

Jørgen Bjerve & Einar Sagerud

Eksperimentell dynamisk analyse av et trebasert komposittdেকে

En evaluering av dempingskoeffisient, egenfrekvenser og egenmoder

Masteroppgave i Bygg- og Miljøteknikk

Veileder: Haris Stamatopoulos

Juni 2020

Jørgen Bjerve & Einar Sagerud

Eksperimentell dynamisk analyse av et trebasert komposittdekke

En evaluering av dempingskoeffisient, egenfrekvenser og egenmoder

Masteroppgave i Bygg- og Miljøteknikk
Veileder: Haris Stamatopoulos
Juni 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for ingeniørvitenskap
Institutt for konstruksjonsteknikk



Kunnskap for en bedre verden



MASTEROPPGAVE 2020

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 12.06.2020	ANTALL SIDER: 155 + 59
------------------------------------	---------------------	---------------------------

TITTEL:

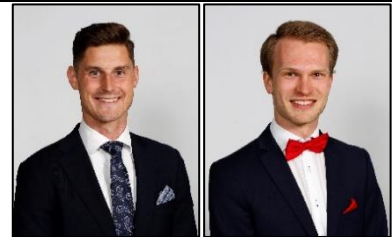
Eksperimentell dynamisk analyse av et trebasert komposittdেকে
En evaluering av dempingskoeffisient, egenfrekvenser og egenmoder

Experimental dynamic analysis of a timber composite floor
An evaluation of damping ratio, eigenfrequencies and eigenmodes

UTFØRT AV:

Jørgen Bjerve

Einar Sagerud



SAMMENDRAG:

Denne masteroppgaven inngår som en del av forskningsprosjektet DynaTTB, som skal kartlegge dempingsegenskaper for høyhus i tre. Opprinnelig tilhørte denne oppgaven arbeidspakke 2, som omhandler eksperimentelle forsøk på komponenter av tre. I denne oppgaven ble det gjort omfattende dynamiske forsøk på et komposittdেকে som var fritt opplagt i hjørnene. Etter innhenting av måledata ble det beregnet demping på hele tre ulike måter.

Arbeidet med denne avhandlingen ble en videreføring av arbeidet gjort i prosjektoppgaven foregående høst, der de dynamiske egenskapene til et annet gulv ble evaluert. Det ble tidlig modellert enkle Abaqus-modeller og gjort innledende forsøk med slaghammer (engelsk: modal hammer/impact hammer) som et grunnlag for videre forsøk og modellering.

Tredekke ble modellert med S4R-skallelementer i Abaqus/CAE. Det ble også antatt fullt samvirke mellom bjelkestege og topp- og bunnplate. Disse analysene ga resultater som stemte veldig godt med laboratorieresultatene for første og andre mode. Siden protokollen i laboratorieforsøkene var å tilføre masse på midtspenn av dekket og gjøre dynamiske forsøk for alle massetrinn ble også denne metodikken implementert i Abaqus. For økt masse beregnet modellen korrekte egenfrekvenser for første og andre mode, mens presisjonen ble betydelig lavere for høyere moder. For analyse av steady state-akselerasjoner under tvungne vibrasjoner ga Abaqus-analysen også rimelig gode resultater.

Fra forsøk med ANCO-vibrator ved belastning på resonans med første egenfrekvens ble demping beregnet fra logaritmisk dekrement og kurvetilpasning på frekvens-respons-funksjonen. Dette ga dempingsverdier mellom 0,48 % og 0,95 %. De dempede frie vibrasjonene viste tegn til minkende demping for økt masse, samt tydelig minkende demping for minkende akselerasjonsamplituder. Dempingstallene for tvungne vibrasjoner varierte mer, men viste ingen klare tendenser i retning av masse- eller amplitudeavhengighet. Forsøk med slaghammer ga konsekvent demping mellom 0,62 % og 0,68 % for første mode, og økende demping for høyere moder. For slaghammer var det kun en av fire egenfrekvenser under 50 Hz som hadde økt demping for økende masse. Samtidig var det kun første og andre egenfrekvens som minket med økt masse på midtspenn. Funnene fra dette arbeidet stemte godt overens med tidligere arbeid utført på det samme gulvet i 2017.

Basert på erfaringer fra dette arbeidet og protokollen benyttet for de eksperimentelle forsøkene ble det utarbeidet et forslag til prosedyre for lignende forsøk i fremtiden

FAGLÆRER: Haris Stamatopoulos
VEILEDER(E): Haris Stamatopoulos
UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Masteroppgave 2020

for

Jørgen Bjerve og Einar Sagerud

Eksperimentell dynamisk analyse av et trebasert komposittdekke

En evaluering av dempingskoeffisient, egenfrekvenser og egenmoder

Experimental dynamic analysis of a timber composite floor

An evaluation of damping ratio, eigenfrequencies and eigenmodes

Forskningsprosjektet *DynaTTB* har som hensikt å kartlegge dynamiske egenskaper på høyhus av tre. Dette arbeidet har som hensikt å kvantifisere dempingsegenskaper i eksisterende og planlagte konstruksjoner. Disse dempingsegenskapene består både av materialdemping og demping som oppstår i forbindelser mellom komponenter i høyhus av tre. Ved å kartlegge disse egenskapene skal det utvikles en numerisk elementmodell for å estimere dynamisk respons på fleretasjes trekonstruksjoner.

FNs bærekraftmål inneholder et mål om å gjøre byer og bosettinger bærekraftige. Mer enn halvparten av verdens befolkning bor i byer, og byene vokser stadig. For å løse utfordringene med urbanisering og bærekraftmål, er en mulig løsning å bygge høyhus av tre. Trematerialet lagrer CO₂, og fremstillingen og bruk av tre er mer miljøvennlig enn fremstilling og bruk av stål og betong (Fossdal, 1995).

Kandidatene skal i denne oppgaven utføre en studie av et trebasert komposittdekke som ble bygget i forbindelse med en tidligere masteroppgave ved Institutt for Konstruksjonsteknikk ved NTNU. Tre er et lett byggemateriale, hvilket fører til at vind-, jordskjelv-, og menneskeinduserte svingninger ofte er begrensende for konstruksjoners dimensjonering, og derfor er nye og gode beregningsmodeller nødvendig.

Som et bidrag til *DynaTTB* omfatter oppgaven å gjøre laboratorieforsøk på komposittdekket med påfølgende databehandling ved hjelp av programmeringsverktøy. Etasjeskilleren skal også modelleres og analyseres i en elementmetodebasert numerisk programvare, og dynamiske og statiske egenskaper skal beregnes analytisk.

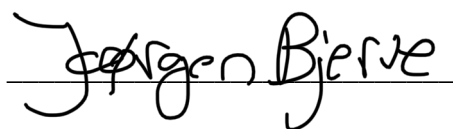
Forord

Masteroppgaven gjennomføres siste halvår av det femårige masterstudiet *Bygg- og miljøteknikk* ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Oppgaven er skrevet ved Institutt for Konstruksjonsteknikk over en periode på 20 uker og er vektet med 30 studiepoeng for hver student. Sammen med å levere resultater til forskningsprosjektet denne oppgaven er en del av, er et overordnet mål med oppgaven at den skal legge et grunnlag for kommende prosjekt- og masteroppgaver ved instituttet. Studiet er en del av forskningsprosjektet «*DynaTTB – Dynamic Response of Tall Timber Buildings under Service Load*», der NTNU er samarbeidspartner (DynaTTB, 2019). På grunn av gjennomføring i laboratoriet samt arbeidets omfang, ble det oppfordret til å jobbe to og to studenter sammen på oppgaven.

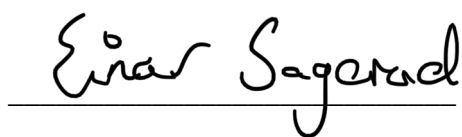
Hovedfokus i oppgaven har vært å gjennomføre eksperimentelt arbeid og analysere måledata ved hjelp av den matematiske programvaren *MATLAB*. Den elementmetodebaserte programvaren *Abaqus* ble benyttet til å simulere laboratorieforsøk. Ved hjelp av ulike typer verktøy har de dynamiske egenskapene til et komposittdেকে av tre blitt målt og evaluert. Det har også blitt utviklet et forslag til en effektiv fremgangsmåte for fremtidig forskning på dynamiske egenskaper for trekonstruksjoner.

Avdelingsingeniørene Gøran Loraas og Terje Petersen, samt overingeniør Bjørn Strickert Schjøberg ved Institutt for konstruksjonsteknikk har gitt et stort bidrag, og takkes for all hjelp og godt samarbeid i forbindelse med laboratoriearbeidet. Takk til Anders Rönquist og Ole Øiseth for hjelp med dynamikk, og tusen takk til doktorgradsstipendiat Sveinung Nesheim for hjelp ved bruk av ANCO-vibrator og gode innspill underveis. Sist, men ikke minst rettes en stor takk til vår hovedveileder førsteamanuensis Haris Stamatopoulos som har vist stort engasjement og gitt fantastisk veiledning gjennom hele oppgaven.

Trondheim, fredag 12. juni 2020



Jørgen Bjerve



Einar Sagerud



Sammendrag

Denne masteroppgaven inngår som en del av forskningsprosjektet DynaTTB, som skal kartlegge dempingsegenskaper for høyhus i tre. Opprinnelig tilhørte denne oppgaven arbeidspakke 2, som omhandler eksperimentelle forsøk på komponenter av tre. I denne oppgaven ble det gjort omfattende dynamiske forsøk på et komposittdekk som var fritt opplagt i hjørnene. Etter innhenting av måledata ble det beregnet demping på hele tre ulike måter.

Arbeidet med denne avhandlingen ble en videreføring av arbeidet gjort i prosjektoppgaven foregående høst, der de dynamiske egenskapene til et annet gulv ble evaluert. Det ble tidlig modellert enkle Abaqus-modeller og gjort innledende forsøk med slaghammer (engelsk: modal hammer/impact hammer) som et grunnlag for videre forsøk og modellering.

Tredekket ble modellert med S4R-skallelementer i Abaqus/CAE. Det ble også antatt fullt samvirke mellom bjelkestegene og topp- og bunnplate. Disse analysene ga resultater som stemte veldig godt med laboratorieresultatene for første og andre mode. Siden protokollen i laboratorieforsøkene var å tilføre masse på midtspenn av dekket og gjøre dynamiske forsøk for alle massetrinn ble også denne metodikken implementert i Abaqus. For økt masse beregnet modellen korrekte egenfrekvenser for første og andre mode, mens presisjonen ble betydelig lavere for høyere moder. For analyse av steady state-akselerasjoner under tvungne vibrasjoner ga Abaqus-analysen også rimelig gode resultater.

Fra forsøk med ANCO-vibrator ved belastning på resonans med første egenfrekvens ble demping beregnet fra logaritmisk dekrement og kurvetilpasning på frekvens-respons-funksjonen. Dette ga dempingsverdier mellom 0,48 % og 0,95 %. De dempede frie vibrasjonene viste tegn til minkende demping for økt masse, samt tydelig minkende demping for minkende akselerasjonsamplituder. Dempingstallene for tvungne vibrasjoner varierte mer, men viste ingen klare tendenser i retning av masse- eller amplitudeavhengighet. Forsøk med slaghammer ga konsekvent demping mellom 0,62 % og 0,68 % for første mode, og økende demping for høyere moder. For slaghammer var det kun en av fire egenfrekvenser under 50 Hz som hadde økt demping for økende masse. Samtidig var det kun første og andre egenfrekvens som minket med økt masse på midtspenn. Funnene fra dette arbeidet stemte godt overens med tidligere arbeid utført på det samme gulvet i 2017.

Basert på erfaringer fra dette arbeidet og protokollen benyttet for de eksperimentelle forsøkene ble det utarbeidet et forslag til prosedyre for lignende forsøk i fremtiden.



Abstract

This Master's Thesis is a part of the research project DynaTTB, which aims to better understand damping of high-rise timber buildings. This thesis originally belonged to work package 2, which contains experimental research on components and assemblies of timber. During the work with this thesis extensive dynamic experiments were carried out on a composite floor, simply supported in all corners. Subsequently, three methods for calculating damping was applied.

During the Project Thesis the previous semester, a dynamic analysis of another wooden composite floor was carried out. Due to earlier experiences gained through the Project Thesis, simple Abaqus models and initial experiments with the impact hammer was executed to form a foundation for further work.

The timber floor was modelled with S4R shell elements in Abaqus/CAE. Furthermore, it was assumed full composite action between the webs and the flanges. For the first and the second modes of vibration the Abaqus models showed good agreements with the experimental results. During the lab experiments mass was added to the midspan of the floor, and therefore this method was implemented in Abaqus. For the increased mass the first and second eigenfrequency was calculated with good precision, whereas the precision decreased significantly for higher modes. The analysis of steady state accelerations under forced vibrations also showed satisfactory results.

From the experiments with the ANCO vibrator loading at resonance with the first eigenfrequency, damping was calculated from both logarithmic decrement and a curve fit on the frequency response function. This revealed damping values between 0,48 % and 0,95 %. The damped free vibrations showed signs of decreasing damping for increased mass, and clear signs of smaller damping for smaller amplitudes of acceleration. During forced vibrations, the damping had bigger deviations but revealed no clear dependency on neither mass nor acceleration amplitudes. For the Modal Hammer, a damping ration between 0,62 % and 0,68 % was measured for the first mode, with increasing damping for higher modes. Only one out of four eigenfrequencies below 50 Hz got higher damping for increased mass. At the same time, only the first and the second eigenfrequency were decreasing for increased mass. These findings correspond well with the previous work carried out in 2017.

Based on the experiences from this experimental work, a procedure for future work is proposed.



Innholdsfortegnelse

Forord	i
Sammendrag	iii
Abstract	v
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn for oppgaven	1
1.2 Oppgavens formål og avgrensninger	1
1.3 Arbeidets gang	3
1.4 Tidligere arbeid	5
2 Teoretisk grunnlag og bakgrunn	7
2.1 Tre som konstruksjonsmateriale	7
2.1.1 Trevirkets oppbygning	7
2.1.2 Trebaserte produkter	10
2.1.3 Komposittelementer av tre	11
2.2 Bevegelsesligningen	15
2.3 Modalanalyse og modal superposisjon	17
2.4 Dynamisk amplifikasjon og Frekvens-Responsfunksjon	22
2.5 Generaliserte frihetsgrader	24
2.6 Autospektrum – anvendelse av måledata og utledning	27
2.7 Demping	30
2.7.1 Demping i et system med frie svingninger	31
2.7.2 Demping i et system med tvungne svingninger	33
2.7.3 Rayleigh-demping	36
2.8 Vibrasjoner	38
2.8.1 Vibrasjonskriterier i bruksgrensetilstand (SLS)	41
3 Metode	45
3.1 Eksperimentelt arbeid	45
3.1.1 Eksperimentelt oppsett	46
3.1.2 Eksperimentell metode	54
3.1.2.1 Dynamisk forsøk med slaghammer	54
3.1.2.2 Dynamisk forsøk med ANCO	59

3.1.2.3	Menneskelig aktivitet på etasjeskiller	63
3.1.2.4	Statisk nedbøyningsforsøk ved påføring av massetrinn 0-4.....	65
3.1.3	Behandling av eksperimentelle måledata	68
3.1.3.1	Beregning av dempingstall – dempede frie vibrasjoner.....	68
3.1.3.2	Beregning av dempingstall – tvungne vibrasjoner.....	73
3.2	Numeriske beregningsmodeller.....	77
3.2.1	Abaqus/Standard	78
3.2.2	Materialer i Abaqus	78
3.2.3	Modellering	80
3.2.4	Valg av elementer.....	80
3.2.5	Statisk nedbøyning	81
3.2.6	Modalanalyse	81
3.2.7	Modebasert steady state-analyse ved tvungne vibrasjoner	82
3.3	Analytiske beregninger	84
3.3.1	Teoretisk bøyestivhet	84
3.3.1.1	I-bjelker	84
3.3.1.2	U-bjelker.....	85
3.3.1.3	Samlet effektiv bøyestivhet.....	87
3.3.1.4	Analytisk egenfrekvens	87
3.3.2	Bøyestivhet fra nedbøyningsforsøk.....	89
3.3.3	Bøyestivhet fra dynamiske forsøk.....	90
3.3.4	Steady state – analytisk løsning	91
4	Resultater	93
4.1	Slaghammer (Modal Hammer).....	93
4.2	ANCO – dempede frie vibrasjoner.....	96
4.3	ANCO – Steady state-akselerasjon under tvungne vibrasjoner	98
4.4	Menneskelig aktivitet på etasjeskiller	103
4.5	Abaqus – modalanalyse.....	108
4.6	Abaqus – Steady state-akselerasjon under tvungne vibrasjoner	110
4.7	Abaqus – statisk nedbøyningsforsøk.....	113
4.8	Statisk nedbøyningsforsøk	115
5	Analyse og diskusjon.....	121

5.1	Generelt	121
5.2	Eigenfrekvenser.....	122
5.3	Demping	130
5.4	Nedbøyningsforsøk og estimert bøyestivhet	137
5.5	Brukgrensetilstand og menneskelig aktivitet.....	139
5.6	Vurdering av metoder benyttet.....	143
6	Oppsummering og konklusjoner	147
6.1	Konklusjoner	147
6.2	Vurdering av arbeidet.....	149
6.3	Forslag til videre arbeid.....	150
	Referanser	151
Vedlegg		
A	Abaqus.....	III
A.1	Definisjon av ulike komponenter	III
A.2	Definisjon av materialer	IV
A.3	Definisjon av tverrsnitt.....	VI
A.4	Tilegne komponentene tverrsnitt og materialorientering	VII
A.5	Sammenstilling av modell	VIII
A.6	Beregningssteg	IX
A.7	Definisjon av laster.....	XII
A.8	Elementinndeling	XIV
A.9	Randbetingelser	XV
A.10	Analyse og resultater	XV
B	Eksperimentelt arbeid.....	XVIII
B.1	ANCO.....	XIX
B.1.1	Eksentrisitet.....	XIX
B.2	Catman	XXII
B.3	Slaghammer – metode og programmer	XXVII
B.3.1	Record Impact Testing FRF	XXVII
B.3.2	Modal Parameter Identification.....	XXX

C	Matlab	XXXII
C.1	ANCO – Beregning av demping fra dempede frie vibrasjoner.....	XXXII
C.2	ANCO – Beregning av demping fra tvungne vibrasjoner.....	XXXIII
D	Øvrige resultater	XXXIV
D.1	Slaghammer.....	XXXIV
D.2	ANCO – dempede frie vibrasjoner.....	XXXV
D.3	ANCO – tvungne vibrasjoner (steady state)	XLI
D.4	Menneskelig aktivitet	XLIX
D.5	Abaqus.....	LII
D.5.1	Modalanalyse	LII
D.5.2	Tvungne vibrasjoner (steady state)	LIV
D.6	Bruksgrensetilstand	LIX
E	Utvalgt materiale fra prosjektoppgave	LX
E.1	Korreksjoner.....	LX

Figurliste

Figur 1-1	Arbeidspakkene som inngår i forskningsprosjektet DynaTTB (ForestValue, 2019).	1
Figur 1-2	Flytdiagram for arbeidets gang.	4
Figur 2-1	Gran: ca. 45%, Furu: i overkant av 30%, Løvtrær: i overkant av 20%.....	8
Figur 2-2	Trematerialets celle- og spenningsegenskaper.....	9
Figur 2-3	Til venstre: komposittbjelker; til høyre: trebaserte komposittdykker.	11
Figur 2-4	Glidningseffekt.....	12
Figur 2-5	Effektivt tverrsnitt for limte bjelker med tynne flenser.....	12
Figur 2-6	Ikke-lineær spenningsfordeling.....	13
Figur 2-7	Illustrasjon for metode med transformert tverrsnitt (Stamatopoulos, 2019).....	14
Figur 2-8	Argand-diagram for $y_i(t)$	20
Figur 2-9	Dynamisk amplifikasjon.	22
Figur 2-10	Illustrasjonene viser ulike moder for gitt formfunksjon.....	26
Figur 2-11	Autospektrum av responsen til etasjeskiller ved menneskelig aktivitet (hopping).27	
Figur 2-12	Tidsserie av responsen til etasjeskiller ved menneskelig aktivitet (hopping).	28

Figur 2-13 Demping i tidsserie av akselerasjon.	31
Figur 2-14 Eksempel på dempet svingning og omhyllingskurve.....	32
Figur 2-15 Visualisering av HPBM..	34
Figur 2-16 Eksempelplott av Rayleigh-demping (Chopra & McKenna, 2015)	37
Figur 2-17 Lastfrekvenser assosiert med menneskelige aktiviteter (Wheeler, 1982).	39
Figur 3-1 Komposittdেকে i laboratoriet med opplagerbetingelser..	47
Figur 3-2 Nærbilde av opplegg på stålhemisfære i hjørne.	47
Figur 3-3 Lengder for limtrebjelkene benyttet i dekket.	48
Figur 3-4 Topp- og bunnplate / topp- og bunnflens i Kerto-Q.....	48
Figur 3-5 Målene fra arbeidstegningene i henhold til Bjørge & Kristoffersen (2017).	48
Figur 3-6 Målt tverrsnitt våren 2020.	50
Figur 3-7 Innfesting av massetrinn 1 med treskrue gjennom bunnflensen til stålbjelken.....	50
Figur 3-8 Plassering av ANCO og massetrinn 1.	51
Figur 3-9 Massetrinn 0.	51
Figur 3-10 Massetrinn 1.	52
Figur 3-11 Massetrinn 2.	52
Figur 3-12 Massetrinn 3.	52
Figur 3-13 Massetrinn 4.	52
Figur 3-14 Gulvet belastet med massetrinn 4 i laboratoriet.	53
Figur 3-15 Oppsett for slaghammer	54
Figur 3-16 Slagpunkter ved forsøk med slaghammer.	55
Figur 3-17 Akselerometeret ble festet til dekket med treskrue.	56
Figur 3-18 Student under gjennomføring av forsøk.....	57
Figur 3-19 Eksempel på ut-data fra Modal Parameter Identification.....	58
Figur 3-20 Innfesting av ANCO.....	59
Figur 3-21 Akselerometer (applicator) festet med magnet på festeplaten.	60
Figur 3-22 Konfigurasjon av akselerometre.....	60
Figur 3-23 Oppsett av ANCO og tilhørende utstyr.	62
Figur 3-24 Forsøk med seks personer og tilfeldige bevegelser.....	63
Figur 3-25 S1, S2 og S3 viser plasseringen av de tre nedbøyningssensorene.	65
Figur 3-26 Innfesting av nedbøyningsensorer..	66
Figur 3-27 Oppsett for nedbøyningsforsøk.	67
Figur 3-28 Tidsserie med resonans ved første egenfrekvens. Massetrinn 1.	68

Figur 3-29 Utvalgt område av den avtagende fasen for en tidsserie av akselerasjon.	70
Figur 3-30 Algoritme for beregning av dempingskoeffisient.	71
Figur 3-31 Et eksempel på demping plottet mot akselerasjon. Her for massetrinn 2.	72
Figur 3-32 Utsnitt av tidsserie som beskriver frekvensen til lasten.	74
Figur 3-33 Tidsserier av last og akselerasjon for massetrinn 4.....	75
Figur 3-34 FRF og kurvetilpasning rundt første egenfrekvens.	76
Figur 3-35 Valgt materialorientering i Abaqus.	79
Figur 3-36 Opplagerbetingelser i Abaqus.	80
Figur 3-37 Lastpåføring i simulering av statisk nedbøyning.	81
Figur 3-38 Modellering av massetrinn 4 i Abaqus.....	82
Figur 3-39 Eksempelplott av simulert respons for steady state-analyse i Abaqus.....	83
Figur 3-40 HPBM benyttet på respons fra Abaqus.	83
Figur 4-1 FRF til massetrinn 0 og kurvetilpasningen for første mode.....	95
Figur 4-2 Demping beregnet som logaritmisk dekrement	97
Figur 4-3 Medianer og gjennomsnittstall for demping	97
Figur 4-4 Konstruert tidsserie av last og målt tidsserie av akselerasjon for massetrinn 0	98
Figur 4-5 Konstruert tidsserie av last og målt tidsserie av akselerasjon for massetrinn 0	99
Figur 4-6 Empirisk FRF basert på serie 1 og 2	99
Figur 4-7 Utsnitt av FRF og kurvetilpasningen nær første egenfrekvens.	100
Figur 4-8 Amplitudeavhengighet for demping i henhold til Tabell 4-7.....	100
Figur 4-9 Demping plottet mot lastfrekvens fra steady state-forsøk med ANCO.	102
Figur 4-10 Demping ved last på resonans med første mode.	102
Figur 4-11 Tidsserie av akselerasjoner fra en person som jogger på langs.....	104
Figur 4-12 Autospektrum som er et gjennomsnitt av autospektrene til de to tidsseriene	104
Figur 4-13 Tidsserie av akselerasjoner fra en person som jogger langs diagonalen.....	105
Figur 4-14 Autospektrum som er et gjennomsnitt av autospektrene til de to tidsseriene	105
Figur 4-15 Tidsserie av at seks personer jogget i ring langs rendene	106
Figur 4-16 Autospektrum som er et gjennomsnitt av autospektrene til de to tidsseriene	106
Figur 4-17 Autospektrum for vanlige aktiviteter sortert etter intensitet.	107
Figur 4-18 Autospektrum for vanlige aktiviteter sortert etter intensitet.	107
Figur 4-19 FRF fra steady state-analyse i Abaqus.	110
Figur 4-20 Sammenstilt plott for respons fra massetrinn 0-5.....	111
Figur 4-21 Demping-akselerasjonsplott ved resonans basert på Abaqus-simuleringer	111

Figur 4-22 Demping-akselerasjonsplott for massetrinn 0-4.....	112
Figur 4-23 Deformasjonsform for etasjeskilleren ved nedbøyningsforsøk i Abaqus.	113
Figur 4-24 Forskyvning plottet mot resultatanten til lasten ved midtspenn.....	114
Figur 4-25 Hele tidsserien fra nedbøyningsforsøket.....	115
Figur 4-26 Pålastingsfasen som varte om lag en time.....	116
Figur 4-27 Avlastingsfasen som varte om lag en time.....	116
Figur 4-28 Forskyvning under pålasting plottet mot resultatanten til lasten på midtspenn.	117
Figur 4-29 (EI)L,eff for etasjeskilleren plottet mot resultatanten til de ulike massetrinnene ..	118
Figur 4-30 Stivhet basert på Euler-Bernoulli bjelketeori for etasjeskilleren	119
Figur 5-1 Første egenfrekvens som funksjon av massetrinn.....	122
Figur 5-2 Sammenligning av egenfrekvenser målt med slaghammer i 2017 og 2020.....	125
Figur 5-3 1., 2., 3. og 5. Egenfrekvens funnet fra slaghammer og Abaqus.	128
Figur 5-4 Dempingstall.	130
Figur 5-5 Demping i serie 1 plottet mot akselerasjon for alle massetrinn.	131
Figur 5-6 Demping plottet mot masse for ulike moder funnet med slaghammer.	132
Figur 5-7 Steady state-respons plottet mot demping ved resonans – massetrinn 0.....	133
Figur 5-8 Kontroll av demping i Abaqus ved hjelp av HPBM, massetrinn 0.....	135
Figur 5-9 Steady state-akselerasjonsamplitude plottet for alle massetrinn for ANCO.....	139
Figur 5-10 Demping for forsøkene med massetrinn 0-4.....	141

Tabelliste

Tabell 2-1 Vanlige tresorter som brukes som konstruksjonsvirke.....	8
Tabell 3-1 Dimensjoner av dekke.	49
Tabell 3-2 Vekt av massetrinn og korresponderende totalvekt.....	53
Tabell 3-3 Lastfrekvenser.....	73
Tabell 3-4 SI grunnenheter benyttet i Abaqus-modelleringen.	77
Tabell 3-5 Materialeegenskaper i Abaqus.	79
Tabell 4-1 Slaghammer - første mode.....	93
Tabell 4-2 Slaghammer - andre mode.	94

Tabell 4-3 Slaghammer - tredje mode.....	94
Tabell 4-4 Slaghammer - fjerde mode.....	94
Tabell 4-5 Slaghammer - femte mode.....	95
Tabell 4-6 Utvalgte verdier fra dempingen beregnet som logaritmisk dekrement	96
Tabell 4-7 Egenfrekvenser og dempingsverdier for forsøk med tvungne vibrasjoner.....	101
Tabell 4-8 Akselerasjoner fra menneskelig aktivitet.....	103
Tabell 4-9 Abaqus – første mode.....	108
Tabell 4-10 Abaqus – andre mode.....	108
Tabell 4-11 Abaqus – tredje mode.....	109
Tabell 4-12 Abaqus – fjerde mode.....	109
Tabell 4-13 Abaqus – femte mode.....	109
Tabell 4-14 Forskyvninger fra nedbøyningsforsøk i Abaqus.....	113
Tabell 4-15 Beregnede forskyvninger fra Abaqus	113
Tabell 4-16 Forskyvninger fra nedbøyningsforsøk.....	117
Tabell 4-17 Gjennomsnittlige forskyvninger	118
Tabell 5-1 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – første mode.....	125
Tabell 5-2 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – andre mode.....	126
Tabell 5-3 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – tredje mode.....	126
Tabell 5-4 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – fjerde mode.....	127
Tabell 5-5 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – femte mode.....	127
Tabell 5-6 Bøyestivhet	137
Tabell 5-7 Utført og anbefalt rekkefølge for eksperimentelt arbeid.....	146

Symboler brukt i masteroppgaven

Bokstaver fra det latinske alfabetet:

A	Areal av tverrsnitt [mm^2 , m^2]
a	Eksentrisitet [mm]
a	Akselerasjon [m/s^2]
a_{RMS}	RMS-akselerasjon [m/s^2]
b	Bredde [mm, m]
$b_{c,ef}$	Effektiv bredde av flens i trykk [mm]
b_{ef}	Total effektiv bredde av flens [mm]
$b_{t,ef}$	Total effektiv bredde av flens i strekk [mm]
b_w	Bredde av steg [mm]
$b_{i,fic}$	Fiktiv bredde av tverrsnittsdeler nr. i [mm]
\mathbf{C}	Dempingsmatrise ($\#DOF * \#DOF$)
\mathbf{C}^*	Diagonalisert dempingsmatrise ($\#DOF * \#DOF$)
c_{cr}	Kritisk demping
$c(x)$	Demping i et system med generaliserte frihetsgrader
c^*	Generalisert demping
D	Dynamisk amplifikasjon
E	Elastisitetsmodul [MPa]
$(EI)_\infty$	Bøystivhet for full komposittvirkning [Nmm^2 , Nm^2]
$(EI)_{L,eff}$	Effektiv bøystivhet [Nmm^2 , Nm^2]
$EI(x)$	Bøystivhet i et system med generaliserte frihetsgrader
$\mathbf{F}(t)$	Last [N] ($\#DOF * 1$)
$\mathbf{F}^*(t)$	Last for modal superposisjon [N] ($\#DOF * 1$)
F_0^*	Lastamplitude for modal superposisjon [N] ($\#DOF * 1$)
$F(\omega)$	Last i frekvensdomenet [N]
f	Frekvens [Hz]
f_n	Egenfrekvens [Hz]
FI	Fuktinnhold [%]

G	Skjærmodul [MPa]
G	Amplitude til respons
$H(\omega)$	Frekvens-responsfunksjon
$H(f)$	Frekvens-responsfunksjon
h	Høyde [mm]
$h_{f,c}$	Høyde av trykkflens [mm]
$h_{f,t}$	Høyde av flens i strekk [mm]
h_w	Høyde av steg [mm]
I	Andre arealmoment [mm ⁴]
i	Den imaginære konstanten $\sqrt{-1}$
K	Stivhetsmatrise (#DOF * #DOF)
C^*	Diagonalisert stivhetssmatrise (#DOF * #DOF)
k^*	Generalisert stivhet
L	Lengde [mm, m]
M	Massematrise (#DOF * #DOF)
M^*	Diagonalisert massematrise (#DOF * #DOF)
m	Masse [kg]
$m(x)$	Fordelt masse i et system med generaliserte frihetsgrader
m^*	Generalisert masse
MR	Eksentrisitet ANCO
MT	Vekt massestrinn [kg]
P	Punktlast [N]
P_0	Lastamplitude [N]
$P(t)$	Last [N]
$r(t)$	Bevegelse i et dynamisk system [m]
$\dot{r}(t)$	Hastighet i et dynamisk system [m/s]
$\ddot{r}(t)$	Akselerasjon i et dynamisk system [m/s ²]
s	Senteravstand mellom steg [mm]
t	Tid
u	Respons [m]
v	Respons [m/s]
v_B	Volum til massestrinn (Abaqus) [m ³]

v_{RMS}	RMS-hastighet [m/s]
w	Vertikal forskyvning [mm, m]
x	Romlig koordinat [mm, m]
$Y(\omega)$	Respons i frekvensdomenet [m/s ²]
$y(t)$	Normalkoordinat for bevegelse i et dynamisk system [m]
$\dot{y}(t)$	Normalkoordinat for hastighet i et dynamisk system [m/s]
$\ddot{y}(t)$	Normalkoordinat for akselerasjon i et dynamisk system [m/s ²]
$z(t)$	Generalisert koordinat i et dynamisk SDOF-system

Bokstaver fra det greske alfabetet:

α	Koeffisient for stivhetsproporsjonal demping i Rayleigh-demping
β	Koeffisient for masseproporsjonal demping i Rayleigh-demping
β	Forhold mellom lastfrekvens og egenfrekvens
γ	Grad av komposittvirkning
ζ	Dempingskoeffisient [%]
ζ_{mat}	Materialdempingskoeffisient [%]
ζ_{struct}	Geometrisk avhengig dempingskoeffisient [%]
ζ_{tot}	Total dempingskoeffisient [%]
θ	Faseforskyvning mellom last og respons [rad]
ν	Tverrkontraksjonstall
ρ	Materialdensitet [kg/m ³]
σ	Normalspenning [Pa]
τ	Skjærspenning [Pa]
ϕ	Bøyemode/forskyvningsform (vektor, #DOF * 1)
Φ	Alle forskyvningsformer til et dynamisk system (matrise, #DOF * #DOF)
$\psi(x)$	Formfunksjon for egensvingninger
ω	Lastfrekvens som vinkelfrekvens [rad/s]
ω_D	Dempet egenfrekvens [rad/s]
ω_n	Egenfrekvens [rad/s]



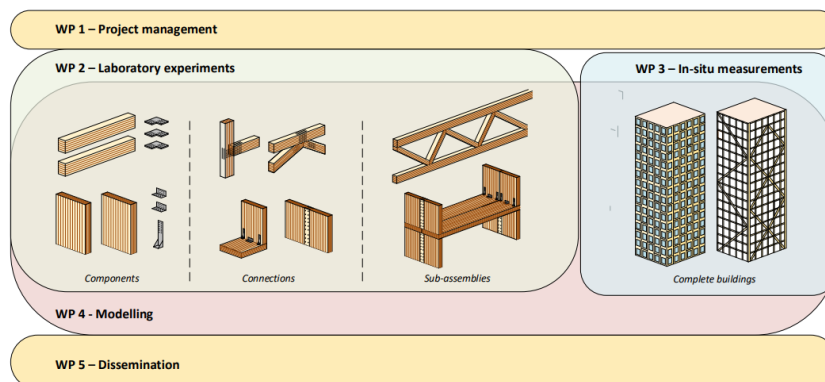
1 Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Ifølge FN vil verdens befolkning etter hvert stabilisere seg på rundt 11 milliarder mennesker. Det vil med andre ord bli nødvendig å skape bolig til 4 milliarder nye mennesker hvis det tenkes at alle skal kunne ha tak over hodet. Med et økende fokus på klimautslipp og miljø, kan dette bety at det spesielt i byer må bygges høyhus av tre (Bell, K. 2017). Forskningsprosjektet *DynaTTB (The Dynamic Response of Tall Timber Buildings under Service Load)* har som hensikt å kartlegge dynamiske egenskaper på høyhus av tre. Prosjektet har som hovedmål å kvantifisere dempingsegenskaper i eksisterende og planlagte konstruksjoner. Disse dempingsegenskapene består både av materialdemping og demping som oppstår i forbindelser mellom komponenter i høyhus av tre. Ved å kartlegge disse egenskapene skal det utvikles en numerisk elementmodell for å estimere dynamisk respons på fleretasjes trekonstruksjoner.

1.2 Oppgavens formål og avgrensninger

Denne masteroppgaven inngår opprinnelig som del av arbeidspakke 2 (WP2) i DynaTTB. Hovedmålet med WP2 er laboratoriebasert eksperimentell bestemmelse av dynamisk respons hos enkeltkomponenter, forbindelser og sammensatte konstruksjonsdeler (DynaTTB, 2019).



Figur 1-1 Arbeidspakkene som inngår i forskningsprosjektet DynaTTB (ForestValue, 2019).

Masteroppgavens hovedvekt lå i utgangspunktet på eksperimentelt arbeid. De dynamiske egenskapene til et komposittdেকে og massivtreelementer skulle bestemmes gjennom testing i laboratoriet ved *Institutt for konstruksjonsteknikk* ved NTNU i Trondheim, samt ved *Splitkon AS* sin fabrikk i Åmot.

COVID-19 resulterte i at laboratoriene ved NTNU stengte medio mars 2020 og at Splitkon stengte dørene til sin fabrikk, slik at det ikke lot seg gjøre å gjennomføre planlagte forsøk. På grunn av COVID-19 vil masteroppgaven kun omhandle komposittdেকে, og ikke massivtreelementer. Situasjonen førte også til at masteroppgavens bidrag til DynaTTB ble mer todelt; en eksperimentell del og en numerisk og analytisk del. I den numeriske og analytiske delen ble det laget detaljerte modeller i Abaqus, og MATLAB ble benyttet til inngående analyse av eksperimentelle måledata. Den sistnevnte delen av masteroppgaven faller også inn under DynaTTB sin arbeidspakke 4 (WP4) som omhandler detaljert modellering av dynamiske egenskaper.

Endelig problemstilling

På bakgrunn av oppgavens formål og avgrensinger som beskrevet over, har følgende problemstilling for masteroppgaven blitt formulert:

Eksperimentell dynamisk analyse av et trebasert komposittdেকে

En evaluering av dempingskoeffisient, egenfrekvenser og egenmoder

1.3 Arbeidets gang

Arbeidet med masteroppgaven kan grovt sett deles inn i tre ulike faser. Disse fasene er enkelt beskrevet i dette delkapittelet for å forklare arbeidets gang, og er illustrert i Figur 1-2.

Fase 1

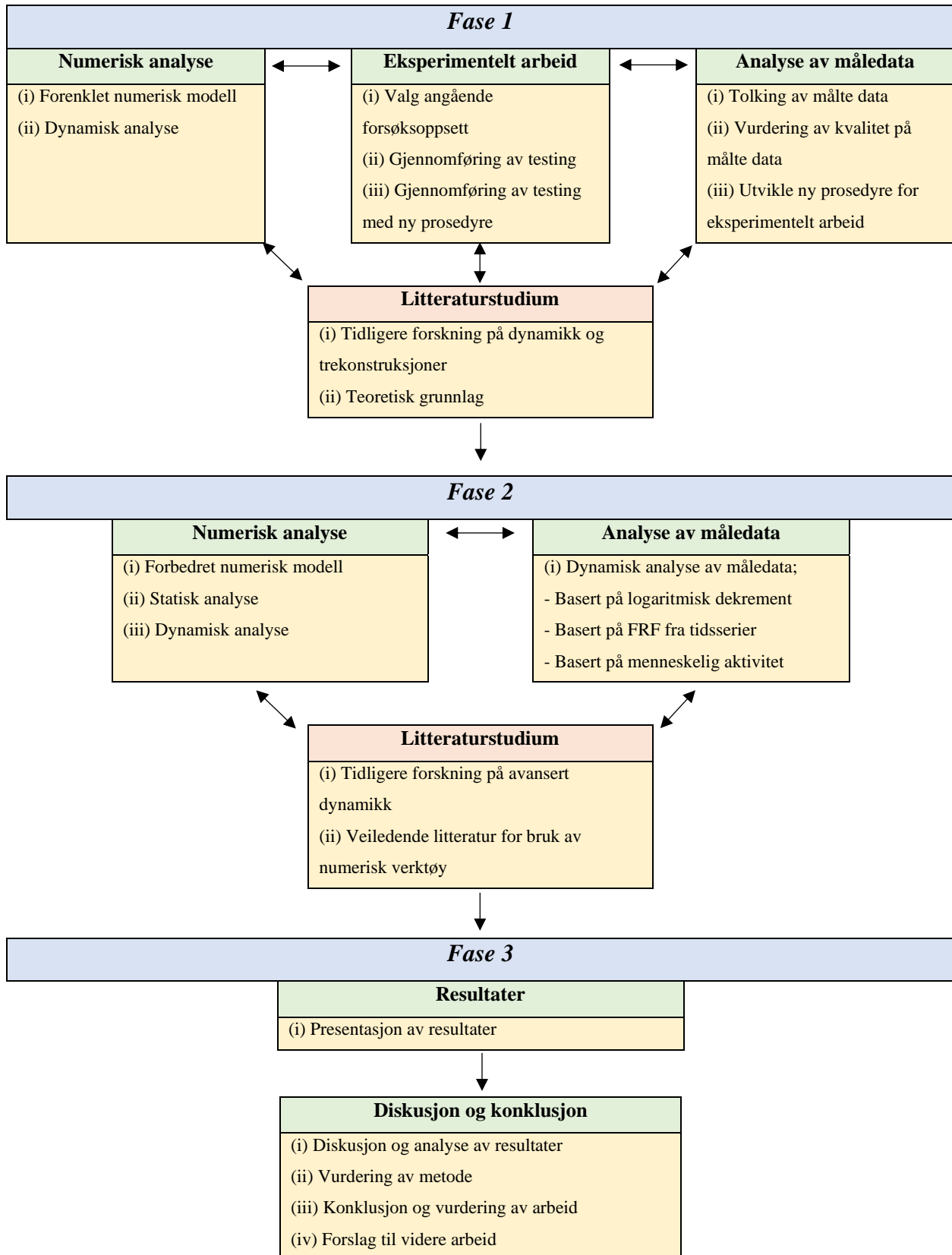
Første fase av oppgaven gikk ut på å samle inn måledata fra det eksperimentelle laboratoriearbeidet og analysere måledata, samt lage en enkel numerisk modell for å sammenligne med resultater fra laboratorieforsøkene. Et litteraturstudium ble gjort for å få kunnskap om gjennomføring av det eksperimentelle arbeidet, og som en indikasjon på hvilke resultater som kunne forventes fra testingen. Etter en runde med analyse av måledata, ble det utviklet en prosedyre for videre testing slik at mest mulig informasjon skulle kunne hentes ut fra nye måledata.

Fase 2

Da COVID-19 gjorde at laboratoriet ble stengt medio mars og testing hos Splitkon AS ble avlyst, tok masteroppgaven en mer numerisk og analytisk retning. Fase 2 bestod av mer omfattende programmering for å utnytte måledataene i størst mulig grad. Her ble det gått mer i dybden på dynamikk enn det som opprinnelig var planlagt. Det ble også utviklet en mer detaljert numerisk modell der alle laboratorieforsøk ble forsøkt gjenskapt. Underveis i denne fasen ble det både gjort litteratursøk som hjelp til å gå i dybden på dynamiske sammenhenger og for å få en dypere forståelse for numerisk modellering.

Fase 3

Masteroppgavens siste fase gikk ut på å presentere resultater på en måte som viser alle funn som har blitt gjort i løpet av arbeidsperioden. Det ble også skrevet en diskusjon og konklusjon for å beskrive oppgavens verdi for DynaTTB og for videre forskning på trekonstruksjoner ved Institutt for konstruksjonsteknikk på NTNU. Det ble her også gitt forslag til videre arbeid.



Figur 1-2 Flytdiagram for arbeidets gang.

1.4 Tidligere arbeid

I denne masteroppgaven analyseres et komposittdekke som ble bygget av Henning Bjørge og Terje Kristoffersen i forbindelse med en masteroppgave ved Institutt for konstruksjonsteknikk ved NTNU i 2017. Bjørge & Kristoffersen bestemte dynamiske egenskaper ved hjelp av slaghammer og Abaqus, og det vil være naturlig å sammenligne resultater fra denne oppgaven med resultater fra arbeidet gjort i 2017.

Oppgaven til Bjørge & Kristoffersen var en del av forskningsprosjektet *WoodSol* (Bjørge & Kristoffersen, 2017), der målet var å utvikle rammekonstruksjoner i tre med momentoverførende forbindelser. Rammesystemene med tilhørende gulvdekker skulle være egnet for prefabriksjon og til bruk i bygg på mellom fem og 10 etasjer, og med spennvidder opp mot 10 meter.

Labonnote (2012), senere gjengitt i Labonnote, Rønnquist & Malo (2013; 2015), evaluerte ulike typer demping i trebaserte bjelker, plater og gulv. Arbeidet omfattet eksperimentelle forsøk med slaghammer på 11 bjelker av konstruksjonsvirke og 11 limtrebjelker i ulike konfigurasjoner som totalt ga 420 evalueringer av demping. Det ble vist en generell trend der høyere moder, kortere spenn og bjelkeorientering på høykant ga høyere dempingskoeffisient. Det ble også benyttet slaghammer på to trebaserte komposittdekker, samt sponplater, OSB-plater og finérplater, for å evaluere dynamiske egenskaper. Resultater fra eksperimentelle forsøk ble sammenlignet med resultater fra numerisk modellering i Abaqus.

Som en forberedelse til arbeid med masteroppgaven ble det skrevet en prosjektoppgave høsten 2019. Her ble det gjennomført eksperimentelt arbeid med slaghammer på en limtrebjelke og et trebasert komposittdekke, der dynamiske egenskaper ble evaluert (Bjerve & Sagerud, 2019). En numerisk modell i Abaqus ble benyttet som sammenligningsgrunnlag til resultater fra testingen. Det vil være naturlig å sammenligne resultater og funn fra masteroppgaven med tidligere funn gjort av gjort av Labonnote og Bjørge & Kristoffersen, samt prosjektoppgaven skrevet av forfatterne av denne oppgaven.

2 Teoretisk grunnlag og bakgrunn

For å kunne beskrive og forstå fysikken som ligger bak de problemene denne oppgaven behandler kreves til dels avanserte modeller og regnemetoder. Typiske karakteristika ved tregulv og deres ytelse vil bli belyst. I tillegg vil dette kapittelet belyse noe av matematikken og de fysiske modellene som benyttes i fagfeltet dynamikk.

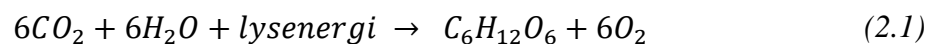
2.1 Tre som konstruksjonsmateriale

Bygninger ansees som en viktig del av kulturarven, og tre som byggemateriale har lange tradisjoner i Norge (Flatland, 2007). Heddal Stavkirke er omtrent 800 år gammel, og er et levende bevis på at tre er godt egnet for norske forhold. Med dagens fokus på miljø og utvikling av nye tekniske løsninger, har tre som konstruksjonsmateriale fått et oppsving de siste årene både nasjonalt og internasjonalt. I Norge begynte det med OL-hallene i Hamar og Lillehammer og fortsatte med terminalbygget på Gardermoen, og i løpet av de siste 10 årene har tre også etablert seg som et viktig materiale for middels store vegbruer (NTNU, 2020).

2.1.1 Trevirkets oppbygning

Miljø

I konteksten av miljøregnskap og miljøkonsekvenser, har trematerialet to udiskutable fordeler som byggemateriale; det er fornybart og det binder klimagassen karbondioksid (CO_2). Gjennom fotosyntesen, vist i ligning (2.1), benyttes CO_2 og vann fra luften til å produsere sukker og oksygen. Sukkermolekylet inneholder karbon, og det antas at trevirket inneholder ca. 0,5 kg karbon per 1 kg trevirke. For klimaregnskap er det vanlig å snakke om antall kilo CO_2 som måleenhet. Ligning (2.2) viser hvor mye CO_2 det kan antas at 0,5 kg karbon tilsvarer, og som derfor kan antas å bli lagret i trevirket. Molvekten til karbon er 12 g/mol mens den er 44 g/mol for CO_2 .



$$\frac{X}{44g/mol} = \frac{0,5kg}{12g/mol} \rightarrow X = 1,8 kg \quad (2.2)$$

Det lagres altså karbon tilsvarende 1,8 kg CO₂ per kg trevirke. Som tidligere nevnt, vil verdens befolkning øke, og det vil stilles krav til å bygge nye boliger. For å imøtekomme mål om reduserte klimautslipp kan bli viktig å bygge en større andel nybygg i tre.

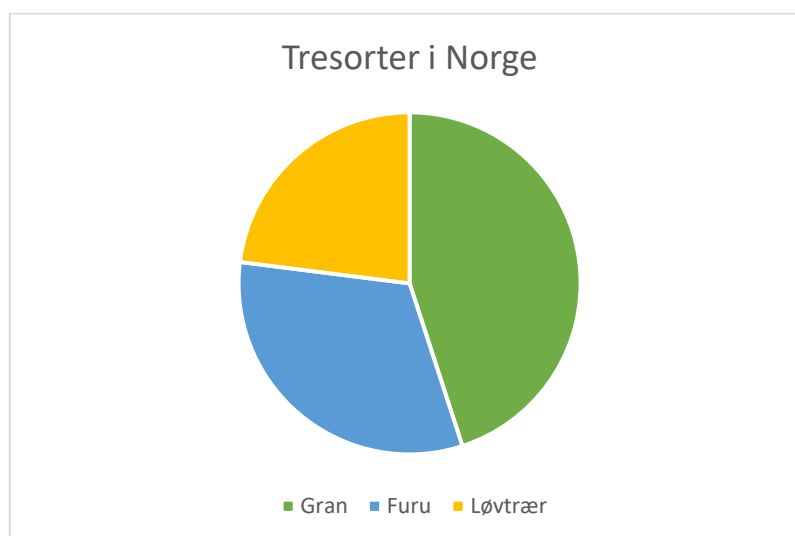
Vanlige tresorter

Trevirke som brukes i konstruksjoner deles ofte inn i to hovedgrupper; *mykved* (engelsk: *softwood*) og *hardved* (engelsk: *hardwood*). Felles for mykved er at den stammer fra bartrær, mens hardved stammer fra løvtrær. Vanlige tresorter er vist i Tabell 2-1.

Tabell 2-1 Vanlige tresorter som brukes som konstruksjonsvirke. Figuren er basert på figur fra Bell (2017).

<i>Hardved</i>	<i>Mykved</i>
• Gran	• Bjørk
• Furu	• Osp
• Lerk	• Or
	• Eik

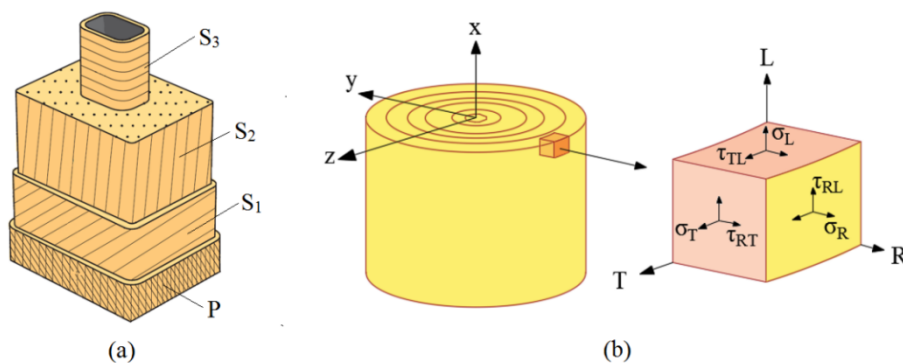
Andelen av de viktigste tresortene er vist i Figur 2-1.



Figur 2-1 Gran: ca. 45%, Furu: i overkant av 30%, Løvtrær: i overkant av 20%.

Oppbygning

Tre er en naturlig kompositt, og består av 50% karbon, 6% hydrogen og 44% oksygen, der den viktigste byggesteinen er sukker. Komposittstrukturen består av hulrom omgitt av en cellevegg. Cellulose, hemicellulose og lignin danner molekyl-tråder kalt mikrofibriller, og er celleveggenes byggeklosser. Celleveggen kan igjen deles opp i de fire lagene P, S1, S2 og S3 som vist av Figur 2-2a). På mikronivå har tre en anisotrop og komplisert oppbygning, mens det på makronivå kan betegnes som et ortotrop materiale. Med dette menes at trematerialet har forskjellige men tilnærmet konstante egenskaper i de ulike retningene. Som vist av Figur 2-2b) deles de ortogonale retningene opp som følger; L – langsetter fiberretningen, R – tvers på fiberretningen i radiell retning, T – tvers på fiberretningen i retning tangentielt til årringene (Bell, 2017). Denne inndelingen danner grunnlaget for de ulike materialegenskapene som senere er presentert på tabellform i delkapittel 3.2.2, der $L = 1$, $R = 2$ og $T = 3$.



Figur 2-2 a) celleoppbygning; b) spenningsretninger.
Hentet fra Bjørge og Kristoffersen (2017), basert på (Johansson, 2016).

Trematerialets egenskaper påvirkes av fuktinnholdet i trefibrenes hulrom. Fra et konstruksjonsteknisk perspektiv vil endring i fuktinnhold føre til krymping og svelling, og slike endringer i størrelse kan føre til uønskede spenninger og oppsprekking av materialet. Økt fuktinnhold vil også gi lavere fasthet, og dette tas hensyn til gjennom de ulike klimaklassene definert i Eurokode 5, Tabell NA.901 (CEN, 2008). Fuktinnhold (FI) oppgis i prosent og påvirkes av temperatur og luftfuktighet. FI kan defineres som vist i ligning (2.3), der m_ω er massen til det våte trestykket og m_0 er massen til det tørre trestykket.

$$FI = \frac{m_{\omega} - m_0}{m_0} * 100 \quad (2.3)$$

Et trestykke anses å være tørt ved et fuktinnhold på ca. 12%. Trevirkets densitet avhenger naturligvis av fuktinnhold, og oppgis både med en karakteristisk verdi (ρ_k) og en middelvei (ρ_{mean}) i standardverket. For mer utdypende innføring i trevirkets oppbygning og egenskaper, vises det til Kolbein Bell sin bok *Dimensjonering av trekonstruksjoner* (Bell, 2017).

2.1.2 Trebaserte produkter

Dette delkapittelet omfatter produkttyper som er benyttet i denne masteroppgaven. Disse vil bli beskrevet på et generelt nivå.

Limtre

Limtre er bygget opp av 2 eller flere lameller med tykkelser mellom 6 og 85 mm. I Norge benyttes ofte 45 mm tykke lameller for gran og 33 mm tykke lameller for furu (Bell, 2017). Lamellene har sammenfallende fiberretning, og for hver lamell er styrkesortert konstruksjonsvirke skjøtet med fingerskjøter. Som konstruksjonsmateriale egner limtre seg spesielt godt som søyler og bjelker med bøyning om én akse. Det produseres både homogent limtre der lamellestrykene er like og kombinert limtre der de ytterste lamellene er av høyere kvalitet. Diverse krav og spesifikasjoner finnes i *NS-EN 14080: Trekonstruksjoner - Limtre og limt laminert heltre - Krav* (CEN, 2016). Spesifikke materialegenskaper er beskrevet senere i delkapittel 3.2.2.

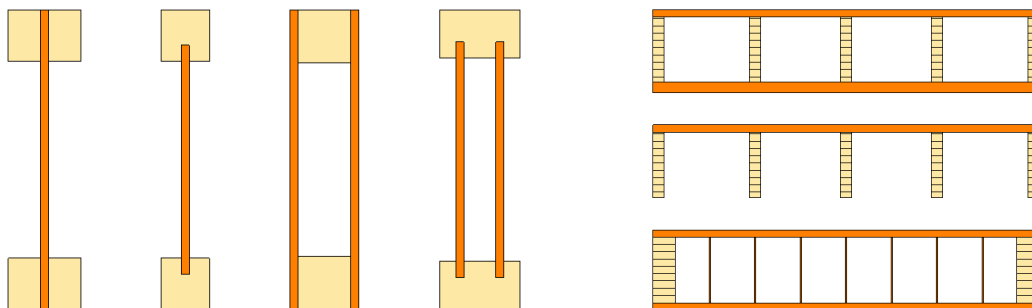
Finérplater

Finérplater er bygget opp av et ulikt antall finérflak som er limt sammen, enten som parallellfinér eller kryssfinér. Finérlagene knivskjæres eller skrelles av trevirket. For kryssfinér legges lagene opp etter et symmetrisk mønster slik at fiberretningen på ytterste lag er parallell, de nest ytterste er rotert 90° osv. Fasthet og stivhetsverdier avhenger sterkt av platens oppbygning. Europeisk kryssfinér produseres gjerne av gran, furu, bjørk eller som en

kombinasjon av disse (Solli & Glasø, 2011). Som konstruksjonsmateriale egner finérplater seg til bruk i gulv, vegger og tak. Diverse krav og spesifikasjoner, samt henvisning til andre standarder for finérplater finnes i *NS-EN 14279: LVL-virke - Definisjoner, klassifisering og spesifikasjoner* (CEN, 2009). Spesifikke materialegenskaper er beskrevet senere i delkapittel 3.2.2.

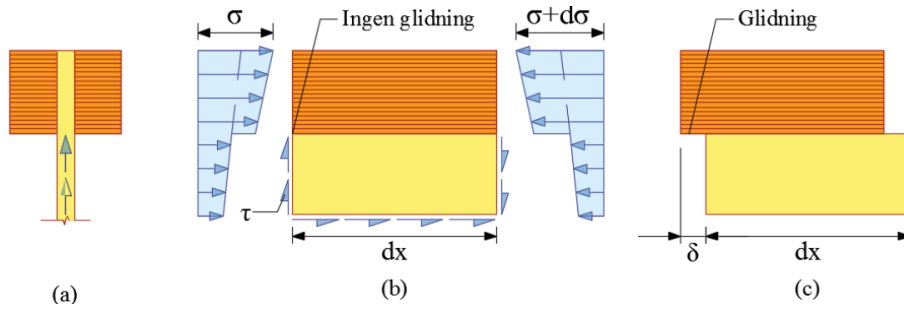
2.1.3 Komposittelementer av tre

I dette delkapittelet vil grunnleggende prinsipper for komposittvirkning presenteres. Trebaserte komposittelementer har i de senere årene blitt mer og mer vanlig, enten formet som I-bjelker eller som del av komposittdekker. Felles for komposittbjelker og -dekker er at de har klart definerte steg og flens, som vist av Figur 2-3. I Eurokode 5 skilles det i utregninger mellom limte bjelker med tynne steg og limte bjelker med tynne flenser (CEN, 2008). I bjelker med tynne steg benyttes gjerne platematerialer som sponplater, trefiberplater, OSB (Oriented Strand Board) og kryssfinér i stegene, mens LVL og konstruksjonsvirke benyttes som flenser. I bjelker med tynne flenser benyttes limtre og konstruksjonsvirke som steg, mens trefiberplater og kryssfinér benyttes som flenser (Bell, 2017).



Figur 2-3 Til venstre: komposittbjelker; til høyre: trebaserte komposittdekker.

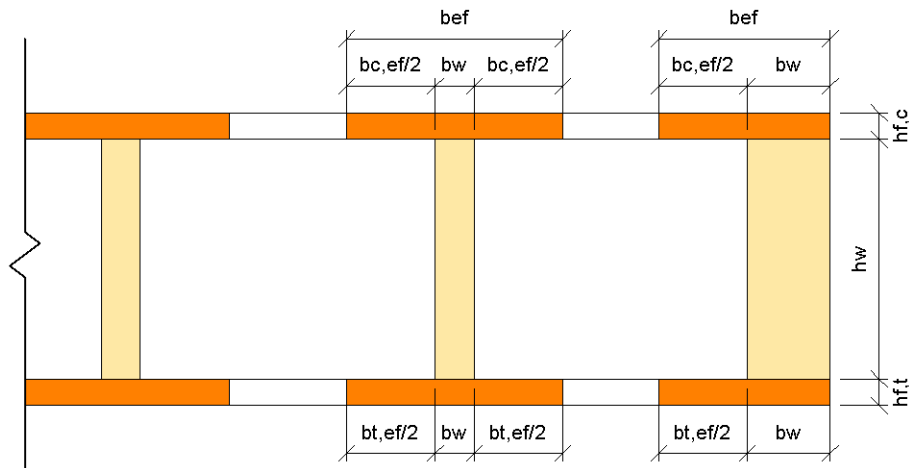
Når et komposittdekke utsettes for bøyepenninger, vil den ene flensen stå i trykk. På grunn av skjærspenninger i steget, vil det oppstå en liten forskjell i trykkspenningene over avstanden dx , som vist av Figur 2-4(b). Dersom forbindelsen er følsom for skjærspenninger, vil det oppstå glidning som vist i Figur 2-4(c).



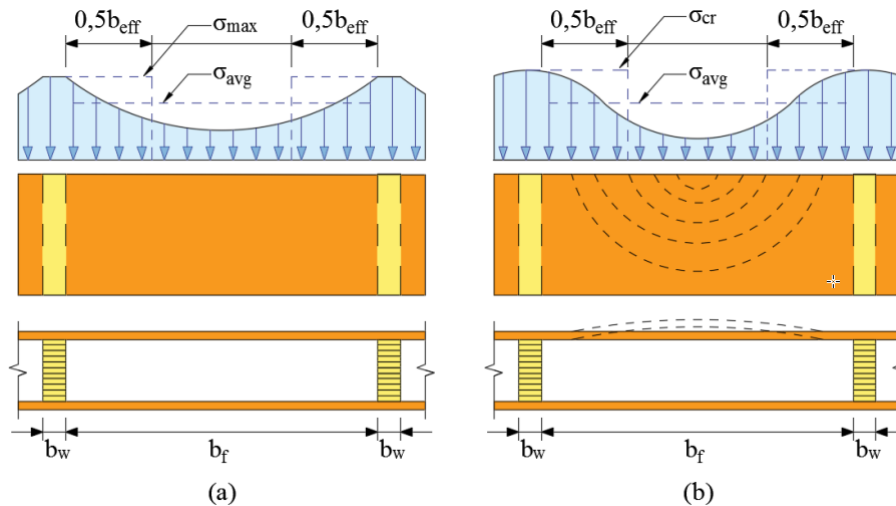
Figur 2-4 (a) Snitt steg/flens; (b) Ingen glidning; (c) Glidning. Figur hentet fra Bjørge & Kristoffersen (2017) basert på Norlin (2016).

Effektivt tverrsnitt

For komposittdykker som i denne oppgaven vil det kunne antas et effektivt tverrsnitt som vist i Eurokode 5, kapittel 9.1.2 for limte bjelker med tynne flenser (CEN, 2008). Metoden baserer seg på at den eksakte flensbredden erstattes med en effektiv bredde basert på en gjennomsnittlig spenning etter forholdet $\sigma_{avg} b_f = \sigma_{max} b_{eff}$ (Norlin, 2016). Eurokode 5, tabell 9.1 (CEN, 2008) angir største effektive flensbredde med hensyn på *shear lag* og *plateknekking*. Det vil ikke bli gått i dybden på teorien bak disse effektene i denne oppgaven. Figur 2-5 viser prinsippskisse av effektivt tverrsnitt, mens Figur 2-6 illustrerer ikke-lineær spenningsfordeling på dekke-flens.



Figur 2-5 Effektivt tverrsnitt for limte bjelker med tynne flenser.



Figur 2-6 Ikke-lineær spenningsfordeling fra; **(a)** Shear lag; **(b)** Plateknekking. Figur er hentet fra Bjørge & Kristoffersen (2017), basert på (Norlin, 2016).

For I-bjelker gjelder ligning (2.4), mens for U-bjelker gjelder ligning (2.5) for effektiv bredde.

$$b_{ef} = b_{c,ef} + b_w \text{ (eller } b_{t,ef} + b_w \text{)} \quad (2.4)$$

$$b_{ef} = 0,5b_{c,ef} + b_w \text{ (eller } 0,5b_{t,ef} + b_w \text{)} \quad (2.5)$$

Effektiv bøystivhet

For dekker der det er komposittvirkning mellom steg og flenser, kan den effektive bøystivheten regnes ut fra tillegg B.2 i Eurokode 5 (CEN, 2008). Denne metoden tar utgangspunkt i at tverrsnittet består av tre deler: toppflens ($i = 1$), steg ($i = 2$) og bunnflens ($i = 3$). Den effektive bøystivheten gis her av ligning (2.13).

$$(EI)_{\infty} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (2.6)$$

Faktoren γ_i tar høyde for graden av samvirke mellom flens og steg, og er gyldig for flensene ($i = 1$ og $i = 3$). K_i er forbindelsens glidemodul, mens s_i er avstanden mellom forbindelsesmidlene. I denne masteroppgaven antas det at K_i går mot uendelig, da flenser og steg er limt, hvilket gir at $\gamma_1 = \gamma_3 \rightarrow 1$, ut fra ligning (2.7).

$$\gamma_i = \left[1 + \frac{\pi^2 E_i S_i}{K_i l^2} \right]^{-1} \quad (2.7)$$

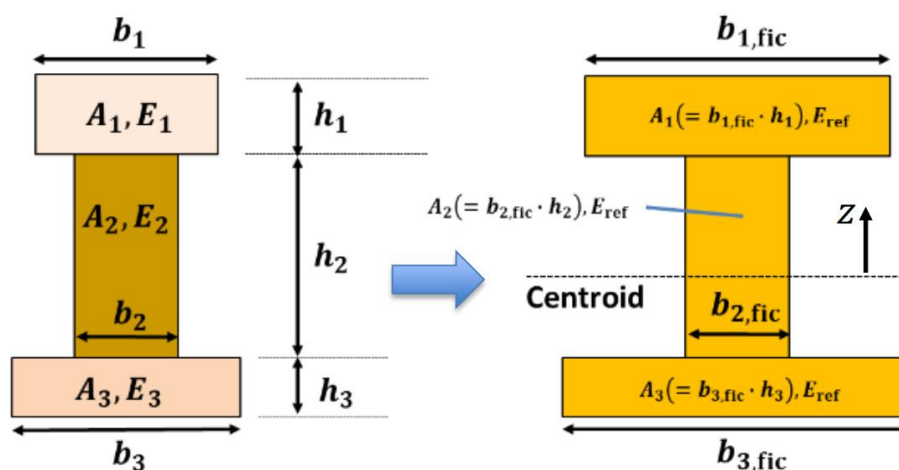
For et usymmetrisk tverrsnitt vil ikke nøytralaksen sammenfalle med nøytralaksen for steget, og derfor regnes eksentrisiteten a_2 som vist av ligning (2.8). Det følger da at eksentrisitetene til topp- og bunnflens (a_1 og a_2) regnes som i ligning (2.9).

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{2 \sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i A_i} \quad (2.8)$$

$$a_1 = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} - a_2, \quad a_3 = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + a_2 \quad (2.9)$$

Transformert/fiktivt tverrsnitt

En annen analytisk modell for å finne bøyestivhet er bruk av transformert eller fiktivt tverrsnitt. Hovedelementene ved denne beregningsmodellen er at lik E-modul (E_{ref}) brukes for alle tverrsnittsdeler i det transformerte tverrsnittet, mens breddene justeres ved forholdet mellom stivhetene til gjeldende tverrsnittsdeler og referansedelen. Dette resulterer i en lineær bøyespenningsfordeling over tverrsnittet. Det vises til Norlin (2016) for en utdypende forklaring av metoden. En illustrasjon av prinsippet er vist under.



Figur 2-7 Illustrasjon for metode med transformert tverrsnitt (Stamatopoulos, 2019).

2.2 Bevegelsesligningen

Et dynamisk system er et system i bevegelse, som for eksempel et gulv som utsettes for fottrinn eller en bygning som rammes av jordskjelv. Hvordan den dynamiske responsen utarter seg avhenger av en rekke parametere, da kreftene som oppstår i systemet har flere kilder.

Massetreghetskraftene til systemet er proporsjonale med akselerasjonen til systemet. Massetregheten er utelukkende en egenskap knyttet til systemets masse. Videre er demping energidissipasjon fra systemet som både kan knyttes til eksempelvis friksjonskrefter innad i systemets materialer (da som materialdemping), friksjon i knutepunkter eller luftmotstand. Dempingen er proporsjonal med hastigheten til systemet. Den tredje og siste responskraften i et dynamisk system er relatert til forskyvning og stivhet, og er proporsjonal med avstanden fra likevektsposisjon for et system bygget opp av lineært elastiske materialer.

At det kan antas at responsen gjennom tre separate ledd er avhengig av henholdsvis akselerasjon, hastighet og forskyvning betyr at systemet kan settes opp og løses som en andreordens differensialligning. Denne har navnet *bevegelsesligningen* (Chopra, 2012). I denne kan forskyvningen betegnes $\mathbf{r}(t)$, hastigheten $\dot{\mathbf{r}}(t)$ og akselerasjonen $\ddot{\mathbf{r}}(t)$, hvor antallet prikker angir antall ganger derivert med hensyn på tiden t . Om stivheten til systemet betegnes \mathbf{K} , dempingen \mathbf{C} og massen \mathbf{M} blir hele bevegelsesligningen på formen

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{r}(t) = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

for *frie vibrasjoner*. Frie vibrasjoner er dynamisk respons til systemet i et tilfelle hvor det ikke tilføres mer bevegelsesenergi. Dette kan eksempelvis være en bygning som svinger etter at jordskjelvet har passert. I andre tilfeller er det interessant å betrakte et system samtidig som det fortsatt tilføres mer energi gjennom en variabel last. Den variable lasten kan være jordskjelvet mens det pågår, eller vindkast, og betegnes her $\mathbf{F}(t)$. Med variabel last blir bevegelsesligningen modifisert til

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{r}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2.11)$$

For et system med n frihetsgrader vil \mathbf{M} , \mathbf{C} og \mathbf{K} være $n * n$ -matriser, mens $\mathbf{r}(t)$ og dens deriverte vil være kolonnevektorer med lengde n . $\mathbf{F}(t)$ vil også være en kolonnevektor med lengde n . Dersom de n egenfrekvensene til systemet er ukjent, kan disse finnes ved å løse egenverdiproblemet

$$(\mathbf{K} - \omega_{n,i}^2 * \mathbf{M}) * \boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

Her er $\omega_{n,i}$ egenfrekvens nr. i av de totalt n egenfrekvensene. Subscript n indikerer kun at det her er snakk om den naturlige frekvensen til systemet, altså én av potensielt mange egenfrekvenser.

Egenverdiproblemet over kan reduseres til

$$\det(\mathbf{K} - \omega_{n,i}^2 * \mathbf{M}) = 0 \text{ for MDOF - system}$$

$$\omega_{n,i} = \sqrt{\frac{K_i}{M_i}} \text{ for SDOF - system og ukoblet MDOF - system} \quad (2.13)$$

hvor kun $\omega_{n,i}$ er ukjent. Videre kan ligning (2.12) løses for $\boldsymbol{\phi}_i$, som er egenmodene til systemet. Disse er altså vektorer som beskriver forholdet mellom amplitudene til forskyvningen i alle frihetsgradene for hver enkelt egenfrekvens $\omega_{n,i}$. Denne er også en kolonnevektor av lengde n . SDOF (single degree of freedom) betegner et enfrihetsgradssystem, mens MDOF (multi degrees of freedom) betegner et flerfrihetsgradssystem.

2.3 Modalanalyse og modal superposisjon

Når egenmodene og egenfrekvensene er beregnet kan egenmodene og *modal superposisjon* benyttes for å modifisere bevegelsesligningen til å behandle *normalkoordinater*. \mathbf{K} , \mathbf{C} og \mathbf{M} diagonaliseres til \mathbf{K}^* , \mathbf{C}^* og \mathbf{M}^* slik at systemet med n frihetsgrader kan løses som n uavhengige ligninger. Normalkoordinatene som her gis navnet \mathbf{y} (samt dens første- og andrederiverte) er ikke fysiske frihetsgrader, men kan transformeres tilbake til fysiske frihetsgrader når systemet er løst. Den følgende regneprosedyren er i henhold til forelesningsnotat 14/15 (Rönnquist, 2019). \mathbf{K}^* , \mathbf{C}^* og \mathbf{M}^* beregnes som vist under:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}^* &= \mathbf{\Phi}^T * \mathbf{K} * \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} K_{1,1}^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_{n,n}^* \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}^* &= \mathbf{\Phi}^T * \mathbf{C} * \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} C_{1,1}^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & C_{n,n}^* \end{bmatrix} \\
 \mathbf{M}^* &= \mathbf{\Phi}^T * \mathbf{M} * \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} M_{1,1}^* & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & M_{n,n}^* \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}^* &= \mathbf{\Phi}^T * \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} F_1^* \\ \vdots \\ F_n^* \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Hvor

$$\mathbf{\Phi} = [\phi_1 \cdots \phi_n]$$

Med dette blir den nye bevegelsesligningen

$$\mathbf{M}^* \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}^* \mathbf{y}(t) = \mathbf{F}^*(t) \tag{2.15}$$

En praktisk framgangsmåte for slike problemer er å anta at bevegelsen i frihetsgradene inntar en sinus- eller cosinusform. Da kan man benytte seg av relasjonen i *Eulers ligning* som er basert på rekkeutvikling av sinus, cosinus og eksponentialfunksjonen e^x , som vist i forelesningsnotat 4 (Rönnquist, 2019). Eulers ligning er som følger (der $i = \sqrt{-1}$):

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x) \tag{2.16}$$

For konstruksjonsdynamikk benytter man gjerne

$$G_i e^{i \omega t} = G_i * \{\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)\} \quad (2.17)$$

der G_i er amplituden til bevegelsen til frihetsgrad i , mens ω er vinkelfrekvens [rad/s] og t [s] er tiden. Om man antar at bevegelsen har cosinusform, så tilsvarende dette realdelen til uttrykket over, altså

$$y_i(t) = \text{Re}[G_i e^{i \omega t}] = \text{Re}[G_i * \{\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)\}] \quad (2.18)$$

Videre blir derivasjon enkelt ved bruk av eksponentialformen

$$\dot{y}_i(t) = \frac{d}{dt}(\text{Re}[G_i e^{i \omega t}]) = \text{Re}[i \omega G_i e^{i \omega t}] \quad (2.19)$$

$$\ddot{y}_i(t) = \frac{d^2}{dt^2}(\text{Re}[G_i e^{i \omega t}]) = \text{Re}[-\omega^2 G_i e^{i \omega t}] \quad (2.20)$$

Dersom lasten $\mathbf{F}^*(t)$ har en amplitude $F_{0,i}^*$ og antas å innta en cosinusform kan denne for en gitt frihetsgrad i uttrykkes som

$$F_i^*(t) = F_{0,i}^* \cos(\omega t) = \text{Re}[F_{0,i}^* e^{i \omega t}] \quad (2.21)$$

Ved innsetting av uttrykk for bevegelse og påført kraft i den nye bevegelsesligningen får man følgende for en gitt frihetsgrad i :

$$\begin{aligned} M_{i,i}^* \text{Re}[-\omega^2 G_i e^{i \omega t}] + C_{i,i}^* \text{Re}[i \omega G_i e^{i \omega t}] + K_{i,i}^* \text{Re}[G_i e^{i \omega t}] \\ = \text{Re}[F_{0,i}^* e^{i \omega t}] \\ -\omega^2 M_{i,i}^* + i \omega C_{i,i}^* + K_{i,i}^* = \frac{F_{0,i}^*}{G_i} \\ -\omega^2 + i \omega \frac{C_{i,i}^*}{M_{i,i}^*} + \frac{K_{i,i}^*}{M_{i,i}^*} = \frac{F_{0,i}^*}{G_i M_{i,i}^*} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Det benyttes at $\omega_{n,i}^2 = \frac{K_{i,i}^*}{M_{i,i}^*}$:

$$-\omega^2 + i \omega \frac{C_{i,i}^*}{M_{i,i}^*} + \omega_{n,i}^2 = \frac{F_{0,i}^*}{G_i M_{i,i}^*}$$

$$-\frac{\omega^2}{\omega_{n,i}^2} + i \omega \frac{C_{i,i}^*}{\omega_{n,i}^2 M_{i,i}^*} + 1 = \frac{F_{0,i}^*}{G_i M_{i,i}^* \omega_{n,i}^2}$$

Det er en vanlig og enkel antagelse å anta at demping er masse-proporsjonal. Med dette blir $C_{i,i}^* = 2 \zeta_i^* \omega_{n,i} M_{i,i}^*$. Dempingstallet ζ_i^* er definert som $\frac{C_{i,i}^*}{C_{cr,i}^*}$, der $C_{cr,i}^*$ er *kritisk demping*, og er den verdien av demping som vil gjøre at et fritt vibrerende system vil returnere til likevektsposisjon uten å oscillere. Denne oppgaven behandler kun systemer som er underkritisk dempet. For de fysiske frihetsgradene $r(t)$ vil dempingen utledes likt, altså på formen $C = 2 \zeta \omega_n M$. Variabelen β_i innføres, og denne angir forholdet mellom lastfrekvensen og egenfrekvensen til den aktuelle moden i . Med dette kan bevegelsesligningen manipuleres ytterligere:

$$-\frac{\omega^2}{\omega_{n,i}^2} + i \omega \frac{2 \zeta_i^*}{\omega_{n,i}} + 1 = \frac{F_{0,i}^*}{G_i K_{i,i}^*}$$

$$-\beta_i^2 + 2 i \zeta_i^* \beta_i + 1 = \frac{F_{0,i}^*}{G_i K_{i,i}^*}$$

$$1 - \beta_i^2 + 2 i \zeta_i^* \beta_i = \frac{F_{0,i}^*}{G_i K_{i,i}^*}$$

$$G_i = \frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} \frac{1}{1 - \beta_i^2 + 2 i \zeta_i^* \beta_i}$$

Det multipliseres med den komplekskonjugerte til nevneren, slik at det er imaginære komponenter kun i telleren i uttrykket:

$$G_i = \frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} \frac{1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i \beta_i}{(1 - \beta_i^2 + 2 i \zeta_i^* \beta_i) * (1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i \beta_i)}$$

Til slutt har man uttrykket for amplituden til responsen, som en funksjon av demping og forholdet β_i mellom lastfrekvens og egenfrekvens.

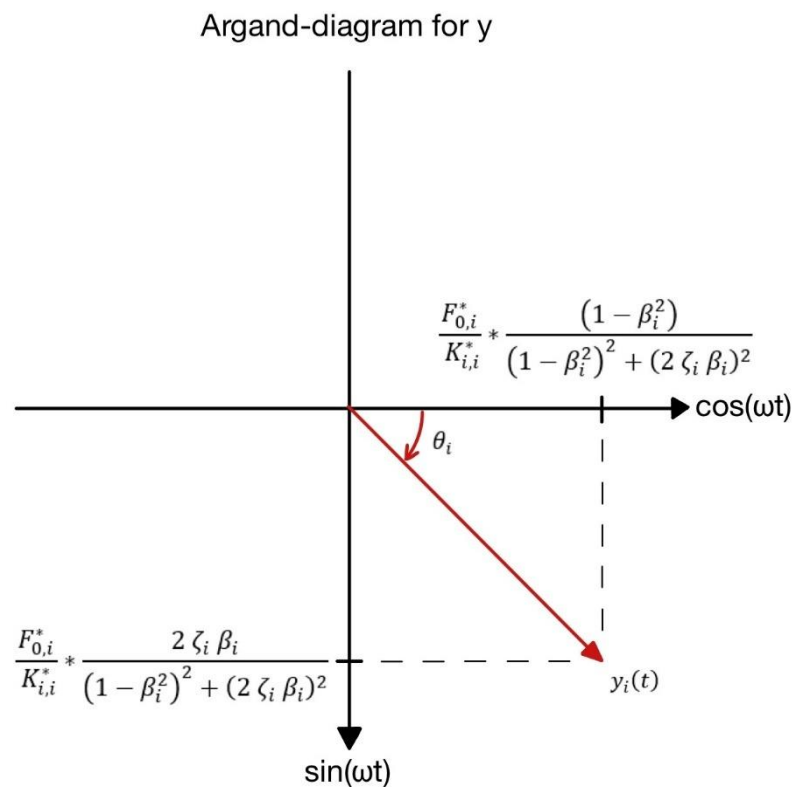
$$G_i = \frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} \frac{1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i^* \beta_i}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2} \quad (2.23)$$

Ved å ta i bruk uttrykket for responsen fra tidligere (2.18) har man

$$y_i(t) = \operatorname{Re} \left[\frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} \frac{1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i^* \beta_i}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2} e^{i \omega t} \right]$$

$$y_i(t) = \operatorname{Re} \left[\frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} \frac{1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i^* \beta_i}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2} \{ \cos(\omega t) + i \sin(\omega t) \} \right]$$

$$y_i(t) = \frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} * \left[\frac{(1 - \beta_i^2) \cos(\omega t) + 2 \zeta_i^* \beta_i \sin(\omega t)}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2} \right] \quad (2.24)$$



Figur 2-8 Argand-diagram for $y_i(t)$

Figur 2-8 viser et responsen til systemet i det komplekse planet. Ved hjelp av Pytagoras' læresetning kan uttrykket forenkles ytterligere, slik at det kun inneholder et cosinus-ledd med en faseforskyvning. θ_i representerer den initielle faseforskyvningen mellom last og respons, altså tidsforskjellen mellom disse to.

$$y_i(t) = \frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} * \frac{\sqrt{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2}}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2} * \cos(\omega t - \theta_i)$$

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{2 \zeta_i^* \beta_i}{1 - \beta_i^2} \right) \quad (2.25)$$

$$y_i(t) = \frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} * \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i^* \beta_i)^2}} * \cos(\omega t - \theta_i) \quad (2.26)$$

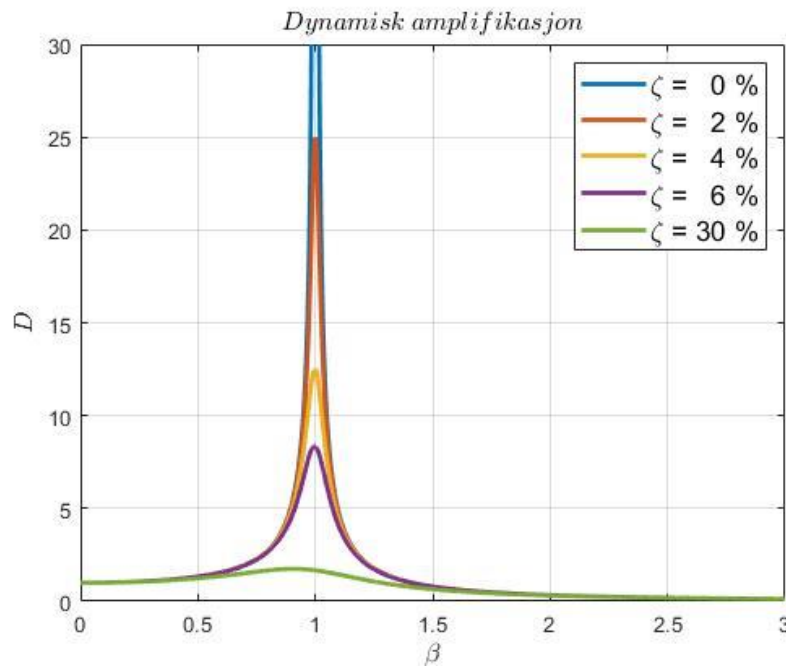
For å gå tilbake til de fysiske frihetsgradene $\mathbf{r}(t)$ benyttes transformasjonen

$$\mathbf{r}(t) = \Phi \mathbf{y} \quad (2.27)$$

2.4 Dynamisk amplifikasjon og Frekvens-Responssfunksjon

Den *dynamiske amplifikasjonen* D er

$$D(\beta_i) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i \beta_i)^2}} \quad (2.28)$$



Figur 2-9 Dynamisk amplifikasjon som funksjon av dempingsgrad og forhold mellom lastfrekvens og egenfrekvens.

Denne angir amplituden til responsen som en funksjon av β , altså forholdet mellom lastfrekvens og egenfrekvens. I Figur 2-9 ses amplituden for ulike nivåer av demping. For lave lastfrekvenser (og derav lav β) er bevegelsen stivhetskrollert, mens den for høye lastfrekvenser er massekontrollert. Dette betyr at for lave lastfrekvenser er det i all hovedsak stivheten til systemet som avgjør responsen. Likedan er det massen til systemet som gjør seg gjeldende ved høye lastfrekvenser. Spesialtilfellet der $\beta \approx 1$ er resonans, og her er det kun dempingen som påvirker amplituden.

Funksjonen som angir responsen som en funksjon av lastfrekvensen er *Frekvensresponsfunksjonen (FRF)*, og benevnes $H(\omega)$ i beregninger. Absoluttverdien av denne komplekse funksjonen er proporsjonal med den dynamiske amplifikasjonen. Det er for eksempel FRF-en som blir gitt som utdata ved bruk av *slaghammeren* (engelsk: *impact hammer*) og programmet *Modal Parameter Identification*. Den følgende sammenhengen gjelder i henhold til forelesningsnotat 5 (Rönnquist, 2019):

$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2\right)^2 + \left(2 \zeta_i \frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2}} = |H(\omega)| * K_{i,i}^* \quad (2.29)$$

$H(\omega)$ kan også uttrykkes gjennom ligning (2.30) i frekvensdomenet, der $Y(\omega)$ er responsen til systemet som funksjon av lastfrekvens, mens $F(\omega)$ er lasten. $Y(\omega)$ og $F(\omega)$ finnes ved Fouriertransformasjon av tidsseriene til last og respons.

$$Y(\omega) = H(\omega) F(\omega) \Rightarrow H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.30)$$

Denne metoden benyttes til analyse av dataene fra forsøkene med ANCO. Dette er analogt til det som tidligere har blitt utledet, og gir

$$H(\beta) = \frac{G_i e^{i \omega t}}{F_{0,i}^* e^{i \omega t}} = \frac{G_i}{F_{0,i}^*} = \frac{\frac{F_{0,i}^*}{K_{i,i}^*} \frac{1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i \beta_i}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i \beta_i)^2}}{F_{0,i}^*} = \frac{1}{K_{i,i}^*} \frac{1 - \beta_i^2 - 2 i \zeta_i \beta_i}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2 \zeta_i \beta_i)^2}$$

Absoluttverdien til et komplekst tall er $|a \pm i b| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\Rightarrow |H(\omega)| = \frac{1}{K_{i,i}^*} \frac{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2\right)^2 + \left(2 \zeta_i \frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2}}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2\right)^2 + \left(2 \zeta_i \frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{K_{i,i}^*} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2\right)^2 + \left(2 \zeta_i \frac{\omega}{\omega_{n,i}}\right)^2}} = \frac{1}{K_{i,i}^*} * D$$

Dette stemmer nøyaktig med uttrykket i ligning (2.29).

2.5 Generaliserte frihetsgrader

En annen måte å betrakte et dynamisk system på er ved å benytte *generaliserte frihetsgrader* i henhold til forelesningsnotat 7 (Rönnquist, 2019). Dette kan benyttes på bjelker som svinger hvor man antar at systemet kun har én frihetsgrad. Denne metoden nevnes spesifikt i denne oppgaven fordi den kan benyttes for å finne et grovt estimat for egenfrekvensene til etasjeskilleren dersom denne ses på som en samling av bjelker plassert ved siden av hverandre.

Denne metoden tar kun høyde for bøyemoder og svingemoder vinkelrett på planet til etasjeskilleren. Derfor vil moder som inneholder torsjon ikke oppdages med denne metoden. Moder med svingninger på tvers av lengderetningen og ut av planet til etasjeskilleren vil representeres mangelfullt eller ikke i det hele tatt. Det helt essensielle ved bruk av denne metoden er å anta en så korrekt svingeform (*formfunksjon*) som mulig. Dette øker presisjonen på løsningen. For en bjelke er den eksakte svingeformen tilsvarende en sinus-funksjon. Derfor er denne et fornuftig utgangspunkt for de videre beregningene.

Metoden baserer seg på antagelsen om at den dynamiske responsen $r(x, t)$ kan separeres i en tidsavhengig komponent og en posisjonsavhengig komponent. Dermed gjelder følgende:

$$r(x, t) = \psi(x) z(t) \tag{2.31}$$

$$\psi(x) = \sin\left(\frac{n \pi x}{L}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$\psi(x)$ er formfunksjonen, som forklart over, der n angir modenummer. Ved hjelp av virtuelle forskyvninger og en betraktning av virtuelt arbeid får man uttrykket i ligning (2.32) for henholdsvis *generalisert stivhet*, *generalisert demping* og *generalisert masse*. Dette gjelder for en fritt opplagt bjelke uten annen stivhet enn bøyestivheten $EI(x)$ og med fordelt masse $m(x)$ og punktmasser m_i i posisjon x_i langs bjelkespennet. I arbeidsbetraktningen antar man at systemet påføres en veldig liten forskyvning, med tilhørende veldig liten hastighet og akselerasjon. Deretter antas det at alt arbeid utført av stivhetskrefter, dempingskrefter og massekrefter i sum er null.

$$\begin{aligned}
 k^* &= \int_0^L EI(x) \psi''(x)^2 dx \\
 c^* &= \int_0^L c(x) \psi(x)^2 dx \\
 m^* &= \int_0^L m(x) \psi(x)^2 dx + \sum_i m_i \psi(x_i)^2
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Med konstante $EI(x)$ og $m(x)$ og ingen punktmasser blir

$$\begin{aligned}
 k^* &= \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 * \frac{EIL}{2} \\
 m^* &= m * \frac{L}{2}
 \end{aligned}$$

Eigenfrekvensene blir da

$$\omega_{n,n} = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{EI}{m}}, n = 1, 2, 3, \dots \tag{2.33}$$

I flere av forsøkene utført på etasjeskilleren ble masse påført som en linjelast på tvers ved midtspenn. I en enkel bjelkemodell som her, opptrer denne massen som en punktmasse.

Generalisert masse og stivhet blir da

$$\psi^2\left(\frac{L}{2}\right) = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = 0 \text{ for } n = 2, 4, 6, \dots$$

$$\psi^2\left(\frac{L}{2}\right) = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = 1 \text{ for } n = 1, 3, 5, \dots$$

$$k^* = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 * \frac{EIL}{2}$$

$$m^* = m * \frac{L}{2} \text{ for } n = 2, 4, 6, \dots$$

$$m^* = m * \frac{L}{2} + m_1 + \dots + m_i \text{ for } n = 1, 3, 5, \dots$$

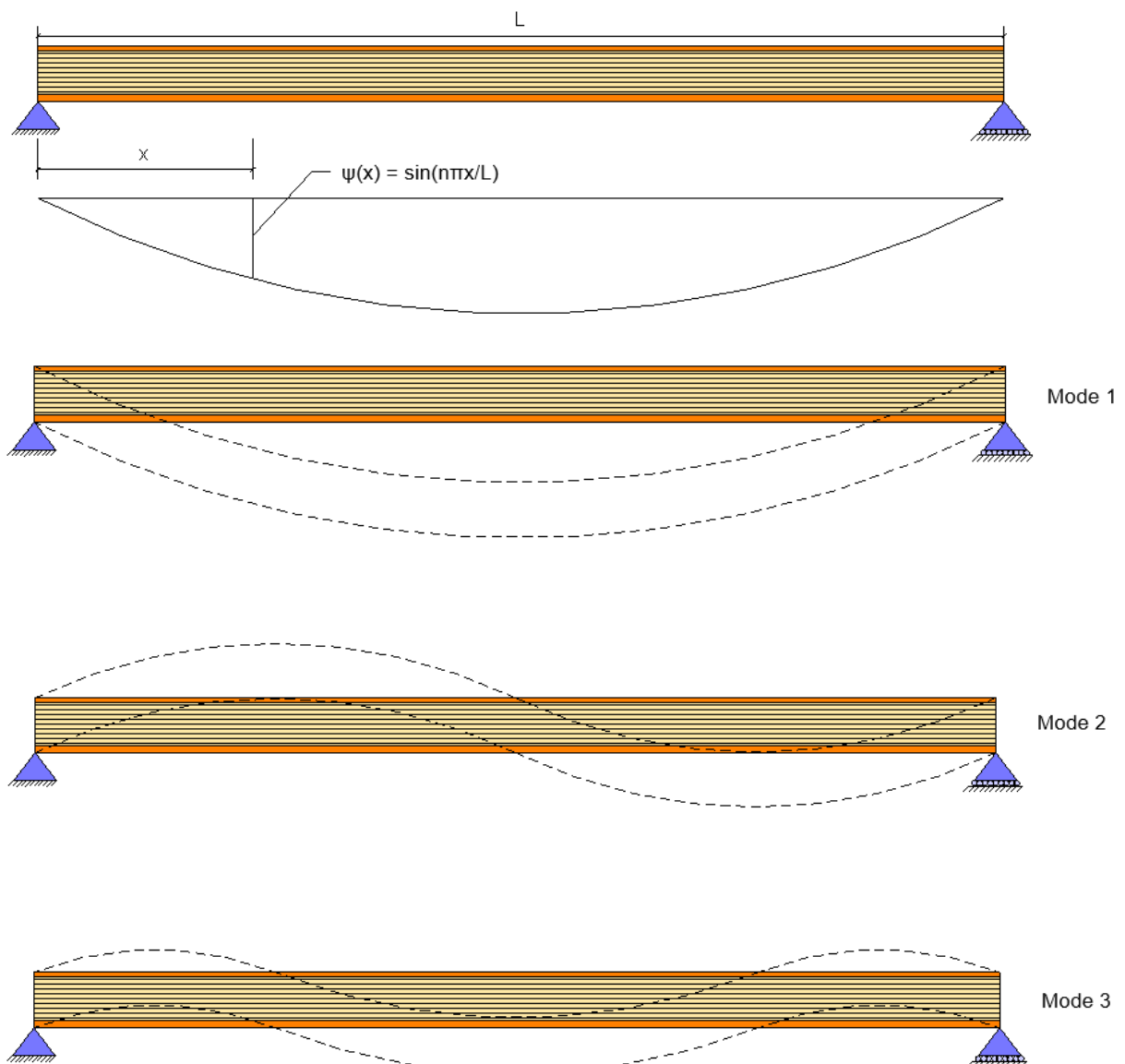
der $m_1 + \dots + m_i$ er punktmasser på midtspenn.

Videre blir egenfrekvensene

$$\omega_{n,n} = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n \pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{EI}{m}}, \text{ for } n = 2, 4, 6, \dots \quad (2.34)$$

$$\omega_{n,n} = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n \pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{\frac{EI L}{2}}{\frac{m L}{2} + m_1 + \dots + m_i}}, \text{ for } n = 1, 3, 5, \dots \quad (2.35)$$

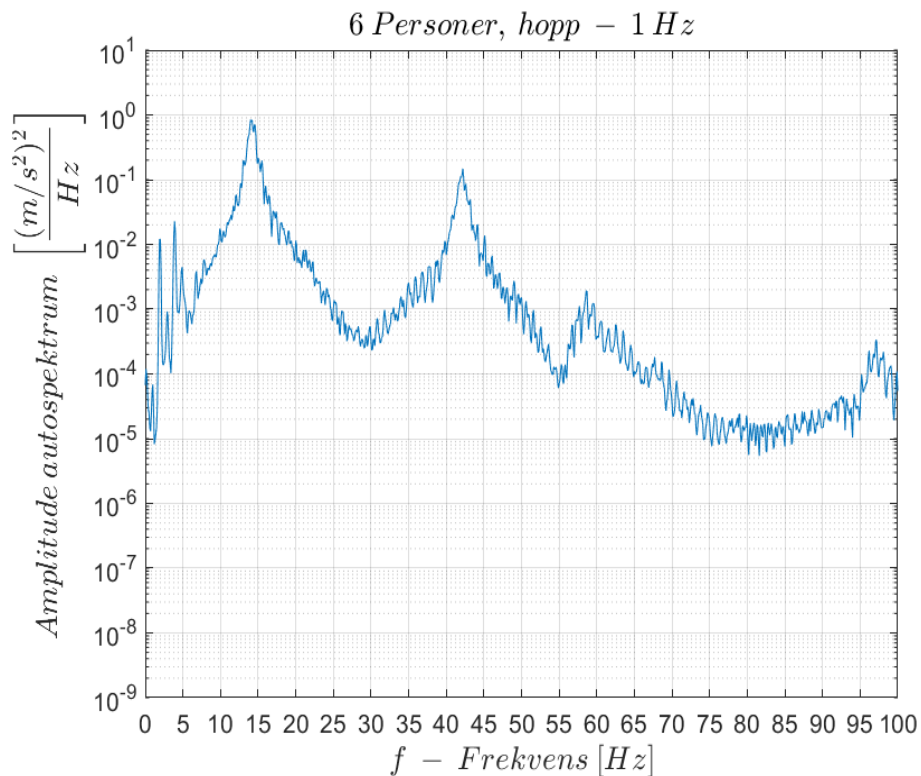
Ulike moder for en slik bjelkebetraktning vises av Figur 2-10.



Figur 2-10 Illustrasjonene viser ulike moder for gitt formfunksjon.

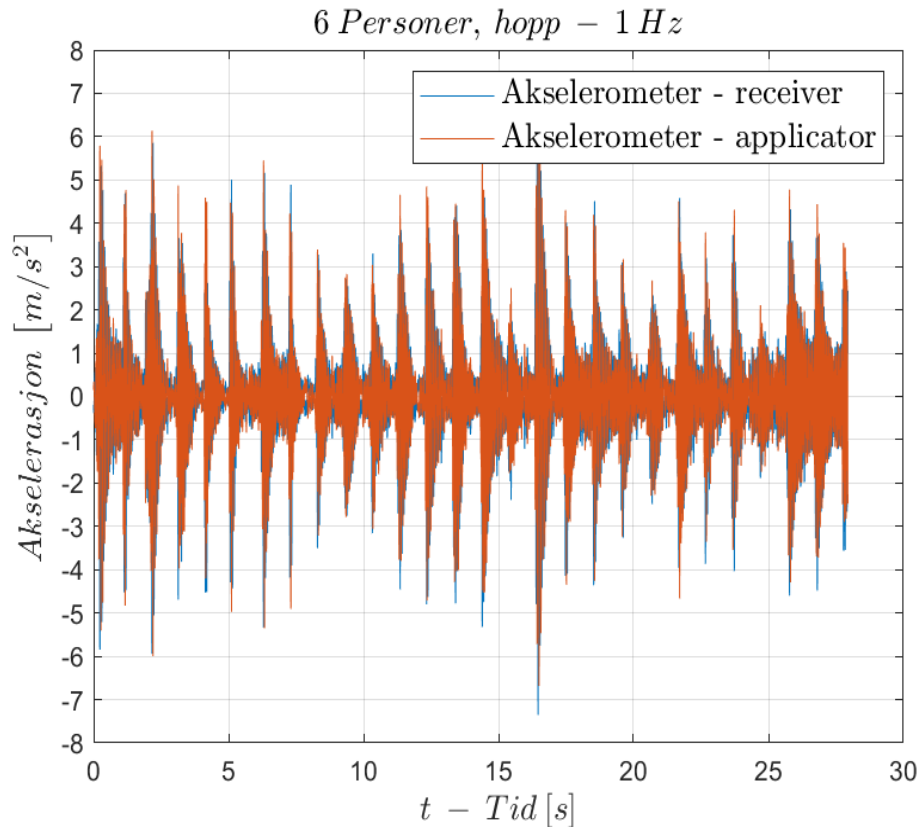
2.6 Autospektrum – anvendelse av måledata og utledning

Et mye anvendt verktøy for å visualisere og analysere måledata er et autospektrum. Dette benyttes for å kartlegge for hvilke frekvenser systemet har mest energi. I Figur 2-11 kan man se tydelige topper rundt egenfrekvensene til systemet, og ellers lave amplituder.



Figur 2-11 Autospektrum av responsen til etasjeskiller ved menneskelig aktivitet (hopping).

Utgangspunktet for figuren over er en tidsserie av målinger av akselerasjonene til etasjeskilleren under dynamisk last. Den plottede kurven er ikke glatt, og det kan i stor grad tilskrives at de fremviste dataene er målt i laboratoriet, og at det da oppstår forstyrrelser og bakgrunnsstøy. Oppgaven kommer ikke til å drøfte signalforstyrrelser og støy i dette kapitlet. På tross av en taggete kurve er for eksempel første egenfrekvens tydelig opptredende rundt 14 Hz. Skalaen langs y-aksen er logaritmisk for å lettere synliggjøre at systemet har energi også utenom første egenfrekvens.



Figur 2-12 Tidsserie av responsen til etasjeskiller ved menneskelig aktivitet (hopping).

Figur 2-12 er tidsserien som danner utgangspunktet for autospekteret i Figur 2-11. For å gå fra *tidsdomenet* til *frekvensdomenet* kreves en Fourier-transformasjon av den aktuelle tidsserien. Om responsen i tidsdomenet omtales $y(t)$ og i frekvensdomenet $Y(\omega)$, så gjelder følgende (Newland, 2005):

$$Y(\omega) = FT(y(t)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.36)$$

Videre er autospekteret $S_{yy}(\omega)$ til $y(t)$

$$S_{yy}(\omega) = \frac{Y^*(\omega) Y(\omega)}{\Delta\omega} \quad (2.37)$$

der $Y^*(\omega)$ er den komplekskonjugerte til $Y(\omega)$ og $\Delta\omega$ er båndbredden, altså det korte intervallet av opptredende frekvenser for en smalbåndet (engelsk: narrowbanded) prosess. $S_{yy}(\omega)$ kan også uttrykkes som Fourier-transformasjonen av *autokorrelasjonsfunksjonen* $R_y(\tau)$, som angir korrelasjonen mellom to punkter i samme tidsserie, adskilt av tidsforskjellen τ . Når autokorrelasjonsfunksjonen evalueres for alle mulige verdier av τ vil den ha størst amplitude

for de verdiene av τ som gir størst korrelasjon. To punkter i en tidsserie som korrelerer godt gjør gjerne dette fordi det kan være et gjentakende mønster akkurat ved den aktuelle tidsforskjellen. Er dette mønsteret tydelig nok tyder dette på at den aktuelle tidsforskjellen korresponderer til en frekvens lik en av systemets egenfrekvenser. Integralet av autokorrelasjonen over hele τ angir en amplitude for autospekteret, og uttrykkes som følger:

$$S_{yy}(\omega) = FT(R_y(\tau)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.38)$$

Arealet under kurven i autospekteret er variansen til signalet, og kan uttrykkes som

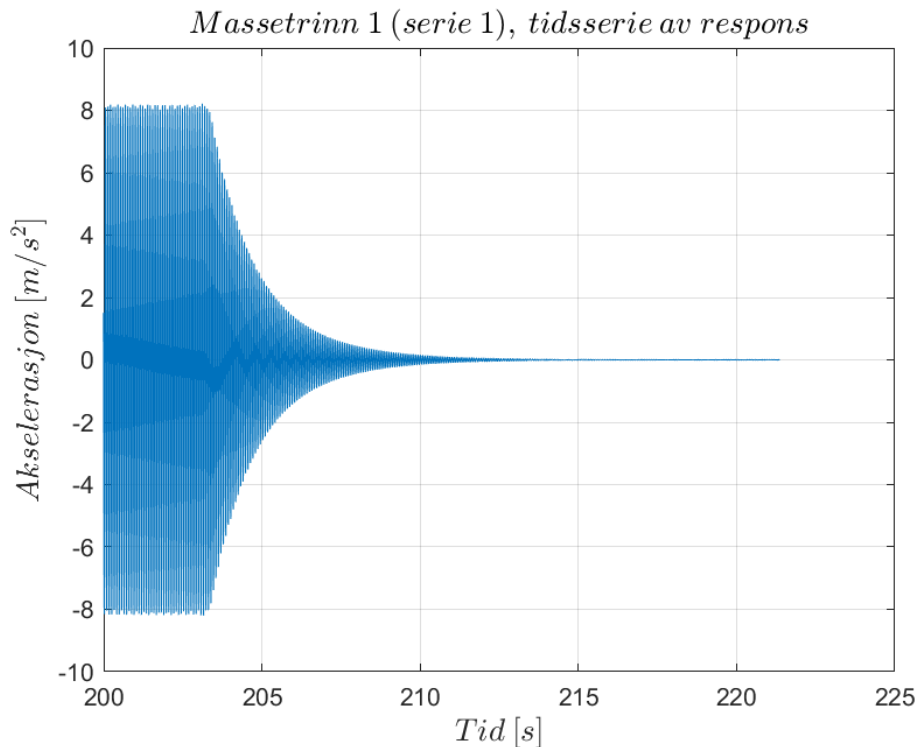
$$E[y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{yy}(\omega) d\omega \quad (2.39)$$

2.7 Demping

Demping er en parameter som avhenger av både materialet og geometrien til konstruksjonen. Den totale dempingen er ofte vanskelig å forutse, spesielt dersom geometrien er sammensatt og komplisert. Av den grunn er demping en parameter som oftest lar seg best bestemme ved empiriske forsøk på ferdig oppførte bygg (Chopra, 2012).

Helt fundamentalt er demping energitap i et vibrerende system (Chopra, 2012). Som vist i Figur 2-9 medfører økt demping lavere amplituder, spesielt ved belastning i nærheten av systemets egenfrekvenser. Som beskrevet tidligere er dempingen den eneste parameteren som har betydelig påvirkning på amplituden til responsen ved resonans. Dette er også noe av det som gjør demping interessant i en kontekst av konstruksjonsdynamikk.

2.7.1 Demping i et system med frie svingninger

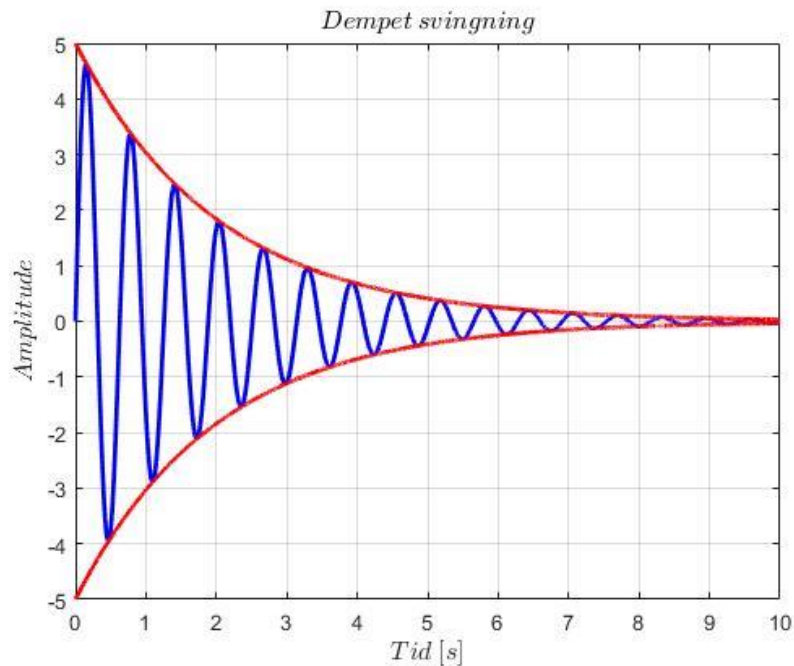


Figur 2-13 Demping i tidsserie av akselerasjon.

Begrepet *logaritmisk dekrement* (Støvneng, 2009) er et mål på hvordan dempede svingninger avtar med tiden. Det at demping er energidissipasjon gjør også at et fritt vibrerende system uten tilførsel av energi vil ha en tilnærmet logaritmisk avtagende amplitude. Dette vises tydeligst i Figur 2-13 hvor amplituden først er tilnærmet konstant så lenge det tilføres mer energi til systemet. Her er det altså en likevekt mellom tilført og dissipert energi. Rett etter $t = 203$ s ble vibratoren slått av, og det ble således ikke tilført mer energi. Da fortsatte vibrasjonene, men de ble raskt dempet, og det tok ikke mange sekundene før amplituden var tilnærmet null.

Figur 2-14 viser et simpelt eksempel på dempede frie vibrasjoner med logaritmisk avtagende amplitude. I motsetning til Figur 2-13 er dataene her generert i MATLAB, og ikke laboratoriet. De røde grafene er *omhyllingskurvene* (engelsk: envelope curve) til svingningene, og

representerer hvordan amplituden i et teoretisk tilfelle skal avta. Omhyllingskurvene er på formen $\pm a * e^{-\zeta \omega t}$, der a er amplituden til svingningene.



Figur 2-14 Eksempel på dempet svingning og omhyllingskurve.

Ved å benytte følgende sammenheng kan man beregne en empirisk dempingskoeffisient. Til det trenger man en tidsserie som den vist i Figur 2-13. Videre må man sammenligne to amplituder på ulike tidspunkt for å kunne si noe om dempingen.

$$\ddot{r}_1 = -a \omega^2 e^{-\zeta \omega t_1}$$

$$\ddot{r}_2 = -a \omega^2 e^{-\zeta \omega t_2}$$

$$\frac{\ddot{r}_1}{\ddot{r}_2} = \frac{-a \omega^2 e^{-\zeta \omega t_1}}{-a \omega^2 e^{-\zeta \omega t_2}} = e^{-\zeta \omega t_1 + \zeta \omega t_2} = e^{\zeta \omega (t_2 - t_1)} \quad (2.40)$$

$$\ln\left(\frac{\ddot{r}_1}{\ddot{r}_2}\right) = \zeta \omega (t_2 - t_1)$$

$$\zeta = \frac{\ln\left(\frac{\ddot{r}_1}{\ddot{r}_2}\right)}{\omega (t_2 - t_1)} \quad (2.41)$$

Forutsetningene som ligger til grunn for denne metoden er at man antar konstant og lav dempingskoeffisient og konstant vinkelfrekvens for oscillasjonene i det området av en tidsserie man betrakter. Over et kort intervall og liten amplitudedeforskjell mellom to etterfølgende topper kan dette være en nøyaktig nok tilnærming. I tilfeller hvor dempingen er amplitudeavhengig vil denne metodikken være mindre nøyaktig, spesielt dersom man har stor tidsforskjell mellom de to punktene man betrakter.

Som man så vidt kan se av Figur 2-9 medfører dempingen en liten justering av egenfrekvensen. Den dempede egenfrekvensen er $\omega_D = \sqrt{1 - \zeta^2} * \omega_n$ (Chopra, 2012), men dette har ingen praktisk betydning for dempingstall i det området denne oppgaven behandler (typisk 0-2 %).

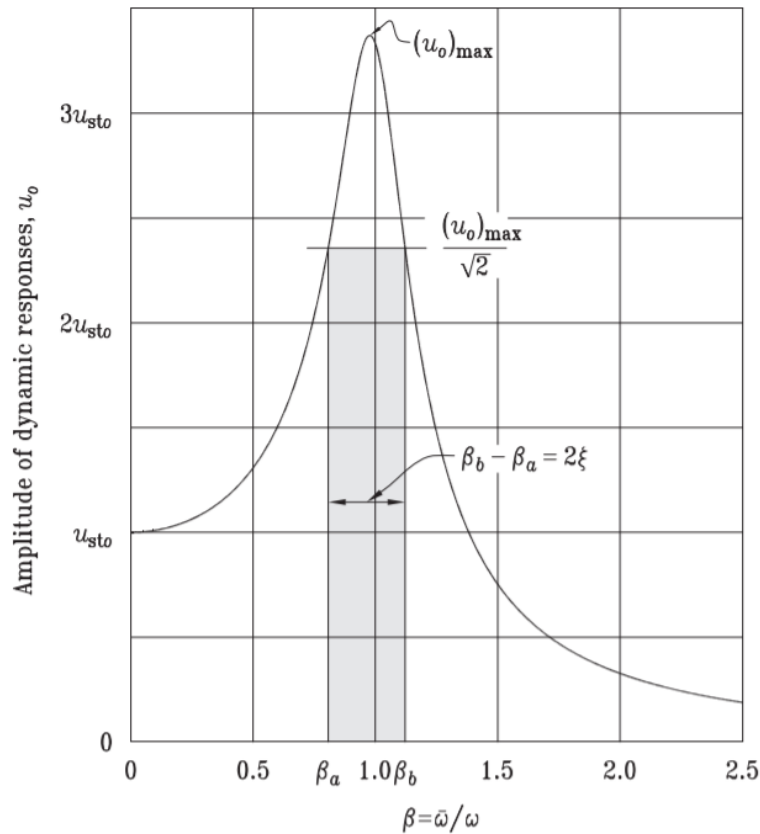
2.7.2 Demping i et system med tvungne svingninger

Frekvens-responsfunksjonen $H(\omega)$ som er beskrevet i delkapittel 2.4 kan også benyttes for å bestemme dempingen i et vibrerende system. I stedet for å betrakte de avtagende amplitudene i et fritt vibrerende system kan amplituden og bredden på toppene til $H(\omega)$ benyttes til å kvantifisere dempingen.

Som vist i ligning (2.30) er $H(\omega)$ forholdet mellom respons og last i frekvensdomenet. Dette gjør at $H(\omega)$ for kjente laster og responser beskriver vibrasjonene som opptrer samtidig med at systemet utsettes for last (tvungne vibrasjoner). Metodikken som benyttes for å kvantifisere dempingen ved hjelp av $H(\omega)$ kalles på engelsk *half power bandwidth method*. I mangel på et norsk begrep for dette, benyttes helt enkelt forkortelsen *HPBM* i fortsettelsen. Metoden tar utgangspunkt i at kraften er proporsjonal med kvadratet av vibrasjonsamplituden (Munjaj, 2013). Om den maksimale kraften til bevegelsen i systemet benevnes P_{max} og den maksimale amplituden benevnes $(u_0)_{max}$ gjelder følgende sammenheng:

$$\begin{aligned}
 P_{max} &\propto (u_0)_{max}^2 \\
 \frac{P_{max}}{2} &\propto \frac{(u_0)_{max}^2}{2} \\
 \Rightarrow \frac{P_{max}}{2} &\propto \left(\frac{(u_0)_{max}}{\sqrt{2}} \right)^2
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

HPBM beregner damping ved å finne bredden til den aktuelle toppen til $H(\omega)$ i punktet der kraften er halvert, altså i punktet som har amplitude tilsvarende $\frac{1}{\sqrt{2}}(u_0)_{max} \approx 0,707(u_0)_{max}$.



Figur 2-15 Visualisering av HPBM. Figur hentet fra Paultre (2010).
Legg merke til at Paultre benyttet ξ , og ikke ζ som dempingskoeffisient.

β er som tidligere forholdet mellom lastfrekvens og egenfrekvens, altså $\beta = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{f}{f_n}$. Videre følger det at

$$2\zeta = \beta_B - \beta_A$$
$$\zeta = \frac{1}{2}(\beta_B - \beta_A) = \frac{1}{2} \frac{f_B - f_A}{f_n} \quad (2.43)$$

For mer utfyllende utledninger av HPBM henvises det til boken *Dynamics of Structures*, side 125-127 (Paultre, 2010). Denne er tilgjengelig i nettportalen til NTNU Universitetsbiblioteket.

2.7.3 Rayleigh-demping

Materialdemping kan beskrives som *Rayleigh-demping* (engelsk: *Rayleigh damping*), og er benyttet i de numeriske beregningene beskrevet i delkapittel 3.1.3. Prinsippet benytter de to dempingskoeffisientene α og β til å vekte bidraget til dempingsmatrisen fra stivhetsmatrisen og massematrisen som vist i ligning (2.1).

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (2.44)$$

Kort forklart vil α dempe lave frekvenser, mens β vil dempe høye frekvenser. Chopra (2012) forklarer hvordan koeffisientene α og β kan bestemmes ved å løse to ligninger med to ukjente. Gitt at dempingskoeffisientene ζ_i og ζ_j er kjent for henholdsvis mode i og j , finnes α og β fra ligning (2.46). Dempingskoeffisienten for m -te mode kan bestemmes fra ligning (2.45), hvor $\omega_{n,m}$ er tilhørende egenfrekvens (Chopra, 2012).

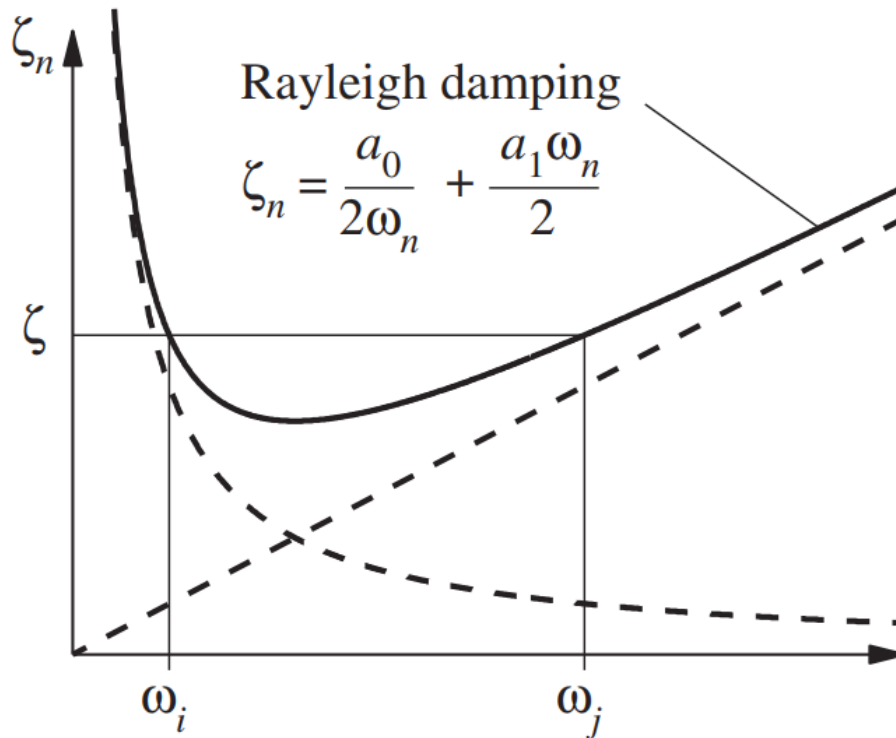
$$\zeta_m = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\omega_{n,m}} + \frac{\beta}{2} \omega_{n,m} \quad (2.45)$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Hvis de to modene kan antas å ha lik dempingskoeffisient ζ kan α og β bestemmes som følger:

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j}, \quad \beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (2.47)$$

Et eksempelplott av Rayleigh-demping er vist under, der a_0 tilsvare α og a_1 tilsvare β fra (2.45). Den stiplede linja som øker med økende frekvenser er det masseproporsjonale dempingsbidraget, mens den som avtar med økende frekvenser er det stivhetsproporsjonale bidraget.



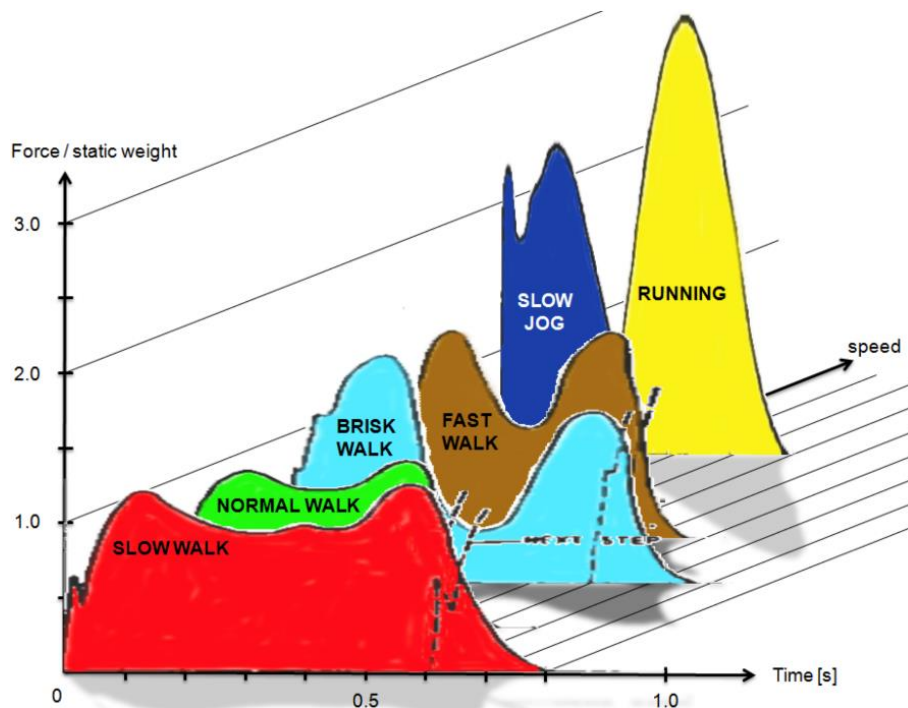
Figur 2-16 Eksempelplott av Rayleigh-demping (Chopra & McKenna, 2015).

2.8 Vibrasjoner

Tre som konstruksjonsmateriale er betydelig lettere per volumenhet og mindre stivt enn stål og betong, som er de mest brukte alternativene til tre. Dette medfører at trebygg og trekomponenter i bygg møter utfordringer knyttet til dynamikk og vibrasjoner som skiller seg fra de andre mest brukte byggematerialene. Disse utfordringene er stort sett knyttet til bruksgrensetilstand. For tregulv er det ikke uvanlig at første og andre mode har en grad av sammenfall. For tilfeller der andre egenfrekvens ligger mindre enn 15-20 % høyere enn første, vil større svingebevegelse, og derav større akselerasjon og fart kunne oppleves. For mennesker generelt er akselerasjon den parameteren vi er mest følsomme for og som skaper mest ubehag (Smith, 2003). I dette delkapittelet omtales dynamiske utfordringer knyttet til «normale» brukslaster, hvilket betyr laster knyttet til bygningers tiltenkte bruksområde.

Som illustrert tidligere med eksempelplott i Figur 2-9, er graden av demping av stor viktighet ved belastning i et frekvensområde som er i nærheten av systemets egenfrekvenser. Denne problemstillingen er særlig relevant for etasjeskillere i tre. De dynamiske egenskapene avhenger selvfølgelig sterkt av geometriske data som spennvidde og senteravstand mellom bjelker innad i dekket. Om man skal generalisere kan man likevel si at tredekker er særlig utsatt for resonans ved brukslaster (Labonnote, 2012). I takt med mer krevende arkitektur med lange spenn og store åpne rom, medfører dette dekker med lave egenfrekvenser (Labonnote, Rönnquist, & Malo, 2013).

Menneskeinduserte laster



Figur 2-17 Lastfrekvenser assosiert med menneskelige aktiviteter (Wheeler, 1982).

Lave egenfrekvenser kan i mange tilfeller sammenfalle med lastfrekvensene knyttet til menneskelig aktivitet som gange eller løping. Figur 2-17 illustrerer lastfrekvenser assosiert med vanlige menneskelige aktiviteter, og viser med tydelighet hvorfor dekker med egenfrekvenser i frekvensdomenet fra under 1 Hz og opp til om lag 10 Hz er av særlig interesse, og bør undersøkes spesielt (Wheeler, 1982).

Laster fra mekanisk utstyr

Mekanisk utstyr påfører ofte harmoniske laster på gulv. Slikt utstyr kan for eksempel være vaskemaskiner, tørketromler eller industrielle maskiner. Felles for slikt utstyr er at lastfrekvensen gjerne ligger høyere enn frekvensene til de mest energirike modene. Lasten fra mekanisk utstyr påføres enten horisontalt, vertikalt eller som en kombinasjon av disse. Ideelt sett burde slikt utstyr ikke plasseres på tregulv som benyttes av mennesker eller sensitivt utstyr. I bygg der det likevel benyttes slikt utstyr på tregulv, bør det bevises at lastfrekvensen avviker fra gulvets resonansfrekvenser (Smith, 2003).

Demping i trekonstruksjoner

Demping er hastighetsavhengig, og er relatert til tap av mekanisk energi. For trekonstruksjoner kan dempingen deles opp i to prinsipielt forskjellige bidrag; ett relatert til geometrien til konstruksjonen (ζ_{struct}) og ett fra materialdemping (ζ_{mat}) (Labonnote, Rönquist, & Malo, 2013). Materialdempingen skyldes friksjon innad i materialet, og kan i større grad ses på som en grunnleggende karakteristika ved det aktuelle materialet. Dette kan ikke sies om bidraget fra geometrien, da dette er demping som oppstår på grunn av friksjon mellom overflater og i knutepunkter mellom komponenter. Dette dempingsbidraget vil dermed kunne variere sterkt mellom ulike komponenter i samme materiale, og er i stor grad avhengig av håndverket til den som har laget komponenten.

Den totale dempingen kan dermed uttrykkes ved ligningen

$$\zeta_{tot} = \zeta_{mat} + \zeta_{struct} \quad (2.48)$$

Demping er en parameter som er vanskelig å forutse, og for hele bygg kan denne bare bestemmes nøyaktig ved empiriske forsøk på det ferdige bygget. Materialdempingen er derimot mer forutsigbar, og ifølge Labonnote m.fl. (2013) kan en enklere og konservativ måte for å tallfeste dempingen til et ferdig bygg være å ta utgangspunkt i at (den kjente) materialdempingen blir en nedre grense for den totale dempingen. Labonnote (2012) utførte grundige undersøkelser omkring materialdemping i konstruksjonsvirke og limtre.

Forebygging av problemer knyttet til vibrasjoner

For å unngå problematikk knyttet til vibrasjoner i tregulv finnes flere foreslåtte tiltak. Smith (2003) nevner blant annet frekvens-justering (*engelsk: frequency tuning*) og justerte massedempere (*engelsk: tuned mass dampers*). Frekvens-justering går ut på å endre systemets egenfrekvenser slik at de ikke sammenfaller med frekvenser fra aktuelle laster. Dette kan gjøres ved å øke stivheten til gulvet for å øke de laveste egenfrekvensene (NRC, 1995, Smith & Chui, 1988). Justerte massedempere benyttes for å dempe et systems svingninger. Enkelt forklart består demperen av en fjær, en viskøs demper og en masse. Denne knyttes til det opprinnelige systemet, og størrelsen på massen og fjærstivheten justeres slik at det dempes energi fra det

opprinnelige systemts svingninger (Chopra, 2012). Slike løsninger for problemer knyttet til svingninger er ofte dyre og kompliserte (Smith, 2003).

2.8.1 Vibrasjonskriterier i bruksgrensetilstand (SLS)

Økt bruk av komposittdykker i gulvkonstruksjoner gjør at det kan bygges lengre spenn. Lengre spenn gjør gulv mer utsatt for større nedbøyninger og svingninger, hvilket kan påvirke opplevelsen av komfort ved bruk. For å måle ytelsen til tregulv i bruksgrensetilstand er det utviklet diverse komfortkriterier basert på ulike målbare størrelser. Både hastighet, akselerasjon, nedbøyning og egenfrekvens er størrelser som i dag benyttes for å måle ytelse hos tregulv. Hensikten med det påfølgende delkapittelet er å presentere hovedtrekkene ved noen konkrete vibrasjonskriterier. Disse er tidligere beskrevet i Homb (2007), der kriterier for opplevde vibrasjoner i etasjeskillere presentertes og evalueres.

Nedbøyning

Historisk sett har det vært vanlig å regne nedbøyning ved bruk av en jevnt fordelt last eller punktlast på etasjeskillere. Hansen (1958) målte nedbøyning av etasjeskillere med punktlast på 100 kg ved midtspenn, hvilket dannet grunnlaget for NBI sine bjelkelagstabeller i lang tid (Homb, 2007). En slik last tilsvarer omtrent 1 kN, hvilket også benyttes som last i kombinasjon med andre parametere i Hu & Chui-kriteriet beskrevet senere i delkapittelet. Det vises til Tabell 2.1 i Homb (2007) for anbefalte verdier for nedbøyning i henhold til diverse kriterier.

Laveste egenfrekvens

Dolan m.fl. (1999) definerte et kriterium basert på komposittdekkers første egenfrekvens. Ytelsen til slike dekker anses som tilstrekkelig når kravene vist i ligning (2.49) og (2.50) er oppfylt.

$$f_{n,1} > 15 \text{ Hz for ikke innflyttede gulv} \quad (2.49)$$

$$f_{n,1} > 14 \text{ Hz for innflyttede (beboede) gulv} \quad (2.50)$$

Når kriteriene testes, skal det belastes med 45 MPa for lette gulv og 90 MPa for tunge gulv.

Akselerasjon eller hastighet

Smith & Chui (1988) formulerte et kriterium basert på akselerasjonsnivå etter et såkalt helstøt. Metoden benytter a_{RMS} -verdier (RMS - Root Mean Square), hvilket gir gjennomsnittsakselasjoner basert på kvadratet av målte akselerasjoner. Dette er en statistisk måte å presentere gjennomsnitt for måleserier der måledata oscillerer mellom negative og positive verdier, og et gjennomsnitt av rådata ville vært omtrent null. Det vil i denne oppgaven ikke bli gått nærmere inn på teorien bak a_{RMS} -verdier enn det som vises av ligning (2.51) og (2.52). Smith & Chui-kriteriet vises i ligning (2.51).

$$a_{RMS} < 0.45 \text{ m/s}^2, \quad (2.51)$$

forutsatt at laveste egenfrekvens til dekket er, $f_{n,1} > 8 \text{ Hz}$

Rapporten angir også en enkel metode å beregne denne akselerasjonen, forutsatt et integral over ett sekund der helstøtet er en klart definert impuls, vist i ligning (2.52).

$$a_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt}, \quad (2.52)$$

der $T = 1 \text{ sek}$ og a er amplituder i det gitte tidsrommet

Som en generell betraktning for en tidsserie av lengde n kan a_{RMS} beregnes som:

$$a_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i^2}, \quad (2.53)$$

der n = er totalt antall målte akselerasjoner og a_i er akselerasjoner

Toratti & Talja (2006) har formulert kriterier og grenseverdier basert på vibrasjonsforsøk gjort på gulv. For gulv med første egenfrekvens høyere enn 10 Hz gjelder foreslåtte grenseverdier

for utsving (u_{MAX}) og hastigheter (v_{MAX} og v_{RMS}). For gulv med første egenfrekvens lavere enn 10 Hz gjelder foreslåtte grenseverdier for akselerasjoner ($a_{w,RMS}$). Målinger og foreslåtte grenseverdier baseres på forsøk der en ca. 80 kg tung person går på gulv med gangfrekvens på ca. 2 Hz. Kriteriene for akselerasjon presenteres her i ligning (2.54), mens fullstendig tabell med foreslåtte grenseverdier finnes i Homb (2007) Tabell 2.3.

$$\begin{aligned} \text{Klasse B: } a_{w,RMS} &\leq 0.05 \text{ m/s}^2 \\ \text{Klasse C: } a_{w,RMS} &\leq 0.075 \text{ m/s}^2, \end{aligned} \quad (2.54)$$

for gulv med $f_{n,1} < 10 \text{ Hz}$.

Eurokode 5

I Eurokode 5, kapittel 7.3 er det gitt vibrasjonskriterier basert på en kombinasjon av gulvs egenfrekvenser, demping og amplitude i form av maksimal impulshastighet. For gulv der ingen annen verdi er påvist, settes dempingskoeffisienten ζ lik 1 % (0,01). Det presiseres at for gulv i boligbygg burde en spesiell undersøkelse gjøres for gulv med første egenfrekvens lavere enn 8 Hz. For gulv med første egenfrekvens høyere enn 8 Hz er kriteriene (vist i (2.55) og (2.56)) foreslått (CEN, 2008).

$$\frac{w}{F} \leq a \quad [mm/kN] \quad (2.55)$$

$$v \leq b(f_{n,1}\zeta^{-1}) \quad [m/Ns^2], \quad (2.56)$$

der:

- w er den største vertikale øyeblikksnedbøyningen forårsaket av en vertikal konsentrert statisk kraft F påført et hvilket som helst punkt på gulvet under hensyntaking til lastfordeling.
- v er hastighetsresponsen ved en enhetsimpuls, dvs. den største initialverdien for gulvets vibrasjonshastighet [m/s] forårsaket av en ideell enhetsimpuls (1,0 Ns) påført det punktet i gulvet som gir maksimal respons. Det kan sees bort fra komponenter over 40 Hz.
- ζ er den relative dempingen (dempingskoeffisienten).

For et rektangulært gulv med lengde L og bredde B og jevnt fordelt masse m kan første egenfrekvens (her betegnet $f_{n,1}$) bestemmes ved en tilnærmet verdi gitt av ligning (2.57).

$$f_{n,1} = \frac{\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}}, \quad (2.57)$$

Hu & Chui-kriteriet

Hu & Chui-kriteriet er et resultat av et omfattende forskningsarbeid tidlig på 2000-tallet der 112 gulv fra feltobjekter og en del laboratoriegulv ble testet. I en rapport fra 2004 konkluderes det med at kombinasjonen av laveste egenfrekvens og nedbøyning under en punktlast gir god overensstemmelse mellom subjektiv og objektiv bedømmelse av gulvkonstruksjoner, samtidig som disse parameterne kan bestemmes med akseptabel nøyaktighet (Homb, 2007). I ligning (2.58) og (2.59) er $f_{n,1}$ første egenfrekvens og $w_{static,F=1kN}$ er nedbøyning ved punktlast på 1 kN på gulvets midtspenn. Hu & Chui (2004) foreslo følgende kriterium:

$$\frac{\left(\frac{f_{n,1}}{18,7}\right)^{2,27}}{w_{static,F=1kN}} \geq 1,0 \quad (2.58)$$

$$w_{static,F=1kN} = \frac{PL^3}{48(EI)_L} \quad (2.59)$$

3 Metode

I dette kapittelet vil alt arbeid med hensikt å frembringe resultater bli presentert. Dette gjelder både eksperimentelt laboratoriearbeid og behandling av måledata, analytiske håndberegninger og numerisk datamodellering. For det eksperimentelle arbeidet utført i forbindelse med prosjektoppgaven til forfatterne av denne oppgaven, henvises det til prosjektoppgaven (Bjerve & Sagerud, 2019).

3.1 Eksperimentelt arbeid

I laboratoriearbeidet ble flere ulike metoder benyttet for å bestemme egenfrekvenser og demping i egenmodene. Dette innebar å gjøre forsøk med *slaghammer* (engelsk: *impact hammer*) og *ANCO* (engelsk: *eccentric mass vibrator system*) på et komposittdekke. Forsøkene med ANCO ble lagt opp slik at flere metoder kunne benyttes i analysen av resultatene. Dette blir belyst i delkapitlene 3.1.3.1 og 3.1.3.2. På midtspenn av gulvet ble det plassert ekstra masse i fire ulike nivåer. Til sammen ble dette fem massetrinn, der massetrinn 0 er tilstanden uten ekstra masse påført. For hvert av massetrinnene ble det gjennomført identiske forsøk med henholdsvis slaghammer og ANCO. Forsøk med slaghammer ble alltid gjort først. Det ble i tillegg utført et statisk nedbøyningsforsøk ved trinnvis økning av last på midtspenn. Til det ble også de fem massetrinnene 0-4 benyttet. Før metodene benyttet i forsøkene beskrives vil kontroll av dimensjoner og fukt, samt påføring av massetrinnene gjøres rede for. Dette fordi disse er med på å sette rammene for de eksperimentelle forsøkene og hvilke resultater de kan gi.

3.1.1 Eksperimentelt oppsett

Dekkets oppbygning og opplagerbetingelser

Etasjeskilleren ble bygget i forbindelse med masteroppgaven til Bjørge og Kristoffersen i 2017, og har siden vært lagret på Institutt for Konstruksjonsteknikk. De ytre målene til komposittdekket var 2,4 m i bredderetningen og 9,0 m i lengderetningen da det ble bygget (Bjørge & Kristoffersen, 2017). Etasjeskilleren består av en ytre ramme av limtrebjelker med tverrsnittshøyde 405 mm og tverrsnittsbredde 140 mm. Materialkvaliteten til limtrebjelkene er GL30c. Topp- og bunnplate vil herfra bli omtalt som topp- og bunnflens. Flensene til dekket består av kryssfinér av typen Kerto-Q, der overflensen er 45 mm tykk og bunnflensen er 63 mm tykk. I lengderetningen er det innvendige steg av GL30c, 66 mm tykke. Disse er plassert med senteravstand 565 mm.

De to langsgående randbjelkene og de tre langsgående innvendige stegene (heretter: *s-bjelker*), samt de to tverrgående kantbjelkene ble skrudd sammen før topp- og bunnflens ble montert. Topp- og bunnflens ble montert ved å benytte to-komponents fenolbasert lim og monteringskruer med senteravstand 300 mm. I hjørnene er det skrudd inn 1,6 m lange gjengestag, og disse ble i 2017 benyttet for å lage en fast innspenning av etasjeskilleren. Disse har ingen praktisk betydning i denne oppgaven, da gulvet her kun evalueres på fritt opplegg. For ytterligere informasjon om dekkekonstruksjonen henvises det til Bjørge & Kristoffersen (2017).

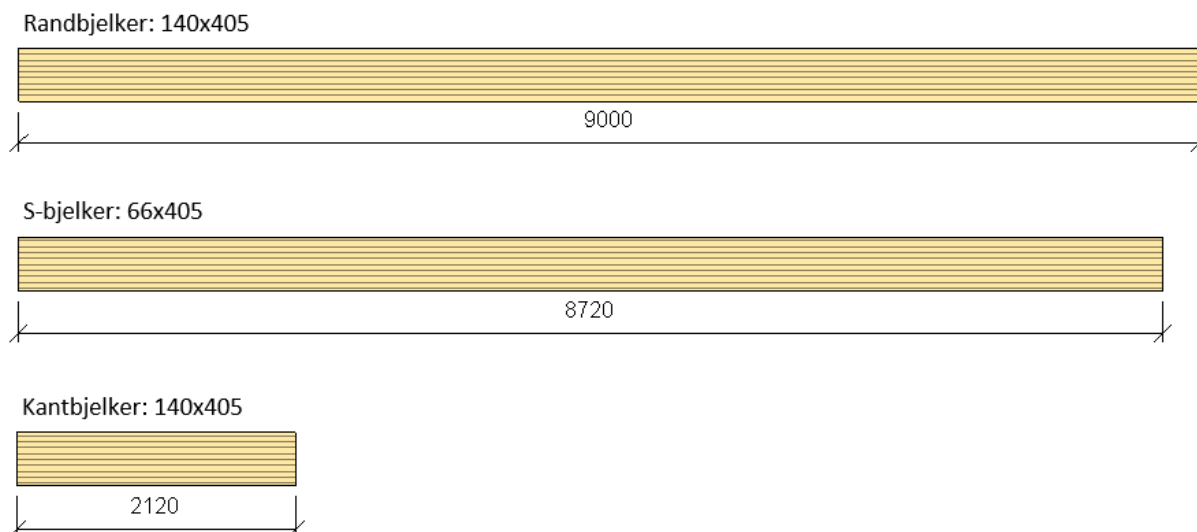
Opplagerbetingelsene som benyttes i denne oppgaven er fritt opplegg på stålhemisfærer i alle fire hjørner. Stålhemisfærene har radius 2,5 cm og 180-200 mm kontaktflate mot dekket. Hemisfærene er trukket inn 70 mm fra enden av etasjeskilleren, slik at de ligger sentrisk under kantbjelkene. Videre er stålhemisfærene lagt på stålskiver og *Leca*-blokker. Komposittdekket med opplagerbetingelser er vist i Figur 3-1.



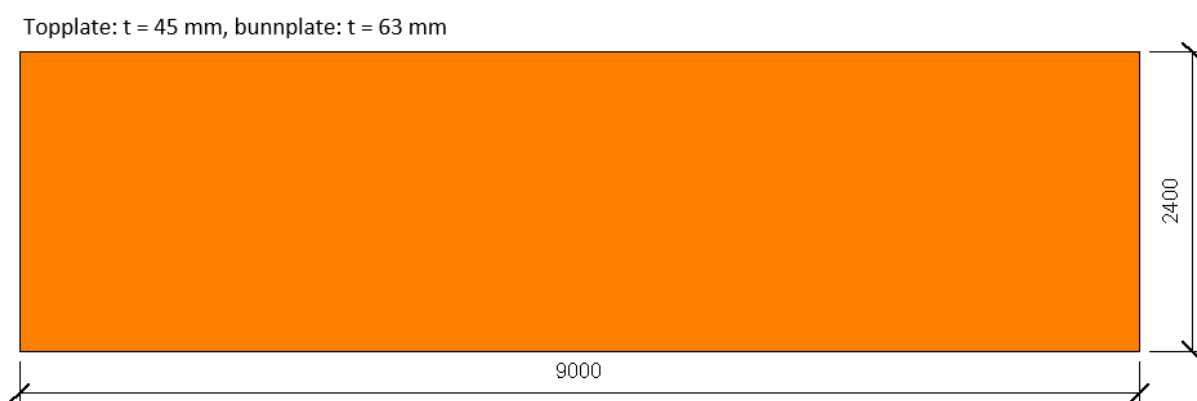
Figur 3-1 Komposittdekket i laboratoriet med opplagerbetingelser. Dette bildet er tatt før ANCO-vibratoren ble montert.



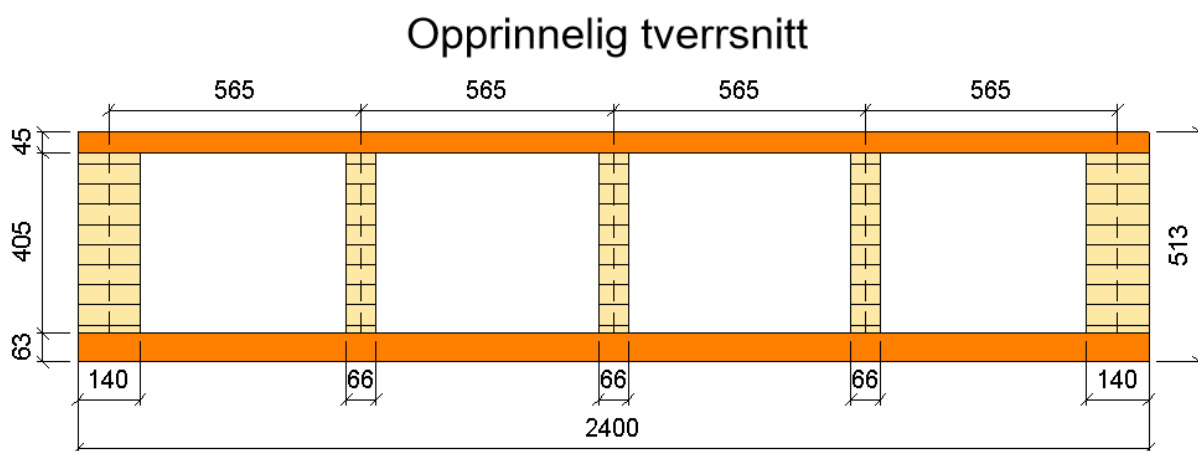
Figur 3-2 Nærbilde av opplegg på stålhemisfære i hjørne.



Figur 3-3 Lengder for limtrebjelkene benyttet i dekket.



Figur 3-4 Topp- og bunnplate / topp- og bunnflens i Kerto-Q.



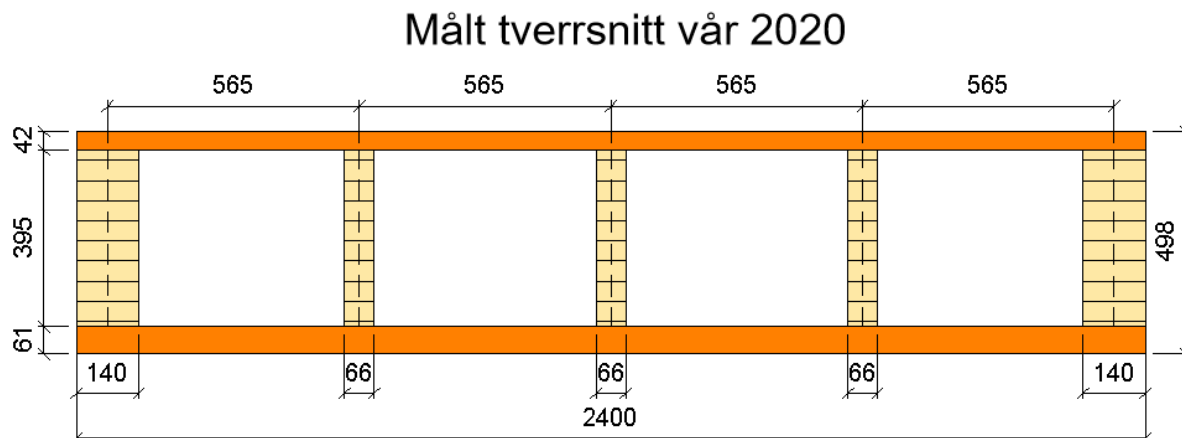
Figur 3-5 Målene fra arbeidstegningene i henhold til Bjørge & Kristoffersen (2017).

Kontroll av fukt og geometri

Fordi treverk over tid og med varierende fuktinnhold både kan swelle og krympe, var det naturlig å foreta en kontroll av dimensjonene opp mot målte dimensjoner og arbeidstegninger fra byggingen i 2017. En kontroll ble derfor gjennomført våren 2020 i forbindelse med masteroppgaven, der både dimensjoner og fuktinnhold ble målt, se Tabell 3-1 og Figur 3-6. Fukt ble målt med en Wagner L612 håndholdt fuktmåler. Med denne ble fuktinnholdet målt på 31 punkter jevnt fordelt på hele dekket. Gjennomsnittsverdien av alle de 31 målepunktene var 8 % fuktighet.

Tabell 3-1 Dimensjoner av dekke.

<i>Komposittdেকে</i>		
<i>Målte dimensjoner</i>	<i>Verdi</i>	<i>Enhet</i>
<i><u>Ytre dimensjoner:</u></i>		
Bredde	2,40	m
Lengde	8,99	m
Høyde	498	mm
<i><u>Topplate:</u></i>		
Bredde	2,40	m
Lengde	8,99	m
Høyde/tykkelse	42	mm
<i><u>Bunnplate:</u></i>		
Bredde	2,40	m
Lengde	8,99	m
Høyde/tykkelse	61	mm
<i><u>Randbjelker/kantbjelker:</u></i>		
Høyde	395 ± 1	mm



Figur 3-6 Målt tverrsnitt våren 2020.

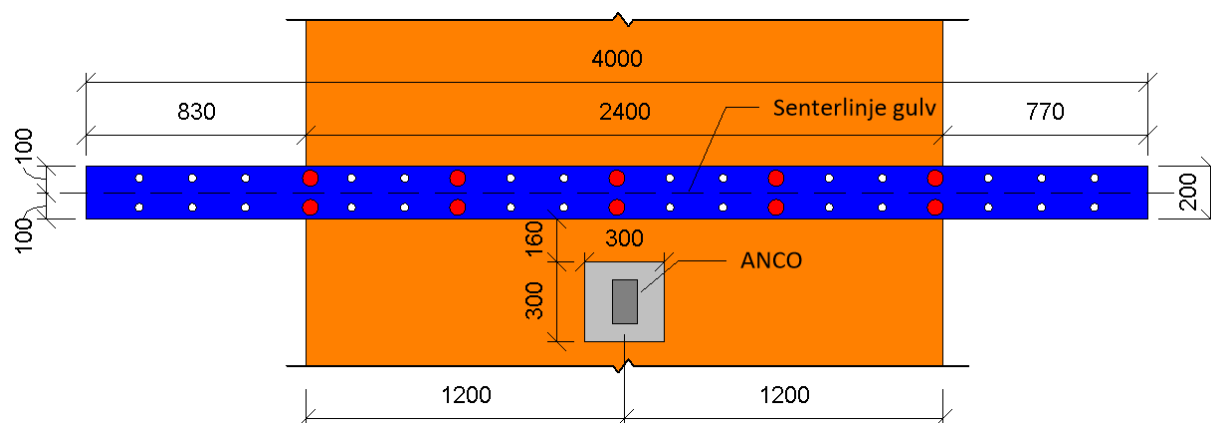
Massetrinn – påføring av masse på midtspenn

For å kartlegge i hvilken grad komposittdekkets dynamiske egenskaper endrer seg med økning av masse, ble det påført ekstra masse i form av linjelaster på tvers av dekket. Linjelastene ble påført ved dekkets midtspenn, altså 4,5 m fra dekkets endekanter. De ulike massetrinnene er illustrert i Figur 3-9 til Figur 3-13. For hvert massetrinn ble det utført identiske forsøk med både slaghammer og ANCO-vibratoren.

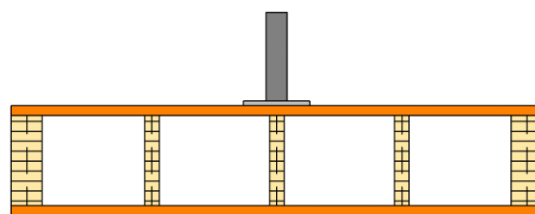


Figur 3-7 Innfesting av massetrinn 1 med treskrue gjennom bunnflensen til stålbjelken. Legg merke til skivene som øker skruhodets areal.

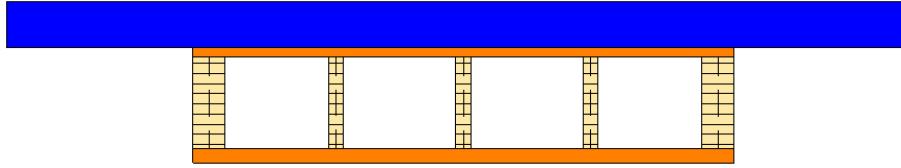
Massetrinnene besto av tre stålbjelker og fire sirkulære lodd. Bjelkene veide henholdsvis 254, 207 og 204 kg, mens loddene hver for seg veide 50 kg. I massetrinn 1 ble den blå bjelken montert fast med treskruer 5x70mm og skiver som vist av Figur 3-8. Skruene ble skrudd gjennom hull i flensene til bjelken og ned i toppflensen til gulvet. Skivene ble benyttet fordi skruhodene var mindre enn hullene i flensene. Det ble totalt benyttet 18 treskruer til innfesting av den blå bjelken, ni på hver side, jevnt fordelt over bredden av dekket. For alle lasttrinnene var det kun den blå bjelken som hadde kontaktflate mot gulvet. Bjelken var 20 cm bred, og symmetrisk plassert om midten av gulvet. I massetrinn 2, 3 og 4 ble det brukt tvinger og jekkestropper for tilstrekkelig fastholdning som vist av Figur 3-14. Alle bjelkene ble plassert med tyngdepunktet sentrisk på gulvet. Dette er årsaken til at ikke alle bjelkene lå symmetrisk om midtpunktet på gulvet. På denne måten ville belastningen fra den økte massen fordele seg symmetrisk i konstruksjonen. I Tabell 3-2 er vekten av hvert massetrinn ført opp. Dette inkluderer ANCO og festemidler som skruer, tvinger og stropper.



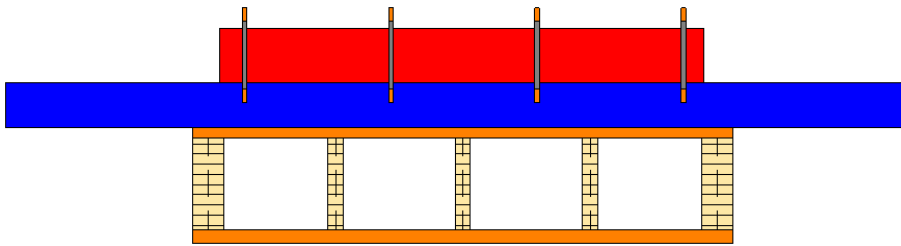
Figur 3-8 Plassering av ANCO og massetrinn 1.



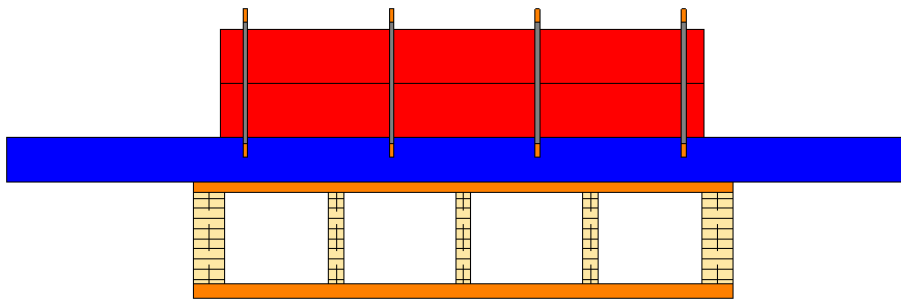
Figur 3-9 Massetrinn 0. ANCO er inkludert i alle massetrinn, men ikke tegnet inn i andre figurer enn den for massetrinn 0.



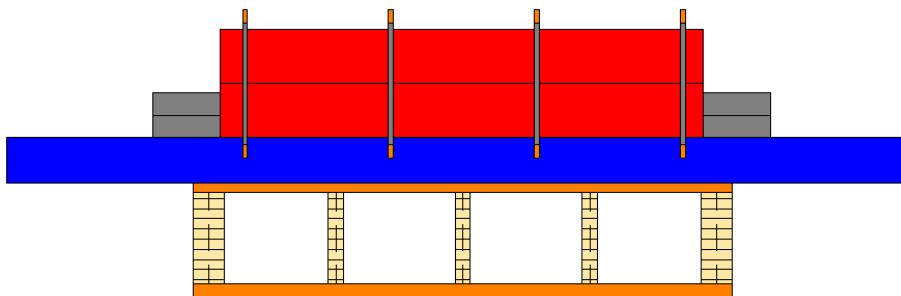
Figur 3-10 Massetrinn 1.



Figur 3-11 Massetrinn 2.



Figur 3-12 Massetrinn 3.



Figur 3-13 Massetrinn 4.



Figur 3-14 Gulvet belastet med massetrinn 4 i laboratoriet.
I ytterkant ses de runde loddene, festet med lastestropper.

Tabell 3-2 Vekt av massetrinn og korresponderende totalvekt.

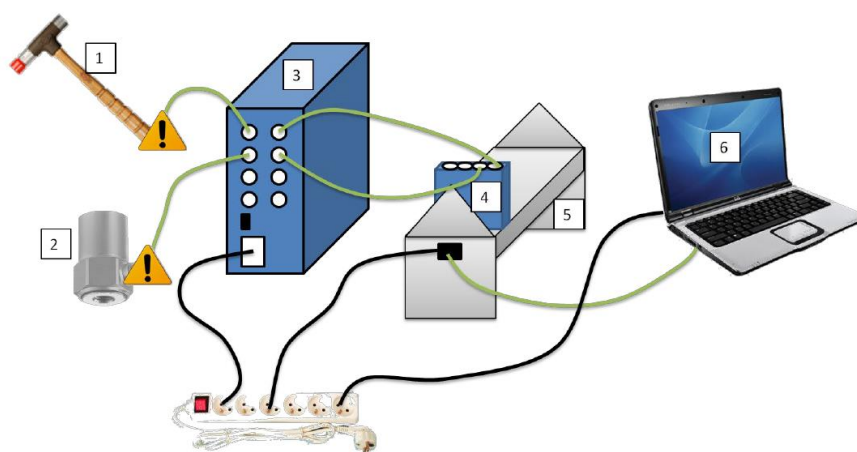
	Vekt [kg]	Totalvekt [kg]
Nettovekt		2070
Massetrinn 0	29	2099
Massetrinn 1	254	2353
Massetrinn 2	222	2575
Massetrinn 3	215	2790
Massetrinn 4	201	2991

3.1.2 Eksperimentell metode

3.1.2.1 Dynamisk forsøk med slaghammer

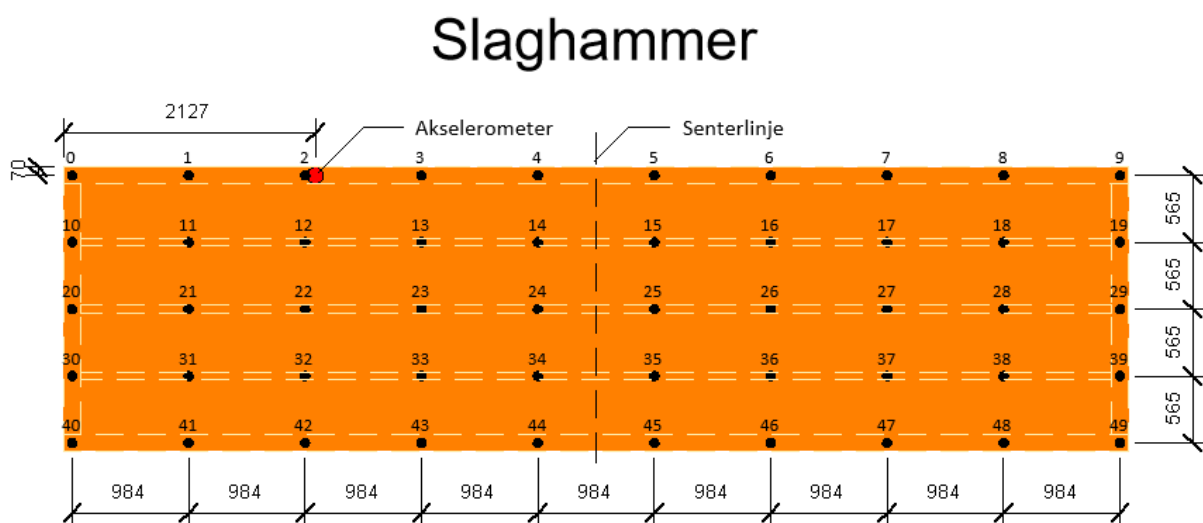
Dynamisk forsøk med slaghammer (engelsk: *impact hammer/modal hammer*) tar utgangspunkt i at en kjent kraft påføres en konstruksjon i bestemte punkter, og at den tilhørende responsen måles. Videre benyttes dette til å beregne en frekvens-responsfunksjon i henhold til ligning (2.30).

Hammer av type Brüel & Kjær 8210 (Brüel & Kjær, 2020) med myk tupp, akselerometer av type Kistler 8770A50 (Kistler, 2020) og øvrig måleutstyr ble montert i henhold til *Modal Hammer for Dummies v.1.2* (Labonnote & Nesheim, 2012, 2018). Akselerometeret ble montert for å kun registrere vertikale akselerasjoner, og dette gjelder samtlige laboratorieforsøk i denne avhandlingen. Alle innstillinger i programvaren *Record Impact Testing FRF* var også i henhold til Labonnote og Nesheim. Metoden benyttet i forsøket var *Roving Hammer-metoden*. Denne metoden blir ytterligere forklart i denne rapporten. Figur 3-15 viser oppsett av forsøket med slaghammer.



Figur 3-15 Illustrasjon hentet fra Labonnote og Nesheim (2012, 2018):
1 – Hammer, 2 – Akselerometer, 3 – Strømtilførsel / «Signal Conditioner»,
4 – NI Dynamisk Modul (omformer analoge signaler til digitale), 5 – NI Chassis, 6 – PC

For å kunne beregne en empirisk FRF for systemet med roving hammer-metoden må lasten fra hammeren påføres i forutbestemte punkter i et regulært rutenett. På denne måten ble hammerslagene påført sekvensielt i alle punktene i rutenettet, med tre slag i hvert punkt. Akselerometeret var derimot plassert i samme punkt gjennom hele forsøket. Ved hjelp av de målte akselerasjonene og koordinatene i rutenettet beregnet programmet *Record Impact Testing FRF* en FRF for hvert punkt. FRFen i hvert punkt var et gjennomsnitt basert på de tre hammerslagene. Til slutt ble frekvens-responsfunksjonene fra alle punktene sammenstilt til én FRF som beskriver hele systemet. Rutenettet som ble benyttet i denne oppgaven er identisk som det som tidligere er benyttet (Bjørge & Kristoffersen, 2017), og fremgår av Figur 3-16. Det var ønskelig å unngå lokal nedbøyning mellom stegene, samt fange responsen til hele dekket, og ikke lokale effekter. Derfor ble alle slag lagt til punkter langs stegene og endebjelkene. Denne konfigurasjonen ga 50 målepunkter, og med tre slag pr. målepunkt tilsvarer dette 150 slag pr. forsøk. Nummerering av punktene i rutenettet i Figur 3-16 tilsvarer nummereringen fra Record Impact Testing FRF.



Figur 3-16 Slagpunkter ved forsøk med slaghammer.

Ved gjennomføringen av forsøkene ble flere forskjellige plasseringer av akselerometeret prøvd ut. Både punkt 2, 4 og 22 i rutenettet ble prøvd. Akselerometerplassering ble gjort på bakgrunn av modeformer fra simuleringer gjort i Abaqus i forkant av forsøkene. I laboratoriet ble det testet ulike akselerometerplasseringer for å kunne observere så mange av de lave modene som mulig. Dermed var det ønskelig å unngå posisjoner som lå i nullpunkter for noen av de aktuelle modene. Det viste seg imidlertid at akselerometerplasseringen som er vist i Figur 3-16 (punkt 2) best fanget alle ønskede moder, og denne konfigurasjonen ble derfor brukt for alle senere forsøk med slaghammer. Akselerometeret ble festet med en treskrue som ble skrudd fast i etasjeskilleren. Skruen fulgte med akselerometeret og hadde et påsveiset hode som selve akselerometeret kunne skrues fast i. Ved innfesting her var det også viktig å montere festeskruen så nær loddrett posisjon som mulig, da det var akselerasjoner i denne retningen som skulle måles.

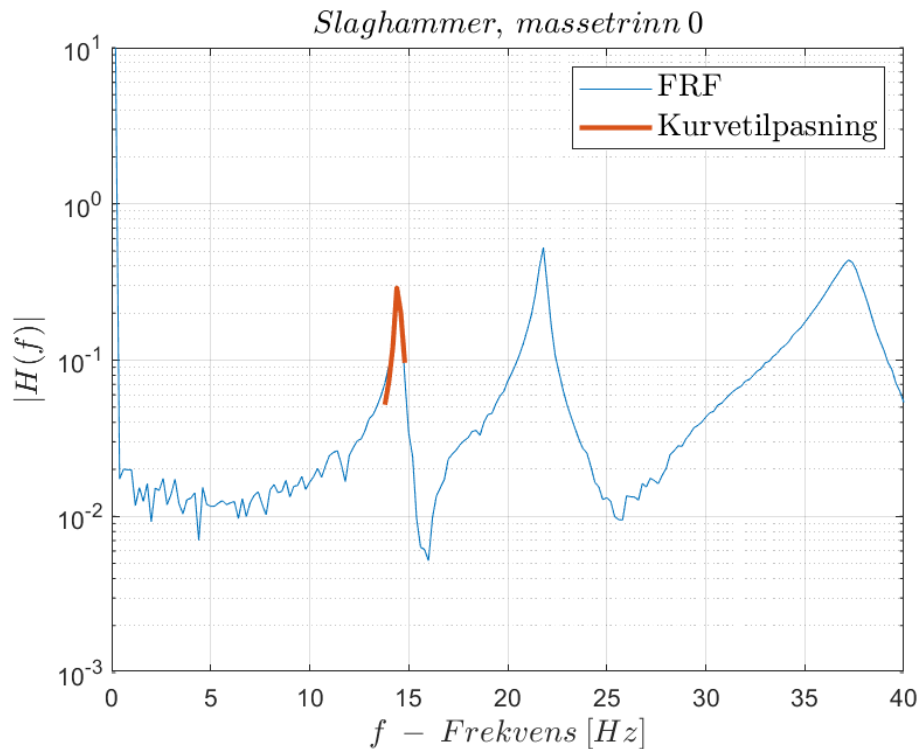


Figur 3-17 Akselerometeret ble festet til dekket med treskrue. Dette akselerometeret er ikke av typen Kistler 8770A50, men prinsippet for innfesting er det samme.

Under forsøkene ble det lagt vekt på at hammerslagene skulle være drevet av tyngdekraften, altså at operatøren ikke la på noe ekstra kraft. Viktig var det også at hammeren ikke fikk dobbeltslag, det vil si at den hadde flere berøringer med dekket på ett enkelt slag. Etter at forsøket var avsluttet ble FRF-dataene lagret som en .dat-fil og åpnet i programmet *Modal Parameter Identification*. I dette programmet kunne resultatene analyseres videre.



Figur 3-18 Student under gjennomføring av forsøk. Dette bildet ble tatt i de innledende forsøkene, før ANCO ble montert.



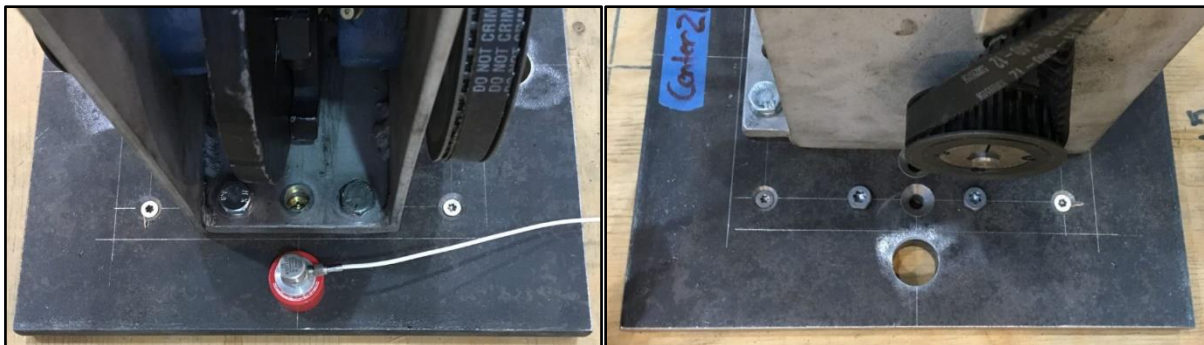
Figur 3-19 Eksempel på ut-data fra Modal Parameter Identification. Første mode er her identifisert. Selve dataene er plottet i MATLAB.

I *Modal Parameter Identification* ble det valgt områder av frekvens-responsfunksjonen man ønsket å betrakte nærmere. På dette området ble det gjort en kurvetilpasning. I denne analysen av frekvens-responsfunksjonen ble alle egenfrekvenser lavere enn 100 Hz identifisert, selv om kanskje bare første eller første og andre egenfrekvens er av særlig interesse. I Figur 3-19 kan man se et eksempel på en målt FRF og kurvetilpasningen rundt første egenfrekvens. Fra kurvetilpasningen beregnet Modal Parameter Identification egenfrekvensen og det tilhørende dempingstallet. Siste steg i analysen i dette programmet var å betrakte animasjonen av hver enkel svingemode. Dette fungerte som et sammenligningsgrunnlag med simuleringene i Abaqus. På grunn av lite valgmuligheter med tanke på datapresentasjon i Modal Parameter Identification ble dataene eksportert til MATLAB, hvor valgmulighetene innen plotting er flere.

Begge programmene Record Impact Testing FRF og Modal Parameter Identification er programmert i det grafiske programmeringsspråket *LabVIEW* (National Instruments, 2020), og ble distribuert av faglig ansatte innen trekonstruksjoner på Institutt for Konstruksjonsteknikk.

3.1.2.2 Dynamisk forsøk med ANCO

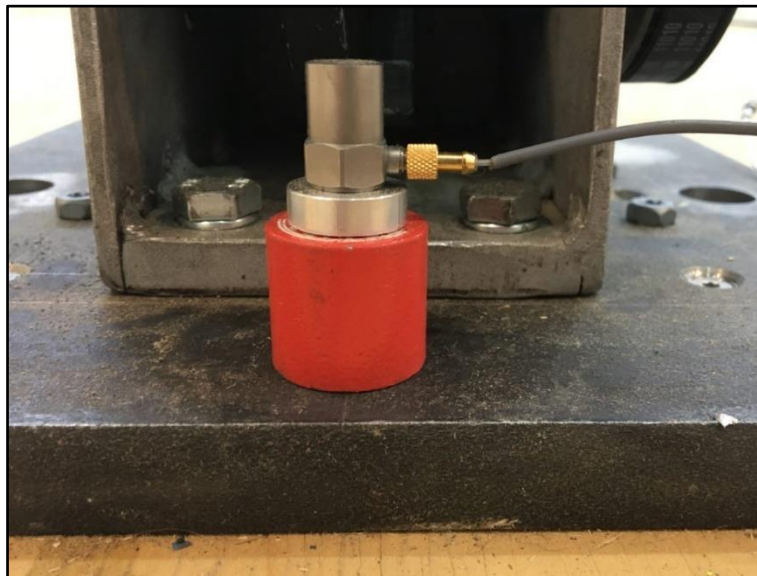
ANCO ble introdusert som et alternativt verktøy for å tallfeste etasjeskillerens dynamiske egenskaper. Dette instrumentet kan bli brukt for å eksitere både store og små konstruksjoner og konstruksjonsdeler. Dette gjøres ved kraftpåføring fra roterende masser, og dataene man får kan benyttes til å estimere både egenfrekvenser, dempingskoeffisient, effektiv masse, dynamisk stivhet og modeformer. Gjennomføring av forsøkene ble gjort i henhold til *OPERATING MANUAL FOR THE MK-102 ECCENTRIC MASS VIBRATOR SYSTEM – Revision 1.0* (ANCO Engineers, Inc, 2010). Doktorgradsstipendiat Sveinung Nesheim bistod med sin erfaring da måleutstyret skulle monteres og benyttes første gang.



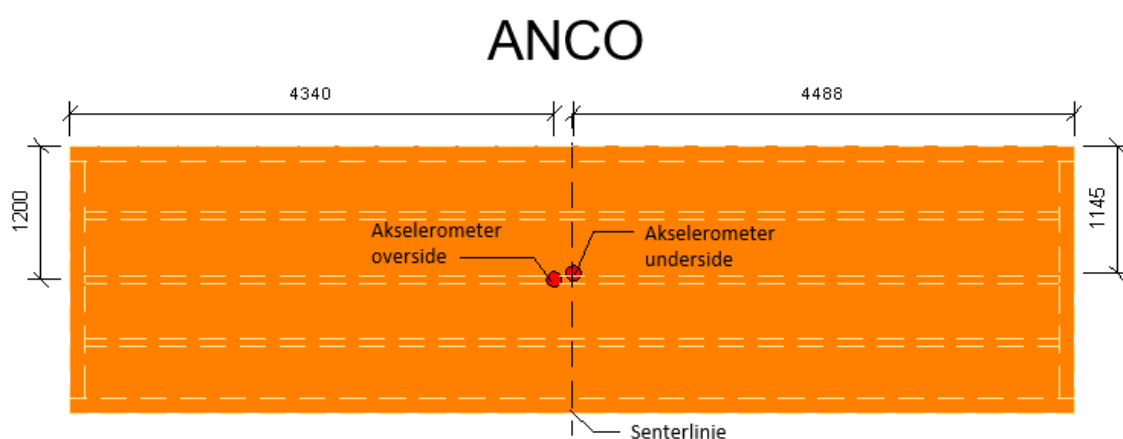
Figur 3-20 Innfesting av ANCO. Til venstre sett forfra og til høyre sett fra siden. I venstre bilde; legg spesielt merke til akselerometeret festet med magnet direkte på festeplaten, boltene som forbinder ANCO med festeplaten og mellom disse en 8x300 mm treskrue skrudd gjennom festeplaten og ned i midtre s-bjelke.

Måten ANCO festes til en konstruksjon på er at en 300x300 mm og 20 mm tykk stålplate skrues fast. Deretter festes ANCO med bolter til denne stålplaten. Stålplaten har hull i flere dimensjoner fordelt over mye av overflaten, se Figur 3-20. Platen ble først festet med to 8x300 mm Spax treskruer med senkehode. Disse gikk gjennom toppplaten og ned i midtre s-bjelke. Dette for å gi vibratoren god forankring i konstruksjonen som helhet, ikke bare i toppplaten. Videre ble fire 5x60 mm treskruer med senkehode skrudd gjennom hjørnene av festeplaten før fire (to på hver side) 8x80 mm treskruer med sekskanthode fullførte innfestingen. Neste steg var å skru fire bolter gjennom bunnplaten av ANCO og ned i festeplaten. Med dette var vibratoren klar for bruk.

Valgt plassering av ANCO var et kompromiss mellom flere hensyn. Det ble tatt et valg om å særlig prioritere å fange opp første egenfrekvens. Dette krevde dermed at kraften fra vibratoren måtte påføres i et punkt hvor første egenmode har amplitude ulik null. Et angrepspunkt nær midten av gulvet både i bredde- og lengderetningen fremsto derfor som et fornuftig. På grunn av de tidligere omtalte massetrinnene var det ikke anledning til å ha angrepspunktet nøyaktig på midtspenn. Derfor ble senter av festeplaten lagt 310 mm fra midtspenn, men sentrisk i bredderetningen.



Figur 3-21 Akselerometer (applicator) festet med magnet på festeplaten.



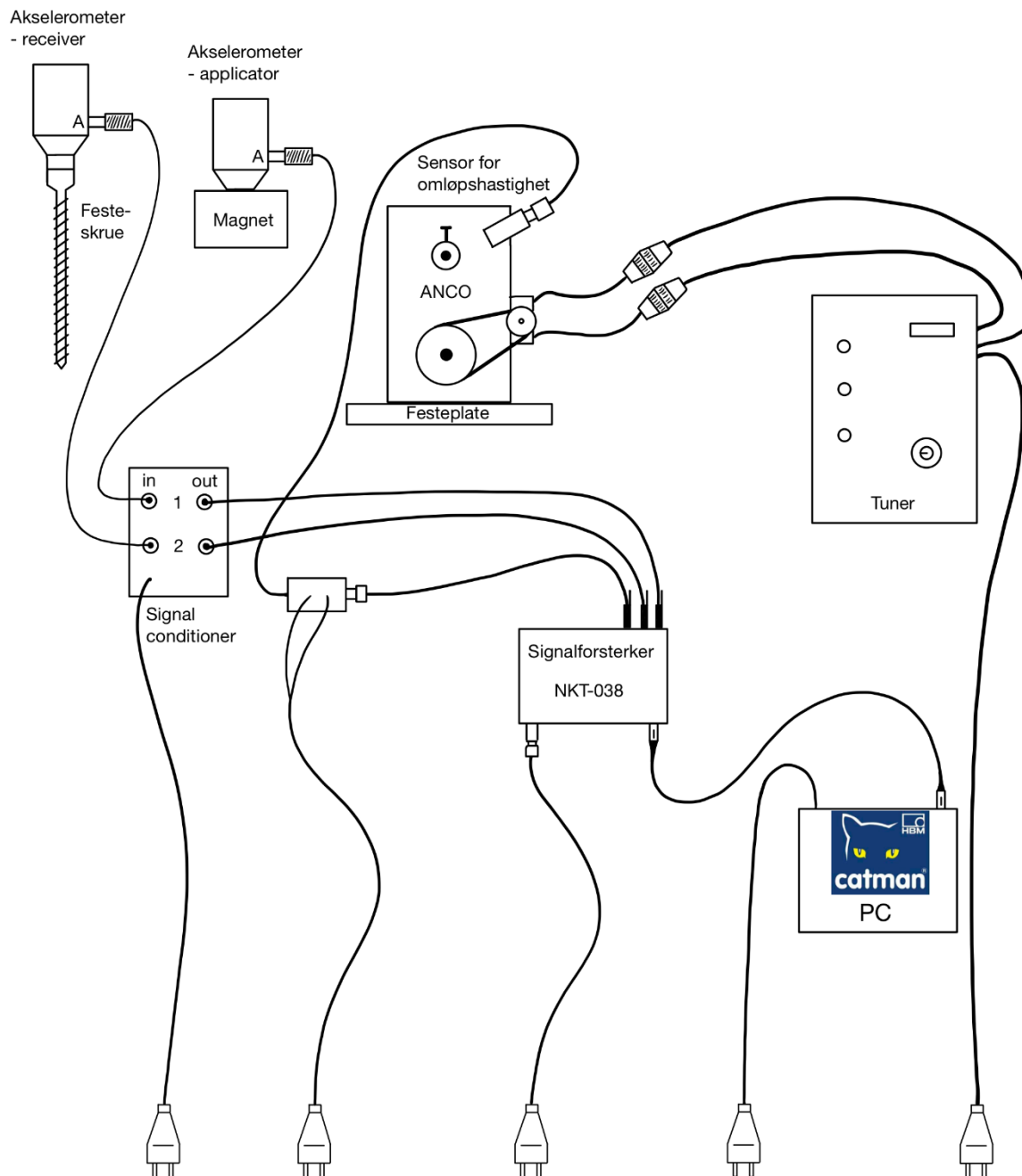
Figur 3-22 Konfigurasjon av akselerometre. Akselerometeret på oversiden omtales også som «applicator», mens det på undersiden også omtales som «receiver».

Under forsøk med ANCO ble det besluttet å benytte to akselerometre; ett påmontert ANCO (omtalt som *applicator*) og ett på undersiden av etasjeskilleren (omtalt som *receiver*). Som applicator ble et akselerometer av typen Kistler 8703A50M5 (Kistler, 2020) benyttet. Akselerometeret som omtales som receiver var det samme som ble benyttet til slaghammerforsøkene, og dette ble montert som i Figur 3-17, men denne gang på undersiden av etasjeskilleren. Applicator-akselerometeret ble benyttet for å måle responsen i etasjeskilleren i punktet for lastpåføring, mens receiver-akselerometeret ble benyttet for å måle respons et annet sted i konstruksjonen. Tanken var videre at dataene fra disse to kunne sammenlignes.

Figur 3-23 viser hele konfigurasjonen av utstyret som ble benyttet til ANCO-forsøkene. Tuneren leverte strøm til motoren til ANCO og styrte omløpshastigheten. Tuneren ble under forsøkene styrt manuelt samtidig som lastfrekvenser og amplituder ble kontrollert visuelt i dataprogrammet Catman (HBM, 2020). Eksentrisiteten til de roterende massene ble satt til 22 %, som en balansegang mellom kraftamplitude og største ønskelige lastfrekvens i forsøkene. Utregningen av eksentrisitet er mer utfyllende forklart i vedlegg B.1.1.

Det ble utviklet en protokoll for forsøk på de fem massetrinnene. Denne protokollen ga 10 tidsserier for hvert massetrinn. Dette innebar to målinger hver for følgende lastfrekvenser: $0,50f_{n,1}$, $0,75f_{n,1}$, $1,00f_{n,1}$, $1,25f_{n,1}$ og $1,00f_{n,2}$, der $f_{n,1}$ og $f_{n,2}$ er henholdsvis første- og andre egenfrekvens målt ved bruk av slaghammer. Det ble gjort doble forsøk for å ha måledata som kunne sammenlignes, samtidig som dette var en trygghet dersom det skulle vise seg at en eller flere av måleseriene var defekte. For hver av målingene ble ANCO startet fra en lastfrekvens på 0 Hz og justert manuelt i et jevnt tempo opp mot den ønskede frekvensen. Da den ønskede frekvensen ble nådd, ble målinger gjort ved denne frekvensen i minimum ett minutt, før ANCO ble slått av. Tidsseriene med lastfrekvens $1,00 f_{n,1}$ ble i motsetning til de andre tidsseriene ikke funnet basert på egenfrekvenser fra slaghammer. Her ble i stedet gulvet observert av operatoren av ANCO, og lastfrekvensen ble økt frem til maksimal respons ble observert. Slik ble gulvet satt i svingninger med konstant amplitude (engelsk: *steady state*). Måledataene ble eksportert fra Catman som elektriske spenninger lagret kolonnevis for hvert akselerometer i en tekstfil.

Oppsett for dynamisk forsøk med ANCO



Figur 3-23 Oppsett av ANCO og tilhørende utstyr.

3.1.2.3 Menneskelig aktivitet på etasjeskiller

Konfigurasjonen av etasjeskilleren slik den ble brukt til dynamiske forsøk med slaghammer og ANCO tillot også enkle forsøk med menneskelig aktivitet på gulvet. Fordi stålbjelkene fra massetrinn 1, 2, 3 og 4 ville være en hindring ved gange over gulvet, ble forsøk med menneskelig aktivitet utført kun på massetrinn 0. På forsøk som kun involverte én person ble samme forsøksperson (ca. 70 kg) benyttet til alle forsøkene. I tillegg ble det utført forsøk som involverte seks personer, slik at respons fra gruppeaktiviteter kunne evalueres. Akselerometerne var plassert som ved bruk av ANCO. Med unntak av operasjon av ANCO var konfigurasjonen av dette forsøket og loggføringen av data identisk som i delkapittel 3.1.2.2. Akselerometeret på oversiden av gulvet het fortsatt «applicator», mens det på undersiden het «receiver». For å unngå misforståelser presiseres det at navnene på akselerometerne her ikke hadde noen ting å gjøre med hvem eller hva som påførte krefter på gulvet.



Figur 3-24 Forsøk med seks personer og tilfeldige bevegelser.
Alle personene på bildet har gitt sitt samtykke til å bli avbildet i denne oppgaven.

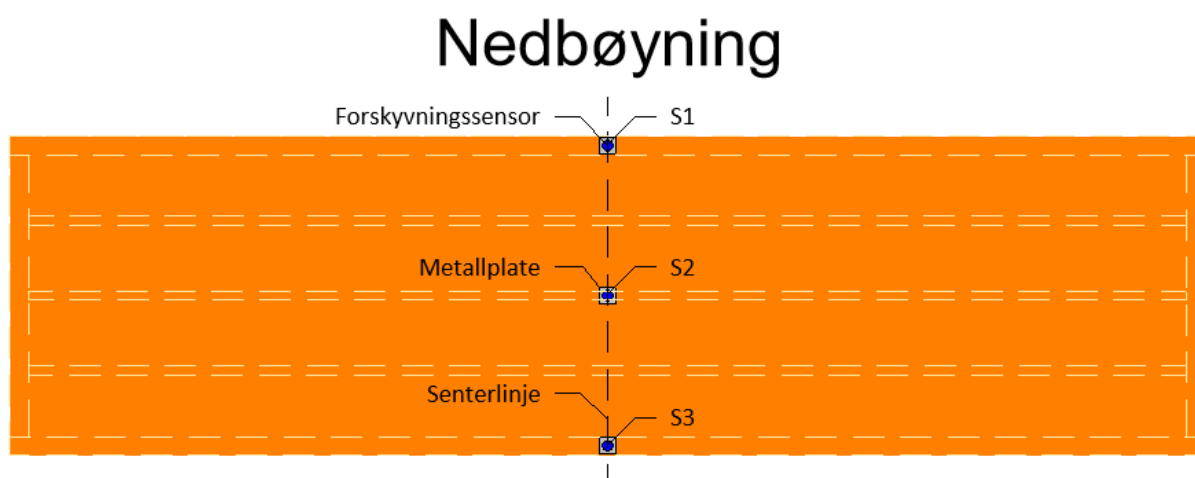
Forsøkene med én person ble inndelt i vanlige menneskelige aktiviteter. Disse var *vanlig gange*, *bestemt gange*, *jogg* og *løp*. Dermed er ikke definisjonen av de aktuelle lastene eksakt, men heller basert på skjønn. Alle disse fire aktivitetene ble utført både på langs av gulvet og langs diagonalen til gulvet. Hver tidsserie av akselerasjoner inneholder til sammen fire passeringer ved midtspenn (hvor akselerometerne var plassert), altså ble forsøkene gjennomført ved å gå frem og tilbake og frem og tilbake en gang til. For de forskjellige lastene assosiert med menneskelig aktivitet ble det forsøkt å oppnå en lastfrekvens lignende de beskrevet av Wheeler (1982). Dette innebar frekvenser tilhørende vanlig gange på 1,5-2 Hz, bestemt gange 2-2,5 Hz og jogg rundt 3 Hz. Løping kan gjøres på mange ulike frekvenser, og derfor gis det ikke noe annet anslag her enn en frekvens høyere enn 3 Hz. Til slutt ble det utført to forsøk med *tilfeldige bevegelser*, hvor forsøkspersonen bevegde seg uten noe tydelig mønster, og både gikk, løp og gjorde hopp.

Den siste gruppen av forsøk som ble gjennomført var med seks personer på etasjeskilleren. Denne gruppen var tilfeldig sammensatt med tanke på kjønn, vekt, høyde osv. I alt seks ulike forsøk ble gjennomført med seks personer. Fire av forsøkene var synkron hopping i henholdsvis 1, 2, 3 og 4 Hz, der personene sto i en ring på midtspenn. De to siste forsøkene var en serie med tilfeldige aktiviteter og en tidsserie hvor alle jogget i jevn hastighet og med jevn avstand i ring langs rendene av gulvet.

Til slutt ble tidsseriene av respons benyttet til å beregne autospektrum for responsen til gulvet. Dette ble videre benyttet til å identifisere egenfrekvensene. Damping ble ikke beregnet fra tidsseriene med menneskelig aktivitet, da den beskrevne teorien i denne oppgaven ikke er i stand til å beregne damping i et slikt system uten en kjent kraft.

3.1.2.4 Statisk nedbøyningsforsøk ved påføring av massetrinn 0-4

Selv om denne oppgaven hovedsakelig behandler problemstillinger knyttet til dynamikk, ble det også gjennomført et statisk nedbøyningsforsøk over et døgnns varighet. Dette fordi et slikt forsøk kan benyttes til å kvantifisere bøyestivhet og kryp, i tillegg til at det vil være interessant å sammenligne disse dataene med funnene fra 2017.



Figur 3-25 S1, S2 og S3 viser plasseringen av de tre nedbøyningssensorene.

Da gulvet ble bygget og testet for nedbøyning i 2017 ble det påmontert tre metallplater på undersiden langs rendene og midt på ved midtspenn. Disse fungerte som kontaktpunkt på etasjeskilleren for de tre nedbøyningssensorene. To av sensorene hadde en tilhørende justerbar arm som kunne festes med magnet. Disse ble festet til støttebena som allerede var plassert under etasjeskilleren. Den tredje sensoren måtte festes til en magnet, som videre ble festet til en IPE-bjelke som ble lagt på gulvet. Det ble benyttet nedbøyningssensorer med nøyaktighet ned til 0,01 mm. Innfestning av nedbøyningssensorer vises av Figur 3-26, mens oppsett av forsøket kan ses i Figur 3-27.

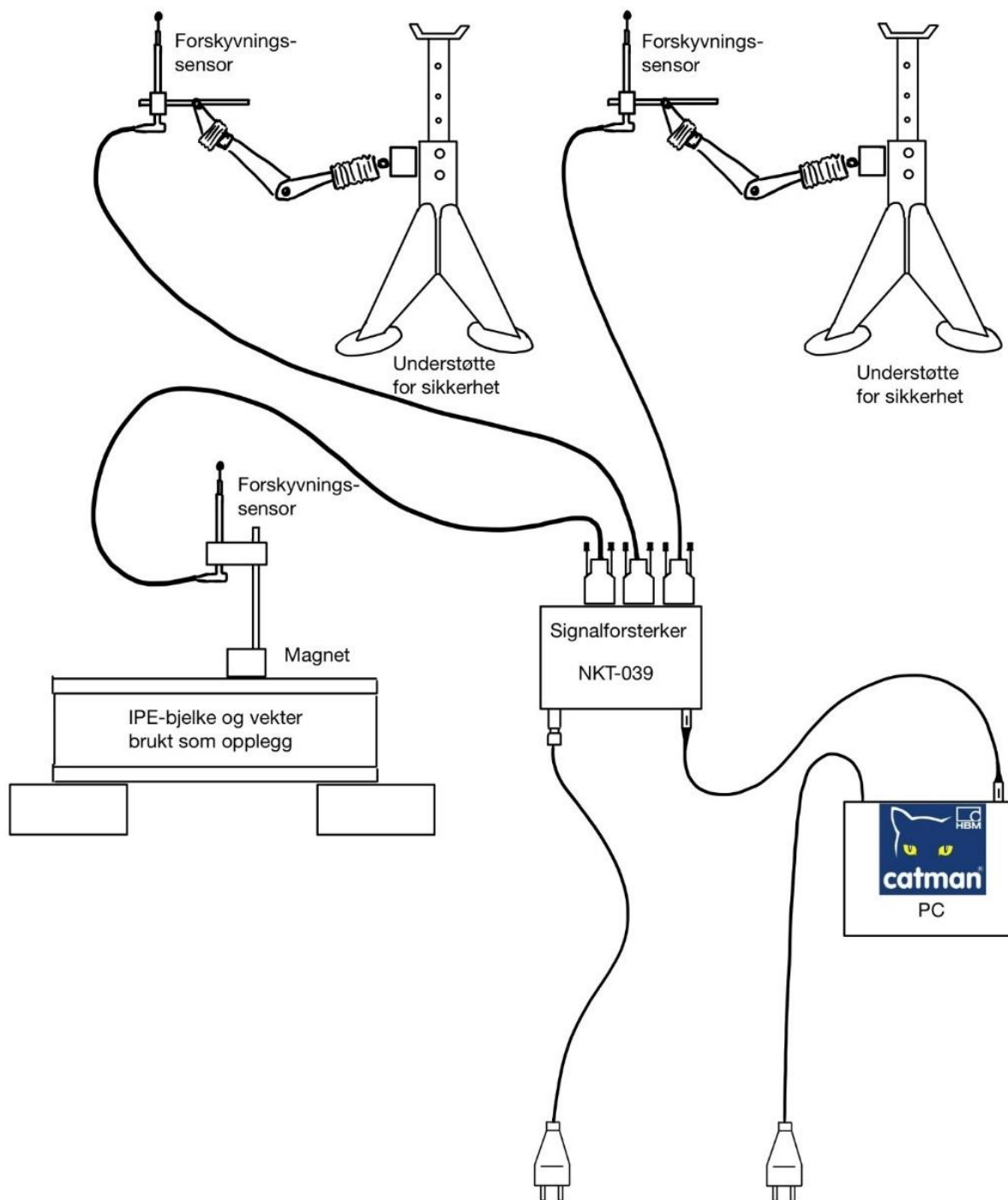


Figur 3-26 Innfesting av nedbøyningssensorer. Til høyre ses den som ble montert på en liggende IPE-bjelke.

Ved forsøkets start ble sensorene montert og fikk stabilisert seg. Nytt nullnivå ble deretter definert før første massetrinn ble pålastet. Videre ble massetrinn 2, 3 og 4 lastet på, alle med om lag 15 minutters mellomrom. Massetrinn 4 fikk virke i et døgn før avlastingen skjedde i motsatt rekkefølge som pålastingen og med samme tidsintervaller.

Sensorene var koblet opp mot en signalforsterker, og videre til en PC. Programmet Catman (HBM, 2020) ble nok en gang benyttet til å loggføre nedbøyningene, og loggførte kontinuerlig på en målefrekvens på 2 Hz gjennom hele forsøket. Resultatet ble skrevet til en tekstfil, der dataene fra hver sensor ble lagret kolonnevis.

Oppsett nedbøyningsforsøk

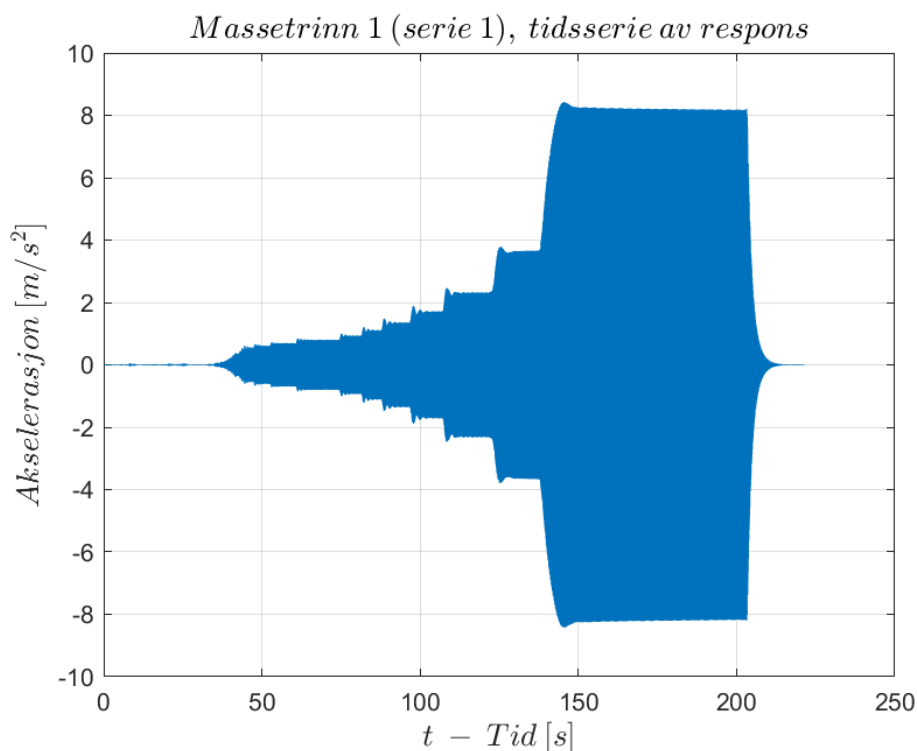


Figur 3-27 Oppsett for nedbøyningsforsøk.

3.1.3 Behandling av eksperimentelle måledata

3.1.3.1 Beregning av dempingstall – dempede frie vibrasjoner

En typisk tidsserie ved benyttelse av ANCO og lastfrekvens rundt resonans kan se ut som i Figur 3-28. Plottet i figuren under er et produkt av at lastfrekvensen ble økt gradvis helt til resonans. Dette kan man se av den gradvis økende amplituden til akselerasjonen. Ved $t \approx 140$ s stagnerte amplituden, og første egenfrekvens ble funnet. Lastfrekvensen ble da ikke økt ytterligere, men holdt stabil rundt resonans. Dette kan ses av den stabile amplituden mellom $t \approx 150$ s og $t \approx 200$ s. Vibratoren ble deretter slått av, og man fikk dempede frie vibrasjoner.



Figur 3-28 Tidsserie med resonans ved første egenfrekvens. Massetrinn 1.

Metodikken beskrevet over er en mulig framgangsmåte for å få en tidsserie hvor man kan kvantifisere dempingen direkte i tidsdomenet. Man vil få logaritmisk avtagende amplituder som man kan se mellom $t = 200$ s og $t = 250$ s i figuren over. De matematiske prinsippene bak dette er beskrevet i kapittel 2.7. Som beskrevet, baserer denne metodikken seg på en konstant

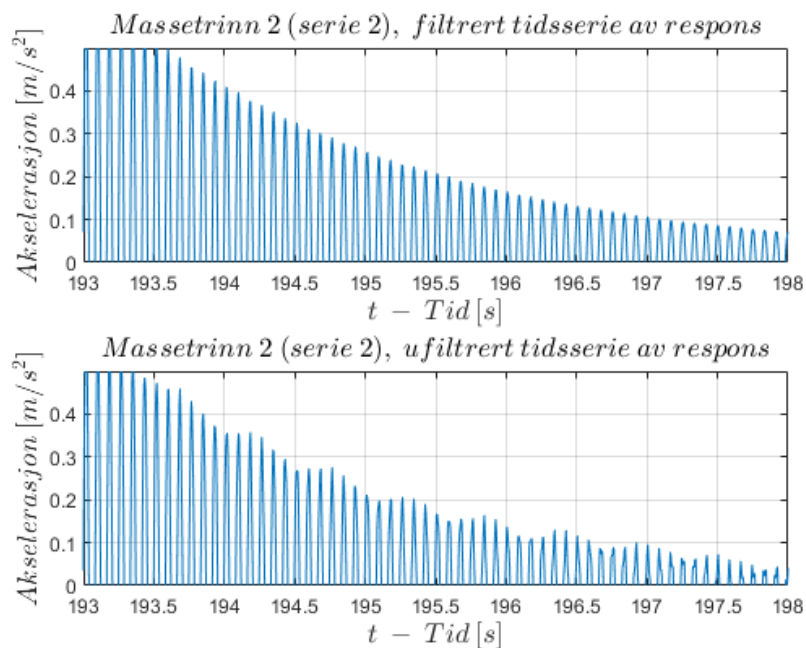
og lav demping og konstant vinkelfrekvens. Virkeligheten er ikke like simpel, og derfor er også beregningsmetodikken mer sammensatt. En beskrivelse av denne følger videre.

En tidsserie tilsvarende den Figur 3-28 vil uten videre bearbeiding ha et frekvensinnhold over et bredt spekter av frekvenser. Den observerbare amplituden er derfor summen av amplitudene til opptil flere ulike moder. Hvitt bakgrunnsstøy og annet elektrisk støy bidrar også til amplitudene i en slik tidsserie. Første egenfrekvens er den egenfrekvensen som betraktes i dette tilfellet. For å eliminere effektene av andre moder og støy ble derfor tidsseriene filtrert med et *bandpass-filter* (MathWorks, 2020).

For å kunne gjøre dette ble det først beregnet et autospektrum basert på den ufiltrerte tidsserien. Siden systemet ble belastet på resonans med første egenfrekvens var amplituden i tidsserien dominert av første mode. Dermed var den høyeste amplituden i autospekteret den tilsvarende første egenfrekvens. Da egenfrekvensen var funnet, ble frekvensintervallet f_{pass} etablert. Dette frekvensintervallet ble benyttet i filtreringen.

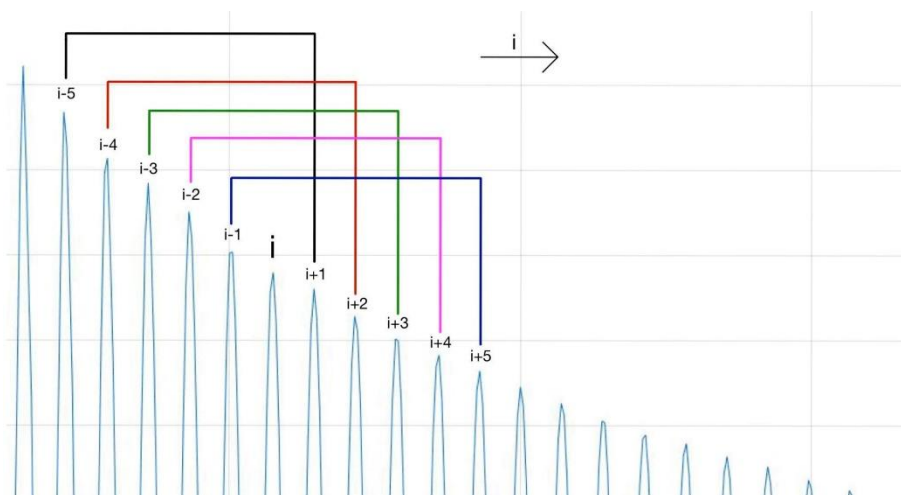
$$f_{pass} = [f_{n,1} - 1 \text{ Hz}, f_{n,1} + 1 \text{ Hz}] \quad (3.1)$$

Den opprinnelige tidsserien ble så filtrert, og fikk fjernet alt frekvensinnhold utenfor f_{pass} . Resultatet var da en tidsserie av akselerasjon som kun var assosiert med bevegelse i første mode.



Figur 3-29 Utvalgt område av den avtagende fasen for en tidsserie av akselerasjon.

Figur 3-29 viser den tydelige forskjellen på en filtrert og en ufiltrert tidsserie av akselerasjoner. For at antagelsen om konstant demping og logaritmisk avtagende amplitude skal være gyldig kreves en regelmessig og jevnt avtagende amplitude. Om amplitudene uten unntak er avtagende kan to tilfeldige amplituder (etterfølgende eller med en bestemt tidsforskjell) benyttes for å fastslå dempingen som i delkapittel 2.7. I Figur 3-29 kan man derfor se hvorfor den ufiltrerte tidsserien ikke er egnet til å beregne dempingskoeffisienten direkte. Den filtrerte tidsserien var derfor utgangspunktet for videre beregninger.



Figur 3-30 Algoritme for beregning av dempingskoeffisient.

Figur 3-30 viser en tidsserie med avtagende amplituder og prinsippet som ble lagt til grunn for beregningen av dempingskoeffisienten ζ_i for amplitude nr. i . Mellom hver amplitude som er knyttet sammen med en linje ble det beregnet en verdi for ζ . Dermed ble det beregnet en ζ_1 mellom $i - 5$ og $i + 1$, ζ_2 mellom $i - 4$ og $i + 2$, også videre, helt opp til ζ_5 . For å beregne alle ζ_1, \dots, ζ_5 ble det i hvert av de fem intervallene beregnet en vinkelfrekvens ($\omega_1, \dots, \omega_5$) og en tidsforskjell. Til slutt ble dempingskoeffisienten ζ_i i amplitude nr. i gjennomsnittet av alle ζ_1, \dots, ζ_5 . Etter beregning av dempingskoeffisient ζ_i fortsatte MATLAB-koden å beregne demping omkring amplitude $i + 1$, $i + 2$, også videre, gjennom hele fasen med avtagende amplituder. Beregningen av dempingsverdier ble avbrutt når forholdet mellom to påfølgende topper var mindre enn en spesifisert verdi. Dette forholdstallet var en tallverdi større enn 1,00 (for eksempel 1,02), og programmet vil fortsette å beregne dempingsverdier helt en amplitude er mindre enn den påfølgende amplituden multiplisert med det spesifiserte forholdstallet.

Metodikk for beregning av dempingstall

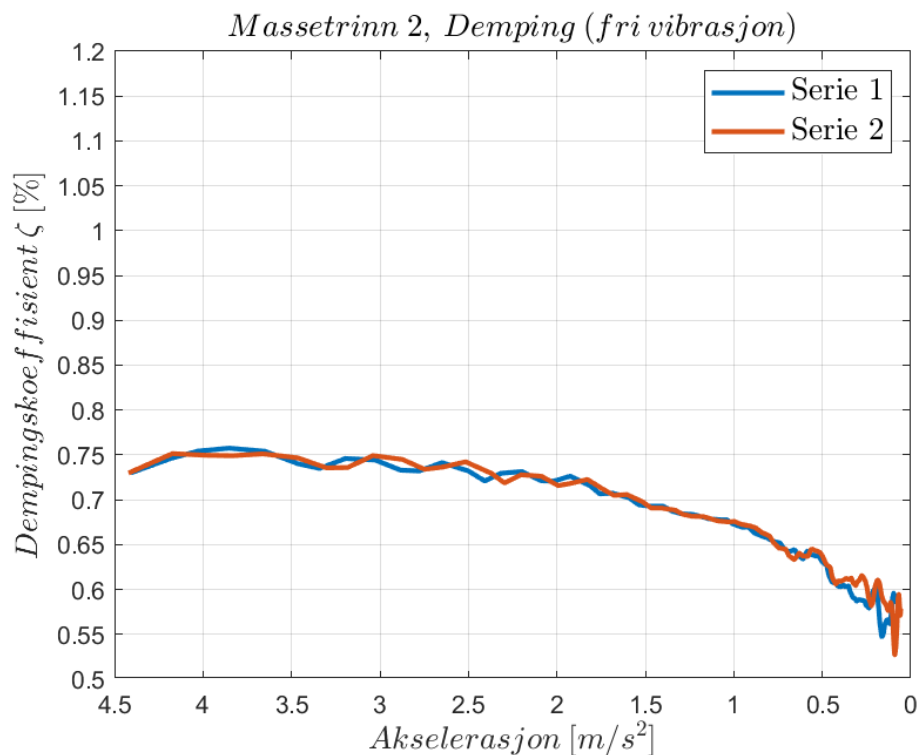
$$\omega_1 = \frac{2\pi}{t_{i+1} - t_{i-5}}, \quad \dots, \quad \omega_5 = \frac{2\pi}{t_{i+5} - t_{i-1}}$$

$$\zeta_1 = \frac{\ln\left(\frac{\ddot{r}_{i-5}}{\ddot{r}_{i+1}}\right)}{\omega_1 (t_{i+1} - t_{i-5})}, \quad \dots, \quad \zeta_5 = \frac{\ln\left(\frac{\ddot{r}_{i-1}}{\ddot{r}_{i+5}}\right)}{\omega_5 (t_{i+5} - t_{i-1})}$$

$$\rightarrow \zeta_i = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4 + \zeta_5}{5}$$

For å jevne ut eventuelle uregelmessigheter og for å få et mer stabilt estimat for dempingstallet ble det besluttet å ikke regne ut dempingstallet med utgangspunkt i differanse i amplitude og tid mellom to etterfølgende topper. I stedet ble amplituder med større tidsforskjell sammenlignet, fordi eventuelle uregelmessigheter eller avvik i amplitudestørrelse da ville bli spredd ut over et større tidsspenn. Prosedyren beskrevet over, hvor hver ζ_i er et gjennomsnitt av fem ulike dempingskoeffisienter, var også med hensikt å fremskaffe en mer stabil løsning. Valget av nøyaktig fem verdier for dempingskoeffisienten kan ikke begrunnes i noe annet enn at dette var en metodikk som ga lovende resultater og til dels glatte kurver for ζ . En mindre omfattende metode ville gitt større variasjon i ζ -verdiene, mens et gjennomsnitt av flere enn fem verdier ville gitt en glattere kurve.

Til slutt ble de beregnede dempingskoeffisientene ζ_i plottet mot tilhørende akselerasjoner for hele fasen med avtagende amplituder, som i Figur 3-31.



Figur 3-31 Et eksempel på demping plottet mot akselerasjon. Her for massetrinn 2.

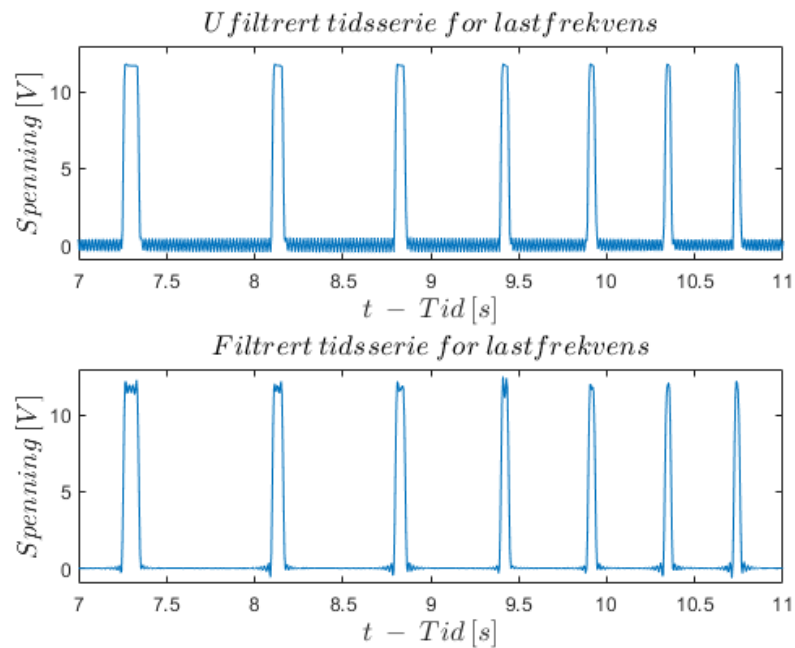
3.1.3.2 Beregning av dempingstall – tvungne vibrasjoner

For de tvungne vibrasjonene med mer eller mindre konstant amplitude (engelsk: *steady state*) ble det beregnet dempingstall for første mode i henhold til delkapittel 2.7.2. Siden denne metoden baserer seg på frekvens-responsfunksjonen til systemet som evalueres, var det her mulig å analysere hele 10 unike tidsserier for hvert massetrinn, se Tabell 3-3.

Tabell 3-3 Lastfrekvenser.

<i>For alle massetrinn 0-4</i>	
<i>Lastfrekvens</i>	<i>Antall serier</i>
$0,50f_{n,1}$	2
$0,75f_{n,1}$	2
$1,00f_{n,1}$	2
$1,25f_{n,1}$	2
$1,00f_{n,2}$	2

Første steg for å beregne dempingstall ved hjelp av HBPM var å Fourier-transformere tidsseriene av last og respons. Dette ble gjort ved hjelp av MATLAB-kode distribuert av Ole Øiseth i faget TKT4108 Dynamikk VK. For å kunne få til dette måtte signalet til lasten bearbejdes betydelig. Den eneste informasjonen i tidsserien til lasten var spenningsamplituder (enhet Volt) med varierende størrelse og frekvens. Spenningene fikk forhøyet amplitude hver gang en bolt påmontert de roterende massene passerte foran en sensor. Av Figur 3-32 kan man se hvordan avstanden i tid mellom spenningstoppene avtok med økende lastfrekvens.



Figur 3-32 Utsnitt av tidsserie som beskriver frekvensen til lasten.

For å bestemme lastfrekvensen måtte derfor tidsavstanden mellom hver amplitude bestemmes. Amplituden til lasten som påføres systemet er avhengig av både eksentrisiteten til massene og lastfrekvensen (ANCO Engineers, Inc, 2010). Lastamplituden kan uttrykkes som

$$P_0 = MR * (2\pi * f)^2 \quad (3.2)$$

der MR [kg m] er eksentrisiteten til massene og f er lastfrekvensen beskrevet over. I dette forsøket ble det benyttet en eksentrisitet på 22 %, noe som ga

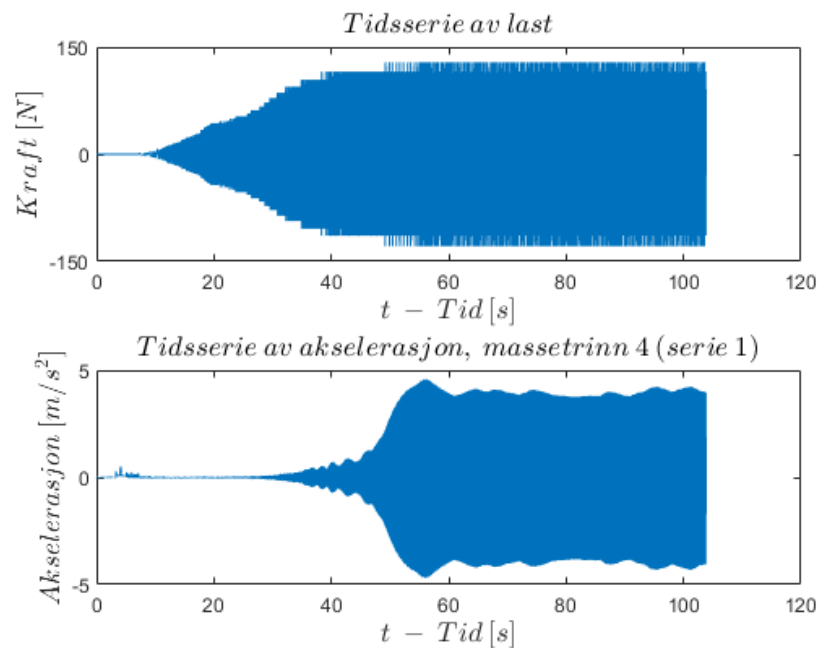
$$MR = 0,22 * 0,12 \text{ kg m} = 0,026 \text{ kg m}$$

Med lastfrekvensen identifisert kunne man konstruere en tidsserie for den variable lasten som ble påført av ANCO, se Figur 3-33. Lasten ble antatt å være

$$P(t) = P_0 \cos(\omega t) = P_0 \cos(2\pi f t) \quad (3.3)$$

Til slutt i hvert forsøk ble vibratoren slått av, og toppene som beskrev lastfrekvensen opphørte. Da var det kun et mer eller mindre konstant elektrisk signal igjen. For å omgå problemer ved

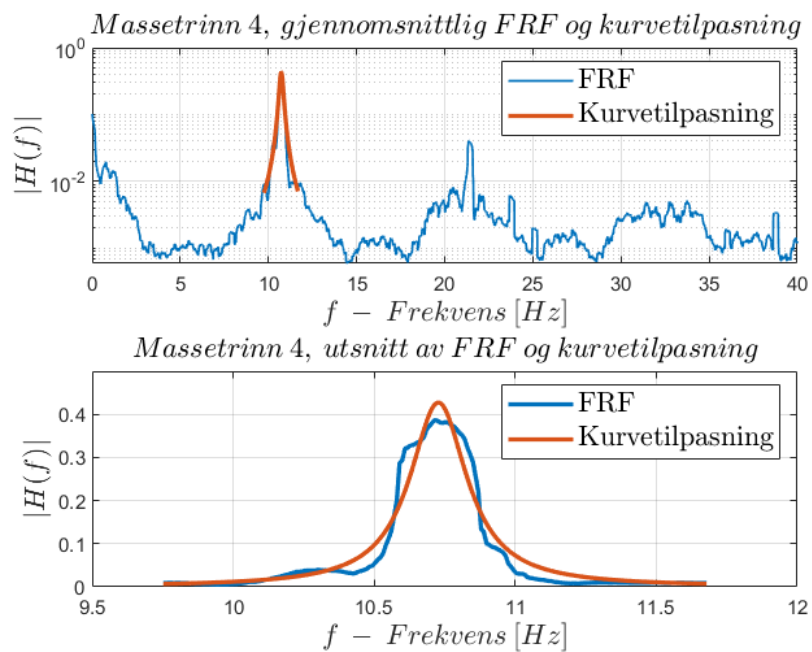
beregning av $H(f)$ ble derfor slutten (25 sekunder var nok i alle tilfeller) av hver tidsserie fjernet.



Figur 3-33 Tidsserier av last og akselerasjon for masse trinn 4. Merk her at fasen med avtagende amplituder på slutten av tidsserien er tatt bort.

Både last- og responstidsserien ble videre Fourier-transformert, og $H(f)$ kunne beregnes i henhold til ligning (2.30). Tidsseriene fra de parvis like forsøkene (se Figur 3-33) ble bearbeidet individuelt, og det ble beregnet en egen frekvens-responsfunksjon for hver tidsserie. Videre ble det som her benevnes $H(f)$ regnet som et gjennomsnitt av de to. Dette ble gjort for å redusere effekten av støy og ekstreme verdier. $H(f)$ ble så glattet ut med glidende gjennomsnitt for ytterligere eliminering av støy, før toppen som representerer første egenfrekvens ble identifisert. Rundt denne toppen ble det foretatt en kurvetilpasning.

Kurvetilpasningen benyttet MATLAB-funksjonen *fit*, som kan tilpasse en kurve til et datasett (MathWorks, 2020). Denne funksjonen lager en kurve som minimerer summen av alle kvadratene av feil assosiert med hvert enkelt datapunkt. Siden $H(f)$ har formen til en rasjonal funksjon med et polynom av nulte grad i telleren og av andre grad i nevneren ble det valgt å lage en kurvetilpasning av denne typen. Både $H(f)$ og kurvetilpasningen er vist i Figur 3-34.



Figur 3-34 FRF og kurvetilpasning rundt første egenfrekvens.

Til slutt ble metoden beskrevet i delkapittel 2.7.2 (HPBM) benyttet på kurvetilpasningen, og dempingskoeffisienten ble regnet ut.

3.2 Numeriske beregningsmodeller

Det elementmetodebaserte analyseprogrammet Abaqus ble benyttet for å simulere det eksperimentelle arbeidet. Abaqus/CAE ble brukt til å modellere komposittdekket og visualisere resultater, mens simulering av laboratorietesting ble utført i Abaqus/Standard. Abaqus tillater både direkte modellering og simulering i programmet, og simuleringer ved hjelp av programmering der script leses av Abaqus. Alt arbeid med Abaqus ble i denne masteroppgaven gjort direkte i programvarens grafiske brukergrensesnitt (engelsk: Graphical User Interface - GUI). Tidlig i arbeidet ble det laget en enkel modell og gjort en analyse for å finne komposittdekkets egenfrekvenser før det eksperimentelle arbeidet. Dette ga en indikasjon på hva som kunne forventes av testresultater fra laboratoriet. Senere ble det laget mer detaljerte modeller for å gjenskape forsøk som allerede var gjort i laboratoriet, der enkelte måleresultater ble benyttet for å gjennomføre simuleringene. I dette delkapittelet vil viktige valg for modelleringen utdypes, og det forutsettes grunnleggende kunnskaper om programvaren for å kunne gjenskape simuleringene. Noen valg i programmet vil kun oppgis med engelske ord fra Abaqus' GUI da det ikke vurderes som hensiktsmessig å finne opp norske oversettelser, men betydningen av valgene vil forklares ytterligere. Det presiseres at enheter velges av brukeren, og at det er viktig å benytte like enheter og ha kontroll på disse gjennom alle faser av modelleringen. I denne masteroppgaven er grunnenheter fra SI-systemet som vist i Tabell 3-4 benyttet, og er grunnlaget for alle variabler i modellen.

Tabell 3-4 SI grunnenheter benyttet i Abaqus-modelleringen.

<i>Størrelse</i>	<i>Navn</i>	<i>Symbol</i>
Lengde	Meter	m
Masse	Kilogram	kg
Tid	Sekund	s

3.2.1 Abaqus/Standard

Abaqus/Standard benytter en implisitt løsningsmetode for beregninger. Metoden benytter tidsinkrementer der hvert inkrement må konvergere mot en løsning ved hjelp av andre ukjente størrelser, og neste inkrement benytter løsningen fra forrige inkrement for å iterere seg frem til ny løsning. Dette kan være en tidkrevende prosess, men for en enkel konstruksjon som komposittdekket med få ikke-lineariteter, vil en slik metode egne seg godt (Abaqus/CAE, 2019). Det vil ikke bli gått dypere inn på teorien bak implisitte løsninger i denne oppgaven.

3.2.2 Materialer i Abaqus

Materialene i Abaqus er lineært elastiske, og materialelegenskapene er definert ved bruk av materialkonstanter (engineering constants), densitet og demping. Demping ble innført som Rayleigh-demping. Bjørge & Kristoffersen (2017) har i sin masteroppgave presentert en tabell med materialdata, der modulverdier for limtre GL30c er hentet fra NS-EN 14080:2013 (CEN, 2013). Tverrkontraksjonstall for Kerto-Q og limtre ble hentet fra doktorgradsavhandlingen til Tlustochowicz (2011). Øvrige verdier for Kerto-Q er tatt fra produktsertifikatet fra produsenten Metsä Wood (VTT, Expert Services Limited, 2004). Det er valgt å benytte de samme materialelegenskapene i denne masteroppgaven, presentert i Tabell 3-5.

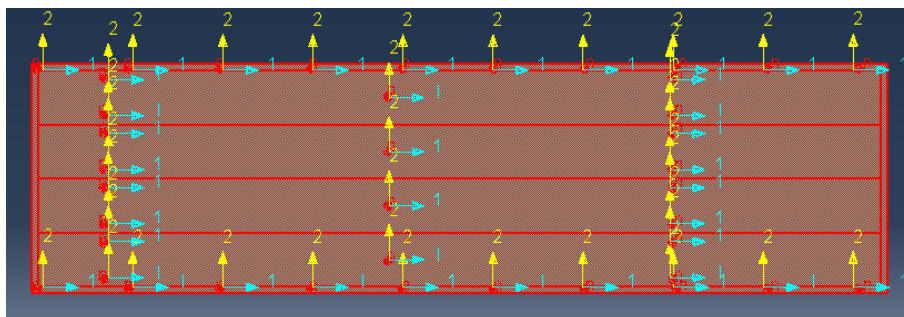
For de påførte massetrinnene er det benyttet E-modul lik 210 000 MPa og ν på 0,3 (Larsen, 2015). Det ble benyttet H-tverrsnitt av 200x200 mm med 10 mm godstykkelse for både steg og flens. Alle bjelker var 4 m lange, og dette ga bjelkevolum (V_b) på 0,024 m³ for hver bjelke. For å beregne bjelkenes individuelle densiteter for å oppnå riktig totalmasse ble ligning (3.4) benyttet. MT_i er massen til hvert massetrinn isolert.

$$\rho_i = \frac{V_b}{MT_i} \quad (3.4)$$

Tabell 3-5 Materialegenskaper i Abaqus. MT betegner massetrinn.
 Alle E-moduler og skjær-moduler er oppgitt i MPa, mens densiteter er i kg/m³.

Tre-materialer	ρ	E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
GL30c	430	13000	300	300	650	650	65	0,02	0,02	0,30
Kerto-Q	510	10500	2400	130	600	120	22	0,02	0,02	0,68
Stål	ρ	E	-	-	-	-	-	-	ν	-
MT₁	10567	210000							0,30	
MT₂	9250	210000							0,30	
MT₃	8958	210000							0,30	
MT₄	8375	210000							0,30	

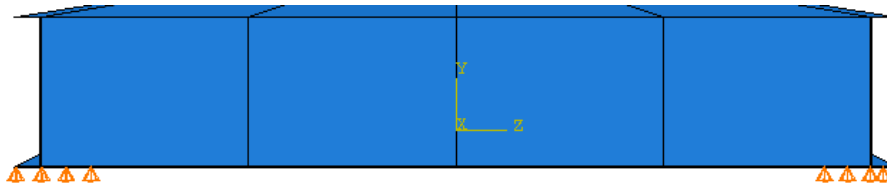
Det er viktig å ha kontroll på de lokale aksesystemene for hver konstruksjonsdel. Konstruksjonsdelene ble gitt materialorientering, og kunne kontrolleres i modellvinduet som vist i Figur 3-35.



Figur 3-35 Valgt materialorientering i Abaqus.

3.2.3 Modellering

Geometrien i Abaqus-modellen er basert på de ni delene som er vist av Figur 3-3 og Figur 3-4, som igjen er basert på (Bjørge & Kristoffersen, 2017), og kan ha et lite avvik fra virkelige mål som vist tidligere av Figur 3-6. Det er modellert fullt samvirke mellom alle konstruksjonsdeler, hvilket antas å være nær virkeligheten, da delene i virkeligheten både er limt og skrudd sammen, se delkapittel 2.1.3. Opplagerbetingelser ble modellert som i laboratoriet, med fritt opplegg av utstrekning 200 mm plassert sentrisk på kantbjelker, og er vist i Figur 3-36.



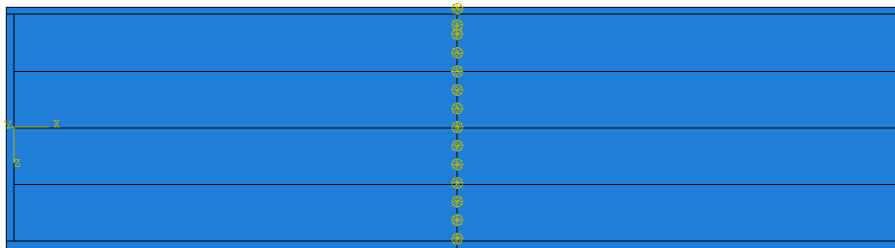
Figur 3-36 Opplagerbetingelser i Abaqus.

3.2.4 Valg av elementer

I modelleringen av dekket ble det benyttet 3D skallelementer (*engelsk: shell elements*) av typen *S4R* for alle konstruksjonsdeler. Elementer som modelleres i 3D fanger bøyning i både langsgående- og tversgående retning. *S4R* er et robust 4-noders element med integrasjonspunkt i senter av elementet, og benytter redusert integrasjon som integrasjonsmetode. Metoden krever kortere beregningstid enn full integrasjon og gir ofte en mer presis løsning enn full, da den unngår uønskede og feilaktige skjærmoder. *S4*-elementer egner seg godt for konstruksjonsdeler av typen som er benyttet i komposittdekket, da de har større utstrekning i bredde- og lengderetning enn i tykkelsen. Skallelementer krever også mindre regnekraft enn volumelementer (Mo, 2018). Det ble testet elementer av ulike størrelser, der mindre elementer gir større presisjon på løsningen, men lengre beregningstid. Av hensyn til både presisjon og beregningstid ble det valgt å benytte elementer med størrelse 100 mm for alle konstruksjonsdeler.

3.2.5 Statisk nedbøyning

Et enkelt nedbøyningsforsøk ble utført ved å legge på en tilnærmet linjelast ved dekkets midtspenn. Simuleringen ble gjort som en lineær statisk analyse. Lasten ble satt til å være totalt 10 kN, og ble påført som 27 punktlaster i alle noder i toppplaten ved dekkets midtspenn. Dette tilsvarer punktlaster på 370,4 N, og påføringen er vist i Figur 3-37.



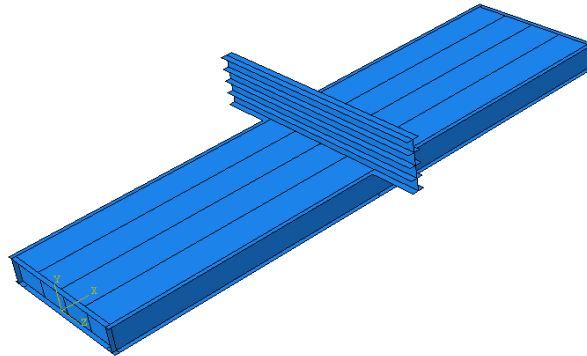
Figur 3-37 Lastpåføring i simulering av statisk nedbøyning.

3.2.6 Modalanalyse

Eigenfrekvenser og svingemoder ble funnet ved å gjennomføre en modalanalyse i Abaqus. Analysen ble lagt inn som et eget beregningssteg etter det innledende beregningssteget (*engelsk: Initial Step*) som utføres først i Abaqus-simuleringen. I simuleringer som ble gjort før det eksperimentelle arbeid ble det etterspurt egenfrekvenser opptil 100 Hz. Dette for å sikre tilstrekkelig sammenligningsgrunnlag før testingen.

I etterkant av gjennomført laboratoriearbeid, ble det som tidligere nevnt klart at det skulle lages en mer detaljert modell. Her ble det valgt å simulere de fire første svingemodene, da disse ble ansett som relevante for oppgavens formål. For å simulere de ulike massetrinnene, ble det modellert fire stålbjelker med lik geometri og ulik densitet som vist Figur 3-38 og beskrevet i Tabell 3-5. Geometrien i Abaqus avviker her fra laboratorieforsøket, men gir antatt lik fordeling av massene. Dette fordi stål er betydelig stivere enn tre, henholdsvis 16- og 20 ganger stivere enn GL30c og Kerto-Q (beregnet fra verdier i Tabell 3-5), og det antas derfor at massene distribueres som en jevnt fordelt last over dekkets midtspenn. Som forklart i slutten av

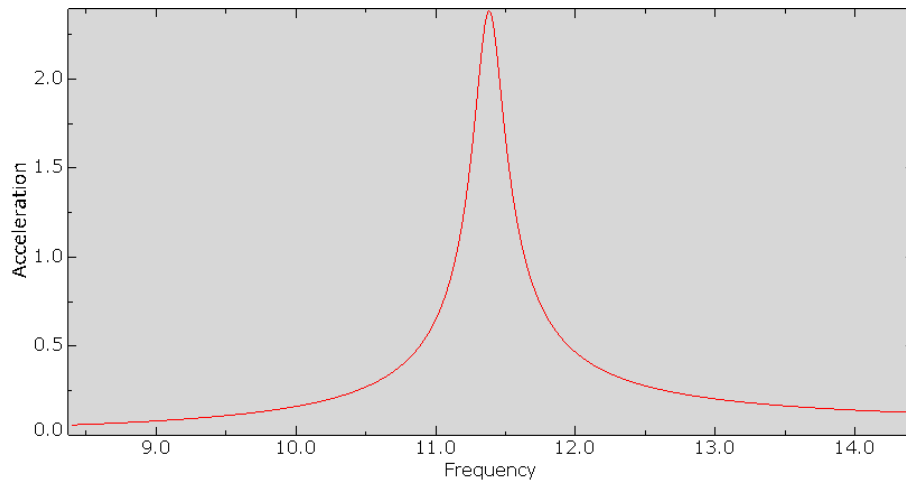
delkapittel 2.7.1 vil ikke lave dempingstall påvirke egenfrekvenser og egenmoder av betydelig grad. Demping er derfor utelatt fra modalanalysen.



Figur 3-38 Modellering av massetrinn 4 i Abaqus.

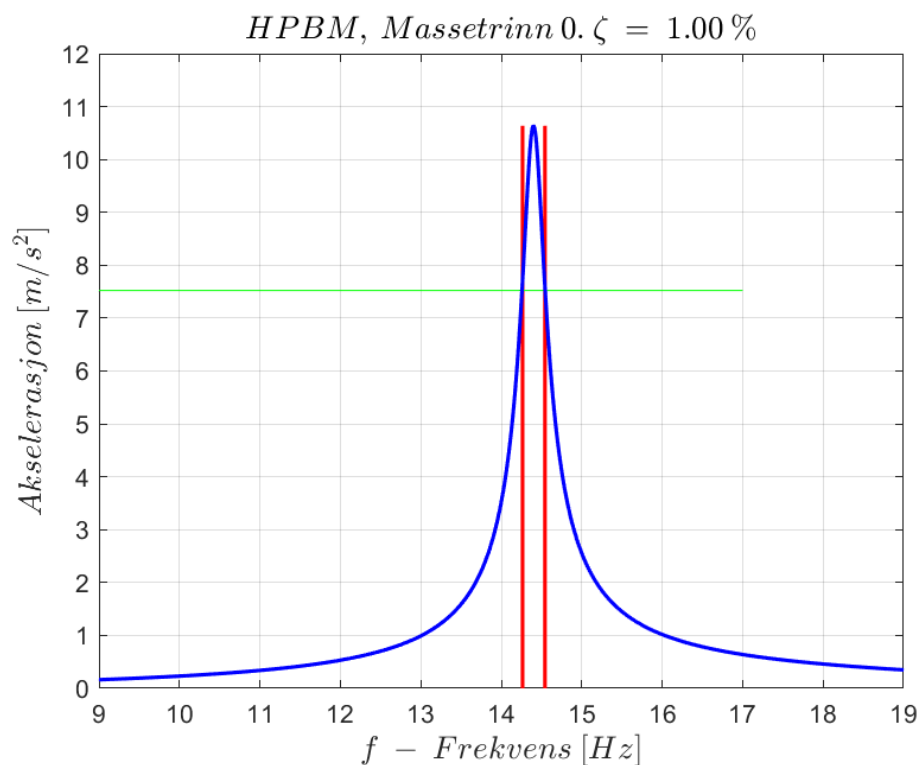
3.2.7 Modebasert steady state-analyse ved tvungne vibrasjoner

For å simulere steady state-forsøk gjort med ANCO ble det gjennomført en modebasert steady state-simulering i Abaqus. Denne metoden benytter systemets egenfrekvenser og moder til å beregne respons ved påføring av harmonisk last, og det kreves derfor at en modalanalyse blir gjennomført i forkant av simuleringen (Abaqus/CAE, 2019). Det ble benyttet 2000 beregningspunkter jevnt fordelt over et frekvensintervall av lengder 6 til 14 Hz for de ulike simuleringene. Dette for å fange responsen rundt første egenfrekvens, samt et stort nok frekvensområde til å kunne benytte HPBM (se 2.7.2) for å kontrollere systemets demping. For å inkludere demping i det ønskede frekvensområdet, ble det benyttet Rayleigh-demping for første og andre mode. Det ble gjennomført analyser med α - og β -verdier tilsvarende ζ -verdier i området 0-2 % for å kunne sammenligne simulert respons med målt respons i laboratoriet. Den modellerte ANCO-lasten ble fordelt i fire punkter på dekkets topplate, sentrisk på midtsteget over en utstrekning på 300 mm som vist tidligere i Figur 3-8. Størrelsen på lasten ble satt lik de beregnede lastene fra utregninger vist i B.1.1.



Figur 3-39 Eksempelplott av simulert respons for steady state-analyse i Abaqus.

For å kontrollere om Rayleigh-dempingen som ble tillagt modellen ga forventet respons, ble HPBM benyttet på FRF'er av typen som i Figur 3-39. Plottet viser et eksempel på resultat fra steady state-analysen, og Figur 3-40 viser et typisk plott der HPBM ble benyttet for å kontrollere demping fra FRF.



Figur 3-40 HPBM benyttet på respons fra Abaqus.

3.3 Analytiske beregninger

Som forberedelse til det eksperimentelle arbeidet i masteroppgaven ble det gjort analytiske beregninger for å kunne predikere verdier for bøyestivhet og egenfrekvenser. Det ble også benyttet en analytisk metode for å beregne komposittdekkets respons i steady state-fasen, samt beregne effektiv bøyestivhet fra eksperimentelt nedbøyningsforsøk.

3.3.1 Teoretisk bøyestivhet

Basert på metoden beskrevet i delkapittel 2.1.3 beregnes den samlede bøyestivheten til komposittdekket i lengderetningen, vist i dette kapitlet. Det antas her full komposittvirkning ($\gamma_1 = \gamma_3 = 1$), der S-bjelker i samhandling med topp- og bunnflens kan beregnes som et sett med I-bjelker, og randbjelker av limtre i samhandling med topp- og bunnflens kan beregnes som U-bjelker.

3.3.1.1 I-bjelker

Effektiv bredde toppflens

$$b_{c,ef} = \min \left\{ \begin{array}{l} 499 \\ 0,1l = 0,1 * 9000 = 900 \\ 20h_{f,c} = 20 * 45 = 900 \end{array} \right\} = 499 \text{ mm} \quad (3.5)$$

$$b_{ef,topp} = b_{c,ef} + b_w = 499 + 66 = 565 \text{ mm} \quad (3.6)$$

Effektiv bredde bunnflens

$$b_{t,ef} = \min \left\{ \begin{array}{l} 499 \\ 0,1l = 0,1 * 9000 = 900 \\ 20h_{f,t} = 20 * 63 = 1260 \end{array} \right\} = 499 \text{ mm} \quad (3.7)$$

$$b_{ef,bunn} = b_{c,ef} + b_w = 499 + 66 = 565 \text{ mm} \quad (3.8)$$

Eksentrisiteter

$$a_2 = \frac{10500 * 565 * 45 * (45 + 405) - 10500 * 565 * 63 * (405 + 63)}{2 * (10500 * 565 * 45 + 13000 * 66 * 405 + 10500 * 565 * 63)} \quad (3.9)$$

$$a_2 = -27,7 \text{ mm}$$

$$a_1 = 27,7 + \frac{45}{2} + \frac{405}{2} = 252,7 \text{ mm} \quad (3.10)$$

$$a_3 = -27,7 + \frac{63}{2} + \frac{405}{2} = 206,3 \text{ mm} \quad (3.11)$$

Effektiv bøystivhet

$$\begin{aligned} EI_{\infty} &= 10500 * \frac{1}{12} * 565 * 45^3 + 10500 * 565 * 45 * 252,7^2 \\ &+ 13000 * \frac{1}{12} * 66 * 405^3 + 13000 * 66 * 405 * (-27,7)^2 \\ &+ 10500 * \frac{1}{12} * 565 * 63^3 + 10500 * 565 * 63 * 206,3^2 \\ EI_{\infty} &= 3,81391 * 10^{13} \text{ Nmm}^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.3.1.2 U-bjelker**Effektiv bredde toppflens**

$$b_{c,ef} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{462}{2} = 231 \\ 0,5 * 0,1l = 0,5 * 0,1 * 9000 = 450 \\ 0,5 * 20h_{f,c} = 0,5 * 20 * 45 = 450 \end{array} \right\} = 231 \text{ mm} \quad (3.13)$$

$$b_{ef,topp} = b_{c,ef} + b_w = 231 + 140 = 371 \text{ mm} \quad (3.14)$$

Effektiv bredde bunnflens

$$b_{t,ef} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{462}{2} = 231 \\ 0,5 * 0,1l = 0,5 * 0,1 * 9000 = 450 \\ 0,5 * 20h_{f,t} = 0,5 * 20 * 63 = 630 \end{array} \right\} = 231 \text{ mm} \quad (3.15)$$

$$b_{ef,bunn} = b_{c,ef} + b_w = 231 + 140 = 371 \text{ mm} \quad (3.16)$$

Eksentrisiteter

$$a_2 = \frac{10500 * 371 * 45 * (45 + 405) - 10500 * 371 * 63 * (405 + 63)}{2 * (10500 * 371 * 45 + 13000 * 140 * 405 + 10500 * 371 * 63)} \quad (3.17)$$

$$a_2 = -15,5 \text{ mm}$$

$$a_1 = 15,5 + \frac{45}{2} + \frac{405}{2} = 240,5 \text{ mm} \quad (3.18)$$

$$a_3 = -15,5 + \frac{63}{2} + \frac{405}{2} = 218,5 \text{ mm} \quad (3.19)$$

Effektiv bøystivhet

$$\begin{aligned} EI_{\infty} &= 10500 * \frac{1}{12} * 371 * 45^3 + 10500 * 371 * 45 * 240,5^2 \\ &+ 13000 * \frac{1}{12} * 140 * 405^3 + 13000 * 140 * 405 * (-15,5)^2 \\ &+ 10500 * \frac{1}{12} * 371 * 63^3 + 10500 * 371 * 63 * 218,5^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$EI_{\infty} = 3,21901 * 10^{13} \text{ Nmm}^2$$

3.3.1.3 Samlet effektiv bøyestivhet

En samlet effektiv bøyestivhet for bøyning i dekkets lengderetning kan beregnes ved å kombinere bøyestivhetene fra de henholdsvis tre I-bjelkene og to U-bjelkene som dekket består av.

$$\begin{aligned}
 (EI)_{\infty} &= 3 * 3,81391 * 10^{13} + 2 * 3,21901 * 10^{13} \\
 (EI)_{\infty} &= 1,78798 * 10^{14} \text{ Nmm}^2 \\
 (EI)_{\infty} &= 1,78798 * 10^8 \text{ Nm}^2
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

3.3.1.4 Analytisk egenfrekvens

Ved å benytte effektiv stivhet $(EI)_{\infty}$, oppgitt med enhet $[Nm^2]$, satt inn i bjelke-løsningen for generaliserte egenfrekvenser som vist delkapittel 2.5 (ligning (2.34) og (2.35)), kan et grovt estimat for etasjeskillerens første mode bestemmes. Her er utregninger for massetrinn 0 og massetrinn 1 vist, se Tabell 3-2 for informasjon om massetrinnene. Den fordelte massen m regnes ved å fordele den totale massen i massetrinn 0 utover hele etasjeskillerens lengde, som vist i (3.22), mens lengden L er avstand mellom opplegg i lengderetningen, oppgitt med benevning $[m]$.

$$m = \frac{\text{vekt massetrinn 0}}{\text{total lengde}} = \frac{2099}{9} = 233,2 \text{ kg/m}
 \tag{3.22}$$

Massetrinn 0

$$\begin{aligned}
\omega_{n,1} &= \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{(EI)_{\infty} L}{\frac{mL}{2}}} \\
&= \left(\frac{\pi}{8,86}\right)^2 * \sqrt{\frac{1,78798 * 10^8 * 8,86}{\frac{233,2 * 8,86}{2}}} \\
&\Rightarrow f_{n,1} = \frac{\omega_{n,1}}{2\pi} = 17,5 \text{ Hz}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Massetrinn 1

$$\begin{aligned}
\omega_{n,1} &= \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{(EI)_{\infty} L}{\frac{mL}{2} + m_1}} \\
&= \left(\frac{\pi}{8,86}\right)^2 * \sqrt{\frac{1,788 * 10^8 * 8,86}{\frac{233,2 * 8,86}{2} + 254}} \\
&\Rightarrow f_{n,1} = \frac{\omega_{n,1}}{2\pi} = 15,7 \text{ Hz}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Videre følger det at $f_{n,1}$ er 14,5 Hz, 13,6 Hz og 12,8 Hz for henholdsvis massetrinn 2, 3 og 4, beregnet fra ligning (3.24), der ekstra masse (m_i) ved midtpenn er inkludert.

3.3.2 Bøystivhet fra nedbøyningsforsøk

Med utgangspunkt i nedbøyningen under pålastingsfasen i nedbøyningsforsøket ble det beregnet en effektiv bøystivhet $(EI)_{L,eff}$. Denne tok utgangspunkt i Euler-Bernoulli bjelketeori og nedbøyningen til en fritt opplagt bjelke med punktlast på midtspenn (Bell, 2015).

$$(EI)_{L,eff} = \frac{P L^3}{48 w} \quad (3.25)$$

Her er P punktlasten (tilsvarende resultant fra massetrinn), L spennlengden og w nedbøyningen på midtspenn. Forskyvningen som ble benyttet var gjennomsnittet for de to kantbjelkene og midtbjelken for hvert massetrinn. Fra dette ble det beregnet en effektiv bøystivhet for hvert massetrinn. Videre ble den endelige stivheten beregnet som gjennomsnittet av stivhetene tilhørende massetrinn 1, 2, 3 og 4. Med denne stivheten ble det beregnet analytiske egenfrekvenser ved hjelp av generaliserte frihetsgrader, i henhold til delkapittel 2.5

Massetrinn 0

$$\begin{aligned} \omega_{n,1} &= \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n \pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{(EI)_{L,eff} L}{\frac{m L}{2}}} \\ &= \left(\frac{\pi}{8,86}\right)^2 * \sqrt{\frac{1,248 * 10^8 * 8,86}{\frac{233,2 * 8,86}{2}}} \\ \Rightarrow f_{n,1} &= \frac{\omega_{n,1}}{2\pi} = 14,6 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Massetrinn 1

$$\begin{aligned}
\omega_{n,1} &= \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{(EI)_{L,eff} L}{\frac{mL}{2} + m_1}} \\
&= \left(\frac{\pi}{8,86}\right)^2 * \sqrt{\frac{\frac{1,248 * 10^8 * 8,86}{2}}{\frac{233,2 * 8,86}{2} + 254}} \\
\Rightarrow f_{n,1} &= \frac{\omega_{n,1}}{2\pi} = 13,1 \text{ Hz}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Videre følger det at $f_{n,1}$ er 12,1 Hz, 11,3 Hz og 10,7 Hz for henholdsvis massetrinn 2, 3 og 4, beregnet fra ligning (3.27) der ekstra masse (m_i) ved midtpenn er inkludert.

Bøystivhet og egenfrekvenser basert på simulerte nedbøyninger fra statisk nedbøyningsforsøk i Abaqus finnes på samme måte som beskrevet over.

3.3.3 Bøystivhet fra dynamiske forsøk

Basert på resultater fra slaghammer og ANCO ble ligning (2.38) løst for EI . Dette ga

$$\begin{aligned}
EI &= \frac{\omega_{n,n}^2 \left(\frac{mL}{2} + m_1 + \dots + m_i\right)}{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^4} * \frac{2}{L} \\
EI &= \frac{(2\pi f_{n,n})^2 \left(\frac{mL}{2} + m_1 + \dots + m_i\right)}{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^4} * \frac{2}{L}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

der $f_{n,n}$ er egenfrekvens i n-te mode målt med slaghammer og ANCO. De fullstendige resultatene fra dette er gjengitt i Tabell 5-6.

3.3.4 Steady state – analytisk løsning

Med bakgrunn i samme prinsipp som vist tidligere i delkapittel 2.3 og 2.4, kan systemets steady state-respons løses analytisk ved fysiske frihetsgrader $r(t)$ for et system med én frihetsgrad. Denne metoden benyttes i utregninger nedenfor, der beregnet stivhet fra nedbøyningsforsøk $(EI)_{L,eff}$ og målt frekvens fra forsøk med slaghammer $\omega_{n,1}$ er benyttet for utregning av responsen. Metoden ble benyttet for massetrinn 0-4, og dempingskoeffisienten ζ ble variert mellom 0 % og 2 %.

$$r(t) = \text{transient state} + \text{steady state} = e^{-\zeta\omega_n t} * [A * \cos(\omega_D t) + B * \sin(\omega_D t)] + C * \sin(\omega t) + D * \cos(\omega t) \quad (3.29)$$

Hvis «transient state» neglisjeres, kan maksverdiene av steady state-responsen beregnes som vist av ligning (3.30) (Stamatopoulos, 2020).

$$r_{MAX} \approx \frac{F_0}{K} * D = F_0 * |H(\omega)| \quad (3.30)$$

$$K = \frac{48(EI)_{L,eff}}{L^3}$$

D er den dynamiske amplifikasjonen som vist i delkapittel 2.4, mens ω er lastfrekvens og F_0 er lastamplitude. K er stivhetsrelasjonen for en fritt opplagt bjelke med punktlast på midtpenn.

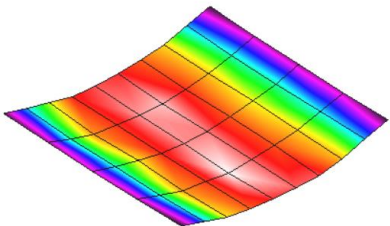
4 Resultater

I dette kapittelet vil resultatene fra de ulike forsøkene gjennomført i laboratoriet og i Abaqus bli presentert. Siden mengden måledata og tilhørende resultater er ganske omfattende er det ikke hensiktsmessig å presentere alle resultatene gjennom figurer i dette kapittelet. Av den grunn vil figurer som viser resultatene i massetrinn 0 bli presentert for alle forsøkene, mens data fra massetrinn 1, 2, 3 og 4 blir presentert i tabellform. Grafisk fremstilling av resultatene fra massetrinn 1, 2, 3 og 4 kan finnes i vedlegg D.

4.1 Slaghammer (Modal Hammer)

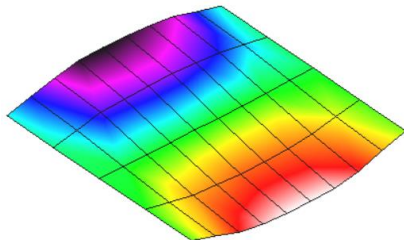
Fra forsøkene med slaghammer presenteres alle egenfrekvenser lavere enn 50 Hz, med tilhørende dempingstall og svingeform. I tillegg presenteres hele frekvens-responsfunksjonen med kurvetilpasning rundt første egenfrekvens. Denne egenfrekvensen er lavest, og dermed av størst interesse. All informasjon har fremkommet ved bruk av Modal Parameter Identification. Figur 4-1 viser frekvens-responsfunksjonen for frekvenser mellom 0 og 50 Hz for massetrinn 1. Det er på denne funksjonen Modal Parameter Identification ble benyttet til å lage kurvetilpasninger rundt toppene, og videre beregne egenfrekvenser og demping. Data fra tilsvarende kurvetilpasninger for alle egenfrekvenser under 50 Hz i alle lasttrinn er gjengitt i Tabell 4-1 til og med Tabell 4-5.

Tabell 4-1 Slaghammer - første mode. Verdiene fra massetrinn 4 er markert med en asterisk på grunn av en svak kurvetilpasning, se vedlegg D.1.

<i>Første mode</i>			
<i>Massetrinn</i>	<i>Egenfrekvens [Hz]</i>	<i>Dempings- koeffisient</i>	<i>Svingeform</i>
0	14,5	0,68 %	
1	13,2	0,68 %	
2	12,3	0,62 %	
3	11,5	0,62 %	
4	10,9*	0,68 %*	

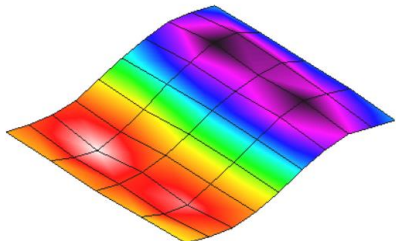
Tabell 4-2 Slaghammer - andre mode.

Andre mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Eigenfrekvens [Hz]</i>	<i>Dempings- koeffisient</i>	<i>Svingeform</i>
0	21,7	0,92 %	
1	17,7	0,86 %	
2	16,7	0,85 %	
3	15,7	0,84 %	
4	14,1	1,04 %	

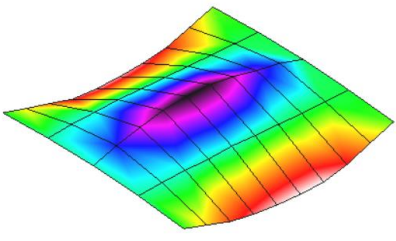
Tabell 4-3 Slaghammer - tredje mode.

Tredje mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Eigenfrekvens [Hz]</i>	<i>Dempings- koeffisient</i>	<i>Svingeform</i>
0	37,2	1,84 %	
1	37,5	2,08 %	
2	38,5	2,94 %	
3	38,6	3,01 %	
4	39,1	2,95 %	

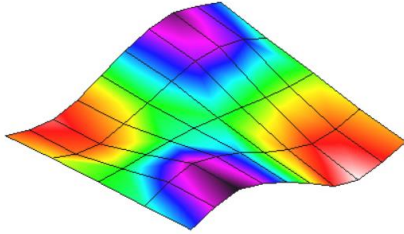
Tabell 4-4 Slaghammer - fjerde mode.

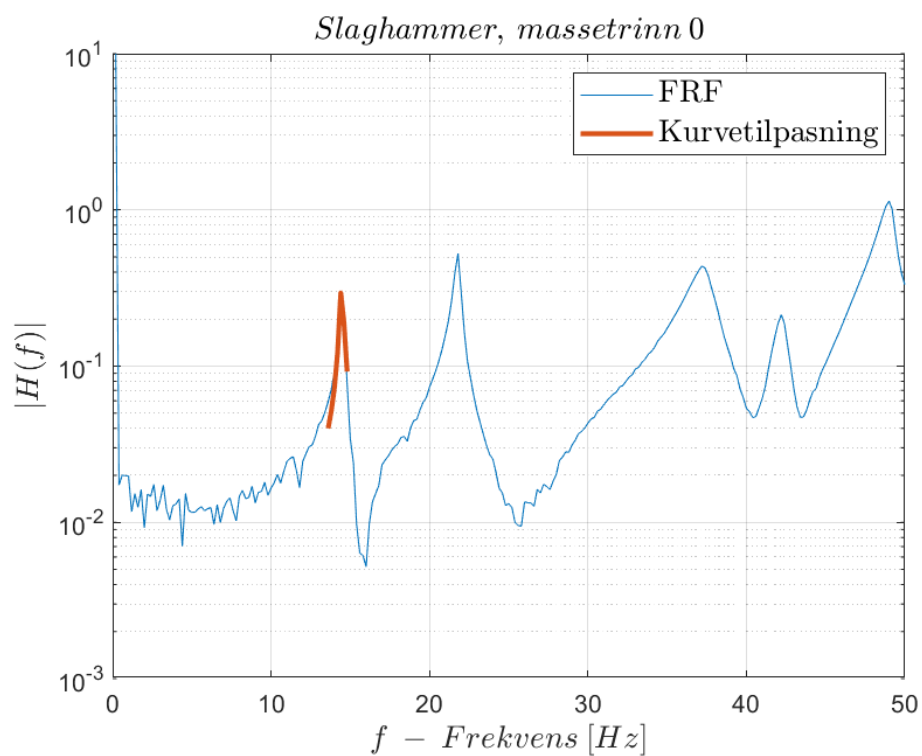
Fjerde mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Eigenfrekvens [Hz]</i>	<i>Dempings- koeffisient</i>	<i>Svingeform</i>
0	42,3	1,05 %	
1	-	-	
2	-	-	
3	-	-	
4	-	-	

Tabell 4-5 Slaghammer - femte mode.

Femte mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Eigenfrekvens [Hz]</i>	<i>Dempings- koeffisient</i>	<i>Svingeform</i>
0	48,9	0,97 %	
1	48,6	0,90 %	
2	49,6	0,91 %	
3	49,1	0,89 %	
4	49,6	0,96 %	



Figur 4-1 FRF til massetrinn 0 og kurvetilpasningen for første mode, som er generert i Modal Parameter Identification.

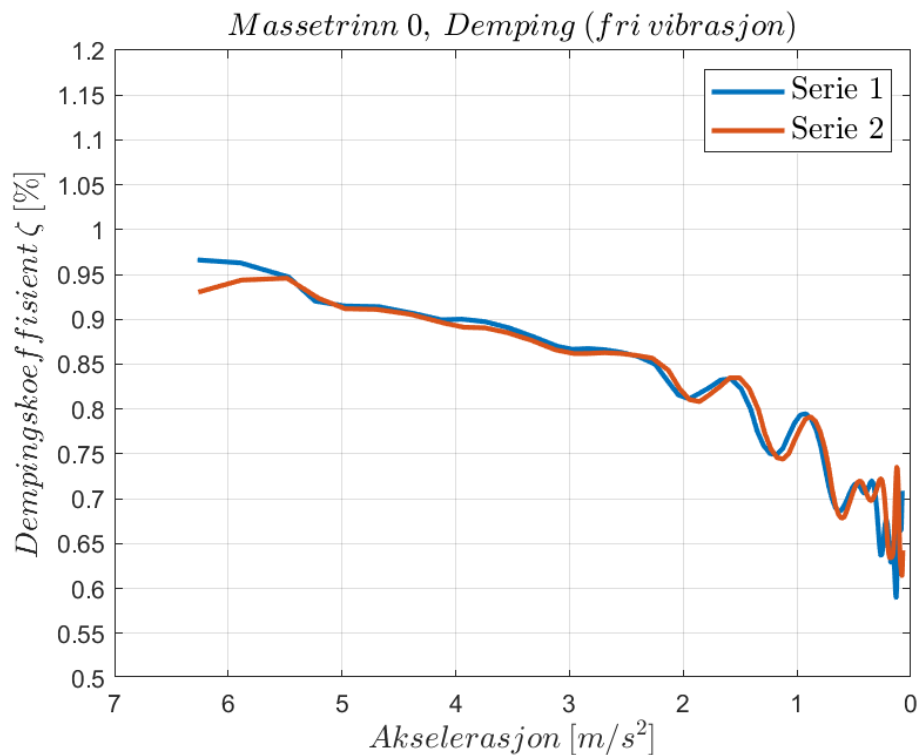
4.2 ANCO – dempede frie vibrasjoner

For dempingen beregnet som logaritmisk dekrement presenteres her nøkkelverdier for alle massetrinnene, samt grafisk fremstilling av demping for massetrinn 0. Figur 4-2 viser demping for den avtagende fasen for massetrinn 0 for både tidsserie 1 og 2. I vedlegg D.2 er samtlige tidsserier som ble benyttet for å beregne logaritmisk dekrement, samt grafisk fremstilling av demping for massetrinn 1, 2, 3 og 4 presentert. Der finnes også andre utvalgte nøkkeltall benyttet i beregningene. Alle tidsseriene benyttet til disse beregningene fremkom ved belastning rundt resonans for første egenfrekvens.

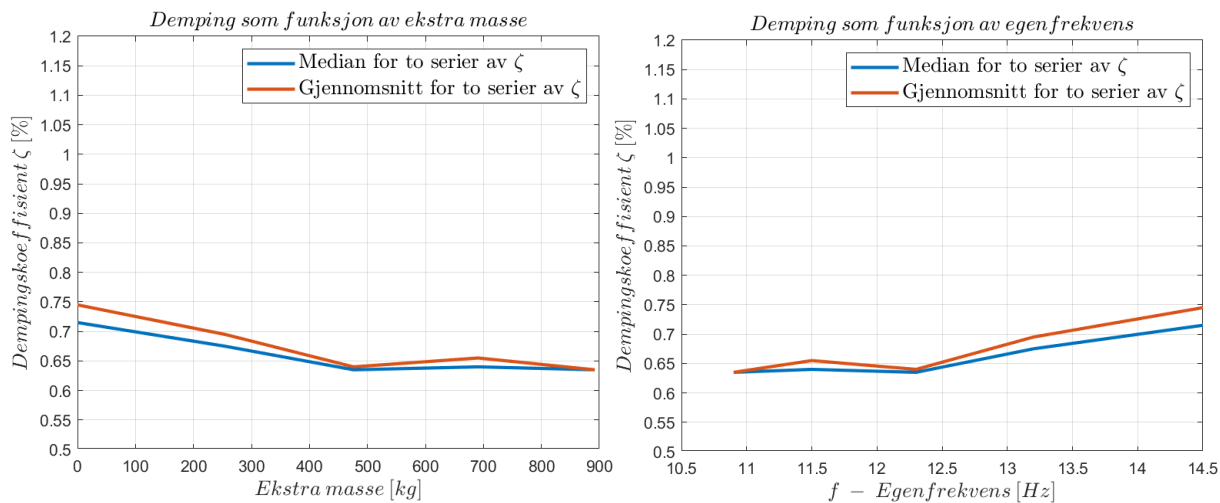
De beregnede verdiene for demping er plottet mot amplitudene til akselerasjonen på midtspenn for den avtagende fasen. Maksimalverdien av amplitudene som dempingen er plottet mot er generelt mindre enn maksimalverdien som kan observeres i de tilhørende tidsseriene. Dette er fordi metoden benyttet for å beregne logaritmisk dekrement (se delkapittel 3.1.3.1) trenger fire avtagende amplitudetopper på begge sider av gjeldende amplitudetopp for å kunne beregne dempingen omkring den aktuelle amplitudetoppen.

Tabell 4-6 Utvalgte verdier fra dempingen beregnet som logaritmisk dekrement for alle massetrinn.

<i>Massetrinn</i>	<i>Demping serie 1</i>		<i>Demping serie 2</i>	
	<i>Median</i>	<i>Gjennomsnitt</i>	<i>Median</i>	<i>Gjennomsnitt</i>
0	0,71 %	0,74 %	0,72 %	0,75 %
1	0,67 %	0,69 %	0,68 %	0,70 %
2	0,64 %	0,64 %	0,63 %	0,64 %
3	0,65 %	0,66 %	0,63 %	0,65 %
4	0,63 %	0,63 %	0,64 %	0,64 %



Figur 4-2 Damping beregnet som logaritmisk dekrement for den avtagende fasen fra tidsseriene til massetrinn 0.

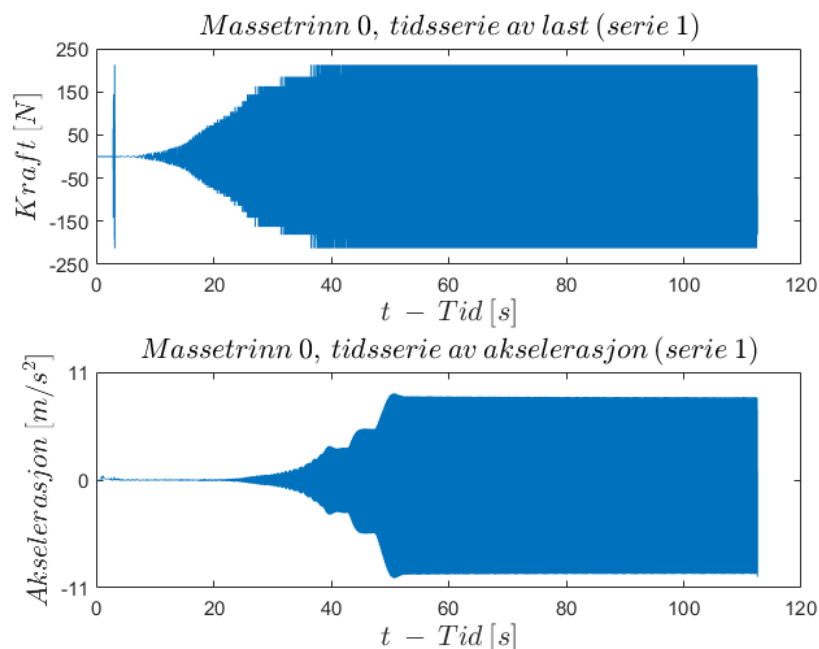


Figur 4-3 Medianer og gjennomsnittstall for damping fra Tabell 4-6 plottet mot masseøkning og egenfrekvens ved påføring av massetrinn 1-4.

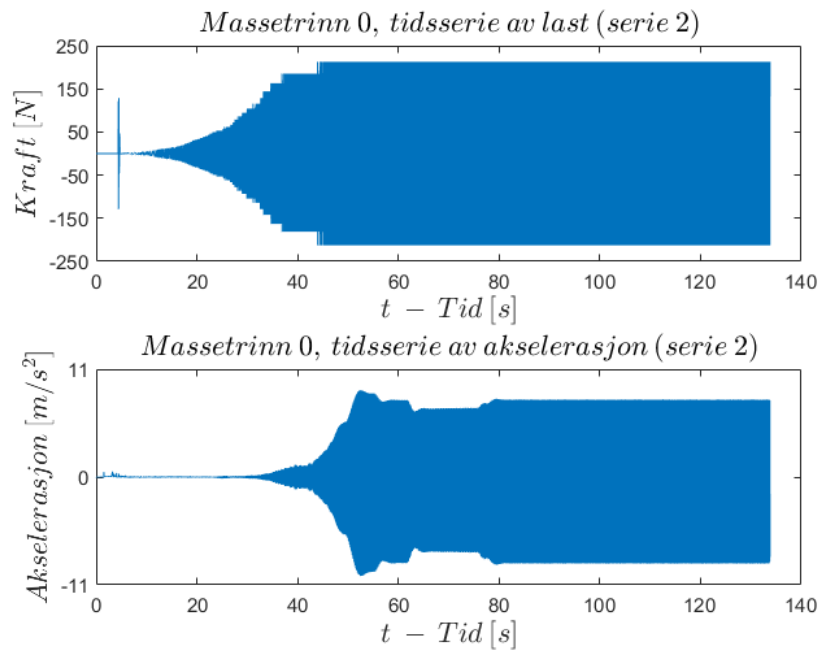
4.3 ANCO – Steady state-akselerasjon under tvungne vibrasjoner

Grunnlaget for beregning av egenfrekvenser og dempingstall ved steady state-akselerasjoner var de samme tidsseriene som ble benyttet til demping ved logaritmisk dekrement ($1,00 f_{n,1}$), samt tidsserier med lastfrekvens $0,50 f_{n,1}$, $0,75 f_{n,1}$, $1,25 f_{n,1}$ og $1,00 f_{n,2}$. Med doble repetisjoner av forsøkene på alle fem lasttrinn ble dette til sammen 50 tidsserier, som alle kunne benyttes til å kvantifisere demping.

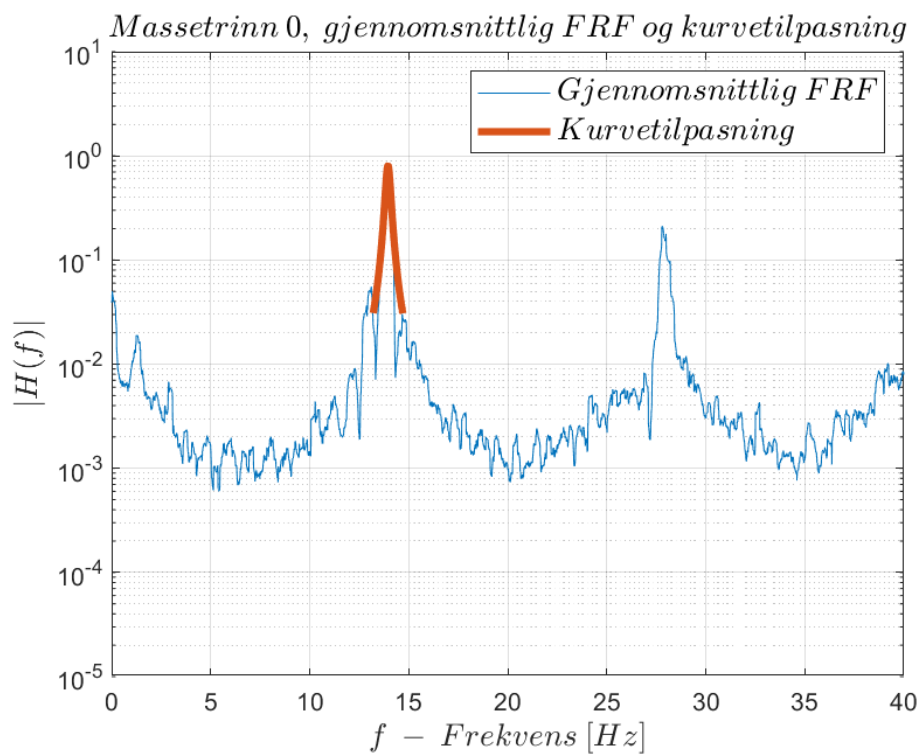
Det totale materialet med resultater stammer fra 25 simuleringer, da de parvis like forsøkene for hvert massetrinn ble slått sammen for å danne én gjennomsnittlig frekvens-responsfunksjon som ble behandlet videre. Fordi omfanget er stort og kvaliteten på resultatene tilsynelatende noe variabel vil her kun forsøket med lastfrekvens på resonans med første egenfrekvens på lasttrinn 0 presenteres grafisk. De øvrige resultatene presenteres i tabellform, men kan også bli funnet i vedlegg D.3. Dataene som fremstilles grafisk i vedleggene begrenser seg til tidsseriene med lastfrekvens $1,00 f_{n,1}$.



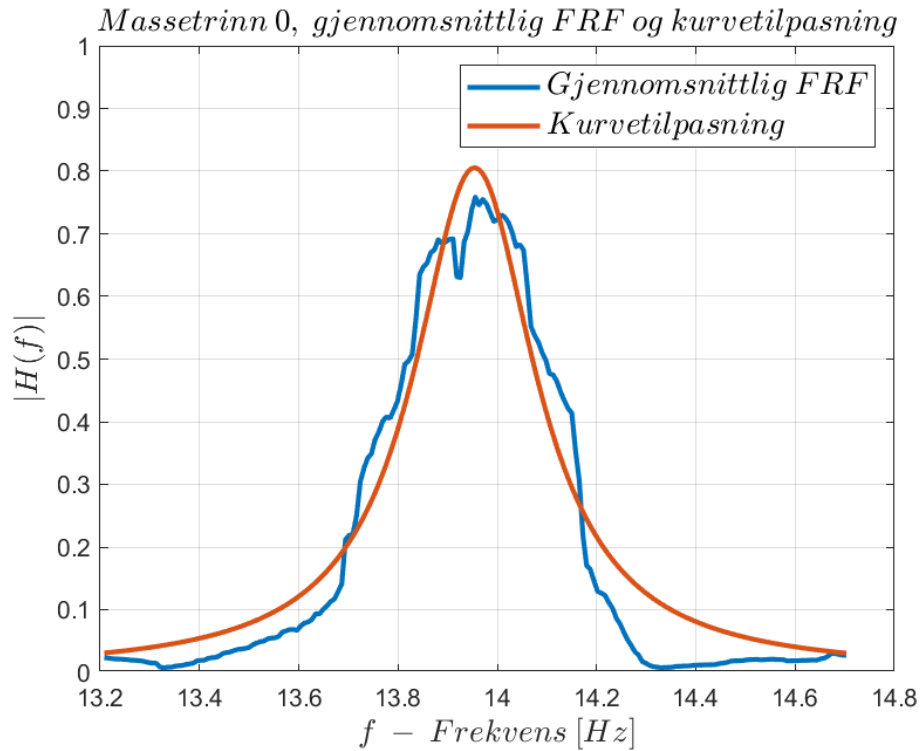
Figur 4-4 Konstruert tidsserie av last og målt tidsserie av akselerasjon for massetrinn 0, serie 1.



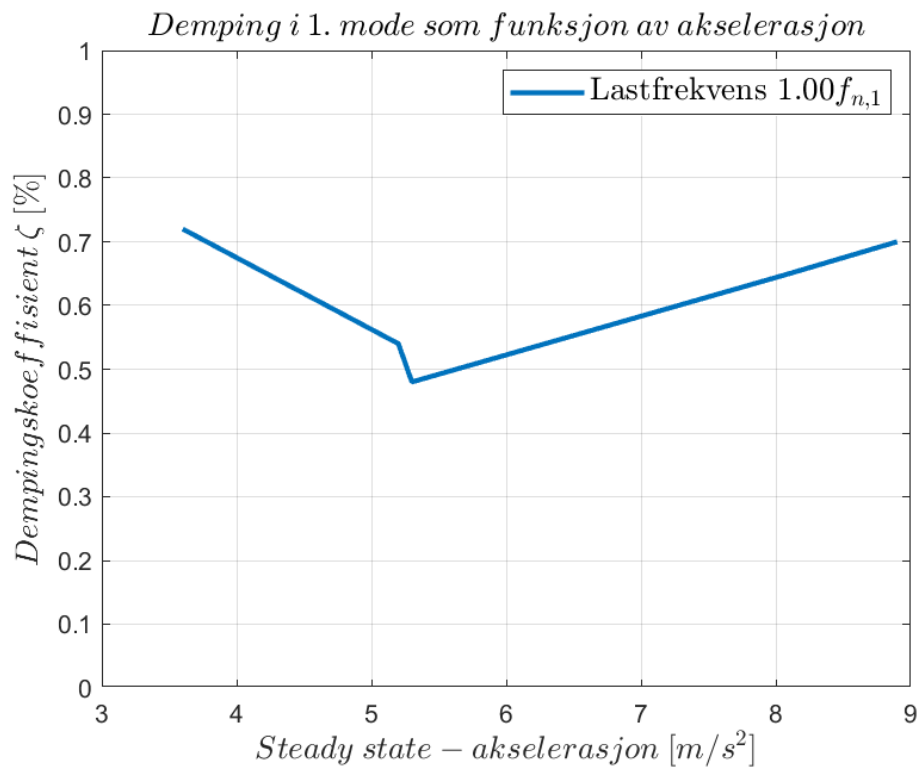
Figur 4-5 Konstruert tidsserie av last og målt tidsserie av akselerasjon for massetrinn 0, serie 2.



Figur 4-6 Empirisk FRF basert på serie 1 og 2 (se Figur 4-4 og Figur 4-5), samt kurvetilpasning rundt første egenfrekvens.



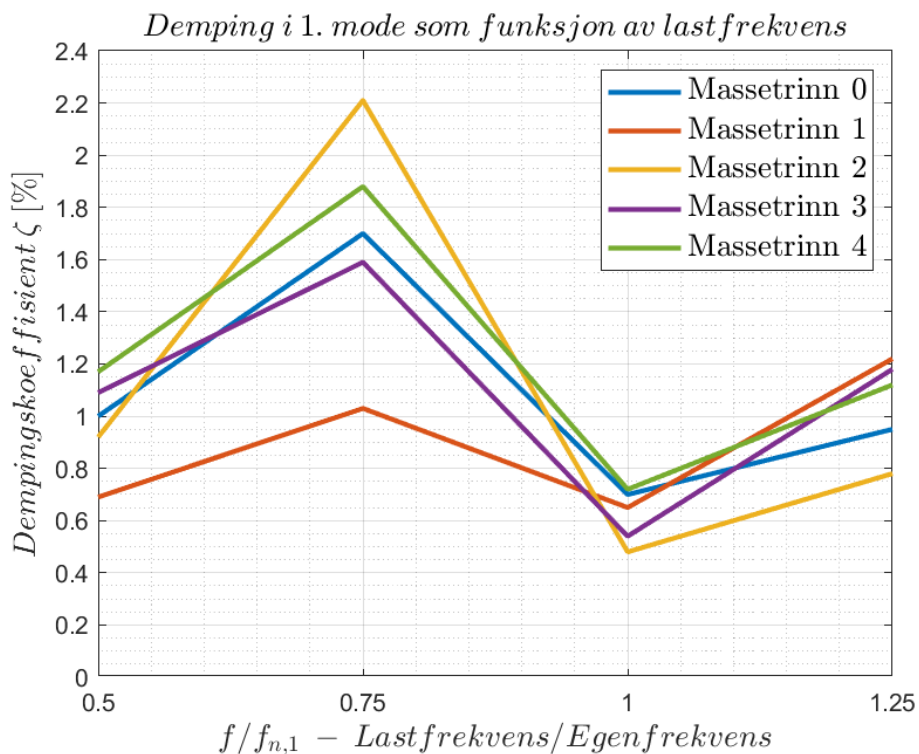
Figur 4-7 Utsnitt av FRF og kurvetilpasningen nær første egenfrekvens.



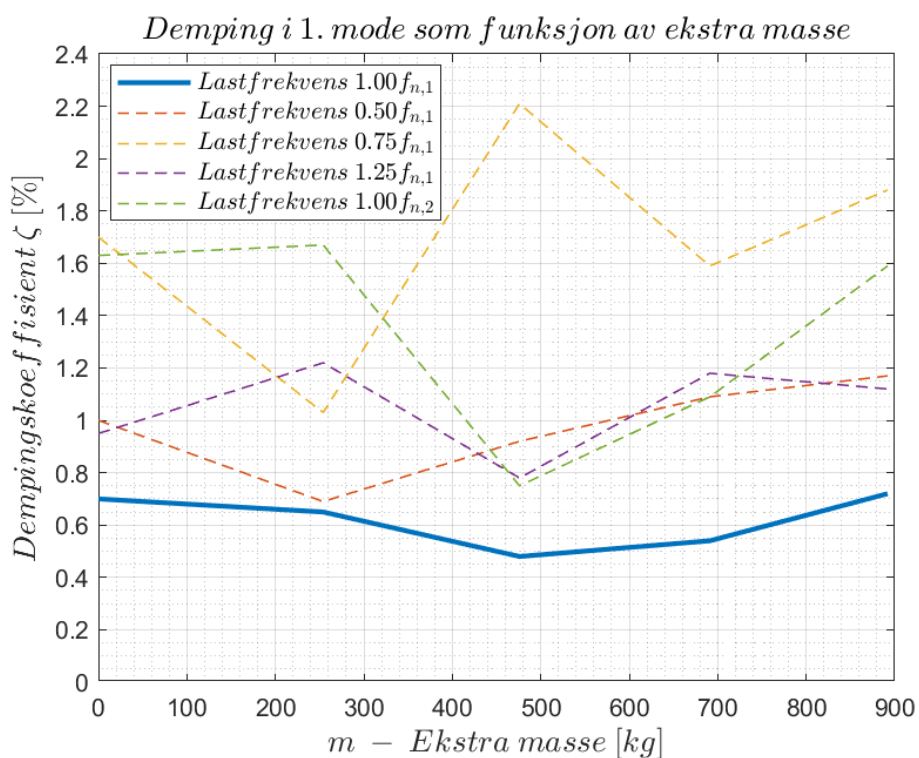
Figur 4-8 Amplitudeavhengighet for demping i henhold til Tabell 4-7.

Tabell 4-7 Egenfrekvenser og dempingsverdier for forsøk med tvungne vibrasjoner.

<i>Teoretisk lastfrekvens</i>	0,50 $f_{n,1}$	0,75 $f_{n,1}$	1,00 $f_{n,1}$	1,25 $f_{n,1}$	1,00 $f_{n,2}$
<i>Massetrinn</i>	0				
<i>Lastfrekvens [Hz]</i>	7,2	10,8	14,0	18,1	21,3
<i>Observert $f_{n,1}$ [Hz]</i>	14,4	14,3	14,0	13,9	14,1
<i>Dempingstall, første mode</i>	1,00 %	1,70 %	0,70 %	0,95 %	1,63 %
<i>Steady state-akselerasjon</i>	-	-	8,9 m/s^2	-	-
<i>Massetrinn</i>	1				
<i>Lastfrekvens [Hz]</i>	6,6	9,9	12,8	16,5	17,8
<i>Observert $f_{n,1}$ [Hz]</i>	12,9	13,0	12,8	13,0	12,8
<i>Dempingstall, første mode</i>	0,69 %	1,03 %	0,65 %	1,22 %	1,67 %
<i>Steady state-akselerasjon</i>	-	-	8,1 m/s^2	-	-
<i>Massetrinn</i>	2				
<i>Lastfrekvens [Hz]</i>	6,1	9,2	12,0	15,3	16,6
<i>Observert $f_{n,1}$ [Hz]</i>	12,0	12,1	12,1	12,0	12,0
<i>Dempingstall, første mode</i>	0,92 %	2,21 %	0,48 %	0,78 %	0,75 %
<i>Steady state-akselerasjon</i>	-	-	5,3 m/s^2	-	-
<i>Massetrinn</i>	3				
<i>Lastfrekvens [Hz]</i>	5,8	8,6	11,2	14,4	15,0
<i>Observert $f_{n,1}$ [Hz]</i>	11,4	11,3	11,3	11,3	11,4
<i>Dempingstall, første mode</i>	1,09 %	1,59 %	0,54 %	1,18 %	1,09 %
<i>Steady state-akselerasjon</i>	-	-	5,2 m/s^2	-	-
<i>Massetrinn</i>	4				
<i>Lastfrekvens [Hz]</i>	5,5	8,2	10,7	13,7	13,9
<i>Observert $f_{n,1}$ [Hz]</i>	10,8	10,8	10,7	10,8	10,6
<i>Dempingstall, første mode</i>	1,17 %	1,88 %	0,72 %	1,12 %	1,59 %
<i>Steady state-akselerasjon</i>	-	-	3,6 m/s^2	-	-



Figur 4-9 Demping plottet mot lastfrekvens fra steady state-forsøk med ANCO.



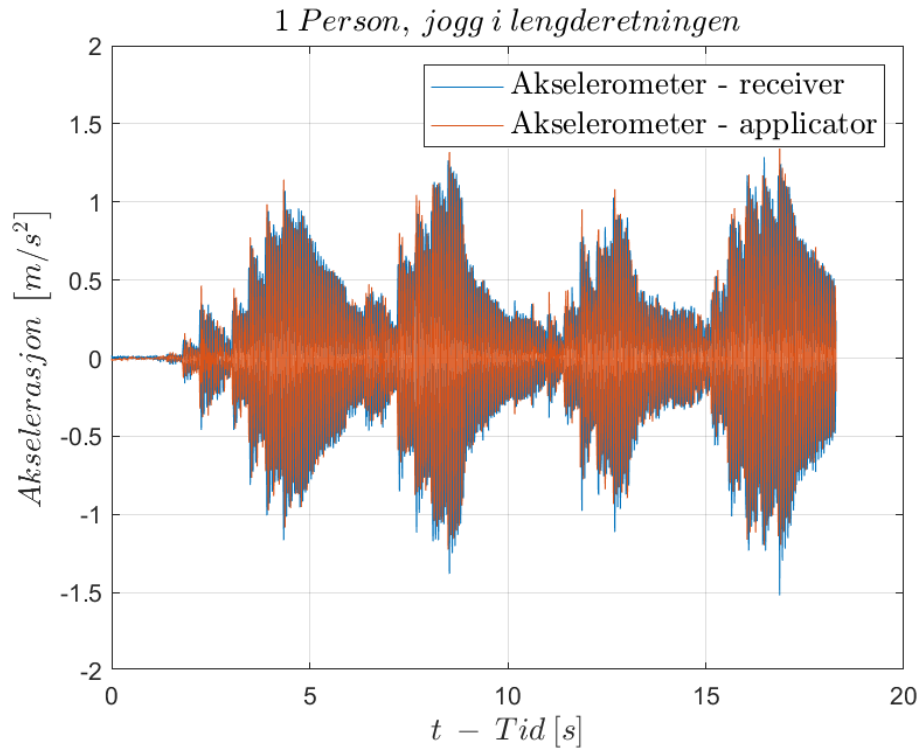
Figur 4-10 Demping ved last på resonans med første mode. Tallene er hentet fra Tabell 4-7.

4.4 Menneskelig aktivitet på etasjeskiller

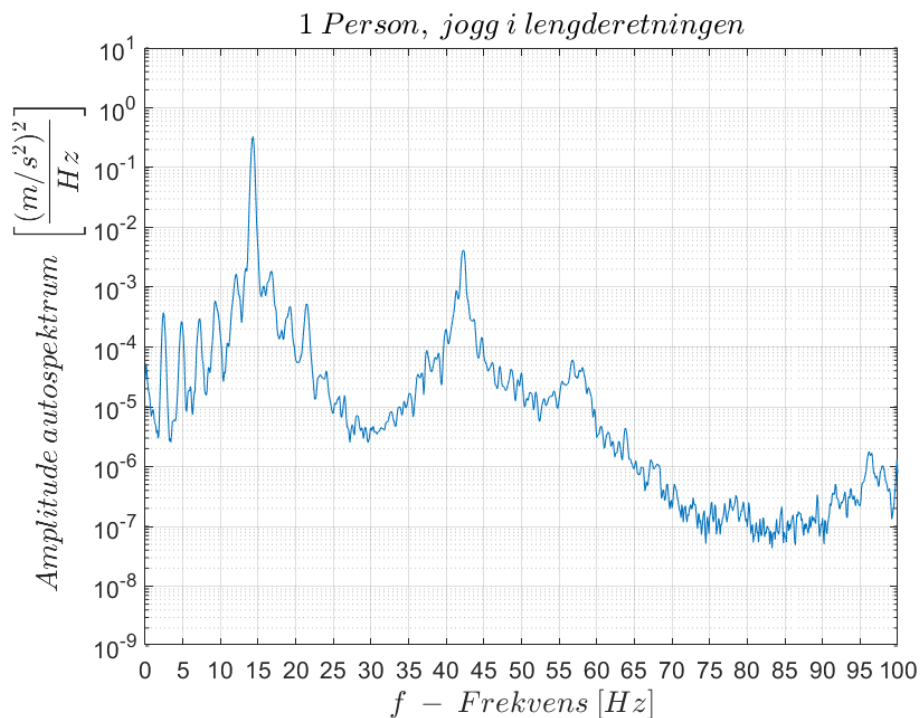
Alle forsøkene med én person og med seks personer ga til sammen 16 tidsserier av akselerasjon under menneskelig aktivitet. Avhengig av antall personer og aktiviteten til disse var det stor variasjon i amplitudene til responsen. Alle tidsseriene viste likevel tydelige responstopper i frekvensdomenet. Typisk for alle tidsseriene var tilsynelatende at første og fjerde mode var dominante. Denne observasjonen sannsynliggjøres også av valget om å plassere akselerometerne ved midtspenn. Mengden data fra forsøkene er for stor til å presentere alt i dette delkapittelet. Av den grunn blir her to forsøk med én person og ett forsøk med seks personer representert. De øvrige tidsseriene presenteres i Tabell 4-8 og i vedlegg D.4. Det presiseres igjen at navngivingen av akselerometerne kun er en videreføring av tidligere navn.

Tabell 4-8 Akselerasjoner fra menneskelig aktivitet. Målinger markert med en asterisk ble påvirket av brudd i ledningen til akselerometeret, og evalueres ikke videre.

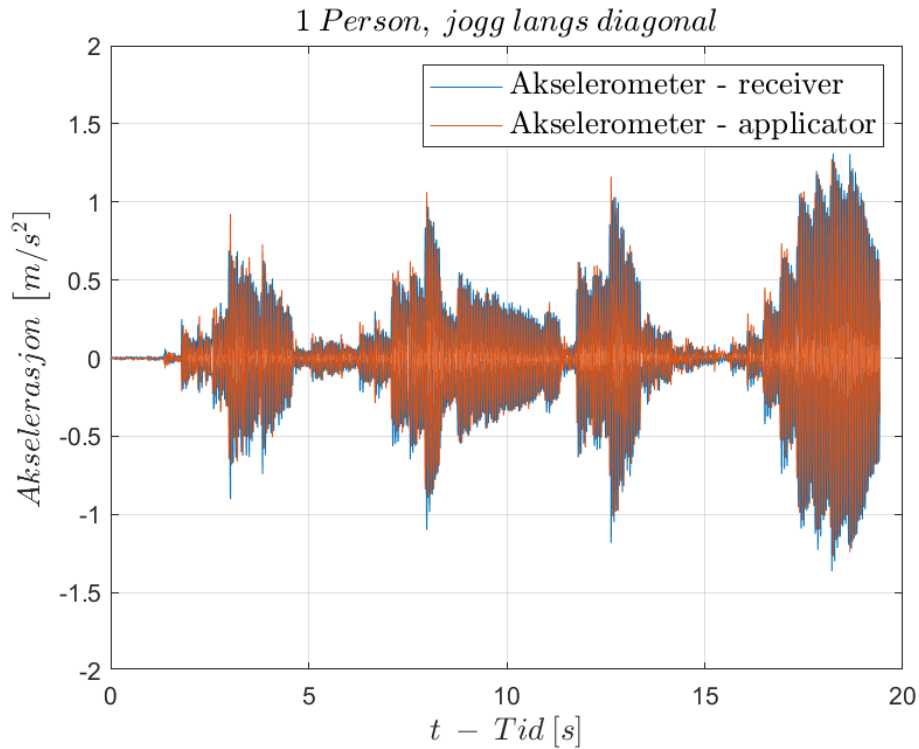
Forsøk	Applicator [m/s^2]		Receiver [m/s^2]		$f_{n,1}$ [Hz]	$f_{n,4}$ [Hz]
	a_{max}	a_{RMS}	a_{max}	a_{RMS}		
Diagonal – En person						
Rolig gange	0,22	0,05	0,23	0,05	14,4	42,2
Bestemt gange	1,16	0,35	1,21	0,36	14,3	42,1
Jogg	1,27	0,33	1,36	0,34	14,2	42,1
Løp	1,96	0,49	1,98	0,51	14,2	42,2
På langs – En person						
Rolig gange	0,23	0,06	0,25	0,06	14,4	42,4
Bestemt gange	0,72	0,17	0,71	0,18	14,3	42,2
Jogg	1,45	0,42	1,52	0,44	14,3	42,3
Løp	2,21	0,55	2,30	0,58	14,2	42,1
Tilfeldige bevegelser – En person						
Serie 1	0,04*	0,01*	4,28	0,75	14,2	42,4
Serie 2	1,41*	0,07*	7,40	0,81	14,2	42,3
Seks personer						
Hopp, 1 Hz	7,21	1,29	7,35	1,29	14,2	42,2
Hopp, 2 Hz	5,63	1,79	5,65	1,80	14,3	41,9
Hopp, 3 Hz	8,58	2,20	8,73	2,21	14,5	42,1
Hopp, 4 Hz	5,85	2,08	6,02	2,09	14,0	41,5
Jogg rundt rand	1,83	0,49	1,77	0,49	14,4	42,2
Tilfeldige bevegelser	8,44	1,30	8,14	1,29	14,3	42,2



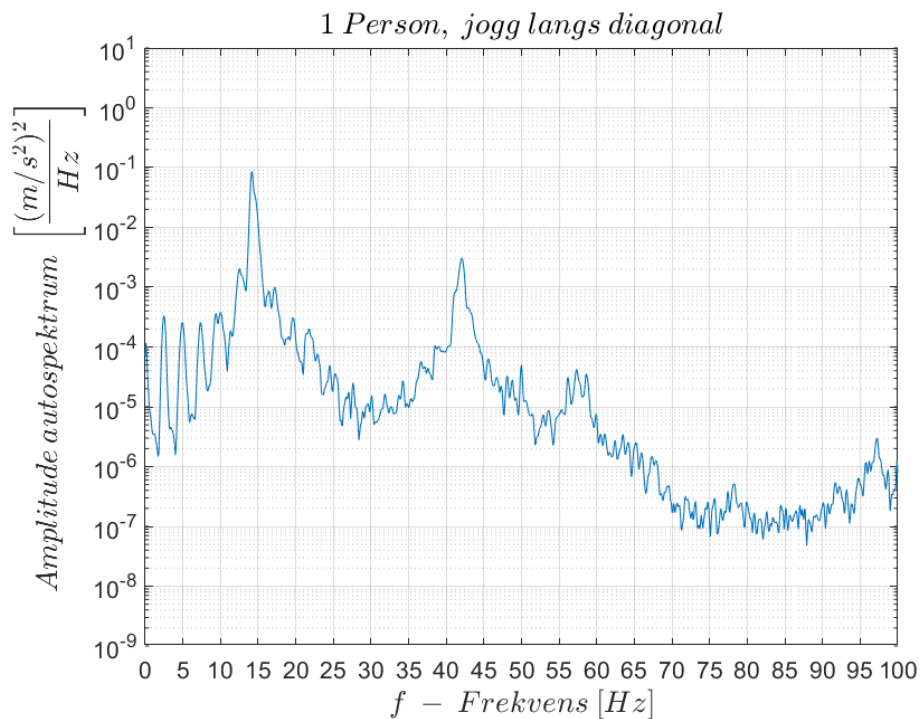
Figur 4-11 Tidsserie av akselerasjoner fra en person som jigger på langs. Som beskrevet tidligere bevegte personen seg fram og tilbake og fram og tilbake en gang til.



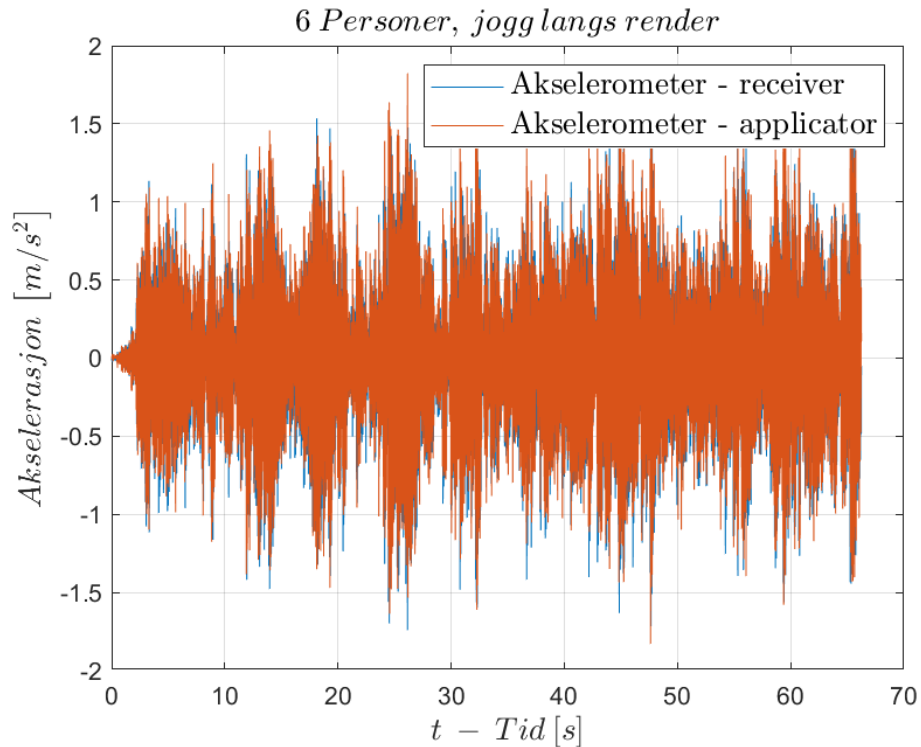
Figur 4-12 Autospektrum som er et gjennomsnitt av autospektrene til de to tidsseriene i Figur 4-11. Til venstre for toppen som representerer første egenfrekvens ses flere toppe assosiert med de variable lastene joggeren påførte dekket.



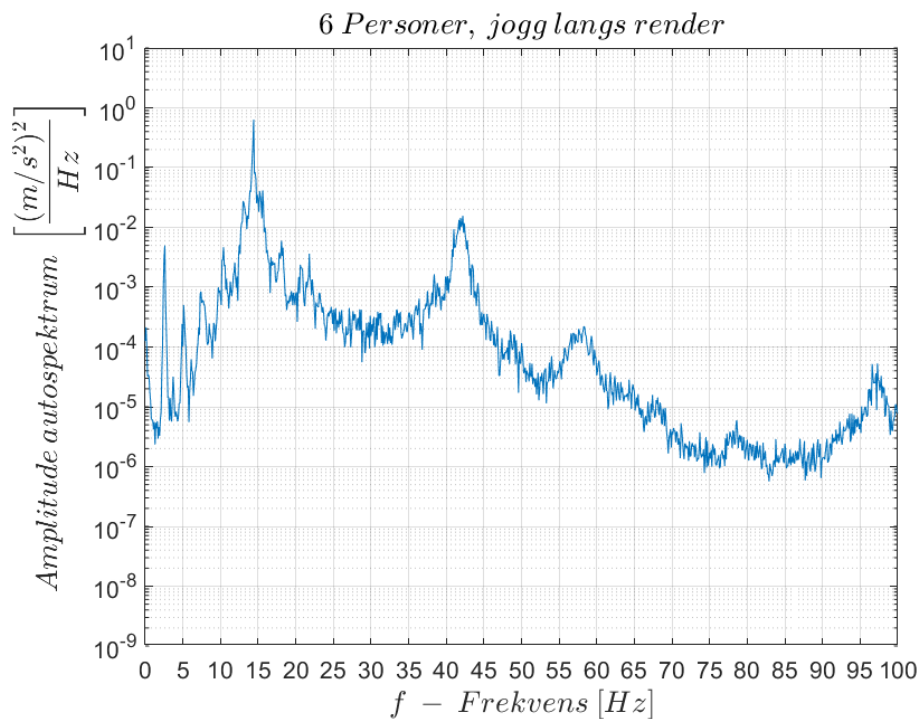
Figur 4-13 Tidsserie av akselerasjoner fra en person som jogger langs diagonalen. Som beskrevet tidligere bevogde personen seg fram og tilbake og fram og tilbake en gang til.



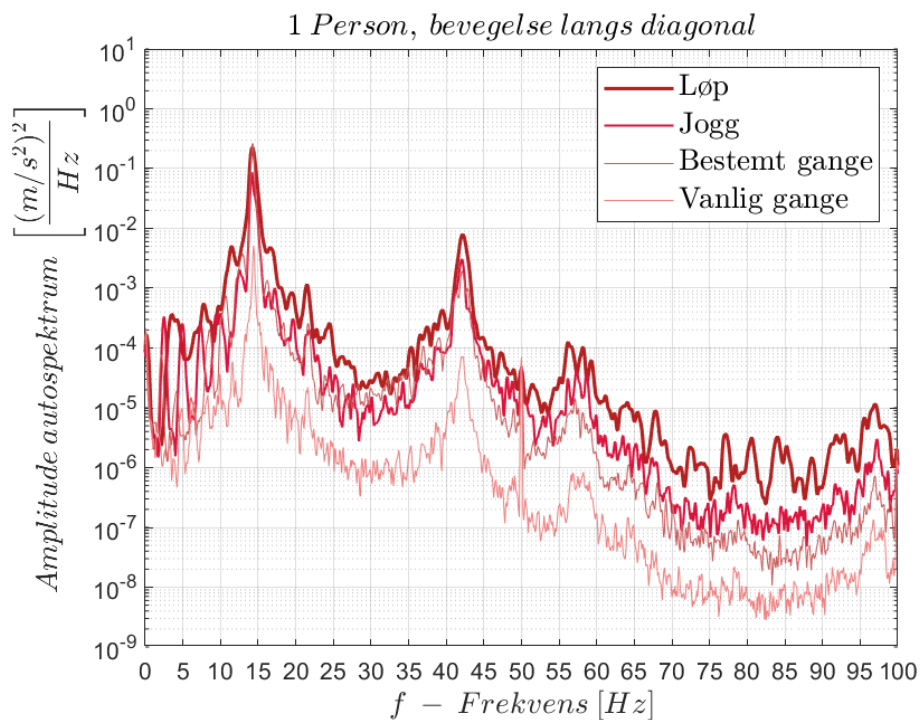
Figur 4-14 Autospektrum som er et gjennomsnitt av autospektrene til de to tidsseriene i Figur 4-13. Til venstre for toppen som representerer første egenfrekvens ses flere topper assosiert med de variable lastene joggeren påførte dekket.



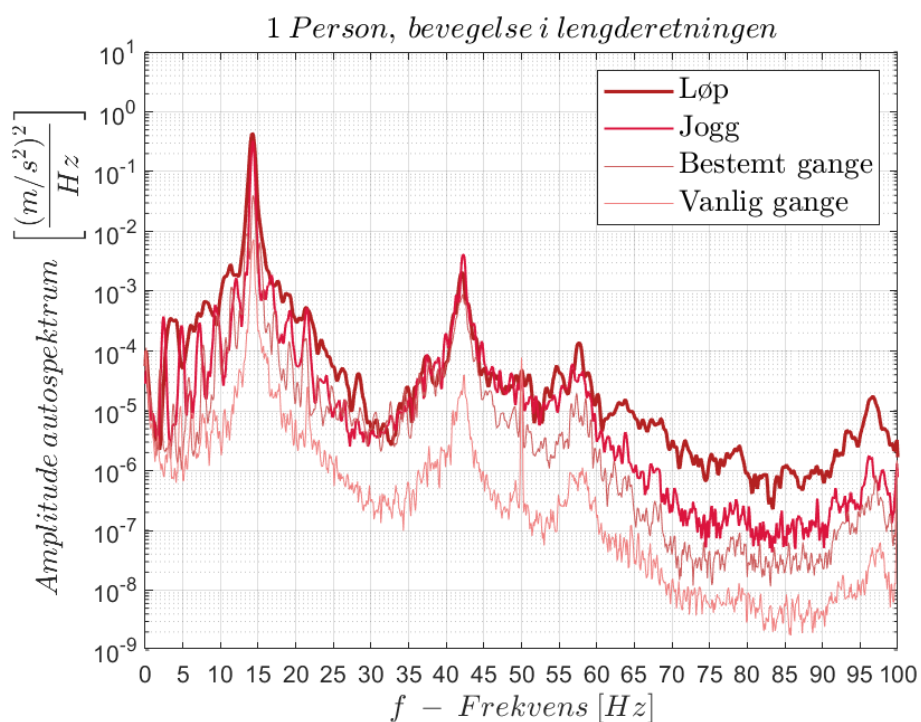
Figur 4-15 Tidsserie av at seks personer jogget i ring langs rendene med tilnærmet konstant hastighet og innbyrdes avstand.



Figur 4-16 Autospektrum som er et gjennomsnitt av autospektrene til de to tidsseriene i Figur 4-15. Til venstre for toppen som representerer første egenfrekvens ses flere topper assosiert med de variable lastene joggerne påførte dekket.



Figur 4-17 Autospektrum for vanlige aktiviteter sortert etter intensitet.



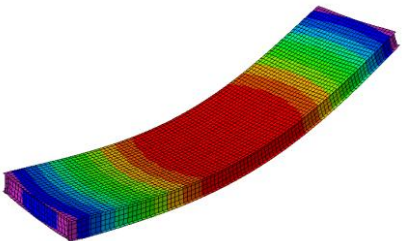
Figur 4-18 Autospektrum for vanlige aktiviteter sortert etter intensitet.

4.5 Abaqus – modalanalyse

Egenfrekvenser opp til 50 Hz er her presentert med tilhørende svingeform for de ulike massetrinnene. Illustrasjoner er hentet fra massetrinn 0, da dette gir et godt sammenligningsgrunnlag til resultater fra forsøk med slaghammer. Størrelsen på forskyvningene er representert ved et fargespekter der lilla angir største verdi og rød angir minste verdi, hvilket korresponderer med animerte svingeformer fra forsøk med slaghammer.

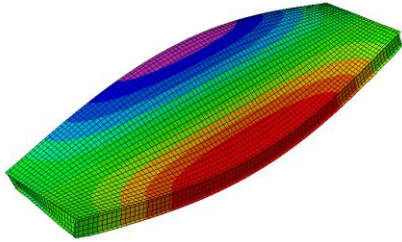
Tabell 4-9 Abaqus – første mode.

Første mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Egenfrekvens [Hz]</i>	<i>Svingeform</i>
0	14,4	
1	12,4	
2	12,1	
3	11,7	
4	11,4	

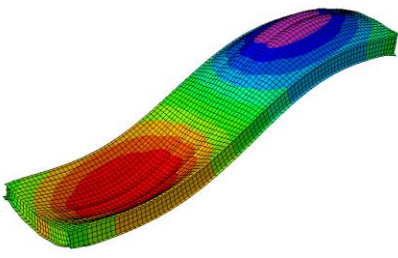
Tabell 4-10 Abaqus – andre mode.

Andre mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Egenfrekvens [Hz]</i>	<i>Svingeform</i>
0	20,8	
1	17,1	
2	16,0	
3	14,9	
4	14,0	

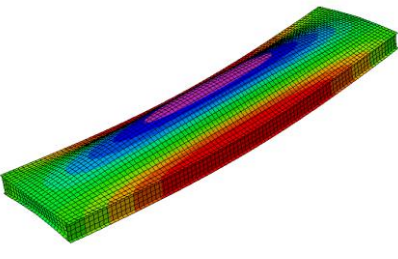
Tabell 4-11 Abaqus – tredje mode.

Tredje mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Egenfrekvens [Hz]</i>	<i>Svingeform</i>
0	43,0	
1	35,0	
2	35,1	
3	35,0	
4	35,0	

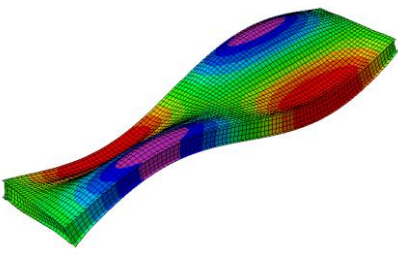
Tabell 4-12 Abaqus – fjerde mode.

Fjerde mode

<i>Massetrinn</i>	<i>Egenfrekvens [Hz]</i>	<i>Svingeform</i>
0	37,0	
1	43,7	
2	44,5	
3	44,7	
4	44,4	

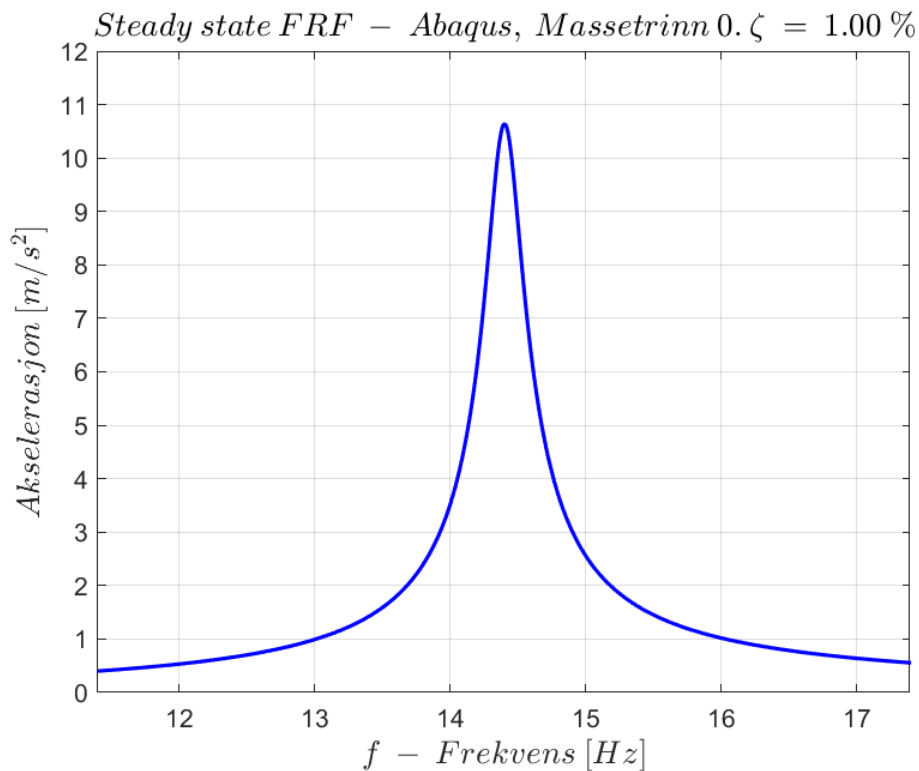
Tabell 4-13 Abaqus – femte mode.

Femte mode

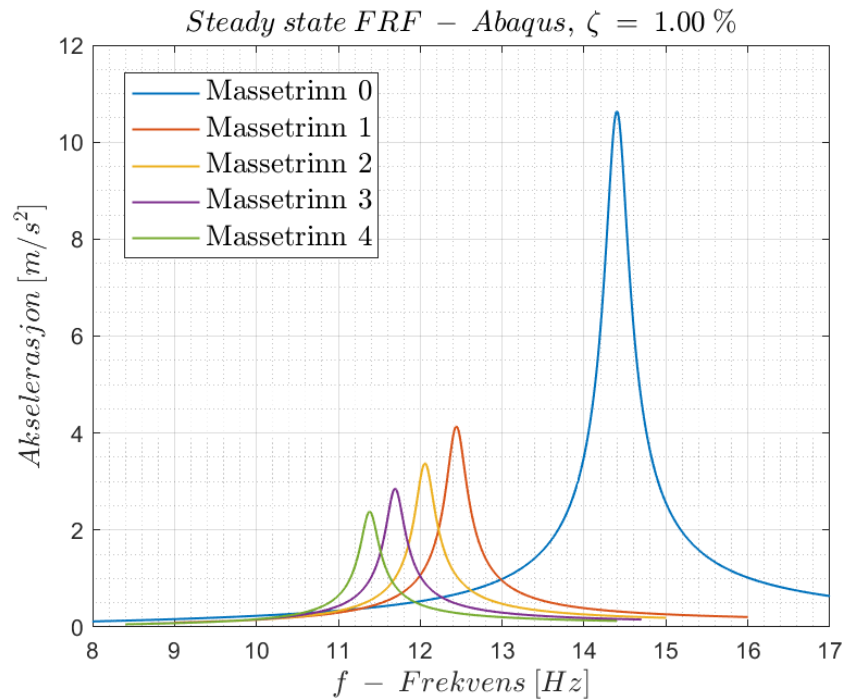
<i>Massetrinn</i>	<i>Egenfrekvens [Hz]</i>	<i>Svingeform</i>
0	49,6	
1	42,3	
2	42,1	
3	42,0	
4	42,4	

4.6 Abaqus – Steady state-akselerasjon under tvungne vibrasjoner

Det ble gjennomført simuleringer for steady state-analyse av etasjeskilleren med dempingskoeffisienter av størrelse 0-5 % for masstrinn 0. For øvrige masstrinn ble dempingskoeffisienter 0-2 % benyttet. Figur 4-19 viser FRF fra en simulering på masstrinn 0 med dempingskoeffisient 1 %, der akselerasjoner over et frekvensområde er plottet. Toppen til plottet viser akselerasjoner ved resonansfrekvens (14,4 Hz). Denne frekvensen samsvarer fullstendig med modalanalyse i Abaqus for masstrinn 0, da analysen baserer seg på egenfrekvenser funnet av modalanalysen. I Figur 4-20 er tilsvarende plott som beskrevet over presentert som en sammenstilling av masstrinn 0-4.

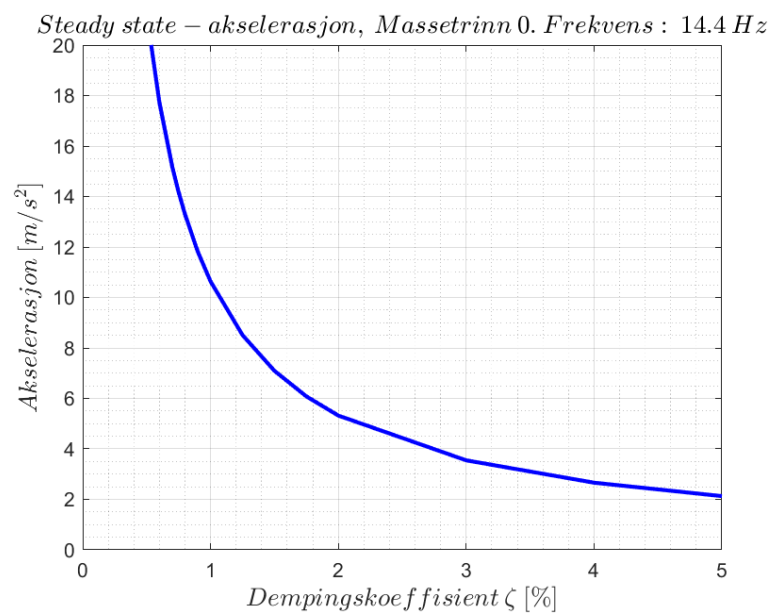


Figur 4-19 FRF fra steady state-analyse i Abaqus.



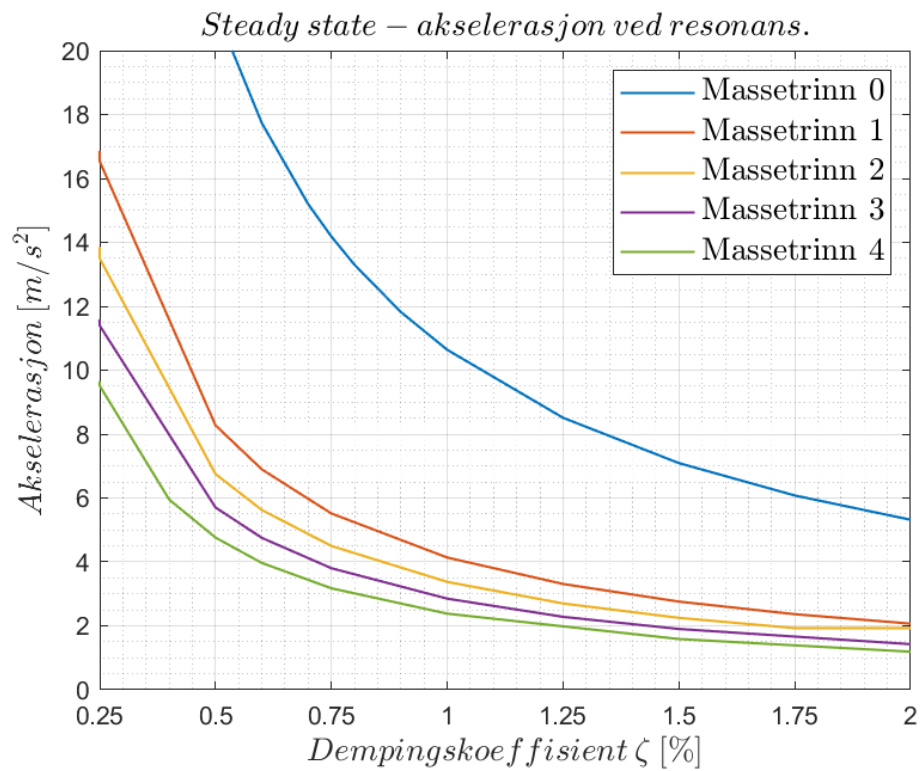
Figur 4-20 Sammenstilt plott for respons fra massetrinn 0-5.

Resonansakselerasjoner for ulike dempingskoeffisienter ved massetrinn 0 er vist av Figur 4-21. Det er gjennomført flest simuleringer i området 0,5-1,5% demping, da forventet demping for komposittdekket ligger i dette området.



Figur 4-21 Demping-akselerasjonsplott ved resonans basert på Abaqus-simuleringer – massetrinn 0.

Under vises et tilsvarende plott med resonansakselerasjoner for alle massetrinn sammenstilt.



Figur 4-22 Demping-akselerasjonsplott for massetrinn 0-4.

4.7 Abaqus – statisk nedbøyningsforsøk

I det statiske nedbøyningsforsøket ble det benyttet en linjelast på 4,16 kN/m. Dette tilsvarer en resultantkraft på 10 kN. Denne lasten ga nedbøyninger som vist Tabell 4-14.

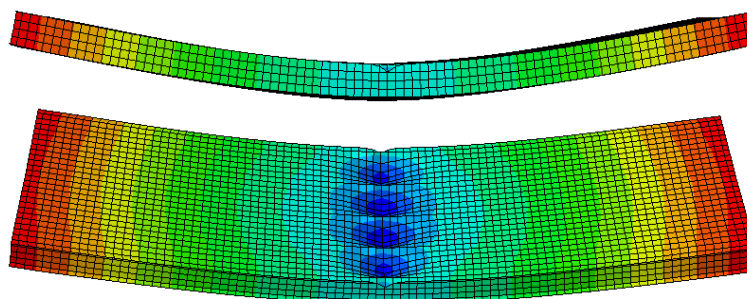
Tabell 4-14 Forskyvninger fra nedbøyningsforsøk i Abaqus.

Masse [kg]	Last [kN/m]	$w_{kant\ 1}$ [mm]	w_{midt} [mm]	$w_{kant\ 2}$ [mm]
1019	4,16	1,23	1,36	1,23

Tabell 4-15 Beregnede forskyvninger fra Abaqus basert på lineær elastisk deformasjon av etasjeskiller.

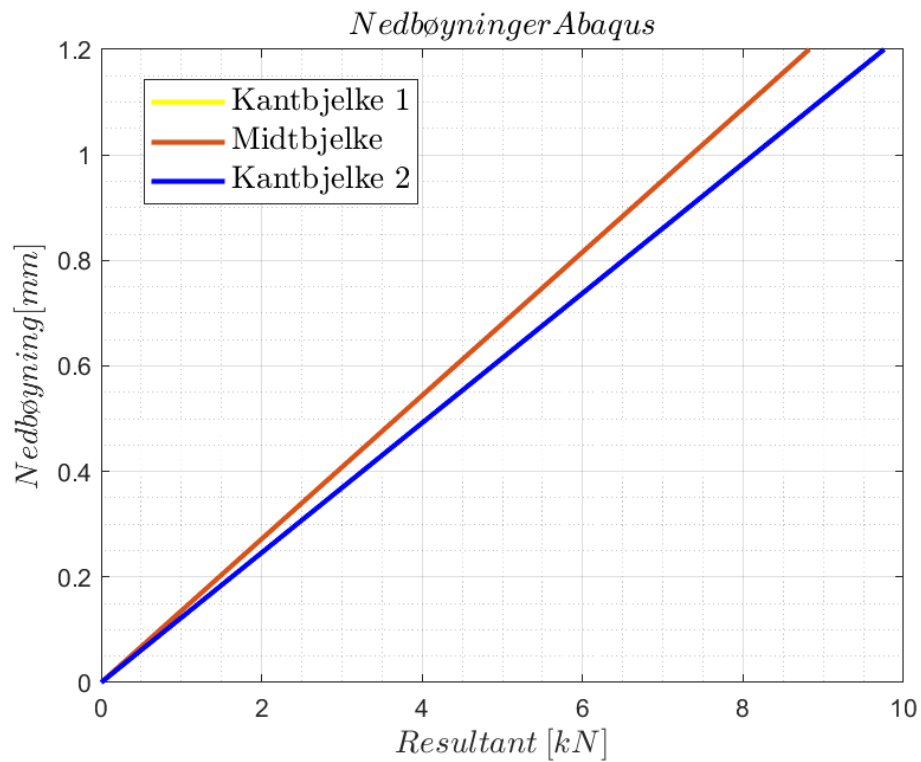
Massestrinn	Masse [kg]	Total påført masse [kg]	Total last [kN/m]	$w_{kant\ 1}$ [mm]	w_{midt} [mm]	$w_{kant\ 2}$ [mm]
0	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0→1	253,6	253,6	1,04	0,31	0,34	0,31
1→2	206,6	460,2	1,88	0,56	0,61	0,56
2→3	203,6	663,8	2,71	0,80	0,89	0,80
3→4	200,2	864,0	3,53	1,04	1,15	1,04

Under vises hvordan den modellerte etasjeskilleren deformerte seg ved påføring av linjelast ved midtspenn, sett fra siden og skrått ovenfra.



Figur 4-23 Deformasjonsform for etasjeskilleren ved nedbøyningsforsøk i Abaqus.

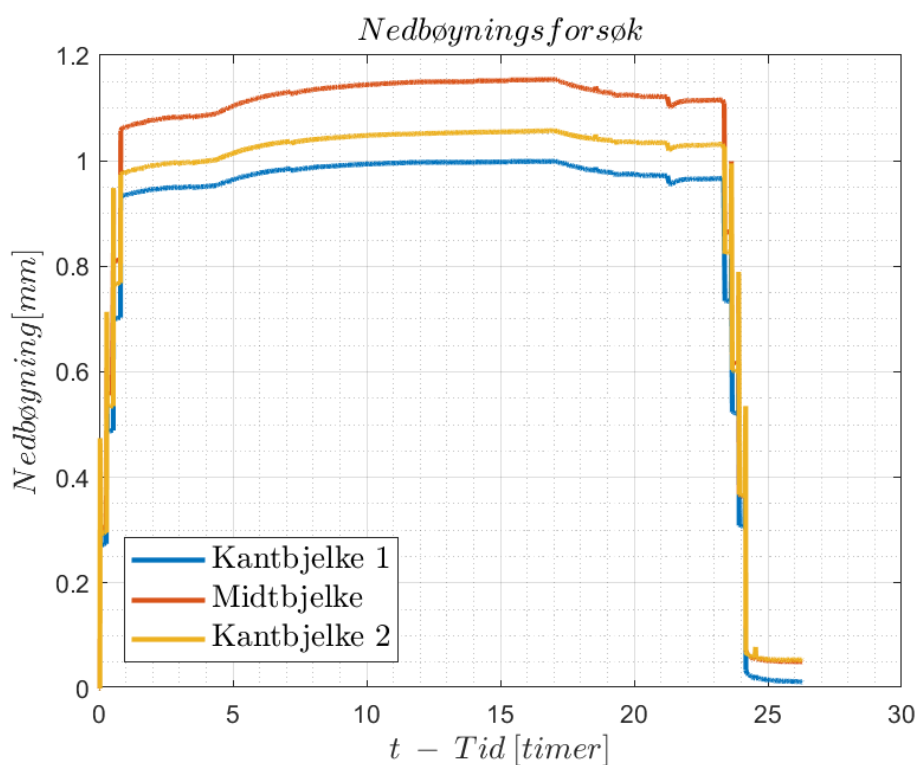
Figur 4-24 viser nedbøyning av etasjeskiller etter simulering i Abaqus. Her er det antatt lineær elastisk oppførsel for komposittdekket og null forskyvning når kraften er null.



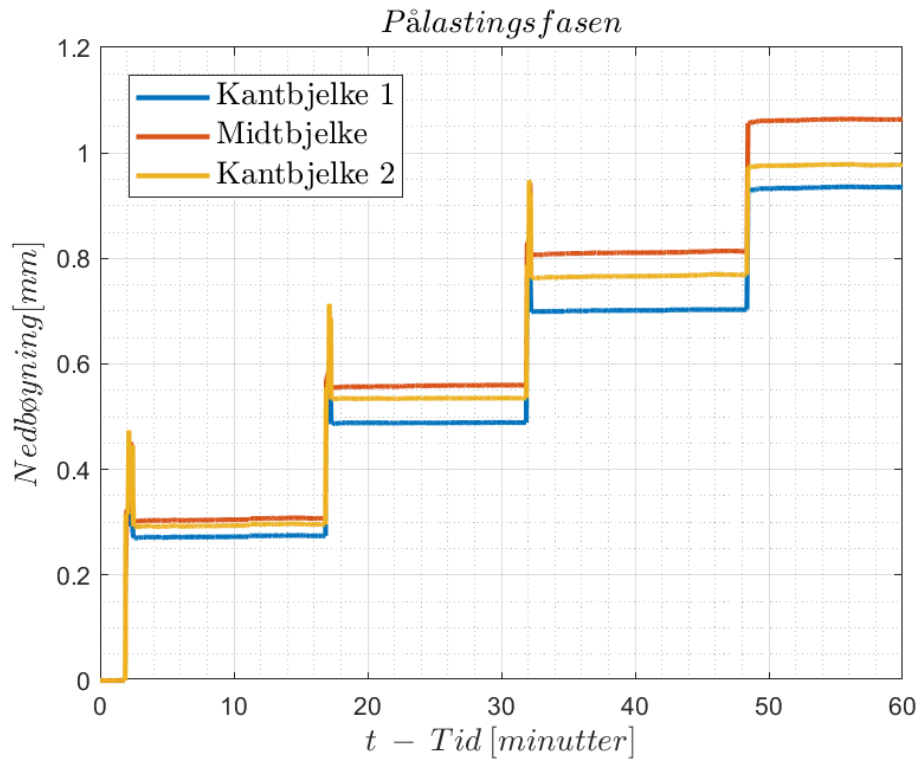
Figur 4-24 Forskyvning plottet mot resultanten til lasten ved midtspenn.

4.8 Statisk nedbøyningsforsøk

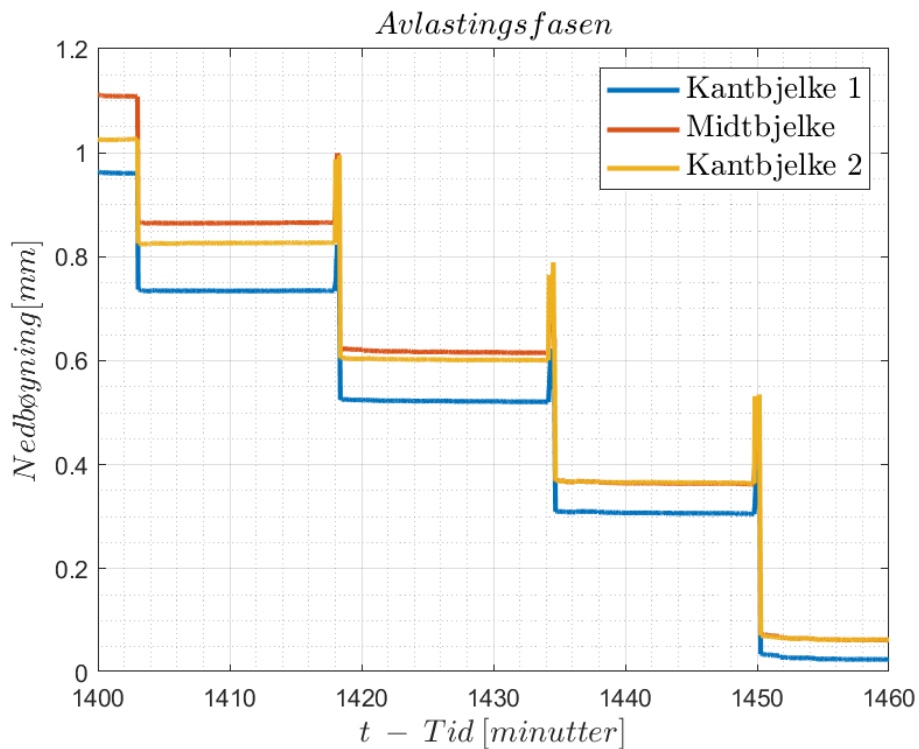
Nedbøyningssensorene logget nedbøyning kontinuerlig i om lag 27 timer på en loggefrekvens på 2 Hz. Resultatene viser noe avvik mellom de to kantbjelkene 1 og 2, men ikke uventet størst nedbøyning på midtbjelken. De kortvarige spisse toppene ved på- og avlasting oppsto på grunn av lasten fra personen som sto på gulvet for å hjelpe med dette. Massetrinnene som ble benyttet avviker litt fra tidligere brukte massetrinn, da behovet for festemidler var minimalt for et statisk forsøk som dette. Figur 4-25 viser hele forløpet av nedbøyning for gulvet. I perioden mellom $t = 17 t$ og $t = 23 t$ minket tilsynelatende nedbøyningen. Dette var uventet, og vil bli diskutert senere. Figur 4-28 viser nedbøyning plottet mot lastresultant, og en lignende betraktning benyttes for å kvantifisere gulvets stivhet.



Figur 4-25 Hele tidsserien fra nedbøyningsforsøket.



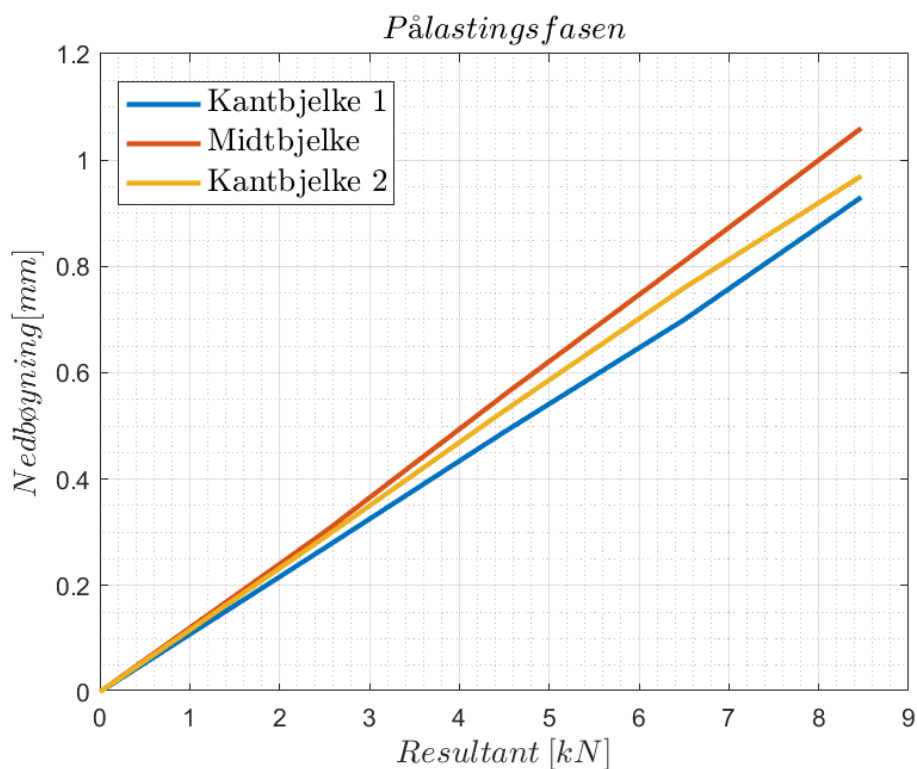
Figur 4-26 Pålastingsfasen som varte om lag en time. De spisse toppene var på grunn av ekstra vekt fra et menneske som sto på gulvet hver gang et nytt massetrinn ble lagt på.



Figur 4-27 Avlastingsfasen som varte om lag en time. De spisse toppene var på grunn av ekstra vekt fra et menneske som sto på gulvet hver gang et nytt massetrinn ble fjernet.

Tabell 4-16 Forskyvninger fra nedbøyningsforsøk.

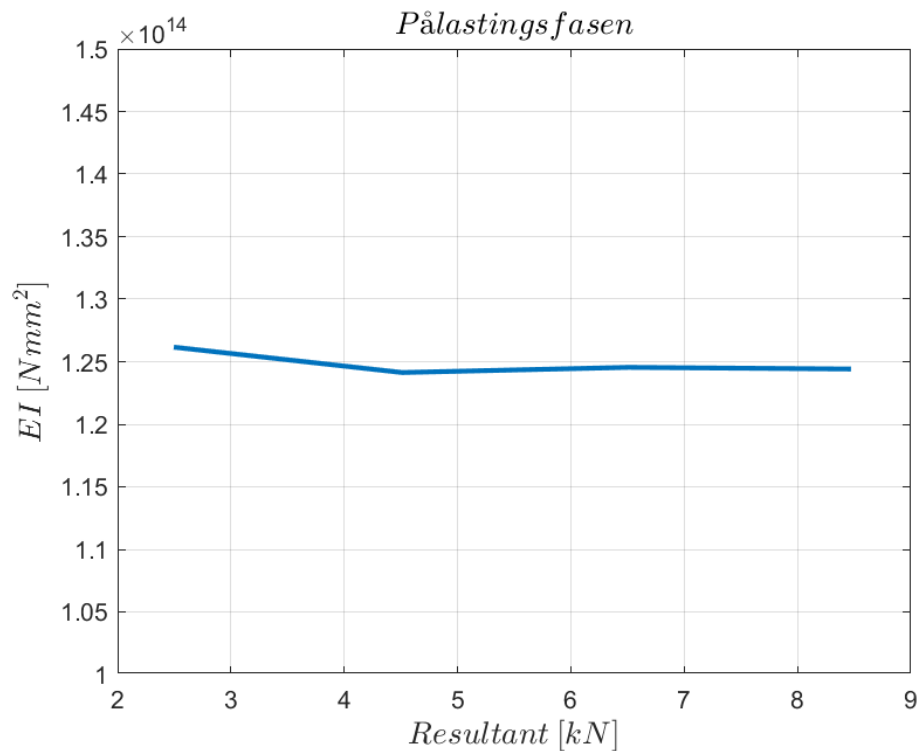
Massetrinn	t [min]	Masse [kg]	Total påført masse [kg]	Total last [kN/m]	$w_{kant 1}$ [mm]	w_{midt} [mm]	$w_{kant 2}$ [mm]
Pålasting							
0	0	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0→1	2	253,6	253,6	1,04	0,27	0,30	0,29
1→2	17	206,6	460,2	1,88	0,49	0,56	0,53
2→3	32	203,6	663,8	2,71	0,70	0,81	0,76
3→4	49	200,2	864,0	3,53	0,93	1,06	0,97
Avlasting							
4	1403	200,2	864,0	3,53	0,96	1,11	1,03
4→3	1399	200,2	663,8	2,7	0,73	0,87	0,83
3→2	1418	203,6	460,2	1,88	0,53	0,62	0,61
2→1	1435	206,6	253,6	1,04	0,31	0,37	0,37
1→0	1450	253,6	0,0	0,00	0,04	0,07	0,07
Forsøk slutt	1577	0	0,0	0,00	0,01	0,05	0,05



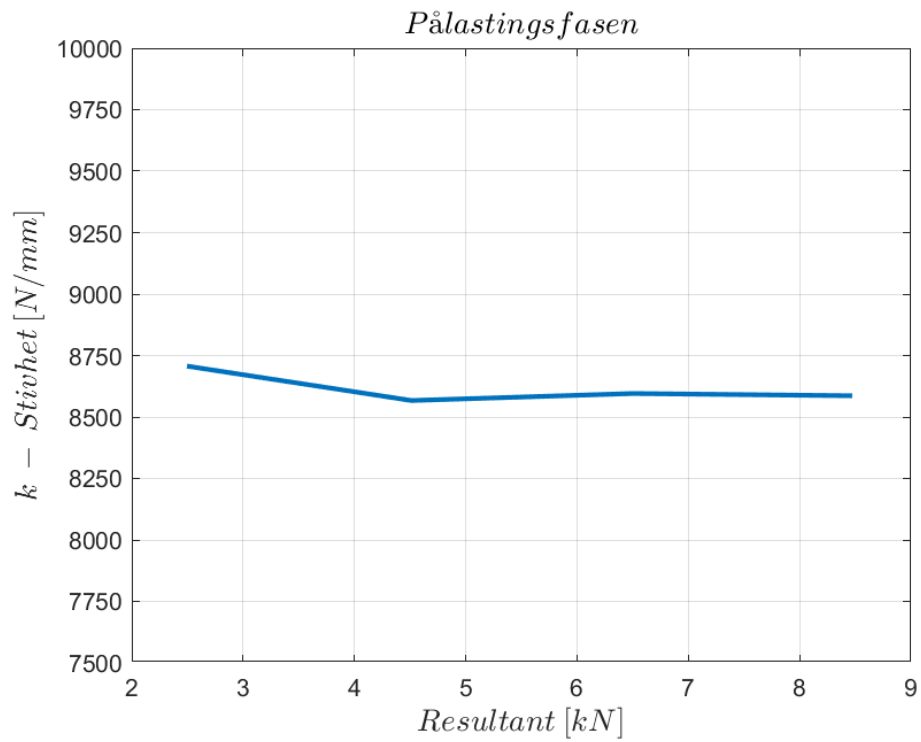
Figur 4-28 Forskyvning under pålasting plottet mot resultanten til lasten på midtspenn.

Tabell 4-17 Gjennomsnittlige forskyvninger for pålastingsfasen og beregnede korresponderende stivheter. Stivheten k er last dividert på forskyvning, mens $(EI)_{L,eff}$ (effektiv bøyestivhet) er beregnet fra stivhetsrelasjonen for en fritt opplagt bjelke.

Massestrinn	Resultant [kN]	$w_{gj.snitt}$ [mm]	k [N/mm]	$(EI)_{L,eff}$ [Nmm ²]
1	2,50	0,29	8707	$1,262 * 10^{14}$
2	4,51	0,53	8567	$1,241 * 10^{14}$
3	6,50	0,76	8596	$1,246 * 10^{14}$
4	8,47	0,99	8587	$1,244 * 10^{14}$
Gjennomsnitt				$1,248 * 10^{14}$



Figur 4-29 $(EI)_{L,eff}$ for etasjeskilleren plottet mot resultanten til de ulike massestrinnene under pålasting.



Figur 4-30 Stivhet basert på Euler-Bernoulli bjelketeori for etasjeskilleren plottet mot resultanten til de ulike massetrinnene under pålasting.

5 Analyse og diskusjon

5.1 Generelt

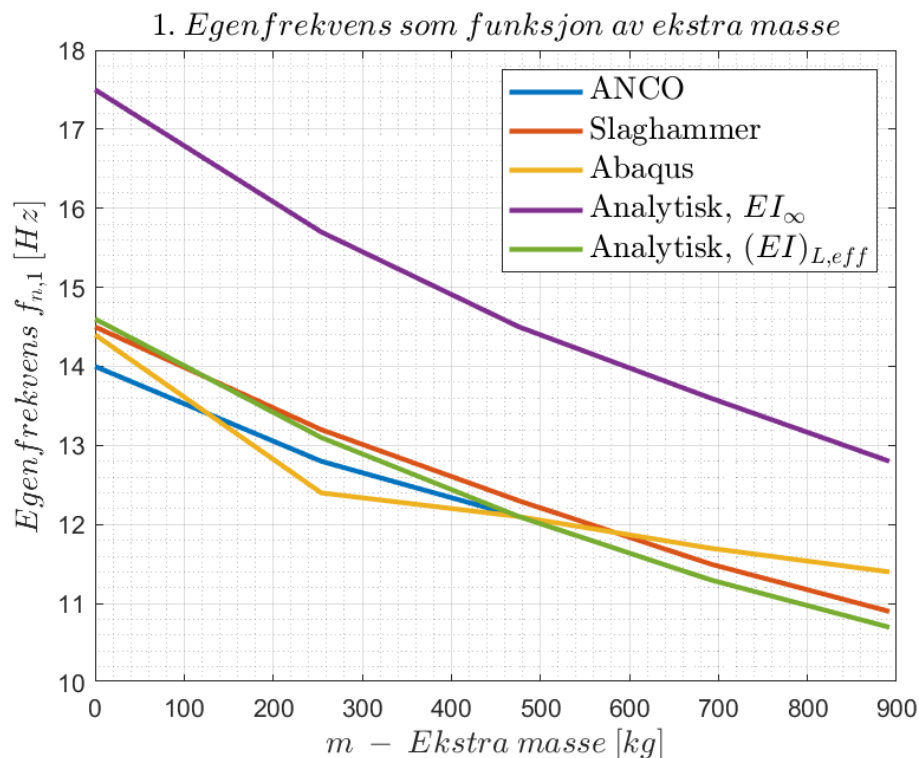
I foregående kapittel ble resultatene fra arbeidet med denne masteroppgaven presentert. Her ble hvert enkelt forsøk holdt adskilt, og de sammenligningene som ble gjort var kun mellom data fra samme type forsøk. I dette kapittelet skal resultater fra ulike forsøk gjennomført i forbindelse med masteroppgaven sammenlignes. Resultatene og funnene til Bjørge & Kristoffersen (2017), Labonnote (2012) samt resultatene fra prosjektoppgaven skal også sammenlignes med resultatene som har fremkommet gjennom arbeid med denne oppgaven.

Fra et nokså omfattende laboratoriearbeid og tilhørende mengde data kan flere tendenser spores. Ikke uventet gir økt masse sitt utslag i senkede egenfrekvenser. Dette gjelder ikke generelt, men vil bli drøftet mer utfyllende. Dampingstallet for de ulike modene ble beregnet på til sammen tre ulike måter. Her var det noe variasjon både mellom metodene benyttet og spesielt frekvensen til lasten. En finere sortering av resultatene medførte likevel betydelig mer samsvar. De forskjellige dempingsmålingene ga tilsynelatende ikke noe entydig svar på masseavhengighet for demping, men dette vil også drøftes nærmere. Damping av frie vibrasjoner som ble beregnet direkte i tidsdomenet tyder på en svak amplitudeavhengighet for dempingen.

Egenfrekvensene og dempingstallene som ble funnet av Bjørge & Kristoffersen samsvarer også i stor grad med målingene gjort i år. Det samme kan sies om den langsgående bøyestivheten som ble beregnet fra nedbøyning. Her er årets resultater 4 % lavere enn de fra 2017. Som forventet hadde etasjeskilleren som ble evaluert i denne oppgaven betydelig lavere egenfrekvenser og noe lavere demping enn gulvet som ble evaluert i prosjektoppgaven. Dette blir også drøftet videre.

5.2 Egenfrekvenser

I dette delkapittelet vil alle beregnede og målte egenfrekvenser legges frem og sammenlignes. Figur 5-1 viser første egenfrekvens til etasjeskilleren, både målt og beregnet for de fem ulike massetrinnene. Her er fem ulike metoder benyttet; to som er rent eksperimentelle, en numerisk, en rent analytisk og en analytisk som baserte seg på målt bøyestivhet.



Figur 5-1 Første egenfrekvens som funksjon av massetrinn plottet for ANCO, slaghammer, Abaqus og generaliserte frihetsgrader med bøyestivhet fra både målte og teoretiske verdier.

Graden av samsvar mellom ANCO, slaghammer og generaliserte frihetsgrader med målt bøyestivhet er stor. Her bør det også nevnes at linjen som representerer ANCO forsvinner for de tre høyeste massetrinnene fordi disse resultatene overlapper med resultatene for analytisk løsning med $(EI)_{L,eff}$. Siden dette er tilfellet, er det sannsynlig at metoden med generaliserte frihetsgrader gir et ganske presist estimat for første mode for gulv med tilstrekkelig spennvidde sammenlignet med bredden. Dette forutsetter at gulvet er dominert av bøyedeformasjoner, og at skjærdeformasjonene er neglisjerbare. Videre impliserer det gode samsvaret mellom målt og

beregnet løsning at bøyning på tvers sammenlignet med bøyning på langs er nærmest neglisjerbar for første mode.

For gulvet som ble bygget av Bjørge & Kristoffersen gjelder følgende:

$$\frac{\text{bredde}}{\text{spennvidde}} = \frac{2,40 \text{ m}}{8,86 \text{ m}} = 0,27$$

$$\frac{\text{høyde}}{\text{spennvidde}} = \frac{0,498 \text{ m}}{8,86 \text{ m}} = 0,056$$

For gulvet som ble evaluert i prosjektoppgaven gjelder følgende:

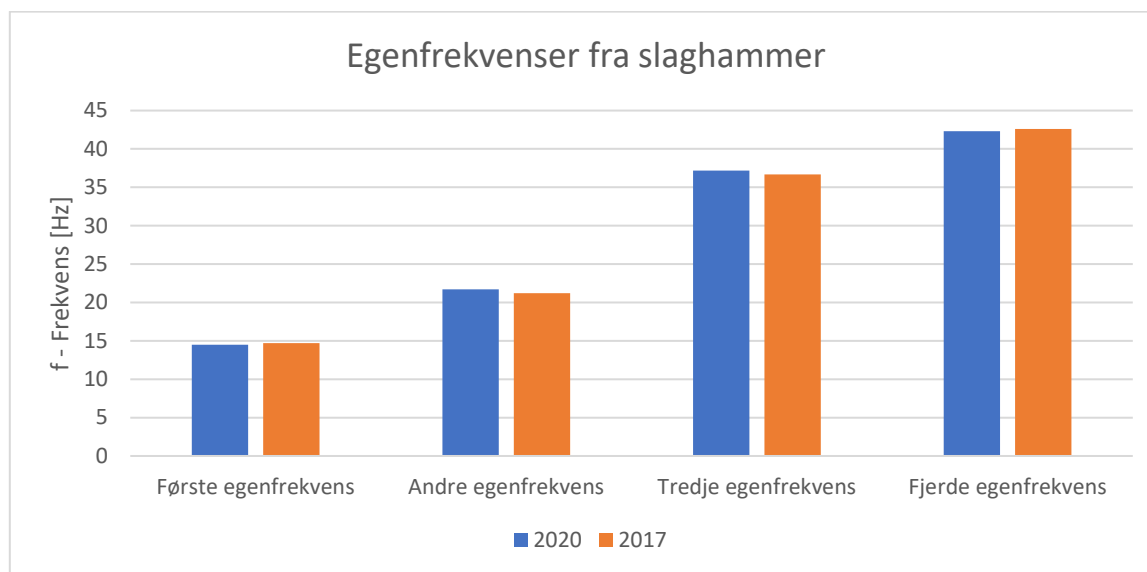
$$\frac{\text{bredde}}{\text{spennvidde}} = \frac{2,40 \text{ m}}{3,75 \text{ m}} = 0,64$$

$$\frac{\text{høyde}}{\text{spennvidde}} = \frac{0,509 \text{ m}}{3,75 \text{ m}} = 0,14$$

Fordi generaliserte frihetsgrader kun kan modellere ren bøyning i lengderetningen, gir denne mer korrekte løsninger for eksperiment hvor både tverrsnittshøyden og tverrsnittsbredden er små i forhold til spennvidden. Det er derfor sannsynlig at gulvet fra prosjektoppgaven i større grad ble dominert av både bøyning på tvers og skjærdeformasjoner. Siden det i prosjektoppgaven ikke ble gjort like omfattende undersøkelser som i masteroppgaven er det lite direkte sammenligningsgrunnlag. Den rent analytiske løsningen i Figur 5-1 som benytter en stivhet som tar utgangspunkt i Eurokode 5 og fullt samvirke mellom komponentene gir konsekvent en for høy egenfrekvens. For konstruksjoner som skal benyttes av mennesker, og dermed er mest sårbare for lave frekvenser i bruksgrensetilstanden, er den rent analytiske løsningen ikke konservativ for det ni meter lange gulvet. Sammenlignet med slaghammer gir den analytiske løsningen med fullt samvirke mellom 17 og 21 % for høy første egenfrekvens, altså en vesentlig overestimering. For første egenfrekvens til det 3,8 meter lange gulvet gir den analytiske løsningen med fullt samvirke en egenfrekvens på 56,2 Hz (se vedlegg E.1), mens målt verdi var 22,7 Hz. Altså gir den analytiske løsningen her en nesten 250 % for høy verdi. Første egenfrekvens fra gulvet evaluert i prosjektoppgaven er høyere enn samtlige andre egenfrekvenser fra gulvet evaluert i denne avhandlingen. Av den grunn er sannsynligvis førstnevnte mye mindre utsatt for dynamiske problemer i bruksgrensetilstanden enn sistnevnte.

Forsøkene med ANCO (steady state) ga gjennomgående litt lavere egenfrekvenser enn slaghammer. Årsaken til dette er vanskelig å vite helt sikkert, men det kan ha noe med operasjonen av ANCO å gjøre. Under forsøkene med ANCO ble lastfrekvensen økt jevnt opp til området rundt resonans. En mulighet kan derfor være at ANCO nesten konsekvent ble kjørt i nedre del av området rundt resonans, og derfor også har gitt frekvens-responsfunksjoner som angir en noe lavere egenfrekvens enn slaghammeren. Slaghammeren med myk tupp eksisterte gulvet i et bredt spekter av frekvenser, og «favoriserte» kanskje ikke i så måte frekvensene i nedre del av resonans. Menneskelig aktivitet på massetrinn 0 ga konsekvent første egenfrekvens i området mellom egenfrekvensen fra ANCO og fra slaghammer. Til forskjell fra ANCO var også dette laster som inneholdt et bredt spekter av frekvenser.

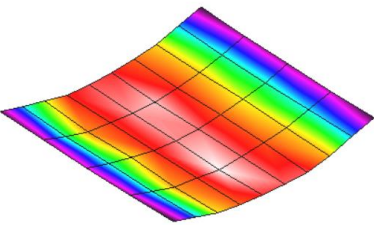
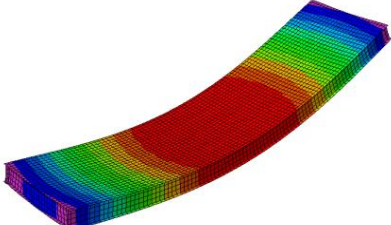
I det følgende er målte egenfrekvenser fra forsøk med slaghammer og simulerte egenfrekvenser fra Abaqus sammenstilt i en tabell for hver av de fem identifiserte svingemodene. Både målte og simulerte funn av Bjørge & Kristoffersen er presentert for massetrinn 0 i de tilfellene der svingemoder samsvarer med moder funnet i denne oppgaven. Selv om ANCO utgjorde en ekstra masse utover gulvets egenvekt ved massetrinn 0 er dette det massetrinnet som i størst grad ligner konfigurasjonen Bjørge & Kristoffersen benyttet på dynamisk forsøk med slaghammer. For manglende resultater fra eksperimentelle forsøk er det som tidligere merket med '-' i tabellene. Figur 5-2 viser sammenligning av funn med slaghammer i 2017 og 2020. Man kan se at målingene stemmer godt overens med avvik mellom 0,7 % og 2,3 %, og at det varierer hvilken måling som gir høyest verdi. På bakgrunn av dette kan man anta at forsøkene ble gjennomført med lik presisjon, og at etasjeskillerens egenfrekvenser er forholdsvis uendret etter å ha stått lagret innendørs i laboratoriet i tre år. Som tidligere nevnt ble det ikke innført damping i modalanalysen i Abaqus. På bakgrunn av funn for ζ -verdier fra kapittel 0 kan antagelsen om at $\omega_D \rightarrow \omega_n$ for aktuelle dempingsverdier i denne masteroppgaven bekreftes, og det var dermed rimelig å utelate damping fra modalanalysen for å finne dekkets egenfrekvenser.



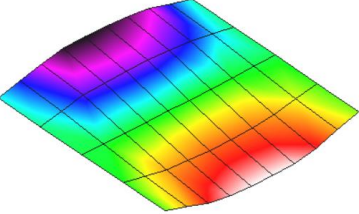
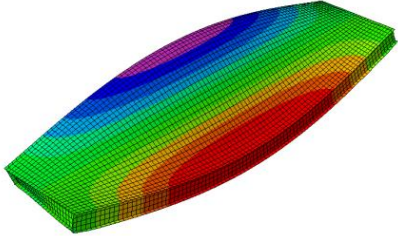
Figur 5-2 Sammenligning av egenfrekvenser målt med slaghammer i 2017 og 2020.

Tabell 5-1 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – første mode.

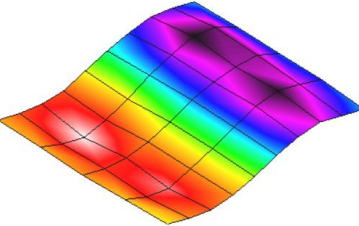
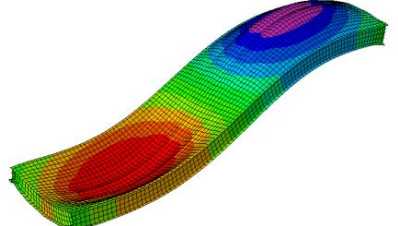
Første mode

<i>Målt egenfrekvens</i>		<i>Modellert egenfrekvens</i>	
			
Bjørge & Kristoffersen (2017)	14,7 Hz	Bjørge & Kristoffersen (2017)	14,7 Hz
Massetrinn 0	14,5 Hz	Massetrinn 0	14,4 Hz
Massetrinn 1	13,2 Hz	Massetrinn 1	12,4 Hz
Massetrinn 2	12,3 Hz	Massetrinn 2	12,1 Hz
Massetrinn 3	11,5 Hz	Massetrinn 3	11,7 Hz
Massetrinn 4	10,9 Hz	Massetrinn 4	11,4 Hz

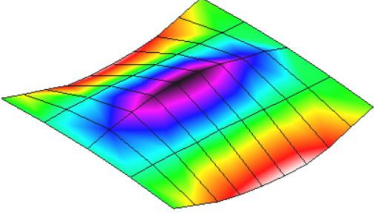
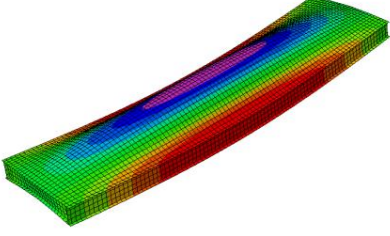
Tabell 5-2 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – andre mode.**Andre mode**

Målt egenfrekvens		Modellert egenfrekvens	
			
Bjørge & Kristoffersen (2017)	21,2 Hz	Bjørge & Kristoffersen (2017)	21,5 Hz
Massetrinn 0	21,7 Hz	Massetrinn 0	20,8 Hz
Massetrinn 1	17,7 Hz	Massetrinn 1	17,1 Hz
Massetrinn 2	16,7 Hz	Massetrinn 2	16,0 Hz
Massetrinn 3	15,7 Hz	Massetrinn 3	14,9 Hz
Massetrinn 4	14,1 Hz	Massetrinn 4	14,0 Hz

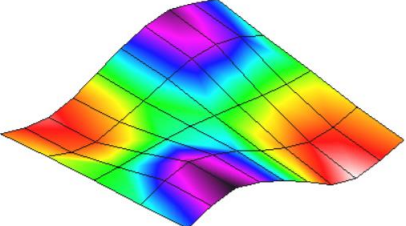
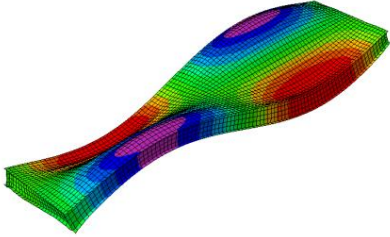
Tabell 5-3 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – tredje mode.**Tredje mode**

Målt egenfrekvens		Modellert egenfrekvens	
			
Bjørge & Kristoffersen (2017)	36,7 Hz	Bjørge & Kristoffersen (2017)	Ikke vist
Massetrinn 0	37,2 Hz	Massetrinn 0	43,0 Hz
Massetrinn 1	37,5 Hz	Massetrinn 1	35,0 Hz
Massetrinn 2	38,5 Hz	Massetrinn 2	35,1 Hz
Massetrinn 3	38,6 Hz	Massetrinn 3	35,0 Hz
Massetrinn 4	39,1 Hz	Massetrinn 4	35,0 Hz

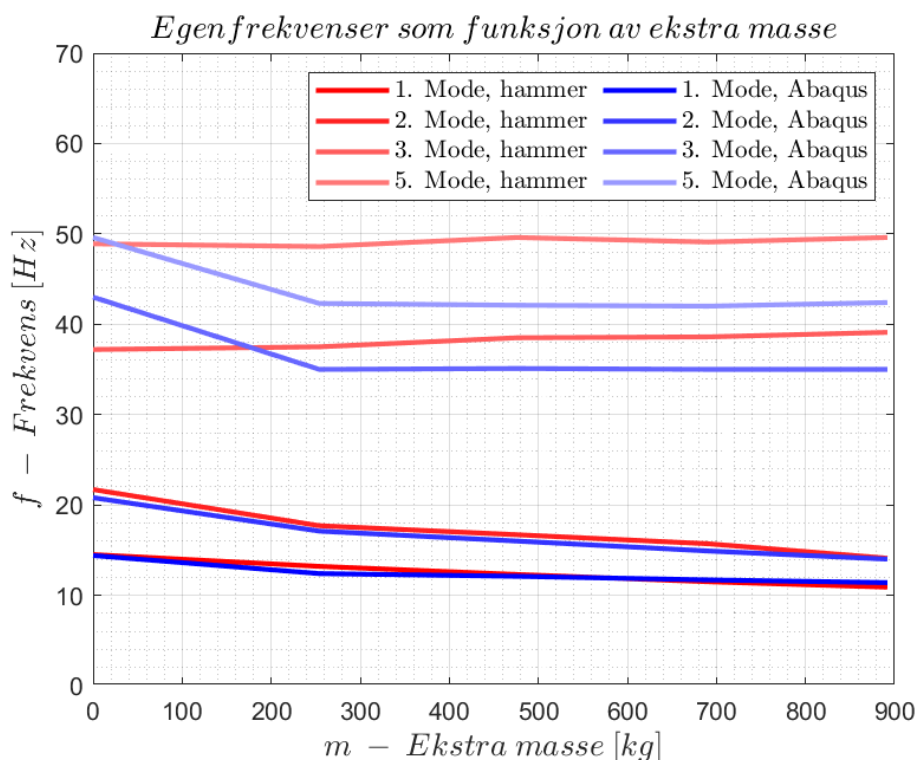
Tabell 5-4 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – fjerde mode.**Fjerde mode**

Målt egenfrekvens		Modellert egenfrekvens	
			
Bjørge & Kristoffersen (2017)	42,6 Hz	Bjørge & Kristoffersen (2017)	36,5 Hz
Massetrinn 0	42,3 Hz	Massetrinn 0	37,0 Hz
Massetrinn 1	-	Massetrinn 1	43,7 Hz
Massetrinn 2	-	Massetrinn 2	44,5 Hz
Massetrinn 3	-	Massetrinn 3	44,7 Hz
Massetrinn 4	-	Massetrinn 4	42,4 Hz

Tabell 5-5 Sammenligning av målt og simulert egenfrekvens – femte mode.**Femte mode**

Målt egenfrekvens		Modellert egenfrekvens	
			
Bjørge & Kristoffersen (2017)	Ikke vist	Bjørge & Kristoffersen (2017)	Ikke vist
Massetrinn 0	48,9 Hz	Massetrinn 0	49,6 Hz
Massetrinn 1	48,6 Hz	Massetrinn 1	42,3 Hz
Massetrinn 2	49,6 Hz	Massetrinn 2	42,1 Hz
Massetrinn 3	49,1 Hz	Massetrinn 3	42,0 Hz
Massetrinn 4	49,6 Hz	Massetrinn 4	42,4 Hz

Fra Tabell 5-1 og Tabell 5-2 ser man at målt og simulert egenfrekvens for første og andre mode stemmer godt overens med hverandre, i tillegg til å stemme godt med funn av Bjørge & Kristoffersen i 2017. Målt første egenfrekvens avviker med 1,4 %, 0,7 % og 1,4 % for henholdsvis målt verdi fra 2017 og simulert verdi fra ny og tidligere numerisk modell. For andre mode avviker målt verdi med 2,3 %, 4,1 % og 0,9 % for overnevnte sammenligningsgrunnlag. Ved sammenligning av første og andre egenfrekvens som ble målt, ser man at andre egenfrekvens er 50 % høyere enn første for massetrinn 0, mens den til sammenligning er 29 % høyere enn første for massetrinn 4. Smith (2003) har som tidligere nevnt beskrevet hvordan nærliggende egenfrekvenser kan skape en effekt som kalles «clustering of modes», eller sammenfallende moder, for tilfeller der andre egenfrekvens ligger mindre enn 15-20 % høyere enn første. På bakgrunn av dette kan man anta at det for denne etasjeskilleren ikke vil oppstå et slikt problem når den er ubelastet, men hvis man ser på Figur 5-3 kan man se en trend som viser at de to modene nærmer hverandre ved økt påført masse. Det er også verdt å merke seg at andre egenfrekvens på massetrinn 4 faktisk er lavere enn første egenfrekvens på massetrinn 0.



Figur 5-3 1., 2., 3. og 5. Egenfrekvens funnet fra slaghammer og Abaqus.

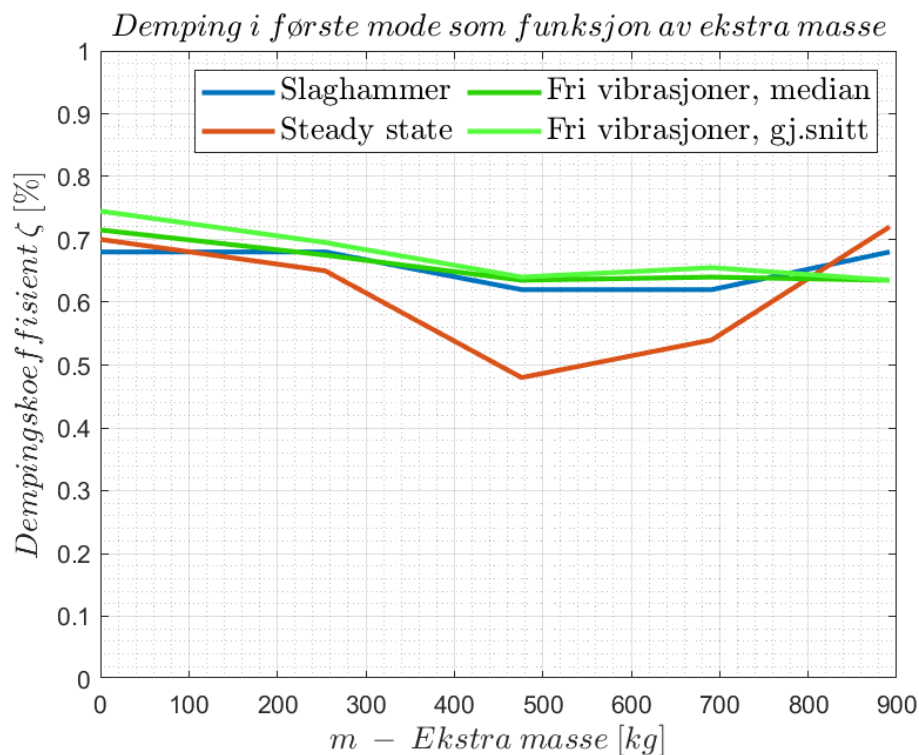
Simuleringene med Abaqus ga godt samsvar med eksperimentelle målinger for første og andre egenfrekvens for alle massetrinn. Største avvik var på 6,1 % for første mode ved massetrinn 1, der den numeriske modellen underestimerer egenfrekvensen sammenlignet med forsøk med slaghammer. For de øvrige modene avviker egenfrekvenser mer, som vist av Figur 5-3. For evaluering av problematikk sett fra et konstruksjonsteknisk perspektiv vil det være de lave frekvensene som er av størst interesse. Man kan derfor si at simulering i Abaqus egner seg for evaluering av egenfrekvenser på tregulv av typen som er testet i denne oppgaven.

Når det gjelder påvirkning fra økt masse på dekket, ser man at den målte frekvensen for mode 1 og 2 minker jevnt ved økt masse. For mode 3 og 5 er egenfrekvensen mer eller mindre konstant, eller til og med svakt økende. Hvis man betrakter den analytiske løsningen for et system med én frihetsgrad i delkapittel 2.5, og ligningene (2.37) og (2.38), vil man se at egenfrekvensen vil minke med økt tilleggs masse for oddetallsmoder, mens den ikke påvirkes for partallsmoder. Mode 3 kan også beskrives som andre svingemode i langsgående retning, mens man ved en nærmere undersøkelse av svingeformen til mode 5 ser at den kan beskrives som en blanding av andre mode i langsgående og tversgående retning, med infleksjonspunkt på tvers av bjelkens midtspenn der tilleggs massen ligger. Ut fra dette kan man på generell basis anta at moder med infleksjonspunkt der ekstra masse er plassert ikke endrer egenfrekvens ved endret masse, selv ikke for moder der det opptrer svingninger både i tversgående og langsgående retning.

I Tabell 5-4 kan man se at fjerde mode kun opptrer for massetrinn 0. Denne moden kan betraktes som en tredje mode i tversgående retning, og krever at dekkets sidekanter svinger i motsatt vertikal retning av dekkets midt. For massetrinn 1-4 var som tidligere vist en H-bjelke skrudd fast i dekkets topplate på tvers av dekkets midtspenn. En sannsynlig forklaring på hvorfor mode 4 ikke oppstår for de nevnte massetrinnene kan være at bøyestivheten til en H-bjelke av stål er betydelig større enn tversgående bøyestivhet for etasjeskilleren ved midtspenn, og at bøyning derfor ikke tillates i det analyserte frekvensområdet. Det tyder også på at forbindelsen mellom H-bjelken og dekket er stiv nok til at en komposittvirkning oppstår. Dette vil ikke bli videre drøftet, men effekten illustreres fra Abaqus-utsnitt i vedlegg D.5.1.

5.3 Damping

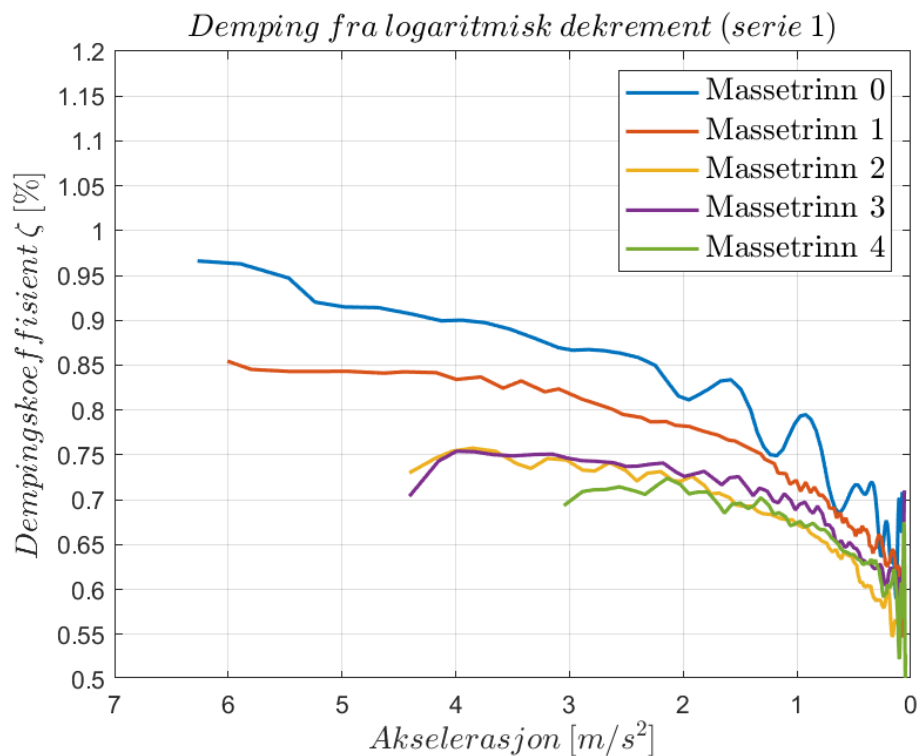
Beregning og måling av damping er en av de viktigste områdene i denne avhandlingen, og har blitt viet mye oppmerksomhet. Av den grunn har tre ulike metoder for å fastslå damping eksperimentelt blitt benyttet. I dette delkapittelet er damping hovedsakelig plottet mot masse i figurene. Dampingen kunne like gjerne vært plottet mot egenfrekvens, men relasjonen mellom egenfrekvens og ekstra masse er allerede belyst, og derfor anser ikke forfatterne det som nødvendig å plote dampingen mot både ekstra masse og egenfrekvenser. Figur 5-4 viser alle de tre eksperimentelle metodene sammenfattet til ett plott.



Figur 5-4 Dampingstall fra slaghammer og tvungne vibrasjoner, samt både median- og gjennomsnittsverdier for damping fra logaritmisk dekrement i tidsserien.

Om dampingstallenes masseavhengighet skal evalueres er det vanskelig på grunnlag av Figur 5-4 å fastslå én trend som gjelder alle tre forsøkene. Av den grunn er det mer naturlig å forsøke å spore trender innad i hvert av de individuelle forsøkene. At de tre metodene også var veldig forskjellige, og til dels benytter forskjellige prinsipper taler også for å behandle forsøkene

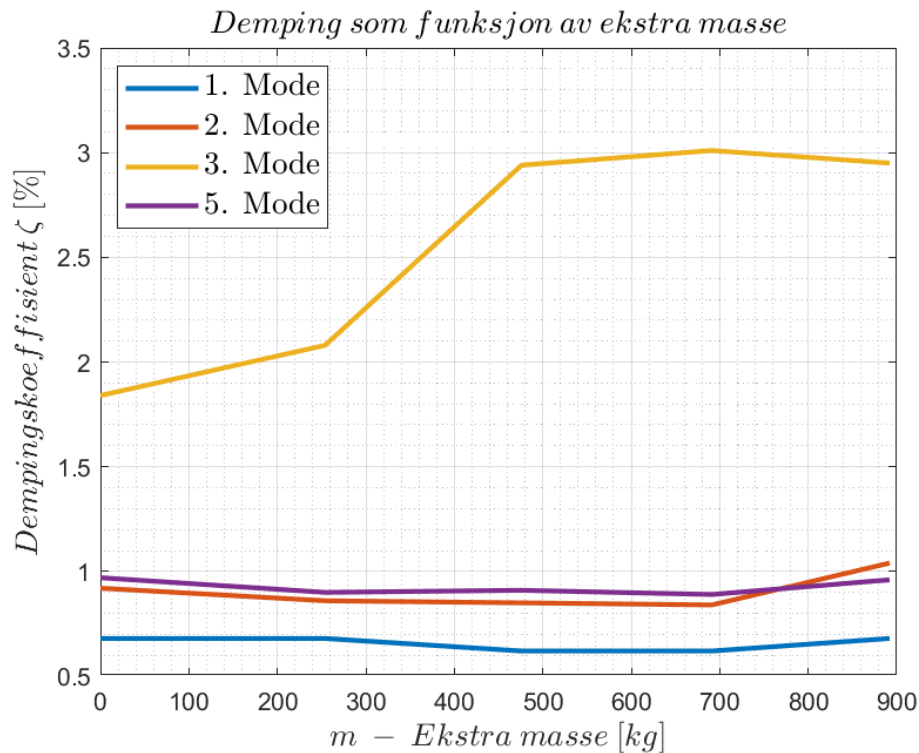
individuell. Trenden fra forsøkene med slaghammer tyder på en demping i første mode som ikke er masseavhengig. Det samme kan ikke sies om demping beregnet fra logaritmisk dekkrement, der denne er svakt fallende for økende masse. Figur 5-5 forsterker dette inntrykket, der spesielt massetrinn 0 og 1 er tydelig mer dempet enn de øvrige. ANCO med tvungne vibrasjoner avviker noe fra slaghammer og logaritmisk dekkrement for massetrinn 2 og 3, men har til dels godt samsvar med de andre metodene for lasttrinn 0, 1 og 4. De betydelige avvikene for massetrinn 2 og 3 kan muligens forklares ut ifra at de beregnede frekvens-responsfunksjonene inneholdt betydelig støy og måtte behandles før dempingstallene i det hele tatt kunne beregnes. Både støyet i seg selv og manipulasjon av FRF-en tilfører usikkerhet til beregningene. I vedlegg D.3 kan man også se at spesielt frekvens-responsfunksjonen for massetrinn 3 har en topp rundt første egenfrekvens med avvikende form. Dermed ville det heller ikke være uventet få avvikende modale parametere her. Selv om det er stort samsvar mellom dempingen fra slaghammeren og den fra fasen med avtagende amplituder er det ikke nødvendigvis slik at man generelt kan forvente godt samsvar mellom alle de tre metodene. Dette fordi Figur 5-4 ikke inneholder noen informasjon om for eksempel amplitudeavhengighet.



Figur 5-5 Demping i serie 1 plottet mot akselerasjon for alle massetrinn.

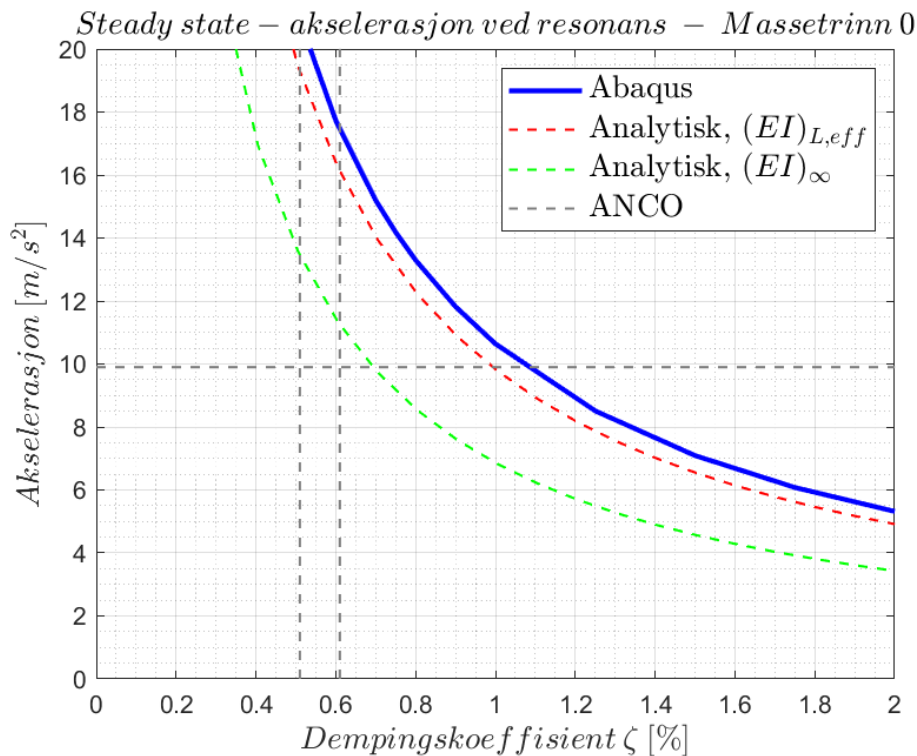
Figur 5-5 tyder på en amplitudeavhengighet for dempede frie vibrasjoner. Her er mønsteret at dempingen i alle massetrinnene nærmer seg 0,5-0,6 % for lave akselerasjoner. Det samme kan ikke sies om tvungne vibrasjoner med ANCO (Figur 4-8) der de tidligere omtalte massetrinnene 2 og 3 gir lavere dempingsverdier, før dempingen igjen øker for massetrinn 4 (laveste steady state-akselerasjonsamplitude). Om man tar utgangspunkt i massetrinn 0 og 4, så tyder det ikke på å være noen amplitudeavhengighet her.

Av alle forsøkene med ANCO og tvungne vibrasjoner var det tilsynelatende bare de med lastfrekvens lik egenfrekvens som var egnet til å fastslå demping presist i første mode. Figur 4-9 viser stor spredning i dempingsverdiene for $f = 0,50 f_{n,1}$, $f = 0,75 f_{n,1}$ og $f = 1,25 f_{n,1}$ selv om tidligere undersøkelser (slaghammer og til dels ANCO tvungne vibrasjoner) tyder på at dempingen ikke endrer seg vesentlig med økende masse. Lastfrekvens lik egenfrekvensen er den eneste frekvensen som ikke gir betydelig avvik i dempingsverdiene mellom de ulike massetrinnene.



Figur 5-6 Demping plottet mot masse for ulike moder funnet med slaghammer.

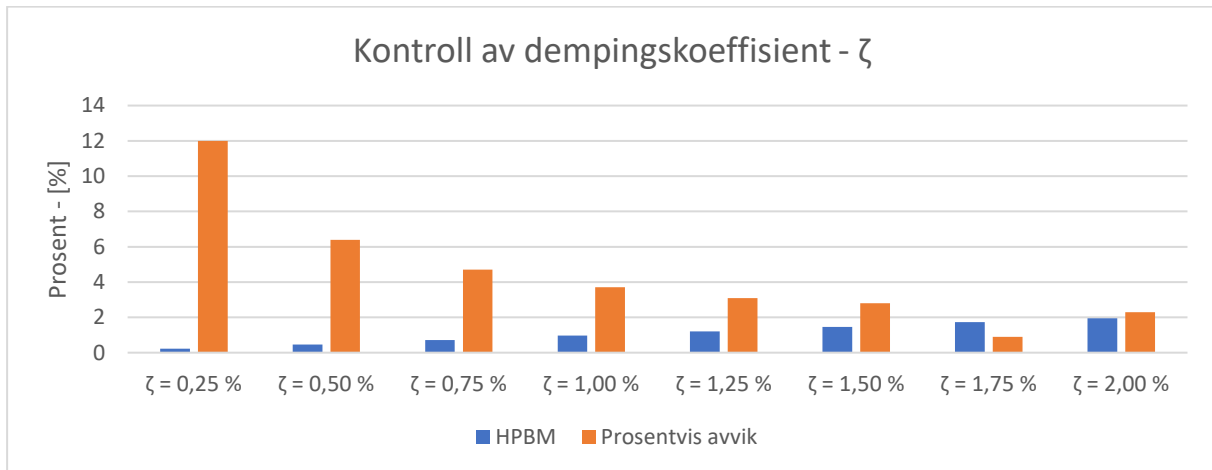
Basert på Tabell 4-1 til Tabell 4-5 kan man se en generell trend der demping øker for økende mode for forsøk med slaghammer. Dette vises godt av Figur 5-6. Hvis man ser nærmere på de ulike svingemodene isolert kan man se at dempingen er mer eller mindre konstant for første, andre og femte mode, mens den øker for økende påført masse for andre mode. For mode 1 vil den ekstra massen ha en vertikal translasjonsbevegelse, mens den har en «vippebevegelse» om dekkets midtpunkt langs tversgående akse for mode 2. For begge tilfeller skjer bevegelsen normalt på stålbejkens lengdeakse. For mode 5 havner massetrinnene i dekkets infleksjonspunkt og blir forsøkt rotert i motsatte retninger, og ender sannsynligvis her med å stå mer eller mindre stille i denne moden. For mode 3 vil derimot bjelkene ha en rotasjonsbevegelse om sin lengdeakse, og om etasjeskillerens tversgående akse. Dette ser ut til å skape en energidissipasjon i systemet som gir økt demping for økt påført masse. Effekten er synlig for massetrinn 1, og forsterkes veldig for massetrinn 2, men er mer eller mindre konstant deretter. Om man betrakter dette sett i sammenheng med montasjen av massetrinn 2, 3 og 4, ser det ut som at det er sammenkoblingen av to eller flere stålbejker med tvinger som gir økt demping. Dette tyder på bevegelsesenergi som forbrukes gjennom friksjonskrefter og gliding mellom komponentene i de forskjellige massetrinnene. De omtalte modene vises i vedlegg D.5.1. med massetrinn påmontert.



Figur 5-7 Steady state-respons plottet mot demping ved resonans – massetrinn 0.

Figur 5-7 viser en sammenstilling av kalibrert analytisk steady state-respons og steady state-respons fra simuleringer i Abaqus for varierte dempingstall ved første egenfrekvens. Plott av samme type er også laget for $0,50f_{n,1}$, $0,75f_{n,1}$, $1,25f_{n,1}$ og $1,00f_{n,2}$ for massetrinn 0, vist i vedlegg D.5.2, men ble ikke gjort for øvrige massetrinn, da det ga tilnærmet konstante akselerasjoner. I figuren er det benyttet bøyestivhet funnet gjennom eksperimentelt nedbøyingsforsøk samt effektiv bøyestivhet beregnet med metode fra Eurokode 5. Man kan se at den stiplede rød linja og den blå linja følger hverandre, hvilket viser at numerisk og analytisk løsning med $(EI)_{L,eff}$ gir ganske lik respons ved resonans for en etasjeskiller som i denne avhandlingen. De grå stiplede linjene viser funn fra steady state-analyse med ANCO. De vertikale linjene viser målte dempingstall, mens de horisontale linjene sammenfaller og viser målte akselerasjoner ved forsøkene. Denne betraktningen er gjort i håp om å kunne skape et diagram tilsvarende Figur 5-7 der man, for et bestemt system, presist kan bestemme demping gitt målte steady state-akselerasjoner eller motsatt. Hvis man følger den horisontale grå linja til den krysser analytisk og numerisk løsning, kan man se at målte akselerasjoner ville tilsvart ca. 1,1 % demping. Dette gjøres ved å projisere en linje ned på dempingsaksen. Hvis man følger de vertikale linjene til de krysser analytisk og numerisk løsning, kan man se at beregnede dempingskoeffisienter tilsvarer analytiske og numeriske akselerasjoner på ca. 16-20 m/s². Fra forsøk med slaghammer er det beregnet $\zeta = 0,68$ % for massetrinn 0, hvilket er 32 % lavere enn demping funnet ved overnevnt fremgangsmåte. Derfor vurderes ikke Figur 5-7 som en god metode for å bestemme akselerasjoner ved resonans, til tross for at den stiplede grønne linja i figuren vises godt samsvar mellom akselerasjoner og demping for analytisk løsning med $(EI)_{\infty}$. Tilsvarende figur for massetrinn 1-4 kan ses i vedlegg D.5.

For steady state-analyse i Abaqus ble det implementert Rayleigh-demping i modellen. Som forholdsvis ferske brukere av programvaren ble det vurdert som nødvendig å kontrollere at systemets respons ved en slik analyse gjenga ønsket demping.



Figur 5-8 Kontroll av demping i Abaqus ved hjelp av HPBM, massetrinn 0.

I Figur 5-8 er det for hvert sett av stolper beskrevet hvilken dempingskoeffisient som ble implementert i Abaqus-analysen. De blå søylene representerer beregnet dempingskoeffisient ved bruk av HPBM på FRF fra steady state-analysen, mens de oransje søylene viser prosentvis avvik mellom implementert demping og demping fra kontrollregninger. For lave dempingstall ser man at avviket er så høyt som 12 %, mens det er en høyere grad av overensstemmelse for høyere dempingstall. En mulig årsak til dette er at det ble satt en grense på 2000 datapunkter for analysen, da dette begrenset simuleringstiden. Som tidligere vist ved dynamisk amplifikasjon i delkapittel 2.4 er toppene i frekvens-responsfunksjonen spissere for lavere verdi av ζ , og dermed kan det tenkes at responsen blir dårligere representert for lave ζ -verdier, da det er større sannsynlighet for at toppene «kuttet» på grunn av for få beregningspunkter. For å unngå denne effekten kunne det både vært brukt flere beregningspunkter og et smalere frekvensintervall for å gjengi respons og demping.

Hvis man ser på Figur 5-4 kan man se at dempingsverdier for etasjeskillerens første mode generelt ligger rett i underkant av 0,7 % for eksperimentelle forsøk, med noen lavere verdier for massetrinn 2 og 3 ved steady state-beregninger. For modene som er evaluert med slaghammer ligger demping på 0,68 – 1,84 %, vist i delkapittel 4.1. Bjørge & Kristoffersen (2017) fant tilsvarende dempingsverdier i området 0,56 – 1,90 %. Generelt kan man se at demping øker for høyere moder. Dette samsvarer også med funn av Labonnote (2012) og Labonnote m.fl. (2015). Labonnote m.fl. (2015) viser at materialdemping for lignende trebaserte gulv ligger på rundt 1 %. Derav tyder det på at mer eller mindre all demping for

etasjeskilleren i denne oppgaven kommer fra materialdemping, hvilket indikerer at antagelsen om full komposittvirkning kan stemme godt. Som diskutert over angående innfestning av stålbjelker, ville også glidning mellom trekomponentene gi økt friksjon og energidissipasjon, ergo økt demping. Funn gjort av Labonnote m.fl. (2015) viser demping på 1,94 % for et komposittdekke med første egenfrekvens på 29,7 Hz, mens funn fra prosjektoppgaven ga demping på 1,54 % for et komposittdekke med første egenfrekvens på 22,7 Hz. For etasjeskilleren testet i denne oppgaven viste målinger fra 2020 og 2017 henholdsvis første egenfrekvens på 14,5 Hz med demping på 0,68 % og 14,7 Hz med demping på 0,75 %. Selv om gulvene benyttet av Labonnote hadde noen dimensjons- og materialmessige avvik fra gulvet evaluert i prosjektoppgaven, er spesielt disse gulvene interessante å sammenligne. Egenfrekvenser og dempingstall er nærmere hverandre for disse enn for gulvet bygget av Bjørge & Kristoffersen. Labonnote påpeker i sitt arbeid en trend i retning av at stivere oppførsel, derav høyere første egenfrekvens, også gir høyere demping. Labonnote m.fl. (2013) vurderer skjærdeformasjoner som en sannsynlig årsak til økt demping for høyere moder og for kortere spenn, hvilket også kan være årsak til høyere demping for tregulv der skjær er mer dominerende. Dette kan dermed forklare forskjellen i demping mellom gulvet evaluert i prosjektoppgaven og i denne avhandlingen.

5.4 Nedbøyningsforsøk og estimert bøyestivhet

Som nevnt i metodedelen av denne avhandlingen var det mest interessante med det statiske nedbøyningsforsøket å benytte pålastingsfasen til å beregne bøyestivheten. Spesielt fordi tidsserien av nedbøyninger vist i Figur 4-25 ikke synes å være troverdig på grunn av forskyvning som minket med tiden, ble ikke dette forsøket benyttet til annet enn å fastslå bøyestivhet. Det er derfor heller ikke interessant å diskutere dette forsøket videre som noe annet enn en måte å finne bøyestivhet på.

I delkapittel 3.3.1 beregnes den teoretiske bøyestivheten i langsgående retning for komposittdekket ($(EI)_{\infty}$) til å være $1,788 \cdot 10^{14}$ Nmm². Til sammenligning beregnes bøyestivhet basert på gjennomsnittsverdier fra eksperimentelt nedbøyningsforsøk, $(EI)_{L,eff}$, til å være $1,248 \cdot 10^{14}$ Nmm², hvilket kun utgjør 69,8 % av teoretisk bøyestivhet. Fra Tabell 5-6 ser man at bøyestivhetsverdier basert på metoden vist i delkapittel 3.3.3, $(EI)_{L,eff,hammer}$ og $(EI)_{L,eff,ANCO}$ samsvarer godt med nedbøyningsforsøket. Dynamisk forsøk med slaghammer gir bøyestivhet 1,8 % høyere enn det statiske forsøket, mens dynamisk forsøk med ANCO gir 2,9 % lavere bøyestivhet enn for statisk forsøk.

Tabell 5-6 Bøyestivhet beregnet fra egenfrekvensene observert under slaghammer-, ANCO- og nedbøyningsforsøk, Resultatene fra nedbøyningsforsøket er markert med en asterisk på grunn av at massestrinn 1, 2, 3 og 4 her avviker litt fra de tilsvarende massestrinnene benyttet under de dynamiske forsøkene.

Masse- trinn	$f_{n,1,hammer}$ [Hz]	$f_{n,1,ANCO}$ [Hz]	$(EI)_{L,eff,hammer}$ [Nmm ²]	$(EI)_{L,eff,ANCO}$ [Nmm ²]	$(EI)_{L,eff}^*$ [Nmm ²]
0	14,5	14,0	$1,225 \cdot 10^{14}$	$1,142 \cdot 10^{14}$	-
1	13,2	12,8	$1,264 \cdot 10^{14}$	$1,189 \cdot 10^{14}$	$1,262 \cdot 10^{14}$
2	12,3	12,1	$1,287 \cdot 10^{14}$	$1,246 \cdot 10^{14}$	$1,241 \cdot 10^{14}$
3	11,5	11,3	$1,285 \cdot 10^{14}$	$1,241 \cdot 10^{14}$	$1,246 \cdot 10^{14}$
4	10,9	10,7	$1,289 \cdot 10^{14}$	$1,243 \cdot 10^{14}$	$1,244 \cdot 10^{14}$
Gjennomsnitt			$1,270 \cdot 10^{14}$	$1,212 \cdot 10^{14}$	$1,248 \cdot 10^{14}$

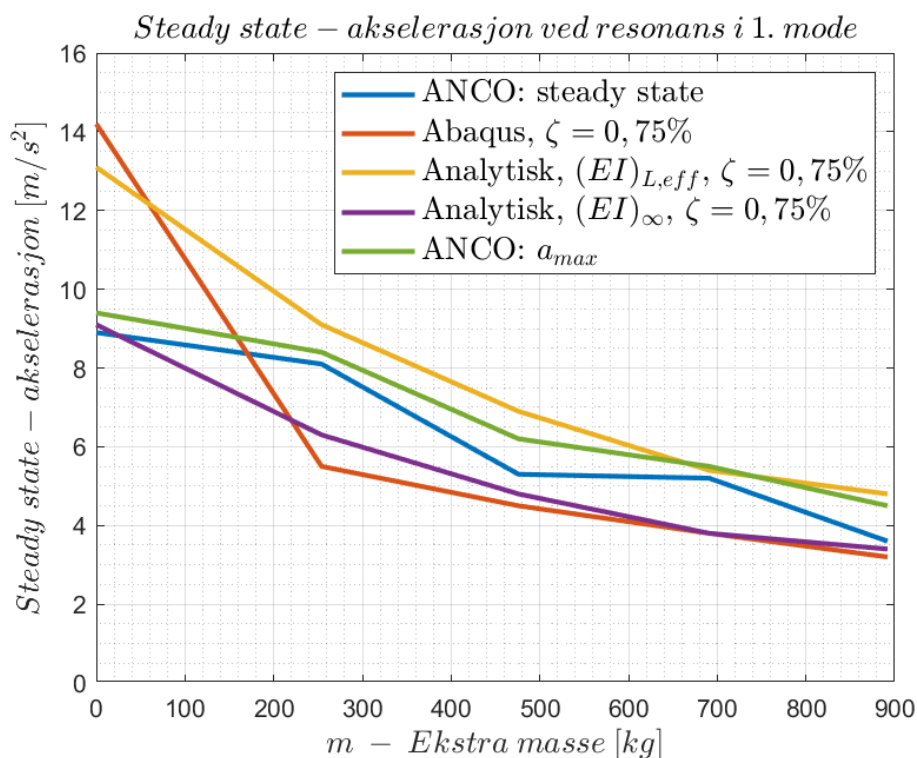
Fra Tabell 4-16 kan man se at nedbøyningene ved randbjelkene er mer eller mindre samsvarende, mens de konsekvent er noen få prosent større for dekkets midtpunkt. Dette tyder på at linjelasten har blitt omtrent jevnt fordelt over dekkets midtspenn. Fra den numeriske modellen kan man se den samme tendensen. Hvis man sammenligner nedbøyningsresultater for de ulike massetrinnene fra numerisk simulering og eksperimentelt forsøk, ser man at nedbøyningene konsekvent er noen prosent større for den numeriske modellen, eksempelvis 9,1 % for massetrinn 4. Basert på beregningsmodellen fra delkapittel 3.3.2 kan effektiv bøyestivhet i lengderetningen for numerisk modell $(EI)_{L,eff,Abaqus}$ beregnes til å være $1,140 \cdot 10^{14}$ Nmm², hvilket er 8,7 % lavere enn $(EI)_{L,eff}$ fra eksperimentelt forsøk.

Generelle trender for funnene viser at estimert bøyestivhet basert eksperimentelle forsøk gir godt samsvar, mens numerisk modell underestimerer bøyestivheten noe. Den rent teoretiske metoden overestimerer derimot bøyestivheten med rundt 40 %. En mulig forklaring er at antagelsen om fullt samvirke ikke stemmer, hvilket strider mot funn knyttet til demping som tidligere drøftet. En annen forklaring kan være at denne metoden tar utgangspunkt i at bøyning kun skjer om langsgående retning. Selv om bøyning i tverretning tidligere har blitt omtalt som nærmest neglisjerbar, bemerkes det at nedbøyningsforsøket viser en liten forskjell på nedbøyning ved randbjelker og ved dekkets midtpunkt. Hvis man ser nærmere på svingeformen fra den numeriske modellen vises også små bøyninger om tversgående akse for første mode. En annen faktor som kan spille inn er at beregninger for teoretisk bøyestivhet er basert på mål gitt av arbeidstegningene fra 2017. Da dekket ble målt våren 2020 ble det blant annet funnet at bjelkestegetene var 7 mm lavere enn det som ble målt i 2017. Beregningsmessig vil dette gi en lavere teoretisk bøyestivhet som nok samsvarer bedre med bøyestivheter fra eksperimentelle forsøk. Hvis man sammenligner gjennomsnittlig $(EI)_{L,eff}$ fra nedbøyningsforsøk gjort i 2020 og 2017, ga målingene fra 2017 en verdi på $1,310 \cdot 10^{14}$ Nmm², hvilket er ca. 5 % høyere enn bøyestivheten $(EI)_{L,eff}$ funnet i denne avhandlingen. Når det gjelder den rent teoretiske bøyestivheten bemerkes det at Bjørge & Kristoffersen har beregnet $(EI)_{\infty}$ til å være $1,6812 \cdot 10^{14}$ Nmm², der de har benyttet platetykkelser på 61 mm for bunnplate og 43 mm for topplate, i motsetning til 63 mm og 45 mm som ble oppgitt som reelle tykkelser. Årsaken bak dette er uviss, men mindre flenstykkelser vil gi mindre teoretisk bøyestivhet, hvilket er tilfellet når $(EI)_{\infty}$ fra 2020 og 2017 sammenlignes.

5.5 Bruksgrensetilstand og menneskelig aktivitet

Akselerasjonsamplituder ved resonans

Mennesker er særlig følsomme for akselerasjoner. Av den grunn er det i et bruksperspektiv særlig interessant å betrakte akselerasjonene som ble målt i laboratorieforsøkene. Her vil både målte akselerasjoner under forsøk med ANCO, modellerte amplituder av akselerasjon og akselerasjoner målt under menneskelig aktivitet vurderes.



Figur 5-9 Steady state-akselerasjonsamplitude plottet for alle massetrinn for ANCO (lastfrekvens $1,00 f_{n,1}$), Abaqus og analytisk løsning.

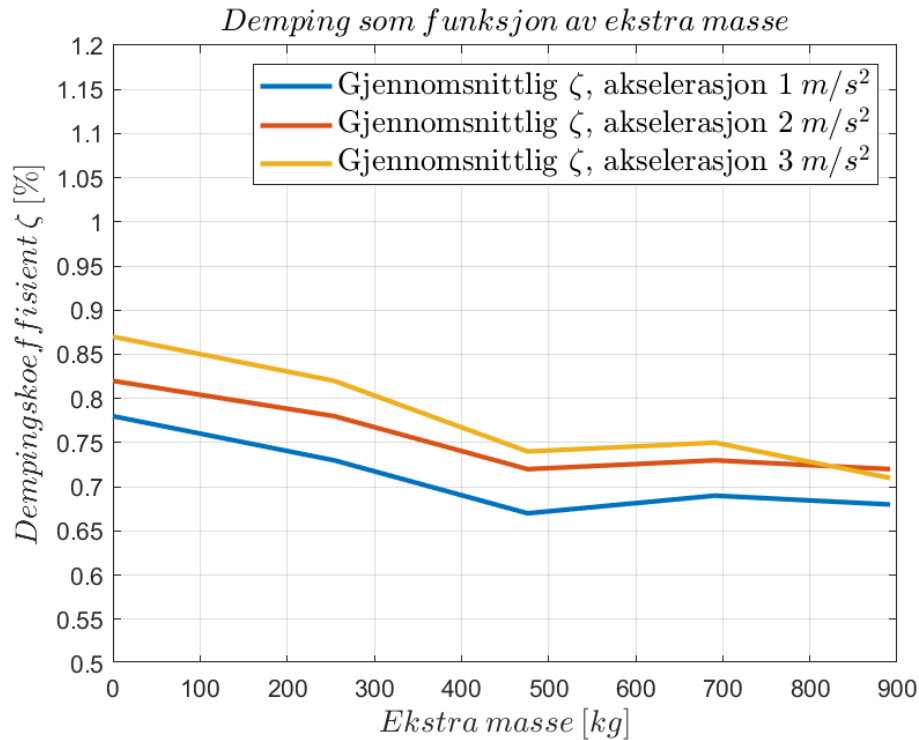
Figur 5-9 viser fire ulike akselerasjonsamplituder fra forsøk og beregninger med tvungne vibrasjoner. Amplitudene forbundet med ANCO avtar ikke uventet for økende masse. Likevel kan man observere at den gradvise avtagningen for amplituden ikke er jevn eller monoton. Dette kan muligens forklares ved at ANCO ble styrt manuelt, og at de presenterte steady state-amplitudene i figuren over ikke nødvendigvis er de amplitudene som samsvarer eksakt med resonans. Som omtalt tidligere innførte den manuelle styringen av lastfrekvensen til ANCO en

viss usikkerhet knyttet til om lastfrekvensen var nøyaktig lik egenfrekvensen til systemet. Dette var også grunnen til at maksimale akselerasjoner målt for hvert lasttrinn ble inkludert i figuren. Dersom de maksimale akselerasjonene hadde vist tydelig bedre samsvar med de andre modellene hadde dette vært en mulig indikasjon på at disse verdiene var de reelle steady state-amplitudene på resonans. Maksimalakselerasjonene plasserer seg nærmere den analytiske løsningen med $(EI)_{L,eff}$, men ikke i så stor grad at det kan konkluderes på noe vis.

Sammenlignet med funn i denne oppgaven fra forsøk med slaghammer er en dempingskoeffisient på 0,75 % et litt høyt estimat for dempingen til gulvet i første mode, men dette var blant de verdiene for demping som ble mer inngående undersøkt i steady state-analysen i Abaqus. Av den grunn ble $\zeta = 0,75 \%$ benyttet i de analytiske løsningene i Figur 5-9 for å gi et relevant sammenligningsgrunnlag. Dempingen i Abaqus-modellen ble lagt inn som Rayleigh-demping korresponderende til verdien av ζ . Om man betrakter samtlige massetrinn er analysen i Abaqus den metoden som gir størst avvik på akselerasjonsamplituden. Den analytiske løsningen tyder på å best modellere amplitudene, og er faktisk noe bedre for bøyestivheten tilsvarende fullt samvirke $((EI)_{\infty})$.

Menneskelig aktivitet

Forskjellige typer menneskelig aktivitet ga som vist i foregående kapittel forskjellige akselerasjonsamplituder. Siden menneskene som eksiterer gulvet selv tilfører demping til systemet (Smith, 2003) er det tvilsomt om det å beregne dempingsverdier fra tidsseriene av menneskelig aktivitet er veldig interessant. Dette ifølge Smith fordi man under dimensjonering av gulv burde konstruere gulv med tilstrekkelig demping også uten påvirkning fra mennesker. En måte å anslå demping under menneskelig aktivitet kan være å betrakte akselerasjonsavhengigheten til demping ved logaritmisk dekrement. Figur 5-10 viser dempingen for alle massetrinn for utvalgte verdier av akselerasjon. Som tidligere evaluert, synes det å være en svak masseavhengighet, og enda tydeligere amplitudeavhengighet. Tidsseriene av akselerasjon fra menneskelig aktivitet finnes i vedlegg D.4. Der kan man for eksempel se at en person i bestemt gange kan gi akselerasjoner opp til om lag 1 m/s^2 , mens en person som løper kan gi akselerasjoner opp til om lag 2 m/s^2 , begge på massetrinn 0.



Figur 5-10 Demping for forsøkene med massetrinn 0-4 plottet for utvalgte verdier av akselerasjon.

Basert på Figur 5-10 kan man anslå at ganglast fra en person vil gi i underkant av 0,80 % demping i første mode. Likedan kan lasten forbundet med løping bli dempet med en ζ mellom 0,80 og 0,85 %. Massetrinnene benyttet for å lage plottet over var statiske laster som var helt stasjonære, i motsetning til mennesker i aktivitet. Likevel kan det tenkes at ansamlinger av mennesker, som i sum tilfører betydelig masse til systemet, kan medføre at man også kan lese av dempingen i Figur 5-10 og samtidig ta høyde for den ekstra massen. Dette ved å bevege seg mot høyre i plottet over.

For forsøk ved rolig gange ble det i gjennomsnitt målt maksimale akselerasjoner på 0,24 m/s^2 . Bjørge & Kristoffersen målte til sammenligning maksimale vertikale akselerasjoner ved rolig gange (1,5 Hz) på 0,37 m/s^2 . Det ble oppgitt at testpersonen her veide 101,9 kg, mens det for forsøk i 2020 ble benyttet en person på ca. 70 kg. Hvis man ser på økning i akselerasjoner mot økning i masse, ser man akselerasjonene øker med 54 % ved økt masse på 46 %. Nøyaktig hvordan testpersonen beveget seg i 2017 sammenlignet med forsøk gjort i 2020 er uvisst, men man kan se en tydelig proporsjonal sammenheng mellom økt masse og økt akselerasjon for ganglast fra én person.

Antall personer som eksiterer gulvet har ikke uventet en innvirkning på amplitudene til akselerasjonen. Likevel tyder resultatene fra dette arbeidet på at typen aktivitet og intensiteten av denne har størst betydning for amplitudene. Evaluering av tidsseriene av menneskelig aktivitet med en og seks personer tyder ikke på at en seksdobling av antall personer medfører en seksdobling av akselerasjonsamplitudene når de to tidsseriene beskriver lignende aktiviteter. Ved å bedømme Figur 4-11, Figur 4-13 og Figur 4-15 kan man se at økningen fra en til seks personer ikke økte amplitudene med mer enn cirka 50 %. Flere personer ga et jevnere signal, og man kan tenke seg at amplitudene for store folkemengder er mer eller mindre konstante.

Vibrasjonskriterier

Hvis man vurderer funn i denne masteroppgaven mot vibrasjonskriteriet til Dolan m.fl. (1999) ser man at målte verdier for masstrinn 0 ligger midt mellom anbefalte minimumsverdier for første egenfrekvens ($f_{n,1}$) for henholdsvis bebodde (15 Hz) og ubebodde (14 Hz) gulv. I kriteriet er det presisert at undersøkelsen skal gjøres ved last på 45 MPa for lette gulv og 90 MPa for tunge gulv. Det er ikke blitt gjort spenningsberegninger i denne oppgaven, men det bemerkes at første egenfrekvens ligger lavere enn 14 Hz for masstrinn 1-4, og derfor kan vurderes til å ikke oppfylle Dolan m.fl. sitt vibrasjonskriterium. I vedlegg D.6 vises utregninger der etasjeskilleren med god margin tilfredsstillter Hu & Chui sitt kriterium der både første egenfrekvens og nedbøyning er inkludert i beregningene.

Ved eksperimentelle forsøk med menneskelig aktivitet for én person kan man fra Tabell 4-8 se at RMS-akselerasjoner lå i området 0,05 – 0,44 m/s² for rolig gange, bestemt gange og jogg. For løping ble det registrert RMS-akselerasjoner i området 0,49 – 0,58 m/s². Smith & Chui (1988) sitt kriterium sier at RMS-akselerasjoner skal være mindre enn 0,45 m/s², hvilket vil oppfylles for etasjeskilleren for alle nevnte aktiviteter bortsett fra løping. Toratti & Talja (2006) sitt kriterium omhandler RMS-akselerasjoner for en forsøksperson på 80 kg med gangfrekvens rundt 2 Hz, hvilket stemmer godt overens med metoden benyttet i eksperimentelle forsøk. Kriteriet gjelder imidlertid for gulv med første egenfrekvens lavere enn 10 Hz, hvilket ikke er tilfellet for etasjeskilleren som er testet her. Hvis man likevel vurderer etasjeskilleren opp mot kriteriet, ser man at forsøk med rolig gange gir RMS-akselerasjoner på 0,05 – 0,06 m/s², og vil i så måte tilfredsstillte Toratti & Talja sitt akselerasjonskriterium.

5.6 Vurdering av metoder benyttet

Prosedyrene benyttet og hvordan data ble innhentet er grundig forklart i kapittel 2.8. I dette delkapittelet vil pålitelighet, brukervennlighet og tidsbruk ved metodene evalueres. Her vil hovedfokuset være på slaghammer, ANCO og Abaqus. Til slutt presenteres kortfattet kronologien for det eksperimentelle arbeidet, samt en anbefalt kronologi dersom forsøkene skulle blitt gjennomført på nytt.

Slaghammer viste seg som et effektivt og tilsynelatende pålitelig hjelpemiddel for å finne egenfrekvenser og demping. Ett forsøk med slaghammeren på gulvet bygget av Bjørge & Kristoffersen tilsvarte 150 slag og 35 minutters varighet, ekskludert rigging av utstyr. Med en enkel Abaqus-modell ble modene kartlagt slik at akselerometeret ikke ble plassert i nullpunktene til noen av de lavere modene. Dette fungerte som ønsket, og resulterte i at kun ett forsøk med hammeren var nødvendig for å fastslå alle moder under 50 Hz med rimelig nøyaktighet for alle massestrinn. Kvaliteten på løsningen fra slaghammer synes også avhengig av objektet som testes. Resultatene fra gulvet evaluert i prosjektoppgaven var mer variable, og inneholdt færre tydelige moder enn gulvet evaluert i masteroppgaven. Dette kan tyde på at god kvalitet på slaghammerløsningen forutsetter et tilstrekkelig fleksibelt gulv. Hva som er et tilstrekkelig fleksibelt gulv drøftes ikke videre. Med *Modal hammer for dummies* (Labonnote & Nesheim, 2012, 2018) tilgjengelig og en til dels brukervennlig og selvforklarende programvare i Record Impact Testing FRF og Modal Parameter Identification var ikke prosedyren for slaghammer vanskelig å lære.

Dokumentasjonen tilhørende ANCO-vibratoren var ikke like omfattende. Samtidig krevde disse forsøkene bruk av ekstern programvare (Catman) og flere enheter for signalprosessering. Alt dette til sammen gjorde at å gjøre forsøk med ANCO fikk en høyere brukerterskel. Etter nødvendig opplæring var likevel ANCO en tidseffektiv måte å hente inn data på. Med ANCO kunne en komplett tidsserie som inneholdt både last og respons, samt steady state-akselerasjoner og en fase med avtagende akselerasjonsamplituder produseres i løpet av kun to minutter. Derfor var det nesten ikke en øvre grense for hvor mange tidsserier og hvor mye data man kunne generere med denne. Den konfigurasjonen av ANCO som ble benyttet i denne

avhandlingen ga for eksempel lastamplitude på omkring 200 N ved resonans på massetrinn 0. Sammenlignet med vekten til en voksen person er dette en beskjeden kraft. Siden lastamplituden er frekvensavhengig var det spesielt krevende å få gode tidsserier av respons som ikke ble dominert av støy for lastfrekvenser lavere enn resonans. Ved belastning på resonans ble det målt akselerasjoner sammenlignbare med de for intens menneskelig aktivitet, hvor støyet var neglisjerbart i forhold til signalet fra responsen. På bakgrunn av dette arbeidet anbefales det derfor primært å benytte ANCO for belastninger rundt resonans. At ANCO tilsynelatende ga et litt lavt anslag for første egenfrekvens er tidligere diskutert.

Å lage tidsserier av menneskelig aktivitet var trivielt etter forsøkene med ANCO, fordi dette benyttet nøyaktig samme konfigurasjon av måleutstyr. Den eneste forskjellen var at for menneskelig aktivitet var ikke ANCO i operasjon. Lastamplitudene fra menneskelig aktivitet ble generelt større utenfor resonans enn for ANCO, og ga tydelige responssignaler også på lave frekvenser. Av denne grunn viste menneskelig aktivitet seg å være en pålitelig og veldig simpel måte for å bestemme egenfrekvensene. Med en annen akselerometerplassering er det grunn til å tro at menneskelig aktivitet kunne blitt benyttet til å identifisere alle modene som ble identifisert med slaghammer. Tidsseriene fra løp, rolig og bestemt gange og jogg tok ikke mer enn en halvtime å utføre til sammen og krevde minimalt med planlegging. Om det ikke er viktig å finne dempingstallet er dette en simpel og sannsynligvis presis måte for å identifisere egenfrekvenser. At alle tidsseriene med én person ble utført av den samme personen ga et fint sammenligningsgrunnlag mellom aktivitetene, spesielt med tanke på akselerasjonsamplitudene.

Nedbøyningsforsøket ga verdifulle tall i form av effektiv bøyestivhet, men hadde utover dette ikke noe større bidrag til denne avhandlingen. Forsøket i seg selv var rimelig enkelt å sette opp og gjennomføre, spesielt med forkunnskaper om dataprogrammet Catman. Tidsseriene av nedbøyning over et døgn kunne vært benyttet til å beregne kryp, men defekter ved tidsseriene gjorde slike beregninger uaktuelle. Hvorfor nedbøyningene på et tidspunkt under konstant last minket synkront vites ikke, men det kan ha hatt noe å gjøre med traverskranen i laboratoriet. Denne hang over forsøksriggen, og massetrinn 4 var delvis forbundet til kranen, men med slakke stropper. Om stålwirene under kranen på noe tidspunkt strammet seg til kan dette ha hatt en avlastende effekt på gulvet.

Abaqus er har en viss brukerterskel, men begge forfatterne bak denne avhandlingen hadde en viss erfaring med dette fra før. De innledende Abaqus-modellene ble modellert på enklest mulig vis med skallelementer og så få elementer som mulig. Dette for å begrense beregningstiden. De enkleste modellene klarte i stor grad å gjenskape riktige egenfrekvenser for de lavere modene. Dette viser at det tilsynelatende ikke er nødvendig å lage avanserte modeller med volumelementer for å simulere slike gulv i bevegelse. Massepåføringen krevde vurderinger angående hvordan man skulle påføre massen så lasten fordelte seg likt som i virkeligheten. Dette krevde mer omfattende modellering, noe som tok mye tid og fokus under arbeidet. Det samme kan sies om steady state-simuleringer med ulike dempingskoeffisienter for alle massetrinn. Med forholdsvis realistiske resultater var dette likevel verdt arbeidet.

Forslag til øvrige forbedringer

I bygninger er det svært sjeldent at gulv ligger fritt opplagt uten noen form for innfestning til vegg eller søyle. I forsøket ble gulvet lagt opp på stålhemisfærer, uten noen form for fastholdning. Stivheten til stål er betydelig større enn stivheten til tre. Dette gjør at man kan anta at oppleggene har uendelig stivhet, og dermed tilfredsstillende antagelse for fritt opplegg. Dermed er all fleksibilitet i systemet i gulvet selv, og det kan også være rimelig å anta at tilnærmet all demping vil oppstå i gulvet. Det vil imidlertid anbefales å konstruere en form for fastholdning til stålopplegg ved eventuell videre forskning. Ved eksistering av gulvet med ANCO på massetrinn 0 ble det lagt merke til lyder fra vibrasjoner som kunne tyde på at gulvet vibrerte noe på oppleggene. Det kan ikke utelukkes at dette også har skjedd ved bruk av Slaghammer. Enkelte animasjoner ved bruk av Slaghammer viser et gulv som også har små forskyvninger ved opplegg.

Tabell 5-7 på neste side viser forslag til kronologi i forsøkene, samt andre små forbedringer, dersom arbeidet med denne avhandlingen skulle vært gjort på nytt.

Tabell 5-7 Utført og anbefalt rekkefølge for eksperimentelt arbeid.**Eksperimentelt arbeid**

Utført rekkefølge	Anbefalt rekkefølge
1. Analytiske beregninger av egenfrekvenser med $(EI)_{\infty}$.	1. Statisk nedbøyningsforsøk for å fastslå $(EI)_{L,eff}$. Beregne analytiske egenfrekvenser.
2. Enkel Abaqus-modell for å bestemme moder og få et estimat for egenfrekvenser.	2. Enkel Abaqus-modell for å bestemme moder og få et estimat for egenfrekvenser.
3. For alle massestrinn 0-4: I. Forsøk med slaghammer. II. 10 tidsserier av akselerasjon med ANCO.	3. Forsøk med menneskelig aktivitet. 4. Steady state-analyse med avansert Abaqus-modell.
4. Statisk nedbøyningsforsøk.	5. For alle massestrinn 0-4: I. Forsøk med slaghammer. II. Tidsserier av akselerasjon med ANCO.
5. Forsøk med menneskelig aktivitet.	i. Kjøres mot egenfrekvens både ovenfra og nedenfra. ii. Kjøre på jevn økning gjennom hele forsøk, uten en forhånds-definert lastfrekvens.
6. Beregning av demping ved logaritmisk dekrement for lastfrekvens $1,00 f_{n,1}$.	6. Beregning av demping ved logaritmisk dekrement for lastfrekvens $1,00 f_{n,1}$.
7. Steady state-analyse med avansert Abaqus-modell.	7. Beregning av demping basert på FRF for ANCO-forsøk (for alle lastfrekvenser).
8. Beregning av demping basert på FRF for ANCO-forsøk (for alle lastfrekvenser).	

I hvilken grad resultatene som ble funnet var farget av forfatterens egne oppfatninger er i liten grad diskutert. Flere av metodene som ble benyttet har ikke store muligheter for spesielle tilpasninger, og kan antas å gi troverdige og universelle resultater. Slaghammeren tillater ikke mange andre tilpasninger enn en justering av nøyaktigheten gjennom valg av antall punkter i rutenettet. Abaqus-resultatene ville sannsynligvis blitt forkastet om de ikke fremsto som troverdige, men også her var de fleste valgmuligheter i retning av mer eller mindre nøyaktighet i modellen. Med ANCO-forsøkene var det annerledes. Dette fordi det her ble laget egne prosedyrer for beregning av dempingstall, med stor frihet hos den som skrev kodene. Da er det ikke umulig at valgene som ble tatt ble farget av et ønske om få resultater som lignet det man tidligere hadde funnet. Likevel fremstår resultatene som konsistente og troverdige.

6 Oppsummering og konklusjoner

Som et bidrag til forskningsprosjektet DynaTTB har hensikten med denne masteroppgaven vært å evaluere dynamiske egenskaper til et trebasert komposittdekk gjennom eksperimentelle forsøk. Arbeidsprosessen kan overordnet deles inn i tre faser. Første fase gikk ut på å gjennomføre eksperimentelt arbeid og hente ut måledata fra ulike forsøk. Her ble etasjeskilleren eksitert med både slaghammer, ANCO og menneskelig aktivitet. Eksitasjonen ble målt med akselerometer. Det ble også utført et nedbøyningsforsøk for å bestemme dekkets langsgående bøyestivhet. I andre fase ble måledata fra de eksperimentelle laboratorieforsøkene analysert i den matematiske programvaren MATLAB. Det ble utviklet ulike program for å kunne evaluere dekkets dynamiske egenskaper. I tillegg ble det utviklet en detaljert numerisk modell der omfattende dynamiske analyser ble gjennomført for å kunne vurdere hvor godt virkeligheten kan representeres ved numeriske simuleringer. Dette ble gjort med den elementmetodebaserte programvaren Abaqus/CAE, der skallelementer av typen S4R ble benyttet i modelleringen. Tredje fase gikk ut på å presentere funn fra de foregående fasene, og diskutere disse for seg selv og opp mot hverandre. Funn fra denne avhandlingen ble også vurdert opp mot tidligere funn fra lignende arbeid.

6.1 Konklusjoner

Basert på funn fra arbeidets tredje fase er det formulert et sett med konklusjoner knyttet til komposittdekkets dynamiske egenskaper generelt, samt dekkets egenskaper sett i forhold til lignende trebaserte komposittdekker og eksisterende vibrasjonskriterier. I det følgende er hovedfunn fra avhandlingen listet opp som kulepunkter.

- Komposittdekkets egenfrekvenser og tilhørende dempingskoeffisient er tilnærmet uendret siden det ble bygget for tre år siden.
- Dekkets tverrsnittshøyde har krympet med ca. 8 mm etter tre års oppbevaring ved normalt inn klima i laboratoriet. Dekkets bøyestivhet har minket med om lag 5 % etter tre år.
- Høyere lastamplitude under dynamiske forsøk gir tydeligere tidsserier av respons som er mindre dominert av støy.

- I ubelastet tilstand ligger komposittdekkets første og andre egenfrekvens på 14,5 Hz og 21,7 Hz.
- Andre egenfrekvens ligger omtrent 50 % høyere enn første egenfrekvens, og sammenfall av moder vil derfor ikke skje.
- For svingemoder, både tversgående og langsgående, der ekstra masse er plassert i infleksjonspunkt, er endringen i egenfrekvens neglisjerbar.
- For svingemoder der ekstra masse er plassert et vilkårlig sted som ikke sammenfaller med infleksjonspunkt, vil egenfrekvenser minke ved massepåføring.
- For komposittgulv av tre vil høyere moder gi økt demping.
- For dempede frie vibrasjoner ved første egenfrekvens gir påført masse, og dermed senket egenfrekvens, noe lavere demping.
- For svingemoder, både tversgående og langsgående, der ekstra masse er plassert i infleksjonspunkt, vil demping øke ved økende ekstra masse påført.
- For svingemoder der ekstra masse er plassert et vilkårlig sted som ikke sammenfaller med infleksjonspunkt, vil ikke demping påvirkes nevneverdig av størrelsen på ekstra masse påført.
- For et komposittdekke som i denne avhandlingen gir de tre eksperimentelle analysemetodene (Slaghammer, HPBM og logaritmisk dekrement) sammenlignbare verdier for dempingskoeffisient i første mode.
- Abaqus-modell med fullt samvirke mellom alle konstruksjonsdeler kan egne seg godt for evaluering av første og andre egenfrekvens på trebaserte komposittdekker der lengden er stor i forhold til bredden og tverrsnittshøyden, og sammenføyninger er limt og skrudd.
- Analytisk beregning av første egenfrekvens kalibrert med bøyestivhet fra nedbøyningsforsøk samsvarer godt med funn fra eksperimentelle forsøk og numeriske simuleringer.
- Demping har noe amplitudeavhengighet ved harmonisk belastning, der høyere akselerasjoner gir økt demping.
- Dempingskoeffisienten til komposittdekket ligger rundt 0,7 % for første mode.

- Dempingsbidraget for første mode domineres av materialdemping.
- Ved menneskelige aktiviteter gir mer energiske aktiviteter høyere akselerasjoner.
- Akselerasjoner er mer avhengige av typen menneskelig aktivitet enn av antall personer som utfører aktiviteten. Akselerasjonene øker med økt antall personer på gulvet, men økningen er ikke proporsjonal med økningen i antall personer. For samme aktivitet gir seks personer amplituder som er vesentlig mindre enn seks ganger amplituden til én person.
- For trebaserte komposittdykker kan autospektrum av målinger med akselerometer ved vanlige menneskeinduserte laster gi et godt estimat for egenfrekvenser, og vurderes som en effektiv måte å gjøre dynamiske forsøk på tregulv.
- Komposittdekket befinner seg på grensen når det gjelder ytelse i henhold til utvalgte kriterier for første egenfrekvens og RMS-akselerasjoner.

6.2 Vurdering av arbeidet

Denne masteroppgaven inngikk opprinnelig som del av arbeidspakke 2 (WP2) i DynaTTB, der hovedmålet med WP2 er laboratoriebaset eksperimentell bestemmelse av dynamisk respons hos enkeltkomponenter, forbindelser og sammensatte konstruksjonsdeler. Avhandlingens hovedvekt lå derfor på å evaluere dynamiske egenskaper gjennom eksperimentelt laboratoriarbeid. Da COVID-19-situasjonen oppsto førte dette til at masteroppgavens bidrag til DynaTTB ble mer todelt; en eksperimentell del, og en del der numeriske simuleringer, samt prosessering av måledata ble vektlagt. Den sistnevnte delen av masteroppgaven falt også inn under DynaTTB sin arbeidspakke 4 (WP4) som omhandler detaljert modellering av dynamiske egenskaper.

Totalopplevelsen av arbeidet med masteroppgaven er at gjennomføringen har gått nesten som ønsket uten å møte på store problemer. Arbeidet har gitt nyttige funn både til DynaTTB og for videre arbeid innen dynamikk knyttet til trekonstruksjoner. Det nyskapende ved denne masteroppgaven er at det har blitt benyttet hele fire ulike metoder for empirisk bestemmelse av dynamiske egenskaper. På bakgrunn av dette har det blitt foreslått en effektiv fremgangsmåte

for å evaluere dempingskoeffisient og egenfrekvenser basert på de ulike eksperimentelle metodene.

6.3 Forslag til videre arbeid

Utvalgte forslag til videre arbeid er listet som kulepunkter under.

- I denne masteroppgaven ble første egenfrekvens funnet ved å påføre etasjeskilleren ulike menneskeinduserte laster. For videre arbeid foreslås det å benytte en metode kalt «Operational Modal Analysis» ved lignende eksperimentelle forsøk for å evaluere dempingskoeffisienter i tillegg til egenfrekvensene. Denne metoden trenger ikke en kjent last. Videre kan eventuelle funn sammenlignes med resultater fra forsøk med slaghammer for å se om metoden er egnet for trebaserte komposittdekker.
- I denne masteroppgaven var det i utgangspunktet tenkt at det skulle benyttes samme prosedyre som for det trebaserte komposittdekket for å evaluere et sett med ulike elementer av krysslåst tre (CLT). For videre arbeid foreslås det å gjennomføre eksperimentell evaluering av dynamiske egenskaper for krysslåst tre, der foreslått rekkefølge for eksperimentelt arbeid følges.
- I denne masteroppgaven ble dempingskoeffisient for komposittdekket evaluert. For videre arbeid foreslås det å forsøke å lage en justert massedemper (TMD) basert på kommersielle produkter som mineralull, samt masse i form av sandsekker eller lignende. Dette kan for eksempel legges inne i dekket på nedre flens, og kan muligens gi trebaserte komposittdekker bedre dempingsegenskaper.
- Bjørge & Kristoffersen foreslo i sin avhandling videre undersøkelse av gulvets akustiske egenskaper. Verken Bjørge & Kristoffersen eller denne avhandlingen utførte akustiske forsøk eller analyser. Forfatterne av denne avhandlingen stiller seg bak dette forslaget, da akustisk ytelse utgjør en vesentlig del av en bruksgrensevurdering som ikke er vurdert her eller i tidligere arbeid med dette gulvet.

Referanser

- Abaqus/CAE. (2019). Hentet fra Abaqus Analysis User's Guide: <http://wufengyun.com/v6.14/books/usb/default.htm?startat=pt05ch22s02abm03.html>
- ANCO Engineers, Inc. (2010). Operating manual for the MK-102 eccentric mass vibrator system. Boulder, Colorado, USA: ANCO Engineers, Inc.
- Bell, K. (2014). *An engineering approach to Finite Element Analysis of linear structural mechanics problems*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Bell, K. (2015). I K. Bell, *Konstruksjonsmekanikk Del II Fasthetslære* (s. 416). Bergen: Fagbokforlaget.
- Bell, K. (2017). *Dimensjonering av Trekonstruksjoner*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Bjerve, J., & Sagerud, E. (2019). *Dynamisk analyse av limtrebjelke og etasjeskiller i tre, herunder fastsettelse av dempingskoeffisient, egenfrekvenser og egenmoder*. Trondheim: Institutt for Konstruksjonsteknikk, NTNU.
- Bjørge, H., & Kristoffersen, T. (2017). *Conceptual study of wooden composite floors with possibility of rigid attachment to glulam columns*. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology.
- Brüel & Kjær. (2020, Mai 26.). *Type 8210: Brüel & Kjær*. Hentet fra Brüel & Kjær: <https://www.bksv.com/en/products/transducers/vibration/Vibration-transducers/impact-hammers/8210>
- CEN. (2008). *NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010. Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. European Committee for Standardisation.
- CEN. (2009). *NS-EN 14279:2004+A1:2009 LVL-virke - Definisjoner, klassifisering og spesifikasjoner*.
- CEN. (2013). *NS-EN 14080:2013+NA:2016: Trekonstruksjoner - Limtre og limt laminert heltre - Krav*. European Committee for Standardisation.

- CEN. (2016). *NS-EN 14080:2013+NA:2016 Trekonstruksjoner - Limtre og limt laminert heltre - Krav.*
- Chopra, A. K. (2012). *Dynamics of Structures*. Upper Saddle River: Prentice Hall.
- Chopra, A. K., & McKenna, F. (2015, September 17). Earthquake Engineering & Structural Dynamics. *Modeling viscous damping in nonlinear response history analysis of buildings for earthquake excitation*, s. 19.
- Dolan, J. D., Murray, T. M., Johnson, J. R., Runte, D., & Shue, B. C. (1999). Preventing Annoying Wood Floor Vibrations. I *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125, No. 1 (ss. 19-24).
- DynaTTB. (2019). *DynaTTB Dynamic Response of Tall Timber Buildings under Service Load*. Hentet fra <https://www.dynattb.com/partners/>
- Flatland, R. (2007, September). Tradisjonsbasert trebruk. *Treteknisk - Fokus på tre*, 8. Hentet fra <http://reteknisk.no/resources/filer/publikasjoner/fokus-pa-tre/Fokus-nr-41.pdf>
- Fossdal, S. (1995). *Energi- og miljøregnskap for bygg: Fremstilling av byggematerialer, regnskap for boliger og kontorbygg*. Oslo: Norges Byggforskningsinstitutt.
- Grytting, H., & Sæle, E. D. (2015). *Aksial- og tverrbelastede gjengestenger i trekonstruksjoner*. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
- Hansen, H. (1958). *Nedbøyning av trebjelkelag*. Oslo: Norges Byggforskningsinstitutt NBI, Rapport No. 26.
- HBM. (2020, Mai 27.). *Catman DAQ software: HBM*. Hentet fra HBM: <https://www.hbm.com/en/2290/catman-data-acquisition-software/>
- Homb, A. (2007). Prosjektrapport 8: Kriterier for opplevde vibrasjoner i etasjeskillere. I *Comfort properties of timber floor constructions*. Oslo: SINTEF Byggforsk.
- Hu, L. J., & Chui, Y. H. (2004). Development of a Design method to Control Vibrations Induced by Normal Walking Action in Wood-Based Floors. *Proceedings WCTE 2004; 8th World Conference on Timber Engineering*, 1001-1006.
- Johansson, M. (2016). Chapter 2: Structural properties of sawn timber and engineered wood products. I S. F. Federation, *Design of timber structures - Structural aspects of timber construction. Volum 1*. Stockholm: Swedish Wood.

- Karlberg, V. (2017). *Dynamic analysis of high-rise timber buildings*. Luleå: Luleå University of Technology.
- Kistler. (2020, Mai 26.). Hentet fra Kistler: <https://www.kistler.com/?type=669&fid=548&model=download>
- Kistler. (2020, Mai 27.). Hentet fra Kistler: <https://www.kistler.com/?type=669&fid=112182&model=document&callee=frontend>
- Labonnote, N. (2012). *Damping in Timber Structures*. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
- Labonnote, N., & Nesheim, S. (2012, 2018). *Modal hammer for dummies - version 1.2*. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
- Labonnote, N., Rönquist, A., & Malo, K. A. (2013). Experimental evaluations of material damping in timber beams of structural dimensions. *Wood Science and Technology*.
- Labonnote, N., Rönquist, A., & Malo, K. A. (2015). Prediction of material damping in timber floors, and subsequent evaluation of structural damping. *Materials and Structures*, ss. 1965-1975.
- Larsen, P. K. (2015). *Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 2.utgave*. Bergen: Fagbokforlaget.
- MathWorks. (2020, Mai 19). *MathWorks*. Hentet fra Help Center - Documentation - Bandpass: <https://se.mathworks.com/help/signal/ref/bandpass.html>
- MathWorks. (2020, Mai 23.). *MathWorks*. Hentet fra Help Center - Documentation - Fit: <https://se.mathworks.com/help/curvefit/fit.html>
- Mo, S. S. (2018). *Modellering med elementmetoden av trebaserte dekker for lange spenn*. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet - NTNU.
- Munjal, M. L. (2013). *Noise And Vibration Control*. India: World Scientific / Indian Inst Of Science.
- National Instruments. (2020, Mai 26.). *LabVIEW: National Instruments*. Hentet fra National Instruments: <https://www.ni.com/en-no/shop/labview.html>
- Newland, D. E. (2005). *An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis*. Mineola: Dover Publications, Inc.

- Norlin, B. (2016). Chapter 5: Composite timber elements. I S. F. Federation, *Design of timber structures - Structural aspects of timber construction. Volum 1*. Stockholm: Swedish Wood.
- NRC. (1995). *Commentary A: Serviceability criteria for deflections and vibrations*. Ottawa: User's guide - National Building Code of Canada 1995 Structural Commentaries (part 4).
- NTNU. (2020). *Forskning trekonstruksjoner*. Hentet fra <https://www.ntnu.no/kt/forskning/tre>
- Paultre, P. (2010). Measurement of Damping. I P. Paultre, *Dynamics of Structures* (ss. 123-139). Somerset: John Wiley & Sons, Incorporated.
- Rönnquist, A. (2019). TKT4201 Structural Dynamics Lecture 14/15, Natural Modes – orthogonality, Dynamic response by superpositioning, Modal analysis. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet.
- Rönnquist, A. (2019). TKT4201 Structural Dynamics Lecture 4, Damped response to harmonic load. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet.
- Rönnquist, A. (2019). TKT4201 Structural Dynamics Lecture 5, Summary of SDOF dynamic response, Free vibration/harmonic load/undamped/damped, Resonant response. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet.
- Rönnquist, A. (2019). TKT4201 Structural Dynamics Lecture 7, Generalized degree-of-freedom. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet.
- Smith, I. (2003). Vibration of Timber Floors: Serviceability Aspects. I S. Thelandersson, & H. J. Larsen, *Timber Engineering* (ss. 241-266). Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Smith, I., & Chui, Y. H. (1988). Design of light-weight wooden floors to avoid human discomfort. I *Canadian J. Civil Engineering* (ss. 254-262).
- Solli, K. H., & Glasø, G. (2011). Trebaserte konstruksjonselementer. *Treteknisk - Fokus på tre*, 8.
- Solli, K. H., & Glasø, G. (2011). Trebaserte plater. *Treteknisk - Fokus på tre*, 8.
- Stamatopoulos, H. (2019). *TKT4212 Timber Structures 2. Lecture: Components and assemblies*. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.

- Stamatopoulos, H. (2020). *TKT4212: Timber Structures 2. Lecture: Seismic Design*. Trondheim: Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.
- Støvneng, J. A. (2009, Februar 14.). *Store norske leksikon*. Hentet fra logaritmisk dekrement: https://snl.no/logaritmisk_dekrement
- Trustochowicz, G. (2011). *Stabilising system for multi-storey beam and post timber buildings*. Luleå: Luleå University of Technology, Department of Civil, Mining and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering.
- Toratti, T., & Talja, A. (2006). Classification of Human Induced Floor Vibrations. I *Building Acoustics. Volume 13 No. 3* (ss. 229-239).
- VTT, Expert Services Limited. (2004). *Structural laminated veneer lumber: Kerto-Q and Kerto-S: Certificate NO. 184/06*. Metsaliitto Cooperative.
- Wheeler, J. E. (1982). *Prediction and control of pedestrian-induced vibration in footbridges*. Journal of the structural division.

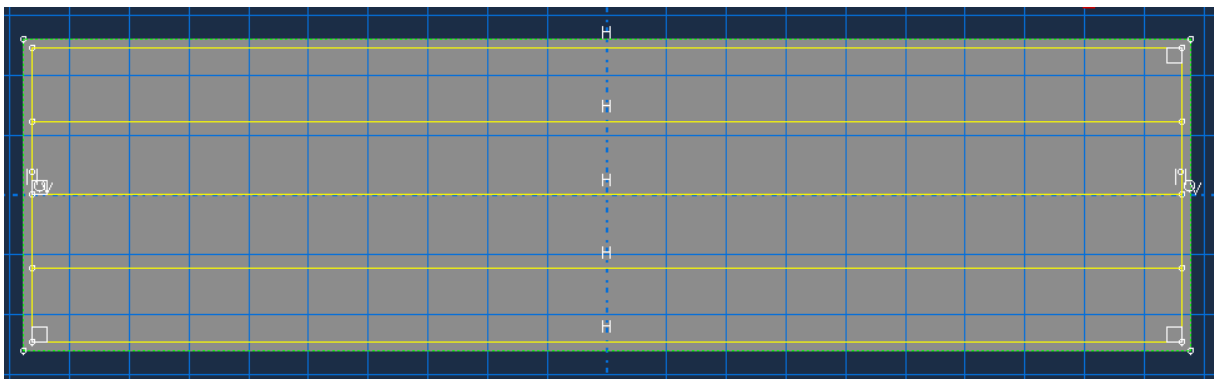
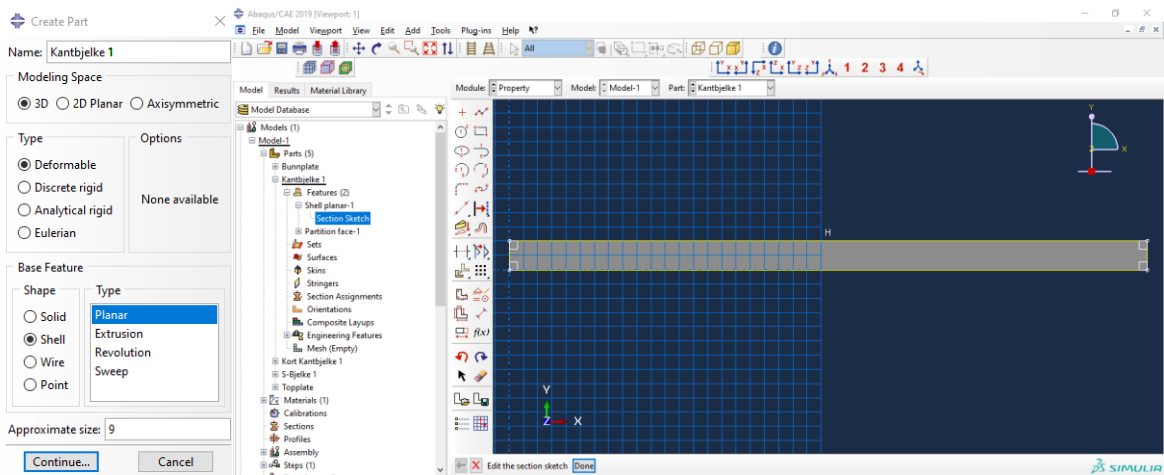
Vedlegg

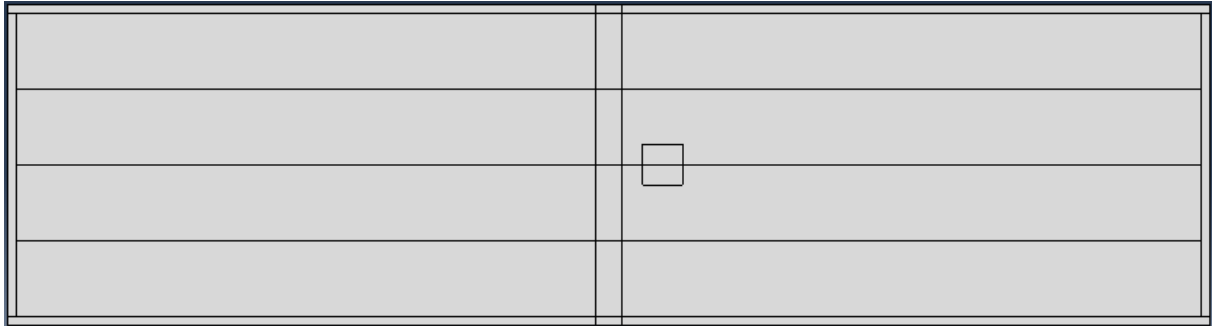
A Abaqus

I det påfølgende er det beskrevet en detaljert prosedyre for modellering i Abaqus.

A.1 Definisjon av ulike komponenter

En komponent opprettes ved å dobbeltklikke på *parts* i *modelltreet* på venstre side av skjermen. Deretter dukker et *create part*-vindu opp. Her velges *3D*, *deformable*, *shell*, *planar*. Til slutt tegnes omrisset av ønsket komponent. For å forenkle senere prosess med sammenstilling av modellen og uthenting av resultater, kan det lønne seg å lage partisjoner på topp- og bunnplate der bjelke-komponentene skal festes, samt der eventuelle laster skal påføres, opplagere skal være og måledata skal uthentes, som vist under. Dette gjøres ved å trykke på *partition face* på verktøylinjen til venstre for tegne-området, og kan gjøres på de ulike delene før sammenstilling av modell, eller i den sammensatte modellen senere.





Figuren viser hvordan man kan dele opp en konstruksjonsdel for å enklere kunne påføre f.eks. laster og opplegg.

A.2 Definisjon av materialer

Det er nødvendig å definere materialer som skal tilknyttes de ulike konstruksjonsdelene. Her er *Density* og *Elastic* → *Engineering constants* valgt for å gi materialene riktige egenskaper når det gjelder densitet, E- og G-moduler og tverrkontraksjonstall ν .

Edit Material

Name: GL30c

Description:

Material Behaviors

- Density
- Elastic
- Damping

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Density

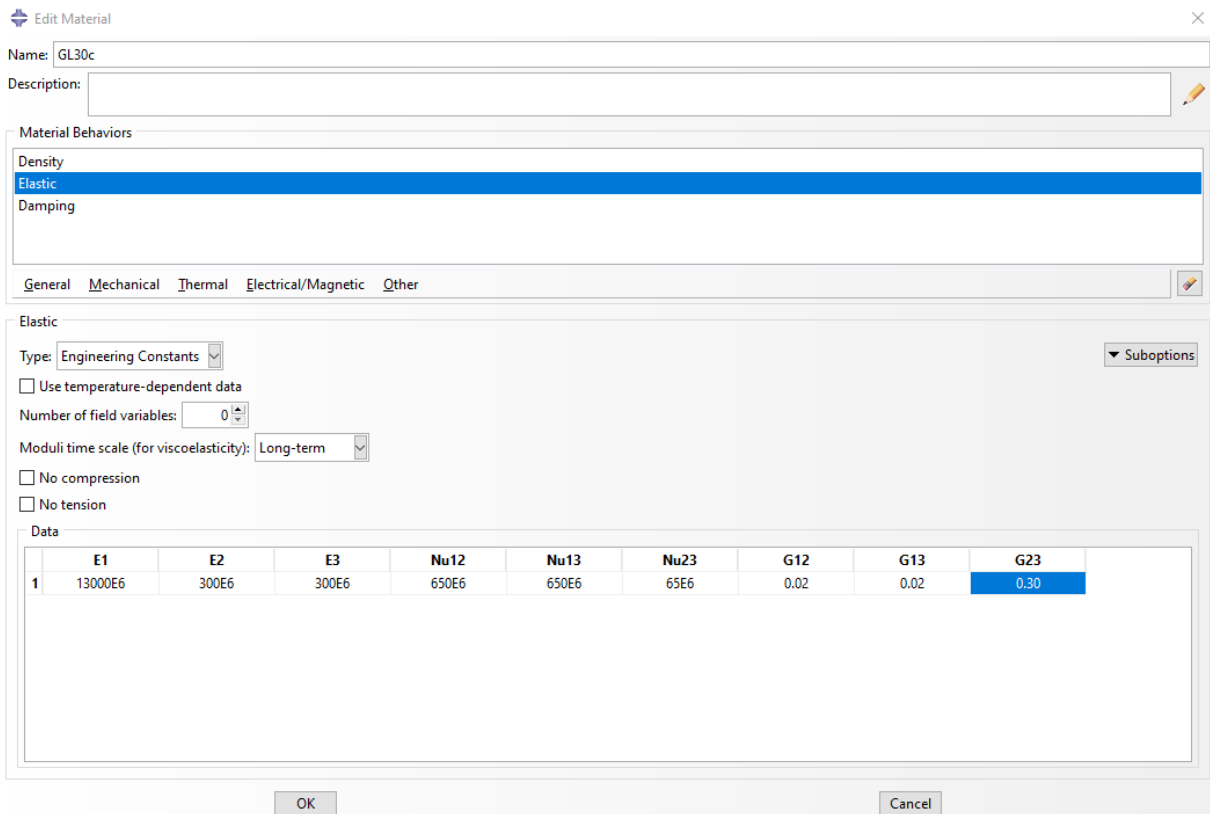
Distribution: Uniform

Use temperature-dependent data

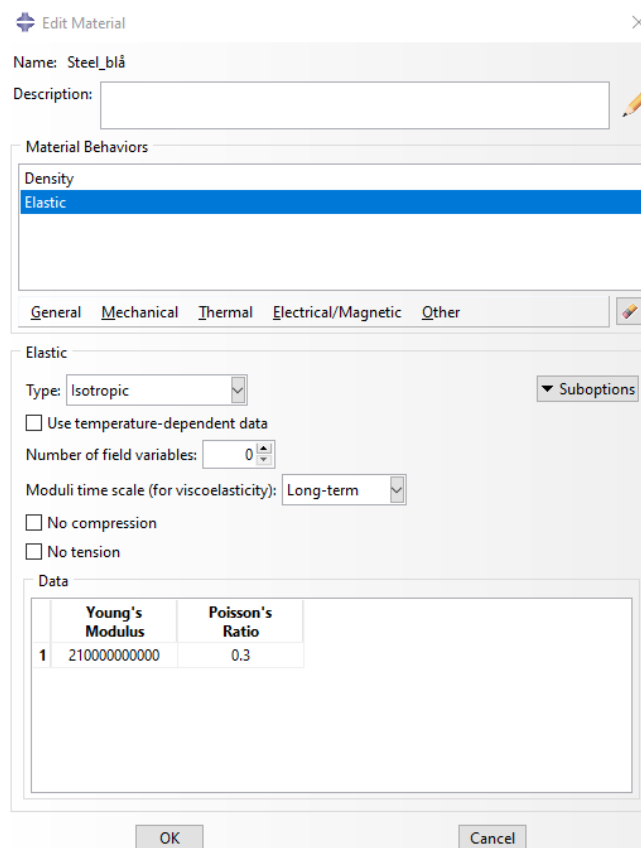
Number of field variables: 0

	Mass Density
1	430

OK Cancel

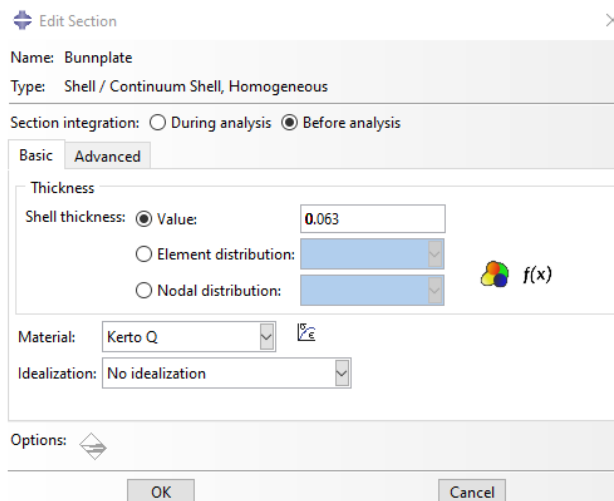
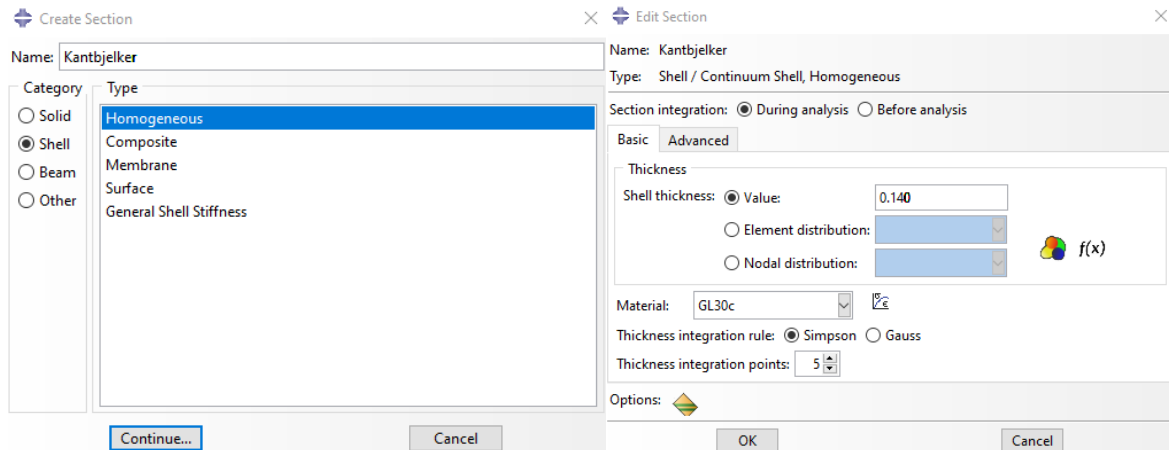


For stålbjelkene er det benyttet *Elastic* → *Isotropic* for å tilegne bjelkene ønskede egenskaper, som vist under.



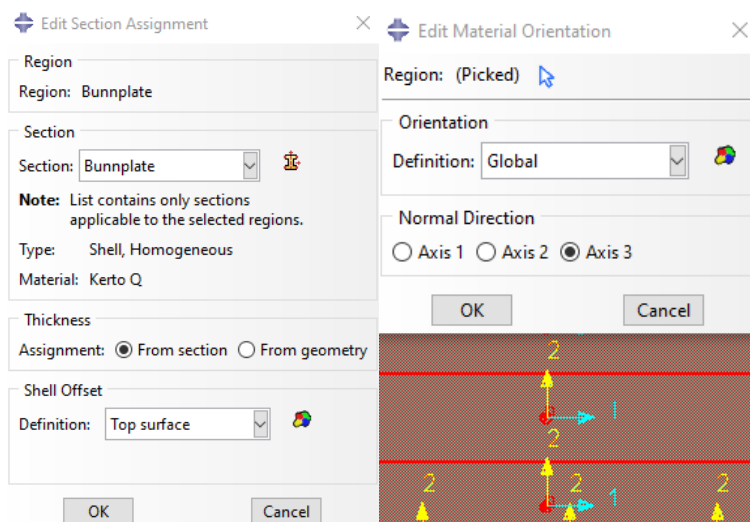
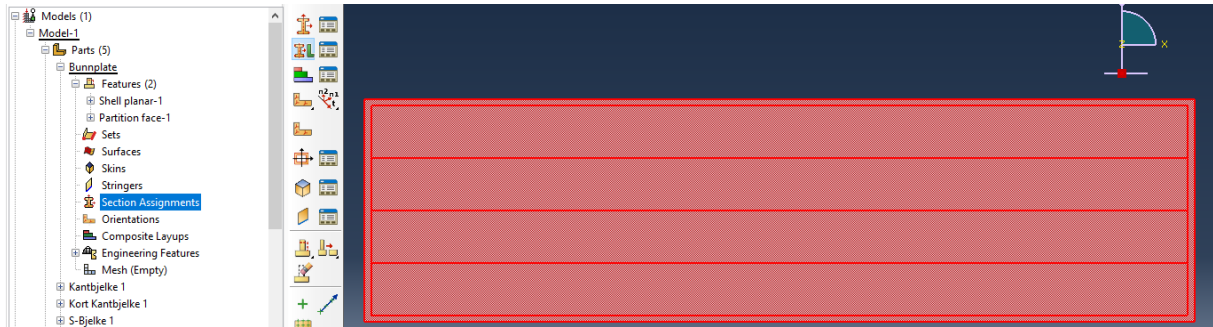
A.3 Definisjon av tverrsnitt

For å gi de ulike konstruksjonsdelene en tykkelse er det nødvendig å lage *Section* eller tverrsnitt. Her velges *Shell* → *Homogeneous*, og deretter velges tykkelse på tverrsnittet. I *Edit Section* – vinduet velges det materialet tverrsnittet skal være laget av.



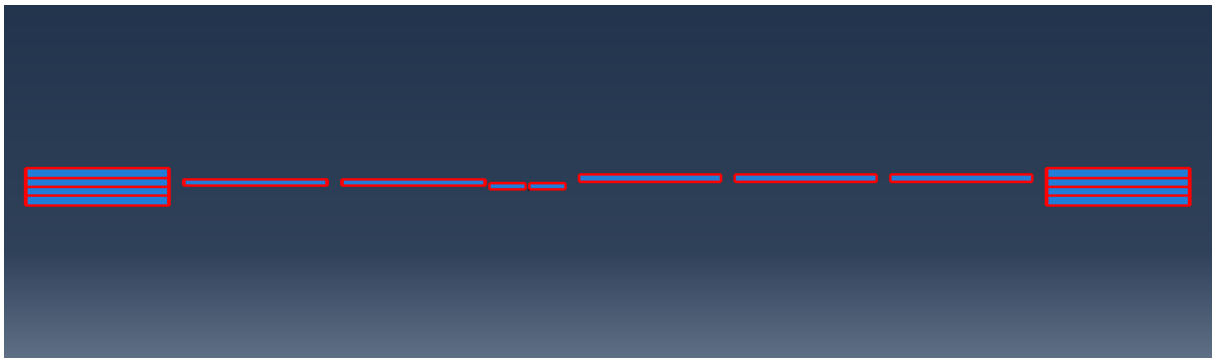
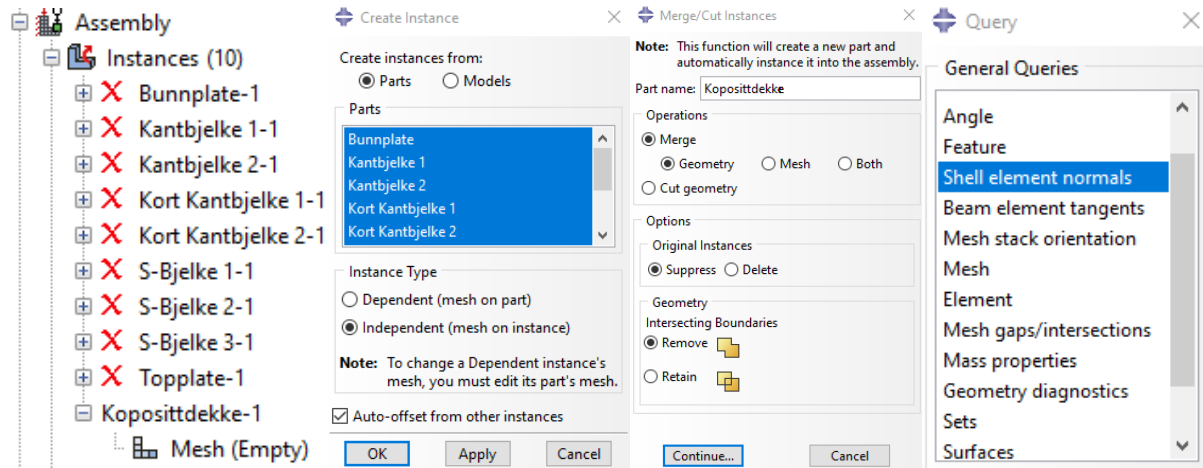
A.4 Tilegne komponentene tverrsnitt og materialorientering

For å faktisk gi de ulike delene et tverrsnitt med tilhørende materiale, velges *Section Assignment*. Deretter må det klikkes på delen og dermed har et skallelement fått et tilhørende tverrsnitt. Det er viktig å holde kontroll på orienteringen til delenes lokale aksesystem, og derfor veiges *Material Orientation* der man får opp et aksesystem på delen. Disse akseretningene må samsvare med de materialegenskapene man har valgt i ulike retninger for konstruksjonsdelen.

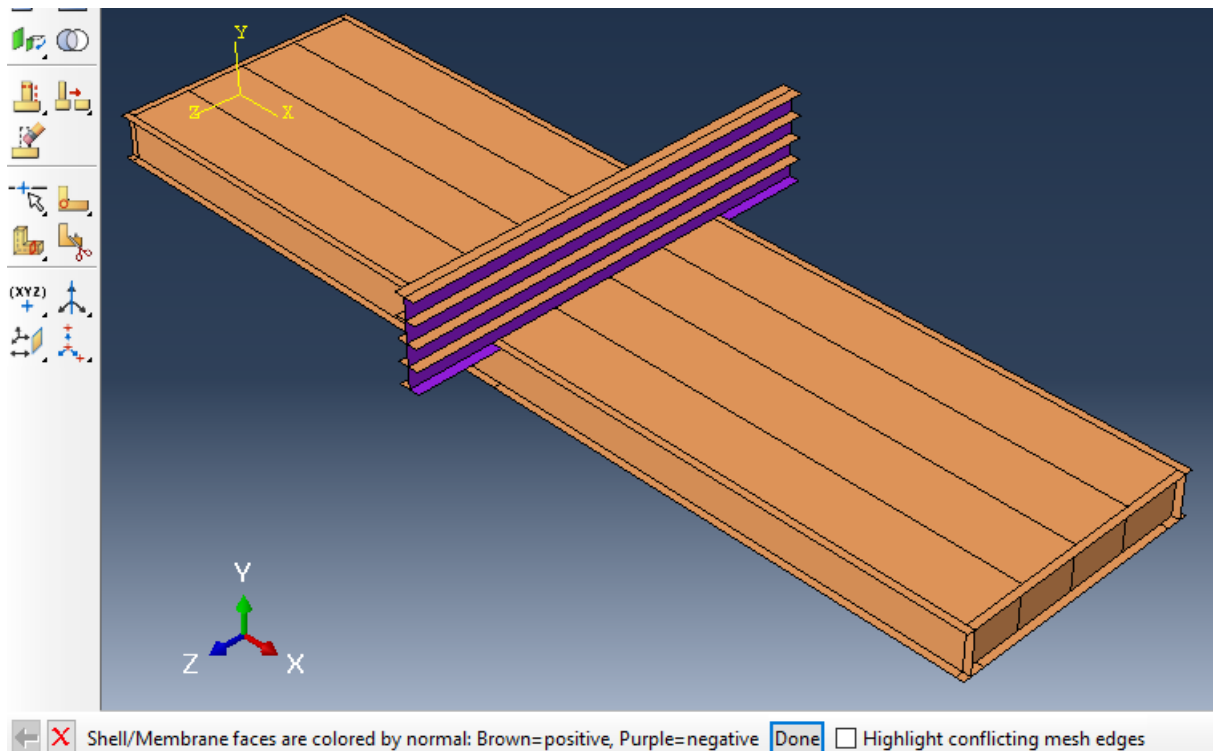


A.5 Sammenstilling av modell

For å sette sammen alle konstruksjonsdelene velges *Create Instance*. Deretter markeres alle deler som skal være med i den sammenstilte modellen.



Auto-offset from other instances gjør at de ulike delene ikke blir lagt oppå hverandre når man skal sammenstille de. Dette oppleves som praktisk. Funksjonene *Translate Instance* og *Rotate Instance* fra menyen til venstre for animasjonen benyttes for å rotere og flytte komponentene til ønsket plass. Her er det viktig å holde orden på orienteringer. Midlertidig bilde for kontroll på akser. Dette kan gjøres ved å gå på *Tools* og *Query* og *Shell Element Normals* der brunt viser at normalen står opp fra synlig flate, mens lilla viser at normalen står opp fra baksiden av synlig flate.

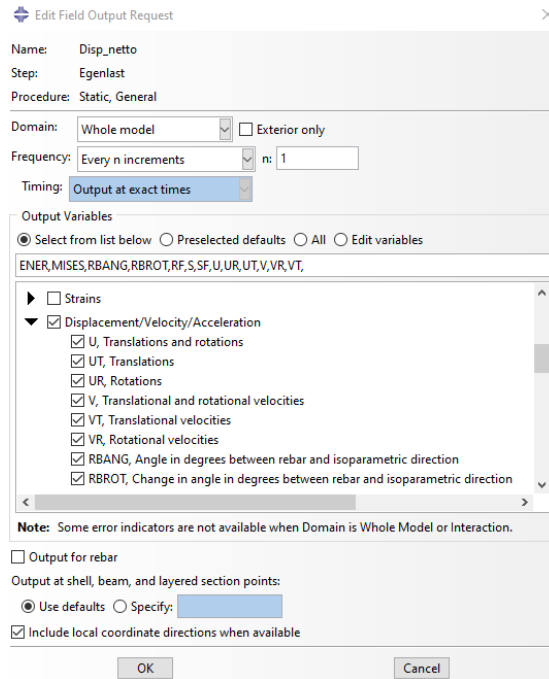


Til slutt settes delene sammen med *Merge/Cut*. Dette gir fullstendig samvirke mellom de ulike konstruksjonsdelene, hvilket er naturlig å anta med liming og skruer. Man må høyreklikke på komposittdekket under *Instances* og velge *Make Independent* for å kunne lage *Mesh* for hele dekket samtidig i denne delen av modelltreet.

A.6 Beregningssteg

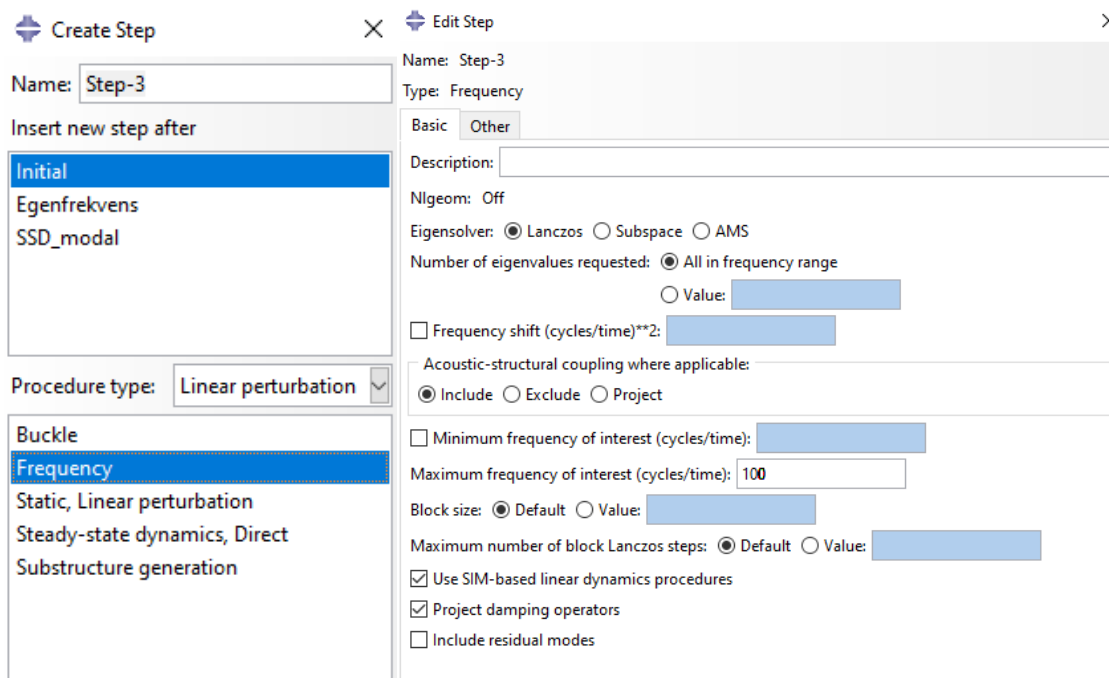
Statisk lineær analyse

For å opprette en statisk lineær analyse trykker man på *Steps* → *General* → *Static, general*. Resten av steget står på default på alle valg. Etter å ha opprettet dette steget er det mulig å opprette endre *Field Output Request* for å få ut ønskede data fra analysen. I denne oppgaven var kun forskyvninger av interesse.



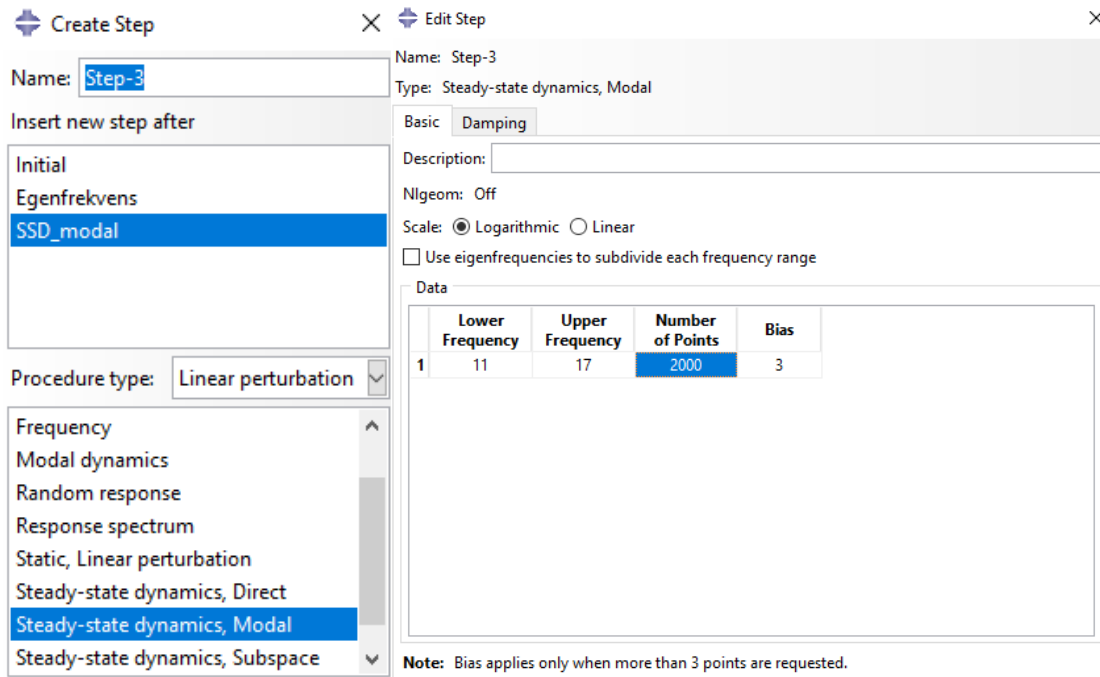
Modalanalyse

En modalanalyse opprettes ved å trykke *Steps* → *Linear perturbation* → *Frequency*. Videre velges hvilke frekvenser eller moder som er av interesse, her satt som frekvenser opp til 100 Hz. Resten av valgene står som default. Her er ønsket field output default.

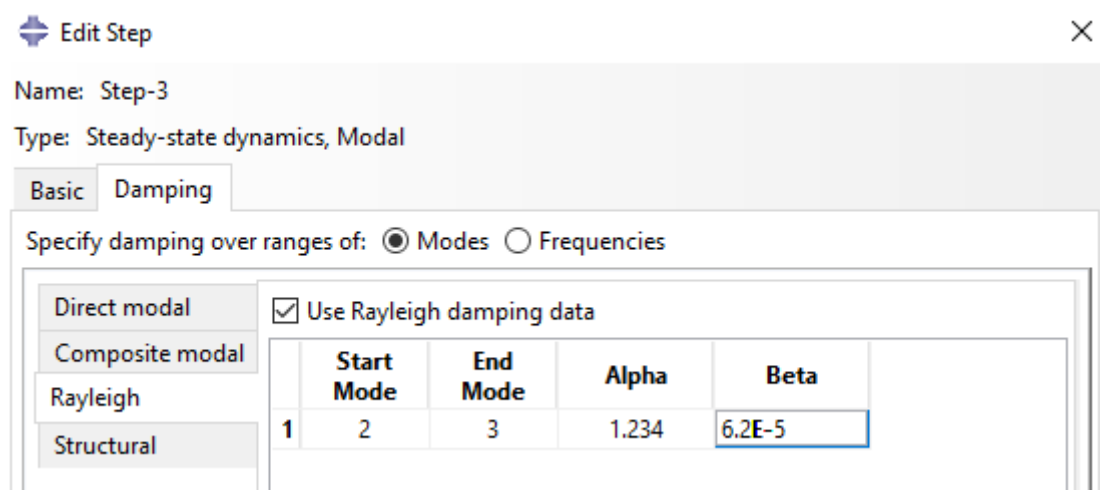


Steady-state analyse basert på modal analyse

Videre settes det inn et steg for steady state-analyse. Dette gjøres ved *Steps* → *Linear perturbation* → *Steady-state dynamics, Modal*. Dette steget må komme etter modalanalysen, da den baserer seg på de modene som allerede er funnet. Her må man gå inn og velge akselerasjoner som field output for å få ut steady state-akselerasjoner fra analysen.

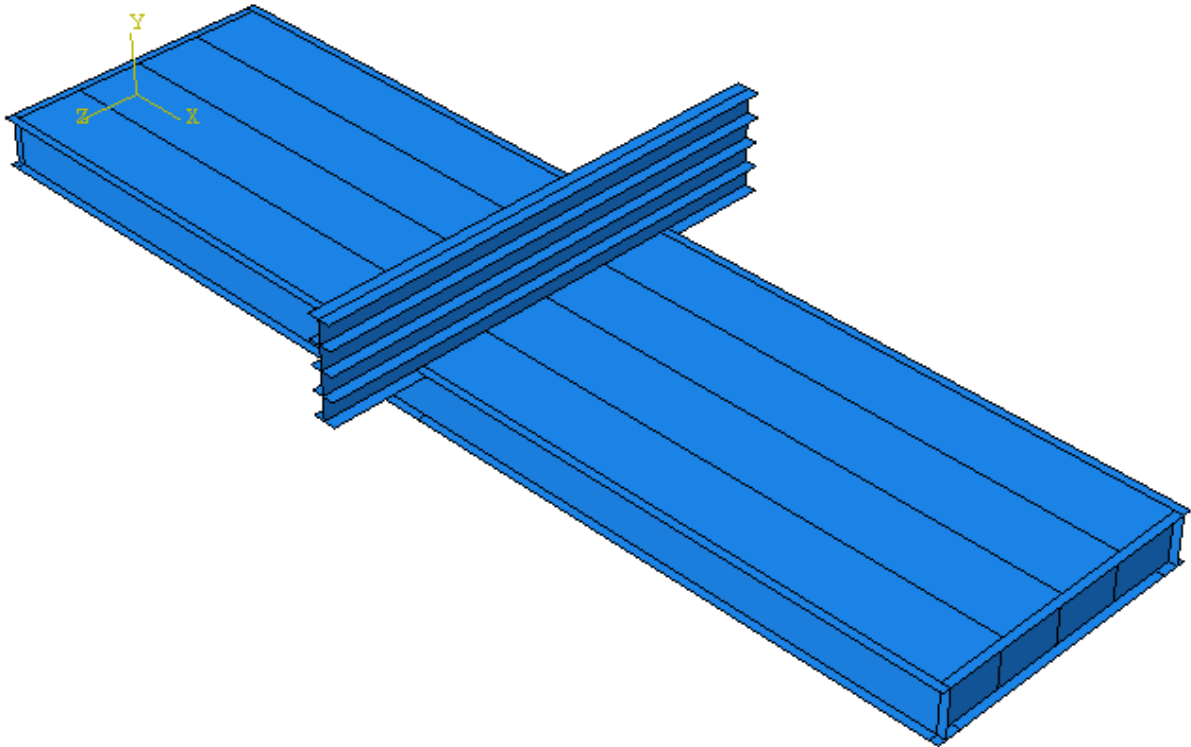


Damping innføres i steady state-analysen. Da er det viktig at den ikke er innført tidligere som materialdamping. Ved å se på modene fra modalanalysen, kan man velge hvilken som er den første og siste moden man ønsker å se på. α og β regnes ut ved å benytte den tidligere beskrevne metoden, der ζ er lik i begge modene.

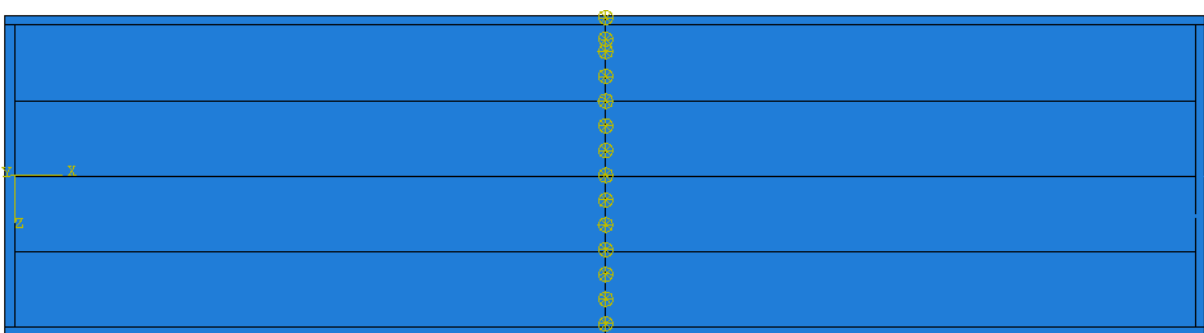


A.7 Definisjon av laster

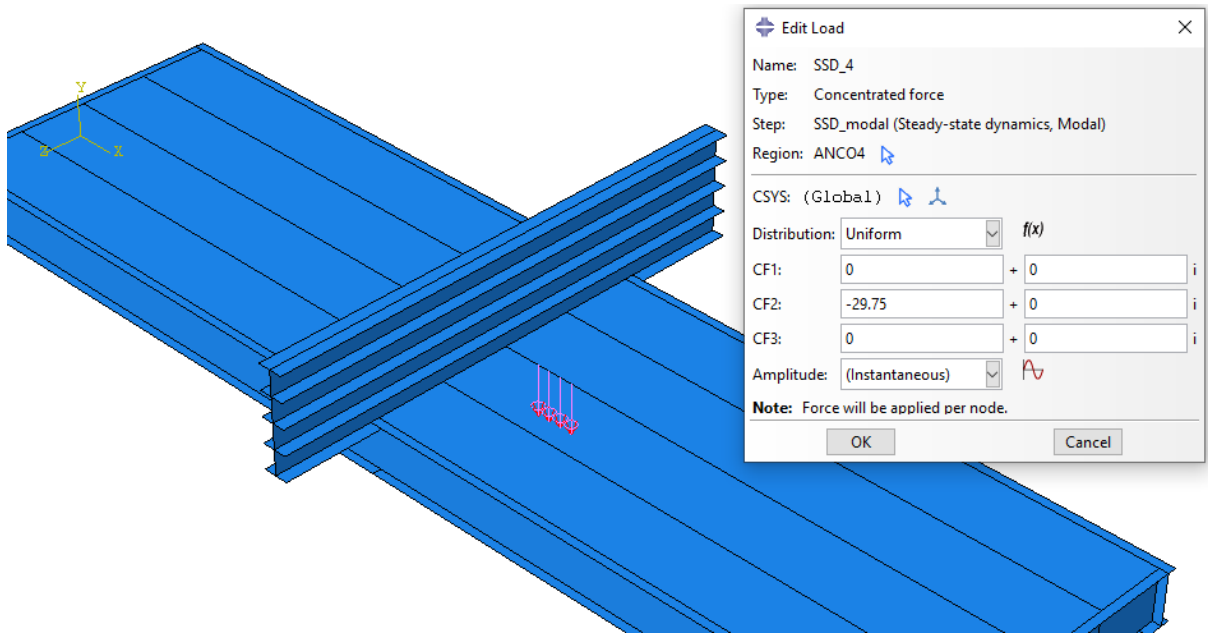
For hvert massestrinn ble det modellert stålbjelker med justert densitet slik vekten skulle korrespondere med vekten av de ulike massestrinnene fra den eksperimentelle testinga, her vist ved massestrinn 4.



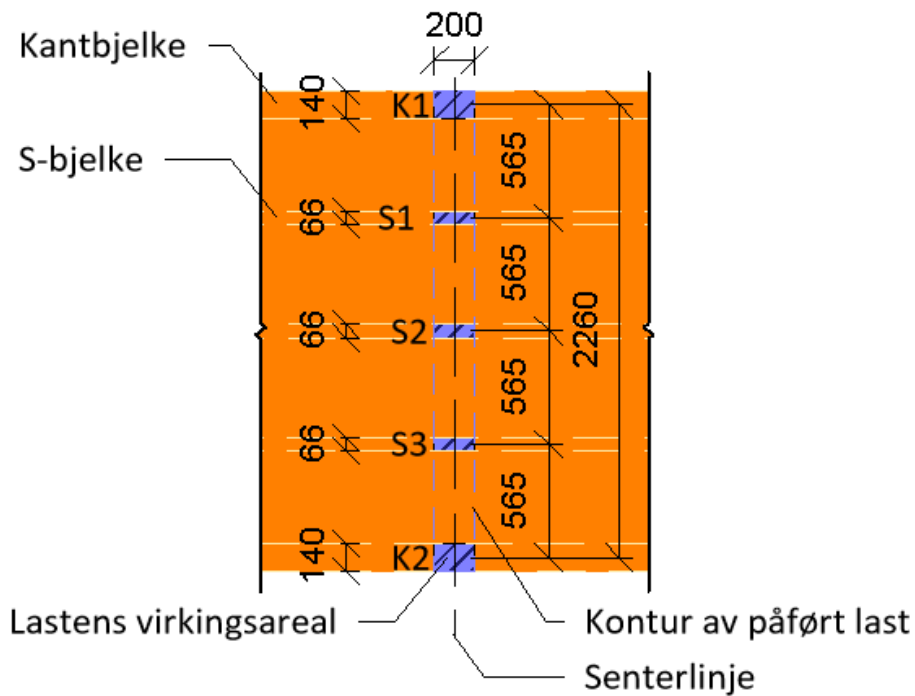
. For det statiske nedbøyningsforsøket ble det lagt på 10 kN som 27 punktlaster av 370,4 N. Her var det ikke modellert noen bjelker på dekket.



For simulering av ANCO-last ble det påført fire punktlaster på midtsteget over de 300 mm som ANCO var fastmontert i dekket.

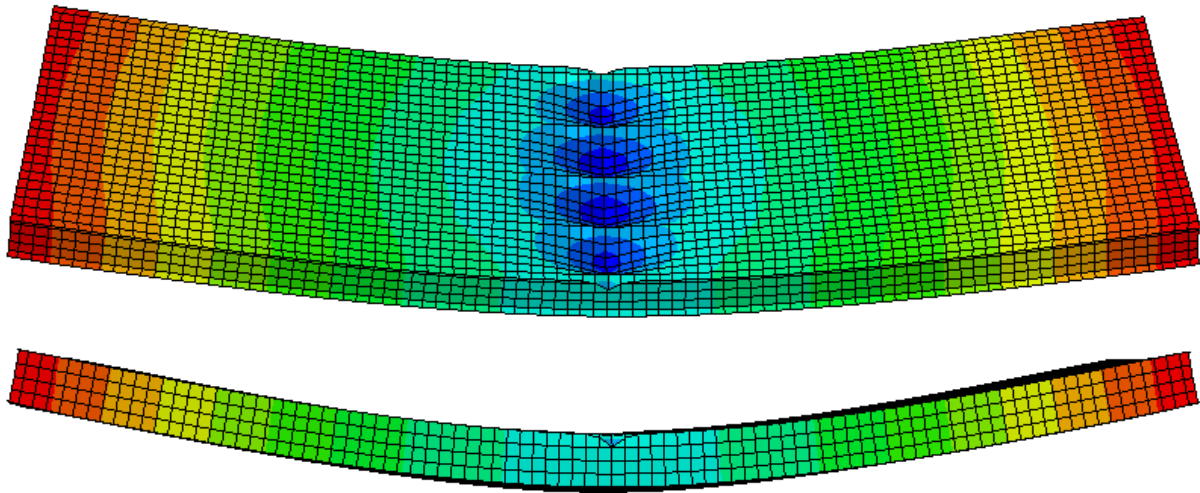


Det gjort forsøk med flere ulike typer lastpåføring i Abaqus. Her kom det frem at det oppstår lokale nedbøyninger mellom stegene hvis man påfører linjelast på midtspenn. Dette gjorde at det ble valgt å faktisk modellere stålbjelkene for de dynamiske forsøkene. For det statiske nedbøyningsforsøket ble det oppfattet som dekkets nedbøyning på undersiden var av realistisk størrelse. Ved å plassere stive stålbjelker på dekket får man en lastpåføring av typen vist under.



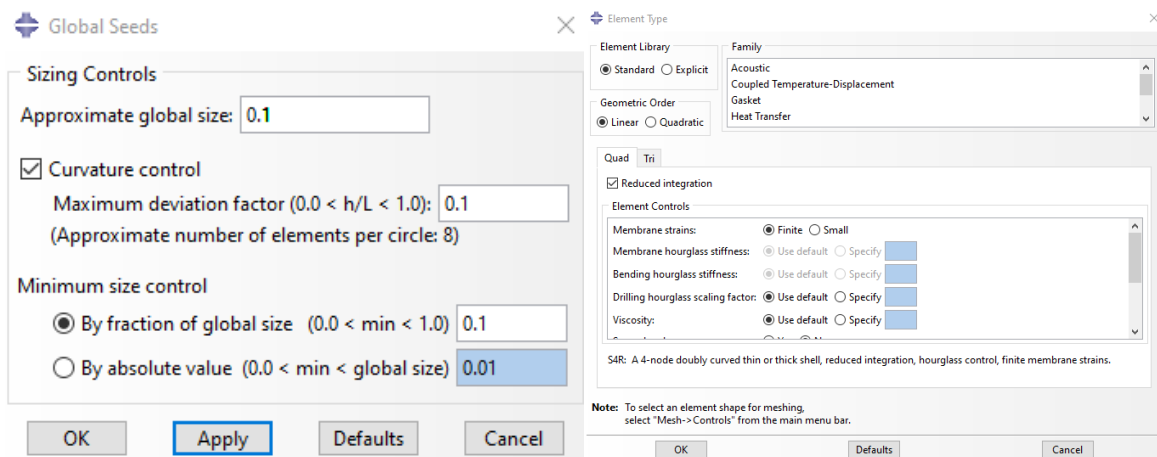
Bakgrunn for lastpåføring i Abaqus.

For det statiske nedbøyningsforsøket kunne man se at topplata fikk lokale nedbøyninger, men det vistes ikke på bunnplata.



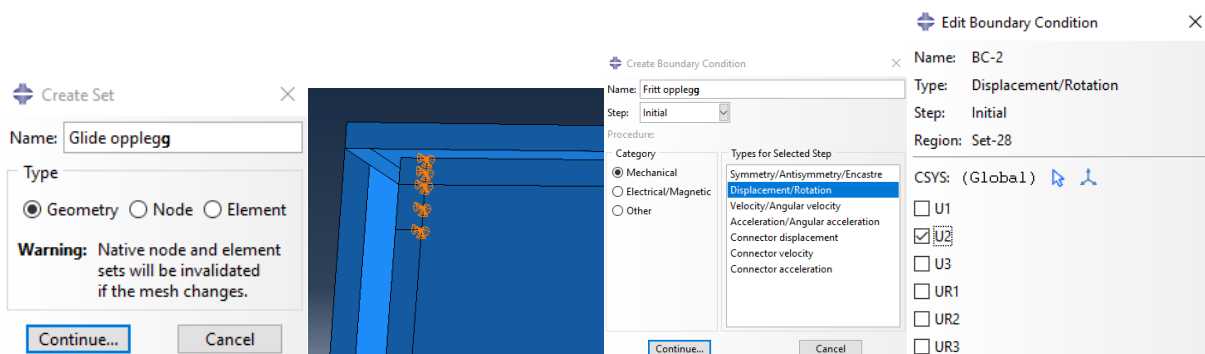
A.8 Elementinndeling

Som beskrevet i *Sammenstilling av modell* vil «mesh'et» genereres under *Instances* og under det sammenstilte komposittdekket. Først blir elementstørrelsen valgt under *Seed Part* på verktøylinjen. Elementstørrelsen blir for hele dekket valgt til 100 mm hvilket gir 4 elementer i bjelkehøyden. Denne elementinndelingen gir ca. 6500 noder og «CPU»-tid på 3min sammenlignet med et mesh på f.eks. 35 mm som gir ca. 51 500 noder og tar 14min. Et mesh på 100 mm betraktes som tilstrekkelig fint, etter å ha testet finere elementinndeling uten å få nevneverdige forskjeller i resultater. Deretter ble elementtype valgt fra *Element Type* på verktøylinjen. Det benyttes S4R-elementer for hele modellen, hvilket er et robust 4-noders element som egner seg godt for skallkonstruksjoner der tykkelsen er liten i forhold til lengden av konstruksjonsdelene. R'en står for «reduced integration». Dette gir hovedsakelig to fordeler for modellen: det krever mindre datakraft fordi den reduserte integrasjonen gjør at det blir lettere å etablere elementmatrisene, og; det gir ofte en bedre løsning fordi den reduserte integrasjonen vil dempe høyere ordens effekter som kan gjøre elementene for stive (Bell, K. 2014).



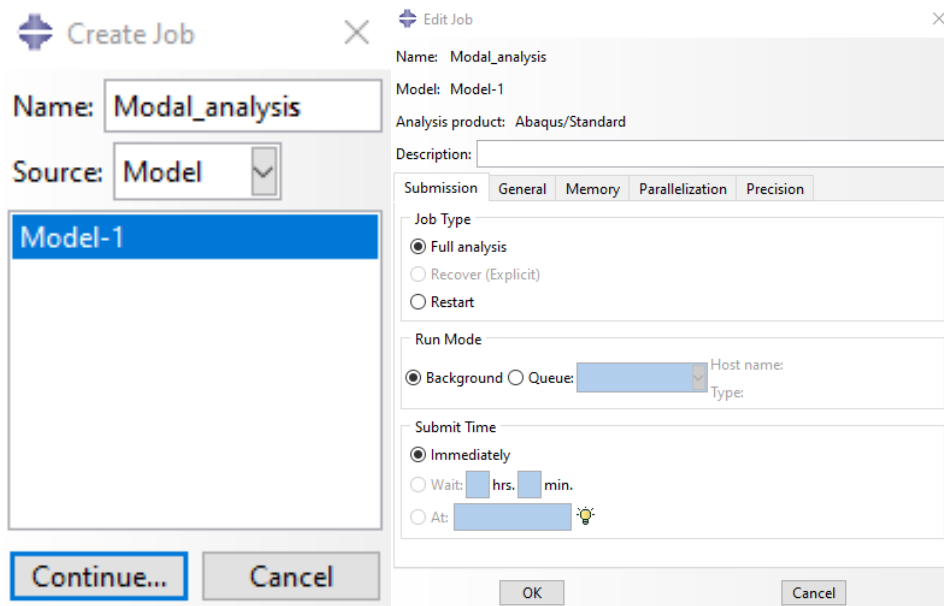
A.9 Randbetingelser

For å velge ut et sett med noder eller linjer for å plasse opplagere kan man bruke *Tools* → *Sets* → *Create Set* → merk linjer der opplegg skal være.

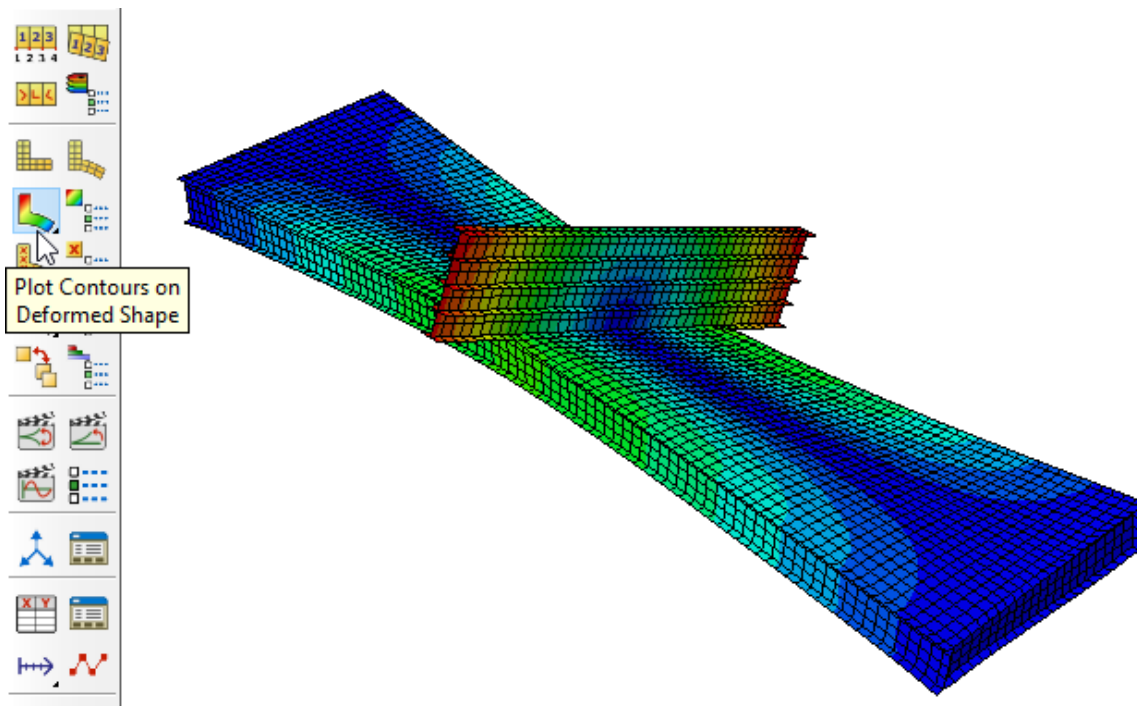


A.10 Analyse og resultater

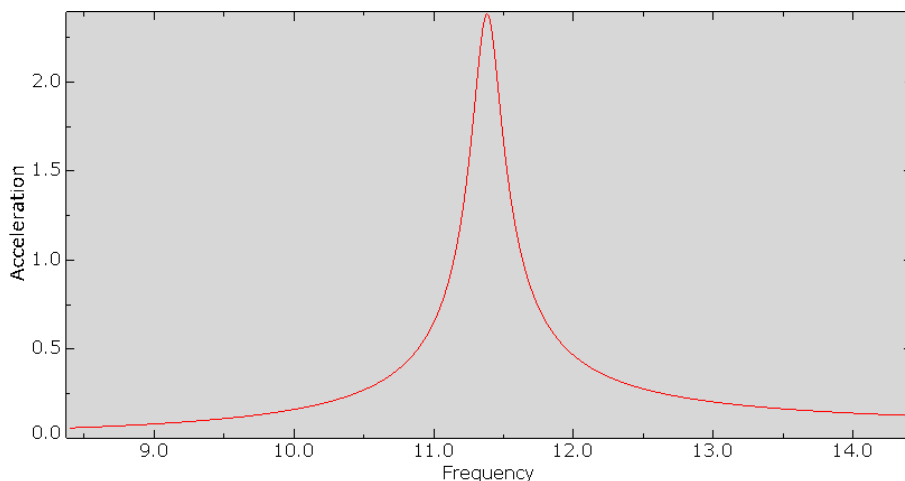
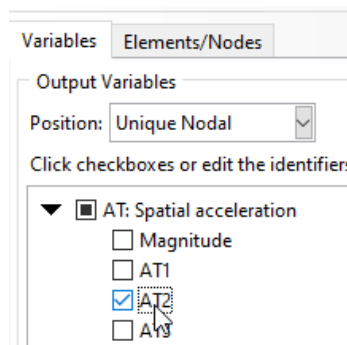
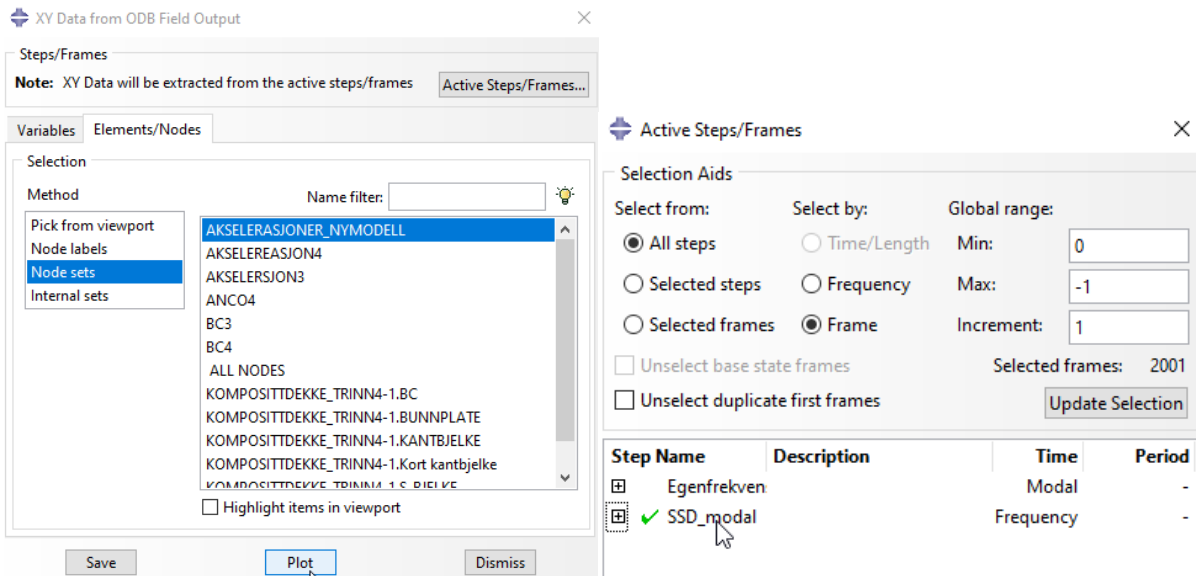
For å utføre en analyse og få ut etterspurte resultater, er det nødvendig å definere en «jobb» fra nederst i modelltreet ved å klikke på *Analysis* og så dobbeltklikke på *Jobs*. Jobben ble gitt et unikt navn og videre dukker et vindu med *Edit Job* opp, der ingenting ble endret. For å utføre analysen er det nødvendig å høyreklikke på jobben og videre klikke *Submit*. Dette vil sette i gang analysen, og (Completed) vil dukke opp bak jobben når resultatene er klare.



Ved å høyreklikke på jobben når den er ferdig, kan man velge *Results* for å få frem resultatene. For det statiske nedbøyningsforsøket og modalanalysen kommer resultatet opp i modellvinduet. Ved å trykke på *Plot Contours on Deformed Shape* får man opp en deformert animasjon med fargekoder ut ifra hvor stor forskyvningen er. Den samme metoden benyttes for statisk nedbøyningsforsøk.



For steady state-analysen kreves fler steg for å få ut responsen. Her må man gå inn på resultater og velge *Result* → *Options...* → *Complex Form* → *Magnitude*. Dette gjøres for å få ut hele responsen, ikke bare real eller imaginærdelen. Deretter velges *Tools* → *XY Data* → *Create* → *ODB Field Output* → *Unique Nodal* → *AT2* → *Node sets* → *Active Steps/Frames*. Her må man velge det node-settet der man ønsker og se akselerasjoner. Man må også velge hvilke beregningssteg man ønsker og se på. Til slutt trykker man *Plot* og *Save*. Da får man opp et FRF-plott av akselerasjoner ved gitt frekvenser, basert på de lagrede målepunktene.



B Eksperimentelt arbeid

Laboratoriearbeid i forbindelse med masteroppgaven		
Dato	Beskrivelse av arbeid	Antall timer
22.jan	Gjennomgang av arbeid med Gøran Loraas.	1
29.jan	Rigging og testing av dekke med Slaghammer	6
30.jan	Testing med Slaghammer. Montering av Anco.	5
31.jan	Montering av Anco. Testing med Anco.	5
3.feb	Planlegging av vekt-montasje med Gøran.	0.5
5.feb	Testing med Anco.	3
12.feb	Testing med Anco.	3
17.feb	Testing med Anco. Montasje av forskyvningssensorer.	3
18.feb	Nedbøyningstest (på-lastning) med hjelp av Terje Petersen	3
19.feb	Nedbøyningstest (av-lastning) med hjelp av Terje Petersen	4
26.feb	Testing med Anco og Slaghammer	5
27.feb	Testing med Anco og Slaghammer	4
2.mar	Testing med Anco og Slaghammer	5
3.mar	Testing med Anco og Slaghammer	3
5.mar	Nedrigging av utstyr	3

B.1 ANCO

B.1.1 Eksentrisitet

Feil! Fant ikke referanseskilden. viser selve vibratoren (mål er gitt i tommer, der 1 tomme = 2,54cm). Vibratoren består av to roterende masser med rotasjonssenter i henholdsvis 10 cm og 32 cm over dekkeoverflaten. Massene består av skiver som kan beveges i forhold til hverandre, slik at det skapes en eksentrisitet. Dette tillater at brukeren kan minke og øke kraftpåføring fra vibratoren på konstruksjonsdelen, og beskrives nærmere i manualen (ANCO Engineers, Inc, 2010). Maksimal kraft og frekvens er i manualen satt til 500N og 30Hz. Basert på erfaring gjennom et betydelig antall forsøk med slaghammer ble det sett som ønskelig å påføre etasjeskilleren maksimal tillatt kraft ved høyeste frekvens. Dette fordi det har vist seg at måledata enklest lar seg tolke og analysere når bevegelsen er merkbar, mens små svingninger gir mer uklare resultater. Under forsøkene ble det benyttet en eksentrisitet på 22%. Dette ga en maksimal kraft på 491 N for 21,7 Hz, hvilket var den høyeste benyttede frekvensen. Valgt eksentrisitet og påført kraft på dekket er beregnet ut fra ligninger under.

Setter $F = 500N$ for å finne maks tillatt prosentvis eksentrisitet ved andre egenfrekvens for massestrinn 0 ($f_2 = 21,7 \text{ Hz}$):

$$MR_{MAX} = \frac{500}{0,12 * (2\pi * 21,7)^2}$$

$$MR_{MAX} = 22,4 \% \rightarrow \text{Velger } MR = 22 \% \text{ av maksimaleksentrisitet } (0,12 \text{ kg} * m).$$

$$MR = 0,22 * 0,12 \text{ kg} * m = 0,0264 \text{ kg} * m$$

Dette gir maksimal kraft gitt ved:

$$F_{MAX} = MR * (2\pi f_2)^2$$

$$F_{MAX} = 0,0264 * (2\pi * 21,7)^2$$

$$F_{MAX} = 491 N$$

hvor:

F_{MAX} = maksimal kraft fra ANCO [N]

MR = valgt eksentrisitet [kg * m]

0,12 = største eksentrisitet (100% eksentrisitet) [kg * m]

f_2 = vibratorens høyeste benyttede frekvens [Hz]

Laster for masstrinn 0-4:

F_i – maksimal kraft fra ANCO på etasjeskiller ved lasttrinn i , gitt $f_{1,i}$ og MR .

f_i – lastfrekvens for lasttrinn i .

MR – benyttet eksentrisitet, her 22% av maksimal eksentrisitet på 0,12 kg * m.

Det vil være en liten usikkerhet knyttet til kraften fra ANCO da benyttet eksentrisitet kan avvike med om lag 1%. Frekvensen ble registrert med sensor festet på ANCO.

$$F_0 = MR * (2\pi f_0)^2$$

$$F_0 = 0,22 * 0,12 * (2\pi * 14,0)^2 = 204 N,$$

$$F_1 = MR * (2\pi f_1)^2$$

$$F_1 = 0,22 * 0,12 * (2\pi * 12,8)^2 = 171 N$$

$$F_2 = MR * (2\pi f_2)^2$$

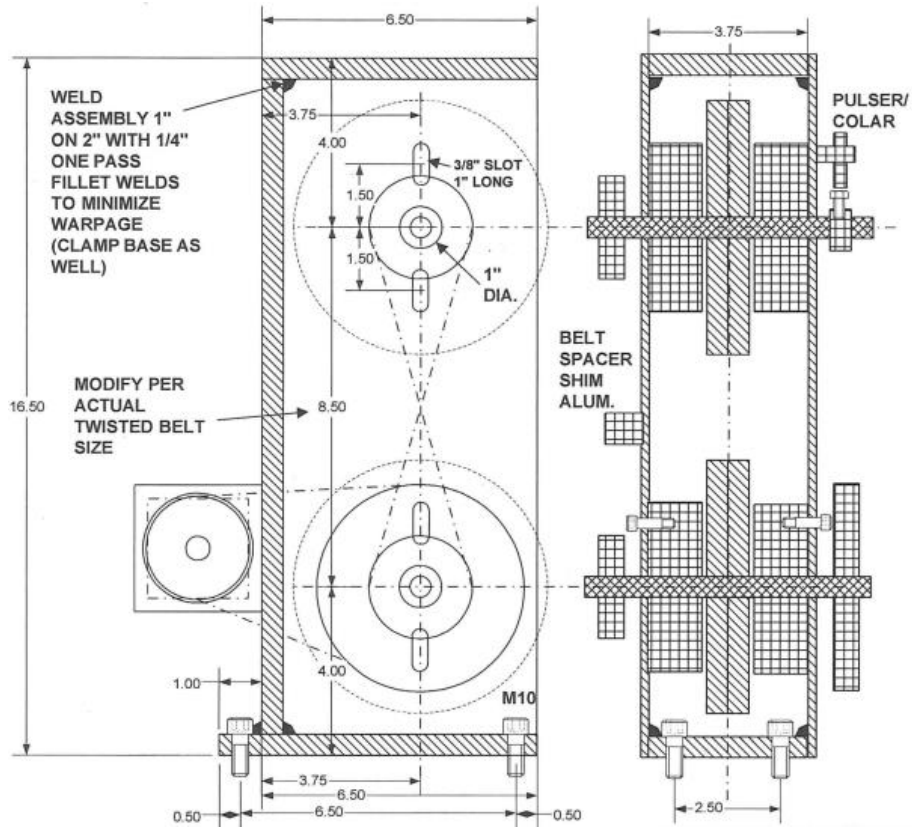
$$F_2 = 0,22 * 0,12 * (2\pi * 12,0)^2 = 150 N$$

$$F_3 = MR * (2\pi f_3)^2$$

$$F_3 = 0,22 * 0,12 * (2\pi * 11,4)^2 = 135 N$$

$$F_4 = MR * (2\pi f_4)^2$$

$$F_4 = 0,22 * 0,12 * (2\pi * 10,7)^2 = 119 N$$

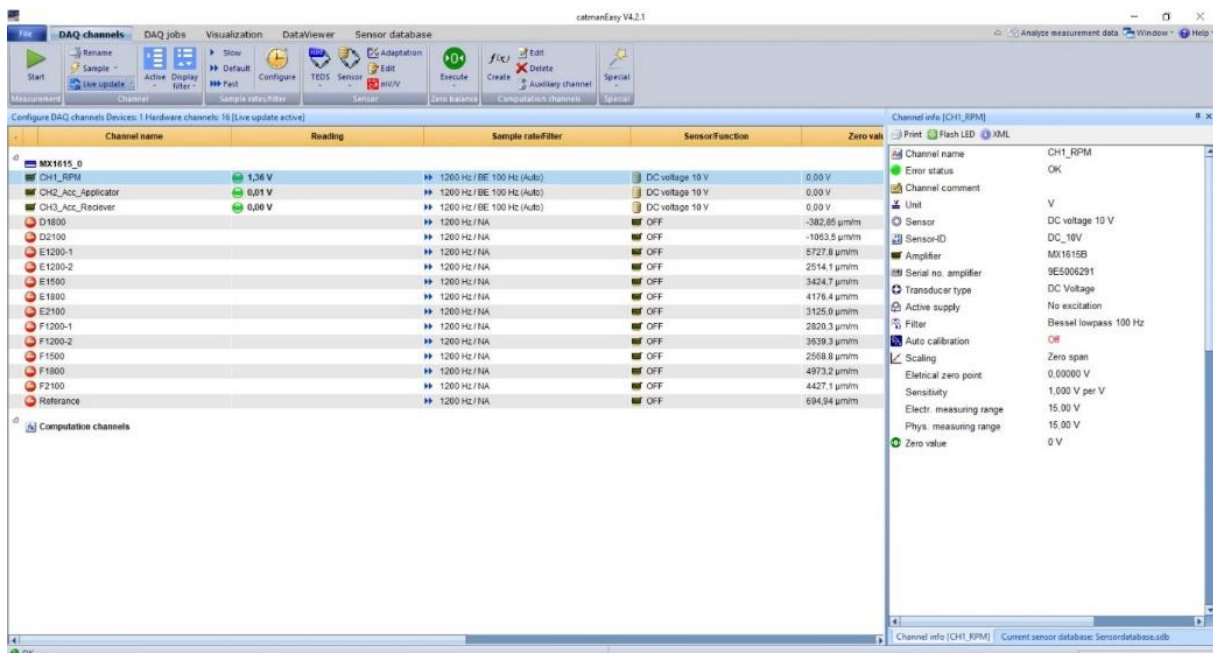


B.2 Catman

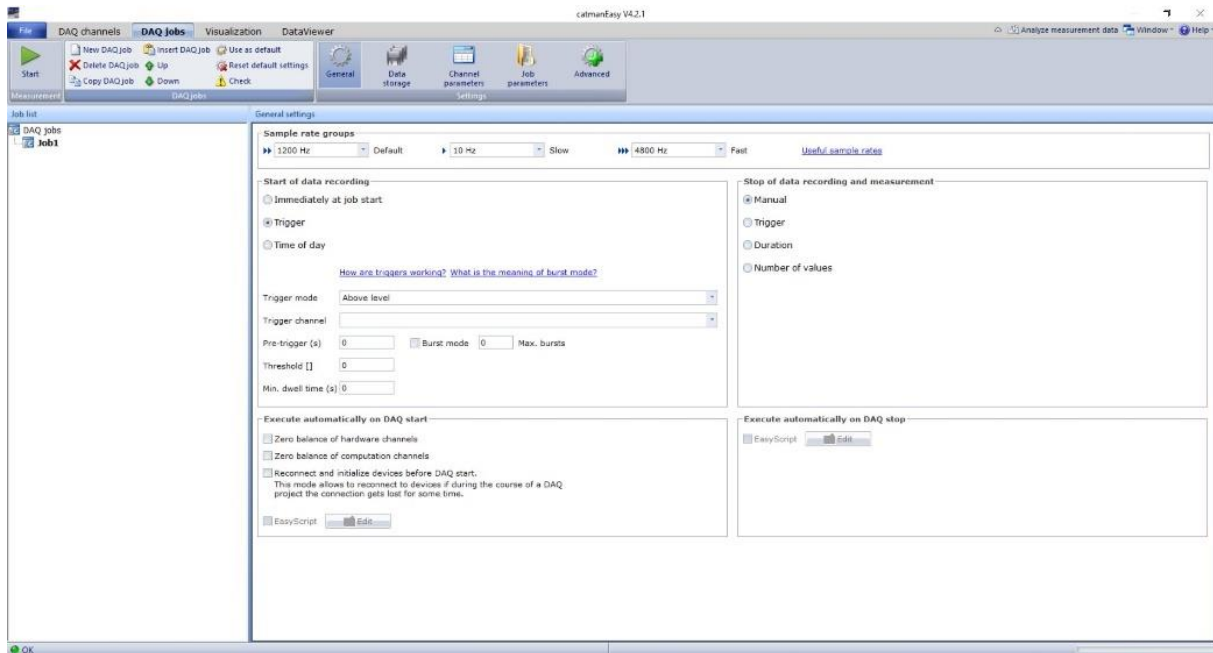
Ved laboratorieforsøk med ANCO og nedbøyningsforsøk ble programvaren Catman benyttet som monitor for de målte spenningsvariasjonene som ga tolkbare resultater. På etasjeskilleren ble akselerometer og nedbøyningssensorer benyttet for å utføre som målere. Under er skjermbilder bra programvaren Catman vist for å gi leseren en formening av hva man kan forvente seg når man benytter programmet.

Forsøk med ANCO

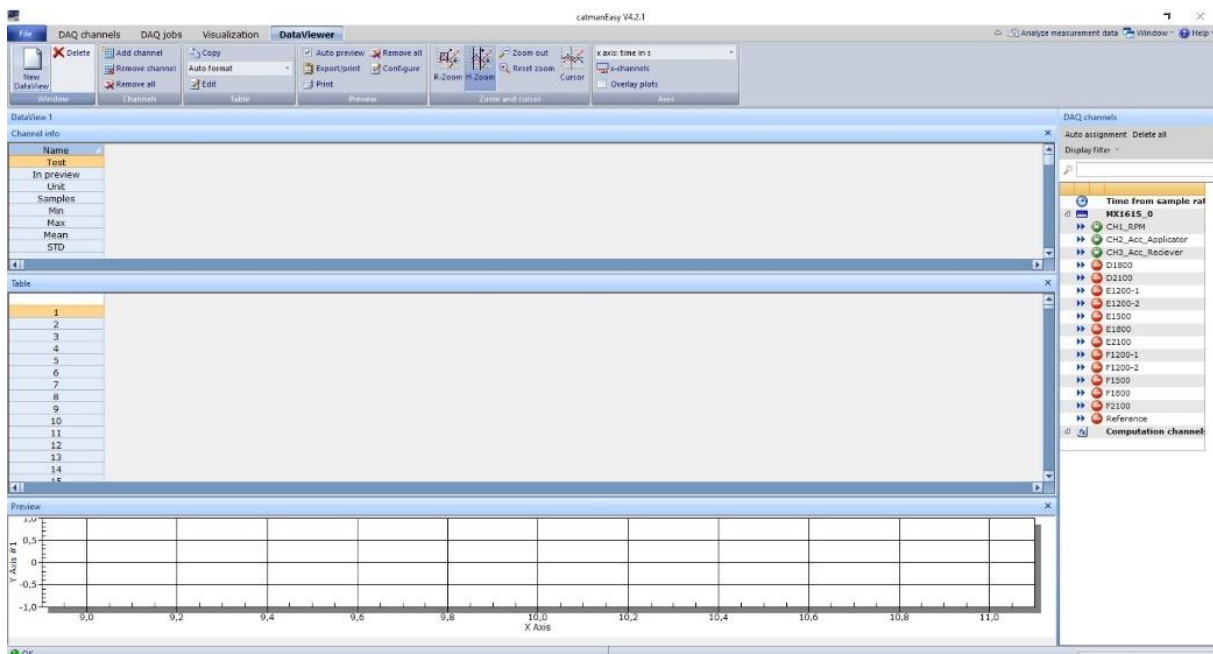
Øverst i bildet under vises hvilke hoveddeler av programmet man bruker. I skjermbildet vises det som kalles *DAQ channels* i programmet. Her vises hvilke sensorer som er aktive og som måler spenningsendringer. I bildet vises tre grønne kulepunkter med en verdi for volt (V) ved siden av. Når dette tallet endrer seg ved forsøk viser det at de ulike sensorene har kontakt med programmet. De ulike kanalene ble kalt *CH1_RPM*, *CH2_Applicator* og *CH3_Reciever*. CH1-sensoren målte ANCO-frekvenser, CH2-sensoren målte akselerasjoner i punktet der lasten fra ANCO ble påført etasjeskilleren, mens CH3-sensoren målte akselerasjoner på undersiden av dekkets senterpunkt.



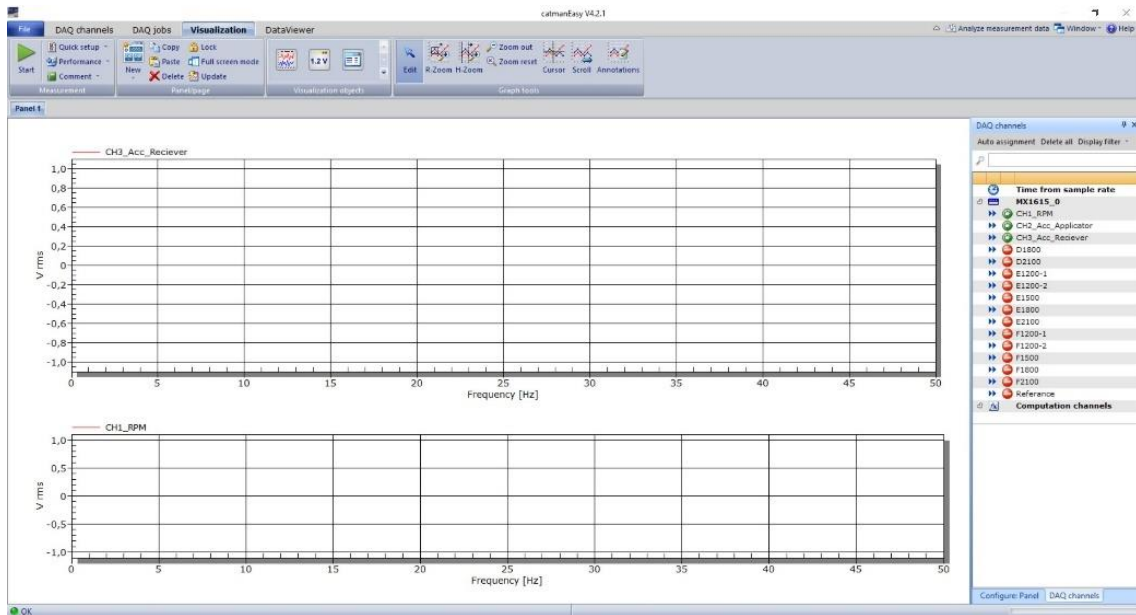
I det neste bilde vises det som kalles *DAQ jobs*. Her angis hvilken målingsfrekvens programmet skal ha under forsøk, kalt *sampling rate*, her angitt som 1200 Hz, hvilket ga tilstrekkelige målepunkter for forsøk med ANCO.



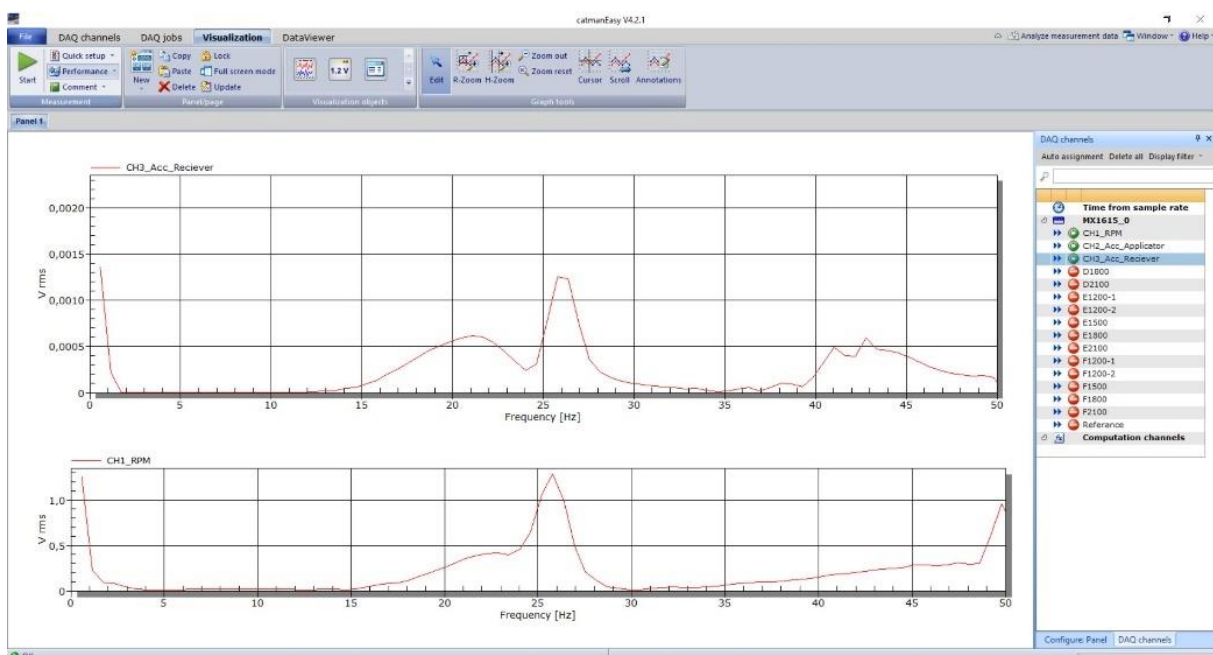
I neste bilde vises *DataViewer*. Her det velges ulike parametere som skal være disponible for plotting.



I bildet under vises *Visualization*. Her kan man velge hvilke parametere som skal plottes, og fra hvilken kanal eller *channel* det skal plottes.

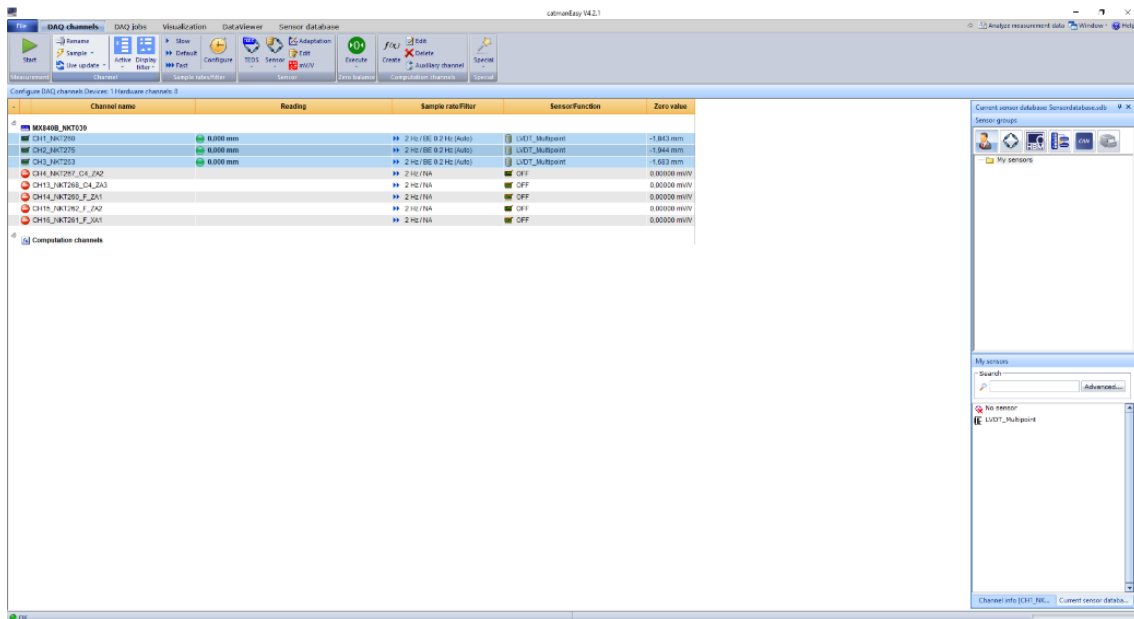


Under er en *Visualization graph* vist, der både ANCO-frekvens (*CH1_RPM*) og målinger fra akselerometer kalt *Reciever* (*CH3_Reciever*), som var plassert på undersiden av dekket, er behandlet av programmet ved å velge output-parameter, og vist som frekvenser og RMS-hastigheter. For å starte en måleserie måtte man trykke på den grønne trekanten i øvre venstre hjørne. Man stoppet simuleringen på samme måte. Deretter måtte man lagre måleserien, men denne ble lagret som måle spenninger over tidsintervallet som simuleringen ble kjørt over. Deretter måtte måledata post-prosesseres med MATLAB for å finne dynamiske sammenhenger.

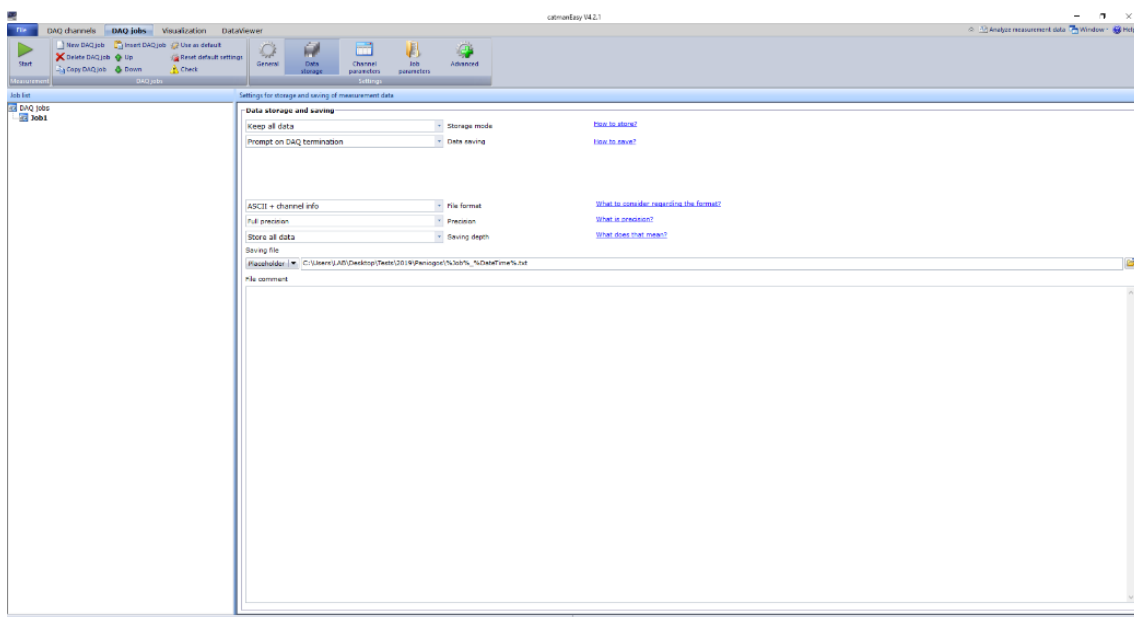


Nedbøyningsforsøk

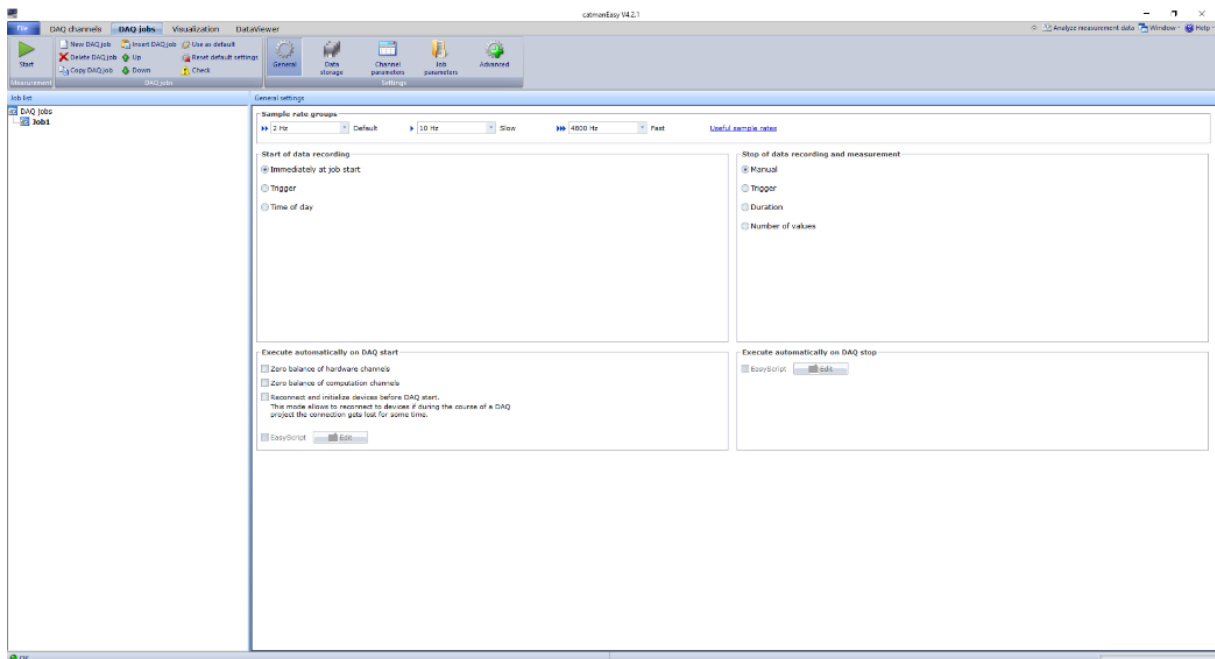
For nedbøyningsforsøket var programvaren den samme, altså Catman. Med mindre annet er kommentert, virket de programvare-menyene som er vist videre på samme måte som for forsøk med ANCO. Under vises *DAQ channels*. Her er de kalt *CH1_NKT250*, *CH2_NKT275*, *CH3_NKT253* for de tre nedbøyningssensorene som ble benyttet. Dette navnet ble gjenfunnet på de tre målerne slik at man kunne ha kontroll på hvilken sensor som var plassert hvor under etasjeskilleren.



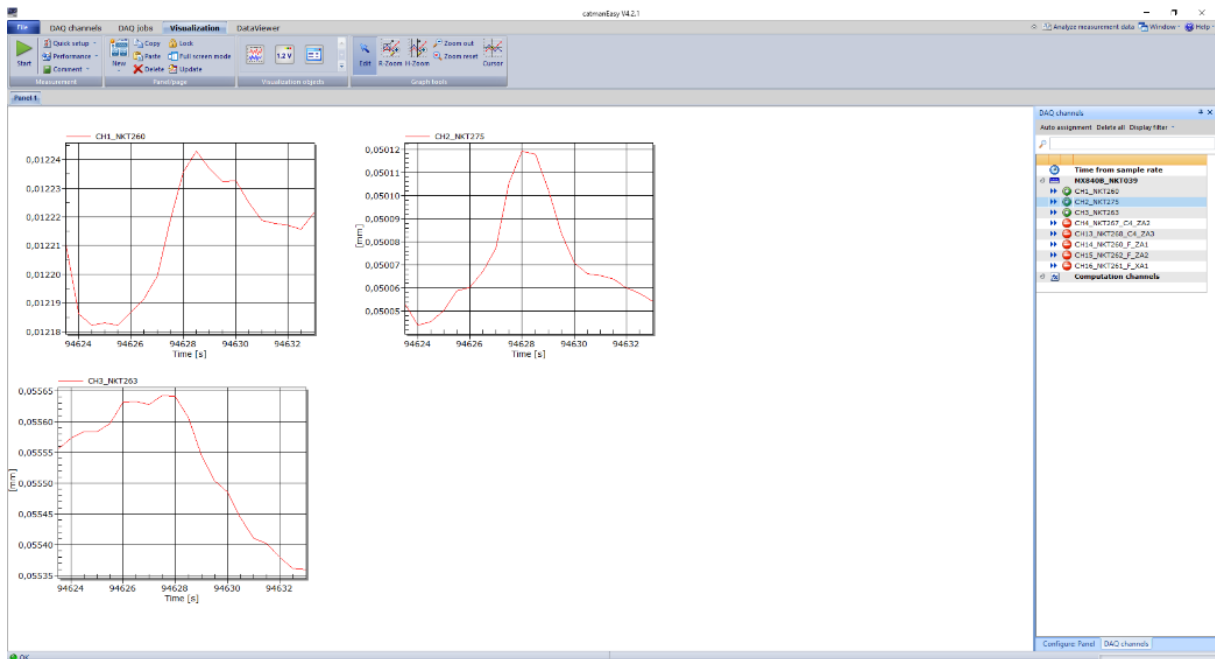
Under vises *DAQ jobs* og valget *data storage* der det vises hva som skal være tilgjengelig for lagring etter simuleringen. Her er viktige valg for lagring av resultater *Keep all data* og *ASCII + channel info*, *Store all data* og *Full precision*.



Under *DAQ jobs general* er det valgt målefrekvens på 2 Hz. Dette ble gjort fordi nedbøyningsforsøket var statisk og det var derfor ikke nødvendig å registrere mer enn to målinger per sekund for å kunne gjengi nedbøyning for etasjeskilleren ved påført last.



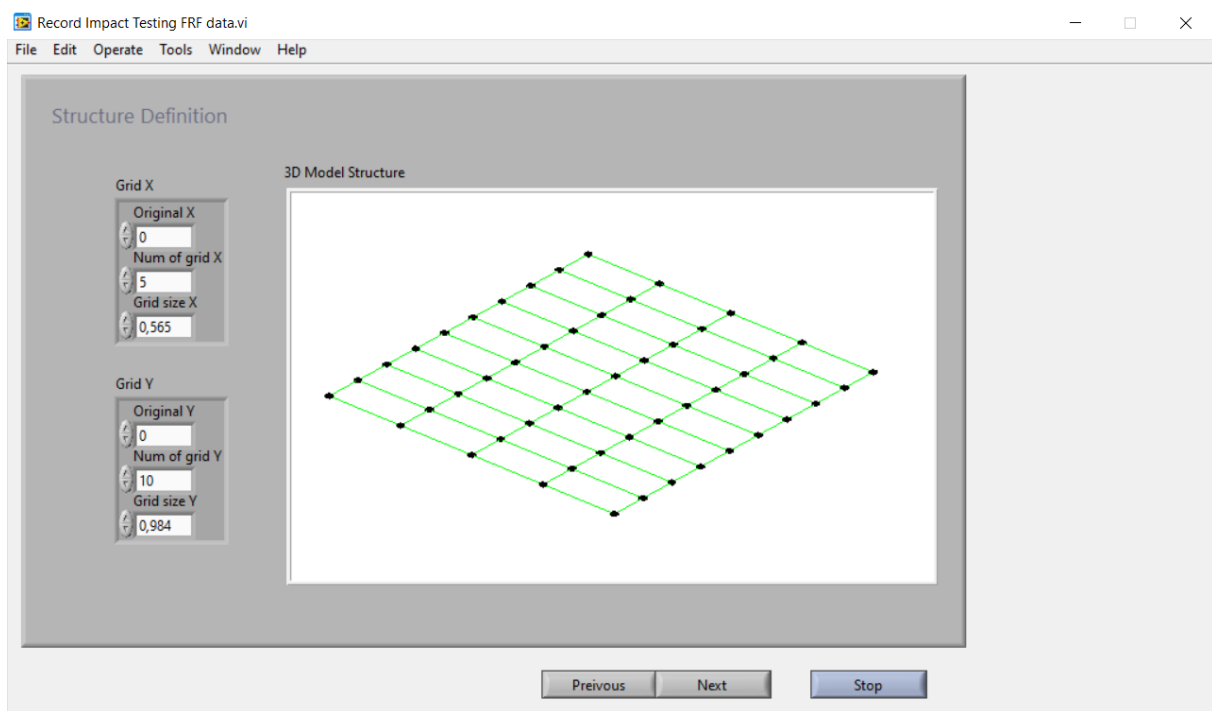
Under *Visualization* er det vist nedbøyning for en gitt tid under simuleringen, men som for ANCO ble tidsseriene hentet ut og plottet i MATLAB for videre bruk i masteroppgaven. Her fikk man direkte ut nedbøyningene.



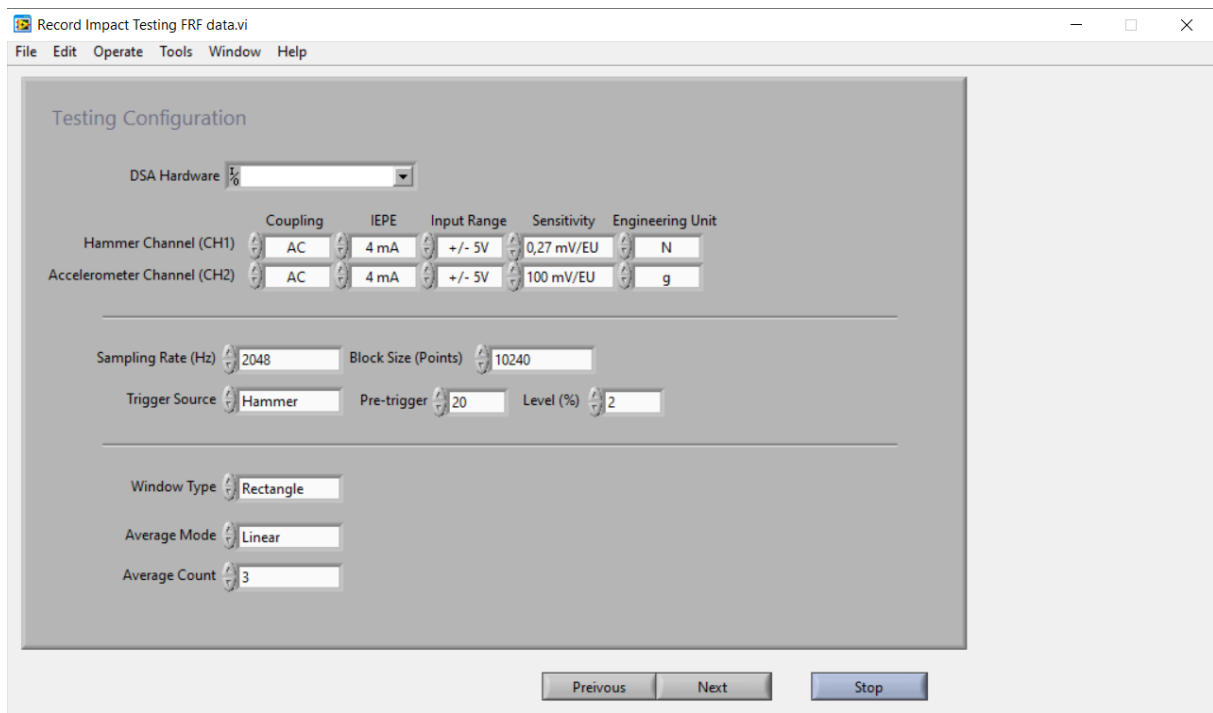
B.3 Slaghammer – metode og programmer

B.3.1 Record Impact Testing FRF

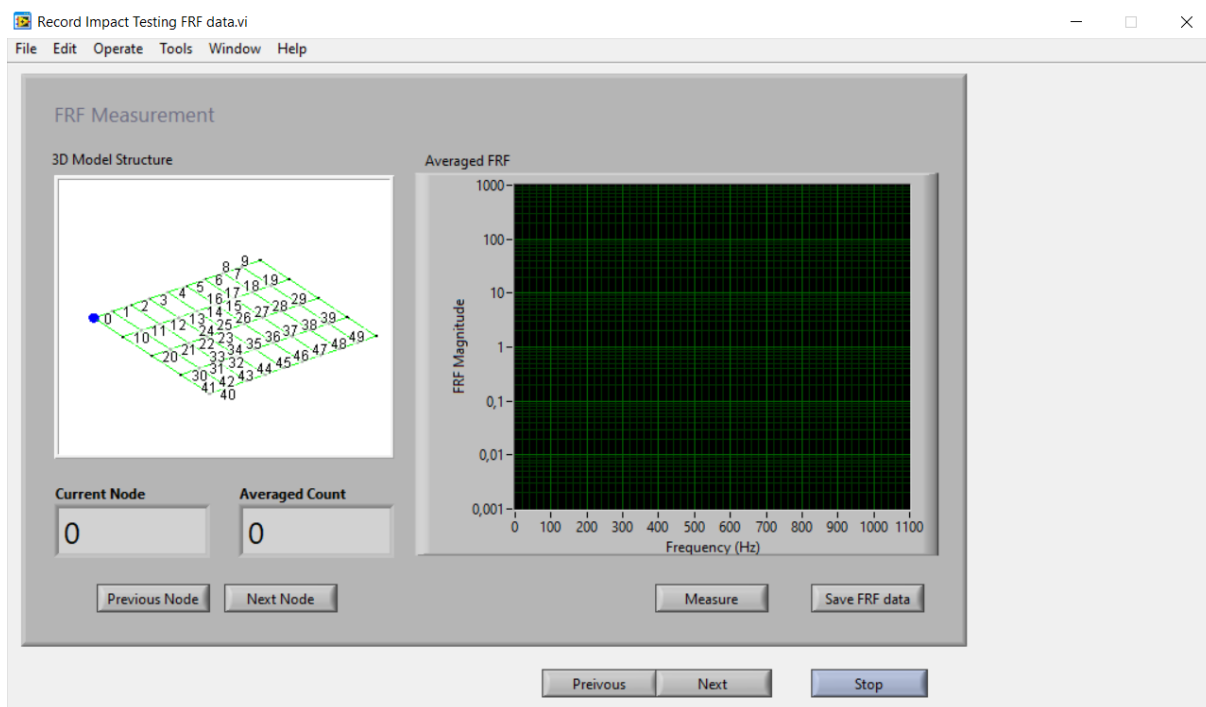
Programmet Record Impact Testing FRF benyttes under målinger med slaghammeren. I det følgende gis en kort og overordnet guide for bruken av dette programmet under det eksperimentelle arbeidet.



Det første man gjør når man åpner programmet er å angi geometrien til rutenettet av testpunkter. For verdier av X og Y må man angi origo, antall punkter i hver retning og den innbyrdes avstanden mellom disse. Her må man huske på at programmet benytter meter som enhet for avstand. Deretter trykker man «next».



Om man følger Modal Hammer for Dummies trenger man ikke i dette vinduet å endre noen parametere, gitt at man har et akselerometer med sensitivitet 100 mV/g og man ønsker tre hammerslag pr punkt. Om hammeren er koblet opp kommer denne som et valgbart forslag i nedtrekksmenyen i punktet «DSA Hardware» øverst i programvinduet. Etter at alle korrekte parametere er valgt trykkes det «next».



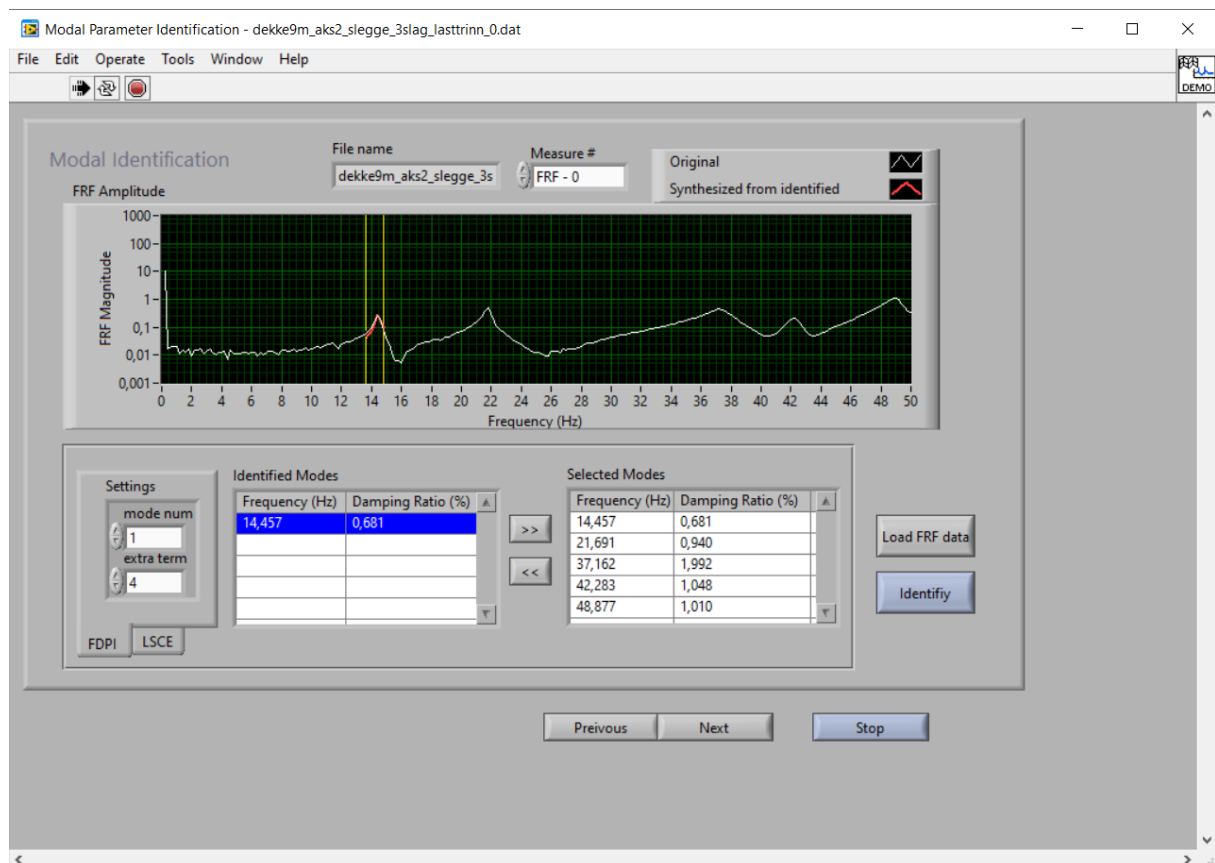
Her er man klar for forsøk. Til venstre ses rutenettet av testpunkter. For hver node (punkt) gjør man følgende:

1. Trykker «measure».
2. Slår ETT slag med hammer/slegge.
3. Venter til FRFen vises i vinduet til høyre, og «Averaged Count» har økt til 1.
4. Slår ett slag i samme punkt.
5. Venter til FRFen vises i vinduet til høyre, og «Averaged Count» har økt til 2.
6. Slår ett slag i samme punkt.
7. Venter til FRFen vises i vinduet til høyre, og «Averaged Count» har økt til 3.
8. «Current Node» endres til 1, og man trykker «measure». Det er klart for å gjenta prosedyren for punkt 1, 2, 3 osv.

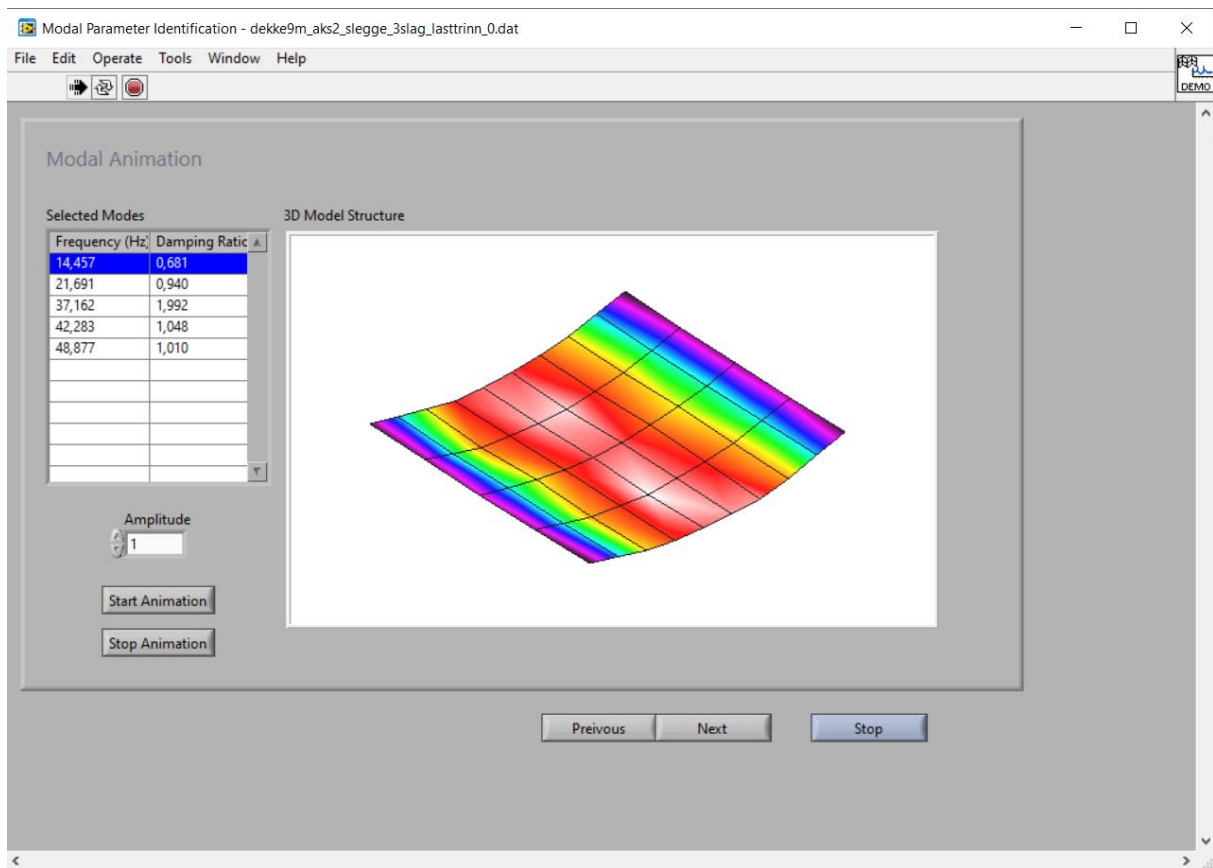
Når hele prosedyren er gjennomført trykkes det på «Save FRF data», og resultatene lagres med et passende navn. Husk å gi filnavnet forlengelsen «.dat».

B.3.2 Modal Parameter Identification

Programmet Modal Parameter Identification benyttes for postprosessering av målinger med slaghammeren. I det følgende gis en kort og overordnet guide for bruken av dette programmet under det eksperimentelle arbeidet.



Man trykker først «Load FRF data» og laster inn den filen man lagret etter gjennomført forsøk. Ved å trykke på tallverdiene på aksene kan man tilpasse hvor mye av FRFen man ønsker vist på en gang. De to gule linjene legges på hver sin side av en topp, og man trykker deretter «Identify». Da vil programmet beregne en kurvetilpasning rundt den valgte toppen. I «Identified Modes» under FRFen trykker man på linjen med egenfrekvens og demping, og trykker deretter på høyrepilen midt i programvinduet. Da overføres dataene til rubrikken «Selected Modes». Om man høyreklikker på FRF-plottet kan man også velge å eksportere dataene til utklippstavlen eller Excel. Om dataene overføres til en tekst-fil (.txt) kan disse for eksempel overføres til Matlab for videre behandling. Deretter trykker man «next».

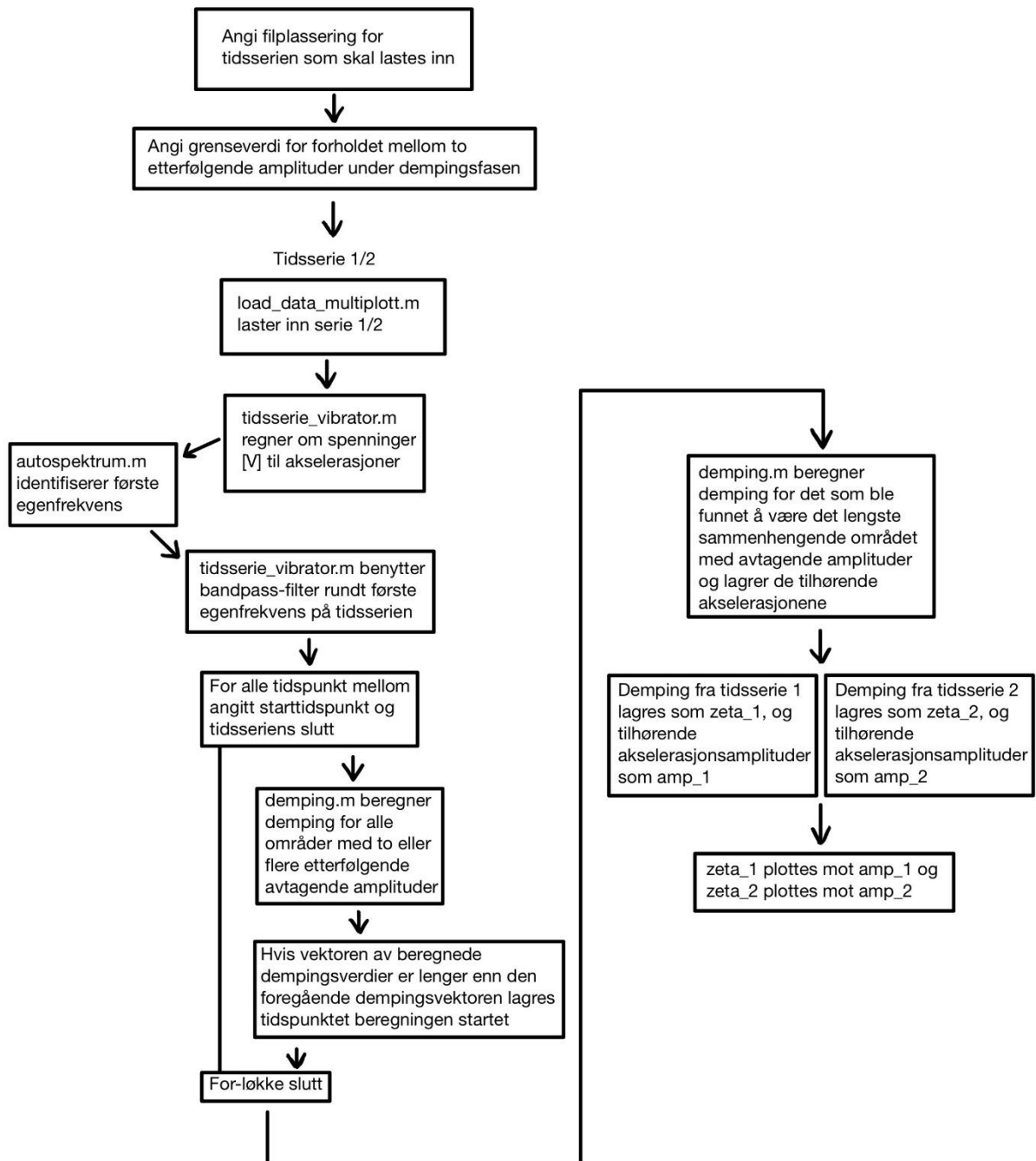


Til slutt kommer man til vinduet som visualiserer modene som ble lagt til «Selected Modes». Opprinnelig innstilling for «Amplitude» er 0,5, men denne kan økes. Man velger ønsket mode i vinduet «Selected Modes» og trykker «Start Animation». Vil man gå tilbake igjen til FRFen («previous») må man trykke «Stop Animation» først, eller krasjer programmet.

C Matlab

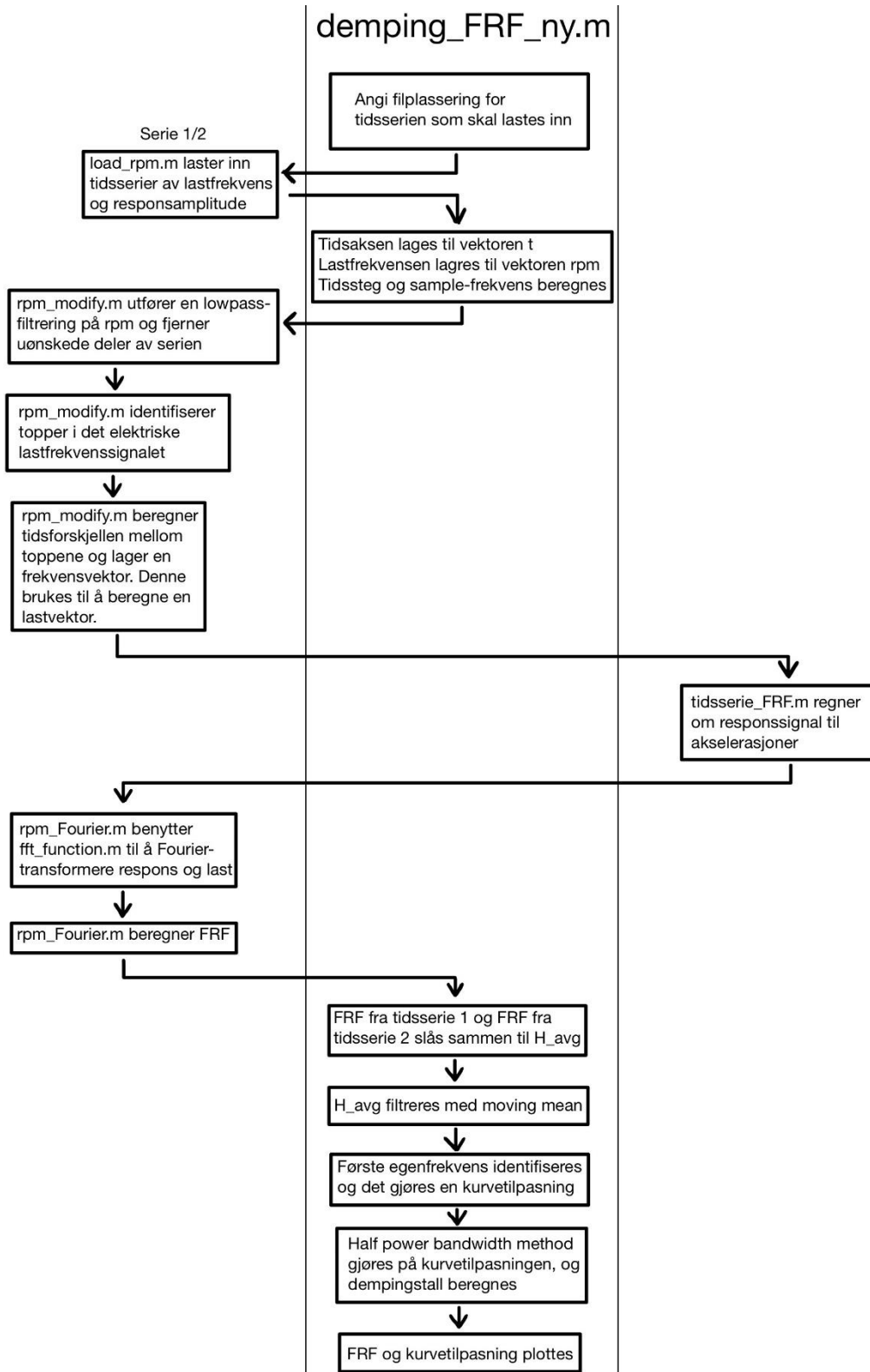
C.1 ANCO – Beregning av demping fra dempede frie vibrasjoner

Følgende flytdiagram beskriver beregning av demping med Matlab-scriptet «demping_dempede_frie_vibrasjoner.m»:



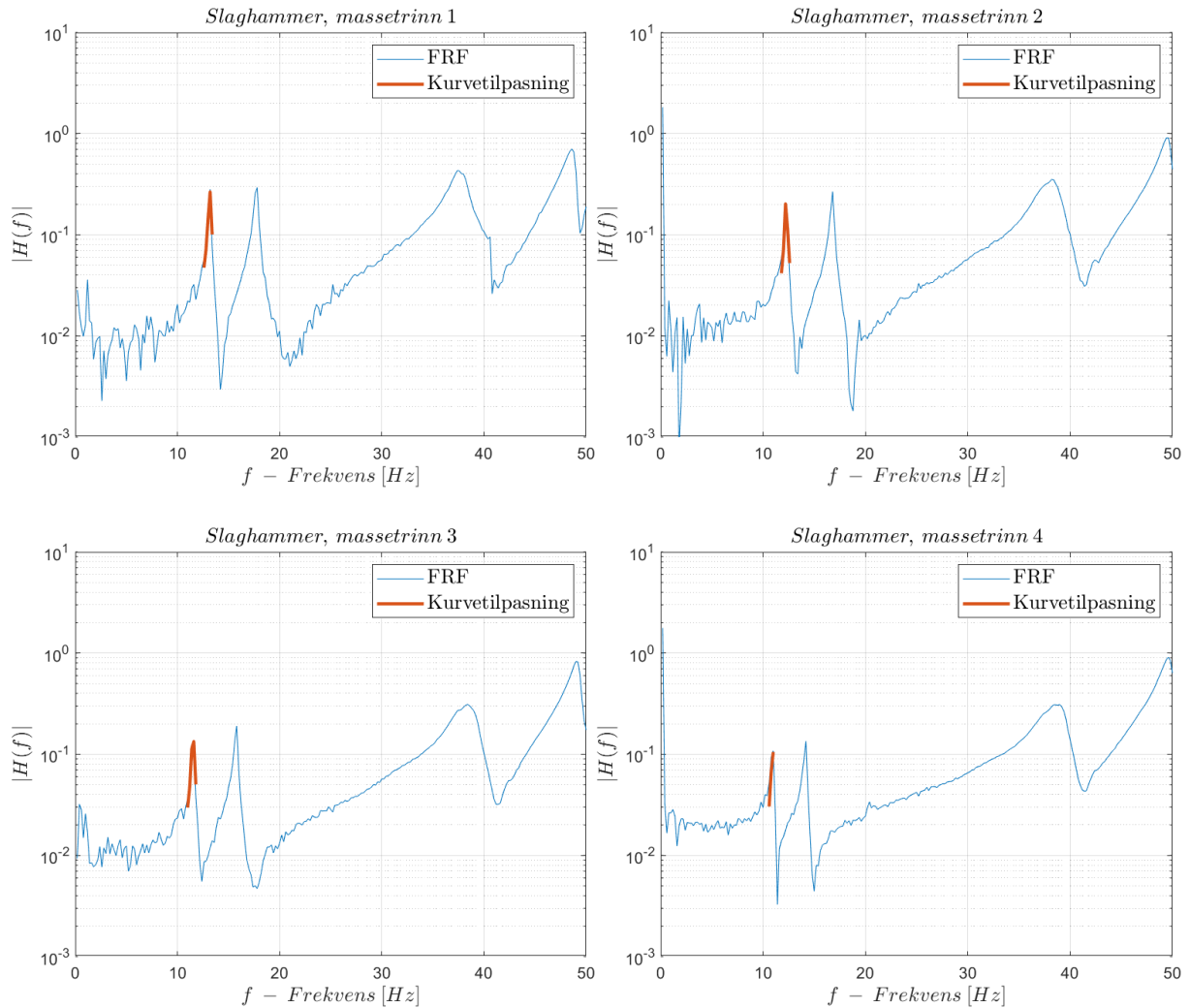
C.2 ANCO – Beregning av demping fra tvungne vibrasjoner

Følgende flytdiagram beskriver beregning av demping med Matlab-scriptet «demping_FRF_ny.m» (fft_function er distribuert av Ole Øiseth i faget TKT4108, og ikke utviklet av forfatterne av denne oppgaven):



D Øvrige resultater

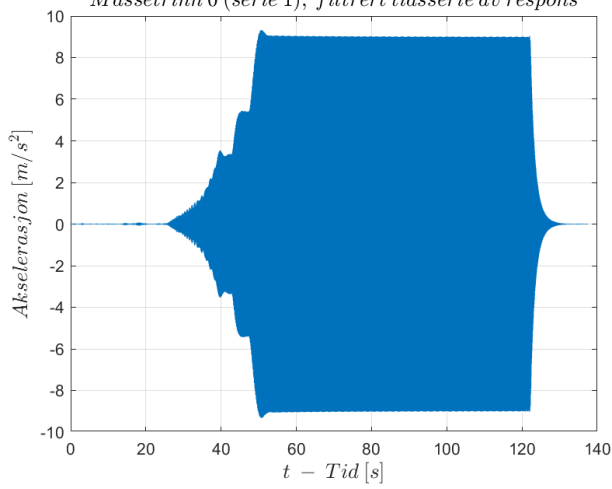
D.1 Slaghammer



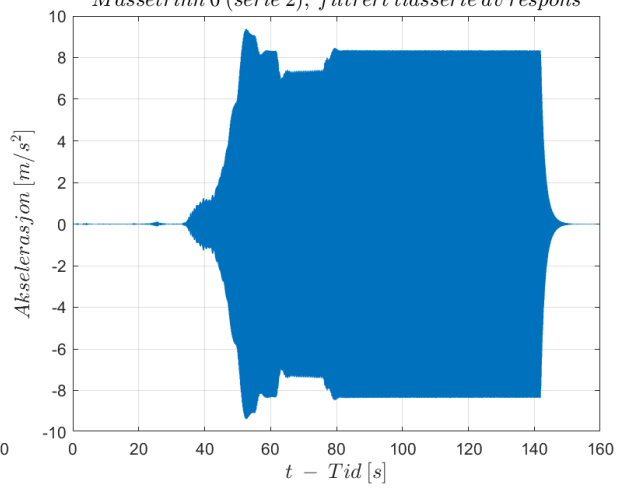
Legg merke til at kurvetilpasningen for første mode på massetrinn 4 er dårlig, og sannsynligvis gir et usikkert estimat for egenskapene til første mode.

D.2 ANCO – dempede frie vibrasjoner

Massetrinn 0 (serie 1), filtrert tidsserie av respons

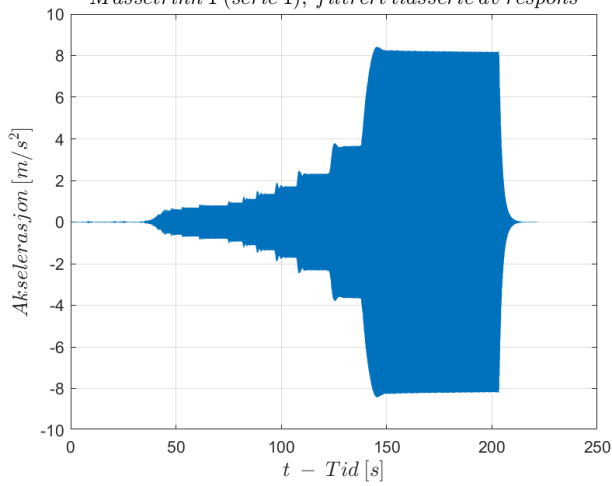


Massetrinn 0 (serie 2), filtrert tidsserie av respons

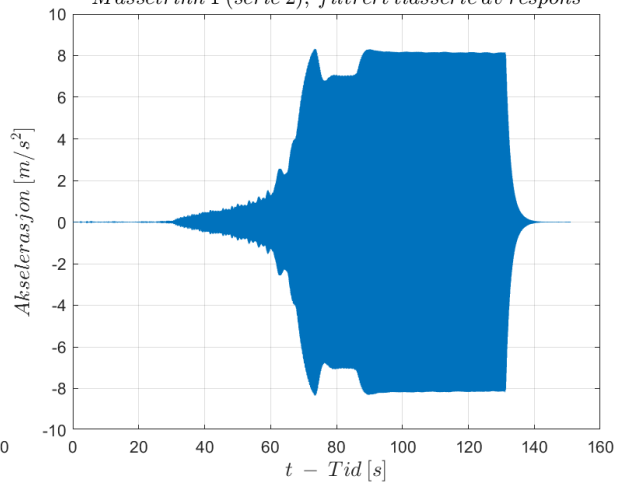


Tidsserier av akselerasjoner fra massetrinn 0 filtrert med bandpass-filter

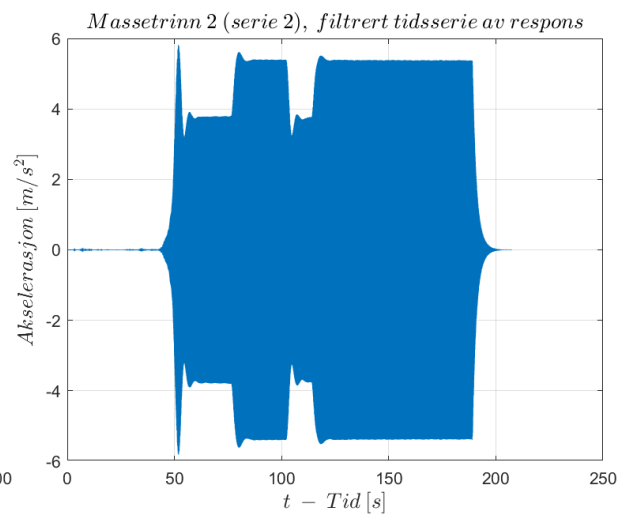
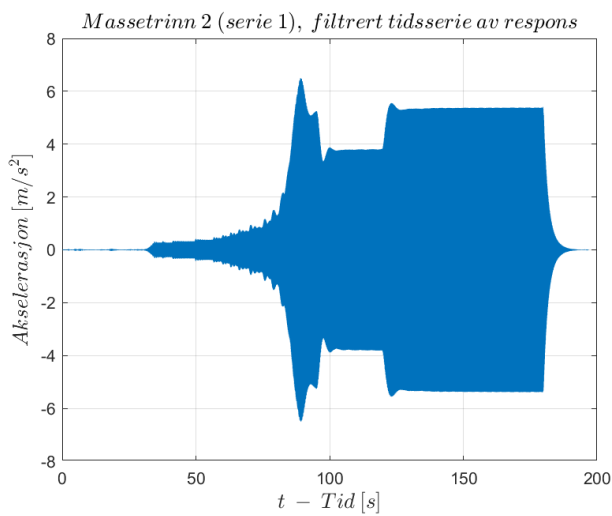
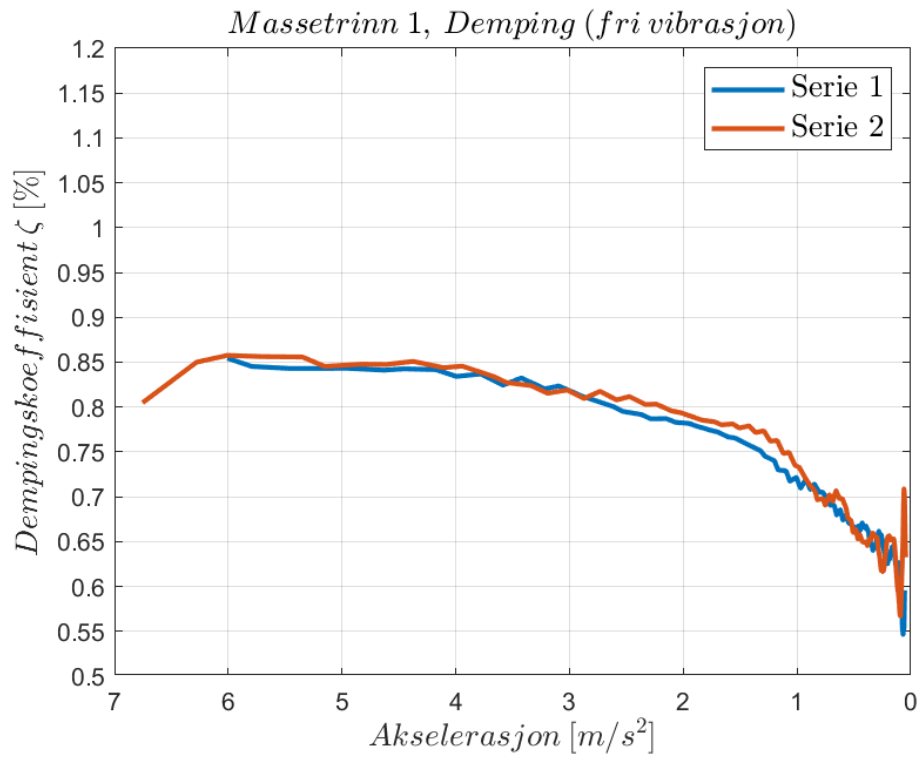
Massetrinn 1 (serie 1), filtrert tidsserie av respons



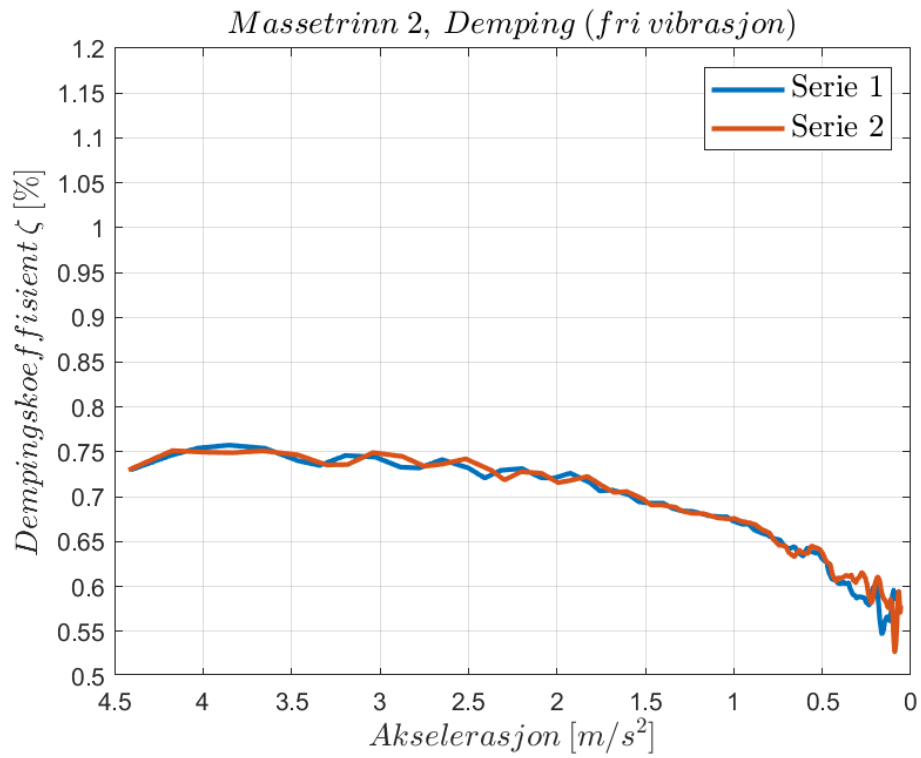
Massetrinn 1 (serie 2), filtrert tidsserie av respons



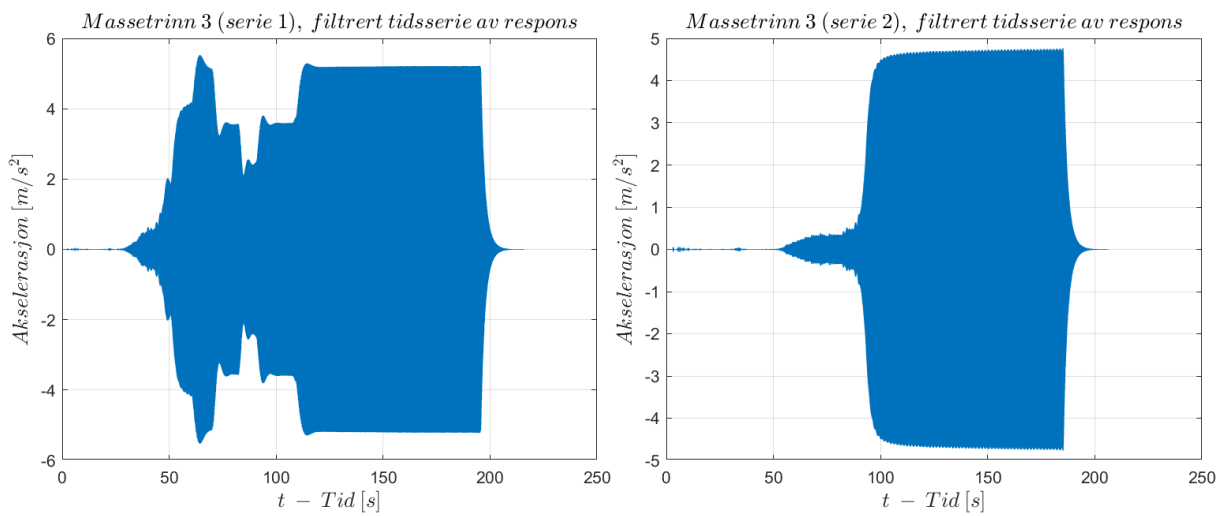
Tidsserier av akselerasjoner fra massetrinn 1 filtrert med bandpass-filter.



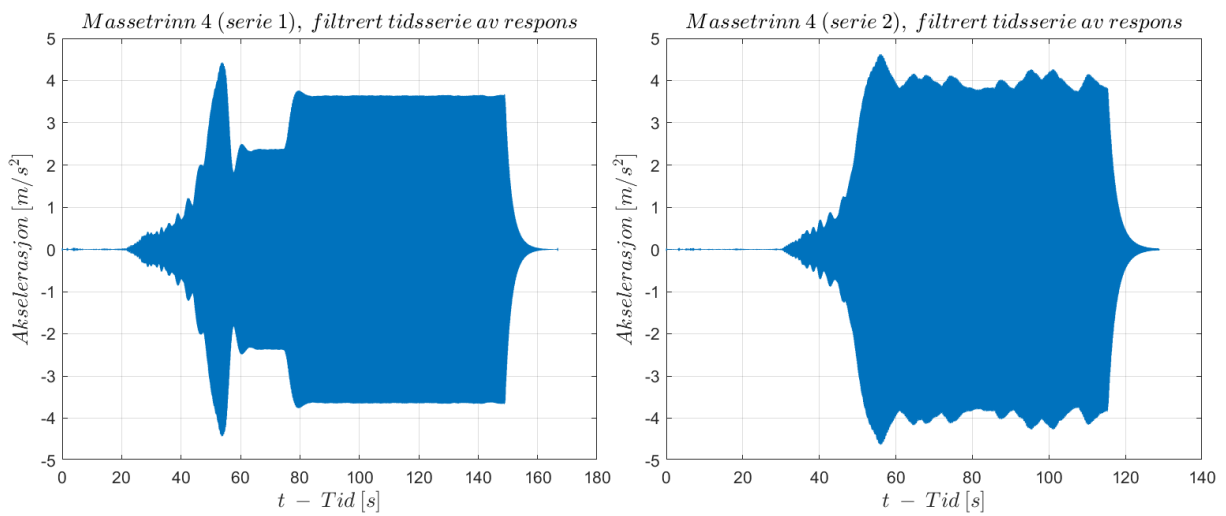
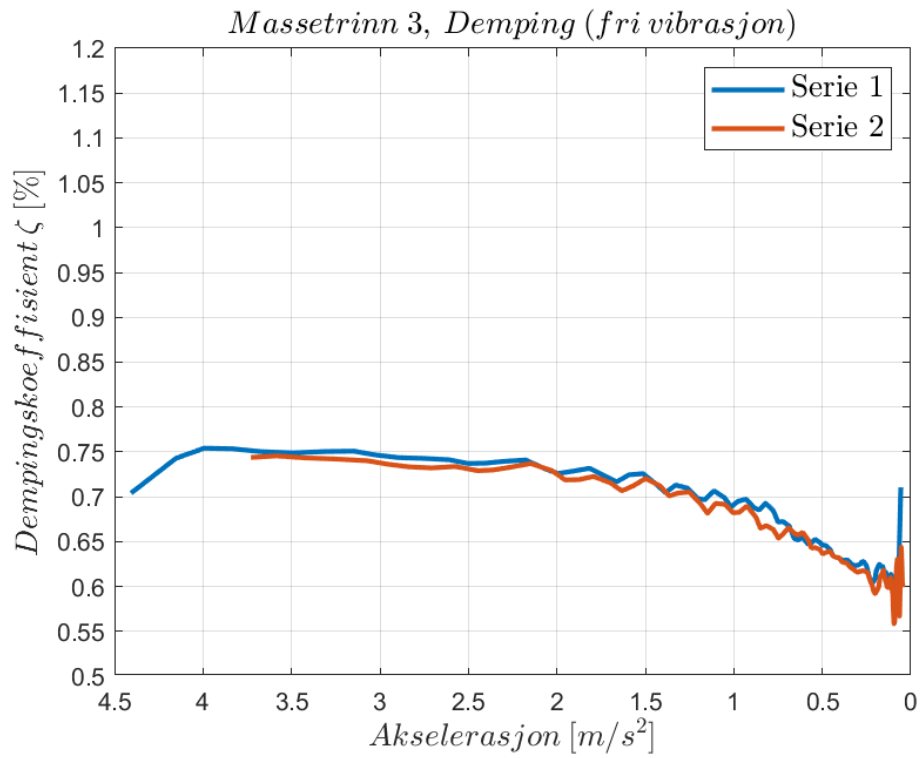
Tidsserier av akselerasjoner fra massetrinn 2 filtrert med bandpass-filter.



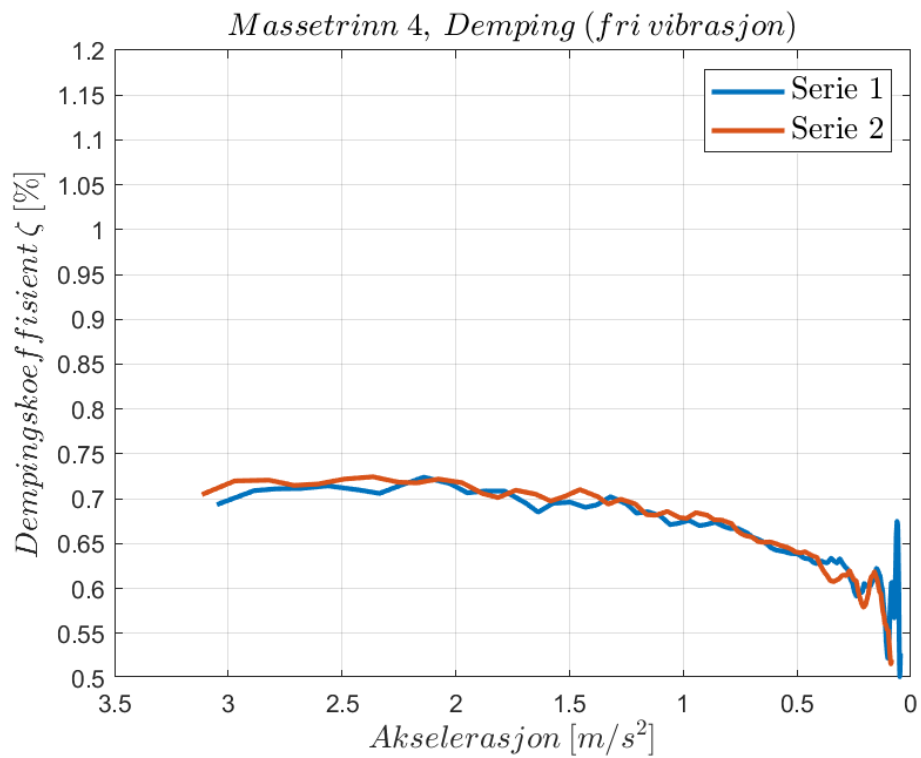
Damping beregnet for fasen med avtagende akselerasjoner for de to foregående tidsseriene.



Tidsserier av akselerasjoner fra massetrinn 3 filtrert med bandpass-filter.



Tidsserier av akselerasjoner fra massetrinn 4 filtrert med bandpass-filter.



Damping beregnet for fasen med avtagende akselerasjoner for de to foregående tidsseriene.

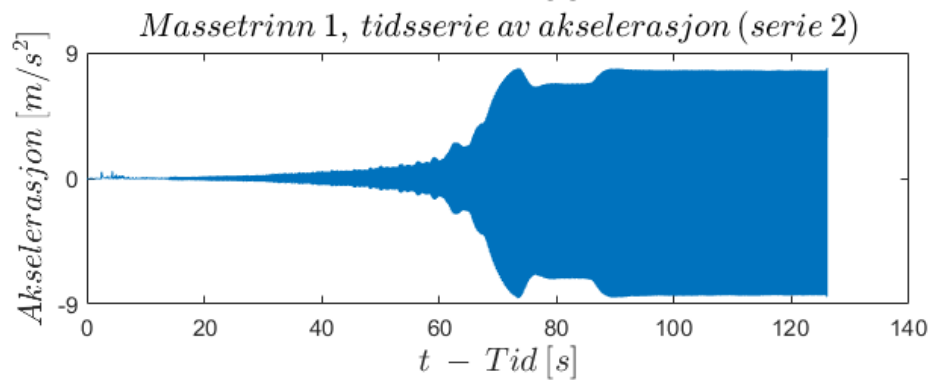
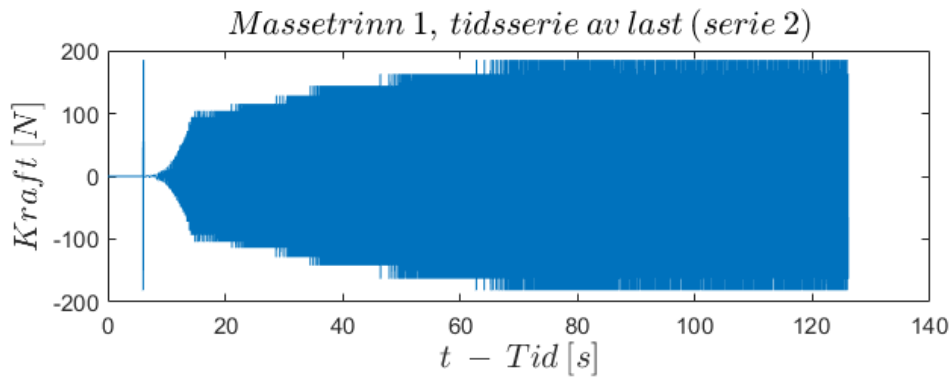
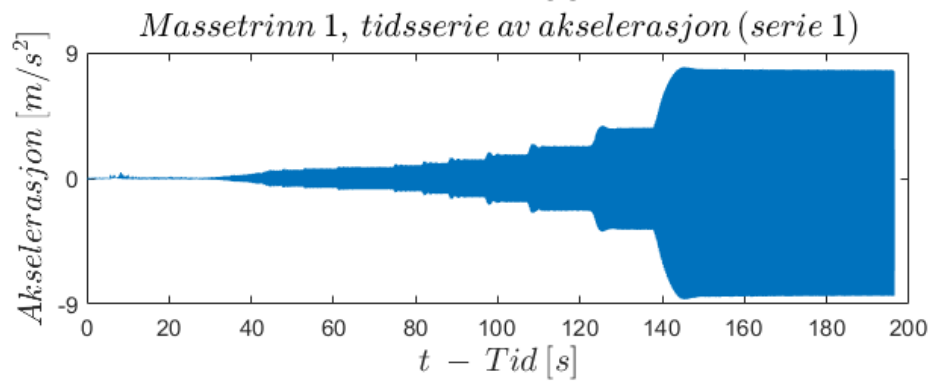
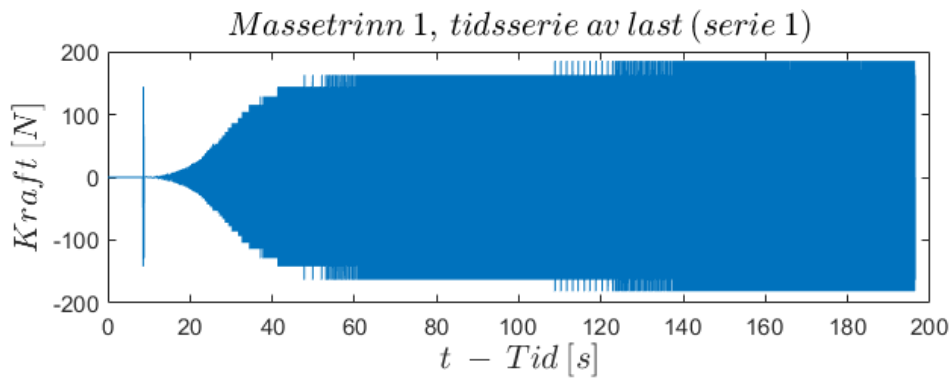
Benyttede terskelverdier som angir minste tillatte forhold mellom to påfølgende amplitudetopper før beregningen av damping automatisk avbrytes. Disse ble valgt manuelt, og tok spesielt sikte på å begrense oscillasjoner i dempingsverdiene ved lav akselerasjon.

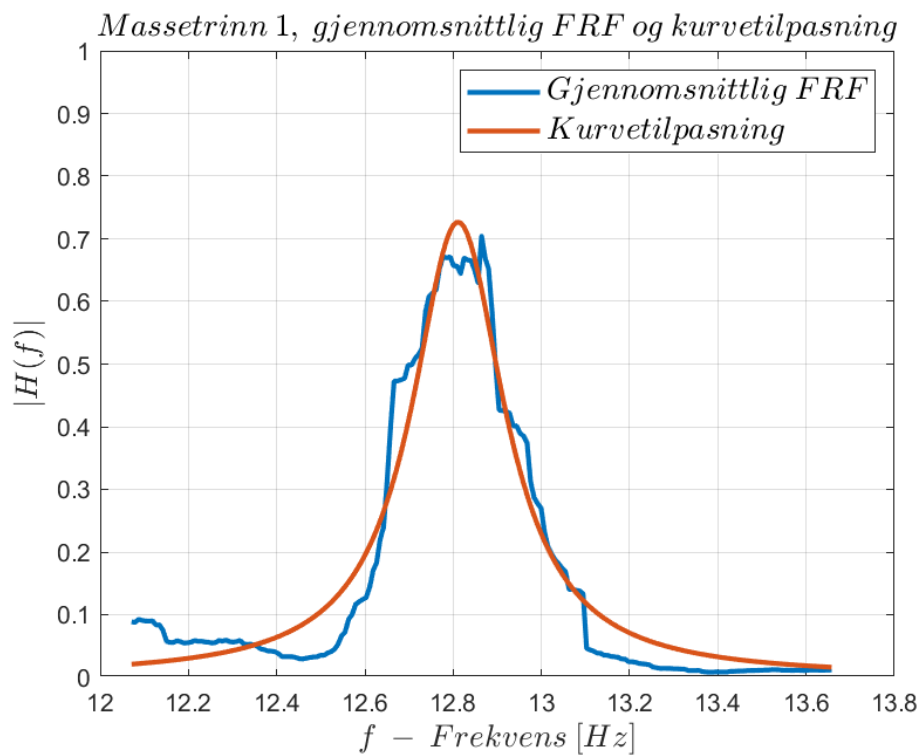
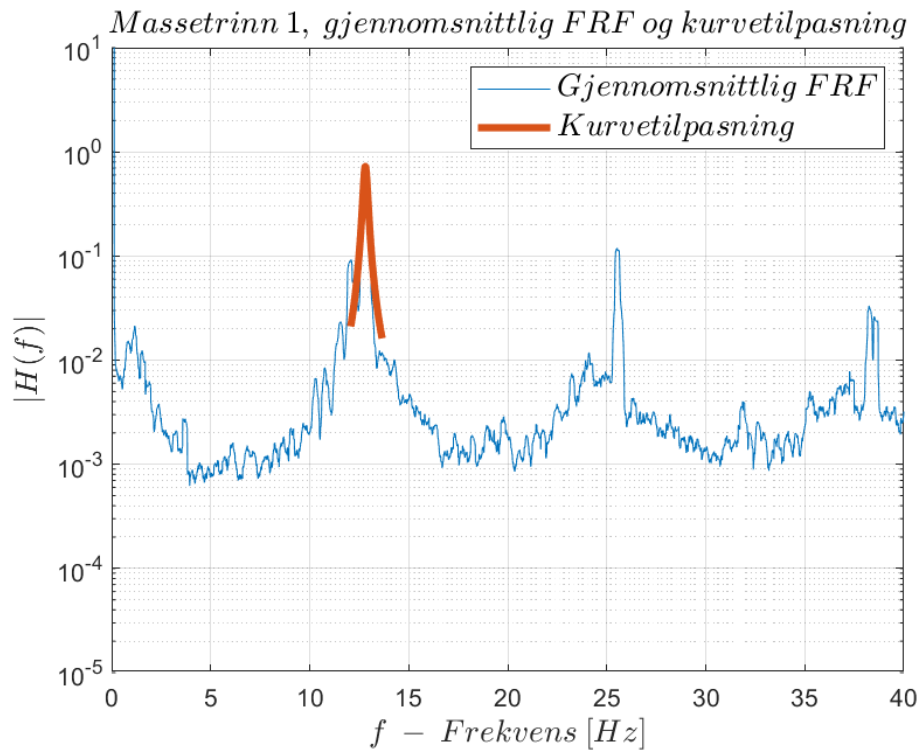
<i>Massetrinn</i>	<i>Benyttet terskelverdi</i>
0	1,0325
1	1,0150
2	1,0150
3	1,0150
4	1,0150

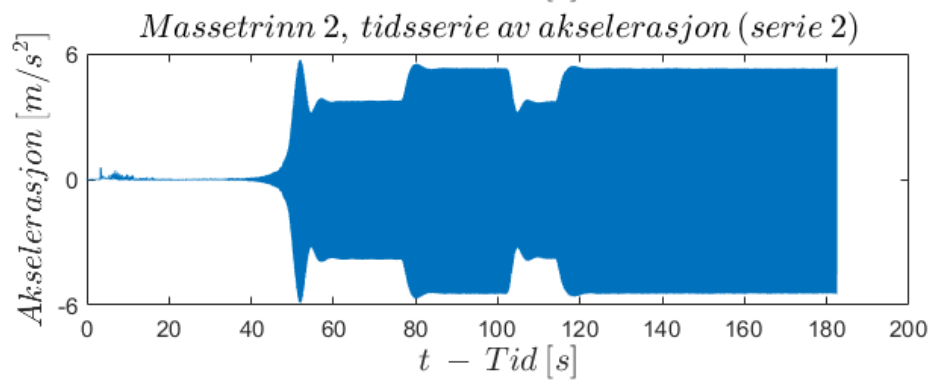
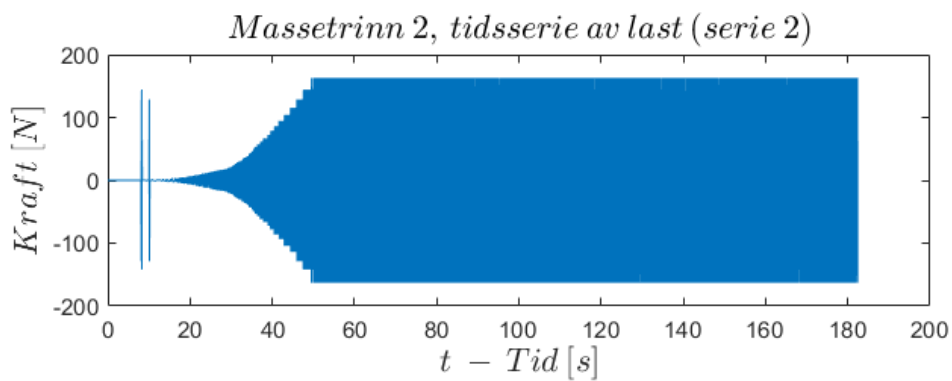
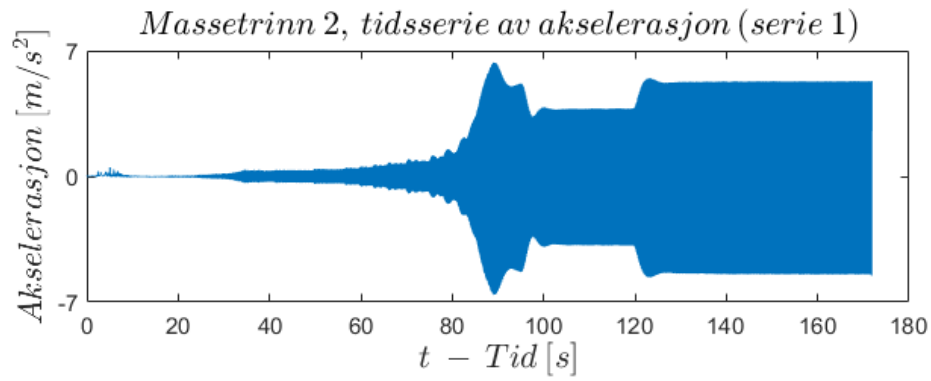
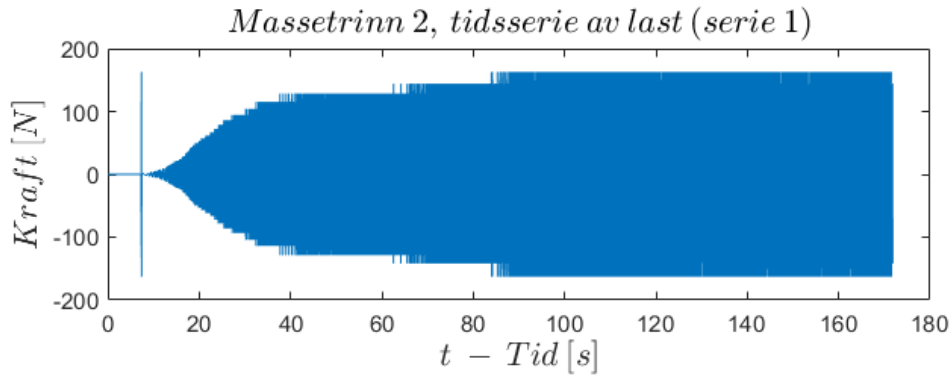
Gjennomsnittlig demping for to tidsserier av akselerasjon ved henholdsvis 1 m/s² , 2 m/s² og 3 m/s², funnet ved visuell inspeksjon av plott for demping ved logaritmisk dekkement.

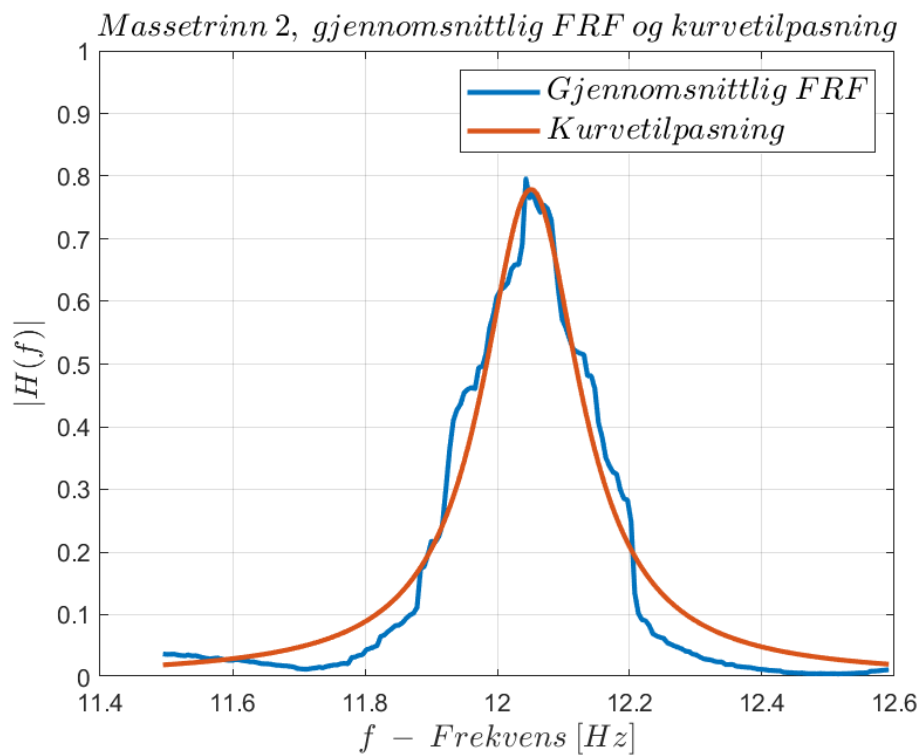
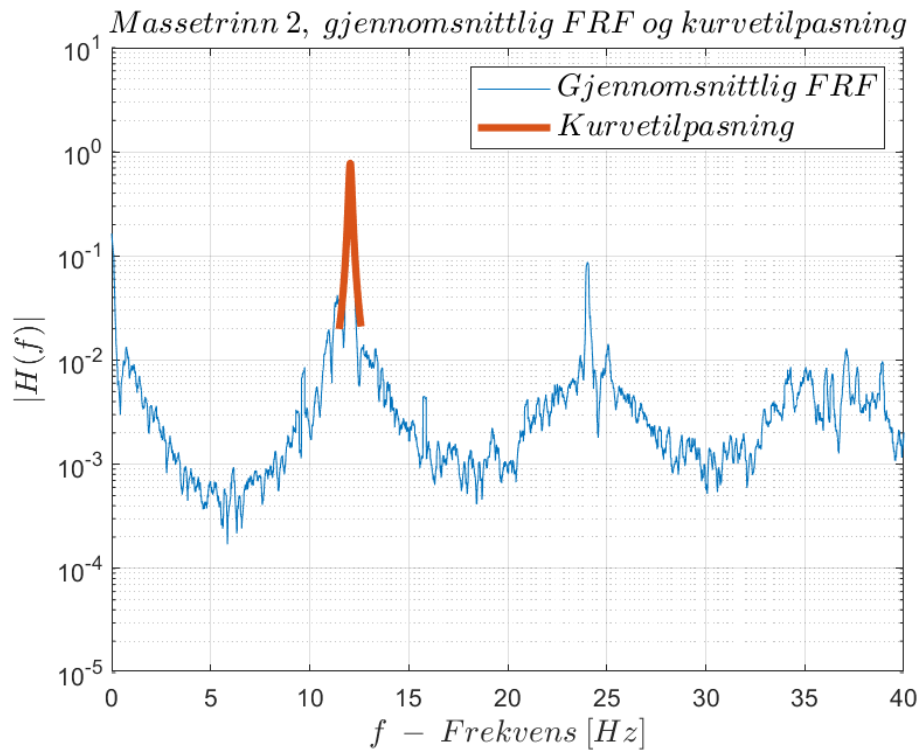
<i>Massetrinn</i>	<i>Gjennomsnittlig demping ved 1 m/s²</i>	<i>Gjennomsnittlig demping ved 2 m/s²</i>	<i>Gjennomsnittlig demping ved 3 m/s²</i>
0	0,78 %	0,82 %	0,87 %
1	0,73 %	0,78 %	0,82 %
2	0,67 %	0,72 %	0,74 %
3	0,69 %	0,73 %	0,75 %
4	0,68 %	0,72 %	0,71 %

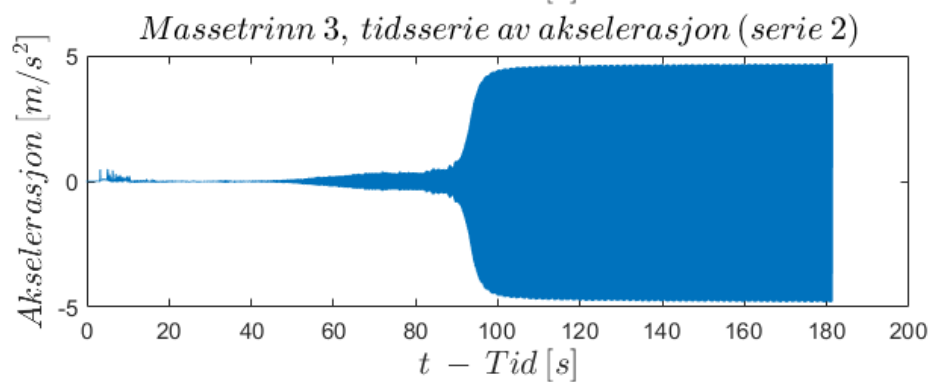
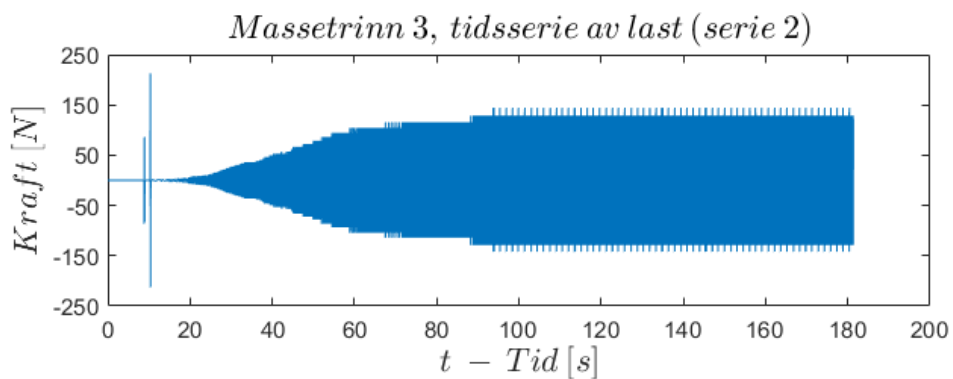
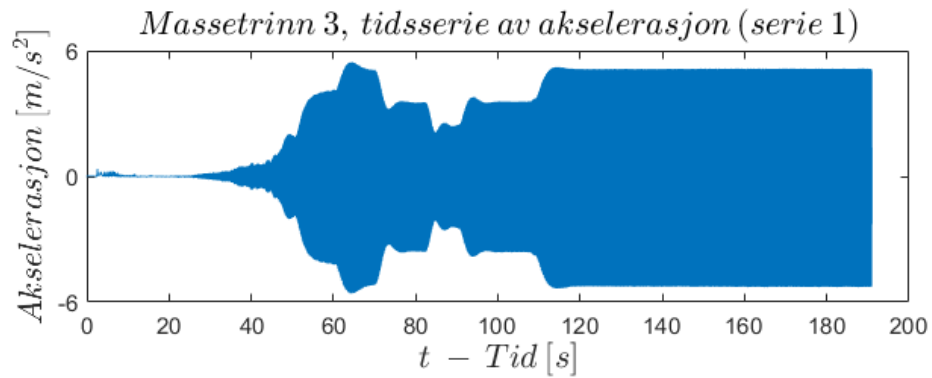
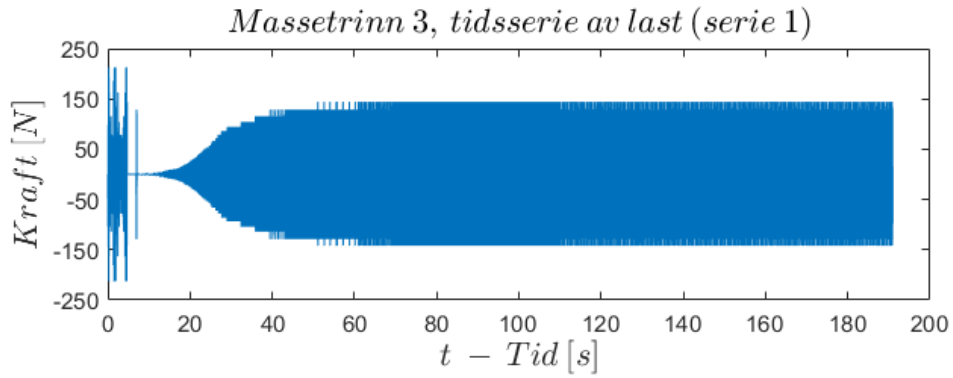
D.3 ANCO – tvungne vibrasjoner (steady state)

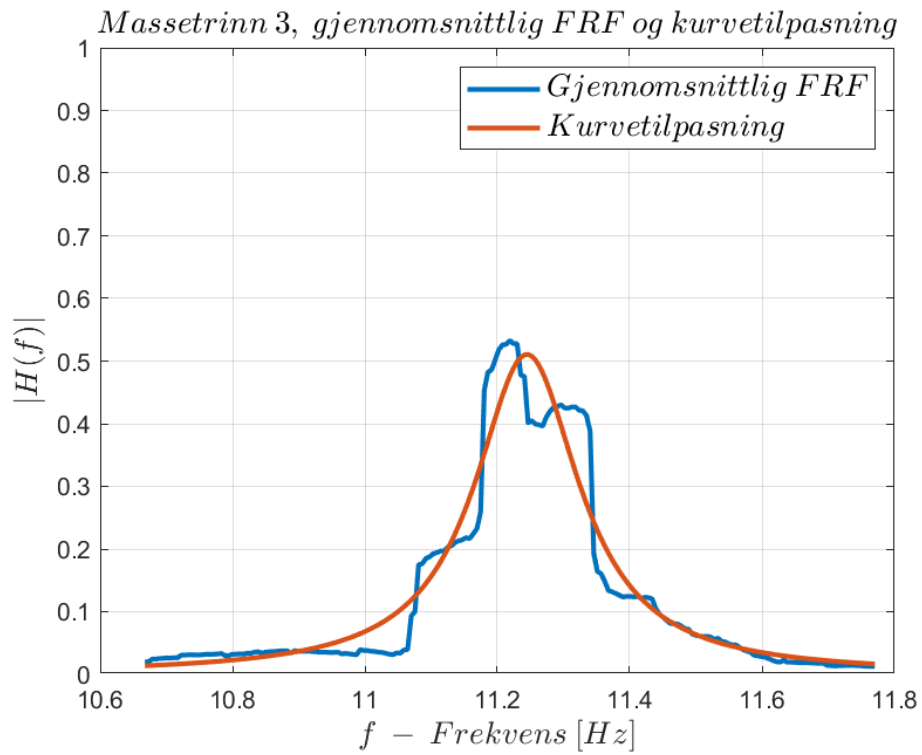
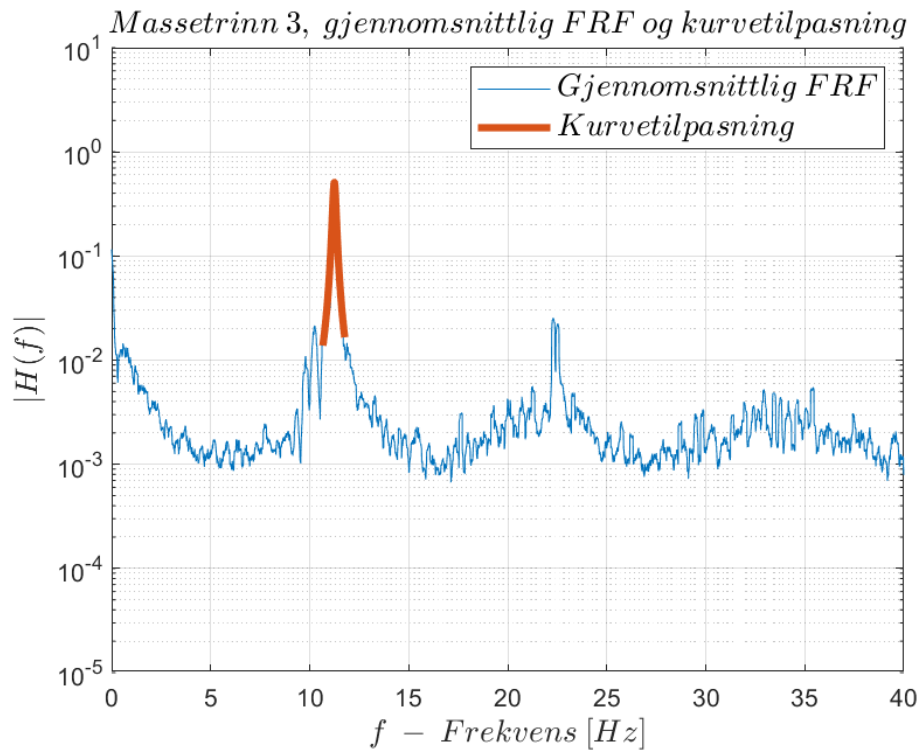


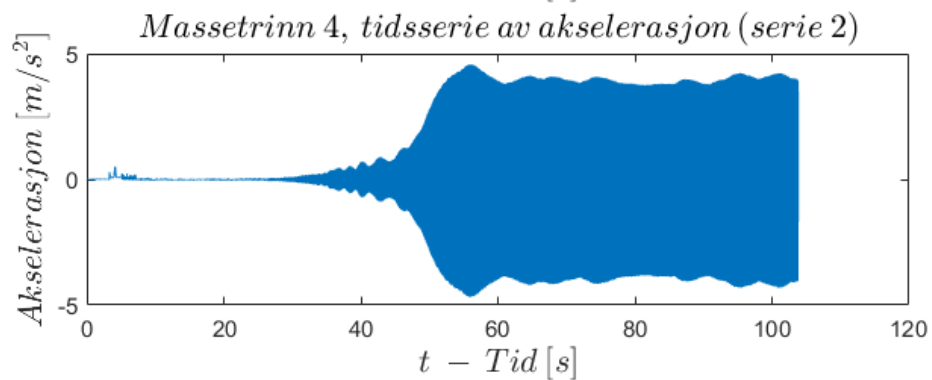
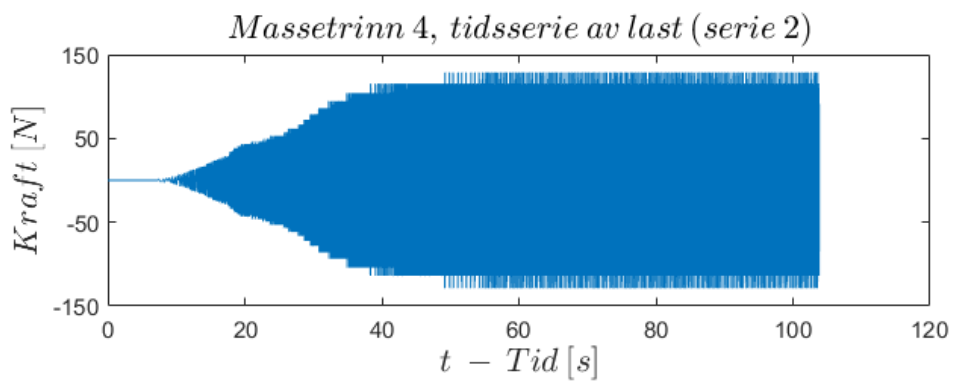
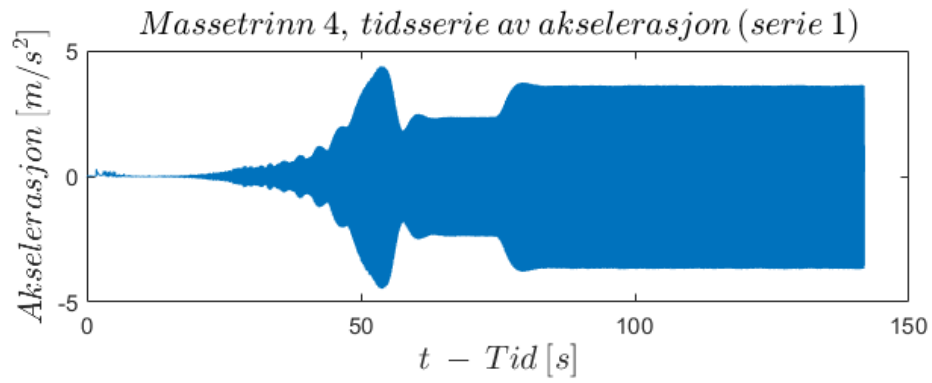
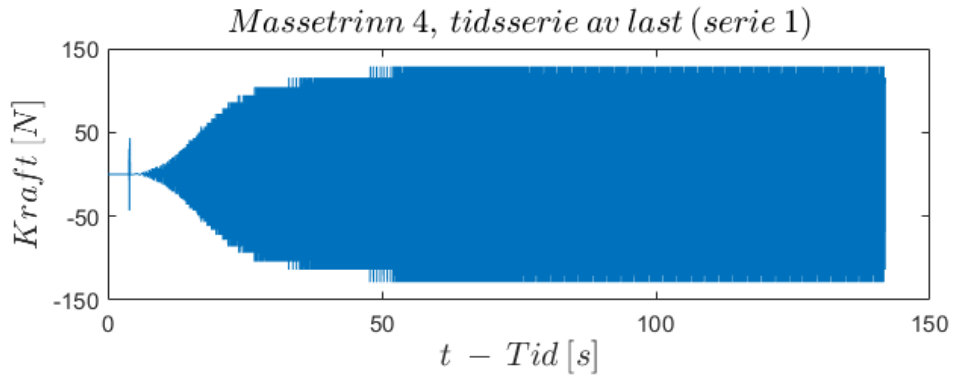


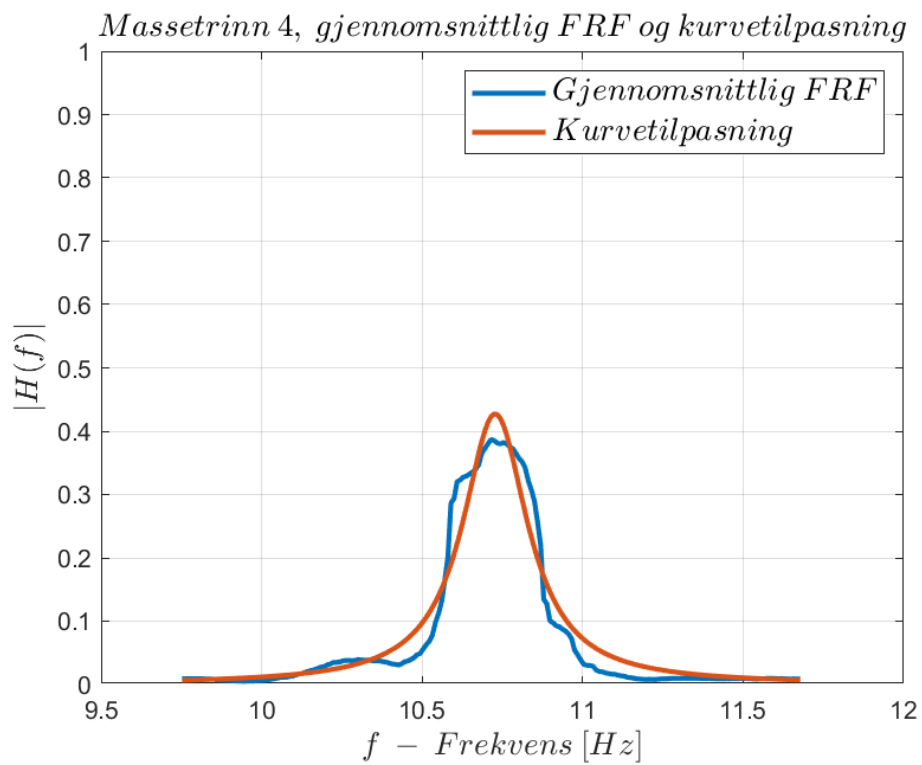
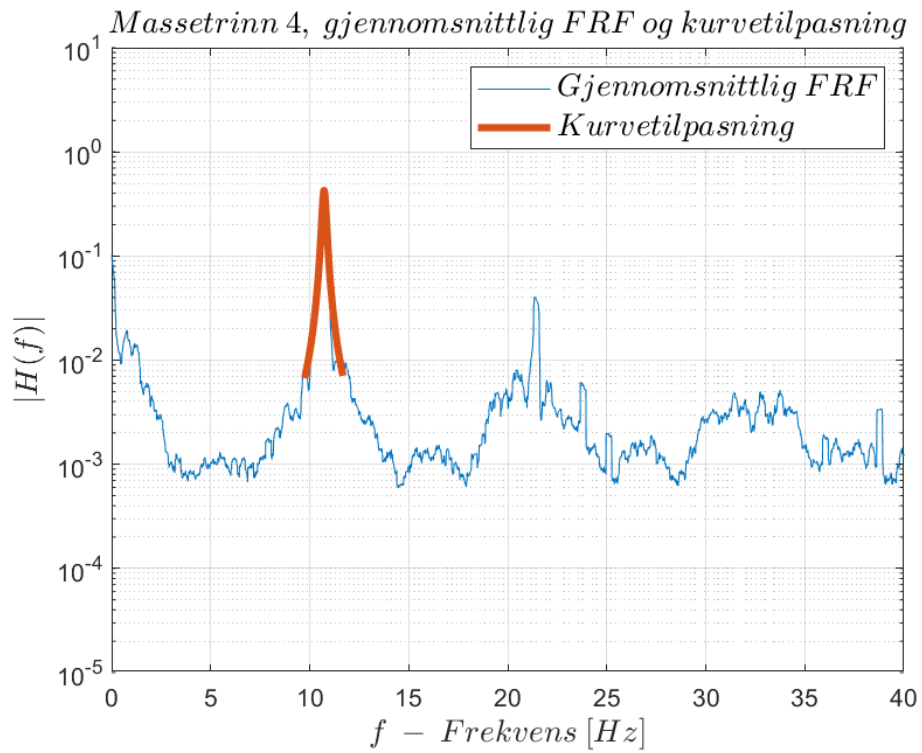






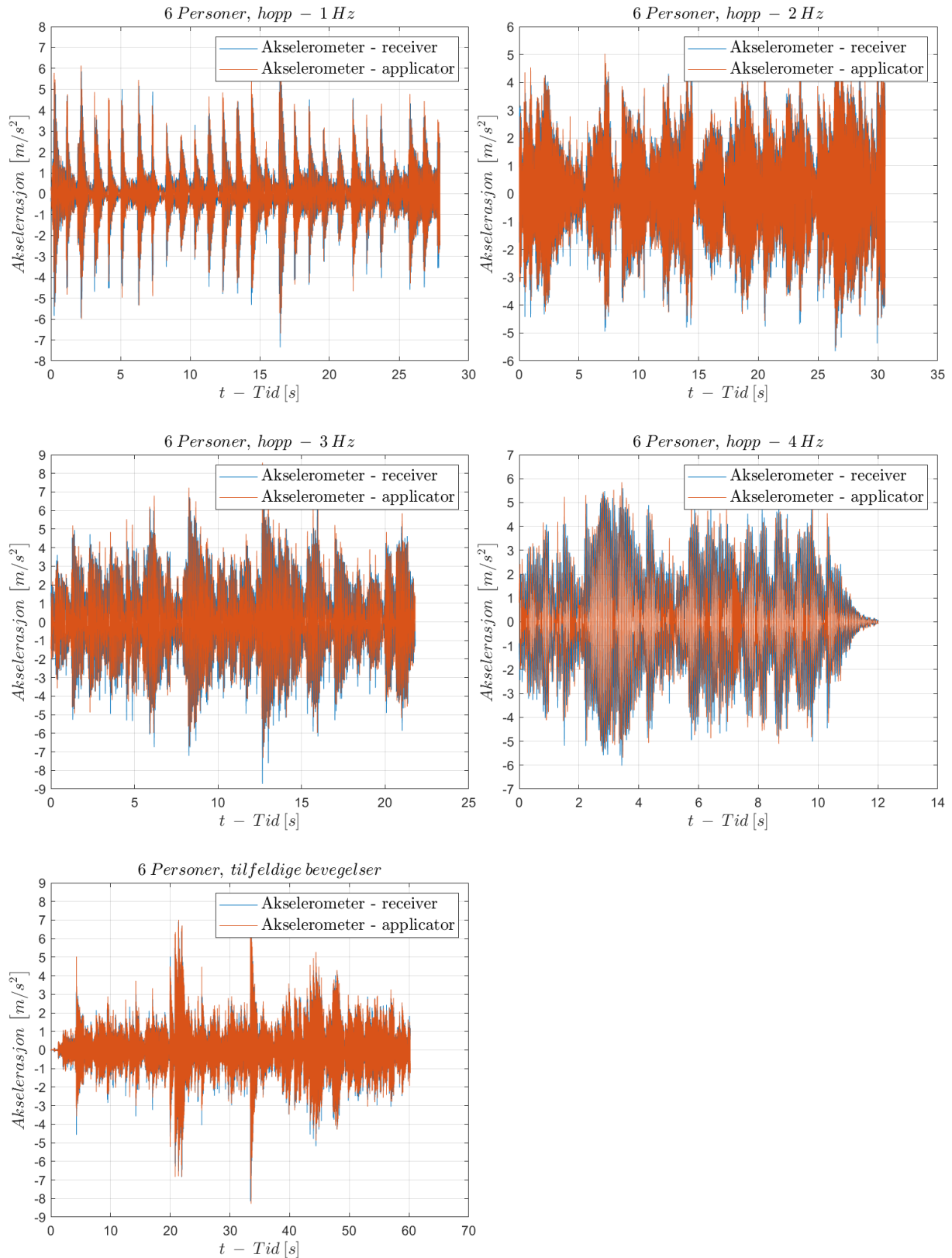


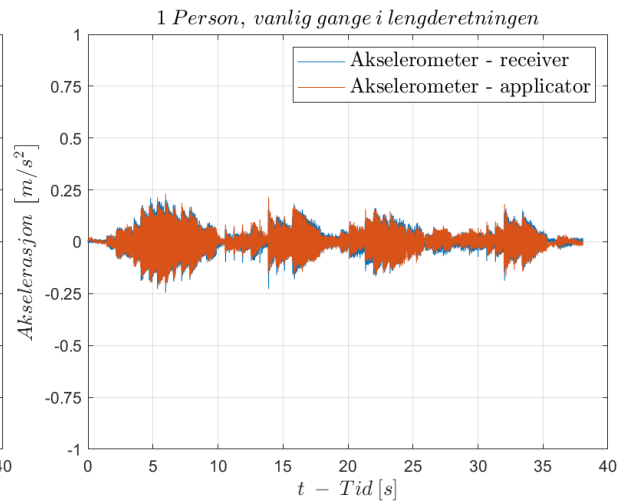
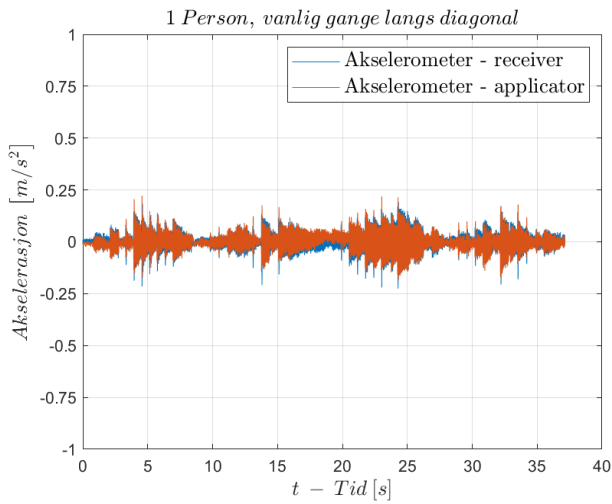
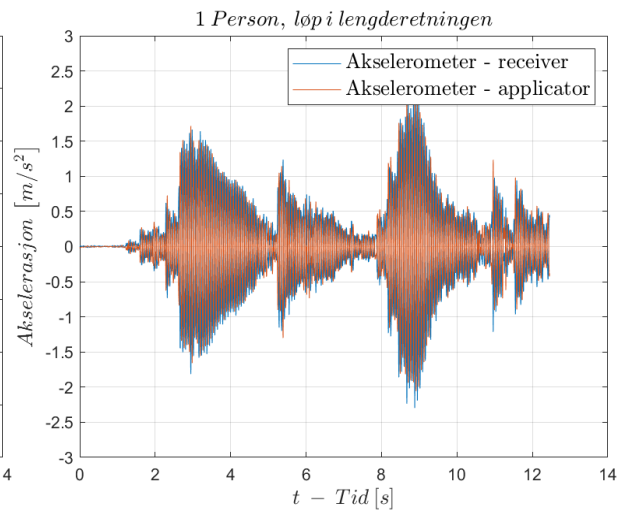
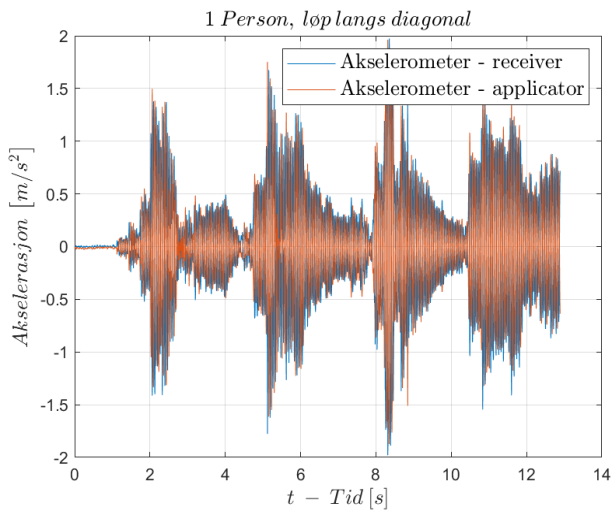
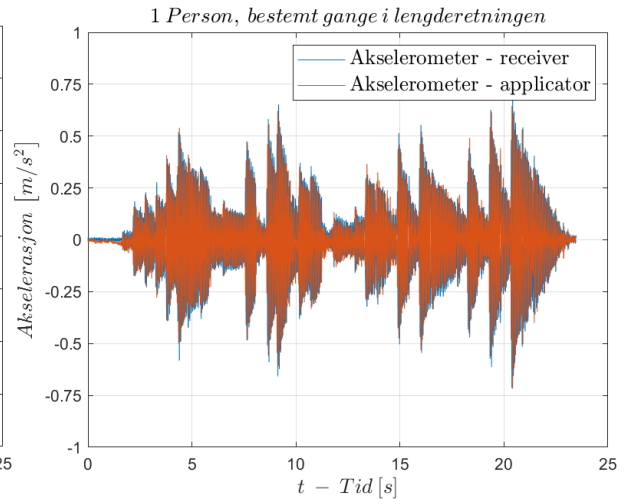
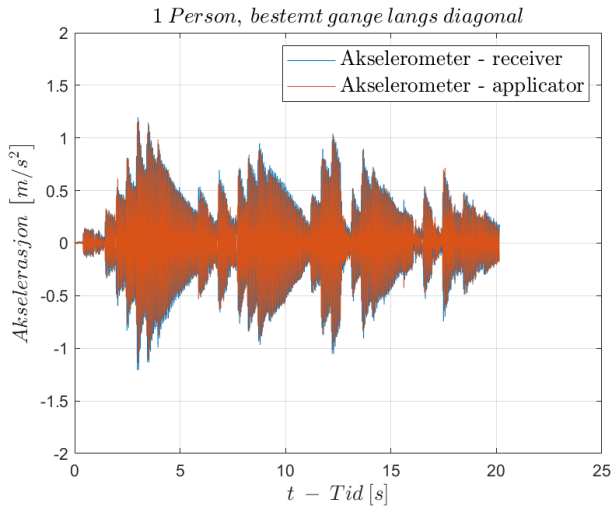


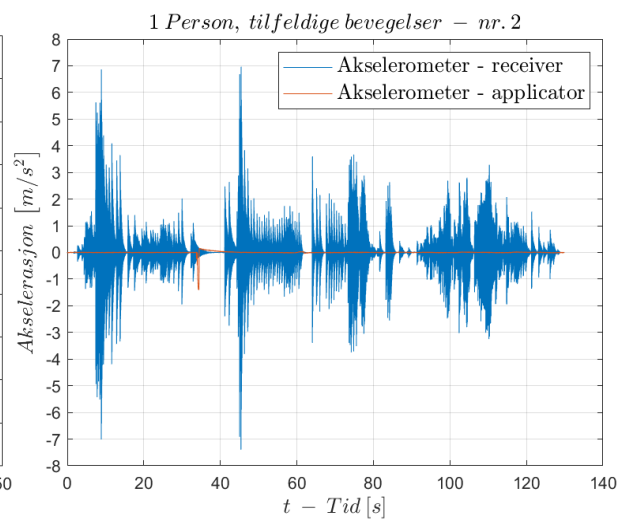
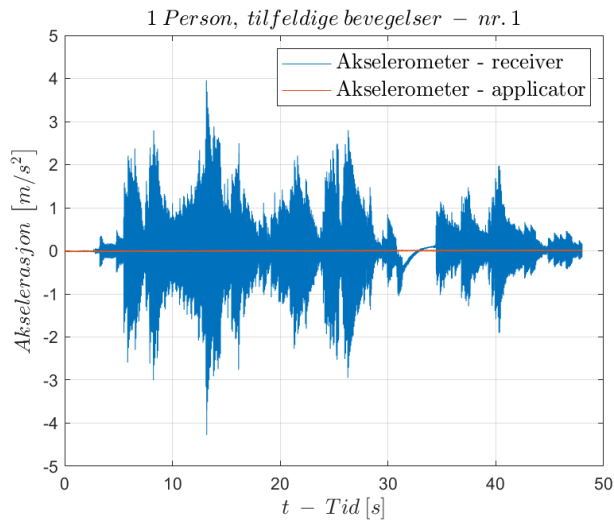


D.4 Menneskelig aktivitet

Her presenteres tidsseriene fra de øvrige forsøkene. Autospektrene presenteres ikke, da disse er tilnærmet like for alle tilfellene, og er dokumentert med flere eksempler i resultatdelen.





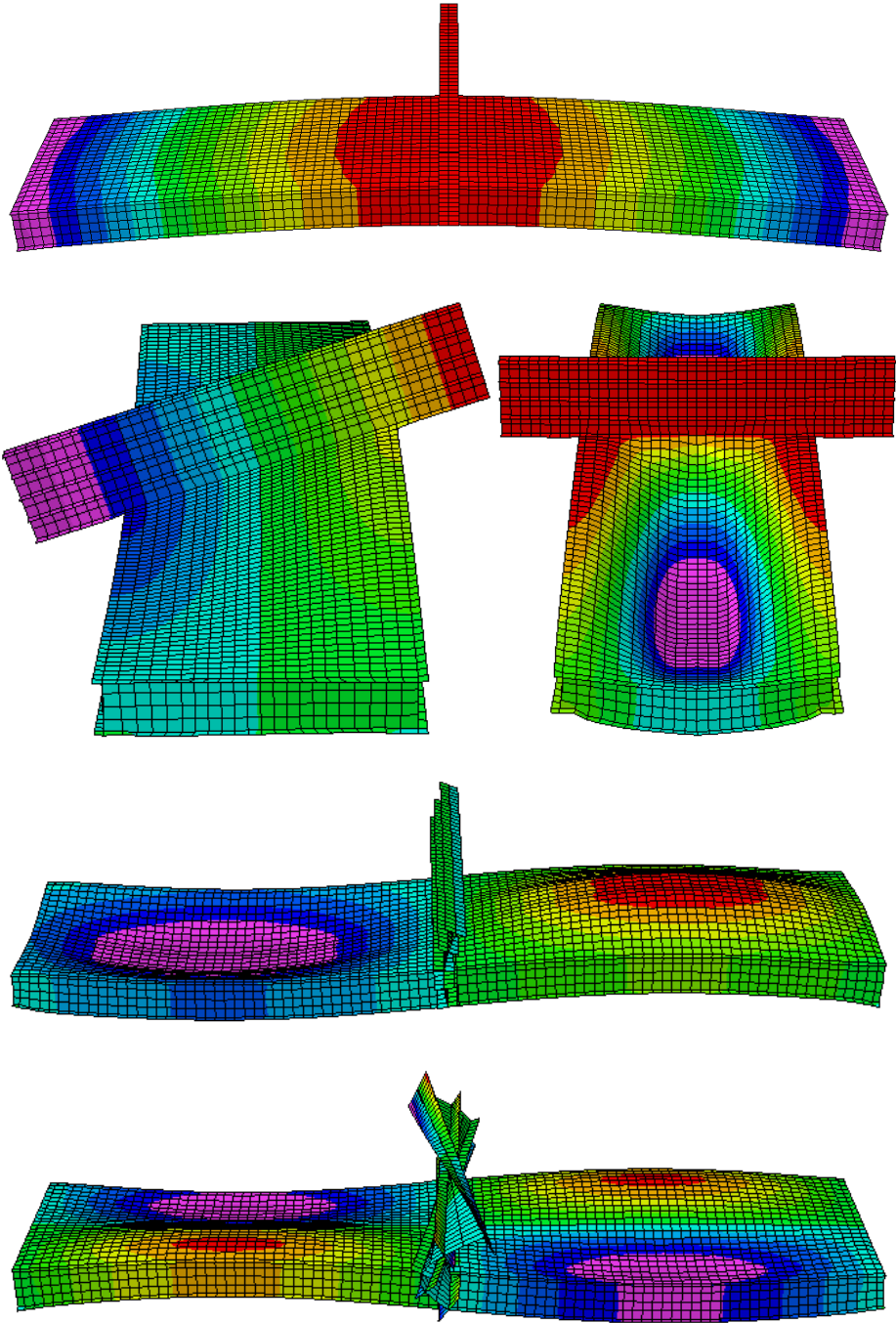


På begge disse tidsseriene var det problemer, med applicator-akselerometeret, av den grunn er denne bare en konstant, rød linje.

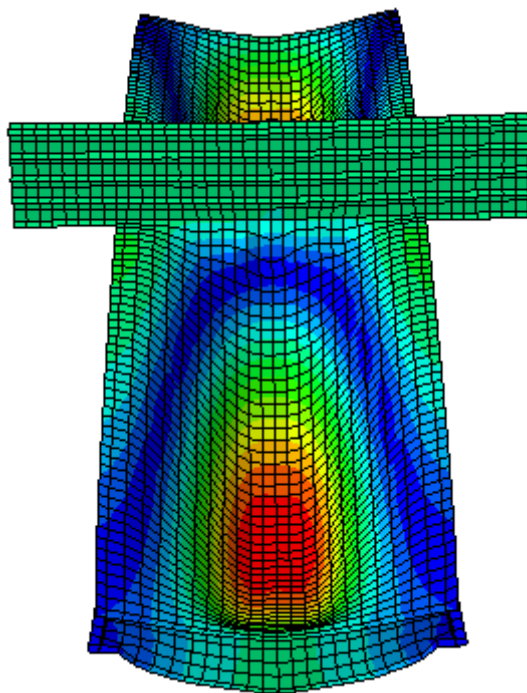
D.5 Abaqus

D.5.1 Modalanalyse

Illustrasjon av de ulike effektene som påvirker egenfrekvenser og dempingsverdier, beskrevet i diskusjonsdelen:

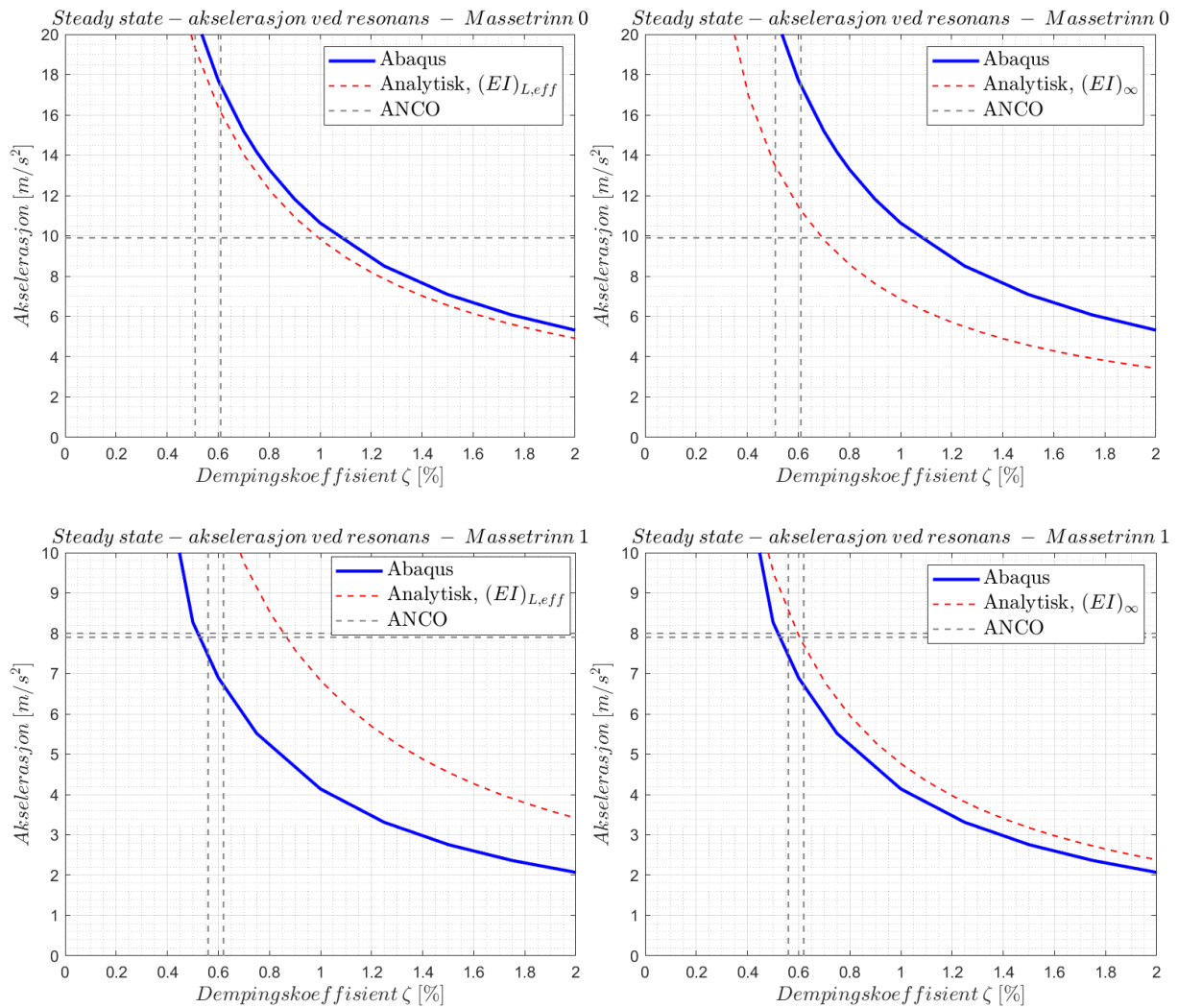


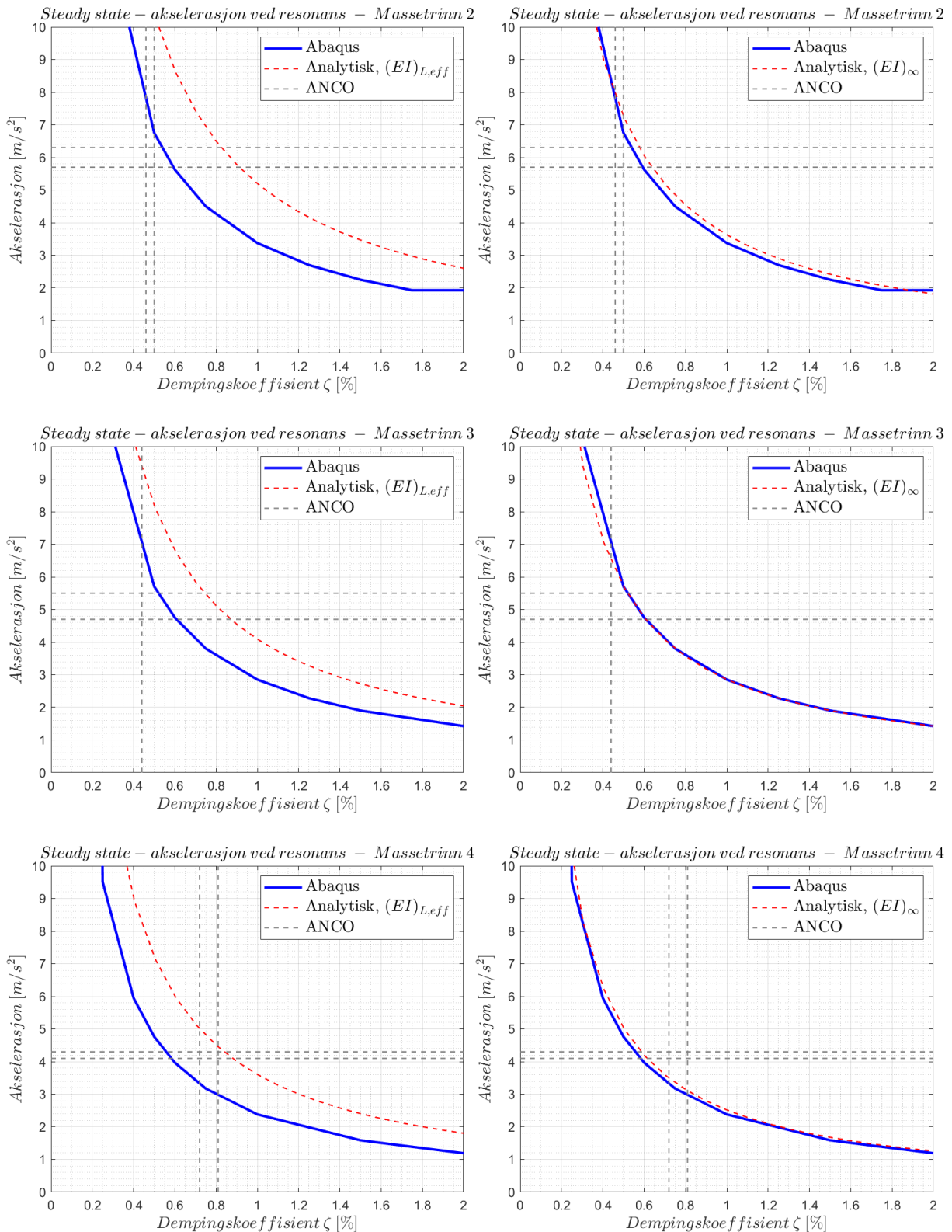
Effekt der de fastmonterte bjelkene annullerer fjerde mode, slik at den ikke blir fanget opp med forsøk med Slaghammer:



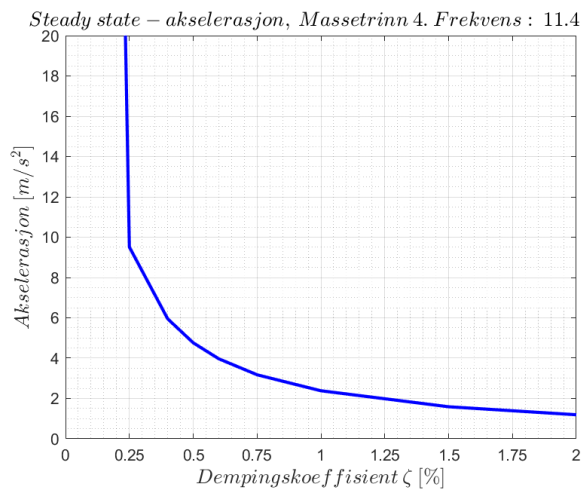
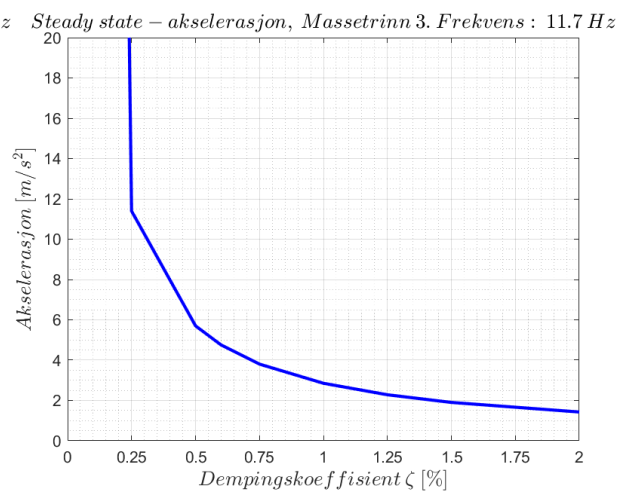
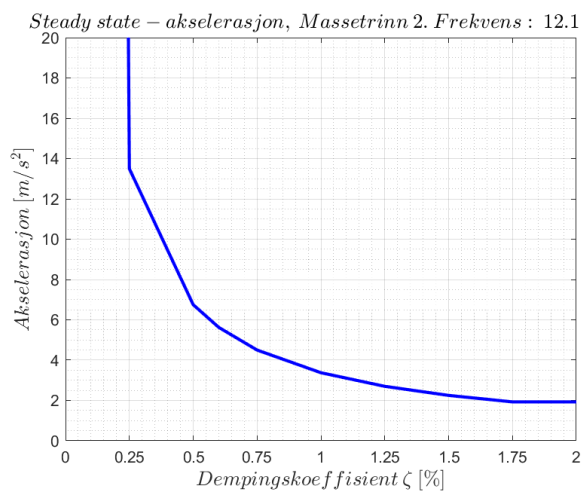
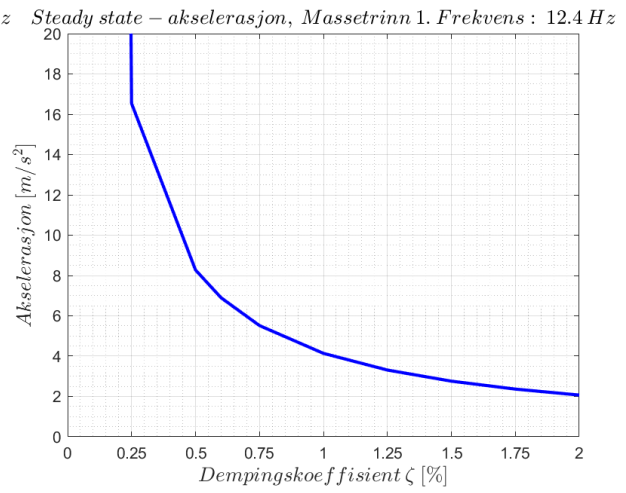
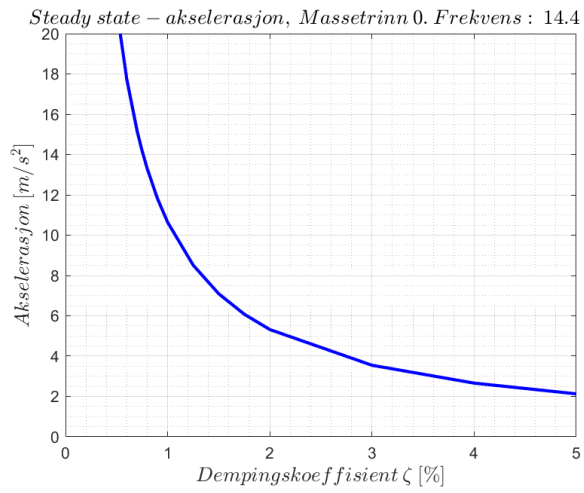
D.5.2 Tvungne vibrasjoner (steady state)

Under vises steady state-akselerasjoner ved resonans som en funksjon av dempingskoeffisient. De grå stiplede linjene angir målte akselerasjoner med ANCO og korresponderende estimat for dempingskoeffisient.



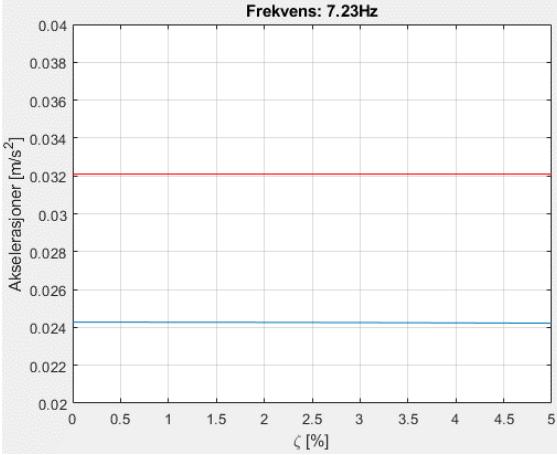


Steady state-akselerasjoner ved resonans fra simuleringer i Abaqus:

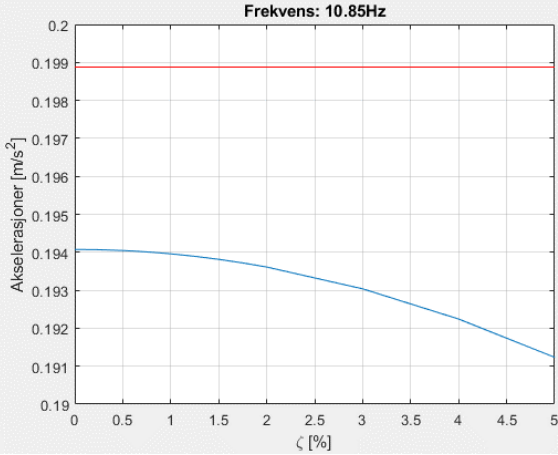


Under vises steady state-akselerasjoner fra simuleringer i Abaqus (blå linje) som funksjon av demping. De røde linjene er målte akselerasjoner fra forsøk med ANCO for de samme frekvensene.

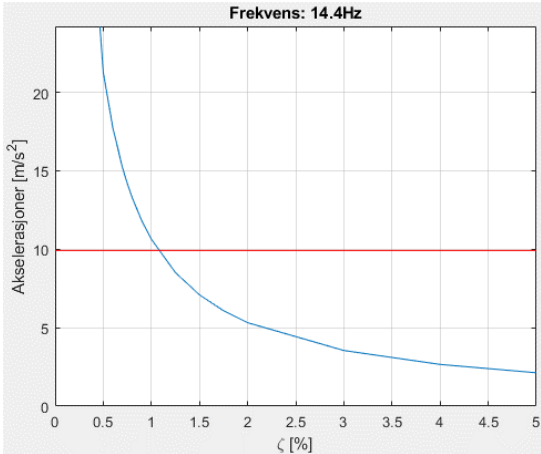
$0,50f_{n,1}$



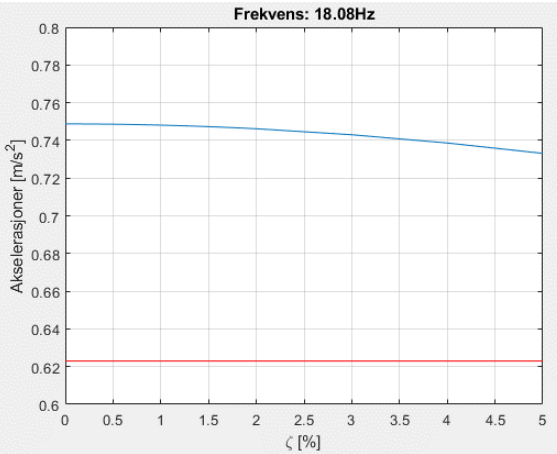
$0,75f_{n,1}$



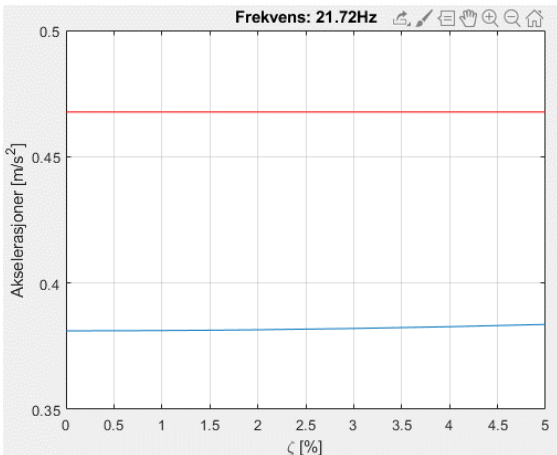
$1,00f_{n,1}$



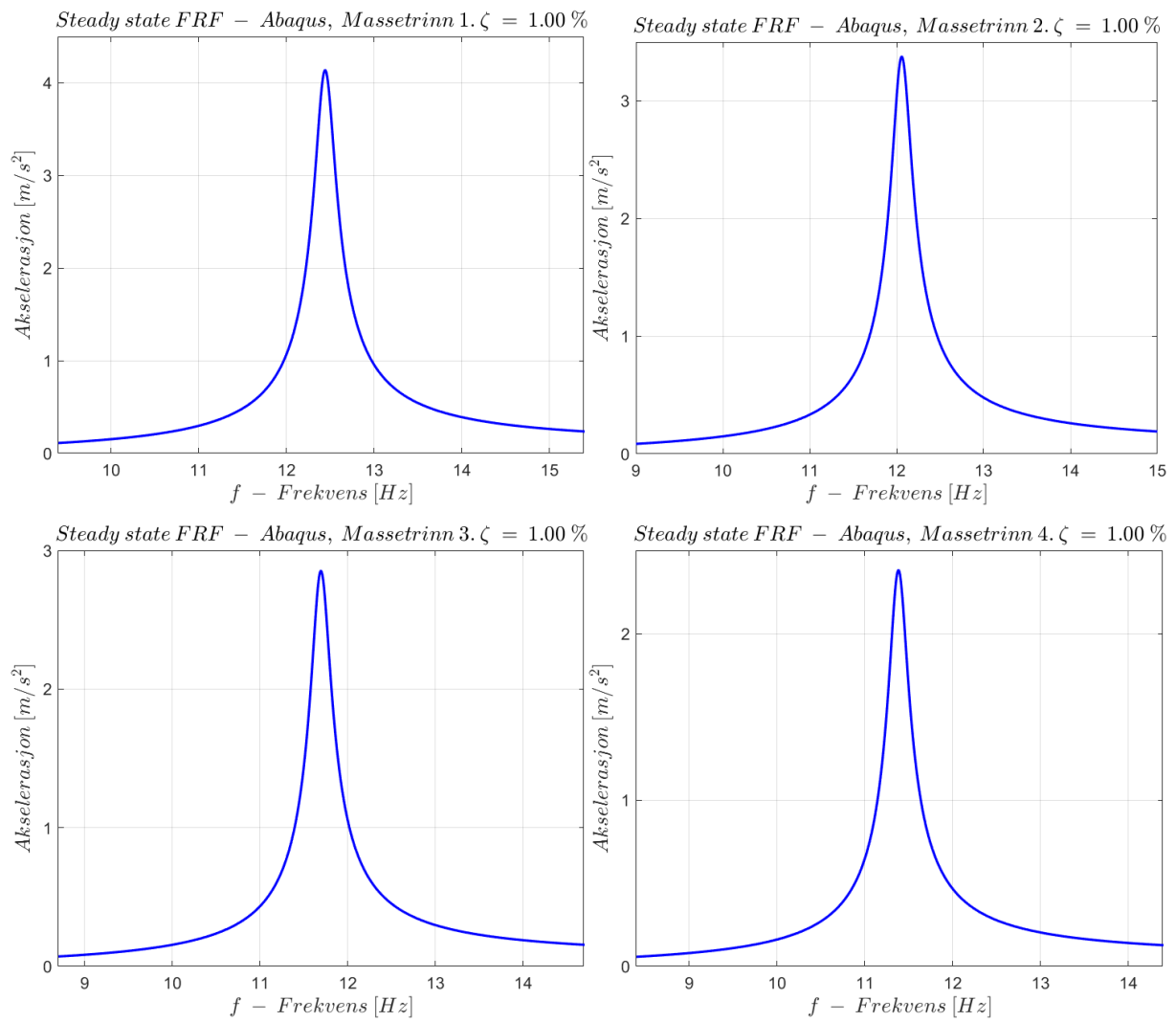
$1,25f_{n,1}$



$1,00f_{n,2}$



Under vises FRF'er fra Abaqus steady state-simuleringer for $\zeta = 1,00\%$ for massestrinn 0-4.



D.6 Bruksgrensetilstand

Hu & Chui – kriteriet:

For utregning av $w_{static,F=1kN}$ er det benyttet den beregnede bøyestivheten fra eksperimentelt nedbøyningsforsøk ($(EI)_{L,eff}$), samt første egenfrekvens ($f_{n,1}$) funnet ved bruk av slaghammer.

$$w_{static,F=1kN} = \frac{FL^3}{48(EI)_{L,eff}} = \frac{1000 * 8860^3}{48 * 1,248 * 10^{14}}$$

$$w_{static,F=1kN} = 0,116 \text{ mm}$$

$$\frac{\left(\frac{f_{n,1}}{18,7}\right)^{2,27}}{w_{static,F=1kN}} \geq 1,0$$

$$\frac{\left(\frac{14,5}{18,7}\right)^{2,27}}{0,116} = 4,84 \geq 1,0$$

E Utvalgt materiale fra prosjektoppgave

E.1 Korreksjoner

Fra vedlegg B.2, side 55:

$$(EI)_{\infty} = 1,21 * 10^{14} Nmm^2 = 1,21 * 10^8 Nm^2$$

Videre følger det at

$$f_{n,1} = \frac{1}{2\pi} * \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 * \sqrt{\frac{(EI)_{\infty}}{m}} = \frac{1}{2\pi} * \left(\frac{\pi}{3,75}\right)^2 * \sqrt{\frac{1,21 * 10^8}{\frac{1817}{3,8}}} = 56,2 \text{ Hz}$$

