, D. (2015). Developing Critical Thinking Skills from Dispositions to Abilities: Mathematics Education from Early Childhood to High School. *Creative Education*, 6(4), 455-462. <http://doi.org/10.4236/ce.2015.64045>
- Askew, M. (2015). Numeracy for the 21st century: a commentary. *ZDM*, 47(4), 707-712.
- Bailin, S.; Case, R.; Coombs, J. R. & Daniels, L. B (1999a) Common misconceptions of critical thinking. *Journal of curriculum studies*. 31 (3), p.269-283
- Bailin, S.; Case, R.; Coombs, J. R. & Daniels, L. B (1999b) Conceptualizing critical thinking. *Journal of curriculum studies*. 31(3), p.285-302
- Bareksten, K. (2020, 23. mars). Kritisk tenkning er et flott begrep, men forstår elevene våre hva det innebærer? Hentet fra <https://www.utdanningsnytt.no/fagfornyelse-kenneth-bareksten-sprak/kritisk-tenkning-er-et-flott-begrep-men-forstar-elevene-vare-hva-det-innebaerer/228608>
- Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7(1-2), 23-40.
- Børresen, B. (2020, 3. juni). Kritisk tenkning framstilles ufullstendig i læreplanene og faglitteraturen. I fagfornyelsen blir spørsmål om sannhet og rett tonet ned eller utelatt helt. Hentet fra <https://www.utdanningsnytt.no/fagartikkel-fagfornyelse-kritisk-tenkning/kritisk-om-kritisk-tenkning/244056>
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2017). *Research methods in education* (8. utg.). NY: Routledge.
- Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving* (5.utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Eilertsen (2019). *Kritisk tenkning i samfunnsfag*. (Masteroppgave). Universitetet i Oslo.
- Emblemsvåg, M.S. (2020, 11.februar). Det blir lærerens oppgave å lære barna hva kritisk tenkning er. Hentet fra <https://www.utdanningsnytt.no/fagfornyelse-kritisk-tenkning-laereplaner/det-bli-laererens-oppgave-a-laere-barna-hva-kritisk-tenkning-er/229510>
- Ennis, R.H. (1985). A Logical Basis for Measuring Critical Thinking Skills. *Educational Leadership*, 43(2), 44-48. Hentet fra <https://pdfs.semanticscholar.org/80a7/c7d4a98987590751df4b1bd9adf747fd7aaa.pdf>
- Ennis, R.H. (1987). A taxonomy of critical thinking dispositions and abilities. In J. B. Baron and R. J. Sternberg (eds), *Teaching Thinking Skills: Theory and Practice*. New York: Freeman, 9-26.
- Ennis, R.H. (2018) Critical Thinking Across the Curriculum: A Vision. *Topoi*. 37, p. 165-184 <https://doi.org/10.1007/s11245-016-9401-4>

- Fernandez, C. & Yoshida, M. (2004) *Lesson Study: A Japanese Approach To Improving Mathematics Teaching and Learning*. Mahwah: Routledge.
- Guba, E. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational Communication and Technology Journal*, 29, 75-92.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*. 21(1). s. 6-13.
- Holmer (2020). *Kritisk tenkning i samfunnsfag-didaktikk*. (Masteroppgave). Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.
- Huang, R., Gong, Z. & Han, X. (2016) Implementing mathematics teaching that promotes students' understanding through theory-driven lesson study. *ZDM Mathematics Education* 48, 425–439. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0743-y>
- Jain, P. & Rogers, M. (2019). Numeracy as critical thinking. *Adults Learning Mathematics: An International Journal*, 14(1), 23-33.
- Jacob, S.M. & Sam, H.K. (2008). *Measuring Critical thinking in Problem Solving through Online Discussion Forums in First Year University Mathematics*. Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2008 Vol I IMECS 2008, 19-21 March, 2008, Hong Kong
- Kunnskapsdepartementet. (2016). *Fag – Fordypning – Forståelse - En fornyelse av Kunnskapsløftet*. (Meld. St. 28 (2015–2016)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>
- Kunnskapsdepartementet. (2020, 15.10) *Mange elever strever med kjeldekritikk* (Nr: 266-19. (2019-2020)). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/mange-elever-strever-med-kjeldekritikk/id2770624/>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2019) *Det kvalitative forskningsintervju*. 3 utg. Oslo: Gyldendal akademisk.
- Lai, E.R. (2011). Critical thinking: A literature review. *Pearson*. Hentet fra <https://images.pearsonassessments.com/images/tmrs/CriticalThinkingReviewFINAL.pdf>
- Lamon, S.J. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Mahwah, N.J: Erlbaum
- Lesh, R. (1976). Directions for research concerning number and measurement concepts. I R. A. Lesh & D. A. Bradbard (Red.), *Number and Measurement. Papers from a Research Workshop*. (s. 1-18): ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics and Environmental Education.
- Moon, J. (2008). *Critical thinking: an exploration of theory and practice*. New York: Routledge.
- NESH (2016). *Etiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. De

nasjonale forskningsetiske komiteene. Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/>

Olsen, K.R. & Wølner, T.A. (2017). *Lesson study og læreres læring*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Osman, S. (2015). Demokratisk deltakelse og kritisk tenkning. En innholdsanalyse av læreplaner og lærebøker i samfunnsfag (Masteroppgave). Universitetet i Oslo, Oslo

Postholm, M. B. (2005). Observasjon som redskap i kvalitativ forskning på praksis. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 2005-07-11, Vol.89 (2), p.146-158

Reinsve (2018). *Kritisk tenkning i samfunnsfag*. (Masteroppgave). Olsomet – Storbyuniversitetet, Oslo.

Robson, C. (2002). *Real world research* (2 utg.). Oxford: Blackwell Publishing.

Rosa, M., & Orey, D.C. (2015). A trivium curriculum for mathematics based on literacy, matheracy, and technoracy: an ethnomathematics perspective. *ZDM Mathematics Education* 47, 587–598. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0688-1>

Sikko, S. A. & Grimeland, B. (2020). Kritisk matematisk literacy i ein inquiry-basert kontekst på småskulesteget. *Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis*, 14(1), 104–117. <https://doi.org/10.23865/up.v14.2065>

Skovsmose, O. (1998) Linking mathematics education and democracy: Citizenship, mathematical archaeology, mathemacy and deliberative interaction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 30, 195–203. <https://doi.org/10.1007/s11858-998-0010-6>

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (2009). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom* (2.utg.). New York: Free Press.

Stylianides, A. J. (2007) The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational studies in mathematics*, 65(1), 1-20

Tjora, A. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (2.utg.). Oslo: Gyldendal akademisk

Utdanningsdirektoratet (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Hentet fra <https://www.udir.no/kl06/mat1-04>

Utdanningsdirektoratet (2020a). *Læreplan i matematikk (MAT01–05)*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>

Utdanningsdirektoratet (2020b). *Overordna del– verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del-samlet/>

Veum, A. (2020, 19. februar). Meir kritikk i klasserommet. Henter fra <https://www.utdanningsnytt.no/aslaug-veum-lesing-literacy/meir-kritikk-i-klasserommet/230953>

Vikmark, M. (2019) Epler henger i trær - En kvalitativ studie om kritisk tenkning i Naturfag. (Masteroppgave). Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Watson, J. (2009). Developing critical numeracy across the curriculum. Numeracy in the News. *Education Department of Tasmania*. http://www.tas-education.org/numeracy/critical_numeracy/critical_numeracy.htm

Vedlegg:

Vedlegg 1: Observasjonsskjema

Vedlegg 2: NSD godkjenning

Observasjonsskjema

Dato:	Klasse:	Lærer:
Klokkeslett:	Antall elever:	
Observatør:		
Tema: Matematikk, brøk – fordele likt og likeverdige brøkar		
Mål for timen		
Kompetansemål Formulere og løyse problem frå eigen kvardag som har med brøk å gjere.		
Elevmål:		

Fokusområde	Observasjon
Oppstart i lyttekrok (10 min)	Faktisk tidsbruk (klokkeslett):
<p>Engasjement:</p> <ul style="list-style-type: none"> - I hvilken grad følger elevene med? Lytter? Svarer? - Hvilke fagbegrep bruker elevene her? (femdel, halv, teller, nevner, like mye o.l) <p>Kritisk tenkning:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvilke spørsmål stiller elevene? <p>Tegn for forståelse:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Forstår elevene hva målet med oppgaven er? (dele i like deler, sammenligne ulike løsninger) 	
Gruppearbeid (45 min) – Løse oppgave og lage plakat	Faktisk tidsbruk (klokkeslett):
<p>Strategier under arbeidet:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvilke matematiske strategier bruker elevene for å løse brøkpøblemene? - Hvordan sammenligner de løsningene? (eks: direkte sammenligning av konkrete, argument basert på str på brøker) - Hvilke modeller for brøk bruker elevene? (sirkel, linje, mengde, areal) - Bruker de konkretisering? Tegning? Til hva? Hvordan? <p>Kritisk tenkning:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Er elevene kritisk til valg av modell? (spørsmål) - Er elevene kritisk innenfor modellen? - Er elevene kritisk til hva som modelleres? - Vurderer elevene løsningene? - Er elevene kritisk til andre ting? (eget arbeid, metode,) - Annet? 	

<p>Strategier for samarbeid:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvordan er samarbeidet i gruppen? (noter f.eks. hvis en elev dominerer) - Diskuterer de? Hvordan? Hva? - Stiller de hverandre oppklarings spørsmål? - Lytter de til hverandre? Forsøker de å bli enige? <p>Tegn for forståelse:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bruker elevene fagspråk? - Bruker de presise ord, f.eks like store deler, tredel, sjettedel? - Annet? <p>Engasjement:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hvor lenge klarer elevene å holde fokus på aktiviteten? - Annet? 	
Oppsummering i lyttekrok (15 min) - Vise fram plakater Faktisk tidsbruk (klokkeslett):	
<p>Engasjement:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Deltar elever aktivt i oppsummeringen? - Og i refleksjoner? <p>Kritisk tenkning:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Stiller elevene spørsmål i gjennomgangen? - Er elevene kritisk på andre måter? <p>Tegn for forståelse:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Bruker elevene matematiske begrep (brøk, like deler, like store, hel, fjerdedel)? - Klarer de å beskrive sine framgangsmåter? - Hvordan sammenligner de ulike løsninger? 	

Frie notater:

Svein Arne Sikko
Institutt for grunnskolelærerutd. 1-7 og bachelor i arkiv og samlingsforvaltning NTNU

7491 TRONDHEIM

Vår dato: 04.10.2016

Vår ref: 49645 / 3 / ASF

Deres dato:

Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 29.08.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

<i>49645</i>	<i>Literacy og faglighet innen realfag i skole og arbeidsliv</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>NTNU, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Svein Arne Sikko</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2025, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Amalie Statland Fantoft

Kontaktperson: Amalie Statland Fantoft tlf: 55 58 36 41

Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.



FORMÅL

Formålet er å forbedre realfagsundervisningen på alle trinn i grunnskolen. Realfagene skal gi kunnskap for framtidens samfunn, noe som innebærer å utvikle matematisk (og naturfaglig) «literacy». Forskergruppen vil undersøke hvordan dette kan gjøres gjennom å ha fokus på undersøkende og utforskende arbeidsmåter. Dette vil skje gjennom et tett samarbeid med to utvalgte skoler. Forskerne følger elever fra 1. til 7.klassetrinn med et forskningsdesign som bygger på design research og Clarke og Hollingsworths modell, for profesjonsutvikling for lærere. I dette arbeidet vil det også arbeides med lesson studies og arbeid i læringsforskningsgrupper

INFORMASJON OG SAMTYKKE

I følge meldeskjemaet skal deltakerne i studien informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykke til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet. For elevene som skal delta, skal foreldrene samtykke til deltagelse.

Forsker bekrefter på e-post mottatt 28.09.2016, at utvalget vil informeres om prosjektet ved hver runde med intervjuer og/eller spørreskjema.

BARN I FORSKNING

Barna i prosjektet vil først motta alderstilpasset informasjon muntlig. Når barna blir eldre vil det også kunne bli aktuelt med skriftlig informasjon. For å informere barna på mest hensiktsmessig måte, vil forskergruppen samarbeide med lærere og skolens ledelse.

INFORMASJONSSIKKERHET

Personvernombudet legger til grunn at dere behandler alle data og personopplysninger i tråd med NTNU sine retningslinjer for innsamling og videre behandling av forskningsdata og personopplysninger.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING

I informasjonsskrivet har dere informert om at forventet prosjektslutt er 31.12.2025. Ifølge prosjektmeldingen skal dere da anonymisere innsamlede opplysninger. Anonymisering innebærer at dere bearbeider datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjør dere ved å slette direkte personopplysninger, slette eller omskrive indirekte personopplysninger og slette digitale lydopptak.

