Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Fredrik Bye

Matematisk modellering

En kvalitativ studie av læreres opplevde utfordringer i arbeid med matematisk modellering

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Øistein Gjøvik & Melih Turgut
Mai 2020

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Fredrik Bye

Matematisk modellering

En kvalitativ studie av læreres opplevde utfordringer i arbeid med matematisk modellering

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Øistein Gjøvik & Melih Turgut
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Sammendrag

Matematisk modellering har i de siste årene vært mye i fokus på grunn av sin mulighet til å koble sammen matematikk og den virkelige verden. Inkludering og løsning av virkelighetsnære oppgaver i matematikkundervisningen kan bidra til at elevene får en dypere forståelse av matematikken, og til økt motivasjon for faget. Flere matematikkdidaktiske studier viser at modelleringen ikke har en så fremtredende rolle i klasserommet som forskerne skulle ønske. Hovedgrunnen er at modellering er utfordrende, både for elever og for lærere.

I denne studien har jeg undersøkt hva to lærere opplever som utfordrende i arbeid med modelleringsaktiviteter. Ved å belyse hva lærerne selv synes er utfordrende, kan blikket rettes mot tiltak som kan gjøres for å begrense, eller forebygge dem. Forhåpentligvis kan eventuelle tiltak hjelpe modelleringen med å få en større plass i matematikkundervisningen.

Gjennom intervju og observasjon av lærerne, ble det avdekket flere faktorer som var med på å prege deres modelleringspraksis. Ved hjelp av mine to teoretiske rammeverk, modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) og Ball et al. (2008) sitt rammeverk for undervisningskunnskap i matematikk, har jeg analysert og tolket datamaterialet. Resultatene fra studien viser at lærerne synes modellering kan være utfordrende av tre hovedgrunner: manglende matematikkunnskaper knyttet til modellering, svarorienterte elever og mangel på tid. Videre drøfter jeg de tre hovedutfordringene, og ser på hva som kan ha forårsaket dem. Jeg går nærmere inn på potensielle konsekvenser de kan føre til, og tiltak som kan gjøres for å begrense utfordringene. Med innføringen av de nye læreplanene, kommer det noen tiltak som kan være med å forebygge utfordringene som er belyst i studien. Så gjenstår det å se hvordan det blir fremover.

Abstract

The last few years, mathematical modelling has been in focus due to its ability to connect mathematics to the real world. Students may obtain a deeper understanding, as well as increased motivation, for mathematics by including real-world problems in the mathematics education. Several educational studies show that modelling has a less prominent role in the classroom than researchers would desire. The main reason for this is that modelling is challenging, both for students and for teachers.

This thesis studies the challenges experienced by two teachers when working with modelling activities. By highlighting the challenges experienced by the teachers, more attention can be directed towards measures able to limit or prevent these challenges. Consequently, mathematical modelling may gain a more prominent role in the classroom.

Interviews and observation of the teachers revealed several factors that characterized their modelling practice. Two theoretical frameworks, the modelling cycle by Blum and Leiß (2007) and Ball et al. (2008)`s framework of mathematical knowledge for teaching, were used to analyze and interpret the data material. The results of this thesis show that modelling can be challenging for teachers for three main reasons: Lack of mathematical knowledge needed for modelling, students being too focused on finding the answer, and lack of time. What may have caused these three challenges, as well as their potential consequences for teachers, will be discussed. Additionally, measures that can be taken to limit these challenges will be discussed. Importantly, the challenges highlighted in this thesis could be prevented by changes introduced through the new curricula. However, how this will play out still remains uncertain.

Forord

Jeg har alltid vært interessert i praktisk bruk av matematikk. Det å kunne anvende matematikk som et verktøy for å forstå verden. Da jeg lærte om matematisk modellering, ble jeg samtidig gjort oppmerksom på hvor lite brukt det er i skolen, noe jeg ikke kunne forstå. Hvordan kunne en så viktig og forståelsesskapende arbeidsmetode nedprioriteres i så stor grad? Dette ønsket jeg å undersøke nærmere, og resultatet ble denne oppgaven.

Jeg synes det er litt vemodig at det nå går mot slutten. Det har vært en interessant og spennende reise, hvor jeg har lært masse. Jeg har fått mye hjelp og støtte, og det er mange jeg ønsker å takke. Først vil jeg takke mine informanter som har stilt opp på intervjuer, og har latt meg observere deres praksis. Uten dem hadde ikke denne studien vært mulig å gjennomføre. Jeg vil også takke mine to veiledere for gode og konstruktive samtaler og tilbakemeldinger. En spesiell takk Øistein Gjøvik for rask respons på alt av spørsmål jeg har hatt. Du har alltid hatt døren åpen, og jeg har følt meg velkommen til å diskutere både store og små utfordringer jeg har møtt i denne prosessen.

Så en stor takk til venner og familie som har støttet meg og som har hatt troen på meg hele veien. Takk til min bror Bendik og hans kjære Hilde som hjalp meg med det engelske sammendraget, selv med deres travle hverdag som nybakte foreldre. Takk til min medstudent og gode venn Seppe, for alle de gode samtalene vi har hatt både på lesesalen og på løpeturer, og ikke minst for motivasjon gjennom vår vei mot platinum. Jeg vil også takke min kjære samboer og kjæreste Vilde. Tusen takk for at du har holdt ut med meg og min klaging, og for at du alltid har klart å motivere meg. Uten deg hadde dette året vært mye tyngre. Jeg har satt stor pris på å ha noen å diskutere med, både små og store utfordringer. Uansett hva det har vært, har det alltid vært noen der for meg. Tusen takk!

Trondheim, mai 2020.

Fredrik Bye

Innhold

Figurer

Tabeller

1. Innledning

Vi mennesker har et umettelig behov for å gi mening til det som skjer rundt oss. Vi ønsker å skape en forklaring av fenomener og til hendelser slik at vi skal kunne forstå den verden vi lever i. Samfunnet vårt har behov for mennesker som skal kunne gi oss disse forklaringene gjennom sin kreativitet, innovasjon, kritiske tenking og problemløsing (NOU[1] 2015:8, s. 21). Matematisk modellering kan hjelpe oss i søket etter slike forklaringer, og i tillegg kan den si noe om fremtidig utvikling av situasjonen som undersøkes.

Matematiske modeller er integrert i mange fagfelt, blant annet innen økonomi, teknologi og naturvitenskapen. Modelleringskompetanser som å konstruere, analysere og kritisk vurdere matematiske modeller er derfor viktige i utviklingen av aktive samfunnsborgere (Blomhøj, 2006).

1.1 Begrepsavklaring

I løpet av oppgaven vil jeg bruke en del faglige begrep som vil bli forklart underveis. Noen begrep er gjennomgående for hele oppgaven, og det vil være hensiktsmessig å forklare dem allerede her i innledningskapittelet.

Modellering og matematisk modellering er to begrep som brukes synonymt, og begge vil referere til den samme matematiske prosessen hvor man tar for seg virkelighetsproblemer og forsøker å løse dem ved hjelp av matematikk (Blum & Ferri, 2009). Det er ikke nødvendigvis den virkeligheten man opplever, men det kan også være en tenkt virkelighetsnær situasjon. To andre begrep som er tett knyttet til matematisk modellering er modelleringssyklusen og modelleringsprosessen. Modelleringsprosessen er en syklus som begynner og ender med et problem fra virkeligheten (Perrenet & Zwaneweld, 2012). Den er syklisk fordi den innebærer gjentatte oversettelser mellom virkeligheten og matematikken. Modelleringsprosessen beskriver elevenes ferd gjennom syklusen, og i litteraturen omtales elevenes individuelle ferd som deres modelleringrute (Blum & Ferri, 2009). Modelleringssyklusen er representert med ulike varianter innen matematikkdidaktisk forskning (Blomhøj & Jensen, 2003; Blum & Leiß, 2007; Greefrath, 2011, etc.), og kan beskrives som en modell som viser elevenes kognitive atferd i arbeid med modelleringsaktiviteter (Perrenet & Zwaneweld, 2012).

1.2 Modellering i skolen

Matematikkfaget er med på å utvikle den matematiske kompetansen som trengs både på samfunnsnivå og på individnivå (Utdanningsdirektoratet, 2013). En slik utvikling krever at elevene får mulighet til å arbeide med faget både teoretisk og praktisk. I praktisk bruk fremtrer matematikken som et verktøy som kan brukes til å forklare og beskrive omverdenen (Utdanningsdirektoratet, 2013). Et argument for matematikk i skolen er derfor

[1] Norges offentlige utredninger

at faget skal kunne anvendes også utenfor skolen. Matematikken kan sees på som et verktøy for å fremme generell matematikk kompetanse, og for å skape en bedre forståelse av virkelige situasjoner. I tillegg er matematikken en viktig del av vår kultur og vårt samfunn, og har en stor egenverdi (Niss, 1996). Dette kommer også fram i matematikkfagets formål i læreplanen: «Matematikk er ein del av den globale kulturarven vår. Mennesket har til alle tider brukt og utvikla matematikk for å systematisere erfaringar, for å beskrive og forstå samanhengar i naturen og i samfunnet og for å utforske universet» (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 2). Arbeid med matematisk modellering vil åpne opp for anvendelse av matematikken i virkelighetsnære situasjoner, og kan gi elever en bedre forståelse og beskrivelse av fenomener både i virkeligheten og i matematikken.

1.2.1 Tre perspektiver på modellering

Blomhøj (2006) beskriver tre perspektiver på hvorfor matematisk modellering er både viktig og nyttig å lære seg: det samfunnsmessige-, det undervisningsmessige- og det læringsmessige perspektivet. Det samfunnsmessige perspektivet forklarer at det er viktig å utvikle bevissthet om matematiske modellers rolle og funksjon i samfunnet. Modellering forbereder elevene på å ta del i et samfunn i stadig utvikling, og bidrar til utvikling av modelleringskompetanser som å stille opp, analysere og kritisk vurdere matematiske modeller (Blomhøj, 2006; Blum & Ferri, 2009). Nesten alle tekniske, økonomiske og naturvitenskapelige fagområder inkluderer matematiske modeller, og utvikling av elevenes modelleringskompetanse vil være viktig for deres forståelse og anvendelse av matematiske modeller. I tillegg brukes matematiske modeller i sammenheng med samfunnsmessige beslutninger, for eksempel ved demokratiske valg. Utvikling av faglig kritisk dømmekraft er derfor viktig for å ta del i samfunnets demokratiske prosesser.

Det undervisningsmessige perspektivet er en begrunnelse av den matematiske modelleringens plass i matematikkfaget. Elevene skal forstå og mestre virkelighetsnære situasjoner, og det viktig at matematisk modellering ligger til grunn for arbeid med anvendt matematikk, slik at elevene lærer å knytte matematikk- og erfaringsverden sammen. Manglende modelleringskompetanse kan føre til at elevene sliter med å se sammenhengen mellom matematikk og virkelighet, og dermed få problemer med å anvende sin egen matematikkompetanse utenfor klasserommet. Blum (2015, s. 81) argumenterer for at modelleringskompetanser kun kan utvikles i modelleringsaktiviteter, og Singer (2007) mener derfor at elevene bør eksponeres for matematiske modeller tidlig i grunnskolen for å legge grunnlaget for deres modelleringskompetanse. Tverrfaglige prosjekter med modellering kan være med å skape en sammenheng mellom elevenes sosiale- og faglige kompetanse (Blomhøj, 2006).

Det læringsmessige perspektivet handler om muligheter og utfordringer knyttet til matematisk modellering. Gjennom arbeid med matematisk modellering skal elevene hovedsakelig utvikle modelleringskompetanse, men det kan også bidra til læring i andre grener av matematikken (Blomhøj, 2006). For mange elever kan arbeid med modellering gi en ny og mer fruktbar tilnærming til matematikkfaget. Virkelighetsnære eksempler kan øke elevers motivasjon for matematikk ved å gi dem knagger å henge matematiske begreper på. Når elevene få koblet matematikk og virkelighet sammen kan de både få en dypere forståelse av den aktuelle matematikken, og de vil huske den bedre (Blum, 2015, s. 81). En stor utfordring er knyttet til elevers utvikling av autonomi som en del av modelleringskompetansen. Elevene bør være ansvarlige og ta selvstendige valg i modelleringsarbeidet, noe som krever at de har en viss forståelse av matematisk modellering fra før (Blomhøj, 2006).

1.2.2 Modellering i læreplanen

I den utgående læreplanen LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2013) beskrives matematisk modellering som det å analysere og omskrive et problem fra virkeligheten til matematisk språk, og deretter vurdere om resultatet er gyldig sett i lys av den opprinnelige situasjonen. Min egen erfaring fra praksis er at flere skoler etterstreber å koble klasserommet sammen med omverdenen for å gjøre matematikken mer håndterlig og meningsfull for elevene. Matematisk modellering blir da en naturlig måte å jobbe med matematikk på. Ved å bruke matematikken for å beskrive og løse virkelige problemer blir den matematiske verden koblet sammen med den virkelige verden. Elever som arbeider med matematisk modellering i skolen lærer seg hvordan man kan anvende matematikken i situasjoner utenfor skolesammenheng (Schou, Hansen, Skott & Jess, 2008).

I fagfornyelsen, som trer i kraft fra og med høsten 2020, vil «modellering og anvendelser» være et av seks kjerneelement i matematikkfaget. Kjerneelementene defineres som det viktigste elevene skal lære i fagene (Utdanningsdirektoratet, 2017), og de skal ligge til grunn for alt av matematikkundervisning i grunnskolen. Modellering og anvendelser handler både om å konstruere egne matematiske modeller og om å kunne anvende ferdige modeller. For modellering er omverdensproblemet alltid utgangspunktet, noe som skiller det fra anvendt matematikk som kan ha andre innfallsvinkler. I den nye læreplanen vil matematisk modellering få en tydeligere plass enn tidligere, noe som sannsynligvis er et resultat av et ønske om å øke bruken av modellering i norske klasserom.

Matematikkdidaktisk forskning har de siste tiårene hatt et økende fokus på matematisk modellering og dens plass i den allmenne matematikkundervisningen (Blomhøj, 2006). Her har modelleringens positive sider som økt motivasjon og matematikkforståelse for elevene vært sentrale. Likevel har ikke matematisk modellering oppnådd den plassen i matematikkfaget som forskerne gjerne skulle ønske. Blum og Ferri (2009) mener at en av årsakene til avstanden mellom den ønskede og den realiserte modelleringen i skolen er at modellering er utfordrende, både for elever og lærere.

1.3 Utfordringer med matematisk modellering

Blum og Ferri (2009) sin studie peker på noen årsaker til hvorfor de mener at matematisk modellering kan være utfordrende både for elever og lærere. De trekker blant annet fram konstruering av modeller, forenkling og validering av resultat som mulige kognitive barrierer for elevene. I tillegg vil bevegelsen fram og tilbake mellom matematikken og virkeligheten være kognitivt utfordrende for elevene (Blum & Ferri, 2009). Lærerne kan få problemer med å holde elevene motiverte, og hjelpe dem gjennom de kognitivt krevende barrierene. Doerr (2007) mener en av grunnene til at lærere opplever utfordringer med modellering kan være mangel på modelleringskunnskap. Matematisk modellering vil i tillegg kreve kunnskap fra den virkelige verden, noe som kan gjøre undervisningen mer åpen og uforutsigbar.

Studien til Blum og Ferri (2009) trekker fram at god undervisning med modellering krever en bred matematikkompetanse hos læreren. Her vil blant annet det å finne den riktige balansen mellom lærerstøtte og selvstendig arbeid for elevene være viktig. Det krever at læreren er tilpasningsdyktig slik at elevene kan veiledes individuelt på deres vei mot selvstendig tenking, og unngår å lede dem mot «lærerens favorittløsning» (Blum & Ferri, 2009, s. 53). Lærernes utfordringer med modellering vil spille en viktig rolle når kjerneelementet «modellering og anvendelser» skal inkluderes i undervisningen, men det er selvfølgelig opp til hver enkelt lærer hvordan innlemmingen skjer.

1.4 Forskningsspørsmål

Det er ikke enkelt å si spesifikt hva slags utfordringer lærere har med matematisk modellering fordi det vil variere fra lærer til lærer. Blum og Ferri (2009) mener at en utfordring kan være kravet om hverdagskunnskap så vel som faglig kunnskap, og at undervisning med matematisk modellering vil være mer åpen og mindre forutsigbar for læreren. Doerr (2007) er enig i at mangel på faglig kunnskap er en utfordring, i tillegg til at mangel på spesifikke matematikkunnskaper relatert til modellering også kan skape problemer for lærere.

Min masteroppgave vil i all hovedsak dreie seg om to matematikklærere, og deres utfordringer med matematisk modellering i ungdomsskolen. Jeg ønsker å undersøke hva de to lærerne opplever som utfordrende med matematisk modellering, hvorfor akkurat dette er noe de synes er vanskelig, og hvilke konsekvenser de kan få for lærerne. Mitt forskningsspørsmål er derfor:

Hva opplever lærere som utfordrende i arbeid med matematisk modellering?

1.5 Oppgavens oppbygging

For at læreres opplevde utfordringer i arbeid med matematisk modellering skal være et aktuelt tema å undersøke, er det viktig å argumentere for modelleringens plass og dens muligheter i skolen. I teorikapitlet vil jeg derfor legge fram relevant teori og forskning for å underbygge problemstillingens relevans. Før jeg presenterer det teoretiske rammeverket, ser jeg det hensiktsmessig å beskrive et utvalg av modelleringssykluser for å gi leseren et innblikk i mangfoldet av sykluser som finnes. Rammeverket jeg har tatt utgangspunkt i er Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus. Under analyseprosessen ble det klart at modelleringssyklusen alene ikke var dekkende nok til å beskrive lærernes utfordringer med modellering. Valget av et ekstra rammeverk falt til slutt på Ball, Thames og Phelps (2008) sitt rammeverk for undervisningskunnskap i matematikk. På den måten kunne jeg se på utfordringene direkte knyttet til modelleringen, og samtidig analysere utfordringene knyttet til lærernes undervisningskunnskaper.

Jeg har valgt en triangulerende datainnsamlingsmetode, med intervju og observasjon av to lærere. De forskningsmetodiske valgene blir beskrevet og begrunnet i metodekapitlet for å gjøre studien så transparent som mulig slik at leseren skal få et godt innblikk i forskningen. Videre vil interessante funn trekkes fram og beskrives i analysekapitlet. Her vil jeg kommentere utdrag fra intervju og observasjon, og peke på hvorfor de er aktuelle for å svare på forskningsspørsmålet mitt. I diskusjonen vil jeg belyse både bakenforliggende årsaker til lærernes utfordringer, og eventuelle konsekvenser de kan føre til. I tillegg vil jeg komme med noen forslag til hvordan utfordringene kan tas tak i for å proaktivt fremme matematisk modellering som en undervisningsmetode. Helt til slutt vil jeg oppsummere oppgaven, og kommentere hva som kan være aktuelle problemstillinger til videre forskning.

2. Teori

For å få et helhetlig bilde av læreres utfordringer med matematisk modellering, kreves det at en del begreper innen modellering defineres. Sentral teori for matematisk modellering vil være modelleringssyklusen, modelleringsprosessen, modelleringsruter, modelleringskompetanse og modelleringsperspektiv. Det vil også være relevant å se på ulike tilnærminger til matematisk modellering for å vurdere ulike modelleringssykluser og som et argument for mitt valg av rammeverk. I tillegg er teori om undervisningskunnskap i matematikk aktuelt å trekke inn for å se på hvilke utfordringer læreren kan støte på i arbeid og undervisning med matematisk modellering.

2.1 Matematisk modellering

Matematisk modellering er en problemløsningsprosess hvor matematikk skal tas i bruk for å løse problemer fra den virkelige verden (Ärlebäck, 2009). Det er viktig å presisere at «den virkelige verden» ikke alltid refererer til den realiteten man opplever, men at det også kan være en tenkt virkelighet. Modelleringsoppgaver er ofte basert på virkelighetsnære situasjoner, selv om de ikke nødvendigvis er fra den ekte virkeligheten. I skolesammenheng er modellering en måte koble sammen virkeligheten og matematikken. Carreira (2011, s. 159) sier at matematisk modellering og forståelse i matematikk gjensidig påvirker hverandre. På den ene siden kan elever bruke kunnskap fra den virkelige verden til å forstå matematikken bedre, og på den andre siden kan utvikling av modelleringskunnskaper være en måte å forstå den reelle verden (Galbraith, 2007). Ved å bruke matematikk til å forklare situasjoner fra virkeligheten kan elevene både forstå den reelle situasjonen, og den aktuelle matematikken bedre. De virkelighetsnære problemene blir et sett med knagger som de matematiske begrepene kan henges på, og kan gjøre matematikken enklere å håndtere og mer meningsfylt for elevene (Blum & Ferri, 2009).

2.1.1 Modelleringsprosessen

Matematisk modellering er en prosess hvor man forsøker å løse et problem fra virkeligheten ved hjelp av matematikk (Blum & Ferri, 2009; Blum, 2015). Modelleringsprosessen beskriver modelleringsarbeidet fra begynnelse til slutt. Fra en virkelighetsnær oppgave som forenkles og matematiseres, til et matematisk resultat som kan tolkes og valideres tilbake til den aktuelle situasjonen (Maaß, 2006; Perrenet & Zwaneveld, 2012). Modelleringsprosessen er en generell beskrivelse av arbeidet i en modelleringsaktivitet, men i praksis kan elevene finne mange forskjellige veier til målet (Maaß, 2006). Modelleringsprosessen kan relateres til Clements og Sarama (2004) sin artikkel om hypotetiske og faktiske læringsbaner i matematikk. Den hypotetiske læringsbanen er en planlagt vei, med oppgaver og arbeidsformer, som elevene skal følge for å nå et spesifikt mål (Clements & Sarama, 2004, s. 84). Den faktiske læringsbanen viser til de veiene elevene tar i praksis. Det betyr at lærere kan ha en tanke og en plan om hvordan modelleringsprosessen vil foregå på forhånd, men at de må være fleksible for å kunne følge de veiene elevene tar i praksis.

I litteraturen er det flere syn på modelleringsprosessen. Maaß (2006, s. 114) skriver at man kan skille mellom de ulike forståelsene av modelleringsprosessen ut fra hvor mye fokus som er på de matematiske stegene, og hvor mye som er på de ikke-matematiske. Det handler om hvilke deler av modelleringsprosessen som sees på som mer eller mindre viktige. Noen mener matematiseringen er det viktigste steget, mens andre mener at prosessen i sin helhet er viktig. De forskjellige tolkningene av modelleringsprosessen gjenspeiles i de ulike tilnærmingene til modellering og de mange modelleringssyklusene som finnes i litteraturen (se kap. 2.2 og 2.3).

2.1.2 Modelleringsruter

Modelleringsprosessen blir ofte visuelt representert ved en modelleringssyklus som viser stegvis hvordan elever forsøker å løse et problem fra deres erfaringsverden (Perrenet & Zwaneveld, 2012). Syklusene viser kun et ideelt bilde på hvordan en elev vil bevege seg fra begynnelse til slutt i en modelleringsoppgave (Haines & Crouch, 2013). I det reelle arbeidet med modellering vil svært få elever følge en syklus steg for steg. Hvis man ser modelleringsarbeid i lys av Clements og Sarama (2004) sine læringsbaner, vil den hypotetiske læringsbanen representere modelleringsprosessen, og den faktiske læringsbanen vil representere modelleringsruten. Alle elever er individuelle, og tenker og arbeider med sin egen unike fremgangsmåte i modelleringsarbeid. Ferri (2007) kaller dette for elevenes individuelle modelleringsruter. Elevene begynner modelleringsprosessen ut fra deres egne preferanser og forkunnskaper, og går gjennom de ulike stegene i syklusen med fokus på enkelte steg, mens andre steg blir ignorert (Blum & Ferri, 2009).

2.1.3 Modelleringskompetanse

Et av de viktigste resultatene fra arbeid med modelleringsaktiviteter er utviklingen av matematiske kompetanser (Singer, 2007, s. 239). I læreplanens formål med matematikkfaget, står det at matematisk kompetanse er nødvendig for å forstå og kunne påvirke prosesser i samfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 2). Matematisk modellering kan fremme utvikling av kompetanser som kan brukes både i matematikken og i dagliglivet. Dette er kompetanser som blant annet lesing, kommunikasjon, anvendelse av problemløsningsstrategier, matematisk arbeid og modelleringskompetanser (Niss, 2003).

Niss (2015) identifiserer modelleringskompetanse som en av åtte matematiske kompetanser, og ifølge Blum (2015, s. 81) kan modelleringskompetanser kun utvikles gjennom modelleringsaktiviteter. Dette er et viktig argument for modelleringens plass i skolen. Blomhøj og Jensen (2003; 2007) definerer modelleringskompetanse som evnen til å gå gjennom alle stegene i modelleringsprosessen i en gitt kontekst. Mer spesifikt kan modelleringskompetanse beskrives som evnen til å konstruere, anvende og kritisk vurdere matematiske modeller (Blum & Ferri, 2009; Niss, 2015).

2.2 Tilnærminger til modellering

Innen matematikkdidaktisk forskning finnes det flere ulike tilnærminger til matematisk modellering. Det er forskjellige syn på hva modellering er, og på modelleringens bruksområder. Før jeg går inn på noen av de mange modelleringssyklusene som finnes, ser jeg nødvendigheten av å beskrive de ulike tilnærmingene til matematisk modellering. Ved å knytte syklusene sammen med en eller flere av tilnærmingene, kan det bli enklere å forstå hvorfor de er konstruert som de er. Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), som er en del av mitt teoretiske rammeverk, vil plasseres i den kognitive tilnærmingen til modellering.

På kongressen CERME4 (Congress of European Research in Mathematics Education) presenterte Gabriele Kaiser et klassifiseringssystem for de ulike tilnærmingene til modellering (Kaiser, 2005). Videre i 2006 presenterte hun sammen med Sriraman en utvidet versjon av sitt originale klassifiseringssystem. Tabell 1 presenterer de forskjellige tilnærmingene til matematisk modellering med hensyn til de sentrale målene for modelleringen, og den bakgrunnen tilnærmingene stammer fra. (Kaiser & Sriraman, 2006 s. 304). For å få en bedre forståelse av klassifiseringssystemet, vil tabell 2 vise kjennetegn og eksempeloppgaver til hver av de seks modelleringstilnærmingene.

Tabell 1

Ulike tilnærminger til matematisk modellering – egen oversettelse av Kaiser og Sriraman (2006, s. 304) sitt klassifiseringssystem

Navn på tilnærming	Sentrale mål	Bakgrunn
Realistisk eller anvendt modellering	Pragmatisk-utilitaristiske mål: Løse virkelighetsnære problemer, forstå den virkelige verden, promotere modelleringskompetanser	Anglo-Saksisk pragmatisme og anvendt matematikk
Kontekstuell modellering	Fagrelaterte og psykologiske mål: Løse tekstoppgave.	Hverdagslig skolepraksis og psykologiske eksperimenter
Pedagogisk modellering: a) Didaktisk modellering b) Konseptuell modellering	Pedagogiske og fagrelaterte mål: a) Strukturering og utvikling av læringsprosesser b) Introduksjon og utvikling av begreper	Didaktiske teorier og læringsteorier
Sosialkritisk modellering	Pedagogiske mål: Kritisk tenking om, og forståelse av omverden	Sosialkritiske tilnærminger til politisk sosiologi
Epistemologisk eller teoretisk modellering	Teoretiske mål: For å arbeide med spesifikke teorier	Romansk epistemologi
Kognitiv modellering	Psykologiske mål: a) Analyse og forståelse av de kognitive prosessene som finner sted under modelleringsprosessen. b) Utvikling av matematiske tankeprosesser ved bruk av modeller som bilder, eller ved å se på modellering som en mental prosess på lik linje med abstraksjon og generalisering.	Kognitiv psykologi

Tabell 2

Eksempeloppgaver og kjennetegn på modelleringstilnærminger – hentet og oversatt fra Kaiser, Sriraman og Blomhøj (2006, s. 2037) og Blum og Ferri (2009, s. 46)

Tilnærming	Eksempel	Kjennetegn
Realistisk eller anvendt modellering	Lag en prisoversikt til en taxisjåfør	Det er en åpen oppgave som krever at man konstruerer en modell. Hele modelleringssyklusen må anvendes.
Kontekstuell modellering	En taxisjåfør har fastpris på 50kr og 8kr per km. Sjåføren er 45 år og taxien er 6 år. Hvor mye koster det å kjøre 5 km?	Dette er en typisk tekstoppgave.
Pedagogisk modellering:	Samme oppgaven som kontekstuell modellering	Læreren kan bruke oppgaven til å utforske lineære funksjoner. Læreren bruker oppgavens kontekst til å forstå og utvikle matematiske begrep.
Sosialkritisk modellering	Hvordan burde en taxisjåfør få betalt?	Her skal man tenke på de sosiale spørsmålene. Man kan vurdere om sjåføren skal ha provisjonslønn, eller timebetaling.
Epistemologisk modellering	Hvor mye tjente taxisjåføren i løpet av en dag?	Oppgaven krever mange antakelser. Hvordan er prisstrukturen, hvor mange kunder hadde han, hva er bensinprisen.
Kognitiv modellering	Taxisjåføren vurderer hvor han skal tanke taxien. I byen koster det 15kr/l, og i nabobyen, som er 20km unna, er bensinprisen 12kr/l. Er det verdt det å kjøre til nabobyen for å fylle tanken?	Oppgaven krever mange antakelser. Er det fastpris på bensin, hva er taxiens forbruk, evt. penger spart mot tid og taxikunder tapt, ekstra kilometerstand.

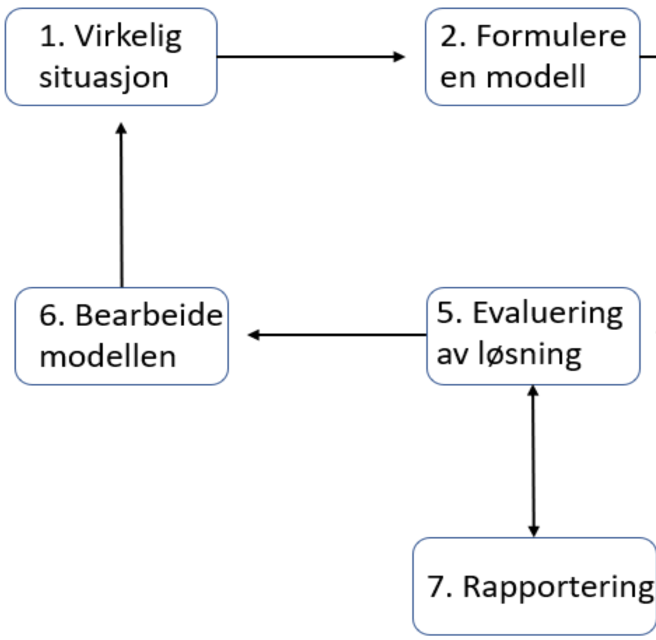
I neste delkapittel skal presentere noen modelleringssykluser, og forsøke å sette dem inn i en av de seks klassifiseringene fra tabellen til Kaiser og Sriraman (2006).

2.3 Den sykliske representasjonen av modelleringsprosessen

I matematikkdidaktisk forskning beskrives modelleringssyklusen som et teoretisk og analytisk instrument, og blir ofte brukt til å beskrive og forklare elevers arbeid med modelleringsaktiviteter i skolen (Carreira, 2011). Som nevnt i begrepsavklaringen i innledningen (kap. 1.1) finnes det mange forskjellige modeller av den sykliske modelleringsprosessen som foregår i arbeid med modelleringsaktiviteter. Modellene varierer, og er tilpasset de ulike tilnærmingene til matematisk modellering (Haines & Crouch, 2013).

I dette delkapittelet vil jeg presentere noen ulike modelleringssykluser. Her vil jeg vise utviklingen av modellene fra de tidligste versjonene fra 70-tallet, til nyere varianter som er mer tilpasset matematisk modellering. Blum og Leiß (2007) sin modell, som jeg har valgt å bruke som en del av mitt rammeverk i denne oppgaven, vil presenteres nærmere i delkapittel 2.4.

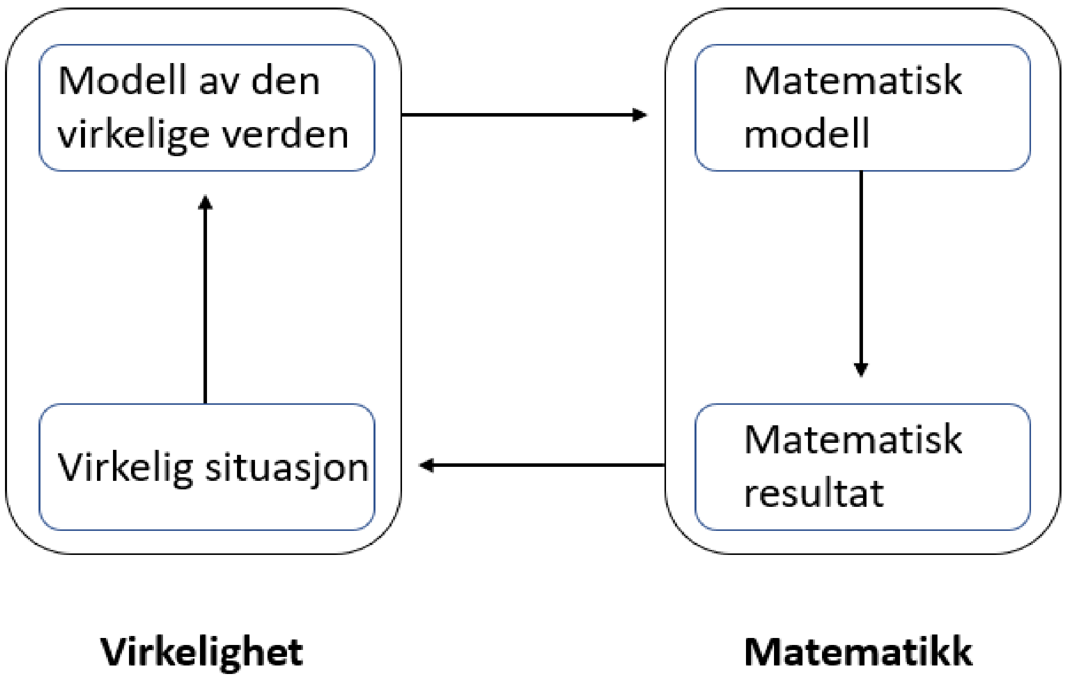
Den sykliske representasjonen av modelleringsprosessen ble for første gang presentert på slutten av 1970-tallet i ingeniørutdanning (Haines & Crouch, 2013). Den skulle beskrive ingeniørstudentenes arbeid med å konstruere en realistisk modell. Syklusen besto av seks steg, i tillegg til et separat sjuende steg kalt rapportering. Denne modellen var en tydelig inspirasjonskilde til Berry og Davies (1996) sin modelleringssyklus, som var den første syklusen som beskrev elevers modelleringsprosess med en realistisk eller anvendt modelleringstilnærming (Figur 2.1).



Figur 2.1 - Egen illustrasjon og oversettelse av Berry og Davies (1996) sin modelleringssyklus

Det som gjør Berry og Davies (1996) sin modelleringssyklus unik fra mange andre sykluser, er at rapporteringen står utenfor resten av syklusen slik som i den originale representasjonen fra 1970-tallet (Perrenet & Zwaneveld, 2012).

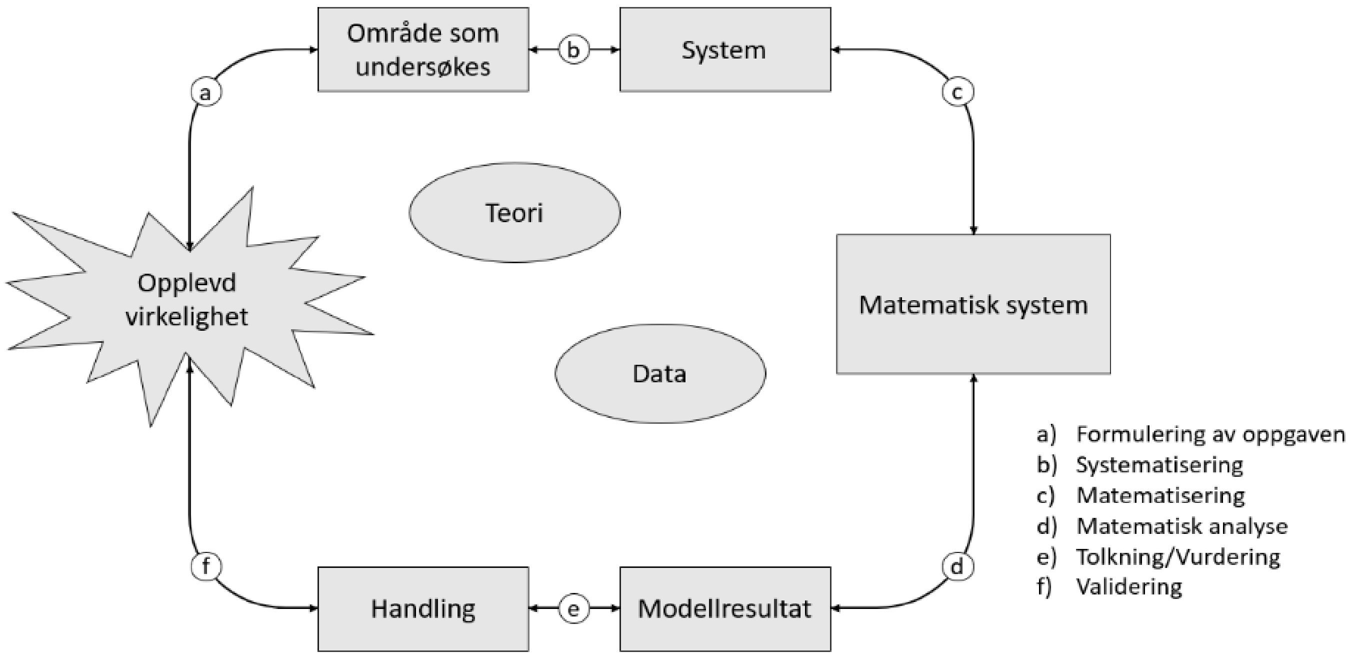
Det er en bred enighet blant forskere innen matematikkdidaktikken om at modelleringsprosessen er syklisk, med start og slutt i en virkelig situasjon (Maaß, 2013; Blum, 2015). Derfor er det naturlig å representere modelleringsprosessen med sykliske modeller. En enkel, didaktisk tilnærming til modelleringsprosessen, ble presentert av Kaiser (1995) og Blum (1996), en syklus bestående av fire steg (Figur 2.2).



Figur 2.2 - Egen illustrasjon og oversettelse av Kaiser (1995) og Blum (1996) sin modelleringssyklus

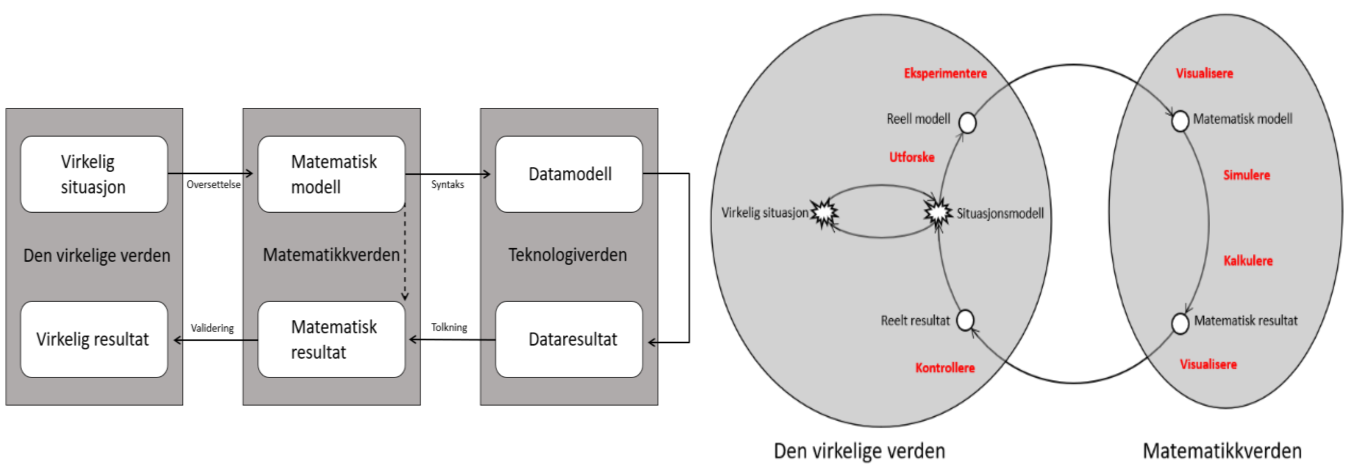
Modellen til Kaiser (1995) og Blum (1996) tar for seg de fire hoveddelene av modelleringsprosessen, og mange forskere har tatt utgangspunkt i denne modellen når de senere har presentert sine egne tolkninger av modelleringsprosessen. I dag finnes det mange forskjellige modeller som stammer fra Kaiser (1995) og Blum (1996) sin modell, med modifikasjoner tilpasset den tilnærmingen til matematisk modellering forskerne har.

Et eksempel på en modell som er videreutviklet fra Kaiser (1995) og Blum (1996), er syklusen til Blomhøj og Jensen (2003) som både har en kognitiv og en realistisk tilnærming til modellering (Figur 2.3). Det betyr at modellen vektlegger de mentale prosessene som skjer i modelleringsaktiviteter, samtidig som den fokuserer på å forstå den virkelige verden. Modellen deres er en visuell representasjon av modelleringsprosessen som knytter modelleringen til den opplevde virkeligheten (Haines & Crouch, 2013). Den består av seks steg (a-f), samtidig som den legger til rette for at teori og data, som ligger i midten av syklusen, vil spille inn i hele modelleringsprosessen (Blomhøj & Jensen, 2003). Som en utvikling av modellen, legger Blomhøj (2006) til to tilleggsfaktorer, interesse og erfaring, som også kan spille inn på alle delprosessene. Det viser hvordan virkelighetskunnskap er et viktig element i matematisk modellering.



Figur 2.3 – Egen illustrasjon og oversettelse av Blomhøj og Jensen (2003) sin modelleringssyklus

En annen modell med røtter i Kaiser (1995) og Blum (1996) presenteres i Siller og Greefrath (2010). Denne modellen bygger videre på tanken om at det finnes to adskilte verdener, den virkelige verden og den matematiske, og at man beveger seg mellom dem når man modellerer. I tillegg til de to verdenene tar Siller og Greefrath (2010) inn en tredje verden for å inkludere teknologibruk i modelleringsarbeidet (Figur 2.4a).



Figur 2.4 – Egen illustrasjon og oversettelse av Siller og Greefrath (2010) og Greefrath (2011) sine modelleringssykluser for inkludering av digitale verktøy

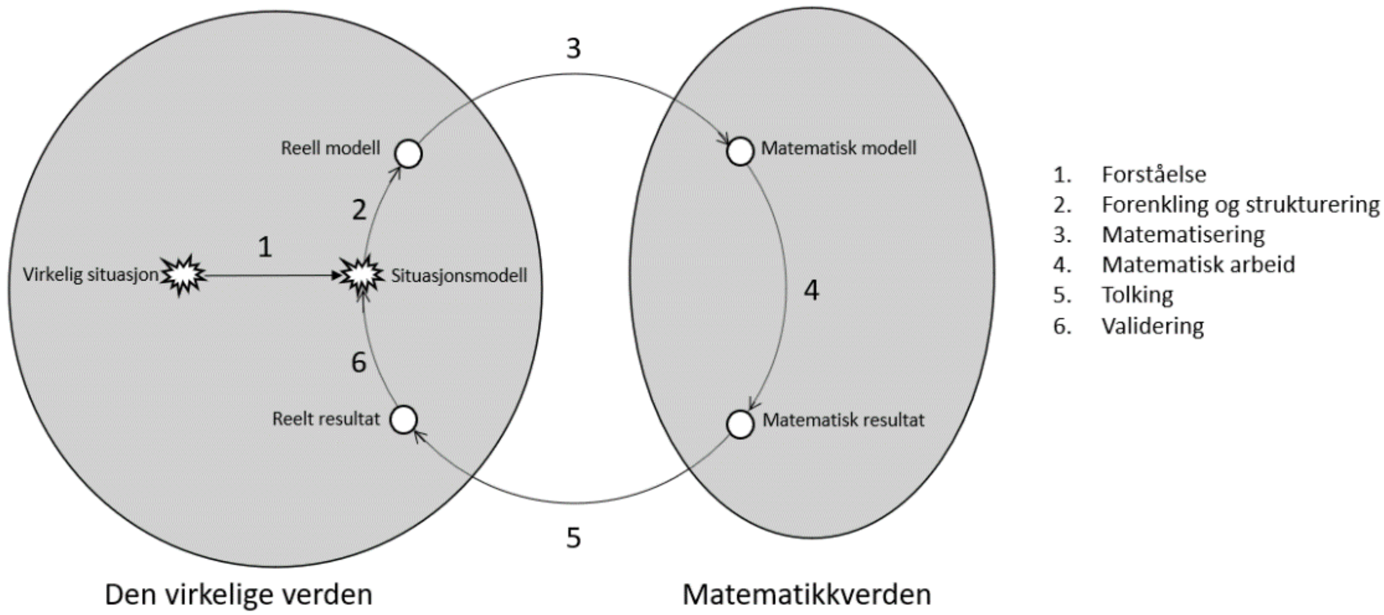
Behovet for den tredje verdenen oppsto fordi at Siller og Greefrath (2010) mente at implementering av digitale hjelpemidler ville kreve en egen oversettelse som kun var mulig fra matematikkverdenen, og ikke direkte fra den virkelige situasjonen. På samme måte måtte resultatet, som ble kalkulert av datamaskinen, oversettes til matematikk før det kunne tolkes tilbake til den virkelige verden (Siller & Greefrath, 2010). Nyere studier (Greefrath, 2011; Geiger, 2011) har vist at tanken om en separat teknologiverden kun vil gi et begrenset syn på de digitale hjelpemidlenes rolle i matematisk modellering. Teknologi skal kunne inkluderes i alle stegene av modelleringsprosessen, ikke kun i det matematiske arbeidet (Greefrath, 2011). Derfor har de gått bort fra ideen om en tredje verden, og heller inkludert teknologien innad i de to originale verdenene (Figur 2.4b).

Modellene som er presentert i dette delkapittelet (Figur 2.1-2.4) er kun representasjoner av ideelle modelleringsprosesser uten problemer med å bevege seg fra et steg til det neste. I virkeligheten er det ikke så enkelt. Galbraith og Stillman (2001) viser i sin studie at elever som arbeider med modelleringsaktiviteter ofte vil bevege seg fram og tilbake mellom virkeligheten og matematikken for å sjekke, vurdere og anslå verdier (Haines & Crouch, 2013). De hyppige skiftene mellom de to verdenene kan skape utfordringer for elevene. Min studie vil ta for seg læreres opplevde utfordringer i arbeid og undervisning med matematisk modellering, og det vil være relevant å ta utgangspunkt i en modelleringssyklus for å vurdere hvor i syklusen elevene kan møte problemer. Elevenes utfordringer vil indirekte påvirke lærerne og kan skape utfordringer for dem.

2.4 Blum og Leiß sin modelleringssyklus

I min studie har jeg valgt å bruke modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), illustrert i Blum og Ferri (2009), som utgangspunkt for min undersøkelse. Jeg har brukt stegene i modellen som en retningslinje for både intervjuguide, observasjonskart og i analysen for å se på og vurdere lærernes utfordringer med matematisk modellering.

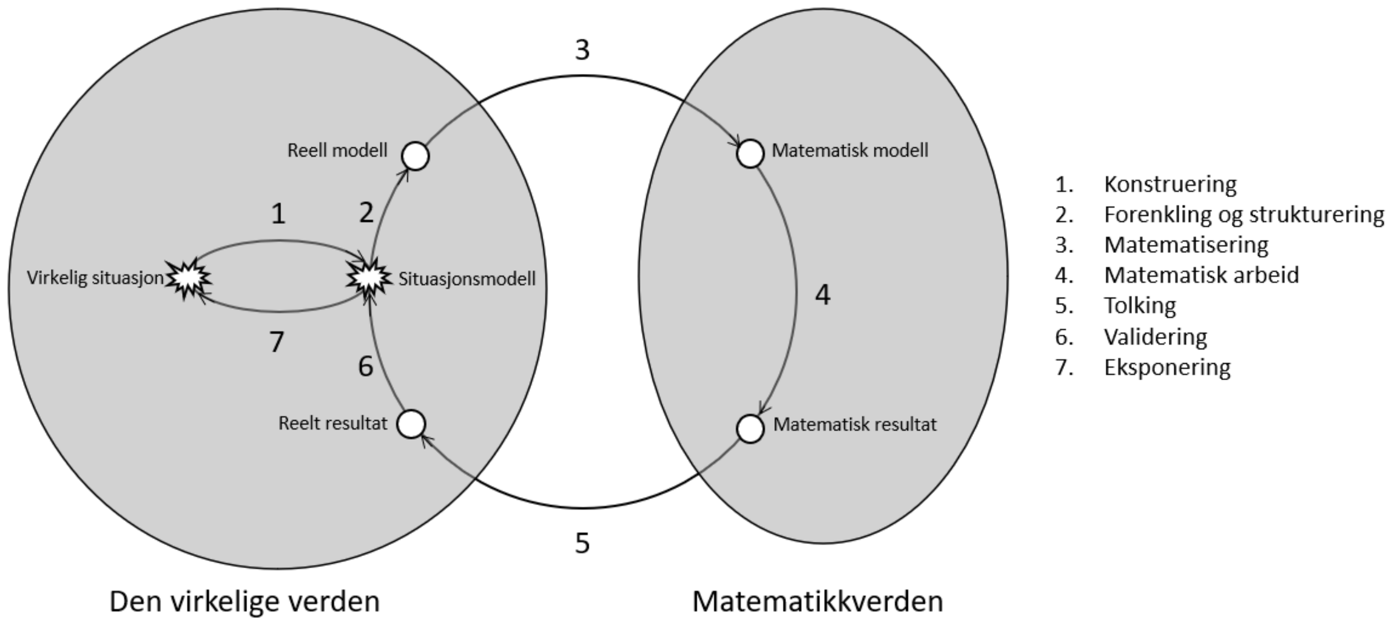
Blum og Leiß sin representasjon av modelleringsprosessen ble for første gang presentert på CERME4 kongressen (2005). Modellen deres er en videreutvikling av Kaiser (1995) og Blum (1996) sin originale modelleringssyklus (Figur 2.2), og viser til de to verdenene (virkeligheten og matematikken) som elevene beveger seg mellom i modelleringsaktiviteter. I tillegg til de fire originale fasene (virkelig problem, virkelig modell, matematisk modell og matematisk resultat), legger Blum og Leiß (2005) til situasjonsmodell og virkelig resultat (Figur 2.5).



Figur 2.5 – Egen illustrasjon og oversettelse av Blum og Leiß (2005) sin modelleringssyklus

Ved å legge til situasjonsmodellen, viser Blum og Leiß (2005) at de ønsker å legge mer vekt på forståelsen av den virkelige situasjonen før det modelleringsarbeidet begynner (Haines & Crouch, 2013). Blum og Leiß (2005) mener at situasjonsmodellen er den viktigste fasen i modelleringsprosessen fordi det er her elevene forsøker å forstå oppgaven (Ferri, 2006). Selv omtaler Ferri (2006) situasjonsmodellen som en «mental representasjon av situasjonen», fordi hun mener det gir en bedre beskrivelse av de interne prosessene som foregår når eleven prøver å forstå oppgaveteksten. Blum og Leiß sin utvidelse av modellen gjør at den vil tilhøre den kognitive modelleringstilnærmingen i Kaiser og Sriraman (2006) sin klassifisering (Tabell 1). Det virkelige resultatet er et viktig aspekt i modellen, og er et mellomsteg mellom det matematiske resultatet og den opprinnelige situasjonen. Det betyr at det matematiske resultatet må tolkes i den virkelige konteksten før det kan valideres. Dette er ikke noe nytt, men viser til at man fortsatt befinner seg i syklusen når resultatet fortolkes.

Blum og Leiß (2007) introduserer modellsyklusen med en ny modifisering, med et sjuende steg (Figur 2.6). Endringen som de har gjort revolusjonerer ikke modellen, men sluttfører syklusen slik at den ender på samme sted som den begynte, i den virkelige situasjonen. Modellen er illustrert i Blum og Ferri (2009), og navneendringen på det første steget fra «forståelse» til «konstruering» kan forklares med Ferri sin mening om at det skal konstrueres en mental representasjon av situasjonen.



Figur 2.6 – Egen illustrasjon og oversettelse av Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus

Modellen består av sju steg som beskriver overgangene elevene går gjennom i arbeid med modelleringsoppgaver. Det første og viktigste steget handler om å forstå oppgaven. Eleven må konstruere et mentalt bilde av den virkelige situasjonen, og forstå den før matematikken kan tas i bruk. Uten en god forståelse av oppgaven, vil hele modelleringsaktiviteten stå i fare. I det neste steget må den mentale modellen forenkles og struktureres til en reell modell av den virkelige situasjonen. Det er opp til elevene å gjøre antakelser og bestemme hvilken informasjon som er viktig og relevant å ha med, og hva kan forkastes. Videre vil matematiseringen, som er overgangen fra den virkelige verden til matematikkverden, by på noen utfordringer for elevene. Matematisering er ifølge Freudenthal (1973, s. 44) en måte å organisere noe fra virkeligheten med et matematisk perspektiv. I modellering vil det si å tildele den reelle modellen verdier i form av tall eller variabler som gjør det mulig å gå videre til det matematiske arbeidet. Det fjerde steget kan minne om klassisk matematikk, hvor elevene beveger seg fra en matematisk modell, i form av en oppgave, og løser den til et matematisk resultat. Når man har et matematisk resultat, skal det tolkes tilbake til den opprinnelige situasjonen for å vurdere om resultatet gir mening. I overgangsfasen knyttes den anvendte matematikken til den virkelige situasjonen, noe som kan gjøre at matematikken oppleves som mer meningsfylt for elevene (Blum & Ferri, 2009). I valideringsfasen må elevene ta stilling til om det reelle resultatet gir et adekvat bilde av den virkelige situasjonen. Elevene må sjekke hvilken rolle de forenklingene og antakelsene de har gjort har for det reelle resultatet. En unøyaktig måling kan være en avgjørende feilkilde i det reelle resultatet. Det siste steget, eksponeringen er når det endelige resultatet skal presenteres. Dette er det aller siste steget, og skjer vanligvis etter at elevene har gått flere runder fram og tilbake i syklusen. Ringen sluttføres, og elevene kan vise fram sitt endelige resultat (Blum & Ferri, 2009; Leiß, Schukajlow, Blum, Messner & Pekrun, 2010).

Modellen til Blum og Leiß (2007) skiller konstruksjonssteget og eksponeringssteget fra resten av syklusen. Det er fordi situasjonsmodellen, den mentale forståelsen av oppgaven, må være på plass før modelleringsarbeidet kan begynne (Leiß et. al., 2010). Da setter de søkelyset på den potensielle kognitive barrieren som kan skje allerede i forståelsen av en modelleringsoppgave. Blum og Ferri (2009) illustrerer et godt eksempel på dette med en elev som skal regne ut høyden på en kjempe ut fra lengden på skoen hans. Eleven legger bare sammen de tallene som står i oppgaveteksten og håper at det skal holde. Eksponeringssteget er også skilt fra resten av syklusen. Etter flere runder i modelleringssyklusen, vil elevene vurdere oppgaven som løst, og syklusen kan avsluttes.

2.4.1 Forståelse og tolkning

Med utgangspunkt i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), har jeg valgt ut to steg som kan hjelpe meg å svare på forskningsspørsmålet mitt. Jeg har valgt å fokusere på elevenes forståelse av modelleringsoppgaver og deres tolkning av egne resultater, for å se på hvilke utfordringer disse stegene kan skape for lærerne. Elevenes forståelse av modelleringsoppgaver kan være veldig avhengig av læreren. Læreren kan for eksempel påvirke valg av oppgaver på bakgrunn av elevenes forkunnskaper og interesseområder, hvordan han presenterer aktiviteten for dem, eller hvordan han veileder dem i modelleringsarbeidet. Læreren vil derfor spille en viktig rolle for elevenes læring og forståelse i modelleringsaktiviteter. Det vil også være interessant å se på elevenes tolkning av resultat i modelleringsarbeid, fordi det er noe som svært få elever er vant med å gjøre. Det er et viktig steg å fokusere på fordi det er i overgangsfasen mellom de to verdenene at matematikken knyttes sammen med den virkelige situasjonen. Uten å koble det matematiske resultatet tilbake til virkeligheten vil ikke modelleringen få utnyttet sitt potensiale om å gjøre matematikken mer meningsfylt. Både forståelsessteget og tolkningssteget kan skape utfordringer for lærerne, som igjen kan få konsekvenser for deres praksis.

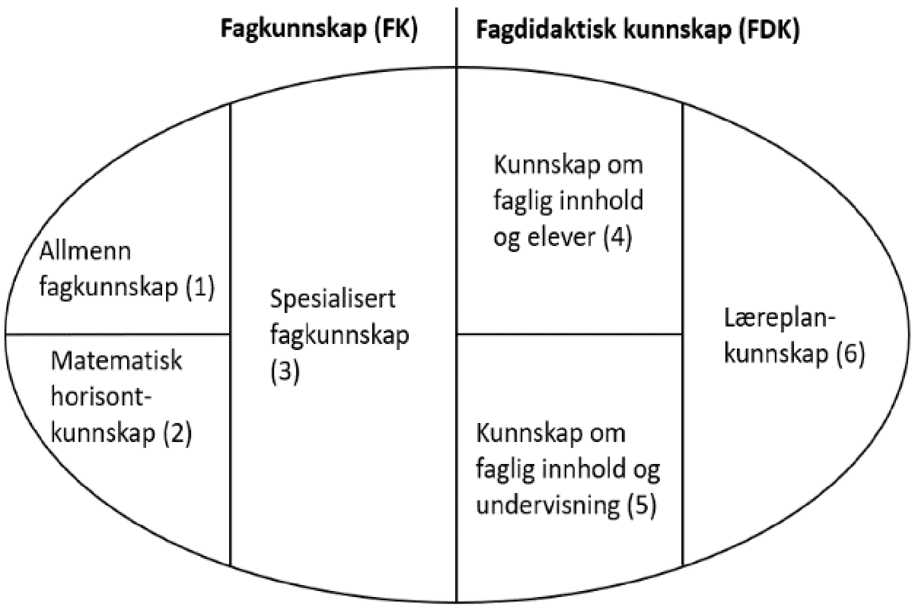
2.5 Undervisningskunnskap i matematikk

For å svare på forskningsspørsmålet, *hva opplever lærere som utfordrende i arbeid og undervisning med matematisk modellering*, vil ikke teori om modellering og modelleringssykluser alene være tilstrekkelig. Det vil også være hensiktsmessig å inkludere teori som forklarer lærerens undervisningskunnskap i matematikk.

Her hadde jeg valget mellom to teoretiske rammeverk som begge kunne fungere godt til mitt formål. Ball et al. (2008) sitt rammeverk for undervisningskunnskap i matematikk, og Kunnskapskvartetten av Rowland, Huckstep & Thwaites (2003). Med mitt formål om å belyse læreres undervisningskunnskaper i matematikk, gav de to rammeverkene meg mye av det samme. Det var vanskelig å argumentere for at det ene rammeverket passet bedre enn det andre. Det som til slutt ble den avgjørende faktoren, var at Rowland et al. (2003) utviklet kunnskapskvartetten som et verktøy for veiledning av lærerstudenter, mens Ball et al. (2008) sitt rammeverk var mer rettet mot analyse av praktiserende lærere.

2.5.1 Modell for undervisningskunnskap i matematikk

Ball et al. (2008) presenterer en modell for læreres undervisningskunnskap i matematikk (Figur 2.7). Modellen er videreutviklet fra Shulman (1986) sine kategorier om fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. Den venstre siden av modellen tar for seg matematikken som et verktøy, og vil handle om den praktiske bruken av matematikken. Høyresiden er kunnskap om matematikkfaget, elever, undervisningsmetoder og læreplaner (Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2010).



Figur 2.7 – Egen illustrasjon av Ball et al. (2008) sin modell for undervisningskunnskap. Oversatt av Fauskanger, Mosvold og Bjuland (2010)

Allmenn fagkunnskap (1) er den matematiske kunnskapen som det er forventet at alle velutdannede voksne har (Mosvold & Fausanger, 2015). Det er grunnleggende matematikkunnskaper som kreves i mange yrker og samfunnsarenaer. Den spesialiserte fagkunnskapen (3) er kunnskap som er spesielt knyttet til undervisning i matematikk, og er forbundet med en relasjonell forståelse av det faglige innholdet. En relasjonell forståelse vil innebære både å vite hva man gjør, og hvorfor, og er motparten til instrumentell forståelse som kun handler om å gjenta og huske prosedyrer (Skemp, 1976). Matematisk horisontkunnskap (2) er kunnskap om hvordan matematiske emner i læreplanen henger sammen. Et eksempel på horisontkunnskap er at en førsteklasselærer har kjennskap til sammenhengen mellom den matematikken han selv underviser, og det elevene skal lære i andre og tredje klasse (Ball et. al., 2008). Læreplankunnskap (6) er også en av Shulman (1986) sine kategorier. Den er noe flytende, og kunne gått inn under kunnskap om faglig innhold og undervisning sier Ball et. al. (2008). Kategorien om læreplankunnskap tar for seg lærerens kjennskap til læreplaner og kompetansemål i matematikkfaget. Kunnskap om faglig innhold og elever (4) og kunnskap om faglig innhold og undervisning (5) er noe sammenvevd. Den første vil dreie seg om elevens forkunnskaper og tilrettelegging, mens den andre vil ta for seg undervisningsmetoder i matematikk. Begge kategoriene vil handle om hvordan læreren, med sin faglige kunnskap som grunnlag, legger til rette for at elevene skal få mest ut av matematikkundervisningen. Både den spesialiserte fagkunnskapen og den fagdidaktiske kunnskapen er knyttet til lærerens jobb (Fauskanger et al., 2010). Forskjellen vil være at den spesialiserte fagkunnskapen kun handler om matematikkfaget, uten den nødvendige kunnskapen om elever eller undervisning.

Modellen til Ball et al. (2008) har fått en del kritikk på grunn av sin utforming (Hurell, 2013; Thanheiser, Browning, Moss, Watanabe & Graza-Kling, 2010). Et felles punkt for kritikerne, som Ball selv også bemerker, er skillelinjen mellom allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap. Hvor skillet går har lite å si for praksis, men kan være problematisk for analyse (Hurell, 2013). Modellen har også fått kritikk fordi delene ikke er like store, og at den impliserer at enkelte deler er viktigere enn andre (Hurell, 2013). På tross av kritikken er modellen fortsatt en anerkjent modell for læreres undervisningskunnskap i matematikk, og i min studie vil ikke modellens utforming spille en viktig rolle.

2.5.2 Utfordringer knyttet til undervisningskunnskap i matematikk

Flere studier (bl.a. Doerr, 2007; Blum & Ferri, 2009) påpeker at lærerens fagkunnskap er viktig, men ikke tilstrekkelig for å undervise med matematisk modellering. Kaiser, Schwarz & Tiedemann (2010) viser i sin studie at matematisk modellering krever kunnskap om og fra den virkelige verden, noe som gjør at undervisningen vil bli mer åpen og mindre forutsigbar for læreren. Uforutsigbarheten kan føre til at lærere ikke føler seg trygge på undervisningen, og kan gjøre at de velger andre undervisningsaktiviteter i stedet. Doerr (2007) og Kuntze (2011) mener at en annen årsak til den begrensede bruken av modelleringen i grunnskolen er manglende kunnskap hos lærerne. I hovedsak manglende fagdidaktisk kunnskap om matematisk modellering og hvorfor modellering er viktig å inkludere i undervisningen.

Doerr og Lesh (2011) er enig i at kun fagkunnskap ikke er tilstrekkelig til å undervise modellering på en god måte. I deres studie diskuterer de hvilke kunnskaper som vil være nødvendige for lærere som skal undervise fra et modelleringsperspektiv. De trekker fram tre punkter for hva de mener kjennetegner kompetansen en lærer behøver for å undervise med matematisk modellering. For det første må læreren ha en relasjonell forståelse av det matematiske innholdet i det som undervises. Tchoshanov (2011) viser at elever lærer mye mer matematikk dersom læreren har en dyp relasjonell forståelse av matematikken. Hvis læreren har en instrumentell forståelse av et matematisk begrep, mister elevene muligens sin viktigste hjelperessurs. For det andre må læreren ha kunnskap om de ulike veiene og tankemåter elevene kan velge, og hvordan disse utvikles og tar form. Denne kunnskapen er viktig for at læreren skal kunne følge elevene gjennom deres individuelle modelleringsruter, uten å påvirke dem. For det tredje må læreren ha kunnskap om pedagogiske strategier som kan brukes i forskjellige sammenhenger for å støtte elevenes utvikling av matematisk tenkning.

Det første punktet er spesielt viktig i matematisk modellering på grunn av dets åpne og utforskende natur. Dersom en lærer har instrumentell forståelse for et matematisk tema, vil han få utfordringer med å hjelpe og veilede de elevene som trenger det. Det andre punktet handler om å forstå mangfoldet av veier elevene kan ta i det utforskende modelleringsarbeidet. En lærer trenger denne kunnskapen for å legge opp til gode, utforskende, problemløsende og forståelsesskapende modelleringsaktiviteter. Læreren må være fleksibel for å veilede elevene på de ulike modelleringsrutene de velger. Det tredje punktet handler om hvordan læreren kan anvende pedagogiske strategier for å hjelpe elevene med å utvikle sine matematiske kunnskaper.

2.5.3 Spesialisert fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap

Jeg har valgt å bruke tre av de seks områdene i Ball et al. (2008) sin UKM-modell, spesialisert fagkunnskap, kunnskap om elever og kunnskap om undervisning som en del av mitt teoretiske rammeverk. Lærerens spesialiserte fagkunnskap er kunnskap som kreves for å undervise å lære bort matematikk (Ball et al., 2008). Dersom det er en risiko for at modellering kan sette lærerens faglige trygghet på prøve, er det stor sannsynlighet for at læreren velger en tryggere løsning. I tillegg vil lærerens fagdidaktiske kunnskap om elevene og om undervisningsmetoder være relevant å ha med. Elevene kan skape utfordringer for læreren på flere måter, blant annet ved manglende forståelse og tolkning av oppgaver, eller generell uro som et resultat av åpne og utforskende aktiviteter. Hvis læreren ikke har erfaring med eller kunnskap om hvordan man kan undervise med matematisk modellering (se f.eks. «Quality teaching» i Blum & Ferri (2009) eller Blum (2015)), kan modelleringsaktiviteter miste mye av sitt potensiale. Det kan føre til at læreren ikke ser verdien i å bruke tiden på lignende undervisningsopplegg.

2.6 Oppsummering og endelig presentasjon av rammeverk

I dette kapittelet har jeg presentert en del begreper innen matematisk modellering og undervisningskunnskap. Videre i oppgaven vil jeg bruke begrepene som har blitt presentert, og derfor er det viktig å ha klare og tydelige definisjoner på dem. Jeg har forsøkt å gjøre rede for dem slik at det skal bli enklere å forstå forskningen min. Noe av teorien som har blitt presentert er ikke direkte knyttet til forskningsspørsmålet og det teoretiske rammeverket, men alt vil være relevant for å kunne forstå og forske på matematisk modellering, og undervisning med modelleringsaktiviteter.

Som rammeverk for å svare på forskningsspørsmålet, *Hva opplever lærere som utfordrende i arbeid med matematisk modellering*, har jeg valgt ut to elementer fra Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus, og tre elementer fra undervisningskunnskap i matematikk fra Ball et al. (2008). I tillegg vil jeg trekke inn et ikke-teoretisk element, tiden, som også kan være med å skape utfordringer for lærerne.

3. Metode

I dette kapittelet skal jeg presentere og begrunne mine forskningsmetodiske valg fra forskningsprosessen. Studien har tatt i bruk kvalitative metoder som intervju og observasjon for å undersøke hva to matematikklærere opplever som utfordrende i arbeid med matematisk modellering. Med flere perspektiver på samme problemområde er sannsynligheten større for at forskningen gir et godt bilde av det som undersøkes (Postholm & Jacobsen, 2011). Jeg vil begrunne mine valg av metoder både for planlegging og praktisk gjennomføring av datainnsamlingen, samt valg av forskningsdeltakere. I tillegg vil jeg argumentere for mitt valg av analysemetode, og mine forskningsetiske betraktninger.

3.1 Forskningsdesign

I samfunnsvitenskapelig forskning skiller man tradisjonelt mellom kvalitative og kvantitative metoder (Johannesen, Tufte & Christoffersen, 2016). Kvalitative metoder vil ta for seg få eksempler og kan gå mer i dybden, mens kvantitative metoder bruker mange informanter og får et bredere datamateriale, ofte ved hjelp av spørreundersøkelser (Postholm & Jacobsen, 2011). Det vil være fordeler og ulemper med begge forskningsmetodene. Kvantitative spørreundersøkelser kan ha lettere for å generalisere funn, men vil mangle dybde på grunn av at informantene ikke får utdypet seg. Motsatt vil kvalitative studier ha enklere for å studere interessante fenomener dypere, men vil ha problemer med generalisering på grunn av sin manglende bredde. Det er også vanlig å skille mellom to tilnærminger til forskningen som forskeren kan ha, induktiv og deduktiv tilnærming. Med en induktiv tilnærming går forskeren inn i situasjonen han ønsker å forske på med blanke ark, og registrerer alt som skjer. En deduktiv tilnærming vil innebære at forskeren har med seg hypoteser og teorier ut i forskningsfeltet, og vet hva han skal se etter. De to tilnærmingene er ytterpunkter, og forskeren vil vanligvis befinne seg et sted mellom dem. Da har forskeren en pragmatisk tilnærming (Postholm & Jacobsen, 2011).

I min studie valgte jeg en kvalitativ forskningsmetode med intervju og observasjon. Før datainnsamlingen hadde jeg gjort meg noen tanker om hva som kunne være interessant å se etter. Samtidig var jeg åpen for at det kunne dukke opp uventede elementer som jeg kunne ta tak i om jeg ønsket. Det vil si at jeg hadde en pragmatisk tilnærming til forskningen. I kvalitative studier med intervju som metode er det vanlig å stille åpne spørsmål med anledning for utfyllende og detaljerte svar, som kan gi innblikk i informantenes tanker og synspunkter (Johannesen et al., 2016). Læreres opplevde utfordringer med matematisk modellering vil variere, og det er derfor viktig at informantene får muligheten til å utdype svarene sine. I tillegg til å intervjue dem ønsket jeg å observere dem i praksis for å se etter røde tråder eller store avvik mellom det de sa intervjuene og deres praksis. En kvalitativ studie med intervju og observasjon som metode var en egnet metode til å besvare forskningsspørsmålet mitt. Da kunne jeg få et innblikk i lærernes tanker og synspunkter i intervjuet, og deretter få sett på utfordringene i praksis.

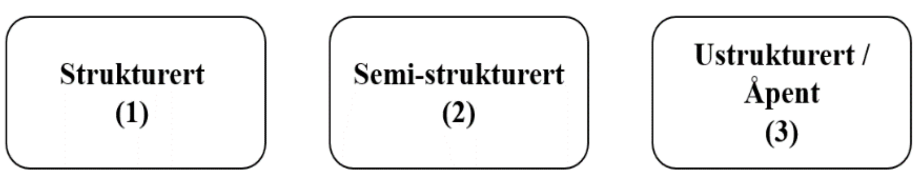
3.2 Datainnsamlingsprosessen – en triangulering

For å svare på hva lærere opplever som utfordrende i arbeid og undervisning med matematisk modellering, var intervju en hensiktsmessig metode å bruke. Hvis lærerne får muligheten til å argumentere og diskutere rundt temaet modellering, vil også deres tanker og meninger rundt temaet komme fram (Johannesen et al., 2016). Robson (2002), referert i Cohen, Manion og Morrison (2018), argumenterer for at det kan være forskjeller på det folk sier, og det de gjør i den virkelige situasjonen. Derfor var det en god ide å observere lærernes undervisning for å se om det som ble sagt i intervjuene stemte med deres praksis. De to metodene utfyller hverandre godt. Observasjon gir gode, detaljerte beskrivelser av deltakerens atferd og handlinger, mens intervjuet gir innblikk i lærerens holdninger og erfaringer (Johannesen et al., 2016). Ved å triangulere datainnsamlingen med intervju og observasjon fikk jeg et rikere datamateriale, og forhåpentligvis har det gitt studien mer pålitelige funn.

3.2.1 Intervju som metode

Et intervju er et instrument for å samle inn datamateriale til forskning (Cohen et al., 2018). I sin bok om intervju som en kvalitativ forskningsmetode, forklarer Brinkmann og Kvale (2015, s. 149) intervjuet som «inter-view», et innsyn i hverandres tanker om et felles interessetema. I boken beskriver de også to kontrasterende metaforer for intervjueren, «gruvearbeideren» og «den reisende» (s. 57). Gruvearbeideren mener at intervjuobjektet sitter inne med den ønskede kunnskapen, og at det er intervjueren sin jobb å uthente denne informasjonen. Den reisende mener at intervjueren og intervjuobjektet sammen skal finne fram til den ønskede kunnskapen (Brinkmann & Kvale, 2015).

Cohen et al. (2018) viser til tre forskjellige måter et intervju kan gjennomføres basert på spørsmålenes åpenhet: Strukturerte, lukkede intervju, semi-strukturerte intervju og åpne, uformelle intervju (Figur 3.1). Strukturerte intervju (1) har ofte sammenheng med kvantitative metoder med spørreundersøkelser. Det er intervju hvor spørsmål og svaralternativer er fastsatt på forhånd. Åpne intervju (3) er en uformell samtale hvor spørsmålene ikke er satt på forhånd, men oppstår ut fra samtalens kontekst. Det semistrukturerte intervjuet (2) befinner seg mellom de to foregående tilnærmingene. Her har forskeren også noen forhåndsbestemte spørsmål, men svaralternativene er ofte åpne, og åpner for at informanten kan utdype svarene sine og få fram sine meninger og erfaringer om det aktuelle temaet.



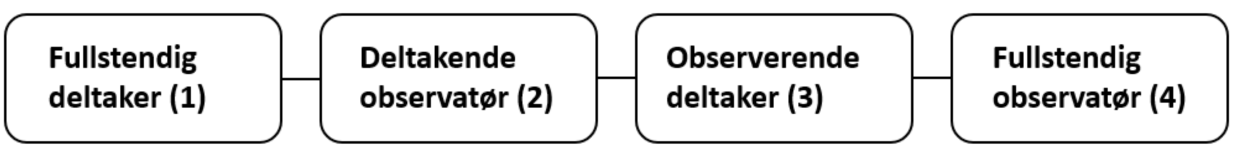
Figur 3.1 – Egen illustrasjon over forskerens tilnærminger til intervju og observasjon

3.2.2 Observasjon som metode

Ifølge Johannesen et al. (2016) er observasjon en god supplerende datainnsamlingsmetode til kvalitative intervju. Observasjon er en metode hvor forskeren kan innhente detaljerte beskrivelser av menneskers aktiviteter, atferd og handlinger, eller andre fenomener og hendelser i et interessefelt man ønsker å forske på (Johannesen et al., 2016). Å observere angår mer enn å bare se tilfeldig rundt seg. Observasjon handler om å systematisk se etter situasjoner, hendelser, oppførsel og fenomener som kan støtte argumentasjonen i et forskningsprosjekt (Cohen et. al, 2018). En stor fordel med å bruke observasjon som metode for å samle inn datamateriale er, ifølge Cohen et al. (2018), at forskeren kan være der når det skjer naturlig, og innhente førstehånds, «levende» data. Det gjør at observasjonsmateriale ofte kan være veldig autentisk og ekte datamateriale.

Cohen et al. (2018) beskriver, på lik linje med intervju, tre tilnærminger til observasjon som forskeren kan ta (Figur 3.1): Strukturert observasjon, semi-strukturert observasjon eller ustrukturert observasjon. I en strukturert observasjon (1) vil forskeren ha klart for seg hva han skal se etter i feltarbeidet. På forhånd er det utarbeidet noen kategorier som observasjonsnotatene kan plasseres inn i. Med en semistrukturert observasjon (2) vil forskeren ha enkelte forhåndsantakelser om hva som kan være relevant å se etter i observasjonen, og noen planlagte problemområder som han ønsker å belyse. Den semistrukturerte tilnærmingen er løsere og mindre systematisk enn den strukturerte observasjonen. Om forskeren velger en ustrukturert observasjon (3), har han ikke planlagt hva han ønsker å se etter på forhånd. Forskeren går da inn i situasjonen med et åpent sinn, og lar de observerte fenomenene styre forskningen (Johannesen et al., 2016).

Gold (1958) referert i Postholm (2005, s. 64) har utviklet fire kategorier som beskriver forskerens rolle i observasjon. Gold forklarer observasjon som en sammenhengende linje fra fullstendig deltaker til fullstendig observatør (Figur 3.2).



Figur 3.2 - Egen illustrasjon av Gold (1958) sitt observasjonskontinuum

Som fullstendig deltaker (1) blir forskeren en del av gruppen han ønsker å observere, men skjuler sin agenda for å oppnå et mer autentisk resultat. Som deltakende observatør (2) er forskeren fortsatt en del av gruppen, men har på forhånd gitt beskjed om hvorfor han er der. Den observerende deltakeren (3) er ikke en del av gruppen som det forskes på, men kan til en viss grad delta i aktiviteten. Ytterst er den fullstendige observatøren (4). Jorgensen (1989) referert i Postholm (2005, s. 64) kaller denne rollen for «complete outsider» fordi forskeren nå er helt utenfor situasjonen. Forskeren er kun der for å observere, og gjerne i bakgrunnen uten at deltakerne er klar over hvem forskeren er.

3.2.3 Pilotering

Teijlingen og Hundley (2001) skriver at en pilotstudie kan tolkes på to måter. Det kan være en småskala versjon av en studie som en forberedelse til en større studie, eller som i mitt tilfelle en testing av forskningsinstrumenter, her ved intervju. Jeg ønsket å gjennomføre en pilotstudie av min datainnsamlingsmetode av to grunner. For det første ønsket jeg å prøve meg i intervjurollen for å vurdere min evne til å stille gode spørsmål. I tillegg ville jeg å teste ut intervjuguiden for å se om det måtte gjøres noen endringer før den reelle datainnsamlingen.

I piloten valgte jeg å intervjue en medstudent som kjente godt til matematisk modellering. Jeg skjønte raskt at noen av spørsmålene måtte omformuleres da enkelte av dem krevde en grunnforståelse av matematisk modellering, noe det ikke var noen garanti for at forskningsdeltakerne hadde. En endring jeg gjorde etter pilotundersøkelsen var å legge til underspørsmål som kunne brukes som en veiledning dersom informantene ikke svarte utfyllende nok på spørsmålene. På den måten ble ikke intervjuet for åpent, og jeg kunne styre samtalen mot de områdene jeg ønsket å dekke.

3.2.4 Valg av deltakere

I min studie ønsket jeg å studere læreres opplevde utfordringer i arbeid og undervisning av matematisk modellering. De utfordringene som lærerne opplever, kan variere avhengig av deres erfaring med modellering. Derfor ønsket jeg å komme i kontakt med både lærere med mye og lærere med mindre modelleringserfaring slik at jeg kunne se på hvilke utfordringer de hadde til felles og hvilke som var forskjellige. Først tok jeg kontakt med et noen lærere jeg visste hadde en del erfaring med matematisk modellering, og fikk en av dem med på prosjektet. Deretter spurte jeg et utvalg andre lærere med et håp om å få tak i informanter med mindre modelleringserfaring. En av de andre lærerne jeg kontaktet var villig til å delta i prosjektet.

Deltakerne har blitt anonymisert gjennom bruk av pseudonymene Hans og Miguel. Hans er utdannet lektor med tilleggsutdanning, hvor han har vekt på realfag. Han har arbeidet både under og etter utdanningen, og har til sammen sju års erfaring. I dag underviser har på 8. trinn, men har erfaring fra hele ungdomstrinnet. Miguel er utdannet adjunkt med tilleggsutdanning, og var ferdigutdannet i 2018. Han har etter utdanningen arbeidet to år i ungdomsskole, og underviser til daglig på 8. og 9. trinn, men har erfaring fra hele ungdomstrinnet.

3.3 Gjennomføring av intervjuer

Før intervjuene introduserte jeg lærerne kort for mitt forskningsprosjekt, uten å avsløre for mye og påvirke svarene deres. Videre fortalte jeg hvordan jeg ville behandle datamaterialet, og at de når som helst kunne velge å trekke seg fra prosjektet. Jeg garanterte for deres anonymitet og deltakerne fikk selv være med på å velge sine respektive pseudonymer.

Intervjuene var semistrukturerte, og jeg anvendte en intervjuguide med spørsmål som gikk inn på lærernes tanker rundt matematisk modellering som kjerneelement, og som undervisningsaktivitet. Hvert intervju varte omtrent 45 minutter. Intervjuguiden ble brukt som en rettesnor for intervjuet, men det var likevel åpent og jeg hadde anledning til å ta tak i interessante momenter dersom det skulle dukke opp. Ut fra Brinkmann og Kvales analogi om gruvearbeideren og den reisende, vil den sistnevnte passe godt for hvordan jeg gjennomførte mine intervju.

Intervjuet er også et sosialt møte mellom to mennesker, og derfor var settingen for intervjuet essensiell. Settingen kan være avgjørende for om deltakerne føler seg komfortable med å dele sine innerste tanker eller ikke (Brinkmann & Kvale, 2015). For å holde et så nøytralt forhold som mulig mellom meg og deltakerne, ble begge intervjuene gjennomført på grupperom ved skolene de to lærerne jobbet på. Det var både beleilig for dem, og de følte seg forhåpentligvis tryggere i intervjusituasjonen.

3.3.1 Intervjuguide

Som sikkerhet for at intervjuet mitt dekket de aktuelle områdene jeg ønsket å belyse, valgte jeg å konstruere en intervjuguide. En intervjuguide er et sett med spørsmål som er delt inn i forskjellige temaer knyttet til problemstillingen som undersøkes (Johannesen et al., 2016). Intervjuguiden har vanligvis en bestemt rekkefølge på temaer og spørsmål som skal stilles, men den er samtidig fleksibel og gir rom for at forskeren kan ta tak i andre temaer som kan dukke opp. Spørsmålenes formulering er viktig med tanke på hvilke svar man ønsker å få. For detaljerte spørsmål kan bli veldig ledende, mens for åpne spørsmål kan gi løse og usammenhengende svar (Kloosterman, 2002, s. 249). I tillegg er det viktig å unngå spørsmål som kan føre til «ja-/nei-svar».

Med mål om å belyse læreres utfordringer med matematisk modellering, ønsket jeg å avdekke deres mening om hva modellering er, hvorfor det er aktuelt, og hvordan det kan praktiseres. Derfor ble min intervjuguide delt inn i følgende tre deler: matematisk modellering som et kjerneelement (spm. 1-4), matematisk modellering i undervisning (spm. 5-8) og en syklisk modelleringsprosess (spm. 9-11) (Se vedlegg 2).

Målet med den første delen var å høre hva læreren selv mente om matematisk modellering, og hvordan det kunne brukes i matematikkundervisningen. Som en innledning spurte jeg om hva slags forhold informantene hadde til modellering slik at de skulle dele sine umiddelbare tanker, meninger og erfaringer om temaet. De to neste spørsmålene var knyttet til modellering som et kjerneelement i de nye læreplanene, og det siste spørsmålet gikk inn på modelleringens bruksområder i matematikk.

Del to besto av spørsmål som skulle belyse lærerens kunnskap om modelleringens positive sider (f.eks. økt forståelse og motivasjon i matematikk), og eventuelle utfordringer som kunne oppstå i modelleringsaktiviteter. Mangel på kunnskap om modellering en viktig årsak til at mange lærere velger å ikke inkludere matematisk modellering i undervisningen sin (Doerr, 2007). Spørsmål 6 ble derfor spesielt viktig fordi det skulle få fram lærernes egne meninger om hvorfor matematisk modellering er så lite brukt i skolen. Her var håpet at de også skulle reflektere over sin egen praksis.

Den tredje delen skulle få fram lærernes syn på modelleringsprosessen, visualisert ved Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus. Jeg ønsket å belyse deres syn på modelleringsprosessen, og hvor i syklusen de mente at elevene ville få utfordringer i modelleringsarbeidet. Jeg bad lærerne også om å beskrive en «typisk» elevs ferd gjennom syklusen for å se hvilke erfaringer de hadde med elevenes modelleringsarbeid fra tidligere.

3.4 Gjennomføring av observasjoner

I tillegg til å intervjue de to lærerne, observerte jeg dem i praksis i totalt tre 60-minutters undervisningsøkter med matematisk modellering. På forhånd hadde jeg gitt lærerne to modelleringsoppgaver de kunne velge mellom, og en «elevvennlig» modelleringssyklus som kunne være til hjelp for elevene i modelleringsaktiviteten. Med en strukturert tilnærming til observasjonen kunne jeg holde kontroll på situasjonen ved å unngå å ha for mange ting å følge med på. Jeg hadde laget et observasjonsskjema med et sett kategorier som jeg kunne fylle inn observasjonsnotater i. Kategoriene konstruerte jeg ut fra stegene i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) for å se på lærerens rolle i modelleringsaktiviteten, og for å vurdere hvordan de ulike stegene kunne skape problemer for læreren (Se vedlegg 3).

Min rolle under observasjonen var en blanding mellom den observerende deltakeren og fullstendig observatør. I noen deler av observasjonen satt jeg utenfor situasjonen, og fulgte med på hvordan lærerne håndterte modelleringssituasjonen. I andre deler gikk jeg rundt sammen med lærerne, og hørte på samtaler som de hadde med forskjellige elevgrupper, for å observere deres rolle som veiledere i modelleringsaktiviteten.

3.4.1 Valg av oppgave

Før observasjonen sendte jeg lærerne to modelleringsoppgaver på epost (Figur 3.3). Det var ingen krav om hvilken av oppgavene de skulle velge, eller om de skulle gjøre en av dem, eller begge to. Jeg ønsket at observasjonene skulle være sammenlignbare, og derfor var det hensiktsmessig at de inneholdt samme type modelleringsoppgaver. Sett bort fra valg av oppgave, fikk lærerne mulighet til å legge opp timen slik de selv ønsket.

"Kjempens sko"

På et kjøpesenter i Filippinene står dette skoparet utstilt. Ifølge Guinness rekordbok er det verdens største par med sko. Skoene har en lengde på 5.29 meter og bredde på 2.37 meter.

Omtrent hvor stor ville en kjempe vært om disse skoene skulle passet?

Forklar løsningen din.

"Full tank"

Fru Hansen bor i Meråker ca. 20 km fra grensen til Sverige. For å fylle tanken på hennes Volkswagen Golf kjører hun til en bensinstasjon som ligger like over grensen. Der koster det 11 kroner per liter bensin, i motsetning til 13 kr/liter som det koster på bensinstasjonen i Meråker.

Er turen til Sverige verdt det for fru Hansen?

Argumenter for hva du mener hun burde gjøre, og hvorfor.

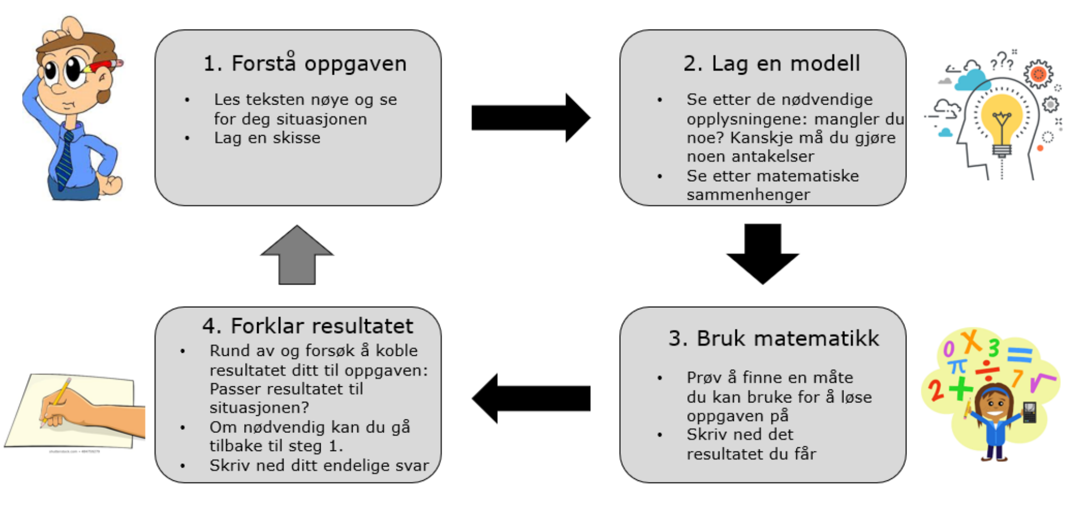
Figur 3.3 - Egen oversettelse av «Giants shoes» og «Filling up» hentet fra Blum & Ferri (2009)

Blum (2015) argumenterer for modelleringens plass i grunnskolematematikkens pensum, og de samme punktene kan benyttes til å vurdere modelleringsoppgaver. «Kjempens sko» er konkret ved at den tar for seg en sko som eksisterer i den fysiske virkeligheten, men går over i en tenkt virkelighet når det blir snakk om en kjempe. Den er nokså enkel og vil passe godt til elever som ikke har jobbet mye med modellering tidligere slik at de får mulighet til å utvikle modelleringskompetansene sine. Oppgaven legger til rette for diskusjon både innad i gruppene, og i helklassesamtale. Det kan bidra til utvikling av elevenes argumentasjonskompetanse (Blum, 2015). I tillegg kan oppgavens kontekstuelle natur være med på å fremme motivasjon hos elevene, fordi det kan være spennende og interessant.

«Full tank» handler også om en tenkt virkelighet, med et virkelighetsnært problem. Oppgaven dreier seg om tanking av bil, og vil sannsynligvis ikke være like motiverende som «kjempens sko» for mange elever. Det kan være fordi tanking av bil er noe svært få av dem har noe forhold til. Oppgaven er veldig åpen og legger opp til at elevene selv skal gjøre en del antakelser av verdier. Dette kan legge opp til rike diskusjoner rundt elevenes hypoteser og valg, men det kan også være vanskelig for elever som har lite erfaring med matematisk modellering. «Full tank» vil ha best utbytte hos elever som har erfaring med matematisk modellering fra tidligere, mens «Kjempens sko» kan fungere godt hos elever som er mindre erfarne med modelleringsaktiviteter. I observasjonen hadde en av lærerne kun med «Kjempens sko» til økta. Det kan ha vært et bevist valg, eller ren tilfeldighet ved at den sto først. Den andre læreren presenterte begge oppgavene og sa at elevene kunne gå videre dersom de ble ferdige med den første.

3.4.2 Elevmodellen

I tillegg til de to oppgavene, sendte jeg lærerne en forenklet versjon av en modelleringssyklus (Figur 3.4) illustrert i Blum og Ferri (2009). «Elevmodellen» slår sammen flere av stegene i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), og danner en syklus som vil være enklere å forstå for elevene. Et eksempel er at steg 5,6 og 7 fra Blum og Leiß sin modell smeltet sammen til «4. Forklar resultatet» i elevmodellen.



Figur 3.4 - Egen illustrasjon og oversettelse av «Solution Plan» basert på Blum & Ferri (2009)

Blum og Ferri (2009) argumenterer for at modellen kan være et godt hjelpemiddel for elever som arbeider med matematisk modellering. Elevmodellen ble vedlagt som støtte, og lærerne bestemte selv om de ønsket å bruke den eller ikke. Modellen er ikke ment som en oppskrift elevene skal følge stegvis, men som et verktøy de kan benytte seg av dersom de skulle støte på utfordringer i modelleringsaktiviteten (Blum & Ferri, 2009).

3.5 Metode for analyse

For å analysere mitt innsamlede datamateriale, fikk jeg inspirasjon fra Braun og Clarke (2006) sin artikkel om tematisk analyse. Det er en analysemetode for å identifisere, analysere, organisere, beskrive og rapportere gjennomgående temaer i et datasett (Braun & Clarke, 2006). Den tematiske analysen, består av seks steg (Tabell 3), og er en rekursiv prosess hvor forskeren ofte må bevege seg fram og tilbake mellom stegene. Jeg fulgte ikke oppskriften slavisk, men brukte den som en retningslinje da jeg gjennomførte analysen av mitt datamateriale.

Tabell 3

Fasene i tematisk analyse – egen oversettelse av Braun og Clarke (2006, s. 87)

Steg	Beskrivelse av prosessen
1. Bli kjent med datamaterialet:	*Transkribering av data (hvis nødvendig), lese over data, notere ned umiddelbare ideer.*
2. Konstruer de første kodene:	*Systematisk koding av interessante elementer i hele datamaterialet. Samling av relevant data til hver kode.*
3. Let etter temaer:	*Sorter kodene i potensielle, overordnede temaer, og samle all relevant data under temaene.*
4. Gå gjennom temaene:	*Se om hvorvidt hvert tema passer med sine koder, og hvordan hvert tema passer inn i datamaterialets helhet. Lag et tematisk kart over analysen.*
5. Definer og navngi temaene:	*Finpuss hvert tema og den overordnede «historien» som analysen forteller. Lag klare definisjoner og gi endelige navn til hvert tema.*
6. Rapporter:	*Velg ut gode eksempler som underbygger de endelige temaene, og knytt temaene opp mot forskningsspørsmål og litteratur. Skriv analyserapporten.*

Det første jeg gjorde var å transkribere intervjuene. For å sikre meg at alt som sto i transkripsjonene var korrekt, hørte jeg gjennom opptakene flere ganger samtidig som jeg leste over transkripsjonene og rettet opp eventuelle feil. Under lesingen fikk jeg noen tanker og ideer, og noterte ned interessante utsagn og momenter som jeg kunne ta med videre i analysen. Feltnotatene og notatene fra observasjonsskjemaet ble omskrevet til en sammenhengende observasjonslogg. Etter klargjøringen av datamaterialet startet den første kodingsprosessen. En kode er en merkelapp som beskriver innholdet i en setning eller et avsnitt, og som gjør det mulig å identifisere og sammenligne unike trekk i datamaterialet (Johannesen et al., 2016, s. 165). Jeg brukte analyseverktøyet NVivo[2] for å holde oversikt under analysen. Her la jeg inn intervjutranskripsjonene og observasjonsloggene, før jeg gikk gjennom dem en og en, og markerte interessante elementer som jeg kunne få bruk for. I startfasen av kodingen hadde jeg en induktiv tilnærming. Det vil si at jeg lot kodene oppstå fra datamaterialet, i motsetning til en deduktiv tilnærming hvor kodene stammer fra forskerens teoretiske interessefelt (Braun & Clarke, 2006, s. 84). Videre sammenlignet jeg de første kodene fra de to lærerne, og prøvde å plassere dem inn i overordnede temaer. Da jeg skulle konstruere temaene, så jeg behovet for å bruke teori til å underbygge dem. Temaene hentet jeg fra mine teoretiske rammeverk, modelleringssyklusen fra Blum og Leiß (2007) som ble presentert i kapittel 2.4 og Ball et al. (2008) sitt rammeverk for matematisk undervisningskunnskap som ble presentert i kapittel 2.5. Dermed kan det argumenteres for at jeg etter hvert hadde en mer deduktiv tilnærming til analysen.

Videre vil jeg presentere en oversikt over temaer og koder fra analysen i to tabeller. Tabellene vil vise hvilke temaer kodene hører til, i tillegg til et eksempel på hver av kodene.

[2] https://www.alfasoft.com/no/produkter/statistikk-og-analyse/nvivo.html

3.5.2 Analysetemaer knyttet til modelleringssyklusen

Tabell 4 viser en oversikt over temaer og koder som knyttet til modelleringssyklusen. I tillegg vil hver kode underbygges med et eksempelutdrag fra datamaterialet og en kommentar.

Tabell 4

Koder og temaer knyttet til modelleringssyklusen

Tema	Koder	Eksempel
Elevers Forståelse	Forkunnskaper	Elevers forkunnskaper kan ha mye å si for deres forståelse av åpne modelleringsoppgaver: *«Hvis man jobber åpent da, sitter ofte elevene og prøver å finne noen sammenhenger selv. De har noen forkunnskaper som de skal bruke for å løse et eller annet problem, eller skape en modell eller noe annet» (Transkripsjon, Hans).*
Elevers Tolkning	Svarfokus	Hans opplever at det kan være en utfordring i å få elevene til å tolke og reflektere svarene sine: *«Når det kommer en oppgave så er det sånn, de tenker svar med en gang. Man hopper over noen steg og prøver ikke å knytte den reelle modellen opp mot den matematiske modellen. De er ute etter å få det matematiske svaret fortest mulig» (Transkripsjon, Hans).*
		Miguel sier at en utfordring ligger i at elevene er mer opptatt av et svar enn hvordan de kom fram til det: *«De har masse tanker, trykker inn noen tall og så vet de ikke hvordan de har kommet fram til det. Det å faktisk få det ned på papir, det er det som er utfordringen» (Transkripsjon, Miguel).*
Praktisk gjennomføring	Tidspress	Hans opplever at tiden ikke strekker til, og at han må prioritere å komme gjennom alt pensum fremfor å arbeide med åpne og utforskende modelleringsaktiviteter: *«Vi har sjeldent den tidsrammen som vi ønsker, vi må alltid kutte. Og hvis du ikke må kutte så tror jeg du rett og slett, nei jeg vet ikke hva du gjør, du må kutte, det er for lite tid» (Transkripsjon, Hans).*
		Tid kan være en utfordring også ved den praktiske gjennomføringen: *«Under observasjonen i åttende klasse bruker Miguel mye tid på å få elevene til å forstå sammenhenger mellom forhold og proporsjoner» (Observasjonsnotater, Miguel).*

3.5.3 Analysetemaer knyttet undervisningskunnskap i matematikk.

Tabell 5 vil inneholde av temaer og koder knyttet til undervisningskunnskap i matematikk. Hver kode har også med et eksempel fra datamaterialet som en forklaring til koden, og en kommentar.

Tabell 5

Koder og temaer knyttet til undervisningskunnskap i matematikk

Tema	**Koder**	**Eksempel**
Lærers Fagkunnskap	Faglig trygghet	Hans forklarer at fagkunnskap er essensielt for å undervise med modellering: *«Jeg tror at hvis du skal modellere for elevene dine så er du avhengig av å forstå materialet selv.. jeg tror at folk vegrer seg for å modellere fordi du kan bli avslørt, eller at du ikke får til det på en god måte» (Transkripsjon, Hans).*
Lærers Fagdidaktiske kunnskap	Klasseledelse	Miguel opplever at modellering kan være utfordrende på grunn av den åpne læringssituasjonen: *«Du må ha god klasseledelse, veldig god. Med en gang det blir litt sånn åpent og fritt, er det veldig fort at det går over i andre ting enn matematikk» (Transkripsjon, Miguel).*
	Kunnskap om modellering	Miguel har ikke arbeidet med matematisk modellering i særlig grad tidligere: *«Det er noe jeg har brukt lite i matematikk. Jeg vil ikke si jeg har noe særlig forhold til det» (Transkripsjon, Miguel).*
		Han tror at lærere nedprioriterer modellering fordi de ikke har nok kunnskap om det: *«En av grunnene er nok manglende kunnskap om hva modellering er, og hva man kan bruke det til» (Transkripsjon, Miguel).*
	Tidspress	Med et stort pensum, mener Hans det er vanskelig å sette av mye tid til modellering: *«Du har mye du skal over, et stort pensum er ei utfordring» (Transkripsjon, Hans).*
		Hans mener det er en risiko å arbeide med modelleringsaktiviteter. Dersom ting ikke fungerer optimalt, kan hele opplegget være bortkastet: *«Hvis det ikke fungerer, så fungerer det virkelig ikke. Da har du ofte fått veldig lite ut av undervisningsøkta. Og ei økt er mye verdt, for du har ikke så mange av dem» (Transkripsjon, Hans).*

3.6 Gyldighet og pålitelighet

I kvalitativ samfunnsvitenskapelig forskning er forskeren direkte delaktig i forskningsprosessen. Gjennom sine forkunnskaper, teorier, verdier og erfaringer er forskeren med på å påvirke forskningens retning og resultater (Johannesen et al., 2016). For eksempel vil forskeren være ansvarlig for hvilke spørsmål og oppfølgingsspørsmål som stilles i et intervju, eller hva fokusområdet er i en observasjon.

Forskningens gyldighet kan ifølge Postholm og Jacobsen (2011) deles inn i et indre og et ytre aspekt. Johannesen et al. (2016) beskriver den indre gyldigheten som forskningens troverdighet. Brewer (2000), referert i Postholm og Jacobsen (2011), sier at den indre gyldigheten handler om forskningsdataens mulighet til å forklare sammenhenger som årsak og virkning. Forskningens troverdighet kan styrkes ved metodetriangulering, fordi problemområdet kan bli belyst fra flere vinkler og på et større utvalg (Lincoln & Guba, 1985). Den ytre gyldigheten, forskningens overførbarhet, handler om hvorvidt man kan overføre kunnskap som kan være nyttig på andre områder (Johannesen et al., 2016). Læreres opplevde utfordringer i arbeid og undervisning av matematisk modellering vil være unike, og vil variere mellom lærere. Mine funn er passende for mine informanter, men om de samme utfordringene vil gjelde for andre lærere er vanskelig å si.

Forskningens pålitelighet handler om hvor gode argumenter forskeren legger til rette for sine forskningsmetodiske valg (Postholm & Jacobsen, 2011). Leseren kan få innblikk i om forskeren har gjort et grundig arbeid i forbindelse med forskningen eller ikke. Forskeren må gi gode begrunnelser for sine valg av teori, metode og analyse. På den måten gjøres forskningen så transparent som mulig slik at leseren får et godt innblikk i forskningsprosessen (Tjora, 2019).

Målet med metodekapitlet har vært å vise fram og begrunne mine forskningsmetodiske valg i sammenheng med datainnsamling og etterarbeidet av datamaterialet. For å styrke forskningens troverdighet og pålitelighet, har jeg forsøkt å gjøre forskningsprosessen åpen og transparent for leseren. Ved å triangulere datainnsamlingsprosessen har jeg fått et rikt datamateriale som har gitt meg god mulighet til å svare på forskningsspørsmålet. Metodetrianguleringen har forhåpentligvis også styrket studiens troverdighet. Videre har jeg presentert mine forskningsmetodiske valg med hensyn til analysen av datamaterialet, gjennom valg og bruk av tematisk analyse som analysemetode. De endelige temaene fra analysen har blitt presentert med en teoretisk forankring i mine valgte rammeverk.

3.7 Forskningsetiske retningslinjer

Som forsker er det mange etiske betraktninger som må tas før, under og etter datainnsamlingen (Postholm, 2005). For at forskningen min skulle være etisk forsvarlig, brukte jeg de nasjonale forskningsetiske retningslinjene fra NESH (Nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora). Retningslinjene forteller hva forskeren bør være oppmerksom på i sitt prosjekt, det være seg informasjonsplikt, personvern og samtykke (NESH, 2016).

Det første som ble gjort etter at prosjektet kom i gang, var å melde det opp til godkjenning av NSD (Norsk senter for forskningsdata), som er det nasjonale arkivet for forskningsdata.

Her måtte alt av informasjon om prosjektet og datainnsamlingsprosessen legges frem slik at NSD kunne vurdere om prosjektet var i henhold til personvernloven. Da prosjektet ble godkjent, skrev jeg et samtykkeskjema med all nødvendig informasjon som forskningsdeltakerne måtte signere som et bevis på deres samtykke til å delta i prosjektet (se vedlegg 1). Samtykkeskjemaet inneholdt informasjon om bakgrunnen for prosjektet, datainnsamlingsprosessen og deltakernes krav. Forskningsdeltakerne har rett til at deres identitet blir beskyttet (Postholm, 2005). Derfor har alt av datamateriale med personopplysninger har gjennom hele prosessen vært lagret på en kryptert minnebrikke, utilgjengelig for andre enn forskeren. For å holde informantene anonyme i oppgaven, har det blitt brukt pseudonymer som de selv har valgt. Alt av personidentifiserende datamateriale vil bli slettet ved prosjektets slutt.

3.8 Metodekritikk

I studien min har jeg tatt noen beslutninger som kan kritiseres. Et av dem er valget av forskningsdeltakere. Selv om utvalget var delvis tilfeldig, var det ingen garanti for variasjon blant informantene. Det kunne ført til at forskningen kun hadde dekket en smal del av området som ble studert. I tillegg kan valget om å kun bruke to lærere diskuteres på samme grunnlag om at det kunne ha medført manglende dekning av problemområdet.

Mitt ønske om at observasjonene skulle bestå av samme type modelleringsoppgaver, og at det derfor var jeg som valgte oppgaver, kan også diskuteres. Jeg gjorde det lettere for meg selv ved at observasjonene ble enklere å sammenligne. Samtidig tok jeg bort muligheten til å vurdere en viktig del av lærerens modelleringskompetanse som går på forberedelse og planlegging av modelleringsaktiviteter.

Valget om å gjennomføre en «levende observasjon» kan også kritiseres. Ved å filme og bruke lydopptakere kunne jeg fått et mye bedre bilde av situasjonen uten å påvirke den. Det ville på sin side krevd samtykke fra samtlige elevers foresatte. I tilfeller hvor samtykke ikke hadde blitt gitt, og elever hadde blitt tatt ut av klasserommet, kunne det oppstått en kunstig undervisningssituasjon som ikke hadde gitt et godt bilde av virkeligheten. Dette er selvfølgelig helt hypotetisk, men fortsatt et viktig argument.

4. Resultat

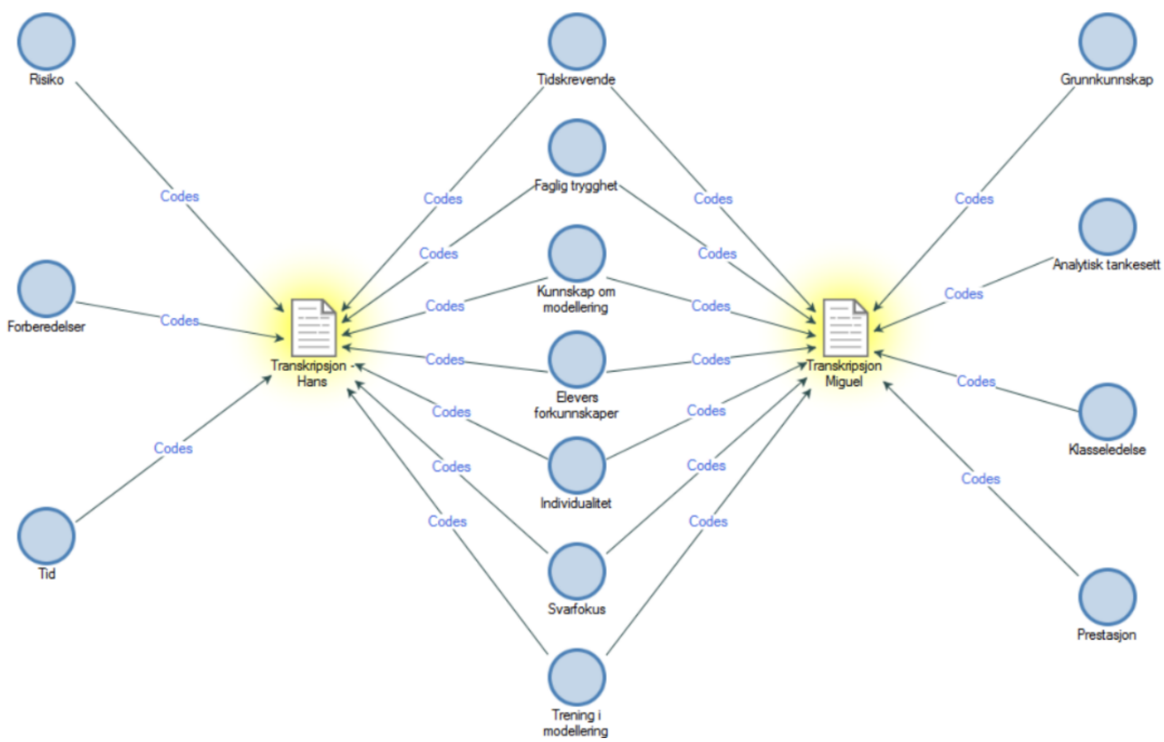
I dette kapittelet vil jeg presentere funnene mine fra datainnsamlingen. Først vil jeg legge fram resultatene fra den tidlige kodingen av datamaterialet. Videre vil jeg beskrive prosessen om hvordan de endelige temaene ble til, og til slutt presentere en oversikt over dem.

4.1 Førsteutkast av koder

Jeg vil begynne med å legge fram resultatet fra den tidlige kodingen av intervjuene og observasjonene. Her vil jeg gå gjennom hver kode, og forklare hva som menes med dem. Først vil jeg ta for meg kodene fra intervjutranskripsjonene i delkapittel 4.1.1, før kodene fra observasjonsloggene blir presentert i delkapittel 4.1.2. Det er verdt å merke seg at det som presenteres her kun er initiale ideer og tanker fra de første gjennomgangene av datamaterialet, og at kodene ikke nødvendigvis er endelige koder.

4.1.1 Intervju

Etter den første kodingen av datamaterialet var det sju koder som gikk igjen i begge intervjuene, hvorav tre var mer omfattende og pekte seg ut som hovedutfordringer: Elevers forkunnskaper, lærerens faglige trygghet og tidsperspektivet (Figur 4.1). De tre nevnte kodene hadde flest treff, uten at det nødvendigvis er en indikator på om funnene er mer pålitelige enn andre funn.



Figur 4.1 - Oversikt over kodene fra intervjutranskripsjonene

Koden om elevers forkunnskaper kan knyttes til både forståelsessteget i modelleringssyklusen, og til lærerens fagdidaktiske kunnskap om elevene. Doerr (2007, s.

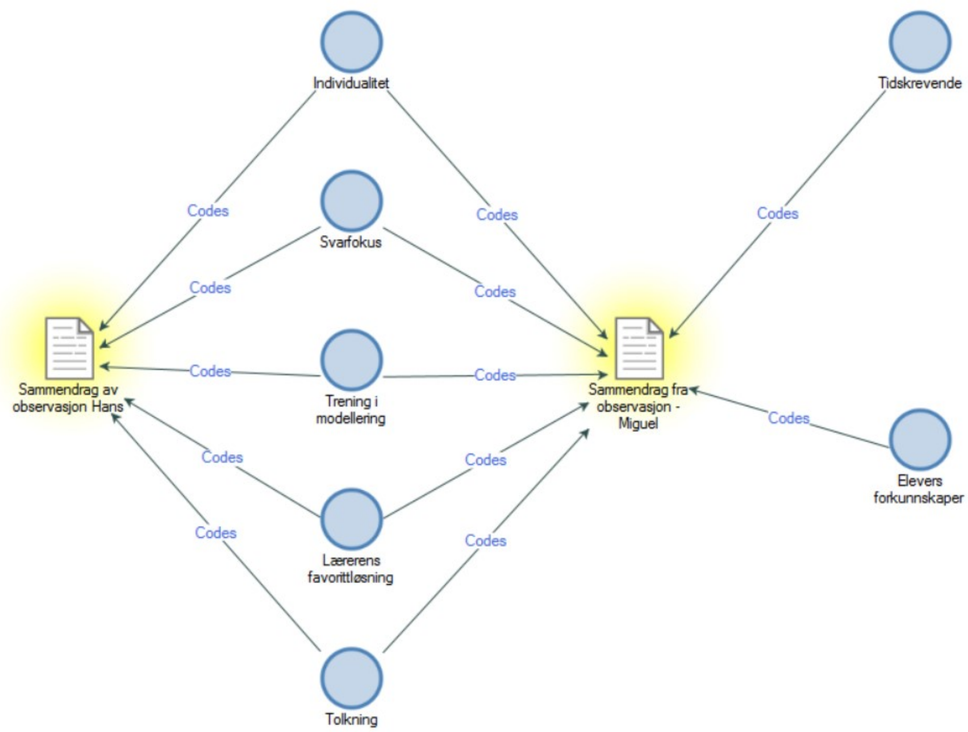
70) skriver at en del av kunnskapen som kreves for å undervise med matematisk modellering, handler om valg av passende modelleringsoppgaver. Om modelleringsoppgaver knyttes til elevenes forkunnskaper og interesser, kan det være enklere for elevene å forstå oppgavene. På den måten kan en mulig kognitiv barriere unngås. Oppgaver som treffer elevenes nivå vil gi dem mulighet til å koble matematiske begrep til virkelige situasjoner, slik at de kan få en relasjonsforståelse av de aktuelle begrepene. Faglig trygghet er en kode som hører sammen med lærerens fagkunnskap i matematikk. Lærerens forståelse av matematikken som undervises har mye å si for trygghetsfølelsen. En lærer som har en relasjonell forståelse av et matematisk tema vil sannsynligvis føle seg tryggere når det skal læres videre, enn en lærer som ikke helt forstår den aktuelle matematikken. Matematisk modellering kan utfordre lærerens faglige trygghet. Modelleringsaktiviteter legger opp til mange ulike løsninger, og kan avsløre en lærer som har en instrumentell prosedyreforståelse av det aktuelle temaet. Tidsperspektivet vil gå inn i flere av kodene, men i min studie fokuserer jeg hovedsakelig på tidsbruken ved den praktiske gjennomføringen av ei modelleringsøkt. Åpne og utforskende oppgaver uten en fast og klar løsningsstrategi vil ta tid, og må utnyttes fornuftig.

De fire andre kodene var mindre representerte, men også interessante elementer for min studie. Elevers individualitet er en kode som går på elevenes særegne evner, egenskaper og behov. Koden kan knyttes opp mot tilpasset opplæring med tanke på elevenes individuelle krav, og rettigheter til veiledning og tilpassing etter behov. Elevene går gjennom modelleringsprosessen på forskjellige måter, og å støtte alle de ulike prosessene samtidig kan kreve mye av læreren, både faglig, pedagogisk og tid- og ressursmessig. Elevers svarfokus er en annen interessant kode som vil høre sammen med tolkningssteget i modelleringssyklusen. I den klassiske matematikken får elevene gjerne oppgitt en matematisk modell, og regner seg fram til et svar ut fra denne. De finner ofte den raskeste veien til et svar, for så å gå videre til neste oppgave. På grunn av denne tankemåten vil tolkning av svaret, som en del av modelleringssyklusen, være unaturlig for mange elever. Koden om svarfokus er også knyttet til kodene om modelleringskunnskap og modelleringstrening. Modelleringskunnskap vil være et naturlig resultat av modelleringstrening. Modelleringstrening handler om å trene elevene både i konstruksjon av matematiske modeller, og hvordan de skal gå videre etter de har et matematisk resultat. Mange elever er som nevnt veldig opptatt av å finne svaret raskest mulig, noe som kan føre til at vesentlige steg i modelleringsprosessen kan bli utelatt. Lærernes utfordring her er å klare å endre elevenes svarorienterte tankegang, og vise dem verdien i å tolke resultatet tilbake til den virkelige situasjonen. Dette krever imidlertid at læreren selv også har den nødvendige modelleringskunnskapen, og ser verdien i matematisk modellering.

4.1.2 Observasjon

Kodingen av observasjonsloggene gav noen av de samme kodene som intervjuene, blant annet elevenes svarfokus, individualitet og modelleringstrening (Figur 4.2). Elevenes svarfokus var spesielt gjenkjennelig, og veldig tydelig under alle observasjonene. En ny kode som dukket opp under observasjonene var «lærerens favorittløsning». Lærerens favorittløsning er en løsningsmetode som læreren anerkjenner og forstår, og kan være et resultat av en instrumentell forståelse av det aktuelle temaet. Koden er knyttet til lærerens spesialiserte fagkunnskap, og går inn på hvordan læreren bevist eller ubevist kan styre elevenes frie arbeid mot sin egen favorittløsning av den aktuelle oppgaven. Lærerstyringen kan føre til at mange potentielt gode læringssituasjoner faller bort.

Et viktig moment fra observasjonene, var hvordan lærerne la opp til modelleringsarbeidet. Miguel sørget for at elevene hadde både linjaler og skisseark tilgjengelig, i motsetning til Hans som sa at elevene selv måtte be om å få hjelpemidler om de trengte det. Miguel la dermed noen føringer for hvordan oppgaven kunne løses, mens Hans lot den være helt åpen slik at elevene selv kunne bestemme.



Figur 4.2 - Oversikt over kodene fra observasjonsloggene

Koden om «tolkning» kom fram under observasjonene, og handler om elevenes manglende tolkning av resultatet og de utfordringene dette kan medføre for læreren. Koden er sterkt knyttet til koden om elevenes svarfokus, og tolkningssteget i modelleringssyklusen. En viktig del av matematisk modellering handler om å se resultatet sitt opp mot den opprinnelige situasjonen. Det er for å vurdere om resultatet er gyldig, om det gir mening, og for å koble sammen matematiske begreper med virkelige fenomener. Mange elever tror de er ferdige når de kommer til det matematiske resultatet, og lærerne må ofte gå inn å hjelpe elevene videre i syklusen. Det handler ikke om at elevene må gå gjennom hele syklusen, men at svarfokus og manglende tolkning fort kan skygge over modelleringens muligheter til å skape en relasjonsforståelse av matematikken for elevene. I observasjonene var svarfokus og mangel på tolkning svært synlig blant nesten alle elevene. Lærerne måtte hjelpe elevene videre, og spesifikt be dem om å vurdere og tolke svarene sine. Det var tydelig at tolkning ikke falt naturlig hos noen av elevene. Hvis elevene hopper over tolkningen, faller også mye av modelleringens muligheter til å knytte matematiske begreper sammen med empiri bort.

Under intervjuene kom mangelen på tid fram som en klar utfordring for lærerne, men under observasjonene virket det ikke som et stort problem. En mulig årsak til dette mente Hans kunne være fordi forskning ofte får den tiden som trengs, uten å være presset av kompetansemål som skal nås.

> Det som er med forskning da. At når (..) hvis du skal teste ut et opplegg så får du gjerne den tida du trenger til å gjøre det, tida blir satt av liksom, du får den rammen du vil ha. Mens i skolen, og det tror jeg kanskje forskerne oppdager når de kommer til skolen for å observere den undervisninga som faktisk foregår, så har vi sjeldent den tidsrammen som vi ønsker (Transkripsjon, Hans).

Hans sa at forskning, slik som denne, alltid får den tiden som kreves, og at resultatene deres sannsynligvis påvirkes av denne falske virkeligheten. Ifølge Hans er pensum som skal gjennomgås så stort at de fleste lærere ikke har mulighet til å sette av mye tid til utforskende modelleringsaktiviteter slik som forskerne ønsker.

4.2 Endelige temaer

Videre i analysen har jeg slått sammen kodene fra den tidlige kodingsprosessen i mer overordnede temaer for å gjøre det mer oversiktlig. Temaene er inspirert av mine valgte teoretiske rammeverk, modelleringssyklusen fra Blum og Leiß (2007) og modellen for undervisningskunnskap i matematikk fra Ball et al. (2008). Først vil jeg presentere en tabell som viser hvordan kodene knyttet til modelleringssyklusen henger sammen med temaene, og videre gå gjennom hvert tema. I gjennomgangen vil jeg presentere hvilke utfordringer som ligger i temaene, og trekke fram elementer fra intervjuene og observasjonene for å underbygge hvert tema. Videre gjentas den samme prosessen for temaene knyttet til undervisningskunnskap i matematikk.

4.2.1 Oversikt over temaer fra modelleringssyklusen

Tabell 6 viser en oversikt over temaer med utgangspunkt i Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus. Jeg har valgt å fokusere på to av de sju stegene. Det første steget, forståelsen av oppgaven, er viktig for at elevene skal ha noe som helst utbytte av den. Blum og Ferri (2009) trekker fram forståelsessteget som en av de største kognitive barrierene elevene kan møte i modelleringsarbeid. Før modelleringen kan begynne, må oppgaven være forstått. I tillegg har jeg valgt å se på steg fem, tolkningen, med bakgrunn i et av mine funn fra datainnsamlingen. Funnet handler om elevenes fokus på å finne svaret, og at de dermed dropper tolkning og validering av sine matematiske løsninger.

Tabell 6

Endelige temaer fra modelleringssyklusen

Tema	Koder		
Utfordringer med elevers forståelse	Elevene mangler de nødvendige forkunnskapene	Oppgaver blir for åpne for at elevene klarer å henge med	Oppgaver som ikke treffer elevenes interessefelt
Utfordringer med elevers tolkning	Elevene er opptatt av å finne svaret raskest mulig	Elevene går videre uten å tolke svaret sitt	
Utfordringer med den praktiske gjennomføringen	Modelleringsaktiviteter krever mye tid	Et stort pensum går utover tidkrevende modelleringsaktiviteter	

4.2.1.1 Elevers forståelse

Temaet er knyttet til forståelsessteget i modelleringssyklusen, og vil inneholde flere ulike koder. Hovedfokuset vil være elevenes forkunnskaper som et grunnlag for forståelse av modelleringsoppgaver. Elevenes forkunnskaper spiller en viktig rolle i matematisk modellering, og mangel på grunnleggende forkunnskaper kan forårsake problemer for elever i arbeid med åpne og utforskende modelleringsaktiviteter. Det er lærerens ansvar å sørge for at elevene har de nødvendige grunnkunnskapene på plass, og at det ikke legges opp til modelleringsaktiviteter som gir elevene alt for store utfordringer. Uten de nødvendige forkunnskapene vil elevene få problemer, og det kan gå utover deres motivasjon. Lærernes utfordring ligger i valg av oppgave og aktivitet slik at opplegget tar i bruk de kunnskapene elevene har fra før. Dette kan hjelpe elever med å knytte matematiske begreper til virkelige hendelser, og kan gi dem en relasjonell forståelse av de matematiske begrepene de har lært tidligere. I intervjuet fortalte Hans at han alltid prøver å knytte modelleringsoppgaver sammen med begreper han forventer at de har vært borti før.

> Når jeg modellerer så ender jeg opp med å være litt analogisk. Altså jeg prøver å koble det på noe jeg forventer at de kan fra før, eller tror de kan fra før, men det er ikke alltid jeg treffer på det. Av og til så modellerer jeg ut fra noe som de ikke kan og da er det på en måte dødfødt i fra starten av (Transkripsjon, Hans).

Hans legger elevenes forkunnskaper til grunn når han skal velge modelleringsoppgaver og aktiviteter, men at det selv da ikke alltid går etter planen. Det vil bestandig være en risiko for at enkelte elever ikke har de forventede forkunnskapene, selv om læreren ofte har en anelse om nivået på klassen sin. Dersom han opplever at en oppgave ikke treffer, så kan hele økta være bortkastet. Hans fortalte at han har opplevd slike situasjoner flere ganger, men at det ofte har hatt skyld i hans egne forberedelser.

Miguel var enig i at elevenes forkunnskaper må være på plass for at den matematiske modelleringen skal få utnyttet sitt potensiale. Elevene trenger noen knagger for å henge begreper på.

> Selve oppdraget, hva man skal finne ut av, må være klart definert. De må vite hvor de skal og de må ha nødvendige forkunnskaper, til dels.. Sånn som du egentlig så nå i åttende på

> enkelte, at det blir litt sånn fjernt hvis ikke de har redskapene fra før av, verktøyene fra før av (Transkripsjon, Miguel).

Miguel har også opplevd at oppgavene ikke alltid har truffet elevene, og at hele modelleringsopplegget har blitt fjernt for dem. Å forberede gode modelleringsopplegg er en viktig del av kompetansen som kreves for å undervise matematikk gjennom modellering og anvendelser (Doerr, 2007). Planlegging av gode modelleringsaktiviteter kan være en utfordring for lærerne fordi det krever kunnskap om elevenes interesser, forkunnskaper og om modellering som arbeidsform. Dersom oppgaven ikke konstrueres med utgangspunkt i de nevnte kunnskapene, kan hele opplegget bli veldig abstrakt, og i verste fall føre til tapt læring for elevene.

4.2.1.2 Elevers tolkning

Dette temaet er en sammenslåing av flere av de første kodene, blant annet svarfokus, tolkning og modelleringstrening. Det har en teoretisk forankring i modelleringssyklusens femte steg, tolkning. Mange elever er ekstremt opptatt av å finne et svar, enten de må regne, gjette eller sjekke fasit. Fokuset på å finne svaret er det vanskelig å si hvor kommer fra, men at det eksisterer er ganske sikkert basert på hva jeg observerte i modelleringstimene. Elevene jaktet målrettet mot løsningen på oppgaven, og enkelte av dem konkurrerte mot hverandre om å finne svaret først. Botten (1999) skriver at slik kappregning kan føre til misoppfatninger om hva matematikk og matematikklæring er, noe elevene kan komme til å slite med senere.

Begge lærerne beskrev utfordringen med elevenes svarfokus, og at det kunne bli vanskelig å omstille deres tankegang. Uavhengig av løsningsmetode, så er mange elever fornøyde når de får et svar de kan sette to streker under, og gå videre sa Hans. I intervjuene kom modelleringstrening fram som en mulig løsning på utfordringen med svarorientering. Å vise elevene at svaret, det matematiske resultatet, bare er et av mange steg i syklusen, kan kanskje hjelpe. Denne måten å «trene» elevene er ikke noe nytt for Hans, som sa at elevene hans raskt venner seg til å jobbe med matematisk modellering.

> Jeg er veldig opptatt av modellering, og jobber mye med modellering i undervisningen min. Så elever jeg har hatt lenge har blitt vant med det, og vil dermed ha et helt annet utgangspunkt enn elever som er nye. Nå har jeg elever på 8. som jeg ikke har jobbet lenge med i det hele tatt. De har jobbet med, det er ikke kritikk mot tidligere mattelærer, men de har jobbet på et litt annet vis enn hvordan jeg liker å jobbe, og de er veldig svarsøkende (Transkripsjon, Hans).

Elevenes mål om å finne raskeste vei til et svar, og stanse der, er noe Hans opplever som en utfordring med matematisk modellering. Alle mulighetene til å se sammenhenger og skape forståelse for matematiske begreper faller fort vekk. For at matematisk modellering skal fungere optimalt, og få utnyttet sitt potensiale, er læreren nødt til å endre elevenes svarfokus.

Elevenes jag etter en løsninger er noe Miguel også opplever som en utfordring med matematisk modellering. Det kan føre til slurvefeil som kan ødelegge både elevenes arbeid og læring.

> De har masse tanker, trykker inn noen tall og så vet de ikke hvordan de har kommet fram til det. Det å faktisk få det ned på papir, det er det som er utfordringen. Det er det man burde

> hjelpe med. Gi de strukturer, og hjelp dem med å sy sammen tankene sine, og få det ned på papiret (Transkripsjon, Miguel).

Det Miguel fortalte om var noe jeg også observerte blant flere av elevgruppene i alle observasjonene mine. Elevene hadde mange tanker, og det kan ha vært vanskelig å vite helt hva som ville fungere. Det endte gjerne med at de bare valgte en av ideene, og satset på at det endelige svaret skulle gi mening. Problemet var at elevene stoppet ved svaret, og ikke tolket det tilbake til virkeligheten for å se om løsningen deres gav mening.

> Det er kanskje forståelig ut ifra hvordan skolen oppleves. De lever jo i en verden hvor de starter klokken åtte på dagen med å få oppgaver, og de er ferdig i tretida med å få oppgaver. Det blir litt som å vaske rommet sitt til slutt, du vil bare få det gjort. Det er jo ei utfordring med skolen det og, vi peiler bare på (Transkripsjon, Hans).

Hans fortalte at han tror at elevenes søk etter svar kan ha kommet fra den generelle skolehverdagen, og at det vil være en stor utfordring å endre på dette. Å tolke svaret sitt krever også en viss grad av modenhet hos elevene tror Hans. Selv om elevene får målrettet opplæring i modellering, vil tolkningen være en utfordring. «Jeg tror det må en høy grad av modenhet til før du skal gidde å prøve å reflektere noe over det du har gjort. Så den biten må nok være lærerinitiert. Ikke nødvendigvis lærerstyrt, men initiert» (Transkripsjon, Hans). Han sier selv til elevene sine at han ikke bryr seg om svaret, men heller om alt det som kommer før og etter. Likevel mener han det er utfordrende å få elevene til å gå videre fra det matematiske resultatet.

4.2.1.3 Praktisk gjennomføring

Den praktiske gjennomføringen ser ut til å være en utfordring for lærerne. Temaet er ikke direkte knyttet til en spesifikk teori, men dekker tidsperspektivet på modelleringsprosessen. Matematisk modellering og utforskende matematikk krever mye tid, og det vil dermed gå utover andre ting som kunne vært gjort i stedet. En avgjørende faktor vil være om læreren selv ser verdien i modelleringen eller ikke, og dermed om at tiden blir brukt fornuftig i lærerens øyne. For Hans er tiden en avgjørende faktor når det kommer til planlegging og gjennomføring av matematikkundervisning. Han sa at hver matematikktime er mye verdt fordi det ikke finnes så mange av dem, og at fornuftig bruk av tiden vil være veldig viktig.

> Vi har sjeldent den tidsrammen som vi ønsker, vi må alltid kutte. Og hvis du ikke må kutte så tror jeg du rett og slett (…) nei jeg vet ikke hva du gjør, du må kutte, det er for lite tid (Transkripsjon, Hans).

Hans opplever at tiden ikke strekker til, og at det kan være en utfordring å nå gjennom alle kompetansemålene hvis tiden ikke prioriteres klokt. Mangel på tid legger press på de åpne og utforskende oppleggene, og er ofte blant det første som kuttes bort, la han til. «Med tidspress så er det fort gjort å bare vrake de litt mer utforskende, problemløsende, forståelsesskapende undervisningsoppleggene» (Transkripsjon, Hans). Selv om Hans har en del erfaring med matematisk modellering og de verdiene som ligger i modelleringsarbeid, merker han at det tar mye av tiden. Han fortalte at han av og til tyr til enklere løsninger fordi det ofte kan være lett å klamre seg fast til den trygge undervisningen som man har erfaring med at fungerer.

Miguel trakk fram utfordringen med tiden som kreves for å gi god veiledning til alle elevene når de arbeider selvstendig og med forskjellige metoder. «Spesielt å kunne gi god nok veiledning til de som er svake i matematikk, slik at de ikke melder seg ut er kanskje det viktigste» (Transkripsjon, Miguel). Av erfaring fra andre typer åpne og utforskende matematikkopplegg vet Miguel at god veiledning tar mye tid, og at enkelte elever trenger mer tid til å forstå enn hva andre elever trenger. I tillegg vil elevene trenge hjelp med forskjellige ting, og de vil være på ulike steder i modelleringssyklusen.

4.2.2 Oversikt over temaer fra undervisningskunnskap i matematikk

Tabell 7 viser temaene med utgangspunkt i Ball et al. (2008) sin modell for undervisningskunnskap i matematikk. Temaene tar for seg lærerens utfordringer knyttet til fag- og fagdidaktisk kunnskap.

Tabell 7

Endelige temaer fra undervisningskunnskap i matematikk

Tema	Koder		
Utfordringer knyttet til lærerens fagkunnskap	Lærerens faglige trygghet	Lærerens favorittløsning kan styre elevene	
Utfordringer knyttet til lærerens fagdidaktiske kunnskap	Elevens modelleringsruter	Tidkrevende individuell veiledning	Mangel på kunnskap om modellering og modelleringens verdi

I teorikapitlet ble det vist til Doerr og Lesh (2011) tre kjennetegn for nødvendig kompetanse for å undervise matematisk modellering (kap. 2.5.2). Det første kjennetegnet går inn på lærerens fagkunnskap, og vil bli tatt opp i delkapittel 4.2.2.1. Videre beskriver de et punkt som tar for seg lærerens kunnskap om elevenes valg av tankemåter og veivalg, som er viktig for at læreren skal kunne få gitt god veiledning i modelleringsaktiviteter. Til slutt kommer et punkt om lærerens kunnskap om undervisningsmetoder og pedagogiske strategier som fremmer læring hos elevene. De to siste punktene vil gå inn under lærerens fagdidaktiske kunnskap, og blir beskrevet i delkapittel 4.2.2.2.

4.2.2.1 Lærerens fagkunnskap

Dette temaet er teoretisk forankret i Ball et al. (2008) sin modell for undervisningskunnskap i matematikk. Det er en sammenslåing av to koder fra den tidlige kodingsprosessen, lærerens faglige trygghet og lærerens favorittløsning.

For å forstå og veilede alle de ulike fremgangsmetodene som elevene velger, må læreren selv være trygg på det aktuelle faglige materialet. Lærenes faglige trygghet kommer ofte sammen med en relasjonell forståelse av den aktuelle matematikken. Hvis læreren har god kontroll på matematikken, vil han eller hun være mer fleksibel til å sette seg inn i elevenes tanker og løsninger. Hans tror at mange lærere velger vekk utforskende undervisningsaktiviteter på grunn av frykten for å ikke være fleksible nok til å veilede elevene sine på en god måte.

> Jeg tror at hvis du skal modellere for elevene dine så er du avhengig av å forstå materialet selv.. Jeg tror at folk vegrer seg for å modellere fordi du kan bli avslørt, eller at du ikke får til det på en god måte (Transkripsjon, Hans).

Han fortalte at frykten for å bli avslørt kan være en stor risiko for mange lærere, og at det muligens er grunnen til at mange lærere velger å holde seg til den trygge, strukturerte undervisningen. Forståelse av fagmaterialet som skal undervises er essensielt. En lærer som har en instrumentell forståelse av fagstoffet, kan få utfordringer med åpne og utforskende undervisningsmetoder. Elevene kan ha spørsmål som læreren ikke kan hjelpe dem med, og veiledningen kan bli ensformig. Det kan føre til at læreren veileder alle på samme måte, og ikke støtter mangfoldet av løsningsmetoder. Et resultat av ensformig veiledning kan være det Blum og Ferri (2009) kaller lærerens favorittløsning (s. 53). Favorittløsningen er ikke alltid grunnet i en lærers instrumentelle forståelse, men kan også være et resultat av lærerens ubeviste aksept av en spesifikk løsning, og veiledning mot denne løsningen. Det kan for eksempel komme av lærerens manglende modelleringskunnskap, eller evne til å se flere mulige løsninger. En utfordring for læreren kan være å gå fra en god elevbesvarelse til en mindre god løsning uten å ta for mye styring. Det er fort gjort å støtte elevenes individuelle arbeid i den samme retningen, mot en løsningsmåte læreren selv anerkjenner.

I observasjonen la jeg merke til flere slike situasjoner hvor begge lærerne først ledet elevene mot å bruke forholdstall og proporsjoner, før de videre tipset om mer spesifikke forhold som kunne tas i bruk. «Generelt hinter læreren om at det er et slags forholdstall man er ute etter å finne. Finnes det andre måter å løse oppgaven på?» (Observasjonslogg, Hans). Oppgaven elevene arbeidet med krever en form for forholdstall, men det er flere forhold som kan brukes. Mange elever jobbet selvstendig, og kom fram til ulike fremgangsmåter. Likevel merket jeg at de elevene som trengte mest veiledning ofte endte med de samme løsningsmetodene.

4.2.2.2 Lærerens fagdidaktiske kunnskap

Temaet vil ta for seg lærernes fagdidaktiske kunnskap om elever og undervisning. Lærerens fagdidaktiske kunnskap vil innebære kunnskap om hvordan elever lærer matematikk og hvordan matematikk kan undervises. Noe av kunnskapen om elevene har en glidende overgang til temaet «Elevers forståelse» (se kap. 4.2.1.1), spesielt med tanke på elevenes forkunnskaper i matematikk.

Miguel fortalte i intervjuet at han ikke hadde arbeidet mye med matematisk modellering tidligere, men at han kjente igjen måten å jobbe på fra lignende åpne og utforskende opplegg. Han mente at god klasseledelse var veldig viktig når elevene skulle arbeide med åpne og utforskende oppgaver. «Du må ha god klasseledelse, veldig god. Med en gang det blir litt sånn åpent og fritt, er det veldig fort at det går over i andre ting enn matematikk» (Transkripsjon, Miguel). Av erfaring fra andre åpne aktiviteter har Miguel opplevd utfordringer med å holde elevene fokuserte på det matematiske arbeidet. Han fortalte at det er lærerens oppgave å holde styr på elevgruppa, og sørge for at de gjør det de skal. For å passe på at elevene ikke mister fokus, må læreren være flink til å veilede og motivere elevene når det trengs. For å veilede elevene i modelleringsarbeidet, kan kunnskap om elevenes forkunnskaper og deres interesser være til stor hjelp for læreren. Læreren kan bruke denne kunnskapen til å gi elevene ulike vinklinger på modelleringsoppgavene, og den kan gjøre det enklere for læreren å sette seg inn i elevenes tanker, for å hjelpe dem videre i modelleringsprosessen.

Matematisk modellering, og åpne utforskende oppgaver generelt, kan ha mange forskjellige fremgangsmetoder og utregninger. Læreren må være fleksibel slik at han raskt kan gå mellom elever med ulike løsninger og forklaringer. Hans mener at det noen ganger kan være en utfordring å være fleksibel nok til å følge alle elevenes tankemåter, men at han ikke velger vekk modellering av den grunn. «Du har 25 individer i rommet som er løse kanoner og kan komme med hva som helst når som helst» (Transkripsjon, Hans). Hans fortalte i intervjuet at elevene kan komme med hva som helst av løsningsforslag, og at det er viktig at han klarer å følge med på deres tanker, selv om det kan være utfordrende. En risiko kan være at det blir for mange ulike løsningsstrategier å følge for læreren, og at det kan resultere i at læreren ubevist veileder elevene mot sin egen favorittstrategi.

4.3 Oppsummering av temaene

For å besvare studiens forskningsspørsmål, hva opplever lærere som utfordrende i arbeid med matematisk modellering, vil de endelige temaene være til god nytte. Flere av temaene går over i hverandre, men alle har sine unike punkter som gjør det relevant å se på dem hver for seg. Elevers forståelse i matematikk er avhengig av at det blir tatt hensyn til deres forkunnskaper og interesser. Modellering tar for seg hverdagsproblemer, og det er mulig for læreren å knytte oppgaver til elevenes interesser for å øke deres motivasjon for matematikk. Det vil forhåpentligvis føre til en bedre forståelse av de aktuelle matematiske begrepene. Elevers tolkning er mer spesifikk rettet mot modellering, selv om det også vil gjelde andre deler av matematikken. I modelleringssyklusen bør elevene tolke svaret sitt tilbake til den virkelige situasjonen, men mange elever ikke er vant med å gjøre noe med svaret sitt, noe som kan bli en utfordring for lærerne. I tillegg kan tid bli en utfordring når det kommer til den praktiske gjennomføringen av modelleringsaktiviteter. Modelleringsaktiviteter tar mye tid, noe som spesielt Hans synes er utfordrende. Mangel på tid vil også være en faktor når det kommer til valg av undervisningsmetoder, og det kan føre til at de utforskende og forståelsesskapende undervisningsoppleggene nedprioriteres.

Lærernes faglige- og fagdidaktiske kunnskaper er også et viktig moment i analysen. Faglig kunnskap handler om å ha en relasjonell forståelse til matematiske begreper. Læreren må forstå matematikken selv for å kunne lære den bort. Dersom læreren har en manglende forståelse av den aktuelle matematikken, er sannsynligheten stor for at også elevene ender med den samme forståelsen. Det kan være fordi elevene ikke får den veiledningen de trenger for å kunne utforske videre og skape forståelse på egenhånd, men i stedet veiledes mot løsningsforslag læreren selv har en forståelse av. Temaet om fagdidaktisk kunnskap vil gå mer på den didaktiske delen av matematikken, og vil ta for seg lærerens kunnskap om elevene, deres læringsmønstre og undervisningsstrategier i matematikk. Her vil kjennskap til elevenes forkunnskaper være relevant med tanke på planlegging av undervisning og valg av oppgaver. I tillegg vil lærernes fagdidaktiske kunnskap om matematisk modellering være viktig. Om en lærer mangler kunnskap om modelleringssyklusen og hvordan matematisk modellering foregår i praksis, vil det naturlig komme en del utfordringer for læreren.

Alle temaene er ikke like gjennomgående hos begge lærerne. De har noen felles utfordringer, og noen egne utfordringer. I neste kapittel vil jeg se på hvilke utfordringer de opplever hver for seg og hvilke som er felles for dem begge. Deretter vil jeg forsøke å si noe om hva de opplevde utfordringene kan ha å si for de to lærerne og deres modelleringspraksis.

5. Diskusjon

I dette kapitlet vil jeg presentere og drøfte årsakene til de individuelle og de felles utfordringene som Hans og Miguel opplever når de arbeider med matematisk modellering. Videre vil jeg drøfte rundt ulike følger som utfordringene kan ha for lærerne, og for deres praksis. Jeg vil også diskutere om mine funn er pålitelige, om de kan generaliseres, og om hvem som kan ha nytte av dem. Til slutt vil jeg komme med noen forslag til hvordan utfordringene kan forebygges, og til videre forskning.

5.1 Presentasjon av mine funn

Her vil jeg presentere funn for hver av lærerne, og se på hvilke utfordringer som er unike, og hvilke de har til felles. Tabell 8 viser en oversikt over utfordringene Hans og Miguel opplever i arbeid og undervisning med matematisk modellering. Den første utfordringen, elevenes fokus på svar, er felles for dem begge. Resten er i hovedsak aktuell kun for en av dem. Selv om alle utfordringene kunne gått på tvers og passet for dem begge, er de delt opp etter hva de selv opplever og forteller om.

Tabell 8

Oversikt over lærernes opplevde utfordringer i arbeid med matematisk modellering

Lærerne	**Utfordringer med modelleringsarbeid**		
Hans	Elevenes fokus på svar	Tid, tidsbruk og tidspress i sammenheng med matematisk modellering	
Miguel	Elevenes fokus på svar	Egen kunnskap om matematisk modellering	Klasseledelse i modelleringsarbeid

5.1.1 Hans

På grunn av sin erfaring med modellering, var Hans veldig bevisst på hva han mente var årsaken til at mange lærere velger vekk modellering til fordel for tryggere, og mer strukturerte undervisningsopplegg. Han sa at det først og fremst var to årsaker til at modelleringen ble nedprioritert, tidspress og faglig trygghet. Med faglig trygghet mente han en relasjonell forståelse av den aktuelle matematikken som skal undervises, som gjør det mulig for læreren å hjelpe elevene med utgangspunkt i deres egen forståelse. Læreren er nødt til å være fleksibel gjennom å gi ulike vinklinger på oppgaver, og evne å sette seg inn i elevenes tanker og løsningsforslag. Selv følte han seg presset av tiden. Hans beskrev hvordan han var avhengig av å få brukt tiden fornuftig slik at han kunne uteksaminere elever med en viss forståelse for de store sammenhengene mellom de ulike temaene i matematikken. På grunn av det ønsket han å bruke utforskende og forståelsesskapende undervisningsaktiviteter i matematikkundervisningen. Ikke hver time, men noen ganger. Han fortalte i intervjuet at han var veldig opptatt av matematisk modellering, og at han stadig brukte modellering i undervisningen sin for å knytte matematiske begreper sammen med elevenes interesser og empiri. Selv om modelleringen tar mye tid, mente Hans at tiden var godt brukt dersom han traff elevene med opplegget sitt. Meningen hans om at tidsbruken ofte vil være verdt tidskostnadene, viser at han er bevist på hva matematisk modellering er, og hvilke muligheter det kan gi i matematikkundervisningen.

5.1.2 Miguel

Miguel fortalte at han ikke hadde noe særlig erfaring med matematisk modellering fra tidligere, noe som kunne bli en utfordring for han. Miguel sin mangel på erfaring med matematisk modellering, kan være et resultat av at han aldri har hatt behov for å sette seg inn i det. Mangel på kunnskap om modellering kan innebære at læreren ikke ser modelleringens fordeler som større enn ved andre undervisningsopplegg. Dette kan gjøre at læreren ikke ser verdien i matematisk modellering, noe som igjen kan føre til at den velges bort. Læreren er nødt til å se verdien i en undervisningsmetode før han vil velge å prioritere tiden på den. På spørsmålet om hva Miguel selv trodde var årsaken til at mange lærere ikke ønsker å modellere, svarte han nettopp at mangel på kunnskap om modellering kunne være en årsak. I tillegg trakk han fram klasseledelse som en utfordring på grunn av modelleringens åpne natur. Åpenheten gjør at mange elever fort kan miste fokus, og gjøre andre ting enn matematikk. I starten av timene jeg observerte la Miguel fram skisseark og linjaler som elevene kunne bruke. Her la han noen føringer for hvordan elevene kunne løse oppgaven, og tok dermed vekk noe av oppgavens åpenhet. Det kan godt være at Miguels svar på spørsmålet om hvorfor lærere velger bort modellering, reflekterer hans egen opplevelse av modelleringen.

5.1.3 Felles utfordringer

En utfordring som begge lærerne trakk fram i intervjuene, og som gjenspeilet seg i observasjonene, var utfordringen med svarfikserte elever. Resultatorienterte elever kan komme av skolehverdagens press mente Hans. For mange elever handler det kun om å bli ferdig med oppgavene, uavhengig om stoffet er forstått eller ikke. Det kan være forårsaket av at elever opplever matematikk som noe man må huske og pugge, eller at de bare synes det er kjedelig og bare vil få det unnagjort. Tidligere har matematikkundervisningen for det meste handlet om fagets produkter med pugging av algoritmer og prosedyrer, mens de matematiske prosessene har kommet tydeligere fram først de seneste årene (Skott, Jess og Hansen, 2014). Det kan derfor tenkes at elevenes svarorientering kommer av at skolene fortsatt har større fokus på pugging og repetisjon, enn på utforsking og problemløsning.

På grunn av elevenes resultatorientering vil lærerne få en stor utfordring når elevene skal arbeide med modelleringsaktiviteter, fordi svarfokuset kan ha en negativ innvirkning på elevenes tolkninger av sine egne løsninger. I verste fall kan det gjøre at elevene dropper tolkningen helt. Tolkning av svar er noe elevene ikke er vant med, og det vil kreve mye av dem for å klare å omstille arbeidsvanene sine. Elevene tolker sjeldent svarene sine av seg selv, og tolkningen er nesten alltid lærerinitiert sa Hans. I matematisk modellering skal elevene tolke svarene sine opp mot den opprinnelige situasjonen for å vurdere om løsningen deres gir mening. Tolkningssteget setter det matematiske resultatet i den virkelige konteksten, og kobler sammen de to verdenene (Zbiek & Conner, 2000). På den måten kan matematikken bli mer meningsfull for elevene, og sannsynligheten for at de får en relasjonell forståelse av de matematiske begrepene er større. Hvis elevene kun er opptatt av å finne en løsning, kan det ødelegge mye av modelleringens potensiale. Etter min mening er det overgangene mellom den virkelige verden og matematikkverden, matematiseringen og tolkningen, som er de viktigste stegene med tanke på å gjøre matematikken mer meningsfylt for elevene. Det er fordi overgangene binder de to verdene sammen, og kobler matematiske begrep sammen med virkelighetsnære oppgaver (Ferri, 2006). Tolkning og matematisering er også de to stegene elever vanligvis har mest utfordringer med, og de bør derfor ikke forbigås (Crouch & Haines, 2004).

5.2 Implikasjoner for lærerne

Utfordringene som lærerne opplever i arbeid med matematisk modellering vil ha noen konsekvenser for dem selv, men også for elevene deres. Noen av utfordringene fører til de samme konsekvensene, og noen utfordringer kan forårsake flere konsekvenser. I denne delen vil jeg beskrive de ulike konsekvensene som kan oppstå på grunn av de utfordringene som mine informanter opplever i arbeid med matematisk modellering.

5.2.1 Modelleringen nedprioriteres

Utfordringen med tiden vil ikke være en direkte utfordring for modellering, men den kan spille en rolle ved at modellering og utforskning blir nedprioritert. Som Hans sa i intervjuet sitt, så har han det travelt med å komme seg gjennom alle kompetansemålene i løpet av et skoleår. Han tror at stort sett alle lærere føler at de skulle hatt mer tid. Mange lærere er presset på grunn av tidsmangel, og blir nødt til å prioritere tiden riktig for å få alt til å gå opp. Jeg tror at Hans har rett i sin påstand, og at mangel på tid egentlig er en utfordring nesten alle lærere opplever. For Hans vil tiden være en faktor når det kommer til valg av undervisningsaktiviteter. Hvis han føler seg veldig presset for å nå enkelte kompetansemål, kan det gjøre at han velger noen enklere og raskere metoder. Ofte vil det være enklere å oppnå en instrumentell prosedyreforståelse enn en relasjonsforståelse. Selv om Hans ønsker at elevene skal se de store sammenhengene i matematikken, og forstå stoffet godt, kan tidspresset tvinge han til å velge enklere metoder. For Miguel er det ikke tiden som er den store utfordringen, men mangel på kunnskap om hva matematisk modellering er. For han er det lett å velge vekk modelleringen, fordi han ikke har noe særlig erfaring med eller tilknytning til den.

Miguel fortalte også opplevde også noen utfordringer knyttet til klasseledelse i modelleringsarbeidet. Han hadde erfaring med at elevene raskt ble ukonsentrerte i åpne og utforskende opplegg. Hvis det blir for åpent og for mange faktorer å ta hensyn til, kan elevene fort miste fokus. Utfordringen med klasseledelse kan være en årsak til at Miguel tidligere har valgt å ikke bruke matematisk modellering i undervisningen. I observasjonen valgte Miguel å snevre inn oppgavens åpenhet ved å legge fram hjelpemidler som elevene kunne bruke i arbeidet. Det kan være et resultat av at han selv ikke ønsker at opplegget skal være for åpent. Ifølge Blum og Ferri (2009) er det nettopp slik at matematisk modellering ofte nedprioriteres på grunn av at lærere synes det blir vanskelig å holde kontrollen når det blir for åpent og uforutsigbart.

5.2.2 «Lærerens favorittløsning»

Lærerens favorittløsning er en konsekvens av lærernes utfordringer med matematisk modellering. Kort forklart betyr det at læreren har en favorisert løsningsstrategi, og at elever som får veiledning blir veiledet på grunnlag av den løsningen, og ikke ut fra sine egne tanker og ideer. Blum og Ferri (2009) forklarer at det ofte er ubevist fra lærerens side, men at det kan ha stor påvirkning på elevenes modelleringsarbeid. I observasjonene mine så jeg eksempler på lærerens favorittløsning ved flere anledninger. Det kan være ulike bakenforliggende årsaker til at dette forekom. Med utgangspunkt i utfordringen knyttet til manglende modelleringskunnskap og utfordringen med tidspress, har jeg valgt å se på lærerens favorittløsning på to måter. Som den eneste løsningen, eller som en prioritert løsning påvirket av andre faktorer. Manglende modelleringskunnskap kan være en faktor som fører til at lærerens favorittløsning blir grunnlaget for veiledningen. Utilstrekkelig modelleringskunnskap kan blant annet være at læreren ikke ser ulike modelleringsoppgavers mange løsningsmuligheter. Da kan lærerens favorittløsning være den eneste løsningen læreren ser og veileder etter. Det kan også være lærerens uvitenhet om at man i modellering ønsker fremme ulike individuelle løsningsmetoder, og at han derfor ikke tenker over at alle elevene veiledes på samme måte. Mangel på kunnskap om modellering kan også være knyttet til utfordringer med kunnskap fra den virkelige situasjonen, og kan føre til at læreren gjør feil, eller for store forenklinger og antakelser i startfasen av modelleringsoppgaven (Kaiser, Schwarz & Tiedemann, 2010). Da kan det hende at det ikke er mange gjenværende muligheter for individuell veiledning.

Utfordringen med tid kan føre til at læreren er nødt til å prioritere veiledning av raske løsningsstrategier, og sette andre løsninger til side. Det betyr ikke at læreren kun ser en løsning, men at tidsfaktoren tvinger læreren til å veilede elevene ut fra den samme løsningsmetoden. En annen mulighet kan være at læreren ser på en spesifikk løsning som den beste, eller den enkleste for elevene å lære seg. Uavhengig av årsak, vil lærerens favorittløsning være styrende for elevarbeidet, og kan skygge over viktige elementer i modelleringen som ellers kunne vært med på å skape en relasjonsforståelse av de matematiske begrepene.

5.2.3 Tolkningen utfordres

Begge lærerne opplevde utfordringen med elevenes svarfokus. Utfordringen kom fram både i intervjuene og i observasjonene hos både Hans og Miguel. Jeg tror begge lærerne opplever denne utfordringen uavhengig deres erfaring med matematisk modellering. Resultatorienterte elever vil ikke være eksklusivt for matematikk, men det vil gjelde de fleste av skolefagene. Hans mente at elevenes svarfokus sannsynligvis var et resultat av hvordan skolen og skolehverdagen er oppbygd. For å bruke hans egne ord så «bare kjører vi på med oppgaver som elevene skal gjøre, og det er en utfordring med skolen generelt». Grunnen til at svarfokuset kom fram som en utfordring i modelleringsarbeid, er at det vil ha konsekvenser for tolkningssteget, som er en viktig del av modelleringsprosessen. For å få et godt utbytte av modelleringen, og at matematikken skal bli mer meningsfull for elevene, er det viktig at de kan koble svaret sitt opp mot den opprinnelige situasjonen, altså at de tolker det.

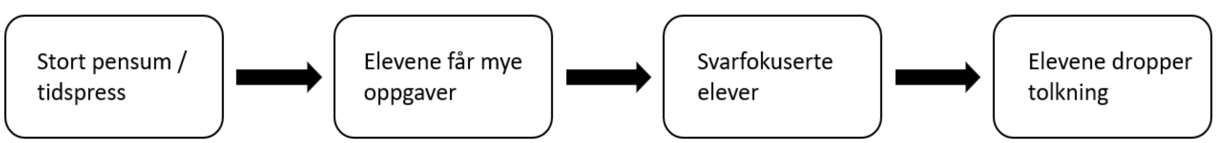
Et av målene med matematisk modellering er at elevene skal kunne koble sammen matematiske begreper med virkelige situasjoner slik at matematikken skal bli mer meningsfylt for elevene (Blum & Ferri, 2009). I matematisk modellering begynner elevene gjerne med en reell situasjon eller hendelse, og ved hjelp av matematikk skal de komme fram til en passende løsning på oppgaven. I løpet av modelleringsaktiviteten må elevene ta en del valg og vurderinger, både av relevant informasjon og hva slags matematikk som kan anvendes. Når de har kommet fram til en løsning, skal den tolkes og vurderes opp mot den opprinnelige situasjonen. På den måten blir matematikken et verktøy som kan brukes i den virkelige verden, og ikke noe som kun er låst til klasserommet (Zbiek & Conner, 2006).

Elevenes svarfokus kan overstyre modelleringsarbeidet deres, og ta vekk mange av de elementene som gjør at matematikken kan knyttes til virkelige hendelser. Det kan gjøre at modelleringens mål om å gjøre matematikken mer meningsfylt ikke når fram, og en konsekvens kan være at elevene får en instrumentell prosedyreforståelse av den aktuelle matematikken de arbeider med. En annen konsekvens av elevenes svarfokus vil være lærerens vanskeligheter med å omstille elevenes tankemåter. Et plutselig skift i tankesett kan være krevende å få til, og vil sannsynligvis kreve mye oppfølging og støtte fra læreren. En slik endring i elevenes arbeidsvaner vil ikke skje i løpet av en matematikktime, men vil koste både tid og ressurser over en lengre periode. Alle de nevnte konsekvensene kan i seg selv skape utfordringer for lærerne.

5.3 Sammenheng mellom funnene

I min studie kommer tiden fram som en utfordring eksklusivt for Hans, mens manglende kunnskap om matematisk modellering skaper problemer for Miguel. Tidsutfordringen som Hans opplever, er et av funnene som sannsynligvis kan gjelde for flere andre lærere. Den kan føre til nedprioritering av utforskende og forståelsesskapende undervisningsaktiviteter som matematisk modellering. I tillegg tror jeg at manglende kunnskap hos de som skal undervise den matematiske modelleringen, som Doerr (2007) trekker fram, vil gjelde for flere lærere og kan være en av årsakene til modelleringens svake posisjon i skolen.

Utfordringen med elevenes jag etter en løsning, svarfokuset, har lærerne til felles. Jeg tror at utfordringen stammer utenfra matematikken, men at den vil ha stor innvirkning på den, spesielt når matematikken krever tolkning slik som i matematisk modellering. For å forstå hvordan alt henger sammen, har jeg satt inn noen av de opplevde utfordringene i en modell (Figur 5.1). Fordelen med å sette opp en slik modell er at man kan se bakover i rekken for å finne ut hva som eventuelt kan gjøres for å forebygge utfordringene (Dette tas opp i delkapittel 5.4.2 som ser på mulige forebyggende tiltak).



Figur 5.1 - Egen tolkning av sammenhengen mellom utfordringen med tid og utfordringen med elevers svarfokus

Modellen viser hvordan elevenes svarfokus kan ha oppstått. Svarfokuset er et resultat av hvordan skolen og pensum er lagt opp. Det kan ha opphav i det som Skott et al., (2014) beskriver som produktfokus, altså at elevene opplever at skolen og matematikken handler om pugging og svar. Det kan i tillegg komme av at elevene gjennom flere år i skolen, med mye å gjøre, har funnet en rask og enkel metode for å bli fort ferdig med alt. De har utviklet en evne til å finne raskeste vei til en løsning, slik at det ikke tar for mye tid, og at de kan gå videre til neste oppgave som må gjøres. Svarfokuset vil ha en negativ virkning på blant annet matematisk modellering ved at elevene finner raskeste vei til en løsning, og dropper å tolke svaret sitt opp mot den virkelige situasjonen. Da mister modelleringen en stor del av sin verdi.

5.4 Generalisering av lærernes utfordringer

Hans sin utfordring med tid og tidspress kom tydelig fram i intervjuet, men at lærere har det travelt er ikke noe nytt og revolusjonerende som avdekkes i min studie. Det er heller en bekreftelse på noe man visste fra før. Det samme vil gjelde Miguels utfordringer knyttet til manglende kunnskap om modellering. Som Doerr (2007) sier, så er mangel på kunnskap hos de som skal undervise modellering er en viktig årsak til at modelleringen nedprioriteres. Selv om funnene ikke sier noe nytt, er det interessant å se på hvilke implikasjoner som følger med dem.

Mangel på tid og mangel på modelleringskunnskap kan begge være medvirkende faktorer til at elevene ikke får den individuelle veiledningen som de bør få i modelleringsarbeid, men at de heller veiledes med utgangspunkt i lærerens favorittløsning. De nevnte utfordringene kan i verste fall føre til at den matematiske modelleringen blir helt nedprioritert. Dette sammenfaller bra med flere studier og artikler innen det matematikkdidaktiske forskningsfeltet som viser at modelleringen fortsatt har en mye svakere posisjon i klasserommet enn det forskerne skulle ønsket (Blum, 1994; Blomhøj, 2009; Blum & Ferri, 2009; Kaiser, 2010). Det kan bety at mine funn også kan gjelde for andre lærere.

Utfordringen med elevenes fokus på svar hadde jeg ingen hypotese om fra tidligere, men var et interessant funn som dukket opp under datainnsamlingen. I Figur 5.1 har jeg forsøkt å forklare hvilke årsaker som kan ha ført til at elevene er så svarfikserte som de er, og hvilke konsekvenser det kan ha for elevenes modelleringsarbeid. Hvis modellen jeg har satt opp viser seg å være et korrekt bilde av virkeligheten, kan det bety at utfordringen med svarorienterte elever også kan generaliseres.

5.4.1 Verdien av funnene

Funnene som er presentert kan ha en nytteverdi for andre lærere og lærerstudenter. Den kan sees med to forskjellige vinklinger, enten med fokus på utfordringene, eller med fokus på de potensielle konsekvensene. For informantene selv kan det være både interessant og lærerikt å bli gjort oppmerksom på sine egne utfordringer. Da kan de få et innblikk i hva som kan være de bakenforliggende årsakene til deres utfordringer, og hvilke konsekvenser de kan føre til. På den måten kan lærerne bli mer bevisste på hva som eventuelt kan gjøres for å redusere eller forebygge utfordringene. Jeg tror også at andre lærere og lærerstudenter kan dra nytte av mine funn ved å bruke dem som redskap til å vurdere seg selv og sin egen praksis. Det kan være at flere av dem kjenner seg igjen i noen av Hans og Miguel sine utfordringer, og dermed kan bli mer bevist på sine egne utfordringer. En lærer som har flere utfordringer kan ha god nytte av å vite om de mulige konsekvensene også. Da kan læreren vurdere hvilke konsekvenser som er mest alvorlige, og som må tas tak i før de andre.

5.4.2 Forebyggende tiltak

Hvis lærere blir bevist på sine egne utfordringer, kan det være lettere å vite hva som må gjøres for å forebygge dem. Noen utfordringer vil være enklere å gjøre noe med enn andre. Oversikter, slik som figur 5.1, som viser sammenhenger mellom utfordringenes årsaker og konsekvenser kan være til hjelp hvis man skal prøve å forebygge utfordringene. For å få elevene til å bli bedre til å tolke svarene sine, må det gjøres noe med elevenes svarfokus. Det er igjen knyttet til store mengder oppgaver på grunn av et stort pensum med mange kompetansemål. Læreren kan se helt tilbake til pensum og kompetansemål i matematikk for å vurdere hvordan utfordringen med elevenes svarfokus kan reduseres eller forebygges. Et tiltak kan være å unngå store mengder repetitive «a-f-oppgaver», men heller sette søkelys på opplegg med høye kognitive krav. Det vil si åpne oppgaver uten en bestemt løsningsstrategi, som legger opp til utforsking og resonnering (Skott et al., 2014, s. 222).

Et forebyggende tiltak mot utfordringer i arbeid med modellering er faktisk å jobbe mer med modellering. Hvis elevene jobber mye med matematisk modellering, vil de forhåpentligvis etter hvert bli vant med at det matematiske resultatet kun er en liten del av helheten, og det kan hende at svarfokuset deres vil begynne å avta. Læreren bør også vise elevene at svaret ikke er det viktigste, men at de heller skal fokusere på sine fremgangsmåter og tolkninger. Elever har ofte mye tillit til lærerens meninger, og tar fort etter lærerens syn. Hvis læreren gjentatte ganger viser at svaret ikke er det man er ute etter, kan det være med på å omstille elevenes tanker om matematikk. At læreren sier at det skal fokuseres på helheten og ikke kun på svaret, vil ikke nødvendigvis være nok til å omstille elevene. Hans fortalte at han sa til elevene sine at gode strategier var viktigere enn svar. Likevel hadde han utfordringer med elevenes svarfokus.

En tidlig innføring til modelleringsaktiviteter kan være en mulig proaktiv forebygging mot det svarfokuset elevene har i dag. English og Watters (2005) argumenterer for at modellering ikke bør være eksklusivt for ungdomsskolen og oppover, men at det også har et stort potensial i de lavere trinnene i grunnskolen. De mener at modelleringen bør innføres tidlig i grunnskolen slik at det blir en naturlig del av elevenes måte å bruke matematikken på. Singer (2007) er enig i at elevene bør møte matematiske modeller tidlig i grunnskolen fordi det vil legge grunnlaget for deres modelleringskompetanse.

Doerr (2007, s. 73) sier at læreres bruk av modellering i klasserommet er avhengig av deres erfaringer med det, og at mangel på erfaring er et viktig element i læreres manglende modelleringskunnskaper. Lærerne bør arbeide med og erfare en rekke forskjellige modelleringsaktiviteter for å utvikle sine egne modelleringskunnskaper, og på den måten forebygge utfordringene knyttet til den manglende kunnskapen. Med erfaring og kunnskap om ulike former for modellering og løsninger, vil læreren være mer fleksibel når det kommer til veiledning av elevarbeid. Han vil også være mer bevist på hvordan elevene bør veiledes for at de skal få det beste utbyttet av modelleringsaktiviteten.

Tidsutfordringen vil være vanskeligere å komme med forebyggende tiltak mot, fordi den vil variere fra lærer til lærer. Selv om mange lærere er presset av tiden, vil det være av ulike årsaker. Et tiltak når det kommer til modellering kan være å forberede aktiviteten godt.

Dersom oppgaven og de aktuelle matematiske begrepene som det arbeides med er noe elevene kan og har interesse av, kan læringsutbyttet av økta være stort. I motsatt ende kan en modelleringsøkt med grunnlag i matematikk som elevene ikke mestrer, eller en reell situasjon som ikke interesserer dem, være bortkastet tid.

5.5 Veien videre

De nye læreplanene som trer i kraft høsten 2020 vil føre med seg noen endringer som kan ha stor innvirkning på den matematiske modelleringens plass i skolen. For det første vil «modellering og anvendelser» være et av seks gjennomgående kjerneelement i matematikkfaget. Dette gir modelleringen en tydeligere plass i matematikken enn tidligere, og det kan bli vanskeligere for lærere å sette den til side. For min egen del er matematisk modellering noe jeg først fikk ordentlig erfaring med da jeg begynte på masterløpet. Tidligere i utdanningsløpet har det alltid vært snakk om å gjøre matematikken virkelighetsnær, mens modellering og sykluser kun utgjorde en liten del av pensum. Et økt fokus på modellering og anvendelser i fagfornyelsen, kan føre til endringer i lærerutdanningen. Som Doerr (2007) argumenterer, bør lærere og lærerstudenter utsettes for en rekke ulike modelleringsaktiviteter med forskjellige løsningsmuligheter, for å utvikle sin modelleringskompetanse. Hvis lærere blir nødt til å sette seg ordentlig inn i modellering, kan det få positive følger. Blant annet gjennom at lærerne utvikler sine egne modelleringskompetanser som igjen kan forebygge utfordringer som er forårsaket av manglende modelleringskunnskaper.

En annen endring som kommer med den nye læreplanen, er forandringer i kompetansemålene for grunnskolen. Mange fag har store reduksjoner i antall kompetansemål, og det kan gi lærere mer tid til hvert mål. Som figur 5.1 viser, så kan elevenes svarfokus være et resultat av et stort pensum med mange læreplanmål, og en reduksjon i antall kompetansemål kan være starten på en forebygging av elevers svarfokus. Matematikkfaget er derimot et av grunnskolefagene som får flere kompetansemål med en økning fra 76 til 95 (Utdanningsdirektoratet, 2020). En viktig endring er at matematikkfaget vil bli omstrukturert til å ha kompetansemål etter hvert trinn i stedet for den tredelingen med småtrinn, mellomtrinn og ungdomstrinn som er i dag (Utdanningsdirektoratet, 2019, 1:02). Det betyr at det skal arbeides med færre tema hvert år, og at elevene skal få bedre tid til å jobbe med hvert tema. Mer tid til hvert tema vil åpne opp for flere muligheter til å arbeide utforskende og skape forståelse i matematikken. Utdanningsdirektoratet (2019, 3:14) sier også at de nye læreplanene vil legge vekt på strategier og fremgangsmåter, og at løsninger vil bli mindre viktig. Endringene jeg har nevnt kan være med på å forebygge de utfordringene som jeg har belyst i min studie.

5.5.1 Videre forskning

Med innføringen av «modellering og anvendelser» som et av seks kjerneelement i matematikken i den nye læreplanen, kan modellering få et økt fokus hos både lærere og lærerstudenter. Det kan være med på å viske vekk noen av utfordringene som er knyttet til læreres mangel på modelleringskunnskaper. De nye læreplanene fremhever gode løsningsstrategier og fremgangsmåter som viktigere enn matematiske løsninger. Det viser at lærernes utfordringer med svarorienterte elever kanskje kan reduseres. I tillegg vil lærerne få mer tid til å jobbe med hvert tema, noe som kan gjøre at tidsutfordringen også kan begrenses.

Av den grunn tror jeg det kan være interessant å forske mer på læreres utfordringer med modellering når fagfornyelsen har tredd i kraft, for å se på hvilke utfordringer som eventuelt forsvinner og hvilke nye utfordringer som kan dukke opp. Et steg videre i forskningen kan være å gjøre forskningsdeltakerne mine oppmerksomme på deres egne utfordringer, og hvilke konsekvenser de kan føre til. Da kunne man studert hvilke tiltak lærerne hadde gjort, og hvilken effekt de hadde hatt. En annen mulighet kan være å gjennomføre den samme studien med andre informanter for å vurdere om de utfordringene deltakerne opplever kan generaliseres.

Jeg tror også at det kunne vært interessant å forske mer spesifikt på utfordringen med elevenes svarfokus. Man kunne analysert og diskutert de mulige årsakene til at det har oppstått, og testet ut eventuelle tiltak for å se hvilken effekt de kunne hatt. Hans sa i intervjuet at han la mye vekt på løsninger og strategier, og ikke så mye på svarene. Likevel var svarorienteringen en utfordring han opplevde. Det betyr at fagfornyelsens vektlegging av gode strategier og løsninger muligens ikke er nok for å snu på elevenes svarfokus, men at det vil kreves mer.

5.6 Avslutning

I min studie har jeg undersøkt hva to matematikklærere opplever som utfordrende i arbeid med matematisk modellering. På bakgrunn av flere matematikkdidaktiske studier som påpeker at modellering er utfordrende for lærere, ønsket jeg å undersøke hvilke av utfordringene som var mest fremtredende. Gjennom intervjuer og observasjoner at mine to informanter, kom det fram tre utfordringer som preget deres modelleringspraksis: Mangel på modelleringskompetanse, svarorienterte elever og tidspress. I diskusjonskapitlet har jeg sett på flere mulige konsekvenser som kan komme av utfordringene lærerne opplever, og en fellesnevner er at modelleringen blir nedprioritert.

Vi omgir oss av matematiske modeller, og for å kunne ta del i og forstå samfunnet vi lever i, er modelleringskompetanser som å stille opp, analysere og kritisk vurdere matematiske modeller viktige (Blomhøj, 2006). I følge Blum (2015, s. 81) kan modelleringskompetanser kun utvikles i arbeid med modelleringsaktiviteter, og av den grunn vil arbeid med matematiske modeller være et viktig element i grunnskolematematikken. Modellering er i tillegg en god arbeidsmetode for å fremme elevenes læring og forståelse av matematikk gjennom å koble erfaringsverden og matematikkverden sammen. Elevene vil derfor være avhengig av en lærer som har gode fagdidaktiske kunnskaper i modellering.

Med innføringen av kjerneelementene i matematikk i den nye læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020), vil matematisk modellering få et økt fokus i årene som kommer. Den nye læreplanen vil legge vekt på løsningsstrategier og fremgangsmetoder over svar, og sørger for at matematikklærere skal få bedre tid til å arbeide med hvert tema. På den måten legger fagfornyelsen til rette for at «modellering og anvendelser» skal være lettere å ta i bruk for matematikklærere i grunnskolen, og det vil forhåpentligvis forebygge noen av utfordringene som lærerne opplever.

Referanser

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), s. 389-407.

Berry, J. & Davies, A. (1996). Written reports. I C. Haines & S. Dunthorne (Red.), *Mathematics learning and assessment: Sharing innovative practices.* London: Arnold.

Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovmose & M. Blomhøj (Red.), Kunne det tænkes?: Om matematiklæring (s. 80-109). Albertslund: Malling Beck.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. I M. Blomhøj & S. Carreira (Red.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, (s. 1-17). Roskilde, Danmark: IMFUFA.

Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), s. 123-139.

Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). What's all the fuss about competencies?. I W. Blum, P.L. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Red.), *Modelling and applications in mathematics education* (s. 45-56). New York: Springer.

Blum, W. (1994). Mathematical modeling in mathematics education and instruction. I T. Breiteig, I. Huntley & G. Kaiser-Messmer (Red.), Teaching and learning mathematics in context (s. 3-14). Chichester, England: Ellis Horwood Limited.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht–Trends und perspektiven. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. (23), s. 15-38.

Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. I *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73-96). Cham: Springer.

Blum, W. & Ferri, R.B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, *1*(1), 45-58.

Blum, W. & Leiß, D. (2005). «Filling up» - The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. I *Proceedings of the fourth congress of the European society for research in mathematics education (CERME 4)* (s. 1623-1633).

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems?. I C. Haines, P.L. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): education, engineering and economics* (s. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.

Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk*. Bergen: Caspar forlag.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), s. 77-101.

Brinkmann, S. & Kvale, S. (2015). *Interviews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (3.utg.) Thousand Oaks, California: Sage Publications.

Carreira, S. (2011). Looking Deeper into Modelling Processes: Studies with a Cognitive Perspective–Overview. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (s. 159-163). Dordrecht: Springer.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical thinking and learning*, 6(2), s. 81-89.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8.utg.). London: Routledge.

Crouch, R. & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), s. 197-206.

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, 27. april). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. Hentet fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf

Doerr, H. M. & Lesh, R. (2011). Models and modelling perspectives on teaching and learning mathematics in the twenty-first century. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 247-268). Dordrecht: Springer.

Doerr, H. M. (2007) What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling?. I W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn and M. Niss (Red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (s. 69-78). New York: Springer.

English, L. D. & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics education research journal*, 16(3), s. 58-79.

Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2010). Hva må læreren kunne. *Tangenten,* 21(4), s. 35-38.

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM Mathematics education*, 38(2), s. 86-95.

Ferri, R. B. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): education, engineering and economics* (s. 260-270). Chichester: Horwood Publishing.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Galbraith, P. (2007). Dreaming a 'possible dream': More windmills to conquer. I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): education, engineering and economics* (s. 44-62). Chichester: Horwood Publishing.

Galbraith, P. L. & Stillman, G. (2001). Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. I J. Matos, W. Blum, K. Houston & S. Carreira (Red.), *Modelling and mathematics education (ICTMA 9): Applications in science and technology* (s. 300-310). Chichester: Horwood Publishing.

Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers´ adoption of innovative practices with technology and mathematical modelling. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (s. 305-314). Dordrecht: Springer.

Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling–Overview. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri & G. Stillman (Red.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (s. 301-304). Dordrecht: Springer.

Haines, C. & Crouch, R. (2013). Remarks on a modeling cycle and interpreting behaviours. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13* (s. 145-154). Dordrecht: Springer.

Hurrell, D. P. (2013). What Teachers Need to Know to Teach Mathematics: An Argument for a Reconceptualised Model. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(11), s. 53-64.

Johannesen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. (5.utg.) Oslo: Abstrakt forlag.

Kaiser, G. (1995). Realitätsbezüge im Mathematikunterricht: Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. *Materialien für einen realitatsbezogenen mathematikunterricht*. s. 66-84.

Kaiser, G. (2005). Introduction to the working group "Applications and Modelling". I *Proceedings of the fourth congress of the European society for research in mathematics education (CERME 4)* (s. 1613-1622).

Kaiser, G. (2010). Introduction: ICTMA and the teaching of modeling and applications. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (s. 1-2). Boston: Springer.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics education*, 38(3), s. 302-310.

Kaiser, G., Schwarz, B. & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13* (s. 433-444). Boston: Springer.

Kloosterman, P. (2002). Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: Measurement and implications for motivation. I G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (s. 247-269). Dordrecht: Springer.

Kuntze, S. (2011) In-Service and Prospective Teachers´ Views About Modelling Tasks in the Mathematics Classroom – Result of a Quantitative Empirical Study. I Kaiser, G., Blum, W., Ferri, R. B. & Stillman, G. (Red.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical modelling: ICTMA 14.* (s. 279-288). Dordrecht: Springer.

Leiß, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. & Pekrun, R. (2010). The role of the situation model in mathematical modelling—Task analyses, student competencies, and teacher interventions. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), s. 119-141.

Lincoln, Y. S. & Guba, E.G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Beverly Hills, California: Sage Publications.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? ZDM Mathematics education, 38(2), 113-142.

Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2015). Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt. *Acta Didactica Norge,* 9(1), Art. 7.

Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. I A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Red.), *International handbook of mathematics education* (s. 11-47). Dordrecht: Springer.

Niss, M. (2003, January). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (s. 115-124).

Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. I K. Stacey & R. Turner (Red.), *Assessing mathematical literacy* (s. 35-55). Cham: Springer.

NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser.* Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/sec3

Perrenet, J. & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical modelling and Application*, 1(6), s. 3-21.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier.* Oslo: Universitetsforlaget.

Rowland, T., Huckstep P. & Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), s. 97-102.

Schou, J., Hansen, H. C., Skott, J. & Jess, K. (2008). *Matematik for lærerstuderende: Omega: 4.10 klassetrin.* Fredriksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), s. 4-14.

Singer, M. (2007). Modelling both complexity and abstraction: A paradox?. I W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Red.), *Modelling and applications in mathematics education* (s. 233-240). New York: Springer.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), s. 20-26.

Skott, J., Jess, K. & Hansen, H. C. (2014). *Matematik for lærerstuderende: Delta: Fagdidaktik* Fredriksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational studies in mathematics*, 76(2), s. 141-164.

Thanheiser, E., Browning, C. A., Moss, M., Watanabe, T. & Garza-Kling, G. (2010). Developing Mathematical Content Knowledge for Teaching Elementary School Mathematics. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 1, s. 1-13.

Tjora, A. (2019). *Qualitative research as stepwise-deductive induction*. London: Routledge.

Utdanningsdirektoratet. (2013, 1. august). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal

Utdanningsdirektoratet. (2017, 15. september). Kjerneelementer – fag i grunnskolen og gjennomgående fag i vgo. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2019, 18. november). Hva er nytt i matematikk?. [Videoklipp]. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i-fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2020, 13. februar). Læreplan i matematikk 1.-10. Trinn. Hentet fra https://www.udir.no/contentassets/8905f2738db344d3bfd74d213ebb8620/bokmaal-mat01-05-laereplan-matematikk-1-10-trinn.pdf

Zbiek, R. M. & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational studies in mathematics*, 63(1), s. 89-112.

Ärleback, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana mathematics enthusiast,* 6(3), s. 331-364.

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vedlegg 2: Intervjuguide

Vedlegg 3: Observasjonskart

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

Matematisk modellering i grunnskolen?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke matematikklæreres utfordringer med matematisk modellering, og i dette skrivet får du informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Dette er et masterprosjekt jeg gjennomfører hvor jeg vil forsøke å finne ut noe om hvorfor matematisk modellering ikke anvendes som arbeidsmetode like ofte som man kanskje skulle ønske. Tidligere forskning har vist at en årsak til at matematisk modellering ikke har en så fremtredende rolle i klasserommet som mange mener den burde ha, er at det kan være utfordrende både for elever og for lærere. Derfor vil jeg i min studie forsøke å belyse hva som eventuelt gjør det vanskelig for lærere, og komme med noen forslag til eventuelle tiltak som kan tas for å gjøre modelleringen mer aktuell å bruke i undervisningen.

Jeg vil gjennomføre et strukturert intervju av matematikklærere om deres forhold til/ erfaringer med modellering. Det vil bli tatt lydopptak av intervjuene. Personidentifiserende opplysninger vil anonymiseres, og slettes etter transkripsjon.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) er ansvarlig for prosjektet.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i dette prosjektet, innebærer det at du deltar på et intervju med forskeren som vil ta ca. 30-45 minutter. Etter intervjuet skal du gjennomføre en matematikktime med modellering som tema og med forskeren som observatør.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- *Kun forsker har tilgang på lydopptakene, og de vil slettes med en gang de ikke trengs lenger.*
- *Du vil kun kunne identifiseres ved stemme (lydopptak), og ved bruk av dine svar fra intervjuet i masteroppgaven vil du bli anonymisert gjennom bruk av et pseudonym.*

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes 15. mai 2020, og da vil all personidentifiserende data bli slettet.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- *NTNU* ved student eller veileder
- *NSD*

Navn*, *telefonnummer og epostadresser har blitt fjernet på grunn av personvern

Med vennlig hilsen

(Student/Forsker) (Veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Matematisk modellering i grunnskolen*», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i et intervju, og at svarene mine vil kunne brukes som datamateriale i masterprosjektet.
☐ å gjennomføre en matematikktime med modellering som tema og med forskeren som observatør

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles fram til prosjektet er avsluttet, ca. *mai 2020*

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2: Intervjuguide

Intervjuguide

«Modellering og anvendelser» er et av de nye kjerneelementene i fagfornyelsen:

1. Hva er din erfaring/ ditt forhold til matematisk modellering?
2. Hvorfor tror du modellering har fått et økt fokus de siste årene? (og nå tas inn som et kjerneelement i matematikken)
3. «Utforsking og problemløsing» er et annet nytt kjerneelement. Hvordan vil du skille mellom matematisk modellering og problemløsing?
    a. Likheter og ulikheter?
4. Hvilke tema i matematikk tror du elevene kan ha godt utbytte av å arbeide med modellering? – Hvorfor akkurat disse?

Matematikkdidaktisk forskning har i lang tid fremmet modellering i skolen:

5. Hvorfor tror du forskerne trekker fram modellering som en god arbeidsmetode?
6. Det er stor avstand mellom ønsket og realisert modelleringsarbeid i skolen. Hva tror du er årsaken til dette?
7. Forsøk å beskriv det du mener er en god modelleringsøkt.
8. Hva setter du mest pris på med modelleringsarbeid? (Diskusjoner, utforsking …)
    a. Hva setter du minst pris på?

Modelleringsarbeid blir ofte beskrevet som en syklus:

9. Hva tenker du om disse modelleringssyklusene? (Blum & Leiß, 2007; Blomhøj & Jensen, 2003)
    a. Hvilken av modellene mener du er mest praksisnær? Hvorfor?
    b. Er det noen av stegene du mener er mer/mindre viktige enn de andre? Hvorfor?
    c. Hvilke av stegene tror du elevene vil kunne møte på de største utfordringene? (Kognitive barrierer) Hvorfor?
10. Hva mener du lærerens rolle i modelleringsarbeid bør være?
    a. Hva gjør du hvis en elev står fast?
    b. Hva gjør du hvis en elev kommer med en uventet løsningsstrategi?
11. Kan du beskrive en «typisk» elevs ferd gjennom en modelleringssyklus? Gjerne følg modellsyklusen.

Vedlegg 3: Observasjonskart

Observasjonskart

Punkt i modellsyklusen	**Hva gjør lærer?**	**Observasjon**
Virkelig situasjon	Hvordan presenterer læreren oppgaven	
Situasjonsmodell	Sier eller gjør læreren noe som kan påvirke elevenes konstruksjon av en situasjonsmodell?	
Gruppearbeidet begynner		
Reell modell	Hvordan håndterer lærer oppstarten av gruppearbeidet? Gir han elevene frie tøyler til å velge relevant informasjon, eller styrer han dem mot sine favorittløsninger?	
Matematisk modell	Arbeider elevene selvstendig eller er lærer med på å hinte om mulige verdier og variabler som kan brukes?	
Matematisering	Forekommer det tipsing om fremgangsmåter eller vil elevene selv ha mulighet til å «velge»?	
Matematisk resultat	Hvordan reagerer lærer på ulike løsninger fra ulike grupper? Har han en favoritt? Hva gjør han om noen er langt unna «forventet» resultat?	
Tolkning	Hjelper læreren elevene med tolkningen? Stiller han metakognitive spørsmål?	
Reelt resultat	Hvordan håndterer læreren ulike resultater. Hvilke strategier og løsninger blir vektlagt i gjennomgangen?	

NTNU

Kunnskap for en bedre verden