

Seppe Claessen

## Teknologi i matematikkundervisning

En kvalitativ studie av to læreres uttrykte  
kunnskaper for teknologiintegrering i  
matematikkundervisning

Mai 2020





# Teknologi i matematikkundervisning

En kvalitativ studie av to læreres uttrykte kunnskaper for  
teknologiintegring i matematikkundervisning

**Seppe Claessen**

Matematikkdidaktikk 5-10

Innlevert: Mai 2020

Hovedveileder: Solomon Tesfamicael

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for lærerutdanning



# Sammendrag

Teknologi er blitt en viktig del av hverdagen i det moderne samfunnet. Dens tilstedeværelse har påvirket hvordan elever lærer og måten lærere underviser på. Formålet med denne studien var å undersøke hvilke kunnskaper to lærere uttrykker og benytter for integrering av teknologi i matematikkundervisning. TPACK modellen, en av de mest anerkjente modellene for kunnskap om teknologi i og for undervisning, danner grunnlaget for studiens teoretiske forankringer.

Studiens problemstilling ble belyst ved bruk av kvalitativ metode. Utvalget var en kombinasjon av kriteriebasert- og bekvemmelighetsutvalg, som bestod av to matematikklærere som jobber på ungdomstrinnet. For datainnsamlingen benyttet jeg observasjon som et medium mellom teori og praksis, samt for å avdekke sammenheng mellom informantens meninger og handlinger. I tillegg ble det avholdt intervju, etter fullført observasjon, for å gi deltakerne muligheten til å diskutere sine perspektiv av fenomenet teknologiintegreert matematikkundervisning. Observasjon ble utført i forkant av intervju for å holde undervisningssituasjonen mest mulig autentisk og unngå at teoretiske forankringer i intervjuet kunne påvirke undervisningspraksisen. For å øke kvaliteten og fokusere datainnsamlingen utviklet jeg et semistrukturert observasjonsskjema og intervjuguide, som ble inspirert av profesjonelt utviklede instrument brukt i anerkjent forskning. Datamaterialet ble analysert ved bruk av en tematisk analyse.

Resultatene viser blant annet bruk av fagbegrep som et viktig element for lærernes teknologiske fagkunnskap. Lærerne reflekterte over hvordan teknologi programmeres rundt fagbegreper og for at elevene skal kunne benytte teknologien bør de utvikle en begrepsforståelse. I tillegg kan å introdusere få steg om gangen, utvikle tekniske ferdigheter gjennom faglige aktiviteter og samle tekniske ferdigheter til enkle prosedyrer være tiltak for tilpasset opplæring, knyttet til lærernes teknologiske pedagogiske kunnskap. Tilpasset opplæring omfatter naturligvis mye mer, men disse tiltakene er noen eksempler som kan være effektive for tilpassing av teknologibasert undervisning. Et annet element for teknologisk pedagogisk kunnskap som ble fremhevet, var at bruk av teknologi økte mulighetene for å utøve formative vurderinger i samtaler med elevene. Selv om forskning viser til at programmers innebygde feedback er noe manglende, kan digital teknologi gi umiddelbar tilbakemelding som å validere elevenes besvarelser. Det medfører at læreren slipper å bruke tid på dette selv og kan fokusere på andre elementer i undervisning, som formative samtaler. En teknologiintegreert undervisningspraksis stiller noen krav til lærernes teknologiske fagdidaktiske kunnskap for egnede undervisningsmodeller og aktivitetstyper. Et av studiens funn som belyser dette er å bruke elevene som en ressurs, for eksempel ved å la de modellere sine fremgangsmåter med teknologi.

# Abstract

Technology has become an integral part of everyday life in our modern society. Its presence has influenced how learners learn and the way teachers teach. The purpose of this study was to investigate which types of knowledge two teachers expressed for technology integration in mathematics teaching. The TPACK model, one of the most recognized models for knowledge of technology-enhanced teaching, serves as the basis for this study's theoretical foundation.

To investigate the study's research question, a qualitative research method was selected. The candidate selection was a combination of purposive and convenience sampling, which consisted of two teachers working at the lower secondary school level. The data collection strategies selected in this study were observation and interview. Observation served as a medium between theory and practice, as well as to examine the connection between the informants' thoughts and actions. Interviews were conducted after having completed the observations, in order to allow the participants to share their perspective on technology-enhanced teaching. To keep the teaching environment as authentic as possible, observations were completed before conducting interviews. This prevented the theoretical assumptions discussed during the interview to intervene with the participants' teaching practice. To increase the quality of the data collection, I developed semi-structured observation and interview guides, which were inspired by professionally developed instruments used in previous research. To analyse the study's data a thematic analysis method was applied.

The findings in this study show that use of terminology is a key element in a teacher's technological content knowledge. The participants reflect on how technology programming is closely connected to terminology and that students need to develop a rich conceptual understanding to be able to navigate and use the technology. Other findings highlight that introducing few technical skills in a lesson and gathering technical skills into simple procedures could be used as measures for differentiated learning. Another key element of a teacher's technological pedagogical knowledge is connected to assessment with technology. Although research indicates that digital feedback still needs further development, programs are able to provide immediate feedback in relation to right or wrong answers. Which in turn enables the teacher to focus on other elements in his/her teaching, such as formative assessment. A technology-enhanced teaching practice also involves knowledge of models of teaching, which relates to a teacher's technological pedagogical content knowledge. The study's findings suggest that using students as a resource, for instance by letting them model technical skills, could be an effective approach.

# Forord

Masteroppgaven symboliserer avslutningen av min tid som lærerstudent ved NTNU. Det har vært en givende og utrolig lærerik prosess, med både faglig og personlig utvikling. Spesielt det siste året har medført mange utfordringer og til tider frustrasjon, men samtidig gitt mye mestringsfølelse. Fremover venter det nye og spennende utfordringer som lærer i grunnskolen.

Først og fremst vil jeg takke de to lærerne som lot meg invadere deres klasserom og delte deres erfaring og repertoar av digitale verktøy med meg. Uten dere hadde jeg ikke hatt noe å skrive om.

Jeg vil også rette en stor takk til min veileder Solomon Tesfamicael, med sin positive væremåte og konstruktive tilbakemeldinger underveis i arbeidet.

Til slutt en takk til de rundt meg som har gitt støtte gjennom hele prosessen. Takk til familie, venner og kjæreste har tatt dere tid til å korrekturlese. En ekstra takk til kjæresten som har holdt ut med meg på hjemmekontor, hjulpet med utallige formuleringer og oppmuntret meg når dagene ble lange. Sist, men ikke minst, takk til min gode venn og medstudent Fredrik, som ble med på drøftende joggeturer og alle motiverende avbrekk med vår road to platinum i rocket league.

# Innhold

Figurer .....	x
Tabeller .....	x
Forkortelser .....	x
1 Innledning: Teknologi og matematikk .....	1
1.1 Bakgrunn for oppgaven .....	1
1.2 Forskningsspørsmål .....	1
1.3 Begrepsavklaring .....	2
1.4 Studiens oppbygging .....	3
2 Teoretisk bakgrunn .....	4
2.1 Fagfornyelsen .....	4
2.2 PCK – Shulman .....	5
2.3 TPACK .....	6
2.3.1 Nivå 1: TK, PK, CK .....	7
2.3.2 Nivå 2: TPK, TCK, PCK .....	7
2.3.3 Nivå 3: TPCK .....	7
2.4 TPACK-i-praksis .....	8
2.4.1 TCK-i-praksis .....	10
2.4.2 Bruk av fagbegrep .....	11
2.4.3 TPK-i-praksis .....	12
2.4.4 TPCK-i-praksis .....	16
3 Metode .....	18
3.1 Kvalitativ studie .....	18
3.2 Fenomenologi .....	18
3.3 Utvalg .....	19
3.4 Datainnsamling .....	20
3.4.1 Observasjon .....	20
3.4.2 Intervju .....	21
3.4.3 Transkripsjon .....	22
3.5 Metode for analyse .....	23
3.5.1 Tematisk analyse .....	23
3.5.2 Koding .....	23
3.6 Kvalitet i forskningen og etiske betraktninger .....	25
3.6.1 Pålitelighet .....	25
3.6.2 Gyldighet .....	25
3.6.3 Etikk .....	26



4	Resultat.....	27
4.1	Teknologi i fagkunnskap.....	27
4.2	Teknologi i planlegging .....	29
4.3	Teknologi i forberedelse og gjennomføring .....	32
4.4	Påvirkning på undervisningspraksis .....	33
5	Diskusjon.....	35
5.1	Lærerens uttrykte kunnskap for teknologi i fagkunnskap.....	35
5.2	TPK for teknologiintegret matematikkundervisning .....	37
5.3	Kunnskaper for teknologiintegret undervisningspraksis .....	42
5.4	Styrker og svakheter ved studiet.....	44
5.5	Oppsummering .....	45
5.6	Videre forskning.....	46
	Referanser.....	48
	Vedlegg.....	52

## Figurer

Figur 1: De syv komponentene av rammeverket TPACK .....	6
Figur 2: Rammeverket for TPACK-i-praksis .....	9
Figur 3: Eksempeloppgave i Excel.....	28
Figur 4: Utdrag fra planleggingsdokument for Geogebra .....	28
Figur 5: Eksempel av Eksamensoppgave i Excel .....	30
Figur 6: Utdrag av planleggingsdokument for Regneark .....	31
Figur 7: Oversikt i Kikora fra lærerperspektivet .....	31
Figur 8: Eksempel på elevarbeid i Gimkit .....	34

## Tabeller

Tabell 1: Komponentene i TPACK-i-praksis .....	10
Tabell 2: Kjennetegn og handlinger av TCK-i-praksis .....	10
Tabell 3: Kjennetegn og handlinger av TPK-i-praksis: Planlegging .....	12
Tabell 4: Kjennetegn og handlinger av TPK-i-praksis: Forberedelse .....	15
Tabell 5: Kjennetegn og handlinger av TPK-i-praksis: Gjennomføring .....	15
Tabell 6: Kjennetegn og handlinger av TPCK-i-praksis .....	16
Tabell 7: Kodebok med beskrivelser av koder og eksempler av funn .....	24
Tabell 8: Oppsummering av kodebok .....	27

## Forkortelser

<b>PCK</b>	Pedagogical content knowledge
<b>TCK</b>	Technological content knowledge
<b>TPK</b>	Technological pedagogical knowledge
<b>TPCK</b>	Technological pedagogical content knowledge

# 1 Innledning: Teknologi og matematikk

## 1.1 Bakgrunn for oppgaven

I et stadig mer digitalisert samfunn blir også læringsmiljøet og matematikkfaget nødt til å tilpasse seg de teknologiske utviklingene. Fagfornyelsen som trer i kraft fra høsten 2020 vil stille nye krav til matematikkfaget og matematikklæreren gjennom integrering av teknologi, programmering og algoritmisk tenkemåte i læreplanen. Kjerneelement i matematikk, som utforsking og problemløsning eller modellering og anvendelser, skal gi mulighet for dybdelæring og innsikt i relasjoner mellom matematikk og hverdagen, samt teknologi og samfunnet. Et argument for de nye endringene er at «Samfunnet og arbeidslivet endrer seg med ny teknologi, ny kunnskap og nye utfordringer. Vi trenger barn og unge som reflekterer, er kritiske, utforskende og kreative» (Utdanningsdirektoratet, 2018). Forskning påpeker at det finnes mange utfordringer relatert til effektiv bruk av teknologi i klasserommet, men at en ofte oversett faktor er læreren selv (Bitner & Bitner, 2002). Lærere må blant annet tilegne seg kunnskap om de ulike teknologiene som finnes og hvordan de brukes eller må tilpasses for undervisningsaktiviteter. I tillegg til hvilke typer undervisningsstrategier som egner seg for teknologibasert undervisning. Videre vil en teknologibasert undervisningspraksis stille krav til læreres egne teknologiske ferdigheter. Et fenomen som ble fremhevet i den ekstraordinære situasjonen skolene nå har opplevd grunnet skolestenging under COVID-19, hvor lærerne har måtte benytte teknologiske verktøy i fjernundervisning.

Seymour Papert var en av de tidligste til å utforske muligheter og utfordringer ved læring og teknologi i skolen, i boken *Mindstorms: Children, computers and powerful ideas* (Papert, 1980). Siden har forskning på teknologi i og for undervisning fått økt oppmerksomhet og fremhevet en rekke ulike modeller og rammeverk for effektiv teknologiintegreert undervisning. Technological Pedagogical and Content Knowledge (TPACK) er et av de mest anerkjente rammeverkene forskning har fremhevet for å belyse kunnskapsområder knyttet til fenomenet teknologiintegreert undervisning. TPACK modellen, som beskrevet av Mishra & Koehler (2006), har igjen gitt nye muligheter for videre forskning på lærerutdanning, utvikling av kompetanse til lærere i jobb og læreres bruk av teknologi i undervisning.

## 1.2 Forskningsspørsmål

Ved integrering av digital teknologi i matematikkundervisningen, medfølger det noen nye utfordringer for matematikklæreren. Lærerne må lære å bruke ny teknologi og tillate den å endre og utvikle deres undervisningspraksis. Dette er ingen enkel oppgave og kan oppleves som både utfordrende og skremmende. Hvordan kan digital teknologi integreres i matematikkundervisningen på en effektiv eller hensiktsmessig måte? Da digital teknologi er i stadig utvikling, for eksempel gjennom programvareoppdatering og ofte ikke blir designet for undervisning, er det ingen mal som vil gjelde for all teknologi til alle undervisningsplaner. Forskere har likevel fremstilt noen teoretiske rammeverk for hvilke typer kunnskap lærere trenger for teknologiintegreert undervisning (Angeli & Valanides, 2009; Jaipal-Jamani & Figg, 2015); Mishra & Koehler, 2006).

På bakgrunn av utviklingene i fagfornyelsen og fremtidige utfordringer for matematikkfaget ønsker jeg å se nærmere på:

«Hvilke kunnskaper uttrykker matematikklærere for integrering av digital teknologi i sin matematikkundervisning?»

Med utgangspunkt i denne problemstillingen ønsker jeg å belyse de ulike kunnskapene som to lærere bruker i vurderinger for valg av teknologi og praktiske handlinger de gjør i undervisningssituasjoner. I et forsøk for å besvare den overordnede problemstillingen vil jeg dele den opp i tre mer konkrete forskningsspørsmål:

1. Hvilke kunnskaper og evner viser lærerne om fagrelatert teknologi?
2. Hvilke vurderinger gjør lærerne i planlegging av undervisning med digitale verktøy?
3. Hvordan påvirker integrering av teknologi lærernes undervisningspraksis?

Mye av den pedagogiske kompetansen til læreren ligger i planleggingsfasen. Derfor ønsker jeg å gi læreren muligheten til å forklare vurderingene som ligger bak valget av den digitale teknologien som benyttes. I tillegg vil det kunne gi innblikk i hvilke aktivitetstyper som passer til teknologibasert undervisning, hvilke digitale ressurser som er tilgjengelig for både lærer og elev og hvordan det påvirker klasseledelsen. Videre er lærerens syn på hvordan matematikk læres en viktig faktor for hvordan fagkompetanse utvikles i samspill med digitale ferdigheter. Gjennom en semistrukturert observasjon ønsker jeg å få innblikk i hvordan læreren benytter digitale verktøy i sin undervisningspraksis, samt hvordan meninger og handlinger reflekterer hverandre.

### 1.3 Begrepsavklaring

Forskningsprosjektet bygger på det teoretiske rammeverket Technological Pedagogical And Content Knowledge (TPACK) til Mishra & Koehler (2006) og TPACK-in-Practice av Jaipal-Jamani & Figg (2015). TPACK består av basiskunnskapene *teknologi*, *pedagogikk* og *fagkunnskap*. TPACK bygger på begrepet til Lee Shulman (1986) *pedagogical content knowledge* (PCK), i tillegg til å beskrive *technological content knowledge* (TCK) og *technological pedagogical knowledge* (TPK). En mer detaljert forklaring av de ulike kunnskapsområdene kommer i kapittel 2. Et viktig skille å bemerke er at rammeverket omtales som TPACK, mens kjerneelementet technological pedagogical content knowledge forkortes til TPCK. Selv om akronymet TPACK anvendes for både rammeverket og begrepet i forskning, ønsker jeg å skille de for å tydeliggjøre hvilke av de to forskeren omtaler i enhver kontekst. Da begrepene som beskrives i TPACK-modellen er skrevet på engelsk, mener jeg at det kan være hensiktsmessig å introdusere begrepene og forkortelser i sin originale form. Videre vil begrepene fortolkes for å gi bedre flyt i studiens språk og være mer leservennlig. Noen av forskerens beskrivelser vil støttes på Fauskanger, Mosvold, & Bjuland (2010) fortolkninger fra deres analyse av *Domains of Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball, Thames & Phelps, 2008).

TPACK-in-practice bygger på TPACK modellen, men fokuserer på de tre komponentene TPCK, teknologisk fagkunnskap (TCK) og teknologisk pedagogisk kunnskap (TPK). Modellen følger en todelt struktur, hvor den ene beskriver kunnskapsområdene og den andre gir praktiske eksempler på hvordan kunnskapen integreres vellykket. Jaipal-Jamani & Figg (2015) nevner også begrepene aktivitetstyper, læringsobjekter og undervisningsmodeller. En aktivitetstype det essensielle ved strukturen til en bestemt aktivitet og omfatter hva elevene gjør i den spesifikke aktiviteten (Harris & Hofner,

2009). Eksempelvis kan det å generere spørsmål være en aktivitetstype. Et eksempel i matematikkfaget kan være å lage spørsmål om geometriske definisjoner og egenskaper. Læringsobjekter må ofte lages for å presisere en spesifikk ferdighet som elevene skal lære, som for eksempel en tidslinje for å lage en oversikt av matematiske oppdagelser i kronologisk rekkefølge. Models of teaching tolker jeg som undervisningsmodeller og er strategier læreren bruker til å presentere eller modellere et matematisk konsept. Eksempler på undervisningsmodeller kan være utforskende læring (inquiry-based learning), problembasert læring (PBL) eller forelesning.

Fagbegrep er et viktig element i lærerens fundament for fagkunnskap, som Rowland, Turner, Thwaites, & Huckstep (2009) beskriver i Knowledge Quartet. Da studiet fokuserer på matematikkfaget, vil det gjennomgående menes matematiske begrep når det handler om fagbegrep. Et begrep er et ord og dets mening og matematiske begrep vil da være matematiske ord med meningsinnhold. Matematiske begrep kan defineres som erfaringer lagret i klasser i langtidsmindet og er viktige for å systematisere og organisere kunnskap (Nyborg, 1985).

Begrepet 'teknologi' blir hyppig brukt i forklaringer og argumentasjoner videre i masteroppgaven. Det er et utfordrende begrep å definere og forskeren velger istedenfor å avgrense begrepet til fremvoksende teknologi. Fremvoksende teknologi beskriver teknologi som ikke er blitt tatt i bruk lenge nok, eller i stor nok grad, til å regnes som transparent teknologi (Cox og Graham, 2009). For eksempel ble bøker ansett som en teknologi, da det var et verktøy med større kapasitet og enklere å bruke enn pergament eller papirruller. Bøker ble ikke allment akseptert og brukt med en gang, men etter flere århundrer er de ikke ansett som en teknologi i dagens samfunn. De er blitt transparente eller gammel teknologi. Eksempler på teknologi i matematikklasserommet kan være Smartboard, Chromebook, eller lignende. Videre i studien vil 'fremvoksende teknologi' være måten å betrakte 'teknologi' på.

Et annet begrep som er utfordrende å definere er teknologiske- eller digitale verktøy. I masteroppgaven velger forskeren å avgrense digitale verktøy til programmer eller apper som brukes på en digital plattform, for eksempel Geogebra, Google Regneark, Powerpoint presentasjon, Nrich (nettressursbank) og lignende.

#### 1.4 Studiens oppbygging

I grove trekk argumenterer studien for praktiske handlinger og kunnskaper to lærere uttrykker for integrering av teknologi i matematikkundervisning. For å belyse dette må det defineres sentrale begrep og konkrete forskningsspørsmål som kan veilede forskningsprosessen. I teorikapitlet presenteres det teoretiske grunnlaget for studien. Her beskrives teori og tidligere forskning innen temaene teknologi, pedagogikk, fagkunnskap og undervisningspraksis. Videre vil det gjøres rede for forskningsmetodiske valg i kapittel 3. Det innebærer metodisk tilnærming, beskrivelse av utvalg og strategier for datainnsamling, metode for analyse og forskningens kvalitet og etikk. I kapittel 4 presenteres studiens resultater gjennom noen beskrivende funn fra analysen. Til slutt diskuteres resultatene fra kapittel 5 i lys av relevant teori. Kapitlet vil også inneholde en refleksjon av studiens styrker og svakheter, oppsummere hvordan empirien belyser forskningsspørsmålet og avsluttes med noen tanker rundt videre forskning.

## 2 Teoretisk bakgrunn

Innledningsvis argumenterte jeg for at bruk av teknologi i matematikkundervisning vil få et økt fokus fremover og at det er viktig å utvikle elevenes teknologiske ferdigheter for at de skal kunne bli dyktige samfunnsborgere. Å integrere teknologi i undervisningspraksisen sin kan virke både skremmende og utfordrende for lærere, da det er nytt og i kontinuerlig endring. Derfor mente jeg at det var essensielt å undersøke og utvikle lærernes kunnskap og kompetanse, for og om digital teknologi. For å belyse min problemstilling, har jeg derfor brukt kjennetegn på kunnskapsområder som Jaipal-Jamani & Figg (2015) beskriver som essensielle for lærere i teknologiintegreert undervisning. De identifiserte handlinger lærerne gjør som fører til vellykket bruk av digitale verktøy i sin undervisningspraksis, i samspill med kunnskapsområdene Mishra & Koehler (2006) fremstilte som essensielle for teknologi i undervisning. Både TPACK og TPACK-i-praksis kan anses som generelle retningslinjer, som jeg anvendte til å undersøke matematikkfaget.

I dette kapitlet presenteres forskerens teoretiske ståsted og rammeverkene som danner grunnlaget for analyse og drøfting av undersøkelsen. Lee Shulman (1986) danner grunnlaget for begge rammeverkene forskningsprosjektet bygger på, da han definerte begrepet pedagogical content knowledge. Senere utvidet Mishra & Koehler (2006) begrepet til Shulman, ved å integrere teknologi. I tillegg til det teknologiske elementet mener Jaipal-Jamani & Figg (2015) at det er behov for å fremheve generelle kjennetegn, som støtte for hvordan lærere kan utøve effektiv teknologiintegreert undervisning. Noe som er spesielt aktuelt nå som COVID-19 har ført til fjernundervisning, men også det nye læreplanverket som tas i bruk skoleåret 20/21.

### 2.1 Fagfornyelsen

Fagfornyelsen er det nye læreplanverket, som omfatter endringer av innhold i fagene og oppdateringer av opplæringens verdigrunnlag. Hovedgrunnene til fornyelsen forklares ved at samfunnet og arbeidslivet endrer seg med ny teknologi, ny kunnskap og nye utfordringer (utdanningsdirektoratet, 2018). Vårt stadig utviklende samfunn krever barn og unge som reflekterer, utforsker og er kritiske, men også er kreative. Videre skal elever og lærlinger eksponeres for mer dybdelæring. Det nye læreplanet skal gi tydeligere prioriteringer i henhold til kompetansemålene, da det argumenteres med at tidligere læreplaner har vært for omfattende. I tillegg skal det skapes bedre sammenheng i og mellom fagene.

Den overordnede delen innebærer verdier og prinsipper for grunnopplæringen. I denne presenteres en fornyet definisjon av kompetansebegrepet «kompetanse er å kunne tilegne seg og nytte kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjende og ukjende sammenhenger og situasjoner. Kompetanse inneber forståing og evne til refleksjon og kritisk tenking» (Utdanningsdirektoratet, 2017). I tillegg introduseres dybdelæring for å øke kompetanseutviklingen. Dybdelæring defineres som «å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder» (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Opplæringens verdigrunnlag skal prege dybdelæringsprosesser slik at det utvikles gode holdninger og evne til refleksjon og kritisk tenkning.

Spesifikke endringer for matematikkfaget beskrives gjennom kjerneelementer. Disse inkluderer, kort oppsummert: utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon og abstraksjon og generalisering. Fagfornyelsen presiserer at matematikk er «eit sentralt fag for å kunne forstå mønster og sammenhengar i samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendingar» og «skal bidra til at elevane utviklar eit presist språk for resonnering, kritisk tenking og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering» (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Kommunikasjon i matematikk handler om å bruke et matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement. Dette er også en viktig faktor for studiet, siden integrering av teknologi i matematikkundervisning vil medføre nye begrep og kreve en utvikling av det matematiske språket. Kan teknologi være et hjelpemiddel for å fremme kompetanse i samtlige kjerneelement for matematikk? Hva tenker lærerne om fagfornyelsens implikasjoner, med tanke på teknologiintegret matematikkundervisning?

## 2.2 PCK – Shulman

Shulman (1986) påpeker hvordan fokuset på viktige kriterier for hva som kjennetegner en god lærer har endret seg. Fra et sterkt fokus på faglig kunnskap (1875), til at fagkunnskap på 1980-tallet nærmest ble tilsidesatt for pedagogikken. Han poengterer at forskning mangler spørsmålene som retter oppmerksomheten på innholdet i undervisningen, klasseromsdiskusjonen og spørsmål som stilles og forklaringene som gis. I stedet har fokuset vært på hvordan lærere leder klasserommet, organiserer aktiviteter, fordeler tid og oppmerksomhet, strukturerer oppgaver, gir tilbakemeldinger med kritikk og ros, planlegger undervisningen og vurderer den generelle måloppnåelsen (Shulman, 1986). For å beskrive kjernen av essensielle kunnskapsområder han mener lærere burde ha, konstruerer Shulman (1986) begrepet *pedagogical content knowledge* (PCK). Shulman danner herved en grunnleggende ide, som Mishra & Koehler (2006) senere videreutvikler. Da Shulmans begrep er grunnleggende for TPACK og TPACK-in-practice, gis det en kort forklaring av dette begrepet før TPACK introduseres.

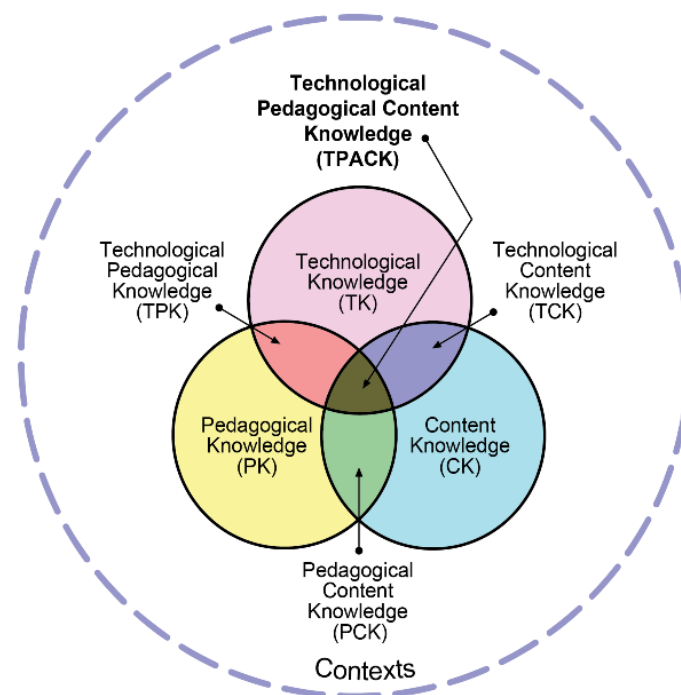
Shulman (1986) argumenterer for at delkomponentene for lærerkunnskap kan deles i tre kategorier av kunnskap om innhold og tre kategorier av kunnskapsformer. Kunnskap om innhold deler han i (a) kunnskap om faglig innhold, som innebærer forståelse av både de materielle og syntaktiske strukturene i faget. Det betyr både måten de grunnleggende prinsipper og begreper er organiserte til å beskrive fakta og måter som etablerer gyldighet eller ugyldighet. (b) Kunnskap om pedagogisk innhold, som omfatter lærerens evne til å bruke hensiktsmessige representasjoner, eksempler og forklaringer, slik at informasjonen blir meningsfull for eleven og hva som er enkelt eller utfordrende å forstå. (c) Kunnskap om pensum, som beskriver kjernen av undervisningen og skal danne «pensumkassen» til læreren. Her henter man sine undervisningsverktøy, som alternative fremgangsmåter for undervisning av et gitt tema.

Den andre delkomponenten, kunnskapsformer, deler Shulman (1986) også i tre kategorier: (1) Proposisjonskunnskap illustrerer prinsippene utledet fra empirisk forskning, '*maxims*' den tilegnede praksiskunnskapen og normer. (2) '*case knowledge*' som innebærer kunnskap om spesifikke og godt beskrevne hendelser, som også fungerer som en rapport av en hendelse. (3) Strategisk kunnskap, som omfatter lærerens evne til å håndtere situasjoner uten klare løsninger, men hvor han/hun må ta en profesjonell avgjørelse. Shulman (1986) argumenterer at de ovenfornevnte kategorier a,b,c har sammenhenger med 1,2,3 og at disse illustrerer hvordan pedagogisk kunnskap og

fagkunnskap burde betraktes som sammenflettede begreper, altså fagdidaktisk kunnskap (PCK). Forskere har siden utvidet begrepet ved å legge til elementer. For eksempel er Ball et al. (2008), som bygger videre på Shulmans ide i deres modell for Undervisningskunnskap i matematikk. Valenta (2015) beskriver matematikklærer-kompetanse og hvordan Shulman (1986) danner grunnlaget for flere studier, rammeverk og analyser. Et annet eksempel er TPACK (Mishra & Koehler, 2006), som introduserer det teknologiske elementet som en del av lærerkunnskap.

## 2.3 TPACK

Mishra & Koehler (2006) nevner at forskningsområdet til teknologi for utdanning ofte er kritisert for manglende teoretisk grunnlag. Hensikten deres er å fremstille et rammeverk for teknologi i utdanning, ved å ta utgangspunkt i Shulmans (1986) formulering av fagdidaktisk kunnskap og videreutvikle ideen ved å integrere teknologi som et kunnskapsområde. Rammeverket forsøker å representere de essensielle elementene av lærerkunnskap som kreves for integrering av teknologi i undervisningen. Niess et al. (2009) påpeker at teknologi, som dynamiske geometriprogram eller computer algebra systems (CAS), først og fremst blir brukt for modellering og til å gi eksempler. Etterfulgt av elever som skal imiterer lærerens steg og teknologien ofte benyttes for verifisering, demonstrasjoner og drilløvelser. Mens digital teknologi raskt vokser, har strategier for effektiv integrering av teknologi i læring av matematikk ikke utviklet seg i samme tempo (Niess et al., 2009). TPACK-modellen beskriver de ulike kunnskapskomponentene som det nye overordnede begrepet teknologisk fagdidaktisk kunnskap innebærer. I tillegg til de omfattende roller og relasjoner som interagerer mellom de tre hovedkomponentene av læringsmiljøet: faglig innhold, pedagogikk og teknologi.



**Figur 1: De syv komponentene av rammeverket TPACK** (Koehler, 2011) <http://tpack.org/>  
Reproduced by permission of the publisher, © 2012 by tpack.org



### 2.3.1 Nivå 1: TK, PK, CK

Kjernen til modellen illustrert i figur 1, den mørkegrønne komponenten TPCK, beskriver samspillet mellom alle tre hovedkomponenter og underkategorier: *technological knowledge* (TK), *pedagogical knowledge* (PK) og *content knowledge* (CK). Teknologisk kunnskap omfatter kunnskap om ulike måter å tenke om og jobbe med teknologi, verktøy og ressurser. Dette inkluderer å forstå teknologiske verktøy bredt nok til å benytte de produktivt på jobb og i hverdagen, innse når teknologi kan fremme eller hemme arbeidet og kunne tilpasse seg teknologiske utviklinger. Pedagogisk kunnskap beskriver lærerens kunnskap om prosesser og praktisering av læringsteorier. Det omfatter blant annet undervisningsverdier, formål og tro, hvordan elever lærer, klasseledelse, planlegging og vurdering. Fagkunnskap innebærer lærerens kunnskap om fagspesifikke begreper, teorier, ideer, organiserende rammeverk, bevisføring og tilnærminger for å utvikle fagkompetanse (Mishra & Koehler, 2006). Angeli & Valanides (2009) argumenterer at kunnskap om elever og kunnskap om kontekst burde legges til som basisområder. Deres forskning peker på at lærere benytter seg av kunnskap knyttet til elevenes utfordringer med både faglig innhold og relevant kontekst. Mens Mishra & Koehler inkluderer denne kunnskapen i PK og CK, fremhever utvidelsen ICT-TPACK (information and communication technology) de to tilleggsområdene mer eksplisitt.

### 2.3.2 Nivå 2: TPK, TCK, PCK

Videre illustrerer modellen tre underkategorier, som presenterer relasjonene mellom hovedkomponentene. Pedagogical content knowledge (PCK) fortolkes som fagdidaktisk kunnskap. PCK tar for seg ideen om transformeringen av fagkunnskap for undervisning, ved at læreren fortolker fagkunnskapen, finner flere måter å representere det på og tilpasser det til elevenes behov. Samspillet mellom pedagogikk og fagkunnskap krever blant annet at læreren må være bevisst på generelle misoppfattelser og hvordan de kan oppklares. Et annet eksempel for PCK kan være fleksibiliteten i å utforske flere fremgangsmåter i problemløsning. Den andre relasjonen, teknologisk fagkunnskap (TCK), beskriver forståelse av hvordan teknologi og innhold påvirker hverandre. Læreren trenger kunnskap om hvordan fagkunnskapen kan utvikles effektivt ved å bruke digitale verktøy. Det innebærer blant annet omfattende forståelse av hvordan faglig innhold og ulike representasjoner kan endres gjennom anvendelse av fagspesifikk teknologi. Sist, teknologisk pedagogisk kunnskap (TPK) omfatter lærerens forståelse av hvordan undervisning og læring endres når spesifikke teknologiske verktøy brukes på spesifikke metoder. Den omfatter kunnskap om formål og begrensninger til en rekke teknologiske verktøy i henhold til hensiktsmessige pedagogiske design og strategier (Koehler & Mishra, 2007).

### 2.3.3 Nivå 3: TPCK

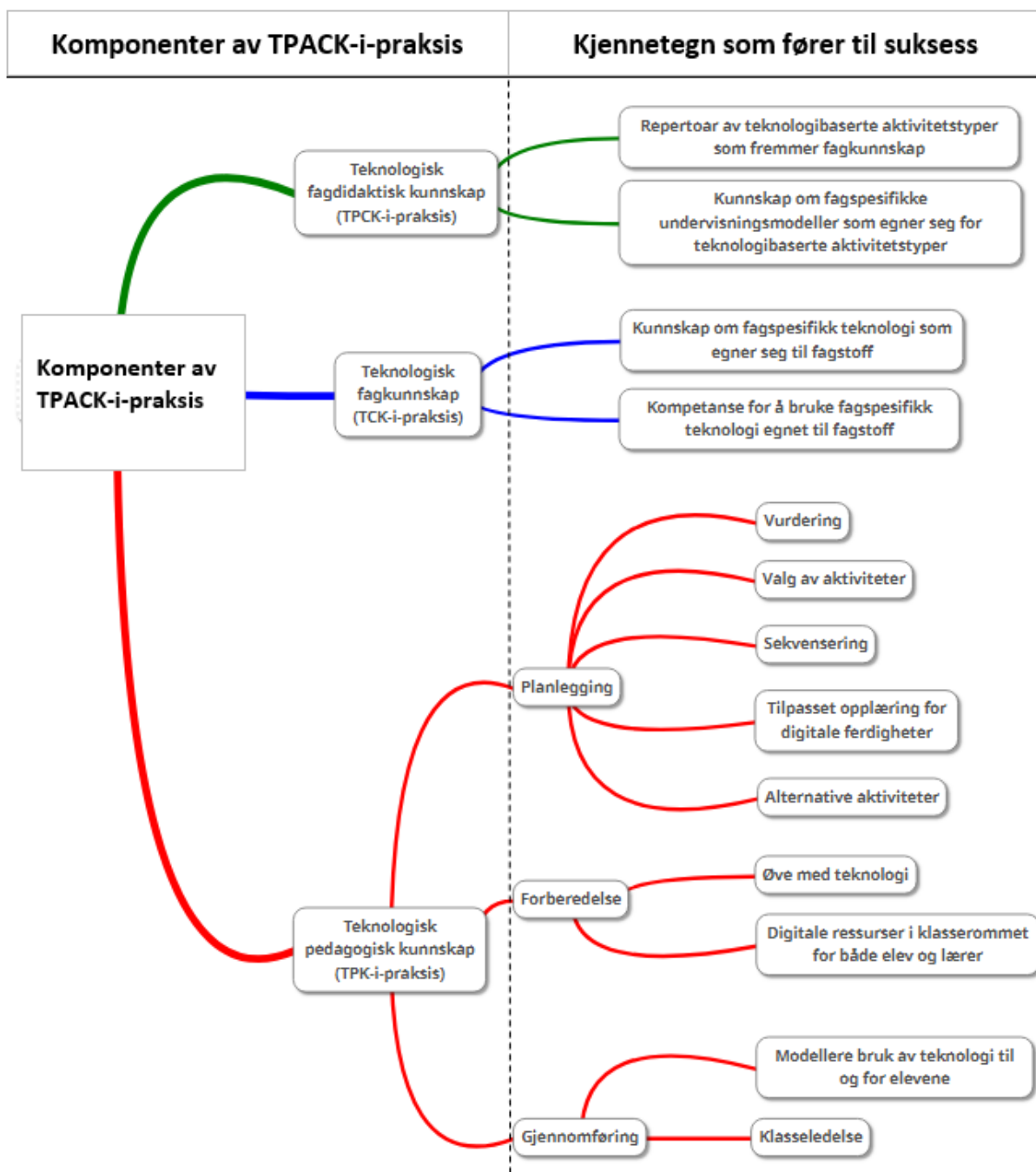
Til slutt, selve hjertet av modellen, Teknologisk fagdidaktisk kunnskap (TPCK) er grunnlaget for effektiv undervisning med teknologi. Det omfatter forståelse om representasjon av begreper, pedagogiske strategier som bruker teknologi konstruktivt for læring av fagkunnskap, hva som er enkelt eller utfordrende ved læring av konsepter med teknologi og hvordan verktøyet kan hjelpe å belyse elevenes utfordringer fra nye perspektiv (Koehler & Mirsha, 2007). Det skal påpekes at det ikke finnes én teknologisk løsning som vil gjelde for enhver situasjon, lærer eller undervisningsfag. Nøkkelen ligger i lærerens evne til å tilpasse sin kunnskap fra de ovenfornevnte områdene og anvende hensiktsmessige teknologibaserte aktiviteter i ulike undervisningsmodeller. Angeli & Valanides (2009) mener at TPCK er et eget kunnskapsområde, som er forskjellig fra

komponentene det består av slik Mishra & Koehler (2006) presenterer det. De argumenterer for at en lærers TPCK ikke nødvendigvis utvikles som følge av økt kunnskap i delkomponentene TPK, TCK og PCK. Et av hovedfunnene deres som støtter det, er at lærere som hadde omfattende erfaring og kunnskap om flere dataprogrammer, men uten spesiell opplæring i å undervise med teknologi, ikke presterte noe vesentlig bedre i teknologiintegreert undervisning, enn lærerne med mindre erfaring (Valanides & Angeli, 2008). Det kan også nevnes at det ikke er teknologi i seg selv, men hva brukeren gjør med teknologien som utgjør forskjellen.

TPACK modellen, som beskrevet av Mishra & Koehler (2006), har gitt mange muligheter for videre forskning på lærerutdanning, utvikling av kompetanse til lærere i jobb og læreres bruk av teknologi i undervisning. Da TPACK er et teoretisk rammeverk, og studien utforsker læreres undervisningspraksis, vil det være hensiktsmessig å støtte studien med et praktisk rammeverk i tillegg, for å belyse anvendelse av teorien.

## 2.4 TPACK-i-praksis

TPACK-in-practice (Jaipal-Jamani & Figg, 2015) er et rammeverk utviklet for å knytte det teoretiske grunnlaget for undervisning med teknologi, til de praktiske handlingene læreren gjør i teknologiintegreert undervisning. I deres modell presenterer Jaipal-Jamani & Figg (2015) de ulike kunnskapsområdene som utfordres ved bruk av teknologi i undervisningen og gir noen eksempler på handlinger som kan føre til effektiv teknologi-integrering. Rammeverket er basert på Mishra & Koehlers (2006) teoretiske rammeverk TPACK, som igjen bygger på Lee Shulmans (1986) PCK modell. TPACK-in-practice består av tre hovedkomponenter: technological content knowledge (TCK), technological pedagogical knowledge (TPK) og technological pedagogical content knowledge (TPCK). Figur 2 illustrerer hvordan hovedkomponentene identifiserer praksisbaserte egenskaper og handlinger som representerer TPCK-in-practice, TCK-in-practice, and TPK-in-practice. Både TPACK og TPACK-in-practice er i hovedsak ment å brukes som hjelpemiddel for å designe kurs (workshops) til faglærere og universitetsprogram for lærerutdanning. Da rammeverkene anvendes til å lære bort hvordan teknologi kan benyttes i undervisning, vil jeg forsøke å bruke de for å undersøke hvilke kunnskaper to lærere gir uttrykk for at de bruker i sin teknologiintegreert undervisningspraksis.



**Figur 2: Rammeverket for TPACK-i-praksis** (egen oversettelse av Jaipal-Jamani & Figg, 2015)

Hovedkomponentene i TPACK-in-practice, definert i tabell 1, illustrerer de mest essensielle kjennetegnene ved læreres kunnskaper som påvirker hvor effektive eller dyktige de kan være med integrering av teknologi i deres undervisning. Noen forskere mener at TPACK er utviklet innenfor spesifikke fagområder og at rammeverket kun formidler hvordan teknologi integreres i disse fagområdene (Harris & Hofer, 2009, 2011; Hughes, 2005; McCrory, 2008; Niess, 2005a, 2005b, 2006; Suhawoto & Niess, 2001). Mens andre argumenterer at rammeverket ikke tydeliggjør forbindelser til faglig innhold godt nok (Angeli & Valanides, 2009). Jaipal-Jamani & Figg (2015) opplyser at deres rammeverk, TPACK-in-practice, beskriver generelle kjennetegn for teknologiintegrasjon. Derfor vil jeg definere kjennetegn og eksempler på lærerhandlinger fra TPACK-i-praksis mer generelt, og supplere med egne eksempler i en matematisk kontekst.

TPCK-i-praksis	Kunnskap om hvordan man kan lage teknologiintegreert undervisning med forskjellige undervisningsmodeller (eksempel: problembasert læring, utforskende læring, forelesning) for å nå læringsmål
TCK-i-praksis	Kunnskap om fagrelatert teknologi (kunnskap om fagspesifikke verktøy og evnen til å tilpasse andre verktøy til faglige formål) og lærerens evne til å bruke verktøy (personlig holdning, ferdigheter og være komfortabel med å bruke verktøy)
TPK-i-praksis	Kunnskap om praktisk profesjonskompetanse (eksempelvis klasseledelse, tilpasset opplæring og vurdering) til å planlegge og utøve teknologiintegreert undervisning

**Tabell 1: Komponentene i TPACK-i-praksis** (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s. 142)

### 2.4.1 TCK-i-praksis

Først, bygger den teknologiske fagkunnskapen-i-praksis på den tidligere TCK komponenten i TPACK (Mishra & Koehler, 2006). TCK-i-praksis omfatter kunnskap om teknologiske verktøy som egner seg til fagstoff, eksempelvis lærerens personlige holdninger, evner og hvor komfortabel han eller hun er med de aktuelle verktøyene (Jaipal & Figg, 2010). Kjennetegn og praksisbaserte handlinger som representerer kunnskapsområdet TCK oppsummeres kort i tabell 3.

<b>Kjennetegn som fører til suksess</b>	<b>Eksempel på lærerhandlinger i praksis</b>
Kunnskap om fagspesifikk teknologi som egner seg til fagstoff	Finne fagspesifikke verktøy som egner seg til fagstoff/tema
	Tilpasse verktøy fra andre fagområder til det aktuelle fagområdet
Kompetanse for å bruke fagspesifikk teknologi egnet til fagstoff	Identifisere tekniske ferdigheter som er nødvendige for å bruke fagspesifikke verktøy
	Kjenne til eget ferdighetsnivå for bruk av verktøy

**Tabell 2: Kjennetegn og handlinger av TCK-i-praksis** (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s. 146)

**Kunnskap om fagspesifikk teknologi** som egner seg til å undervise fagstoff med, er én av to kjennetegn for TCK-i-praksis. Denne kunnskapen innebærer å *kjenne til ulike teknologi* som kan hjelpe elevene å nå læringsmålene mer effektivt i et gitt fag (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Et eksempel på dette kan være å forstå hvordan man bruker funksjonene i Geogebra til å utforske, definere eller konstruere geometriske figurer og deres egenskaper. Derfor er det viktig for læreren å ikke bare kjenne til ulike teknologiske verktøy, men også vurdere hvor egnet verktøyene er for å fremme elevenes faglige utvikling. I tillegg nevner Niess et al. (2009) at kunnskap om elevers forståelse, tenkning og læring av matematikk med teknologi, er viktig for effektiv teknologiintegrasjon. Et annet eksempel på lærerhandlinger for effektiv teknologiintegrasjon, er å *tilpasse verktøy fra andre fagområder*. Microsoft Excel er i hovedsak et verktøy basert på et regneark for matematiske beregninger, analyser av data og statistiske fremstillinger, som ofte forbindes med økonomi eller dataorganiserende arbeid. Lærerens evne til å se Excel gjennom pedagogiske briller og identifisere hvilke funksjoner som er aktuelle i henhold til læringsmål, utfordres i slike tilfeller (Kereluik, Mishra & Koehler, 2010).

**Kompetansen for å bruke fagspesifikk teknologi** er det andre kjennetegnet for TCK-i-praksis. Kjennetegnet beskrives ved to eksempler: *identifisere tekniske ferdigheter som kreves for å bruke verktøy og kjenne til eget ferdighetsnivå for å bruke de ulike verktøyene* (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Førstnevnte handler om lærerens evne til å identifisere hvilke ferdigheter som er grunnleggende for bruken av et teknologisk verktøy, i hvilken rekkefølge ferdighetene læres mest effektivt, om noen ferdigheter er for avanserte til å læres innledningsvis, og lignende. For eksempel, introduserer matematikklæreren noen enkle instruksjoner for navigering og funksjoner i Geogebra, som å lage punkt og linje, før elevene skal fremstille et bevis for Pythagoras setning.

Det andre paraksisbaserte eksempelet rammeverket fremhever, er å kjenne til sin egen evne til å bruke teknologiske verktøy i undervisningssituasjoner. Det innebærer ikke bare egen evne, men også hvor komfortabel man er til å bruke verktøy i klasserommet. Dersom matematikklæreren utforsker og jobber en del med Geogebra, kan man forutse utfordringer elevene kan møte på i arbeid med oppgaver i verktøyet. For eksempel, 'vis vinkelfunksjonen' blir ofte en frustrasjon når man ønsker å vise innsidevinklene i en trekant. Dersom læreren har kunnskap om at denne funksjonen er programmert til å vise innsidevinkel ved å utføre stegene mot klokka, istedenfor å vise utsidevinkel om stegene utføres med klokka, kan læreren gjøre elevene bevisst på funksjonen i forkant av oppgaven. I tillegg viser forskning til at eksponering for og bruk av fagbegrep er et viktig element i matematikkundervisning (Nyborg, 1985; Rowland et al., 2009; Utdanningsdirektoratet, 2019).

#### 2.4.2 Bruk av fagbegrep

For å hjelpe lærere, mentorer og lærerstudenter til å identifisere matematisk fagkunnskap i deres undervisning, konstruerte Rowland et al. (2009) rammeverket «Knowledge Quartet». Rammeverket kan hjelpe å fokusere observasjon på matematisk fagkunnskap som lærere uttrykker i en undervisningssekvens. «Fundamentet» er en av dimensjonene i Knowledge Quartet og omfatter lærerens teoretiske grunnlag for matematikkfaget. Ball et al., (2008) nevner også at matematikklæreren må være bevisst på viktigheten av å lære matematiske begrep, egen begrepsbruk og selv kunne forklare matematiske konsepter og prosedyrer. Videre nevner National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) at effektiv matematikkundervisning innebærer tilrettelegging for en meningsfull matematisk diskurs blant elevene. Det kan fremmes kompetanse gjennom en felles forståelse av matematiske ideer, ved å analysere og sammenligne elevs fremgangsmåter og resonnement (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

Kjerneelementene for matematikkfaget vektlegger at elevene skal kunne bruke matematiske begrep i samtale med lærer og medelever, både i praktiske og abstrakte situasjoner. Et godt begrepsapparat fremheves som en forutsetning for å kunne løse matematiske problemer (Utdanningsdirektoratet, 2019a; 2019b). Matematiske begrep kan være matematiske ord med meningsinnhold og er en del av det matematiske språket. Nyborg (1985) definerer matematiske begrep som erfaringer lagret i klasser i langtidsminnet og påpeker at begreper er viktige for å systematisere og organisere kunnskap. Videre understrekes det også i LK06 at matematisk kompetanse har et språklig aspekt, der formidling, samtale, begrunnelse, drøfting og resonnering står sentralt (Utdanningsdirektoratet, 2013). For å kunne delta i klassens matematiske diskurs, vil det derfor være viktig at elever eksponeres for og lærer å bruke matematiske begreper. Begrepslæring innebærer å identifisere begrepenes egenskaper, samt kategorisere, organisere og systematisere ideer og kunnskap i begrepssystem (e.g. Johnson & Carlson, 1992; Joyce

& Weil, 1990; Nyborg, 1994; Wilson 1987). I tillegg til fagkunnskap, stiller teknologi-integrert undervisning også økte krav til læreres pedagogiske kompetanse.

### 2.4.3 TPK-i-praksis

Neste TPACK-i-praksis komponent bygger på teknologisk pedagogisk kunnskap av TPACK (Mishra & Koehler, 2006). Begrepet TPK-i-praksis omfatter kunnskap som oppstår i samspillet mellom TK og PK. Shulman (1986) beskriver pedagogisk kunnskap (PK) som de omfattende prinsippene og strategiene for klasseledelse og organisering, mens Mishra & Koehler (2006) legger til planlegging og implementering av undervisning og vurdering. I tabell 4, 5 og 6 oppsummeres kjennetegn og eksempler på handlinger for TPK-i-praksis, da begrepet beskrives gjennom tre hovedkategorier: planlegging, forberedelse og gjennomføring (som vist i figur 2). Jaipal & Figg (2010) presiserer at selv om de presenterer de tre kategoriene i en konsekvent rekkefølge, er prosessene dynamiske og komplekse. Da kunnskapsområdet TPK-i-praksis er nokså omfattende, velger jeg å gjøre rede for elementene som har spisset fokuset til studien i observasjon og intervjuguide. Fargekoden i tabellene 3, 4 og 5 viser rød farge for koder benyttet i observasjons-skjemaet, mens grønn farge viser koder brukt i intervjuguide.

<b>Kjennetegn som fører til suksess</b>	<b>Eksempel på lærerhandlinger i praksis</b>
Vurdering	Velge riktig vurdering til teknologiintegreerte aktiviteter
	Bruke teknologi til å lage vurderingsverktøy
	Bruke teknologi til å vurdere
Valg av aktiviteter	Velge aktiviteter ut ifra fagets læringsmål
	Variasjon av teknologiintegreerte aktiviteter
	Forbedre aktiviteter i samarbeid med kolleger
Sekvensering og organisering	Utvikle teknologiske og faglige ferdigheter i undervisning (både enkelttimer og kapittel)
	Utvikle tekniske ferdigheter gradvis gjennom fagspesifikke aktiviteter
Tilpasset opplæring for digitale ferdigheter	Introdusere få tekniske ferdigheter om gangen
	Samle tekniske ferdigheter til enkle prosedyrer
	Tilpasse aktivitetene til elevene
	Lage spesifikke læringsobjekter for elevene
	Bruke teknologiintegreerte aktiviteter med flere fremgangsmåter
Plan B	Planlegge alternative aktiviteter
	Planlegge alternativ teknologi

**Tabell 3: Kjennetegn og handlinger av TPK-i-praksis: Planlegging** (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s. 148)

Å velge aktiviteter ut ifra læringsmålene, innebærer å skille mellom aktiviteter som fremmer kompetanse til å nå læringsmål fra aktiviteter for tekniske ferdigheter. Jaipal-Jamani & Figg (2015) påpeker at planlegging av teknologiintegreert undervisning bør ta utgangspunkt i pensum og læreplanverk. Da vil de teknologiintegreerte aktivitetene være tilpasset til å fremme kompetanse i henhold til læringsmål. Eksempelvis, kan en budsjettoppgave i Google regneark utvikle elevenes kompetanse i regnearkene eller prosentregelen, der regnearket som digitalt verktøy kan støtte opp og tydeliggjøre matematiske relasjoner. NCTM påpeker at det å etablere matematiske mål for å fokusere læringsprosessen tydeliggjør målet for matematikken elevene lærer, som samtidig kan veilede læreres valg for instruksjoner (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Rowland et al. (2009) nevner også at lærere må velge mellom ulike måter å omforme matematiske ideer, som en del av dimensjonen *omdanning (transformation)*. Det kan inkludere valg av eksempler og representasjoner, som kan gjøre matematiske ideer mer tilgjengelige for elevene.

Videre omfatter kunnskap for **organisering** av teknologiintegreert undervisning å *utvikle tekniske ferdigheter gradvis gjennom fagspesifikke aktiviteter*. For å utvikle både teknisk og faglig kompetanse, kan lærere introdusere tekniske ferdigheter i mindre sekvenser og gjennom oppgaver hvor det faglige står i fokus (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). På samme måte som lærebøker introduserer de mest elementære stegene først, for deretter å utvikle til mer sammensatte oppgaver utover i kapitlene. Stein, Engle, Smith & Hughes (2008) argumenterer at bevisst sekvensering av elevsvar kan øke muligheten for at lærerens planlagte matematiske mål for diskusjoner nås. Ved å velge ut spesifikke elever til å vise frem sitt resonnement, som muligens representerer fremgangsmåten majoriteten av elevgrupper benytter, er noe som kan bidra til å validere arbeidet og gi enklere tilgang til en matematisk diskusjon for flest mulige elever. Evnen til å sekvensere tema og instruksjoner nevnes også i Knowledge Quartet (Rowland et al., 2009). Han mener at lærerens evne til å dele opp og organisere undervisningen effektivt, avhenger av hans eller hennes kunnskap om strukturelle forbindelser innen matematikk. For eksempel kan en mulighet for sekvensering være å begynne med en ofte brukt eller felles strategi, som er basert på en misforståelse mange elever har. Da kan klassen, i fellesskap, oppklare misforståelsen og sammen utvikle en gyldig strategi for å løse det matematiske problemet (Stein et al., 2008).

*Bruke teknologi til å vurdere* innebærer kunnskap om hvordan lærere kan vurdere elevarbeid i teknologiintegreert undervisning. Narciss (2013) fremhever tilbakemeldinger som en av de mest påvirkende faktorer for læring i de ulike instruksjonssammenhengene, inkludert digitale læringsmiljøer. Det betyr å vite om og kunne bruke vurderingsverktøy som er egnet for vurdering av teknologibaserte aktiviteter (Zhou, Varnhagen, Sears, Kasprzak & Shervy, 2011). For eksempel, en sjekkliste av tekniske ferdigheter for et vurderingsskjema, eller å levere inn Geogebrafilen som viser loggen av fremgangsmåten i elevarbeidet. I en omfattende studie av matematikkutdanningen ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, om digital feedback med Maple T.A., rapporterer Rønningen (2017) «from the survey studies, it can be seen that feedback from the system, apart from right or wrong, is something that is missed by the students». I matematikk er ikke nødvendigvis å finne riktig svar det viktigste, men at man har en logisk tankegang i fremgangsmåten og utregningen. Engh, Dobson & Høihilder (2007) argumenterer at det derfor er like viktig å ta med vurdering av denne forståelsen og lære opp elevene til å redegjøre for tankegangen slik at den kan formidles til læreren. Da kan læreren ta tak i det positive og veilede eleven videre til målet. En slik vurdering kalles formativ vurdering. Formativ vurdering inkluderer elevens forståelse av

en tilbakemelding og aktivt bruke tilbakemeldingen i videre læring (Sadler, 2010). Hensikten med formativ vurdering er å hjelpe eleven til innsikt i sin måte å løse oppgaven på, samtidig som at det skal hjelpe eleven til å bli mer bevisst på sine læringsstrategier. Den formative vurderingen skal kunne gi læreren en pekepinn på hva eleven trenger å arbeide mer med. Tilbakemelding er en sentral del av formativ vurdering og anses som den faktoren som har sterkest påvirkning på læring (Havnes, Smith, Dysthe & Ludvigsen, 2012). Tilbakemelding kan ha både positiv og negativ effekt på læring. For å gi effektiv tilbakemelding er det sentralt når og hvordan tilbakemelding leveres, i tillegg til å ha kjennskap til studentens karakteristikk.

**Tilpasset opplæring** er et omfattende pedagogisk verktøy, som også er nødvendig for utvikling av digitale ferdigheter. En av tilretteleggingene Jaipal-Jamani & Figg (2015) forslår er å *introdusere få tekniske ferdigheter om gangen*. Dette vil gi mulighet for 'scaffolding' eller stillasbygging av læringen for elever på ulike nivå. Eksempelvis, kan læreren tilby en oppskrift av noen få steg for prosedyren i en oppgave. Å *tilpasse aktivitetene til elevene* kan være et behov når læreren benytter nettressurser eller digitale verktøy som ikke er utviklet for utdanning. For eksempel, å tilpasse konteksten til noe elevene kan relatere til. Videre kan lærere *bruke teknologiintegreerte aktiviteter med flere fremgangsmåter*, som gjør at man kan differensiere, i tillegg til å innlede en matematisk diskusjon rundt fremgangsmåtene. Rowland et al. (2009) fremhever også sammenheng mellom prosedyrer og sammenheng mellom begreper, i dimensjonen *sammenheng (connection)*. I tillegg nevner NCTM at effektiv matematikkundervisning benytter elevs resonnement til å vurdere fremgang mot matematisk forståelse og tilpasser undervisningen kontinuerlig på måter som støtter og utvikler læring (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

Videre er tilpasset opplæring en viktig faktor i lærerens pedagogiske kompetanse. «Tilpasset opplæring er et overordnet prinsipp som gjelder samtlige elever i norsk skole. Det innebærer at alle elever har rett til opplæring i samsvar med egne evner og forutsetninger» (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016, s. 24). Det medfører noen utfordringer, hvor lærere blant annet forventes å kunne avdekke den enkelte elevens faglige ståsted for å tilpasse fagstoffet til utviklingsnivået. Niess et al. (2009) foreslår at lærere kan «use technology to support learner-centered strategies that address the diverse needs of all students in learning mathematics, as these strategies help students become responsible for and reflect on their own learning» (s, 18).

Van de Walle, Karp & Bay-Williams (2015, s. 81-82) argumenterer at en tre-steps undervisningsplan er et effektivt verktøy for å møte det brede spekteret av utfordringer og behov i en elevgruppe. Elevene gis muligheten til å forstå hva oppgaven spør om (førfasen), og bruke egne strategier og ideer til problemløsingen (gjennomføringsfasen). I tillegg til å forklare sine fremgangsmåter, får de muligheten til å lytte til andres (etterfasen). I den tradisjonelle 'foredragsundervisningen', er det en antagelse om at alle elever kan lære gjennom én tilnærming. Elever som ikke er klare for å forstå de presenterte ideene, må fokusere på å følge regler instrumentelt. I kontrast, kan en utforskende eller problembasert læring tilrettelegge for de varierende behovene til elevgruppen (Van de Walle et al., 2015, s. 96). Det første man kan vurdere, med tanke på tilpasset opplæring, er elevenes individuelle 'læringsprofiler'. Med det menes, for eksempel, hvilke strategier og undervisningsmodeller fungerer best for eleven, som visuelle, praktiske eller teoretiske metoder. Videre kan læreren vurdere hva som bør tilpasses av faginnhold, hvordan engasjere eleven i aktiviteter, eller produktet, skrive



eller forklare hva de har lært. I tillegg vurdere hvordan man tilpasser det fysiske læringsmiljøet. Eksempelvis, læringspartner, sitteplasser eller tilgang til materialer.

Sist kan det være lurt å *planlegge alternative aktiviteter* eller teknologi, i tilfelle det digitale svikter. Det kan være 'analoge' aktiviteter, som ikke krever noe teknologi dersom det skulle skje uforutsette tekniske vansker, eller at læreren vet om flere digitale verktøy som kan benyttes til den planlagte aktiviteten.

Kjennetegn som fører til suksess	Eksempel på lærerhandlinger i praksis
Øving med teknologi	Øve med teknologiske verktøy i IBL Få tilbakemeldinger fra kolleger
Digitale ressurser i klasserommet, både for elever og lærer	Samle nettressurser

**Tabell 4: Kjennetegn og handlinger av TPK-i-praksis: Forberedelse** (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s. 148)

Kategorien forberedelse av TPK-i-praksis illustrerer to kjennetegn for teknologiintegret undervisning. Det første kjennetegnet omfatter lærerens egen utvikling av kunnskap og kompetanse for å bruke teknologi gjennom **øving**. Denne øvingen bør helst foregå på PC, Chromebook, Smartboard, eller annen teknologi som læreren har tilgang på i klasseromssituasjoner. Jaipal & Figg (2010) argumenterer at dette vil avdekke muligheter og utfordringer, både fysiske og tekniske, for undervisningen. Det fremheves også at lærere bør regelmessig delta i utviklingsaktiviteter for å utvikle egen teknologisk kompetanse, som igjen vil fremme elevenes muligheter for kreativitet og læring i matematikk (Niess et al., 2009).

En annen viktig del av forberedelsen er tilgjengeligheten av **digitale ressurser i klasserommet**. Eksempelvis, kan læreren samle nettressurser på en digital plattform for både lærer og elever. For eksempel, Nrich kan brukes som oppgavebank, Google Classroom kan organisere mapper til de ulike temaene i pensum med informasjon og lenker, osv.

Kjennetegn som fører til suksess	Eksempel på lærerhandlinger i praksis
Modellere/vis bruk av teknologi til og for elevene	Vise eksemplarisk bruk av teknologiske verktøy
	Vise generelle funksjoner som kan overføres til flere verktøy
	Bruke egne eksempler
Klasseledelse	La elevene vise tekniske ferdigheter
	Bruke grupper for å støtte utvikling av tekniske og faglige ferdigheter
	Bruke egnede demonstrasjoner i teknologiintegret undervisning
	Bruke teknikker for å engasjere elevene til å bruke teknologi i undervisningen

**Tabell 5: Kjennetegn og handlinger av TPK-i-praksis: Gjennomføring** (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s. 148)

For kategorien gjennomføring av TPACK-i-praksis identifiserte Figg & Jaipal (2009) **modellere bruk av teknologi til og for elevene** og **klasseledelse**, som kjennetegn for å støtte lærerens teknologiintegreerte undervisningspraksis. Lærerens evne til å *modellere hvordan digitale verktøy kan brukes*, er en viktig faktor for elevenes kompetanseutvikling. Ved å øve på tekniske ferdigheter og bruk av digitale verktøy gjennom faglig innhold, kan læreren vise korrekt bruk av verktøyet. Eksempelvis for konstruering av geometriske figurer i Geogebra, kan læreren modellere verktøyets funksjoner gjennom en fagbasert oppgave. I tillegg kan man utvikle kompetanse ved å *la elevene vise tekniske ferdigheter*. Lærere kan bruke en rekke forskjellige teknikker, som å la elever hjelpe med å klargjøre teknologien eller assistere gjennom undervisningen. For eksempel kan elever komme frem og vise sin fremgangsmåte for å løse en økonomioppgave i regneark, som kan inkludere formler og tabeller.

**Klasseledelse** innebærer kunnskap om generelle pedagogiske strategier, som må tilpasses ved bruk av teknologi i undervisningen. Figg & Jaipal (2009) påpeker at *bruk av grupper for å støtte utvikling av tekniske og faglige ferdigheter*, og *bruke teknikker for å engasjere elevene til å bruke teknologi*, kan være gode strategier. Førstnevnte støtter fagbaserte undervisningsmodeller ved å danne elevgrupper for at de skal kunne støtte hverandre både på faglige og tekniske ferdigheter. Et eksempel som ofte brukes er læringspartnere. I tillegg trenger læreren teknikker for å engasjere elevene til å bruke teknologi i undervisningen. Jonassen, Howland, Marra & Crismond (Referert til i Jaipal-Jamani & Figg, 2015) nevner at «meningsfull læring krever at elever er aktivt engasjert av en meningsfull oppgave hvor de manipulerer objekter og parametere i miljøet de jobber i og observerer resultatene av manipulasjonene deres» (s. 149). Geogebra er et eksempel hvor elevene enkelt manipulerer parametere og umiddelbart får visuell respons på hva endringene resulterer i.

#### 2.4.4 TPCK-i-praksis

Kjennetegn som fører til suksess	Eksempel på lærerhandlinger i praksis
Ha et repertoar av teknologiintegreerte aktivitetstyper som fremmer fagkunnskap	Analysere strukturen til en teknologiintegreert aktivitetstype Velge de mest effektive teknologiintegreerte aktivitetstypene
Kunnskap om fagspesifikke undervisningsmodeller som egner seg for teknologiintegreerte aktivitetstyper	Analysere kunnskapstypen som skal læres Velge egnede undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning

**Tabell 6: Kjennetegn og handlinger av TPCK-i-praksis** (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s. 144)

Sist, bygger teknologisk fagdidaktisk kunnskap-i-praksis på hjertet i TPACK modellen (Mishra & Koehler). Begrepet TPCK-i-praksis omfatter kunnskap om hvordan man lager et instruksjonsdesign for teknologiintegreerte erfaringer i ulike undervisningsmodeller for å nå læringsmål (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Kunnskapsområdet for TPCK kjennetegnes ved lærerens repertoar av teknologiintegreerte aktivitetstyper, og kunnskap om fagspesifikke undervisningsmodeller som egner seg for teknologiintegreerte aktiviteter. Mishra & Koehler (2006) påpeker at «god undervisning krever at man utvikler en nyansert forståelse av sammenhenger mellom teknologi, faginnhold og pedagogikk, og at læreren bruker den forståelsen for å lage egnede, fagspesifikke strategier og representasjoner» (Jaipal-Jamani & Figg, 2015, s 143). I figur 1 ser man at TPCK-i-praksis er kunnskap som utvikles i samspillet mellom PCK og TK.

Det første kjennetegnet for TPCK-i-praksis er lærerens **repertoar av teknologi-integrerte aktivitetstyper**. En aktivitetstype er strukturen til en aktivitet, som kan tilpasses for klassetrinn og faglig innhold (Figg & Burson, 2012). Repertoaret kan for eksempel innebære å lage et diagram i Google regneark. Strukturen til aktiviteten er da at elevene lager en verditabell, gjøre matematiske beregninger med formler, reflekterer over hvilken type diagram som egner seg best, og redigere diagram- og aksetittel. Videre inkluderer kjennetegnet å kunne velge effektive illustrasjoner, demonstrasjoner eller forklaringer, som strategier læreren kan bruke til å presentere eller modellere et matematisk begrep. I planlegging av teknologiintegret undervisning, må læreren ta noen avgjørelser for hvilke teknologiintegerte aktivitetstyper som effektivt representerer og fremmer læringsmål(ene). Som tabell 2 oppsummerer, betyr det at læreren må *analysere strukturen av aktivitetstypen, og velge de mest egnede eller effektive aktivitetstypene* (Jaipal-Jamani & Figg, 2015).

Lærerens kunnskap om **fagspesifikke undervisningsmodeller**, er det andre kjennetegner for TPCK-i-praksis. Eksempler på undervisningsmodeller kan være utforskende læring (inquiry-based learning), problembasert læring (PBL), eller forelesning. I teknologiintegret undervisning må læreren ha kunnskap om hvilken teknologi som er best egnet i de ulike undervisningsmodellene. Jaipal-Jamani & Figg (2015) identifiserer to praksisbaserte handlinger: *å analysere kunnskapstyper som utfordres for å nå læringsmålene, og velge de mest egnede undervisningsmodellene for teknologiintegerte aktivitetstyper* man ønsker å bruke i undervisningen. Førstnevnte handler om å identifisere kunnskapstyper, som metakognitive: deklarativ (hva), prosedural (hvordan), kondisjonal (hvorfor, når, hvor), utfordringer oppgavene kan gi elevene. Sistnevnte handler om å tilpasse undervisningsmodellen til aktivitetstypene, eller motsatt. Eksempelvis, dersom elevene skal forstå Pythagoras læresetningen, kan det være hensiktsmessig å gi en visuell representasjon av et bevis. For eksempel et Youtube-klipp som viser at vannet fra  $k^2 + k^2$  fyller  $h^2$ . Ball et al. (2008) beskriver dette som matematikklærerens *spesialiserte fagkunnskap*. Det innebærer blant annet evnen til å identifisere viktige matematiske ideer og muligheter en oppgave kan inneholde. I tillegg til å «pakke ut» faglig innhold, gjennom ulike modeller og representasjoner for utforskning av egenskaper ved matematiske konsepter. Minilesson, for eksempel, er en kort introduksjon av temaet i begynnelsen av timen. Læreren tar den eksplisitte rollen ved å fremheve ideer og strategier. Man bør ta i betraktning at læreren frembringer ideer for elevene å vurdere, men må tillate enkelteleven å konstruere sine egne meninger (Fosnot & Dolk, 2001, s. 30). Det kan være en effektiv strategi for å fremheve utregningsstrategier, dele problemløsingstilnæringer eller reflektere over hva som er et gyldig bevis.

## 3 Metode

### 3.1 Kvalitativ studie

Innenfor samfunnsvitenskapelig forskning skilles det hovedsakelig mellom to forskningsmetoder, kvalitativ og kvantitativ metode. Kvantitativ metode baserer seg på talldata, mens kvalitativ metode bygger på tekstdata. Forskningsstrategiene har en ulik tilnærming til forskningsfeltet, og valget av metode gjøres derfor på grunnlag av studiens hensikt og problemstilling. I tillegg vil de to forskningsstrategiene stille ulike krav til antall forskningsdeltakere, hvor kvantitativ forskning krever et relativt stort antall, mens kvalitativ forskning kan være basert på få informanter (Ringdal, 2013).

Formålet ved min studie var å se hvilke kunnskaper lærere uttrykte i teknologiintegret matematikkundervisning. Postholm (2005) beskriver at kvalitativ forskning forsøker å belyse menneskelige prosesser i en virkelig setting. Det innebærer et fokus på mening av hendelser og erfaringer, definisjoner, kjennetegn, og beskrivelser, og ikke antall forekomster av et fenomen. Hun nevner også innledningsvis at «å forske kvalitativt innebærer å forstå deltakernes perspektiv» (s. 17). På bakgrunn av dette valgte jeg å bruke en kvalitativ tilnærming i denne studien for å belyse forskningsspørsmålet, da fokuset mitt var rettet mot menneskelige prosesser og utfordringer i en realistisk setting.

I dette kapitlet redegjøres det for de forskningsmetodiske valgene i studien. Først presenteres fenomenologi som forskningsdesign, da studiet undersøker kunnskap og handlinger knyttet til teknologi i matematikkundervisning. Videre redegjøres det for studiens utvalg og datainnsamlingsstrategier, som beskriver observasjon og intervju. Deretter, forklares metode for analyse, som innebærer tematisk analyse og kodeboken. Til slutt argumenteres det for studiens kvalitet og forskningsetikk.

### 3.2 Fenomenologi

Siden studiet fokuserte på individuelle perspektiv og handlinger for hvordan to lærere integrerer teknologi i sin matematikkundervisning, mente jeg at en fenomenologisk tilnærming var en hensiktsmessig struktur for forskningsprosjektet. I studiens kontekst vil da fenomenet være teknologiintegring, med formål om å beskrive meningen lærere legger i opplevelsen knyttet til erfaringer med teknologiintegring. Fenomenologien har røtter i Husserls (1859-1938) filosofiske perspektiv på at forskeren prøver å oppnå vitenskapelig kunnskap gjennom studier av erfaringer ved hjelp av forskerens refleksjoner. Thagaard (2009) forklarer at fenomenologi forsøker å gi en forståelse av en subjektiv opplevelse et individ har med et gitt fenomen. I tillegg mente Husserl at objektiv og subjektiv kunnskap henger sammen, da den objektive virkeligheten må oppfattes og fortolkes av et subjekt (Postholm, 2005). En fenomenologisk tilnærming ble da hensiktsmessig, på grunn av hvordan det narrative fokuset er sentrert rundt individers perspektiv på teknologiintegring. Basert på studiens fokusområde var det relevant å undersøke informantenes individuelle meninger og resonnement på hvordan de integrerer teknologi i matematikkundervisning. Tilnærmingen som ble valgt ga lærerne muligheten til å forklare deres meninger, samt argumentere for sine valg og handlinger gjennom observasjon og intervju.

Siden studien fokuserte på læreren som individ, og kan derfor karakteriseres som en fenomenologisk studie. Formålet var å identifisere kunnskaper som informantene uttrykte ved teknologiintegreert matematikkundervisning, gjennom deres opplevde erfaringer ved fenomenet. Den kvalitative studien belyste deltakernes meninger og opplevelser i en virkelig setting. En utfordring ved det var at forskeren da fortolker noe som allerede er subjektivt. Fenomenologiske studier utforsker prosesser eller pågående hverdagsaktivitet, hvor prosessen avsluttes når forskeren begynner forskningsarbeidet. Noe som skiller det fra, for eksempel, kasusstudier som karakteriseres som en pågående prosess. Moustakas (referert til i Postholm, 2005) mente at hensikten med fenomenologisk forskning var å forstå meningsfulle, konkrete relasjoner som knytter opplevde erfaringer til en spesifikk kontekst. Per definisjon kan da forskeren ikke observere opplevelsen, siden det er en «avsluttet» erfaring. Måten forskeren får tak i denne opplevde erfaringen er gjennom intervju, da opplevelsen kan huskes og diskuteres av individet som erfarte den. Derfor var intervju en egnet metode for innsamling av data, noe det redegjøres for senere i kapitlet.

### 3.3 Utvalg

Kvaliteten av et forskningsprosjekt er ikke bare avhengig av hvor pragmatisk metodologien er, men også hvor egnet utvalgsstrategien er (Cohen, Manion, & Morrison, 2007). Utfordringer ved utvalg av informanter handlet i hovedsak om utvalgets størrelse, representativitet eller hensiktsmessighet, og tilgang til deltakere. Spesielt for kvalitativ forskning kan et strategisk utvalg av informanter som har kvalifikasjoner eller kunnskap, som er relevant for forskningsspørsmålet, være betydelig for studiet (Thagaard, 2009). For å avdekke min hypotese om potensielle kandidaters kvalifikasjoner, utførte jeg en pilotstudie på en nyutdannet matematikklærer. Gjennom pilotstudien fikk forskeren bekreftet antagelsen om å begrense utvalget til matematikklærere som har erfaring med teknologibruk i faget. Da pilotdeltakeren hadde hørt om noen, men ikke alle, begrepene studien ønsket å undersøke. I tillegg grunnet manglende erfaring ble det mye synsing på praktiske spørsmål. Videre ble tilgang til deltakere ikke bare komplisert av etiske retningslinjer, men også forskerens status og sosiale nettverk. Som student hadde jeg ikke mange bekjente som aktivt jobbet i læreryrket. I tillegg opplevdes terskelen for å besvare studentmailer nokså høy i Trondheim, siden skolene her preges av nye kull med masterstudenter som leter etter deltakere hvert år.

Videre nevner Cohen et al. (2007) at det ikke er et entydig svar på utvalgets størrelse, men at dette avhenger av studiens formål. Siden jeg valgte å gjøre en kvalitativ studie, ble det naturlig å ha et mindre utvalg på bakgrunn av rammer som tid for innsamling og bearbeiding av data, økonomi og tilgang til informanter. I samarbeid med veileder ble vi enige om at to informanter var tilstrekkelig, da jeg ønsket å både observere og intervju. En tredje kandidat trakk seg dessverre like før datainnsamling.

Strategien for utvalg av deltakere ble en kombinasjon av kriteriebasert- og bekvemmelighetsutvalg. Som nevnt tidligere, avdekket pilotstudien et behov for informanter som hadde spesifikk kunnskap og erfaringer med å bruke digitale verktøy i matematikkundervisning. Dette omtaler Christoffersen & Johannessen (2012) som kriteriebasert utvalg, der jeg søkte et utvalg med visse kvalifikasjoner og på den måten konstruerte et utvalg som passet mine behov. En følge av denne strategien var at studien ikke forsøkte å generalisere noen av funnene, da kriteriebasert utvalg har et 'uforskammet' partisk perspektiv på fenomenet. Kriteriebasert utvalg benyttes ofte for å få tilgang til kunnskapsrike informanter som har en omfattende forståelse om fenomenet

som undersøkes. Som Cohen et al. (2007) påpeker, er det lite hensiktsmessig å søke et vilkårlig utvalg, hvor man risikerer at informanter er uvitende om gitte problemstillinger og dermed ikke vil være i stand til å kommentere de. I tillegg ble bekvemmelighetsutvalg nevnt, da jeg spurte de få lærerne jeg visste om med kunnskap og erfaring med digitale verktøy. Denne strategien forklarer Cohen et al. (2007) som å velge de nærmeste individene, for eksempel kolleger, til å være informanter inntil man oppnår den ønskede størrelsen på utvalget. Siden lærere i Trondheim kommune preges av et nytt kull med masterstudenter hvert år, fikk jeg lite respons eller avslag uten begrunnelse på epost. Derfor ble utvalget en kombinasjon av kriteriebasert og bekvemmelighetsutvalg.

Studiens utvalg ble basert på kriteriebasert strategien, av ovenfornevnte grunner, men hensikten var ikke å finne to ledende eksperter på bruk av teknologi i matematikkundervisning heller. Derfor valgte jeg en kandidat fra en ressurssterk kommune som har utstyrt sine skoler med Chromebooks til hver elev. Den andre kandidaten var fra en mindre ressurssterk kommune, som nylig hadde kuttet midler til kommunale ansatte. Ifølge forvaltningsloven skal all informasjon som kan tilbakeføres til enkeltpersoner være taushetsbelagt. I tillegg skal resultater fra prosjekter som inneholder personopplysninger formidles i anonymisert form (Johannessen, Tuft, & Christoffersen, 2016). For å sikre deltakernes anonymitet, men likevel kunne identifisere hvem som representerer ulike utdrag og resultat, tildelte jeg informantene pseudonymer.

Odin: Har jobbet som matematikklærer i 10 år, og er utdannet adjunkt med opprykk. Relevant for studien er at han underviser matematikk og valgfag programmering på 8.-10.trinn. Engasjerer seg i utviklingsprosjekt, som eksempelvis, teste ut Dragonbox og vurdere det til kommunen.

Sigurd: Har jobbet som matematikklærer i 12 år, og er utdannet adjunkt med tilleggsutdanning. For øyeblikket tar han videreutdanning i profesjonsfaglig digital kompetanse på deltid. Har erfaring med å jobbe på alle trinn 1.-10., men hovedsakelig på ungdomstrinnet.

## 3.4 Datainnsamling

Metodene som ble benyttet for innsamling av datamaterialet i studien, vurderte jeg som hensiktsmessige strategier for å innhente empiri som kunne hjelpe til å besvare forskningsspørsmålene. Intervju kan være en egnet strategi for datainnsamling ved kvalitative studier, hvor formålet er å undersøke individuelle erfaringer og meninger. Siden det overordnede forskningsspørsmålet omtalte kunnskaper som uttrykkes i undervisning, ønsket jeg å bruke observasjon for å støtte opp informasjonen fra intervjuene. For å beholde undervisningssituasjonen mest mulig autentisk ønsket jeg å observere i forkant av intervjuene, slik at observasjonen i minst mulig grad ble påvirket av teoretiske forankringer. På denne måten kunne jeg unngå at læreren som ble observert tilpasset undervisningsinnholdet etter spørsmålene som ble drøftet i intervjuet.

### 3.4.1 Observasjon

Observasjon blir ofte benyttet som en supplerende metode i kvalitative forskning, da observasjonene ofte fungerer som et medium mellom teori og praksis (Postholm, 2005). Slik kan observasjonene knytte sammen forskerens antagelser og hypoteser, og de eksplisitte handlingene som skjer i undervisningssituasjoner. Tjora (2012) hevder at ved observasjon studerer forskeren hva informanten faktisk gjør, og ikke hva de sier de gjør. Dersom jeg hadde valgt å basere funnene kun på intervju, kunne det ha svekket studien. I tillegg fikk jeg muligheten til å stille spørsmål til spesifikke hendelser fra observasjonen

i intervjuet, da jeg valgte å observere i forkant. Et annet argument for å benytte observasjon til datainnsamling er at en situasjon og/eller interaksjon gir informasjon på flere nivåer, både direkte gjennom det som blir observert, men også gjennom forskerens fortolkning av å ha vært i settingen (Christoffersen & Johannessen, 2012). I tillegg påpeker Thagaard (2009) at observasjoner er et godt egnet verktøy for å utforske individ i ulike sosiale settinger, og systematisk analysere hvordan individet handler og oppfører seg. For å underbygge mine potensielle resultat fra intervju, ønsket jeg å observere flere undervisningstimer over tid. Derfor valgte jeg å observere oppstarten og nærmere oppsummeringen av en fire ukers plan for geometri i Geogebra hos Odin. I samarbeid med første informant avtalte vi til sammen observasjon av ti undervisningstimer i to 9.trinns klasser. Rammene for observasjon av Sigurd ble litt komprimerte, da tiltakene for forebygging av COVID-19 smitte ble iverksatt like etter første runde med datainnsamling.

Min rolle som observatør kan beskrives etter Johannessen et al. (2016) sin karakterisering av observerende deltaker. Siden fokuset mitt var på læreren, ble det naturlig å presentere meg selv og formålet mitt for elevene. Dermed var det en åpen, og ikke en skjult observasjon. Dette var et bevisst valg, da læreren allerede visste om mine intensjoner. I tillegg kunne det oppleves som skremmende eller stressende for elevene, dersom en ukjent person dukket opp uten forklaring. Ved å forsikre de om at jeg kun observerte læreren deres, håpet jeg å beholde undervisningssituasjonen så autentisk som mulig. Videre valgte jeg å benytte en semistrukturert observasjon. I en strukturert observasjon opererer forskeren med et skjema som inneholder forhåndsbestemte kategorier, som styrer fokuset av observasjonen og notatene (Johannessen et al., 2016). Denne metoden forbindes ofte med kvantitativ data, da den genererer numerisk data. På den andre siden beskrives ustrukturert observasjon ved at forskeren ikke har forhåndsbestemte meninger om hvilke detaljer som skal observeres. Gjennom en semistrukturert observasjon har forskeren en 'agenda' for hvilke detaljer som er relevante, men vil samle inn data på en mindre systematisert måte (Cohen et al., 2007). Ved å utvikle et semistrukturert observasjonsskjema, ble observasjonen fokusert på relevante detaljer for fenomenet som forskeren ønsket å undersøke. Samtidig som observasjonen kunne gi mer kvalitativ informasjon, ved å føre feltnotater i de semistrukturerte kategoriene. Denne metoden for å strukturere data medførte en del skriving under observasjonen. Derfor var det viktig å ikke reflektere for mye i selve observasjonen, for å kunne opprettholde et rigid fokus, men istedenfor reflektere etter undervisningssekvensen ble avsluttet (Holme & Solvang, 1996). Observasjonsskjemaet, i likhet med intervjuguiden, ble inspirert av rammeverkene TPACK-in-practice (Jaipal-Jamani & Figg, 2015), i tillegg til Knowledge Quartet (Rowland et al., 2009). Eksempelvis, lånte jeg noen koder fra dimensjonene *fundament* og *sammenheng* i Knowledge Quartet for å dokumentere hvordan læreren eksponerte elevene for og brukte matematiske fagbegrep til å instruere oppgaver de utførte i Geogebra.

### 3.4.2 Intervju

Intervju gir deltakerne, både den som intervjuer og intervjues, muligheten til å diskutere sine fortolkninger av fenomenet som omtales. Kvale (referert til i Cohen et al., 2007) beskriver intervju som en utveksling av perspektiv mellom to eller flere individ, og at menneskelig interaksjon på denne måten produserer situasjonsavhengig kunnskap. Intervju er både et fleksibelt og strukturert verktøy, i den forstand at forskeren kan lage en strukturert guide i forkant, samtidig som han eller hun har muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål til begrunnelser og resonnement. Noen utfordringer ved intervju

som strategi er at de kan være tidkrevende, som igjen kan medføre utmattelse eller sviktende konsentrasjon for både forsker og informant. Videre kan forskerens partiskhet (*bias*) påvirke samtalen og dermed produsere misledende informasjon. I tillegg kan den som intervjues oppleve situasjonen som stressende eller ubehagelig, og dermed gi ufullstendige eller utilstrekkelige forklaringer.

Kvalitative intervju kan være mer eller mindre strukturerte. Fra et strukturert intervju med faste svaralternativer, til åpne intervju som er uformelle og har spørsmål rundt et tema (Johannessen et al., 2016). Mellom ytterpunktene ligger alternativet semistrukturert intervju, som har en overordnet intervjuguide som utgangspunkt. Samtidig tilbyr den fleksibilitet ved at rekkefølgen til spørsmål og tema kan variere, og forskeren kan bevege seg frem og tilbake. Jeg valgte å benytte en semistrukturert strategi, som kunne gi muligheter for å stille oppfølgingsspørsmål til informantens forklaringer. Brinkmann & Kvale (2015) nevner at en slik tilnærming tillater informanten å beskrive sine erfaringer fritt, men at forskeren implisitt setter noen føringer for samtalen. Eksempelvis stilte jeg et oppfølgingsspørsmål om informantens meninger knyttet til hvordan og hvorfor matematikk læres med digitale verktøy. Implisitt indikerte jeg da at matematikk læres når elever bruker digitale verktøy. Eksempelet illustrerer noe av kritikken mot kvalitative intervju, med tanke på i hvilken grad forskeren påvirker informantens respons. Spørsmålene i intervjuguiden ble inspirert av rammeverkene TPACK (Mishra & Koehler, 2006) og TPACK-in-practice (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Fra sistnevnte lånte jeg eksempler på lærerhandlinger i praksis, og omformulerte de til spørsmål knyttet til de forskjellige kjennetegnene som fører til vellykket teknologiintegrasjon. For eksempel, «bruke teknologi til å vurdere» er et eksempel på lærerhandlinger fra rammeverket, som jeg omformulerte til «vurderer du elevarbeid med digitale verktøy?». I tillegg hadde forskeren mulighet for å stille oppfølgingsspørsmål om ulike verktøy som er egnet, hvordan informanten erfarte formativ vurdering med digitale verktøy, hvordan elevene responderte på digital feedback, osv. For å utvikle instrument til datainnsamling hentet jeg inspirasjon fra profesjonelt utviklede spørreskjema, intervju, og observasjon, brukt av anerkjente forskere, som refereres til på <http://tpack.org/>, for å styrke studiens kvalitet. Informasjon hentet inn gjennom intervju, transkriberes ofte for å gjøre analyse av informasjonen enklere.

### 3.4.3 Transkripsjon

«Transcription is understood as the graphic representation of selected aspects of the behaviour of individuals engaged in a conversation» (Flick, Von Kardoff, & Steinke, 2004, s. 248). Transkripsjon er en metode for å skriftliggjøre samtalen i et intervju, og gjør det enklere å analysere dataen som hentes inn. Kvale (referert i Cohen et al., 2007) påpeker at dataen i transkripsjoner er fortolkede data, uansett hvor detaljert og fullstendig transkripsjonen er, siden det er fortolkninger av en sosial interaksjon. Man kan argumentere for at transkripsjoner er tatt ut av kontekst, selv om de inneholder snakkepauser, intonasjon, eller ikke verbal oppførsel, osv. Som Cohen (2007) bemerker, er spørsmålet heller hvor nyttige transkripsjonene er for forskeren. Etter gjennomførte intervju, gir transkripsjon muligheten for forskeren å bli 'kjent' med datamaterialet sitt. I tillegg til at forskeren med intervjuet ferskt i minne, enklere kan forstå konteksten fra samtalen ved uklare uttalelser eller forstyrrelser fra bakgrunnsstøy. Mine transkripsjoner inkluderte detaljer som latter og lignende elementer, men valgte å ikke beskrive tenkepauser. Opptak fra intervjuene ble spolt tilbake og avspilt igjen gjentatte ganger, for å sikre 'korrekte' data i størst mulig grad.



## 3.5 Metode for analyse

### 3.5.1 Tematisk analyse

Tematisk analyse er en metode for å organisere og analysere kvalitative data-innsamlinger. Braun & Clarke (2006) beskriver det som en metode for å identifisere, analysere og rapportere mønster i datasettet systematisk. Mønsteret blir gjerne beskrevet i form av tema som oppdages eller fremtrer i data. Analysemetoden kan utforske både eksplisitte og implisitte betydninger i datamaterialet, gjennom tematisk koding. Studien benyttet Nvivo som verktøy for analyse. Nvivo 12 er et «CAQDAS»-program (Computer-assisted qualitative data analysis software), som brukes innen kvalitativ forskning for behandling av dataanalyse. Programmet hjelper forskere å klassifisere, sortere og organisere informasjon, som egner seg for en tematisk analyse i en fenomenologisk studie.

### 3.5.2 Koding

Koding er hovedprosessen i en tematisk analyse. Temaene utvikles ved å identifisere interessante dataelement og organisere de i kategorier. Koder identifiserer et element av dataen som virker interessant for forskeren, og refererer til «det mest grunnleggende segment, eller element, av rådata som kan vurderes på en meningsfull måte i henhold til fenomenet» (Boyatzis, 1998, s. 63). I noen tilnærminger til tematisk analyse koder man før temaer utvikles, mens i andre bestemmes tema på forhånd. Braun, Clarke, Hayfield & Terry (2019) deler tematisk analyse i tre hovedtyper: reliabilitetskoding, kodebok og refleksiv. Den refleksive tilnærmingen ligner mest på grounded theory, hvor forskeren gjennom en seks-steps prosess identifiserer koder og tema ut ifra data med minst mulig påvirkning av teori eller forskerens antagelser. Reliabilitetskoding er en mer strukturert form for tematisk analyse, og beskrives av Boyatzis (1998) som broen mellom kvalitative og kvantitative metoder på grunn av dens epistemologiske filosofi. Kodebok er den tredje tilnærmingen, og den jeg valgte å anvende som metode for analysen i studien. Tilnærmingen deler noe av strukturen til reliabilitetskoding, samtidig som den deler noen filosofiske synspunkt med refleksiv tematisk analyse (Braun et al., 2019). Ved en tematisk analyse med kodebok kan de fleste, eller alle, kodene og temaene bestemmes i forkant av analysen, og veilede analysearbeidet.

I redegjørelsen for intervju har jeg hentet noe inspirasjon fra profesjonelt utviklede spørreskjema, intervju, og observasjon, som refereres til på <http://tpack.org/>. Ved å støtte meg på anerkjente rammeverk og forskningsartikler for å styrke studiens gyldighet, mener jeg at det også er hensiktsmessig å støtte meg på disse for å designe kodeboken. Koder er formet etter spørsmål fra intervjuguide, observasjonsskjema og relevant teori. «Bruk av fagbegrep» er den eneste eksplisitte koden fra Knowledge Quartet i kodeboken, mens andre koder, som for eksempel «valg av eksempler» integreres i «valg av aktiviteter». I Valentas (2015) forskning beskrives Knowledge Quartet oversatt til norsk som jeg delvis støttet meg til. Observasjonsskjemaet inneholder flere eksplisitte Knowledge Quartet koder. I arbeid med utvikling av koder valgte jeg å integrere flere av disse i TPACK-i-praksis koder, for å unngå at noen koder beskriver samme data. Tabell 7 illustrerer den utviklede kodeboken med beskrivelse av hva hver kode innebærer, noen utdrag av funn knyttet til koden, og hvilket forskningsspørsmål koden belyser:

Rammeverk komponent	Kode	Beskrivelse	Eksempel av funn	Relatert til spørsmål	
<b>TCK-i-praksis &amp; Knowledge Quartet - Fundament</b>	Kunnskap om fagspesifikk teknologi	Finne fagspesifikke verktøy som egner seg til fagstoff/tema Tilpasse verktøy fra andre fagområder til det aktuelle fagområdet	Geometriske figurer i Geogebra  Formler i regneark for økonomi	1	
	Kompetanse for å bruke fagspesifikk teknologi	Identifisere tekniske ferdigheter som er nødvendige for å bruke fagspesifikke verktøy	Mellomrom i tall fører til at regneark behandler cellen som tekst, og kan føre til error	1	
	Bruk av fagbegrep	Bruke fagbegrep i matematisk diskurs	Hva betyr det å lage en sirkel definert ut av et sentrum og en periferi i Geogebra	1, 3	
<b>TPK-i-praksis &amp; Knowledge Quartet - Omdanning og Sammenheng</b>	Vurdering med digitale verktøy	Bruke teknologi til å vurdere	Levere Geogebrafil, slik at kan se stegene	3	
	Valg av aktiviteter	Velge aktiviteter ut ifra fagets læringsmål	Tidligere eksamens oppgaver	2	
	Organisere/sekvensere	Utvikle tekniske ferdigheter gradvis gjennom fagspesifikke aktiviteter	Noen ganger samler vi steg i en 'oppskrift'	2, 3	
	Tilpasset opplæring		Introdusere få tekniske ferdigheter om gangen	'Starter' i lærebok	1, 2, 3
			Tilpasse aktivitetene til elevene	Gjennomgang av et par grunnleggende funksjoner	2
			Lage spesifikke læringsmål for elevene	Mål for timen	2
	Bruke teknologiintegreerte aktiviteter med flere fremgangsmåter			1, 2, 3	
	Plan B	Planlegge alternative aktiviteter	Jobbe videre med selvstendige oppgaver i Kikora	2	
	Øving med teknologi	Utvikle egne evner for teknologibruk	Engasjerer seg i utviklingsprosjekt	1	
	Modellering med teknologi		Vise eksemplarisk bruk av teknologiske verktøy	Tar frem en elev/gruppe til å vise fremgangsmåte	1, 3
La elevene vise tekniske ferdigheter				1, 3	
Klasseledelse		Bruke grupper for å støtte utvikling av tekniske og faglige ferdigheter	Jobbe sammen med læringspartner	1, 3	
		Bruke teknikker for å engasjere elevene til å bruke teknologi i undervisningen		1, 2	
<b>TPCK-i-praksis</b>	Repertoar av teknologiintegreerte aktivitetstyper	Velge effektive aktivitetstyper	Konstruering i Geogebra Begrepsdefinisjon i Gimkit	1, 3	
	Kunnskap om undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning	Velge egnede undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning	Utforskende læring Matematisk samtale med fokus på resonnement	2, 3	

**Tabell 7: Kodebok med beskrivelser av koder og eksempler av funn**

## 3.6 Kvalitet i forskningen og etiske betraktninger

### 3.6.1 Pålitelighet

Et grunnleggende spørsmål til forskning er knyttet til dataens pålitelighet. Reliabilitet er begrepet som brukes til å illustrere dette aspektet, og fortolker ofte nøyaktigheten ved og om det er mulig å oppnå samme resultat dersom en annen forsker benytter datasettet (Postholm, 2005). Da fenomenologiske studier undersøker individers perspektiv på spesifikke fenomen, medfører det at de sjeldent er enige om eller deler samme meninger for fenomenet. Per definisjon vil det da bli utfordrende å oppnå denne typen pålitelighet, eller kunne gjenskape resultater. Derfor foreslår Thagaard (2009) at påliteligheten burde omfatte refleksjoner knyttet til datainnsamlingens kontekst og forskerens relasjoner til de ulike kandidatene, samt hvordan det kan påvirke resultatene. Man kan også betrakte utfordringen med begrepet ved å vurdere hvor egnet det er knyttet til kvalitativ forskning. Lincoln & Guba (referert til i Cohen et al., 2007) foreslår å erstatte reliabilitet med begrep som 'troverdighet', 'pålitelighet', eller 'overførbarhet', for å nevne noen. Pålitelighet er alternativet jeg synes er mest egnet til å omtale reliabilitet, da det kan beskrive forskerens nøyaktighet ved innsamling av data og valg av hensiktsmessige metoder. Grunnlaget for naturalistiske studier inkluderer det som er unikt av situasjoner, noe som medfører at studien kan være vanskelig å gjenskape. Cohen et al. (2007) påpeker at dette er en styrke, og ikke en svakhet, ved kvalitative studier. Han nevner videre at pålitelighet, i kvalitative studier, kan tolkes som samsvaret mellom hva forskere registrerer som data og hva som faktisk skjer i den naturlige situasjonen som utforskes. For eksempel kan to forskere utforske samme situasjon og registrere ulike funn, der begge resultatene kan være pålitelige.

Ved å ha støttet meg til profesjonelt utviklede og anerkjente rammeverk fra tidligere forskning, kan jeg ha økt påliteligheten av min studie. Uten å direkte sammenligne mine resultat opp mot Jaipal-Jamani & Figg (2015) eller Mishra & Koehler (2006), men heller se om det finnes noen paralleller mellom funn kan være interessant. I det minste finnes det noe forskning som argumenterer for teknologiintegrasjon i undervisning, og at det fremmer elevenes læring. Til Både observasjonsskjema og intervjuguide lånte jeg koder og retningslinjer for å kvalitetssikre min registrerte data av den naturlige situasjonen, som var integrasjon av teknologi i matematikkundervisning. På bakgrunn av metode for utvalg, hadde ikke studien et formål om å generalisere eller hevde å være representativt for en større del av læreryrket. I tillegg har forskningsdeltaker Sigurd vært spillende volleyballtrener for meg ett år, noe som kan ha påvirket intervjusamtalen til å bli mindre formell i noen grad. Forskningsdeltaker Odin har jeg kun hatt et par samtaler med i forbindelse med praksis ett år før studien ble oppstartet. Jeg opplevde ikke dette som en påvirkende faktor i hverken kommunikasjon eller rollen mellom forsker og informant.

### 3.6.2 Gyldighet

I tillegg til pålitelighet, er validitet eller gyldighet et viktig element som styrker studiens kvalitet. Gyldighet omfatter hvor godt svarene eller resultatene man finner i forskningen sin, faktisk er svar på spørsmålene man forsøker å stille (Tjora, 2012). Cohen (2007) påpeker at man tidligere har behandlet gyldighet som en demonstrasjon av at målingsinstrumentet faktisk måler det som forskeren mener at det måler, mens moderne forskning har flere tilnærminger til validitet. Eksempler for gyldighet i kvalitativ forskning kan være gjennom ærlig, omfattende og rik beskrivelse av data, eller triangulering. Thagaard (2009) argumenterer at gyldighet, i kvalitativ forskning, omfatter hvor troverdig analysen som fremstilles er. Med tanke på gyldigheten i min studie, er den i

stor grad knyttet til metoder og strategier jeg har valgt å benytte. Ifølge Cohen (2007) kan teoretisk gyldighet anses som teoretiske forankringer forskeren tar med seg inn i forskningen, da teori betraktes som forklaringer. Den teoretiske gyldigheten for min studie vil da gjelde i hvilken grad forskningen forklarer fenomenet. I henhold til forskningsspørsmålet, ønsker jeg å belyse to læreres kunnskaper som uttrykkes ved integrering av teknologi i matematikkundervisning. Observasjon ble valgt som metode for å se om lærerne faktisk gjorde noe av det de mente de gjorde i intervjuet. Triangulering defineres som bruken av to eller flere metoder for datainnsamling, og bidrar til å styrke studiens gyldighet (Flick et al., 2004). For å undersøke et komplekst fenomen, som lærernes kunnskap, var det hensiktsmessig å bruke flere metoder. I tillegg er en styrke ved observasjon at man er direkte involvert i situasjonen, og derfor har potensialet til å gi mer gyldige eller autentiske data (Cohen, 2007). Samtidig kan man ikke være helt objektiv i observasjonene sine. Denne utfordringen forsøker jeg å begrense ved å støtte meg til anerkjente teoretiske rammeverk, som TPACK-in-practice (Jaipal og Figg, 2015) og Knowledge Quartet (Rowland et al., 2009).

### 3.6.3 Etikk

Da kvalitativ forskning innebærer å utforske menneskelige prosesser eller problemer i en naturlig setting, oppstår det noen etiske utfordringer som forskeren må ta hensyn til (Postholm, 2005). Noen av de etiske problemstillingene møter man på allerede i planleggingsfasen, fortsetter utover i datainnsamling, helt til prosjektet avsluttes som ferdig tekst. Cohen (2007) nevner at noen av de etiske utfordringene kommer fra forskningsspørsmålet, eller metodene som benyttes til å hente inn gyldig data. Mens andre utfordringer knyttes til konteksten eller innholdet til datamaterialet, for å nevne noen. I planleggingsfasen leste jeg gjennom etiske retningslinjer og søkte om godkjenning for forskningsprosjektet til NSD. Gjennom NSD fikk jeg også en mal for samtykkeskjema, som har gitt mine informanter en tydelig beskrivelse av forskningens formål og deres rettigheter. Observasjonsnotater og intervjuopptak har bare jeg hatt tilgang til, og siden lydopptak inneholder elementer av personidentifikasjon, ble filene oppbevart på en kryptert minnebrikke. Navn og eventuell bakgrunnsinformasjon ble anonymisert ved eksempelvis pseudonymer. Studiens fokus er på læreren og hans eller hennes kunnskaper, men gjennom observasjonene har jeg også gjort noen notater om lærer-elev situasjoner. I slike tilfeller har jeg notert elev 1, elev 2, eller elevgruppe, for å bevare elevenes anonymitet. I tillegg har jeg presentert meg selv og mitt formål i hvert første møte med en ny klasse.

## 4 Resultat

I kapittel 3 gjorde jeg rede for hvordan analysearbeidet fikk en oppskrift for fremgangsmåten gjennom tematisk analyse med en teoribasert kodeboktilnærming. Der forklarte jeg at kodebok var en av tre strategier for tematisk analyse. Metoden har både strukturert form, gjennom koder er bestemt på forhånd og den er inspirerte av teori, samtidig som den bygger på kvalitativ filosofi. For å kunne besvare forskningsspørsmålet stilte jeg tre delspørsmål, som hjalp til å fokusere og avgrense analysens koder og tema. I tillegg til at jeg tok utgangspunkt i TPACK-i-praksis rammeverket. Tretten koder formet fire tema, som presenterte essensen av mine funn i analysen. Første tema belyste hvilken kunnskap informantene uttrykte for integrering av teknologi i fagkunnskap (TCK). Den teknologiske pedagogiske kunnskapen (TPK) ble for omfattende til å presenteres som ett tema, og ble derfor inndelt i planlegging, og forberedelse og gjennomføring. Til slutt beskriver temaet påvirkning på undervisningspraksis funn for teknologisk fagdidaktisk kunnskap (TPCK) lærerne ga uttrykk for. For å tydeliggjøre hvilke utdrag av empiri som tilhører de to informantene, vil initialen til pseudonymet noteres bak utdraget.

Tema	Kode
Teknologi i fagkunnskap	Bruk av fagbegrep Kompetanse for teknologi Kunnskap om teknologi
Teknologi i planlegging	Organisere/sekvensere Tilpasset opplæring Valg av aktiviteter Vurdering
Teknologi i forberedelse og gjennomføring	Klasseledelse Modellering Øving med teknologi
Påvirkning på undervisningspraksis	Fagfornyelsen Repertoar Undervisningsmodeller

**Tabell 8: Oppsummering av kodebok**

### 4.1 Teknologi i fagkunnskap

Temaet teknologi i fagkunnskap innebærer lærernes **kunnskap om fagspesifikk teknologi**, som betyr å finne eller vite om fagspesifikke digitale verktøy som egner seg til fagstoff. I tillegg innebærer det å kunne tilpasse digitale verktøy fra andre fagområder til det aktuelle fagområdet, altså matematikk (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Resultatene fra dette temaet skal bidra til å drøfte og belyse det andre delspørsmålet «hvilke kunnskaper og evner viser læreren om fagrelatert teknologi». Lærerne som deltok i studien hadde ulike erfaringer og kunnskap om digitale verktøy egnet for matematikkfaget, basert på sine interesser og utdanning. Likevel var det noen fellestrekk for hvilke digitale verktøy de brukte i matematikkundervisningen sin:

*I hovedsak brukes det pc på ungdomstrinnet, med Excel regneark og Geogebra. For funksjonskapittelet nå har vi jobbet en del med Geogebra. Excel egner seg jo til alt av økonomi og statistikk. I valgfag programmering bruker jeg Teams som base eller plattform. (S)*

Et par carvingski koster 2499 kr. Under salget selges de for 1899 kr. Hvor mange prosent er prisen satt ned? Bruk regneark til å regne ut og runde av svaret til en desimal. Begynn regnearket slik:

	A	B	C	D
1	Pris før salget	Pris under salget	Avslag	Prosent avslag
2				

**Figur 3: Eksempeloppgave i Excel**

*Akkurat nå så er det regneark og Geogebra. For kikkora er bare et program som gir elevene muligheten til å jobbe med oppgaver, hvor jeg lett kan plukke ut oppgaver som kan tilpasses til elevenes nivå. Geogebra er jo blitt et kjempeverktøy for å kunne lage oppgaver selv. Kunne vise, for eksempel bevis som kommer inn som et sentralt punkt i fagfornyelsen. Mange geometriske figurer som kan vises i Geogebra på en enkel måte, funksjoner og uttrykk for grafer. Så i regneark, så er formler noe som kan gjøre ting lettere. (O)*

#### FUNKSJONER OG GRAFER (29)

- ★ Funksjoner og grafer I Classic App
  - 1.1 - Flytt verktøyet, 1.2 - Flytt grafikkfeltet
  - 2.1 - Linjeverktøyet, 2.3 - Normal linje, 2.4 - Punkt og midnormal, 2.5 - Slett
  - 3.1 - Bruk av inntastingsfeltet,
  - 4.1 - Stilmenyen - Endre farge og stil, 4.2 - Slå av og på akser og rutenett
  - 6.2 - Navngi aksene
- ★ Funksjoner og grafer II Classic App
  - 8.1 - Løse likningssett grafisk
  - 8.2 - Løs likningssettet

**Figur 4: Utdrag fra planleggingsdokument for Geogebra**

Det er tydelig at regneark og Geogebra er kjente og populære verktøy, som kan tilpasses til kompetansemålene. Derimot, er ikke alle digitale verktøy som benyttes i klasserommet nødvendigvis utviklet for undervisningsformål. Derfor blir lærere muligens nødt til å gjøre noen tilpassinger før verktøyet kan anvendes i undervisningssituasjoner:

*Vi (lærerne) viser hvordan man kan bruke formler eller sette opp ting, som det gjøres i læreboken i utgangspunktet. På den ene oppgaven i dag lå det en starter, altså en oppskrift på hvordan eleven kan starte oppgaven. Og det kan jo være greit for mange av elevene som trenger den støtten. (S)*

*Det som er det viktige, er at elevene først og fremst bruker fagbegrepene. Så hvis man for eksempel bruker SUM eller SUMMER, så må de huske på at hva skjer når jeg legger sammen tall, jo det er sum. For da vil de som regel finne det (summer funksjonen). Begrepene er viktige å bruke for det er verktøyet (Excel) ganske tro til. (O)*

Videre omfatter temaet også lærernes **kompetanse for å bruke fagspesifikk teknologi**. Det betyr å kunne identifisere tekniske ferdigheter som er nødvendige for å bruke fagspesifikke digitale verktøy. For eksempel kan det handle om lærerens evne til å identifisere hvilke ferdigheter som er grunnleggende for bruken av et teknologisk verktøy, i hvilken rekkefølge ferdighetene læres mest effektivt, om noen ferdigheter er for avanserte til å læres innledningsvis, og lignende. Det er også å kjenne til eget ferdighetsnivå med tanke på bruk av de ulike verktøyene:

*Brukt litt tid på å prate en del om grafer, hvordan vi gjør det tekniske i programmet og hva slags info det kan gi oss. Matematikken bak er jo vanskelig for mange, men det vi gjør er at vi (Sigurd og kollega) har laget en oppskrift rett og slett. For eksempel i arbeid med Geogebra, her er de viktigste funksjonene i Geogebra. Dette er noe du burde kunne (lære deg for å bruke verktøyet). Her har du et ark, fysisk og ikke digitalt, som de kan ta vare på og ta frem om de trenger å se på det. Så det er skriftliggjort og det gjelder jo alle nivå, men det er jo noen som trenger å se på det arket litt oftere så klart. (S)*

Ut ifra observasjonsnotater, tyder det på at Odin ofte går gjennom sentrale begrep og deretter gi en utforskende oppgave hvor begrepene må anvendes:

Viser først ulike moduser i Geogebra, med rask forklaring på hva de er og hva de brukes til (koordinatsystemet, regneark, CAS). Viser vinkelbegrep på krittavlen, startpunkt, toppunkt, vinkelbein, viser også i Geogebra hvordan vis vinkel funksjonen fungerer for innside og utsidevinkel (med eller mot klokken). Oppgave: snakk sammen 2 og 2, hvordan konstruerer man trekanten ABC der  $AB=5$ ,  $BC=3$  og vinkel  $B=40^\circ$

*Så lenge det er et matematisk begrep og jeg kan vise at her bruker vi begrepet, for at det er veldig tydelig og da vet programmet hva det skal gjøre. Begrepene er da nøyaktig. Så når vi da snakker om multiplikasjon, ja, hva tror du at du kan finne her som multipliserer? Kan vi finne en funksjon som gjør det? Så denne eleven som da ikke fikk det til når de skulle summere, og så viste det seg at han hadde skrevet inn et tall med åpenrom mellom sifrene. Det er for meg et kjent problem, så da kunne jeg finne ut av det. Det kunne ha ført til at mange ikke hadde fått til oppgaven, og som videre kanskje kunne ha gitt opp. (O)*

I tillegg viser analysen at et økt fokus på **fagbegrep** er viktig for bruk av digitale verktøy i matematikkundervisning. Fagbegrep er en kode jeg lånte fra Knowledge Quartet (Rowland et al., 2009), som illustrerer hvordan et fokus på definisjoner og egenskaper av matematiske begrep er essensielt for å bruke og forstå funksjoner i verktøyene som benyttes:

*Det som er det viktige, er at de først og fremst bruker fagbegrepene. Hvordan kan eleven lage en sirkel ut ifra sentrum og en periferi, om han eller hun ikke vet hva disse begrepene betyr. (O)*

*Da får elevene snakket litt, for de må engasjere seg muntlig også, og da må de snakke litt om matematikken de jobber med. Så har vi en liten veg å gå, på mer bevisstgjøring på fagbegrep underveis. (S)*

## 4.2 Teknologi i planlegging

Det første av de to temaene som til sammen skal illustrere lærerens kunnskap om praktisk profesjonskompetanse, er teknologi i planlegging. Kunnskap som kan inneholde for eksempel klasseledelse, tilpasset opplæring, og vurdering, er evnen til å planlegge og utøve teknologiintegreert undervisning (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Dette temaet forsøker å belyse det første delspørsmålet «hvilke vurderinger gjør læreren i planlegging av undervisning med digitale verktøy?». Planlegging av undervisning med digitale verktøy var ikke mulig å observere. Likevel kan man se sammenheng mellom det informantene mener og gjør i planleggingsfasen og observasjonene av den gjennomførte undervisningen. Sammenhengen vil bli tydeliggjort og diskutert i neste kapittel. Det er

ikke nødvendigvis en kronologisk rekkefølge eller lineær prosess hvordan lærere planlegger undervisningstimer. Derfor presenterer analysen de ulike kunnskapene informantene ga uttrykk for etter rekkefølgen TPK-spørsmålene ble stilt i intervjuguiden. Der ble de først spurt om å beskrive planleggingsprosessen sin for undervisning med digitale verktøy:

*Nå skulle vi jobbe med temaet økonomi i dette kapitlet, og da har vi tradisjon for å bruke Excel. Det er det elevene har brukt før og det vi som kolleger har brukt å anvende på mellom- og ungdomstrinnet. Så prøver jeg å legge opp til et opplegg der elevene er mest mulig aktive. (S)*

*Det kan være mange måter du kan gjøre det på. Det kan jo hende at du har noe du allerede bruker. Så tenker man jo at Geogebra er genialt. Jeg har det programmet, det funker fint. Men så tenker jeg at, ja men begrepene. Det kan hende at du ser de, men hvordan kan jeg forsikre meg om at elevene lærer begrepene og kjenner de igjen i tekst. (O)*

For å fokusere spørsmålet om en nokså omfattende pedagogisk prosess, stilte forskeren oppfølgingsspørsmål eller ga hint i stikkordsform på, for eksempel **valg av aktiviteter**. I tillegg til, om det **planlegges alternative oppgaver** eller verktøy dersom det teknologiske svikter:

I observasjonen benyttet Odin tidligere eksamensoppgaver fra 2009 og 2019.

Verdens fem største land sortert etter areal	
Land	Areal (km <sup>2</sup> )
Russland 	17 098 240
Canada 	9 984 670
USA 	9 831 510
Kina 	9 562 911
Brasil 	8 515 770

- Lag et stolpediagram som viser hvor stort areal hvert av de fem landene har.
- Bestem variasjonsbredden for arealene til de fem landene.
- Hvor mange prosent større er arealet av Russland enn arealet av Brasil?

**Figur 5: Eksempel av Eksamensoppgave i Excel** Utdanningsdirektoratet 2019 ([https://matematikk.net/side/Ungdomstrinn\\_Hovedside](https://matematikk.net/side/Ungdomstrinn_Hovedside))

*Det er jo det som er måten vi måler elevene på. Derfor er jeg veldig bevisst på den jobbinga, der for eksempel, programmer skal gi oss muligheten til å se modeller, la oss gjøre ting fort. Sånn at vi kan jobbe med forståelse. (O)*



Eksempel på oppgave i Excel fra observasjon av Sigurd: «Du skal på fjelltur og trenger både telt, sovepose, ryggsekk og fjellstøvler. Finn to forretninger på nett som har det du trenger.

A) finn prisen og regn sammen hva det koster i begge forretningene.

B) du velger å kjøpe det billigste av de to alternativene, hva blir prisen da?

*Nå brukte vi jo boka (...) Selv om mange av oppgavene ikke er ment å løses med digitale verktøy. Likens med avslutningen i dag, kan man for eksempel ta en oppgave og gå gjennom den felles på tavlen og diskutere fremgangsmåter (...) og oppfordre til en matematisk diskusjon. (S)*

Videre er **tilpasset opplæring** et kjent pedagogisk begrep og verktøy for å tilpasse oppgaver og undervisningsmodeller etter elevenes ulike ferdighetsnivå og behov for støtte (Buli-Holmberg & Ekeberg, 2016). Det gjelder også ved integrering av digitale verktøy i undervisning og elevarbeid, og betyr at det stiller noen krav til hvordan læreren planlegger å lære bort tekniske ferdigheter. Dette kan inkludere å introdusere få tekniske ferdigheter om gangen, samle tekniske ferdigheter til enkelte prosedyrer, lage spesifikke læringsmål, eller bruke aktiviteter med flere fremgangsmåter:

Fra planleggingsdokument:

**REGNEARK**  
- KIKORA  
- Gjøre mål i Kikora heter Oppgaver i regneark  
46 oppgaver fordelt på: Innføring i regneark, formler i regneark og lag "prosentkalkulator" med regneark

**Figur 6: Utdrag av planleggingsdokument for Regneark**

Ferdighet	Kategori	Tid	Løst	Løst tid
Oppgave 1	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 2	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 3	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 4	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 5	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 6	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 7	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 8	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 9	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 10	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 11	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 12	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 13	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 14	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 15	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 16	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 17	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 18	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 19	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 20	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 21	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 22	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 23	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 24	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 25	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 26	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 27	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 28	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 29	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 30	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 31	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 32	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 33	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 34	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 35	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 36	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 37	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 38	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 39	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 40	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 41	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 42	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 43	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 44	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 45	Oppgaver	10	10	10
Oppgave 46	Oppgaver	10	10	10

**Figur 7: Oversikt i Kikora fra lærerperspektivet** (skjerm bilde fra lærer)

*Kikora, for eksempel er bare et program som gir elevene muligheten til å jobbe med oppgaver, hvor jeg lett kan plukke ut oppgaver som kan tilpasses til elevenes nivå. (...) Og så må du vise forskjellige måter du kan løse (oppgaver) på. (O)*

*På den ene oppgaven i dag lå det en starter, altså en oppskrift på hvordan eleven kan starte oppgaven. Og det kan jo være greit for mange av elevene som trenger den støtten. (...) Så får vi øvd på den tekniske biten, for å så snakke om oppgaven etterpå. Å ta det opp i plenum gir litt fokus på den matematiske samtalen rundt. (S)*

**Organisering eller sekvensering** av hvordan læreren utvikler tekniske ferdigheter, er også et kjennetegn av teknologisk pedagogisk kunnskap. Dette kan gjøres, for eksempel, gjennom å gradvis utvikle tekniske ferdigheter gjennom matematiske aktiviteter (Stein et al., 2008). Her påpeker begge informantene at dette kan gjøres gjennom en oppskrift, som også nevnes som et tiltak for tilpasset opplæring:

*Matematikken bak er jo vanskelig for mange, men det vi gjør er at vi (Sigurd og kollega) har laget en oppskrift rett og slett. For eksempel i arbeid med Geogebra, her er de viktigste funksjoner i Geogebra. (S)*

*Noen ganger gir jeg elevene en blueprint, som ei oppskrift som jeg lager til valgfag programmering. (O)*

Siste kode knyttet til temaet planlegging går på **vurdering**. Vurdering er en stor del av skolehverdagen, hvor lærere kontinuerlig foretar formative og summative vurderinger. *Bruke teknologi til å vurdere* innebærer kunnskap om hvordan lærere kan vurdere elevarbeid i teknologiintegret undervisning. For eksempel å vite om og kunne bruke vurderingsverktøy som er egnet for vurdering av teknologibaserte aktiviteter (Zhou et al., 2011). Dersom digitale verktøy benyttes i undervisningen, var det naturlig å spørre om informantene vurderte elevarbeid digitalt:

*I valgfaget programmering leverer de ting til meg digitalt. Det kan være skriftlig eller multimodaltekst eller kun bilde. (S)*

*For eksempel i Geogebra krever jeg at de leverer Geogebrafilen og da kan jeg se stegene. (O)*

Informantene nevnte at ingenting kan erstatte de formative vurderingene, når de har muligheten til å snakke med elevene. De nevner også at bruk av teknologi ofte gir større mulighet eller tid for slike samtaler.

### 4.3 Teknologi i forberedelse og gjennomføring

Under temaet teknologi i forberedelse og gjennomføring beskrives læreres kunnskap som omfatter øving med teknologi og digitale ressurser i klasserommet. Eksempler på forberedelse kan være utvikling av egne ferdigheter med digitale verktøy, få tilbakemeldinger fra kolleger, eller samle nettressurser for både lærer og elev. I tillegg kan eksempler av gjennomføring være hvordan læreren modellerer bruk av digitale verktøy til og for elever, og hvordan klasseledelsen blir påvirket av teknologiintegrasjonen. Eksempelvis vise eksemplarisk bruk av digitale verktøy, la elevene vise frem tekniske ferdigheter og bruke grupper til å støtte utvikling av tekniske og faglige ferdigheter (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Både utdanning og personlige interesser er viktige faktorer for utviklingen av lærerens egne teknologiske ferdigheter. Utdanning vil først og fremst stå for eksponering til ulike programmer som egner seg til fagområdene informantene underviser i, og eksempler på hvordan man kan benytte verktøyene til å fremme elevenes fagkompetanse. Mens personlige interesser vil kunne påvirke eget initiativ for å utforske og øve med digitale verktøy, før de anvendes i undervisningssituasjoner:

*Nå blir jeg jo eksponert en del for det gjennom etterutdanningen. Så er jo det noe jeg selv har brukt og det ligger jo litt der (egen evne til å bruke verktøy). Geogebra har vi jo fått litt kursing i, før vi begynte å ta det i bruk. Det er jo noe av grunnen til at vi bruker nettopp disse. (S)*

*Jaja, det vil jeg jo påstå er en nødvendighet. For meg er det bestandig viktig å få inn masterstudenter, sånn at jeg kan få info om hva det er som foregår (i forskning). Er det noe interessant å finne ut av? For jeg ser på forskning stadig som noe som kan berike. (O)*

Å **modellere** eller vise hvordan digitale verktøy kan brukes til å løse oppgaver, krever at lærere selv må ha kompetanse til å bruke verktøyene de presenterer for elevene (Figg & Jaipal, 2009). Det kan være at læreren tar seg tid til å presentere en oppgave og vise løsningssteg i plenum, for eksempel hvordan man konstruerer en regulær femkant. I tillegg til å selv vise eksemplarisk bruk av digitale verktøy, kan man la elevene vise tekniske ferdigheter og starte en matematisk diskurs rundt elevens presentasjoner.

Notater fra observasjon:

Påminner om introduksjonskurset i Geogebra, elevene har gjennomført.

Lar elev komme frem og vise hvordan han laget et diagram og forklarer stegene høyt. Tar stegene én gang til, litt saktere, markerer, setter inn diagram. (O)

Bilde av elevoppgave på tavlen. Elevene forklarer sin fremgangsmåte. Lærer stiller oppfølgingsspørsmål. For å koble på de andre elevene spør han de hvorfor metoden fungerte eller hvorfor ikke. (S)

Ikke minst, vil **klasseledelse** også påvirkes av å integrere digitale verktøy. Det innebærer kunnskap om ulike teknikker for å støtte utvikling av tekniske og faglige ferdigheter, i tillegg til teknikker for å engasjere elevene til å bruke teknologi i undervisningen:

*I dag satt de sammen, slik at de får støtte opp hverandre også. Dele tidligere erfaringer og ting de kan fra før. (S)*

*Skal du få noen til å jobbe og oppdage spennende ting, da må du (lærer) hvert fall selv modellere det du ønsker. Jeg kan ikke ønske at elevene mine er nysgjerrige om jeg ikke selv er det. (...) Det var noen jenter som satte seg til å planlegge ferietur, fordi at når de plutselig ser at, oi, og oppdager fordelene ved regneark. (O)*

#### 4.4 Påvirkning på undervisningspraksis

Siste temaet fra analysen forsøker å belyse «hvordan påvirker integrering av teknologi lærerens klasseledelse og undervisningspraksis?», som er det tredje delspørsmålet for å besvare det overordnede forskningsspørsmålet. Temaet omfatter kunnskap om hvordan lærere kan lage teknologiintegreert undervisning med forskjellige undervisningsmodeller for å nå læringsmål (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Noen eksempler på undervisningsmodeller kan være: problembasert læring, utforskende læring og forelesning. Slik kunnskap innebærer både å ha et repertoar av hensiktsmessige teknologiintegreerte aktivitetstyper, og velge egnede undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning. For eksempel lærerens forståelse av sammenhenger mellom teknologi, faginnhold og pedagogikk. Aktivitetstyper tolket jeg i teorikapitlet som strukturen til en aktivitet, som kan tilpasses for klassetrinn og faglig innhold:

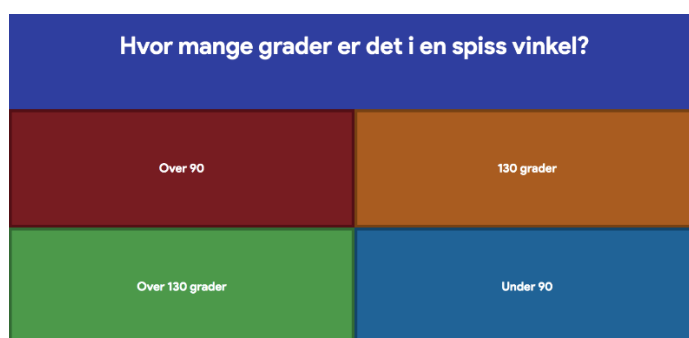
Snakk sammen to og to, hvordan konstruerer man trekanten ABC der  $AB=5$ ,  $BC=3$  og vinkel  $B=40^\circ$  i Geogebra. (O)

Viser skjermbilde av elevoppgave på tavlen (gjennom samtavle, Hellomsmart). Elevene kan forklare sin fremgangsmåte. (S)

I teknologiintegret undervisning må læreren ha kunnskap om hvilken teknologi som er mest hensiktsmessig å benytte i de ulike **undervisningsmodellene**. Dette kan innebære å identifisere kunnskapstypen elevene skal lære gjennom det digitale verktøyet, deklarativ (hva), prosedural (hvordan), kondisjonal (hvorfor, når, hvor). I tillegg til hvordan undervisningsmodellen bør tilpasses til aktivitetstypen, eller motsatt:

*Vi legger ofte opp til å vise litt frem på tavlen. Da kan elevene øve (stegene) på den oppgaven, før de skal prøve andre oppgaver etterpå. (S)*

*Gimkit: lag minst 1 spørsmål knyttet til geometri med opptil 3 feilsvar og 1 riktig. (O)*



**Figur 8: Eksempel på elevarbeid i Gimkit**

Til slutt ble informantene også spurt om deres tanker rundt **Fagfornyelsen** og hvordan den vil påvirke matematikkfaget:

*Det er en del spennende som skjer i fagfornyelsen, med dybdelæring, utforskende arbeid og modellering. ... Den utforskende biten, med programmering tror jeg vil komme til å få et større fokus ja. Og det at fagfornyelsen har lagt opp til klare mål etter hvert trinn, står det jo akkurat hva de skal kunne fra og med 2.trinn. Det vil jo i stor grad påvirke hvordan vi kommer til å styre undervisningen vår. (S)*

*Vi hadde en diskusjon på det når vi snakket om fagfornyelsen her (på teamet), for vi satt og snakket om oppgavene i fagene og hvordan vi skal få med elevene til å påvirke hva og hvordan de skal lære og ikke minst se sammenhenger. (...) At de skal medvirke, de skal komme med innspill. Da øker sjansen for at vi får sånne gunstige situasjoner for elevene å lære. For når de kommer med eksempler så er det gjerne ut fra deres erfaringsverden. (O)*

## 5 Diskusjon

I dette kapitlet diskuteres de viktigste resultatene fra min studie i lys av relevante teorier, samt egne refleksjoner, og forsøker å belyse problemstillingen:

*«Hvilke kunnskaper uttrykker matematikklærere for integrering av digital teknologi i sin matematikkundervisning?»*

Studien viser at for å praktisere teknologiintegret matematikkundervisning på en måte som fremmer elevenes kompetanseutvikling, både teknisk og faglig, trenger lærere omfattende teknologisk, pedagogisk og faglig kunnskap, og samspillet mellom disse kunnskapsområdene. På bakgrunn av funnene som ble presentert i analysen, har studien reflektert over fenomenet teknologiintegring i to læreres undervisningspraksis i matematikk. Gjennom observasjon og intervju har forskeren forsøkt å skape forståelse av fenomenet fra aktørens perspektiv, og tolke situasjoner slik de erfares av informantene.

I delkapittel 5.1 fremheves studiens funn relatert til det første forskningsspørsmålet «hvilke kunnskaper og evner viser lærerne om fagrelatert teknologi?», som diskuteres i lys av teori for TCK-i-praksis. Videre diskuteres funn for forskningsspørsmål 2 «hvilke vurderinger gjør lærerne i planlegging av undervisning med digitale verktøy?» i delkapittel 5.2, ut ifra teori for TPK-i-praksis. Til slutt reflekterer delkapittel 5.3 funn for det tredje forskningsspørsmålet «hvordan påvirker integrering av teknologi lærernes undervisningspraksis?», på bakgrunn av teori for TPCK-i-praksis og samspillet.

### 5.1 Lærerens uttrykte kunnskap for teknologi i fagkunnskap

Teknologisk fagkunnskap som lærere kan basere sine valg for teknologiintegret matematikkundervisning på, kan inkludere forståelse av hvordan faglig innhold og ulike representasjoner kan endres gjennom anvendelse av fagspesifikk teknologi (Mishra & Koehler, 2006). I tillegg til kunnskap om teknologiske verktøy som egner seg til fagstoff, eksempelvis lærerens personlige holdninger, evner, og hvor komfortabel han eller hun er med de aktuelle verktøyene (Jaipal & Figg, 2010). Analysen viser til et økt fokus på definisjoner og egenskaper av matematiske begrep, er en viktig del av teknologibasert matematikkundervisning. Et eksempel fra observasjon av Odin er hvordan de matematiske egenskapene henger sammen med det digitale verktøyet. Han presenterer først en oppgave i Geogebra:

Hvordan konstruerer man trekanten ABC der  $AB=5$ ,  $BC=3$  og vinkel  $B=40^\circ$ ?

Deretter viser han noen av de mest grunnleggende funksjonene i verktøylinjen, som for eksempel punkt, linje og vis vinkel. Samtidig aktiverer han elevenes tidligere kunnskap ved en rask gjennomgang av definisjoner på punkt, linje, osv. Det kan tolkes som at Odin ønsker å bevisstgjøre elevene på matematiske begrep og hvordan de er knyttet til verktøyets programmering. Dette fremhever både sammenheng mellom prosedyrer og sammenheng mellom begreper, som Rowland et al. (2009) identifiserer i dimensjonen *sammenheng*. I tillegg til å øve på digitale ferdigheter gjennom faglig innhold, som Jaipal-Jamani & Figg (2015) identifiserer som en del av sekvensering i TPK-i-praksis. I intervjuet forklarer han at elevene først og fremst må lære fagbegrepene. Han begrunner det ved å påpeke sammenhengen mellom begrepene og programmenes funksjoner. «Hvordan kan elevene lage en sirkel ut ifra sentrum og en periferi, om han eller hun ikke vet hva disse begrepene betyr?» Dette tolker jeg som kompetanse for teknologi, da Odin

gir uttrykk for å identifisere fagbegrep som viktig kunnskap for at elevene hans skal utvikle seg i den teknologiintegreerte undervisningen. Samtidig som det også viser Knowledge Quartets *fundament*, gjennom bruk av fagbegrep (Rowland et al., 2009).

Å identifisere grunnleggende ferdigheter og hvilke som bør læres først, er en del av lærerens teknologiske fagkunnskap som beskrives i TCK-i-praksis (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Gjennom observasjon og intervju tolker jeg at Odin identifiserer fagbegrep som grunnleggende kunnskap for å bruke digitale verktøy i matematikkfaget. Det støttes av både LK06 og fagfornyelsen som understreker at begrepsdannelse er viktig for elevenes læring og en forutsetning for å løse matematiske oppgaver (Utdanningsdirektoratet, 2019). Ved å tydeliggjøre sammenhengen mellom begrep og programmenes funksjoner og koder, gir Odin sine elever muligheten til å oppdage hvorfor de trenger å lære definisjoner og egenskaper ved begrepene i matematikk. Dette viser til både *fundament* og *sammenheng* dimensjonene av Knowledge Quartet. Selv påpeker han: «Så lenge det er et matematisk begrep og jeg kan vise at her bruker vi begrepet, for at det er veldig tydelig og da vet programmet hva det skal gjøre». Siden Odin har både krittavle og Smartboard tilgjengelig i klasserommet, har han også muligheten til å vise en funksjon av det digitale verktøyet og samtidig vise handlingen manuelt ved siden av. Slik kan han gi visuell, teoretisk og praktisk stimuli for elevgruppen han underviser.

Empirien viser at Sigurd ser på fagbegrep som grunnleggende kunnskap for å kunne bruke fagspesifikke digitale verktøy. Han legger til at undervisningspraksisen hans vektlegger den matematiske diskursen, men at han kan bli enda bedre på bevisstgjøring av fagbegrep. Observasjonene mine støtter fokuset på å engasjere elevene til å delta i den matematiske samtalen. For å oppsummere undervisningstimen benyttet Sigurd en samtavle gjennom Hellosmart plattformen, en app hvor elevene kan dele filer. Hver elevgruppe skulle dele én oppgave de hadde jobbet med i regneark, og forklare sin fremgangsmåte og formlene de hadde brukt. En eksempeloppgave fra observasjon av Sigurd sin undervisning i økonomi med regneark var:

Du skal på fjelltur og trenger både telt, sovepose, ryggsekk og fjellstøvler. Finn to forretninger på nett som har det du trenger.

A) finn prisen og regn sammen hva det koster i begge forretningene.

B) du velger å kjøpe det billigste av de to alternativene, hva blir prisen da?

En åpen oppgave, som kan ha større fokus på selve fremgangsmåten og resonnement enn det å finne riktig svar. På denne måten får Sigurd muligheten til å repetere hvilke formler elevene benyttet, egenskapene ved prosentregelen, og tydeliggjøre sammenheng mellom begrep og formel. Noe som NCTM påpeker effektiv matematikkundervisning bør innebære, er tilrettelegging for en meningsfull matematisk diskurs blant elever. Det kan fremme kompetanse gjennom en felles forståelse av matematiske ideer, ved å analysere og sammenligne elevers fremgangsmåter og resonnement (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Istedenfor at Sigurd kun bekrefter at fremgangsmåten er riktig, gir han elevene muligheten til å ta eierskap til kunnskapen som diskuteres.

Et element som LK06 også fremhever, er at matematisk kompetanse har et språklig aspekt hvor formidling, begrunnelse, drøfting og resonnering står sentralt (Utdanningsdirektoratet, 2013b). I rammeverket Knowledge Quartet, identifiserer Rowland et al. (2009) fagbegrep som en del av lærerens fundamentale fagkunnskap for matematikk. Begge informantene nevner fagbegrep som et viktig element for integrering av teknologi i matematikkfaget. Et litt overraskende funn, da hverken TPACK eller TPACK-i-praksis

ekspisitt nevner fagbegrep i sine beskrivelser av teknologisk fagkunnskap (TCK). Jeg inkluderte fagbegrep, blant andre koder fra Knowledge Quartet, i utgangspunktet for å fokusere observasjonene mine på lærerens fagkunnskaper. Dette rammeverket kunne hjelpe med praktiske anvendelser, siden TPACK er mer teorifokusert. TPACK-i-praksis fokuserer mest på kjennetegn av handlinger som fører til vellykket teknologiintegrasjon, uten ekspisitt redegjørelse for hva fagkunnskapen innebærer.

Lærerens TCK innebærer mer enn et fokus på fagbegrep, den omfatter også kunnskap om digitale verktøy som egner seg til fagstoff, og kompetanse eller evnen til å bruke verktøyene i undervisningen (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Begge informantene påpeker at Geogebra og Regneark står sentralt i deres teknologiintegrasjerte undervisningspraksis. I tillegg nevner de flere alternativer av apper og programmer de benytter til spesifikke anledninger. Geogebra fremheves som egnet teknologi til tema som geometri og funksjoner, mens Regneark ofte knyttes til økonomi og statistikk. Det mener jeg er et eksempel på at Odin og Sigurd gir uttrykk for kunnskap om relevant teknologi for matematikkundervisningen deres. Niess et al. (2009) nevner også at kunnskap om elevers forståelse, tenkning og læring av matematikk med teknologi, er viktig for effektiv teknologibasert matematikkundervisning. Det kan argumenteres for at bevisstgjøring av fagbegrep utvikler kvaliteten av klassens matematiske diskurs, og kan gi læreren innsikt i nettopp elevens forståelse.

Videre gir begge informanter uttrykk for flere kunnskaper om og kompetanse for fenomenet teknologiintegrasjon i observasjon og intervju. For eksempel i observasjonen av Odins undervisning noterte jeg en hendelse hvor noen elever fikk 'ingen data' error i en regnearkoppagave. Odin identifiserer feilkilden umiddelbart og spør om de som fikk feilmeldingen har skrevet inn tallene med mellomrom. Han går videre med å forklare til hele klassen at det å skrive verdier med mellomrom i regnearkcellene, gjør at programmet behandler cellene som tekst og ikke tall. Observasjonen viser til lærerens kompetanse og eget ferdighetsnivå i bruk av regneark. Kunnskap som Jaipal-Jamani & Figg (2015) argumenterer er et viktig element for vellykket teknologiintegrasjert undervisning. Det kan tyde på at Odin har en del erfaring i å bruke programmet selv, i tillegg til å benytte det i sin matematikkundervisning. Jeg mener begge informantene har gitt uttrykk for evnen til å velge godt egnet digital teknologi for å fremme matematisk kompetanse i deres undervisning. Gjennom eksemplene som er fremhevet i delkapittel 5.1, har studien reflektert over informantenes individuelle meninger og resonnement om teknologisk fagkunnskap knyttet til fenomenet teknologiintegrasjon. En annen strategi både Sigurd og Odin fremhever for å støtte elevene i teknologiintegrasjert undervisning, er å samle prosedyrer i en 'oppskrift'. En nærmere drøfting av dette funnet følger i neste tema, teknologi i planlegging.

## 5.2 TPK for teknologiintegrasjert matematikkundervisning

Teknologisk pedagogisk kunnskap for planlegging av undervisning med digitale verktøy var utfordrende å observere. Mye av planleggingsprosessen innebærer lærerens kunnskap om praktisk profesjonskompetanse for å utøve teknologiintegrasjert undervisning. Likevel kan man se sammenheng mellom det informantene mener og gjør i planleggingsfasen, og observasjonene av den gjennomførte undervisningen. Koder knyttet til TPK-i-praksis inkluderer vurdering, valg av aktiviteter, sekvensere, tilpasset opplæring og planlegging av alternative aktiviteter. Et av hovedfunnene ved studien er rollen tilpasset opplæring har i en teknologiintegrasjert undervisningspraksis. Jaipal-Jamani & Figg (2015) fremhever blant annet det å introdusere få tekniske ferdigheter om gangen, utvikle

tekniske ferdigheter gradvis gjennom faglig innhold, og bruke flere fremgangsmåter, som eksempler å ta hensyn til i planleggingsfasen. «Tilpasset opplæring er et overordnet prinsipp som gjelder samtlige elever i norsk skole. Det innebærer at alle elever har rett til opplæring i samsvar med egne evner og forutsetninger» (Buli-Holmberg og Ekeberg, 2016, s. 24). Resultatene fra analysen viser at Odin og Sigurd er bevisste på å gjøre noen tilpasninger for undervisning med digitale verktøy.

Et eksempel på tilpassede opplæring i Odins undervisning, vises i måten han introduserer aktivitetene med digitale verktøy. I forkant av en utforskende oppgave for konstruering av trekanter, viser Odin noen enkle og essensielle funksjoner i verktøylinjen til Geogebra. Samtidig som han viser punkt, linje, og vinkelsum på Smartboardet, utfordrer han elevene til å definere egenskapene ved begrepene. Slik forholder elevene seg til noen få tekniske steg om gangen, i knyttes begrepsforståelse og digital kompetanse sammen. Jaipal-Jamani & Figg (2015) argumenterer at en slik tilnærming kan gi mulighet for 'scaffolding' eller stillasbygging av læringen for elever på ulike nivå. Samtidig mener jeg det innebærer noen element av før-fasen til Van de Walle et al., (2015, s. 82), siden læreren kobler på elevenes tidligere kunnskap, men elevene må bruke egne strategier i problemløsingen.

Videre nevner Odin i intervjuet at Kikora er et program han bruker, hvor han enkelt kan plukke ut oppgaver som kan tilpasses elevenes nivå. Det viser at han også er bevisst på å tilpasse aktivitetene med digitale verktøy til elevene, som er et av eksemplene Jaipal-Jamani & Figg (2015) fremhever for TPK-i-praksis. Samtidig gir programmet han full oversikt over hvor langt elevene har kommet, som vist i figur 7. På denne måten kan Odin benytte Kikora både som hovedaktivitet, eller som alternative oppgaver for elever som rask fullfører aktiviteter i undervisningen. Eksempelet fra planleggingsdokumentet i figur 6 viser at Odin har et digitalt arbeidshefte med 46 oppgaver som skal løses i Regneark. «Kikora gir meg tid til gode samtaler med elevene rundt deres læring, istedenfor at jeg bruker tiden på å rette oppgaver. Elevene er veldig fornøyde med å få rask tilbakemelding, og for meg er det veldig flott å se hva de fortsatt trenger hjelp til». At teknologien frigjør ekstra tid som han kan benytte til å snakke med elevene, vil drøftes nærmere i et senere avsnitt om vurdering. I intervju presiserer Odin at appen tilbyr innhold som dekker læreplanen og at elevene i alle tema kan velge mellom tre vanskelighetsgrader. Det inkluderer også tilgang til materiale fra både mellomtrinn og VGS, for enda større mulighet til å tilpasse aktivitetene i begge ender av skalaen. Jeg vil argumentere for at dette uttrykker både kunnskap for TPK-i-praksis gjennom tilpasset opplæring, vurdering og alternative aktiviteter, i tillegg til kunnskap om fagspesifikk teknologi (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Effektiv bruk av Kikora kan gi mulighet for å tilpasse teknologibaserte aktiviteter til elevenes ulike ferdighetsnivå, både teknisk og faglig, men også motivasjon og mestringfølelse gjennom rask feedback. Noe å ta i betraktning er effekten av den raske feedbacken på læringsprosessen. En utfordring med at appen gir kontinuerlig tilbakemelding på 'riktig svar', vil stille store krav til programmering dersom det skal tas hensyn til flere fremgangsmåter. En medstudent utforsker dette fenomenet i sin masteroppgave, og det kan være interessant å utforske et samarbeid i videre forskning.

Et annet tiltak for tilpasset opplæring som begge informantene fremhever i intervju, er å samle tekniske ferdigheter i en 'oppskrift':

*Noen ganger gir jeg elevene en blueprint, som ei oppskrift som jeg lager til valgfag programmering. (Odin)*



*(...) lager en oppskrift rett og slett. For eksempel, i arbeid med Geogebra, her er de viktigste funksjonene i Geogebra. Dette er noe du burde kunne (lære deg for å bruke verktøyet). Her har du et ark, fysisk og ikke digitalt, som de kan ta vare på og ta frem om de trenger å se på det. Så det er skriftliggjort og det gjelder jo alle nivå, men det er jo noen som trenger å se på det arket litt oftere så klart.*  
(Sigurd)

I tillegg til å introdusere få tekniske ferdigheter om gangen og samle de til enkle prosedyrer, kan oppskriften fungere som et hjelpemiddel for nivåddifferensiering (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Sigurd påpeker at elevene kan benytte oppskriften som en støtte, både under gjennomgangen mens han forklarer stegene, men også videre i arbeid med oppgaver. Et element å ta hensyn til ved å benytte en slik oppskrift, er at det baseres på antagelsen om at én fremgangsmåte fungerer for alle elever. Som Van de Walle et al. (2015) påpeker, blir elever som ikke er klare for å forstå de presenterte ideene drevet mot et fokus på å følge regler instrumentelt (s. 96). Det kan derfor være en tynn linje som skiller effekten av oppskriften som et hjelpemiddel for tilpasset opplæring, fra en slavisk instrumentell forståelse. I intervju forklarer Sigurd at oppskriften hjelper å «øve på den tekniske biten, for så å snakke om oppgaven etterpå. Å ta det opp i plenum gir litt fokus på den matematiske samtalen i rundt». Det kan tolkes som at han benytter elevens resonnement til å vurdere fremgang mot matematisk forståelse, og tilpasser undervisningen kontinuerlig på måter som støtter og utvikler læring (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Det mener jeg vises i det gjennomgående fokuset på den matematiske diskursen i klasserommet, bevisstheten på differensiering og tilrettelegging for ulike ferdighetsnivå.

Et annet aspekt ved denne oppskriften er at den organiserer den teknologibaserte undervisningen. For å utvikle både teknisk og faglig kompetanse, kan lærere introdusere tekniske ferdigheter i mindre sekvenser og gjennom oppgaver hvor det faglige står i fokus (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Et eksempel fra observasjon av Odin som kan illustrere dette er oppgaven «konstruer trekanten ABC der  $AB=5$ ,  $BC=3$  og vinkel  $B=40^\circ$ ». Det er en oppgave som har fokus på matematisk konstruering, samtidig som elevene øver på digitale ferdigheter ved at den skal utføres i Geogebra. Mens elevene samarbeider i par med å utforske hvordan de kan simulere konstruering med passer gjennom funksjonene i Geogebra, har Odin muligheten til å gå rundt og observere deres strategier. Det gjør at Odin kan ta et bevisst valg om sekvensering av elevsvar, ved å velge ut spesifikke elever til å vise frem sitt resonnement, som muligens representerer fremgangsmåten majoriteten av elevgrupper benytter (Stein et al., 2008). Å la elevene vise tekniske ferdigheter, er et kjennetegn for kategorien *modellere bruk av teknologi* (Figg & Jaipal, 2009). Ved å ta frem en elev til å modellere sin fremgangsmåte, kan Odin fremme elevenes eierskap til kunnskapen. I tillegg kan de andre elevene være mer mottakelige for å lære fremgangsmåten av en medelev, enn av læreren som ofte kan gå litt for fort gjennom stegene. I en hendelse fra observasjon, valgte Odin å ta frem en elev som hadde løst oppgaven litt unøyaktig og viste seg å være en felles misoppfatning Odin ønsket å rette opp. Dette krever at Odin har gode relasjoner til elevgruppen, og vet hvilke elever som kan tåle en slik korrigerende. Stein et al., fremhever at en mulighet for sekvensering kan være å begynne med en ofte brukt eller felles strategi, som er basert på en misforståelse mange elever har. Da kan klassen, i fellesskap, oppklare misforståelsen og sammen utvikle en gyldig strategi for å løse det matematiske problemet (Stein et al., 2008).

Videre nevner Sigurd i intervjuet at han og kolleger planlegger mye av undervisningen etter lærebøkene, Grunntall 8-10. Det tolker jeg som at Sigurd planlegger sin teknologiintegreerte matematikkundervisning med utgangspunkt i læreplanverk og kompetansemål, som er et av eksemplene Jaipal-Jamani & Figg (2015) fremhever for TPK-i-praksis. Selv om lærebøker fort kan bli utdaterte og ikke nødvendigvis tilbyr kontekst som relaterer til elevenes erfaringsverden. I tillegg presenterer Sigurd spesifikke mål for undervisningstimen, som kan hjelpe fokusere læringsprosessen ved å tydeliggjøre målet for matematikken elevene lærer. Samtidig kan læringsmålene veilede læreres valg for instruksjonsbeslutninger (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

Du skal på fjelltur og trenger både telt, sovepose, ryggsekk og fjellstøvler. Finn to forretninger på nett som har det du trenger.

A) finn prisen og regn sammen hva det koster i begge forretningene.

B) du velger å kjøpe det billigste av de to alternativene, hva blir prisen da?

Eksempelet fra observasjon kan beskrives som en åpen oppgave med et utforskende aspekt, da elevene sto fritt til å velge egne nettbutikker å sammenligne. Friluftsliv-interesserte elever kan, for eksempel, velge å undersøke merkevarer som Norrøna og Arcteryx, mens andre kan sammenligne større kjedebutikker som G-sport, Intersport, eller Fjellsport. Valget vil kunne påvirke priser og rabatter, noe Sigurd kan ta opp og reflektere rundt i den oppsummerende diskusjonen av elevenes fremgangsmåter. Siden det er en åpen oppgave, vil den kunne tilby flere fremgangsmåter. Noe Jaipal-Jamani & Figg (2015) fremhever som et eksempel av effektiv TPK-i-praksis, er at lærere kan bruke teknologiintegreerte aktiviteter med flere fremgangsmåter. Åpne oppgaver kan gi elevene muligheten til å jobbe som kreative matematikere. I tillegg til å kunne fremme evne til refleksjon og kritisk tenking, som er essensen av Utdanningsdirektoratets (2017) definisjon for kompetansebegrepet. En av utfordringene med åpne oppgaver er at læreren må kunne støtte elevenes ulike resonnement for problemløsning, uten særlig forberedelse og med kort betegnningstid. Sigurd påpeker at det stiller større krav til hans fagkompetanse, men som blir gradvis enklere med erfaring. Jeg mener utdraget viser flere aspekt av TPK kompetanse hos informanten. Da han i planleggingsprosessen baserer aktivitetsvalg på læringsmål, som også presenteres i timen. Samtidig som tekniske ferdigheter utvikles gjennom faginnhold, tilbyr aktiviteten flere fremgangsmåter for å støtte ulike problemløsningsstrategier.

Å velge aktiviteter ut ifra fagets læringsmål, fremheves som et eksempel på effektiv teknologiintegreering i praksis (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Et eksempel som uttrykker denne TPK kompetansen i observasjon av Odin, er hans aktive bruk av tidligere tentamens- og eksamensoppgaver:

Verdens fem største land sortert etter areal	
Land	Areal (km <sup>2</sup> )
Russland 	17 098 240
Canada 	9 984 670
USA 	9 831 510
Kina 	9 562 911
Brasil 	8 515 770

- Lag et stolpediagram som viser hvor stort areal hvert av de fem landene har.
- Bestem variasjonsbredden for arealene til de fem landene.
- Hvor mange prosent større er arealet av Russland enn arealet av Brasil?

I intervju forklarer Odin dette valget med at han eksponerer og utfordrer elevenes kompetanse på det nivået de kommer til å bli vurdert på. Jeg tolker dette som at samtidig som aktivitetsvalget er knyttet mot læringsmål, utvikler det også både tekniske og faglig kompetanse gjennom matematisk innhold. Det antyder at Odin tar bevisste valg for teknologibaserte aktiviteter i planleggingsfasen, samtidig som han tenker på vurdering i henhold til læringsmål.

Vurdering for læring er et omfattende element i lærerens skolehverdag. Narciss (2013) fremhever tilbakemeldinger som en av de viktigste faktorene for læring i de ulike instruksjonssammenhengene, inkludert digitale læringsmiljøer. Å bruke teknologi til å vurdere, innebærer å vite om og kunne bruke vurderingsverktøy som er egnet for vurdering av teknologibaserte aktiviteter (Zhou et al., 2011). Når det gjelder digital vurdering, har Rønningen (2017) gjort noen omfattende studier av digital feedback i matematikkutdanningen ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. Hans funn indikerer at digital feedback, med unntak av riktig eller galt svar, er noe manglende. Da det er utfordrende å programmere computer-assisted assessment programmer til å evaluere spesifikke misoppfatninger, i tillegg til riktig eller feil besvarelse. Sigurd innrømmer at han ikke benytter digitale vurderinger i matematikkfaget, men bruker det i valgfaget programmering. Odin nevner at han vurderer elevenes digitale kompetanse gjennom, blant annet, å be elever levere Geogebrafiler. Da har han tilgang til loggen av stegene elevene har brukt i sin fremgangsmåte, og kan bedre forstå hvordan de har tenkt gjennom prosessen.

I matematikk er det ikke nødvendigvis å finne riktig svar som er det viktigste, men at man har en logisk tankegang i fremgangsmåten og utregning. Engh et al. (2007) påpeker at det derfor er like viktig å vurdere og veilede den prosessen ved formative tilbakemeldinger. Både Sigurd og Odin fremhever at de betrakter digitale verktøy som et hjelpemiddel, som gir større rom for å snakke med elevene i undervisningstimen i form

av formative vurderinger. En formativ vurdering inkluderer studenters forståelse av tilbakemeldingen og en aktiv bruk av tilbakemeldingen i videre læring (Sadler, 2010). I tillegg kan det gi lærere en pekepinn på elevens ferdighetsnivå og avdekke hvilke utfordringer eleven må jobbe videre med.

Tidligere nevnte jeg at Kikora er et program Odin benytter i sin teknologiintegreerte matematikkundervisning, og at teknologien frigjorde tid til å snakke med elever. «Kikora gir meg tid til gode samtaler med elevene rundt deres læring, istedenfor at jeg bruker tiden på å rette oppgaver. Elevene er veldig fornøyde med å få rask tilbakemelding, og for meg er det veldig flott å se hva de fortsatt trenger hjelp til». Gjennom observasjon viste det seg at programmet kontinuerlig gir tilbakemeldinger, i form av en grønn hake ved riktig besvarelse. Odin påpeker selv at noen elever kun blir opptatt av å få den grønne haken og muligens ikke reflekterer over matematikken de driver med. Dette kan stemme overens med Rønningen (2017), som fremhever lignende funn. Videre forklarer Odin i intervju at «istedenfor å ta inn 30 bøker og gå gjennom, så har jeg et program som gir tilbakemelding kjapt». Det gjør at han slipper å bruke tid på å bekrefte riktige svar, og istedenfor gi formative vurderinger gjennom samtaler med elevene. Havnes et al. (2012) påpeker at tilbakemelding kan ha både positiv og negativ effekt på læring. For å gi effektiv tilbakemelding er det sentralt når og hvordan tilbakemelding leveres i tillegg til å ha kjennskap til studentens karakteristikk. På bakgrunn av observasjon og intervju, vil jeg argumentere at Odin er bevisst på fordelene og utfordringene når det gjelder digital feedback. Samt at han veier opp for manglene ved digital feedback med å gi utfyllende tilbakemeldinger i samtale med eleven.

Jeg vil argumentere at informantene har gitt uttrykk for en rekke kjennetegn knyttet til teknologisk pedagogisk kunnskap for planlegging av teknologiintegreert matematikkundervisning. Gjennom eksemplene presentert i diskusjonen, har studien belyst noen meninger og erfaringer to lærere har knyttet til fenomenet teknologiintegrering. I tillegg vil noe av kunnskapen overlappes med lærernes teknologiske fagkunnskap, da figur 1 fremhever at kunnskapsområdene er dynamiske og overlappende. De viktigste funnene som ble presentert av lærernes TPK-i-praksis inkluderer tilpasset opplæring, gjennom å introdusere få steg om gangen og samle de til prosedyrer, valg av aktiviteter ved å knytte de til læringsmål og fremme både teknisk og faglig innhold, og vurdering med teknologi gjennom formativ vurdering. I neste delkapittel, vil jeg forsøke å belyse studiens funn for lærernes TPCK i teknologiintegreert matematikkundervisning.

### 5.3 Kunnskaper for teknologiintegreert undervisningspraksis

Teknologisk fagdidaktisk kunnskap (TPCK) er den kombinerte kompetansen lærere bør ta utgangspunkt i for effektiv undervisning med teknologi. Mishra & Koehler (2006) argumenterer at kunnskapsområdet innebærer lærerens forståelse om representasjon av begreper og pedagogiske strategier som bruker teknologi konstruktivt for læring av fagkunnskap. I tillegg til hva som er enkelt og utfordrende for læring av konsepter, og hvordan teknologi kan bidra til å overkomme utfordringer de står ovenfor. Med andre ord skal kunnskapsområdet omfatte lærerens samlede kunnskaper av teknologi, pedagogikk og fagkunnskap. Jaipal-Jamani & Figg (2015) identifiserer et repertoar av teknologiintegreerte aktivitetstyper og kunnskap om fagspesifikke undervisningsmodeller for teknologiintegreerte aktivitetstyper, som kjennetegn for en vellykket teknologiintegreert undervisningspraksis. Som forsker, syntes jeg det var utfordrende å undersøke informantenes TPCK. Angeli & Valanides (2009) mener at TPCK er et eget kunnskapsområde, som ikke nødvendigvis utvikles som følge av økt TPK, TCK eller PCK. Derimot

tolker jeg, gjennom forskningsprosjektet, at de uttrykte teknologisk fagdidaktiske kunnskapene implisitt fremmes av samspillet mellom informantenes teknologiske fagkunnskap og teknologisk pedagogisk kunnskap.

Et av studiens funn for å belyse hvordan lærernes TPCK påvirker deres undervisningspraksis, viser til Sigurd og Odins evne til å modellere bruk av teknologi og undervisningsmodeller de benytter. Lærerens evne til å modellere hvordan digitale verktøy kan brukes, er en viktig faktor for elevenes kompetanseutvikling. Slik jeg tolket resultatene fra analysen, har Odin og Sigurd vist noe av sine evner til modellering gjennom et fokus på faglig innhold i eksempler og oppgaver. På denne måten fikk elevene øve på tekniske ferdigheter og bruk av digitale verktøy gjennom faglig innhold, noe rammeverket TPACK-i-praksis fremhever som et eksempel på lærerhandlinger for god teknologibasert undervisning. Eksempler på dette er tidligere nevnte oppgaver, som konstruering i Geogebra og fjelltur-prisoversikten i regneark.

I observasjonene la jeg merke til hvordan Odin aktivt brukte elever til modellering også. Figg & Jaipal (2009) nevner at å la elevene vise frem tekniske ferdigheter kan bidra til å utvikle deres digitale kompetanse. Når Odin ber en elev å vise sin fremgangsmåte, kan det gi medelevene bekreftelse på deres tankegang, eller kanskje noen knekker koden ved å høre en medelevs forklaring, fremfor lærerens. Det kan oppleves som meningsfull læring, som «krever at elever er aktivt engasjert av en meningsfull oppgave hvor de manipulerer objekter og parametere i miljøet de jobber i og observerer resultatene av manipulasjonene deres» (Jonassen et al., referert til i Jaipal-jamani & Figg, 2015, s. 149). På denne måten kan Odin også benytte teknologien til å støtte elevenes egne strategier for læring av matematikk, som samtidig kan bidra til å fremme eierskap til forståelsen (Niess et al., 2009). I tillegg kan Odin avdekke om den valgte eleven har tilstrekkelig forståelse for å løse oppgaven, eller om det er noen misoppfatninger. I observasjon hadde eleven en misoppfatning, som Odin veiledet gjennom en klassediskusjon der eleven utførte stegene som klassen diskuterte. Tilnærmingen kan oppleves som ubehagelig for eleven som tas frem, og krever at læreren har gode relasjoner med elevgruppen. I en slik situasjon vil det være viktig at Odin styrer diskusjonen til å ha et faglig fokus, og forhindre personlige kommentarer. Min tolkning av situasjonen var at Odin innså at en diskusjon basert på elevforklaringer var mer hensiktsmessig enn at han selv korrigerter.

I intervju nevnte Sigurd at han ønsker å aktivisere elevene mest mulig, og observasjon viser til at han oppfordrer til en matematisk samtale eller diskusjon rundt fremgangsmåter. Som oppsummering av undervisningsøkten benyttet Sigurd Hellosmart som plattform for en samtale, hvor elevene lastet opp en av sine oppgaver. Hensikten med tilnærmingen var, etter min tolkning, å la elevene resonnerer og modellere sin tankegang. På denne måten aktiviserte han elevgruppen muntlig, og bevisstgjorde de på resonnering og begrunnelser for sine valg. LK06 understreker at matematisk kompetanse har et språklig aspekt, hvor formidling, samtale, begrunnelse, drøfting og resonnering står sentralt (Utdanningsdirektoratet, 2013a). Samtidig viser det til NCTMs veiledning for at effektiv matematikkundervisning benytter elevers resonnement til å vurdere fremgang mot matematisk forståelse, og tilpasser undervisningen kontinuerlig på måter som støtter og utvikler læring (National Council of Teachers of Mathematics, 2014). Begge lærerne benytter elever som ressurs i sin teknologiintegreerte undervisningspraksis. Både gjennom å arbeide i grupper eller med læringspartner, men også ved å la elevene vise sine fremgangsmåter for medelever.

Lærerens kunnskap om fagspesifikke undervisningsmodeller, innebærer å velge egnede undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning (Jaipal-Jamani & Figg, 2015). Undervisningsmodeller har jeg tidligere definert som strategier læreren bruker til å presentere, formidle eller modellere et matematisk konsept. Analysen viser at Sigurd og Odin har en rekke forskjellige strategier for hvordan de bruker digitale verktøy til å utvikle både teknisk og faglig kompetanse. Eksempelvis benyttet Odin mye visuelle representasjoner i sin modellering av digitale verktøy, og mini lesson ved oppstart av undervisningen gjennom en kort introduksjon av temaet i begynnelsen av timen. Læreren tar den eksplisitte rollen ved å fremheve ideer og strategier. Man må ta i betraktning at læreren frembringer ideer for elevene å vurdere, men må tillate enkelt-eleven å konstruere sine egne meninger (Fosnot og Dolk, 2001, s. 30). Sigurd påpeker at han ofte benytter 'startere' til å modellere eksempeloppgaver. Jeg vurderer 'startere', slik Sigurd beskrev de i intervju, til å ligne på mini lesson, men med mer fokus på fremgangsmåte enn bare introduksjon av tema. I tillegg registrerte jeg at begge informantene inkluderer utforskende læring i sin undervisningspraksis. Gjennom intervju og observasjon viser Sigurd og Odin til å besitte et repertoar av teknologibaserte aktivitetstyper, for digitale verktøy som Geogebra, Regneark, Kikora, Gimkit, og Hellosmart, blant andre.

En faktor å ta hensyn til, kan være tilgjengelig utstyr som påvirker mulighetene og kreativiteten til lærerne. Sigurd nevner i intervju at han har benyttet noen prøvelisenser på anbefalte programmer, men «foreløpig har vi ikke fått handlet inn så veldig mye av sånne læremidler som jeg kunne tenkt meg å bruke». Videre nevner Sigurd at det selvfølgelig finnes mange gratis nettressurser, som for eksempel Geogebra. På den andre siden, jobber Odin på en større og mer ressurssterk ungdomsskole, som kan tillate større grad av kreativitet og muligheter.

Til slutt, nevner begge informantene at fagfornyelsen kommer til å fremheve interessante elementer for matematikkfaget, som dybdelæring, modellering og programmering. Et av elementene Odin fremhever i intervju er bevis som et sentralt punkt, noe som vil kreve et godt matematisk språk og logisk resonnement. Odin påpeker at teknologi er et stort hjelpemiddel for bevis av matematikk. «Da kan jeg vise elevene samsvarende vinkler, i Geogebra, hvor jeg kan markere vinklene og bevege på de for å vise at det stemmer». I tillegg nevner Odin at han og kolleger har drøftet hvordan elevene skal kunne ha medvirkning i læringen sin. «Da øker sjansen for at vi får gunstige situasjoner for elevene å lære. For når de kommer med eksempler, er det gjerne ut ifra deres erfaringsverden». En måte Odin tilrettelegger for dette, er gjennom Gimkit for eksempel. Undervisningssekvensen kan da baseres på elevformulerte spørsmål, og kan gjøres individuelt eller i grupper. Sist, nevner begge informanter at kompetansemål er satt i mer eksplisitte rammer, ved at det nå er tydeligere mål for hva elevene skal kunne etter hvert trinn. En vesentlig endring fra LK06 som ga større lærerautonomi, ved å sette samlede kompetansemål for ungdomstrinnet.

## 5.4 Styrker og svakheter ved studiet

Som nevnt innledningsvis, lever vi i et stadig utviklende samfunn. Jeg argumenterte at et samfunn i utvikling krever utvikling i skolen og spesifikt matematikkfaget. En styrke ved studien er dens aktualitet for det nye læreplanverket, hvor matematikklærere vil møte på nye utfordringer. Overordnet del gir en ny definisjon av kompetansebegrepet, og tilrettelegger for mer dybdelæring som støtte for kompetanseutvikling. Videre oppdateres faglig innhold, hvor kjerneelement for matematikkfaget inneholder blant annet

utforskning, modellering og representasjon. Tre elementer som vil bære preg av teknologibruk, gjennom digitale verktøy, som denne studien har undersøkt. Eksempelvis har unntakstilstanden som har oppstått på grunn av pandemien COVID-19 ført til økt behov, og bratt læringskurve, av digitale verktøy til kommunikasjon og undervisning. Lærere har på kort tid måtte tilpasset undervisningspraksisen deres til digitale plattformer, og planlegge teknologibaserte aktiviteter.

Videre er utvalg av informanter en viktig faktor for studiens kvalitet. Spesielt for kvalitativ forskning, kan et strategisk utvalg av informanter som har kvalifikasjoner eller kunnskap som er relevant for forskningsspørsmålet være av betydning for studiet (Thagaard, 2009). Det hadde vært lite hensiktsmessig å søke et vilkårlig utvalg, hvor man risikerer at informanter er uvitende om gitte problemstillinger og dermed ikke være i stand til å kommentere de. På bakgrunn av dette, mente jeg at et kriteriebasert utvalg var hensiktsmessig for å undersøke spesifikk kunnskap knyttet til fenomenet teknologi-integrert matematikkundervisning. Derfor vil jeg argumentere at mitt utvalg av to lærere som har over 10 års erfaring som matematikklærere, er en styrke ved studiet. I tillegg underviser begge informanter i valgfag programmering. Videre tar Sigurd for øyeblikket etterutdanning i profesjonsfaglig digital kompetanse, og Odin engasjerer seg aktivt i utviklingsprosjekt for teknologi i undervisning. Selv om informantene har visse kvalifikasjoner, regnes de heller ikke som ledende eksperter av fenomenet. Derfor mener jeg at utvalget bidrar til å styrke studiens kvalitet og gyldighet.

En av studiens svakheter er at empirien er basert på kun to informanter. Cohen (2007) påpeker at det ikke er et entydig svar på utvalgets størrelse, men at dette avhenger av studiens formål. Én informants mening er nok til å danne en kode, men målet for en kvalitativ studie bør være et stort nok utvalg til å avdekke en rekke ulike meninger. I utgangspunktet var det planlagt tre aktuelle kandidater til studiet. Dessverre trakk en av disse seg noen dager før den planlagte datainnsamlingen. Et utvalg av tre informanter, mente jeg skulle oppfylle verdiene for en kvalitativ studie, samt forebygge at undersøkelsen skulle skrives eller oppleves, som en sammenligning av deltakerne. Sammen med veileder, ble vi enige om at to informanter likevel kunne være tilstrekkelig. Selv om det slik ble et lite bidrag, er det tross alt nettopp det en masteroppgave er, et lite bidrag til forskningsverdenen.

## 5.5 Oppsummering

Denne kvalitative studien har undersøkt kunnskaper to lærere gir uttrykk for å bruke når de integrerer teknologi i sin matematikkundervisning, etter TPACK-i-praksis rammeverket av Jaipal-Jamani & Figg (2015). Teori og tidligere forskning viser at lærerutdanningen bør innebære spesifikk opplæring i teknologibasert undervisning, for å støtte læreres utvikling av TPCK (Valanides og Angeli, 2008). For å belyse forskningsspørsmålet har jeg undersøkt vurderinger to lærere gjør i planlegging av matematikkundervisning med digitale verktøy. I tillegg til hvilke kunnskaper og evner lærere gir uttrykk for om fagrelatert teknologi og hvordan teknologiintegrasjonen har påvirket undervisningspraksisen. Noen av studiens funn fremhevet et økt fokus på definisjoner og egenskaper ved fagbegrep. Informantene identifiserer denne fagkompetansen som grunnleggende for at elevene skal kunne forstå funksjoner i digitale verktøy. Da begrepene ofte har tydelige sammenhenger med programmers koding. Ball et al. (2008) nevner også at læreren må være bevisst på viktigheten av å lære matematiske begrep, som en del av lærerens fagkompetanse (CK). Viktigheten av begrepsdannelse står i

samsvar med Utdanningsdirektoratets (2013b) retningslinjer, som fremhever at begrepsforståelse er en forutsetning for å kunne løse matematiske problem.

Videre presenterer studien tilpasset opplæring for teknologibruk som et av hovedfunnene. Tilpasset opplæring er et krav for samtlige elever i norsk grunnskole, og fremstiller nye utfordringer for lærere når digitale ferdigheter inkluderes i matematikkfaget. I teorikapitlet presenterte jeg noen muligheter for hvordan matematikklæreren kan tilrettelegge undervisning med digitale verktøy etter ulike ferdighetsnivå. Noen av kunnskapene informantene ga uttrykk for, var å introdusere få tekniske ferdigheter om gangen og samle de til enkle prosedyrer. På denne måten forholder elevene seg til noen få tekniske steg om gangen, i tillegg til å knytte sammen begrepsforståelse og digital kompetanse. I samsvar med teori, kan dette være gode strategier for stillasbygging av læring for elever på ulike nivå (Jaipal-Jamani & Figg, 2015; Rowland et al., 2009).

I tillegg påpeker informantene at bruk av digitale verktøy kan gi større rom for å gjøre formative vurderinger. Tilbakemelding er en sentral del av formativ vurdering og anses som den faktoren som har sterkest påvirkning på læring (Havnes et al., 2012). For å gi effektiv tilbakemelding er det sentralt når og hvordan tilbakemelding leveres, i tillegg til å ha kjennskap til elevenes karakteristikk. Resultater av studien viser at denne kunnskapen er en essensiell del av læreren PCK og TPK.

Til slutt har jeg forsøkt å belyse lærernes TPACK ved å undersøke hvordan integrering av teknologi i matematikkfaget har påvirket deres undervisningspraksis. Med tanke på hensiktsmessige undervisningsmodeller, viser lærerne at minilesson og utforskende læring (Inquiry Based Learning), med støtte av gruppe eller læringspartner, kan være effektive strategier. Informantene benytter elever som ressurs i sin teknologiintegreerte undervisningspraksis. Både gjennom å arbeide i grupper eller med læringspartner, men også ved å la elevene modellere sine fremgangsmåter for medelever. Jaipal-Jamani & Figg (2015) påpeker også at lærere bør ha et repertoar av teknologibaserte aktiviteter og digitale verktøy som er egnet for utvikling av digitale og faglige ferdigheter. Studiens resultater antyder at Geogebra og regneark er de mest populære programmene, men at lærerne også har kunnskap om flere andre. Informantene har vist noe av sine evner til å modellere teknologibruk, gjennom et fokus på fagliginnhold i eksempler og oppgaver. På denne måten fikk elevene øve på tekniske ferdigheter og bruk av digitale verktøy gjennom faglig innhold. Som rammeverket TPACK-i-praksis fremhever som et eksempel på lærerhandlinger for god teknologibasert undervisning.

## 5.6 Videre forskning

I et forsøk på å belyse læreres TPACK for matematikkundervisning med bruk av digitale verktøy, har det oppstått flere nye spørsmål. Studiens hovedfunn har vist til viktigheten av fagbegrep, tilpasset opplæring for teknologibruk og formative vurderinger for utvikling av elevkompetanse. Fokuset har vært på lærerens perspektiv og ved anledning for videre forskning vil det være interessant å belyse fenomenet teknologiintegrasjon fra elevperspektivet. Siden målet for undervisning er elevens læring, kan det være hensiktsmessig å undersøke elevens opplevelse av teknologi i undervisning. For eksempel hvordan elever opplever at teknologi bidrar, eller ikke, til å fremme deres faglige forståelse, hvilke utfordringer de kan oppleve i problemløsning med teknologi, eller om digital feedback oppleves som produktiv og motiverende? Et eksempel kan være en kvantitativ studie med spørreskjema etter at et tema eller delkapittel avsluttes, hvor det gjennomgående benyttes teknologi (for eksempel Ipad eller ChromeBook).



Gjennom bearbeiding av forskningsprosjektet, spesielt diskusjonskapittelet, har jeg hatt muligheten til å reflektere over det forberedende arbeidet som ble gjort med utforming av observasjonsskjema og intervjuguide. I tillegg til egen evne for å gjennomføre en strukturert observasjon og lede et intervju. En mulighet for videre forskning kan da være å bearbeide metodene og verktøy for innhenting av data og gjennomføre en forbedret versjon av forskningsprosjektet med et større og mer variert utvalg. Det kan være interessant å bekrefte eller forkaste studiens funn, ved å duplisere den for et nytt utvalg av lærere med ulikt erfaringsgrunnlag for både matematikk og teknologiintegreert undervisning.

# Referanser

- Angeli, C., & Valanides, N. (2009) Epistemological and methodological issues for the conceptualization, development, and assessment of ICT-TPCK: Advances in technological pedagogical content knowledge (TPCK). *Computers & Education* Volume 52, issue 1, January 2009, p. 154-168
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008) Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59, p. 389-407. Sage Publications
- Bitner, N., & Bitner, J. (2002). Integrating technology into the classroom: Eight keys to success. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10, 95-100
- Boyatzis, R. (1998). Transforming qualitative information: *Thematic analysis and code development*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*.
- Braun V., Clarke V., Hayfield N., & Terry G. (2019) Thematic Analysis. In: Liamputtong P. (eds) *Handbook of Research Methods in Health Social Sciences*, pp 843-860. Springer, Singapore
- Brinkmann, S. & Kvale, S. (2015) Interviews: *Learning the craft of qualitative research interviewing* (3.utg.) Thousand Oaks, California, Sage Publications
- Buli-Holmberg, J., & Ekeberg, T. R. (2016) *Likeverdige og tilpasset opplæring i en skole for alle*. Oslo: Universitetsforlaget, 2016, 2. utgave, s. 23-24
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007) *Research methods in education*. (6.utg.), New York: Routledge
- Cox, S., & Graham, C. R. (2009) *Using an elaborated model of the TPACK framework to analyze and depict teacher knowledge*. Tech Trends, 53(5), 60-69
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag
- Engh, R., Dobson, S., & Høihilder, E. K. (2007) *Vurdering for læring*. Høyskoleforlaget, 2007, 1. utgave, s. 28-29
- Fauskanger, J., Mosvold, R., & Bjuland, R. (2010) Hva må læreren kunne? *Tangenten*, 4, 34-39.
- Figg, C., & Burson, J. (2012). Handy4class Activity Types: *What is an Activity Type?* Retrieved from <http://18.191.8.58/wp-content/uploads/2013/08/ds-activity-types-2013c.pdf>
- Figg, C., & Jaipal, K. (2009). Unpacking TPACK: TPK characteristics supporting successful implementation. In I. Gibson et al. (Eds.), *Proceedings of the 20th international conference of the Society for Information Technology and Teacher Education*

- (SITE) (pp. 4069–4073). Chesapeake, VA: Association for Advancement of Computing in Education
- Figg, C. & Jaipal, K. (2012). TPACK-in-Practice: Developing 21st Century Teacher Knowledge. In P. Resta (Ed.), *Proceedings of SITE 2012--Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 4683-4689). Austin, Texas, USA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Flick, U., Von Kardoff, E., & Steinke, I. (2004) *A Companion to Qualitative Research* (First Edit.) SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001) *Young Mathematicians at work: Constructing Multiplication and Division*. Westport, CT: Heinemann
- Harris, J. B., & Hofer, M. (2009). Instructional planning activity types as vehicles for curriculum based TPACK development. In C. D. Maddux (Ed.), *Research highlights in technology and teacher education* (pp. 99–108). Chesapeake, VA: AACE
- Havnes, A., Smith, K., Dysthe, O., & Ludvigsen, K. (2012) Formative assessment and feedback: Making learning visible. *Studies in Educational Evaluation*, 38, s. 21-27
- Holme, I. M., & Solvang, B. K. (1996) *Metodevalg og metodebruk*. Tano Aschehoug
- Jaipal, K., & Figg, C. (2010). Unpacking the “Total PACKage”: Emergent TPACK characteristics from a study of pre-service teachers teaching with technology. *Journal of Technology and Teacher Education*, 18 (3), 415–441
- Jaipal-Jamani, K., & Figg, C. (2015). The Framework of TPACK-in-Practice: Designing Content-Centric Technology Professional Learning Contexts to Develop Teacher Knowledge of Technology-enhanced Teaching (TPACK). In C. Angeli & N. Valanides, (Eds.), *Technological pedagogical content knowledge: Exploring, developing and assessing TPCK* (pp. 137-163). New York: Springer
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2016) *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. (5.utg.) Oslo: Abstrakt forlag
- Kereluik, K., Mishra, P., & Koehler, M. (2010). Reconsidering the T and C in TPACK: Repurposing technologies for interdisciplinary knowledge. In D. Gibson & B. Dodge (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education international conference* (pp. 3892– 3899). Chesapeake, VA: AACE
- Koehler, M. J., Mishra, P., & Yahya, K. (2007) Tracing the development of teacher knowledge in a design seminar: Integrating content, pedagogy, and technology. *Computers & Education*, 49, s. 740-762
- Mishra, P. & Koehler, M. J. (2006), Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record Volume* 108, Number 6, June 2006, pp. 1017–1054
- Narciss, S. (2013) Designing and Evaluating Tutoring Feedback Strategies for digital learning environments on the basis of the Interactive Tutoring Feedback Model. *Digital Education Review* (23)
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles to actions: *Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author, 2014

- Niess, M. L., Ronau, R. N., Shafer, K. G., Driskell, S. O., Harper S. R., Johnston, C., Browning, C., Özgün-Koca, S. A., & Kersaint, G. (2009). Mathematics teacher TPACK standards and development model. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), s. 4-24
- Nyborg, M. (1985). *Læringspsykologi – I oppdragelses- og undervisningslære*. Haugesund: Norsk Spesialpedagogisk Forlag
- Papert, S. (1980) *Mindstorms: Children, computers and powerful ideas*. Basic books, Inc
- Postholm, M. B. (2005) *Kvalitativ metode – En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Universitetsforlaget AS
- Ringdal, K. (2013). *Enhet og mangfold. Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching*. SAGE Publications Ltd
- Rønningen, F. (2017) Influence of computer-aided assessment on ways of working with mathematics. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 36, s. 94-107
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: *Knowledge growth in teaching*. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008) Orchestrating Productive Mathematical Discussions: *Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell*, *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), s. 313-340, DOI: 10.1080/10986060802229675
- Thagaard, T. (2009) *Systematikk og innlevelse – En innføring i kvalitativ metode (3.utg.)* Fagbokforlaget
- Tjora, A. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis (2. utgave)*. Oslo: Gyldendal akademisk
- Utdanningsdirektoratet (2013). *Læreplan i matematikk- fellesfag*. Føremål. Hentet fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal>
- Utdanningsdirektoratet (2017). *Overordna del: Kompetanse i faga*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nno>
- Utdanningsdirektoratet (2018). *Fagfornyelsen – nye læreplaner: Hva er fagfornyelsen?* Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/nye-lareplaner-i-skolen/>
- Utdanningsdirektoratet (2019a). *Dybdelæring*. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/>
- Utdanningsdirektoratet (2019b). *Matematikk 1-10 Kjerneelement*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nno>
- Utdanningsdirektoratet (2019). *Eksamensoppgave*. Hentet fra

[https://matematikk.net/side/Ungdomstrinn\\_Hovedside](https://matematikk.net/side/Ungdomstrinn_Hovedside)

Valanides, N., & Angeli, C. (2008a). Learning and teaching about scientific models with a computer modeling tool. *Computers in Human Behavior*, 24 (2008), pp. 220-233

Valenta, A. (2015) *Matematikklærerkompetanse*. Hentet fra

<https://www.matematikkcenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta%20Matematikk%C3%A6rerkompetanse.pdf>

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2015) *Elementary and Middle School Mathematics, teaching developmentally*. S. 81-96 Ninth edition, Pearson Education, US

# Vedlegg

**Vedlegg 1: Samtykkeskjema**

**Vedlegg 2: Observasjonsskjema**

**Vedlegg 3: Intervjuguide**

**Vedlegg 4: Kodebok**

## **Vedlegg 1: Samtykkeskjema**

### **Vil du delta i forskningsprosjektet**

#### ***"Teknologiintegret matematikkundervisning"?***

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å belyse hvordan matematikklærere bruker digitale verktøy i arbeid med teknologiintegret matematikkundervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### **Formål**

På bakgrunn av fagfornyelsens kjerneelementer for matematikkfaget, ønsker jeg å se nærmere på hvordan matematikklærere jobber med å integrere teknologi i sin undervisning. Mer spesifikt hvilke vurderingsprosesser som står bak valg av digitale verktøy og hvordan de brukes i undervisningen. Prosjektet er en mastergradsstudie som fokuserer på følgende problemstilling:

"Hvilke kunnskaper uttrykker matematikklærere for integrering av digital teknologi i sin matematikkundervisning?"

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) / institutt for lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet.

#### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du deltar i et intervju og gjennomfører en undervisningsøkt i modellering med forsker som observatør. Intervjuene vil ta ca 30-45 minutter, hvor det vil handle om din erfaring med digitale verktøy og modellering i matematikkundervisningen. Dine svar fra intervjuene blir registrert ved lydopptak, mens observasjonen av undervisningstimen vil skje ved notater.

#### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

#### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Veileder Solomon Tesfamicael og masterstudent Seppe Claessen vil ha tilgang til opplysningene i studiet.
- Personopplysninger vil bli anonymisert og datamaterialet lagres på NTNUs fillagringsområde NICE-1 eller kryptert minnebrikke.

## Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes mai 2020, og da vil all personidentifiserende data slettes.

### Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg
- å få rettet personopplysninger om deg
- få slettet personopplysninger om deg
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet)
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandling av dine personopplysninger

På oppdrag fra Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- NTNU ved student Seppe Claessen på epost eller telefon (sepclash@hotmail.com, 906 89 732) eller prosjektveileder Solomon Tesfamicael (solomon.a.tesfamicael@ntnu.no, 734 12 609).
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen ved NTNU (thomas.helgesen@ntnu.no, 930 79 038).
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Seppe Claessen (Student)

Solomon Tesfamicael (Veileder)

---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i et intervju og at svarene mine vil kunne brukes som datamateriale i masterprosjektet.
- å gjennomføre en matematikktime med bruk av digitale verktøy og med forsker som observatør

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. mai 2020

---

(Signert av prosjektdeltaker, dato)



## Vedlegg 2: Observasjonsskjema

Hvor:

Når:

Deltakere:

Kode	Kommentar
<b>TCK</b> Finne fagspesifikke verktøy som egner seg til temaet	
Tilpasse verktøy fra andre fagområder til det aktuelle faget	
<b>TPK</b>	
Velge aktiviteter ut ifra hvilke faglige mål som skal nås	
Utvikle tekniske ferdigheter gradvis gjennom faglige aktiviteter	
Introdusere få tekniske ferdigheter om gangen	
Lage spesifikke læringsobjekter til elevene	
Flere forskjellige tilnærminger	
Alternative aktiviteter (sviktende teknologi eller elever blir raskt ferdig)	
Vise eksemplarisk bruk av teknologiske verktøy	
La elevene vise tekniske ferdigheter	

Gruppearbeid for å støtte opp utvikling av tekniske og faglige ferdigheter	
<b>TPCK</b>	
Velge en egnet undervisningsmodell for teknologiintegret undervisning	
<b>Foundation</b>	
Bruk av fagbegrep	
Identifisere utfordringer/barrierer	
<b>Connection</b>	
Identifisere sammenhenger mellom fremgangsmåte	
Identifisere sammenhenger mellom matematiske ideer/begrep/strukturer	
<b>Contingency</b>	
Respons til elevers innspill	

## Vedlegg 3: Intervjuguide

### Generelt:

1. Utdanningsgrad
2. Antall år som mattelærer
3. Hvilke trinn

### Digitale verktøy/digital tools (DT)

1. Hvilke erfaringer har du med teknologi/DT i matteundervisning?
  - a. Kan du beskrive hvordan du bruker DT i undervisningen (hva var hensikten med DT)?
  - b. Kan du beskrive ditt ståsted/din tro om teknologi i matematikkundervisning?
    - i. Meninger om hvordan og hvorfor matematikk læres med DT
2. TCK
  - a. Har du noen eksempler på DT du bruker mest og hvorfor?
  - b. Hvilke tema passer de til og hvorfor?
  - c. Eksempelvis er Excel et DT som ikke ble laget for undervisning, hvordan tilpasser du slike DT for undervisning. Hvilke vurderinger skjer i en slik tilpasning?
3. TPC
  - a. Kan du beskrive planleggingsprosessen for undervisning med DT?
    - i. Valg av aktiviteter (kontekst RME)
    - ii. Instruksjoner for å bruke DT
    - iii. Valg av eksempler, representasjoner og hvordan du demonstrerer
    - iv. Legge til rette for å vise sammenhenger
    - v. Ekstra opplegg i tilfellet det digitale svikter/ikke fungerer
  - b. Vurderer du elevarbeid med DT?
  - c. DT kan stille ulike krav til elevenes tekniske ferdigheter. Hvordan kan disse ferdigheter utvikles?
  - d. Hvordan vil du vurdere din egen evne til å bruke generell teknologi og DT (excel, geogebra, ...)?
  - e. Øver/utforsker/eksperimenterer du med DT før de brukes i undervisning?
  - f. Er det noe kursing/team coaching for (nye) DT gjennom arbeidsplassen?
  - g. Påvirker integrering av teknologi i undervisning din klasseledelse?
    - i. Tidsbruk, utfordringer med å respondere på elevers innspill
4. TPCK
  - a. Hvordan påvirker DT valg av oppgaver eller oppgaver valg av DT (eks: visuelle eller statiske representasjoner (simulering vs bilde))?
  - b. I henhold til fagfornyelsen, hvordan tenker du teknologiintegrasjon kan påvirke matematikkundervisning?

## **Spørsmål/kommentar til observasjon**

5. DT i den observerte undervisningen
  - a. Hvorfor og hvordan passet/egnet det spesifikke DT benyttet i undervisningen til læringsmålene for timen?
  - b. Hvorfor og hvordan passet/egnet det spesifikke DT benyttet til undervisningsmetoden?
  - c. Hvorfor og hvordan passet/egnet læringsmål, undervisningsmetode og DT sammen i denne undervisningstimen?
  - d. Hvordan kan eller bruker du DT som en del av tilpasset opplæring for enkeltelever?

## Vedlegg 4: Kodebok

Rammeverk komponent	Kode	Beskrivelse	Eksempel av funn	Relatert til spørsmål	
<b>TCK-i-praksis &amp; Knowledge Quartet - Fundament</b>	Kunnskap om fagspesifikk teknologi	Finne fagspesifikke verktøy som egner seg til fagstoff/tema Tilpasse verktøy fra andre fagområder til det aktuelle fagområdet		2	
	Kompetanse for å bruke fagspesifikk teknologi	Identifisere tekniske ferdigheter som er nødvendige for å bruke fagspesifikke verktøy		2	
	Bruk av fagbegrep	Bruke fagbegrep i matematisk diskurs		2, 3	
<b>TPK-i-praksis &amp; Knowledge Quartet - Omdanning og Sammenheng</b>	Vurdering med digitale verktøy	Bruke teknologi til å vurdere		3	
	Valg av aktiviteter	Velge aktiviteter ut ifra fagets læringsmål		1	
	Organisere/sekvensere	Utvikle tekniske ferdigheter gradvis gjennom fagspesifikke aktiviteter		1, 3	
	Tilpasset opplæring		Introdusere få tekniske ferdigheter om gangen		1, 2, 3
			Tilpasse aktivitetene til elevene		1
			Lage spesifikke læringsmål for elevene		1
			Bruke teknologiintegreerte aktiviteter med flere fremgangsmåter		1, 2, 3
	Plan B		Planlegge alternative aktiviteter		1
	Øving med teknologi		Utvikle egne evner for teknologibruk		2
	Modellering med teknologi		Vise eksemplarisk bruk av teknologiske verktøy		2, 3
La elevene vise tekniske ferdigheter				2, 3	
Klasseledelse		Bruke grupper for å støtte utvikling av tekniske og faglige ferdigheter		2, 3	
		Bruke teknikker for å engasjere elevene til å bruke teknologi i undervisningen		1, 2	
<b>TPCK-i-praksis</b>	Repertoar av teknologiintegreerte aktivitetstyper	Velge effektive aktivitetstyper		2, 3	
	Kunnskap om undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning	Velge egnede undervisningsmodeller for teknologiintegreert undervisning		1, 3	