Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Eivind Ljones Berge

Hvordan benytte samtaletrekk i matematikkfaget for å få frem elevers matematiske resonnement.

En kvalitativ kasusstudie

Masteroppgave i lærerspesialist, Matematikk 8. - 10. trinn , Matematikkdidaktikk

Oktober 2020

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Eivind Ljones Berge

Hvordan benytte samtaletrekk i matematikkfaget for å få frem elevers matematiske resonnement.

En kvalitativ kasusstudie

Masteroppgave i lærerspesialist, Matematikk 8. - 10. trinn ,
Matematikkdidaktikk
Oktober 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

NTNU
Det skapende universitet

Hvordan benytte samtaletrekk i matematikkfaget for å få frem elevers matematiske resonnement.

Mastergrad i matematikkdidaktikk

Eivind Ljones Berge

Februar 2021

Hvordan benytte samtaletrekk i matematikkfaget for å få frem elevers matematiske resonnement.

How to use conversational features in the mathematics subject to bring out students' mathematical reasoning.

Master i lærerspesialist, Matematikk 8.- 10. trinn

Institutt for lærerutdanning,

Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap.

Veileder: Eskil Ahn Braseth

Matematikkseneteret, NTNU

Februar 2021

Av/ Eivind Ljones Berge

Sammendrag

Velkommen til en kvalitativ casestudie i matematikkdidaktikk. Studiet har til hensikt å undersøke hvordan elevene resonnerer og hvordan deres resonnement kan komme til uttrykk ved bruk av samtaletrekk som redskap for de matematiske samtalene. Faktorer i undersøkelsen er konkretiseringsmateriell, repetisjon av tidligere oppgaver, åpne oppgaver, resonneringsstruktur, samtaletrekk, orkestrering[1] og organisering av undervisning. Undersøkelsene gir studien data der jeg analyserer hvilke tanker og begrunnelser elevene bruker i arbeid med matematikken. Til slutt drøfter jeg hvordan språket kommer til uttrykk i ulike kontekster og i ulike oppgavetyper og hvordan elevenes resonnering styrker de matematiske samtalene. Hva kjennetegner ulike resonnement? Kan man lykkes i å få frem resonnement fra elevene ved å bruke samtaletrekk? Oppgaven vil undersøke hvordan den matematiske samtalen kan skapes og styrkes ved å ta i bruk samtaletrekk som redskap, for blant annet å understreke, utdype, forklare og tilføye.

Undersøkelsen vil vise hvordan samtaletrekkene kan gi læreren større innsikt i elevenes matematiske tenkning, fremgangsmåter, svar og forklaringer. Kan orkestrering og samtaletrekk hjelpe en matematikklærer å koble sammen elevenes resonnement, det hverdagslige språket med et mer matematisk språk[2]? Målet bør være at samtalene skal hjelpe den enkelte elev å finne riktig strategi til bruk fra oppgave til konklusjon og at strategiene blir flere og tydeligere før neste møte med en lignende oppgave. Masteroppgaven sitt forskningsspørsmål er:

Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevenes matematiske resonnement?

Studiets funn vil vise at faktorene i undersøkelsen kan bidra til å forstå hvordan elevene lærer seg å resonnere i matematikk og hvordan dette igjen kan bidra til produktive matematiske samtaler. Valg av såkalte LIST-oppgaver[3] med flere mulige fremgangsmåter, kan gjøre at elever blir sittende med sin egen unike og logiske tankerekke. Lykkes man å få deres tanker løftet frem for fellesskapet, vil det kunne gi mulighet for at flere kan ta del i samtalen mot undervisningens innhold og mål.

Undervisningen ble organisert slik at elevene først skulle jobbe med oppgavene individuelt, før fremgangsmåten ble delt med læringspartner. Da fikk alle en mulighet til å rette opp eventuelle uklarheter, upresise formuleringer og/eller misoppfatninger før diskusjon i plenum. Undervisningen skulle gi alle elevene i klasserommet mulighet til muntlig aktivitet, uansett forutsetning i matematikk. I studiet ble prosessen fra individuelt arbeid til klassediskusjon gjort med bakgrunn i teori fra «five practices for orchestrating productive mathematics discussions» (Smith & Stein, 2011) og «Intentional talk: How to structure and lead productive matematical discussions» (Hintz & Kazemi, 2014). I studiet ble undervisningen analysert med bakgrunn i teori fra «learning mathematics by creative or imitative reasoning» (Lithner, 2008) og «samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner» (Wæge, 2015).

[1] I min studie forstås verbet som fordeling av stemmer i en matematisk samtale, der læreren er arrangør.
[2] Matematisk språk i denne sammenhengen er språk som inneholder flere matematiske begreper.
[3] LIST-oppgaver er en forkortelse for «lav inngangsterskel, stor takhøyde – oppgaver».

Abstract

Welcome to a qualitative case study in mathematics didactics. The study aims to investigate how students' reason and how their reasoning can be expressed by using conversational features as a tool for the mathematical conversations. Factors in the survey are concretization material, repetition of previous assignments, open assignments, reasoning structure, conversational features, orchestration[4], and organization of teaching. The surveys give the study data where I analyze what thoughts and reasons the students use in working with mathematics. Finally, I discuss how language is expressed in different contexts and in different types of assignments and how students' reasoning strengthens the mathematical conversations. What characterizes different reasoning? Can one succeed in eliciting reasoning from the students by using conversational features? The assignment will investigate how the mathematical conversation can be created and strengthened by using conversational features as a tool, to emphasize, elaborate, explain, and add.
The survey will show how the conversational features can give the teacher greater insight into the students' mathematical thinking, procedures, answers, and explanations. Can orchestration and conversational moves help a math teacher connect students' reasoning, everyday language with a more mathematical language[5]? The goal should be that the conversations should help the individual student to find the right strategy for use from task to conclusion and that the strategies become more and clearer before the next meeting with a similar task. The master's research question is:

How can the use of conversational features bring out the students' mathematical reasoning?

The study's findings will show that the factors in the study can help to understand how students learn to reason in mathematics and how this in turn can contribute to productive mathematical conversations. The choice of so-called LIST tasks[6] with several possible procedures can make students sit with their own unique and logical train of thought. If one succeeds in having their thoughts raised before the community, it will be possible for more people to take part in the conversation towards the content and goals of the teaching.
The teaching was organized so that the students first had to work on the assignments individually before the procedure was shared with the learning partner. Then everyone got an opportunity to correct any ambiguities, imprecise formulations and / or misconceptions before discussion in plenary. The teaching should give all students in the classroom the opportunity for oral activity, regardless of the prerequisite in mathematics. In the study, the process from individual work to class discussion was done on the basis of theory from "five practices for orchestrating productive mathematics discussions" (Smith & Stein, 2011) and "Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions" (Hintz & Kazemi, 2014). In the study, the teaching was analyzed based on theory from «learning mathematics by creative or imitative reasoning» (Lithner, 2008) and «conversational features - tools in mathematical discussions» (Wæge, 2015).

[4] In my study, the verb is understood as the distribution of voices in a mathematical conversation, where the teacher is the organizer.
[5] Mathematical language in this context is language that contains several mathematical concepts.
[6] LIST tasks are an abbreviation for «low threshold, high ceiling - tasks».

Forord

Bak denne masteroppgaven i matematikkdidaktikk ligger to år som lærerspesialiststudent ved NTNU i Trondheim. Studiet innebar tre samlinger i halvåret sammen med et tyvetalls medstudenter fra ulike steder i landet. Mellom samlingene ble det levert arbeidskrav og avslutningsvis i de ulike kurs og emner ble det gjennomført muntlig eller skriftlig eksamen. Pensum i lærerspesialiststudiet opplevde jeg å være sterkt knyttet til egen skolehverdag og deler av studiets innhold blir med i denne erfaringsbaserte masterstudien. Studiet har vært lærerikt og utfordrende. Å bli lærerspesialist i matematikk har økt min kompetanse som matematikklærer. Studiets innhold har gitt meg mer kunnskap i hvordan jeg kan planlegge, gjennomføre og evaluere egen praksis. Studiet har økt min bevissthet til masteroppgavens problemstilling og gitt meg motivasjon til å undersøke litt av det faglige potensialet som ligger i språket.

Først og fremst vil jeg takke de dyktige kursansvarlige fra NTNU som har undervist på lærerspesialiststudiet, pluss alle de engasjerte og samarbeidsvillige medstudentene. En spesiell takk til min veileder Eskil Ahn Braseth, som også var en av våre forelesere på studiet. Eskil har gjennom vårt samarbeid vært et oppslagsverk for tips til faglig relevant litteratur. Han har gitt meg gode spørsmål og fornuftige råd i skriveprosessen. Jeg ønsker også å takke eget arbeidssted og egne elever for å ha blitt gitt mulighet til å drive undersøkende praksis. Dette har krevd tilrettelegging fra kollegaer og tillatelse fra foresatte og elever.

Til slutt vil jeg takke min samboer og favorittperson Therese. Tusen takk for at du tok ansvar for hus, hund og barn når jeg var fysisk fraværende, på samling i Trondheim eller lesesal, eller når jeg var psykisk fraværende i masterstudiets mange irrganger[7]. Jeg ser på meg selv som heldig og privilegert for å ha fått lov til å kombinere erfaringsbasert masterstudie parallelt med rollen som samboer og familiefar.

Eivind Ljones Berge

Oslo, februar 2021

[7] Irrgang defineres som en vanskelig vei hvor man lett farer vill.

Innholdsfortegnelse

Figurer

Tabeller

Forkortelser/symboler

CR	Creative Reasoning
IR	Imitative Resoning
AR	Algoritmic Reasoning
MR	Memorised Reasoning
LIST	Lav Inngangsterskel, Stor Takhøyde
IGP	Individuelt, Gruppe, Plenum
NSD	Norsk senter for forskningsdata
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

1. Innledning

1.1. Bakgrunn for valg av tema

En elevs resonnering er et uttrykk for hvordan vedkommende tenker og hvordan vedkommende følger en logisk tankerekke. Den kan gi et bilde på arbeidsprosessen i matematikkfaget fra oppgave til strategier og svar. Når eleven skal øve seg på å resonnere høyt, gir en gruppe medlever i et klasserom mulighet for noen å resonnere sammen med. Ved å tenke høyt sammen i starten, i arbeidet med eller i slutten av en oppgave, kan kommunikasjon hjelpe oss til både å se løsninger og sammenhenger. Denne studien skal undersøke hvordan de matematiske samtalene i lys av elevers resonnering kan fungere som en brobygger mellom elevers ulike oppfatninger og være et stillas for elevers læring og utvikling.

Dersom vi tolker tradisjonell matematikkundervisning slik Kjærnsli og Olsen (2013) gjør, har elevene i liten grad blitt spurt om å forklare sine svar. Wæge (2007) trekker frem at man tradisjonelt har hatt en dominans av tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver fra læreboka i matematikktimene. Ifølge Alseth, Breiteg og Brekke (2003) har det å samarbeide og uttrykke ideer og tanker sammen med andre ikke vært særlig vektlagt i den ordinære undervisningen. Dette beskriver en matematikkundervisning som ikke støtter opp om alle formål for faget.

Formålet med matematikkfaget i skolen er at elevene skal tilegne seg matematisk kompetanse og kunnskapsløftet av 2006 (LK06) beskriver hva en slik kompetanse innebærer (https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal). Der kan man lese at matematisk kompetanse omhandler flere komponenter. Blant annet er *språklege aspekt, som det å formidle, samtale om og resonnere omkring idear* (LK06, s. 1), eksempler på slike. LK06 legger der vekt på at; *Elevane må utfordrast til å kommunisere matematikk skriftleg, munnleg og digitalt*. Videre deler LK06 faget inn i fire grunnleggende ferdigheter (https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter), der ett av dem er muntlige ferdigheter. En beskrivelse lyder; *Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysningar og strategiar med andre* (LK06, s. 4).

Jeg tolker den nye læreplanen av 2020 (LK20) til å ha vektlagt språkets betydning enda mer. Det har kommet kjerneelement i faget og under resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon står følgende:

> «*Munnlege ferdigheter i matematikk innebér å skape meining gjennom å samtale i og om matematikk. Det vil seie å kommunisere idear og drøfte matematiske problem, strategiar og løysingar med andre. Utviklinga av munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å bruke kvardagsspråk til gradvis å bruke eit meir presist matematisk språk.*» (hentet fra LK20 grunnleggjande ferdigheiter i matematikk).

Kazemi og Hintz (2014) støtter synet på hvor viktig muntlig aktivitet er og at det å kunne argumentere, begrunne og kommunisere matematikk er en viktig del av den matematiske kompetansen som elever skal utvikle gjennom skolegangen.

Skal man gi opplæring i matematikkfaget i tråd med den nye læreplanen, må elevene bli gitt muligheter for å kommunisere og prat er ikke ensbetydende med dette. Selv har jeg jobbet 16 år som matematikklærer og de fleste av dem i ungdomsskolen. I undervisningen har det vært lett å ta i bruk et tradisjonelt kommunikasjonsmønster der jeg selv «eier» samtalen og retningen den tar. I tråd med undersøkelser av tradisjonell undervisning, har jeg benyttet meg av et anerkjent mønster i mine samtaler med elever. Ifølge Franke, Kazemi og Battey (2007) sine undersøkelser følger matematikklærere i stor grad et IRE/IRF-mønster i all muntlig aktivitet. Læreren stiller et spørsmål (*initiativ*), en elev svarer (*respons*) og læreren gir en evaluering av eller tilbakemelding på elevens svar (*evaluering/feedback*).

Jeg har erfart at det gir elever godt utbytte av undervisningen og elever god opplæring av muntlige ferdigheter. Det har vært en trygghet. Kommunikasjonsmønsteret gjør at jeg som lærer hele tiden har hatt kontroll over dialogen og situasjonen. Det kan sammenlignes med Truxaw og Defranco (2008) sin beskrivelse av et samtalemønster, der informasjonen i stor grad blir sendt i en retning og er univocal. Dette gir eleven liten mulighet for initiativ og elevene liten mulighet for å skape og dele meninger. Jeg har oftest som matematikklærer visst hvilken retning samtalen tar, fordi jeg har visst hvilken strategi eleven skal velge og hva svaret skal bli. Ifølge Lemke (1990) er spørsmålene som stilles i et klasserom, spørsmål læreren ofte vet svaret på og spørsmålets intensjon er ofte å lokke frem fakta som kan besvares kort av eleven.

Samtidig gjorde den samme fremgangsmåten til at jeg selv lærte matematikk når jeg gikk på ungdomsskolen. Så hvorfor endre på noe jeg selv kan hevde fungerer? Fordi læreplanverket i skolen bygget på forskning og teori, sier at vi skal sørge for å styrke de muntlige ferdighetene til den enkelte elev. Skal man lykkes i dette bør man ifølge Nostrati og Wæge (2014) vektlegges argumentasjon og forklaring av svar og fremgangsmåter sammen med refleksjon over egen tankegang i matematikkklasserommet. Ifølge Truxaw og DeFranco (2008) er matematiske samtalers kvalitet og form avgjørende for om elevene utvikler helhetlig matematikkforståelse.

1.2. Problemstilling

Studiet har til hensikt å undersøke hvordan man som matematikklærer kan styre de matematiske samtalene i et klasserom og med dem bidra til produktive matematiske samtaler med utgangspunkt i elevenes tanker, ideer og resonnement. Faktorer i undersøkelsen er åpne oppgaver, samtaletrekk og organisering av undervisningen.

Gjennom en kvalitativ studie skal jeg beskrive hvordan jeg gjennomførte tre undervisningstimer i matematikk med en gruppe på åtte elever fra 8.trinn. Videre skal jeg svare på problemstillingen:

Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevenes matematiske resonnement?

Ordet *samtaletrekk* i min problemstilling tar utgangspunkt i syv samtalegrep fra Wæge (2015). Hun argumenterer for at matematikklæreren kan ta dem i bruk for å styrke produktiviteten i de matematiske samtalene. Hun kaller det syv samtalegrepene for: 1) gjenta, 2) repetere, 3) resonnere, 4) tilføye, 5) vente, 6) snu og snakk og 7) endre. Mer utfyllende beskrivelse kommer i teorikapittelet. Wæge (2015) sin modell for samtaletrekk er en oversettelse av den amerikanske utgaven man finner i boken *Classroom Discussions – Using math talk to help students learn* (Chapin, O`Connor & Anderson, 2009). De opprinnelige fem samtaletrekkene, som er oversatt, skal være i tråd med de gjeldende prinsipp og standarder fra nasjonalt råd for lærere i matematikk i USA, forkortet NCTM. Kazemi og Hintz (2014) fremsnakker muligheten som ligger i disse samtaletrekkene og skriver at produktive matematiske samtaler kan gi en selvforsterkende effekt som påvirker elevenes motivasjon for å forstå og skape mening i matematikk. Samtaletrekkene kan bidra til å forklare detaljene i den aktuelle matematiske tenkning og gjøre at man blir interesserte i detaljer i andres matematiske idéer.

Ordene *matematisk resonnement* i problemstillingen tar utgangspunkt i Lithner (2008) sin tolkning om at det er den tankegangen som brukes for å produsere påstander, og deretter komme frem til en konklusjon i oppgavejobbing. Det følger videre hans beskrivelse av matematisk resonnement, som resonnement på alle nivåer som dukker opp i arbeid med matematikk. Mer utfyllende teori og analyse rundt dette kommer senere i teksten.

1.3. Oppgavens oppbygning

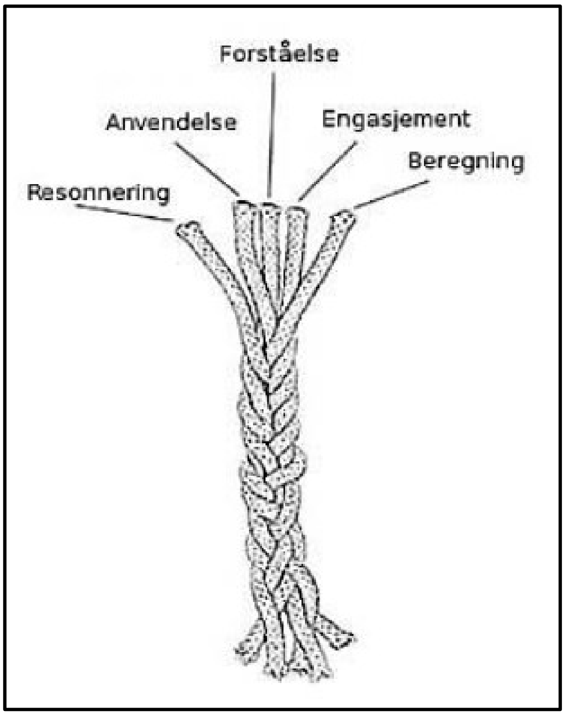
Denne oppgaven har seks hovedkapitler. Alle hovedkapitler har to eller flere delkapitler. I kapittel 2 kommer oppgavens teorigrunnlag. I kapittel 3 blir metodiske og analytiske valg i forskningsprosessen forklart. I kapittel 4 legger jeg frem analyse, funn og diskusjon av dataene. I kapittel 5 drøftes funn opp mot hverandre og på tvers av analyser. I kapittel 6, besvarer jeg mitt forskningsspørsmål og uttrykker egne ønsker for videre forskning av feltet.

2. Teori

I dette kapitlet blir undersøkelsens teoretiske rammeverk lagt frem. Rammeverket har jeg valgt skal bestå av fire delkapitler med tilhørende overskrifter. Overskriftene og innholdet er ment å ha sammenheng og rekkefølgen er et bevisst valg. Det teoretiske innholdet til hver overskrift vil overlappe hverandre og sammen gi et godt grunnlag for de neste hovedkapitlene i oppgaven. I første delkapittel legger jeg frem teori rundt elevenes resonnement. I andre delkapittel presenteres ulike former for klasseromsamtaler. Så følger bruk og innholdet av samtaletrekk i matematikkundervisningen. Her legger jeg inn ett underkapittel for å beskrive læringsteori sett fra et sosiokulturelt perspektiv. I fjerde delkapittel vil jeg legge frem teori rundt såkalte LIST-oppgaver og i et underkapittel bruk av materiell i matematikkundervisningen til å støtte opp om disse.

2.1. Elevens resonnement

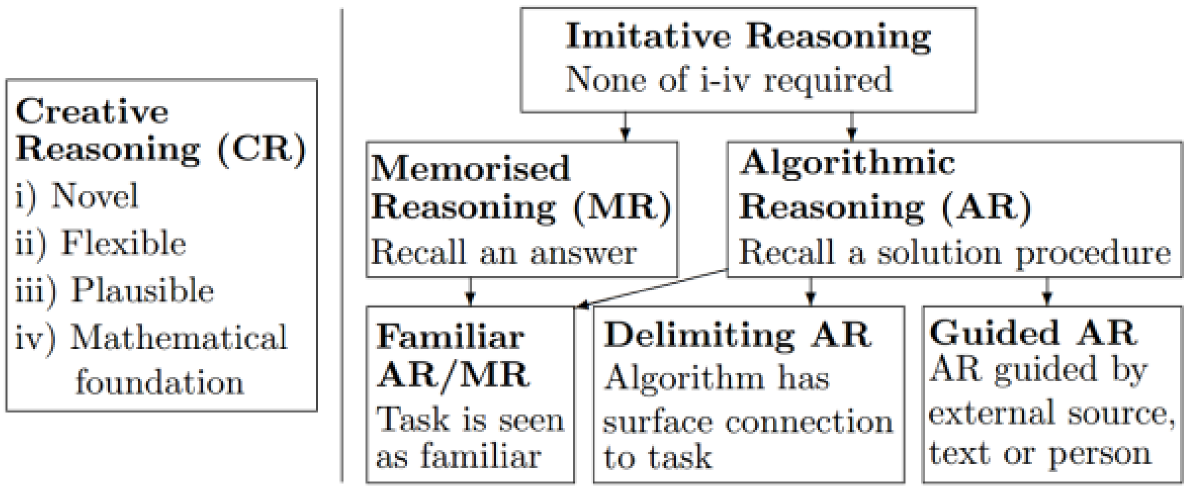
Ross (1998) mener at elevens evne til å resonnere er en av de viktigste målene i matematikk og at resonnering er en grunnleggende ferdighet i flere fag. Han mener kunnskap vil være memorering og følge eksempler uten noen forståelse hvis elevens evne til å resonnere ikke er utviklet. Ifølge Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) kommer elevens resonnement fra de vurderingene elevene selv har gjort seg og hvilke påstander som rettferdiggjør konklusjonene. De mener resonnering er limet i matematikken og en av fem tråder i et flettet tau, som beskriver elevens matematiske kompetanse.



Figur 2.1: Trådmodellen (oversatt utgave, hentet fra Kilpatrick et al., 2001, s. 117)

Dette kan sammenlignes med funn i Lithners (2008) forskning og empiriske data. Ifølge disse kan undervisning og tester, der læreren legger for stor vekt på regler og algoritmer, føre til at elevens resonnement kun består av å beherske en rekke prosedyrer. Han definerer ulike typer resonnement etter kvalitet og definerer et matematisk resonnement, som resonnement på alle nivåer som dukker opp i arbeid med matematikk. Han beskriver videre resonnement til å være tankegangen som brukes for å produsere påstander, og deretter komme frem til en konklusjon i oppgavejobbing. Videre mener han et resonnement ikke trenger å være sant, men at det må være holdbart for personen som resonnerer, og det kan være en tankeprosess, et produkt av tankeprosesser eller begge deler. Han deler strukturen i et resonnement i fire punkter fra start til slutt; 1) Eleven møter en oppgave. 2) Eleven gjør et strategivalg for å løse oppgaven. 3) Strategien til eleven iverksettes. 4) Eleven når sin konklusjon. Valg av strategi støttes av prediktive (fremtidsbeskrivende) argumenter, som sier noe om hvorfor strategien vil løse oppgaven. Handlingen av strategien støttes av verifiserende argumenter, som forklarer hvorfor strategien løste oppgaven. Strukturen kan ifølge Lithner (2008) karakteriseres som enten kreativt (CR) eller imitativt (IR). Imitativt resonnement består enten av memorert (MR) resonnement, algoritmisk (AR) resonnement eller en blanding av disse.

Med imitativ resonnering menes kunnskap som oppstår på grunn av gjentatte repetisjoner, også kalt pugging, uten stor grad av resonnering. Et eksempel på dette kan være den lille multiplikasjonstabellen, der elever pugger produktet av to faktorer fra en til ti. Imitativ resonnering kan sammenlignes med det Skemp (1976) kaller instrumentell forståelse. Her mener han eleven vet hva som skal gjøres ut fra tidligere gjennomføringer, men ikke forstår hvorfor dette gjennomføres.



Figur 2

Figur 2.2: Struktur av resonnement (Lithner, 2006, s.5)

Den alternative resonneringen i modellen, er den Lithner (2006) definerer som kreativ resonnering (CR). Kjennetegn ved denne resonneringen, er at den er nyskapende, fleksibel, troverdig og har et matematisk fundament. Kreativ resonnering kan sammenlignes med Skemp (1976) sin definisjon av relasjonell forståelse. I denne forståelsen skal eleven i møte med oppgaven både kunne vite hva man gjør og hvorfor man gjør det (Skemp, 1976, s.20). Eksempel på dette vil jeg legge frem i analysen av resonnement i kapittel 4.

2.2. Ulike former for stemmer i klasserommet

Så lenge klasseromsundervisningen har eksistert, har den blitt observert. Tatt i betraktning at man tenker en tradisjonell undervisningsform bestående av to hovedaktører (lærer og elever) i et klasserom. Skal det eksistere en interaksjon må noen snakke og vedkommende bli hørt og/eller sett. Et enkelt og grunnleggende prinsipp for kommunikasjon som uttrykkes i alle mulige former og kombinasjoner. Det er mange som opp gjennom historien har forsket på klasseromsundervisningen, hvilke styrkeforhold som regjerer og hvilke roller aktørene kan inneha. Min studie vil med andre ord bare være en bitte liten bit av endeløse tekster fra praksisfeltet i skolen.

Selv legger jeg forskningen til Mercer og Dawes (2014), Alexander (2006), Scott (1998) og Bakhtin (1981) til grunn for å belyse tema rundt ulike former for lærerens rolle i klasseromsundervisningen. Da handler det enten om autoritativ kommunikasjon, dialogisk kommunikasjon eller en kombinasjon av disse. Ifølge Bakhtin (1981) ligger forskjellen i maktforhold og perspektivmangfold. Klasseromsamtaler vil kunne kalles autoritativ der det er en stemme i en maktposisjon som dominerer. Ifølge Scott (1998) er intensjonen her først og fremst å formidle informasjon til elevene, og det er lærerens stemme som dominerer. Hva læreren vil at skal komme ut av disse samtalene, er langt på vei definert på forhånd, og læreren beholder kontrollen over samtalen og styrer den i planlagt retning. Ifølge Mercer & Dawes (2014) er det da kun læreren som presenterer et bestemt synspunkt.

Den dialogiske diskursen skal derimot ikke være planlagt. Utfallet av samtalen her blir dermed mer åpent. Diskursen er åpen for nye stemmer, og læreren stiller spørsmål og gir responser som motiverer og oppmuntrer elevene til å bidra med sine ideer og tanker (Scott, 1998, s.66). Alexander (2006) fremhever at i dialogisk undervisning er elevenes stemmer like delaktige som lærerens stemme, men læreren må fortsatt være den som styrer kommunikasjonen i klasserommet. Her kan lærer og elever sammen skissere et sett av ideer eller at lærer sette søkelys på et bestemt perspektiv gjennom spørsmål og samtale med elevene (Mercer & Dawes, 2014, s.438). Dette er eksempler på interaktiv og dialogisk eller interaktiv og autoritativ kommunikasjon i klasserommet.

Uansett form avhenger begge samtalemønstre i klasserommet bruk av språk. Ifølge Bahktin (1981) skjer forståelse og kunnskapsutvikling gjennom forhandling om mening i møtet mellom ulike stemmer (Bahktin, 1981 s. 272).

2.3. Samtalemønstre i matematikkundervisningen

I innledningen refererte jeg til Franke, Kazemi og Battey (2007). Undersøkelsene deres uttrykker at det dominerer et IRE/IRF-mønster hos matematikklærere i all muntlig aktivitet. Læreren stiller et spørsmål (*initiativ*), en elev svarer (*respons*) og læreren gir en evaluering av eller tilbakemelding på elevens svar (*evaluering/feedback*). Man kan velge å tolke tradisjonell matematikkundervisning til i hovedvekt å bestå av dette samtalemønsteret. Uansett er matematiske diskusjoner og kommunikasjon svært viktig for elevers forståelse og læring i matematikk. Ifølge Carpenter, Franke og Levi (2003) vil elever som; lærer å artikulere og rettferdiggjøre egne matematiske ideer, grunngir egne og andres matematiske forklaringer og gir begrunnelse for svarene, utvikler en dypere forståelse som er avgjørende for deres fremtidige suksess i matematikk og beslektede områder. Dermed blir spørsmålene; Kan man øke mengden av samtaler med høy kvalitet? Kan man skape og holde ved like matematisk produktive samtaler i klasserommet? Eller spurt med problemstillingen sine ord:

Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevenes matematiske resonnement?

Jeg velger da å forske på bruk av samtaletrekkene til Wæge (2015). Hun beskriver syv samtaletrekk hentet fra Chapin, O´Connor og Anderson (2009) og Kazemi og Hintz (2014). Samtaletrekkene er et redskap til bruk for å orkestrere de matematiske samtalene i klasserommet:

Samtaletrekk	Det kan høres ut som…	Hva en lærer gjør
1. Gjenta	«Så du sier at…?»	Repeterer deler eller alt en elev seier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke.
2. Repetere	«Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør en elev om å gjenta en annens elevs resonnering
3. Resonnere	«Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?»	Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på noen andres resonnering
4. Tilføye	«Har noen noe de vil føye til?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon
5. Vente	«Ta den tiden du trenger … vi venter.» (Teller sakte til 10 inni deg.)	Venter uten å si noe
6. Snu og snakk	«Snu og snakk med sidemannen din»	Sirkulerer og lytter til samtalene mellom elevene. Bruker informasjonen til å velge hvem du skal spørre.
7. Endre	«Har noen av dere forandret tenkingen deres?»	Tillater elevene å endre tenkingen etter som de får ny innsikt.

Tabell 2.1: Samtaletrekk (Wæge, 2015)

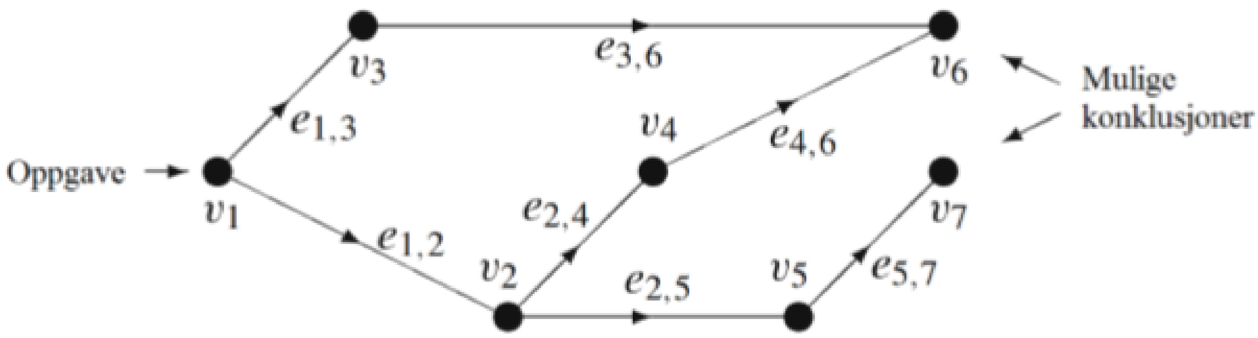
Wæge (2015) mener lærerne trenger samtaletrekk til hjelp for å håndtere uklarheter i elevenes forklaringer og bidra til å løfte frem elevenes tanker og resonnement ovenfor læreren og medelevene. Hun trekker frem det første samtaletrekket *gjenta* til å være et slikt redskap. Her gjentar læreren helt eller delvis det en elev sier, og ber så elevene gi tilbakemelding på om det er korrekt eller ikke. Læreren kan ifølge Wæge (2015) utvide gjenta-trekket til å gjelde medelevene ved å spørre en elev om han eller hun kan gjenta hva en annen elev har sagt. I så fall bruker læreren det neste samtaletrekket Wæge (2015) kaller *repetere*. Samtaletrekket gir elevene tid til å fordøye en idé og dette kan være spesielt verdifullt for elever som ikke har norsk som førstespråk. Læreren får bekreftet at andre elever har hørt hva vedkommende har sagt, og læreren er med å anerkjenne det eleven(-e) sier.

De neste tre samtaletrekkene Wæge (2015) oversetter fra Chapin et al. (2009) kalles *resonnere*, *tilføye* og *vente*. Læreren kan prøve å la samtalen fortsette ved å få frem hvordan elevene *resonnerer* omkring andres uttalte tanker. Læreren kan for eksempel la elever forfølge en påstand. Senere kan læreren forsikre seg om at elevene ender opp med en felles, korrekt forståelse. Trekket skal både hjelpe til å få frem hvordan elevene tenker og få dem til å engasjere seg i hverandre tenkemåter. I samtaletrekket *tilføye,* kan lærer involvere flere i diskusjonen. Chapin et al. (2009) hevder at dette trekket over tid vil bidra til at elevene blir mer villige til å komme med egne tanker og ideer. I *vente* ligger muligheten til å være stille og gi elevene tid til å tenke. Det vil gjøre det mulig for flere elever å delta i diskusjonen.

Sistnevnte viser seg å være vanskelig for lærere. Andersson-Bakken (2017) poengterer at hvis lærerne venter 4-5 sekunder på et elevsvar, gir dette stor effekt på elevenes deltakelse i klasseromsamtaler; Elevenes svar blir lengre, elevenes frykt for å svare galt blir mindre, og de blir mer sikre i sine svar. Ved å vente begynner elevene å stille flere spørsmål, snakke mer med hverandre og utfordre hverandres svar, tanker og ideer. Dette medfører at flere svaralternativ kommer frem og undervisningen blir mindre lærersentrert. Dessuten blir det mindre behov for irettesettelse, da elever blir mindre rastløse og klarer å holde konsentrasjonen.

De to siste samtaletrekkene til Wæge (2015) har sitt opphav hos Kazemi og Hintz (2014). De kalles *snu og snakk* og *endre*. Førstnevnte innebærer at læreren ber elevene snu seg til sidemannen for å diskutere et spørsmål eller en påstand. Her går læreren rundt og lytter til elevenes samtaler. Læreren velger så ut elever som får tydeliggjort og delt sine ideer og elevene blir orientert mot hverandres tenkemåter (Kazemi & Hintz, 2014). Samtaletrekket *endre* gir elevene anledning til å endre egen tenkning underveis. Ved å spørre om noen har behov for å forandre tenkningen sin, gir dette elevene mulighet til å revurdere og endre tenkemåten sin etter nye innspill. Dette kan hjelpe til med å fremheve prosessen fremfor at elever bare konsentrerer seg om et mulig sluttsvar.

I denne studien velger jeg å koble sammen teori om elevenes resonneringsstruktur fra Lithner (2006, 2008) med redskap for orkestrering i klasserommet ved hjelp av samtaletrekkene til Wæge (2015). Jeg tolker dem begge til å hevde at resonneringen starter i en oppgave og slutter i et svar. Wæge (2015) sine samtaletrekk har en naturlig rekkefølge fra første til syvende. Lithner deler, som nevnt i kapittel 2.1, sin struktur av resonnering inn i første til fjerde punkt. Wæge (2015) mener samtaletrekkene kan bidra til å løfte frem elevenes resonnement ovenfor læreren og medelevene. Jeg velger å se denne muligheten i sammenheng med Lithner (2008) sin representasjon av resonneringsstruktur (figur 2.3), der resonneringsstrukturen forklares ved en sti i en rettet graf. Et hjørne i grafen (*Vn*) er et tidspunkt i resonneringen hvorpå elev gjør et strategivalg i en retning (*e*), gjennomfører strategien og ender opp i et nytt hjørne (*Vm*). Eleven vil før eller senere ende opp med en mulig konklusjon. Ifølge Lithner (2008) er det alltid en begrunnelse, uansett om den er vag eller overfladisk, som ligger bak forflytningen fra ett hjørne representert i denne figuren.



Figur 2.3: Resonneringsstruktur representert i en graf (Lithner, 2008, s. 258)

Så er da min studie å vise hvordan samtaletrekkene eventuelt kan få frem disse begrunnelsene og være et hjelpemiddel til å skape forflytning fra oppgave til konklusjon i oppgavejobbingen.

2.3.1. Et sosiokulturelt perspektiv

Hvordan tilegner egentlig vi mennesker oss kunnskap? Det finnes ulike læringsteorier og den jeg mener er naturlig å gjøre rede for i denne studien kalles sosiokulturell. Studien dreier seg om kommunikasjon mellom mennesker og læring gjennom samtale står sentralt. Säljö (2001) beskriver hvordan kommunikasjon både skaper og sender ressurser videre, og på denne måten fungerer som et bindeledd mellom tenking og interaksjon. Ifølge Säljö (2001) er de ressursene vi finner i språket, det viktigste medierende redskapet vi mennesker har. «Mediering innebærer at vår tenking og våre forestillingsverdener er vokst fram av, og dermed farget av, vår kultur og dens intellektuelle og fysiske egenskaper» (Säljö, 2001 s.82). Den sosiokulturelle læringsteoriens «far» Lev Vygotskij (1978), fremsnakker mennesker sin mulighet til å appropriere kunnskaper i samspill med andre mennesker i alle situasjoner. Å appropriere vil si å overta og ta til seg kunnskap (Säljö, 2001). Lærerens rolle i helklassediskusjoner vil være å hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom ulike fremgangsmåter og se sammenhenger mellom dem og de matematiske ideene som utgjør læringsmålene for timen (Smith & Stein, 2011).

Jeg organiserte oppgavejobbingen etter IGP-metoden (individuelt, gruppe og plenum) i denne studien. Metoden gir elevene tid til å tenke, den gir meg tid til å få et overblikk og den setter av tid til diskusjoner i læringspar før tanker eventuelt deles for fellesskapet. Hovedmålet var å få elevene til å forklare sine resonnement. Noe jeg beskriver nærmere i analysekapittelet. Ifølge Yackel og Cobb (1996) kan et slikt kontinuerlig søkelys på forklaringer påvirke det de kaller sosiale og sosiomatiske normer. De mener at lærere som ofte ber elevene forklare sin tenkning, kan bidra til en sosial norm om at elevene skal beskrive og begrunne strategiene de velger å bruke. Da peker jeg tilbake til det nye læreplanverket (LK20) nevnt i innledningskapittelet og synet på hvor viktig muntlig aktivitet er. Der det å kunne argumentere, begrunne og kommunisere matematikk er en viktig del av den matematiske kompetansen som elever skal utvikle gjennom skolegangen.

2.4. LIST-oppgaver

Ifølge Sullivan, Knott og Yang (2015) kan oppgaver som kan løses på flere måter bidra til økt engasjement og motivasjon, da elevene utvikler og bruker strategier de selv forstår. Dette forutsetter de de kaller åpne oppgaver som kan beskrives med metaforen *low floor – high ceiling*. Jeg velger å bruke forklaringene i den norske oversettelsen, der Wæge og Nosrati (2018) har beskrivelsen LIST-oppgaver, som oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde. Oppgavene skal fremme problemløsning og resonnering ved at lav inngangsterskel gjør at elevene lettere kommer i gang med oppgaven. Vanskelighetsgraden skal være lav nok til at alle elever kan få til noe. Videre skal stor takhøyde kunne gi alle elevene utfordringer. Oppgaven kan åpne for bruk av løsningsmetoder på et høyere matematisk eller abstrakt nivå. Det gjør at elevene kan drive utforskning av strategier og metoder, som de kan ta med seg inn i det Lithner (2006) kaller et kreativt resonnement (kapittel 2.1).

Ifølge Smith og Stein (1998) kan oppgaver kategoriseres ut fra hvor kognitivt utfordrende de er. De skiller mellom oppgaver som stiller lavere kognitive krav (lower-level demands) og høyere kognitive krav (higher-level demands). Hver av disse kan være oppgaver med ulikt fokus, oppsummert i tabell 2.2.

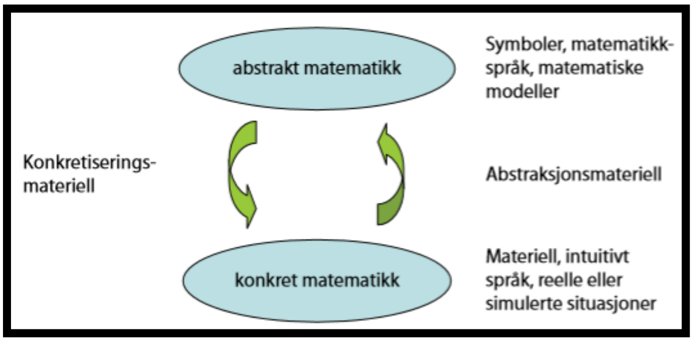
1. Oppgaver som kan stille lavere kognitive krav (lower-level demands)	2. Oppgaver som kan stille høyere kognitive krav (higher-level demands)
a) Oppgaver som setter søkelys på memorering (memorization)	c) Oppgaver som krever løsningsprosedyrer med koblinger (procedures with connections)
b) Oppgaver med løsningsprosedyrer uten koblinger (procedures without cennections)	d) Oppgaver som krever å gjøre matematikk (doing mathematics)

Tabell 2.2: Grad av kognitivt utfordrende oppgaver (Smith & Stein, 1998)

Når elevene for eksempel kan løse oppgaver ved å reprodusere svar eller tidligere lærte regler, fakta eller prosedyrer kategoriserer Smith og Stein (1998) disse oppgavene til å kunne være oppgaver som kan stille lavere kognitive krav. I sammenheng med Lithner (2006), vil vi da kunne forvente at elevene løser oppgavene ved imitative reasoning (IR), enten ved å gjenkalle et svar (MR), eller ved å gjenkalle en prosedyre (AR). De andre oppgavetypene, der fokus ligger på elevenes forståelse og som krever at elevene finner koblinger til underliggende matematiske ideer, kan være oppgaver som stiller høyere kognitive krav (Smith & Stein, 1998). Slike oppgaver kan vanligvis representeres og løses på ulike måter, noe som legger til rette for at elevene kan se koblinger mellom representasjonene og løsningsmetodene og dermed skape mening. Videre vil oppgaver som ikke setter søkelys på en tidligere lært strategi kunne gi opphav til det de kaller *doing mathematics* (oppgaver som krever å gjøre matematikk). Da låses ikke oppgavene til én fremgangsmåte. Her handler det i stor grad om å utforske og prøve å forstå de underliggende konseptene, prosessene og forholdene i oppgaven. Sammenlignet med Lithner (2006) vil man her kunne forvente at eleven løser oppgavene med kreativ resonnering (CR), der resonneringen oppfyller kriteriene; nyskapende, fleksibel, troverdig og har et matematisk grunnlag.

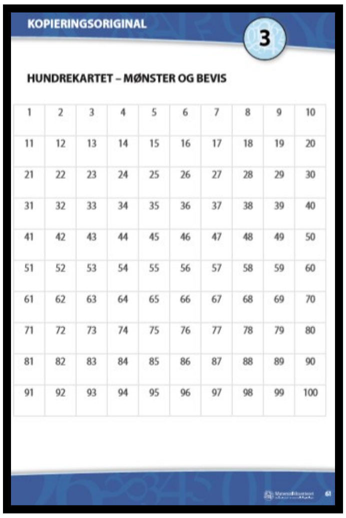
2.4.1.Materiell i matematikkundervisningen

Dalvang (2006) deler begrepet materiell inn i forskjellige typer materiell etter hvilken læringsrolle de har. Materiell som er ment som en illustrasjon for abstrakt matematikk kaller hun konkretiseringsmateriell. Materiell som er ment for den motsatte prosessen, der det å bruke materiell for så å trekke ut matematikken, kaller hun for abstraksjonsmateriell. Samme materiell kan virke som både konkretiseringsmateriell og abstraksjonsmateriell. Materiell kan altså ha forskjellige roller i matematikkundervisningen ut fra hvordan det benyttes, illustrert i figur 2.3.



Figur 2.4: Materiell som bindeledd (Dalvang, 2006)

Hundrekartet er et materiell i matematikkundervisningen. Det er et ark med en tabell, der tallene fra 1 til 100 står oppført i stigende rekkefølge (se figur 2.4). Hundrekartet kan mellom annet brukes til å finne mønster og bevis, holde tritt med en regnefortelling frem til «et hemmelig tall», verifisere mellomregningene frem mot det endelige svaret eller bidra til å konkretisere tallforståelse og matematiske begreper som for eksempel *primtall, addisjon, sum, produkt, kvotient og tverrsum* (omtalt nærmere i metodekapittelet).


KOPIERINGSORIGINAL 3

HUNDREKARTET – MØNSTER OG BEVIS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figur 2.5: Hundrekartet (hentet fra www.matematikksenteret.no)

Centikube er et annet materiell i matematikkundervisningen. Denne tilsvarer størrelsen av en kubikkcentimeter, da alle sidene er en centimeter. Med andre ord en geometrisk romfigur kalt terning eller kube i matematikkfaget. Centikuben kan være et konkretiseringsmateriell i kraft av sin egen form og størrelse eller satt sammen til andre former og størrelser. Den kan være et abstraksjonsmateriell for å hente ut matematikken man søker å beskrive. En centikube kan være lettere å holde enn å tegne (omtalt nærmere i kapittel 4.1) og har et utseende som på bildet 2.5.

Figur 2.6: Centikuber (hentet fra www.lekeakademiet.no)

3. Metode

I dette kapittelet kommer den metodiske tilnærmingen i forskningen frem og gjennomføringen av datainnsamlingen. Valgene som er tatt drøftes i lys av de bakenforliggende rammer. Denne studien baserer seg på følgende forskningsspørsmål: *Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevenes matematiske resonnement?* For å kunne besvare forskningsspørsmålet er jeg avhengig av å samle inn et datamateriale som gir meg mulighet til å analysere undervisningssituasjoner og de matematiske samtalene som finner sted mellom lærer og elev(-er) og mellom elever. Jeg vil først beskrive mitt kunnskapssyn, som påvirker de valg som tas i studien.

3.1. Kunnskapssyn

Postholm og Jacobsen (2018) beskriver sosialkonstruktivismen til å være en virkelighet konstruert sammen med andre og at denne kunnskapen om den sosiale virkelighet vil være tidsbegrenset. Mennesker som handler og samhandler, vil skape en dynamikk som gjør at fenomener vil endre seg over tid (Postholm & Jacobsen, 2018 s. 49). Mitt kunnskapssyn i denne studien kan kalles konstruktivistisk, da jeg ikke nødvendigvis ser objekter slik de faktisk er, men konstruerer en gjengivelse av objektet. Forståelse av virkeligheten i studiet vil være en oppfatning av virkeligheten og ikke virkeligheten i seg selv. Studien tar utgangspunkt i en interaksjon mellom meg og de jeg studerer. Personene i studien vil bli påvirket av omgivelsene sine og motsatt. Det vil da være umulig å skille meg fra de som studeres. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) oppfattes kunnskap som en konstruksjon av forståelse og mening skapt i møte mellom mennesker i sosial samhandling i konstruktivismen. Virkeligheten vil skje i en kontinuerlig dialog mellom meg som forsker og forskningsobjekt. Verden er ifølge konstruktivistisk epistemologi ikke objektiv, men noe vi mennesker mer eller mindre aktivt konstruerer. Mitt mål er da å beskrive studiet så grundig at problemstillingen og oppgaven vil ha en verdi for andre lesere og forskere sin oppfatning av virkeligheten.

Videre bygger jeg mitt kunnskapssyn i denne studien til sosiokulturell teori. Denne er knyttet til Lev Vygotsky (1978) og læring. Teorien bygger på en antagelse om at det sosiale kommer før det individuelle. Vi mennesker kan ikke mestre noe alene uten først å mestre det sammen med noen. I samhandling med andre blir det viktigste redskapet vi har, å lære språket, slik at vi kan kommunisere med andre (Vygotsky, 1978).

3.1.1. Kvalitativ metode

Postholm og Jacobsen (2018) skiver at man i kvalitative metoder er ute etter å forstå og beskrive hva spesifikke mennesker gjør i sitt hverdagsliv, og hvilken mening disse handlingene har for dem (Postholm & Jacobsen, 2018 s. 95). Målet i denne studien er å få en dypere forståelse av hvordan en gruppe elever tenker og resonnerer i matematikkfaget, fremprovosert av lærerens samtaletrekk. Mange eksempler fra få mennesker gir kvalitative data hvor man kan se etter sammenhenger. Det er i møte mellom meg og elevene at kunnskapen blir konstruert og da jeg ønsker å få frem detaljert og utfyllende informasjon fra deltakerne er *møtet* variert og fleksibelt. Ifølge Cohen, Manion, Morrison og Bell (2011) vil min forskning kunne ha trekk fra et subjektivistisk perspektiv. Mine tanker og synspunkt vil farge min forskning og analyse. Det er derfor viktig at jeg som forsker er bevisst min subjektivitet og forforståelse (Nilssen, 2012). Dette kommer jeg tilbake til i mine etiske betraktninger.

Forskningen min er en kasusstudie hvor jeg i søken etter resonnement i samtalene siden forsøker å klassifisere disse. Her støtter jeg meg til Postholm og Jacobsen (2018), som beskriver abduktiv metode innen pragmatisk tilnærming. Forskningen er da i stor grad en kontinuerlig problemløsende prosess mellom teori, hypoteser og spørsmål. Undersøkelsens åpenhet avhenger av kunnskapsgrunnlag (Postholm & Jacobsen, 2018 s. 112). I studiet foregår det en pendling mellom teori og mitt perspektiv og dataene samlet inn fra gruppens perspektiv.

I en pragmatisk, abduktiv tilnærming leter man ifølge Alvesson, Mats og Skøldberg (2009) etter sannsynlige beskrivelser og forklaringer. Her utvikler den praktiske kunnskapen seg både gjennom det induktive (fra empiri til teori) og det deduktive (fra teori til empiri) i en stadig pågående prosess, der funn leder til nye undringer, som igjen leder til nye spørsmål, som igjen må undersøkes. Her må jeg ifølge Kvale og Brinkmann (2015) være bevisst refleksivitetsprosessen. Denne prosessen innebærer at jeg som forsker reflekterer over min egen rolle som forsker og dermed min egen subjektivitet i interaksjon med forskningsdeltakerne og med tematikken som er i fokus.

Da jeg kun ser på egen praksis, vil informasjonen være basert på meg og ingen andre. Jeg vil ikke kunne si hva andre gjør eller hvordan andre matematikklærere orkestrerer for produktive samtaler. Ei heller hva som kan betegnes som vanlige matematiske samtaler. Dette er heller ikke hensikten med min kasusstudie og dens kvalitative tilnærming. Skulle min forskning avdekke ulike grep og metoder brukt, vil det forhåpentlig kunne være grep som gir oppmerksomhet og som andre lærere kan bruke i sin matematikkundervisning.

3.2. Datainnsamling

Det er flere datainnsamlingsstrategier jeg som forsker kan velge å anvende innenfor kvalitativ metode. Siden det er en kasusstudie får jeg direkte tilgang til hva som faktisk skjer i klasserommet. Ved at jeg som forsker får samle inn direkte datamateriale fra naturlige sosiale situasjoner, blir jeg primærkilden til dataene. Dette gjør at man kan oppnå større gyldighet (også kalt validitet senere i oppgaven). Undervisningstimene ble tatt opp på lydopptaker og innholdet transkribert kort tid etter timene var gjennomført. I undervisningen gjorde jeg meg små notater av arbeidsprosessen, for å kunne gi en så tydelig beskrivelse av situasjonene som mulig i analysearbeidet.

3.2.1. Valg av undervisningsgruppe

I dette erfaringsbaserte masterstudiet er jeg matematikklærer for en 8.trinnsklasse med 27 elever. Jeg er også kontaktlærer til de samme elevene. I matematikk har skolen prioritert å sette inn ekstraressurs i form av en ekstra faglærer. Dette gjør at vi kan tilby større lærertetthet i ordinær undervisning og organisere for dynamiske grupper gjennom skoleåret. Jeg planla mine undersøkelser slik at de skulle bli gjennomført i løpet av en vanlig skoleuke parallelt med vanlig matematikkundervisning. Jeg informerte ledelse og kollegaer om prosjektet. Da jeg fikk positive tilbakemeldinger, ble rammene for forskningen organisert. Jeg informerte elevene om planene mine og at bakgrunnen for disse var i tråd med en praksisundersøkelse jeg behøvde å gjøre. Jeg kommuniserte at elevene som ønsket å bidra ikke skulle gå glipp av faglig innhold i vanlig klasserom. Tema for innhold i mine undersøkelser skulle følge vanlig progresjon. Så vektla jeg at deltakelsen var frivillig. Bildet jeg tegnet opp av forskjellen mellom de to undervisningene, var at undervisningen på grupperommet skulle ha høy muntlig aktivitet og at timene ble festet til lydopptaker. Jeg informerte at innhold som ble med fra lydopptakene skulle anonymiseres og slettes. Ingenting i studiet skulle kunne peke tilbake på elever ved skolen, enten man var blant deltakerne eller ikke. Til dette hadde jeg utarbeidet er skriv i dialog med NSD (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS). Se vedlegg og mer utfyllende informasjon under etiske betraktninger.

3.2.2. Observasjonsmetode

Gold (1958) beskriver de ulike rollene man kan ha som forsker i forskningsfeltet og siden er disse blitt brukt som en kjent klassifikasjon. Det blir skilt mellom fire forskjellige roller; fullstendig deltaker, observerende deltaker, deltakende observatør og fullstendig observatør (Gold, 1958). Da jeg er en del av det som observeres og har liten avstand til deltakerne vil rollen klassifiseres som *fullstendig deltaker.* Fullstendige deltakere kan være lærere som observerer egen undervisning (Postholm & Jacobsen, 2011).

3.3. Beskrivelse av elevmassen og praktisk gjennomføring

Formålet med studiet var å undersøke elevenes tanker og matematiske resonnement. Ifølge Kilpatrick et al. (2001) er det studier som tilsier at evnen til å resonnere ikke er til stede før i 12-årsalderen. «Aldersgrensen» ble her ivaretatt, da elevmassen består av 12-13-åringer. Jeg introduserte prosjektet, dets formål og rammer i vanlig klasseundervisning. Alle elevene fikk samtidig et informasjonsskriv og samtykkeerklæring til ranselpost (se vedlegg nr. 1). Informasjonen som ble gitt skulle ikke favorisere et utvalg av elever i vanlig klasse til å ville delta. Det viktigste for min forskning var at det var nok elever som meldte seg på. Jeg måtte kunne samle datamateriale fra en elevmasse hvor det ble diskutert strategier og løsninger. De åtte elevene som utgjorde elevmassen i undersøkelsen, var etter mitt syn et godt tverrsnitt og representativt utvalg av vanlig klasse.

Ved oppstarten av tre undervisningstimer i matematikk i den samme uken, ble gruppen hentet ut til et eget klasserom og plassert i læringspar to og to. Læringsparene hadde jeg satt opp på forhånd med utgangspunkt i sosial og faglig trygghet. Jeg hadde bare vært kontaktlæreren deres i noen måneder, men hadde opparbeidet meg god oversikt over den enkelte elev gjennom undervisning, underveisvurderinger, fagsamtaler, elevsamtaler og utviklingssamtale. De andre elevene ble igjen med en kollega fra fagseksjonen i vanlig klasserom.

Hver time hadde et spesifikt læringsmål, en beskrivelse av gjøremål og informasjon om nødvendig utstyr stående på tavlen ved oppstart. I oppstarten ble dessuten elevene i gruppen introdusert for en startoppgave til å kickstarte faglig fokus og muntlig aktivitet. Startoppgaven var knytt til tema for timen og gav føringer for dens videre innhold. Det ble jobbet mye etter IGP-metoden og ulike kombinasjoner av denne (individuelt arbeid, gruppearbeid, arbeid i plenum). Avslutningsvis i timene, oppsummerte vi hva vi hadde lært.

3.4. Analysemetoden

I arbeidet med transkripsjonen ble det nødvendig å ta i bruk en transkripsjonsnøkkel:

Symbol	Betydning
…	Pause på to-tre sekunder
(…)	Lengre pause
[…]	Samtidig tale
{}	Uklart
…	Handling

Tabell 3.1: Transkripsjonsnøkkel

Transkripsjonene kunne da bedre beskrive virkeligheten ved å få frem detaljene også i det som forble usagt eller uklart på lydopptakeren. Analysen av datamaterialet er en kvalitativ innholdsanalyse. Ifølge Postholm og Jacobsen (2005) blir en kvalitativ analyse definert som en subjektiv tolkning av data i form av tekst. Denne tolkningen skjer gjennom en systematisk klassifisering hvor tema eller sammenhenger blir identifisert. I denne analysen ble det brukt en direkte innholdsanalyse som går ut på å validere eller utvide et rammeverk eller en teori (Postholm og Jacobsen, 2005). Først ble resonnementene identifisert ved å bruke Lithners (2008) resonneringsstruktur på fire steg. Deretter ble resonnementene klassifisert ut fra Lithners (2006) rammeverk om de var kreative eller imitative. For å kunne begrunne at resonneringen var kreativ, ble det søkt etter eksempler på at resonneringen var nyskapende, fleksibel og argumenterende. For å begrunne at resonneringen var imitativ, ble det tilsvarende søkt etter eksempler på at resonneringen var basert på tidligere erfaringer og at strategien til elevene var å huske en løsningsalgoritme.

3.4.1. Muntlig aktivitet

Forskningen tar utgangspunkt i tre enkelttimer i matematikk. I timene møtte elevene først en startoppgave knytt til timens innhold og læringsmål. I første time ble elevene spurt om å forklare hvordan et hundrekart og en kubikkcentimeter ser ut. Jeg fant de matematiske samtalene rundt dette arbeidet for interessant og betydningsfullt for min studie. Derfor har jeg valgt å ta disse samtalene med i mine analyser. Etter å ha resonnert seg frem til hvordan disse fysiske gjenstandene ser ut, ble de viktige rammer for det videre arbeidet. Mitt fokus for matematikktimene sammen med gruppen på åtte elever var å utfordre dem til å ta i bruk et matematisk språk med innslag av flere matematiske begreper enn det de ellers brukte. Begrepene var del av læringsmål elevene skulle lære til tema «tall og tallregning» fra kapittel 1 i Maximum 8 (Alseth, Stedøy-Johansen, Tangen & Tofteberg, 2015).

Jeg valgte å ta i bruk IGP-metoden (individuelt, gruppe og plenum) når elevene fikk jobbe med forhåndsutvalgte oppgaver og når de fikk produsere egne oppgaver. Denne metoden å jobbe på var elevene kjent med fra vanlig undervisning på tvers av fag. Chapin, O´Connor og Anderson (2009) fremhever betydningen av å etablere et trygt miljø i klasserommet med tydelige regler for respektfulle samtaler. Organiseringen gjorde at elevene fikk god tid til først å tenke selv for så å tenke sammen. I tiden før oppgavene ble diskutert i fellesskap, gikk jeg rundt og skaffet meg ett inntrykk av elevens arbeid og hvilke elever jeg burde spørre først i den matematiske samtalen. Ifølge Wood (1998) kan en lærer stille veiledende spørsmål som setter søkelys på strategiene og svarene eleven selv formulerer. Han kaller kommunikasjonsmønsteret for *focusing.* Dette sammen med min strategiske utvelgelse og bruk av samtaletrekk sikret at alle elevene fikk delta i helklassediskusjonen.

3.5. Etiske betraktninger

I planlegging, utføring og denne beskrivelsen av studiets innhold, må man ta hensyn til de forskningsetiske aspekter. Mitt forskningsfelt skulle ta utgangspunkt i naturlige læringssituasjoner. Da måtte jeg anskaffe deltakere til dette og samtidig tenke på deltakerne sine rettigheter. Hvordan velger man en undervisningsgruppe med informanter til studiet? Hvordan ivaretar man gruppen sine rettigheter i selve prosessen? Hvordan oppbevares og publiseres datamateriale på en etisk trygg måte?

I planleggingen sendte jeg søknad til NSD (Norsk senter for forskningsdata – se vedlegg 2). De ble opplyst om studiets formål og planlagt gjennomføring. Først ble det søkt godkjenning til bruk av videokamera, men da mitt forskningsfelt har søkelys på den muntlige aktiviteten kom vi sammen frem til at lydopptaker var tilstrekkelig. Søknaden ble godkjent og jeg kunne sende forespørsel til lærested (NTNU) angående lån av lydopptaker. Nye retningslinjer for personvern innenfor EU/EØS har skjerpet kravene for anonymitet og sikring av data. Sammen med tilsendt lydopptaker fulgte veiledning for hvordan man slettet data før den ble sendt i retur. Så i løpet av en uke hadde jeg mottatt en tom opptaker, tatt opp tre undervisningsøkter, lagret dataene på en minnepenn med kode, slettet alle dataene på opptakeren og sendt den i retur.

Ifølge NESH (den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora) er det tre hensyn en som forsker må ta; informantenes rett til selvbestemmelse og autonomi, forskerens plikt til å respektere informantenes privatliv og forskerens ansvar for å unngå skade. Jeg hadde disse hensyn i tankene da jeg laget et samtykkeskjema med informasjon om studiets innhold og elevenes rettigheter (se vedlegg 1) Her skulle det komme klart frem at deltakelsen var frivillig, at denne ikke hadde fordeler eller ulemper for den enkelte og at man kunne trekke seg når som helst uten begrunnelse og noen form for konsekvenser. Skjemaet ble undertegnet av foresatte og elever en uke før oppstart av undersøkelsene. Ut fra en klasse med 27 elever var det 8 elever og deres foresatte som ønsket å delta.

Etter opptak ble innholdet transkribert med pseudonymer. Informasjon om kjønn, utseende, skole og skolens geografiske beliggenhet ble utelatt for at elevene ikke skal være mulig å gjenkjenne. Av studiets innhold kan jeg ikke se at elevene er påført noen form for skade, da spørsmålene i gruppen fulgte den ordinære opplæringen i matematikk og ikke berørte følsomme eller sårbare områder hos den enkelte. Jeg har også fulgt de etiske råd med å bevare elevenes integritet ved å transkribere ordrett hva som faktisk ble sagt. Se kapittel 3.2. for koding til dette arbeid og mine rammer for å ivareta riktig innsamling og beskrivelse av datamateriale. Dette datamaterialet har under hele prosessen vært oppbevart i henhold til NSD sine forskrifter og ble slettet etter studiets avslutning.

3.6. Kvalitet i forskningen

Her vil jeg beskrive kvaliteten i forskningen gjennom begrepene validitet og reliabilitet etterfulgt av metodekritikk og forskningens begrensninger. Ifølge Grønmo (2004) vil begrepene troverdighet og gyldighet ofte erstatte reliabilitet og validitet i kvalitative studier, men ha samme betydning som i kvantitative studier. Forskjellen er at vurderingen av kvaliteten må gjøres forskjellig i de ulike tilnærmingene. Postholm (2010) påpeker at det er forskeren selv som er forskningsinstrumentet i kvalitative studier. Hun skriver at det er viktig at en legger frem sine perspektiver og meninger slik at leseren kan få et innblikk i hvordan forskeren har påvirket forskningsarbeidet (Postholm, 2010, s. 35). Dette prøver jeg å løfte frem nedenfor.

3.6.1. Validitet og reliabilitet

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) handler validitet (også kalt gyldighet) om å sette søkelys på hvor gyldige dataene, funnene og resultatene er. Ved å gjøre rede for alle valg man tar og konsekvensene av dem, drøfter man den indre gyldigheten (Postholm & Jacobsen, 2018). I studiens analysekapittel vil jeg derfor påpeke og begrunne hvorfor datamaterialet er relevant for mitt forskningsspørsmål. Jeg har dessuten gjennom metodekapittelet gjort rede for metodiske valg og bakgrunn for dem. Når det gjelder ytre gyldighet, må studiens generaliseringsmuligheter bli adressert.

Ifølge Kvale og Brinkmann (2015) er ikke det viktigste med en studie at utvalget er representativt og generaliserbart, men at studien kan reproduseres. Jeg har derfor lagt vekt på å beskrive metoden og valgene som er tatt i detalj, slik at kravet om rike beskrivelser skal være oppfylt. Oppgavene jeg har satt søkelys på i studiet kommer tydelig frem og kan derfor brukes av andre. Det er også tatt med detaljert transkripsjon, slik at man om ønskelig kan sammenligne egen forskning med denne studien. Sammen med transkripsjonen er det brukt *transkripsjonsnøkkel* (se tabell 3.1). De matematiske samtalene blir på denne måten gjengitt slik de faktisk ble uttalt og som følge av de samtaletrekkene som ble benyttet i situasjonen. I tillegg er analysen koblet opp til et teoretisk rammeverk. Alt dette gjør at mitt prosjekt øker muligheten for å kunne reproduseres.

Ifølge Cohen et al. (2011) er høy reliabilitet en forutsetning for høy validitet. Reliabiliteten i studien drøftes ut fra pålitelighet til funn og resultat. Det vil være viktig å reflektere rundt ulike problemer som kan være knyttet til studien og pålitelighet kan aldri fullstendig garanteres (Postholm & Jacobsen, 2018). Åpenhet er da nøkkelen og jeg som forsker vil være så åpen som mulig. Ved å gjøre rede for og belyse hvordan forskningsprosessen har foregått og hvilke valg som er tatt og hvorfor, kan forhåpentlig du som leser selv vurdere at påliteligheten er god.

3.6.2. Metodekritikk

Siden jeg som forsker vil påvirke den kvalitative studien ved å velge ut det som er av interesse for mitt forskningsspørsmål, vil transkripsjonen og analysen være farget av mine valg (som nevnt i kapittel 3.1.1 om kvalitativ metode). Det kan føre til at andre interessante eksempler og situasjoner i undervisningen blir oversett. Studien tar dessuten bare utgangspunkt i tre undervisningstimer. Flere undervisningstimer ville gitt et større datamateriale å hente verdifull informasjon ut ifra. Da det tre undervisningsøktene var transkribert, fokuserte jeg på kommunikasjonen og kommunikasjonsmønstre aktørene imellom. Jeg hadde søkelys på å undersøke elevenes resonnement og se om bruk av samtaletrekk i matematikkundervisningen kunne løfte de frem. Lithner (2006) sitt rammeverk for kreativt eller imitativt resonnement kunne hjelpe med å gruppere dataene. Hvordan praksis og kommunikasjonsmønstre er i egne timer i forhold til de timene jeg har transkribert, vil jeg ikke kunne bevise her, men påstå å ikke fravike i veldig stor grad.

4. Beskrivelse og analyse av data

I dette kapittelet skal jeg presentere og analysere fire utvalgte matematiske samtaler fra de tre undervisningstimene, der orkestrering av samtaler har til hensikt å fremme elevenes resonnement. Elevenes resonnement analyseres i lys av teori og metode presentert i kapittel 2 og 3. Samtalene vil få frem hvordan interaksjonen i klasserommet skaper resonnement frem mot en felles konklusjon og besvare min problemstilling:

Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevenes matematiske resonnement?

4.1. Resonnering ut fra forskjellige forutbestemte oppgaver

Startoppgave

Timen med undervisningsgruppen på åtte elever er i gang og på tavlen stå følgende læringsmål[8]: Du skal kjenne til og kunne bruke matematiske begrep for å finne veien til målet. Læringsmålet er i tråd med innhold fra grunnleggende muntlige ferdigheter i faget hentet fra LK06 (https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter). Læringsmålet er også i tråd med innhold fra vanlig undervisning der elevene jobber med tema «tall og tallregning» i første kapittel av matematikkboken Maximum 8 (Alseth, Stedøy-Johansen, Tangen & Tofteberg, 2015). Til materiell som bindeledd (figur 2.4) har jeg tatt med ark med hundrekart (figur 2.5) og centikuber (figur 2.6). Centikubene er ment å være brikker på hundrekartet. Elevene skal flytte brikken og med det synliggjøre egen tankerekke mot et hemmelig tall. Et bevisst valg for å kunne gjøre undersøkelser knyttet til resonnement i oppgaveløsningen. I mine observasjoner vil jeg kunne se at den enkelte elev resonnerer seg frem til en løsning ved fysisk forflytning av brikken på et hundrekart. Resonneringen vil jeg jobbe for å løfte frem med samtaletrekk og analysere ut fra mitt valgte teoretiske rammeverk.

Elevene får sitte i læringspar to og to, slik de gjør i vanlig klasserom. Vi jobber (som nevnt i kapittel 3.4.1.) ut fra en IGP-metode (individuelt, gruppe og plenum). Elevene får først prøve seg på oppgaven individuelt, før fremgangsmåte(-r) og løsning(-er) diskuteres med læringspartner (gruppe) og til slutt blir løst i fellesskap (plenum). Elevenes plassering er forutbestemt og gir en effektiv oppstart. Jeg minner om at timen blir tatt opp på en lydopptaker (som er plassert synlig midt i rommet). Så begynner timen med følgende startoppgave[9]:

Kan alle ta frem et hundrekart og en kubikkcentimeter?

Elevene er kjappe til å finne frem hundrekartene sine. Det må presiseres at hver og en må ha sitt eget hundrekart. En av elevene må få et nytt hundrekart. Hvordan resonnerer elevene seg frem til hva et hundrekart er, og hvilke forklaringer ligger til grunn?

[8] Læringsmål kan være mål for opplæringen i en undervisningstime eller i en periode og beskriver hva elevene skal kunne oppnå ved å jobbe med aktiviteter i tråd med det gitte læringsmålet.

[9] Startoppgave forstås som en oppgave som starter opp matematikktimen. Gjerne en såkalt LIST-oppgave (se kapittel 2.4.)

Den første utvalgte matematiske samtalen:

11. L: Så er jeg interessert i å vite, hvorfor visste du at dette her er et hundrekart F? *jeg holder oppe arket som skal leveres eleven*
12. F: Fordi det ligner på det jeg har hatt i boka.
13. L: Og så, er det flere ting som gjorde at du visste at dette var et hundrekart?
14. F: … *fniser* Ikke egentlig, jeg bare ser masse tall.
15. L: Ser masse tall? [en annen elev er ivrig etter å komme på banen]
16. F: Æh, ja.
17. L: Okey. M? {flere stemmer høres}
18. L: Du?
19. M: Jeg ser tall til hundre.
20. L: Du ser tall til hundre, derfor visste du at dette var et hundrekart?
21. M: Ja.
22. L: Ok. *Henvender meg til en tredje elev* Var det det du ville si?
23. A: Ja, starter fra null og går opp til hundre, da så *peker på eget hundrekart*.
24. L: Hm, ja og så har vi jo brukt det før sant? *elever nikker*

I Lithner (2008) sin resonneringsstruktur (figur 2.3) møter leser eller lytter en oppgave. Så vil man velge strategi for å løse oppgaven, støttet av fremtidsbeskrivende argumenter basert på det gitte tidspunkt i egen resonnering. Deretter vil man iverksette strategi, gjerne med verifiserende argumenter. Kunnskap som ikke var tilgjengelig i møte med oppgaven, blir brukt for å danne ny kunnskapstilstand.

Elevene ble her bedt om å ta frem et *hundrekart* (figur 2.5). Elevene leser denne oppgaven, forstår oppgaven og prøver så å resonnere seg frem til hva det er som blir etterspurt. Kanskje vil den første tanken som kommer opp være at dette er det arket med *masse tall* (replikk nr. 14), det arket med *tall til hundre* (replikk nr. 17) eller det arket som *starter fra null og går opp til hundre* (replikk nr. 23). Møtet med oppgaven fører til en logisk tankerekke fra valg av strategi til gjennomføring av strategi. Ifølge Lithner (2008) vil valget tas med utgangspunkt i hvorfor strategien vil fungere og valget være tatt med utgangspunkt i hvorfor strategien løste oppgaven. Elevene ender opp med en felles konklusjon i form av et synlig bevis på pulten fremfor seg.

I dette tilfellet tyder observasjonene på at elevene bruker en memorert resonnering (MR), for å finne frem (figur 2.2). Da har elever memorert hvordan et hundrekart ser ut og bruker ifølge Lithner (2006) en imitativ resonnering (IR) på grunnlag av tidligere erfaring. Elevene bruker MR til å velge strategi, som er andre steg i resonneringen. I tredje resonneringssteg iverksetter elevene strategien. Ved å sammenligne sitt valg med andre vil de få bekreftet at strategien løste oppgaven. De kan da gi en felles konklusjon, som er det fjerde resonneringssteget. Det skal ifølge Lithner (2008) alltid ligge en begrunnelse til grunn for valg av strategi, enda om den kan synes vag eller overfladisk. Elevene sine forklaringer understøtter i dette tilfellet dette og deres resonneringsstruktur er oppsummert i fire steg i tabell 4.1.

Steg	Analyse
1	Leser oppgaven og forstår hva deloppgaven spør etter
2	Velger strategi for egen handling
3	Speiler valg av strategi i lys av egen og andres bekreftelse
4	Gir konklusjon i form av svar på spørsmål og/eller ha et fysisk hundrekart foran seg

Tabell 4.1: Resonneringssteg i startoppgave til «hundrekart»

Da elevene uten å nøle finner frem hundrekartet og svarer bekreftende (ved å nikke) på mitt spørsmål om de har sett det før (replikk nr. 24), tyder dette på at valg av strategi er basert på tidligere erfaring. Elevene gir uttrykk for å huske utseende, men det er ikke sikkert elevene har forstått hvorfor det kalles et hundrekart. Jeg velger å bruke samtaletrekket *gjenta* (Wæge, 2015), for å få elevene til å dele sine påstander. Ifølge Kilpatrick et al. (2001) kommer elevens resonnement fra de vurderingene elevene selv har gjort seg og hvilke påstander som rettferdiggjør konklusjonene. I to replikker (nr. 5 og 10) gjentar jeg det to elever akkurat har sagt og ber dem respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke. Til sist henvender jeg meg til en tredje elev (replikk nr. 12). Da velger jeg samtaletrekket *tilføye,* for å tilby vedkommende deltakelse i diskusjonen. Tre elevstemmer har i sine replikker (nr. 4, 9 og 13) gitt begrepet hundrekart konklusjonene: Det er *masse tall*, det er *tall til hundre* og til sist at det *starter fra null og går opp til hundre*. Det kan tyde på at orkestreringen av samtalen ved hjelp av to samtaletrekk har utdypet forklaringen og gjort at den matematiske samtalen har blitt en produktiv samtale. Produktiv i den forstand at elevene kan ha lykkes i å skape et mer utfyllende matematisk språk på et fysisk objekt ved hjelp av hverandres resonnering.

Den neste deloppgaven av startoppgaven er å finne frem en gjenstand tilsvarende en kubikkcentimeter. *Kubikkcentimeter* var et begrep vi ikke hadde brukt i vanlig undervisning på 8.trinn. Centikuber (figur 2.6) med denne størrelsen hadde vi heller ikke erfaring med fra matematikktimene inneværende skoleår. Det var et bevisst valg å servere elevene et begrep de med liten sannsynlighet hadde et fysisk bilde av fra tidligere. Jeg ønsket en matematisk samtale, der elevene sammen resonnerte seg frem til en løsning. Elevene leser deloppgaven og forstår at de skal ta frem en *kubikkcentimeter*. Resonneringsstrukturen inneholder altså en oppgave (første steg), men for å finne en konklusjon (fjerde steg), mangler elevene et strategisk valg av retning til ny kunnskapstilstand (andre og tredje steg). Her vil elevene møte en oppgave der han eller hun ikke nødvendigvis kan benytte seg av et memorert resonnement (MR) eller algoritmisk resonnement (AR). Ifølge Lithner (2006) er det da en mulighet for å få frem kreativ resonnering (CR) hos elevene, der nyskapende resonnering er et av kravene.

Den andre utvalgte matematiske samtalen:

37. L: Ja, kan du forklare?
38. M: Det skal være sånn tre. Sånn `derre` tall og så skal det være tre, som kvadratcentimeter ikke sant. Det er to oppi kanten, mens kubikkcentimeter er tre.

39. L: (…) Okey? J, jeg så nå at du ble litt usikker på hva det var M prøvde å forklare her? … F, kan du prøve å forklare det som M sier?
40. F: Hm, det finns på en måte en kvadratcentimeter da.
41. L: Ja?
42. F: Ja der er altså sånn her *peker ned på arket* flat liksom. Liksom en centimeter sånn her *peker fortsatt ned på arket sitt*. Kubikkcentimeter er liksom fire sånne da som går nedover på sidene som en terning, liksom 3D.

Elevene er interessert i å forflytte seg fra spørsmålet til en mulig konklusjon, men de har vansker med å tilegne seg ny kunnskapstilstand ved hjelp av andres resonnering. Her bes en elev forklare eget svar (replikk nr. 38). Deretter gjør samtaletrekket *repetere* (Wæge, 2015) til at en annen elev (replikk nr. 42) gjentar det eleven har forklart med egne ord.

43. L: Skjønte du det S? Kan du prøve å forklare det med dine egne ord? Det som F sier? *sier at jeg ser hendene til andre elever* Hva var det F prøvde å få fram her?
44. S: At i en firkant så er det her en centimeter, det er liksom i en firkant en centimeter i andre.
45. L: Så på arket kan vi ha en firkant som er en centimeter i andre?
46. S: Ja.
47. L: Og så sa han noe om en centimeter i tredje. Hva snakka han om da? … Jeg plukka opp ett ord; 3D. Hva mente F med 3D?
48. S: Han har en lengde, dybde og en bredde.
49. L: Han har lengde, han har dybde og han har bredde, sier S.

Videre velger jeg samtaletrekket *repetere* en gang til for å invitere inn en tredje elev. Denne eleven ser ut til å bygge videre på de forrige utspillene og forklarer med egne ord hvordan hen har oppfattet det som er sagt (replikk nr. 44 og 48). Nå brukes også samtaletrekket *gjenta* (replikk nr. 45 og 49) for å få bekreftet påstandene og tydeliggjøre ovenfor de andre hva som blir sagt. Det kan virke som om flere av elevene oppnår en ny kunnskapstilstand og er nærmere en løsning på hva en kubikkcentimeter er. Samtalen beveger seg i en retning og stemmene på taleopptakeren øker i antall og volum. En av elevene utbryter etter en stund å ha funnet sin konklusjon:

84. W: Du la frem terninger som er en kubikkcentimeter! Rett foran oss der! *peker på pulten der taleopptakeren, noen ark med hundrekart og en håndfull gule og oransje centikuber ligger*

Elevene får nå utdelt hver sin centikube og jeg bemerker at det er en lettelse i gruppen. Den fysiske kubikkcentimeteren virker å være en god bekreftelse på de resonnement gruppen har lett etter i språket. Den fysiske centikuben gir samtalen en tydeligere matematisk retning:

88. A: Det er fordi alle er en centimeter. *holder opp centikuben*
89. L: Ja, hva vil du si W?
90. W: Lengde, bredde og høyde er en centimeter. Alle sidene er en centimeter.

Elever resonnerer seg frem til hvorfor det de har er *én kubikkcentimeter* ved å ta utgangspunkt i *én centimeter* (replikk nr. 88 og 90). En størrelse og et begrep de kjenner til fra tidligere. I første deloppgave av startoppgaven resonnerer elevene seg frem til *et hundrekart* med utgangspunkt i *etthundre*. Til forskjell fra den forrige resonneringen, som var imitativ og memorert, kan denne sies å ha vært nyskapende, fleksibel og troverdig for elevene. Ifølge Lithner (2006) er det da snakk om kreativt resonnement og konklusjonene har et matematisk fundament i elevenes egne forklaringer. Resonneringen gir her en konklusjon i form av en fysisk gjenstand i handa. Hvor mange av elevene som hadde klart å komme frem til samme konklusjon og hvor lang tid det ville tatt med et fravær av kommunikasjon, hadde vært interessant å vite. Hvilke ord elevene hadde valgt for å beskrive brikken hvis de bare fikk den utlevert, hadde også vært interessant målt opp mot det det ble. Mine undersøkelser viser at samtalen ble en produktiv matematisk samtale. Elever tar i bruk et tydeligere matematisk språk med fagbegreper på sine forklaringer:

95. W: Terning, kube.
96. L: Fint W, så har det blitt nevnt både 2D og 3D. Er det noe dere vil endre? Utdype?
97. L: Ja, F?
98. F: Kvadrat er todimensjonalt, kubikk er tredimensjonalt.

Her velger jeg samtaletrekket *tilføye* (Wæge, 2015) for å få elever med i diskusjonen (replikk nr. 96). Elev F (replikk nr. 98) er den samme eleven som hadde vansker med å uttrykke sine påstander med et matematisk språk tidligere i samtalen (replikk nr. 42). Den samme eleven prøver å støtte seg til en arbeidstegning (transkripsjonsnøkkel i replikk nr. 42). Jeg noterte meg at det også var to andre elever som brukte denne strategien. Utfordringene med å tegne tredimensjonalt og at det er vanskelig å vise alle sin egen tegning fra der man sitter, gjør at begrunnelsene elevene søker blir liggende i språket frem til gjenstand er funnet. I denne oppgaven er det ikke et klart skille mellom det andre og tredje resonneringssteg hos elevene. Valg av strategi og gjennomføring av strategi påvirker hverandre, og det påvirker videre gruppens medlemmer, inkludert meg. De muntlige og ikke-muntlige begrunnelsene beveger seg i ulike retninger ved at elever finner sammenhenger. Elever har kreativ resonneringen, hvor ett av kjennetegnene er at den er fleksibel. Når begrunnelser for valg av retning kommer til uttrykk i de matematiske samtalene, oppnår en av elevene (replikk nr. 84) å finne riktig konklusjonen (fjerde resonneringssteg). En oppsummering av resonneringsstrukturen kommer frem i tabell 4.2.

Steg	Analyse
1	Leser oppgaven og forstår oppgaven
2	Velger strategi med utgangspunkt i en flate og tanker rundt kvadratcentimeter
3	Gjennomfører strategi ved å forklare sine tanker
2	Velger strategi med utgangspunkt i det tredimensjonale og tanker rundt kubikkcentimeter
3	Gjennomfører strategi ved å forklare sine tanker
4	Finner konklusjon og begrunner konklusjonen

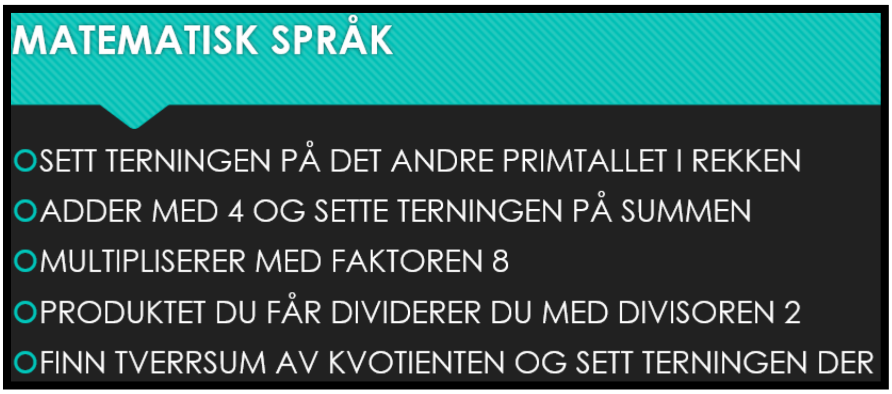
Tabell 4.2: Resonneringssteg i startoppgaven «kubikkcentimeter».

Matematiske begreper

Elevene får nå en oppgave med tittelen «matematikk og språk», der de skal finne et hemmelig tall. Oppgaven består av fem steg på et lysark (se figur 4.1) og hvert av stegene blir synlige i denne rekkefølgen; Først skal de sette brikken sin på tallet tre på hundrekartet. Så skal de flytte brikken fire steg til høyre. Deretter skal de flytte brikken til tallet som er åtte ganger større. Det nye tallet skal de dele på to og sette brikken på svaret. Til slutt skal de plusse sammen sifrene i dette tallet og sette brikken der. Deloppgavene har blitt lest høyt etter hvert som de dukker opp på skjermen. Nå er alle stegene synlige og elevene bes jobbe med oppgaven individuelt i to minutter. Jeg velger denne oppgaven for å vise elevene en måte å bruke centikuben på hundrekartet. Informasjonen de gir meg i utførelsen er viktig for organisering av arbeidsmetoden til denne og tilsvarende oppgaver. Jeg observerer at elevene følger høytopplesningen i arbeidet med oppgaven. Brikken flyttes parallelt med innhold, til siste deloppgave er utført. Etterpå snakker elevene snakker sammen to og to. Jeg går rundt og hører etter i samtalene. Etter noen nye minutter, tar vi diskusjonen videre i plenum. Jeg får bekreftet mine inntrykk. Elevene har få eller ingen problemer med å finne det «hemmelige tallet». De setter brikken på tallet tre og flytter brikken så til syv. Jeg observerer så at en elev flytter brikken gjennom tall i syv-gangen åtte ganger, mens læringspartneren flytter brikken direkte til 56. Videre går det å dele 56 på to også bra. Til slutt plusser de sifrene to og åtte og er enige om at svaret er ti.

Figur 4.1: Oppgave «matematikk og språk».

Så får elevene en ny oppgave. Denne gang med tittelen «matematisk språk». Igjen er det et «hemmelig tall» som skjuler seg bak de fem punktene. Oppgavetypen er lik. Organisering er lik. Til og med informasjonen er lik, men klarer elevene å se det når ord er byttet ut med matematiske begreper? Dette er en bevisst handling fra min side. Da jeg ønsker å kunne konsentrere min undersøkelse rundt den ene faktoren som er forandret. Dessuten er det et poeng for min studie å se om elevene klarer å resonnere seg frem til sammenhengen mellom de to oppgavene og når dette eventuelt inntreffer. Nå skal de først sette brikken sin på det andre primtallet i rekken på hundrekartet sitt. Elevene bes så addere med fire og sette brikken på summen. Så skal de multiplisere med faktoren åtte. Produktet de da får, skal de dividere med divisoren to. Til slutt skal de finne tverrsummen av kvotienten og sette terningen sin der. Se figur 4.2.



Figur 4.2: Oppgave «matematisk språk».

Her kan man høre av lydopptakeren at elevene blir urolige. Jeg formaner at eventuelle feil vil bli belønnet med ros og at vi lærer mye av å nettopp gjøre feil. Elevene bes først jobbe individuelt, så skal de snakke sammen i læringsparene og til sist tar vi oppgaven i plenum. I tiden med individuelt arbeid og arbeid i gruppe, går jeg rundt og gjør observasjoner av strategier og konklusjoner. Det gir meg verdifull informasjon jeg kan bruke når jeg skal orkestrere samtalen. Mine feltnotater forteller at det er flere elever som synes det er vanskelig å komme til et sluttsvar de er sikre på i denne oppgaven.

En elev har galt svar og en annen klarer ikke å komme frem til en endelig løsning. Ting kan tyde på at de to har vansker med ett eller flere av de matematiske begrepene, da begge samarbeider med hver sin læringspartner med riktig løsning. Skyldes vanskelighetene usikkerhet eller misoppfatninger? Svarene ligger uhørt i tankene deres, men kanskje er de mulig å avdekke i språket. Så jeg planlegger for en samtale i hel klasse ut fra hva jeg har observert og velger å begynne med en riktig løsning.

Den tredje utvalgte matematiske samtalen:

202. L: J mener at sluttsvaret her er ti. J, kan du forklare hvorfor du mener det?
203. J: Fordi det stod tverrsummen av kvotienten. Da stemmer det med det jeg fikk. 28.
204. L: Ok. Så du mener at kvotienten her i denne oppgaven (jeg peker på femte steg i oppgaven) er tallet 28?
205. J: Det var svaret på oppgaven over (henviser til fjerde steg i oppgaven)

…

222. L: Så hvis han har rett herifra (peker på starten av det fjerde steget) til hit (peker på punktum av femte steg) så må jo løsningen `ti` være riktig. Er vi enig eller uenig?
223. B: Ja. Helt enig.

…

232. L: Så B sier da at vi skal plusse fire med det andre primtallet B?
233. B: Ja, det første er to, så blir det andre tre.

Eleven J har funnet sin konklusjon etter å ha valgt riktig strategi ut fra de matematiske begrepene *tverrsum* og *kvotient*. Nå brukes samtaletrekket *gjenta* (replikk nr. 204). Her benyttes muligheten for at eleven forklarer betydningen av begrepene og etterpå brukes samtaletrekket *repetere* for å få andre elever med i samtalen. Når den påståtte veien fra det fjerde steget i oppgaven til løsningen er tydelig for elevene benyttes samtaletrekket *resonnere* (replikk nr. 222). Da kan den enkelte elev si seg enig eller uenig og eventuelt komme med egen resonnering på andres resonnering. Her virker elevene klare på at det som har kommet frem er riktig og at strategien bak begrepene i steg fire og fem er riktige. Iallfall er det ingen som uttaler noe annet (replikk nr. 223). Så ser jeg i transkripsjonen hvordan jeg nærmest konkluderer med riktig strategi, før jeg spør om elevene er enige. Lithner (2008) peker som nevnt på at elevene alltid har en begrunnelse for forflytning fra en kunnskapstilstand til en annen uansett om den er vanskelig å se eller oppfatte. Her kan det godt være at min overbevisning i form av språk og ikke minst kroppsspråk gjør at alle er enige. Så drar jeg samtalen tilbake til den første deloppgaven i oppgaven (sett brikken på det andre primtallet i rekken) og ber elevene ta stilling til påstanden om at tallet tre er riktig svar ved å bruke samtaletrekket *resonnere.*

240. L: Er vi enige der?
241. W: Æh, nei. Det er fem.
242. L: Kan du forklare hvorfor du mener det er fem W?
243. W: Fordi det er det andre primtallet og det første er tre.
244. L: (…), {flere stemmer høres} Okey M, hva mener du?
245. M: To er det første primtallet og det andre er tre.
246. L: Kan du gjenta det A? Det som M nå sa?
247. A: Han sa at det første primtallet er to og at det andre må være tre.
248. L: Er det noen som kan si hvorfor to blir regnet som det første primtallet? Ja, S?
249. S: Fordi primtall er tall som bare kan deles å seg selv og en og to kan bare deles på seg selv og en. {flere stemmer høres}
250. L: Nå var det flere som ikke hørte etter S, kan du repetere det du sa en gang til?
251. S: Primtall er tall som bare kan deles på seg selv og en. To er et primtall.

…

258. L: Så tenkte du da W at det andre primtallet er fem?
259. W: Ja.
260. L: Ja og da begynte du på et primtall høyere enn B sitt primtall tre.
261. L: Vil du endre til tre da? Er det andre primtallet tre eller er det fem?
262. W: Det er tre.
263. A: Fordi det er to, tre og så fem.

Her får jeg frem at den ene eleven jeg visste hadde gal konklusjon, er uenig (replikk nr. 241). Etter noen minutter med diskusjon rundt hva som er det første primtallet, får eleven mulighet til å endre sin misoppfatning. I replikk nr. 261 brukes samtaletrekket *endre*. Ifølge Wæge (2015) tillater dette elevene å endre egen mening etter at de har fått ny innsikt. I den oppsummerende analysen har jeg i tabell 4.3 koblet Lithner (2006) sine resonneringssteg til bruken av samtaletrekk, der den matematiske samtalen tar utgangspunkt i elev med riktig løsning (replikk 202).

Steg	Analyse	Samtaletrekk
1	Elevene hører, leser og forstår oppgaven	
2	Elevene velger strategier for å løse oppgaven, støttet av fremtidsbeskrivende argumenter (hvorfor strategien vil fungere)	
3	Elevene iverksetter strategier, gjerne med verifiserende argumenter (hvorfor strategien løste oppgaven)	
4	Elev gir svar og begrunner svar. Elev forklarer hvorfor strategien løste oppgaven.	Gjenta
4	Andre elever forklarer hvorfor strategien løste oppgaven med egne ord.	Repetere
1	Elevene gis mulighet til å komme med egne resonnement på hvordan de forstår oppgaven ut fra de de hører og leser	Resonnere, gjenta og repetere
2	Elevene gis mulighet til å endre valg av strategier, støttet av fremtidsbeskrivende argumenter	Endre
3	Elevene iverksette eventuell ny strategi, gjerne med verifiserende argumenter	Gjenta
4	Elev gir svar og begrunner svar.	Repetere

Tabell 4.3: Resonneringssteg og samtaletrekk i oppgave «matematisk språk».

Ifølge Lithner (2008) må en kreativ resonnering oppfylle følgende kriterier: nyskapende, fleksibel, troverdig og ha et matematisk grunnlag (figur 2.1.). Jeg tolker den matematiske samtalen til å oppfylle disse kriterier for minst en av elevene. Elevene som ikke hadde funnet riktig løsning på oppgaven ble tvunget til å endre strategi. De elevene som hadde funnet riktig løsning fikk samtidig verifisert sine argument. Ved å bytte ut dagligdagse ord med matematiske begreper virker resonneringen å være nyskapende for den eleven som hadde en misoppfatning i rekken av primtall. Misoppfatningen viste seg å være at eleven mente at det første primtallet var tre i stedet for to. Den matematiske samtalen og samtaletrekkene kan ha bidratt til å avdekke og siden avkrefte dette.

4.2. Resonnering ut fra elevproduserte oppgaver

Jeg velger å introdusere noen nye oppgaver der elevene selv skal stå for innhold. Det vil kunne gi ett inntrykk av hvilket språk elevene nå velger å bruke i produksjonen av oppgavene. Vil læringsmål og tidligere gjøremål skape forventninger til innhold? Står deres tro på egne og andres begrepsferdigheter i stil med forståelsen av dem? Dessuten kan det i forskningsøyemed for denne studien være viktig å se hvordan den matematiske samtalen kan foregå når samtaletrekkene tas i bruk ut fra en elevs eierskap av oppgave.

Den første oppgaven elevene skal gjøre er å lage sin egen liste med fem steg for å komme til sitt eget «hemmelige tall». De kan velge å bruke dagligdagse ord, matematiske begreper eller litt av begge deler. Elevene får ti minutter til individuelt arbeid med oppgaven. Så bes elevene utfordre sin læringspartner. Til sist tar vi elevens egenproduserte oppgave i plenum.

Selv har jeg gått rundt og observert arbeidet uten å blande meg for mye inn. Observasjonene gjør at jeg kan plukke ut oppgaver jeg ønsker vi skal ta i felleskap og de gir meg tanker for hvordan jeg kan orkestrere samtalen for å få alle elevene til å få med seg og forstå oppgaven. Å la elever dele sitt arbeid i plenum er et bevisst valg for å anerkjenne de oppgavene elevene skaper. Elever virker stolt over hvor kreative de er i oppgaveteksten og det virker som om de synes det er spennende å la andre elever prøve seg på sin egen oppgave. Det mangler dermed ikke på frivillige når sjansen byr seg, men jeg har allerede bestemt meg for hvilken oppgave vi tar. Min observasjonsrolle blir fortsatt *fullstendig deltaker* (kapittel 3.2.2.), men jeg er ikke lenger arrangør av oppgaven i plenum.

Den fjerde utvalgte matematiske samtalen:

388. L: Hva er S sitt «hemmelige tall»? Nummer en S?
389. S: Sett terningen på det tredje primtallet i rekken.
390. L: Du skal sette terningen på det tredje primtallet i rekken, sier S. (*gjenta*)
391. S: Multipliser med fem og adder med fire på produktet.
392. L: Så sier S at du skal multiplisere med fem og addere med tre på produktet. (*gjenta*)
393. S: Fire.
394. L: Å unnskyld, du skal multiplisere med fem og addere med fire på produktet. (*gjenta*)
395. A: Hva sa du? Det tredje primtallet, etter det?
396. B: Multipliser med fem og adder med fire.
397. L: Og så S?
398. S: Subtraher tallet med ni og divider differansen med fem.
399. M: Og hva da?
400. L: Kan du gjenta det en gang til S? (*gjenta*)
401. S: Subtraher tallet med ni og divider differansen med fem.
402. L: S sier at du skal subtrahere tallet du har med ni og dividere differansen med fem. (*gjenta*)
403. L: Her er det mye … Her må vi følge med. Du er kommet til steg nummer fire nå eller? *elev nikker* Ja, nummer fire det er?
404. S: Adder ti på `kofisienten`

405. L: Ja?
406. W: Hva da?
407. S: Adder ti på `kofisienten`
408. L: Adder ti på kvotienten {noen mumler, men ingen reagerer høylytt} og? (*gjenta*)
409. S: Subtraher med tre.
410. L: Så sier S at du skal subtrahere med tre. (*gjenta*)
411. L: Og der skal vi være i mål. Jeg ser masse spørsmålstegn her i klasserommet nå.

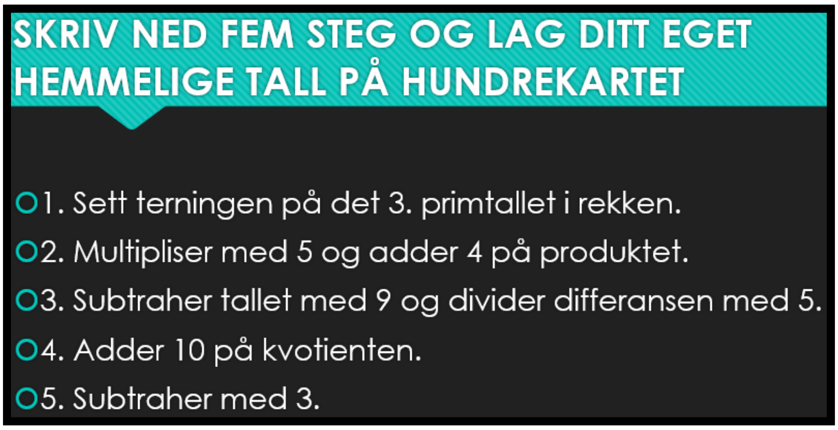
Transkripsjonen viser at det kun er samtaletrekket *gjenta*, som blir brukt. Da gjentar jeg det eleven sier og får respons hos eleven om det har blitt oppfattet riktig eller ikke. I en av mine gjentakelser sier jeg feil (replikk nr. 392) og får da en korrigering av eleven (replikk nr. 393). I tabell 4.3 er samtalen ved gjennomgang av oppgaven oppsummert.

Steg	**Analyse**	**Samtaletrekk**
1	Eleven leser opp første steg og elevene forstår oppgaven	*Gjenta*
2	Elevene velger strategi	
3	Elevene iverksetter strategi	
1	Eleven leser opp andre steg	*Gjenta, Gjenta*
1	Læringspartner leser opp andre steg	
2	Elevene velger strategi	
3	Elevene iverksetter strategi	
1	Eleven leser opp tredje steg	*Gjenta, Gjenta*
2	Elevene velger strategi	
3	Elevene iverksetter strategi	
1	Eleven leser opp fjerde steg	*Gjenta*
2	Elevene velger strategi	
3	Elevene iverksetter strategi	
1	Eleven leser opp femte steg	*Gjenta*
2	Elevene velger strategi	
3	Elevene iverksetter strategi	

Tabell 4.4: Resonneringssteg og samtaletrekk av elevbesvarelse «hemmelig tall» i plenum.

Oppsummeringen viser at samtaletrekket *gjenta* ble tatt i bruk i alt syv ganger på de fem stegene av oppgaven «hemmelig tall». Dessuten gjentar eleven selv sin egen spørsmålsformulering ved to anledninger (replikk nr. 401 og 407) og ved en anledning gjør læringspartneren til eleven det (replikk nr. 396). I samtalen blir altså alle stegene i oppgaven gjentatt minst en gang og likevel er usikkerheten blant elevene stor (replikk nr. 411). Oppgaven kunne blitt fortalt tydeligere. Feilen jeg selv gjorde i en av gjentakelsene pluss elevens feil i uttale av kvotient er uromoment i elevens tankeprosess. Dette viser medelevene ved å etterspørre informasjon enda en gang (replikkene nr. 395 og 406).

I min observasjon ser jeg elevene flytte brikken parallelt med gjennomgangen av oppgaven, men denne gangen kommer ikke setningene opp på skjermen etter hvert. De må høre godt etter, forstå det de hører, velge en strategi, gjennomføre strategien og komme seg til en konklusjon. Her visste jeg at svaret skulle bli elleve og at læringspartneren til eleven hadde riktig løsning. Det skulle gi meg en tro på at oppgaven gikk an å løse også for de andre elevene i klasserommet, men så skjedde ikke. Oppgaven blir fremsatt i slutten av en undervisningstime, så vi avtaler at vi tar oppgaven som startoppgave i neste matematikktime. I mellomtiden får jeg låne oppgaven eleven har laget og skriver den ned på et lysark (figur 4.3). I den neste timen er jeg klar til å gjennomgå oppgaven stegvis og bruke samtaletrekkene som hjelpemiddel i den matematiske samtalen. Vi får repetert de matematiske begrepene og kommer da i fellesskap frem til at svaret må være elleve.



Figur 4.3: Elevoppgave «hemmelig tall».

4.3. Oppsummering

I dette kapittelet har jeg brukt Lithner (2006, 2008) sin teori på ulike former for resonnement for å belyse elevenes tankeprosesser i et utvalg matematiske samtaler. For å få løftet frem resonnement hos elever, har jeg brukt teori fra Wæge (2015). Ved aktiv bruk av de samtaletrekker hun har skissert, har jeg vist at jeg som matematikklærer kan skape og opprettholde matematiske samtaler. Jeg har fått vist et alternativ til det tradisjonelle IRE/IRF-mønsteret (Franke, Kazemi & Battey, 2007), der samtalen fra spørsmål til svar gjerne utspiller seg mellom lærer og én elev. Samtaletrekk kan også få frem bare én elevs resonnement, men redskapet kan bidra til at flere av elevene i gruppen får tilgang til det resonnementet. I eksemplene ovenfor har jeg bevisst jobbet for å oppnå dette, ved å bruke samtaletrekkene *gjenta* og *repetere.* Jeg har også invitert elever inn i samtalen gjennom eksempler på bruk av samtaletrekkene *resonnere*, *tilføye* og *endre.* Dette har ført til at gruppen med elever kan ha kjent på en større delaktighet i undervisningen.

Jeg har fått frem at tilkomst av flere ulike stemmer har gitt produktive matematiske samtaler i noen undervisningstimer. Jeg har vist at vi i fellesskap med deling av strategier har klart å finne veien mot felles konklusjon. Samtalene kan derfor ha innfridd læringssynet til Bahktin (1981), som mener forståelse og kunnskapsutvikling skjer gjennom forhandling om mening i møtet mellom ulike stemmer (kapittel 2.2.). Diskusjonene viser eksempel på Mercer og Dawes (2014) sin beskrivelse av interaktiv og dialogisk eller interaktiv og autoritativ klasseromskommunikasjon (kapittel 2.2.). Jeg har her vist at spørsmålene ikke trenger å komme fra lærer, men at læreren heller tar ansvar for å forsøke å koble flere på den resonneringsstrukturen som gjør seg gjeldende i klasserommet. Jeg har vist hvordan elever på 8.trinn kan få lov til å resonnere ut fra forutbestemte oppgaver. Arbeid har gitt fysiske gjenstander eller hemmelige tall til resultat. Motivasjonen har vært sterkt til stede i elevgruppen, men veien til en løsning har i flere av eksemplene vært krevende for en eller flere. De matematiske begrepene har utfordret elevene i deres arbeid med å begrunne, forklare og argumentere.

I et utvalg matematiske samtaler har jeg analysert elevresonnement ved hjelp av Lithners (2008) resonnementsstruktur i fire steg og hans definisjon av imitativt (IR) og kreativt (CR) resonnement (Lithner, 2006). Der det er brukt samtaletrekk fra Wæge (2015) som hjelpemiddel i interaksjonen, har jeg analysert hvilke som er brukt og hva det har ført til i samtalen. Der samtaletrekkene er brukt aktivt i forutbestemte oppgaver og jeg selv orkestrerer samtalen gjennom resonneringsstrukturer ut fra observert elevarbeid, har det vært mulig å tolke om elever bruker et imitativt (IR) eller kreativt resonnement (CR).

Et av spørsmålene jeg stilte tidligere i dette kapittelet (4.1.) var om elevene ville klare å se at innhold i to av oppgavene var det samme og at svaret derfor måtte bli likt. Dette klarer noen av elevene å se etter individuelt arbeid. Andre må ha hjelp av sin læringspartner i gruppe for å bli overbevist. Noen må ha oppgavene gjennomgått på nytt i fellesskap for å klare å oppdage sammenhengen. Alle forstår imidlertid at oppgavene var like når vi forklarer likhetene og oppklarer feilsvar i fellesskap. Jeg får senere frem at en av elevene sitt resonnement, i oppgave til hemmelig tall, viser en misoppfatning eller usikkerhet når det gjelder primtall. Dette peker tilbake på resonneringen som limet i de fem kompetansene som kommer frem i trådmodellen (figur 2.1) og hvor viktig det kan være at elever får resonnert sammen med andre. Transkripsjonen viser at det ikke alltid skal så mye til for at det løsner for en elev.

Samtaletrekkene har gjort matematiske samtaler til en produktive matematiske samtaler i den betydning at samtalene har ført frem til en felles riktig konklusjon eller at elever har økt sitt vokabular til å kunne forklare sine resonnement med en større matematisk tyngde.

5. Drøfting

I dette kapittelet drøftes resultatene i lys av problemstillingen. Problemstillingen er:

Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevers matematiske resonnement?

Jeg støtter meg til Lithner (2008), som definerer resonnement til å finnes på alle nivåer i arbeid med matematikk. Interaksjonen i undervisningssituasjonene, da særlig hvor bruk av hjelpemiddelet samtaletrekk, blir drøftet i sammenheng med elevenes resonnement. De fem utvalgte samtalene mellom elev og lærer har blitt analysert i kapittel 4. Resultatene fra analysen blir trukket frem og drøftet i lys av teori nedenfor. Tre ulike roller til læreren i interaksjonene ser ut til å ha en innvirkning på elevenes resonnement. Disse rollene blir drøftet i delkapittel 5.1.1.

5.1. Funn på tvers av analyser

Ut fra resultatene vil jeg argumentere for at alle elevene hadde en imitativ resonnering (IR) når de løste første del av startoppgaven *hundrekart*. Grunnen er deres tidligere erfaring med dette konkretiseringsmateriellet i vanlig matematikkundervisning. Elevene kunne bruke en memorert resonnering (MR), da de kunne gjenskape et bilde av begrepet i sin hukommelse. Resonneringsstrukturen på fire steg i Lithners (2008) definisjon, ble konsis. Elevene visste hvordan et *hundrekart* skulle se ut, men det er ikke dermed sagt at de kunne forklare hva det er og hvordan det er bygget opp. Den første utvalgte matematiske samtalen viste at samtaletrekkene bidro til å løfte frem elevers resonnement. Med dem ble samtalen utvidet til å inneholde en noe mer matematisk forklaring. Fra å beskrive arket til å bestå av *masse tall*, ble det presisert at arket inneholdt *tall til hundre* og at det *starter fra null og går opp til hundre*.

I den andre utvalgte matematiske samtalen tyder resultatet på at det var elevene sine mange resonnement som førte frem til en løsning. Et av kravene Lithner (2008) setter for kreativt resonnement, er at elevene skal ha en fleksibel resonnering, der tilnærmingsmåtene er tilpasset situasjonen. I eksempelet med *kubikkcentimeter* tyder resultatene på at elevenes tanker og idéer var bøyelige og smidige[10] i møte med hverandres resonneringsstruktur og at elevene dermed inntok en kreativ resonnering (CR). Resonneringsstrukturen på fire steg ble forlenget da elevene virket å være avhengig av en delkompetanse for det todimensjonale, før de kunne resonnere seg frem til en konklusjon i noe som var tredimensjonalt. Resonneringen ble også i denne samtalen løftet frem ved hjelp av samtaletrekkene til Wæge (2015). Det kan godt hende elevene hadde funnet frem til at centikuben (figur 2.5) var riktig løsning uten interaksjonen i fellesskap. Det kan også hende elevene ville brukt like mange matematiske begreper for å beskrive gjenstanden, hvis den bare ble delt ut som en brikke til det videre arbeid i timen.

[10] Bøyelige og smidige er definisjoner på begrepet fleksibel (snl.no)

I min analyse kan jeg derimot vise til at interaksjonen i klasserommet, med elevenes resonnement, var en viktig årsak til at vi kom oss videre og i mål. Samtaletrekkene ble også her brukt til et redskap for de gode matematiske diskusjonene og gjorde kanskje at elevene holdt ut så lenge at de i felleskap kunne lykkes. Samtalen ble igjen utvidet til å inneholde en noe mer matematisk forklaring og et konkret eksempel på dette er eleven som i starten (replikk nr. 42 i kapittel 4.1) ikke klarer å sette ord på hva hen mener (men blir sittende og peke på eget ark), til å kunne si høyt: *«Kvadrat er todimensjonalt, kubikk er tredimensjonalt.»* (replikk nr. 98 i kapittel 4.1).

Videre har jeg fått frem i arbeidet med matematiske begreper (kapittel 4.1), hvor elevene skulle finne frem til et hemmelig tall, at en elev hadde en misoppfattelse eller en usikkerhet rundt hva som er det første og minste primtallet. Igjen kan samtaletrekk ha bidratt til at resonneringen ble løftet frem og avslørt, for så i dette tilfellet bli endret. En av Lithners (2008) betingelser for kreativ resonnering er at resonneringen må være nyskapende eller at en glemt resonnering gjenskapes. Elevene gjør da ifølge Lithner (2008) en kreativ resonnering, siden glemt resonnering gjenskapes. Resultatene i denne matematiske samtalen tyder på at flere av eleven derimot hadde en imitativ resonnering (IM) og at mellomregninger og sluttsvar i oppgaven ble utført med bakgrunn i tidligere erfaring. Algoritmene i oppgaven kunne gjenskapes, noe som tyder på en algoritmisk resonnering (AR) for flere av elevene. Resultatene viser uansett at elevers gjennomgang av sine imitative resonnement, bidrar til en annen elevs løsning av oppgaven skjer ved kreativt resonnement. Denne koblingen skjer gjennom interaksjonen i klasserommet og igjen er samtaletrekkene et hjelpemiddel for å få frem, sammenligne, avdekke og i dette tilfellet endre. Samtalen blir igjen utvidet til å ha noe mer innhold av matematiske begreper og nå også en regel for hva som er primtall: *«Primtall er tall som bare kan deles på seg selv og en»* (replikk nr. 251 kapittel 4.1).

I den fjerde utvalgte matematiske samtalen blir IGP-metoden i de tre forrige samtalene brutt ned. Resultatet viser i dette tilfellet at en samtale i plenum ikke fører til en felles riktig løsning på den elevproduserte oppgaven. Mulig hadde resultatet vært et annet hvis jeg snudde på rekkefølgen slik at elevene gjennomførte denne delen av økten før vi gjorde tilsvarende oppgave i plenum. Transkripsjonen viser at eleven satte høye krav til sine medelever ut fra tidligere erfaringer i stedet for å prøve en ny strategi. Dette gjør at elevene er mindre fleksible og elever kan da ha et imitativt resonnement når de lager og løser oppgaven. Det ble unaturlig og vanskelig å bruke ulike samtaletrekk. I analysen rundt elevprodusert oppgave ble det bare brukt samtaletrekket *gjenta* og i stor grad for å få frem oppgaven fremfor elevers tanker, idéer og løsningsstrategier. I dette eksempelet lykkes det da heller ikke for elevene å komme frem til en felles korrekt konklusjon ved første gjennomkjøring. Vi får derimot tatt denne oppgaven i den neste matematikktimen og ved at oppgaven har fått synke inn, blir repetert og samtidig blir synlig i setninger på tavlen, parallelt med muntlig gjennomgang oppnår gruppen sin suksess. Samtaletrekkene gjør at de matematiske begrepene blir repetert og elevene finner begrunnelser for sine forflytninger mot en felles konklusjon gjennom egne og andres resonnement.

De fire utvalgte matematiske samtalene har analysert og nå drøfter funnene av, viser at det kan være av betydning å stoppe opp i arbeid med matematikkgjøremål og få elevene til å prøve å sette ord på det vi gjør i fellesskap. Funnene viser at elever resonnerer ut fra hvor de befinner seg i resonneringsstrukturen. Dette støtter opp om Lithners (2008) bruk av begrepet resonnement, som noe som dukker opp på alle nivåer i arbeid med matematikk. Jeg vil også kunne hevde ut fra mine funn at elevene enten hadde en overvekt av imitativt resonnement eller kreativt resonnement avhengig av oppgave og type oppgave som ble gitt. Funnene vil kunne sies å ha blitt synlige ved bruk av samtaletrekk. Mulig jeg kunne ledet de matematiske diskusjonene uten samtaletrekkene til Wæge (2015), men de gav meg et redskap jeg kunne holde fast ved og bruke for å iverksette diskusjoner av høy kvalitet i eget klasserom. Vi oppnådde til dels gode produktive matematiske samtaler som bidro til å føre gruppen av elever fra oppgave til konklusjon.

5.1.1. Betydningen av lærerens rolle

I studiet har jeg vist hvordan jeg som lærer kan bruke samtalegrep som fokuserer samtalene mot elevers egne matematiske resonnement. Ved å stille spørsmål, engasjerer jeg elevene i undervisningen, og dette er med på å gi undervisningen retning og mening.

Mine observasjoner og til dels strategiske valg med samtaletrekk, gjør at elevenes idéer, påstander og forklaringer løftes frem som viktige for undervisningen. Samtaletrekkene gav ikke bare elevene lov til å resonnere rundt egne valg, det ble nærmest et krav for at arbeidet skulle føre frem. Dette er med på å gjøre elevene sine tanker til en viktig verdi. Elevene får, gjennom mange interaksjoner med hverandre og med lærer, trent på språkets betydning fra kjerneelement (nevnt innledningsvis i studiet kapittel 1.1.).

Det å skulle stille gode spørsmål i undervisning, kan føles vanskelig for læreren. Ifølge Boaler og Brodie (2004) krever det mye erfaring, pedagogisk kunnskap og god kjennskap til sine elever. Elevene jeg hadde tilgang til i mine undersøkelser hadde jeg hatt noen måneder til å opparbeide meg kunnskap om. Jeg visste i hovedtrekk hvordan deres faglige nivå i matematikk var etter å ha vært faglæreren deres siden oppstarten av skoleåret. Deres sosiale ferdigheter, orden og atferd, hadde jeg også til dels fått kjennskap til gjennom matematikkundervisningen, men også som kontaktlærer og med tilhørende elevsamtaler og utviklingssamtale. Gode relasjoner mellom lærer og elev har gjennom mange studier blitt påvist som en helt sentral faktor når det gjelder elevenes læring (Hattie 2009, Kjærnsli 2004, Nordahl 2000). Elever blir mer motivert og inspirert av lærere som respekterer dem og som legger vekt på å ha et godt forhold. Jeg hadde forhåpentlig gitt dem dette inntrykket i løpet av de første månedene i vårt samarbeid og kan dermed sies å ha hatt en fordel for gjennomføringen av studiet. Jeg opplevde ikke at elevene vegret seg for å si noe høyt til meg eller andre og heller ikke at noen følte seg utrygge trass i at jeg hadde hentet de åtte elevene ut fra deres vanlige undervisningsrammer i faget. Samtidig kommer jeg ikke utenom at de befant seg foran en kontaktlærer og en lydopptaker, noe jeg har kommentert i kapittelet om etiske betraktninger (kapittel 3.5.).

6. Konklusjon

I konklusjonen vil jeg besvare min problemstilling: *Hvordan kan bruk av samtaletrekk få frem elevenes matematiske resonnement?* Her vil jeg først gjøre noen refleksjoner som leder frem til svaret.

Det ble gjennomført en kvalitativ kasusstudie for å undersøke elevenes aktivitet i lys av Lithners (2008) forskning. Jeg tok rollen som fullstendig deltaker (Gold, 1958) og hadde ifølge Postholm og Jacobsen (2018) sine beskrivelser en pragmatisk, abduktiv tilnærming til forskningsfeltet. Teorigrunnlaget er hensiktsmessig for å beskrive resonneringsstruktur og elevers måte å resonnere på. Siden jeg ikke kunne observere direkte hvordan elevene tenkte, redegjør jeg i studiet for variasjonen i elevenes handlinger og uttalelser. Det gjør jeg ved å ta utgangspunkt i Lithners to modeller med tilhørende teori; Struktur av resonnement (Lithner, 2006, s.5) og resonneringsstruktur representert i en graf (Lithner, 2008, s. 258). Dette gav meg mulighet til å gi en forklaring til den matematiske aktiviteten. Alt med grobunn i et sosiokulturelt kunnskapssyn og læringssynet fra Vygotsky (1962); innhold i skolens undervisning kan ikke skilles fra det språket det manifestes gjennom.

For å få frem mer av det jeg ikke ser av prosesser i et kognitivt system, valgte jeg å benytte meg av Wæge (2015) sine samtaletrekk og redskap for matematiske diskusjoner. Jeg valgte å benytte meg av Wæge (2015) sine syv samtaletrekk, da hun har koblet sammen fem samtaletrekk fra Chapin, O'Connor og Anderson (2009) med to fra Kazemi og Hintz (2014). I analysen viser jeg hvordan dette redskapet ble brukt i undervisningssituasjoner for å lede matematiske diskusjoner og skape produktive matematiske samtaler. Ifølge Franke, Kazemi og Battey (2007) avhenger produktiviteten i matematiske samtaler særlig av at elevene får tenke selv, formulere og forklare for å skape mening. *Å resonnere* er et av samtaletrekkene, men analysen viser at også de andre samtaletrekkene bidrar til å løfte frem elevene sine resonnement. Samtaletrekkene setter søkelys på det elevene sier og gjør, i stedet for lærerens måte å tenke på. Denne måten å kommunisere på står i kontrast til IRE/IRF-mønsteret.

Resultatene viser at diskusjoner rundt oppgaver som er kjent for elevene i større grad bidrar til at elevene resonnerer imitativt. Der de samme elevene møter oppgaver hvor de ikke har en automatisk løsningsmetode kan diskusjonen rundt disse tyde på at flere elever resonnerer kreativt. Forskjellen i resonneringen var at de i stor grad prøvde å illustrere, forstå, utdype, endre og repetere resonneringssteg 1 og 2. Når elevene gjør oppgaver som ikke kobles til tidligere erfaringer i faget kan dette være noe som bidrar til at elevene i større grad resonnerer kreativt. Hiebert og Grouws (2007) fremsnakker hvorfor elever skal bli utfordret til å resonnere rundt oppgaver de selv føler er vanskelige. Dette er viktig for at elevene skal utvikle forståelsen i matematikk. Undersøkelsen viser at samtaletrekkene kan skape og opprettholde matematiske diskusjoner i form av å resonnere rundt uferdige svar og hvordan man eventuelt kan komme seg videre selv.

Denne oppgaven har vist at samtaletrekkene kan bidra til å få frem elevenes matematiske resonnement enten det er imitativt eller kreativt. Jeg håper denne oppgaven kan motivere til at flere lærere tar i bruk dialogisk undervisning, der man sammen med elvene skissere et sett av ideer eller at man som lærer sette søkelys på et bestemt perspektiv gjennom spørsmål og samtale med elevene. Så håper jeg denne oppgaven kan være til hjelp ved at læreren ser på hvordan samtaletrekk for å få frem elevers resonnement, kan bidra til akkurat det.

6.1. Læringsutbytte

I NOU 2015:8 (2015) *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser* vurderte Ludvigsensutvalget[11] i en rapport, grunnopplæringens fag mot krav til kompetanser i fremtidens samfunns- og arbeidsliv. Ifølge utvalget er forståelse, beregning, bruk, resonnering og engasjement nødvendige komponenter som må være til stede for å inneha god matematisk kompetanse (NOU 2015:8, 2015, s.57). Resonneringskompetansen[12] anses som den viktigste og binder de andre sammen. Utvalget bygger på Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse av ulike matematiske kompetanser elevene bør inneha (se trådmodellen 2.1).

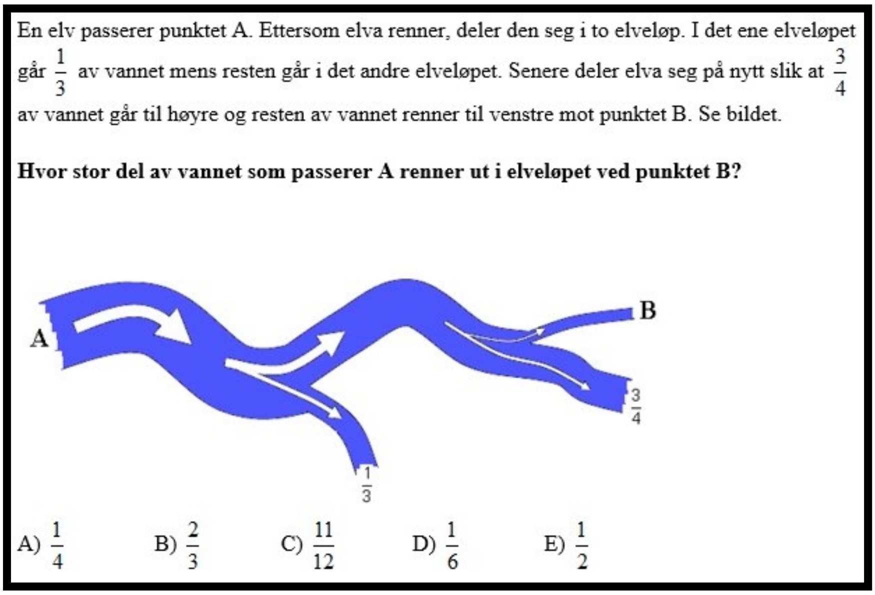
Fem år senere er *fremtidens skole* et faktum og læreplanverket for kunnskapsløftet 2020 har tredd i kraft. I arbeid med denne oppgaven har jeg lært hvordan enkle grep med bruk av samtaletrekk kan styrke de matematiske samtalene i klasserommet. Ved å vektlegge elevenes egne tanker, ideer og forklaringer kan samtalene og undervisningen i større grad sette søkelys på at elevene skal forstå, i stedet for å bare gjøre, matematikk. Jeg har brutt med de tradisjonelle kommunikasjonsmønstrene i klasserommet og erfart produktive matematiske samtaler. Det er avgjørende at samtalene lar elevene dele sine tanker, ideer, strategier og forklaringer. Slik kan elevene muligens oppleve matematikkfaget som meningsfylt og givende, noe som vil være i sterk kontrast til de dominerende oppfatningene om at matematikk handler om å sitte stille på egne plasser og regne oppgaver.

I dette studiet har jeg prøvd å overbevises elevene om at de kan tenke matematisk og få de til å stole på sin egen tankekraft. Hvis elevene forstår at de kan resonnere matematisk, resonnere logisk og overbevise andre om at deres tankegang er riktig, så kan kanskje matematikken oppleves både mer meningsfull og lærerik. Nå vet jeg at elevene mine har stor kapasitet når det gjelder å resonnere matematisk. Det var avgjørende at jeg som lærer inntok en aktiv rolle ved å formulere spørsmål og oppmuntret elevene til å gjenta resonnementer flere ganger. Da viser analysen at de hørte på hverandres resonnementer og utviklet seg i samspill med andre. Suksessfaktor til dette samspillet ligger kanskje i bruk av åpne oppgaver eller såkalte LIST-oppgaver. Da vil alle kunne si noen om hva de tenker i møte med oppgaven uansett forutsetninger i faget.

[11] Ludvigsensutvalget (ledet av Sten Runar Ludvigsen) var engasjert for å fremskaffe et beslutningsgrunnlag for endring i innhold i fagene i norsk skole (wikipedia.no).
[12] Resonneringskompetanse i matematikk er et samlebegrep for evne til logisk tenkning, refleksjon, forklaring og begrunnelse.

6.2. Videre forskning

På vår skole har vi satt oss mål i å prøve ut omvendt undervisning eller flipped classroom i matematikkfaget. Formidling av faglig innhold til ett eller flere læringsmål blir da gitt elevene i forkant av matematikkundervisningen på skolen. Gjerne i form av læringsfilmer og aktiv bruk av digitale læringsplattformer. Tiden i klasserommet vil jeg da i større grad kunne bruke til læringsaktiviteter, dialog, veiledning, formative tilbakemeldinger og faglige samtaler. Dette vil gjøre det lettere å forske videre i praksis, men uansett om vi kommet dit, vil det være interessant å gi elevene oppgaver som stiller store kognitive krav i matematikkundervisningen. Slike oppgaver vil fremme og utfordre elevenes resonnement- og problemløsningskompetanse. Oppgavetypen er nevnt i teori fra Smith og Stein (1998) i tabell 2.2. Oppgavene kan sammenlignes med det som blir kalt rike oppgaver. Et eksempel på en slik oppgave finner man på matematikksenteret sine sider:



En elv passerer punktet A. Ettersom elva renner, deler den seg i to elveløp. I det ene elveløpet går $\frac{1}{3}$ av vannet mens resten går i det andre elveløpet. Senere deler elva seg på nytt slik at $\frac{3}{4}$ av vannet går til høyre og resten av vannet renner til venstre mot punktet B. Se bildet.

Hvor stor del av vannet som passerer A renner ut i elveløpet ved punktet B?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{11}{12}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{2}$

Figur 6.1: Eksempel på en rik oppgave (hentet fra www.matematikksenteret.no)

Denne oppgavetypen krever at elevene må bruke relevant forkunnskap og ulike representasjoner, og oppgavetypen setter søkelys på å utvikle forståelse for matematiske begreper og ideer. I min videre forskning vil jeg gjerne erfare hvordan det er å organisere undervisningen induktivt (Truxaw & DeFranco, 2008). Vil denne organiseringen kunne styrke utviklingen av en mer helhetlig matematikkforståelse ved at elevene får oppdage, utforske og prøve ut selvutviklede strategier, samt at de får delt tankene, ideene og strategiene sine? Dessuten hadde det vært interessant å undersøke hvilken betydning oppgavenes kontekst har for de matematiske samtalene. Først og fremst ønsker jeg likevel å forske og utvikle meg på bruk av samtaletrekk i helklassesituasjoner i matematikkundervisningen.

Litteraturliste

Alexander, R. J. (2006). *Towards dialogic teaching: Rethinking classroom talk*, Cambridge (2006)

Alseth, B.; Breiteig, T og Brekke, G. (2003): Evaluering av Reform 97 - *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus*. Notodden: TFN-rapport 02/2003

Alseth, B., Tangen, J. & Tofteberg, G.T. (2015). Maximum 8 grunnbok. *Matematikk for ungdomstrinnet*. Gyldendal Undervisning

Alvesson, Mats & Skøldberg, Kaj. (2009). *Reflexive methodology. New vistas for qualitative research*. Second edition. London: Sage publications.

Andersson-Bakken, E. (2017). *Dette vet vi om. Spørsmål og interaksjon i klasserommet.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Bakhtin, M. (1981). *The dialogic imagination: four essays*. Austin: University of Texas Press.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. *In Proceedings of the 26th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 773-781).

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann, Portsmouth

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6* (2. utg.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education* (7th ed.). London: Routledge.

Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (s. 225- 256). Greenwich: Information Age.

Gold, R. L. (1958). *Roles in Sociological Field Observations*. Social Forces, 36(3), 217-223.

Grønmo, Sigmund (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget

Hattie J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of 800+ Meta-Analyses on Achievement.* London: Routledge.

Hiebert, J. & Grouws, D. (2007). *The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning*. In Lester, F.K., Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (371-404). New York: MacMillan.

Hodgen, J. (2007). Formative assessment: Tools for transforming school mathematics towards dialogic practice? *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 5, 1886–1895.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional Talk: How to Structure and Lead Productive Mathematical Discussions*. Portland: Stenhouse Publisher.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Academies Press.

Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (2013). *Fortsatt en vei å gå: norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.

Kvale, S. og Brinkmann, S. (2015). *Det kvalikative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lithner, J. (2006). *A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning*.

Lithner, J. (2008). *A research framework for creative and imitative reasoning*. Educational Studies in Mathematics, 67(3), 255-276.

Mercer, N. & Dawes, L. (2014). *The study of talk between teachers and students, from the 1970s until the 2010s*. Oxford Review of Education, 40(4), 430–445Maugesten, M. &

Meld. St. 28 (2015-2016). (2016). *Fag – Fordypning – Forståelse — En fornyelse av Kunnskapsløftet*.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*.

Nordahl, T. (2000). *En skole - to verdener: et teoretisk og empirisk arbeid om problematferd og mistilpasning i et elev- og lærerperspektiv*. Oslo: Pedagogisk forskningsinstitutt, Utdanningsvitenskapelig fakultet, Universitetet i Oslo.

Nosrati, M., & Wæge, K. (2014). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*: Matematikksenteret.

Nosrati, M., & Wæge, K. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforlaget.

NOU 2015: 8 *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser*

Peressini, D. & Knuth, E. (2000). The role of tasks in developing: Communites of mathematical inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 391.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.

Postholm, M. B., Jacobsen, D. I. (2018) *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Ross, J.A: (1998). The antecedents and consequences of teacher efficacy. In J. Brophy (Ed..), *Research on Teaching* (Vol. 7, pp. 49 – 74). Greenwich, CT: JAI Press

Scott, J. (1988). *Social Network Analysis*. Hentet fra https://doi.org/10.1177/0038038588022001007

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding: Mathermatics Teaching*. Warwickshire: University of Warwick

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268-275

Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Sullivan, P., Knott, L., & Yang, Y. (2015). *The Relationships Between Task Design, Anticipated Pedagogies, and Student Learning*. In Task Design In Mathematics Education (pp. 83-114). Springer International Publishing.

Säljø, R. (2001). *Læring i praksis. Et sosiokulturelt perspektiv.* Oslo: Cappelen Akademisk Forlag.

Truxaw, M. P. & DeFranco, T. (2008). *Mapping Mathematics Classroom Discourse and Its Implications for Models of Teaching*. Journal for Research in Mathematics Education, 39(5), s. 489-525. Hentet fra http://www.jstor.org/stable/40539312

Utdanningsdirektoratet (2010). *Læreplan I matematikk fellesfag (MAT1-04). Grunnleggjande ferdigheter*. Hentet fra: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter

Utdanningsdirektoratet (2010). *Læreplan I matematikk fellesfag (MAT1-04). Kompetansemål etter 10. årssteget*. Hentet fra: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget

Utdanningsdirektoratet (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05). Kjerneelement*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Utdanningsdirektoratet (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05). Grunnleggjande ferdigheiter*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/grunnleggende-ferdigheter

Utdanningsdirektoratet (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10.trinn (MAT01-05). Kompetansemål og vurdering*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv16?lang=nno

Vygotsky, L. (1962). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.

Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: *Funneling or focusing. Language and communication in the mathematics classroom*, s. 167-178.

Wæge, K. (2007*). Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet (NTNU).

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning*, 26(2), 22–27.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). *Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics*. Journal for research in mathematics education, 458-477.

Vedlegg 1: Samtykkeerklæring

Vil du delta i forskningsprosjektet: *"Samtalemønstre og fagbegreper i matematikk"*?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke dagligspråk og bruk av fagbegreper i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Ønsker å undersøke om aktiv bruk av samtalemønstre og dertil spørsmål fra lærer i matematikk kan bidra til å fremme bruken av fagbegreper. Omfanget er noen gruppesamtaler med et utvalg elever på 8.trinn. Samtalene blir tatt opp på lydopptaker. Funnene skal brukes i tekst til en masteroppgave. Personopplysninger som måtte komme frem på opptak skal ikke være med i teksten. Innholdet blir anonymisert og opptakene blir slettet etter at masteroppgaven er ferdig og levert.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Norges teknisk - naturvitenskaplige universitet (NTNU).

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Det er ønskelig å hente ut elever fra matematikktimene en uke til undervisning på eget klasserom. Du vil ikke gå glipp av innhold i vanlig undervisningen og heller ikke bli tilgodesett med ekstra innhold i faget. Undervisningen vil ha et større muntlig fokus enn i ordinær undervisning og jeg ønsker å få med en gruppe elever som kan hjelpe meg med det.

Hva innebærer det for deg å delta?

Bruker såkalt deltakende observasjon i undersøkelsene. Opplysningene som samles inn blir de samtalene som inntreffer rundt matematiske oppgaver ved lydopptak.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil heller ikke påvirke forholdet mellom deg som elev og meg som lærer om du velger å være med eller ikke.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Opplysningene i prosjektet vil senere være å finne i en masteroppgave ved NTNU. Under arbeid med prosjektet vil bare jeg og min veileder ha tilgang til opplysningene. Opplysningene blir anonymisert i oppgaven. Lydopptaker blir lånt av NTNU og slettet før tilbakelevering.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Masteroppgaven skal leveres inn 5.september 2020. Da vil kanskje noen av samtalene du har deltatt i (velger bare et utvalg) være anonymisert i oppgaven. Lydopptakene er slettet og personopplysninger er makulert.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra NTNU har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Eivind Ljones Berge (masterstudent) eivind.berge@osloskolen.no
- Eskil Braseth (veileder til masterstudiet) eskil.braseth@matematikksenteret.no
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen
Eivind Ljones Berge
Prosjektansvarlig

Samtykkeerklæring
Jeg ønsker:

☐ Å delta i prosjektet. ---
☐ Ikke delta i prosjektet. (Signert av elev, dato)

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Samtalemønstre og fagbegreper i matematikk*», og har fått anledning til å stille spørsmål.

Jeg samtykker til at mitt barn:

☐ Kan delta i lydopptak av undervisningen i matematikk en uke på et eget klasserom med ekstra fokus på muntlig aktivitet. Mitt barn går ikke glipp av faglig innhold grunnet dette prosjekt.

☐ Ikke deltar i prosjektet og har ordinær undervisning i faget den aktuelle uken i stedet. Mitt barn går ikke glipp av faglig innhold grunnet dette prosjekt.

Jeg samtykker til at opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, 5. september 2020.

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 2: Godkjent søknad til prosjektet

NSD sin vurdering
Prosjekttittel
Erfaringsbasert masterstudie lærerspesialist 19/20

Referansenummer
368378

Registrert
30.09.2019 av Eivind Ljones Berge - eivinljo@stud.ntnu.no

Behandlingsansvarlig institusjon
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet / Fakultet for informasjonsteknologi og elektroteknikk (IE) / Institutt for matematiske fag

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Eskil Braseth, eskil.braseth@matematikksenteret.no, tlf: 73551168

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Eivind Ljones Berge, eivinljo@stud.ntnu.no, tlf: 90172347

Prosjektperiode
01.11.2019 - 01.03.2021

Status
24.10.2019 - Vurdert

Vurdering (1)
24.10.2019 - Vurdert
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 24.10.19, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke typer endringer det er nødvendig å melde:

https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 05.09.20.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Silje Fjelberg Opsvik
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

NTNU

Kunnskap for en bedre verden