Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Guro Berntsen

Matematisk modellering i et flerspråklig klasserom

En kvalitativ studie av elever med norsk som andrespråk sitt arbeid med modelleringsoppgaver i matematikk

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Per Gunnar Østerlie
Mai 2020

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Guro Berntsen

Matematisk modellering i et flerspråklig klasserom

En kvalitativ studie av elever med norsk som andrespråk sitt arbeid med modelleringsoppgaver i matematikk

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Per Gunnar Østerlie
Mai 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Sammendrag

Denne studien har undersøkt hvordan elever med norsk som andrespråk jobber med modelleringsoppgaver. Den har fokus på hvilke blokader som oppstår og hva dette kan ha å si for undervisningen av denne elevgruppen. Studiens forskningsspørsmål er: Hvilke blokader oppstår når elever med norsk som andrespråk med liten eller ingen erfaring med matematisk modellering løser modelleringsoppgaver?

For å svare på dette forskningsspørsmålet har jeg observert min egen klasse sitt arbeid med modelleringsoppgaver. Dette er en avgangsklasse i grunnskolen bestående av utelukkende elever med norsk som andrespråk. Elevene har varierende skolebakgrunn og det faglige spriket i klassen er derfor stort. I denne studien er det 6 elever som har deltatt, fordelt på to grupper

Elevene ble gitt en modelleringsoppgave i en vanlig undervisningsøkt. Denne økten ble observert av meg som deltakende observatør og støttet med lydopptak. Det ble også gjort intervju i etterkant av transkriberingen av lydopptak for å oppklare eventuelle spørsmål. Datamaterialet som ble samlet inn ble analysert ved hjelp av Blum og Leiß sin modelleringssyklus. Dette er en deduktiv analyse.

Funnene gjort i studien er at mange av elevene har de samme utfordringene som elever som jobber med modelleringsoppgaver på morsmål. Da spesielt matematisering, men også å forstå oppgaven, jobbe matematisk og validering. Det at de møter på de blokadene de gjør kan ha en sammenheng med deres faglige og språklige bakgrunn.

Abstract

This study investigates how students with Norwegian as their second language works with modelling tasks. Its focus is on the blockages they meet and what this implies for teaching of this group of students. The research question in this study is: "Which blockages do students with Norwegian as their second language encounter whilst solving modelling tasks?"

To answer this question, I have observed my own mathematics class and their work with modelling tasks. The class consists of adult students with Norwegian as their second language. They are going to graduate from the 10^{th} grade this year. The students educational background is varying and, in some cases, lacking. Therefore, the subject knowledge in the class is diverse, which reflects in this study's analysis. 6 students have participated in this study. They were divided into two groups of three students.

The students were given a modelling task to solve. I observed them during class with the help of a recorder. In addition to that, I did interviews after I had transcribed the recordings to get answers to the questions the data raised. The data which is collected has been deductively analyzed with the help of Blum and Leiß´ (2007) modelling cycle.

The findings in the study implies that bilingual students face many of the same blockages whilst working with mathematical modelling as native speakers do. Especially mathematising stands out as a blockage, but also understanding the task, working mathematically and validating. The reason that this group of students encounter these blockages may rely on their academic and linguistic background.

Forord

Denne masteroppgaven er et resultat av tre år med videreutdanning. Masterutdanningen i matematikkdidaktikk ved NTNU har vært svært lærerik, da den har fremhevet ulike aspekter ved matematikkundervisning og gitt meg ny innsikt i viktigheten av matematikkdidaktisk forskning.

Det er mange som fortjener en takk i forbindelse med arbeidet med masteroppgaven. Spesielt veilederen min, Per Gunnar Østerlie, fortjener en stor takk for å ha bidratt med både med oppmuntrende ord og konstruktive og gode tilbakemeldinger underveis i arbeidet.

Jeg vil også rette en stor takk til min tidligere matematikklærer ved Høgskolen i Nesna, Håvard Soløy, som viste hvor fantastisk matematikkfaget kan være. Uten matematikkutdanningen ved Høgskolen i Nesna hadde ikke jeg vært matematikklærer i dag og heller ikke gått til det skrittet å skrive en masteroppgave.

Jeg vil også takke elevene mine, både de som deltok og de som ikke deltok i studien. Dere inspirerer og imponerer meg hver dag. Uten dere hadde det ikke blitt noen master.

Utdanningsdirektoratet fortjener også en takk som gir støtte til videreutdanning. Jeg vil også takke ledelsen ved arbeidsplassen min som har gitt meg mulighet til å ta denne utdanningen. Kollegaer som har kommet med støtte og innspill underveis i masterskrivingen fortjener også en stor takk.

Til slutt vil jeg takke mine aller nærmeste som har vært støttende under hele prosessen og som har vist forståelse for hvorfor jeg ikke alltid har vært så tilgjengelig som jeg burde.

Trondheim, mai 2020

Guro Berntsen

Innhold

1 Innledning

Tema for denne studien er elevers utfordringer med matematisk modellering. Matematisk modellering handler om å oversette et problem fra den virkelige verden til en matematisk kontekst. Det skiller seg fra andre virkelighetsnære matematikkoppgaver ved at det er et behov for å modellere situasjonen (Greefrath, 2016; Blum & Ferri, 2009; Barbosa, 2006). I tradisjonell matematikkundervisning er det vanlig at elever møter problemer knyttet til den virkelige verden, men det er ofte oppgaver som ikke er kognitivt krevende. Denne type oppgaver legger opp til at elevene skal se etter nøkkelord og finne «riktige tall» i oppgaven som gir en direkte løsning. Fokuset blir da på å øve på en viss matematisk disiplin og gir mer rom for den mekaniske og ikke utforskende matematikken (Mousoulides, 2007). Modelleringsoppgaver kan bidra til å legge til rette for utforskende matematikk i klasserommet. Slike oppgaver kan blant annet bidra til kritisk tenkning, økt motivasjon, en større forståelse for hvorfor matematikk er nyttig og økt tverrfaglighet (Blum & Ferri, 2009).

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Denne studien vil ta utgangspunkt i modelleringsarbeidet til elever med norsk som andrespråk som har liten eller ingen erfaring med emnet og hvilke blokader som oppstår i arbeidet. Det er flere grunner til at jeg mener dette temaet trengs å forskes på. Den første grunnen er selve elevgruppen. Jeg har de siste årene jobbet med klasser som består av kun minoritetsspråklige elever og finner lite forskning innen matematikkfeltet på akkurat denne gruppen. Selv om jeg har en hypotese om at elever med norsk som andrespråk ikke jobber så ulikt sammenlignet med elever som har norsk som morsmål mener jeg likevel det er viktig med forskning på denne gruppa. Blant annet fordi dette er elever du finner i de fleste norske klasserom i dag. Norge skal i år ta imot 3000 kvoteflyktninger (Utlendingsdirektoratet, 2020). Flesteparten av disse skal etterhvert inn i norske klasserom. Da er det viktig at skolene er forberedt og at lærerne har mest mulig kunnskap om gruppen. For å få denne kunnskapen er det nødvendig at det utføres mer forskning på denne elevgruppa.

I tillegg til at det er viktig å forske på elevgruppa er temaet matematisk modellering for alvor på tur inn i den norske skolen. Med de nye læreplanene som settes i verk fra høsten 2020 blir matematisk modellering et av kjerneelementene i matematikkfaget. I LK06 inneholdt den generelle delen av læreplanen modellering, mens det i LK20 også blir gitt som spesifikke kompetansemål elevene skal oppnå etter 10. trinn. Selv om matematisk modellering er en del av læreplanene i ulike land er det ikke nødvendigvis slik at de er en del av undervisningen (Blum & Ferri, 2009). Når modellering nå blir en så stor del av læreplanen er det også viktig at det blir en del av matematikkundervisningen i norske skoler. Da må lærerne få økt kunnskap om matematisk modellering for å kunne gjøre det til en naturlig del av sitt repertoar. For å få til dette må også forskning være lett tilgjengelig for matematikklærere.

Det er ikke bare det at matematisk modellering i matematikkundervisningen er et krav fra Utdanningsdirektoratet som gjør at det er behov for forskning på matematisk modellering. Matematisk modellering har flere fordeler som elever må få tilgang til. En slik undervisning legger blant annet opp til at elevene selv får se sammenhengen mellom virkeligheten og matematikken. Gjennom min tid som lærer i det norske skoleverket har jeg opplevd at det er lite fokus på virkelighetsnær matematikk. Min erfaring er at det ofte blir lagt vekt på den instrumentelle og prosedyriske matematikklæringen i stedet for undersøkende matematikk, som kan gi større kreativitet og glede i faget. Matematisk modellering oppfordrer til mer utforskende matematikk og gir elevene et eierforhold til matematikken de jobber med. Dette og det at sammenhengen mellom virkeligheten og den matematiske verden er i fokus kan bidra til å gjøre matematikkundervisningen mer motiverende og virkelighetsnær for elevene (Blum & Ferri, 2009). Elevene får konkrete eksempler på hvorfor man trenger å lære seg matematikk gjennom å jobbe med modellering. Noe som igjen kan føre til at det blir færre spørsmål av typen: «Hvorfor skal vi lære dette?».

Med matematisk modellering blir matematikk mer samfunnsnært og kan bidra til å gjøre elevene bedre rustet til å delta i den virkelige verden. Det å kunne forstå og tolke modeller som er laget er en del av det daglige livet. Det ser vi spesielt nå under Covid-19 pandemien. Her blir matematisk modellering tatt i bruk og ulike modeller blir brukt for å begrunne tiltak som iverksettes og illustrere forventninger. Det å ha evnen til å analysere slike modeller og dra egne slutninger gir elever større grunnlag for å delta i samfunnet og forstå hvordan verden fungerer

Det er også et behov for større datamateriale i forskning om elevers utfordringer ved arbeid med matematisk modellering. I Norge er det gjort lite forskning på matematisk modellering sammenlignet med andre land. De fleste forskningsartiklene brukt i denne oppgaven er fra utenlandske forfattere. Derfor trenger vi å se om de samme funn gjort i utlandet går igjen i Norge. Dessuten er mye av forskningen som er gjort på dette området gjort på bakgrunn av kvalitative data. Jeg mener derfor det er viktig at det kommer mer forskning, både kvalitativ og kvantitativ, som kan bidra til å kunne trekke linjer og konklusjoner i større grad enn man kan i dag.

1.2 Matematisk modellering i skolen

I matematikkdidaktisk forskning har det vært stort fokus på matematisk modellering (Blum & Ferri, 2009). Likevel er det som nevnt ikke like stort fokus på matematisk modellering i undervisningen. Blum og Ferri (2009) sier at grunnen til dette spriket er at lærere ikke har den kunnskapen som trengs om modellering. I tillegg til manglende kunnskap om emnet er modelleringsundervisning mer åpen og uforutsigbar, noe som kan gjøre at man velger bort denne type undervisning. Med fagfornyelsen virker det som at Utdanningsdirektoratet vil ha økt fokus på modellering, men med det må også kunnskapen blant lærere økes. I norsk skole er det en utfordring at det er manglende kompetanse når det kommer til modellering og elevers arbeid med modellering. Lærere trenger lettere tilgjengelig informasjon om hvordan man kan legge opp undervisning med modellering. Når man planlegger undervisning er det viktig at man er klar over hvilke prosesser elevene gjennomgår og hva det er elevene sliter med når det kommer til modellering. Ved å rette søkelyset på dette kan man få en større innsikt i hva man må fokusere på for at elevene får størst mulig utbytte av å jobbe med slike oppgaver. Derfor er forskningsspørsmålet i denne masteroppgaven som følger: Hvilke blokader oppstår når elever med norsk som andrespråk med liten eller ingen erfaring med matematisk modellering løser modelleringsoppgaver?

Ut fra dette forskningsspørsmålet er det naturlig å se på hvilke blokader som oppstår blant elevene. Forskningsspørsmålet legger også til rette for å undersøke om elever med norsk som andrespråk har andre blokader enn hvis man løser modelleringsoppgaver på morsmålet sitt. Bevissthet rundt elevers blokader kan igjen bidra til at lærere får økt kunnskap om hvordan man kan legge opp undervisningen sin. Forskningsspørsmålet kan også ses på som at det handler om elever med liten erfaring med modellering og vil derfor være relevant også for de som ikke har minoritetsspråklige i klassen, da mange av de samme utfordringene gjelder for begge elevgruppene. En hypotese jeg har er nemlig det at minoritetsspråklige elevers arbeid ikke skiller seg nevneverdig fra elever med norsk som morsmål. Jeg forventer at mange av de samme blokadene vil vise seg i denne studien som i forskning som fokuserer på elever som løser modelleringsoppgaver på morsmål. En av de største forskjellene vil kanskje være at det kan oppstå språkbarrierer som hindrer elever med norsk som andrespråk i det matematiske arbeidet. Grunnen til at jeg forventer dette er fordi det har vært mine tidligere erfaringer med denne elevgruppa. Selv om det er en unik gruppe med faglige utfordringer du ikke nødvendigvis finner i en «vanlig» ungdomsskoleklasse i Norge er det også mange likheter. Når det kommer til å løse matematikkoppgaver skjer dette på samme måte som i norske klasserom. Noen elever får det ikke til, mens andre elever løser oppgaver i høyt tempo og ser løsninger man kanskje ikke selv har tenkt på. Det er stor variasjon i løsningsmetoder og algoritmer. Den største forskjellen fra en såkalt vanlig klasse er at det faglige spriket ofte er større innad i klassen. Dette fordi at tidligere skolebakgrunn er varierende, noe som igjen påvirker den matematiske kunnskapen.

For å svare på forskningsspørsmålet har jeg observert seks elever som går i en avgangsklasse i grunnskolen ved en voksenopplæring bestående av utelukkende minoritetsspråklige elever. Det er et stort faglig sprik i elevgruppa, men det gjennomsnittlige nivået til klassen kan sammenlignes med en 8. klasse. Jeg er matematikklærer til denne klassen og har derfor gjennomført undervisningsøkten selv samtidig som jeg har observert arbeidet. Modelleringsoppgaven elevene fikk finnes i flere ulike versjoner. Den versjonen jeg endte opp med er utviklet med hensyn til Lesh, Cramer, Doerr, Post og Zawojewski (2003) sine seks prinsipper om god modelleringsundervisning.

Elevenes modelleringsprosess blir analysert ved hjelp av en modelleringssyklus Blum og Leiß (2007) har utviklet for å kartlegge elevenes kognitive prosesser. Blum og Leiß nevner syv steg i en modelleringsprosess. Hvert av disse stegene er mulige blokader. En blokade er en hindring som oppstår i modelleringsarbeidet. De blokadene som er gjennomgående i forskningslitteraturen er det å lese og forstå oppgaven, selve matematiseringen og validering og refleksjon (Blum & Ferri, 2009; Jankvist & Niss, 2019; Ferri, 2006).

1.3 Oppgavens oppbygging

For å kunne svare på problemstillingen min har jeg valgt å presentere teori om ulike perspektiver rundt matematisk modellering. I teoridelen av oppgaven vil jeg også vise til ulike modelleringssykluser før jeg gir et nærmere innblikk i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) som er det analyseredskapet jeg har valgt for denne studien. Annen aktuell teori knyttet til funnene i analysen blir også presentert. Metodene jeg har valgt for å kunne belyse problemstillinga vil også bli lagt frem og diskutert i kapittel 3. Her blir også utvalget beskrevet og troverdighet i forskningen diskutert. Videre blir hovedfunnene fra datamaterialet bli presentert i analysekapittelet. Så vil resultatene fra analysen, mulige påvirkningsfaktorer og studiens begrensninger bli diskutert i diskusjonskapittelet. Oppgaven avsluttes med studiens implikasjoner for undervisning og forslag til videre forskning.

2 Teori

I denne studien er fokuset på elever med norsk som andrespråk sitt arbeid med modelleringsoppgaver og hvilke blokader som oppstår i prosessen. Noen sentrale begreper i studien er derfor matematisk modellering, modelleringssyklus og blokader. Disse begrepene og flere blir presentert underveis i teorikapittelet. Teorikapittelet starter med at jeg vil gjøre rede for ulike perspektiver på matematisk modellering og hva matematisk modellering er. Jeg vil også se nærmere på hvordan modellering blir beskrevet i fagfornyelsen (LK20). Rammeverket jeg bruker i denne forskningen er en modelleringssyklus Blum og Leiß (2007) har utviklet. Både den og alternative modelleringssykluser vil bli presentert. Jeg vil også gå nærmere inn på hvilke blokader som kan oppstå i modelleringsprosessen. Alt dette munner ut i hvordan man kan legge opp undervisningen eksempelvis i klasser som har jobbet lite med modellering før. Derfor vil jeg se nærmere på Lesh et al. (2003) sine seks prinsipper for god modelleringsundervisning og modelleringsruter. Disse prinsippene har også blitt brukt for å utarbeide modelleringsoppgaven i denne studien. Jeg vil også legge frem teori om ulike begreper innenfor matematikk som er relevante for denne studien.

Modellering er et element både i matematikk, medisin, naturvitenskap og samfunnsfag. Når ordet modellering blir brukt i denne oppgaven er det matematisk modellering det representerer. Dette fordi andre betydninger av ordet modellering ikke er relevant i denne sammenheng.

2.1 Ulike perspektiver på matematisk modellering

Det finnes flere ulike forskningsperspektiver på matematisk modellering. Kaiser og Sriraman (2006) har utviklet en oversikt over slike perspektiver basert på analyser gjort av litteratur fra blant annet ICMI (The International Commision of Mathematical Instruction) og ICTMA (The International Study Group for the Teaching of Mathematical Modelling and Applications). De viser til seks ulike innfallsvinkler til matematisk modellering. Den første er realistisk og anvendbar modellering, som tar for seg å løse problemer fra virkeligheten og har fokus på modelleringskompetanser. Her er det ikke fokus på utvikling av matematisk teori. Den andre er kontekstuell modellering, med fokus på fagrelaterte og psykologiske mål, blant annet å løse problemløsningsoppgaver der elevenes erfaringer spiller en viktig rolle. Så er det undervisningsmodellering, som igjen er delt inn i didaktisk modellering og konseptuell modellering. Her kommer det pedagogiske og faglige i sentrum, med fokus på læringsprosessen og utvikling av begrepsforståelse. Den samfunnskritiske modelleringen har et pedagogisk mål, spesielt det å fremheve en kritisk forståelse av virkeligheten. Den epistemologiske eller teoretiske modelleringen vil fremheve en utvikling av teori. Til slutt er det kognitiv modellering som er et slags meta-perspektiv på modellering. Her vil man få innsikt i den kognitive prosessen som foregår mens man løser modelleringsoppgaver. Man vil også fremme den matematiske tankeprosessen der hovedvekten blir på den mentale prosessen (Kaiser & Sriraman, 2006).

I denne oppgaven har jeg med meg flere av disse perspektivene da de favner om ulike aspekter ved modellering som jeg er ute etter. Perspektivet om undervisningsmodellering har blitt brukt under planlegging og gjennomføring av undervisningsopplegget, men også i deler av analysen av datamaterialet. Analysen av elevenes arbeid vil få frem den kognitive modelleringen og det vil derfor være dette perspektivet som kommer til nytte her. I analysen har jeg brukt Blum og Leiß sin modelleringssyklus. I tillegg til å passe inn i undervisningsperspektivet vil den også være forenlig med kognitiv modellering da den legger til rette for å undersøke de kognitive modelleringsprosessene til elevene.

2.2 Definisjoner av matematisk modellering

Hva er så matematisk modellering? Med disse ulike synene på matematisk modellering følger også flere ulike definisjoner på matematisk modellering. Selv om det er noen ulikheter i definisjonene er det også mye som er felles. Det de fleste er enige om er at matematisk modellering starter med et problem fra virkeligheten som skal løses matematisk. Flertallet av definisjoner vektlegger også at arbeidet skal resultere i en modell man anvender for å løse problemet som er gitt. Når man ser på de ulike modelleringssyklusene som er laget går flere av de samme stegene i modelleringsprosessen igjen, blant annet matematisering, tolkning og validering av modellen.

Blum og Ferri (2009) definerer matematisk modellering som en overgang mellom virkeligheten og matematikken. Der virkeligheten er «resten av verden» som ligger utenfor matematikken, det være naturen, samfunnet, hverdagsliv og andre vitenskapelige disipliner. Dette er i tråd med det realistiske eller anvendte perspektivet på modellering (Kaiser & Sriramann, 2006). Med modelleringsoppgaver mener Blum og Ferri en oppgave som har et stort behov for at det blir laget en matematisk modell.

Greefrath og Vorhölter (2016) beskriver matematisk modellering som at det handler om å knytte matematikken til dagliglivet. Modellering starter alltid med et problem fra den ekte verden, gjerne knyttet til en praktisk situasjon, som deretter skal oversettes til et matematisk problem. Denne prosessen skal så munne ut i en matematisk modell som hjelper å løse problemet.

Barbosa (2006) har et samfunnskritisk perspektiv på modellering og fremhever viktigheten av at elever skal har muligheten til å forstå og diskutere matematiske modeller. Dette fordi viktige avgjørelser i samfunnet ofte baserer seg på matematiske modeller og det er derfor nødvendig å kunne være kritiske til slike modeller. Barbosa konkluderer med at modelleringsoppgaver skal ta utgangspunkt i en virkelighet som ikke bare er matematikk, for så å løses matematisk.

2.2.1 Modellering i LK20

Med Fagfornyelsen kommer det et økt fokus på modellering. I LK20 blir modellering beskrevet på følgende måte:

> Ein modell i matematikk er ei beskriving av verkelegheita i matematisk språk. Elevane skal ha innsikt i korleis modellar i matematikk blir brukte for å beskrive dagleglivet, arbeidslivet og samfunnet elles. Modellering i matematikk handlar om å lage slike modellar. Det handlar òg om å kritisk vurdere om modellane er gyldige, og kva avgrensingar dei har, vurdere modellane i lys av dei opphavlege situasjonane og vurdere om dei kan brukast i andre situasjonar. (...) (Utdanningsdirektoratet, 2020)

I dette utdraget kommer mye av tidligere teori om modellering frem. Også her er overgangen fra den virkelige verden til matematikk er viktig. Som i Greefrath og Vorhölter (2016) står det også i læreplanen at en modell er en matematisk måte å beskrive virkeligheten på. Det samfunnskritiske perspektivet kommer også til syne ved at elevene skal lære seg å vurdere gyldigheten og begrensningen til modellene på en kritisk måte. Det skrives også om overførbarheten av modellene som Lesh et al. (2007) fremhever som et av seks prinsipper om god modellering.

2.3 Matematisk modellering i skolen

Det er flere grunner til at det er behov for matematisk modellering i skolen. I hverdagen møter man på matematiske modeller og utfordringer. For å kunne delta i samfunnet er det derfor viktig at man har evnen til å løse slike problemer (Blum & Ferri, 2009; Barbosa, 2006). Mousoulides (2007) påpeker at modellering fostrer kritisk tenking. Blum og Ferri (2009) sier at modellering gjør matematikk mer meningsfullt. Modellering kan hjelpe med å forstå verden på en bedre måte, det støtter matematikklæring og det gir et mer korrekt bilde av hva matematikk er. Sett i sammenheng med dette hjelper arbeid med matematisk modellering å oppnå ulike matematiske kompetanser. Niss og Højgaard (2019) lister også opp modellering som en av åtte matematiske kompetanser. Blum og Ferri (2009) påpeker at modelleringskompetanse er at man har evnen til å konstruere modeller ved å følge stegene i modelleringssyklusen (figur 2.4).

Til tross for disse fordelene og den forskningen som er gjort har modellering vært lite brukt i undervisning i skolen. Matematisk modellering er ofte en del av læreplanene i ulike land, men ikke en del av undervisningen. En av grunnene til dette er at også lærere synes matematisk modellering er vanskelig å jobbe med. Det krever en forståelse av problemer fra den ekte verden. Modellering gjør også undervisningen mer uforutsigbar. Det er vanskelig å detaljplanlegge undervisningen og forutse hva som kommer til å skje (Blum & Ferri, 2009). Det kan også være at flere lærere ikke har kjennskap til modelleringsundervisning. Disse utfordringene kan bidra til at det er flere lærere som ikke implementerer modellering i egen undervisning. Derfor er det viktig at lærere får økt kunnskapen sin rundt dette temaet. I Norge har modellering vært en del av læreplanene over lengre tid. I LK06 (Utdanningsdirektoratet, 2013) har modellering stått omtalt i formålsdelen av læreplanen. Med de nye læreplanene fra høsten 2020 kommer modellering enda tydeligere inn. Det blir blant annet et av kjerneelementene og det kommer egne kompetansemål med modellering etter 10. årstrinn. Da er det også nødvendig at modellering blir en større del av norske klasserom.

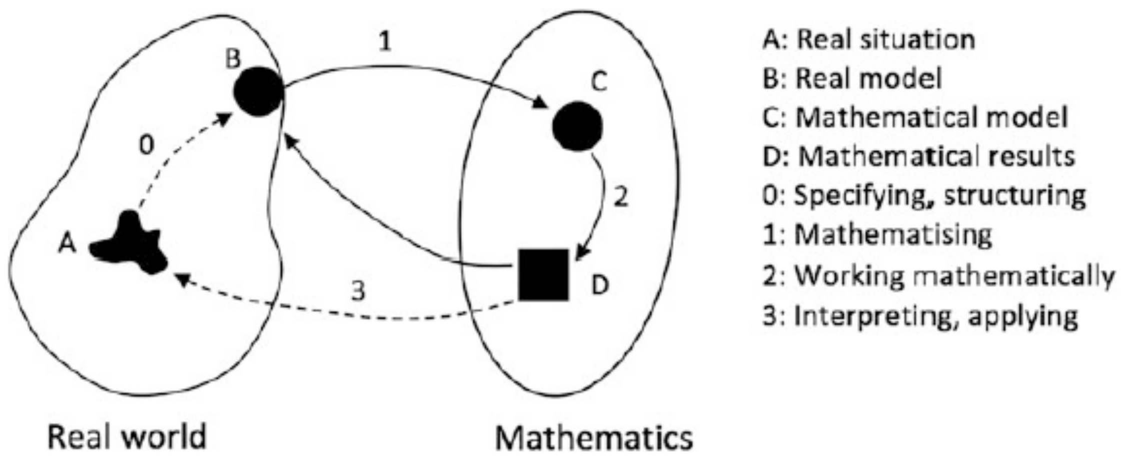
2.3.1 Lærerens rolle i modellering

Blum og Leiß (2007) sier at lærerens rolle i undervisning av matematisk modellering skal være som en tilrettelegger for aktiviteten. Hovedfokuset skal være på elevenes deltakelse. Læreren skal bare være en støtte som får fram elevenes tanker. I modellering er det elevene selv som bestemmer hvilken type løsningsmetode de vil bruke. Slike oppgaver har sjelden et fasitsvar. Elevene skal få en mulighet til å finne egne strategier uten at de får en oppskrift fra lærer. Det blir mindre fokus på prosedyrer og instrumentell matematikk og mer fokus på metodene elevene selv finner formålstjenlige. Elevene får større frihet til å bruke den matematikken de vil bruke og på denne måten kan matematikken bli mer meningsfull samtidig som elevene blir mer selvstendige i matematikken. På denne måten er det elevenes individuelle løsningsmetoder som kommer i fokus. Det burde være en balanse mellom minimal deltakelse fra læreren og maksimal deltakelse fra elevene. En slik balansegang er nyttig i det meste av undervisningen, men det er ekstra viktig når det kommer til modellering. Når læreren skal hjelpe elevene er det ved å stille åpne spørsmål eller gi hint av typen: «hvordan passer det til den opprinnelige situasjonen?» (Blum & Ferri, 2009).

2.4 Ulike modelleringssykluser

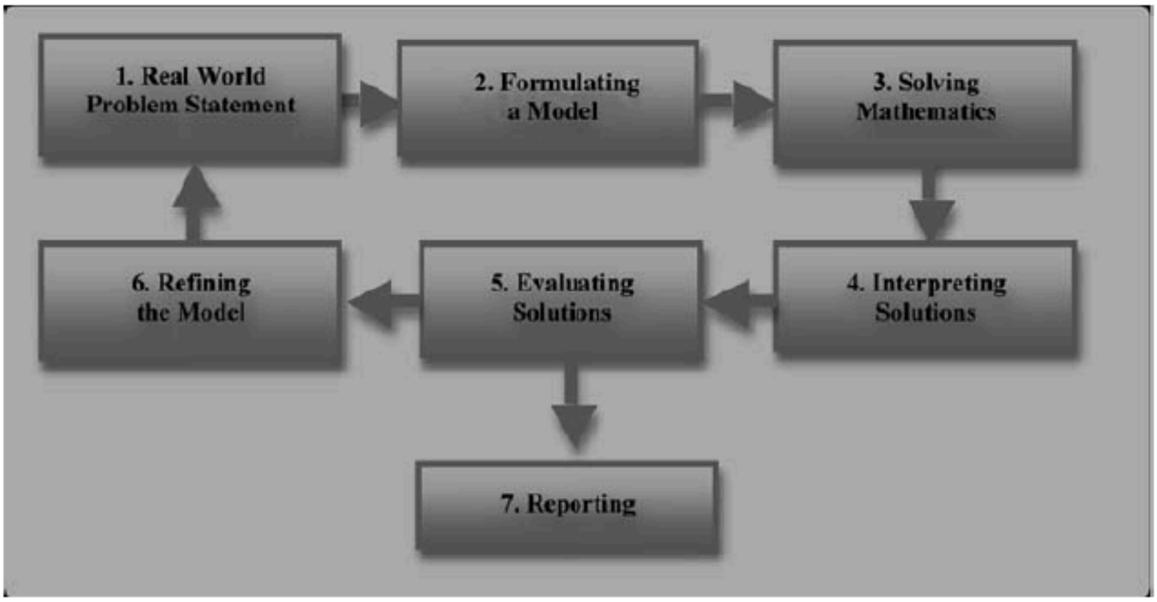
En modelleringssyklus forsøker å illustrere modelleringsprosessen. Denne prosessen er de ulike stegene eksempelvis elever går gjennom for å løse en modelleringsoppgave. Det er utviklet flere slike modelleringssykluser man kan bruke når man analyserer elevers arbeid med modelleringsoppgaver. Det er ingen av disse syklusene som er mer «korrekt» enn andre, man må simpelthen velge den som passer sin egen forskning best. Derfor velger jeg å vise andre modelleringssykluser i tillegg til den som er brukt som rammeverk i denne forskningen. Felles for modelleringssyklusene som blir presenterer i oppgaven er at ingen av dem viser en lineær prosess. Elevene kan altså hoppe mellom de ulike stegene i valgfri rekkefølge.

Den første modellen som presenteres er Blums modelleringssyklus fra 1989. Blum var en av de første til å utvikle en modelleringssyklus som viser modelleringsprosessen (figur 2.1) (Blum & Kirsch, 1989). Den er basert på utarbeiding av modeller i anvendelse i matematikk og viser overgangen fra virkeligheten til matematikken. Etter flere bearbeidinger av modellen kom Blum og Leiß (2007) opp med en revidering av den opprinnelige modelleringssyklusen (figur 2.4). Begge disse modellene er utviklet fra et kognitivt aspekt, men den reviderte utgaven fra 2007 går dypere inn i prosessen enn den opprinnelige syklusen.



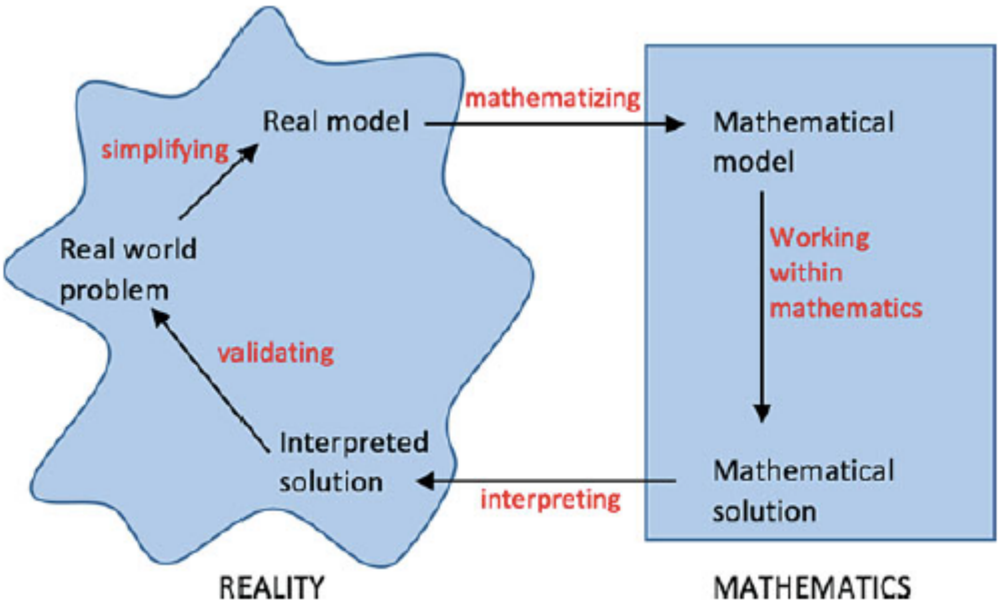
Figur 2.1 Modelleringssyklusen til Blum og Kirsch (1989)

Berry og Davies utviklet i 1996 en syklus som viser modellering som en syklisk prosess (figur 2.2). Den er utviklet fra et realistisk eller anvendt modelleringsperspektiv. De fokuserte på seks ulike steg, med et syvende steg der rapportering er plassert på utsiden av syklusen. Her er det hvert steg i seg selv som er viktig og overgangene mellom de ulike stegene er mindre viktige (Haines & Crouch, 2010). I motsetning til de andre syklusene som er presentert i denne studien er det ikke et tydelig skille mellom virkeligheten og matematikkens verden.



Figur 2.2: Modelleringssyklusen til Berry og Davies (1996)

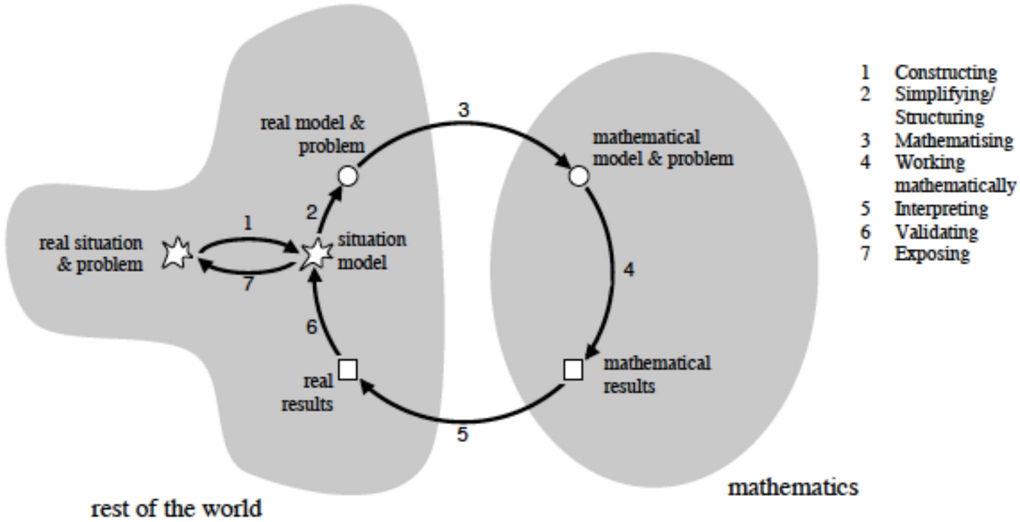
Maaß (2010) sin syklus (figur 2.3) er utviklet fra perspektivet om undervisningsmodellering. Den ble laget i 2006 og er en videreutvikling av en av Blum (1996) sine modelleringssykluser. Den har også likheter med Blum (1989) sin opprinnelige modell (figur 2.4) med et tydelig skille mellom den virkelige verden og matematikken. Som Blums modell er det en ikke-lineær modell der flere av stegene kan gjentas hvis nødvendig. Forskjellen er at Maaß plasserer de ulike stegene inne i modellen og gjør grensene til virkeligheten mer uforutsigbare. Men det viktigste er at de har lagt til tolkning som et eget steg, noe som gjør at fokuset på tolkning og validering øker.



Figur 2.3 Modelleringssyklusen til Maaß (2010)

2.5 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß

Modelleringssyklusene som er nevnt kan alle brukes til forskning. Da jeg valgte rammeverk til denne studien tok jeg en pragmatisk avgjørelse om å bruke en modelleringssyklus som fanger opp det forskningsspørsmålet mitt er ute etter. Jeg endte opp med modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) (figur 2.4). Syklusen de har utarbeidet viser tydelig skillet mellom virkeligheten og matematikken og får med flere ulike prosesser enn for eksempel Maaß sin syklus. Modelleringssyklusen til Blum og Leiß er mye brukt i forskning og er anerkjent i forskningsmiljøet. Den legger til rette for at man kan gjøre en kognitiv analyse av elevers modelleringsaktiviteter og har fokus på en didaktisk tilnærming til problemet. Blum og Leiß skriver selv at syklusen gjør at man bedre kan forstå hvordan elever jobber med modelleringsoppgaver, og at dette kan hjelpe lærere i deres arbeid. Det som er spesielt med Blum og Leiß sin syklus er at den legger vekt på det å forstå problemet før man lager en mental situasjonsmodell, for så å lage en ekte modell av dette.



Figur 2.4 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007)

Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) viser syv steg som elevene går gjennom når de jobber med modelleringsoppgaver. I syklusen kommer det tydelig frem at det er et skille mellom «den virkelige verden» og den matematiske verden. Der virkeligheten er representert med en mer kaotisk figur enn matematikkens mer tydeligere grenser, illustrert i figurens venstre og høyre del. Når elever jobber med modelleringsoppgaver går de gjennom mange ulike steg. Disse stegene viser ikke en lineær tilnærming til modelleringsoppgaver. Elever vil ofte løse oppgaver i ulik rekkefølge enn det som står i syklusen. Underveis i prosessen vil det kanskje være noen steg de ikke er innom, mens andre steg vil brukes flere ganger. Det er også vanlig at det foregår gjentatte bytter mellom virkeligheten og matematikken, noe som gjør denne modellen dynamisk (Blum & Leiß, 2007; Blum & Ferri 2009).

Det første steget i syklusen går ut på å forstå oppgaven (constructing) og lage en mental modell (situasjonsmodell) av situasjonen (1), så må situasjonen forenkles og gjøres mer presis (simplyfying/structuring) (2) slik at man ender opp med en «ekte» modell av situasjonen. Ved å oversette dette til et matematisk språk, altså matematisere (3), omgjøres den ekte modellen til en matematisk modell. Når man så begynner å jobbe med denne modellen og prøver å løse denne matematisk (4) ender man opp med et matematisk resultat. Dette resultatet må tolkes opp mot virkeligheten (5) slik at man ender opp med et reelt resultat. Dette resultatet blir så sammenlignet med modellen man laget av situasjonen i steg 1 for å validere (6) resultatet. Stemmer den modellen man har laget med virkeligheten? Her er det viktig at elevene kan argumentere for de resultatene de har fått og hvorfor de kan brukes. Valideringen av resultatet gjør at man kanskje må ta flere runder i syklusen i figur 1 for å få et mer nøyaktig resultat. Når man har validert må man eksponere (7) det resultatet man har kommet fram til opp mot det opprinnelige problemet (Blum & Leiß, 2007).

2.6 Mulige blokader i modelleringsoppgaver

Blokader i matematisk modellering er de utfordringene elevene møter på i arbeid med modelleringsoppgaver (Jankvist & Niss, 2019). Når man analyserer hvordan elevene jobber opp mot for eksempel en modelleringssyklus vil slike blokader bli tydelige. De stegene eller prosessene elevene ikke får til eller sliter med å løse vil være en blokade i modelleringsarbeidet. En PISA-undersøkelse fra 2006 viser at mange elever sliter med modelleringsoppgaver. Det kan ha sammenheng med at oppgavene er kognitivt komplekse da modellering er knyttet til andre matematiske kompetanser som lesing og kommunikasjon og å jobbe matematisk (Blum & Ferri, 2009; Niss & Højgaard, 2019).

Det kan oppstå flere blokader i arbeid med modelleringsoppgaver. Som tidligere nevnt kan utfordringene allerede starte hos lærere, men her skal vi se nærmere på elevenes arbeid. Om man ser på modelleringssyklusen er hvert steg en potensiell blokade (Blum & Ferri, 2009; Galbraith & Stillman 2006). Derfor er det viktig at læreren er forberedt på dette og prøver å identifisere på hvilken måte hvert av stegene potensielt kan bli en blokade under planleggingen av et slikt undervisningsopplegg. I dette delkapittelet skal vi se nærmere på de mest fremtredende blokadene tidligere forskning har identifisert.

Ved arbeid med modelleringssyklusen oppdaget Blum og Leiß (2007) noen utfordringer elevene møtte på i arbeid med modelleringsoppgaver. De påpeker at steg 1, forstå oppgaven, og 2, forenkling, i syklusen blir sterkt påvirket av individet og dets forutsetninger. Det kan oppstå kognitive barrierer allerede i steg 1, når man skal lese og forstå både en tekst og et problem. Flere elever er vant til å bare ta ut de tallene de finner i tekstoppgaver og bruke dem til å finne et svar, men i modelleringsoppgaver er det ikke så enkelt. Her må elevene selv vurdere hvilken informasjon i oppgaven som skal brukes og hva de eventuelt selv må supplere med. Det at modelleringsoppgaver er såpass åpne gjør at man må gjøre noen antagelser for å få til å lage og bruke en modell. En slik situasjon er ofte uvant for elevene da de får lite øving på det i tradisjonell matematikkundervisning (Blum & Ferri, 2009).

I tillegg påpeker Blum og Ferri (2009) at validering ser ut til å være spesielt vanskelig for elevene. Det er gjennomgående at elever ikke sjekker svaret om svaret gir mening, det er læreren som er ansvarlig for hvor korrekt løsningen er. Ferri (2006) har kommet frem til at det mangler på validering fordi elevene ser på sine utregninger fra den matematiske modellen som validering i seg selv. Det at de får et svar blir ofte sett på som selve målet med oppgaven, mens læreren skal være fasit.

Forskningen viser også at det ofte oppstår en blokade når det kommer til matematisering. Jankvist og Niss (2019) har gjennomført en kvantitativ studie på modelleringsrelaterte oppgaver. Der fant de blant annet ut at overgangen fra den virkelige verden til en matematisk verden, altså matematisering er en av de største utfordringene elevene møter på. Ferri (2006) påpeker at for å få til matematisering er det et stort behov for matematisk kunnskap. For å kunne oversette et virkelig problem til en matematisk kontekst må man inneha passende matematisk kunnskap og vite hvilken matematikk man skal bruke.

Jankvist og Niss (2019) fant også ut at elever som er vant til å få oppgaver med et rett svar vegrer seg for å løse modelleringsoppgaver, da det blir sett på som et brudd av den didaktiske kontrakten mellom lærer og elev. Hvis en elev ikke vil løse en modelleringsoppgave er det større sjanse for at blokader oppstår i prosessen.

2.7 Lesh seks prinsipper om god modellering

Det er flere aspekter man burde ta hensyn til når man planlegger modelleringsundervisning. Lesh et al. (2003) har utarbeidet seks prinsipper som kan støtte opp under dette arbeidet. Disse kan være til hjelp både når man planlegger og evaluerer undervisning av modellering. Det første er prinsippet om meningsfullhet. Oppgaven må være knyttet til virkeligheten og det er elevens oppfatning av situasjonen som er i sentrum. Det andre prinsippet er prinsippet for modellkonstruksjon. Det må være behov for å lage en modell. Oppgaven har ikke et åpenbart svar, men det er underliggende informasjon som fører til svaret. Prinsippet om selvevaluering går ut på at det er tydelig hva elevene skal gjøre og de må selv kunne vurdere om de har løst problemet. Det fjerde prinsippet handler om modelldokumentasjon. Det må komme tydelig fram at elevene skal dokumentere matematikken de velger og bruke og hvordan de har tenkt rundt problemet. Prinsippet om den simple prototype handler om at situasjonen skal være så enkel som mulig og samtidig skape et behov for å lage en modell. Det siste prinsippet går ut på modellgeneralisering. Aktiviteten må munne ut i en modell som kan være en prototype for andre situasjoner. Hvis man gir oppgaver som følger disse seks prinsippene skal elevene ifølge Lesh lære seg å takle hverdagslige problemer på en matematisk måte. Lesh et al. (2003) understreker også viktigheten av å være forberedt på hvor det kan oppstå blokader.

2.8 Flerspråklighet i klasserommet

Et flerspråklig klasserom medfører språklige og kulturelle utfordringer man som lærer må ha kunnskap om. Hvilket språk man har som morsmål kan påvirke hvor tilgjengelig matematikken er. Barton (2004) har funnet tre aspekter av hvordan ulike språk uttrykker matematiske ideer. Det første er at matematikken avspeiler det verdenssynet som det har blitt utviklet i. I tillegg er det de språkene som matematikk har utviklet seg i som best viser matematiske ideer gjennom grammatikk og ord. Det siste aspektet viser at det ikke finnes et språk som er best å lære matematikk på. Den vitenskapelige matematikken har utviklet seg i det indoeuropeiske språket og gjenspeiler derfor verdenssynet til det indoeuropeiske språk og det vil være lettere å tilegne seg matematisk kunnskap via disse språkene. Elever som ikke har et indoeuropeisk språk som morsmål kan derfor oppleve større vansker i matematikklæringen. Samtidig kan det også være en fordel da elever som tilhører en annen språkfamilie kan ha et språk som gir en bedre beskrivelse av matematikken. Ved bruk av flere språk er det større mulighet til å få frem flere nyanser i matematikken (Barton, 2004).

Minoritetsspråklige elever møter på flere utfordringer i matematiske klasserom i Norge enn morsmålsspråklige, da både språket og kulturen spiller en stor rolle for læringsutbyttet til elevene. Botten (2013) sier at: «Elevene har ulike utgangspunkt for læring knyttet til deres ulike språklige og kulturelle bakgrunn, og de uformelle matematikkunnskaper er ulike fra språk til språk og fra kultur til kultur. Disse uformelle matematikkunnskapene har direkte betydning for elevenes matematikklæring i skolen.» (Botten, 2013, s. 29). For å ha et best mulig læringsutbytte må elevene ha dyptgående kunnskap om både språket og den kulturen matematikken de lærer er en del av.

Botten (2013) påpeker viktigheten av å legge til rette for at flerspråklige elever får bruke sin språklige og kulturelle erfaring i matematikkundervisningen. Han sier det er viktig at elevene får beholde sitt eget morsmål samtidig som de lærer norsk. Hvis elevene får denne muligheten vil det kunne bidra til økt forståelse av matematiske begreper. Derfor er det viktig at undervisningen legger til rette for en slik samhandling mellom språkene. Dette gjøres gjennom å unngå fokus på det instrumentelle og heller legge opp til kommunikasjon i klasserommet. Videre er det også viktig at elevene får muligheten til å knytte matematikken opp mot det hverdagslivet som gir mening for dem (Botten, 2013).

Vi har nå etablert at minoritetsspråklige elevers måloppnåelse i norske klasserom i stor grad avhenger av deres språklige ferdigheter. De utfordringene minoritetsspråklige elever møter i undervisningen er komplekse, men særlig andrespråkskompetansen er en viktig faktor for å tilegne seg ny kunnskap. Vestlige skoler legger ofte opp til bruk av en abstrakt og formell diskurs i matematikkundervisningen, der språket ikke er det samme som brukes i hverdagslige sammenhenger. Dette krever kompetanse i språk, da man må kunne tolke både språket og kulturen det tilhører (Pastoor, 2005; Botten, 2013). I flerspråklige klasserom må lærer være påpasselig med å knytte matematikken til hverdagslige aspekter og terminologi for å lette arbeidet til elevene.

Innlæringen av faglige begreper avhenger ikke bare av språkkunnskaper, men også av den kulturelle bakgrunnen til elevene. Etnisk norske elevers innlæring av begreper tar ofte utgangspunkt i hverdagen deres, mens minoritetselever ofte lærer slike begreper kun gjennom læreboka. Det at de ikke får knyttet denne innlæringen til en del av sitt eget dagligliv gjør prosessen mer kognitivt krevende og kan føre til at elevene kun lærer seg ordet og ikke hva ordet faktisk betyr (Pastoor, 2005, s. 24; Gorgorio & Planas, 2001).

Diskursen i klasserommet er essensiell i utviklingen av både faglig innhold og andrespråket. For enkelte minoritetsspråklige elever er klasserommet det eneste stedet de benytter seg av norsk. Da må det også legges til rette for at de får gjort dette mest mulig. Det at elevene lærer både språk og fag samtidig kan føre til misforståelser hos elevene. Slike misforståelsene blir ikke alltid avdekket, da flere elever vegrer seg for å si fra hvis de ikke forstår. Når man underviser i flerspråklige klasserom er det viktig at man er observante på elever som ofte avstår fra å delta i fagsamtaler slik at man kan avdekke eventuelle misforståelser. Noen elever vet kanskje ikke selv at de har misforstått. Siden klasseromsdiskursen er et av hovedområdene for elevenes språklige innlæring er det viktig at man legger opp til undervisning der elevene får delta mest mulig for å bidra til denne innlæringen (Pastoor, 2005).

Planas og Setati (2009) har forsket på hvordan tospråklige elever bruker språkene sine i katalanske klasserom. Ved felles gjennomgang ble det offisielle språket brukt, mens når elever jobber med oppgaver på mindre grupper skiftet de til morsmål. Videre fant Planas og Setati at elever som deltok i stor grad på gruppearbeid på morsmål deltok i mindre grad i klasseromsdiskusjoner og derfor ikke fikk vist kunnskapen de hadde. Dette viser at den sosiale settingen påvirker flerspråklige elevers arbeid med matematikk. Når elevene snakker morsmål deltar de i høyere grad enn når de bruker klasseromsspråket (Planas & Setati, 2009).

Det er altså flere aspekter i det flerspråklige klasserommet som må tas hensyn til. For det første er andrespråkskompetansen en viktig faktor for å tilegne seg ny kunnskap. Elever i flerspråklige klasserom har varierende kompetanse i det norske språk. Det blir derfor viktig at elevene får bruke morsmålet sitt for å støtte matematikkinnlæringen. For å sikre at elevene får størst mulig utbytte av undervisningen er det nødvendig at det legges til rette for en samhandling mellom morsmålet og andrespråket, slik at det skjer en utvikling i både språk- og fagkunnskaper. Da må det også legges opp til en klasseromsdiskurs elevene må delta i. I tillegg til at elevenes språklige bakgrunn er en viktig faktor spiller også kulturen en stor rolle i innlæringen. Siden flerspråklige elever ofte tilhører en annen kultur med andre referansepunkter har læreren et stort ansvar for å knytte matematikkinnlæringen opp mot hverdagsliv og termer elevene har kjennskap til. Disse aspektene medfører at matematikkundervisning i flerspråklige klasserom også blir en arena for innlæring av språk, selv om hovedfokus er på matematikken.

2.9 Begreper

Begreper som blir brukt videre i oppgaven er blant annet matematisk modell, modelleringsruter, matematiske representasjoner og matematisering. I dette underkapittelet vil disse bli forklart nærmere selv om noen har vært nevnt tidligere.

2.9.1 Matematisk modell

En matematisk modell er en matematisk representasjon av den virkelige verden ved bruk av matematiske verktøy. Slike modeller vil ikke ta med alle aspektene fra virkeligheten, men de gir mulighet til å prosessere ekte data på en håndterlig måte (Greefrath & Vorhölter, 2016, s. 9). Hertz (1894) kaller en matematisk modell for et virtuelt bilde av et fysisk objekt. Hertz sier at en matematisk modell må støtte oppunder logisk tenkning, den må vise relevante forhold fra det ekte problemet og den må beskrive problemet med relevant informasjon (Greefrath & Vorhölter, 2016).

2.9.2 Modelleringsruter

En modelleringsrute viser elevenes individuelle modelleringsprosess sett opp mot modelleringssyklusen. Som kjent er ikke modelleringssyklusen en lineær syklus. Dette kommer også tydelig frem når man ser på modelleringsrutene til elevene. Elevene kan være innom alle stegene i syklusene eller de kan ignorere noen av dem. De kan også hoppe mellom stegene i en annen rekkefølge enn syklusen viser. Når man ser på elevers modelleringsrute ser man kun de synlige modelleringsrutene. Dette fordi man kun kan tolke fra utsagn og kroppsspråk hvor i modelleringssyklusen elevene befinner seg (Blum & Ferri, 2009).

2.9.3 Matematisering

Matematisering handler om overgangen fra virkeligheten til den matematiske verden. Altså å sette matematiske definisjoner på et reelt problem. Man organiserer virkeligheten fra et matematisk perspektiv (Blum & Ferri, 2009; Højgaard & Niss, 2019). Freudenthal ser på matematisering som en måte å gjenoppdage matematikken på slik at elevene får et større eierforhold til sin egen matematiske kunnskap. Her er lærerens oppgave å veilede elevene for å gjenoppdage matematikken (Doorman & Gravemeijer, 2009; Blum & Ferri, 2009).

2.9.4 Matematiske representasjoner

Matematikk består av abstrakte objekter. Disse kan man ikke se og det er derfor viktig at man finner en representasjon for disse objektene. Det vises til fem ulike representasjoner for matematiske objekter: visuelle, konkreter, kontekstuelle, verbale og symbolske (Lesh et. al, 2003; Utdanningsdirektoratet, 2020). En representasjon er kun en representasjon, det kan ikke erstatte det abstrakte objektet, men det gir en dypere innsikt i hva det abstrakte objektet er og er essensielt i begrepslæring (Duval, 2006). Når man ser på funksjonsbegrepet har vi ulike måter å representere en funksjon på. En tabell, et algebraisk uttrykk og en graf representerer alle en funksjon, men det er ikke selve funksjonen som vises da den er abstrakt. Det å kunne bruke disse representasjonene er en essensiell del av utviklingen av matematisk forståelse (Utdanningsdirektoratet, 2020).

3 Metode

Jeg har i denne studien undersøkt hvordan minoritetsspråklige elever med lite til ingen erfaring med matematisk modellering jobber med slike oppgaver og sett nærmere på hvilke blokader som oppstår. For å kunne undersøke dette har det vært nødvendig å observere elevers arbeid med en modelleringsoppgave. Det har også blitt gjennomført intervjuer i etterkant av undervisningen. Både observasjonen og intervjuene er det gjort lydopptak av som så har blitt transkribert og analysert ved hjelp av Blum og Leiß sin modelleringssyklus. Disse metodiske valgene vil bli beskrevet videre i dette kapittelet. Jeg kommer til å gi en grundig presentasjon av utvalget, da denne elevgruppa skiller seg ut fra andre. Etter dette blir metode for datainnsamling presentert, deriblant en piloteringsundersøkelse, oppgaven som ble gitt til elevene og rammene for gjennomføringen. Til slutt vil jeg presentere analysemetoden og redegjøre for troverdigheten i denne kvalitative forskningen og se på de etiske vurderingene som er gjort i studien.

3.1 Metodiske valg i studien

Når man utfører forskning kan man velge mellom to hovedretninger, kvantitativ og kvalitativ. Kvantitativ forskning handler om å finne målbare data. Kvalitativ forskning går ut på å se nærmere på ikke-tallfestbare egenskaper hos personer (Larsen, 2007). Denne studien går ut på å undersøke elevers arbeid med modelleringsoppgaver. Når man ser på slike egenskaper hos enkeltpersoner er det hensiktsmessig å utføre en kvalitativ studie (Larsen, 2007). Ved å bruke kvalitativ metode får jeg muligheten til å gå dypt inn i emnet og studere et par gruppers utfordringer med en modelleringsoppgave. Når man samler inn kvalitativ data kan man bruke intervju, observasjon, tekst og dokumenter, og lyd- og billedopptak. De mest brukte metodene innenfor kvalitativ forskning er intervju og observasjon (Larsen, 2007). En annen fordel ved å benytte seg av kvalitativ forskning er at det åpner opp for større fleksibilitet. En slik forskning legger til rette for å utforske uforutsette ting underveis i forskningen. Hvis man gjennomfører et intervju og eleven kommer med noe forskeren vil følge opp, er det rom for å gjøre nettopp dette. Et intervju i kvalitativ forskning er mer spontan og har en mer uformell setting enn det vil være i kvantitativ forskning (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Metodene som er brukt i denne forskningen er metoder som er vanlige å bruke i kvalitativ datainnsamling. For å kunne undersøke elevers arbeid med modelleringsoppgaver er det nødvendig å få førstehåndsinformasjon og se hva elevene faktisk gjør. Derfor er observasjon som metode valgt. I og med at det er en utfordring å få tilgang til det kognitive kun ved å se og høre hva noen gjør valgte jeg også å gjennomføre intervju i etterkant av undervisningen. Både observasjonen og intervjuene ble gjort lydopptak av. Under pilotundersøkelsen brukte jeg også videoopptak, men dette virket hemmende på elevene og så ut til å påvirke dem i større grad enn lydopptak. Jeg valgte derfor å kun bruke lydopptak i den endelige undersøkelsen. Jeg samlet også inn arkene elevene skrev på for å kunne bruke dem som støtte i analysen.

Studien vil ta for seg hvordan man kan undervise elever med liten eller ingen erfaring med modellering. Jeg har valgt å forske på egne elever, derfor har en type aksjonsforskning blitt brukt. Siden fokuset er på elevenes prosesser har ikke min egen undervisningsstil og aksjonsforskningen i seg selv vært hovedfokus. Denne oppgaven vil derfor ikke gå dypt inn i aksjonsforskning som metode.

3.2 Utvalg

Formålet med denne oppgaven er å få frem hvilke utfordringer elever med norsk som andrespråk møter når de jobber med modelleringsoppgaver og hvordan man kan introdusere modellering til en klasse som har lite erfaring med emnet. Derfor har jeg valgt å se på egne elever da de har jobbet lite med modellering i forkant og det er en klasse bestående av utelukkende minoritetsspråklige. I og med at jeg ville gjennomføre opplegget selv er det en fordel med kjennskap til klassen da fokus ikke blir på relasjonsbygging. I tillegg er minoritetsspråklige elever lite forsket på i Norge, men andelen øker i norske klasserom. Det er derfor viktig at lærere har kunnskap om denne elevgruppa og hvilke hensyn man må ta.

Elevene som har deltatt i denne studien går siste året ved voksenopplæringen og skal få vitnemål fra grunnskole denne våren. Elevene er i aldersgruppen 16-25 år og alle har annet morsmål enn norsk. Skolebakgrunn fra hjemland varierer fra 0-9 år, men i snitt ligger klassen på nivå med en 8. klasse i matematikk. Det at elevenes skolebakgrunn varier såpass gjør at det er faglige utfordringer i klassen. Det er også noen språklige utfordringer da elevene kun har lært norsk i 3-5 år. Dette gjør at noen tyr til morsmål under diskusjoner innad i klassen, noe som kan påvirke tolkningen av datamaterialet. Det kan også påvirke elevenes oppfatning og forståelse av oppgaver de blir gitt.

Det som kjennetegner denne elevgruppa i tillegg til språklige utfordringer er lærersynet. Lærersynet er påvirket av tidligere erfaringer, der de er vant til at læreren stiller et spørsmål og gir dem et svar. Elevene har stor respekt for lærer og ser på læreren som den som styrer/er ansvarlig for arbeidet. De fleste av elevene foretrekker å jobbe med oppgaver i matematikkbøker og ser ut til å være tryggest når det jobbes med instrumentell forståelse i matematikk, der hovedvekten er på prosedyriske kompetanser. Instrumentell forståelse går ut på at elevene pugger regler og fremgangsmåter for å lære seg å løse oppgaver. Denne legger ikke vekt på en dyp forståelse. Motsetningen til dette er det relasjonell forståelse, som fremhever konseptuell kompetanse, der elevene forstår hvorfor reglene og fremgangsmåtene fungerer (Skemp, 1976). Et eksempel på dette kan være den såkalte «flytte, bytte-regelen» mange bruker i matematikk. Hvis du spør en elev som bruker dette om han kan forklare hva som egentlig skjer og eleven ikke klarer å gi et svar på det har eleven en instrumentell forståelse av konseptet. Dette er noe som går igjen i denne klassen. Den prosedyriske måten å jobbe med er ofte foretrukket og elevene må derfor trene på å jobbe med åpne oppgaver som ikke har en oppskrift på løsningsmetode. Noen elever er positive til denne utfordringen, mens andre trekker seg tilbake fra slikt arbeid. Dette lærersynet og forventningen til undervisningen kan medføre at selvstendigheten i læringen er lavere enn ved andre grupper.

Klassen består av 18 elever med en jevn fordeling av gutter og jenter. Totalt 11 elever meldte seg til studien. Av disse var 9 elever til stede da observasjonen ble gjennomført. De 9 elevene ble delt i 3 grupper på 3 elever. To av disse gruppene ble brukt i analysen i oppgaven. Elevene i disse to gruppene er fra fem forskjellige land med fem forskjellige språk og det er 3 gutter og 3 jenter. Inndelingen ble forsøkt gjort på tvers av morsmål for å oppmuntre til å snakke mest mulig norsk under diskusjonene. Gruppene ble observert med lydopptaker, noe alle elevene hadde godkjent på forhånd. De hadde også godkjent å bli observert med video, men da dette fungerte dårlig under første gjennomføring ble det ikke gjort da det endelige datamaterialet skulle samles inn.

3.3 Observasjon

Observasjon som forskningsmetode handler om å se etter systematiske rutiner, hendelser og lignende. Som Cohen, Manion & Morrison (2018) påpeker er den metodiske observasjonen mer systematisk enn den hverdagslige observasjonen. Ofte går man inn i en slik observasjonssituasjon med et mål eller problem man vil finne ut av, men ikke alltid. Observasjon kan være både systematisk og strukturert eller være mindre strukturert. I denne studien valgte jeg å ha en strukturert observasjon, siden det var en aktivt deltakende observasjon der jeg selv ledet undervisningen. I slike situasjoner kan det være vanskelig å få med seg alt elevene gjør og det blir derfor viktig å sikre datamateriale med andre hjelpemidler. Det ble det tatt lydopptak av undervisningen og jeg tok notater etter undervisningen var avsluttet. Jeg transkriberte også lydopptakene innen en uke, slik at jeg skulle huske mest mulig. I tillegg var en annen lærer med i undervisningsøkten som jeg diskuterte undervisningen og observasjonene med i etterkant.

Uavhengig av hvem som observerer finnes det ulike fordeler og ulemper ved observasjon som metode. Flere mener at det ikke finnes noe som heter nøytral observasjon. Eksempelvis er en forsker påvirket av blant annet sine teorier, intensjoner og forventninger. Man ser gjerne etter det man tror man kommer til å finne (Cohen et al., 2018). Forskeren kan også ha selektiv oppmerksomhet og hukommelse, når man skriver notater etter man har observert er det vanskelig å få med seg alle detaljene. Det er også utfordrende å holde fokus og oppmerksomhet over lengre tid. I tillegg er det en fare for at den som observerer velger ut de dataene som passer best til det man forsker på. Når man tolker noe som skjer kan dette bli påvirket av ens egne preferanser og relasjoner til dem som blir observerte. Deltakerne kan også endre oppførsel når de vet at de bli observerte (Cohen et al., 2018, s. 560). Her vil det være en fordel å kjenne elevene fra før slik at man ser om elevene endrer oppførsel eller ikke. På grunn av disse ulike utfordringene er det viktig å prøve å sikre datainnsamlingen sin ved for eksempel lydopptak/video slik at man får flere muligheter til å se hva som skjer i klasserommet.

Observasjon har noen fordeler du ikke nødvendigvis får ved bruk av andre metoder. Den gir tilgang til både verbale, non-verbale og fysiske aspekter (Cohen et al., 2018). Spesielt det at du får førstehåndsdata gjør metoden verdifull i enkelte forskninger. Hvordan man oppfatter seg selv stemmer ikke nødvendigvis med det man gjør. Ved observasjon vil man se hva en person faktisk gjør kontra det personen tror han gjør. I et intervju vil man kanskje ikke få all den informasjonen man får ved observasjon. Metoden kan gi mer valide og autentiske data enn om man for eksempel bruker medierte metoder. De som blir observerte oppfører seg gjerne mer naturlig. I tillegg er observasjon i et naturlig miljø mindre tidkrevende for deltakerne. Siden denne oppgaven går ut på å undersøke hvordan elever jobber med modelleringsoppgaver må man se hva de faktisk gjør og da blir observasjon et nødvendig hjelpemiddel.

I denne forskningen har jeg som nevnt valgt å forske på egen klasse. Forskeren kan ifølge Cohen et al. (2018) ha fire ulike roller i observasjon; en fullstendig deltaker, en deltaker som observerer, en observatør som deltar og en fullstendig observatør. Disse fire rollene flyter i hverandre men en lærer som forsker på egen klasse kan regnes som en deltaker som observerer. Deltakende observasjon er vanlig i aksjonsforskning (Larsen, 2007). I aksjonsforskning er det fokus på både handlinger og forskning. Man er ute etter å bedre både forståelsen for et fenomen og endre handlinger. For eksempel ved at man forbedrer egne handlinger (Christoffersen & Johannesen, 2012). I denne studien var ikke hovedmålet å forbedre egne handlinger, men å bedre forstå elevers arbeid med modelleringsoppgaver og hvilken støtte de da trenger. Jeg er læreren til elevene fra før og det er derfor naturlig at jeg leder matematikkøktene med klassen. Elevene vet også at det er jeg som observerer dem. Faren ved å observere egen klasse er at man kommer for nært elevene og ikke klarer å være objektiv nok. Allikevel kan en slik type observasjon være nyttig når man studerer mindre grupper eller vil få en dypere innsikt i en situasjon, og når hovedintensjonen er å samle detaljert informasjon rundt et fenomen. Det vil i noen tilfeller være nødvendig å delta for å kunne forstå en situasjon (Cohen et al., 2018). Hvis du skal forske på og utvikle egen praksis, som i aksjonsforskning, er deltakelse tilnærmet uunngåelig. Ved gjennomføring av opplegget hadde jeg hatt klassen i fire måneder og jeg hadde derfor kjennskap til klassen. Muligheten for objektivitet er kanskje litt større enn den ville vært hvis jeg hadde fulgt dem over enda lengre tid.

3.4 Intervju

Kvale og Brinkmann (2009) sier at det er to ulike tilnærminger til intervjuet. Den som intervjuer kan enten være en «gruvearbeider» som bedriver kunnskapsinnhenting og vil få tilgang til intervjuobjektet sin kunnskap og erfaringer, både bevisste og ubevisste, eller en «reisende» der kunnskapskonstruksjon er i fokus. Intervjueren og intervjuobjektet blir mer som partnere som er ute etter å utarbeide kunnskap sammen. Jeg gikk inn i intervjuene med noen spørsmål jeg ville få svar på, men jeg var også forberedt på at det kunne komme ny interessant info da de spørsmålene jeg ville få svar på handlet mest om tenkemåten til elevene. Dette kan ses på som en kombinasjon av de to tilnærmingene, der gruvearbeideren vil forstå hvordan elevene har brukt kunnskapen sin i arbeid med oppgaven, mens den reisende avdekker kunnskapen i samarbeid med elevene.

En uke etter observasjonen av undervisningsopplegg ble det gjennomført gruppevise intervju. Dette var korte, uformelle intervju gjort med hver gruppe for å avklare ulike spørsmål jeg hadde etter transkribering av datamaterialet. Et slikt semi-strukturert intervju gjør at det er muligheter for å diskutere tema som dukker opp underveis (Kvale & Brinkmann, 2009). Spørsmålene som ble stilt var åpne og av typen: «Når dere gjettet på hvor langt strikket kom til å gå hvis dere strammet det, hvordan kom dere fram til svaret? Hvordan tenkte dere?». Det at elevene ble intervjuet i grupper var for å få dem så trygge som mulig, samtidig er det en mulighet for at man hjelper hverandre med å huske det man selv har gjort/tenkt. Larsen (2007) sier at det kan være lettere å få i gang samtalen når man intervjuer i grupper.

Ved å bruke intervju som en supplering til observasjon skjer det et skifte fra å se på mennesker som data til å se det som et individ (Cohen et al., 2018). Ved å kombinere de to metodene kan man få en dypere innsikt i hva elevene tenker og mener, og man kan få avklart om sine egne antagelser er korrekte eller om de må justeres.

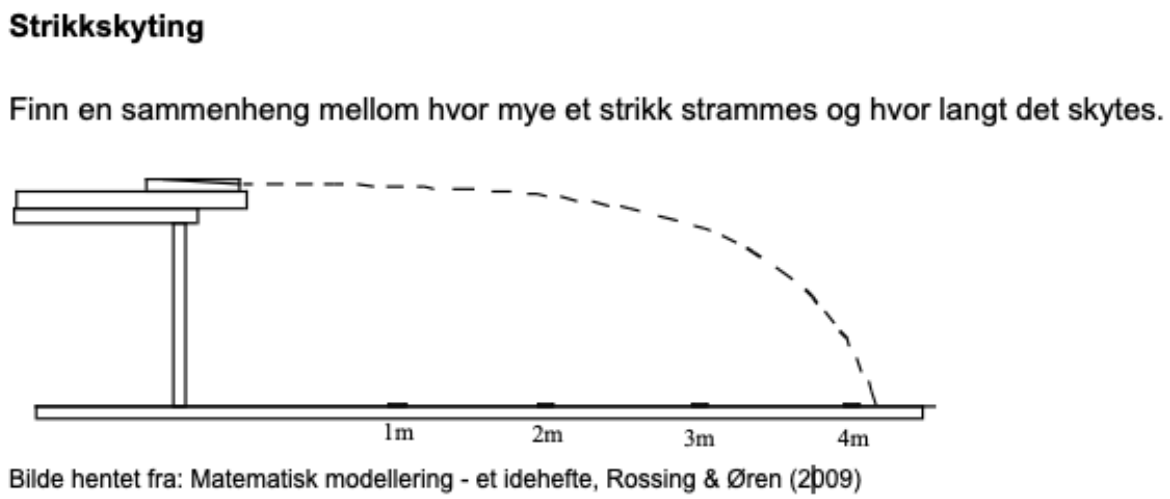
3.5 Piloteringsundersøkelse

I forkant av gjennomføringen av det endelige undervisningsopplegget ble det gjennomført en pilotundersøkelse. Fordelen med en pilotundersøkelse er at man kan se nærmere på hvordan elevene takler en slik oppgave. I tillegg får man som forsker øvd seg på å observere og elevene får vent seg til å bli observert med ulike opptakere. Under denne piloteringsundersøkelsen fikk den samme elevgruppen en annen modelleringsoppgave. Den handlet om at elevene skulle finne ut hvilken kjøreskole som var billigst å benytte seg av. Det som ble tydelig var at elevene slet med generalisering og mange av elevene skjønte ikke hva de skulle gjøre. I stedet for at gruppene kom fram til noe generelt ved for eksempel et funksjonsuttrykk og variabler regnet de heller ut prisen for et gitt antall timer. Det fremstod som at elevene trengte enda mer veiledning enn det de fikk denne timen.

Piloteringsundersøkelsen avdekket at de ulike hjelpemidlene hadde en innvirkning på elevenes oppførsel. Det kom frem at videoopptak, men også lydopptak påvirket samtalen til elevene. Elevene snakket mindre og lavere enn de bruker, i tillegg til at de var mindre aktive. Spesielt gruppa som ble observert med video ble mer innadvendte. Derfor bestemte jeg meg for å kun bruke lydopptak i den endelige gjennomføringen slik at elevene skulle være så komfortable som mulig samtidig som jeg fikk opptak av samtalene deres.

3.6 Valg av oppgave

Etter gjennomføring av piloteringsundersøkelsen ville jeg heller prøve ut en oppgave der elevene selv måtte samle inn/konstruere data. Derfor valgte jeg en modelleringsoppgave som går ut på å finne sammenhengen mellom hvor mye en strikk strammes og hvor langt det skytes (figur 3.1). I slutten av timen var det om å gjøre å skyte nærmest mulig en Post-it-lapp som lå 350 cm fra startstreken. Oppgaven har blitt gjennomført i ulike varianter, men den oppgaven jeg endte opp med er mest mulig forenklet.



Figur 3.1 Modelleringsoppgaven elevene fikk

Vurdert opp mot både kunnskapsløftet (LK06) og fagfornyelsen (LK 20) kommer det frem at oppgaven har en faglig forankring. I kunnskapsløftet står det at elevene etter 10. årstrinn skal: «lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar» og «bruke tal og variablar i utforsking, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløysing» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Oppgaven åpner opp for nettopp det å lage en funksjon som beskriver en praktisk situasjon. Elevene får ikke lagt noen føringer men blir hjulpet på vei mot å lage en tabell og en graf hvis de trenger det. I fagfornyelsen er to av kompetansemålene etter 10. årstrinn knyttet direkte til modellering: «bruke funksjonar i modellering og argumentere for framgangsmåtar og resultat» og «modellere situasjonar knytte til reelle datasett, presentere resultata og argumentere for at modellane er gyldige» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Her blir det lagt større vekt på argumentasjon enn det blir i kunnskapsløftet. Oppgaven legger opp til at elevene skal argumentere i samtale mellom elever og med lærer-elev underveis og etter undervisning.

Oppgaven er også vurdert opp mot Lesh et. al (2003) sine seks prinsipper for en god modelleringsoppgave. Oppgaven krever at elevene selv må finne data for å komme fram til en mulig løsning. De får heller ikke noen oppskrift på hvordan de kan komme fram til en løsning. Det at elevene må gjøre noe aktivt og at det åpnes opp for at elevene bruker sine egne løsningsmetoder kan bidra til prinsippet om meningsfullhet som er Leshs første prinsipp. I og med at elevene skal finne en sammenheng mellom stramming og skytelengde er det behov for at elevene utarbeider en form for modell (prinsipp nr. 2). Prinsippet om selvevaluering er også oppnådd da elevene skal prøve å treffe en Post-it-lapp. Da får elevene umiddelbar respons på om modellen de har laget stemmer eller ikke. Det at elevene skal ha en konkurranse til slutt kan også være med å bidra til prinsippet om meningsfullhet. Siden elevene jobber i grupper legger oppgaven opp til diskusjon og at de må forklare hverandre hvordan de tenker rundt den matematikken de bruker, noe som gjør at modelldokumentprinsippet blir oppfylt. Oppgaven er veldig kortfattet og rett på sak. Den er gjort så enkel som mulig i tråd med prinsippet om den enkle prototype. Prinsippet om modellgeneralisering skal føre fram til en modell som kan være prototype for andre situasjoner. I denne sammenheng kan det være utfordrende å overføre modellen til andre situasjoner. Oppgaven bidrar likevel til at elevene får øving i å lage modeller og kan derfor videreføre denne kunnskapen til nye modelleringsoppgaver.

På forhånd hadde jeg forberedt meg på at elevene trengte veiledning på flere ting. Blum og Ferri (2009) sier at modellering kan bli lært hvis det er en korrekt balanse mellom lærerens veiledning og elevenes selvstendige arbeid. Etter pilotprosjektet ble det klart at jeg måtte være forberedt på å gi elevene mer veiledning enn jeg hadde forventet. Samtidig var det viktig at jeg ga dem rom til å tenke selv og diskutere med medelever slik at de kunne få muligheten til å komme fram til svaret selv.

Siden denne gruppa har norsk som andrespråk blir det å få en tekstoppgave ekstra utfordrende. Det er ingen tall i oppgaven de kan trekke ut og benytte seg av for å finne en løsning. De må tolke teksten og selv finne ut hvilken fremgangsmåte de skal bruke for å komme frem til et svar. Det at elevene ikke har kjennskap til alle ordene i det norske språket gjør at man må være forberedt på å forklare ordene i oppgaven som blir gitt. I denne oppgaven var det spesielt ordene «sammenheng», «strikk», «strammes» og «skytes» som ble sett på som utfordrende i forkant av timen. Jeg var også forberedt på at noen grupper kanskje ikke skjønte at de måtte utføre målinger. Derfor var det også lagt med en illustrasjon til oppgaven slik at den kunne være et hjelpemiddel. Denne illustrasjonen er hentet fra et idehefte laget ved NTNU (Rossing & Øren, 2009).

I forkant av timen hadde jeg også en antagelse om at elevene ikke kom til å bruke hverken en tabell eller et koordinatsystem til å føre inn resultatene. Jeg var derfor forberedt på å introdusere dette for dem. Det jeg trodde kom til å bli den største utfordringen med denne oppgaven var at elevene skulle lage en modell som viste sammenhengen. Dette fordi generalisering har vist seg utfordrende før, og spesielt siden økningen mellom målingene i oppgaven ikke kom til å bli lineær. Derfor var jeg innstilt på å måtte vise dem regresjon av graf i koordinatsystem for hånd.

3.6.1 Gjennomføring av undervisningsopplegg

Undervisningsopplegget ble gjennomført i en klassetime som varte 90 minutter. Det var 3 grupper med 3 elever på hver gruppe. Vi var to lærere i klasserommet som gikk rundt og støttet elevene i arbeidet.

Underveis i timen vekslet vi mellom å jobbe i gruppe og så gjennomgang i plenum. Denne måten å jobbe på har Blum og Ferri (2009) funnet ut er mest effektiv for elevenes fremgang i arbeid med modelleringsoppgaver. Spesielt når det kommer til å sammenligne løsninger og se tilbake på det som er gjort. Først ble elevene delt inn i grupper så fikk de informasjon om oppgaven. Etter de hadde lest oppgaven og diskutert den i noen minutter gikk vi gjennom det de hadde kommet fram til i fellesskap. Her ble også tabellen introdusert. Så fikk elevene selv gjøre målinger og diskutere litt rundt disse. Noen gjettet også på hvor langt neste skudd ble og fikk testet om det ble rett. Etter dette ble elevene oppfordret til å finne en sammenheng og prøve å lage et uttrykk. Da dette ikke førte noen vei ble koordinatsystemet introdusert ved hjelp av en av gruppene og jeg viste elevene hvordan de kunne tegne en graf ut fra punkter i et koordinatsystem. Etter at elevene hadde jobbet med dette fikk de vite hvor langt unna Post-it-lappen skulle ligge fra startstreken, og at de måtte finne ut hvor langt de måtte stramme strikket for å treffe den. Når alle gruppene hadde gjort dette ble konkurransen gjennomført.

3.7 Analysemetode

Denne studien handler om å finne ut hvordan elever jobber med modelleringsoppgaver og hvilke blokader som oppstår. Derfor har jeg valgt en deduktiv analyse der jeg har brukt Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus som utgangspunkt for analysen av elevenes arbeid. Dette for å klare å identifisere de kognitive prosessene til elevene. Underveis i kodingen av datamaterialet har det vært vanskelig å skille de ulike stegene fra hverandre. Noen av stegene flyter også over i hverandre. Elevene kan for eksempel jobbe matematisk samtidig som de matematiserer. Dette påpeker også Borromeo Ferri (2006, s. 90); «Shortly expressed: The more phases are differentiated theoretically the more difficult will be the empirical differentiation.».

Ut fra modelleringssyklusen har jeg laget en fargekoding for å tydeligere se hvilke prosesser elevene er innom. Jeg har så gått gjennom datamaterialet fra alle gruppene og markert utsagn med korrekt farge. Denne fargekodingen blir ikke presentert i selve masteroppgaven da den kan være uoversiktlig. Jeg har heller skrevet hvilket av stegene i syklusen elevene jobber med for så å gi eksempler på det. Etter fargekodingen er gjort har jeg sett på hvilke koder det er som går igjen og om det er noe som mangler, eventuelt om det er moteksempler på det som er funnet. Jeg har også sammenlignet resultatene fra gruppene med hverandre for å se om det fins likheter mellom gruppene.

Alt av lydopptak har blitt transkribert innen en uke etter opptaket ble gjort. Dette gjør at jeg som forsker blir bedre kjent med datamaterialet og det åpner opp for nye tanker rundt temaet som jeg kan ta med videre i analysen (Nilssen, 2012). Utsagnene i transkripsjonene har blitt nummererte for at det skal bli lettere for leser å følge med på rekkefølgen i samtalen. Transkripsjonen inneholder markeringer når det blir stille på gruppa med koden «stille» etterfulgt av antall minutter stillhet og når elevene snakker om ting som ikke er relatert til oppgaven med koden «snakker om andre ting».

3.8 Troverdighet i kvalitativ forskning

I følge Guba (1981) er det fire aspekter som skal sikre troverdighet (trustworthiness) i kvalitativ forskning: kredibilitet (credibility), overførbarhet (transferability), avhengighet (dependability) og bekreftbarhet (confirmability). For å øke kredibiliteten kan man gjøre flere tiltak. Det er viktig å være gjennomsiktig og vise hva man har gjort og hva man ikke har gjort. Det å diskutere studien med fagfeller kan også øke kredibiliteten. Ved å få andres innspill og syn på det du har gjort styrker forskningen. Man kan også gjøre noe som kalles triangulering. Dette gjøres for eksempel ved å observere på ulike måter. Det kan være at man observerer både med video og ved å intervjue i etterkant.

I tillegg til å øke kredibiliteten kan man også øke overførbarheten. Overførbarhet handler om at noe er kontekstuavhengig. For å få en forskning kontekstuavhengig er det viktig at man forsker på et representativt og bredt utvalg. Ved å ha så stor variasjon i respondenter som mulig øker sannsynligheten for at det man finner i egen forskning også gjelder andre steder. Det er også viktig å samle et så rikt datamateriale som mulig. Observasjon blir rikere ved å ha video/lydopptak enn bare å ha egne notater for timen.

Avhengighet handler om hvor avgjørende det er at du brukte det instrumentet du brukte for å samle data. Her kan man bruke en spesiell form for triangulering som er mer overlappende enn den som øker kredibiliteten. Ved å bruke ulike instrumenter for å måle samme ting, for eksempel ved å ta lydopptak og notater av samme observasjon, kan uavhengigheten økes.

Bekreftbarhet handler om hvor avhengig forskningen er av forskeren. Hvis den samme forskningen ville fått et helt annet resultat med en annen forsker ville bekreftbarheten vært svak. Det handler også om at en som forsker må være åpen om hvilke antagelser man har før man går inn i forskningen.

3.8.1 Troverdighet i denne forskningen

For å øke kredibiliteten kan man som nevnt ha en såkalt triangularitet. I denne studien ble klassen observert både med lyd og intervju, noe som sikrer oppfattelsen av dataene. Siden jeg har klassen sammen med en annen lærer som også var inne i timen kunne materialet diskuteres med fagfelle, noe som igjen kan bidra til å øke troverdigheten. Jeg vil også påstå at det i denne studien kommer frem både hva jeg har gjort og hva jeg ikke har gjort, da jeg er interessert i å ha en transparent studie. I tillegg til dette er relasjonen mellom meg og elevene allerede bygget opp da jeg ved gjennomføring av observasjonen hadde vært faglærer i klassen i fire måneder. Noe som gjør elevene tryggere i situasjonen enn de kanskje ville vært med en fremmed. Jeg har også gjennomført et pilotprosjekt med elevene der de har fått jobbet med modelleringsoppgaver og fått opplevd hvordan det er å bli tatt opptak av.

Når det kommer til overførbarhet i denne studien vil jeg si at store deler av den kan overføres. Spesielt til de som har samme type elevgruppe, men også til de som har klasser som ikke kun består av minoritetsspråklige elever. Uavhengig av hvilken nasjonalitet du har vil mange av de samme utfordringene med modelleringsoppgaver vise seg. Det som er spesielt med denne gruppen er at de kanskje sliter mer med språkforståelsen. Variasjonen i respondentene er stor selv om det er gjort på en liten gruppe. Noe annet som bidrar til overførbarhet er at gruppen er observert med lydopptak, noe som gjør observasjonen mer troverdig. Jeg har også prøvd å beskrive både utvalget, oppgaven og undervisningssituasjonen så nøyaktig som mulig slik at det er mulig å gjennomføre samme undervisningsopplegg i en annen studie. Dette bidrar til en såkalt «tykk beskrivelse» (Cohen et al., 2018).

For å øke uavhengigheten kan man også utføre en form for triangulering. Det at man observerer klassen både med lydopptak og notater kan være en slik type triangulering. Det at jeg diskuterer de metodene jeg har valgt og måten det er gjennomført på med veileder gjør også at det ikke bare er min vurdering av prosessen en som leser må stole på.

I denne studien er forskeren også faglærer i klassen til vanlig, noe som kan påvirke bekreftbarheten hvis man skal forske på en klasse som ikke er sin. Hvis denne studien brukes som inspirasjon for en lærer som vil prøve det ut på egen klasse for å se om de får noe av de samme resultatene, vil denne studien bli mer bekreftbar. Jeg hadde kun vært faglærer i klassen i fire måneder før datainnsamlingen begynte noe som kan gjøre at relasjonen ikke påvirket resultatene i så stor grad som det kunne gjort. Jeg har også lagt fram de antagelsene jeg hadde på forhånd av observasjonen. Resultatene i studien er også diskutert og bekreftet med veileder for å sikre at mine antagelser ikke er påvirket av subjektivitet.

3.9 Etikk

I all forskning spiller etikk en viktig rolle, men når man forsker på egen klasse er dette kanskje ekstra viktig, da man i større grad har tilgang til sensitiv informasjon om elevene. Det at man har tilgang på mer informasjon enn man behøver i en forskning gjør at man må være ekstra påpasselig med hva man framstiller for utenforstående.

Det at man har en relasjon til elevene vil muligens også gjøre det vanskeligere for elever å si nei til å delta i en slik forskning. Hvis man har en relasjon til noen, spesielt når det er til sin egen lærer, er det lett at man gjør det læreren vil. Da er det viktig å være bevisst sin rolle som både forsker og lærer og gjøre elevene klar over at en deltakelse i forskningen er frivillig. Som nevnt var det i denne forskningen 11 av 18 elever som ville delta. Av de 11 som sa ja til å delta var det flere som reserverte seg mot det å bli filmet. Det at en så stor andel ikke ville delta og at flere sa nei til å bli filmet kan være et tegn på at det er rom for at elevene tar egne valg og ikke føler på at de må gjøre det læreren vil i enhver situasjon. De elevene som ikke leverte samtykkeerklæring ble heller ikke forsøkt overbevist om å delta.

Prosjektet er meldt inn til NSD da det er brukt lydopptak, videoopptak og samtykkeskjema. Alle opptak er gjort med NTNU sitt utstyr da retningslinjene til NTNU ikke tillater lagring på private enheter. Dataene er igjen lagret på kryptert minnepinne i tråd med NTNU sine retningslinjer. Jeg har også laget en datahåndteringsplan for å sikre at personopplysningene blir korrekt oppbevart. Elevene har blitt informert om dette og at all data som kan identifisere dem blir slettet når prosjektet er avsluttet. De har også blitt informert om at det de sier kan bli brukt i masteroppgaven, men at de da vil være anonymiserte. Anonymiseringen som har blitt gjort her er at elevene har fått betegnelsen Elev 1, 2 og så videre. Jeg har valgt å kalle dem hun og han i etterkant da det er lik fordeling av kjønn i gruppene og ingen av deltakerne kan identifiseres direkte på denne måten.

Elevene fikk utdelt et informasjonsskriv og samtykkeskjema. I disse skrivene er det mye tekst og det kan være at flere av ordene som ble brukt ikke var kjente for fremmedspråklige elever. Jeg valgte derfor å gå nøye gjennom det med elevene og åpne opp for spørsmål slik at de best mulig skulle forstå hva det var de skulle ta stilling til. Jeg hadde også med meg en annen av klassens lærere som kunne bidra til forklaringen.

4 Analyse

Denne forskningen tar utgangspunkt i å finne hvilke utfordringer elever med norsk som andrespråk møter i modelleringsundervisning. I analysen kommer jeg til å se på de synlige modelleringsrutene til to grupper som har løst strikkskytingsoppgaven. Her har jeg valgt og se på modelleringsruten til hver gruppe samlet og ikke til hver elev, da det var vanskelig å se hver elevs modelleringsrute på grunn av lav deltakelse fra enkelte elever og tidvis manglende verbal kommunikasjon. Jeg vil også undersøke hvilke blokader som oppstår. For å gjøre dette tar jeg utgangspunkt i Blum og Leiß (2007) sin modelleringssyklus. I teksten står det tall fra 1-7 i parentes. Disse refererer til de ulike stegene i syklusen. I tillegg vil jeg se på om det er noen andre utfordringer som oppstår enn det som er nevnt i modelleringssyklusen. Alt dette gjør jeg for å prøve å finne svar på forskningsspørsmålet: «Hvilke blokader oppstår når elever med norsk som andrespråk med liten eller ingen erfaring med matematisk modellering løser modelleringsoppgaver?»

4.1 Analysens rammer

Det var i utgangspunktet tre grupper som ble observerte. Jeg hadde hele tiden tenkt å se nærmere på bare to av gruppene, men ville allikevel observere tre grupper for å kvalitetssikre mest mulig. Grunnen til at jeg valgte de to gruppene som blir presentert i analysen er at den tredje gruppa slo av lydopptakeren sin i en halvtime underveis i undervisninga. Jeg ville ha med data fra hele undervisningsøkta for å få analysen så dekkende som mulig og derfor blir ikke denne gruppa presentert her.

I transkripsjonen er elevutsagnene nummererte for å gi bedre oversikt over rekkefølgen i samtalen. Her er ikke det som ble gjennomgått i plenum tatt med, kun gruppesamtalen. Elevene har også fått elevnummer, som «Elev 1», for å bevare mest mulig anonymitet.

4.1.1 Klassifisering av modelleringssteg

Under kodingen og analysering av datamaterialet har det tidvis vært komplisert å identifisere modelleringsstegene i modelleringssyklusen. Flere av stegene er knyttet til hverandre og kan være vanskelig å skille. Det blir i noen tilfeller gjennomført to ulike steg på en og samme gang. Elevene kan for eksempel jobbe matematisk (4) samtidig som de matematiserer (3). Barbosa (2006) sier at det kan være vanskelig å skille mellom de ulike stegene i modelleringssyklusen da en slik inndeling kun er teoretisk. Dette medfører at klassifiseringen av de ulike modelleringsstegene i datamaterialet blir en intrikat prosess da enkelte utsagn kan tilhøre flere steg. Inndelingen som er gjort i denne analysen kan derfor ikke garanteres å være feilfri.

I kodingen av transkripsjonene har det vært spesielt utfordrende å skille steg 1 og 2. Steg 1 går ut på å forstå problemet og lage seg en mental modell, mens steg 2 er en forenkling og presisering av den mentale modellen som fører til en «ekte» modell. Begge disse stegene foregår i den virkelige verden (Blum & Leiß, 2007). Fra datamaterialet fremstår det som at når elevene har forstått oppgaven så har de allerede laget en ekte modell eller problem. Dette kan være fordi oppgaven er såpass forenklet. Det er ikke mye informasjon i oppgaveteksten, kun det elevene har behov for. Dette er også noe Lesh et al. (2003) sier er et av prinsippene for en god modelleringsoppgave; prinsippet om den simple prototype går ut på å gjøre problemet så enkelt som mulig. Oppgavens utforming kan derfor medføre at steg 1 og 2 gjennomgås i et og samme steg og det blir derfor vanskelig å si om steg 2 er en blokade. En annen grunn til at det er vanskelig å skille mellom de to stegene er at steg 1 fører til en mental modell. Hvis det ikke er noen verbale indikasjoner på denne mentale modellen blir det da vanskelig å få med seg overgangen fra problem til mental modell til ekte modell. Ferri (2006) påpeker også at situasjonsmodellen, som steg 1 fører frem til, oftest er brukt i tekstoppgaver, såkalt enkle modelleringsoppgaver. Oppgaven i denne studien er en kognitivt kompleks modelleringsoppgave, og det kan medvirke til at det er vanskelig å skille steg 1 og steg 2.

Når det kommer til overgangen mellom steg 1 og 2 ser vi likevel et eksempel på at det måtte en forenkling til. Gruppe 1 snakket på et tidspunkt om 4 meter.

> 1.8 Elev 3: det kommer 4 meter (peker på bildet i oppgaven)
>
> 1.9 Lærer: Ja, på akkurat den her ja. Det er bare en illustrasjon.

Dette tallet kommer fra bildet i oppgaven. Her fremstår det som at Elev 3 tror 4 meter er svaret. Det tyder på at de ikke har forstått oppgaven. Men etter denne samtalen slo eleven det fra seg, det indikerer at det skjedde en forenkling.

4.2 Analysens funn

Gjennom analysen har jeg funnet at minoritetsspråklige elevers blokader i modelleringsprosessen er mye av det samme som det andre har funnet når de har forsket på elever som har undervisningsspråket som morsmål. Hovedfunnene i denne masteroppgaven er at elevene møter blokader både når det kommer til det å forstå oppgaven (1), matematisering (3) og å jobbe matematisk (4). I tillegg er validering en mindre blokade.

Gruppe 1 slet med å forstå oppgaven gjennom store deler av timen. Blum og Leiß (2007) påpeker at dette steget er sterkt preget av individet og dets forutsetninger. Flere elever er ikke vant med å jobbe med åpne matematikkoppgaver der man selv må gjøre antagelser og det kan derfor føre til blokader i arbeidet.

Matematisering er også en vanlig blokade i arbeid med modelleringsoppgaver. Dette ble et hinder for begge gruppene og noe de brukte mye av timen på å gjennomføre. Det å organisere virkeligheten fra et matematisk perspektiv kan være uvant for enkelte elever da de er vant til å bli «tildelt» matematisk kunnskap og ikke å konstruere den selv.

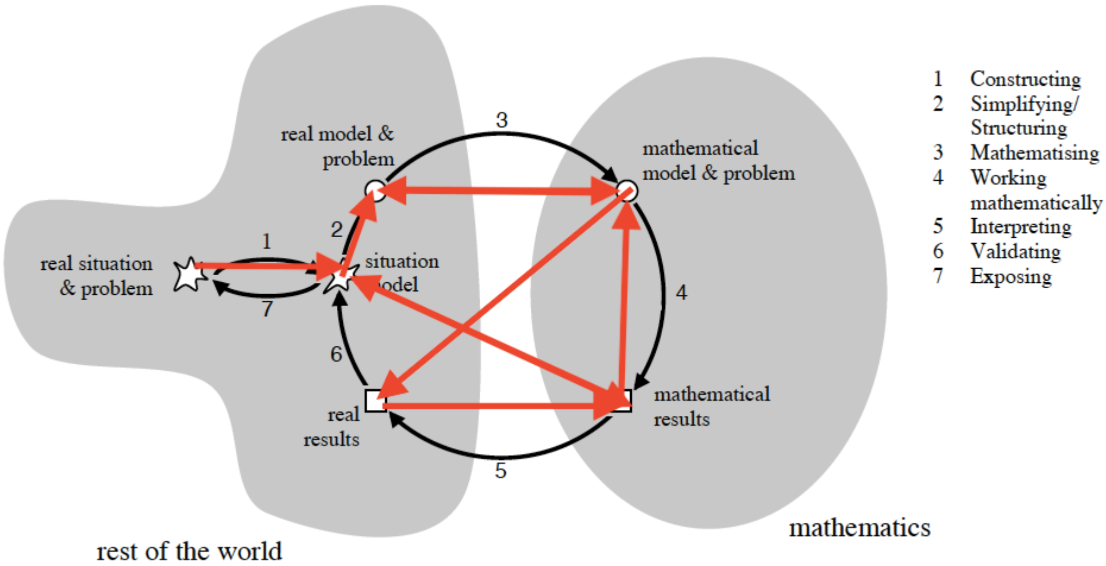
I analysen kommer det også frem at begge gruppene, men spesielt gruppe 1, har utfordringer med å jobbe matematisk. Flere av eksemplene tatt fra datamaterialet viser at elevene mangler rett representasjonsform, blant annet når gruppe 1 skal fremstille målingene sine i et koordinatsystem. Den manglende matematiske kunnskapen førte til en blokade for gruppa.

Analysen viser også at selv om det forekommer validering (6) er det fortsatt rom for mer validering, spesielt på gruppe 1. Dette er noe Ferri (2006) sier er vanlig da elevene ser på sine beregninger ut fra modellen som validering i seg selv. Elevene er heller ikke vant til at det er de selv som skal validere, det blir ofte sett på som lærerens jobb.

4.3 Gruppe 1 sitt arbeid med oppgaven

Beskrivelse av gruppa

Gruppe 1 bestod av 3 elever, der det hovedsakelig var to elever som deltok. Elev 3 kom med enkelte utsagn med forslag om å lage en matematisk modell. Eleven deltok lite i den øvrige samtalen, men var mer snakkesalig når lærer snakket med gruppa. Det fremstår av observasjonen som at gruppa var avhengige av bekreftelse fra lærer i det meste de gjorde. Det var lite samtale og diskusjon rundt oppgaven på gruppa og de henvendte seg til lærer i stedet for hverandre for å forstå oppgaven. Mye av tiden ble brukt til avklaring. Nedenfor er modelleringsruten til gruppe 1 forsøkt illustrert.



Figur 4.1 Modelleringsruten til gruppe 1

Modelleringsruten til gruppe 1

Hvis vi kun ser på modelleringsruten i figur 4.1 kan det se ut som at elevene jobber seg gjennom de fleste av stegene i syklusen, men flere av stegene er gruppa så vidt innom. Det er først og fremst de fire første stegene gruppa brukte tid på; forstå oppgaven, forenkling/strukturering, å arbeide matematisk og matematisering. For å synliggjøre modelleringsruten vil analysen se nærmere på hvordan gruppa jobbet med de ulike stegene.

Forstå oppgaven

Gruppe 1 hadde utfordringer med å forstå oppgaven (1) og gå fra en situasjonsmodell til et ekte problem (2). Gruppa brukte store deler av timen på å forstå oppgaven og det ble derfor utfordrende for dem å komme fram til en matematisk modell. Gjennomgående i samtalen er utsagnet «jeg forstår ikke» (utsagn 1.95, 1.107, 1.111). Over halvveis i timen (utsagn 1.107 og 1.111) hadde gruppa fortsatt problemer med å skjønne hva de skulle gjøre. Utklippet fra samtalen under viser at gruppa prøver å se på økningene i målingene de har gjennomført for å komme fram til en matematisk modell (matematisering (3)), men de skjønner ikke hva de skal gjøre. Denne overgangen fra den virkelige verden til den matematiske verden er i utgangspunktet vanskelig nok i seg selv, men her ser det ut til at gruppa prøver å matematisere samtidig som de ikke har forstått hva de skal gjøre. Altså blir det første steget, å forstå oppgaven, et hinder for å gjennomføre matematiseringen og komme fram til en matematisk modell. Hvis man i tillegg ser på målingene de har gjort i figur 4.2 ser man at det er et stort sprik i økningene, noe som kan bidra til å forvirre elevene.

(etter gjennomføring av måling)

1.105 Elev 1: Ser du det er bare 10 cm imellom er det ikke? (økningen mellom 7 og 8)

1.106 Elev 2: Mellom den og den. Vi kan gjøre ... Vi kan finne mellom den og den.

1.107 Elev 1: Men hva skal vi gjøre nå? Jeg skjønner ikke.

1.108 Elev 3: Kanskje det der?

1.109 Elev 1: Nei

1.110 Elev 2: Skyte der.. Kan jeg skyte der?

(snakker om noe annet)

1.111 Elev 2: Lærer vi er ferdig. Vi skjønte ikke

1.112 Lærer: Oi se der. Den der var egentlig ganske fin.

1.113 Elev 2: Vi vil ha opp, ikke ned

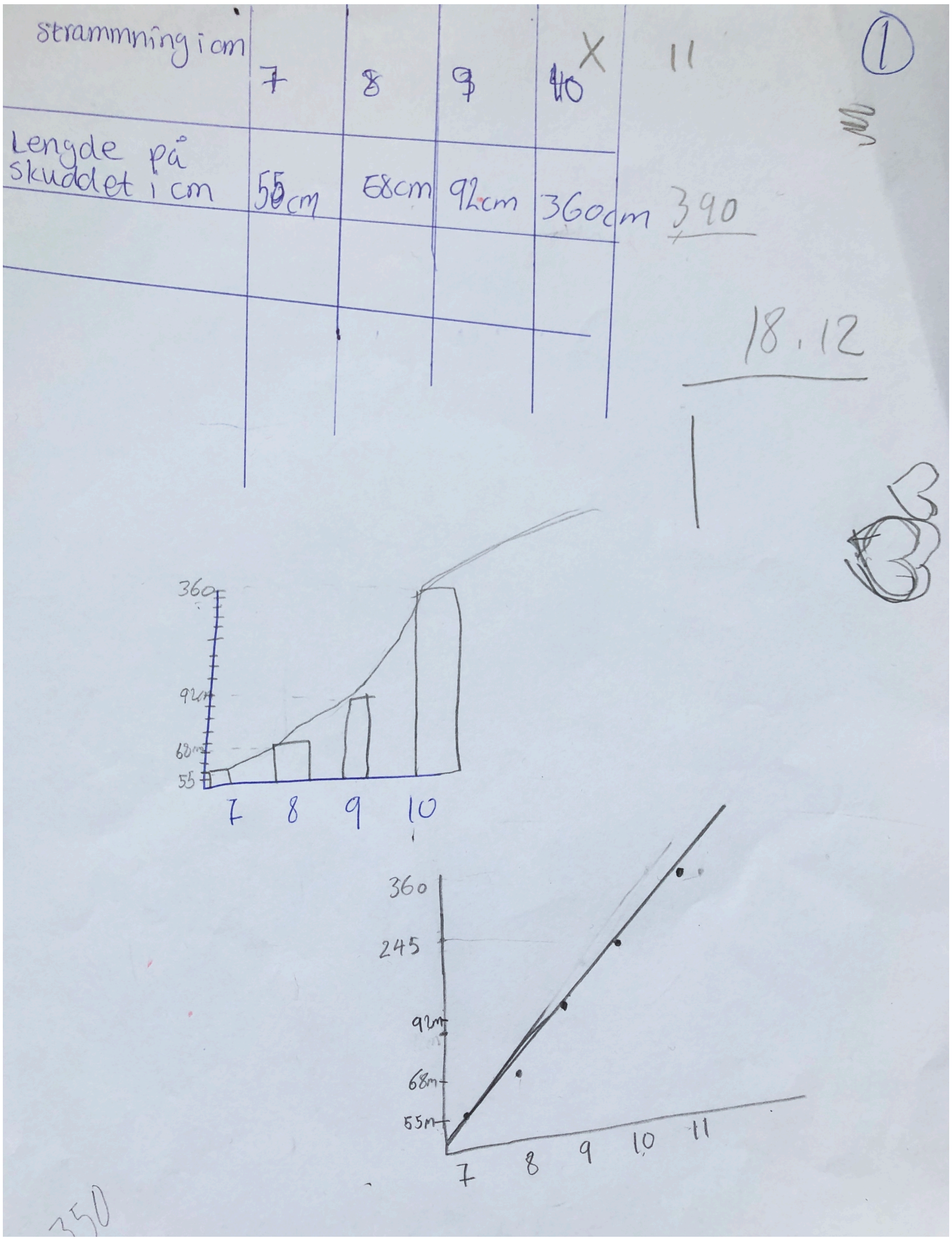
1.114 Elev 1: Hæ? Jeg skjønte ikke helt ...

1.115 Lærer: Jeg skal bruke de tallene deres og vise noe på tavla.

1.116 Elev 2: Okei. Men for eksempel den er 10 ikke sant, da kommer 360 cm. Hvis det er 11 kanskje det kommer ... også går vi. Jeg vet ikke ... Uttrykket..

Å arbeide matematisk

I samme utdrag forsøker elevene å arbeide matematisk (4). Denne studien støtter seg opp mot Blum og Ferri (2009, s. 47) og deres definisjon av å jobbe matematisk; «Working mathematically (calculating, solving the equations, etc.) yields mathematical results, which are interpreted in the real world as real results (...)». Om man følger modelleringssyklusen vil det bety å jobbe matematisk ut fra den matematiske modellen for så å få et resultat fra denne som kan anvendes, men det å jobbe matematisk innebærer også å gjøre matematiske beregninger både med og uten en matematisk modell. Før utsagn 1.105-1.116 har elevene utført målinger og fått beskjed om at de kunne gjette på hvor langt strikket går hvis de strammer det en cm og to cm ekstra. Elev 2 prøver seg på en gjetning (1.116), men gir seg før hun kommer til noe svar. Det kan være en indikasjon på at eleven vegrer seg for å prøve og feile, eller det kan tolkes som en generell usikkerhet rundt oppgaven siden det fremstår som at steg 1 ikke er fullført. En annen mulighet er at det kan være et tegn på at eleven ikke ser noen sammenheng i målingene og derfor ikke får til å lage en matematisk modell.



Figur 4.2 Gruppe 1 sitt skriftlige arbeid

Manglende representasjonsform

Gruppe 1 hadde vansker med å komme fram til en tydelig matematisk modell. Underveis kom de med forslag om å lage et stolpediagram for å presentere målingene sine i. Utsagn 1.85-1.90 tolkes som at elevene ser at det er en samvariasjon, men at de mangler den matematiske kunnskapen for å benytte seg av fungerende representasjonsform i denne situasjonen. I tillegg er både stolpediagrammet og grafen de etterhvert kom fram til (figur 4.2) unøyaktige og fremstiller ikke dataene på korrekt måte, da det ikke er tatt hensyn til måleavstand på aksene. Det indikerer at de også mangler matematisk kunnskap om koordinatsystem. Både manglende representasjonsform og den unøyaktige fremstillingen av grafen kan medvirke til at det blir vanskelig for elevene å komme frem til en funksjonell matematisk modell.

(elevene har lagt igjen båndopptakeren ved skytebanen, lærer henter den)

1.85 Lærer: Nå må jeg bare gjenta det du sa, for det du sa var litt viktig. Du sa at dere kunne tegne søylediagram. Ikke akkurat søylediagram.

1.86 Elev 1: Stolpe?

1.87 Lærer: Ikke diagram kanskje, ikke tenk diagram. Men hvis dere skulle laget et uttrykk her. Elev 3 dette er jo du god på. Du er jo det. Dette er litt det samme som vi gjorde forrige uke *(jobbet med generalisering)*, bare at disse er det litt forskjell på da. De er ikke så tydelige.

1.88 Elev 3: Ja, jeg husker det.

1.89 Elev 2: Stolpediagram..

1.90 Elev 1: Jo for det er både tall og bokstaver ikke sant. Men jeg..

1.91 Elev 3: Kan man si at x er lik cm så får man at hvis man holder sånn x, så skyter man den som x. Så $x+x=x^2$.

1.92 Lærer: x ganger x blir x^2 ja. Så hvis det her da er x så blir 7 ganger 7 49, 8*8=64, 9*9=81. Så det stemmer ikke helt akkurat her. Dere må finne en annen måte å finne det ut på

1.93 Elev 2: Men det som er vanskelig er at den blir 360 på 10 *(når hele strikken er 10 cm, stramming på cirka 3 cm, skytes strikken 360cm)*

1.94 Lærer: M-m

1.95 Elev 2: Jeg skjønte ikke

1.96 Lærer: Men prøv å tegn det inn i det koordinatsystemet du har tegnet her da. Se om det kan hjelpe deg. (lærer går)

1.97 Elev 2: Vi kan gjøre sånn. Vi kan prøve..

(snakker om noe annet)

Matematisering

I denne situasjonen (utsagn 1.85-1.97) forsøker gruppa å matematisere (3) på ulike måter. De forsøker å bevege seg fra den virkelige verden og det opprinnelige problemet til en matematisk modell (Blum & Ferri, 2009; Blum & Leiß, 2007). Utsagn 1.88 og 1.93 tolkes som at Elev 3 forstår at han burde lage et uttrykk etter at lærer har informert han om muligheten for det, men det virker ikke som at eleven skjønner hvordan han skal generalisere i denne situasjonen. Etter disse to utsagnene er det ingen verbale tegn på at eleven prøver å generalisere eller kom fram til et funksjonsuttrykk. Eleven ender ikke opp med et uttrykk som passer til sammenhengen. Dette kan tyde på at eleven mangler den matematiske kunnskapen som er nødvendig for å lage et funksjonsuttrykk.

Tolkning og validering

I gruppearbeidet til gruppe 1 var det få tegn til validering. Når de gjorde målingene var det ingen muntlig refleksjon rundt resultatene. Men man ser likevel i utsagn 1.93 at de tolker de resultatene de får i målingene. Her ser Elev 2 at det er stor forskjell på økningen når strikket blir strukket 10 cm (figur 4.2). I intervju med elevene i etterkant av gjennomføringen kom det frem at også denne gruppa var klar over ulike faktorer som kunne påvirke resultatet. Som at strikket blir mer uttøyd jo oftere og mer det blir strammet og at måten man slipper strikket har noe å si for resultatet. Det at de kun foretok et forsøk på hver måling begrunnet de med at det var travelt. Det var flere ganger at skytebanene var ledige underveis i timen og det var flere perioder i opptaket der elevene ikke sa noe og det fremstår som at de ikke jobbet. Begrunnelsen deres kan bety at de ikke tenkte på å utføre flere målinger, men ikke vil innrømme det overfor lærer. Det kan også tolkes som at de ikke var interessert i å gjøre flere målinger.

Pauser i arbeidet

Underveis i timen er det flere eksempler på at gruppe 1 tar pauser fra oppgaven ved at de snakker om andre ting eller ikke snakker i det hele tatt. Det at disse pausene oppstår kan tolkes som at oppgaven blir for vanskelig for dem og at motivasjonen er lav. Etter utsagn 1.96-1.97 ser vi at gruppa begynner de å snakke om noe annet når lærer forlater dem. I denne situasjonen kan det kan tyde på at elevene ikke har skjønt hva de skal gjøre. Det var i alt åtte ganger at elevene førte samtaler om andre ting enn oppgaven underveis i timen. I tillegg var det tre tilfeller der det gikk flere minutter uten noen form for verbal kommunikasjon. Det er for så vidt normalt at elever ikke snakker fag en hel undervisningstime, men på denne gruppa skjer det oftere enn på gruppe 2. Det som er interessant med disse pausene er at datamaterialet antyder at de begynner å snakke om andre ting eller blir stille når oppgaven blir for vanskelig for dem. Etter 7 av de totalt 11 oppholdene begynner den matematiske samtalen med at de spør om hjelp fra lærer. Noe som underbygger tolkningen om at elevene ikke har forstått hva de skal gjøre

Modellen de endte opp med

Gruppa hadde vansker med å komme opp med en tydelig modell. Likevel klarte de seg fint i konkurransen der de endte opp 38 cm fra Post-it-lappen. I intervju med gruppa i etterkant av oppgaven ble elevene spurt om hvordan de visste hvor langt de skulle strekke strikken for å få til å treffe Post-it-lappen. Her kom det fram at de brukte de tidligere målingene sine og tok den strekklengden som kom nærmest mulig 350 cm.

4.3.1 Blokader hos gruppe 1

Gruppe 1 hadde flere blokader i sitt arbeid. En blokade i modelleringsprossesen er når eleven møter på en utfordring som kan være vanskelig å løse. Gruppe 1 hadde vansker med å forstå oppgaven og brukte mye tid på avklaring. I tillegg var også matematisering og validering en blokade i arbeidet. Det som er interessant med gruppe 1 er at også det å arbeide matematisk ble en blokade for dem.

Etter analysen fremstår det som at den største blokaden i gruppe 1 sitt arbeid er det å forstå oppgaven (1). De brukte lang tid på å avklare betingelsene i oppgaven. Dette er også noe Blum og Ferri (2009) fremhever som et av de viktigste stegene i modelleringsprosessen. Hvis man ikke forstår oppgaven blir det vanskelig å løse oppgaven og komme seg videre i modelleringsprosessen og stegene i modelleringssyklusen. Steg 1 er kognitivt krevende da elevene både må lese og forstå en tekst og et problem. Når elevene i tillegg ikke er kjent med alle ord og begreper i det norske språk vil disse stegene bli mer kognitivt komplekse enn hva de ville vært for noen som har norsk som morsmål (Pastoor, 2005; Botten, 2013). Å forstå oppgaven ble en stor blokade for denne gruppa og det fremstår som at det påvirket mye av det videre arbeidet på gruppa.

Datamaterialet viser også at matematisering (3) var en blokade i arbeidet til gruppa. Når de ikke finner en tydelig modell for sammenhengen (utsagn 1.85-1.97) virker det som at de legger fra seg arbeidet og heller snakker om andre ting. Overgangen fra virkeligheten til den matematiske verden er også en kjent blokade blant elever. Jankvist og Niss (2019) sin studie viser at matematisering er en av de største blokadene. De fant også at elever som er vant med å få oppgaver som har et rett svar ofte gir opp når det kommer til modelleringsoppgaver. Det ser vi flere eksempler på ved gruppe 1 sitt arbeid.

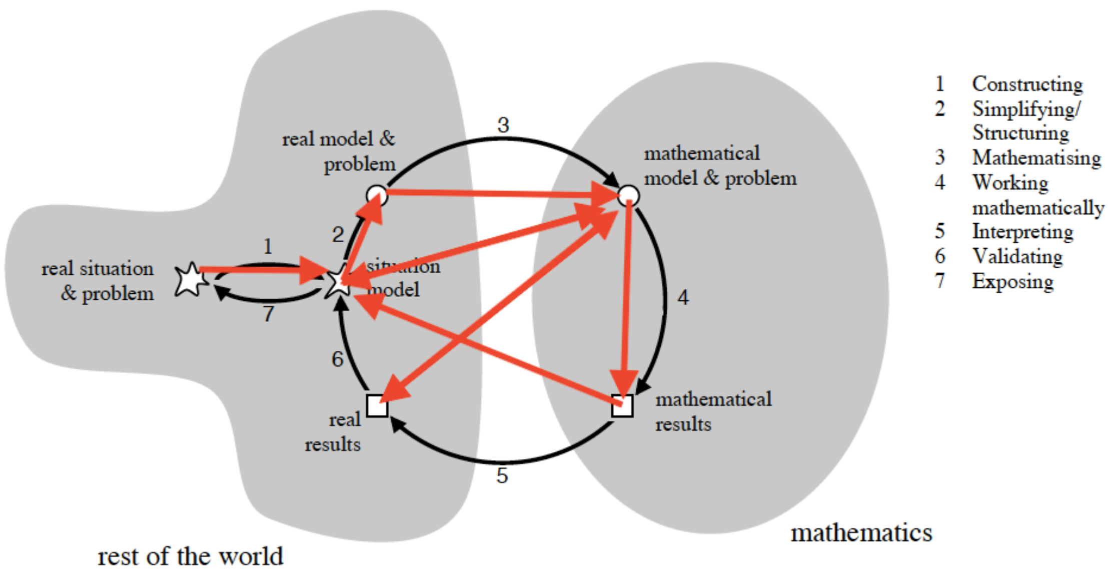
Analysen viser også at det å jobbe matematisk (4) var et hinder i modelleringsprosessen. Det var i hovedsak manglende representasjonsform som førte til denne blokaden. Elevene så at det var en samvariasjon i målingene de utførte, men hadde ikke rett verktøy for å presentere målingene. Da de valgte å lage et stolpediagram fremkom det også at de ikke hadde nok kunnskap om tallinja til å fremstille aksene på en korrekt måte. Da disse utfordringene oppstod sluttet de å jobbe med oppgaven fram til læreren kom og snakket med dem. Det virker som at det er manglende matematikkunnskaper som setter en stopper for deler av arbeidet.

Selv om gruppa viste manglende validering (6) ble ikke dette en blokade i arbeidet deres da de klarte å komme fram til et svar på oppgaven. Ofte blir et svar sett på som validering nok i seg selv fra elevenes side. Ferri (2006) sier at elever ser på sine egne utregninger fra en matematisk modell som validering. Når gruppen i tillegg kom 38 cm fra Post-it-lappen kan det være at de sa seg fornøyde med modellen og de utregningene de hadde gjort.

4.4 Gruppe 2 sitt arbeid med oppgaven

Beskrivelse av gruppe 2

Gruppe 2 var innom flere av stegene i syklusen. Gruppa bestod av tre elever, men det var bare to som deltok. Disse to hadde samme morsmål og noe av samtalen foregår på det morsmålet. Dette har ikke blitt transkribert da jeg ikke forstår hva de sier. Etter samtalene på morsmål fortsetter gruppa der de slapp, det fremstår derfor som at de bruker morsmålet til støtte i løsningen av modelleringsoppgavene. I gruppa er det elev 4 som driver arbeidet fremover. Elev 5 kommer med noen innspill, men det er i hovedsak elev 4 som tar styringa. Derfor har jeg valgt å lage modelleringsruten for hele gruppa (figur 4.3).



Figur 4.3 Modelleringsruten til gruppe 2

Modelleringsruten til gruppe 2 og litt om blokader

Figur 4.3 viser den synlige modelleringsruten til gruppe 2. Denne modellen er mer representativ for gruppas arbeid enn gruppe 1 sin modelleringsrute, da gruppe 2 jobbet inngående med de ulike stegene. Som vi ser av figur 4.2 bevegde heller ikke gruppe 2 seg lineært i syklusen. De blokadene som oppstod underveis ble en mindre hindring på denne gruppa enn på gruppe 1. Selv om det oppstod blokader også her klarte elevene å jobbe seg gjennom dem uten å gi opp underveis i prosessen. I gruppe 2 sitt arbeid med modelleringsoppgaven var det å lage en matematisk modell (matematisering (3)) elevene brukte mest tid på, og som kan oppfattes som den største blokaden. Selv om gruppa kunne validert resultater både fra måling og fra modellen i større grad enn det de gjorde, var det flere spor av validering i arbeidet de gjorde. De foretok for eksempel flere målinger og brukte ulike strikk for å gjøre målingene så presis som mulig.

Forstå oppgaven

Elevene på gruppa leste oppgaven og ville begynne å skyte med en gang. Dette kan tyde på at de både har forstått oppgaven (1) og har laget seg en mental modell av situasjonen, og derfor beveger seg fra oppgaven rett til matematisering (3). Likevel var det tegn som viste at de hadde misforstått oppgaven:

2.19 Elev 4: Jeg strammer 26 (cm)

Disse 26 cm går igjen flere ganger i diskusjonen etter at de ville begynne å skyte. Dette var også rundt det meste strikket skulle strammes, noe som tyder på at elevene trodde det var maks stramming som skal undersøkes. På dette tidspunktet hadde de mest sannsynlig ikke forstått oppgaven og at det var sammenhengen mellom stramming og skuddlengde som skulle undersøkes. Det tok likevel ikke lang tid før gruppa skjønte hva de skulle gjøre. Ved gjennomgang i plenum etter utsagn 2.19 kom Elev 4 med forslag om å strekke strikken ulike lengder for så å måle hvor langt det gikk. Dette kan tolkes som at eleven har forstått oppgaven og laget seg en mental modell av situasjonen.

Matematisering

Gruppe 2 brukte store deler av timen på matematisering (3). 54 av totalt 136 utsagn underveis i timen kan knyttes til matematisering. Disse utsagnene består av alle tilfellene der elevene prøver å lage en modell, både når de matematiserer direkte, men også når de jobber med å utarbeide modellen matematisk og når de tolker målingene sine og prøver å lage en modell ut fra dem. Flere av utsagnene inkludert i tellinga kan derfor også betegnes som å jobbe matematisk og tolkning. Siden det er utsagn der elevene tolker og jobber matematisk for å komme frem til en modell har disse en tilknytning til matematisering og jeg har derfor valgt å inkludere dem som en del av matematiseringen.

Elev 4 ledet som kjent an i gruppa og det var også han som ville generalisere. Samtalen under (utsagn 2.54-2.56) viser at han har forstått han kan lage et funksjonsuttrykk. Utsagn 2.56 kommer på eget initiativ fra eleven. Her har ikke lærer vært og veiledet gruppa, noe som viser at eleven innehar matematisk kunnskap om generalisering og vet i hvilke situasjoner han kan anvende denne. Likevel fikk ikke gruppa til å gjennomføre denne generaliseringen. Dette kan være på grunn av at klassen ikke har jobbet med funksjoner enda, og de ikke innehar tilstrekkelig matematisk kunnskap om emnet. Økningene de fikk på målingene sine var heller ikke lineære og det derfor ble vanskeligere å se sammenhengen. Det at de har utilstrekkelig matematikkunnskap fører til en blokade for å komme fram til en matematisk modell.

2.54 Elev 4: En cm vi har skutt 70 cm, 2 cm 180, 3 cm 230, 4 cm 275, 5 cm 300. Okei ...

2.55 Elev 5: Hva skal vi gjøre etterpå?

2.56 Elev 4: Vi skal finne en formel. Liksom regler. Altså hvis vi skyter 1 cm vi må gange med noe, da finner vi hvor langt denne (strikken) har blitt skutt.

Tolkning

Da gruppa ikke klarte å finne et funksjonsuttrykk begynte de å se på økningene. Noe de ble oppfordret til av lærer:

2.70 Elev 4: 110, 50, 45, 25. Den går ned

2.71 Elev 5: Ned og opp. Se her (ser på økning når strikket strammes 6 cm. Da er økningen på 30 cm og går opp i stedet for ned)

2.72 Elev 6: det er riktig

….

2.79 Lærer: Finner dere noen sammenheng?

2.80 Elev 4: Ja, her fra 3 og 4 hvis vi minus 5, og mellom 5 og 6 hvis vi plusser 5. (ser på forskjellen mellom økningene)

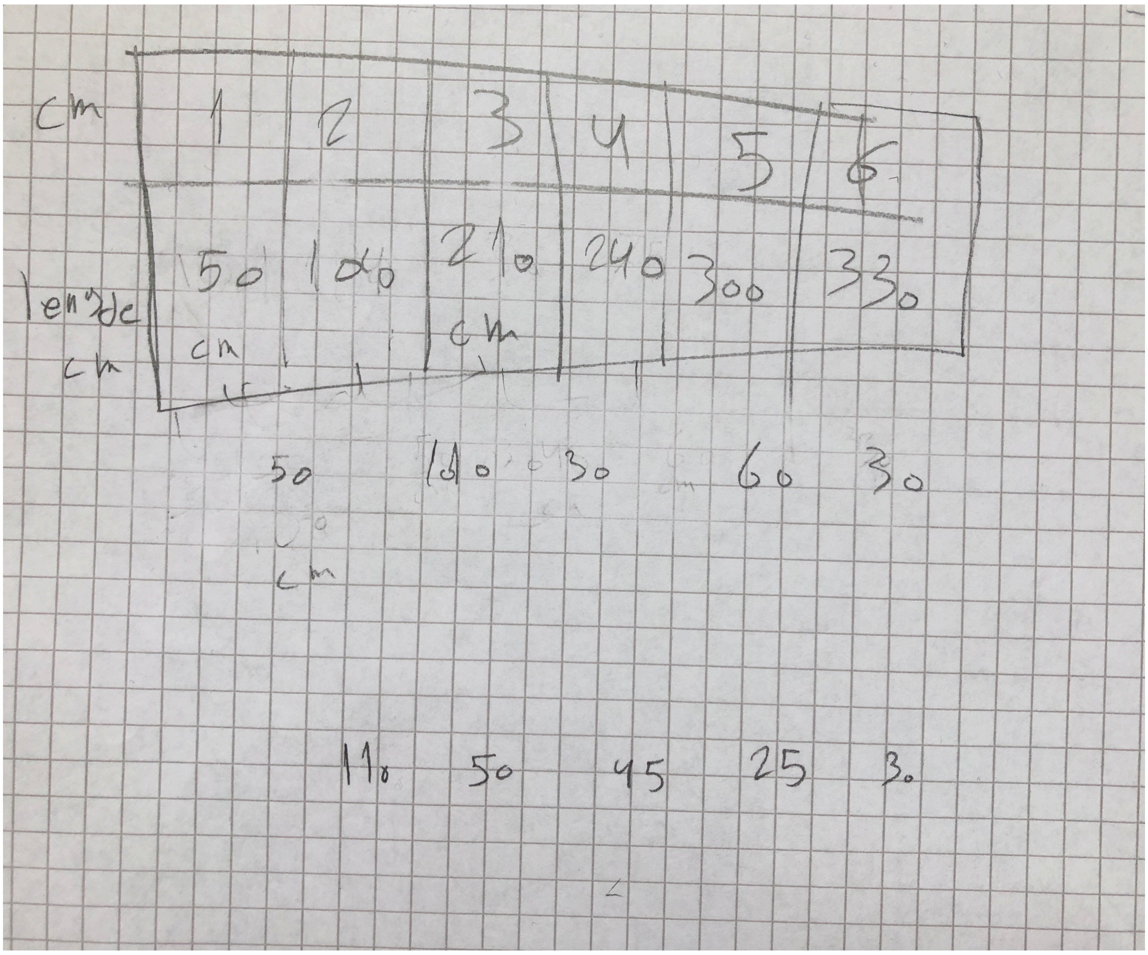
2.81 Lærer: Ja dere plusser 5 og 20 der.

2.82 Elev 4: Men det største problem er at vi har et stort tall. (110)

2.83 Lærer: ja vi har et stort tall der ja. Også er det 50 der ja.

2.84 Elev 5: Kan vi prøve på nytt?

Dette førte ikke til at de klarte å lage en matematisk modell, men eksempelet over viser at de klarer å tolke (5) de resultatene de har fått. Her blir den matematiske verdenen oversatt til virkeligheten. Matematiske resultater blir sett opp mot virkeligheten og vurdert hvor sanne de er (Blum & Ferri, 2009). Utsagn 2.70-2.72 handler om økningene i det første tallmaterialet (se den nederste tallinja i figur 4.4) og tolkes dit at elevene ser en sammenheng i at skuddlengden minker jo mer de strammer strikket sitt. Da de oppdaget en økning på slutten av målingen, utsagn 2.71, ble denne sammenhengen mindre tydelig for dem. Det virker som at det er den første økningen som skaper størst forvirring for dem. I utsagn 2.82 ser vi at elev 4 sier det er det største problemet i tallmaterialet. Det tolkes som de forventer en mer jevn stigning og dette tallet avviker fra deres forventninger. Disse utsagnene kan tyde på at målingene ble en blokade for elevene, men det hindret dem likevel ikke i å fortsette å utvikle en modell. Siden gruppa ikke klarte å finne en sammenheng ut fra de første økningene de fikk bestemte de seg for å gjøre nye målinger. I de nye målingene fikk de økninger på 50 - 30 - 60- 30, og tolket ut fra det at videre økninger også kom til å bli 60 og 30 cm.



Figur 4.4 Utdrag av gruppe 2 sitt skriftlige arbeid

Validering av målinger

Gruppa fikk også validert (6) sine antagelser om økningen på 30-60-30 ved å ta en gjetning på hvordan det kom til å øke videre for så å gjøre kontrollmålinger. Disse kontrollmålingene viste at de kom ganske nærme gjetningen sin. I samtale med gruppa i etterkant kom det fram at denne gruppa også brukte tidligere målinger for å komme nærmest mulig Post-it-lappen. Da konkurransen ble gjennomført kom de 1,5 cm fra Post-it lappen. Dette resultatet gjorde at de sa seg fornøyde med den modellen de kom fram til. Elevene diskuterte ikke om de økningene de fikk var tilfeldige eller ikke og i så måte manglet det på validering her. Som Ferri (2006) sier kan det at man får et resultat bli sett på validering i seg selv. Når man så får et resultat som kommer såpass nærme målet er det rimelig å anta at elevene brukte det som validering av modellen.

Validering av påvirkningsfaktorer

Til tross for denne mangelen på validering vurderte denne gruppa måleusikkerheten og hadde refleksjoner rundt hva som kunne påvirke dette. I samtale med lærer påpekte de blant annet at når en strikk strammes så vil det etterhvert bli mindre elastisk og få mindre spenst (utsagn 2.102 og 2.104). De ville derfor ha en ny strikk for hver gang de skjøt. Men det var ingen validering når det kom til forskjell på strikk. I intervju med gruppa i etterkant kom det fram at elevene hadde foretatt tre skytinger for hver stramming og at de fant ut at de var ganske like, men de tok ikke et gjennomsnitt av disse. De valgte seg en av målingene og brukte den. Likevel er dette et tegn på validering da de har testet om målingene varierer på ulike skytninger.

> 2.101 Lærer: Ja, så det er litt vanskelig å få det presist kanskje. Hva er det som kan påvirke det? Hva er det som kan gjøre at det blir så ulikt fra gang til gang?
>
> 2.102 Elev 4: Det kan bli den. Hvis du strammer den for langt så den slenger liksom, det blir langt og det kan hende at det her, fra 0 fra her til her er det cirka 0,5 cm (viser avstanden fra enden av linjalen til der 0 cm starter).
>
> 2.103 Lærer: Ja, men den har ikke så mye å si, for den vil jo være den samme hver gang. Og hvor skrå den er kan jo forandre seg. Og jo mer du stramme en strikk. Hva skjer med strikket når du strammer den.
>
> 2.104 Elev 4: Det blir langt.

4.4.1 Blokader i gruppe 2

Gruppe 2 møtte på flere blokader i sitt arbeid med oppgaven, men selv om de møtte på blokader fortsatte de å prøve å finne en løsning på problemet. Elevene brukte forskjellige innfallsvinkler til å løse problemet blant annet ved at de ville generalisere, se på økningene, gjøre nye målinger og teste ulike strikk. For gruppe 2 var det i hovedsak matematisering som var en blokade. Men det oppstod også mindre blokader underveis som for eksempel å forstå oppgaven og validering. Disse utfordringene hindret ikke elevene i arbeidet og de trenger nødvendigvis ikke ses på som en blokade. Jeg har likevel valgt å belyse disse stegene, da de kunne vært et større hinder for gruppa enn det de var.

Ut fra analysen ser vi at det å komme fram til en modell er det mest tidkrevende og kanskje derfor også den største blokaden. Denne matematiseringen (3) er som nevnt noe mange sliter med. Det var flere aspekter som påvirket dette, blant annet manglende matematikkunnskaper. Hvis elevene hadde hatt kunnskap om funksjoner og regresjon i GeoGebra i forkant av oppgaven kunne dette ha hjulpet dem til å komme frem til en modell tidligere i prosessen. Denne elevgruppa har også lite øving på denne overgangen fra virkeligheten til den matematiske verden. Likevel satte ikke dette en stopper for arbeidet.

Analysen viser også at det å forstå oppgaven (1) var en mindre blokade som gruppa kom seg fort gjennom. Også dette steget er en av de største fallgruvene i modelleringsarbeidet. Hvis man ikke forstår oppgaven man skal løse kommer man seg heller ingen vei.

Valideringen (6) ble ikke en stor blokade for gruppe 2 da de sa seg fornøyd når de kom 1,5 cm unna Post-it-lappen. Det at de fant et mønster i økningene på måling nummer 2 som var på 30-60-30 er tilfeldig. Likevel var det ingen diskusjon på gruppa om dette var noe som ville skje hver gang og hvorfor de ikke fikk samme funn på første måling. Da de skulle treffe Post-it-lappen kom de såpass nærme at det heller ikke ga grunnlag for diskusjon rundt modellen. Ferri (2006) skriver at elever ofte sier seg fornøyd når de får til å gjøre utregninger. Når disse beregningene i tillegg gir et såpass «korrekt» svar, kan det gi elevene enda mindre grunn til å validere svaret sitt.

4.5 Oppsummering av funn fra analysen

Ut fra analysen ser vi at det oppstod flere blokader på de to gruppene. Stegene i modelleringssyklusen som skiller seg ut er å forstå oppgaven, matematisere, jobbe matematisk og validering. Disse stegene var blokader av ulik grad. Noen førte til mindre blokader i arbeidet, mens noen potensielt kunne stoppet arbeidet helt. Det var også varierende hvor mye de ulike blokadene påvirket arbeidet til gruppene.

Den største blokaden i arbeidet med modelleringsoppgaven på gruppene var å komme frem til en matematisk modell. Det var matematiseringen som var utfordrende og tok mesteparten av tida på begge gruppene. Matematisering er ofte en av blokadene som oppstår ved modelleringsoppgaver ifølge tidligere teori (Blum & Ferri, 2009; Jankvist & Niss, 2019). Begge gruppene brukte lang tid på å komme frem til en matematisk modell og det er uvisst om de hadde laget seg en modell om det ikke var for konkurransen på slutten. Hvis det hadde vært tilfelle er det en mulighet for at de hadde sagt seg fornøyd med grafen de fikk laget uten å tolke eller validere den.

I tillegg til å ha utfordringer med matematiseringen var også det å jobbe matematisk (4) en blokade for gruppe 1, men det skilte seg ikke ut som en blokade for gruppe 2. På gruppe 1 ser vi flere eksempler på at manglende matematikkunnskaper fører til en blokade i arbeidet. Da elevene skulle fremstille resultatene fra målingen manglet de en passende representasjonsform, noe som gjorde arbeidet videre vanskelig. I flere tilfeller påvirket det å jobbe matematisk matematiseringen. Ferri (2006) sier at det kreves stor matematisk kunnskap for å matematisere. Dette viser analysen er tidvis manglende på gruppene.

Det å forstå oppgaven (1) fremstår som en blokade i arbeidet. Analysen viser at gruppe 1 sliter med å forstå oppgaven i større grad enn gruppe 2. Begge gruppene ville begynne å utføre målinger med en gang de hadde lest oppgaven. Dette kan tyde på at de har forstått problemet og laget seg en mental modell av problemet, selv om det ikke kom fram i samtale mellom elevene. Likevel er det tegn i analysen som tyder på at det ikke er tilfelle for gruppe 1. Etter at de utførte målingene skjønner de ikke hva de skal gjøre med de resultatene de har fått. Det at de vil utføre målinger såpass tidlig kan også knyttes til tidligere erfaringer. Elevene er vant til å få oppgaver som er rett frem, der man følger en oppskrift. Kanskje trodde de målingene ville vise et umiddelbart svar på oppgaven. I tillegg er det et bilde lagt ved oppgaven som illustrerer strikkskyting. Dette bildet kan også ha påvirket dem til å skyte strikket.

Validering (6) var det også noen mangler på i begge gruppene. Validering går ut på å se om modellen man har laget stemmer med de resultatene man får i virkeligheten (Blum & Leiß, 2007). Begge gruppene i studien fikk testet ut modellen sin i konkurransen på slutten av timen, men det førte ikke til noen form for verbal validering. Ved å gjennomføre denne konkurransen fikk gruppene en umiddelbar respons på om de utregningene/modellen de gjorde stemte med virkeligheten. Det kan bli sett på som validering i seg selv. Samtidig førte dette til at de som traff såpass nært Post-it-lappen anså sine antagelser som korrekte uten å være kritiske til det. Man kan også si at det er lite validering siden begge gruppene baserer modellen sin på kun en måling. Hvis målingen ble upraktisk foretok noen grupper en ny måling og brukte den i stedet. I gruppesamtalen var det lite refleksjon rundt hva dette hadde å si for resultatet og nøyaktigheten i målingene.

På hver gruppe var det en elev som trakk seg tilbake fra arbeidet. Det kan ha flere grunner, blant annet at det ble tatt lydopptak. Elevenes matematiske kunnskap kan også spille en rolle, men på gruppe 1 ser vi at eleven som trekker seg tilbake fra gruppearbeidet har gode innspill når lærer er med. Det kan derfor være at det er på grunn av selve gruppearbeidet at deltakelsen til enkelte elever avtar, da ikke alle elever er like komfortable med denne arbeidsmetoden. Likevel var det i denne sammenhengen nødvendig at elevene jobbet i grupper da det generer mer verbal kommunikasjon, noe som igjen gir et datamateriale som kan analyseres. Det er også viktig at elevene får øvd seg på å samarbeide.

5 Drøfting

I denne studien har jeg undersøkt hvilke blokader elever med norsk som andrespråk møter ved arbeid med modelleringsoppgaver. I analysen har jeg kommet fram til at matematisering er den største blokaden, men at også å forstå oppgaven, å jobbe matematisk og validering er blokader elevene møter på. I diskusjonskapittelet vil jeg diskutere disse funnene og se om de skiller seg fra tidligere forskning. Gruppenes utfordringer vil også bli sett opp mot hverandre. Til slutt vil jeg se nærmere på hva som kan ha påvirket funnene og studiens begrensninger vil bli diskutert.

5.1 Studiens funn

Det at elevene i denne studien sliter med forståelse, matematisering, å jobbe matematisk og validering indikerer at elever med norsk som andrespråk har mange av de samme utfordringene som elever som lærer matematikk på sitt eget morsmål. Likevel er det kanskje ikke overraskende at de møter på de samme blokadene, da hvert steg i syklusen er en potensiell blokade (Blum & Ferri, 2009). Det er vanskelig å si hvilke blokader elever med norsk som morsmål ville møtt på i akkurat denne oppgaven, da måtte det i så fall blitt gjennomført en observasjon på dette også. På grunnlag av dette kan det ikke konkluderes med at denne elevgruppa møter de samme blokadene som andre elevgrupper. Studien gir likevel en indikasjon på at det er noen likheter mellom hvordan minoritetsspråklige og elever med undervisningsspråket som morsmål jobber med modelleringsoppgaver. Til tross for dette kan det være spesielle grunner til at minoritetsspråklige elever møter på akkurat disse blokadene. Det skal vi se nærmere på i dette kapittelet.

Studien antyder også at det er noen aspekter ved modelleringsundervisning denne elevgruppa trenger mer støtte til enn andre elevgrupper. Det som skiller seg ut med denne elevgruppa er at de er mindre vant til samarbeid i grupper, selvstendighet og åpne oppgaver. Dette er en del av hovedelementene i matematisk modellering i klasserommet og kan derfor føre til en blokade i seg selv. I tillegg har elevene den språklige barrieren, noe som kan føre til at det å forstå oppgaven blir vanskeligere for denne gruppen enn for andre. Som lærer må man være forberedt på å forklare/oversette ord til elevene og forklare hva oppgaven betyr. Det er likevel viktig å finne en balansegang i lærerstøtten slik at man ikke tar over arbeidet til elevene. Når man har elever med lite erfaring med modelleringsoppgaver, kan det være en mulighet at man begynner med å gi elevene modelleringsoppgaver der de får mye hjelp fra lærer. Så kan man etterhvert gi elevene oppgaver der de må jobbe mer selvstendig, slik at det blir en gradvis overgang til selvstendighet.

5.2 Tidligere forskning og funn fra analysen

Sammenlignet med tidligere forskning ser man at denne studien viser mange av de samme blokadene som andre studier. Da jeg ikke har funnet forskning på matematisk modellering og elever med norsk som andrespråk er det vanskelig å sammenligne med tidligere funn på denne gruppa. Jeg har derfor valgt å ha fokus på forskning som ser på blokader i modelleringsprosessen til elever som løser oppgaver på sitt morsmål. Disse studiene har funnet at forståelse, matematisering og validering er blokader som skiller seg ut i matematisk modellering (Blum & Ferri, 2009; Højgaard & Niss, 2019; Ferri 2006). Det er mange av de samme blokadene som er funnet i denne studien. Blokadene i de to gruppene i denne studien hadde noen variasjoner, men på begge gruppene var matematisering og validering gjennomgående. I tillegg var det å forstå oppgaven og å jobbe matematisk blokader som skilte seg ut på gruppe 1. I dette underkapittelet skal jeg se nærmere på disse blokadene og hvorfor de oppstår.

Det at elevene har vansker med å forstå en oppgave kan ha mange grunner. Blum og Ferri (2009) skriver at dette er en stor blokade da både skal lese og forstå en tekst og en oppgave. Når elever får tekstoppgaver er de vant med å trekke ut tall som de bruker for å løse oppgaven. I oppgaven som ble gitt i denne studien måtte elevene selv skaffe disse tallene, noe som kan være en utfordring i seg selv. For denne elevgruppa vil det å forstå oppgaven bli en potensielt større blokade enn for elever med norsk som morsmål. Dette fordi de ikke har like stor kunnskap om språket. For å kunne tilegne seg ny kunnskap er det viktig at språkkompetansen er høy, da språket brukt i matematikkundervisningen ofte ikke er en del av elevenes hverdagslige språk (Pastoor, 2005; Botten, 2013). Når en person kun har lært norsk i fire år vil det være mange ord man ikke har kjennskap til. Da vil det være en ekstra utfordring å løse modelleringsoppgaver der man må lese en tekst og gjøre egne antagelser rundt løsningsmetoder. Likevel ser vi at det er forskjell på de to gruppene. Gruppe 2 har en forståelse for oppgaven tidligere i timen enn gruppe 1, som sliter med å forstå oppgaven etter de har begynt å løse den. Det kan komme av at det er forskjell på språklige og faglige ferdigheter i de to gruppene. Forskjellen kan også oppstå på grunn av motivasjonen til gruppa og gruppedynamikken. I gruppe 2 var det også en tydelig gruppeleder som drev arbeidet fremover. Denne eleven blir beskrevet som faglig sterk av ulike faglærere. Det at man har en slik ressursperson på gruppa kan bidra til at gruppearbeidet går lettere. På gruppe 1 er det få tegn til at noen vil lede arbeidet fremover. Det er også lite samhandling og utveksling av ideer.

Å jobbe matematisk har ikke blitt fremhevet som en av de vanligste blokadene i forskning brukt i denne studien. Det er derfor rimelig å anta at elever med mindre skolebakgrunn vil ha større vansker med dette steget. Flere av elevene i denne gruppa har færre år på skole enn elever som har gått 10 år på skole i Norge. Dette kan igjen føre til at de matematiske kompetansene og kunnskapen som trengs i modellering ikke er tilstrekkelige. Den matematiske bakgrunnen til elevene kan ha noe å si for arbeidet med modelleringsoppgaver. Jankvist og Niss (2019, s. 5) skriver «Whilst it is hardly surprising that students with a very weak mathematical background typically also have trouble undertaking mathematical modelling (...)». Flere elever i denne gruppa har varierende skolebakgrunn, noe som igjen påvirker den matematiske kunnskapen og derfor også arbeid med modelleringsoppgaver. Hvis man har gått lite på skole i oppveksten er det sannsynlig at det vil oppstå hull i den matematiske kunnskapen og det vil derfor være vanskelig å løse den type oppgaver som ble gitt i denne studien. Det viser analysen også tegn på. På gruppe 1 var det flere utfordringer med å jobbe matematisk. Det fremkom også på gruppe 2 at det å lage en funksjon var noe de hadde lite erfaring med. Likevel klarte gruppene å komme frem til en passende modell ved hjelp av veiledning fra lærer. Det trenger ikke bare være skolebakgrunnen som bidrar til utfordringer når elevene jobber matematisk. Elevenes uformelle matematikkunnskaper, den matematikken som ikke blir lært via skolen, kan også spille inn. I teori om flerspråklige kommer det frem at de uformelle matematikkunnskapene varierer fra hvilket språk og hvilken kultur man tilhører. Disse uformelle matematikkunnskapene har en sterk innvirkning på hvordan man lærer skolematematikken (Botten, 2013). Dette er en mangfoldig klasse der det er vanskelig å forutsi hvilke uformelle kunnskaper elevene har med seg. I en etnisk norsk klasse vil de fleste ha mer eller mindre samme utgangspunkt når det kommer til å løse matematiske problemer, mens når den kulturelle bakgrunnen er såpass spredt vil utgangspunktet gjenspeile dette.

Matematisering blir i tidligere forskning fremhevet som en av de største mulige blokadene. Overgangen fra den virkeligheten til den matematiske verden er en utfordrende prosess og stiller store faglige krav til eleven (Blum & Ferri, 2009; Jankvist & Niss, 2019). Matematisering forutsetter at elevene har stor faglig kompetanse, man må både inneha kunnskap og vite hvilken matematikk man skal anvende (Ferri, 2006). Analysen i denne studien viser at matematiseringen ble en blokade for begge gruppene i studien. Likevel er det forskjeller på de to gruppene. På gruppe 2 førte ikke denne blokaden til at arbeidet ble stoppet. Det ble et hinder i arbeidet med oppgavene, men elevene klarte å fortsette å jobbe seg gjennom denne utfordringen. Gruppe 1 viste tegn til at matematiseringen ble en såpass stor utfordring at den hindret det videre arbeidet. Da de prøvde å lage en modell men ikke lyktes i arbeidet sluttet de å jobbe. Det at matematisering ble en blokade kan komme av at elevene har lite erfaring med en slik måte å jobbe med matematikk på. Om man er vant til å jobbe med oppgaver som fremmer instrumentell forståelse er det en stor overgang å begynne å jobbe med modelleringsoppgaver der man selv må se sammenhenger og bestemme seg for løsningsmetode. Det at elevene hadde utfordringer med matematiseringen kan også ha å gjøre med at de mangler den matematiske kunnskapen som tidligere nevnt. Når de ikke vet hvilken matematikk de skal anvende for å lage en modell kan det føre til en blokade.

Når matematisering blir en blokade kan det også hindre elevene i å lage en modell. Siden elevene trengte mye støtte underveis i arbeidet ble de fleste modellene ganske like. Begge gruppene endte opp med en tabell og graf som kunne hjelpe dem med å beregne hvor langt strikken kom til å gå. Det at modellene ble såpass like kommer av at veiledningen fra lærer var ganske ledende. Hadde det ikke vært for denne veiledningen er det ikke sikkert elevene ville kommet frem til en graf som modell. Likevel kom det frem i intervju i etterkant av undervisningen at ingen av gruppene brukte grafen som modell. I stedet benyttet de seg av de tidligere målingene og tok den målingen som kom nærmest 350 cm og justerte strammingen opp eller ned. Dette viser at elevene er i stand til å komme opp med egne modeller, selv om de kanskje ikke blir slik som lærer kanskje ønsker.

Validering blir ofte oversett av elevene. Elevene er heller ikke vant til å validere da lærer eller fasit ofte har stått for en slik validering i tidligere matematikkundervisning (Ferri, 2006; Blum & Ferri, 2009). I analysen kom det frem at det var noen mangler i valideringen, uten at dette hindret elevene i arbeidet. Det at det ikke ble et hinder for dem kan være på grunn av konkurransen på slutten, da den var en form for validering i seg selv. Begge gruppene kom nærme målet og det kan gjøre at behovet for ytterligere validering ble mindre. Elevenes manglende validering kan også komme av at de rett og slett ikke har erfaring med validering. Hvis du ikke vet at du trenger å gjøre noe så er det også vanskelig å gjøre det av seg selv.

Kan man så kalle disse stegene i syklusen for blokader? En blokade er utfordringer elevene møter på i arbeidet med modelleringsoppgaver (Jankvist & Niss, 2019). Alle stegene nevnt ovenfor var utfordringer for elevene i ulik grad. De blokadene som er identifisert gjennom denne studien er utfordringer som er såpass store at de påvirker arbeidet til elevene og potensielt kan stoppe opp arbeidet på gruppa. Stegene som er nevnt her var fremtredende i datamaterialet. På gruppe 1 ser vi flere eksempler på at disse blokadene stoppet arbeidet til elevene. På gruppe 2 ser vi ikke dette like tydelig, men jeg har likevel valgt å kalle dem for blokader i arbeidet deres da det påvirket arbeidet til gruppa og førte til at gruppa måtte endre løsningsstrategi. Validering er kanskje det steget det er mest tvilsomt å kalle en blokade, da det ikke satte en reell stopper for arbeidet eller påvirket det i særlig grad. Likevel viser datamaterialet at det var manglende validering fra elevenes side og det derfor er en blokade på lik linje med Ferris (2009) beskrivelse av steget.

5.3 Bakgrunn for blokader

De to gruppene som deltok i studien møtte flere blokader. Det var variasjon i hvilke blokader som oppstod på gruppene og grunnen til at de oppstod kan ha flere forklaringer.

I denne studien var det kun 2 av 6 elever som har et morsmål som tilhører den indoeuropeiske språkfamilien. Elever som snakker indoeuropeiske språk har matematikken lettere tilgjengelig, da det er i disse språkene den vitenskapelige matematikken har blitt utviklet. Derfor gjenspeiler matematikken verdenssynet til kulturene i disse språkene. I tillegg er disse språkene de som presenterer matematiske ideer best via grammatikk og ord (Barton, 2004). Fire av elevene i denne studien har ikke et indoeuropeisk språk som morsmål. Dette kan bidra til at innlæring av matematikk generelt blir vanskelig. Da er det også nærliggende å tro at dette har en innvirkning når de jobber med modelleringsoppgaver.

I tillegg til den språklige bakgrunnen til elevene kan det være flere grunner til at det oppstår blokader i arbeidet. I gruppe 1 virker det som det er selvstendighet, evnen til samarbeid og matematisk kunnskap som fører til blokader i modelleringsprosessen. Noe som igjen bidrar til at de får problemer med å matematisere og lage en modell. Manglende selvstendighet og evnen til samarbeid kan komme av at dette er en arbeidsmetode de har lite erfaring med. Som tidligere nevnt er avhengighet av lærers bekreftelse spesielt for denne elevgruppa. De fleste av elevene foretrekker å få oppgaver som er en gjentakelse av oppgaver de har sett før. De er vant til at læreren går gjennom en oppgave på tavla for å så få like oppgaver de skal løse selv, en såkalt papegøyematematikk. Overgangen til åpne oppgaver kan være utfordrende for mange og det ser vi spesielt på gruppe 1. De søker ofte hjelp fra lærer i stedet for å prøve og feile selv. Det at elevene viste tegn til resignasjon fordi de ikke forstod hva de skulle gjøre kan også være et tegn på at hjelpen fra lærer ikke ble tilstrekkelig.

Gruppe 1 slet lenge med å forstå oppgaven. Dette kan være et tegn på at de ikke har tilstrekkelig kunnskap om det norske språket. I tillegg var det flere ord i oppgaven gruppa ikke kjente til fra før. Når elevene skal lære både språk og bruke dette til å løse matematikk på en og samme tid blir oppgaven mer krevende enn hvis de hadde hatt kjennskap til ordene på forhånd (Pastoor, 2005; Botten, 2013).

Gruppe 2 fremstår som selvgående og er mindre avhengige av lærer i arbeidet enn gruppe 1. Det at de er mindre avhengige av lærer kan være fordi gruppearbeidet fungerte bra. Elevene spilte mer på hverandre og diskuterte og prøvde å komme frem til en løsning i fellesskap. I tillegg var det en tydelig leder på gruppa, noe som kan gjøre gruppearbeidet lettere. Det fremstår også som at gruppa er mer motiverte og komfortable med åpne oppgaver da de ikke ga opp underveis i timen. Det er hovedsakelig matematisering og validering som er blokader på denne gruppa. Det som fører til blokadene på gruppa virker å være at de har lite erfaring med temaet og det at strikkskytingen ikke førte til lineære økninger. Disse blokadene hindret dem likevel ikke i arbeidet. De fortsatte å jobbe selv om de ikke så en tydelig løsning til å begynne med.

5.4 Mulige påvirkningsfaktorer

Det er ulike ytre faktorer som kan ha påvirket de resultatene denne forskningen har kommet frem til i tillegg til elevenes forutsetninger. Oppgaven elevene ble gitt syntes å være utfordrende for gruppa. Dette kan ha bidratt til at blokadene i modelleringsprosessen ble annerledes enn hvis elevene hadde fått en mer passende oppgave. Metoden som ble brukt kan også ha hatt innvirkning på utfallet. Når man blir observert er det en sjanse for at man også endrer væremåte noe som igjen kan påvirke oppgaveløsningen.

5.4.1 Modelleringsoppgavens begrensninger

Da elevene begynte med oppgaven fremstod det raskt som at oppgaven ble for utfordrende for elevene. Det kan ha flere grunner. Blant annet at oppgaven legger opp til stor grad av selvstendighet, noe denne elevgruppa trenger øving på. Det at elevene har lite erfaring i en slik selvstendighet og å jobbe med relasjonell forståelse kan påvirke deres løsning av modelleringsoppgaven. I tillegg inneholdt oppgaven flere ord som måtte forklares ved timens start. Det at man blir møtt med mange fremmedord allerede når oppgaven starter kan gjøre at motivasjonen for å løse oppgaven avtar. Det kan også være at oppgaven rett og slett er for vanskelig hvis man ikke har jobbet med funksjoner før. Hvis man ikke er vant til å jobbe med samvariasjoner slik som det legges opp til i denne oppgaven vil det bli utfordrende å løse den på egenhånd. Samtidig er det en fin intro til temaet. Resultatene fra elevenes arbeid kan tas med når man begynner på dette temaet slik at elevene får en bedre innsikt i hva en funksjon faktisk er og hvordan man kan løse en slik oppgave.

Det virker som at vanskelighetsgraden på oppgaven og selvstendigheten den legger opp til påvirket motivasjonen til gruppene på ulikt vis. Gruppe 2 fremstår som motiverte og villige til å løse oppgaven, mens gruppe 1 virket mer demotiverte. Oppgaven inneholder lite informasjon og elevene må selv finne hvilke tall de skal bruke. Underveis i timen og på lydopptaket virker det som at gruppe 1 gir opp, da oppgaven ikke har like klare retningslinjer som elevene er vant til. Tatt blokadene i betraktning fremstår det som at denne oppgaven passet bedre til gruppe 2 enn gruppe 1.

5.4.2 Metodens mulige påvirkning

Observasjonen i seg selv kan ha påvirket elevenes arbeid. Når man vet man blir observert kan man endre væremåte og oppføre seg annerledes enn hvis man ikke blir observert. Spesielt det å bli tatt opptak av kan ha en innvirkning på arbeidet. I piloteringsundersøkelsen var det en gruppe som ble observert med video. Denne gruppa kommuniserte lite med hverandre. Da elevene på denne gruppa ble observert med kun lyd i etterkant var det mer dialog innad i gruppa. Dette indikerer at videoopptak ble for invaderende på gruppearbeidet. Men det kan også virke som at lydopptak hadde litt av den samme effekten. Ved gjennomføring av strikkoppgaven slo den ene gruppa av lydopptakeren underveis. Dette kan tyde på at de syntes det var ubehagelig å bli tatt lydopptak av. I tillegg var det veldig lav snakking på enkelte av gruppene. Det virker også som at enkelte av elevene kviet seg for å komme med bidrag til oppgaven. Dette kan være en konsekvens av at det ble gjort lydopptak. Hvis man da hadde tatt bort lydopptaket er det rimelig å anta at elevene ville jobbet mer fritt med oppgaven. Man kunne også trent elevene mer på å bli gjort opptak av ved å gjennomføre flere pilotstudier. Likevel fremstår det som at elevene jobbet mer eller mindre likt som de gjør i øvrige timer. Det som skiller seg ut er at det ble mindre verbal kommunikasjon på en gruppe.

5.5 Studiens begrensninger

De metodiske valgene gjort i denne studien kan være både en fordel og en ulempe. Det å forske på egen klasse gir noen utfordringer når det kommer til objektivitet man ellers ikke ville fått. Man kommer nærmere elevene enn man ville gjort med en fremmed klasse. Dette kan medføre manglende objektivitet både fra lærerens og elevenes side. Denne kjennskapen til elevene er også en fordel da det å ha inngående kunnskap om elevgruppa man observerer kan gjøre flere elementer av observasjonen lettere. Likevel mener jeg at forskning på egne elever ikke ødelegger for denne studien, da funnene fra observasjonen er diskutert med fagfeller og jeg har vært bevisst min rolle som forsker.

Det at denne studien er såpass liten og begrenser seg til seks elever kan ses på som en svakhet. Det er vanskelig å generalisere funnene og overføre dem til andre lignende grupper. Samtidig har jeg sett det som nødvendig å bruke en kvalitativ undersøkelse for å undersøke forskningsspørsmålet mitt. For å kunne identifisere blokader i en modelleringsprosess er det helt essensielt at man foretar en kognitiv analyse. Innsamling av datamateriale til en slik analyse gjør at det er hensiktsmessig å anvende en kvalitativ metode.

En kvalitativ forskning gjør også at variabler i gruppene blir mer synlige. Denne elevgruppa har store individuelle forskjeller samtidig som den skiller seg fra de fleste elevgruppene i norsk skole. Min erfaring er at matematikkunnskapene og tidligere erfaringer varierer mer enn i en «vanlig» 10.klasse. Dette kan gjøre at det blir vanskelig å dra en tydelig konklusjon ut fra arbeidet som er gjort, men samtidig kan det gjøre undersøkelsen mer tilpasningsdyktig da den dekker et bredt spekter av elever.

Denne forskningen viser også at det er vanskelig å skille mellom de ulike stegene i modelleringsprosessen, noe som kan påvirke funnene i studien. En annen forsker ville kanskje kodet datamaterialet på en annen måte. For å kvalitetssikre dette har analysen og kodingen blitt diskutert med veileder. Utfordringene er også beskrevet i oppgaven slik at leseren er klar over denne begrensningen.

Tross disse utfordringene mener jeg denne forskningen kan bidra til å belyse minoritetsspråklige elevers arbeid med modelleringsoppgaver. Generelt sett er modellering i skolen et område det er forsket lite på i Norge og det er derfor viktig å få flere bidrag på dette området. Det er også gjort lite forskning på minoritetsspråklige elevers arbeid med modelleringsoppgaver i internasjonal litteratur. Med en økning av minoritetsspråklige elever i skolen er det viktig at også denne gruppen blir forsket på. Uavhengig av hvilken forskningsmetode man velger vil det være begrensninger, men det betyr ikke at man derfor skal la være å forske. Jo flere som forsker på det samme temaet jo større grunnlag får man for å si at noe stemmer.

6 Avslutning

Forskningsspørsmålet i denne studien er: «Hvilke blokader oppstår når minoritetsspråklige elever med liten eller ingen erfaring med emnet løser modelleringsoppgaver?». Dette spørsmålet belyser hvilke blokader eleven møter og hva man som lærer må ta hensyn til ved planlegging av undervisningen. Det legger også opp til å se om det er likheter mellom elever med norsk som andrespråk og elever som løser modelleringsoppgaver på morsmålet sitt.

Studien viser at mange av de samme blokadene oppstår blant minoritetsspråklige elever som hos elever som har undervisningsspråket som morsmål. Den mest fremtredende blokaden i denne studien er matematisering. Dette er et steg flere studier har påpekt som en blokade (Jankvist & Niss, 2019; Ferri, 2006). I tillegg møter elevene utfordringer når det kommer til å forstå oppgaven, jobbe matematisk og validering. Det at elevene møter på mange av de samme blokadene som majoritetsspråklige gjør at man kan legge opp modelleringsundervisningen sin som man ville gjort til enhver klasse. Likevel kan det være spesielle grunner til at disse blokadene oppstår i denne elevgruppa. Både språket, den matematikkfaglige bakgrunnen og lærerstøtten kan ha en innvirkning på blokadene. Dette gjør at en som lærer må ta noen hensyn ved undervisningen av flerspråklige elever.

Med fagfornyelsen vil det også bli et økt fokus på matematisk modellering i skolen. Da er det også viktig at det faktisk blir gjennomført i klasserommet. For å gjennomføre et slikt opplegg må lærere ha kunnskap om hvordan man jobber med denne typen oppgaver. Til tross for at man må ta noen flere hensyn når man underviser denne elevgruppa er det likevel nødvendig at man faktisk gir elevene slike utfordringer. Selv om en modelleringsoppgave kan virke for vanskelig for elevgruppa må de få øving i å jobbe med slike oppgaver. Forskning viser at matematisk modellering bidrar til å øke motivasjonen, tilegning av ny kunnskap, å øke andre matematiske kompetanser og det gir et mer korrekt bilde av hva matematikk er (Blum & Ferri, 2006). Dette er fordeler som vi også må gi elevene våre tilgang til. Selv om det kan være utfordrende for både elever og lærere er det viktig at vi alle tar denne utfordringen slik at elevene våre får best mulig forutsetning for videre matematikklæring.

Forskning viser at modelleringskompetanse er viktig for å oppdra kritiske borgere (Mousolides, 2007; Blum & Ferri, 2006). Det er også, som nevnt i innledningen, høyst aktuelt nå under Covid-19-pandemien hvor vi blir presentert ulike modeller i media. Hvis man ikke har evnen til å tolke disse modellene er det vanskelig å forstå og foreta egne vurderinger av det man blir eksponert for. Selv om det som blir presentert i nyhetene i dag ofte stemmer er det en fordel å oppdra elever til å kunne tenke selv og gjøre egne analyser. Matematisk modellering vil bidra til at elevene stiller sterkere når det kommer til å delta i samfunnet.

6.1 Implikasjoner for undervisning

Studiens funn kan være et hjelpemiddel for lærere i deres planlegging av modelleringsundervisning. Det at elevene sliter med mye av det samme som norske elever viser at man som lærer kan legge opp undervisningen som man ellers ville gjort.

Det er likevel noen elementer man må ta hensyn til. Man må være forberedt på språkvansker og å kunne forklare ord i oppgaven grundig. Flere elever kan ha lite erfaring med både gruppearbeid og åpne oppgaver. Som lærer må man også være forberedt på at elevene trenger mye støtte, da flere i denne gruppen har et ekstra behov for veiledning fra lærer underveis. Flere av disse elementene kan være nyttige å ta i betraktning til både når det kommer til generell undervisningsplanlegging, men spesielt når det kommer til å planlegge undervisning for minoritetsspråklige.

6.1.1 Lærerstøtte

Lærerstøtte er et viktig element når det kommer til modelleringsundervisning. Når man skal hjelpe elevene må læreren passe på at han ikke tar over arbeidet til elevene, men er en støtte slik at elevene får hjelp til å komme opp med egne løsninger (Blum og Ferri, 2009). Studien viser at denne elevgruppa trenger mye støtte i arbeidet sitt og fremdeles har et stort uutnyttet potensial i det å jobbe selvstendig, da blir lærerstøtten ekstra viktig. Hvis elevene ikke er vant til å jobbe selvstendig må læreren være nøye på at elevene får tilstrekkelig hjelp slik at de ikke gir opp. Fra analysen ser vi at når denne balansegangen ikke fungerer optimalt avtar også motivasjonen for å løse oppgaven. Selv om læreren ikke skal ta over arbeidet til elevene må de likevel hjelpes videre. Hvis man da ser at elevene ikke vet hva de skal gjøre er det bedre å gi de for mye hjelp enn for lite.

6.1.2 Språk

Med denne elevgruppa er det kanskje språket man må ta mest hensyn til. Analysen viser at det tar litt tid for den ene gruppa å forstå oppgaven. Dette kan ha en sammenheng med språkkunnskapen til elevene. Det trenger ikke nødvendigvis være begrepsforståelsen som setter en stopper i oppgaven, det kan i enkelte tilfeller være ordforståelsen. Noen elever kan begrepet på eget morsmål, men de kjenner ikke til det norske ordet. Samtidig finnes det elever som både må lære seg ordet og begrepsinnholdet, noe som er kognitivt krevende i seg selv (Pastoor, 2005, s. 24; Gorgorio & Planas, 2001). I slike tilfeller vil det å forstå oppgaven potensielt være en større blokade. Læreren må derfor legge til rette for forklaring av ord og begrepsinnlæring under planlegging av undervisningen, spesielt ved bruk av tekstrike oppgaver.

6.1.3 Matematisk kunnskap

For å kunne løse gitte modelleringsoppgaver er det viktig at elevene innehar den matematiske kunnskapen som kreves. Eventuelt at oppgavene gir rom for å utvikle matematisk kunnskap. Dette er uavhengig av om man har en minoritetsspråklig klasser eller ikke. Når man planlegger et undervisningsopplegg er det vanskelig å ha fullstendig oversikt over alle elevenes matematiske forkunnskaper. Både i et klasserom bestående av kun etnisk norske elever og et klasserom med flerspråklige elever kan det kan være store variasjoner i elevenes faglige bakgrunn. Dette kan gjøre modelleringsoppgaver til en utfordring da slike oppgaver krever god matematisk kunnskap. Det at elevenes kunnskaper varierer og at man som lærer ikke har fullstendig oversikt over denne kan likevel ikke være et hinder for å jobbe med modelleringsoppgaver. Selv om det vil oppstå blokader er det likevel interessant å se hva elevene kan klare med de forutsetningene man har.

6.1.4 Åpne oppgaver

Både elevenes matematiske forståelse og hvilke typer oppgaver elevene har erfaring med kan påvirke arbeidet med en modelleringsoppgave. Modelleringsoppgaver er åpne og krever at elever selv gjør seg noen antagelser og setter rammer for oppgaven. Oppgaven i seg selv gir ikke en tydelig retningslinje på hvordan elevene skal løse oppgaven, noe som kan medvirke til at det å forstå oppgaven blir en blokade. En slik «frihet» i matematikkoppgaver er det flere elever som mangler øving på. De er ofte vant med å følge oppskrifter der det ikke er behov for en så stor overgang mellom virkeligheten og den matematiske verden. Hvis man ikke har erfaring med åpne oppgaver kan det også være en utfordring å vite hvordan man skal løse de. Blum og Ferri (2009) skriver at elever generelt har lite øving med modelleringsoppgaver. For elever som er vant med å jobbe med oppgaver som fremmer prosedyrer og mekanisk matematikk vil en modelleringsoppgave bli ekstra utfordrende. Mitt inntrykk, både fra egne erfaringer og i samtale med andre lærere til denne elevgruppa, er at denne elevgruppa har spesielt lite erfaring med åpne oppgaver. Flere forventer at de skal bli fortalt hvordan de skal løse matematikkoppgaver. Det fremstår som at elevene er vant med å jobbe med den instrumentelle forståelsen (Skemp, 1979). Derfor kan både det at elevene får denne typen oppgave, og det at de ikke blir fortalt rett ut fra lærer hvordan de skal løse oppgaven, føre til et brudd på den didaktiske kontrakten og sette en stopper for arbeidet.

6.1.5 Gruppearbeid

Hvilke metoder man bruker har også innvirkning på undervisningen. Det å jobbe i grupper kan påvirke individets arbeid med oppgaven. Det kan både fremme arbeidet, men også være et hinder. Flere elever foretrekker å jobbe alene og trekker seg unna gruppearbeid. Da vil gruppearbeid bli et hinder i matematikkundervisningen. Det fremkom også i denne studien. Fordelene med gruppearbeid er likevel så store at det er nyttig for elevene å få øving i å jobbe på denne måten. Når elevene spiller på hverandre gir det mulighet til å utvikle nye kompetanser. Det er også viktig å øve seg på samarbeid for å forberede seg til arbeidslivet og å bli en del av samfunnet.

Gruppearbeid er også en verdifull arena for kommunikasjonen i klasserommet. Enkelte elever benytter seg av norsk kun på skolen, da er det også viktig at det blir lagt til rette for kommunikasjon i undervisningen, slik at flest mulig får delta. Dette kan bidra til at elevene utvikler både språket og matematikken. I tillegg kan det være vanskelig for elever å delta i klasseromssamtaler der det blir benyttet et andrespråk. Hvis de da blir plassert på gruppe med noen med samme morsmål som dem er det større sjanse for at de deltar i den matematiske diskursen og får utviklet den matematiske kunnskapen (Wal Pastoor, 2005; Botten, 2013; Planas & Setati, 2009).

6.1.6 Oppsummering

Når man planlegger undervisningen klarer man ikke identifisere alle potensielle blokadene som kan oppstå. Det er likevel viktig å se på elevenes forutsetninger og prøve å legge opp undervisningen deretter. Hvis man har en elevgruppe som nevnt i denne studien må man ta hensyn til språket, matematisk kunnskap og tidligere erfaringer. Det er også nødvendig at man som lærer er klar over at man må støtte elevene mye underveis i arbeidet. Det at en elev møter blokader og kanskje ikke klarer å løse en oppgave av seg selv betyr likevel ikke at det ikke har skjedd læring. Kanskje vil en slik modelleringsoppgave gjøre eleven bedre rustet til neste gang eller man kan lære av andres løsninger.

6.2 Videre forskning

Denne studien har hatt som mål å gi bedre innsyn i minoritetsspråklige elevers blokader i modelleringsprosessen. Som nevnt er det et behov for økt forskning på minoritetsspråklige elevers arbeid med matematisk modellering og matematikk generelt. Selv om denne studien indikerer at minoritetsspråklige elever møter mye av de samme utfordringene og blokadene i modellering som elever med norsk som morsmål er det ikke sikkert dette stemmer. Det hadde derfor vært interessant og sett om andre studier på lignende grupper hadde kommet frem til samme konklusjon som meg. Det ville også vært interessant og se nærmere på hva det er som gjør at elevene møter nettopp de blokadene de gjør, og i hvilken grad bakgrunnen til elevene spiller inn. En studie som hadde fordypet seg i dette kunne gitt bedre innsikt i hvilke tiltak lærere kan bruke i modelleringsundervisningen.

Det hadde også vært interessant å sett mer forskning på minoritetsspråklige elever og matematikk generelt. Mange klasserom i Norge i dag består av elever med ulik språklig og kulturell bakgrunn, da må vi også vite mer om hvordan vi kan tilrettelegge matematikkundervisningen på best mulig måte. Det meste av forskning som er gjort på minoritetsspråklige i Norge går på språklige utfordringer. Det er derfor behov for mer kunnskap om minoritetsspråklige og matematikk. Innenfor matematikk er det mange områder man kan se nærmere på, både når det kommer til hvilke utfordringer elevene møter i norske klasserom, men også på hvilke løsningsmetoder og algoritmer de anvender. Når man har «hele verden» i et klasserom dukker det opp mange «nye» måter å tenke matematisk på. Det å kunne forske mer på dette, men også elevenes matematiske identitet hadde vært et stort bidrag til det norske forskningsfeltet.

Forskning på modellering er også noe som må videreføres. I Norge er det lite forskning på dette emnet. De fleste artikler og studier som er tilgjengelige er fra utlandet. Selv om vi kan anta at dette er overførbart til den norske skolen er det behov for å forske på om dette stemmer. I den sammenheng hadde det vært interessant å se hvordan modelleringsundervisning foregår i skolen i dag. Med fagfornyelsen kommer det også et behov for mer forskning på emnet. Hvordan vil matematikkundervisningen bli med fagfornyelsen? Medfører den at modelleringsundervisning får økt fokus i skolen? Her kan det være interessant å se hvordan lærere benytter seg av modelleringsundervisning og hvordan de opplever å bruke det.

Referanser

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical Modeling in Classroom: A Socio-Critical and Discursive Perspective. *ZDM, 38*(3), 293-301.

Barton, B. (2004). Mathematical Discourses in Different Languages: Implications for Mathematics Teachers. I B. Clarke et al. (red.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (s. 365-378). Göteborg, Sverige: NCM.

Berry, J. & Davies, A. (1996). Written Reports. I C. Haines og S. Dunthorne (red.), *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices* (s. 3.3-3.11). London: Arnold

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, 23*, 15-38

Blum, W. & Ferri, R. (2009). Mathematical Modeling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1*), 45-58.*

Blum, W. & Kirsch, A. (1989). The Problem of the Graphic Artist. I W. Blum et al. (red.), *Applications and Modeling in Learning and Teaching Mathematics* (s.129-135). Chichester: Ellis Horwood Limited.

Blum, W & Leiß, D. (2007). How do Students' and Teachers Deal with Modeling Problems? I Haines, C. et al. (red.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (s. 222-231). Chichester: Horwood

Botten, G. (2013). Matematikklæring og språk. *Tangenten 24*(3), 27-33.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Abstrakt forlag, Oslo.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). New York: Routledge.

Doorman, M. & Gravemeijer, K. (2009). Emergent Modelling: Discrete Graphs to Support the Understanding of Change and Velocity. *ZDM, 41*(1), 199–211.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1), 103–131.

Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockages During Transitions in the Modelling Process. *ZDM, 38*(2), 143–162.

Gorgorio, N. & Planas, N. (2001). Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 47*(1), 7–33.

Greefrath, G. & Vorhölter, K. (red.). (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries.* Cham: Springer International Publishing.

Guba, E. G., (1981) Criteria for Assessing the Trusthworthiness of Naturalistic Inquiries. *Educational Communication and Technology, 29*(2), 75-91.

Haines, C. & Crouch, R. (2010). Remarks on a Modelling Cycle and Interpreting Behaviours. I R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines & A, Hurford (red.). *Modeling Students Mathematical Modeling Competencies: ICTMA* 13, 145-154.

Hertz, H. (1894). Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt. *Il Nuovo Cimento, 1*(1), 40-59.

Jankvist, U. J. & Niss, M. (2019). Upper Secondary School Students' Difficulties with Mathematical Modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-30.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspecitves on Modelling in Mathematics Education. *ZDM, 38*(3), 302-310.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Larsen, A. (2007). *En enklere metode: veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T. & Zawojewski, J. S. (2003). Model Development Sequences. I Lesh, R. & Doerr, H. (red.) *Beyond Constructivism; Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem, Solving, Learning and Teaching* (s. 35-58). London: Lawrence Earlbaum.

Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 31*(2), 285-311.

Mousoulides, N., Sriraman, B. & Christou, C. (2007). From Problem Solving to Modelling - The Emergence of Models and Modelling Perspectives. *Nordic Studies in Mathematics Education, 12*(1), 23–47.

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: Den skrivende forsker*. Oslo: Universitetsforlaget.

Niss, M. og Højgaard, T. (2019). Mathematical Competencies Revisited. *Educational Studies in Mathematics, 102*(1), 9–28.

Pastoor, L. (2005). Discourse and Learning in a Norwegian Multiethnic Classroom: Developing Shared Understanding through Classroom Discourse. *European Journal of Psychology of Education, 20*(1), 13-27.

Planas, N. & Setati, M. (2009). Bilingual Students Using their Languages in the Learning of Mathematics. *Mathematics Education Research Journal, 21(3),* 36-59.

Planas, N. (2014). One Speaker, Two Languages: Learning Opportunities in the Mathematics Classroom. *Educational studies in Mathematics, 87*(1), 51-66.

Rossing N.K. & Øren F. (2009) Matematisk modellering – et idehefte. Skolelaboratoriet for matematikk, naturfag og teknologi, NTNU https://www.ntnu.no/c/document_library/get_file?uuid=d1100d2b-213e-4429-bce3-adfa0c833bb4&groupId=2004699

Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, 12*(2), 20-26.

Utdanningsdirektoratet. (2020). Kjerneelement. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet. (2020). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Utdanningsdirektoratet. (2013). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT01-04). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04

Utlendingsdirektoratet (2019). 3000 overføringsflyktninger i 2020. Hentet 15.04.20 fra https://www.udi.no/aktuelt/3000-overforingsflyktninger-i-2020/

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet
***"En studie om elevers prosesser ved arbeid med modelleringsoppgaver i matematikk"*?**

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt. Her er målet å finne ut hvordan elever tenker og jobber når de løser modelleringsoppgaver i matematikk. I dette brevet får du informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil bety for deg.

Formål
Jeg skal skrive en masteroppgave der jeg skal prøve å finne ut hvordan elever tenker og jobber med en type modelleringsoppgave. En modelleringsoppgave er en oppgave som er et realistisk matematikkproblem. I denne type oppgaver er det mest interessant å se på hvordan du jobber.

Derfor kommer jeg til å ha tre undervisningstimer i klassen der jeg vil observere/filme klassen. Det vil også bli gjort lydopptak. Da kommer jeg til å se på hvordan dere løser oppgaven dere blir gitt. Det er også mulig at det blir gjort intervjuer i etterkant av prosjektet for å forstå hvordan du tenker når du løser oppgaven.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Jeg tar masterstudiet via NTNU, og det er derfor de som er ansvarlige for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Mitt prosjekt går ut på å undersøke hvordan elever i 5.-10. klasse jobber. Du er valgt ut fordi du går i en grunnskoleklasse (10.klasse) som jeg er lærer for.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet blir du med på et undervisningsopplegg. Det blir gjennomført i matematikktimene dine der jeg kommer til å observere klassen og ta lydopptak/filme noen grupper. Videokameraet vil være rettet mot pulten og ikke ansiktet ditt. Dette for å se hva du gjør når du jobber med oppgavene. Arkene du skriver svarene dine på kommer også til å bli samlet inn.

I tillegg kan det hende at du blir spurt om å delta på et intervju slik at jeg får en større forståelse for hvordan du tenker.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du ikke vil delta trenger du ikke å levere samtykkeskjema. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Hvis du ikke vil delta får du samme undervisningsopplegg med Ingrid eller en annen lærer. Denne undervisningen vil ikke bli observert eller brukt i dette forskningsprosjektet.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- *De som har tilgang til datamaterialet er jeg og veilederen min på NTNU*

- *All data som inneholder personopplysninger om deg blir lagret på en kryptert server/minnepinne. Det betyr at det kun er de som har passord til dette stedet som får tilgang til det.*

Navnet og personopplysningene dine blir ikke nevnt i masteroppgaven jeg skal skrive. Det kommer til å bli anonymisert. Du kan f.eks. få navnet «Elev 1».

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes 30. juni 2020. Da vil alle personopplysninger og opptak gjort med deg bli slettet.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *NTNU* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- *NTNU* ved *Per Gunnar Østerlie, på epost (per.g.osterlie@ntnu.no)*
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen, på epost (thomas.helgesen@ntnu.no)
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no)eller telefon: 55 58 21 17.
- Du kan også kontakte meg (Guro Berntsen) direkte eller på epost (guro.berntsen@ou.trondheim.kommune.no)

Med vennlig hilsen

Per Gunnar Østerlie	Guro Berntsen
Prosjektansvarlig	Student
(veileder)	

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«En studie om elevers prosesser ved arbeid med modelleringsoppgaver i matematikk».* Jeg har også fått lov til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i *observasjon av en matematikktime*
- å delta i *lydopptak av en matematikktime*
- å delta i *filming av en matematikktime*
- å delta i *intervju etter matematikktimen er gjennomført*

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. *30. juni 2020*

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

NTNU

Kunnskap for en bedre verden