

Joakim Langseth Eliassen

Tilpasset og effektiv matematikkundervisning

Masteroppgave i spesialpedagogikk

Veileder: Per Frostad

Mai 2021

Joakim Langseth Eliassen

Tilpasset og effektiv matematikkundervisning

Masteroppgave i spesialpedagogikk
Veileder: Per Frostad
Mai 2021

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for pedagogikk og livslang læring



Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

I denne oppgaven har målet vært å undersøke hva en lærer og en gruppe av hans elever opplever som tilpasset og effektiv matematikkundervisning. I tillegg ønsket jeg innsikt i lærerens undervisningspraksis for å se hvordan han tilpasset og la opp en matematikktime. Studiens problemstilling er: *Hvordan opplever en lærer og elevene hans hva tilpasset og effektiv matematikkundervisning er?*

Studien har tatt utgangspunkt i en kvalitativ forskningstilnærming. Det er samlet inn data gjennom et pre-intervju og post-intervju med en lærer. Imellom intervjuene observerte jeg læreren og elever i en undervisningstime. I tillegg samlet jeg inn data via fokusgruppe-intervju med noen elever fra klassen etter observasjonen. Resultatene fra datainnsamlingen fremstilles i fire hovedkategorier gjennom en tematisert tilnærming: Fellesskap versus individ, Undervisning, Hjelpemidler (Numicon er en underkategori), Tankesett.

Resultatene viser at læreren opererer i spenningen mellom en bred og smal tilnærming til tilpasset opplæring. Felles tema og mål ligger som en plattform for undervisningen, og individuelle hensyn blir ivaretatt innenfor fellesskapet. Videre viser resultatene at læreren i stor grad legger til rette for en dynamisk undervisning med fokus på problemløsningsoppgaver, der elevene skal samarbeide og løse oppgaven gjennom dialog på tvers av faglig nivå. Selv om læreren legger til rette for en dynamisk undervisning, viser resultatene fra fokusgruppe-intervjuet at det fortsatt er en del elever som er mer komfortabel med individuelt arbeid i matematikkboka. Resultatene viser videre at læreren bruker konkretiseringsmaterialer, men ikke i stor nok grad. Læreren er ikke bevisst nok på funksjonen til konkretiseringsmateriell. Resultater fra observasjonen viser at ustrukturert materiell blir i noen situasjoner brukt på uhensiktsmessige måter. Strukturert materiell, som Numicon, blir i større grad brukt ut i fra ideen bak materialet. Til slutt viser resultatene at læreren har fokus på at alle kan mestre gjennom hardt arbeid, noe som indikerer et dynamisk tankesett. Blant elevene er det varierende grad av hvor godt de har utviklet et dynamisk tankesett. Noen av elevene mener at gode resultater i matematikk er forbeholdt elever som beskrives som «smarte». Andre elever er klar på at hardt arbeid gjør at man kan bli god i matematikk. Det er også forskjell blant elevene når det kommer til hva de mener er viktig i matematikk. Noen elever er opptatt av å regne hurtig og finne riktig svar. Andre elever mener det er viktigere å jobbe sammen for å løse problemløsningsoppgaver.

I min oppgave kommer det frem at god tilpasset og inkluderende undervisning, som er basert på samarbeid, dialog, problemløsningsoppgaver og visuell matematikk gjennom strukturerte mengder, i større grad vil føre til at elever utvikler et dynamisk tankesett. De øker sin proseptuelle forståelse med balanse mellom prosedyrekunnskaper og konseptuelle kunnskaper.

Summary

This master thesis has examined what a teacher and a group of his students experience as adapted and effective mathematics teaching. In addition, I wanted insight into the teacher's teaching practice to see how he adapted and set up a math class. The research question of this thesis is: *How does a teacher and his students experience what adapted and effective mathematics teaching is?*

The study is based on a qualitative research approach. Data were gathered through a pre-interview and post-interview with a teacher. Between interviews, I observed the teacher and students in a class. In addition, I collected data via focus group interviews with some students from the class after the observation. The results from the data collection are presented in four main categories through a thematic approach: Community versus individual, Teaching, Resources (Numicon is a subcategory), Mindset.

The results show that the teacher operates in the tension between a broad and narrow approach to adapted teaching. Common themes and goals lie as a platform for teaching, and individual considerations are taken into account within the class. Furthermore, the results show that the teacher to a large extent facilitates a dynamic teaching with focus on problem-solving tasks, where the students must collaborate and solve the task through dialogue across the academic level. Although the teacher facilitates a dynamic teaching, the results from the focus group interview show that there are still some students who are more comfortable with individual work in the mathematics book. The results further show that the teacher uses concretization materials, but not to a large enough degree. The teacher is not enough aware of the function of concretization materials. Results from the observation show that unstructured resources in some situations is used in inappropriate ways. Structured resources, such as Numicon, is used to a greater extent based on the idea behind the material. Finally, the results show that the teacher focuses on the fact that everyone can make it through hard work, which indicates a dynamic mindset. Among the students, there are varying degrees of how well they have developed a dynamic mindset. Some of the students believe that good results in mathematics are reserved for students who are described as "smart". Other students are aware that hard work allows them to become good at mathematics. There is also a difference among the students when it comes to what they think is important in mathematics. Some students are concerned with calculating fast and finding the correct answer. Other students believe it is more important to work together to solve problem-solving tasks.

In this master thesis it appears that well-adapted and inclusive teaching, which is based on collaboration, dialogue, problem-solving, and visual mathematics through structured quantities, will to a greater extent lead to students developing a dynamic mindset. They increased their proceptual understanding with a balance between procedural knowledge and conceptual knowledge.

Forord

Denne masteroppgaven markerer avslutningen på min mastergrad i spesialpedagogikk ved institutt for pedagogikk og livslang læring, fakultet for samfunns- og utdanningsforskning, NTNU.

Det har vært en arbeidskrevende prosess med mange lange dager, men arbeidet har vært meget lærerikt, både i forhold til å jobbe med forskning og tematikken oppgaven har belyst.

Som spesialpedagog i PP-tjenesten er det alltid et mål for meg å kunne veilede slik at elevene får et større utbytte av undervisningen. Det har vært viktig for meg å utvikle så mye kunnskap som mulig om hvordan en god og effektiv matematikkundervisning er.

Jeg ønsker å takke rektor, lærer og hans elever som deltok i prosjektet mitt. De var positive og hjelpelig med en gang, og la til rette for at jeg skulle kunne gjennomføre prosjektet mitt.

Videre vil jeg rette en stor takk til min veileder, Per Frostad, for gode råd og konstruktive tilbakemeldinger. Ditt engasjement og din kompetanse har vært uvurderlig for meg!

Takk til venner og familie for støtte og oppmuntring, og sist, men ikke minst, en spesiell takk til guttene mine og min samboer Ingunn, for at du er du og for all støtte du har gitt meg i prosessen.

Sandnessjøen, 14.mai 2021

Joakim Langseth Eliassen

Innhold

1. Innledning	1
2. Teori	3
2.1 Tilpasset opplæring	3
2.1.1 Inkluderende opplæring	5
2.2 Hva er matematikkunnskaper	6
2.2.1 Konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap	6
2.3 Hva er god matematikkundervisning	8
2.3.1 Effektiv matematikkundervisning	8
2.3.2 Visuell matematikk	10
2.3.3 Konkretiseringsmateriell	11
2.3.3.1 <i>Fingertall</i>	13
2.3.3.2 <i>Numicon</i>	13
2.4 Hvordan tilrettelegge for dynamisk tankesett	14
3. Metode	16
3.1 Valg av forskningsmetode	16
3.2 Utvalg	16
3.2.1 Presentasjon av informanter	17
3.3 Det kvalitative forskningsintervjuet og observasjon	17
3.3.1 Observasjon	17
3.3.2 Intervju	18
3.4 Forberedelse og gjennomføring av intervju og observasjon	19
3.4.1 Utforming av intervjuguide og forberedelse til observasjon	19
3.4.2 Gjennomføring av intervjuer og observasjon	20
3.5 Bearbeiding og analyse av datamaterialet	22
3.5.1 Analyse av Dybdeintervju og fokusgruppeintervju	22
3.5.2 Analyse av observasjon	23
3.6 Kvalitetssikring – Reliabilitet og validitet	24
3.6.1 Reliabilitet	24
3.6.2 Validitet	26
3.6.2.1 <i>Begrepsvaliditet</i>	26
3.6.2.2 <i>Indre validitet</i>	27
3.6.2.3 <i>Ytre validitet</i>	27
3.6.2.4 <i>Statistisk validitet</i>	27
3.7 Etikk	28
4 Resultater og diskusjon	29

4.1	Individ versus fellesskapet.....	29
4.1.1	Presentasjon av data.....	29
4.1.2	Drøfting.....	30
4.2	Undervisning.....	31
4.2.1	Presentasjon av resultater	31
4.2.2	Drøfting.....	34
4.3	Hjelpemidler.....	36
4.3.1	Presentasjon av resultater	36
4.3.1.1	<i>Numicon</i>	38
4.3.2	Drøfting.....	40
4.4	Tankesett	43
4.4.1	Presentasjon av resultater	43
4.4.2	Drøfting.....	44
5	Avslutning	47
5.1	Oppsummering	47
	Referanser	49
	Vedlegg	52
	Vedlegg 1: Informasjonsskriv til informantene.....	52
	Vedlegg 2: Intervjuguide.....	58
	Vedlegg 3: Koder og temaer	61
	Vedlegg 4: Oppgaveark fra observasjon.....	62

Oppgaven er dedikert til minnet om min kjære lillebror

1995-2018

1. Innledning

Tilpasset opplæring har vært gjenstand for mange offentlige utredninger som blant annet NOU 2009:18 , og NOU 2016:14 , og begrepet har nærmest blitt en pedagogisk trylleformel. Olav Lunde (2008) mener at det er en fare for at begrepet «Tilpasset opplæring» blir utvannet, og ting tyder på at måten man har lagt opp tilpasset opplæring på ikke hjelper elevene i matematikk. I «Tett på realfag» (Kunnskapsdepartementet, 2015), fremkommer det at på tross av mange ulike tiltak, har man ikke lyktes med å løfte realfagene slik en hadde håpet i Norge. Det er fortsatt mange elever som går ut av grunnskolen med manglende kunnskap og ferdigheter i matematikk. Videre viser TIMSS, som er en internasjonal undersøkelse som blant annet måler elevers kompetanse i matematikk på 5. og 9.trinn, at elevene på mellomtrinnet presterer høyt, mens det er en middels og nedadgående prestasjon på ungdomstrinnet sammenlignet med undersøkelsen i 2015. (Kaarstein, Radisic, Lehre, Nilsen & Bergem, 2020)

«The Teaching Gap», som er en bok basert på TIMSS, viser til et gap mellom undervisningen i ulike land. Gapet dreier seg blant annet om metodene lærerne bruker, hva man fokuserer på i undervisningen, og hva dette har å si på resultatene. Nøkkelen til endring er ikke nødvendigvis kompetansen blant lærerne, men endring av metoder, og da er læreren nøkkelen (Stigler & Hiebert, 1999). Både TIMSS og PISA viser at norsk matematikkundervisning har et monotont preg hvor teoretisk gjennomgang og individuelt arbeid med oppgaver fra læreboka dominerer (L. S. Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010). Forskning på hvilken undervisning som fører til best matematikkunnskap, viser at elever som jobber med matematikk ved hjelp av memorering er de som presterer lavest. Dette gjelder også myten om at hurtig regning med tall spiller en rolle. Sterke matematikere er de som tenker dypt og lager sammenhenger, visualiserer og har et dynamisk tankesett. Vi må utvide måten man ser på matematikk og lære det som et visuelt og multidimensjonalt fag (Boaler, Chen, Williams & Cordero, 2016).

Det er tradisjon for å bruke konkretiseringsmaterieell i begynneropplæringen, men når elevene blir eldre bruker man i større grad symbolsk representasjoner. Ubevisst bruk av konkrete kan være et hinder for elevenes læringsutbytte, men «riktig» bruk av materieell kan være effektivt uansett alder på elevene (Svingen, 2018). Uansett om man lærer best med å ta på, se på, høre på bruker alle visuelle stier når de jobber med matematikk, og det er viktig at elevene får mulighet til å utvikle sin visuelle tenkning (Boaler et al., 2016).

Som utdannet lærer, spesialpedagog og student i spesialpedagogikk synes jeg debatten om matematikk i skolen er interessant. Gjennom studier og arbeidserfaring, som lærer og som rådgiver hos PPT, opplever jeg ofte at det stilles spørsmål angående matematikkopplæringen og tilpasningen elevene får. Mange lærere ber om veiledning og hjelp for å tilpasse undervisningen, til de ulike nivåene i klassen; «Vi har prøvd alt og han forstår ikke», «hun er ferdig før alle andre og blir lei av å vente».

I et spesialpedagogisk perspektiv er det interessant å ha kunnskap om hvilken undervisning som kjennetegner en god og effektiv matematikk undervisning. Dette fordi det er viktig i arbeidet med utvikling av matematikkunnskaper og sikre at alle elevene får utbytte av undervisningen gjennom god og effektiv opplæring.

I mitt masterprosjekt ønsker jeg derfor å undersøke hvordan elever opplever god matematikkundervisning. Jeg vil også undersøke hva deres lærer oppfatter som er god og effektiv matematikkundervisning, og hvordan han gjennomfører undervisning i praksis. Studiens problemstilling er: *Hvordan opplever en lærer og elevene hans hva tilpasset og effektiv matematikkundervisning er?*

Opgaven består av fem kapitler. I kapittel to presenterer jeg teori om tilpasset og inkluderende undervisning, videre vil jeg se på kunnskap i matematikk. Så vil jeg presentere teori om hva som kjennetegner effektiv undervisning, og hvilke hjelpemidler som kan benyttes i utviklingen av kunnskaper. Jeg presenterer også teori om oppfatningen av matematikk. Teorien er grunnlaget for intervjuene og observasjonen i klasserommet. I det tredje kapitlet presenterer jeg den metodiske tilnærmingen i prosjektet. I kapittel 4 presenterer jeg resultatene i fire ulike kategorier, og resultatene drøftes i lys av relevant teori. Til slutt, i det femte kapitlet, oppsummerer jeg resultatene og avslutter med en refleksjon om videre forskning.

2. Teori

2.1 Tilpasset opplæring

Norsk skole skal ivareta tre opplæringsprinsipper som kan betraktes som ryggraden i opplæringstilbudet. Den første er at skolen skal være inkluderende slik at den enkelte skole kan gi alle elever et forsvarlig eller tilfredsstillende opplæringstilbud. Det andre prinsippet er at skolens opplæringstilbud skal være tilpasset den enkeltes forutsetninger og behov. Det tredje prinsippet er at opplæringen skal være likeverdig, slik at ingen får et bedre eller dårligere opplæringstilbud enn andre. Inkludering og tilpasset opplæring er to begreper som overlapper hverandre, og de er til dels forutsetninger for hverandre. Tilpasset opplæring gjelder alle elever, og skal i størst mulig grad skje gjennom variasjon og tilpasninger til mangfoldet i elevgruppen innenfor fellesskapet (Nordahl & Overland, 2015). Bachmann og Haug (2006) skriver at det er nokså stor enighet om begrepet tilpasset opplæring, men for å gi best mulig utbytte for mangfoldet i elevgruppa, er det spørsmål om hvordan man kan og bør gjøre det i praksis.

Med tilpasset opplæring skal skolen sikre at alle elever får best mulig utbytte av opplæringen. Undervisningen skal legges til rette slik at elevene skal kunne bidra til fellesskapet, og oppleve gleden ved å mestre og nå sine mål (Utdanningsdirektoratet, 2021b). I opplæringsloven er tilpasset opplæring lovfestet gjennom paragraf 1-3:

«Opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven, lærlingen, praksisbrevkandidaten og lærekandidaten» (Lovdata, 2021)

Bachmann og Haug (2006) viser til at det kan være et skille mellom en vid og en smal forståelse av begrepet «Tilpasset opplæring», og de knytter disse tilnærmingene til begrepet inkludering. Den smale forståelsen av tilpasset opplæring vektlegger konkrete tiltak, metoder og bestemte måter å organisere undervisningen på, og det er denne individuelle forståelsen som har vært mest vektlagt i Norge. En oppfatter da at tilpasset opplæring er å tilrettelegge undervisningen for hvert enkelt barn. Dette vil være en pragmatisk tilnærming til begrepet, og individualisert undervisning vil stå i motsetning til ideologien om at alle elever skal få en god tilpasset opplæring innenfor fellesskapet i skolen (Overland, 2015). Den smale forståelsen av tilpasset opplæring bidrar til et ensidig fokus på den enkelte elev og i mindre grad på fellesskapet og den faktiske gjennomførte undervisningen. En konsekvens av dette kan bli at elevene arbeider for mye alene og at det ikke nødvendigvis fører til et bedre læringsutbytte (Nordahl, 2012).

Den brede forståelsen av begrepet er mer å oppfatte som en pedagogisk plattform som skal prege hele skolen og alt det skolen er. Da er det ikke bare fokus alene på hvordan man tilpasser undervisningen, men at det er en mer overordnet strategi for skolen, med utgangspunkt i at alle elever skal få så god opplæring som mulig (Bachmann & Haug, 2006).

Det er ikke slik at det ikke skal tas hensyn til individet. En sterk vektlegging av fellesskapet kan risikere at enkeltindivider ikke blir sett og får tilrettelagt for sine behov. Det er å finne balansen mellom fellesskapet og individet, der elevene får støtte fra medelever i fellesskapet, tydelige forventninger og krav fra omgivelsene. En form for fellesskapsorientert og sammenholdt undervisning med tilhørende individuell faglig differensiering, gir et godt læringsutbytte (Nordahl, 2012).

Hvis man ser historisk på tilpasset opplæring har det vært nivådeling i norsk skole i en kort periode fra slutten av 1960-tallet til innføringen av Mønsterplanen 1974. Etter Mønsterplanen 1974 har nivådeling vært i strid med målet om inkludering og fellesskap mellom alle elever. Kritikken mot den inkluderende fellesskolen har vært at man ikke tilpasser nok til hver enkelt elev. En del av kritikken har blant annet handlet om at skolen ikke har gitt et godt nok tilbud til elever som trenger ekstra utfordringer i matematikkfaget, eller elever som ikke har forutsetninger for å jobbe i det tempoet som klassen lærer matematikk (Botten, Daland & Dalvang, 2008)

I LK06 ser man en større dreining mot behovet for å tilpasse opplæringen til hver enkelt elevs behov og forutsetninger. Det er en forskyvning bort fra de kollektive undervisningsprosesser og allmenndannelsen felles bærende referanseramme, og over til den enkelte elevs rett til tilrettelegging ut i fra egne interesser og evner (Bachmann & Haug, 2006).

I 2020 kom fagfornyelsen og generell del ble endret til overordnet del. Overordnet del 3.2 i læreplanen har tilpasset opplæring som det overordnede hensyn med tanke på å tilrettelegge ut ifra de enkelte elevs forutsetninger, læringsmål og læringsresultat. Innenfor en bred forståelse av tilpasset opplæring vektlegges i større grad det sosiale fellesskapet og det kollektive i skolen. Ensidig vektlegging av undervisningsmetoder vil ikke være tilstrekkelig for å kunne sikre tilpasning av opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2021b).

Et tema som har vært mye fremme når det kommer til tilpasset opplæring, er differensiering. Differensiering vil si at lærer legger til rette for mestring hos alle elever. Dette oppnår man gjennom bruk av ulike undervisningsstrategier i opplæringen, det gjelder også de som har stort læringspotensial. Mange av elever med stort læringspotensial blir ikke inkludert i grupper som får differensiert undervisning. Dette kommer av at læreren ofte er mer opptatt av de som strever faglig (NOU 2016:14).

Man skiller mellom pedagogisk differensiering og organisatorisk differensiering. Pedagogisk differensiering handler om å imøtekomme elevens læringsbehov og forutsetninger gjennom å tilrettelegge undervisningen. Mens organisatorisk differensiering handler blant annet om hvordan elevene grupperes for at deres faglige behov og nivå skal ivaretas (NOU 2016:14).

Når det gjelder organisatorisk differensiering som gruppeinndeling må dette skje innenfor rammen av opplæringsloven §8-2, som sier at elevene skal deles inn i klasser eller basisgrupper som skal ivareta deres behov for sosial tilhørighet. Organisering skal ikke skje etter faglig nivå, kjønn eller etnisk tilhørighet, med mindre man etter en konkret totalvurdering finner det nødvendig for å gi en elev et forsvarlig utbytte av opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Den individualiserte tilpasset undervisningen er med på å bidra til at det iverksettes organisatorisk nivå-differensiering for å kunne gi undervisning som er tilpasset nivået til hver enkelt elev. Dette oppnår man gjennom grupper basert på faglnivå, aldersblanding og mer varig nivådeling (Nordahl, 2012). I «The Teaching Gap» (Stigler & Hiebert, 1999) viser forskerne til at Japanske lærere ser på individuelle forskjeller som en naturlig inndeling av grupper. Denne forskjellen ses på som en ressurs for læreren, og elevene som samarbeider. Individuelle forskjeller er fordelaktige for klassen fordi de produserer en rekke ideer og metoder som fører til diskusjon og refleksjoner.

Nivådeling som organisatorisk differensiering gir marginale positive effekter for høyt-presterende gruppers prestasjoner, mens det samtidig har signifikante negative effekter for de lavt-presterende gruppene. "Homogene" klasser i matematikk svekker elevenes motivasjon og fører til redusert selvtillit hos både høyt-presterende og lavt-presterende elever. "Homogene" grupper med høyt-presterende elever har negative følger på grunn av høyt tempo, høyt press og fokus på prosedyrer. Nivådelingen følger i de aller fleste tilfeller elevenes sosiale, økonomiske, og i visse tilfeller også etniske bakgrunn, og fører til re-produsering av forskjeller i både økonomi og «kulturell kapital». Tilpasset og likeverdig opplæring trenger ikke å innebære en nivåinndeling av elever på samme trinn. Målet er snarere differensiert undervisning i heterogene klasser, der det er mulig for elever å utforske forskjellige aspekter av samme tema (Nosrati & Wæge, 2015).

2.1.1 Inkluderende opplæring

Et av prinsippene tilpasset opplæring skal ivareta er inkludering. Bachmann og Haug (2006) viser i sin rapport til at begrepet tilpasset opplæring og inkludering overlapper hverandre og delvis forutsetter hverandre. I læreplanens overordnet del 3.1 står det at skolen skal utvikle inkluderende fellesskap som fremmer helse, trivsel og læring for alle. Inkludering handler om å tilpasse læringsmiljøet til mangfoldet blant barn og elever, og gi alle reell mulighet til å delta i det faglige og sosiale fellesskapet (Utdanningsdirektoratet, 2021a). Læringsmiljøsentret definerer inkludering som:

«Inkludering innebærer at den enkelte elev opplever sosial tilhørighet og sosialt fellesskap med jevnaldrende, samtidig som opplæringen er tilpasset evner og behov slik at eleven lærer og utvikler seg både menneskelig og faglig» (Universitetet i Stavanger, 2017).

I rapporten fra Nordahl et. al (Nordahl et al., 2018) legger forskerne vekt på at inkluderingsprinsippet handler om at elevene skal ta del i fellesskapet og inkluderes i opplæringen. For å få dette til må lærerne tilrettelegge undervisningen til elevenes individuelle behov innenfor rammene av fellesskapet i klassen.

Nordahl og Overland (2015) opererer med tre former for inkludering i skolen.

1. Faglig/pedagogisk inkludering
2. Sosial inkludering
3. Psykisk inkludering

Faglig og pedagogisk inkludering vil si at man deltar i faglige og pedagogiske aktiviteter med et faktisk og tilfredsstillende læringsutbytte. Sosial inkludering vil si at man deltar i fellesskapet sammen med andre. Psykisk inkludering vil si at barn og unge opplever at de er inkludert. Barnet selv må oppleve å være inkludert i et felleskap for at inkluderingen skal være suksessfull. Hvis man klarer å spille disse prinsippene i opplæringen vil det medvirke til en inkluderende skole (Nordahl & Overland, 2015).

Dave Mitchelles ti faktorer for inkluderende læringsmiljø sier blant annet at i et inkluderende læringsmiljøer tilpasses de pedagogiske planene til alle barn, med utgangspunkt i klassens planer, og de pedagogiske oppleggene tilpasses med mest mulig variasjon i arbeidsmetoder innenfor rammene av det ordinære tilbudet (Statped, 2020).

Inkludering handler altså om at alle skal oppleve tilhørighet til sin klasse uansett utgangspunkt elevene har, og læreren er en viktig nøkkelperson for å få dette til (Overland, 2015). Elever har behov for å få utfordringer, uansett faglig nivå, og muligheter til å strekke seg etter noe i matematikk. Det elevene skal strekke seg etter må være oppnåelig. En inkluderende undervisning kan bidra til bedre kommunikasjon og samhandling i matematikk, og derved også bedre matematikkunnskaper for alle (Botten et al., 2008).

Nordahl (2012) skriver at man bør i langt større grad se på hva som er god undervisning, forstått som hvilke pedagogiske tilnærminger som gir det beste læringsutbytte for ulike grupper av elever. I stedet for å fokusere på hva tilpasset opplæring er, bør man se på hva som er kvalitativt god opplæring, forstått som hvilken undervisning som gir ulike elever det beste læringsutbytte.

2.2 Hva er matematikkunnskaper

2.2.1 Konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap

Konseptuell kunnskap er karakterisert som kunnskap som er rik på relasjoner, elevenes forståelse av matematiske begreper og evnen til å se sammenhenger. Utviklingen av konseptuell kunnskap forekommer når det konstrueres forhold mellom deler av informasjon, og denne kunnskapen kan ikke utvikles uten at elevene forstår meningen bak. De individuelle bitene med fakta og informasjon kobles til et nettverk, og først når bitene kobles til et nettverk skjer det utvikling av konseptuell kunnskap. Denne koblingen mellom informasjon og fakta kan skje mellom to biter av informasjon som allerede er lagret i hukommelsen, eller mellom en eksisterende informasjonsbit og en som nettopp er blitt lært. Jo flere koblinger eleven har mellom ulike begreper, desto dypere forståelse har eleven (Hiebert & Lefevre, 1986)

Prosedyekunnskap er definert av Hiebert og Lefevre (1986) som kunnskap om det formelle språket, eller kunnskap som omhandler symboler som brukes til å representere matematiske ideer. En annen del av prosedyrekunnskaper består av algoritmer, regler eller steg for steg instruksjoner som beskriver hvordan man fullføre matematiske oppgaver. Kunnskap om symboler og regler gir oss bare overflatekunnskaper og ikke kunnskap om hvordan de kan brukes (Hiebert & Lefevre, 1986). I motsetning til konseptuell kunnskap er ikke elevene avhengige av å kjenne igjen forholdet mellom ulike kunnskapsdeler for å tilegne seg prosedyrekunnskaper. Fakta lært med hjelp av memorering er lagret som isolerte biter med informasjon i hukommelsen. Memorering fører til at prosedyrekunnskaper ikke er koblet til annen kunnskap, og kan derfor ikke generaliseres til andre kontekster og bidra til utvikling av konseptuell kunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986).

Hvis prosedyrekunnskaper er meningsfulle mener Hiebert og Lefevre (1986) at prosedyrene er koblet til konseptuell kunnskap. Å koble sammen kunnskapene gir prosedyrene mening og det fører til at elevene kan huske de bedre, da dette fører til mer hensiktsmessig lagring og gjenhenting.

Hiebert og Lefevre (1986) sier videre at det er vanskelig å se for seg at noen besitter enten prosedyrekunnskaper eller konseptuell kunnskap som fullstendig selvstendige

systemer. Noen koblinger er uunngåelig. Selv om det er mulig å anvende prosedyrekunnskaper uten konseptuell kunnskap, er det ikke lett å se for seg konseptuell kunnskap som ikke er koblet sammen med noen form for prosedyrekunnskap. Matematisk kunnskap inkluderer grunnleggende relasjoner mellom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap. Elever er ikke fullstendig kompetente i matematikk dersom den ene eller den andre kunnskaper er mangelfull eller hvis begge er ervervet, men forblir separerte enheter. Å være kompetent i matematikk innebærer å kjenne konsepter, symboler og prosedyrer, samt å vite hvordan de er relaterte til hverandre (Hiebert & Lefevre, 1986).

Gray og Tall (1994) mener det å være kompetent i matematikk vil si at prosedyrekunnskaper og konseptuell kunnskap er balansert i forhold til hverandre. Dette kaller Gray og Tall for proseptuell forståelse. Konseptuell kunnskap karakteriseres som det eleven vet, og kan ses på som kunnskap som innsikt. For eksempel er konseptuell kunnskap at eleven klarer å se tallet 9 som $5+4$ eller $4+5$ og hvis 5 og «noe» lager 9, må «noe» være 4. Prosedyrekunnskaper derimot fokuserer på det eleven gjør. Gray og Tall (1994) skiller mellom prosedyre og prosess. Prosedyre forteller hvilken fremgangsmåte eleven skal bruke ut ifra hvilken prosess som skal utføres. En prosess er for eksempel prosessen addisjon og multiplikasjon. Å telle videre fra største tall er en prosedyre i prosessen addisjon. En prosedyre handler om hva eleven gjør og kan knyttes til kunnskap som ferdighet. Begrensningen med prosedyrekunnskaper er at for eksempel tall bare brukes som konkrete enheter som kan manipuleres gjennom en telleprosess, og fører ikke til at eleven kan generalisere telleprosessen (Gray & Tall, 1994).

Når en elev utvikler konseptuell kunnskap på bakgrunn av en prosess kan man si at eleven har innkapslet kunnskapen. Når en elev innkapsler kunnskapen, skjer det en mental kompresjon av informasjonen. Dette kan for eksempel være at det skjer en kompresjon av ideer fra prosessen om telling til prospektet om tall, eller kompresjon fra telling til addisjon, fra addisjon til multiplikasjon (Gray & Tall, 1994). Boaler (2017) kaller denne innkapslingen for «kompresjon». Når man lærer seg et nytt tema i matematikk som man ikke har noen forkunnskaper om, tar det mye av kapasiteten i hjernen. Men den matematikken man har lært seg tidligere og som man kjenner godt, finnes samlet i et mye mer begrenset område i hjernen. De tingene man kjenner godt komprimeres og arkiveres. Matematikk er veldig komprimerbart. Mange elever synes ikke matematikk er morsomt, delvis fordi det ikke skjer en kompresjon i deres hjerne. Hjernen bare kan komprimere konsept, ikke regler og metoder. Derfor komprimeres ikke informasjon hos elever som ikke tenker begrepslig, men tenker på matematikk som en liste med regler man må memorere, noe som fører til at hjernen deres ikke kan organisere og arkivere ideer. Elever som lærer seg begreper kontra å memorere, presterer bedre og klarer overgangen til nye oppgaver bedre. Dette viser at proseptuell innkapsling eller kompresjon skjer på forskjellige stadier gjennom matematikken. Når en elev har innkapslet eller komprimert informasjonen klarer eleven å koble en meningsfull prosess, for eksempel addisjon og subtraksjon, til konseptuell kunnskap (Boaler, 2017; Gray & Tall, 1994)

Gray og Tall (1994) viser også til forskning som sier noe om at bruken av proseptuell forståelse er det som skiller de som presterer lavt og høyt. En flink elev klarer å tolke symboler tvetydig, slik at de representerer prosesser og begreper på en fleksibel måte. For eksempel kan oppgaven $8+4$ løses ved en telle-videre strategi der man teller fra 8 og 4 til. En annen elev kan tenke $8-9-10-11-12$. «9-10 der fylte jeg en tier og så 11-12.

Neste gang skal jeg kanskje fylle en tier». En lærer altså matematikk ved å kombinere prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap, og Gray og Tall (1994) har en hypotese om at hvis en ikke tenker tvetydig vil det føre til ødeleggende bruk av prosedyre som huskes separat tilknyttet kontekst. En må både ha konseptet til å vite og prosedyren til å gjøre.

Hvorfor noen ikke klarer å komprimere prosess/prosedyre kan være at fokuset er å finne riktig svar, og man ser bare symbolene som en rekke med tall. Mens de som klarer å komprimere, tolker og komprimerer symbolene og ser symbolene som en representant for en mengde og en delstruktur (Gray & Tall, 1994). Nøkkelen for om eleven utvikler prosessuell forståelse er hvordan de tolker symbolene. Enten tolker eleven symbolene som en prosess, eller som en prosess og konsept. For eksempel kan oppgaven $5+6$ trigge en prosedyretolkning hos noen elever, der fokuset er å finne riktig svar. Eleven øver og jobber med oppgaven, men innholdet endrer seg ikke. De blir gode til å regne, men de ser ikke sammenhengen og skjønner ikke konseptet. Hos andre kan oppgaven trigge konseptuell tolkning. Da jobber man med oppgaven og blir flinke til å regne, samtidig som de ser sammenhengen og skjønner konseptet. For eksempel kan de utvikle telleprosedyren «jeg har 5, da teller jeg videre 6-7-8-9-10-11» til «jeg har 5 - legger på 5 - får 10 - legger til en - får 11». De har da utviklet en proseptuell forståelse (Gray & Tall, 1994).

Et annet eksempel er at hvis man adderer $k+f$, så blir dette naturligvis en ren telleoppgave, altså en prosess og prosedyre. Vi klarer ikke å anvende en proseptuell forståelse på $k+f$. Dette viser at poenget med tall er å få elevene til å bringe inn tolkning av symbolene og gjøre en proseptuell tenkning. Mangelen på proseptuell tenkning blir en stor utfordring for de som presterer svakere. Elever som er fokusert på prosedyre har bare mulighet til å løse oppgaver på neste nivå gjennom å koordinere sekvensielle prosedyrer, og blir de presentert utfordringer som er to nivå over dem vil det mest sannsynlig bli for vanskelig. For eksempel kan fakta om multiplikasjon være umulig å koordinere mens de har utfordringer nok med addisjon (Gray & Tall, 1994).

Denne mangelen på å utvikle proseptuelle strukturer kaller Gray og Tall(1994) for den proseptuelle kløften. De som presterer lavt bruker tellestrategier og standardiserte prosedyrer, og prosedyrene de bruker vokser i lengden når problemet blir mer komplekst. Jo mer elever som presterer svakt utvikler sin kompetanse i tellestrategier for eksempel, uten å utvikle en konseptuell forståelse, jo vanskeligere vil det bli å komme seg fra et ensidig prosedyrefokus og over kløften til en proseptuell forståelse der man kan være fleksibel i bruken av strategier (Gray & Tall, 1994).

[2.3 Hva er god matematikkundervisning](#)

2.3.1 Effektiv matematikkundervisning

Askew (2000) sammen med andre forskere har undersøkt hvilken matematikkundervisning som er mest effektiv. En ting de tar for seg i prosjektet er lærernes oppfatning av forholdet mellom undervisning og læring. Denne oppfatningen var ikke bare signifikant med tanke på hva de gjorde i klasserommet, men også læringsutbytte til elevene. Etter at de har studert 18 lærere satt de igjen med noen resultater som kan utfordre vanlige holdninger til hva effektiv undervisning er. Blant

annet er stilen på organiseringen ikke en predikasjon på hvor effektiv lærerne er. Hel klasse «spørsmål og svar»-læring var både brukt av veldig effektive lærere og sammenlignet mindre effektive lærere. Dette gjelder også individuell- og gruppeundervisning. Boaler (2017) mener at gruppearbeid og samarbeid er en nødvendighet i en undervisning med høy kvalitet. Forskning viser at når elever samarbeider i matematikktimen får de muligheter til å se og forstå matematiske sammenhenger, noe som leder til mer likhet. Men for å kunne se denne sammenhengen er man avhengig av dialogen i gruppearbeidet. Dialogen mellom elevene brukes ikke for å sjekke om en elev har rett svar eller for å fremstå som flink og smart, men for å vise at man gjør ting ulikt. En ting som fungerer for en trenger ikke å fungere for andre. Elevene må motiveres gjennom dialog til å stille spørsmål til oppgavene de jobber med, slik at deres analytiske evner utvikles. De må tørre å svare på spørsmål ved å tenke, analysere, stille spørsmål, forklare og argumentere for sin løsning. Dette for å utvikle en enda dypere forståelse, i tillegg til å gjøre beregninger. Samtaler bidrar ikke bare til bedre forståelse, ettersom elever sjeldent forstår ideer uten at man først prater igjennom dem. Samtalene gjør ikke bare emnet mer interessant og engasjerende, de lærer også elevene hvordan man resonnerer og gransker andres resonnementer (Boaler, 2017).

Et annet viktig resultat Askew (2000) satt igjen med etter å ha studert 18 lærere, var tre orienteringer: forbindelsesorienteringen, overføringsorientering og oppdagelsesorientering. Lærerne som var forbindelsesorientert var mest effektive. Forbindelsesorienterte lærere så ut til å fokusere på forskjellige sammenhenger i matematikken som for eksempel addisjon og subtraksjon eller brøk, desimaler og prosent. De fokuserte også på forbindelser mellom forskjellige representasjoner av matematikk der de bevegde seg mellom symboler, ord, diagrammer og objekter. En annen forbindelse som også mange av de effektive lærerne fokuserte på, var forbindelser mellom barns metoder og verdsettelse av disse. Lærerne viste interesse for barns tenkning, og å dele metodene barna brukte i klassen (Måseidvåg & Rogne, 2015). Dette samsvarer med det som står i overordnet del i fagfornyelsen, om at det skal legges opp til et læringsmiljø der det er rom for samarbeid med dialog og meningsbrytning (Utdanningsdirektoratet, 2021a).

Lærerne oppfatter at elevenes læring er avhengig av riktig undervisning som eksplisitt introduserer koblingene mellom ulike aspekter i matematikk. En oppfatter ikke overføring av prosedyrer som viktig da det finnes flere metoder for å finne svaret, og elevene velger den de er komfortabel med. Overføringsorienteringen og oppdagelsesorienteringen har begge et mer ensidig fokus. Lærere som er overføringsorienterte har mest fokus på overføring av kunnskap og vektlegger viktigheten av prosedyrer og rutiner for å løse en oppgave. Dette kan føre til at matematikk læres som separerte deler, og at elevene ikke ser sammenhenger. Lærere som er oppdagelsesorienterte har mest fokus på at elevene skal selv oppdage metoder og strategier gjennom praktiske erfaringer (Askew, 2000).

«The Teaching Gap» referer til forskning på hva som kjennetegner en god undervisning i matematikk. Det forskerne fant var at undervisningen i Japan har en annen utforming enn for eksempel undervisningen i USA. Forskjellen ligger i at undervisningen i Japan er preget av at elevene bruker mye tid på å løse problemer. Læreren tar en mindre aktiv rolle og lar elevene utvikle egne ideer til løsninger, samtidig som det legges opp til at elevene skal lære prosedyrer. Det som kjennetegner Japansk undervisning, er et balansert forhold mellom problembasert undervisning og opplæring i prosedyrer. En annen ting som også skiller landene, er at i Japan er det elevene som gjør matematikk. I

USA og Tyskland kjennetegnes undervisningen med at det er læreren som gjør tankejobben og elevene skal utføre repeterende oppgaver (Stigler & Hiebert, 1999).

Boaler (2017) skriver om at effektiv innlæring skjer når vi anvender ulike baner i hjernen. Den venstre hjernehalvdelen henter fakta og teknisk informasjon, og den høyre visuell og romlig informasjon. Man har funnet at matematikkinnlæring og prestasjon fungerer best når begge hjernehalvdelen kommuniserer med hverandre. Matematikkundervisningen forbedres om elevene tenker visuelt og intuitivt når de arbeider. Ollerton (2003) mener at problembasert og mer analytisk tilnærming til faget med langt mer omfattende bruk av varierte, åpne og rike oppgaver og aktiviteter og et mangfold av læringsmateriell, etterfulgt av refleksjon og samtale som vil være avgjørende for om en skal lykkes.

Dynamisk undervisning, som er et begrep Olav Lunde (2009) bruker, er preget av aktiviteter, samtaler mellom elevene og undringer. Det kan lett virke både kaotisk og lite lærerstyrt. Forskning viser derimot at slik språklig basert læring medfører at elever som sliter i matematikk, lærer mer og løser flere oppgaver enn de gjør innen en tradisjonell, skriftlig basert læringssituasjon. Det ser også ut til at de bedre er i stand til å bruke det lærte i nye situasjoner.

Undersøkende matematikkundervisning skiller seg fra den tradisjonelle undervisningen som er lærebokstyrt (Nosrati & Wæge, 2015). Det legges stor vekt på å vise hvordan man finner det riktige svaret, og oppgavene elevene arbeidet med er ofte veldig like i strukturen. En undersøkende matematikktime starter med en ny og kognitivt krevende oppgave eller aktivitet for elevene. Deretter får elevene god tid på å jobbe med denne aktiviteten. Læreren observerer og får elevene til å finne nye løsninger eller til å beskrive hvordan de tenker. På slutten av timen diskuterer lærer og elevene de forskjellige løsningsforslagene og læreren gjør elevene oppmerksomme på hvordan de ulike løsningene henger sammen. Elevene må både utvikle en forståelse for prosedyrene, og de må kunne bruke prosedyrene effektivt, nøyaktig og fleksibelt

2.3.2 Visuell matematikk

Hjernen vår består av nettverk og når vi håndterer kunnskap, er det forskjellige områder i hjernen som lyser opp og kommuniserer med hverandre. Når vi jobber med spesielt matematikk, er hjerneaktiviteten spredt ut over et bredt nettverk, som inkluderer to visuelle stier. Den ventrale og dorsale visuelle sti. Bilder av hjernen har vist at selv når man jobber med tallberegning, som $12 \cdot 25$, med bare symbolene, er vår matematiske tenkning basert på visuell prosessering. Dette er bare en av mange studier som viser at visuelle matematikkoppgaver hjelper elever med å heve prestasjonene. Forskningen viser også at den dorsale visuelle stien er kjerneområdet i hjernen for kunnskap om mengde. En studie med barn mellom 8 og 14 år viste at når barna blir eldre utvikler de deler av den ventrale visuelle stien, og hjernen blir mer sensitiv og spesialisert i representasjonen av visuelle tallformer. Studien viste også en viktig og økt samhandling mellom de to visuelle stiene. Det indikerer at når barn lærer og utvikler seg, blir hjernen mer interaktiv, kobler visuell prosessering av symbolske tallformer – 10 – med visuo-spatial kunnskap om mengde som et område med prikker eller andre visuelle representasjoner (Boaler et al., 2016).

Det er viktig å sikre seg at alle elever tenker på matematikk i visuelle termer, fordi det spiller en avgjørende rolle for å få alle elever til å forstå et tema. Noen elever synes at

visuell oppfatning er vanskeligere å skjønne, sammenlignet med andre oppgaveområder, men det er akkurat disse elevene som har mest nytte av metoden. Det kan være utfordrende i starten for mange elever, men når de har lært seg det er det til stor hjelp for dem. For å engasjere elever i produktiv visuell tenkning, bør de bli spurt jevnlig hvordan de ser matematiske ideer og tegne hva de ser. Man kan buke mange ulike former for visualisering (Boaler et al., 2016).

2.3.3 Konkretiseringsmaterieill

Forbindelsesorientering, undersøkende matematikkundervisning, dynamisk matematikkundervisning eller problembasert tilnærming til matematikk bør ofte ta utgangspunkt i et konkret objekt som kan manipuleres og som visuelt og fysisk kan representere en rekke abstrakte matematiske ideer. Bruk av slike "konkreter" har blitt anbefalt i forskningslitteraturen, men det har også blitt påpekt at matematisk forståelse ikke går gjennom fingertuppene og opp armen til en elev som jobber med objektet (Nosrati & Wæge, 2015). Ifølge Piaget i Kamii (2001) er det i hovedsak to typer kunnskap som er avgjørende for å barn skal lære seg å tenke matematisk. Fysisk kunnskap er kunnskap om vekt og farge av noen objekter, og fakta om at ballen stopper etter at den har rullet. Slik fysisk kunnskap tilegner barn seg empirisk gjennom observasjon. På en annen side består logisk-matematisk kunnskap av mentale relasjoner som hvert barn skaper innenfra. Dette kan for eksempel være likheter og ulikheter mellom objekter. Logisk-matematisk kunnskap er ikke empirisk kunnskap fordi den oppstår i hver enkelt sine tanker. Fargene på et objekt er fysisk kunnskap, men forskjellen mellom dem eksiterer ikke i den fysiske verden, det skjer først når man tenker på dem som ulik. Fysisk og logisk-matematisk kunnskap er umulig å skille i ung alder fordi man blant annet er avhengig av konkrete for å bruke tall. Disse to kunnskapstypene er avhengige av hverandre i den forstand at den ene ikke gir mening uten den andre. Men etter hvert blir logisk-matematisk kunnskap gradvis uavhengig av fysisk kunnskap (Kamii et al., 2001).

Piaget i Kamii (2001) skiller også mellom to abstraksjoner – empirisk abstraksjon og konstruktiv abstraksjon. Empirisk abstraksjon er knyttet til den fysiske kunnskapen som betyr at man blant annet fokuserer på en eller flere egenskaper ved objektet som farge eller form, og ignorerer andre egenskaper som for eksempel vekt eller at den er laget av plast. I konstruktiv abstraksjon lages mentale relasjoner som «to», «forskjellig» og «det samme», altså mentale relasjoner i og mellom objekter. Dermed blir logisk-matematisk kunnskapen konstruert gjennom konstruktiv abstraksjon, som for eksempel at en elev lager en mental relasjon til tallet «4» med å sette to «firere» eller at «2+2» er det samme som «4». Når vi snakker om tenking og resonnering er det den konstruktive abstraksjonen vi refererer til (Kamii et al., 2001). Noen lærere er redde for å frustrere elevene sine og hjelper dem for mye. Hvis en elev er frustrert, er det bedre å foreslå et lettere problem. Barn bruker kunnskap de allerede har til å løse vanskeligere utfordringer. Derfor er det, når et problem er for utfordrende, god hjelp i å lage de lavere nivå av relasjoner de trenger for å oppnå et høyere nivå av relasjoner, altså konstruktiv abstraksjon (Kamii et al., 2001).

Skillet mellom fysisk og logisk-matematisk kunnskap og skillet mellom empirisk og konstruktiv abstraksjon, viser til om konkretiseringsmateriellet blir brukt med den hensikten det ble utarbeidet for. Hvis konkretiseringsmateriellet fører til at barna blir forstyrret og mer opptatt av farger og form, vil konsekvensen være en empirisk

abstraksjon som igjen kun fører til fysisk kunnskap. På den andre siden kan konkretiseringsmateriellet føre til konstruktiv abstraksjon, som for eksempel at en elev skjønner at fire musefigurer er det samme som fire elefantfigurer i en addisjonsoppgave. Eleven utvikler logisk-matematisk kunnskap gjennom konstruktiv abstraksjon, og da er konkretiseringsmateriellet hensiktsmessig å bruke (Kamii et al., 2001).

I en studie der barna skulle løse tekstoppgaver fant de at barna foretrakk å tegne eller å bruke fingrene, heller enn å bruke tellebrikker som var like tilgjengelig. Når tallene ble større enn 10 byttet barna fra fingrene til tellestreker. Tegning lar elever bruke deres egne representasjon av deres ideer i deres egen nivå av konstruktiv abstraksjon. Tellebrikker tillater ikke denne formen for personlig representasjon og har egenskaper som forstyrrer barnets representasjon av han/hennes ideer. Fingrer er også svært personlige symboler som barna bruker med deres mentale bilder. Matematikk er ikke konkretene. Verdien av konkrete avhenger av hvordan det blir brukt av barnet som skal løse problemer (Kamii et al., 2001).

Det som er viktig for barns konstruksjon av logisk-matematisk kunnskap, er måten de tenker på. Matematikken vi ønsker at barna skal lære seg finnes ikke i konkretene. Det utvikler seg slik barna tror, og konkrete er nyttige eller ubrukelige avhengig av kvaliteten på tenkningen de stimulerer til. For at bruk av konkrete skal ha en positiv effekt på læring, må elevene reflektere over bruken av objektet og konstruere forståelse gjennom dette (Nosrati & Wæge, 2015).

Frostad (1995) mener at selv om læreren ser en tolkning som er selvinnsynende, er det ikke nødvendigvis tilfelle for eleven. Ideen som materiellet er laget for å tydeliggjøre blir bare en av mange ulike ideer man kan tolke inn i det. Dialog mellom lærer og elev blir derfor av vesentlig betydning hvis eleven og læreren skal kunne nå en enighet om hva materiellet symboliserer. Faren er at læreren bygger sin kommunikasjon med eleven på sin kontekst, elevene svarer ut ifra sin kontekst. Det er viktig at læreren er eksplisitt i sine forklaringer om hvilken funksjon konkretene skal ha. Problemet er at for dem som i utgangspunktet ikke kjenner ideen til konkretene, blir denne sammenhengen vanskelig tilgjengelig. Når vi bruker konkrete til å tydeliggjøre ideer, vil ikke en elev kunne se ideen i materiellet om ikke ideen allerede på forhånd er kjent for han. Middelet (Konkreter) forutsetter altså at sluttproduktet (begrepet) er kjent for å kunne være virksomt (Frostad, 1995).

Enhver ny innsikt vil måtte bygge på den forståelsen av verden eleven besitter. Oppgaven blir derfor ikke å forsøke å gjøre matematiske begreper tilgjengelig for eleven på en så tydelig måte som mulig, men å utvikle elevens matematiske tenkning fra de kognitive strukturer han allerede har skapt. For mange elever fungerer konkrete trolig bare som et manipuleringsobjekt som hjelper dem til å utføre kalkulasjonsoppgaver de ikke har noen begrepsmessig forståelse av, slik som eksemplet om tellebrikker i avsnittet over. Kunnskap bygges opp av hver elev, og det er derfor nødvendig å finne ut hvordan den enkelte elev oppfatter det aktuelle problemområdet (Frostad, 1995).

At elever kan sette egne ord på matematikk forsterker inntrykket av begrepsmessig forankret og konstruert kunnskap. Språk og tolkning henger dermed sammen. Hvordan konkrete skal gi barn begrepsmessig innsikt, vil kunne besvares ved å ta rede på hvordan konkretene fungerer for det enkelte barn i forhold til den konkrete læringsoppgaven barnet har i hvert enkelt tilfelle. Samtaler læreren har med det enkelte barn, og ikke minst samtaler elever imellom, hvor de klargjør sin oppfatning av

materiellet, vil kunne gi verdifull informasjon om barnets forståelse av kunnskapskomponenten, og danne et godt grunnlag for hvordan læreren bør legge opp sitt videre arbeid (Frostad, 1995)

Boaler (2016) skriver at visuell prosessering av matematiske ideer bygger opp under mye forskning. Det indikerer at lærere som bruker visuell matematikk, og som bruker velvalgt konkretisering, oppmuntrer til bedre resultat både i grunnskolen, men også helt opp til høyskole. Selv om utbredelsen av ideen om at tegning, visualisering eller jobbe med konkreter er for yngre elever eller elever som sliter, ser man at alle trenger å utvikle det visuelle området i hjernen vår.

2.3.3.1 *Fingertall*

Boaler (2016) skriver om forskning gjort på hjernen som viser at hjernen har et spesifikt område som er dedikert til oppfatning og representasjon for fingrene. Hjerneforskning har vist at vi «ser» en representasjon av fingrene våre selv når vi ikke bruker fingrene i utregning. Boaler mener at det er etablert en enighet i forskermiljøet at utvikling av fingerrepresentasjon er kritisk viktig. Hvis elever ikke lærer om sammenhengen mellom tall gjennom fingrene deres, vil tall aldri ha en normal representasjon i hjernen. Fingrene er mest sannsynlig det mest nyttige hjelpemidler vi har og er kritisk for matematisk forståelse og hjerneutvikling, som varer langt ut i voksenlivet. Gray og Tall (1994) skriver om at det å telle på fingrene er et første skritt i matematikken og noe alle barn gjør i starten. Og videre er det ifølge Boaler (2016) viktig at fingrene lagres som mengder uten at man trenger å telle, altså fingertall. Fingertall lar seg oppfatte uten å telle, mens å telle på fingrene er mer for å holde oversikt over tellingen, og fører ikke til en forståelse. Forskere anbefaler at fingrene betraktes som en link mellom tall og deres symbolske representasjoner, og en utvendig støtte for læring. Dette betyr ikke at elever skal telle på fingrene når de kommer opp i klassene, det betyr at de som trenger å utvikle oppfatningen og kunnskapen om fingertall må få gjøre dette, uansett alder, fordi det er kritisk for hjernens utvikling (Boaler et al., 2016).

Neuman mener at fingertall har flere fordeler og er overlegent andre «tallbilder». Hendene kan ses umiddelbart og i tillegg kjenner man fingeren fysisk. Poenget med fingertall er at elevene må få oppleve og se strukturen på fingrene på samme måte som romertall. Mengden 8 skrives «VIII» på romertall. Fingrene skal representere mengden 8 på samme måte. Det vil si at venstre hånd er en hel (fem) og høyre hånd er tre fingrer (tre). Mengden fem representert ved en hel hånd kaller Neuman for den «udelte handen». For å gi elevene forståelse av at mengden 5 inngår i en større mengde er det viktig at å skape en ide om denne udelte handen. Men Neumann er også klar på at fingrene kan bli brukt på en uheldig måte hvis elevene ikke klarer å frigjøre seg fra fingertelling, og fortsetter med å bruke dem som regneteknikk uansett størrelse på tallene (Neuman, 1993).

2.3.3.2 *Numicon*

Numiconmateriellet er ment for å hjelpe barn med å utvikle rike begrepsbilder og forstå tall. Numicon er utviklet for å spille på tre av barns sterke sider; Øke forståelsen for tall gjennom handling, å lære gjennom å se, og barns sterke evne til å lære mønster. Ved å se sammenhengen utvides deres mentale forestilling (Statped, 2019). Det er meningen

at materiellet skal «Make The Numbers Real» i den forstand at barna kan ta og se på materiellet, men også i den forstand at relasjonen mellom tall blir synlig gjennom å visualisere tallene som strukturerte mengder (Wing, 28.02.2011).

På denne måten kan Numicon støtte utviklingen av indre mentale bilder og bidra til at barn utvikler kunnskap fra det konkrete til det abstrakte. For eksempel skal mengden 8 i Numicon sette i gang det Piaget kaller en konstruktiv abstraksjon, gjennom at eleven skal se sammenhengen i at mengden 8 kan representeres med mange ulike brikker, som blant annet $5+3$ og $4+4$. Dette fører til at man lager mentale relasjoner i og mellom objekter og videre til utvikling av logisk matematisk kunnskap. (Atkinson, Tacon & Wing, 2014).

At Numicon er strukturerte mengder gjør at det er større sannsynlighet for at barna bruker det ut ifra ideen materiellet er basert på. Men som jeg har referert til over kan materiellet oppfattes ulikt. Noen elever kan se på materiellet som byggeklosser eller fokuserer på fargene, mens for andre er dette strukturerte mengder. Dette avhenger av om læreren klarer å kommunisere med elevene og oppnå en intersubjektiv enighet om hva materiellet symboliserer (Frostad, 1995).

Numicon gir også elevene mulighet for å høre og selv bruke matematiske begreper, samtidig som materielle gir visuell støtte til deres matematiske forståelse. Elevene trenger å lære matematisk språk og begreper slik at de kan forklare sin egen tenkning. Man kan aldri være helt sikker på at barnet har forstått en ide før de selv er i stand til å forklare den. Gjennom arbeid sammen med en voksen eller i grupper får elevene mulighet til å uttrykke hvordan de tenker og hvilken strategi de har valgt (Dalvang, 2006). Dette kan også være med på gjøre at barna blir mer villig til å ta nye utfordringer, noe som kan bygge opp selvtilliten til barna og bidra til at barn utvikler positive holdninger til matematikk (Atkinson et al., 2014)

Men Numicon bør ikke være det eneste konkretiseringsmateriellet man bruker. Materiellet bør brukes i sammenheng med andre erfaringer barna gjør seg, slik at barna får et vidt spekter av erfaringer (Dalvang, 2006). Dette betyr at det legges opp til aktivitet, og tid og rom til å utforske. Når man deler barns oppdagelser og gir dem positive tilbakemeldinger, oppmuntrer man til en positiv holdning til faget (Atkinson et al., 2014).

[2.4 Hvordan tilrettelegge for dynamisk tankesett](#)

I sitt forord beskriver Carol Dweck hva som kjennetegner et statisk- og dynamisk tankesett (Boaler, 2017). Et statisk tankesett bygger på en forestilling om at man mer eller mindre er født som bra eller dårlig i matematikk. Ett dynamisk tankesett derimot, innebærer oppfatning om at «en matematikkperson» ikke er noe man er, men noe man blir, gjennom hardt arbeid og erfaringer man gjør i de sammenhenger man blir vist.

Den tradisjonelle oppfatningen av matematikk, er at matematikk består av regler og prosedyrer, der den som er rask og husker alle regler er den som er dyktig. Et statisk tankesett hos elever i matematikk kan kjennetegnes ved at framgang handler om å bevise at man er smart eller begavet, og man ønsker en bekreftelse på de evnene man har. Målet for elever med et dynamisk tankesett er hele tiden å lære mer, og få utviklet sin forståelse og ferdigheter. Elever som ser matematikk som en mengde ideer og uløste

oppgaver, at deres roller er å reflektere over disse ideene og se sammenhengene, har tilegnet seg et matematisk tankesett (Boaler, 2017).

Elever med statisk tankesett gir lettere opp, sammenlignet med elever med ett dynamisk tankesett som arbeider videre selv når det blir utfordrende. Elevenes selvtillit er den absolutt beste forutsetning for å lære. Hver gang en elev gjør feil i matematikk bygges en ny synapse i hjernen. Hjernen vokser når vi gjør feil, selv når vi ikke er klar over det selv, og den vokser mest på personer med et dynamisk tankesett. Hvis man vil at elever skal gjøre feil, må man gi dem oppgaver som er utfordrende og som fremkaller ubalanse samtidig som vi tillater at det gjøres feil. Dette fører til at elevene tørr å prøve seg på vanskelige oppgaver, gjøre flere feil og gå videre. Når hjernen blir utfordret viser forskningen at den vokser mer enn når vi gjør det vi kan fra før (Boaler, 2017).

Et godt eksempel på hvordan elever kan arbeide med standardmetoder som ofte blir presentert i skolen, er å gi elevene oppgaver som de må jobbe hardt for å løse. De må lytte til andre elever som legger frem sine forslag, de gjør feil og prøver seg i vei i feil retning, men til slutt løser de problemet sammen. Da kombinerer de sine egne tanker og ideer med metodene de allerede kjenner til for å løse et problem som de kommer til å møte i den virkelige verden. Det er vanskelig for elever å utvikle et matematisk tankesett om de bare får svare på spørsmål som enten kan besvares rett eller galt. Slike spørsmål formidler en statisk forestilling av matematikk. Den aller beste måten å lære et matematisk tankesett på, er å tilby forståelsesrike matematiske aktiviteter som bygger elevenes forståelse av tall og sammenheng mellom tall. (Boaler, 2017).

Får elevene tilgang til et avansert innhold så kommer de til å prestere på et høyere nivå. Den mest effektive innlæringen skjer når elevene arbeider med komplekse problemer, oppmuntres til å ta risiko, kan jobbe og mislykkes og samtidig kjenne seg selvsikker med å arbeide med en utfordrende oppgave. Dette betyr at matematikkoppgaven skal være vanskelig, slik at elevene får mulighet til å utvikle hjernen sin og oppdage sammenhenger. Der betyr derimot ikke at man bare skal øke vanskelighetsgraden, noe som fører til frustrerte elever, men flere gode spørsmål og åpne oppgaver (Boaler, 2017)

3. Metode

I dette kapittelet kommer jeg til å presentere den metodiske tilnærmingen til prosjektet og beskrive hva som ligger til grunn for valget av forskningsdesign og forskningsmetode. Jeg gir beskrivelser av gjennomføringen og begrunnelser for valg jeg har tatt når det gjelder datainnsamlingen. Videre vil jeg redegjøre for analyseprosessen av datamaterialet og diskutere kvaliteten i prosjektet. Metodekapittelet avsluttes med at jeg belyser etiske retningslinjer som jeg har måtte ta hensyn til i prosjektet.

3.1 Valg av forskningsmetode

Dette prosjektet tar utgangspunkt i en problemstilling som etterspør hvordan en lærer og en elevgruppe forstår og opplever matematikkundervisningen, og jeg som forsker bør ta valg på basis av vurdering av hva metodene kan tilby i forhold til problemstilling (Thagaard, 2018). Problemstillingen er: *Hvordan opplever en lærer og elevene hans hva tilpasset og effektiv matematikkundervisning er?*

Problemstillingen forutsetter en åpen tilnærming til forskningsfeltet og den kvalitative tilnærmingen til prosjektet fremsto som den mest hensiktsmessige. Det jeg får med å velge en kvalitativ forskningstilnærming er vektlegging av forståelse, snarere enn forklaring. Et viktig mål med kvalitativ tilnærming er at vi oppnår en forståelse av sosiale fenomener. Kvalitative studier har ofte fokus på informantenes opplevelse og meningsdanning, og hva slags konsekvens meninger har. Det vil si at ved bruk av kvalitativ metode vil jeg kunne fokusere på lærerens og elevenes opplevelse av matematikk og matematikkundervisning, og tolkning av deres erfaring (Tjora, 2020).

Målsetningen var å oppnå en analytisk basert forståelse av lærerens og elevenes oppfattelse gjennom de kvalitative tilnærmingene observasjon og intervju. Som metode i dette prosjektet vil det være hensiktsmessig å anvende kvalitativt forskningsintervju. Jeg valgte å bruke dybdeintervju, fokusgruppe-intervju, og observasjon. Dette fordi det kvalitative forskningsintervjuet er særlig godt egnet for å få innsikt i informantenes erfaringer, opplevelser, tanker og følelser. Observasjon, på den andre siden, egner seg godt hvis en ønsker innblikk i hvordan personer forholder seg til hverandre, deres atferd og den sosiale sammenhengen de inngår i (Thagaard, 2018).

Designet på prosjektet var at jeg først planla å intervju læreren (Pre-intervju) om hans tanker og opplevelser rundt matematikk og matematikkundervisning. Etter Pre-intervjuet planla jeg å gjennomføre et minikurs i Numicon og ideen bak materialet. Dette for å gi læreren innsikt i materialet og hvilke ideer materialet er basert på. Etter minikurset var planen at læreren skulle ta egne valg om hvordan han ville bruke materialet der det var hensiktsmessig, i noen uker. Etter noen uker skulle jeg observere en matematikktime der læreren benyttet seg av Numicon. Etter observasjonen ville jeg gjennomføre et intervju med læreren (Post-intervju) og et fokusgruppeintervju med noen elever fra klassen.

3.2 Utvalg

Hovedregel for utvalg i kvalitative intervjustudier er at man velger informanter som av ulike grunner vil kunne uttale seg på en reflektert måte om det aktuelle temaet, slik at jeg får belyst det fenomenet prosjektet skal handle om. Tjora (2020) kaller slike utvalg

for strategiske eller teoretiske utvalg. Høsten 2020 tok jeg kontakt med flere skoler i regionen for å finne en skole som kunne delta i prosjektet. Jeg fikk flere positive svar, og med tanke på problemstillingen som etterspør forståelsen og opplevelsen til lærer og elev, bestemte jeg meg for et strategisk utvalg bestående av en lærer og en gruppe av elevene i klassen til denne læreren. Kriteriene for utvalget var at læreren hadde lærerutdannelse, underviste i matematikk og jobbet på mellomtrinnet. Numicon er lite brukt i vår region, så derfor var det vanskelig å ha dette som et kriterie. Derfor valgte jeg å tilby et minikurs om ideen bak Numicon til den informanten som skulle delta i prosjektet. Det var ingen kriterier for elevenes deltakelse, da jeg ønsket å ha en heterogen gruppe for å få frem forskjellige opplevelser av temaet.

Igjennom jobben min i PPT har jeg kjennskap til skolen og rektor ved den valgte skolen. Jeg har ikke vært i kontakt med lærer på trinnet tidligere gjennom jobben min, og jeg vurderte derfor at min jobbe ikke ville påvirke læreren og resultatet.

Kontakt med rektoren ble opprettet via e-post og telefon. Vi hadde vårt første møte desember 2020, hvor vi snakket om temaet for prosjektet. Rektoren sendte meg kontaktinfoen til en lærer som ville delta på prosjektet, og som hadde en elevgruppe som ville delta på observasjon og intervju. 8.januar 2021 hadde jeg og lærer vårt første møte, der jeg gikk igjennom prosjektet, skrev under på samtykkeerklæring og avtalte tidspunkt for intervjuer og observasjon.

3.2.1 Presentasjon av informanter

Skolen ligger utenfor kommunens sentrum og er en 1-7 skole som er fådelt, som vil si at 1.-4.trinn går sammen og 5.-7.trinn går sammen. Læreren er kontaktlærer for 5.-7.trinn og har ved tidspunkt for datainnsamlingen jobbet ved skolen i fem måneder, og hatt klassen disse månedene. Læreren har jobbet som lærer i 14 år, og har jobbet på ulike skoler i ulike deler av landet. Han har sin allmennlærer-bakgrunn med vekt på realfag, med fordypning i naturfag.

Læreren fremhever at han har brukt mye tid på å bygge relasjoner til elevene, noe som vises i klasserommet der det er gode lærer-elevrelasjoner. Elevene i fokusgruppa er elever fra alle de ulike trinnene i klassen.

3.3 Det kvalitative forskningsintervjuet og observasjon

3.3.1 Observasjon

Observasjon er særlig godt egnet til å studere samhandling, fordi jeg som forsker kan rette oppmerksomhet mot hvordan lærer og elever forholder seg til hverandre. Thagaard (2018) skiller mellom ytterpunktene fullstendig deltakelse, der man deltar på lik linje med de andre deltakerne; og fullstendig observasjon, der man kan observere fra sidelinjen. En mellomting er det som er vanligst, der man har en deltakende observasjon. Men for å unngå å bli oppfattet som en hjelpelærer gikk jeg inn som en «sosialt akseptabel inkompetent» person og gjennomførte en ikke-deltakende observasjon. Studier der det er grunn til å tro at deltakelsen fra forskeren kan bidra til at de relasjonene forskeren skal studere, vil endre seg vesentlig, kan observasjon uten deltakelse være å foretrekke. Dette gjorde jeg fordi jeg ønsket å studere

samhandlingen, hvordan lærer og elev, og elev og elev forholdt seg til hverandre i en matematikktime. Jeg var redd for at hvis jeg var en deltakende observatør ville det bli en kunstig situasjon der det plutselig var en ekstra voksen som kunne bidra i undervisningen.

Observasjon i mitt tilfelle innebærer at jeg studerer hva som skjer, hører hva som blir sagt og samler alle mulige data som er tilgjengelig for å kaste lys over temaet for dette prosjektet. Grunnen til at jeg har valgt observasjon er at det gir meg tilgang til en situasjon der læreren og elevene ikke selv først har tolket. For å svare på problemstillingen min vurderte jeg det som hensiktsmessig at jeg observerte hva læreren og elevene gjorde (Tjora, 2020). Men jeg som forsker må være klar over min påvirkningskraft selv om jeg ikke deltar. Det at læreren vet at undervisningen blir observert, kan føre til at han tar andre valg enn han vanligvis ville gjort. Det er også sannsynlig at elevene vil oppføre seg litt annerledes når det er flere voksne til stede, og de vet at de blir observert. (Thagaard, 2018).

3.3.2 Intervju

Et forskningsintervju kan utformes på ulike måter. En mulig inndeling er skille mellom lite struktur, relativt strukturert opplegg og delvis strukturert tilnærming (Thagaard, 2018). Problemstillingen forutsetter en åpen tilnærming, og delvis strukturert intervju ble sett på som mest hensiktsmessig. Da kan jeg som forsker styre samtalen inn på temaer i prosjektet mitt, samtidig som at jeg er åpen for nye innfallsvinkler jeg ikke hadde tenkt på. Et delvis strukturert intervju kjennetegnes ved at temaene for prosjektet i hovedsak er fastlagt på forhånd, men at rekkefølgen bestemmes underveis i intervjuet. Jeg som forsker kan både følge med på intervjupersonens fortelling og temaer, samtidig som jeg sørger for at de temaene som er viktige for problemstillingen blir belyst i løpet av intervjuet.

Jeg valgte å gjennomføre et preintervju, der målet var å få informasjon om lærerens tanker om de ulike temaene i prosjektet mitt. Blant annet ville jeg undersøke hvordan læreren oppfattet det å tilrettelegge for de ulike nivåene i matematikkfaget i en klasse, og hvordan læreren så på bruken av konkretiseringsmaterieil. Etter preintervjuet hadde jeg et minikurs i Numicon og ideen bak konkretiseringsmateriellet. I dette kurset hadde vi også en dialog der vi prøvde å få en felles forståelse for en del begreper. Så skulle læreren prøve ut Numicon en periode, før jeg kom tilbake og hadde et postintervju med læreren etter en observasjon av klassen. I postintervjuet var temaene de samme som i pre-intervjuet, men det hadde et litt større fokus på Numicon, konkretiseringsmaterieil og hvordan undervisningstimen hadde gått. Jeg hadde også et fokusgruppeintervju med noen elever fra klassen etter observasjonen. Målet med dette intervjuet var å få tak i elevenes opplevelse av en matematikktime. Men også hvordan de tenkte rundt hva matematikk er og hvordan de lærere best matematikk.

Intervju er en velegnet metode innenfor kvalitativ forskning. Formålet med intervjuene er at jeg får fyldige og omfattende kunnskaper om hvilke synspunkter og perspektiver læreren og elevene har på temaene. Intervju gir et særlig godt grunnlag for å få innsikt i personers erfaringer, tanker og følelser (Thagaard, 2018). Tjora (2020) viser til at intervju brukes der man er ute etter livsverdenen til informanten, eller verden sett fra informantens ståsted. Et slikt intervju er preget av en asymmetrisk relasjon, da jeg som

forsker definerer og kontrollerer både temaene og fremdriften i samtalen. Dette er noe jeg må reflektere over om det kan spille inn på resultatet (Thagaard, 2018).

Fordelen med en slik tilnærming, noe jeg også erfarte, er at det kvalitative forskningsintervjuet blir en samtale mellom meg som forsker og intervjupersonen. Samtalen styres både av de temaene vi ønsker å få kunnskap om, og de temaer intervjupersonen tar opp. Spørsmål og temaer som intervjupersonen tar opp og som jeg som forsker ikke har tenkt på i forkant, kan øke kunnskapen og forståelsen om temaet (Thagaard, 2018).

Intervju med fokusgruppe kan gi viktig innsikt i holdninger og meninger om problemstillingen. Fokusgruppe er en form for gruppeintervju hvor man samler et antall informanter for å diskutere de temaene som er relevant i mitt prosjekt (Tjora, 2020). Under en diskusjon i en fokusgruppe gir medlemmene respons på hverandres synspunkter, og dette gjør at jeg som forsker får kjennskap til variasjonen i holdninger blant elevene. Denne diskusjonen kan bidra til å utdype de temaene som er relevant i mitt prosjekt (Thagaard, 2018). Fordelen med fokusgruppeintervju er at når jeg inkluderer et større antall informanter, gir det dem en trygghet som følger med å sitte i en gruppe. Interaksjonen som oppstår mellom informantene, generer data i seg selv. Min rolle i fokusgruppeintervjuet er som moderator. Det vil si at jeg styrer ordet og sørger for at alle informantene kommer til ordet. Da det er elever på 5-7.trinn ser jeg for meg at jeg vil måtte være en aktiv moderator, der jeg styrer ordet og sørger for at samtalen holder seg til tema (Tjora, 2020).

3.4 Forberedelse og gjennomføring av intervju og observasjon

3.4.1 Utforming av intervjuguide og forberedelse til observasjon

Det vil være hensiktsmessig for dybde- og fokusgruppeintervjuene at jeg utarbeidet en intervjuguide for å strukturere intervjuene. I utarbeidelsen av intervjuguiden har jeg forholdt meg dynamisk til induktiv og deduktiv tilnærming. Min forforståelse, erfaring, teori, og forskningsspørsmålene la grunnlag for en deduktiv tilnærming. Samtidig var jeg åpen for at gjennom dette prosjektet ville det kunne komme andre forhold som jeg ikke hadde tenkt på tidligere (Thagaard, 2018).

I utarbeidelsen av intervjuguide må man planlegge godt, slik at man får med seg sentrale temaer i prosjektet gjennom spørsmålene man stiller. Gjennom prøveintervju erfarte jeg at spørsmålene i intervjuguidene, både i dybdeintervjuet og i fokusgruppeintervjuet, burde vært tematisert med fullstendige spørsmål og hjelpespørsmål. Hjelpespørsmålene bruker man for å få intervjupersonen til å uttrykke seg mer konkret om spesifikke erfaringer. Samtidig var jeg åpen for at andre forhold jeg ikke hadde tenkt på ble tatt opp av intervjupersonen (Thagaard, 2018). I fokusgruppeintervjuet er det flere informanter på samme tid, noe som gjorde at jeg avgrenset og spisset spørsmålene litt mer enn i dybdeintervjuet (Vedlegg 2) Dette gjorde jeg for å generere gode gruppediskusjoner (Tjora, 2020).

Det var også viktig for meg å jobbe med hvordan spørsmålene skulle formuleres slik at jeg fikk mest mulig informasjon om temaene i prosjektet mitt. For å sikre at intervjuet fikk en god kvalitet, var det viktig at jeg stilte spørsmål som oppmuntret intervjupersonene til å gi konkrete og utfyllende svar (Thagaard, 2018). For å få dette til

burde spørsmålene man lager i intervjuguiden være åpne, og formuleres med spørreordene «hva» og «hvordan». Det vil si at spørsmålene ikke er ledende i den forstand at de begrenser informantenes svaralternativer, samtidig som spørsmålene legger opp til informasjon om abstrakt meningsinnhold. Hvis man har ledende spørsmål gir det en forventning om hva informantene skal svare (Thagaard, 2018).

I intervjuguiden til fokusgruppe-intervjuet var det viktig at spørsmålene ikke var for generelle. Hvis man stiller barn generelle spørsmål får man generelle svar. Jeg koblet konkrete spørsmål om hendelser til mer generelle spørsmål for å kunne forstå informantenes vurdering og meninger i lys av deres konkrete erfaring. På denne måten ville det bli lettere for meg å være en aktiv moderator (Thagaard, 2018).

Intervjuguiden er bygd opp etter det Thagaard (2018) kaller det dramaturgiske aspektet. Jeg strukturerer intervjuet ved at jeg starter med nøytrale emner, deretter at jeg kommer inn på temaet for prosjektet, for så å avslutte med nøytrale temaer igjen. Spørsmålene i intervjuguidene er ut ifra temaene: Bakgrunn, tilpasset opplæring, konkretiseringsmaterieell, tankesett og undervisning.

3.4.2 Gjennomføring av intervjuer og observasjon

Fokusgruppeintervjuet og dybdeintervjuene ble gjennomført etter avtale med kontaktpersonen ved skolen. Preintervjuet tok en time å gjennomføre, mens postintervjuet og fokusgruppeintervjuet ble gjennomført på 75 minutter. Det var 4 elever som deltok på fokusgruppeintervjuet og 1 lærer som deltok på dybdeintervjuene. Før alle intervjuene startet informerte jeg informantene om hva prosjektet mitt handlet om, jeg informerte om at intervjuet ville bli anonymisert og at de kunne trekke seg når som helst uten at de måtte oppgi noen grunn. Jeg informerte de også om lydopptaker. Jeg presiserte at det var kun jeg som skulle lytte til opptaket, og at det kom til å bli slettet når prosjektet ble ferdigstilt. Videre informerte jeg informantene om at jeg var ute etter deres opplevelser og at det ikke var noen feile svar. Det var viktig at de svarte det de tenkte og ikke det de trodde jeg ville høre.

Pre- og postintervjuet med lærer ble en dialog og det ga meg mulighet til å få mer utfyllende svar. Pre-intervjuet hadde som mål å få frem lærerens tanker og opplevelser rundt de ulike temaene. I dette intervjuet er jeg litt usikker på om jeg og lærer hadde samme innhold i alle begreper, og jeg er litt usikker på hva som kom ut av spørsmålene mine. Jeg opplevde god kontakt med læreren og vi hadde en avslappet tone oss imellom. Etter pre-intervjuet hadde jeg et minikurs i Numicon og ideen bak konkretiseringsmaterieellet. Dette var viktig da jeg som forsker er i omgivelser jeg kjenner godt fra før, og har lett for å tro at man legger det samme innholdet i ulike begreper.

I post-intervjuet opplevde jeg at vi hadde en mer felles forståelse for innholdet i ulike begreper. Underveis i intervjuet hadde vi mulighet til å vise til eksempler fra klasserommet og temaer vi hadde snakket om i pre-intervjuet. Dette gjorde at dialogen mellom meg og læreren ble mye mer dynamisk og åpen, enn i pre-intervjuet. Også i dette intervjuet la jeg til rette for at læreren skulle ha tid til å tenke. Han ble ikke avbrutt hvis han kom inn på temaer som jeg ikke hadde planlagt at vi skulle snakke om. Jeg prøvde å bruke hjelpespørsmål underveis der jeg vurderte det som hensiktsmessig, for å sikre meg at læreren hadde fått frem perspektivene sine. Vi hadde en god tone og et

avslappet miljø i dette intervjuet og jeg opplevde at læreren svarte mer det han mente og trodde, og ikke det han trodde jeg vil høre. Jeg avsluttet intervjuene med at læreren fikk mulighet til å komme med informasjon han ikke hadde fått sagt.

Observasjon ble avtalt med kontaktperson ved skolen. Før observasjonen fikk jeg planen for timen av lærer. Klassen skulle jobbe med prosessnotat i problemløsningsoppgaver. Elevene skulle jobbe to og to på tre ulike stasjoner. De rullerte mellom hver stasjon hvert 15 minutt. Da observasjonen startet presenterte jeg meg for klassen og fortalte kort om prosjektet mitt, og hva jeg skulle gjøre i klassen. Dette gjorde jeg fordi ikke alle elevene er vant med at det er en observatør tilstede (Tjora, 2020). Jeg informerte om at observasjonen ville bli anonymisert og at jeg kom til å være en ikke-deltakende observatør. Det ville si at jeg satte meg litt tilbake og noterte hva som skjedde. Elevene måtte gjerne kontakte meg, men jeg kom ikke til å være «hjelpelærer». Thagaard (2018) mener at i en ikke-deltakende observasjon kan det være en fordel at observatør noterer underveis, siden elevene kan føle seg mindre iaktatt. I etterkant ser jeg at jeg burde ha gjennomført en deltakende observasjon, der jeg kunne ha spurt oppfølgings spørsmål for å få mer innsikt i hva elevene tenkte og opplevde.

Utgangspunktet for observasjonene var temaene i intervjuguiden. Notater fra observasjon kan bli svært omfattende, og derfor noterte jeg refleksjoner, dialoger og konkrete hendelser knyttet opp mot temaene jeg hadde forhåndsbestemt. Men jeg var også åpen for at å notere hendelser og samtaler som var viktige selv om de ikke var direkte koblet til temaene i prosjektet (Thagaard, 2018). På to av stasjonene var det lagt opp til bruk av konkretiseringsmateriell, mens på den tredje stasjonen skulle elevene jobbe selvstendig på iPad. Jeg satte meg strategisk nærmest den stasjonen der elevene skulle løse problemløsningsoppgaver sammen med læreren, men jeg hadde fortsatt god oversikt over de andre stasjonene. På lærerstasjonen hadde læreren lagt til rette med Numicon-materiell, oppgaveark og tegneark. På stasjon 2 skulle elevene jobbe sammen om en problemløsningsoppgave som sto på et ark. Elevene hadde tilgjengelig klosser og ark som hjelp til å løse oppgaven. Den siste stasjonen var en individuell stasjon der elevene skulle jobbet med oppgaver på Ipad. Underveis i observasjonen skrev jeg blant annet ned konkrete utsagn, ting jeg tolket som skjedde underveis, konkrete hendelser der elever og lærer brukte konkretiseringsmateriell og dialoger mellom elev-elev og lærer-elev. For eksempel, da læreren og to elever hadde en samtale om hvordan de løste en oppgave noterte jeg meg utsagnet «Hva tenkte du da du gjorde dette». Eller da en elev brukte Numicon-brikkene, men la dem tilbake, noterte jeg «Legger opp åtte treerrikker, men tar dem bort. Han ser at dette blir feil».

I fokusgruppeintervjuet fikk vi til en viss grad samspillet i gruppa til å fungere. Det vil si, at på noen spørsmål fikk utsagn fra enkelte elever andre til å kaste seg på, og det oppsto en entusiasme rundt samtalen. Jeg hadde håpet at informantene skulle gi mer respons på hverandres innspill, og at jeg skulle være mer moderator, men i stor grad ble fokusgruppeintervju spørsmål og svar, der jeg stilte spørsmål og de eleven som hadde noe å si fikk svare. De gangene de hadde respons på hverandres innspill la jeg til rette for at samtalen kunne løpe fritt mellom informantene. Underveis i intervjuet la jeg til rette for at hver enkelt informant skulle ha tid til å tenke, og de ble ikke avbrutt hvis de kom inn på temaer som jeg ikke hadde planlagt at vi skulle snakke om. Jeg prøvde å bruke hjelpes spørsmål underveis der jeg vurderte det som hensiktsmessig, for å sikre meg at informantene hadde fått frem perspektivene sine. Jeg avsluttet intervjuet med at jeg ga informantene mulighet til å komme med informasjon de ikke hadde fått sagt.

3.5 Bearbeiding og analyse av datamaterialet

3.5.1 Analyse av Dybdeintervju og fokusgruppeintervju

Pre/Postintervjuene og fokusgruppeintervjuene ble tatt opp på lydopptaker, mens observasjonen ble dokumentert gjennom feltnotater. Jeg transkriberte feltnotatene og opptakene raskt etter datainnsamlingen, som vil si at man gjør den muntlige talen om til tekst. (Thagaard, 2018).

Informantene snakket dialekt, og for å gjøre intervjuene enklere å lese gjorde jeg den skriftlige fremstillingen av intervjuet på bokmål. I transkriberingen tok jeg også bort mange småord som «hmm», «da» og «ehm», som informantene brukte. Dette er ord som ikke er meningsbærende i forhold til innholdet i intervjuet og det gir en bedre flyt i det transkriberte intervjuet. Tjora (2020) skriver at en fare med transkribering er at man taper visuelle ledetråder fra intervju. Derfor valgte jeg å notere meg hvis informanten nølte, virket selvsikker, latter og andre ting som jeg vurderte som viktig i oversettelsen. Jeg lyttet flere ganger til lydopptaket for å få med meg nyanser av det som kom frem i intervjuet, og prøvde å legge til side det inntrykket jeg satt igjen med av hver av informantene etter intervjuene. Når jeg hadde transkribert intervjuene satt jeg igjen med råmaterialet som skulle analyseres.

Jeg leste de ferdige transkriberte intervjuene for å danne meg et helhetlig bilde av innholdet, før jeg begynte å kode. Koder defineres av Thagaard (2018) som betegnelser som symboliserer meningsinnholdet i teksten. Jeg lagde et Excel-dokument for hvert enkelt intervju med læreren, der jeg noterte meg utsagn, begreper eller ord som var essensen i svarene. Dette gjorde jeg uten å knytte det direkte til temaer. Etter koding var jeg litt usikker på hvordan jeg skulle gå videre frem i analysedelen. Jeg løftet blikket igjen og prøvde å danne meg et helhetlig bilde over kodene og så at det ikke var noen andre temaer enn de som var i intervjuguiden, for utenom «Tilpasset opplæring» som i intervjuene handlet mer om fellesskapet versus individet. Jeg vurderte det derfor som hensiktsmessig å tematisere tilnærmingen. Jeg sammenlignet data om de samme temaene fra intervjuguiden med begge intervjuene med læreren. Den videre analysen var å komprimere kodene til begreper, som jeg satte under de ulike temaene fra intervjuguiden (Kleven & Hjordemaal, 2018).

Under er et utdrag fra analysen av Pre-intervjuet med lærer:

Spørsmål	Svar	Kode	Tema
Hva tenker du er matematikkunnskap	<i>Det er jo for mange det å kunne gå på butikken og se på prisene, gjøre oversalg og se om man har penger nok når man går ut. Det kommer litt an på forutsetningene til den enkelte. Det mest grunnleggende er det som skjer i hverdagen, at man greier å fungere, bedømme avstand til bilen foran.</i>	Praktisk matematikk Forutsetning til hver enkelt Forståelse	Fellesskap/Individ Matematikkunnskap
Tenker du at det er forskjell på kvaliteten på kunnskapene?	<i>Det er mye lettere å anvend for den som har forståelsen for det enn bare å ha lært seg den mekaniske regningen. Enten det er å trykke på mobilen eller sette opp plusstykker under hverandre uten å skjønne hva som skjer. Sånn sett er det jo stor forskjell på matematikkunnskap.</i>	Forståelse Mekanisk regning	Konsept/prosess

Tjora (2020) skriver at fra fokusgruppeintervjuer kan man både ha individuelle data, gruppedata og interaksjonsdata. Måten jeg analyserte fokusgruppeintervjuet er mye likt dybdeintervjuene. Jeg noterte meg utsagn i et Excel-dokument både som individuelle utsagn og som interaksjonsutsagn. Etter dette analyserte jeg datamaterialet og kodene på en helhetlig måte, og komprimerte kodene til begreper som gikk igjen. Her også vurderte jeg det hensiktsmessig å tematisere tilnærmingen foruten «Tilpasset opplæring», noe som vil si at jeg sammenligner data om de samme temaene fra intervjuguiden for alle informantene i prosjektet. Begrepene jeg satt igjen med satte jeg under temaene fra intervjuguiden. Et eksempel på analyse av fokusgruppeintervjuet:

Spørsmål	Svar (Numrene er hvilken elev som svarte)	Kode	Tema
Hva tenker dere om det å samarbeide i matematikktimene	<p>3: <i>Jeg liker å samarbeide med læringspartner, og finne frem sammen. Da er vi to. Hvis vi har forskjellige meninger prøver vi å finne svaret også kan vi sjekke hvem som har rett og så kan vi hjelpe hverandre</i></p> <p>1: <i>I matematikken jobber jeg og han sammen (Peker på en annen elev). Det går veldig bra. Det er best å samarbeide for da har man noen å støtte seg på og hjelpe seg med og snakke med.</i></p> <p>2: <i>Hvis vi sliter i radius kan vi bruke alle fingrene sammen (Tar opp fingrene sine og en annens elev fingre).</i></p> <p>4: <i>Hvis man ikke får det til er det best å samarbeide. Det er veldig artig å samarbeide. Det er artigst å samarbeide på lette oppgaver. På vanskelige er det lettere å jobbe for meg selv.</i></p>	Læringspartner Samarbeid Hjelpe hverandre Støtte Fingrene	Undervisning Matematikkunnskap Tankesett

Jeg kommer til å presentere resultatene fra pre/postintervjuene og fokusgruppeintervjuene etter samme struktur som i intervjuguidene, da dette var en struktur som passet med kodene etter transkriberingen, men kategorien «Tilpasset opplæring» endres til «Individ versus fellesskap» da resultatene handler mer om spennet mellom tilrettelegging i fellesskapet versus hensyn til individet.

3.5.2 Analyse av observasjon

Under observasjon noterte jeg hendelser og samtaler jeg observerte. Feltnotatene utgjør dataene fra observasjonen, og her overfører jeg mine erfaringer fra observasjon til tekst. Jeg gjorde så gode feltnotater som mulig, da jeg skal vende tilbake til notatene og bruke disse til å analysere og reflektere over hva situasjonene betydde for informantene. I notatene mine har jeg skilt mellom konkrete beskrivelser av hva som skjedde, og mine tolkninger av situasjonene. Observasjon er ikke en objektiv prosess, jeg tolker det jeg ser og tolkningen påvirkes av subjektive elementer. Men jeg har skrevet ned hendelser og utsagn akkurat slik jeg så dem. I analysejobben har jeg også skilt mellom det som er mine tolkninger og hva som er direkte sitater og observasjoner. Jeg satte av tid samme dag etter observasjon til å jobbe med feltnotatene. Dette for å få med inntrykk og reaksjoner som var viktige for prosjektet (Tjora, 2020).

I analysejobben notere jeg ned stikkord og koder direkte fra feltnotatene i et Excel-ark. Denne delen av analysen var uten tanke på tema og kategorier. Når jeg hadde kodet feltnotatene tok jeg et overblikk og samlet koder i begreper. Disse begrepene passet

under samme tema som jeg hadde i intervjuguiden, for uten tilpasset opplæring, og jeg valgte derfor også her en tematisk tilnærming. Et eksempel på analyse av observasjon:

Observasjon	Kode	Tema
Oppgaven de skal løse er: Emil har 50 kroner. Han kjøper to is til 17 kroner per stykk. Hvor mange kroner har Emil igjen? Det er to elever på gruppa og lærer støtter dem under hele oppgaven. Elevene leser oppgaven, men kommer ikke i gang. Lærer: <i>Hvor mye koster to is</i> Elev 1: <i>17</i> Lærer: <i>Er du enig</i> Elev 2: <i>Nei, det er 17 per stykk. Det blir 34</i> Lærer: <i>Hvilket regnestykke blir det? Du kladder på kneet?</i> (Elev 2 skriver med fingeren på kneet) Elev 2: <i>Det blir 16</i> Elev 1: <i>Hvis vi tar 16+34 får vi 50.</i> Lærer: <i>Så hva fant dere ut?</i> Elev 1: <i>At Emil har 16 kroner igjen.</i>	Samarbeid Dialog Numicon Forståelse Utredning Visuell matematikk	Fellesskap/Individ Undervisning Matematikkunnskaper Tankesett Konkretiseringsmateriell

3.6 Kvalitetssikring – Reliabilitet og validitet

Jeg som forsker må være bevisst hvordan jeg skal gå frem for å sikre kvaliteten på prosjektet, og jeg må underveis i arbeidet tenke nøye over valgene jeg gjør. Reliabilitet og validitet er kriterier som er med på å gi uttrykk for kvaliteten på prosjektet (Thagaard, 2018).

3.6.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler om prosjektets pålitelighet. Jeg må dokumentere og synliggjøre forskningsprosessen slik at den er transparent (S. Grønmo, 2004). Det vil si jeg gir en detaljert beskrivelse av fremgangsmåtene og analysen av dataen slik at leseren kan vurdere prosjektet steg for steg. Med å være transparent bidrar jeg til at leseren kan vurdere om jeg har gjennomført prosjektet på en forskriftsmessig måte (Thagaard, 2018).

Som en del av innledningen i oppgaven har jeg vist til hvorfor jeg har valgt dette temaet og hva som er mitt kjennskap med praksisfeltet. Jeg har prøvd å synliggjøre hvordan mitt personlige engasjement kan komme til å farge arbeidet med prosjektet.

Jeg har også prøvd å være transparent gjennom å dokumentere fremgangsmåten eksplisitt i metodekapittelet. Her har jeg beskrevet hvordan jeg kom frem til utvalget i prosjektet, hvordan jeg opplevde kontakten med informantene og hvordan denne relasjonen bidro til å utvikle data. I gjennomføring av datainnsamling har jeg beskrevet at jeg i fokusgruppe intervjuet kunne ha lagt enda mer til rette for å få en dynamisk og engasjert diskusjon. Her handler det om min rolle som moderator, og at jeg ikke klarte å stille gode nok oppfølgingsspørsmål til gruppen. Dette førte til at jeg ble mer opptatt av å drive intervjuet fremover med spørsmål og svar. I preintervjuet ser jeg at mangelen på felles innhold i begreper begrenser dialogen, og at informanten blir noe usikker på hva jeg mener. Jeg får en opplevelse at informanten i noen grad svarer det han tror jeg vil høre og ikke det han mener. I etterpåkløkskapens ånd burde jeg kanskje ha definert en del begreper med informanten på forhånd for å skape en felles ramme. Når det gjelder observasjonen kunne jeg fått mer data hvis jeg hadde gjennomført en deltakende

observasjon, der jeg kunne ha samtalt med elevene underveis. Da ville jeg fått mer kunnskap om hvordan elevene tenker når de utfører de ulike handlingene, noe som kunne ført til at jeg kunne vært mer sikker i mine slutninger (Tjora, 2020) og (Postholm, 2010).

Som en del av argumentasjonen for reliabiliteten til intervju og observasjonsstudiet bør jeg plassere meg selv som forsker, og være bevisst min egen forforståelse. Dette er viktig fordi jeg som forsker går inn i dette prosjektet med en teoretisk bakgrunn om temaet som jeg har opparbeidet meg gjennom min utdanning som lærer og spesialpedagog, samt erfaringer om temaet som jeg har fått gjennom min arbeidserfaring i skolen og PPT (Thagaard, 2018). Fullstendig nøytralitet er vanskelig å oppnå for meg som forsker, men Tjora (2020) skriver at det viktigste er ikke å gå ut i feltet uten noen faglig eller hverdagslig forutforståelse, men å være åpen om denne og være forberedt på å justere forforståelsen underveis. Når det gjelder observasjon blir det å ha forkunnskaper og erfaringer, både en forutsetning og en utfordring. For å håndtere dette problemet, og hvordan det eventuelt påvirker påliteligheten i observasjonen, blir det helt nødvendig at jeg har reflektert grundig over egen posisjon. I metodedelen har jeg beskrevet hvordan jeg har tatt høyde for at det kan komme nye temaer og vinklinger jeg ikke hadde tenkt på. Dette har jeg gjort gjennom at intervjuene er delvis strukturert, noe som legger til rette for at jeg som forsker skal kunne være åpen for temaer og vinklinger brakt på banen av informantene. Jeg har laget spørsmål som ikke er ledende, noe som også gjelder oppfølgingsspørsmål. Under observasjonen var jeg også bevisst at jeg skulle notere meg utsagn og hendelser som ikke bare passet temaet i mitt prosjekt, samtidig som jeg måtte være bevisst at informantene kunne bli påvirket av å bli observert (Tjora, 2020).

Tjora (2020) skriver at det å redegjøre for hvordan intervjuutdrag eller utdrag fra observasjoner er valgt ut kan være med å styrke påliteligheten til prosjektet. Det er viktig at jeg som forsker synliggjør hva som er informantenes utsagn og direkte observasjoner, og hva som er min tolkning og vurdering. Dette har jeg løst med å sette utsagn og direkte observasjoner i kursiv i resultatdelen. Slik blir det klart for leseren hva som er informantens utsagn og direkte observasjoner, og hva som er min vurdering av dette.

Prosjektet ble gjennomført slik jeg hadde planlagt. Jeg opplevde at jeg fikk gjennomført intervjuene med læreren som planlagt selv om vi i preintervjuet nok hadde litt ulik begrepsforståelse. Vi fikk god kontakt og jeg opplevde at læreren ble tryggere og tryggere på meg og situasjonen. Minikurset om Numicon og ideen bak konkretiseringsmateriellet var en god anledning der jeg og lærer avklarte begreper og fikk en felles forståelse for tanken bak materiellet. I fokusgruppeintervjuet opplevde jeg god kontakt med elevene og jeg vurderte det slik at de var avslappet og trygg. Som jeg viste til tidligere ble samtalen mellom elevene og meg ikke så levende som jeg hadde tenkt. Når det gjelder observasjonen var elevene litt mer reservert i samtalen enn vanlig ifølge lærer, og hvis jeg hadde hatt dialog med dem under observasjonen kunne jeg fått ut mer «rik» data. Men jeg fikk observert hvordan lærer og elever opererer i en matematikktime. Teknisk fungerte lydopptakeren godt, og jeg har gode lydopptak fra intervjuene.

Det som har vært en svakhet når det gjelder reliabiliteten er at det kun er jeg som har gjennomført intervjuene, og analysert materialet. Hvis jeg hadde hatt med meg flere

forskere på dette prosjektet hadde dette kunne vært med på å øke reliabiliteten, men på grunn av omfanget på oppgaven var det ikke et alternativ.

3.6.2 Validitet

Validitet handler om slutninger, og gyldigheten av de ulike typene av validitet avhenger av hvilke typer slutninger som gjøres, ikke av hvilke metoder som brukes til datainnsamlingen. Validering er, både i kvalitative og kvantitative undersøkelser, en rasjonell diskusjon rundt alternative tolkninger, og det forskerne gjør for å øke validiteten, er validering (Kleven, 2008). Gyldigheten vurderer om det er en logisk sammenheng mellom prosjektets utforming og funn, og de spørsmål man søker å finne svar på (Tjora, 2020). Måten jeg har valgt å sikre kvaliteten i mitt prosjekt er å bruke modellen til Cook og medarbeider (Kleven, 2008), der systemet består av fire typer gyldighet; Begrepsvaliditet, Indre validitet, Ytre validitet og Statistisk validitet.

3.6.2.1 Begrepsvaliditet

Empirisk forskning, kvantitativ og kvalitativ, må koble begrep og indikatorer sammen. Når det gjelder begrepsvaliditet i kvantitativ forskning handler det om i hvilken grad man lykkes i å operasjonalisere de teoretiske begrepene i undersøkelsen. I en kvalitativ metode er ikke dette situasjonen, vi søker her etter oppfatningen til informantene og vi ser om vi har fått riktig oppfatning frem i datainnsamlingen. I mitt tilfelle måler jeg opplevelsen av matematikkundervisningen. Mine indikatorer er gjennom intervju og observasjoner. En trussel mot begrepsvaliditeten er å bruke indikatorer som ikke er med på å måle det begrepet vi ønsker å måle (Kleven, 2008). Viser analysen av de kvalitative intervjuene og observasjon hva læreren og elevene mener er viktige faktorer i utviklingen av god og effektiv matematikkundervisning?

For å øke begrepsvaliditeten har jeg skrevet en grundig teoridel, der jeg tydeliggjør hva som legges i ulike begreper som brukes innenfor temaet.

For å sikre at jeg oppfattet hva informantene mente i fokusgruppeintervjuet og i dybdeintervjuene brukte jeg oppfølgingsspørsmål som «Hva mente du når du sa ...» eller «Forstår jeg deg riktig når ...». På denne måten prøvde jeg å sikre at informantenes mening kom frem, og at jeg hadde forstått det informanten sa. Elevenes tanker er vanskelig å observere, så deres evne til å sette ord på hva som er god og effektiv matematikkundervisning er med på å avgjøre om jeg får frem elevenes mening. Det er også utfordrende å vite om jeg som forsker og elevene har lik forståelse for begrepene, derfor har jeg vært varsom med å konkludere med hva elevene mener.

Selv om jeg og læreren hadde noe ulik forståelse for begrepene i pre-intervjuet, og utfordringene med å få felles forståelse i begrepene i samtalene med elevene, vil jeg argumentere for at analysen jeg har gjort av de kvalitative intervjuene og observasjonen ga gode indikatorer på hva læreren og elevene mente ga god og effektiv matematikkundervisning (Kleven, 2008).

3.6.2.2 Indre validitet

Indre validitet handler om sammenhengen mellom årsak og effekt, og vurdere sannsynligheten for, og om mulig utelukke, alternative årsaksforklaringer. I en kvalitativ undersøkelse vil forskeren har en større nærhet til det som foregår og dermed har jeg som forsker bedre mulighet til å bli oppmerksom på truslene mot indre validitet som kan tenkes å ha påvirket undersøkelsen (Kleven & Hjordemaal, 2018). I tolkningen av resultater er det viktig å evaluere sannsynligheten, og om mulig fjerne, alternative årsaker som spiller inn. Når det gjelder indre validitet i oppgaven min er det utfordrende å være helt sikker på slutninger om årsaksforhold på grunn av manglende kontroll, som i mitt tilfelle kunne vært en pre-observasjon og en post-observasjon. Jeg har heller ikke kontroll over hvilken undervisning elevene fikk i tiden mellom pre-intervju og post-intervju. For å øke den indre validiteten har jeg observert en time med påfølgende fokusgruppeintervju. Dette kan være med mål å redusere muligheten for feilkilder, da elevene måtte forklare hva de tenkte. Når det gjelder læreren observert jeg han også, noe som gjør at man kan koble praksis opp mot post-intervjuet. Den indre validiteten er avhengig av forskerens evne og vilje til å diskutere alternative tolkninger, noe jeg også gjør i resultat- og diskusjonsdelen (Kleven, 2008).

3.6.2.3 Ytre validitet

Tjora (2020) skriver at en eller annen form for generalisering er et eksplisitt eller implisitt mål innenfor det meste av samfunnsforskningen. Spørsmålet om ytre validitet handler om tolkningen vi utvikler innenfor rammen av et prosjekt, også kan være relevant i andre sammenhenger (Thagaard, 2018).

Jeg undersøker hvordan læreren og elever opplever en god og effektiv matematikkopplæring, og resultatene kommer fra et lite utvalg. Dette er en av de største truslene mot prosjektet. For å bedre den ytre validiteten kunne jeg hatt et større utvalg som viste til samme resultater. Når et større utvalg ikke var aktuelt, er et av argumentene for at resultatene kan generaliseres at jeg har satt meg inn i forskning på samme tema. Denne forskningen viser til flere av de samme resultatene. Jeg har også forankret oppgaven i teori, som er generalisert i den form at den gjelder god og effektiv matematikkopplæring. Med bakgrunn i teorien, empirien og gjennom egen erfaring ser jeg at den typen kunnskap jeg har ervervet meg gjennom dette prosjektet kan være nyttig for andre pedagoger. Selv om man ikke kan være sikker på om resultatene har gyldighet utover den konteksten som er studert, vil jeg argumentere for at resultatene i prosjektet også kan være relevant for pedagoger som befinner seg i lignende situasjoner (Kleven, 2008)

3.6.2.4 Statistisk validitet

Når det gjelder statistisk validitet i kvalitativ forskning er det et spørsmål om en tendens skal bli betraktet som betydelig nok til å kunne tolkes. Man må stole på dømmekraften til forskeren at han klarer å skille mellom en tilfeldig svingning og en reel endring, da man ikke har det samme statistiske datamaterialet som i kvantitativ forskning (Kleven, 2008). I mitt tilfelle handler det om metodikk og forståelse, og hvor sterk sammenheng det er.

Dette avhenger av mange faktorer, derfor har jeg ikke grunnlag for å si noe om dette. (Kleven, 2008)

3.7 Etikk

Det generelle kravet til etikk i samfunnsforskning er formulert av Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Det er viktig at man som forsker får informerte samtykker, ivaretar konfidensialiteten og sikre at informantene ikke skal komme til skade (Thagaard, 2018). Min forskning behandler personopplysninger og det skal derfor meldes til Norsk Samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD). Prosjektet ble meldt til NSD 20.10.2020 og prosjektet ble godkjent av Marita Ådnes Helleland 07.02.2021.

Informert samtykke vil si at informantene får tilstrekkelig informasjon om hensikten med prosjektet, hvordan man oppbevarer data og hvem som har tilgang til dette, hvordan resultatet er tenkt brukt og konsekvensene av å delta. Det er viktig å påpeke til informantene at det er lov til å trekke seg fra prosjektet når som helst. Samtidig er det viktig å være klar over at metoden jeg har valgt gir rom for at spørsmål og temaer som ikke var planlagt, blir reflektert rundt i intervjuet, og dermed er det vanskelig å gi en fullstendig tilstrekkelig informasjon. Det er også viktig at jeg som forsker er bevisst at forsker - informant forholdet, ikke er symmetrisk (Tjora, 2020). I forkant av undersøkelsene fikk informantene et informasjonsskriv om prosjektet. Denne informasjonen ble også gjennomgått før pre/postintervju med lærer og fokusgruppeintervjuet. De ble informert om at lydopptaket kun skulle brukes av meg og det kom til å bli slettet ved ferdigstilling av prosjektet.

Konfidensialitet er blant annet knyttet til presentasjon av data. Selv om en lærer har gitt et informert samtykke er det viktig å vurdere om presentasjonen av resultatene kan påvirke dem. Man må sikre anonymiteten til informantene slik at de ikke kan bli identifisert. I mitt tilfelle vil prosjektet bli gjennomført på en liten plass med et gjennomskiktig miljø. Da må jeg som forsker prioritere kravet om anonymitet fremover kravet om å legge til rette for etterprøvbarehet. Det er også viktig å være klar over at når lærernes erfaringer og opplevelser settes inn i en annen sammenheng enn den som er kjent for dem, kan min tolkning virke både fremmedgjørende og provoserende (Tjora, 2020).

4 Resultater og diskusjon

I dette kapittelet vil jeg presentere data fra de kvalitative forskningsintervjuene og observasjonen av matematikktimen. Resultatene tar utgangspunkt i temaene fra analysen: Tilpasset opplæring, Undervisning, Hjelpemidler og Tankesett, men kategorien «Tilpasset opplæring» blir endret til «Individ versus fellesskap» da resultatene handler mer om dette. Det vil ikke være underkategorier foruten «Numicon», som er under kategorien hjelpemidler. Resultatene som blir presentert er fellestrekk ved deltakerne eller enkeltfunn som blir ansett som viktig. Jeg har valgt å presentere resultatene og drøftingene ut ifra tema og ikke en og en informant. Etter resultatdelene drøfter jeg funnene i lys av relevant teori og forskning.

4.1 Individ versus fellesskapet

4.1.1 Presentasjon av data

Når læreren i preintervjuet får spørsmål om hva han tenker rundt tilpasset opplæring i matematikk synes han det er utfordrende å tilpasse undervisningen siden klassen har et sprikende nivå blant elevene, og han er raskt med å trekke frem de individuelle behovene:

«Det er utfordrende å tilpasse til alle ulike nivå i klassen, og ideelt skulle alle ha fått individuelt tilpasset oppgaver» (Fra pre-intervju).

På oppfølgingsspørsmål om hvordan han tilrettelegger for de ulike nivåene har læreren et større fokus på fellesskapet:

«Jeg har nok hatt at man holder på med samme tema, også justerer man vanskelighetsgraden på oppgavene» (Fra pre-intervjuet).

Observasjonen viser at alle elevene skulle arbeide med prosessnotat gjennom problemløsningsoppgaver. På lærerstasjonen begynte alle gruppene på oppgave 6.1 og jobbet seg videre så langt de kom på den tilmålte tiden. En gruppe jobbet seg gjennom oppgave 6.1 og 6.2, mens en annen gruppe jobbet seg gjennom oppgave 6.1-6.6. Resultatene fra observasjonen viser derfor at klassen har felles tema og mål, men at elevene jobber med ulike oppgaver etter hvor langt de kommer i løpet av en stasjon. Denne tilnærmingen til tilpasset opplæring stemmer overens med hva læreren sier i post-intervjuet når jeg spør om hvordan han tilpasset timen jeg observerte. Da er læreren rask med å legge vekt på fellesskapet:

«Det var felles mål for hele gruppa. Også var oppgavene slik at det ble naturlig progresjon ut ifra hvor mange oppgaver man rakk å komme igjennom per stasjon» (Fra post-intervju).

I pre-intervjuet blir læreren bedt om å beskrive utfordringer med å tilpasse opplæringen til elever som mestrer matematikk og elever som synes matematikk er vanskelig. Læreren drar litt på det, men innrømmer at det som skjer i praksis er at de sterke elevene blir sittende for seg selv:

«Det jeg vet som skjer i praksis er de som er sterk blir veldig fort sittende for seg selv, og så får de lov til å flyte litt av gårde. Det blir veldig fort at de som sliter med noe er de som får mest tid og oppmerksomhet. Selv om jeg skal ha de sterke elever i bakhode» (Fra pre-intervju).

Data fra observasjonen viser en litt annen praksis. Her har læreren delt elevene inn i grupper og han fokuserer på en stasjon. Dermed får alle elevene, uansett faglig nivå god veiledning av læreren i en tilmålt tid.

I pre-intervjuet får læreren spørsmål om det er likt nivå på elevene når han deler dem i grupper. Læreren sier at på problemløsningsoppgaver må elevene få samarbeide og utfordre seg selv med alle sammen. Dette fungerer veldig bra fortsetter læreren. Resultatene fra fokusgruppe-intervjuet der elevene får spørsmål som handler om hvordan det er å jobbe sammen når man kan forskjellige ting, bygger opp under lærerens innstilling til nivådeling. Elevene er enige om at det å jobbe sammen selv om man kan forskjellige ting er greit:

«Det er helt normalt. Vi lærer mye mer når vi samarbeider. Vi får gjort flere sider i boka» (Fra fokusgruppeintervjuet).

4.1.2 Drøfting

I teoridelen har jeg gjort rede for en smal og bred forståelse av tilpasset opplæring (Bachmann & Haug, 2006). Funn fra mine undersøkelser viser at læreren har en oppfatning om at tilpasset opplæring ideelt sett skulle ført til at alle elevene hadde fått individuelle oppgaver. Dette tolker jeg som en smal forståelse av tilpasset opplæring, der læreren har fokus på å tilrettelegge metodisk gjennom at elevene får individuelle oppgaver. Slik jeg tolker læreren har han en grunnleggende tanke om at jo mer individuell undervisningen er, desto bedre tilpasset opplæring. Noe av grunnen til at læreren har denne tilnærmingen til tilpasset opplæring kan ligge i at læreplanene over tid har hatt et individualisert fokus, der det har dreid mer mot den enkelte elevs rett til tilrettelegging ut i fra egen interesse og evner (Bachmann & Haug, 2006).

Jeg har vist til i teoridelen at et ensidig fokus på undervisningsmetoder og individuelle behov ikke vil være tilstrekkelig for å kunne sikre tilpasning av opplæringen. Jeg fant flere eksempler på at læreren også opererer med en bred forståelse av tilpasset opplæring. Tilpasningen skjer i stor grad gjennom at klassen jobber med samme tema, men at vanskelighetsgraden på oppgavene er ulik. I tillegg har klassen et felles mål de jobber mot, men læreren differensierer i hvilken grad elevene jobber med målene. Slik jeg tolker læreren opererer han med en plattform der alle skal ha en følelse av å være inkludert i fellesskapet, der man jobber med samme tema og mot samme mål. For å ivareta hver enkelt elev er vanskelighetsgraden på oppgavene ulik slik at alle får utfordringer. På denne måten får alle elevene tilpasset undervisningen til sitt behov samtidig som elevene blir inkludert faglig i klassen.

Videre viser resultatene at en utfordring læreren har med tilpasset opplæring er fokuset på de elevene som sliter i faget. Opplevelsen til læreren stemmer overens med det tidligere forskning har vist på området (NOU 2016:14), der utvalget konkluderte med at læreren ofte er mer opptatt av de som strever faglig. Utvalget sier også at sterke elever ikke blir inkludert i grupper som får differensiert undervisning. Botten (2008) mener at for at alle skal være inkludert i undervisningen må alle elever uansett faglig nivå få oppgaver og muligheter til å strekke seg faglig i matematikk. Det er flere funn i resultatene som støtter opp at læreren klarer å inkludere sterke elever, også i organisatorisk differensiering. Resultater fra observasjonen viser at elever med ulikt faglig nivå er på samme gruppe, der læreren veileder og hjelper alle elevene på gruppen. Slik jeg tolker læreren har han prøvd å møte utfordringen med å organisere

undervisningen i grupper satt sammen på tvers av faglig nivå og ikke i homogene grupper. Da vil de sterke elevene automatisk få mer hjelp siden læreren i praksis er mest innom de som sliter. Samtidig tolker jeg læreren dit at han har en tanke om at de sterke kan lære mye av å hjelpe noen av sine medlever som ikke er like sterke i matematikk, og de elevene som opplever faget som vanskelig kan lære mye av å samarbeide med en sterk elev. Resultater fra fokusgruppe-intervjuet viser at elevene også verdsetter at læreren organiserer elevene på tvers av faglig nivå. De har en oppfatning om at de kan lære av hverandre når de kan ulike ting. Dette tyder på at elevene er vant til å jobbe sammen og løfte hverandre faglig.

Selv om læreren har en ide om at individuelle oppgaver er det beste, viser et samlet resultat at målet hans er å differensiere undervisningen i heterogene grupper, der det er mulig for elever å utforske forskjellige aspekter av samme tema (Nosrati & Wæge, 2015). Videre ser man at resultatene viser at læreren opererer i spenningen mellom en smal og bred forståelse av tilpasset opplæring, slik Bachmann og Haug (2006) definerer begrepet. I dagens skole er det et stort fokus på at opplæringen skal være tilpasset og inkluderende for alle elever i alle fag. Denne tilpasningen skal i størst mulig grad skje innenfor fellesskapet. Men det er lite konkretisert hvordan dette skal gjennomføres. Nordahl (2012) påpeker at man kanskje i stedet for å fokusere på hva tilpasset opplæring er, bør se på hvilken opplæring som gir best læringsutbytte for ulike elever.

4.2 Undervisning

4.2.1 Presentasjon av resultater

I fokusgruppe-intervjuet får elevene spørsmål om de liker å arbeide sammen eller alene. De fleste elevene liker best å samarbeide med hverandre:

«I matematikken jobber jeg og han sammen. Det går veldig bra» (Fra fokusgruppe-intervju).

«Det er best å samarbeide for da har man noen å støtte seg på og hjelpe seg med og snakke med» (Fra fokusgruppe-intervju).

Helt til slutt i denne sekvensen av fokusgruppe-intervjuet sier en elev at hun liker å samarbeide, men når det er vanskelige oppgaver liker hun best å jobbe alene. Her er de andre ikke enige og mener at det beste er å samarbeide uansett om oppgavene er lette eller vanskelige.

Videre ser jeg i observasjonen at elevene jobber sammen på to av stasjonene. Den ene stasjonen er lærerstyrt og en stasjon uten voksenstøtte der de skal jobbe sammen om en problemløsningsoppgave. På den tredje stasjonen skal elevene arbeide individuelt på iPad. På lærerstasjonen er det høy aktivitet og godt samarbeid, mens på stasjonen der elevene skal arbeide med en problemløsningsoppgave uten voksenstøtte er det varierende grad av samarbeid. På to av gruppene er det bare en av elevene i paret som arbeider, mens den andre gjør andre ting. Den tredje gruppa samarbeider begge elevene om oppgaven. På stasjonen med iPad observerer jeg ikke at det er noe samarbeid mellom elevene. Resultatene fra observasjonen viser derfor at det er varierende grad av samarbeid på de ulike stasjonene.

Når lærer i pre-intervjuet får spørsmål om samarbeid i matematikkundervisningen er han tydelig på at det må være en balanse mellom samarbeid og individuelle oppgaver:

«Mesteparten av matematikkundervisningen jeg legger opp til er samarbeid der de skal drøfte seg frem. Men og at jeg synes det er viktig at de har noen økter der de tar og så jobber hver for seg. Liksom jobber litt både arbeidsmengde trening, det å sitte i ro litt. Hovedfokuset er litt mer sånn diskusjon og samarbeid» (Fra Pre-intervju).

Et oppfølgingsspørsmål handler om hvordan læreren ser på dialog i samarbeidet. Læreren er rask med å trekke frem at elevene får et annet forhold til matematikk når de snakker det:

«De får et helt annet forhold til matematikk, ikke bare det at de bruker begreper, men at de lærer seg å sette ord på det de gjør ... Når de sitter sammen, selv med ulike klassetrinn har de fruktbare diskusjoner ...» (Fra pre-intervju).

Videre spør jeg om elevene er flinke til å snakke matematikk, og om de fokuserer på symbolene eller begrepene i samtalen. Læreren tenker litt, men etter en stund sier han at elevene er nok mest på å snakke om symbolene og bruker dialogen til å sjekke svarene til hverandre. Læreren fortsetter med at elevene prøver å snakke om at for eksempel deling og ganging er det motsatte, men det er vanskelig for elevene å komme på dette selv. Men læreren sier at det avhenger av hvordan han har lagt opp spørsmålene:

«Du det kommer an på hvor god jeg er til å komme med problemstillinger. Hvis de blir trigget til noe, noe jeg også ser i naturfag og matten, at de blir giret er de flinke til å undre og kommer med forklaringer og komme med løsningsforslag» (Fra pre-intervjuet).

Når jeg da i post-intervjuet spør om hvordan læreren la til rette for dialog i timen jeg observerte sier læreren at han satte av god tid til dialog på lærerstasjonen, og at han gir elevene den tiden de trenger til å uttrykke seg.

«Jeg setter av god tid til dialog på lærerstasjonen, og jeg gir den tiden de trenger til å uttrykke seg ... Samarbeid er nyttig. Noen liker å jobbe i par og den andre skriver. Så må man prøve å være mer bevisst på at man må være like deltakende. Men jeg synes de var flinke»» (Fra post-intervju).

Læreren tenker en stund og kommer med en kommentar til en konkret hendelse i undervisningen jeg observerte, der to elever løste en oppgave på to forskjellige måter:

«Der var jeg på nippen til å be den eleven å se på hva den andre gutten gjør, men så hadde han tenkt helt riktig og det var fint at det var rom for at han kunne forklare etterpå hvordan han hadde tenkt» (Fra post-intervjuet).

Når elevene får spørsmål om det å snakke matematikk er det flere elever som mener at det å snakke i matematikktimene er bra, men at da må man snakke stille og ikke om andre ting enn matematikk. En elev har et litt mer reflektert svar:

«Jeg liker å samarbeide med læringspartner og finne frem sammen. Da er vi to. Hvis vi har forskjellige meninger prøver vi å finne svaret også kan vi sjekke hvem som har rett, og så kan vi hjelpe hverandre ... Det er best å samarbeide for da har man noen å støtte seg på og hjelpe seg med og snakke med» (Fra fokusgruppe-intervju).

Resultatene fra observasjonen, lærer- og fokusgruppe-intervjuet viser at det er varierende grad av dialog på de ulike stasjonene. Dialogen på stasjonen der elevene skal jobbe med problemløsningsoppgaver uten voksenstøtte, er basert på at den ene eleven jobber med oppgaven og dikterer hva den andre skal skrive. På lærerstasjonen er læreren en veileder og prøver å trigge elevene til å snakke gjennom spørsmål som «Hva tenkte du når du gjorde dette?» Elevene snakker sammen og er engasjerte i dialogen, selvfølgelig i varierende grad, men alle gruppene har fine diskusjoner i løpet av lærerstasjonen. Et eksempel er da en gruppe skulle løse oppgave 6.6 «Tuva, Filip og

Liam har 65 kroner til sammen. Tuva har flest kroner. Filip har dobbelt så mange kroner som Liam. Liam har 12 kroner. Hvor mange kroner har Tuva?»:

Elev1: «Vi kan bruke Numicon, og vi må finne frem 65»

Elev 1 begynner å finne frem brikker fra materiellet.

Elev 2: «Nei 12, så 24, så må vi finne ut hvor mye det er til sammen»

Elev 1: «24+12?»

Elev2: ja, da har vi 36»

Nå har elev 1 stoppet med å finne frem brikke og koblet seg på hva elev 2 tenker. De to elevene ser på hverandre og diskuterer mellom seg hvordan de skal komme videre.

Elev 1: Da må vi ta 65-24»

Lærer: «Hva finner vi ut da?»

Elev 1: «41»

Elev 2: Hva med hvis vi tar 65-36

Elev1: Ja, det må vi gjøre

Elev 1 setter opp regnestykker på et ark og regner ut oppgaven, mens elev 2 «skriver» med fingeren på kneet sitt.

Elev2: «Tuva har 29 kroner»

(Fra observasjon)

Et annet tema i fokusgruppe-intervjuet handlet om elevene liker problemløsningsoppgaver eller å jobbe i bok. Elevene er delte i meningene om dette temaet. To av elevene er tydelige på at de liker problemløsningsoppgaver best. En elev liker begge delene, mens den siste er veldig tydelig på at han liker boka:

«Jeg lærer best i boka for da får jeg det vanskeligst og da lærer jeg mye» (Fra fokusgruppe-intervjuet.

I pre-intervjuet får læreren spørsmål om hva han tenker er matematikkunnskaper, og han har en klar forestilling at det å klare seg i hverdagen med å kunne gjøre overslag, se om man har nok penger og bedømme avstand til bilen foran er det mest grunnleggende. På oppfølgingsspørsmål spør jeg om læreren ser forskjell på kunnskapen når det gjelder det å forstå matematikk. Læreren er rask med å svare:

«Det er mye lettere å anvende for den som har forståelsen for det enn og bare å ha lært seg den mekaniske regningen enten det er å trykke på mobilen eller sette opp plusstykker under hverandre uten å skjønne hva som skjer. Sånn sett er det jo stor forskjell på matematikkunnskap» (Fra pre-intervjuet).

Videre i pre-intervjuet har læreren også fokus på det han kaller «overflatekunnskap»:

«Man må jo komme igjennom det, men det er ikke det jeg synes er det viktigste. Av og til kan det være kjekt og øve på gangetabell. Og det er det mange som synes er artig. Det å kunne så og så mange regnestykker på så og så lang tid. Det blir litt mer sånn overflatekunnskap. Sånn man kan dra hjem og skryte av. Og det er greit det og. Men det er liksom bare en liten del av faget» (Fra pre-intervjuet).

Resultatene fra pre-intervjuet viser at læreren både er opptatt av overflatekunnskaper og problemløsningsoppgaver. Dette ser man igjen i postintervjuet, der læreren forteller at

målet for timen var at elevene skulle jobbe med problemløsningsoppgaver og å bruke prosessnotat. I observasjonen så jeg læreren formidle dette til elevene i starten av timen. Videre i post-intervjuet drar også læreren frem arbeidet med problemløsningsoppgaver ved flere anledninger, der læreren påpeker at slike oppgaver må være åpne for å skape engasjement, samtidig som oppgavene ikke må være for vanskelig.

4.2.2 Drøfting

Målet med timen var at elevene skulle øve på å bruke prosessnotat for å løse problemløsningsoppgaver. Det ble ikke tid til å øve på prosessnotat, men alle gruppene fikk jobbet med problemløsningsoppgaver. Funn i resultatene mine viser at læreren har en forståelse for prosedyrekunnskaper og konseptuelle kunnskaper, selv om han ikke bruker disse begrepene. Læreren er tydelig på at det å memorere multiplikasjonstabellen er overflate kunnskaper, og at mekanisk regning uten at man skjønner hva som skjer er vanskelig å anvende. Læreren mener at det å kunne anvende kunnskap betyr at du har forståelse for matematikken, som for eksempel å gjøre overslag i butikken og finne ut om man har råd til en vare. Skille læreren gjør mellom forståelse og mekanisk regning, er slik jeg tolker skillet mellom prosedyrekunnskaper og konseptuell kunnskap, som jeg gjorde rede for i teorikapittelet (Hiebert & Lefevre, 1986) og (Gray & Tall, 1994). Det å anvende det du har lært i dagliglivet som for eksempel å gjøre overslag på butikken og se om man har nok penger til å kjøpe varen, vitner om at personen ser sammenhenger og forstår matematiske begreper.

Videre funn viser at læreren legger til rette for praktiske oppgaver. Dette vitner om at læreren ønsker å gi elevene erfaringer med matematikk som et fag som er mer enn å utføre prosedyrer i boka, men at det også er viktig å ha kunnskap om prosedyrene. Denne formen for undervisning er det Olav Lunde (2009) ville kalt en dynamisk undervisning, som vil si at den er preget av aktiviteter og samtaler mellom elevene. Resultatene viser at også elevene liker praktiske oppgaver som de samarbeider om, men det er også noen elever som liker å jobbe alene i boka. Den ene eleven liker å jobbe alene når det er vanskelige oppgaver. Dette kan indikere at eleven er mest trygg på å bruke prosedyrekunnskapene sine, og derfor vil sitte alene og jobbe i boka der det ofte er fokus på prosedyrer. Tradisjonell matematikkundervisning er ofte lærebokstyrt. Det legges stor vekt på å vise hvordan man finner det riktige svaret, og oppgavene elevene arbeidet med er ofte veldig like i strukturen. Hvis elevene har vært vant med denne type undervisning, kan det ta noe tid å gjøre de trygge på å jobbe med utfordrende oppgaver sammen, der det er flere måter å løse oppgavene på. En utfordring med elever som liker å jobbe alene i boka er at de står i fare for bare å utvikle prosedyrekunnskaper. Dette kommer an på om eleven ser på symbolene som en rekke med tall eller om hun klarer å ha et dobbelt fokus, der hun både ser på symbolene som en rekke med tall og samtidig ser relasjonene mellom symbolene. Hvis eleven fokuserer på symbolene og prosedyren kan man utvikle gode regneferdigheter, men man skjønner ikke konseptet (Gray & Tall, 1994).

Hvis man ikke fokuserer på sammenhengen mellom symbolene når man arbeider med oppgavene, står man i fare for å bli veldig gode i prosedyren og prosedyrene vokser i lengden når problemene blir mer komplekse. Gapet mellom prosedyrene og forståelsen blir større og større, og til slutt blir kløften for stor til at man kan utvikle konseptuell forståelse (Gray & Tall, 1994). Om eleven i dette tilfellet har fokus på sammenhengen

mellom symboler eller ser symbolene som en rekke med tall vet jeg ikke. Til det har jeg ikke god nok data, men som lærere må man være obs på at elever som liker å jobbe individuelt i boka kan stå i fare for å kun utvikle prosedyrekunnskaper. Lærer må legge til rette for at eleven er med i samarbeidsoppgaver der hun gjennom samtaler med partner og lærer kan oppdage sammenhengene i matematikk. Eleven må motiveres til å stille spørsmål og analysere egne svar. Samt møte krevende og inspirerende matematikkoppgaver, som gjennom hardt arbeid kan løses i samarbeid med andre. Da får eleven både konseptet til å vite og prosedyren til å gjøre (Boaler, 2017; Gray & Tall, 1994).

Boaler (2017) mener at samarbeid er en nødvendighet i en undervisning med høy kvalitet, men at samarbeidet er avhengig av dialog for at elevene skal kunne se og forstå sammenhenger i matematikken. Dette støttes av Askew (2000) som sier i sin forskning at effektive lærere blant annet har fokus på sammenhenger i matematikken. Funn i resultatene mine viser at læreren er opptatt av at elevene lærer gjennom dialog, men elevene har større fokus på symboler og sjekke svarene, enn tolkning av symbolene og sammenhenger. Læreren har hatt klassen i 5 måneder og man kan anta at elevene ikke har vært vant med å snakke matematikk. Det er viktig at læreren fortsetter å legge til rette for dialogen med fokus på begreper og sammenhenger, og at elevene slipper til med sine tanker.

I resultatene er det et eksempel der en gruppe skal løse oppgave 6.6, og de bruker dialogen slik den er tenkt. Fremdriften i oppgaven skjer gjennom dialog mellom to elever. De har ulik tilnærming til oppgaven, men gjennom samarbeid og dialog dreier de seg mot en hensiktsmessig måte å løse oppgaven på. Her ville samarbeidet mest sannsynlig vært lite fruktbart hvis det ikke hadde vært for dialogen mellom de to elevene. Elev 1 er slik jeg tolker det mer opptatt av prosedyre og ønsker å finne frem materiell der hun kan anvende prosedyren i prosessen subtraksjon. Elev 2 har en litt annen tilnærming og ser sammenhengen mellom de tallene hun får presentert i oppgaven og at hun kan starte med 12 og 24. Denne kunnskapen har hun komprimert (Boaler, 2017) og klarer raskt å se svaret 36. Dette gjelder også videre i oppgaven der gruppa har kommet frem til regnestykke $65-24$. Selv om dette er feil regnestykke, viser elev 1 her at hun også har komprimert kunnskapen og regner ut i hodet at svaret er 41. Når gruppa da oppdager at dette er feil regnestykke og kommer frem til at det riktige må være $65-36$ ønsker de å bruke algoritmen for subtraksjon for å være sikker, og skriver opp regnestykket på et ark. Her tolker jeg situasjonen slik at begge elevene er fleksible og varierer mellom prosedyre og begreper, noe Gray og Tall (1994) kaller proseptuell forståelse. Det at elevene i eksempelet over klarer å tolke symbolene tvetydig kan tyde på at de både har konseptet til å vite og prosedyren til å gjøre, noe som vitner om god kunnskap i matematikk. I eksempelet over kunne læreren vært mer eksplisitt og påpekt sammenhengen mellom addisjon og subtraksjon. Da hadde det vært større sannsynlighet for at elev 2 hadde sette denne sammenhengen.

Resultatene viser at læreren i noen grad fokuserer på sammenhengene i matematikk, men at også han kan bli flinkere til å vise dette til elevene. Det som er klart av funnene mine er at læreren ikke er overføringsorientert, som vil si at han ikke bare har fokus på prosedyrer og rutiner. Samtidig slipper han ikke elevene helt fritt i søken etter metoder for å løse oppgaver som kjennetegner oppdagelsesorienterte lærere. Samlet kan man si at læreren har en forbindelsesorientert tilnærming til undervisningen (Askew, 2000).

Et annet funn gjort i resultatene mine, som også kjennetegner effektive lærere ifølge Askew (2000), er at læreren har fokus på å verdsette metodene elevene bruker. Gjennom å benytte seg av spørsmål som «Hva tenkte du når du gjorde det?», får han elevene til å sette ord på hvordan de har gått frem for å løse et problem. Resultatene viser at partneren hører på og har mulighet til å lære av den andre. Men det er viktig at læreren gir eleven tid når han skal formulere muntlig hvordan de har tenkt, og ikke gjøre tankejobben for dem. Som jeg viste til i teoridelen var et av funnene i «The Teaching Gap» (Stigler & Hiebert, 1999) at lærerne gjorde tankejobben for elevene. Funn i resultatene mine tyder på at læreren er bevisst dette og prøver å gi elevene god tid til å formulere hva de tenker. Dette er ikke tilfelle på stasjonen der elevene skulle jobbe med problemløsningsoppgave uten voksenstøtte. Resultatene viser at på to av gruppene var det bare en av elevene som gjorde tankejobben. Man kan anta at den eleven som gjorde andre ting ikke lærte mye av den stasjonen.

4.3 Hjelpemidler

4.3.1 Presentasjon av resultater

Når læreren i pre-intervjuet får spørsmål om elevene klarer å visualisere når de får en oppgave, svarer læreren at han prøver å få dem til å tegne og skissere opp blokker. Et oppfølgingsspørsmål fra meg er om elevene klarer å se for seg oppgaven eller en løsning visuelt i hodet når de får et problem eller en oppgave:

«Jeg vil jo si at det er mye lettere å se for seg hvis jeg bruker en pizza. Det er litt vanskelig å se hvordan de ser for seg den pizzaen som er delt opp i 4 og den som er delt opp i 6...Da er det mye lettere å ha det konkret fremfor seg. Men selvfølgelig at det vil være et mål på sikt at vi skal komme dit» (Fra pre-intervju).

Elevene får det samme spørsmålet i fokusgruppe-intervjuet og to av elevene sier at de ikke vet. Den ene eleven drar frem at han har laget et bilde av fingrene i hodet:

«... før fikk vi oppgaver med å regne i hodet. Da kunne vi ikke regne på fingrene. Da lagde jeg bilde av fingrene i hodet» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

Mens den fjerde eleven presenterer at han lager seg et bilde i hodet med penger:

«Hvis jeg ikke har pepling på hva jeg skal gjøre ser jeg ingen ting. Men hvis jeg vet hva jeg skal gjøre ser jeg et bilde, akkurat som penger, så ser jeg at han kjøper også ser jeg hva han får tilbake» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

I pre-intervjuet med læreren spør jeg læreren hvordan han opplever å bruke tegning i matematikkundervisningen. Læreren svarer at tegning brukes mest for å sortere:

«Det kan være et verktøy for elevene for å sortere informasjon og finne ut hva oppgaven spør om...Det er det mange som synes det blir enklere, ikke at man tegner alle eplene. Det er jo noen som legger mye flid i eplene som skal tegnes, men noe synes det er greit å bare noterte ned noen streker og sånt for å få systematisert innholdet. Men hvis man blir god på å tegne litt sånne modeller og blokker og sånn kan man løse ganske avanserte ligninger bare med å tegne streker. Det blir jo litt konkret for dem» (Fra pre-intervjuet).

Data fra observasjonen viser en elev som skal løse oppgave 6.1 «Sofia har 23 kroner. Hun vil kjøpe pærer til 3 kroner per stykk. Hvor mange pærer har Sofia råd til?». Læreren spør gruppa om de vil bruke Numicon eller tegne. Den ene eleven velger Numicon, men den andre finner frem ark og blyant. Gutten setter tre og tre streker til

han har satt 23 streker. Deretter streker han ut tre og tre. Han stopper når han har streket ut 21 streker og sier «Hun har råd til 7 pærer».

I post-intervjuet spør jeg lærer hva han tenker om denne situasjonen:

«Jeg tror han syntes det var enklere å flytte pærene. De ble litt fast for han med Numicon. Han gjorde for å kunne streke ut tre og tre» (Fra post-intervjuet).

Et spørsmål elevene får i fokusgruppe-intervjuet er hvorfor noen synes at matematikk ikke er artig. Da svarer den ene eleven:

«Det er kanskje de som ikke vil gjøre matematikk, at de tenker at matematikk er vanskelig. De bruker fingrene på regnestykkene og kladdemark» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

I pre-intervjuet med læreren spør jeg om hva han tenker rundt bruken av konkretiseringsmateriell. Læreren er rask med å si at han bruker det for lite, og at han vet det er for alle, selv opp i trinnene. Læreren fortsetter:

«Tanken er der. Jeg har brøkstaver ikke så langt unna. Det synes jo i hvert fall med brøk og desimaltall at det er noen som får aha-opplevelser bare med å ta opp brøkstaver» (Fra pre-intervjuet)

«Jeg vet jo at det er for alle. Det er veldig fort at det blir de som sliter som får det. Så, ikke dermed sagt at jeg ikke ser hensikten lengre opp, men det blir veldig fort...» (Fra pre-intervjuet).

Et oppfølgingsspørsmål læreren får er hva han mener styrker og svakheter med bruk av konkretiseringsmateriell er:

«Du, det er jo at de kan ta og se på, og ta på. Men når jeg tar kråketegningene på tavla, hvis du ikke skjønner hva jeg snakker om da er det fine fjell utafor som de heller ser på» (Fra pre-intervjuet).

«Ja hvis jeg setter det frem uten at jeg har en helt tydelig plan med det. At de bruker det som byggeklosser. Hvis jeg ikke har tenkt igjennom hva fremdriften er. Ikke nødvendigvis så mye uro, men det behøver ikke få noen fremdrift i timen» (Fra pre-intervjuet).

Elevene får også spørsmål om hvordan de opplever bruk av konkretiseringsmateriell. Her er elevgruppa delt. To av elevene opplever at det er positivt å bruke materiell:

«Det er lettere å forstå ting da» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

«... Jeg får flere måter å tenke på. Det fungerer veldig bra for meg» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

De to andre elevene opplever at de ikke vet hva de skal bruke det til og at de blir urolige av materialet:

«... når jeg ikke får til. Får det bare i handen også sitter jeg bare der. Hvorfor får jeg det?» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

«Jeg blir urolig av de tingene, men når jeg skriver er det ganske behagelig» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

Et oppfølgingsspørsmål til elevene er om de tenker annerledes når de bruker konkretiseringsmateriell og eventuelt om de kan forklare hvordan de tenker. Den ene eleven fokuserer på at han kan ta på materialet og dermed føler han at han har alle tallene fremfor seg. To andre elever sier:

«Når jeg bruker konkreter får jeg flere måter å tenke på. Det fungerer veldig bra for meg» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

«Jeg tenker annerledes, for da har jeg hele regnestykket fremfor meg og løser det» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

Resultat fra observasjon viser at elevene bruker konkretiseringsmaterieill på ulike måter. På stasjonen der elevene skulle jobbe med problemløsningsoppgave uten voksenstøtte kunne elevene bruke små klosser som kunne settes sammen. Læreren hadde presentert hvilken oppgave elevene skulle jobbe med på denne stasjonen, og han hadde sagt at klossene var tilgjengelig, men ikke mer enn det. På to av gruppene tar elevene klossene i bruk, men de elevene som bruker klossene deltar ikke på oppgavejobbingen og bygger andre ting med klossene. På den siste gruppa bruker de ikke klossene i det hele tatt.

4.3.1.1 Numicon

På lærerstasjonen hadde læreren lagt opp til at elevene kunne bruke Numicon eller tegning for å løse oppgavene. I fokusgruppe-intervjuet spør jeg elevene hvordan de opplever å bruke Numicon, der tre av elevene svarer at de liker det, men klarer ikke å sette ord på hvorfor. Når jeg da følger opp med å spørre om det er noe de ikke liker med Numicon svarer elevene:

«Hvis det er et stort regnestykke og brikkene går utover brettet slik at jeg ikke kan bruke det» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

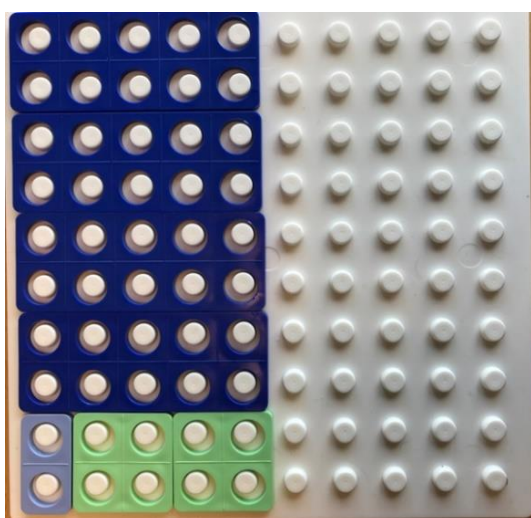
«Det passer ikke bestandig» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

I post-intervjuet med læreren får han også spørsmålet om hvordan han opplever bruk av Numicon:

«Ja, jeg synes til disse oppgavene så passet det bra. Det blir fine modeller av tallmengdene de har jobbet med ... Jeg har en som sliter veldig med gangetabellen, og så har vi en ukeprøve på tampen av uke der vi har oppgaver fra gangetabellen og der har han bare gitt opp og svart på en eller to oppgaver. Vi har snakket om han skal bruke kalkulator eller gangetabellen ved siden, men så fant vi ut at vi kan bruke Numiconbrettet og legge den gangen med Numiconbrikker. Nå hadde vi 9 gangen og da legger han opp med 9er-brikker f.eks. $5 \cdot 9$ » (Fra post-intervjuet).

Jeg spør om han teller en og en brikke.

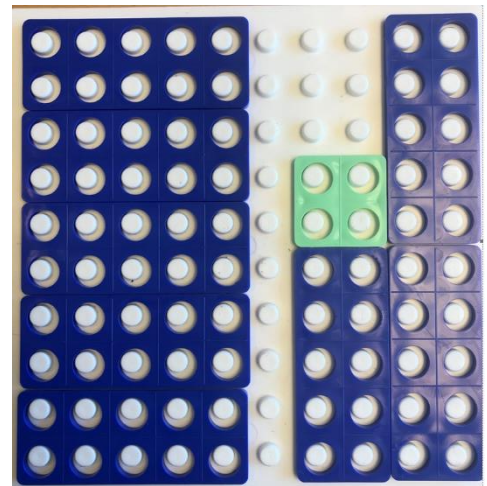
«I begynnelsen, men når han har tatt $9 \cdot 5$ så vet han hvor mange som er der. I større grad greier han å gå i fra $8 \cdot 7$ til $8 \cdot 9$ uten å må begynne på begynnelsen. Der merket jeg at han syns Numicon var veldig til hjelp» (Fra post-intervjuet).



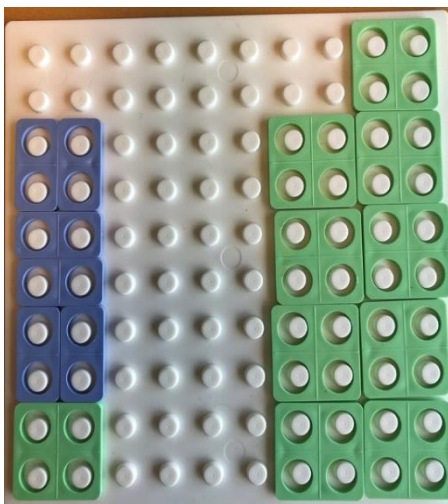
I observasjonen ser man en gruppe som skal løse oppgave 6.2: «Emil har 50 kroner. Han kjøper to is til 17 kroner per stykk. Hvor mange kroner har Emil igjen?» Elevene har funnet ut at to is koster 34 kroner, og de er kommet frem til at siste ledd i oppgaven er regnestykket $50 - 34$. Elevene sitter ved siden av hverandre og jobber parallelt. Den ene eleven legger ut fem 10er-brikker med materiellet Numicon. Den siste tieren tar han tilbake og deler opp i to 4er-brikker og en 2er-brikke. Deretter tar han bort brikker tilsvarende 34 og teller over de han har igjen.

Figur 1: Eleven har lagt ut materieill tilsvarende 50, men han har delt opp den siste 10er-brikken i mengden $4+4+2$.

Den andre eleven på gruppa starter med å finne frem fem 10-brikker på samme oppgave som over. Han finner også frem 34 i form av tre 10-brikker og en 4er-brikke. Deretter flytter han en tier fra 34-mengden og legger over en tier i 50-mengden og tar bort disse. Dette gjør han to ganger til. Nå står han igjen med en 4er-brikke fra 34-mengden. I 50-mengden har han to 10erbrikker igjen. Han legger så 4er-brikken over den ene tieren og ser at det er 6 hull som ikke er dekt. Da sier han « $10+6$ er 16. Det er 16 igjen». Læreren spør hva eleven tenkte når han gjorde dette og eleven går igjennom steg for steg hva han gjorde med brikkene.



Figur 2: Eleven har lagt brikker tilsvarende 50 på venstre side. På høyreside har eleven lagt brikker tilsvarende 34.



Figur 3: Til høyre har eleven lagt ut brikker tilsvarende 36 saubein. Til venstre har eleven lagt ut nye brikker som den ene eleven teller ett og ett hull for å finne ut av $36+16$.

Observasjonen viser også et eksempel der en gruppe bruker Numicon i arbeidet med oppgave 6.3 «På et jorde er det noen sauer. Sauene har 36 bein til sammen. Hvor mange sauer er det på jordet? Det kommer fire sauer til på jordet. Hvor mange bein har sauene til sammen nå?» Den ene eleven sier at «Da må vi bare legge på til vi får 36», og begynner å legge ut 4er-brikker. Hun teller 4 og 4 og stopper når hun kommer på 36. «Det er 9 sauer» sier hun etter at hun har telt brikkene som ligger på brettet. På spørsmål to samarbeider de to elevene og blir enige om at de skal legge ut fire 4er-brikker til. Den ene eleven sier «Du tar de 36 og plusser på 16 og det blir 52». Den andre eleven starter på 36 og teller ett og ett hull på brikkene som er lagt på brettet til hun har talt alle sammen.

Videre får læreren i post-intervjuet spørsmål om han kommer til å bruke Numicon videre

«Ikke nødvendigvis at nå skal vi bruke Numicon for å løse denne oppgaven, men at man tenker at nå kommer det en oppgave og vi er så fortrolig med Numicon eller Centikubs, det er ikke så nøye for meg. Men så tror jeg nok at for eksempel når vi skal i gang med prosent at Numicon er godt tilrettelagt for det... Målet mitt er ikke at Numicon skal være det eneste» (Fra post-intervjuet).

Et oppfølgingsspørsmål er hvordan læreren opplever om Numicon kan bidra til å gjøre det lettere å tilrettelegge undervisningen til ulike nivå:

«Av og til er det mer naturlig å bruke Centikubs, for det som er, er at platene ikke er så lette å bryte fra hverandre. Jeg synes de fungerer bra som modeller. Det er ikke hvilket konkretiseringsmaterieell som gjør det lettere, men at man bruker konkretisering» (Fra post-intervju).

4.3.2 Drøfting

Boaler (2016) mener at det er viktig at man lærer alle elevene å tenke på matematikk i visuelle termer for å utvikle forståelse. Visuelle matematikkoppgaver hjelper elevene med å heve prestasjonen sine, men visuell oppfatning kan være vanskelig for mange elever. Funn i resultatene viser at elevene i noen tilfeller klarer å visualisere hva de tenker når de jobber med en oppgave. Eksemplet med eleven som ser for seg penger, kan tyde på at han lager visuell representasjon av penger. Han kobler dette opp mot mengder som han bruker i prosessen for å finne ut hvor mange penger han får tilbake. Dette indikerer at eleven har en begynnende måte å tenke matematikk på i visuelle termer. Forskningen til Boaler viser at barn som synes det er vanskelig å tenke matematikk i visuelle termer, er de barna som har mest nytte av denne metoden. Derfor bør læreren spørre elevene jevnlig hvordan de ser matematiske ideer, og la elevene tegne det de ser.

Funn i resultatene viser at læreren har en klar formening om at tegning kan være bra for å sortere informasjon. I observasjonen ser man også at læreren legger opp til at elevene kan bruke tegning hvis de ønsker, noe en elev velger. Her bruker eleven tegning til å lage egne representasjoner av «penger» som han systematiserer i grupper på tre og tre. Forskning som jeg har gjort rede for i kapittel 2, viser at tegning lar elevene lage egne representasjoner av den ideen de har som er på deres nivå. Man kan anta at eleven i tilfellet over bruker tegning for å holde oversikt over mengdene for å løse oppgaven. Samtidig kan bruken av tegning føre til at eleven gjennom konstruktiv abstraksjon ser sammenhenger mellom tall (Kamii et al., 2001).

Funn indikerer også at en elev har laget en mental representasjon av fingrene i hodet. Som vist til i teoridelen er poenget med fingrene at man utvikler fingertall. Da ser man fingrene som strukturer og Neumann (1993) mener at elevene må få oppdage den «udelte handa». Om eleven har utviklet forståelse for fingertall slik Neumann (1993) definerer fingertall er noe usikkert, men hvis han har klart å utvikle forståelse for fingertall har han et nyttig hjelpemiddel som varer langt ut i voksenlivet. Det som er faren med å telle på fingrene er at det brukes kun for å holde oversikt over tellingen man gjennomfører. Hvis man ikke klarer å se strukturen i fingrene mener Boaler (2016) og Neumann (1993) at det ikke fører til økt forståelse. Det blir derfor viktig at læreren veileder eventuelle elever som bruker fingrene som telleredskap til å se strukturen fingertall kan representere.

Mye av forskningen jeg har vist til i teoridelen vektlegger betydningen av å bruke konkrete objekter som kan manipuleres, og som visuelt og fysisk kan representere abstrakte matematiske ideer (Nosrati & Wæge, 2015). Resultatene viser at både lærer og elever liker å bruke konkretiseringsmaterieell, men læreren er klar på at han burde brukt konkreter mer. Han sier at selv om han jobber på mellomtrinnet er det potensial i å bruke konkreter mer. Dette stemmer med tidligere forskning som viser at konkretiseringsmaterieell benyttes mindre og mindre jo lengre opp i trinnene man kommer (Boaler et al., 2016). Det er viktig at læreren legger til rette for at elevene på mellomtrinnet også skal få utviklet det visuelle området i hjernen. Forskningen til Boaler (2016) peker på at uansett om man lærere best med å ta på, se på, høre, bruker alle visuelle stier når man jobber med matematikk.

En av farene med bruk av konkretiseringsmaterieill er at selv om læreren har en klar tanke om ideen bak materiellet, er det ikke sikkert elevene tolker materiellet på samme måte (Nosrati & Wæge, 2015). I resultatene har læreren utsagn som indikerer at han har klare tanker om hvilket materieill som er hensiktsmessig i ulike kontekster, men samtidig sier han at det ikke er hvilket materieill man bruker som er viktig, men at man bruker konkrete. Hvis man ser på forskningen viser den at selv om læreren ser en tolkning som er innlysende, er det ikke nødvendig at elevene gjør det. Funn fra observasjonen viser at elevene opplever å få materieill i hende uten videre forklaring, og da vet de ikke hvordan de skal bruke det. Dette gjør at elevene kan tolke ideen til materiellet i mange ulike retninger og det er langt fra sikkert at materiellet vil hjelpe elevene til å løse oppgaven og øke forståelsen. Frostad (1995) mener at ideen som materiellet er laget for å tydeliggjøre, blir bare en av mange ulike ideer man kan tolke inni dette. Funn i datamaterialet fra observasjonen der elever bygger og lager mønster i stedet for å bruke materiellet for å se sammenhenger mellom tallene i oppgaven, kan indikere at elevene er mer opptatt av fysiske egenskaper ved klossene. Her kan man anta at læreren hadde en ide om hvorfor han valgte dette materiellet, men slik jeg tolket situasjonen var det ingen elever som benyttet materiellet slik det var tenkt. Derfor er det viktig at læreren er eksplisitt i sine forklaringer om funksjonen konkretene skal ha. Det er også viktig hvilket materieill man bruker, for å øke sannsynligheten for at det blir brukt slik det var tenkt.

I følge Kamii (2001) er gevinsten for bruk av konkretiseringsmaterieill avhengig av om elevene konstruerer kunnskapen sin gjennom empirisk abstraksjon eller konstruktiv abstraksjon. I tilfellet med klossene vil man kunne anta at eleven utviklet fysisk kunnskap om størrelse, form og farger om materiellet gjennom empirisk abstraksjon. Ifølge Frostad (1995) burde læreren ha vært eksplisitt i sine forklaringer om hvilken funksjon materiellet skulle ha. Det å reflektere og samtale over bruken av materiellet for å få en felles forståelse av hva materiellet symboliserer, vil være viktig for at elevene skal kunne anvende materiellet hensiktsmessig. Dette støttes av Kamii (2001) som sier at verdien av konkrete avhenger av hvordan det blir brukt av barnet som skal løse problemet. Hadde læreren forklart hensikten med materiellet, kan man tro at det hadde vært større sannsynligheten for at elevene hadde brukt det til å se sammenhenger og øke forståelsen.

Videre viser funn fra resultatene at når elevene benytter seg av Numicon og har støtte fra læreren, bruker elevene materiellet i større grad slik det var tenkt. De har da større mulighet til å se sammenhengen mellom tall. Numicon er et materieill som skal «Make the Numbers real» (Wing, 28.02.2011). Dette vil si at elevene skal kunne bruke materiellet til å oppdage og forstå relasjonene mellom tall gjennom å visualisere tallene som strukturerte mengder. At Numicon er strukturerte mengder gjør at det er større sannsynlighet for at elevene bruker det ut ifra ideen materiellet er basert på. Eksempler på funn som kan bekrefte at Numicon bidrar til å se sammenhenger mellom tall, blir presentert under:

- En gruppe skal løse oppgave 6.2. Her ser man et eksempel på at elevene bruker konkretiseringsmateriellet på to ulike måter. Slik jeg tolker elev 1 har han et balansert forhold mellom prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap, noe som kan bety at han har det Gray og Tall (1994) kaller proseptuell forståelse. Han har et mentalt bilde av problemet og bruker Numicon til å visualisere hva han har tenkt. Når han da «ser» at den siste 10-er-brikken må deles opp i $4+4+2$ tolker jeg at han så strukturen med en gang og materiellet var bare en annen måte å vise hvordan han tenkte.

Elev 2 derimot har nok mest sannsynlig ikke en proseptuell forståelse, og han trenger materiellet for å komme frem til et svar. Gjennom bruk av materiellet kommer han frem til at den ene 10er-brikken må deles opp i mindre deler. Måten han gjør det på kan indikere at han er på vei mot en forståelse av sammenhengen mellom tallene, men at han ikke har den fulle forståelsen enda. Han legger 6er-brikken over 10er-brikken og sier at $10+4$ er 14. Dette betyr at eleven muligens ser at 6 og 4 har en sammenheng med 10. Man kan tro at ved hjelp av materiellet og veiledning fra lærer vil han oppdage flere relasjoner mellom tallene. Ved en annen lignende oppgave vil han kunne anvende denne kunnskapen til å løse oppgaven ved hjelp av både prosedyrekunnskaper og konseptuelle kunnskaper.

- På gruppa som skal løse oppgave 6.3 virker det som elev 1 har et mentalt bilde av oppgavene og regner ut i hodet, og man kan med forsiktighet si at han har komprimert informasjonen, og han kan anvende konseptuell kunnskap. Elev 2 derimot bruker materiellet til å telle seg opp 16 fra 36 med å telle ett og ett hull på brikkene. Selv om han i utgangspunktet teller enkle hull er hullene i en struktur, og muligheten for at eleven ser strukturen samtidig som han bruker prosedyren er til stede. Hvis læreren i tillegg hadde veiledet og diskutert med elev 2 hva han kan bruke hullene til, øker sannsynligheten for at eleven klarer å se at $36+16$ kan regnes som $36+4+10+6$ for eksempel. Da ville eleven, som bruker materiellet til å telle som en prosedyre i prosessen addisjon, fått en større mulighet til å se sammenhengen mellom tallene og gjennom dette økt sin forståelse.
- Et tredje funn er eksemplet der læreren presenterer en elev som sliter med multiplikasjonstabellen. Det at eleven har gått fra både å legge brikke for $8*7$ og $8*9$ viser at han brukte materiellet som et hjelpemiddel for å holde orden på tellingen, og at han ikke ser relasjonene mellom mengdene. Faren er at eleven bruker materiellet som et manipulasjonsobjekt som hjelper han til å utføre kalkulasjonsoppgaver og fokuserer bare på prosedyrekunnskaper. Men gjennom tett veiledning fra lærer og bruk av Numicon har eleven nå en begynnende forståelse for sammenhengen mellom mengdene. Han klarer å se at $8*7$ og $8*9$ henger sammen og må ikke starte på nytt for hver gang. Dette kan indikerer at Numicon har gjort det lettere for eleven å se sammenhengen mellom mengdene, og at gjennom konstruktiv abstraksjon begynner eleven å øke forståelsen for mengdene. Forhåpentligvis vil han klare å anvende kunnskapen i andre sammenhenger etter hvert.

Hiebert og Lefevre (1986) skiller mellom prosedyrekunnskaper og konseptuell kunnskap. Hvis man ser på eksemplet med eleven som jobbet med multiplikasjonstabellen og elev 1 i oppgaven med sauene (6.3), kan det indikere at elevene er på tur til å bevege seg fra kun prosedyrefokus til også å se sammenhengen mellom tallene. Hvis eleven bare har fokus på memorering av multiplikasjonstabellen, eller på prosessen addisjon gjennom prosedyren telling, vil det mest sannsynlig ikke føre til en bedre forståelse av sammenhengene. Hvis elevene fikk lov til å fortsette med denne arbeidsformen kunne man risikert at elevene hadde blitt sterke i prosedyrene uten at man hadde klart å se sammenhengen og anvende prosedyrene i andre kontekster. Konseptuell kunnskap utvikler man gjennom at individuelle biter med fakta kobles sammen til et nettverk som fører til konseptuell forståelse. I prosessen der man utvikler forståelse for matematikk mener Boaler (2017) at man komprimerer informasjonen. Om elevene i eksemplene over

har komprimert informasjonen er vanskelig å vite, men for at det skal kunne skje må elevene tenke mere begrepslig. Hjernen har ikke de samme muligheten til å komprimere det man memorerer. Derfor kan man anta at et strukturert konkretiseringsmaterie, i dette tilfellet Numicon, kan være til hjelp når man skal se relasjonene mellom tallene og i større grad anvende kunnskapen i andre kontekster.

Videre viser funn at læreren prøver å legge til rette for at elevene skal få lære om sammenhenger gjennom ulike representasjonen av matematikken, som Numicon og klosser. Dette stemmer overens med det Askew (2000) mente kjennetegnet effektive lærere som var forbindelsesorienterte. Utsagnene til læreren viser at han er bevisst at Numicon ikke passer til alle oppgavene. Dette tenker jeg er en viktig erkjennelse av læreren. Som jeg har drøftet tidligere er det viktig at læreren tenker nøye igjennom hvilket materie som kan være hensiktsmessig og eventuelt hvordan det kan brukes. Hvis man legger et materie frem uten at elevene vet hva som er tanken med materialet eller at læreren ikke har tenkt igjennom hvordan det skal brukes, kan det være mer i veien enn det hjelper. Gjennom bruk av Numicon som strukturert konkretiseringsmaterie, har elevene større mulighet til å se relasjonene mellom tall og utvikle kunnskap fra det konkrete til det abstrakte. Man vil kunne si at læreren er på god vei mot en effektiv matematikkundervisning og elevene har mulighet til å utvikle forståelse de trenger for å kunne anvende kunnskapen i det daglige livet gjennom at læreren legger til rette for dialog, samarbeid og bruk av strukturerte mengder.

4.4 [Tankesett](#)

4.4.1 Presentasjon av resultater

Når elevene i fokusgruppe-intervjuet får spørsmål om hva det vil si å være god i matematikk er det to av elevene som nevner en elev i klassen:

«... Hun har vært glad i matematikk en god stund og hun har øvd mye» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

«(Navnet på en elev) er bare god i matematikk ...» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

På oppfølgingsspørsmål spør jeg elevene om alle kan mestre matematikk, og her er to elever raske med å svare:

«Alle kan hvis man vil. Hvis man ikke liker det, er det vanskelig å klare det godt» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

«Hvis man bestemmer seg for at dette er kjedelig da synes man det er kjedelig, hvis man bestemmer seg for at dette blir morsomt så blir det morsomt» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

Videre i fokusgruppe-intervjuet spør jeg elevene hvordan en drømmetime i matematikk ville sett ut. En elev er opptatt av at en drømmetime er når læreren ikke bestemmer hva de skal gjøre og at de kan fortelle morsomme ting. En annen elev er veldig opptatt av at han vil jobbe i matematikkboka:

«Å kunne velge selv hvilken side man vil jobbe på i boka ... Starter på side 90 og kommer til side 150, nei side 116. Det å få jobbe fritt i boka er perfekt» (Fra fokusgruppe-intervju).

På spørsmål om hvorfor noen synes matematikk er morsomt sier en elev at det er måten matematikk er på. Når jeg spør hva hun mener, sier hun:

«Det er kanskje de som ikke vil gjøre matematikk at de tenker at matematikk er vanskelig» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

Et oppfølgingsspørsmål er hva de gjør når de møter vanskelige oppgaver. To av elevene er tydelige på at de bruker konkrete og prøver seg frem til riktig svar. En elev er usikker og sier at det kommer an på. En elev skiller seg derimot litt ut:

«Vi jobber så hardt vi kan. Vi må bare skjerpe oss. Jeg vil jo løse den» (Fra fokusgruppe-intervjuet).

Videre avslutter en av elevene:

«Viktig at man får til oppgavene» En annen elev svarer raskt: «Ja, men det er ikke artig med oppgaver som man har gjort 10 000 ganger».

Når læreren i pre-intervjuet får spørsmål om hvorfor noen elever har god/dårlig motivasjon er han klar på at elevene hadde veldig dårlig motivasjon til skolearbeid etter at skolene var Coronastengt. Han forteller at han har lagt ned mye arbeid i å få elevene motiverte og at det er mye bedre nå. Læreren fortsetter:

«Ofte er mangel på motivasjon at de sliter. Hvis du ikke skjønner det du skal gjøre i mattetimen så selvfølgelig forsvinner motivasjonen. Det er også derfor jeg har tatt et lite steg tilbake. Det var en del hull som nok skyldes hjemmeskole...det er viktig man gir de oppgaver som de føler at de mestrer...» (Fra pre-intervjuet).

Observasjonen viser varierende deltaking fra stasjon til stasjon. Blant annet ser man på stasjonen der elevene skulle jobbe med problemløsningsoppgave uten voksenstøtte, at det er to av gruppene hvor det bare er en elev som jobber og den andre i gruppa velger å gjøre andre ting.

En annen observasjon er når en av gruppene skal gjøre oppgave 6.3: «På et jorde er det noen sauer. Sauene har 36 bein til sammen. Hvor mange sauer er det på jordet?». Elev 1 legger 4er-brikker, mens den andre starter med to 10er-brikker og en 6er-brikke, så begynner han å telle. Etter en veldig kort stund stopper elev 2 med å telle og spør den andre eleven på gruppa hva han gjør. Elev 1 forklarer hva han har tenkt «Vi må legge 4er-brikke til vi får 36». Elev 2 «oi, da må jeg begynne på nytt». Elev 2 starter også med å legge ut 4er-brikker. Her ser man at elev to velger å begynne oppgaven på nytt når han innser at han gjorde feil.

4.4.2 Drøfting

Boaler (2017) mener at så å si alle kan bli god i matematikk, men det kommer an på hvilket tankesett og holdning man har til faget. Tankesettet blant lærere og elever har betydning for hvordan man ser på muligheten til å lære. Ser man på funnene fra fokusgruppe-intervjuet er det tydelig at elevene har delte meninger om hvorfor man er gode i matematikk. En elev er av en oppfatning at en medelev er god i matematikk fordi hun bare er det. Jeg tolker denne eleven til å mene at medeleven han snakker om er god fordi hun er født god i matematikk. Dette er en tilnærming Dweck kaller statisk tankesett (Boaler, 2017). Faren med et slikt tankesett er at hvis man selv ikke presterer i matematikk vil man kanskje tro at det ikke er mulig å lære seg faget. Elever med statisk tankesett kan fort tenke at man er god fordi man er født sånn, og derfor er det ikke vits i å prøve hardere for å lære seg dette siden jeg ikke får til matematikk. En annen elev i fokusgruppe-intervjuet er tydelig på at medeleven er god fordi hun har øvd mye. Denne tilnærmingen til matematikk finner vi også i utsagnene til elevene da jeg spør de om alle

kan bli gode i matematikk. En slik tilnærming til matematikk vil Dweck kalle dynamisk tankesett (Boaler, 2017). Utsagnene indikerer en oppfatning av, at for å bli god i matematikk må man jobbe hardt og ha en positiv holdning til faget. Slik jeg tolker utsagnet mener eleven at gjennom mye øving kan man bli glad i matematikk. En matematikkperson er ikke noe man er, men noe man blir, gjennom hardt arbeid og erfaringer man gjør i de sammenhenger man blir vist. Om elevene som sier utsagnene mener de selv kan bli god i matematikk vet jeg ikke, da jeg ikke spurte om det. Dermed har jeg ikke dekning for å kunne si at de besitter dynamisk tankesett. Det avhenger om de klarer å tenke at de selv har alle muligheter til å lære seg faget gjennom hardt arbeid.

Videre viser funn i resultatene at det er elever som er mer opptatt av å komme frem til svar og gjøre mange sider i boka. Hvis eleven oppfatter faget som prosedyrestyrt og at det viktige er hvor mange sider man får gjort i boka, kan det tyde på at man har et statisk tankesett. De elevene som ser matematikk som er rikt fag som man kan oppdage gjennom hardt arbeid vil ha det Boaler kaller et matematisk tankesett (Boaler, 2017). Årsaken til hvorfor noen elever ikke utvikler matematisk tankesett kan være at oppgavene ikke er gode nok, for lite fokus på problemløsning, eller at elevene har vært vant til å fokusere på prosedyre, og at de trenger tid for å endre tankesettet (Boaler, 2017).

Slik jeg tolker dynamisk tankesett stemmer dette overens med det jeg tenker er en undervisning som er forbindelsesorientert og dynamisk. Det er derfor nærliggende å tro at en dynamisk undervisning kan gjøre det lettere for elever å utvikle dynamisk tankesett. Funn i resultatene viser at læreren er opptatt av at elevene får oppgaver de mestrer for å skape motivasjon i matematikkfaget. Som nevnt tidligere viser resultatene fra observasjonen at læreren differensierer oppgavene med at vanskelighetsgraden blir vanskeligere ettersom elevene jobber seg fremover på lærerstasjonen. I utgangspunktet skal alle mestre oppgave 6.1 og så blir vanskelighetsgraden høyere og høyere jo lengre man jobber. Slik jeg tolker funnene fra observasjonen og intervjuene, er lærerens syn på læring at elevene trenger ulike forklaringer og jobber i ulikt tempo. Dette er funn som bygger opp under at læreren har et dynamisk tankesett. Læreren jobber ikke ut ifra en forestilling om at enten forstår du eller så forstår du ikke. Læring er ikke noe statisk.

Boaler (2017) mener at elevene må møtes med høye forventninger for å kunne utvikle dynamisk tankesett. Det som kjennetegner elever med dynamisk tankesett, er at de har fokus på å lære mer og få utviklet sin forståelse og ferdigheter. Det at alle elevene må jobbe med samme oppgaver der vanskelighetsgraden er lett på de første oppgavene, fører til at alle mestrer. Men det er og en fare for at de som er sterke i matematikk ikke får nok utfordringer. Dette er en balansegang mellom det å gi utfordringer til hver enkelt elev, samtidig som man skal ta vare på fellesskapet. Jeg har tidligere drøftet tilpasset opplæring. En utfordring med dette begrepet er at man gir elevene for lite utfordringer fordi det blir så viktig at man skal mestre i fellesskapet. Hvis man senker forventningene og gir elevene lette oppgaver vil det være en statisk tankegang når det kommer til innsats og forståelse. Dette kan gå utover mulighetene elevene skal ha i å møte utfordrende, åpne og problembaserte oppgaver i matematikken. Det at elevene skal mestre betyr ikke at man må legge nivået for lavt.

Mangelen på mestring kan føre til lite motivasjon. Samtidig mener Boaler (2017) at når elevene gjør feil og utfordrer seg selv med utfordrende oppgaver, vokser hjernen mer enn når vi gjør det vi kan fra før. Dette betyr at man må legge til rette med oppgaver som utfordrer og som fremkaller ubalanse samtidig som er det rom for å gjøre feil. Jeg

kan ikke si med sikkerhet at det er dette læreren tenker, men gjennom observasjon ser man at oppgavene er lagt opp slik at alle skal mestre, men samtidig få utfordringer. Dette er med på å bygge opp under at læreren har en dynamisk tankegang når det kommer til innsats og læring, og at læreren ikke senker forventningene til elevene. De sterke elevene blir utfordret til å sette ord på tankene sine og «hjelp» partneren sin, samtidig som de får mer krevende oppgaver etter hvert. De elevene som sliter får mestring på de enkleste oppgavene, samtidig som de lærer mye av å samarbeide rundt de vanskeligere oppgavene. Et eksempel på dette er fra observasjonen der en gruppe skulle løse oppgave 6.3. Måten elev 2 jobber på der han tar utfordringen og jobber videre selv om han begynte feil vei, kan vitne om at han har et dynamisk tankesett. I motsatt tilfelle kunne han gitt opp da han oppdaget at han gjorde feil, og da ville han ikke lært noen ting. Dette er også et eksempel på at det er viktig å gi elevene utfordrende oppgaver. Hadde lærer fokusert for mye på at denne eleven skulle mestre oppgaven i gruppearbeidet, er det ikke sikkert at han måtte investert så mye arbeid og innsats for å løse den, og man kan anta at han hadde lært mindre ved å løse en enklere oppgave. Gjennom samarbeid og dialog med partneren klarer elev 2 å løse oppgaven, noe som fører til mestring, motivasjon og utvikling. Hvis læreren klarer å bygge opp selvtilliten til elevene, der de tørr å gjøre feil, jobbe hardt med utfordrende oppgaver, vil elevene i større grad utvikle et dynamisk tankesett.

5 Avslutning

Forskningen i prosjektet har handlet om en lærer og en gruppe av hans elever, og deres opplevelse av hva som er god og effektiv matematikkundervisning. Problemstillingen for prosjektet var: *Hvordan opplever en lærer og elevene hans hva tilpasset og effektiv matematikkundervisning er?*

Dataene i prosjektet har blitt samlet inn gjennom intervjuer med lærer og elever, samt observasjon. Resultatene har blitt presentert og drøftet gjennom hovedkategoriene: Fellesskap versus individ, undervisning, hjelpemidler og tankesett.

5.1 Oppsummering

Resultatene fra første kategori, individ versus fellesskap, viser at læreren opererer i spenning mellom en bred og smal tilnærming til tilpasset opplæring. Læreren legger til rette for at alle elevene skal få en tilpasset undervisning der inkludering i fellesskapet ligger som en plattform, men der læreren også tar vare på de individuelle behovene. Gjennom intervju med lærer og observasjon fremkommer det at elevene jobber med samme tema og mål, men at læreren differensierer med vanskelighetsgraden på oppgavene. Resultatene fra fokusgruppeintervju og observasjon tyder på at elevene er faglig og sosialt inkludert i fellesskapet, og inntrykket mitt er at gruppa også føler seg inkludert (Psykisk inkludert).

Resultatene fra andre kategori, undervisning, viser at læreren vektlegger dynamisk undervisning med fokus på problemløsningsoppgaver og samarbeid på tvers av faglig nivå, der alle elevene skal bidra i dialogen. Gjennom fokusgruppeintervju ser vi at de fleste elevene synes denne formen er den beste måten å lære på, men at individuelle oppgavejobbing fortsatt er motiverende for mange elever. For noen elever er individuelle rutineoppgaver det trygge og kjente, og man kan anta at fokuset er på prosedyrer i disse oppgavene. På tidspunktet for datainnsamling hadde læreren hatt klassen i 5 måneder, og læreren har ikke hatt mye tid til å påvirke klassen. Dette kan ha noe å si for elevene når det kommer til hvor trygge de er med å samarbeide og diskutere problembaserte oppgaver. Dette kan endre seg gjennom gode erfaringer med dynamisk undervisning, og det blir viktig at læreren fortsetter med en dynamisk undervisning med fokus på samarbeid, inkludering, sammenhenger og dialog.

I den tredje kategorien, hjelpemidler, fremkommer det av intervjuene og observasjon at læreren har lagt varierende vekt på visuell matematikk. Læreren har ikke fokusert på at elevene skal kunne sette ord på hvordan de visuelt ser for seg en løsning. Fokuset har vært på konkretiseringsmaterieil, selv om han også her kunne hatt et enda større fokus. Resultatene fra fokusgruppeintervjuet og observasjon viser at de aller fleste elevene liker å jobbe med konkretiseringsmaterieil, og da spesielt Numicon. Men det er noen farer ved bruk av dette, som for eksempel at elevene bruker materiellet på en annen måte enn det det var tenkt til, noe som også resultatene fra observasjonen bekrefter. Elevene står da i fare for å fokusere på fysiske egenskaper ved materiellet og ikke relasjonene mellom symbolene. Resultatene fra observasjonen viser at læreren ikke eksplisitt nok har veiledet elevene i hva og hvordan materiellet kan brukes til. Samlet resultat fra alle intervjuene og observasjon viser at elevene i større grad bruker Numicon til det det var tenkt som. Resultatene indikerer at gjennom dialog med lærer og andre elever, der man

avklarer hva konkretiseringsmateriellet skal brukes til, vil Numicon brukes til å løse oppgaver på en slik måte at det kan føre til utvikling av konseptuell kunnskap. Materiellet er laget for å få elevene til å se strukturen i mengder og sammenheng mellom tall, noe resultatene indikerer at flere elever er på vei til å utvikle.

Resultatene fra den fjerde kategorien, lærer og elevenes tankesett, viser at læreren er på vei til å få elevene til å utvikle et dynamisk tankesett. Men det er fortsatt noen elever som er mer opptatt av riktig svar og regne mange sider, noe som er helt naturlig hvis det er det de er vant med. Men læreren har en klar ide om hvordan man skal jobbe med matematikk, og gjennom problembaserte oppgaver der elevene blir utfordret til å løse oppgaven i samarbeid med andre, kan man anta at flere elever vil utvikle dynamisk tankesett.

Som spesialpedagog som jobber i PPT ønsket jeg å finne ut hva som kjennetegner en god og effektiv matematikkundervisning, slik at jeg kan veilede lærere som opplever at elevene ikke liker matematikk, og som underviser i klasser med svake resultater. Min konklusjon er at med god tilpasset og inkluderende undervisning, som er basert på samarbeid, dialog, problemløsningsoppgaver og visuell matematikk gjennom strukturerte mengder, i større grad vil føre til at elever utvikler et dynamisk tankesett. De øker sin proseptuelle forståelse med balanse mellom prosedyrekunnskaper og konseptuelle kunnskaper.

Jeg har gjort noen slutninger på det informantene har sagt og gjort. Dette skal man tolke med forsiktighet, da slutningene er basert på et lite antall informanter og fra ikke-deltakende observasjon. I etterkant skulle jeg ønsket jeg kom enda nærmere inn på hvordan elevene tenkte under observasjonen, for virkelig å få tak i hvordan de tenkte da de jobbet med oppgavene. Dette kunne ført til mer og rikere data.

Funnene som er diskutert i lys av teori og forskning viser at bruk av Numicon kan være interessant å undersøke nærmere. Stigler og Hiebert (1999) fant i «The Teaching Gap» at mange lærere fortsetter med samme metodikk, men for elevenes utbytte av matematikkopplæringen er det viktig at man klarer å endre praksis. Boalers (2016) forskning på visuelle områder i hjernen er ganske ny forskning, og det kunne vært interessant å se om Numicon, som strukturert materiell, kan bidra til å utvikle ferdigheten til elevene. En slik forskning kunne en ha utført ved å gjennomføre et undervisningseksperiment med RCT-design, der man gjennomførte pre- og posttester av elevene i to grupper. I tillegg kunne det også være interessant å se om eleven som brukte Numicon til å utvikle forståelsen og relasjonene mellom tallene i multiplikasjonstabellen, klarte å lære seg den.

Referanser

- Askew, M. (2000). It ain't (just) what you do: effective teaching of numeracy II. Thompson (Red.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (s. 91-102). Open University Press.
- Atkinson, R., Tacon, R. & Wing, D. T. (2014). *Veiledning til Numicon Grunnsett* (Numicon Firm Foundation Kit, Espen Daland, Tone Dalvang, Hilde Skaar Davidsen & Gjermund Torkildsen, Overs.). Søgne: Songvaar Vekst.
- Bachmann, K. & Haug, P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring* (Baseline om tilpasset opplæring). Utdanningsdirektoratet Høgskulen i Volda Hentet fra https://www.udir.no/globalassets/upload/forskning/5/tilpasset_opplaring.pdf
- Boaler, J. (2017). *Matematik med dynamisk mindset (Katarina Sjøwall Trodden)*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Boaler, J., Chen, L., Williams, C. & Cordero, M. (2016). Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our
- Brain and Learning, 5(5), 1-6. Hentet fra <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2017/04/JACmaths-seeing-article.pdf>
- Botten, G., Daland, E. & Dalvang, T. (2008). Tilpasset matematikkopplæring i en inkluderende skole. *Tangenten 2, 2008*, 23-27.
- Dalvang, T. (2006). Numicon - et materiell for utvikling av begreper og strategier, 71(4), 68-71. Hentet fra <https://www.utdanningsnytt.no/files/2019/08/21/Spesialpedagogikk%204%202006.pdf>
- Frostad, P. (1995). Konkretiseringsmateriell – veien til matematikkinnsikt? *Tangenten 6(2)*, 9-18. Hentet fra file:///C:/Users/joel2502/Downloads/Line%20Halland%20Gresdahl%20(7).pdf
- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 116-140. <https://doi.org/10.2307/749505>
- Grønmo, L. S., Onstad, T. & Pedersen, I. F. (2010). *Matematikk i motvind: TIMSS Advanced 2008 i videregående skole* Unipub.
- Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, New jersey: Lawrence Erlbaum.
- Kamii, C., Lewis, B. A. & Kirkland, L. (2001). Manipulatives: When are they useful? *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 21-31.
- Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in quantitative and qualitative research. *Nordisk Pedagogik*, 28, 219-233. Hentet fra file:///C:/Users/joel2502/AppData/Local/Microsoft/Windows/INetCache/Content.Outlook/W5QFSM0Q/Kleven%202008.pdf

- Kleven, T. A. & Hjordemaal, F. R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag - Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnsopplæringen (2015–2019)*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/869faa81d1d740d297776740e67e3e65/kd_realfagsstrategi.pdf
- Kaarstein, H., Radisic, J., Lehre, A.-C., Nilsen, T. & Bergem, O. K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Universitetet i Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleforskning.
- Lovdata. (2021). Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova). Hentet 04. februar 2021 fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL_1
- Lunde, O. (2008). Å tilpasse den tilpassede opplæringen, (2). Hentet fra <http://www.caspar.no/tangenten/2008/t-2008-2.pdf>
- Lunde, O. (2009). *Nå får jeg det til*. Bryne: Info Vest Forlag.
- Måseidvåg, S. & Rogne, W. M. (2015). *Dybdelæring i skolen*. Oslo: PEDLEX Norsk skoleinformasjon.
- Neuman, D. (1993). *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: Utbildningsförlaget.
- Nordahl, T. (2012). Tilpasset opplæring – et ideologisk mistak i norsk skole? I B. Aamotsbakken (Red.), *Ledelse og profesjonsutøvelse i barnehage og skole* (s. 91-109). Oslo: Universitetsforlaget
- Nordahl, T. & Overland, T. (2015). *Tilpasset opplæring og individuelle opplæringsplaner* Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Nordahl, T., Persson, B., Brørup, C., Hennestad, B. W., Wang, M. V., Martinsen, J., ... Johnsen, T. (2018). *Inkluderende fellesskap for barn og unge* Fagbokforlaget. Hentet fra <https://www.ks.no/contentassets/53a5da025f404022ad59c68b552dc928/inkluderede-fellesskap-for-barn-og-unge-til-publisering-04.04.18.pdf>
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Hentet 28.02.2021 2021 fra <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/product/Oppdatter%20september%202019%20Sentrale%20kjennetegn%20p%C3%A5%20god%20l%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf>
- NOU 2009:18. *Rett til læring*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/45e9a9eca3a447f39451d1abfb4053cf/no/pdfs/nou200920090018000dddpdfs.pdf>
- NOU 2016:14. *Mer å hente - Bedre læring for elever med stor læringspotensial*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/15542e6ffc5f4159ac5e47b91db91bc0/no/pdfs/nou201620160014000dddpdfs.pdf>
- Ollerton, M. (2003). Inclusion, learning and teaching mathematics. I P. Gates (Red.), *Issues in mathematics teaching* (s. 261-277). London: RoutledgeFalmer.

- Overland, T. (2015, 08.09.2015). Tilpasset opplæring – inkludering og fellesskap. Hentet 17.04 2021 fra <https://s3-eu-west-1.amazonaws.com/cdn.sepu.no/supportfiles/inkludering-og-fellesskap.pdf>
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Statped. (2019). Numicon. Hentet 07.04.2021 2021 fra <https://www.statped.no/laringsressurs/sammensatte-larevansker/numicon/>
- Statped. (2020). Hva er inkludering. Hentet 9.februar 2021 fra <https://www.statped.no/temaer/inkludering/hva-er-inkludering/>
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap - Best Ideas from the World`s Teachers for Improving Educatio in the Classroom*. New York: THE FREE PRESS.
- Svingen, O. E. L. (2018). Representasjoner i matematikk. Hentet 11.05 2021 fra https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20presterer%20lavt/P4_M1Representasjoner-i-matematikk_fagtekst.pdf
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Tjora, A. (2020). *Kvalitative forskningsmetoder i praksisk*. Oslo: Gyldendal akademiske.
- Universitetet i Stavanger. (2017). Inkludering – hva innebærer begrepet? Hentet 5.februar 2021 fra <https://www.uis.no/nb/hva-er-inkludering-i-skolen#/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019). Veileder – tilrettelegging for barn og elever med stort læringspotensial. Hentet fra <https://www.udir.no/regelverkstolkninger/opplaring/veileder--tilrettelegging-for-barn-og-elever-med-stort-laringspotensial/3.3-tilpasset-opplaring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2021a). Et inkluderende læringsmiljø. Hentet 5.februar 2021 fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.1-et-inkluderende-laringsmiljo/>
- Utdanningsdirektoratet. (2021b). Undervisning og tilpasset opplæring. Hentet 4.februar 2021 fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.2-undervisning-og-tilpasset-opplaring/>
- Wing, T. (28.02.2011). *Tony Wing - Make Numbers Real - Oxford School Improvement* [Videoklipp]. Hentet fra <https://www.youtube.com/watch?v=RJEiDnPbD3Y>

Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv til informantene

Lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet «Masteroppgave i spesialpedagogikk»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke om læreren opplever tilrettelegging av undervisningen til elever bedre etter man har tatt i bruk «Numicon», og hvordan læreren tolker denne opplevelsen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

En av fem norske elever i 10.trinn går ut med karakter 1 eller 2 i standpunktkarakter. De har så dårlig matematikkunnskaper at de vil få problemer med å fullføre videregående opplæring. For de som er i matematikkvansker kan det ha store konsekvenser hvis elevene ikke får den hjelpen de trenger. Som PP-rådgiver vil det være nyttig å kunne gi lærere og pedagoger tips og veiledning på hvordan man kan tilrettelegge og konkretisere undervisningen for alle elever og hvordan man kan jobbe med elever i matematikkvansker. Problemstillingen jeg jobber ut ifra er «Hvordan opplever læreren bruk av konkretiseringsmateriellet «Numicon» i opplæringen av elever?». Dette er masteroppgave i spesialpedagogikk.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU – institutt for pedagogikk og livslang læring er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

For å kunne besvare på problemstillingen trenger jeg lærere som har benyttet seg av «Numicon». Jeg har derfor hørt med rektorer i regionen om de har lærere de tror kan være med på et slik intervju. Rektor ved din skole har gitt meg din kontaktinformasjon etter samtykke fra deg.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at jeg intervjuer deg generelt om matematikk. Etter dette gir jeg deg en innføring i Numicon. Så skal du ta i bruk Numicon slik du ønsker og ser det hensiktsmessig i noen uker. Etter dette observerer en ordinær matematikktime der du bruker Numicon og intervjuer deg etter denne timen. Intervjuene vil bli semi-strukturert, som vil si at jeg har noen forhåndsbestemte tema, og at svarene og dialogen avgjør hvilken vei intervjuet skal ta. Intervjuet før matematikktimen har 8 tema og intervjuet etter matematikktimen har 6 tema. Observasjonen vil fungere som en ikke-deltakende-observasjon. Jeg kommer ikke til å samle personlig og sensitiv data. Jeg tar lydopptak og noterer fra intervjuet.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Veileder, Per Frostad ved NTNU, vil ha tilgang til opplysninger. For å sikre at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysningene vil jeg erstatte navn og kontaktopplysningene med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data. Som deltaker i prosjektet vil du ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen, dette fordi alle personopplysningene er anonymisert og det er kun tekst fra intervjuet som vil bli publisert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2021. Personopplysninger og opptak vil bli slettet ved prosjektslutt.

Dine rettigheter

- Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

NTNU ved Per Frostad - per.frostad@ntnu.no eller 73551151

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Per Frostad
(Forsker/veileder)

Joakim Eliassen
(Student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Masteroppgave i spesialpedagogikk», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Elev

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Masteroppgave i spesialpedagogikk»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke om eleven opplever tilrettelegging av undervisningen annerledes etter man har tatt i bruk «Numicon». I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

En av fem norske elever i 10.trinn går ut med karakter 1 eller 2 i standpunktkarakter. De har så dårlig matematikkunnskaper at de vil få problemer med å fullføre videregående opplæring. For de som er i matematikkvanser kan det ha store konsekvenser hvis elevene ikke får den hjelpen de trenger. Som PP-rådgiver vil det være nyttig å kunne gi lærere og pedagoger tips og veiledning på hvordan man kan tilrettelegge og konkretisere undervisningen for elever med ulikt nivå. Problemstillingen jeg jobber ut ifra er «Hvordan opplever læreren og elever bruk av konkretiseringsmateriellet «Numicon» i opplæringen?». Dette er masteroppgave i spesialpedagogikk.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU – institutt for pedagogikk og livslang læring er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi jeg ønsker å observere en matematikktime og intervju deg og klassen din etter en time med matematikk.

Hva innebærer det for ditt barn?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at jeg intervjuer deg og klassen din i et semi-strukturert fokusintervju. Det vil si at jeg gjennomfører et gruppeintervju med deg og klassen din med forhåndsbestemte tema, men svarene og dialogen mellom oss bestemmer hvilken vei intervjuet tar. Du blir ikke tvunget til å svare og spørsmålene går på hvordan du opplever matematikktimene, og ikke på hva du kan/ikke kan. Observasjonen vil fungere som en ikke-deltakende-observasjon og den vil være anonym for elevene. Jeg kommer ikke til å samle personlig og sensitiv data om elevene. Jeg tar lydopptak og noterer fra intervjuet. Hvis barnet ditt deltar, har du mulighet til å se intervjuguiden på forhånd ved å ta kontakt med meg.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du har lyst til å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Hvis du ikke ønsker å delta i prosjektet vil skolen legge opp til en tilsvarende matematikktime og alternativt opplegg under intervjuet.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Veileder, Per Frostad ved NTNU, vil ha tilgang til opplysninger. For å sikre at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysningene vil jeg erstatte navn og kontaktopplysningene med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data. Som deltaker i prosjektet vil du ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen, dette fordi alle personopplysningene er anonymisert og det er kun tekst fra intervjuet som vil bli publisert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2021. Personopplysninger og opptak vil bli slettet ved prosjektslutt.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

NTNU ved Per Frostad - per.frostad@ntnu.no eller 73551151

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Hvis du har spørsmål til student, ta kontakt på epost Joaki.eliassen@alstahaug.kommune.no eller på telefon: 414 35 913

Med vennlig hilsen

Per Frostad

Joakim Eliassen

(Forsker/veileder)

(Student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Masteroppgave i spesialpedagogikk», og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til at _____

(Barnets navn)

deltar i observasjon og intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av foresatte, dato)

Vedlegg 2: Intervjuguide

Intervjuguide: pre-intervju med lærer

Preintervju

<ul style="list-style-type: none">• Hvor mange år har du jobbet som lærer?• Hva er utdannelsen din?• Hvor har du jobbet?
<ul style="list-style-type: none">• Hva tenker du er matematikkunnskaper?<ul style="list-style-type: none">○ Tenker du det er forskjell på kvaliteten på kunnskapene?○ Dybde versus overflate
<ul style="list-style-type: none">• Hvilke tanker har du om tilrettelegging i matematikkundervisning?• Hvordan tilrettelegger du til ulike faglige nivå?<ul style="list-style-type: none">○ Problemløsningsoppgaver?• Er det noe som er vanskelig å tilrettelegge for i matematikk?
<ul style="list-style-type: none">• Hvordan ser du på regler og algoritmer i matematikken?• Hvordan tilrettelegger du for dialog?<ul style="list-style-type: none">○ Åpne spørsmål?○ Er elevene flinke til å « snakke » matematikk (Eksempel)?○ Fokus på symboler/Begreper?
<ul style="list-style-type: none">• Hvordan ser du på samarbeid i matematikkundervisningen?• Hvordan tilrettelegger du i samarbeidsoppgaver med tanke på ulikt nivå?
<ul style="list-style-type: none">• Hva tenker du om konkretiseringsmateriell?<ul style="list-style-type: none">○ Lave/høyrere trinn• Hva er styrken/Svakheten?• Hva tenker du om visuell matematikk?<ul style="list-style-type: none">○ Er elevene flinke til å forklare hvordan de ser for seg en løsning/ide• Hvordan ser du på tegning som et hjelpemiddel?• Er det vanskelig å finne hensiktsmessig konkretiseringsmateriell og eventuelt hvorfor?
<ul style="list-style-type: none">• Hva tenker du rundt motivasjon og matematikk?• Hvorfor har noen god/dårlig motivasjon?
<ul style="list-style-type: none">• Er det noe du vil tilføye som vi ikke har snakket om?

Intervjuguide: post-intervju med lærer

<ul style="list-style-type: none">- Hva var målet for timen?- Hva ønsket du å oppnå i timen?- Felles eller differensiert mål?- Hvilke metodevalg har du gjort for timen?- Hva gjør du for å tilpasse denne undervisningen til ulike nivå i klassen?
<ul style="list-style-type: none">- Hvordan føler du det gikk?- Hva er du mest fornøyd med?- Ble timen slik du plana?<ul style="list-style-type: none">o Samarbeid, dialog ...- Klarte elevene å se temaet visuelt for seg<ul style="list-style-type: none">o På hvilken måte kom det frem/hvorfor ikke- På hvilken måte planla du å bruke Numicon- Fungerte Numicon slik du hadde trodd<ul style="list-style-type: none">o Hvorfor/Hvorfor ikke- måtte du justere underveis- Hvordan fikk du elevene med i dialog?- Tror du elevene følte mestring?- Ble målet nådd som du satte før timen?- Hva det noe du ville gjort annerledes?
<ul style="list-style-type: none">- Hvordan har det vært å bruke Numicon i planleggingen og undervisningen<ul style="list-style-type: none">o Positive erfaringero Negative erfaringer- Hvordan mener du at konkretiseringsmateriell kan bidra til tilpasset opplæring og inkludering- Hvordan mener du at Numicon kan bidra til å gjøre det lettere å tilrettelegge undervisningen til ulike nivå- Hva tenker du om konkretiseringsmateriell og samarbeid- Hva tenker du om konkretiseringsmateriell og visuell matematikk- Hva tenker du om konkretiseringsmateriell og forståelse- Kommer du til å bruke Numicon videre?
<ul style="list-style-type: none">- Drøfte konkrete hendelser fra observasjonen<ul style="list-style-type: none">o Tilpasningero Samarbeido Dialogo Visuell matematikko Konkretero Numicono Holdning
<ul style="list-style-type: none">- Er det noe du vil ta opp som vi ikke har snakket om?

Intervjuguide: Fokusgruppe-intervju

Hva tenker dere om matematikk? Hva liker/liker du ikke med faget? Fortell om den perfekte matematikktime Hva kan være vanskelig i matematikk
Hva vil det si å være god/dårlig i matematikk - Kan alle bli gode? Fortell om en gang da du syntes matematikk var gøy Synes dere det er best å jobbe med problemløsningsoppgaver/praktiske eller å jobbe i boka? - Hvordan løser dere problemløsningsoppgaver o Samtale, tegning Hvordan lærer dere matematikk best? - Pugge - jobbe med et problem og lære seg en måte - Boka - Praktisk Hvordan synes dere det er å samarbeide når dere jobber med matematikk? - Liker dere å jobbe sammen eller alene - Lærer dere mer/Mindre av samarbeid? - Er det en fordel at man kan snakke sammen om matematikk? - Kan dere komme med et eksempel der dere har Lært matematikk av hverandre? - Hva om det det er veldig ulikt det man kan? Hva tenker dere når jeg sier at jeg ser for meg et regnestykke? Kan noe komme med et eksempel på det å se for seg matematikk
Hvordan synes dere det er å bruke konkretiseringsmateriell når dere arbeider med matematikk - Hvordan kan man bruke konkretiseringsmateriell for å gjøre det lettere å forstå matematikk? - Kan dere fortelle om et konkretiseringsmateriell dere har brukt og liker/ikke liker - Tenker dere annerledes når dere bruker konkretiseringsmateriell i forhold til å jobbe i boka? Hva synes dere om Numicon? - Kan dere fortelle en ting dere likte/ikke likte med Numicon? - Er matematikktimene annerledes når dere bruker Numicon? - Hvordan kan Numicon være til hjelp i undervisningen?
Hva var det beste med timen i sted Hva var det kjedeligste Var det noe som var vanskelig Vil dere gjøre mer av dette eller mindre Kan noen forklare meg hva xxxer Gi læreren to stjerner og et ønske

Vedlegg 3: Koder og temaer

Koding av lærerintervju (pre/post)			
Tilpasset opplæring	Hjelpemidler	Tanke om matematikk	Undervisning
Nivå Individuelle oppgaver Forventninger Inkludering	Konkreter Numicon Tegning	Mestring Motivasjon Aha-opplevelse	Konkret matematikk Samarbeid

Koding av observasjon			
Tilpasset opplæring	Hjelpemidler	Tanke om matematikk	Undervisning
Heterogene grupper Underveisvurdering	Tegning Numicon Konkreter	Matematikkglede	Konsept Prosedyre Forståelse Samarbeid Oppgavetype Dialog Sammenheng Visuell matematikk

Koding av gruppeintervju			
Tilpasset opplæring	Hjelpemidler	Tanke om matematikk	Undervisning
Læringspartner Nivå	Tegning Numicon Konkreter	Matematikkglede Mestring Innsats Regne i hodet	Samtale Strategi Oppgavetype Prosedyre Konsept Telle på fingrene Visuelt Samarbeid

Problemløsning

Tegne en modell Øve 1

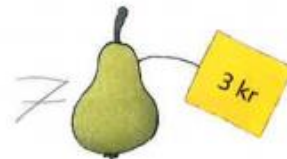
Tips!

- Les teksten 2–3 ganger.
- Tegn en modell, for eksempel blokker.
- Se på tegningen, og løs oppgaven.

Bruk tipsene,
og løs oppgavene
på side 88 og 89
i kladdeboka!



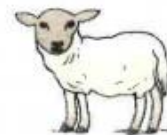
- 6.1 Sofia har 23 kroner.
Hun vil kjøpe pærer til 3 kroner per stykk.
Hvor mange pærer har Sofia råd til?



- 6.2 Emil har 50 kroner. Han kjøper to is til
17 kroner per stykk.
Hvor mange kroner har Emil igjen?



- 6.3 På et jorde er det noen sauer. Sauene har
36 bein til sammen.
Hvor mange sauer er det på jordet?



Det kommer fire sauer til på jordet.
Hvor mange bein har sauene til sammen nå?

Øve 2

- 6.4 Sofia har 140 kroner. Lillebroren hennes har dobbelt så mye.
Hvor mange kroner har Sofia og lillebroren til sammen?



- 6.5 Sofia har 140 kroner. Bestemoren hennes har 410 kroner.
Hvor mange kroner mangler Sofia og bestemoren på å kunne kjøpe fotballen?



- 6.6 Tuva, Filip og Liam har 65 kroner til sammen.
Tuva har flest kroner. Filip har dobbelt så mange kroner som Liam. Liam har 12 kroner.
Hvor mange kroner har Tuva?



- 6.7 Det står 24 biler på en parkeringsplass.
 $\frac{1}{4}$ av bilene er blå. 8 biler er grå,
og resten av bilene er hvite.
Hvor mange biler er hvite?



- 6.8 Emil spiser tre brødskeer hver dag.
Hvor mange brødskeer spiser han i løpet av fire uker?



Hvor mange uker tar det før Emil har spist 100 brødskeer?

- 6.9 Ingrid er på sykkeltur. Etter 18 kilometer har hun igjen $\frac{1}{3}$ av turen.
Hvor lang er sykkelturen til Ingrid?



