

Petter Kay Steinbo  
Mats Sørum Struksnæs

# Styrkeberegning av brutårn: Løsning for rekordlang hengebru tilknyttet «Ferjefri E39»

Masteroppgave i Bygg- og miljøteknikk  
Veileder: Terje Kanstad  
Juni 2020

**NTNU**  
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for ingeniørvitenskap  
Institutt for konstruksjonsteknikk



Illustrasjon: Statens Vegvesen



Petter Kay Steinbo  
Mats Sørum Struksnæs

# **Styrkeberegning av brutårn: Løsning for rekordlang hengebru tilknyttet «Ferjefri E39»**

Masteroppgave i Bygg- og miljøteknikk  
Veileder: Terje Kanstad  
Juni 2020

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for ingeniørvitenskap  
Institutt for konstruksjonsteknikk



Kunnskap for en bedre verden





## MASTEROPPGAVE 2020

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 05.06.2020	ANTALL SIDER: 120 + 13
------------------------------------	---------------------	---------------------------

TITTEL:

**Styrkeberegning av brutårn: Løsning for rekordlang hengebru tilknyttet «Ferjefri E39»**

Structural strength analysis of large bridge-towers: Solution for the "Ferry-free E39-project"

UTFØRT AV:

Petter Kay Steinbo  
Mats Sørum Struksnæs



SAMMENDRAG:

I denne oppgaven analyseres en mulig løsning for hengebru over Halsafjorden, med hovedfokus på brutårnene. Geometrien til brua bestemmes ved å skalere opp Hardangerbrua slik at hovedspennet blir 2050 meter. Brua analyseres med dimensjonerende kombinasjoner av egenvekt, trafikklaster og statisk vindlast i ferdig tilstand samt for spesialtilfellet statisk vindlast på brutårnene i byggefase. Brutårnene dimensjoneres deretter i bruddgrensetilstand ved bruk av B45-betong og B90-betong parallelt. Til slutt sammenlignes resultatene og betydningen av betongkvaliteten diskuteres.

FAGLÆRER: Terje Kanstad, NTNU

VEILEDER(E): Terje Kanstad, NTNU

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk



# Sammendrag

I denne oppgaven analyseres en mulig løsning for en rekordlang hengebru over Halsafjorden. Det er ikke blitt bygget noen hengebru av en slik størrelse i Norge tidligere, derfor er det ønskelig å finne ut om et slikt prosjekt er mulig å gjennomføre. Det er lagt mest vekt på brutårnene. Her er målet å finne ut hvor store tverrsnittene i brutårnene må være for å tåle belastningene de utsettes for, og dermed bestemme hvor mye betong og armering som trengs for å realisere prosjektet.

Geometrien til brua bestemmes ved å ta utgangspunkt i Hardangerbrua og deretter skalere opp relevante størrelser, slik at hovedspennet blir 2050 meter. Dette innebærer å finne skalerte tverrsnitt for konstruksjonsdelene brutårn, hovedkabler, hengestenger og avstivningsbærere.

Hengebrua analyseres med dimensjonerende lastkombinasjoner av egenvekt, trafikklast og statisk vindlast i ferdig tilstand. I tillegg analyseres brutårnene for spesialtilfellet der statisk vindlast virker på brutårnene i byggefase. Analysene gjennomføres ved hjelp av elementmetode-programmet Abaqus, der ikke-lineære geometriske effekter blir inkludert.

Brutårnene dimensjoneres i bruddgrensetilstand. Det vil si at tverrsnittene har tilstrekkelig styrke til å motstå dimensjonerende laster, mens krav til konstruksjonen i bruksgrensetilstand ikke blir undersøkt. Analysene kjøres med B45-betong og B90-betong parallelt. Tverrsnittene dimensjoneres med et separat og delvis egenutviklet Excel-program. Det tar hensyn til ikke-lineære materialeeffekter som plastifisering av trykksone og opprissing i betongen, i tillegg til flytning i armeringen.

Motivasjonen for å gjøre analysen med ulik betongkvalitet, er for å undersøke om det finnes en mulighet for å redusere materialforbruket ved å benytte en betongtype med høyere fasthet, og i så fall hvor mye. Dette besvares mot slutten av oppgaven, der resultatene sammenlignes og betydningen av betongkvaliteten diskuteres.

# Abstract

The objective in this master thesis is to investigate the possibility to build a suspension bridge over Halsafjorden. A suspension bridge of equivalent size has not been built in Norway previously, it is therefore desirable to investigate whether a project like this is possible to do. Most of the effort is put into the pylons. The goal here is to determine the necessary cross sections for the pylons to withstand the loads they are subjected to. Then it will be possible to estimate the amount of concrete and reinforcement needed to realize the project.

The geometry of the suspension bridge is determined by scaling the relevant measures of Hardangerbrua, such that the main span becomes 2050 meters. This includes to find scaled cross sections of the separate parts, such as pylons, main cables, hangers and bridge girder.

The suspension bridge is being analyzed with decisive load combinations from self weight, traffic load and static wind load. In addition, the pylons are being analyzed for a special case where static wind load is applied during the construction phase. The analyses are carried out with the finite element program Abaqus, where nonlinear geometric effects are included.

The pylons are dimensioned for the ultimate limit state. This means that the cross sections have sufficient strength to withstand the decisive loads, but the requirements set by the serviceability limit state are not investigated. The analyses are carried out with C45-concrete and C90-concrete simultaneously. The cross sections are dimensioned with a separate and partly self-developed Excel program. This program includes nonlinear material behaviour such as plastification of the compressive zone and cracking of the concrete, as well as yielding of the reinforcement.

The motivation to carry out the analyses with different concrete grades is to find out whether there exists a possibility to reduce the necessary amount of material used by changing the concrete grade. This question is answered at the end of the thesis, where the results are presented and the influence of concrete grade is discussed.



# Forord

Denne masteroppgaven er utført ved institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim. Oppgaven er på 30 studiepoeng, og markerer avslutningen på det 5-årige masterprogrammet bygg- og miljøteknikk.

Vi valgte denne oppgaven fordi vi syntes det virket som en veldig spennende problemstilling, samtidig som det var en god mulighet til å jobbe med en stor brukonstruksjon. Det var også en god mulighet til å sette seg inn i en stor nasjonal målsetning (ferjefri E39), der det forhåpentligvis settes i gang flere spennende prosjekter i årene som kommer.

Det har vært en lærerik prosess å jobbe med denne oppgaven. Vi har fått prøve varierte arbeidsoppgaver, fra å modellere hengebrua i et beregningsprogram til å dimensjonere brutårn i betong ved hjelp av et dimensjoneringsverktøy. Det har dessuten vært en del ingeniørmessige vurderinger knyttet til skalering av hengebrua.

Vi ønsker å takke vår veileder fra NTNU, Terje Kanstad, for god hjelp og oppfølging underveis. I tillegg vil vi takke Statens Vegvesen for arbeidstegninger og øvrig informasjon om Hardangerbrua, Alexander Kyte i Norconsult for informasjon om dimensjonering av brutårnene til Hardangerbrua og tips til viktige aspekter å ta hensyn til, og Øyvind Wiig Petersen på institutt for konstruksjonsteknikk for hjelp med modellering i Abaqus.

Trondheim, 5. juni 2020

Petter Kay Steinbo og Mats Sørum Struksnæs



# Innhold

Figurer .....	x
Tabeller .....	xii
Forkortelser/symboler .....	xiii
1 Introduksjon .....	15
1.1 Halsafjorden .....	15
1.2 Om hengebruer .....	18
2 Material- og tverrsnittsegenskaper .....	22
2.1 Brutårn .....	22
2.2 Kabler .....	27
2.3 Hengestenger .....	29
2.4 Avstivningsbærer .....	30
3 Modellering av brutårn i byggefase .....	32
3.1 Om Abaqus .....	33
3.2 Modellering .....	35
3.3 Laster .....	38
4 Modellering av global analyse .....	41
4.1 Modellering .....	41
4.2 Laster .....	51
5 Tverrsnittsanalyse .....	59
5.1 Teoribakgrunn for tverrsnittsanalyse .....	60
5.2 Verifisering av lamellmetode .....	68
5.3 Dimensjonering av brutårn .....	76
6 Resultater .....	92
6.1 Resultater med B45-betong .....	92
6.2 Resultater med B90-betong .....	99
6.3 Verifisering .....	103
7 Diskusjon og konklusjoner .....	108
7.1 Sammenligning av resultater .....	108
7.2 Betydning av betongkvalitet .....	110
7.3 Avsluttende konklusjoner .....	112
8 Videre arbeid .....	114
Referanser .....	116
Vedlegg .....	119

# Figurer

Figur 1.1: Nåværende fjordkryssinger på E39. Illustrasjon: Statens Vegvesen. (3) .....	16
Figur 1.2: Plassering av bru i Halsafjorden. Illustrasjon: Statens Vegvesen. (3) .....	16
Figur 1.3: Forslag til hengebru over Halsafjorden. Illustrasjon: Statens Vegvesen. (3) ..	17
Figur 1.4: Bilde av Hardangerbrua. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	17
Figur 1.5: Hovedbestanddeler og sentrale størrelser på en hengebru .....	18
Figur 1.6: Avstivningsbærer under produksjon. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	19
Figur 1.7: Spredeskammer med spredesadel (S) og forankringskloss (F) .....	20
Figur 1.8: Forankringskloss under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	20
Figur 2.1: Brutårn til Hardangerbrua under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	23
Figur 2.2: Bygging av brutårn til Hardangerbrua. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	24
Figur 2.3: Armeringstegning for støpetappe 1-7 .....	25
Figur 2.4: Uniform skalering av hengebru. (6, s. 187) .....	26
Figur 2.5: Hovedkabler før kompaktering .....	27
Figur 2.6: Bilde langs hovedkablene under spinning. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	28
Figur 2.7: Skisse av hengestang med hengestangfeste .....	29
Figur 2.8: Hengestengene ferdig montert. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	30
Figur 2.9: Tverrsnitt av avstivningsbærer for Hardangerbrua .....	31
Figur 3.1: Brutårn under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	32
Figur 3.2: Brutårn som modellert i Abaqus og tegning fra Hardangerbrua. ....	33
Figur 3.3: Tredimensjonalt bjelkeelement i Abaqus. (11) .....	34
Figur 3.4: Brutårn under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	36
Figur 3.5: Riglene er markert i rødt. ....	36
Figur 3.6: Tårnbein med opplagerbetingelser. ....	37
Figur 3.7: Tårnfundament forbundet til fjell med betongunderstøp og fjellankere. ....	37
Figur 3.8: Heis, kran og forskaling .....	39
Figur 3.9: Tårntopp med forskaling og kran. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	39
Figur 3.10: Vindlast på brutårn. ....	40
Figur 4.1: Modell av hengebrua for global analyse. ....	41
Figur 4.2: Oversiktsbilde som definerer noen av størrelsene oppgitt i Tabell 4.1 .....	42
Figur 4.3: Brutårn med rigler. ....	43
Figur 4.4: Hovedkabler. ....	43
Figur 4.5: Lys på Hardangerbrua under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	44
Figur 4.6: Forankringskabler markert i rødt. ....	45
Figur 4.7: Montering av brukasse. Foto: Statens Vegvesen. (4) .....	46
Figur 4.8: Avstivningsbærer og tverrbjelker. ....	47
Figur 4.9: Kobling mellom avstivningsbærer og planumsrigel. ....	48
Figur 4.10: Hengestenger markert i rødt fra modellen. ....	49
Figur 4.11: Opplagerbetingelser i Abaqus-modellen. ....	49
Figur 4.12: Opplagerbetingelser mellom avstivningsbærer og rigel .....	50
Figur 4.13: Snitt C-C fra Figur 4.12. ....	50
Figur 4.14: Snitt D-D fra Figur 4.13. ....	51
Figur 4.15: Lastkombinasjon 2 .....	52
Figur 4.16: Lastkombinasjon 3 .....	52
Figur 4.17: Trafikklast på avstivningsbærer. ....	54
Figur 4.18: Vindlast i lengderetning. ....	54
Figur 4.19: Vind i tverretning .....	55
Figur 4.20: Forspenning av Hardangerbrua. ....	55

Figur 4.21: Tilbaketrekking av forankringskabler som modellert. ....	57
Figur 4.22: Deformasjon av globalmodell med B45 etter steg 1. Skaleringsfaktor: 10... 57	57
Figur 4.23: Deformasjon av globalmodell med B45 etter steg 2. Skaleringsfaktor: 5.....	57
Figur 4.24: Trafikklast og vindlast på udeformert globalmodell. ....	58
Figur 5.1: Karakteristisk tverrsnitt av brutårn. ....	59
Figur 5.2: Eksempel på sammenheng moment-krumning.....	61
Figur 5.3: Sammenheng mellom tøyning og krumning.....	61
Figur 5.4: Arbeidsdiagram for betong i bruddgrensetilstand. ....	62
Figur 5.5: Arbeidsdiagram for armering i bruddgrensetilstand. ....	63
Figur 5.6: Inndeling av betongtverrsnitt i lameller. ....	64
Figur 5.7: Tøyning over tverrsnittet. ....	65
Figur 5.8: Krefter i tverrsnittet. ....	66
Figur 5.9: Tøyningstilstand for hver krumning av tverrsnittet. ....	67
Figur 5.10: Tverrsnitt påkjent av M og N. ....	68
Figur 5.11: Statikken til eksempel 5.7.....	69
Figur 5.12: Tverrsnittet som er brukt i eksempelet. ....	70
Figur 5.13: Moment-krumningsforløp for eksempelet. ....	70
Figur 5.14: Sammenligning mellom spenningsfordeling for de to metodene.....	72
Figur 5.15: Tverrsnitt som brukes for å etablere M-N-diagram.....	73
Figur 5.16: M-N-diagram for tverrsnittet i figur 5.15. ....	74
Figur 5.17: Moment-krumningsdiagram for tverrsnittet i figur 5.15 og $N = 1111$ kN.....	74
Figur 5.18: Sammenligning av M-N-diagram for de to metodene. ....	76
Figur 5.19: Prinsipp for andre ordens beregninger. ....	77
Figur 5.20: Utklipp fra armeringstegning for brutårn. ....	78
Figur 5.21: Aksialkrefter for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 1. ....	79
Figur 5.22: Momentverdier for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 1. ....	79
Figur 5.23: Kapasitetsutnyttelse for moment. ....	80
Figur 5.24: E-modul for hver støpeetappe ved bøyning på langs med spennet. ....	80
Figur 5.25: Aksialkraft for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 2. ....	81
Figur 5.26: Momentverdi for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 2.....	81
Figur 5.27: Visualisering av tårnets strekkbein og trykkbein.....	82
Figur 5.28: Aksialkraft for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3. ....	82
Figur 5.29: Momentverdi for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3.....	83
Figur 5.30: E-modul for hver støpeetappe ved bøyning på tvers av spennet. ....	83
Figur 5.31: Aksialkraft for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3.....	84
Figur 5.32: Momentverdi for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3. ....	84
Figur 5.33: Aksialkraft for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 1. ....	85
Figur 5.34: Momentverdi for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 1.....	85
Figur 5.35: E-modul for hver støpeetappe ved bøyning i spennets lengderetning. ....	86
Figur 5.36: Aksialkraft for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 2. ....	86
Figur 5.37: Moment for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 2.....	87
Figur 5.38: Aksialkraft for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3. ....	87
Figur 5.39: Moment for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3.....	88
Figur 5.40: Elastisitetsmodul for hver støpeetappe ved bøyning på tvers av spennet. ...	88
Figur 5.41: Aksialkraft for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3.....	89
Figur 5.42: Moment for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3. ....	89
Figur 6.1: Aksialkraftfordeling for tårnbein.....	93
Figur 6.2: Momentfordeling om global z-akse for tårnbein.....	93
Figur 6.3: Momentfordeling om global x-akse for tårnbein. ....	94
Figur 6.4: Skjærkraftfordeling i global x-retning for tårnbein. ....	94

Figur 6.5: Skjærkraftfordeling i global z-retning for tårnbein. ....	95
Figur 6.6: Torsjonsfordeling for tårnbein. ....	95
Figur 6.7: Deformert geometri av brutårn med skaleringsfaktor 5 i begge tilfeller. ....	96
Figur 6.8: Ulike konfigurasjoner for lengdearmering i tårnbein.....	97
Figur 6.9: Spennarmering i rigler. ....	98
Figur 6.10: Aksialkraftfordeling for tårnbein. ....	99
Figur 6.11: Momentfordeling om global z-akse for tårnbein. ....	100
Figur 6.12: Momentfordeling om global x-akse for tårnbein.....	100
Figur 6.13: Skjærkraftfordeling i global x-retning for tårnbein. ....	101
Figur 6.14: Skjærkraftfordeling i global z-retning for tårnbein. ....	101
Figur 6.15: Torsjonsfordeling for tårnbein.....	102
Figur 6.16: Eksempel på konvergensanalyse. ....	104
Figur 6.17: Konvergensanalyse av brutårn.....	105
Figur 6.18: Konvergensanalyse av globalmodell. ....	105

## Tabeller

Tabell 2.1: Mekaniske egenskaper for betong B45. ....	22
Tabell 2.2: Mekaniske egenskaper for betong B90. ....	23
Tabell 2.3: Mekaniske egenskaper for armering.....	24
Tabell 2.4: Geometriske egenskaper for armering.....	24
Tabell 2.5: Mekaniske egenskaper for spennarmering. ....	24
Tabell 2.6: Mekaniske og geometriske egenskaper for hovedkabler. ....	29
Tabell 2.7: Mekaniske og geometriske egenskaper for hengestenger. ....	30
Tabell 2.8: Mekaniske egenskaper for konstruksjonsstål.....	30
Tabell 2.9: Tverrsnittsegenskaper for avstivningsbærer. ....	31
Tabell 3.1: Vindlast på brutårn inkludert.....	40
Tabell 4.1: Noen relevante mål for modellert bru.....	42
Tabell 4.2: Egenvekt på Hardangerbrua og Halsafjord-brua.....	53
Tabell 4.3: Fordelt trafikklaster på avstivningsbærer.....	53
Tabell 4.4: Vindlast i lengderetning.....	54
Tabell 4.5: Vind i tverretning. ....	55
Tabell 5.1: Fordeling av indre krefter i tverrsnittet med bruk av lamell-metoden. ....	71
Tabell 5.2: Resultater fra eksempelet i bruksgrensetilstand.....	71
Tabell 5.3: Resultater fra eksempelet i bruddgrensetilstand. ....	75
Tabell 5.4: Dimensjonerende lastsituasjon om sterk akse for rigler med B45-betong. ...	90
Tabell 5.5: Dimensjonerende lastsituasjon om svak akse for rigler med B45-betong.....	90
Tabell 5.6: Dimensjonerende lastsituasjon om sterk akse for rigler med B90-betong. ...	91
Tabell 5.7: Dimensjonerende lastsituasjon om svak akse for rigler med B90-betong.....	91
Tabell 6.1: Armering i tårnbein for B45. ....	96
Tabell 6.2: Nødvendig antall armeringsjern i hvert tårnbein for B45. ....	97
Tabell 6.3: Tverrsnittsdata for rigler med B45. ....	98
Tabell 6.4: Nødvendig antall armeringsjern i hvert tårnbein for B90. ....	102
Tabell 6.5: Tverrsnittsdata for rigler med B90. ....	103
Tabell 6.6: Likevekt av krefter i vertikalretning. ....	106
Tabell 6.7: Likevekt av krefter i horisontale retninger.....	106
Tabell 6.8: Kontroll av tårnvekt og aksialkraft i hovedkabel.....	107

# Forkortelser/symboler

$f_{ck}$	Karakteristisk trykkfasthet for betong
$f_{ctk,0.05}$	Karakteristisk strekkfasthet for betong
$E_{cm}$	Elastisitetsmodul for betong
$G$	Skjærmodul
$\nu$	Tverrkontraksjonstall
$\varepsilon_{c2}$	Tøyning i betong ved maks spenning
$\varepsilon_{cu2}$	Bruddtøyning for betong
$n$	Eksponent til bruk i tøyning-spenningsformel
$f_{yk}$	Karakteristisk flytespenning
$E_s$	Elastisitetsmodul for slakkarmering
$\varepsilon_{uk}$	Bruddtøyning for armering
$f_{y0,1k}$	0,1 % strekkgrense for spennarmering
$E_p$	Elastisitetsmodul for spennarmering
$f$	Skaleringsfaktorer
$A$	Tverrsnittsareal
$I$	Andre arealmoment
$g$	Egenvekt
$v$	Vindlast
$t$	Trafikklast
$\kappa$	Krumning
$R$	Krumningsradius
$\varepsilon_{cU}$	Betongtøyning i overkant av tverrsnittet
$\varepsilon_{cL}$	Betongtøyning i underkant av tverrsnittet
$H$	Høyde av tverrsnitt
$b$	Bredde av tverrsnitt
$\sigma_c$	Betongspenning
$\sigma_s$	Armeringsspenning
$N$	Aksialkraft
$a$	Momentarm
$M$	Moment
$A_s$	Armeringsareal
$d$	Effektiv tverrsnittshøyde
$\alpha d$	Trykksonehøyde
$EI$	Bøystivhet til tverrsnitt





# 1 Introduksjon

E39 er en veistrekning som går mellom Kristiansand og Trondheim, via byene Stavanger, Bergen, Ålesund og Molde. I dag er strekningen 1100 km lang, og den totale reisetiden er omlag 21 timer. Den lange reisetiden skyldes delvis at sju ferjesamband forbinder strekningen. Grunnet få ferjeavganger må trafikantene ofte vente lenge på neste mulige ferjeavgang. (1)

Ferjefri E39 er et langsiktig mål om å bygge ut og forbedre E39 mellom Kristiansand og Trondheim. Helt konkret skal målet realiseres ved å utbedre følgende punkter:

- Bedre eksisterende veier
- Erstatte ferjer med bruer og tunneler
- Bedre vegstandard og dermed trafiksikkerhet

Disse tiltakene vil kunne føre til at reisetiden mellom Kristiansand og Trondheim blir halvert. I tillegg vil det føre til at store næringslivsregioner med tilhørende bo-, arbeids- og serviceregioner på Vestlandet blir tettere knyttet sammen. Prosessen vil også bidra til å utvikle og utforske nye teknologiske løsninger, samt å ha stort fokus på sikkerhet og miljøhensyn (1).

Hvorvidt prosjektene realiseres og gjennomføres er i stor grad en politisk avgjørelse. I Nasjonal transportplan vedtatt i juni 2017 (2) ble det bekreftet at politikerne ønsker å satse på denne målsetningen, og det ble lagt opp til å gjøre betydelige investeringer i årene fremover.

## 1.1 Halsafjorden

En av de aktuelle fjordkryssningene å utbedre er Halsafjorden nordøst for Molde, se Figur 1.1. Her er det i dag en ferjestrekning merket med stiplet linje i kartet, mellom Kanestraum og Halså, som Figur 1.2 viser. Det er mulig å redusere reisetiden betydelig ved å bygge en bru der det er tegnet en rød linje i kartet. Redusert reisetid vil blant annet knytte byene i regionen tettere sammen, og er derfor både et nasjonalt og regionalpolitisk mål.

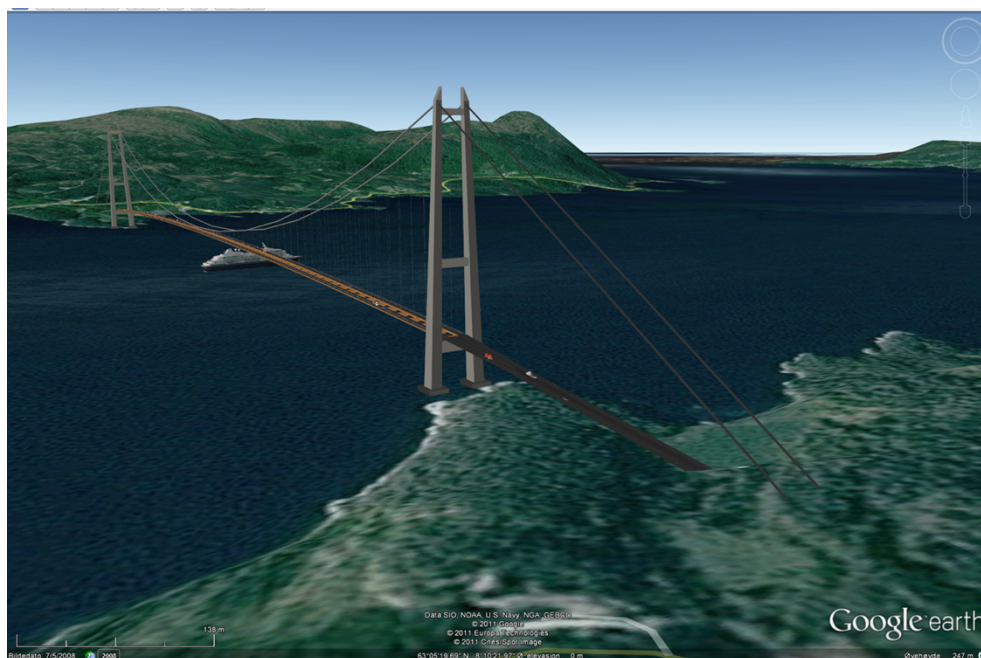


**Figur 1.1: Nåværende fjordkrysninger på E39. Illustrasjon: Statens Vegvesen. (3)**



**Figur 1.2: Plassering av bru i Halsafjorden. Illustrasjon: Statens Vegvesen. (3)**

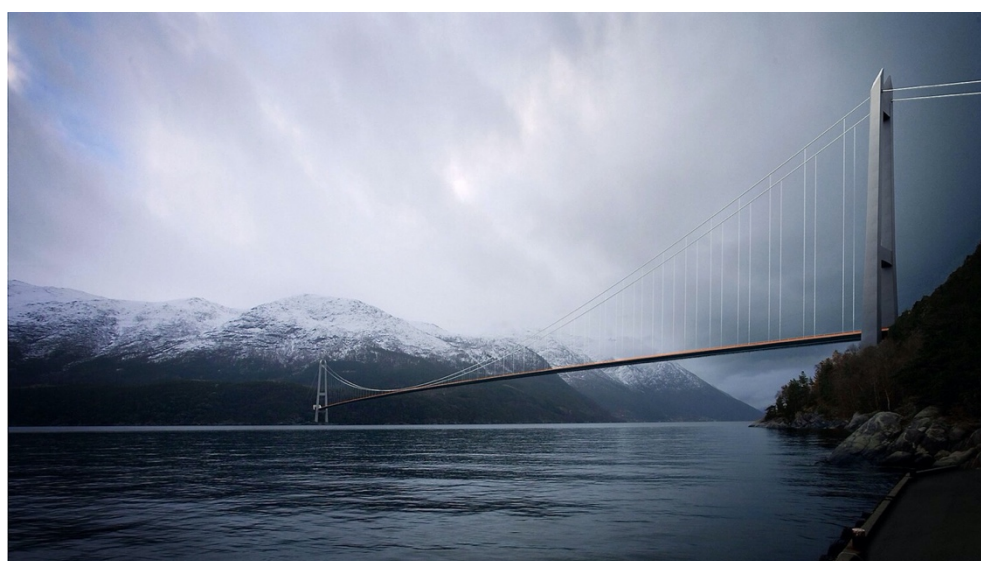
Fjordkrysningen er omtrent 2000 meter bred, og 490 meter dyp. En av de aktuelle løsningene som vurderes er en hengebru med hovedspenn på 2050 meter. Hengebruer har lav egenvekt per løpemeter sammenlignet med andre aktuelle løsninger, og blir derfor ofte foretrukket ved lange spenn. Tårnene kan plasseres i grunne områder nær land, og det er dermed ikke behov for et tårn i den dypeste delen av fjorden. Se Figur 1.3 for et forslag til hvordan en mulig hengebru over Halsafjorden kan se ut.



**Figur 1.3: Forslag til hengebru over Halsafjorden. Illustrasjon: Statens Vegvesen. (3)**

Det er ikke bygget noen hengebru av denne størrelsen tidligere, og det er derfor nødvendig å undersøke enkelte detaljer spesielt grundig for å se om prosjektet er gjennomførbart. En av disse detaljene er brutårnene. De må blant annet kunne håndtere store lokale spenninger ved innfestingen av hovedkablene og store snittkrefter som skal overføres ned til fundamentene.

Hardangerbrua er en hengebru som ligner mye på den mulige hengebrua over Halsafjorden med tanke på geometri. Hardangerbrua har et hovedspenn mellom tårnene på 1310 meter, mens hovedspennet på hengebrua over Halsafjorden blir 2050 meter. For å få realistiske størrelser som kan brukes i analysen, er det derfor valgt å bruke Hardangerbrua som en referanse, og deretter skalere opp de aktuelle størrelsene. Figur 1.4 viser et oversiktsbilde av Hardangerbrua.



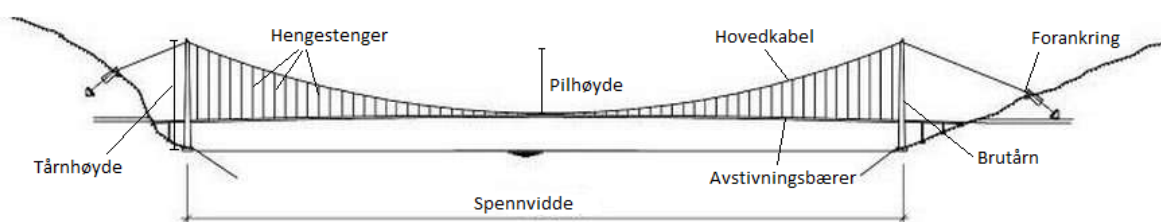
**Figur 1.4: Bilde av Hardangerbrua. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

## 1.2 Om hengebru

En hengebru, slik den brukes i dag, er en bru der dekket er opphengt i kabler som spenner mellom to eller flere brutårn. Som tidligere nevnt skiller hengebru seg fra andre brutyper ved at den har liten vekt og lave kostnader per løpemeter. Dette gjør at hengebru ofte er den foretrukne løsningen ved brede fjordkryssinger, som for eksempel Halsafjorden (5). Hengebru består av følgende fem hovedelementer:

- Brutårn
- Hovedkabler
- Forankringer
- Hengestenger
- Avstivningsbærer

I tillegg er tårnhøyde, pilhøyde og spennvidde sentrale størrelser når brua skal dimensjoneres. Alt dette er vist i Figur 1.5.



**Figur 1.5: Hovedbestanddelene og sentrale størrelser på en hengebru.**

Hengebru har historisk sett vært en mer brukt løsning i Norge enn i andre land. Noen av årsakene til dette er at budsjettene har vært begrenset og at det ofte har vært gode forankringsmuligheter i fjell. Dette reduserer kostnadene sammenliknet med store gravitasjonsforankringer og har bidratt til å gjøre hengebrua til det rimeligste alternativet. De lange tradisjonene har gitt fagmiljøene god kompetanse på hengebru og gjort Norge til en av nasjonene som er med på å flytte grensene for hva som er mulig. (5)

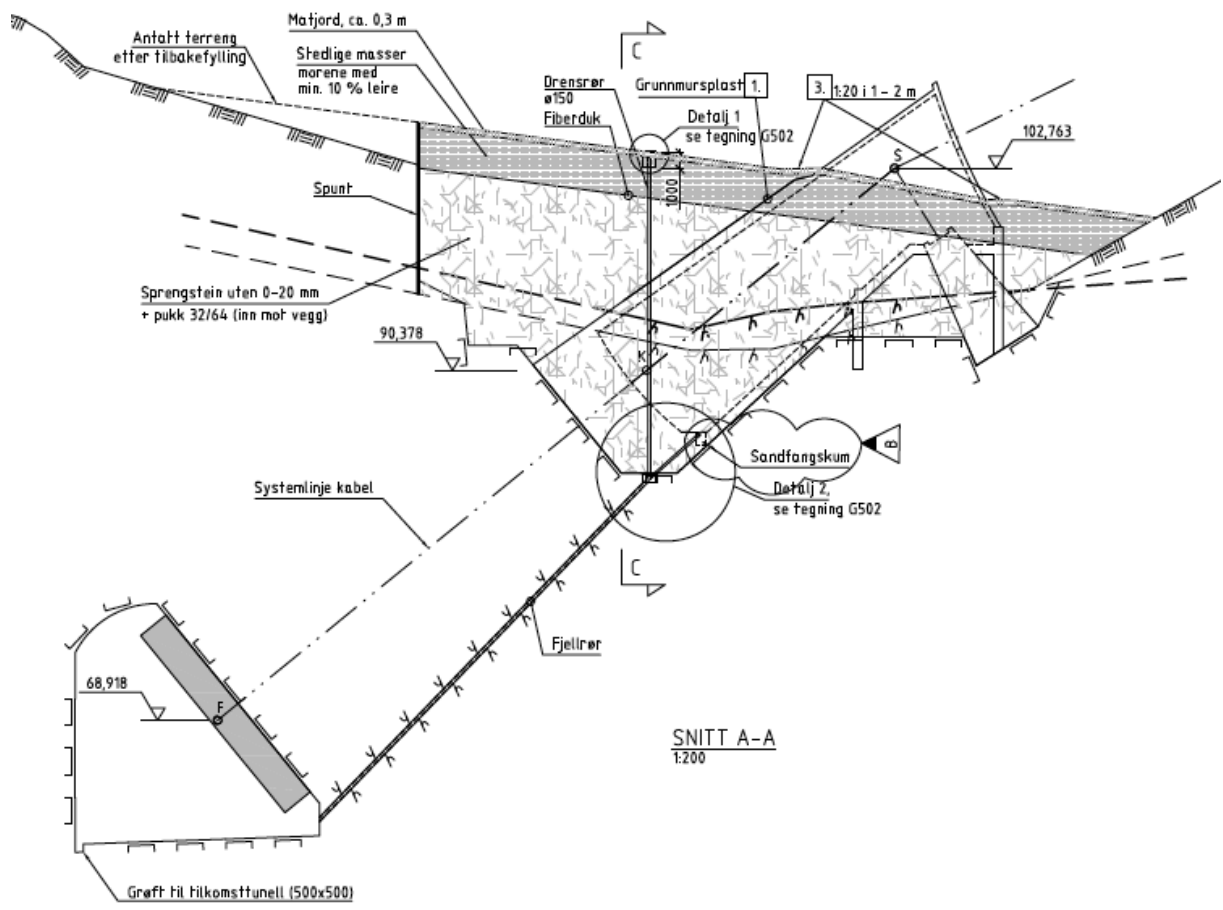
I denne oppgaven er det tatt utgangspunkt i geometrien og hovedelementene til Hardangerbrua. Brua består av ett langt opphengt hovedspenn og to korte sidespenner. Hovedkabelen er utspent mellom to brutårn av armert betong, fundamentert på grunn. Hovedkablene består av 19 delkabler, har en total diameter på omlag 600 mm og er forankret i fjell på hver side av brua. Hengestengene består av slankere kabler med en diameter på 70 mm og er festet med leddede sammenkoblinger mellom hovedkablene og avstivningsbærene. Som avstivningsbærer er det benyttet et aerodynamisk kassetverrsnitt av stål. Dette gir lavere egenvekt og bedre aerodynamiske egenskapen enn fagverksløsninger, som tidligere ble mye brukt (5). Figur 1.6 viser avstivningsbærene til Hardangerbrua under produksjon. Den viser også hvordan det ferdige tverrsnittet ser ut.



**Figur 1.6: Avstivningsbærer under produksjon. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

Statikken til brua fungerer slik at trafikklasten virker på avstivningsbæreren. Dermed må avstivningsbæreren være sterk nok til å kunne overføre kreftene mellom hvert par hengestenger. Videre overføres kreftene til hovedkablene via hengestengene. All last fra trafikk og øvrig egenvekt som virker i hovedspennet bæres i praksis av kablene. Det er derfor viktig at kablene har tilstrekkelig styrke og stivhet. Videre overføres kreftene fra hovedkablene til toppen av brutårnene og tas til slutt opp av fundamentene. Forankringskablene skal sørge for at momentvirkningen og deformasjonen av brutårnene i spennets lengderetning blir minimal.

Forankringskablene må forankres i hvert sidespenn for store strekkrefter. For Hardangerbrua kan kablene forankres i fjell, noe som er gunstig fordi både horisontale og vertikale krefter kan forankres. Det antas at dette også er mulig for brua over Halsafjorden. Denne typen hengebru kalles «earth-anchored» av den grunn at fjellforankringen tar hånd om alle forankringskrefter (6, s. 4). Figur 1.7 viser en snittegning av hvordan hovedkablene forbindes til fjell for å forankre kreftene. Ved spredesadelen (markert med S) splittes hovedkabelen til de 19 delkablene, og de forankres separat i en forankringskloss (markert med F). Figur 1.8 viser en forankringskloss under bygging.



**Figur 1.7: Sprededekamer med spredesadel (S) og forankringskloss (F).**



**Figur 1.8: Forankringskloss under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

En alternativ løsning må benyttes i de tilfeller der forankringene kun tar opp de vertikale kreftene. Da må avstivningsbæreren ta hånd om de horisontale forankringskreftene, som medfører store aksialkrefter, i tillegg til momentvirkningen fra egenvekt og trafikklaster. Her stilles det større krav til avstivningsbæreren, men løsningen kan likevel foretrekkes hvis det er dårlige fundamenteringsforhold. Denne typen hengebru kalles «self-anchored».  
(6, s. 343)

## 2 Material- og tverrsnittsegenskaper

I de påfølgende underkapitlene vil relevante egenskaper om materialer, tverrsnitt og lignende beskrives nøye for hver konstruksjonsdel. Denne informasjonen vil så bli brukt som grunnlag i senere analyser, både analyse av brutårn i byggefase og global analyse av brua i ferdig tilstand. Informasjon om tilsvarende egenskaper brukt i forbindelse med Hardangerbrua er gitt i Statens Vegvesen sin rapport om grunnlag for prosjektering av Hardangerbrua (7). Det er delvis tatt utgangspunkt i denne informasjonen og deretter gjort vurderinger om hvordan størrelsene bør skaleres opp til bruk i en større hengebru.

Følgende materialer er brukt i prosjektet:

- Betong B45/55
- Betong B90/105
- Slakkarmering B500NC
- Spennarmering
- Stålkabeltråder
- Stål S355

### 2.1 Brutårn

Analysene i denne oppgaven utføres parallelt med to ulike betongkvaliteter. Brutårnene til Hardangerbrua består i hovedsak av B45-betong, derfor er den samme betongkvaliteten brukt som et utgangspunkt i denne oppgaven. I Tabell 2.1 er relevante egenskaper for B45-betong listet opp. De samme analysene er også utført ved å bruke B90-betong. Egenskapene til denne betongen er listet opp i Tabell 2.2. Alle materialdata om betong er hentet fra NS-EN 1992-1-1 (8). Figur 2.1 viser et av brutårnene til Hardangerbrua under bygging.

Betong B45	
Densitet, armert betong	2500 kg/m <sup>3</sup>
Karakteristisk trykkfasthet, $f_{ck}$	45 MPa
Karakteristisk strekkfasthet, $f_{ctk,0.05}$	2,7 MPa
Elastisitetsmodul, $E_{cm}$	36 000 MPa
Skjærmodul, $G$	15 000 MPa
Tverrrkontraksjonstall, $\nu$	0,2
Tøyning ved maks spenning, $\epsilon_{c2}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$
Bruddtøyning, $\epsilon_{cu2}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$
Eksponent, $n$	2,0

**Tabell 2.1: Mekaniske egenskaper for betong B45.**



Betong B90	
Densitet, armert betong	2500 kg/m <sup>3</sup>
Karakteristisk trykkfasthet, $f_{ck}$	90 MPa
Karakteristisk strekkfasthet, $f_{ctk,0.05}$	3,5 MPa
Elastisitetsmodul, $E_{cm}$	44 000 MPa
Skjærmodul, $G$	18 333 MPa
Tverrkontraksjonstall, $\nu$	0,2
Tøyning ved maks spenning, $\epsilon_{c2}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$
Bruddtøyning, $\epsilon_{cu2}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$
Eksponent, $n$	1,4

**Tabell 2.2: Mekaniske egenskaper for betong B90.**



**Figur 2.1: Brutårn til Hardangerbrua under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

Betongen i tårnbeina er slakkarmert med B500-NC armeringsstål. I Tabell 2.3 og Tabell 2.4 er henholdsvis mekaniske og geometriske egenskaper for slakkarmeringen listet opp. Riglene er i tillegg spennarmerte, egenskapene for spennarmeringen er listet opp i Tabell 2.5. Materialeegenskapene er hentet fra NS-EN 1992-1-1 (8). Figur 2.2 viser armeringslegging av en støpetappe under bygging av brutårnene til Hardangerbrua.

Armering B500-NC	
Karakteristisk flytespenning, $f_{yk}$	500 MPa
Elastisitetsmodul, $E_s$	200 000 MPa
Bruddtøyning, $\epsilon_{uk}$	$75,0 \cdot 10^{-3}$

**Tabell 2.3: Mekaniske egenskaper for armering.**

Armeringsdiameter	Tverrsnittsareal [ $\text{mm}^2$ ]
Ø12	113
Ø16	201
Ø20	314
Ø25	491
Ø32	804

**Tabell 2.4: Geometriske egenskaper for armering.**

Spennarmering	
0,1 % strekkgrænse, $f_{y0,1k}$	1550 MPa
Elastisitetsmodul, $E_p$	195 000 MPa
Bruddtøyning, $\epsilon_{uk}$	$75,0 \cdot 10^{-3}$

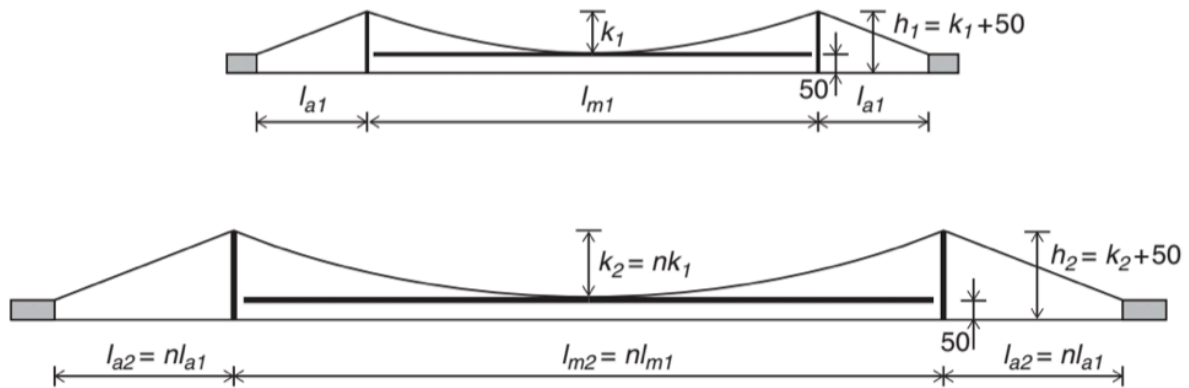
**Tabell 2.5: Mekaniske egenskaper for spennarmering.**



**Figur 2.2: Bygging av brutårn til Hardangerbrua. Foto: Statens Vegvesen. (4)**



Hvis en antar at en hengebru skaleres opp uniformt med en faktor  $n$ , men holder alle tverrsnittsegenskaper konstant, vil mengden betong i brutårnene økes med en faktor  $n^2$ . Det forutsettes da at bredden på avstivningsbæreren og intensiteten på trafikklaster holdes konstant. Figur 2.4 viser hvordan en uniform skalering med faktor  $n$  av en hengebru vil se ut.



**Figur 2.4: Uniform skalering av hengebru. (6, s. 187)**

Det viser seg imidlertid at det er urimelig å anta at tverrsnittene holdes konstant ved skalering, fordi større krefter vil oppstå i hver del, og tverrsnittene må derfor økes for å ikke overskride materialkapasiteten. Større tverrsnitt og mer materialbruk fører igjen til større egenvekt, brutårnene må for eksempel ha nok kapasitet til å håndtere økt egenvekt av kabler og hengestenger. Dessuten vil vindlasten øke betraktelig som følge av at den virker over en større flate, til tross for at intensiteten er den samme.

Gimsing har derfor utledet en formel (ligning 2.1) for å finne et anslag for mengden nødvendig betong for å bygge brutårn for en gitt brugeometri. Denne formelen tar hensyn til effektene som ble beskrevet i forrige avsnitt, og gir derfor et mer nøyaktig bilde av hvordan tverrsnittsegenskapene skaleres. Et eksempel fra boken til Gimsing viser at ved å bruke denne formelen økes mengdene mer progressivt enn med en faktor  $n^2$ , som først anslått (6, s. 184).

Ligning 2.1 er avhengig av en del størrelser, som egenvekt og nyttelast på avstivningsbærer, egenvekt av kabelsystem, pilhøyde, lengde av hovedspenn og høyden av brutårnene. En får ut mengde betong som må brukes i hvert brutårn i kN. Ytterligere forklaring av formelen finnes i boken til Gimsing. Overslagsberegninger av mengde betong brukt i Hardangerbrua på bakgrunn av arbeidstegninger viser at formelen stemmer relativt godt.

$$Q_{pl} = \frac{(g_m + p_m) \cdot l_m + Q_{cm}}{8} \cdot \left( \frac{k_m + 4k_a + b_a}{k_m} \cdot \frac{l_m}{l_a} + 4 \right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{\gamma_{pl}}{f_{pld}} \cdot h_{pl} - 1\right) \right] \quad \mathbf{2.1}$$

Skaleringen gjøres ved at det regnes ut et mengdeanslag for Hardangerbrua og brua over Halsafjorden parallelt. Ved å dele de totale mengdene med høyden på de respektive tårnene, finnes en størrelsesfaktor mellom nødvendig tverrsnittsareal til de to bruene. Med denne fremgangsmåten blir faktoren mellom tverrsnittsarealene lik 1,669. Dette fremgår av ligning 2.2. Se vedlegg 1 for ytterligere utregninger av skaleringsfaktorer ved hjelp av Mathcad.

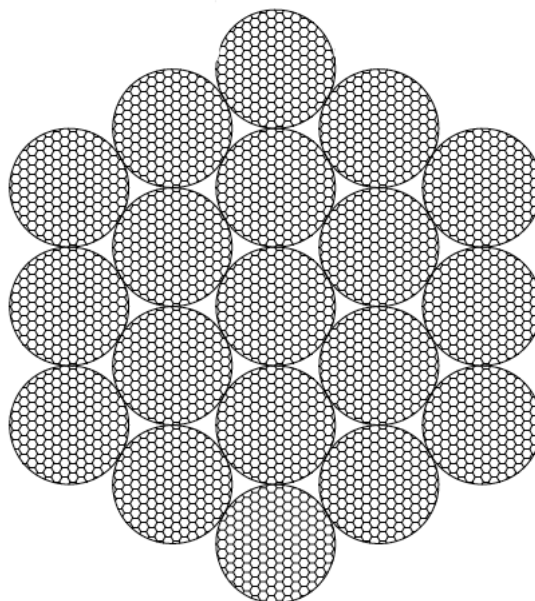
$$f_A = \frac{\frac{Q_{pl2050}}{h_{pl2050}}}{\frac{Q_{pl1310}}{h_{pl1310}}} \quad 2.2$$

Etter at skaleringsfaktoren mellom tverrsnittsarealene til de to hengebruene er bestemt, kan tverrsnittet til brutårnene for brua over Halsafjorden bestemmes. Siden tverrsnittet til brutårnene varierer for hver støpeetappe, må det finnes et skalert tverrsnitt for hver etappe. Av praktiske hensyn er det valgt å beholde en veggtykkelse på 600 mm, slik som for Hardangerbrua. Dersom forholdet mellom høyden og bredden i tverrsnittet også beholdes, er det mulig å finne skalerte tverrsnittsdimensjoner. Med kjente mål på tverrsnittet, er det forholdsvis enkelt å regne seg fram til skalerte størrelser for andre arealmoment ved hjelp av kjente formler.

Skaleringen beskrevet i de foregående avsnittene fungerer godt dersom det benyttes samme betongkvalitet i begge bruene, slik at skaleringen kan brukes direkte når brua over Halsafjorden skal dimensjoneres ved bruk av B45-betong. Når det skal dimensjoneres med B90-betong må det i tillegg tas hensyn til at materialegenskapene er forskjellige, men selv om trykkfastheten er doblet kan ikke betongarealet nødvendigvis halveres. En reduksjon av betongarealet vil ha stor innvirkning på bøyestivheten, i tillegg må det være nok plass til armering og overdekning. Ved bruk av ingeniørfaglige antagelser og erfaringer fra dimensjoneringen med B45-betong er det valgt å redusere tykkelsen på alle veggene i brutårna for B90, samt bredden på tårnbeina med 25%. I vedlegg 2 er relevante tverrsnittsegenskaper for brutårna med B45- og B90-betong listet opp.

## 2.2 Kabler

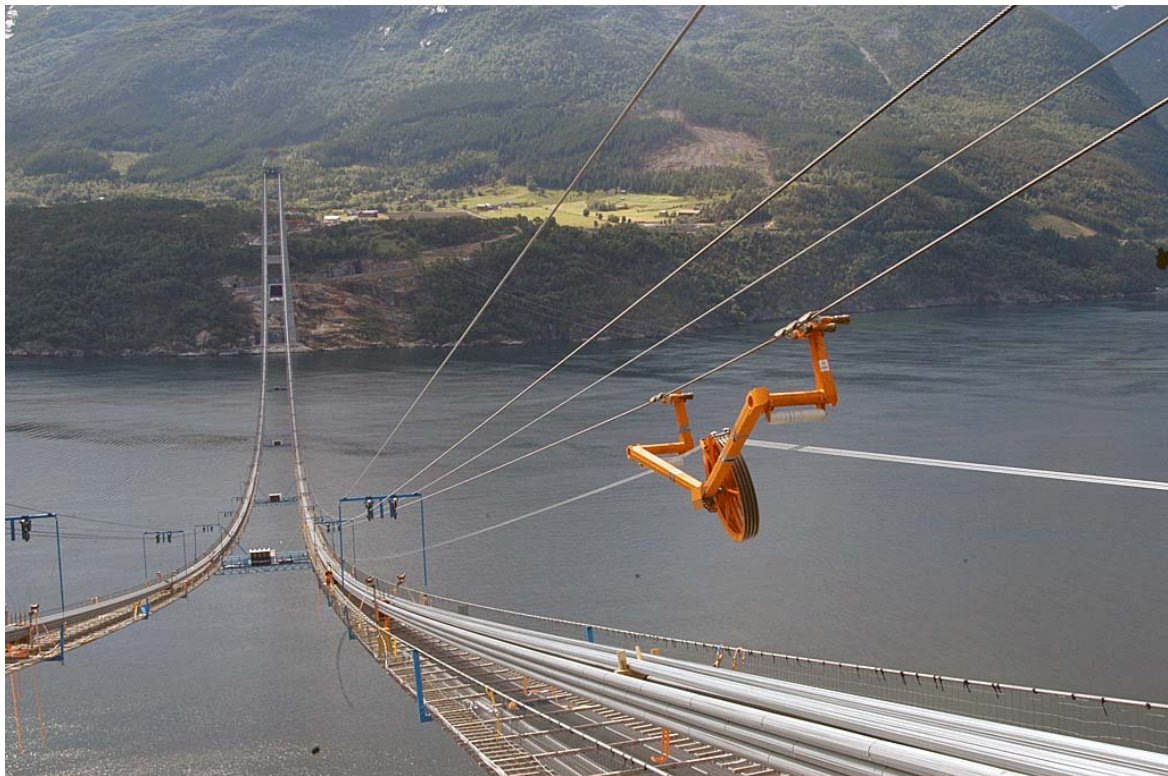
Hver av de to hovedbærekablene til Hardangerbrua består av 19 delkabler, som igjen består av 528 kabeltråder av galvanisert stål. Delkablene er kompaktert av en hydraulisk presse og parallellspunnet, slik at hovedkabelen får et sirkulært tverrsnitt med diameter på 600 mm. Strekkfastheten til kabeltrådene er 1570 MPa, mens elastisitetsmodulen er på 200 000 MPa. Figur 2.5 viser tverrsnittet av hovedkablene før de er kompaktert.



**Figur 2.5: Hovedkabler før kompaktering.**

Ved skalering av kabler er det på samme måte som ved brutårn en rekke faktorer som må tas hensyn til. Lengden, pilhøyden og arealet til kablene er alle størrelser som vil påvirke både deformasjon, krefter og spenninger som opptrer i konstruksjonen. Noe av utfordringen ved en slik skalering er at størrelsene i ulik grad er avhengig av hverandre. For eksempel er horisontalkraften i kabelen proporsjonal med kvadratet av lengden på spennet, mens vertikaldeformasjonen er proporsjonal med spennlengden opphøyd i fjerde.

For skalering av hovedkablene er det derfor, slik som ved brutårnene, tatt utgangspunkt i en formel gitt av Gimsing (6, s. 183), som anslår mengden nødvendig kabelstål. Ved å bruke samme fremgangsmåte som for brutårnene, finnes størrelsesfaktoren mellom nødvendig tverrsnittsareal for hovedkablene. Denne faktoren blir 1,662, og den skalerte tverrsnittdiameteren for hovedkablene til brua over Halsafjorden blir 773 mm. Se vedlegg 1 for utregninger. Figur 2.6 viser hvordan hovedkablene ser ut under spinning. Noen av de 19 delkablene er spunnet og gruppert.



**Figur 2.6: Bilde langs hovedkablene under spinning. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

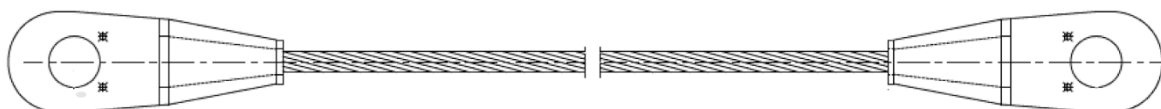
Beregning av andre arealmoment for kabler er noe mer komplisert enn ved kompakte tverrsnitt. Dette er fordi verdien ikke bare er avhengig av tverrsnittsgeometrien til kabelen, men også hvordan den er spunnet, i tillegg til luftromsandel og strekkraften i kabelen. Fremgangsmåten beskrevet i «Bending Stiffness of Parallel Wire Cables Including Interfacial Slips among Wires» (9) er benyttet til å beregne en ekvivalent bøyestivhet for kabelen. Metoden tar utgangspunkt i differensialligningen for bøyning av laminerte bjelker og benytter resultatene i «Experimental research on bending performance of structural cable» (10) for å finne et estimat på friksjonen mellom kabeltrådene. Videre er det kodet en numerisk løsning i Matlab beskrevet i vedlegg 3 for å finne ekvivalent bøyestivhet. Til slutt deles denne på elastisitetsmodulen til kabelstålet, og det gir andre arealmoment lik  $0,01494 \text{ m}^4$ . I Tabell 2.6 er det oppgitt mekaniske og geometriske egenskaper for de skalerte hovedkablene som benyttes videre i denne oppgaven.

Hovedkabler	
Tverrsnittsareal	0,47 m <sup>2</sup>
Strekkfasthet	1 570 MPa
Elastisitetsmodul	200 000 MPa
Egenvekt*	3 076 kg/m
Andre arealmoment	0,01494 m <sup>4</sup>
*Egenvekt inkluderer beskyttelse og kabelrekkverk	

**Tabell 2.6: Mekaniske og geometriske egenskaper for hovedkabler.**

## 2.3 Hengestenger

Hengestengene er de vertikale kablene som bærer brudekket. På Hardangerbrua er det 65 par hengestenger som strekkes mellom dekket og hver av hovedkablene. Stengene består av en festemekanisme i hver ende og en kabel i midten, Figur 2.7 viser en skisse av dette. Hengestangskablene er spunnet som en lukket kabel bestående av sju lag med tråder og har en total diameter på 70 mm. Strekkfastheten til hengestengene er 1570 MPa og elastisitetsmodulen 160 000 MPa.

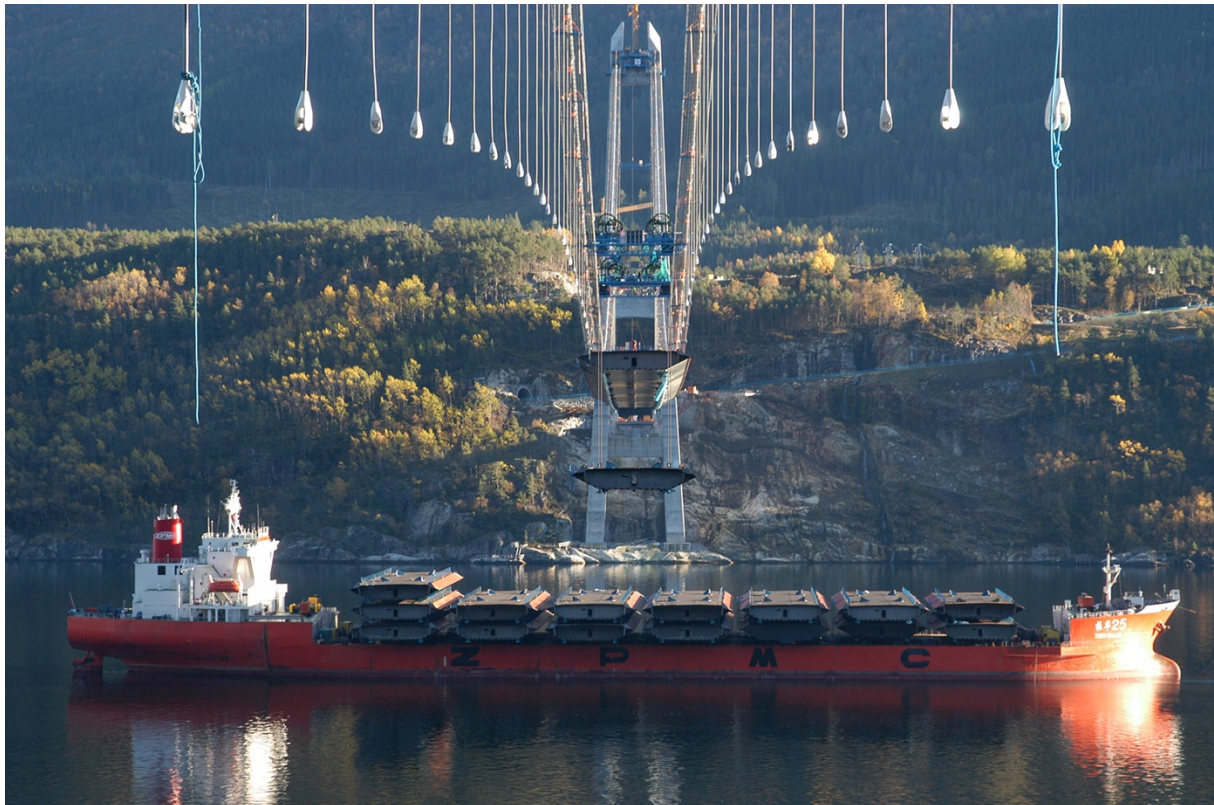


**Figur 2.7: Skisse av hengestang med hengestangfeste.**

Ved skaleringen til Halsafjorden er det for enkelhets skyld antatt 81 par med hengestenger slik at horisontalavstanden mellom hvert par blir 25 meter. Dette vil si at antall par hengestenger øker, men også at avstanden mellom hvert par øker. Videre er det benyttet formel fra Gimsing (6, s. 183) for total mengde nødvendig kabelstål i hengestengene for en gitt brugeometri. Samme metode som tidligere brukes for å finne total mengde kabelstål, deretter deles dette på gjennomsnittlengden til hengestengene til de respektive bruene. Dette gir en størrelsesfaktor mellom arealet til hengestengene for de to bruene på 1,603. Dermed blir den skalerte tverrsnittdiameteren for hengestengene til brua over Halsafjorden 88,6 mm. De mekaniske og geometriske egenskapene til de skalerte hengestengene som brukes videre i denne oppgaven er oppsummert i Tabell 2.7. Utrekninger av skaleringen finnes i vedlegg 1. Figur 2.8 viser et bilde fra bygging av Hardangerbrua der hengestengene er ferdig montert til hovedkablene, og montering av avstivningsbæreren har startet.

Hengestenger	
Tverrsnittsareal, A	0,00615 m <sup>2</sup>
Strekfasthet, $f_{yk}$	1570 MPa
Elastisitetsmodul, E	160 000 MPa
Egenvekt	488,4 kg/m

**Tabell 2.7: Mekaniske og geometriske egenskaper for hengestenger.**



**Figur 2.8: Hengestengene ferdig montert. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

## 2.4 Avstivningsbærer

Avstivningsbæreren er utført som et lukket kassetvernsnitt i stål av kvalitet S355. Relevante materialegenskaper er gitt i Tabell 2.8 og relevante geometriske størrelser, som areal og andre arealmoment, er gitt i Tabell 2.9. Denne informasjonen er hentet fra Statens Vegvesens rapport om grunnlag for prosjektering av Hardangerbrua (7). De geometriske størrelsene er beregnet på grunnlag av tverrsnittstegningen vist i Figur 2.9.

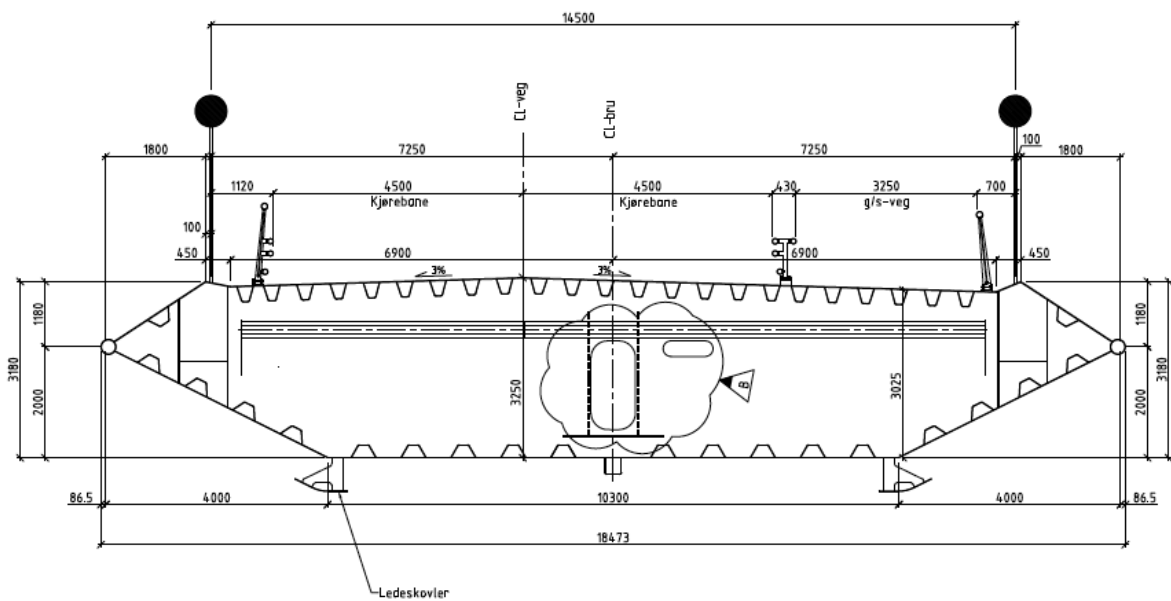
Materialegenskaper S355	
Flytespenning, $f_{yk}$	355 MPa
Elastisitetsmodul, E	210 000 MPa
Densitet	7850 kg/m <sup>3</sup>

**Tabell 2.8: Mekaniske egenskaper for konstruksjonsstål.**



Geometriske egenskaper	
Tverrsnittsareal, A	0,5813 m <sup>2</sup>
Andre arealmoment om lokal x-akse, I <sub>x</sub>	0,972 m <sup>4</sup>
Andre arealmoment om lokal y-akse, I <sub>y</sub>	16,448 m <sup>4</sup>
Polart arealmoment, I <sub>t</sub>	2,460 m <sup>4</sup>

**Tabell 2.9: Tverrsnittsegenskaper for avstivningsbærer.**



**Figur 2.9: Tverrsnitt av avstivningsbærer for Hardangerbrua.**

Det er antatt at trafikkmengden og veiklassen er den samme for brua over Halsafjorden som for Hardangerbrua. Det vil derfor være tilstrekkelig med to kjørefelt og en gangveg, slik som tilfellet er for Hardangerbrua. Det konkluderes derfor med at det kan legges til grunn eksakt samme avstivningsbærer for brua over Halsafjorden. Av den grunn kan material- og tverrsnittsegenskaper brukes direkte i den globale analysen, uten skalering eller andre modifikasjoner. På grunn av dynamiske effekter ved lange hengebruer må kanskje dimensjonene på avstivningsbæreren økes, men dette er ikke tatt hensyn til i denne analysen.

### 3 Modellering av brutårn i byggefase

Brutårnene er i byggefase spesielt utsatt for vind i bruas lengderetning. Før kabelsystemet og brua forøvrig er bygget, har ikke brutårnene noen fastholdning i toppen, og vil derfor kunne deformeres som en utkraget bjelke når de blir utsatt for vindlast. Modelleringen av brutårn er derfor et spesialtilfelle av den mer generelle, globale analysen.

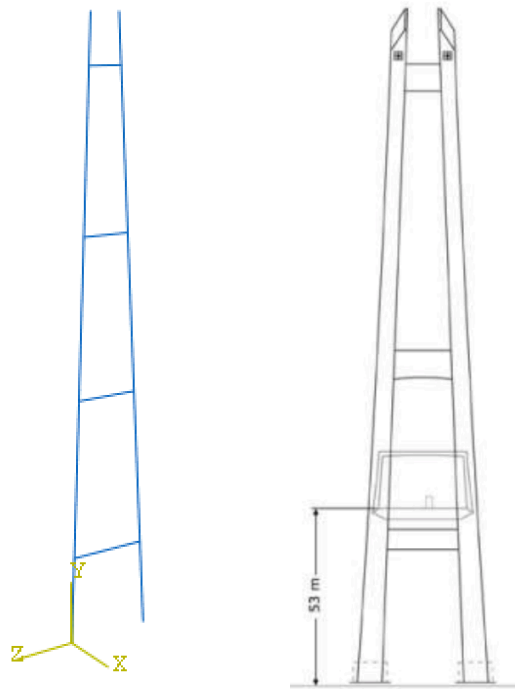
I denne analysen er målet å finne kreftene som virker på brutårnene i byggefase, og hvordan de fordeler seg. En tredimensjonal analyse vil gi informasjon om hvordan kreftene fordeles i rommet, men en todimensjonal analyse vil kun gi informasjon om overføring av krefter i et bestemt plan. Derfor blir en 3D-analyse foretrukket i denne sammenheng. Figur 3.1 viser et bilde av et brutårn fra Hardangerbrua under bygging.



**Figur 3.1: Brutårn under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

Elementmetode-programmet Abaqus brukes for å utføre analysene. En tilnærming som blir gjort er at konstruksjonsdelene blir modellert som endimensjonale elementer, fordi de har betydelig større utstrekning i en retning enn de to andre retningene. Tverrsnittsdata blir tildelt hver konstruksjonsdel manuelt for at de skal ha realistiske egenskaper som for eksempel egenvekt og bøyestivhet.

For å modellere geometrien så realistisk som mulig, er det tatt utgangspunkt i arbeidstegninger fra Hardangerbrua. Geometriske størrelser er skalert opp som beskrevet i kapittel 2.1, men utformingen av brutårnene er i stor grad lik brutårnene til Hardangerbrua. En av forandringene som er gjort, er å øke antall rigler som forbinder tårnbeina fra tre til fire. Dette gjør at tverrsnittsmomentene og knekkleddene i tårnbeina reduseres, noe som er gunstig med tanke på nødvendig tverrsnitt. Figur 3.2 viser et oversiktsbilde av et brutårn i Abaqus sammenlignet med en tegning av et av Hardangerbruas brutårn.



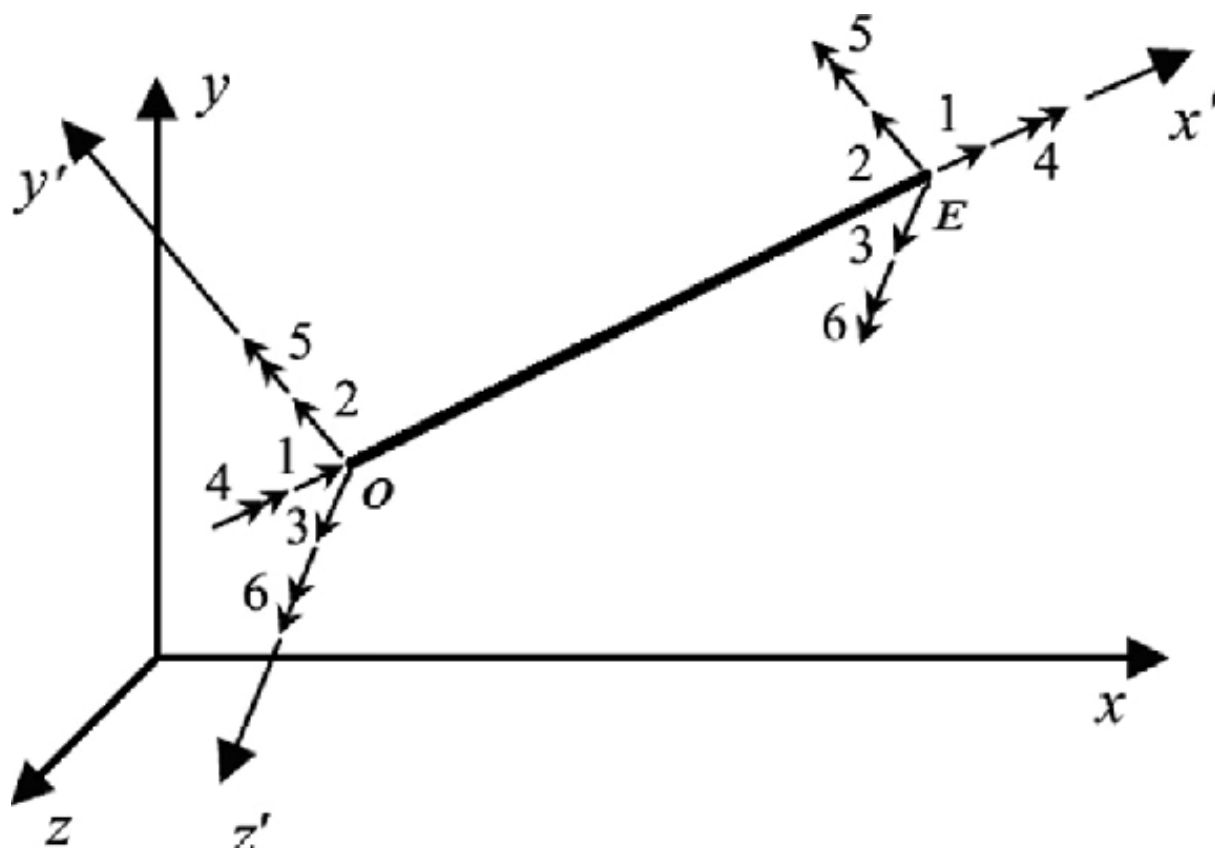
**Figur 3.2: Brutårn som modellert i Abaqus og tegning fra Hardangerbrua.**

### 3.1 Om Abaqus

Abaqus er et svært anvendelig elementmetode-program som kan brukes av mange fagområder. Brukeren har stor valgfrihet og kan dermed tilpasse modellen slik at den fungerer best mulig til bruk innen sitt fagfelt. Abaqus passer særlig godt til å gjennomføre avanserte ikke-lineære analyser.

I de aktuelle analysene av et brutårn og av hele hengebrua vil enkelte konstruksjonsdeler få store deformasjoner, derfor må programmet ta hensyn til ikke-lineære geometriske effekter. Dette gjøres ved at programmet kontinuerlig oppdaterer stivhetsmatrisen i løpet av analysen. I tillegg er stivheten til hovedkablene avhengig av aksialkreftene i kablene, derfor er det viktig at programmet tar hensyn til denne effekten i analysen. Abaqus kan også ta hensyn til ikke-lineær materialoppførsel, men i denne oppgaven er det modellert en lineær materialoppførsel. Andre ordens effekter som plastifisering og opprissing er tatt hensyn til i dimensjoneringen.

Ved bruk av endimensjonale elementer er det to aktuelle valgmuligheter i Abaqus, bjelkeelementer og stavelementer. Bjelkeelementene har både translasjons- og rotasjonsfrihetsgrader, og 3D-elementene kan derfor ta opp aksialkraft, skjærkrefter i to retninger og momenter i tre retninger. Stavelementene har derimot kun translasjonsfrihetsgrader og kan per definisjon bare ta opp aksialkrefter. Hvis stavelementer skal kunne benyttes i modellen, kan det derfor ikke virke krefter på tvers av elementene, og konstruksjonsdelen må være leddet i begge ender. Figur 3.3 viser bjelkeelementene som brukes i Abaqus, med 6 frihetsgrader per node.



**Figur 3.3: Tredimensjonalt bjelkeelement i Abaqus. (11)**

For bjelkeelementene i denne analysen tilbyr Abaqus to gode valgmuligheter for relevante elementer, B31 og B32. Begge elementene bygger på Timoshenko bjelketeori, det vil si at de inkluderer skjærdeformasjoner i analysen. Dette gjør at både tykke og slanke bjelker kan modelleres med denne typen elementer. Skjærdeformasjoner er som regel små sammenlignet med bøyedformasjoner for lange, slanke bjelker. Likevel gir det et mer nøyaktig resultat å ta hensyn til skjærdeformasjoner, i tillegg til at det ikke øker antall regneoperasjoner i særlig stor grad (12).

B31 kalles også et lineært bjelkeelement, fordi det kun har noder i hver ende av elementet, med 6 frihetsgrader i hver node. Figur 3.3 viser hvordan B31-elementet ser ut. Dette fører til at elementet har randbetingelser fra de to endepunktene for å beskrive deformasjonsmønstret til en bjelke. Dette elementet er lite kostbart regnemessig sammenlignet med alternativene, og det passer derfor generelt godt for å modellere konstruksjonsdeler uten fordelt last og kompliserte deformasjonsmønstre (12).

B32, også kalt kvadratisk bjelkeelement, har i tillegg en node i midtpunktet av elementet. Dette gir randbetingelser også i midtpunktet for å beskrive deformasjonsmønsteret, og dermed en mer nøyaktig beskrivelse av hvordan bjelkeelementet oppfører seg. B32-elementet egner seg derfor bedre til å modellere konstruksjonsdeler som er utsatt for fordelt last. Ulempen med dette elementet, sammenlignet med B31, er at det er mer kostbart regnemessig og analysen tar derfor lenger tid.

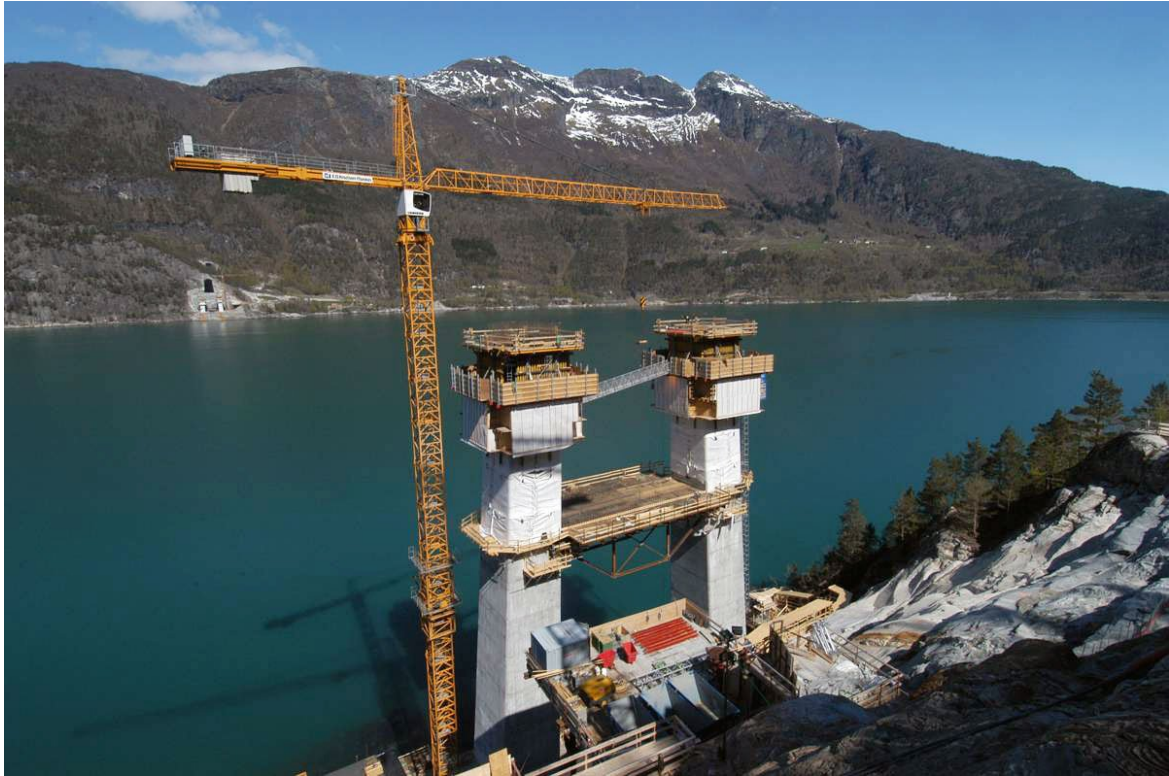
I tillegg til å bestemme antall noder per element, tilbyr også Abaqus en type hybridelementer. Disse elementene egner seg godt til bruk i analyser der det kan oppstå numeriske problemer på grunn av ikke-lineær geometri, store deformasjoner, eller fordi elementene har stor stivhet. Hybridelementene løser dette ved å inkludere aksial- og skjærkrefter direkte i frihetsgradene, i tillegg til translasjoner og rotasjoner. Dette gjør at hybridelementene generelt sett er mer kostbare regnemessig, men er ofte effektive å bruke i analyser med en av de ovennevnte problemene (12). Ved bruk av disse elementene tillegger Abaqus en «H» til navnet, f.eks B31H.

## 3.2 Modellering

Det globale aksesystemet til modellen defineres slik at global x-akse er horisontal og står vinkelrett på planet som brutårnet er modellert i, og vil være parallell med lengdeaksen til brua. Global z-retning er også horisontal, men vil ha positiv retning innover i det samme planet som brutårnet og y-retning er vertikal med positiv retning oppover.

Siden den globale analysen består av endimensjonale elementer er brutårnene i modellen tegnet inn slik at de følger senterlinjen til de fysiske brutårnene tegnet i arbeidstegningene. Hvert tårnbein er modellert med B32 bjelkeelementer, som er tidligere beskrevet i kapittel 3.1. Brutårnene blir i tillegg til store punktlaster på toppen av tårnene også utsatt for fordelt last fra vind, og det passer derfor best med en type element som er god til å håndtere fordelte krefter.

Tverrsnittet og armeringsmengden til hvert tårnbein varierer med høyden, og er eksplisitt beskrevet for hver støpeetappe. Det er valgt å dele inn brutårnene i støpeetapper på 4 meter fra fundamentene opp til avstivningsbæreren og deretter 6 meter videre opp til sadelen. Dette gir totalt 45 støpeetapper for brutårnene til brua over Halsafjorden. Fra tårnsadelen opp til toppen av brutårnene brukes et konstant, kvadratisk bokstverrsnitt. Videre er tverrsnittsegenskaper, som areal og andre arealmoment, regnet ut for hver støpeetappe i Excel. Egenskapene er så lagt inn i modellen for hver støpeetappe. De to tårnene til brua over Halsafjorden er antatt å være identiske, derfor er beregninger av tverrsnittsdata gyldig for begge tårnene. Figur 3.4 viser et bilde av et brutårn til Hardangerbrua under bygging.



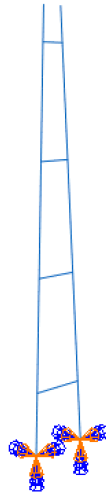
**Figur 3.4: Brutårn under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

Mellom de to tårnbeina er det fire rigler, kalt planumsrigel, midtrigler og topprigel, som stiver av hvert tårn i global z-retning. Plasseringen av disse riglene er gjort ved at topp- og planumsrigel er plassert på samme sted som for Hardangerbrua, og de to mellomriglene er deretter plassert i tredelspunktene mellom topp- og planumsrigel. Riglene er forspente betongbjelker, og antas derfor å være uopprisset. Riglene er modellert med B32 bjelkeelementer, fordi det virker fordelt vindlast på dem, slik som tårnbeina. Figur 3.5 viser modellen i Abaqus der riglene er markert med rødt. Riglene er forbundet til tårnbeina med en momentstiv forbindelse som stiver av tårnene i global z-retning. Det er mest realistisk å modellere forbindelsen som stiv, fordi lengdearmeringen i riglene trekkes helt ut og forankres i tårnbeina.

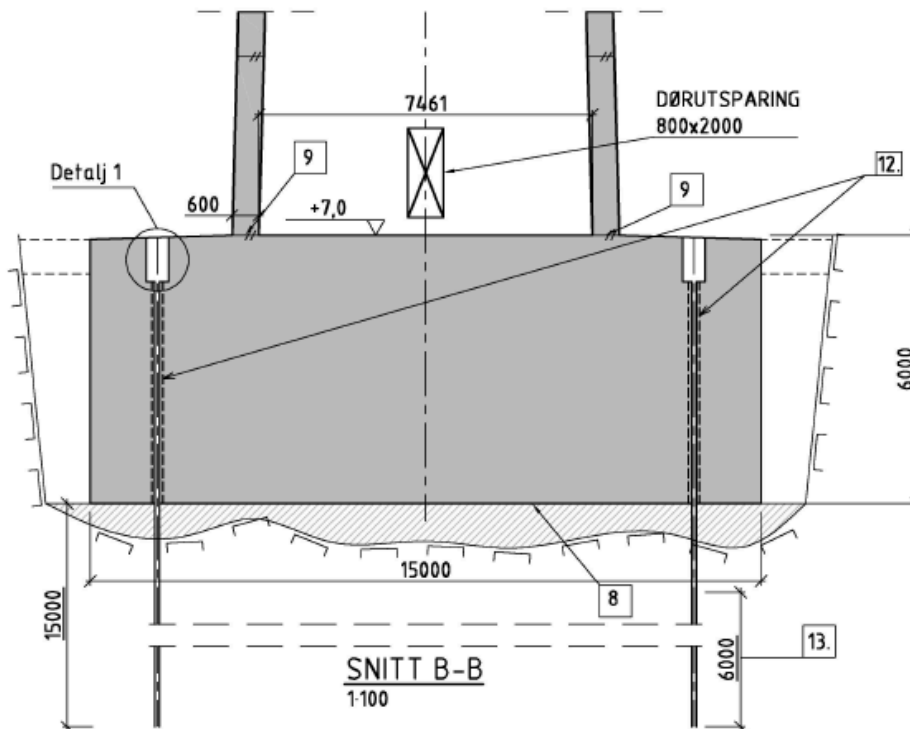


**Figur 3.5: Riglene er markert i rødt.**

Modellen i Abaqus er gitt opplagerbetingelser som skal representere virkeligheten, og de skal gi modellen tilstrekkelig global stabilitet. Det er viktig å fastholde konstruksjonen på riktig måte for at konstruksjonen skal oppføre seg som ventet. I byggefasen er fundamentene den eneste forbindelsen mellom brutårnene og omgivelsene. Fundamentene under hvert tårnbein vil ikke tillate bevegelser av noen form, hverken translasjoner eller rotasjoner. Derfor er det modellert fast innspenning i bunnen av hvert tårnbein. Figur 3.6 viser modellen med opplagerbetingelser. Figur 3.7 viser et snitt fra arbeidstegningen til en av fundamentene. Den viser at tårnfundamentene forbindes til fjell med betongunderstøp (punkt 8) og fjellankere (punkt 12).



**Figur 3.6: Tårnbein med opplagerbetingelser.**



**Figur 3.7: Tårnfundament forbundet til fjell med betongunderstøp og fjellankere.**

### 3.3 Laster

I byggefasen er egenvekt og vindlast de eneste ytre kreftene som virker på tårnet. Det blir ikke tatt hensyn til andre krefter, hverken ytre krefter, som jordskjelv, eller indre tvangskrefter fra temperatur eller svinn. Siden tårnet ikke har noen fastholdning i toppen før kabelsystemet er montert er de slanke tårnbeina svært utsatt for bøyning i bruas lengderetning. Egenvekt og vindlast alene kan derfor være nok til å danne et dimensjonerende lasttilfelle og må dermed inkluderes i dimensjoneringen. Vind på tvers av spennet vil være verre i ferdig tilstand enn i byggefasen, fordi vind på kabler og avstivningsbærer er av betydelig størrelse, og stivheten i den retningen er avhengig av kabelsystemet i svært liten grad.

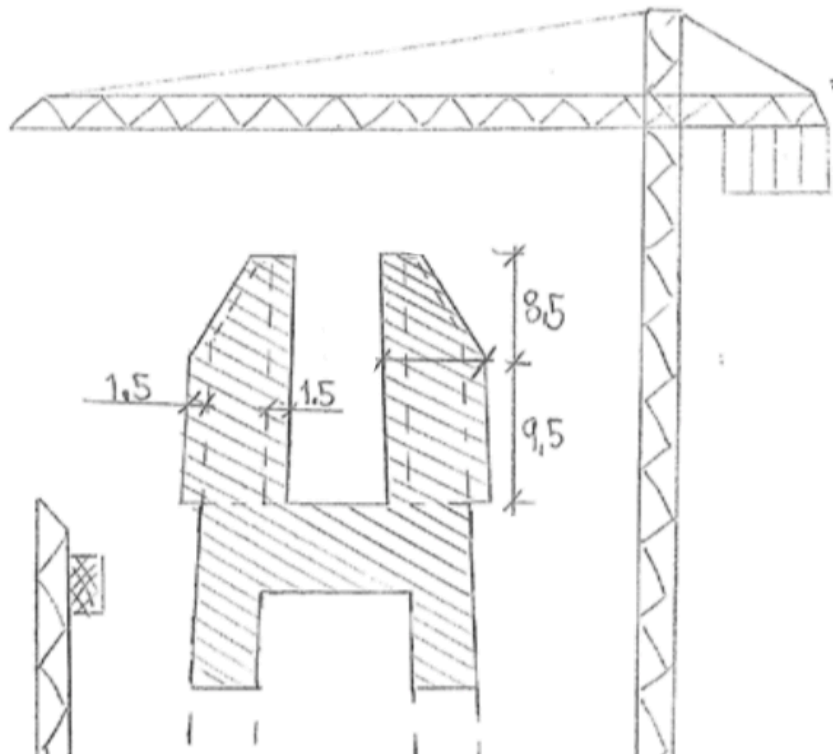
Lastene er kombinert med lastfaktorer i henhold til NS-EN 1990, tillegg A2 - anvendelse for bruer (13). Siden vindlast er den eneste nyttelasten som virker på systemet, er den naturligvis dominerende. Det er rimelig å anta ligning 6.10 b) i tabell NA.A2.4(B) som dimensjonerende, ettersom vindlasten vil ha en mye større momentarm enn egenvekten. Begge lastene virker ugunstig, fordi andre ordens effekter gjør at egenvekten bidrar til ytterligere rotasjon, og dermed moment, i brutårnene. Ligning 3.1 viser lastkombinasjonen med tallverdier satt inn for lastfaktorene. Der står  $g$  for egenvekt og  $v$  for vindlast.

$$\text{Lastkombinasjon 1: } 1,2 \cdot g + 1,6 \cdot v \qquad \mathbf{3.1}$$

Egenvekten modelleres ved at densiteten til betongen samt gravitasjonskonstanten legges inn i programmet. I analysen tas det hensyn til ikke-lineær geometri, det vil si at kraftlikevekten beregnes underveis i analysen basert på deformert geometri. Denne kontinuerlige oppdateringen av kraftlikevekten betyr at andre ordens effekter inkluderes. Dette er viktig fordi tårnet i byggefase vil bøyes ut flere meter i toppen, slik at andre ordens effekter på grunn av egenvekten vil føre til en vesentlig økning av både moment og deformasjon av tårnet.

Ved beregning av vindlast inkluderes kun statisk vindlast i form av kortvarig toppverdi for vindhastighet. Vindlasten beregnes etter metode gitt i «Hardangerbrua Beregninger Kapittel 1: Grunnlag» (7) og formfaktorer er beregnet i henhold til NS-EN 1991-1-4 pkt. 7.6. (14). Detaljerte beregninger av vindlasten og formfaktorer for både B45- og B90-betong finnes i vedlegg 4. Siden det ikke er gjort noen vindmålinger i Halsafjorden antas samme vindforhold som i Hardangerfjorden. I byggefasen er det også inkludert bidrag fra både kran og heis, samt forskaling på de 18 øverste meterne av tårnet. I Figur 3.8 er det vist en skisse med dimensjoner på tårn med heis, kran og forskaling. I Figur 3.9 er det et bilde av hvordan dette faktisk så ut under bygging av Hardangerbrua.





**Figur 3.8: Heis, kran og forskaling.**



**Figur 3.9: Tårntopp med forskaling og kran. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

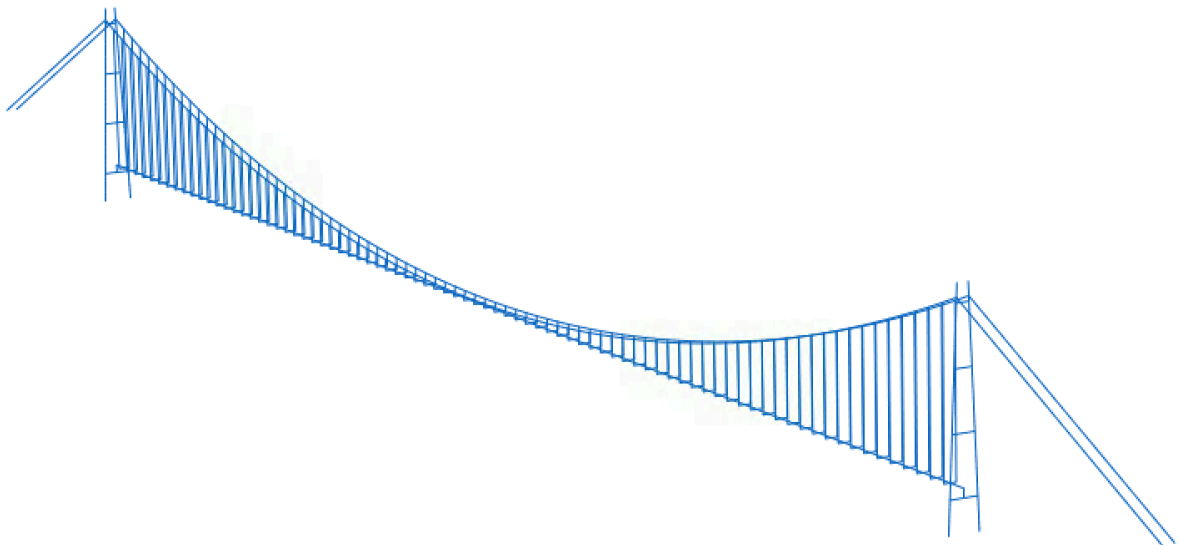
Vindhastigheten beregnes i intervaller på 25 meter i vertikalretning og modelleres som linjelaster i senterlinjen på tårnbeina, mens vind på krantoppen modelleres som punktlaster i tårntoppen. Det er også inkludert vindlast på riglene. Her er det brukt samme fremgangsmåte som for tårnene og den modelleres som linjelast med utstrekning i horisontal retning i senterlinjen til hver rigel. Tabell 3.1 og Figur 3.10 oppsummerer intensiteten og utstrekningen til vindlasten. Til forskjell fra formen på tårntoppen som er skissert i figuren, er det valgt å anta kvadratiske tverrsnitt på tårntoppene i denne oppgaven. Dette er gjort fordi utformingen til tårntoppen ofte bestemmes ut ifra estetikk og antakelsen om kvadratiske tårntopper vil være konservativ.



## 4 Modellering av global analyse

En global analyse av hengebrua gir innsikt i hvordan kreftene blir fordelt i konstruksjonssystemet og hvordan kreftene blir overført til fundamentene. En slik analyse gir også kvantitativ innsikt i hvordan snittkreftene endres når hengebrua skaleres fra 1310 meter til 2050 meter i hovedspenn. Av samme grunn som for analysen av brutårn i byggefasen, blir det også her foretrukket en 3D-analyse i Abaqus med bruk av bjelkeelementer. Tverrsnittsdata blir tildelt hver konstruksjonsdel manuelt for at de skal ha realistiske egenskaper som for eksempel egenvekt og bøyestivhet.

For å modellere geometrien så realistisk som mulig, er det tatt utgangspunkt i arbeidstegninger fra Hardangerbrua. Geometriske størrelser som for eksempel hovedspenn, pilhøyde og avstanden mellom hengestenger er skalert opp, men utformingen av hengebrua er i stor grad lik Hardangerbrua. Det medfører at forholdet mellom hovedspenn og pilhøyde holdes konstant. Figur 4.1 viser den generelle utformingen av globalmodellen i Abaqus.



**Figur 4.1: Modell av hengebrua for global analyse.**

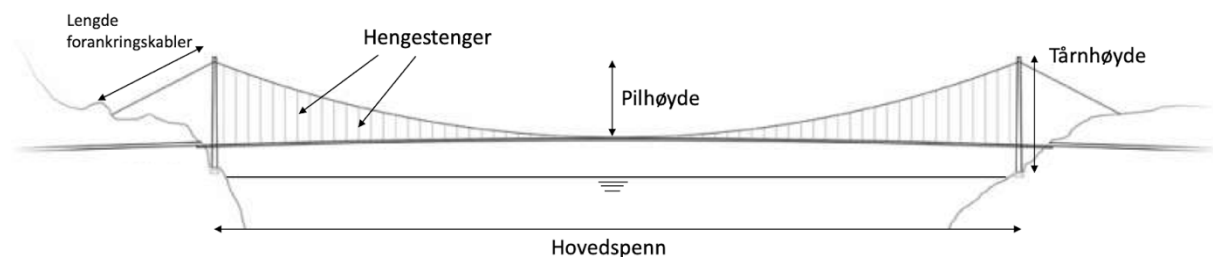
### 4.1 Modellering

Alle de forskjellige konstruksjonsdelene er først laget som separate deler der dimensjoner og relevante tverrsnittsegenskaper blir bestemt. Deretter settes delene sammen til en modell. Aksesystemet til den globale modellen defineres slik at global x- og z-akse representerer de horisontale retningene, der global x-akse er parallell med lengdeaksen til brua og global z-retning er på tvers av bruas lengderetning. Global y-retning er vertikal med positiv retning oppover. Utvalget av bjelke- og stavelementer som Abaqus tilbyr er det samme i denne analysen som for brutårn i byggefasen, se derfor kapittel 3.1 for en generell beskrivelse av egenskapene til de forskjellige elementene.

Noen geometriske størrelser for de sentrale konstruksjonsdelene er gitt i Tabell 4.1 slik de er blitt modellert i Abaqus. Merk at disse størrelsene er skalerte størrelser fra Hardangerbrua. Figur 4.2 viser hvordan noen av disse størrelsene måles på hengebrua.

Geometrisk størrelse	Lengde
Hovedspenn	2050 m
Pilhøyde	189,5 m
Avstand mellom kabelplan	14,5 m
Lengde av forankringskabler	390,3 m
Avstand mellom hengestenger	25 m
Antall par med hengestenger	81 stk
Korteste hengestenger	4,7 m
Total tårnhøyde	256 m

**Tabell 4.1: Noen relevante mål for modellert bru.**

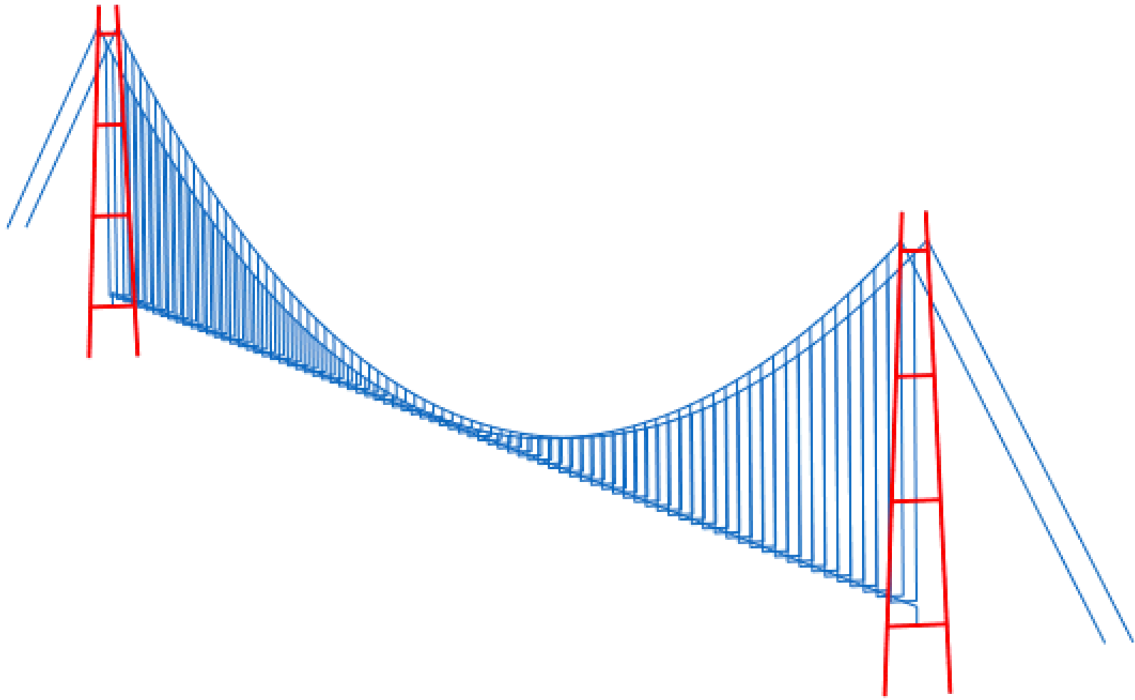


**Figur 4.2: Oversiktsbilde som definerer noen av størrelsene oppgitt i Tabell 4.1.**

### Brutårn

Brutårnene i den globale analysen er i stor grad modellert på samme måte som for analysen i byggefasen. De endimensjonale elementene som representerer brutårnene i modellen er tegnet inn slik at de følger senterlinjen til de fysiske brutårnene tegnet i arbeidstegningene. Hvert tårnbein er modellert med B32 bjelkeelementer, som er tidligere beskrevet i kapittel 3.1. Brutårnene blir utsatt for fordelt vindlast, i tillegg til store punktlaster på toppen av tårnene, og det passer derfor best med en type element som håndterer fordelt last godt.

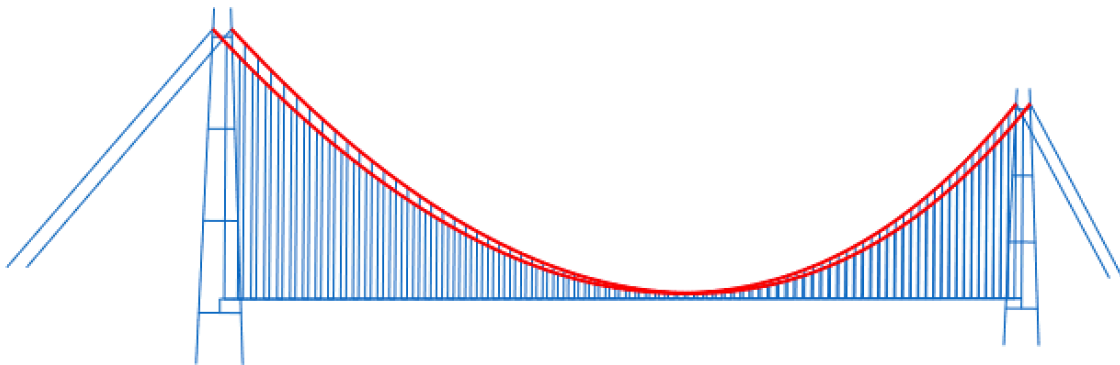
Tverrsnittsegenskapene til brutårnene er beregnet ved hjelp av Excel, og lagt inn for hver etappe, som beskrevet i forrige kapittel. Også her er de fire riglene forspente, og de antas derfor å være uopprisset. Figur 4.3 viser modellen i Abaqus der brutårn og rigler er markert med rødt. Riglene er forbundet til tårnbeina med en momentstiv forbindelse som stiver av tårnene i global z-retning.



**Figur 4.3: Brutårn med rigler.**

#### **Hovedkabler**

Det blir antatt at formen til en kabel påkjent av en fordelt last følger en andregradsfunksjon. Når plasseringen av tårntoppene og pilhøyden til brua er kjent, kan derfor funksjonen til hovedkablene bestemmes entydig. Figur 4.4 viser hovedkablene markert i rødt. Figur 4.5 viser at det er montert arbeidslys langs hovedkablene til Hardangerbrua under bygging, og at formen til hovedkablene er veldig lik de modellerte kablene.



**Figur 4.4: Hovedkabler.**



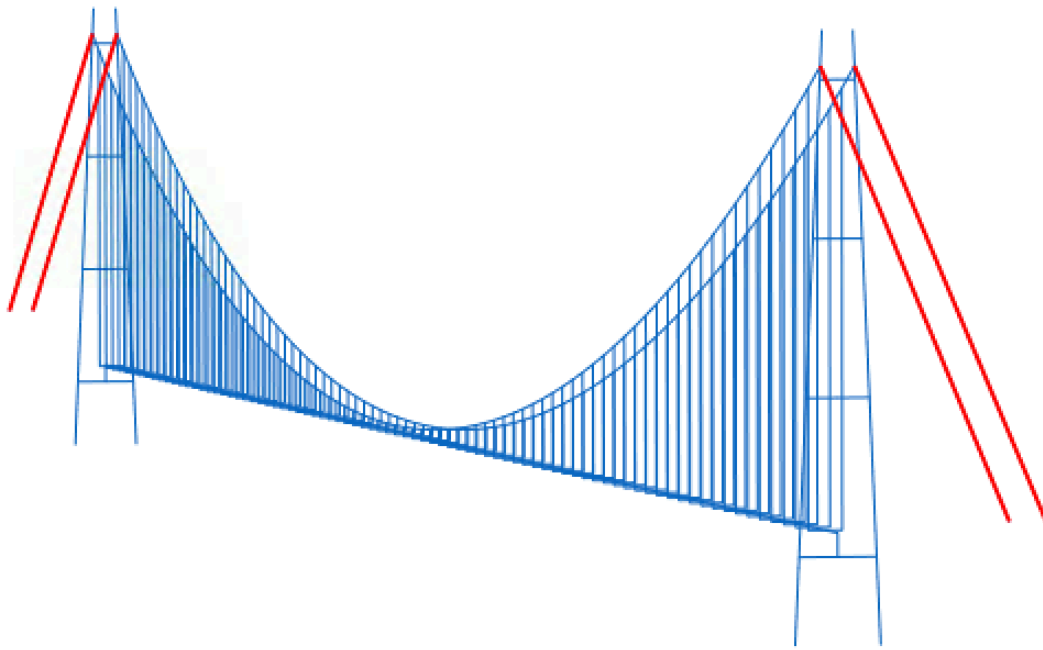
**Figur 4.5: Lys på Hardangerbrua under bygging. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

Siden det virker en fordelt last på kablene, blir de utsatt for moment og skjærkraft. Hovedkablene må derfor modelleres som bjelkeelementer med en initiell kunstig stivhet. Verdien av den initielle bøyestivheten til hovedkablene er beregnet slik det er beskrevet i kapittel 2.2. Siden analysen tar hensyn til ikke-lineær geometri blir stivheten oppdatert, og dermed korrigert, underveis i analysen.

Hovedkablene blir modellert ved hjelp av bjelkeelementer med tre noder, B32, som kan vise et deformasjonsmønster av et høyere ordens polynom. Kabelen er utsatt for fordelt last fra trafikklast og egenvekt, derfor passer det best å modellere kablene med B32, som kan representere deformasjonsformen på en tilstrekkelig god måte. Kablene blir forbundet til brutårnene med en leddet forbindelse som tillater rotasjon. Dette blir mest realistisk, med tanke på at tårnsadelen tillater rotasjon av hovedkablene.

### **Forankringskabler**

Forankringskablenes initielle geometri er en rett linje, i motsetning til hovedkablene. De modelleres ved å feste den ene enden i toppen av brutårnet og deretter bestemme punktet der forankringskablene skal festes i forankringen. Figur 4.6 viser hvordan forankringskablene ser ut i modellen.



**Figur 4.6: Forankringskabler markert i rødt.**

Forankringskablene består av samme materiale og tverrsnitt som hovedkablene, derfor blir også forankringskablene modellert som bjelkeelementer med kunstig initiell bøyestivhet. Den største lastvirkningen i forankringskablene er aksialkraft fra oppspenning, selv om de også blir belastet med egenvekt som virker jevnt fordelt langs kabelen. Derfor egner det seg godt å modellere forankringskablene med B31 bjelkeelementer. Forankringskablene blir, i likhet med hovedkablene, forbundet til brutårnene med en leddet forbindelse som tillater rotasjon. Dette blir mest realistisk, med tanke på at tårnsadelen tillater rotasjon av forankringskablene.

### **Avstivningsbærer**

Avstivningsbæreren, utført som en lukket brukasse, blir modellert og representert ved en enkel endimensjonal bjelke. Denne bjelken blir gitt material- og tverrsnittsegenskaper som beskrevet i kapittel 2.4, slik at oppførselen til avstivningsbæreren skal være mest mulig realistisk. Figur 4.7 viser montering av brukasse under bygging av Hardangerbrua. Formen på tverrsnittet til brukassen kommer også fram.



**Figur 4.7: Montering av brukasse. Foto: Statens Vegvesen. (4)**

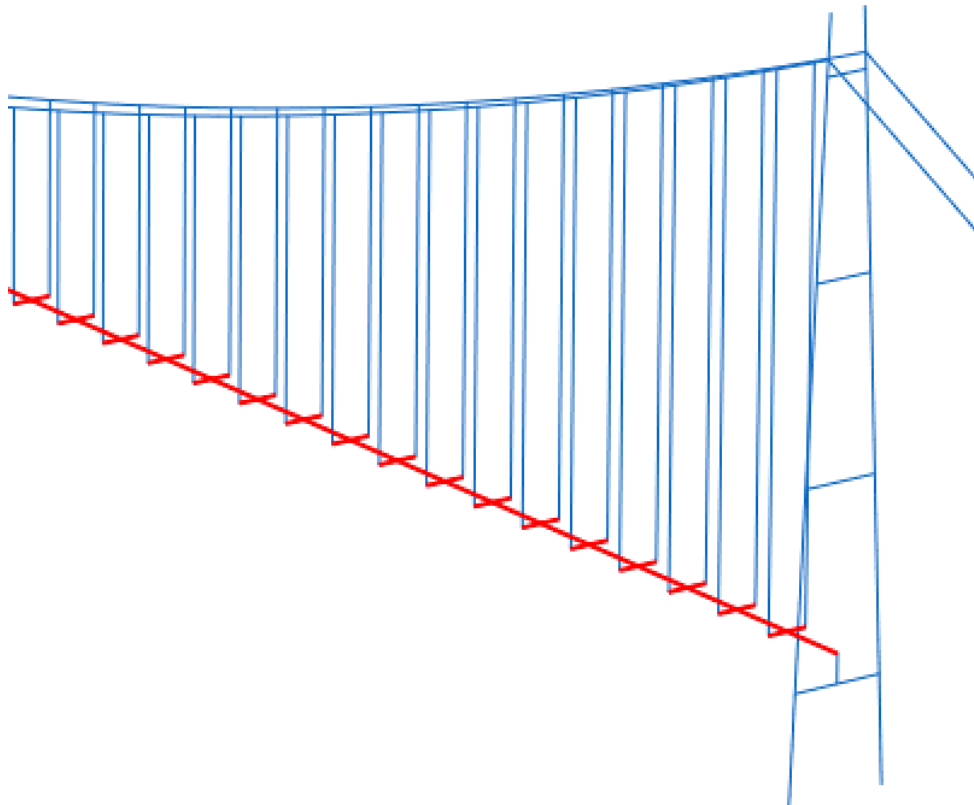
Bjelken som representerer avstivningsbæreren blir plassert sentrisk med hensyn til global z-retning for at de to tårnbeina i hvert brutårn skal få en symmetrisk påkjenning. I global y-retning blir bjelken plassert i høyden til vegbanen, for at nyttelasten fra trafikklast skal få en realistisk plassering. Merk at plasseringen i global y-retning ikke sammenfaller med massesenteret til avstivningsbæreren, men de har samme angrepslinje. Derfor er dette en grei forenkling forutsatt at det er en statisk analyse som gjennomføres.

På brua over Halsafjorden vil avstivningsbæreren bli utført med en parabelform i global y-retning. På en så lang hengebru, med hovedspenn på over 2000 meter, og kun noen få meter overhøyde i midten av spennet, blir krumningen av beskjeden betydning. Det er derfor valgt å se bort fra denne krumningen, og heller modellere avstivningsbæreren som en rett linje. I tillegg er hovedhensikten med denne analysen å se hvordan kreftene virker på brutårnene, derfor er det ikke relevant å se på lokale virkninger på avstivningsbæreren.

Avstivningsbæreren blir påkjent av en fordelt last, og modelleres derfor med B32 bjelkeelementer. På denne måten kan deformasjonsformen bli representert mer nøyaktig enn ved å bruke B31. Deformasjonen av avstivningsbæreren vil i stor grad være avhengig av deformasjonen til hovedkablene, derfor er det logisk at de to konstruksjonsdelene har samme elementtype.



For at hengestengene skal kunne forbli vertikale, i stedet for å få en inklinasjon, er det modellert tverrgående bjelker på begge sider av avstivningsbæreren, som skal overføre kreftene mellom avstivningsbæreren og hengestengene. Disse bjelkene modelleres med B31H-elementer, siden de kun skal overføre krefter mellom endenodene. Det er valgt høye tverrsnittskonstanter for tverrbjelkene, fordi de ikke eksisterer hos den fysiske brua, og de skal kun overføre krefter i modellen. Derfor benyttes hybridelementer for disse tverrbjelkene, for å unngå numeriske problemer på grunn av høy stivhet. Figur 4.8 viser avstivningsbærer og tverrgående bjelker markert med rødt i modellen.

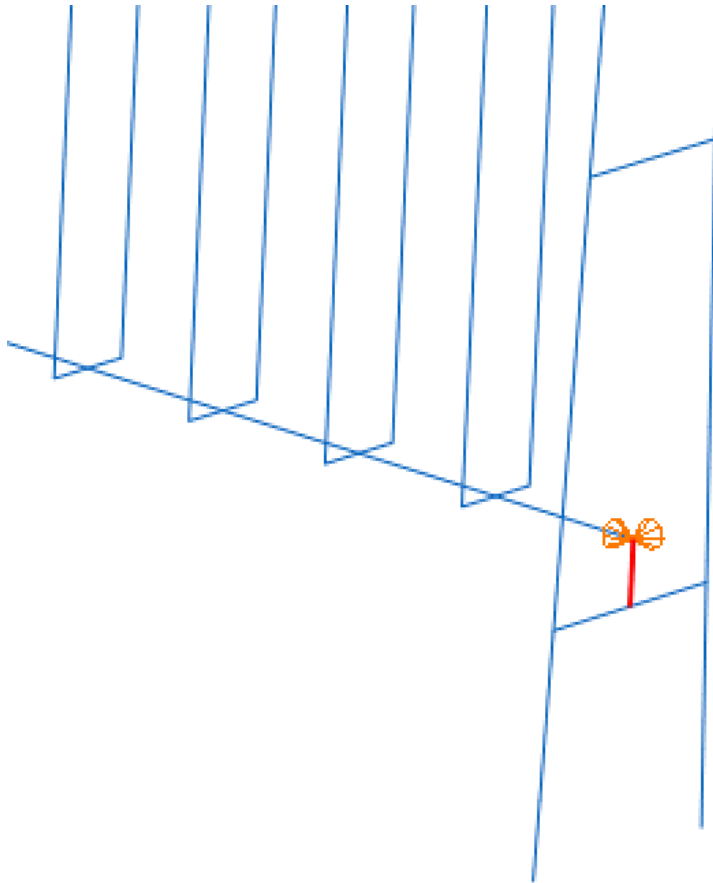


**Figur 4.8: Avstivningsbærer og tverrbjelker.**

Avstivningsbæreren og tverrbjelkene blir forbundet med en momentstiv forbindelse, fordi tverrbjelkene kun skal overføre krefter fra avstivningsbæreren til hengestengene. I den fysiske brua har avstivningsbæreren en utstrekning i bredderetningen, derfor er avstivningsbæreren og tverrbjelkene å betrakte som den samme konstruksjonsdelen.

### **Kobling**

På endene av avstivningsbæreren er det modellert en kobling som skal representere forbindelsen mellom brudekket og planumrigelen. Koblingen er modellert som en kort stav med meget stor stivhet og har som funksjon å overføre vertikalkrefter fra dekket til rigelen. Forbindelsen er i virkeligheten ganske komplisert og opplagerbetingelsen er beskrevet mer detaljert i senere avsnitt. Figur 4.9 viser koblingen mellom avstivningsbæreren og planumrigelen slik den er modellert i Abaqus.



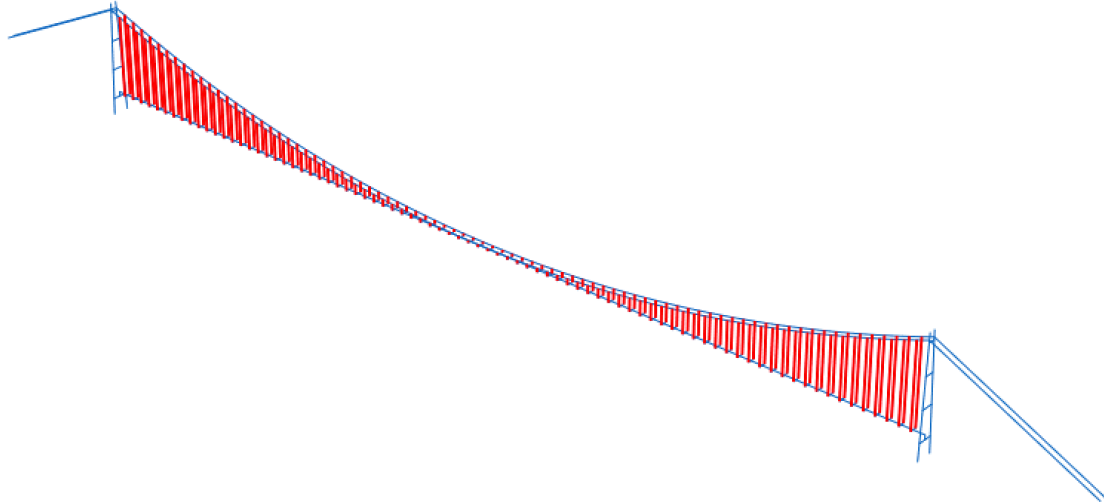
**Figur 4.9: Kobling mellom avstivningsbærer og planumsrigel.**

Det er valgt å bruke stavelementer for å sikre at det ikke skal opptre skjærkrefter i forbindelsen. Etersom koblingen er modellert med veldig høy stivhet kan det være fare for numeriske komplikasjoner i analysen. Derfor er T3D2H-elementer benyttet. Dette er lineære hybridelementer for staver som reduserer sjansen for numeriske problemer. Teorien bak dette er beskrevet nærmere i kapittel 3.1.

### **Hengestenger**

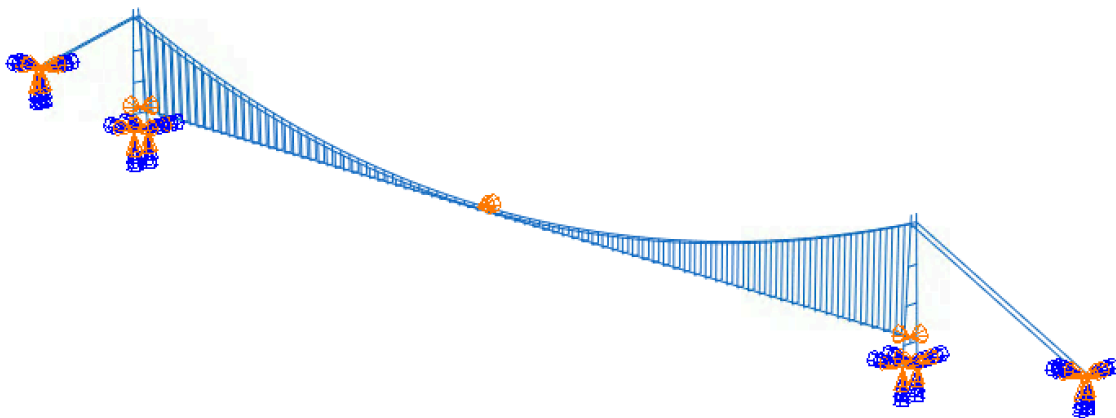
Hengestengene blir kun påkjent av aksialkrefter, og deres virkemåte skal gjenspeile staver i analysen. Det er derfor valgt å modellere dem som stavelementer av typen T3D2, som ikke tar opp skjærkrefter eller momenter. Det er tilstrekkelig å ha ett enkelt stavelement for hver hengestang, fordi lastene kun virker på nodene i hver ende av stavene. Få elementer i kombinasjon med å bruke T3D2 stavelementer gjør at hengestengene er lite kostnadskrevenende for programmet.

Siden hengestengene er modellert som stavelementer, har de ikke bøyestivhet. Material- og tverrsnittsegenskaper er hentet ut fra arbeidstegninger fra Hardangerbrua og deretter skalert. Figur 4.10 viser hengestengene markert i modellen. Hengestengene er forbundet med ledd i begge ender, både mot kabel og tverrbjelke, for å sikre at hengestengene ikke tar opp skjærkrefter eller momenter.



**Figur 4.10: Hengestenger markert i rødt fra modellen.**

Modellen i Abaqus er gitt opplagerbetingelser som skal representere virkeligheten, og de skal gi modellen tilstrekkelig global stabilitet. Det er viktig å fastholde konstruksjonen på riktig måte for at den skal oppføre seg som ventet. Figur 4.11 viser en oversikt over hvor opplagerbetingelsene er lokalisert i modellen. De blå pilene representerer fastholding mot rotasjon og de oransje pilene representerer fastholding mot translasjon. I kommende avsnitt beskrives det hvordan opplagerbetingelsene er modellert i Abaqus.

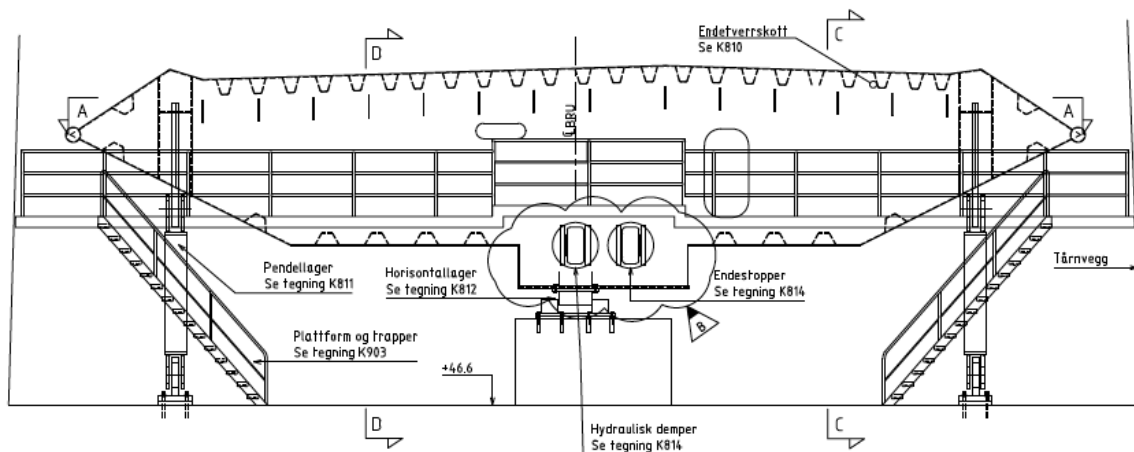


**Figur 4.11: Opplagerbetingelser i Abaqus-modellen.**

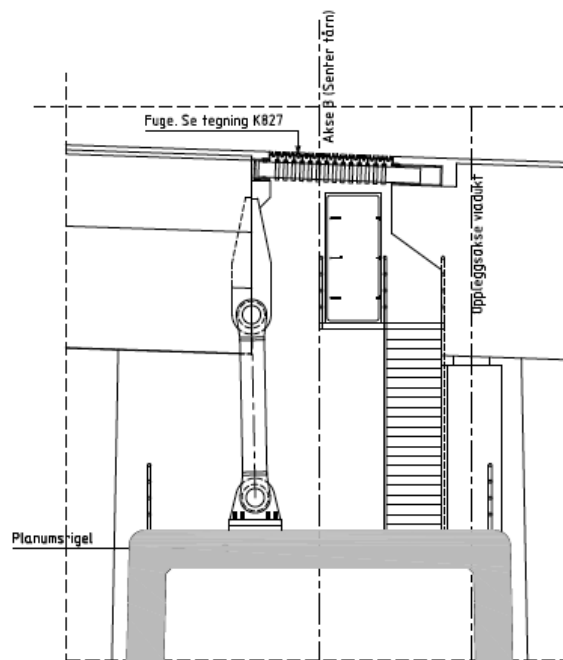
Bunnen av hvert tårnbein er fast innspent. På denne måten forhindres translasjoner og rotasjoner fullstendig. Denne opplagerbetingelsen er valgt på bakgrunn av at fundamentene under hvert tårnbein ikke vil tillate bevegelser, og tårnene kan med god sikkerhet antas å være innspent. Det er argumentert ytterligere for denne påstanden i kapittel 3.2.

Forankringskablene er fast innspent i forbindelsen mellom kabler og forankring. Med tanke på at den største lastvirkningen i forankringskablene er aksialkrefter, kunne alternativt forbindelsen vært modellert som frie opplegg. Likevel virker det best å modellere forbindelsen som en fast innspenning siden forankringskablene modelleres som bjelkeelementer.

Figur 4.12, Figur 4.13 og Figur 4.14 er arbeidstegninger fra Hardangerbrua som viser hvordan forbindelsen mellom avstivningsbærer og planumsrigel utføres. Figur 4.13 viser et såkalt pendellager. Denne konstruksjonsdelen har fått navnet «kobling» i tidligere avsnitt. Horisontallageret i Figur 4.12 og demperen i Figur 4.14 viser at avstivningsbæreren er fastholdt mot bevegelse i henholdsvis tverrretning og lengderetning. For å modellere dette riktig i Abaqus er endene til avstivningsbæreren fastholdt i global x-retning og z-retning. Dette er for å unngå at avstivningsbæreren beveger seg fritt som en mekanisme, og er i tråd med hvordan forbindelsen utføres i praksis. I tillegg sikrer det at kreftene som overføres fra avstivningsbæreren til den nederste rigelen kun virker vertikalt. Rigelen og brutårnet er ikke fastholdt mot bevegelse i bruas lengderetning, på grunn av at koblingen er modellert med ledd i begge ender. Figur 4.9 viser hvordan forbindelsen ser ut i modellen.

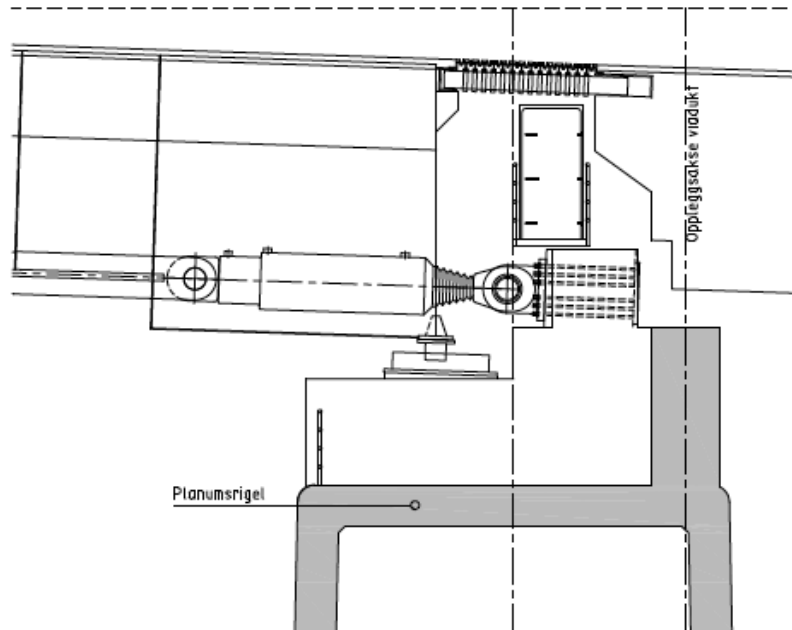


**Figur 4.12: Opplagerbetingelser mellom avstivningsbærer og rigel.**



**SNITT C-C VED PENDELSØYLE**

**Figur 4.13: Snitt C-C fra Figur 4.12.**



SNITT D-D VED DEMPER OG HORISONTALLAGER

**Figur 4.14: Snitt D-D fra Figur 4.13.**

I tillegg er hovedkablene holdt fast i tverretning, det vil si i global z-retning, midt i spennet. Siden hengestengene er modellert som staver med ledd i begge ender, har modellen i liten grad evnen til å motstå bevegelser på tvers av lengderetningen. Det oppstår derfor numeriske problemer i modellen på grunn av lav stivhet i tverretningen, til tross for at det ikke virker noen last på tvers av kabelsystemet. Løsningen på dette problemet blir derfor å legge inn en ekstra opplagerbetingelse. Selv om dette ikke er korrekt sammenlignet med virkeligheten, kan det argumenteres for at den faktiske brua har tilstrekkelig stivhet til å unngå dette problemet fordi hengestangfestene er utformet til å motstå bevegelse i z-retning.

## 4.2 Laster

Brua blir påkjent av egenvekt fra alle modellerte konstruksjonsdeler, i tillegg til trafikk- og vindlast. I motsetning til i modellen av kun brutårnet, utsatt for lastkombinasjon 1, må det her kontrolleres for bøyning om begge akser. Det er derfor to aktuelle lastkombinasjoner i denne modellen:

2. Egenlast, trafikklast og vindlast inn mot spennet fører både til størst aksialkraft i tårnet og bøyning inn mot spennet.
3. Egenlast og vindlast på tvers av spennet fører til størst aksialkraft i et enkelt tårnbein og bøyning på tvers av spennet.

Begge kombinasjonene er beregnet i henhold til NS-EN 1990, tillegg A2 - anvendelse for bruer (13). I kombinasjon 2 vil egenvekten gi det største bidraget, slik at ligning 6.10 a) i tabell NA.A2.4(B) vil være dimensjonerende. I kombinasjon 3 vil vindlasten være den eneste som virker på tvers av spennet og dermed være den dominerende lasten. Tabell NA.A2.1 i NS-EN 1990 sier at trafikklast skal utelukkes dersom vindlast er dominerende og er derfor ikke inkludert i kombinasjonen, hvor Ligning 6.10 a) i tabell NA.A2.4(B) vil være dimensjonerende. Ligning 4.1 og 4.2 viser henholdsvis lastkombinasjon 2 og 3 med tallverdier satt inn for lastfaktorene. Figur 4.15 og Figur 4.16 viser plasseringen av lastkombinasjoner på hengebrua.

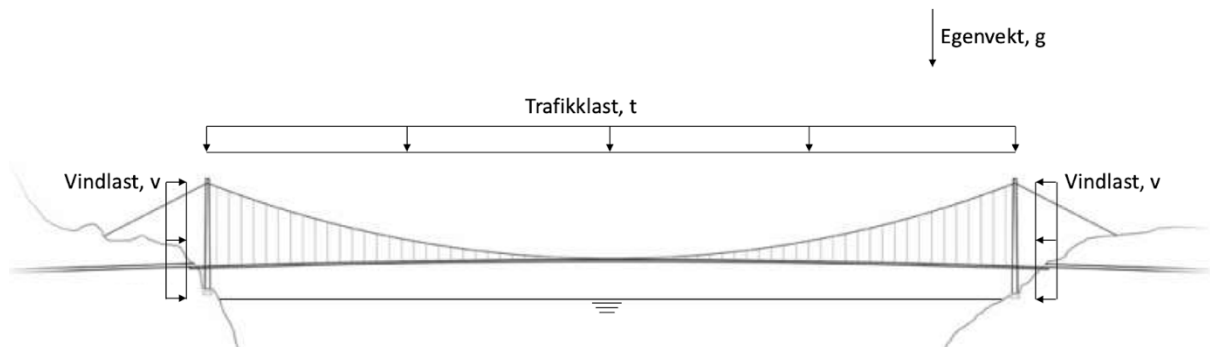
$$\text{Lastkombinasjon 2: } 1,35 \cdot g + 1,12 \cdot v + 0,945 \cdot t$$

4.1

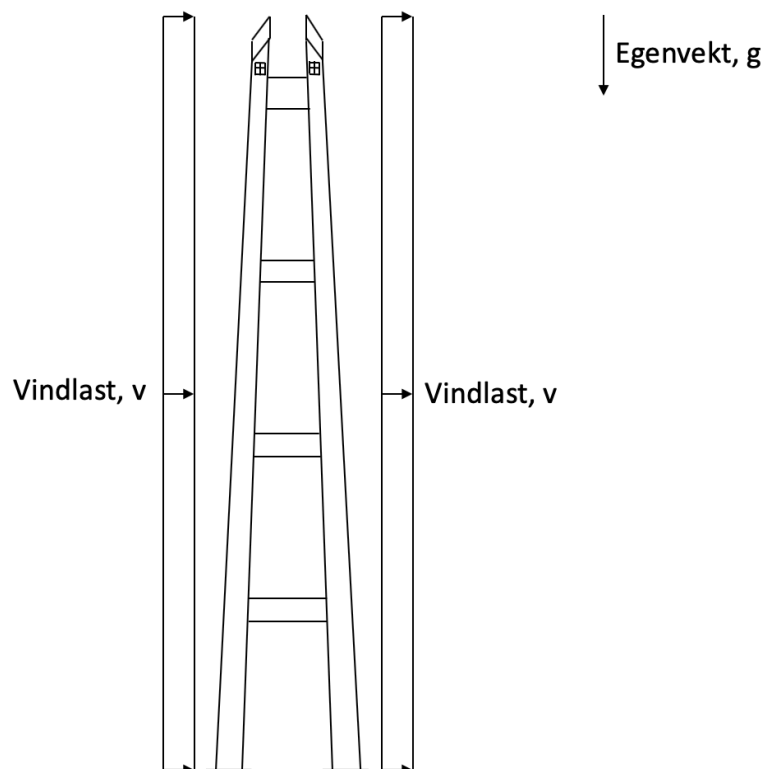
$$\text{Lastkombinasjon 3: } 1,2 \cdot g + 1,6 \cdot v$$

4.2

hvor  $g$  er egenvekt,  $v$  er vindlast og  $t$  er trafikklast.



Figur 4.15: Lastkombinasjon 2.



Figur 4.16: Lastkombinasjon 3.

I likhet med den lokale analysen av et brutårn som ble beskrevet i kapittel 3, er det heller ikke i den globale analysen tatt hensyn til eventuelle andre lastvirkninger som kan tenkes å påvirke konstruksjonen. Det gjelder ytre krefter som jordskjelv, ulykkeslast, eksentrisk trafikklast og lignende. Det er heller ikke hensyntatt eventuelle indre tvangskrefter fra temperatur eller svinn i materialene.

Egenlasten tas direkte ut fra Statens Vegvesens rapport om grunnlag for prosjektering av Hardangerbrua (7). Der vises det at linjelastene i Tabell 4.2 virker i bruas lengderetning på grunn av egenvekten fra forskjellige konstruksjonsdeler. I tillegg viser Tabell 4.2 de oppskalerte størrelsene for egenvekt på brua over Halsafjorden, på grunn av større tverrsnittsareal. Merk at egenvekten for avstivningsbæreren er den samme, siden den samme brukassen brukes på begge bruene.

Konstruksjonsdel	Hardangerbrua (kg/m)	Halsafjord-brua (kg/m)
Avstivningsbærer	8825	8825
Bærekabler (per kabel)	1851	3075
Hengestenger	305	764

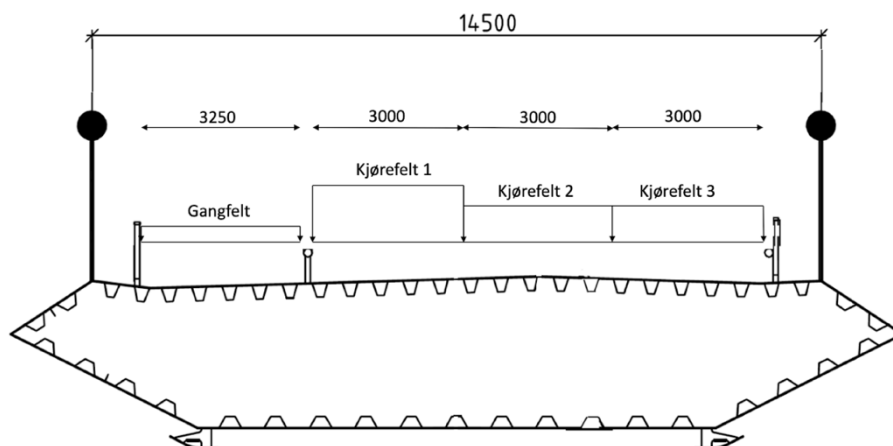
**Tabell 4.2: Egenvekt på Hardangerbrua og Halsafjord-brua.**

Egenvekten fra brutårnene er beregnet for hver støpeetappe og summert opp som beskrevet i kapittel 2.1.

Trafikklasten blir bestemt på bakgrunn av prosjekteringsregler gitt i NS-EN 1991-2 (15), samt tilleggsregler i forskrift for trafikkregler (16). Det blir benyttet lastgruppe 1a gitt i tabell 4.4a i standarden. Dette resulterer i karakteristiske trafikklaste gitt i Tabell 4.3. Prosjekteringsreglene sier at det i tillegg skal tas hensyn til punktlaster. Det er ikke tatt hensyn til punktlastene her, fordi de er små sammenlignet med de fordelte lastene, og vil derfor ha begrenset innvirkning på kreftene i brutårnene. Det forutsettes at den fordelte trafikklasten virker langs hele lengden til brua. Figur 4.17 viser hvordan trafikklasten virker på avstivningsbæreren.

Område	Last (kN/m <sup>2</sup> )
Kjørefelt 1	4,5
Kjørefelt 2 og 3	2,5
Gangfelt	0,625

**Tabell 4.3: Fordelt trafikklast på avstivningsbærer.**



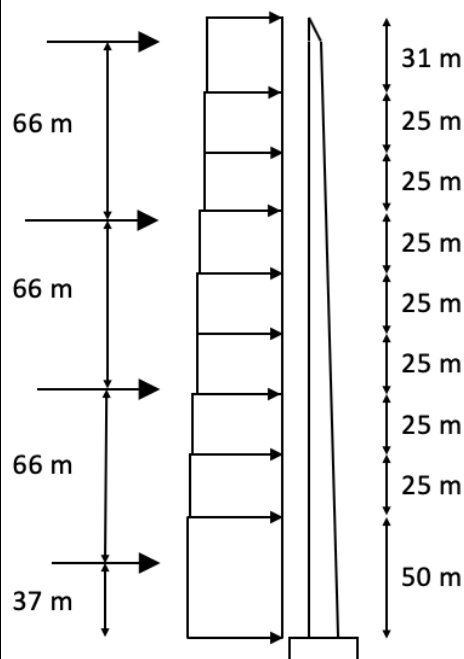
**Figur 4.17: Trafikklast på avstivningsbærer.**

Det forutsettes at trafikklaster virker sentrisk på avstivningsbæreren. Det er ikke konservativt, og bør derfor undersøkes grundigere dersom det viser seg at lastkombinasjonen med trafikklaster blir dimensjonerende. Resulterende linjelast fra trafikk blir 30,5 kN/m.

Vindlasten på brutårnene er beregnet på samme måte som beskrevet i kapittel 3.3. I tillegg er det i globalmodellen inkludert vind på kabelsystemet og avstivningsbæreren i lasttilfellet der vinden virker på tvers av spennet. Siden all kraften fra dette tillegget vil tas opp gjennom hovedkablene og inn i tårntoppen, modelleres det som punktlaster i toppen av hvert tårnbein. Detaljerte utregninger av vindlasten finnes i vedlegg 4. Tabell 4.4 og Tabell 4.5 oppsummerer vindlasten slik den er modellert i globalmodellen, og vindlastene er illustrert i Figur 4.18 og Figur 4.19.

Flate	Dim. intensitet		Høyde
	B45	B90	
Tårnbein	24,8 kN/m	16,8 kN/m	0 - 50 m
Tårnbein	24,1 kN/m	17,2 kN/m	50 - 75 m
Tårnbein	24,2 kN/m	17,1 kN/m	75 - 100 m
Tårnbein	23,9 kN/m	16,8 kN/m	100 - 125 m
Tårnbein	23,6 kN/m	16,6 kN/m	125 - 150 m
Tårnbein	23,3 kN/m	16,4 kN/m	150 - 175 m
Tårnbein	23,2 kN/m	16,4 kN/m	175 - 200 m
Tårnbein	23,1 kN/m	16,2 kN/m	200 - 225 m
Tårnbein	23,2 kN/m	16,3 kN/m	225 - 256 m
Planumsrigel	19,1 kN/m	19,1 kN/m	37 m
Nedre midtrigel	26,4 kN/m	26,4 kN/m	103 m
Øvre midtrigel	28,1 kN/m	28,1 kN/m	169 m
Topprigel	21,8 kN/m	21,8 kN/m	235 m

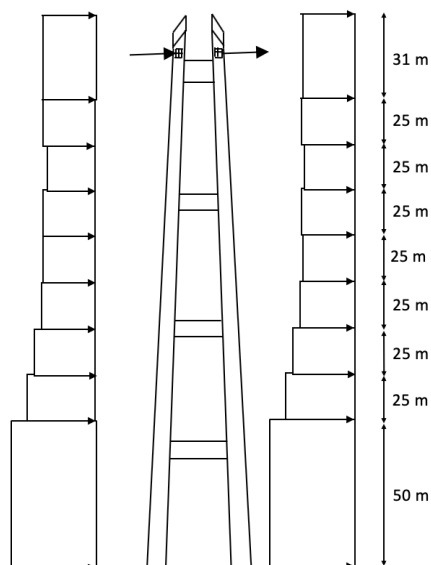
**Tabell 4.4: Vindlast i lengderetning.**



**Figur 4.18: Vindlast i lengderetning.**



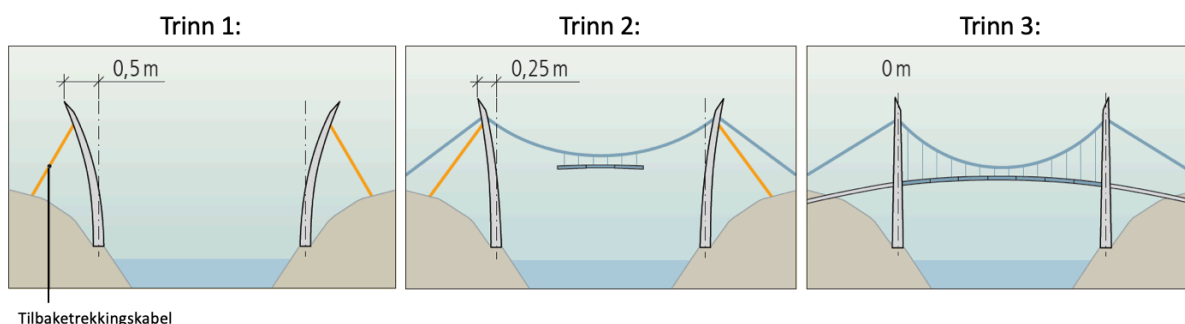
Flate	Dim. intensitet		Høyde
	B45	B90	
Tårnbein	71,7 kN/m	77,2 kN/m	0 - 50 m
Tårnbein	60,5 kN/m	67,5 kN/m	50 - 75 m
Tårnbein	56,8 kN/m	64,0 kN/m	75 - 100 m
Tårnbein	53,0 kN/m	60,0 kN/m	100 - 125 m
Tårnbein	50,4 kN/m	56,9 kN/m	125 - 150 m
Tårnbein	49,1 kN/m	55,4 kN/m	150 - 175 m
Tårnbein	48,6 kN/m	54,9 kN/m	175 - 200 m
Tårnbein	49,2 kN/m	55,5 kN/m	200 - 225 m
Tårnbein	49,9 kN/m	56,4 kN/m	225 - 256 m
Tårntopp*	5500 kN	5500 kN	241 m
*Punktlast i hvert tårnbein			



**Tabell 4.5: Vind i tverretning.**

**Figur 4.19: Vind i tverretning.**

Under bygging av Hardangerbrua skapes en forspenningserrekt ved at begge brutårnene trekkes omtrent 0,5 m tilbake i toppen før kablen monteres. Etter at avstivningsbæreren og hengestengene er montert, slakkes tilbaketrekkingskabelen. Dermed får brutårnene tilbake sin naturlige, vertikale form. Se Figur 4.20, tatt fra teknisk brosjyre for Hardangerbrua (17).



**Figur 4.20: Forspenning av Hardangerbrua.**

På denne måten unngås det at brutårnene deformeres horisontalt under påkjenning av egenvekt. Dette virker gunstig for brutårnene fordi tverrsnittsmomentet i brutårnene reduseres, og denne forspenningseffekten er viktig å ta hensyn til i den globale analysen for å få mer nøyaktige resultater. Avstivningsbæreren har formen til en andregradsfunksjon med en initiell krumning oppover i udeformert tilstand. Denne formen fører til at avstivningsbæreren får en mer gunstig lastvirkning med overhøyde på midten. Ved å forspenne brutårnene som tidligere beskrevet, krummes avstivningsbæreren oppover på midten på grunn av rotasjon ved planumsrigelen, og effekten av krum avstivningsbærer blir dermed til en viss grad tatt hensyn til i analysen. Deformasjoner av brutårnene og avstivningsbæreren er vist i Figur 4.22.

Siden den globale analysen tar hensyn til ikke-lineær geometri, er det viktig at lastene i modellen påføres i riktig rekkefølge. Dette følger av at superposisjonsprinsippet ikke er gyldig i ikke-lineære analyser. Derfor er det i følgende avsnitt beskrevet rekkefølgen til lastene, ved å innføre lastene i forskjellige steg, og hvilke valg som er tatt i elementmodellen. Modellen inkluderer følgende laster:

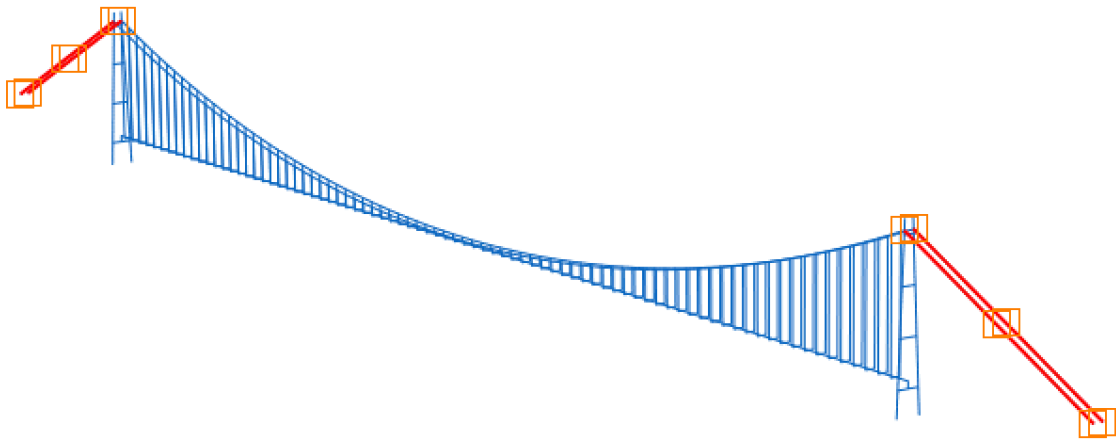
- Egenvekt
- Forspenningskraft
- Trafikklast
- Vindlast

All egenlast er modellert ved at densiteten til konstruksjonsdelene bestemmes og at gravitasjonskonstanten legges inn på hver konstruksjonsdel separat. Det vil si at egenvekten til kablene, hengestengene, avstivningsbæreren og brutårnene virker direkte på sine respektive deler. Bakgrunnen for dette er å gjenskape en deformasjonsform som er så realistisk som mulig. Siden analysen som kjøres tar hensyn til ikke-lineær geometri, vil kraftlikevekten beregnes basert på deformert geometri, derfor er det en fordel at kreftene oppfører seg så likt virkeligheten som mulig. Hvordan forspenningskraften og trafikklasten er modellert beskrives i det aktuelle steget.

Når lastene påføres i et steg der ikke-lineær geometri er inkludert vil vanligvis ikke hele lasten aktiveres på samme tid. Abaqus vil dele lasten inn i mindre inkremitter, der brukeren har mulighet til å påvirke størrelsen på inkrementene. Programmet må regne seg frem til en likevekt i systemet ved avslutningen av et inkrement, før den starter på det neste. På denne måten kan den ikke-lineære løsningen følges gjennom hele steget. I steg der lasten fører til store deformasjoner eller ikke-lineære effekter er det dermed behov for mindre inkremitter for at løsningen skal konvergere (18).

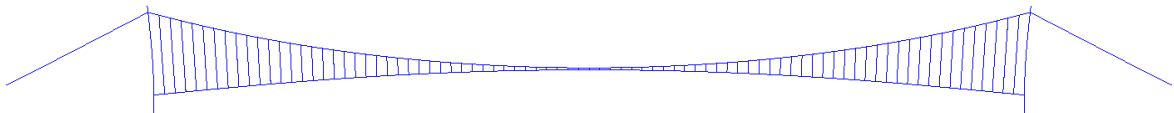
### **Steg 1 - Tilbaketrekking**

I det første steget i lastmodelleringen skal forankringskablene tillegges forspenningen som gir den ønskede tilbaketrekningen av brutårnene. Samtidig påføres egenvekten til brutårnene. For å modellere en realistisk tilbaketrekking i Abaqus, er det mest hensiktsmessig å påføre forankringskablene en temperatur-nedkjøling slik at de vil trekke seg sammen. Siden kablene er fastholdt av opplagerbetingelser i forankringen vil sammentrekningen føre til en strekkraft i kablene som trekker toppen av brutårnene bakover. Ved å gjøre det slik blir også de økte strekkraftene i forankringskablene inkludert i resultatene, i motsetning til om tilbaketrekkingen blir gjort med ytre krefter påsatt i toppen av hvert brutårn. Figur 4.21 viser hvordan dette er gjort i modellen.



**Figur 4.21: Tilbaketrekking av forankringskabler som modellert.**

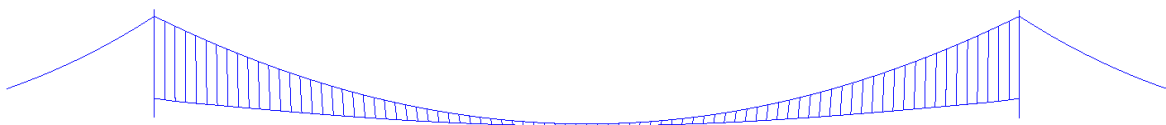
Den mest gunstige måten å modellere nedkjølingen på i Abaqus er ved å definere en referansetemperatur i systemet, for deretter å legge inn en lavere temperatur i forankringskablene. Ved å definere en slik temperaturdifferanse og tillegge forankringskablene en termisk utvidelseskoeffisient, kan brukeren av programmet bestemme hvor mye forankringskablene skal trekkes sammen. Størrelsen på sammentrekkingen bestemmes av at brutårnene skal stå vertikalt når både temperaturvirkning og egenlast virker på modellen. For å oppnå dette kreves en nedkjøling som gir en strekkraft på 1,11 MN i forankringskablene. Figur 4.22 viser hvordan globalmodellen deformeres når kun temperaturvirkningen og egenvekten til tårnene er inkludert. Legg merke til at tilbaketrekningen gir den ønskede krumningen av brudekket.



**Figur 4.22: Deformasjon av globalmodell med B45 etter steg 1. Skaleringsfaktor: 10.**

### Steg 2 - Egenvekt

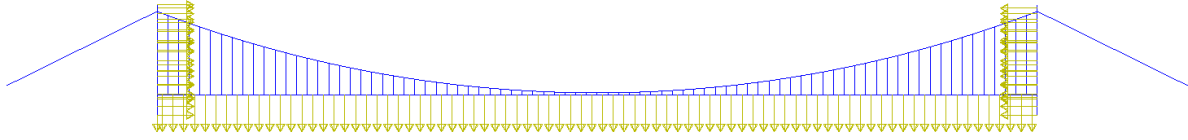
Etter at tilbaketrekkingen er fullført i steg 1, blir egenvekten til de resterende konstruksjonsdelene aktivert i steg 2. Egenvekten vil deformere avstivningsbæreren og kablene i negativ vertikal retning. Disse deformasjonene vil være store og føre til betydelige endringer i den geometriske stivheten til kablene. Det er derfor nødvendig med små inkremitter for at løsningen skal konvergere. I tillegg til deformasjonen vil kablene få en økt strekkraft. Denne kraften vil utligne kraften fra forspenningen slik at netto horisontalkraft i toppen av brutårnet vil være liten og tårntoppen trekkes tilbake til opprinnelig loddrett posisjon. Figur 4.23 viser hvordan globalmodellen deformeres etter steg 2.



**Figur 4.23: Deformasjon av globalmodell med B45 etter steg 2. Skaleringsfaktor: 5.**

### Steg 3 - Nyttelast

I det siste steget settes nyttelasten i form av trafikk- og vindlast på modellen, dette vises i Figur 4.24. Nyttelasten vil ytterligere øke deformasjonene og kreftene som virker i systemet etter steg 2. Derfor er det også her nødvendig med relativt små inkremitter for at løsningen skal konvergere. Ved avslutningen av dette steget vil analysen være ferdig og resultatene kan hentes ut fra modellen og brukes til mer detaljert dimensjonering.



**Figur 4.24: Trafikklast og vindlast på udeformert globalmodell.**



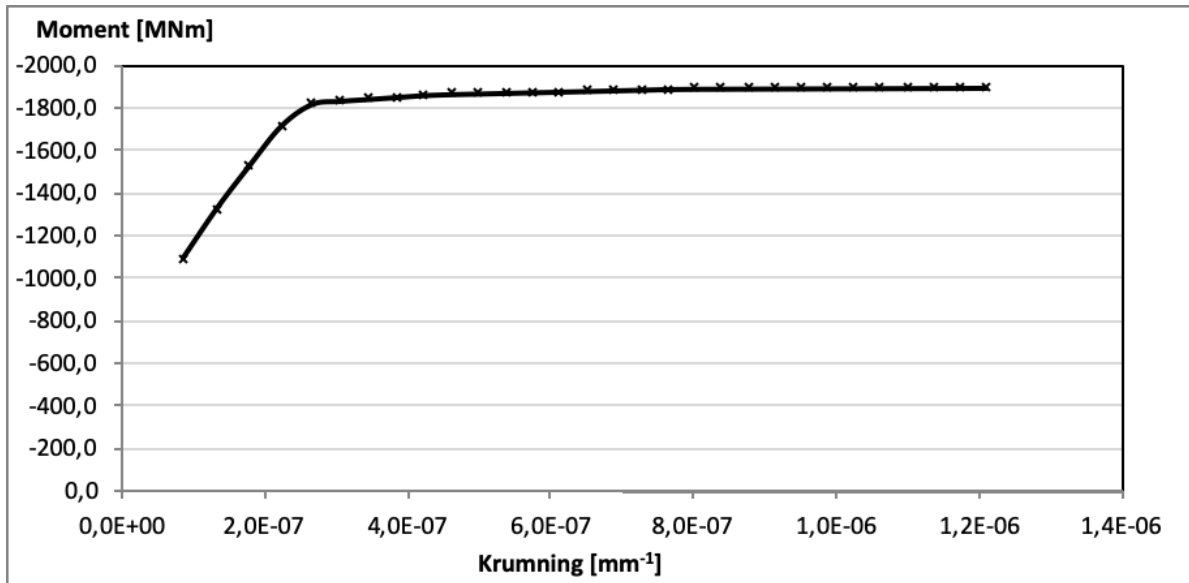
Hvis derimot aksialkraften på tverrsnittet ikke er lik null, vil bøyestivheten  $EI$  være avhengig av størrelsen på tverrsnittsmomentet. Dette kompliserer utregningene en del, fordi tverrsnittsegenskapene avhenger av lastvirkningene på tverrsnittet. På grunn av ikke-lineær geometri vil også lastvirkningene avhenge av tverrsnittsegenskapene. For eksempel vil en utkraget søyle få større og større tilleggsmoment av de vertikale kreftene etter hvert som søylen bøyes ut i horisontal retning. Det må derfor gjøres en iterasjonsprosess for å finne riktige tverrsnittsegenskaper. Den teoretiske bakgrunnen til metoden beskrives mer inngående i kapittel 5.1.

For å kvalitetssikre metoden som er benyttet, er det i kapittel 5.2 utført en sammenligning av metoden fra NB 38 opp mot andre metoder. I bruksgrensetilstand er det valgt å sammenligne med en fremgangsmåte gitt i Svein Ivar Sørensens bok «Betongkonstruksjoner» (20). Denne metoden er ment å løse omtrent den samme problemstillingen, men med litt andre antagelser og er dessuten vanskeligere å programmere. I bruddgrensetilstand sammenlignes metoden fra NB 38 mot et M-N-diagram, for å kontrollere at metoden gir riktig dimensjonerende kapasitet for et gitt tverrsnitt.

I Excel-arket som er benyttet er det lagt inn nøyaktige materialkurver for betongen og armeringsstålet, slik at moment-krumningsrelasjonen representerer gyldige punkter som ikke bryter med krav til for eksempel flytespenning og trykkfasthet for materialene. Dette betyr at fremgangsmåten også kan benyttes som et dimensjoneringsverktøy. Det er likevel ikke sikkert at den konvergente løsningen for moment-krumning gir en løsning der materialene går til brudd, og er ikke nødvendigvis den mest økonomiske løsningen. Mer om dette og hvordan tverrsnittsanalysen kombineres med statikk-analysen i Abaqus er beskrevet grundig i delkapittel 5.3.

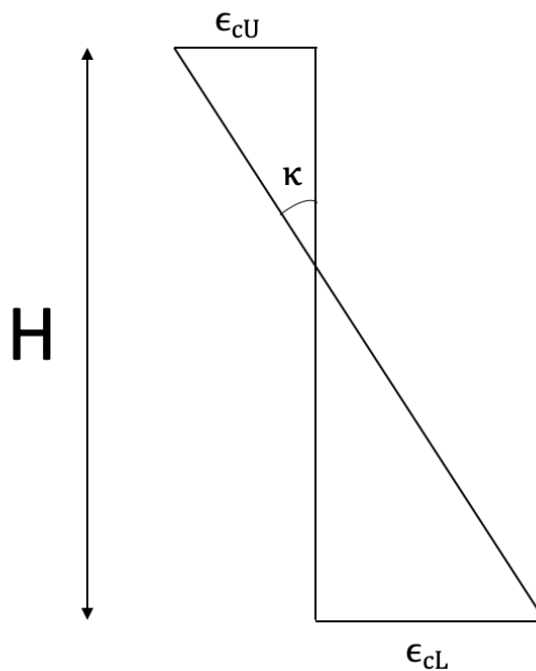
## 5.1 Teoribakgrunn for tverrsnittsanalyse

Målet med tverrsnittsanalysen i Excel er å konstruere en kurve som viser sammenhengen mellom moment og krumning for en gitt aksialkraft, slik som den i Figur 5.2. For å finne en slik kurve, er en mulighet å anta noen spesifikke krumninger og deretter regne ut tilhørende momentverdier. Da kan brukeren selv bestemme punkter på kurven i områder som er spesielt interessante for aktuell analyse. Ulempen med dette er at det er vanskelig å få en kvantitativ følelse av størrelsen krumning. Det er for eksempel vanskelig å si om materialene har nådd flytespenning, og dermed hvor mye ekstra kapasitet tverrsnittet har igjen. Av denne grunn er det valgt å ta utgangspunkt i tøyningen i underkant av tverrsnittet. Når så den tilhørende tøyningen i overkant av tverrsnittet bestemmes senere i analysen, kan krumningen finnes ved hjelp av ligning 5.1. Denne sammenhengen kommer fra tegningen i Figur 5.3. Den forutsetter at Navier-Bernoullis hypotese er gyldig, som beskrives mer grundig i et senere avsnitt.



Figur 5.2: Eksempel på sammenheng moment-krumning.

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{\epsilon_{cU} + \epsilon_{cL}}{H} \quad 5.1$$



Figur 5.3: Sammenheng mellom tøyning og krumning.

Analysen vil komme fram til at det kun er én gyldig tøyningfordeling som tilfredsstillers kravet om at det må være kompatibilitet mellom indre aksialkrefter og ytre aksialkraftnivå. Denne fordelingen er ikke kjent ved begynnelsen av analysen. Fremgangsmåten for å finne ett punkt i moment-krumningsdiagrammet blir derfor å anta en tøyning i overkant av tverrsnittet, og deretter iterere seg fram til en løsning som tilfredsstillers kravet til aksialkraft. Når tøyningen i underkant av tverrsnittet er bestemt og et forslag til tøyningen i overkant er antatt, kan fremgangsmåten for å finne krefter og momenter begynne.

Noe av det mest sentrale som må gjøres for å finne en moment-krumningsssammenheng er å definere materialkurver for betongen og armeringsstålet. Den forteller hvordan materialet oppfører seg gjennom tøyingsforløpet, det vil si fra lasten blir påført gradvis helt til full bruddlast er nådd. Dette er viktig, fordi det gir sammenhengen mellom en gitt tøyningstilstand av tverrsnittet og tilhørende spenninger.

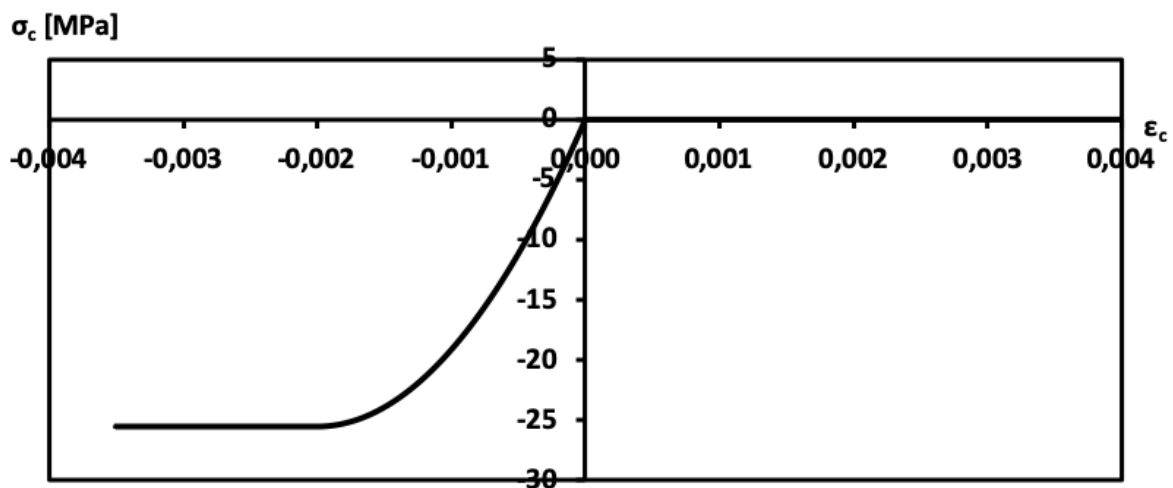
Siden det er bruddgrensetilstand som er av primær interesse i denne oppgaven, er det de dimensjonerende materialegenskapene som er av størst betydning. NS-EN 1992-1-1 (8) gir gjeldende materialkurve for betong, der det blir hensyntatt ikke-lineære effekter. Ligning 5.2 gir sammenhengen mellom spenning og tøyning i betong.  $f_{cd}$  er dimensjonerende trykkfasthet,  $\epsilon_{c2}$  er tøyningen idet maksimalspenningen nås og  $\epsilon_{cu2}$  er tøyningsgrensen i bruddtilstand. Her reduseres både trykkfastheten  $f_{cd}$  og E-modulen  $E_c$  i dimensjonerende tilfelle, fra sine tilhørende karakteristiske verdier. Dette er i tråd med reglene gitt i kapittel 3.1.7 i NS-EN 1992-1-1. Alle størrelsene kommer fra Tabell 3.1 i NS-EN 1992-1-1 og er gjengitt i kapittel 2.1.

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \text{ for } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

**5.2**

$$\sigma_c = f_{cd} \text{ for } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2}$$

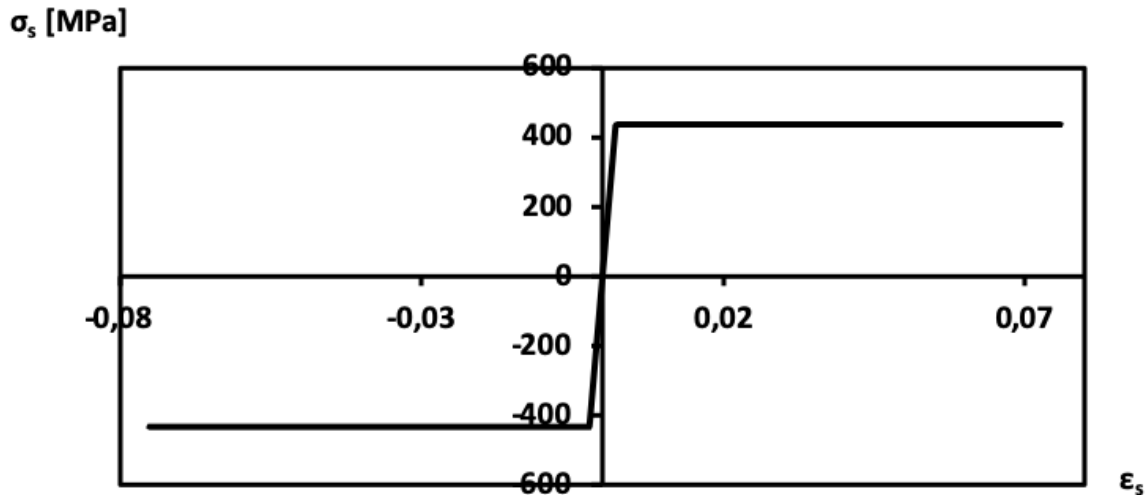
Med materialoppførsel for betong som beskrevet i forrige avsnitt, får B45-betongen arbeidsdiagram som vist i Figur 5.4. Den viser at betongen har en antatt strekkkapasitet lik null, og trykkkapasitet som følger formlene i ligning 5.2. Kapasiteten til betongen overskrides hvis tøyningen når  $\epsilon_{cu2}$  på enten strekk- eller trykksiden.



**Figur 5.4: Arbeidsdiagram for betong i bruddgrensetilstand.**



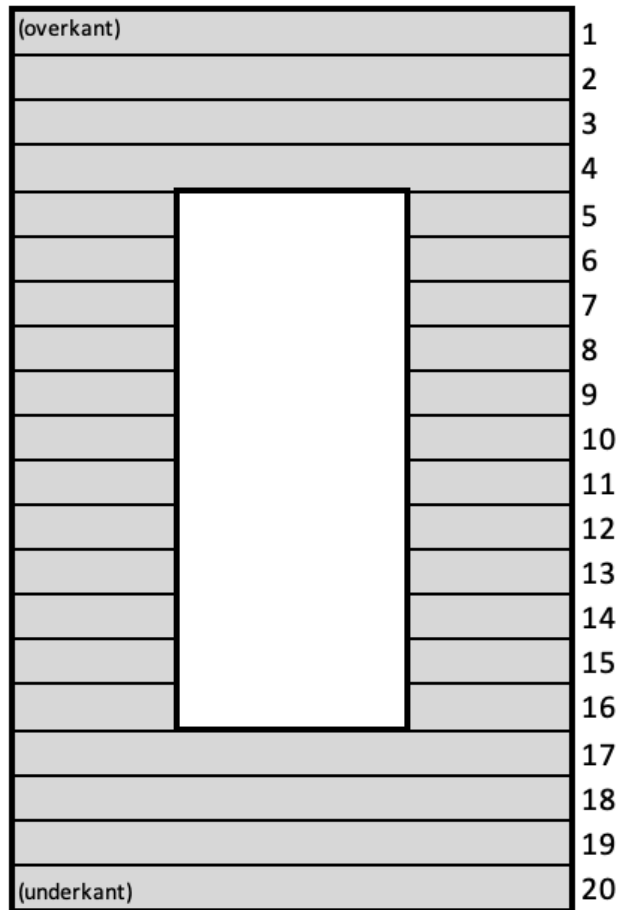
På tilsvarende måte gir NS-EN 1992-1-1 (8) informasjon om materialegenskapene til armeringsstålet. Det brukes en bilineær spennings-tøyningssammenheng som vist i Figur 5.5. Legg merke til at når flytning inntreffer har armeringen en konstant dimensjonerende flytespenning på 435 MPa, og at det tillates store tøyninger i armeringen sammenlignet med betongen. Her reduseres flytespenningen  $f_{yd}$  i det dimensjonerende tilfellet, fra sin tilsvarende karakteristiske verdi. E-modulen er lik for armeringsstålet i karakteristisk og dimensjonerende tilfelle, i henhold til kapittel 3.2.7 i NS-EN 1992-1-1.



**Figur 5.5: Arbeidsdiagram for armering i bruddgrensetilstand.**

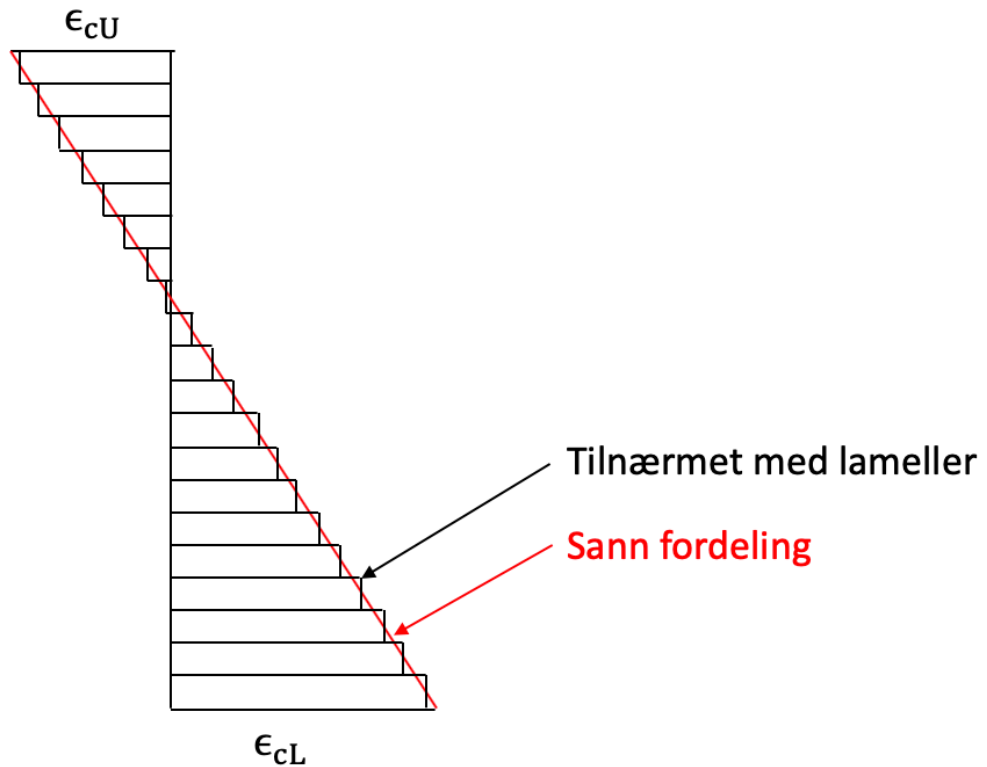
Disse kurvene blir reproduisert i Excel-arket for å kunne bestemme sammenhengen mellom spenning og tøyning for ethvert mulig tilfelle. De endres hvis brukeren endrer materialegenskapene. På denne måten er det enkelt å gjøre den samme analysen med en annen betongkvalitet eller å endre fokusområdet for analysen fra bruddgrense- til bruksgrensetilstand.

Betongtverrsnittet deles inn i 20 lameller, som hver får én tøyning og én tilhørende spenning. Derfor omtales metoden heretter som lamellmetoden. Inndeling i lameller vises i Figur 5.6. Tøyningen i midtpunktet til hver lamell bestemmes ved lineær interpolasjon av tøyningene i over- og underkant, dette gjøres under forutsetning av at Navier-Bernoullis hypotese er gyldig. Tøyningen i midtpunktet av hver lamell antas å gjelde for hele lamellen.



**Figur 5.6: Inndeling av betongtverrsnitt i lameller.**

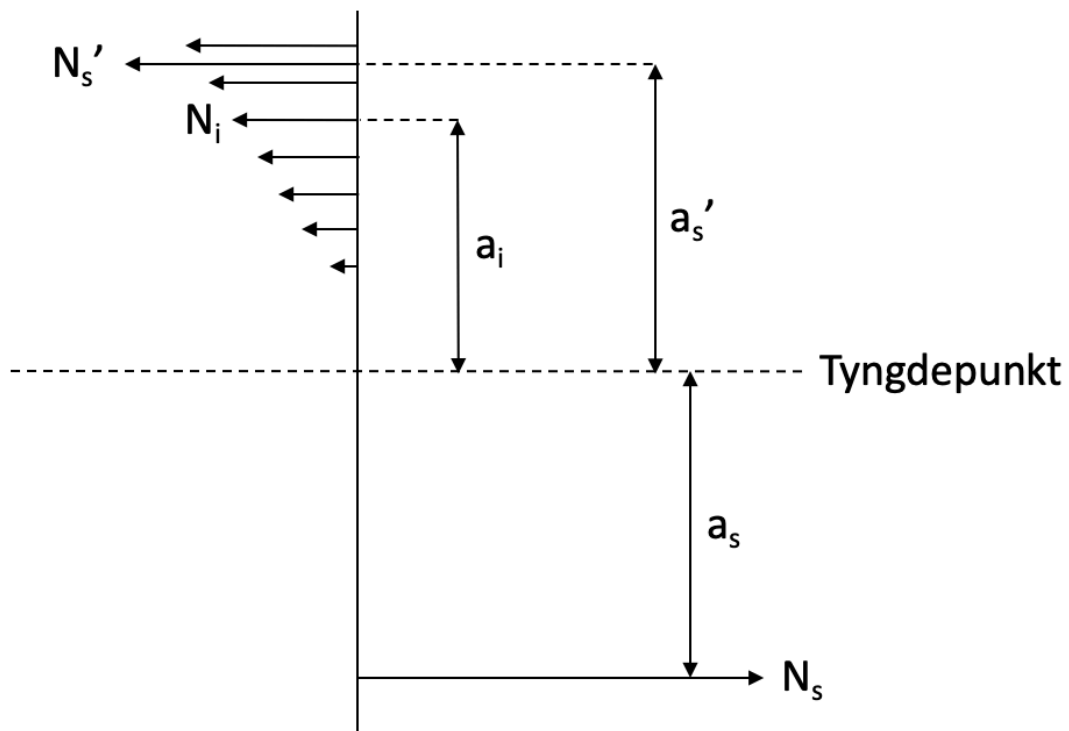
Programmet kontrollerer underveis i beregningene at tøyningene i underkant og overkant av tverrsnittet ikke overskrider maksverdiene som er gitt i NS-EN 1992-1-1 (8). Brukeren har også mulighet til å endre tøyningsgrensene som tillates. Navier-Bernoullis hypotese sier at et plant bjelketverrsnitt som står normalt på bjelkeaksen før bøyning forblir plant og normalt på bjelkeaksen også etter bøyning. Dette medfører at tøyningene varierer lineært over tverrsnittshøyden, og at tøyningen er lik null i nøytralaksen. Det antas her at Navier-Bernoullis hypotese er gyldig, og at den sanne tøyningfordelingen over tverrsnittet er lineær. Med lamellmetoden forenkles tøyningssituasjonen til å være konstant i hver lamell. Figur 5.7 viser en sammenligning mellom den sanne tøyningstilstanden og den forenklete.



**Figur 5.7: Tøyning over tverrsnittet.**

Etter at tøyningen i hver lamell er bestemt, finnes den tilhørende spenningen i hver lamell gjennom sammenhengen for spenning-tøyning som beskrevet tidligere. Metoden som brukes videre er numerisk integrasjon der en stykkevis konstant spenning i hver lamell summeres opp over den totale høyden av tverrsnittet.

Videre bestemmes aksialkraften som hver lamell bidrar med ved å multiplisere betongspenningen i lamellen med arealet av lamellen. Momentbidraget fra hver lamell blir deretter regnet ut ved å multiplisere aksialkraften fra hver lamell med den tilhørende avstanden fra midtpunktet i lamellen til tyngdepunktet i tverrsnittet. Figur 5.8 viser hvilke krefter som opptrer i tverrsnittet. Ligning 5.3 og 5.4 viser hvordan bidragene fra henholdsvis aksialkraft og moment summeres over tverrsnittet.



**Figur 5.8: Krefter i tverrsnittet.**

$$N = \sum_i N_i + N'_s - N_s \quad 5.3$$

$$M = \sum_i N_i \cdot a_i + N'_s \cdot a'_s + N_s \cdot a_s \quad 5.4$$

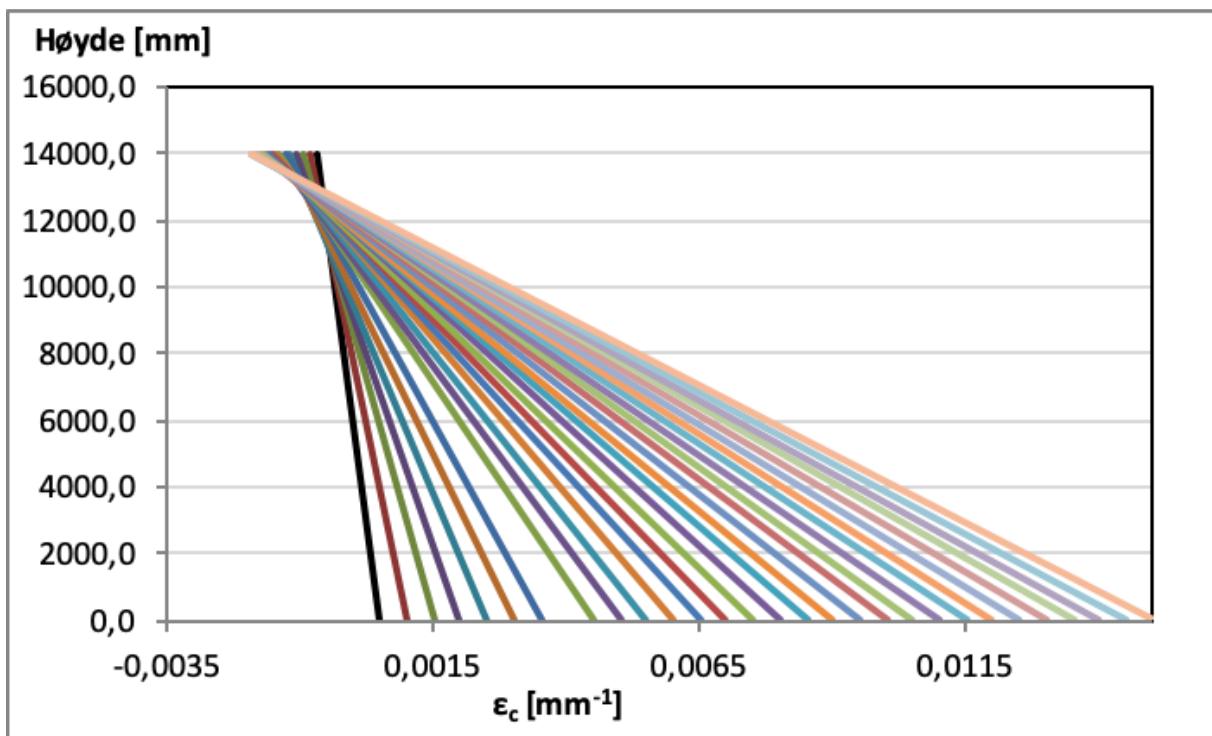
Parallelt med utregning av kreftene og momentbidragene fra betongen, gjøres tilsvarende for armeringen. Tøyningen i armeringen regnes ut ved lineær interpolasjon mellom endetøyningene, på samme måte som tøyningen i hver lamell ble bestemt. Spenningen i armeringen bestemmes så ut ifra arbeidsdiagrammet til armeringsstålet, som beskrevet tidligere. Videre regnes aksialkraften fra armeringen ut ved å multiplisere spenningen med armeringsarealet, og momentbidraget regnes ut ved å multiplisere aksialkraften med avstanden fra tyngdepunktet i armeringen til tyngdepunktet i tverrsnittet. Metoden er laget for å kunne ta hensyn til armering på både trykk- og strekksiden.

Når bidragene til aksialkraft fra alle lamellene og fra armering på trykk- og strekksiden er beregnet, kan bidragene summeres. Aksialbalansen fra indre krefter skal stemme overens med den ytre aksialkraften som virker på tverrsnittet. Hvis det for eksempel undersøkes for rent trykk, må netto aksialkraft være lik null. Hvis indre og ytre aksialkraft ikke stemmer overens, må analysen gjøres på nytt med en annen tøyning i overkant av tverrsnittet. Det er her iterasjonen, som nevnt tidligere, kommer inn. Siden fremgangsmåten er implementert i Excel, kan funksjonen "målsøking" brukes til å utføre denne iterasjonen.

Momentverdien regnes også ut ved å summere bidragene fra de forskjellige delene. Momentet vil da utgjøre y-koordinaten i moment-krumningsdiagrammet som hører sammen med krumningen som ble regnet ut tidligere.

Når beregningsgangen som er beskrevet over er utført i sin helhet, er ett punkt på moment-krumningsdiagrammet bestemt. Dette må gjentas for mange punkter for å få et så nøyaktig diagram som mulig. Det er i denne analysen bestemt å regne ut 30 punkter på kurven. På denne måten oppnås en god nok nøyaktighet, samtidig som beregningene ikke blir for arbeidskrevende for datamaskinen. Punktene er bestemt ved å variere tøyningen i underkant av tverrsnittet med et fast intervall. Tilhørende tøyninger i overkant av tverrsnittet er beregnet med målsøking for å tilfredsstille aksialbalansen, men generelt sett øker også tøyningen i overkant med økende tøyning i underkant. Dette fører til gradvis økende krumning.

Figur 5.9 viser hvordan tøyningen varierer over tverrsnittshøyden for alle de 30 punktene for et typisk tverrsnitt i et tårnbein. Merk at tøyningen i overkant ikke overstiger bruddtøyningen på  $-3,5\text{ ‰}$ . Dette gjør at metoden også er gyldig som dimensjoneringsverktøy. Siden bruddtøyningen på trykksiden ikke nås, blir det ikke lokal knusing av betongen som er kritisk. Det er derimot kritisk at betongen og armeringen i underkant tøyes så mye at det blir uforsvarlig store riss og veldig liten trykksone. Grunnen til at lokal knusing ikke forekommer i dette tilfellet er at det ikke er mulig å få til med den kombinasjonen av mye armering både på trykk- og strekksiden, i tillegg til at netto aksialkraft skal stemme overens med det ytre aksialkraftnivået som virker på tverrsnittet. Dette er generelt sett positivt, fordi det betyr at tverrsnittet sannsynligvis er underarmert, som gir et duktilt brudd.



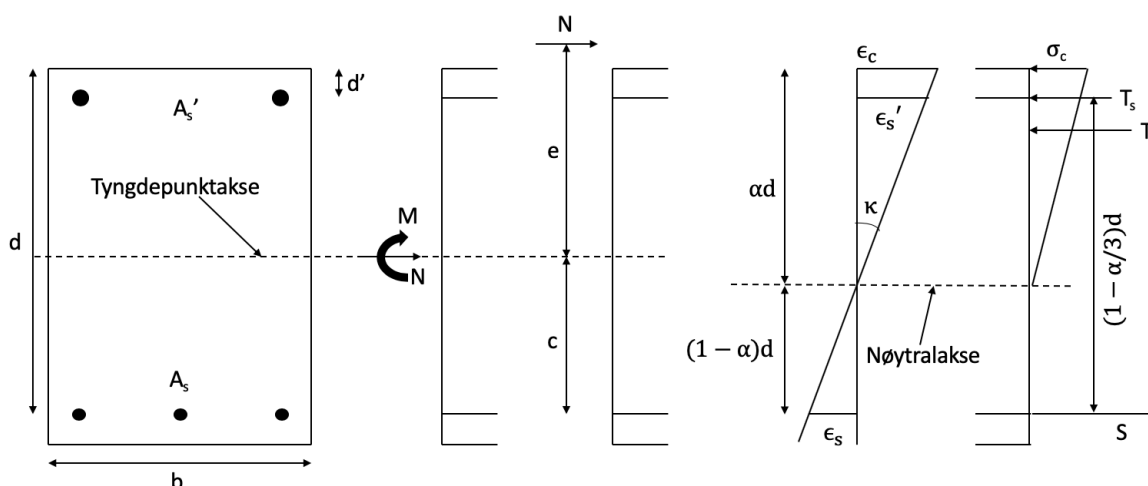
**Figur 5.9: Tøyningstilstand for hver krumning av tverrsnittet.**

## 5.2 Verifisering av lamellmetode

Lamellmetoden bør sammenlignes med alternative metoder, før den brukes til tverrsnittsanalyse av brutårnene. Dette gjøres både for å sammenligne de forutsetninger som gjelder for metodene, men også for å kontrollere at det ikke er feil i Excel-programmet.

For å kontrollere at lamellmetoden kan brukes i bruksgrensetilstand, er det valgt å sammenligne med eksempel 5.7 på side 143-146 i Sørensen's betongbok (20). Fremgangsmåten til denne metoden er tilpasset bruksgrensetilstand, derfor passer den godt til å verifisere at lamellmetoden også kan brukes i bruksgrensetilstand. I kommende avsnitt beskrives bakgrunnen for metoden kort. For en mer utfyllende utledning henvises det til side 141-143 i boka til Sørensen. Deretter beskrives problemet i eksempelet, og resultatene fra de to metodene blir sammenlignet.

Metoden til Sørensen brukes for å finne krumning ved en gitt kombinasjon av moment og aksialkraft. Den er utledet for et rektangulært tverrsnitt med både trykk- og strekkarmering. Utledningen starter med å anta en tøyningssituasjon i tverrsnittet og finne tilhørende krefter slik som Figur 5.10 viser.



**Figur 5.10: Tverrsnitt påkjent av M og N.**

Betongspenningen varierer her lineært fra null ved nøytralaksen til maksimalverdien ved overflaten på trykksiden. Dette brukes videre når en aksial likevekt og en momentlikevekt om strekkarmeringens tyngdepunkt etableres. Ligningene vist i 5.5 og 5.6 oppnås ved å innføre noen hjelpestørrelser og deretter sette de to ligningene lik hverandre.

$$\alpha^3 + a_2 \cdot \alpha^2 + a_1 \cdot \alpha + a_0 = 0 \quad \mathbf{5.5}$$

$$a_2 = A \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{d}{e+c}\right)$$

$$a_1 = A \cdot \left[ \eta \cdot \rho + (\eta - 1) \cdot \rho' - \frac{d}{e+c} \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \cdot (\eta - 1) \cdot \rho' \right] \quad 5.6$$

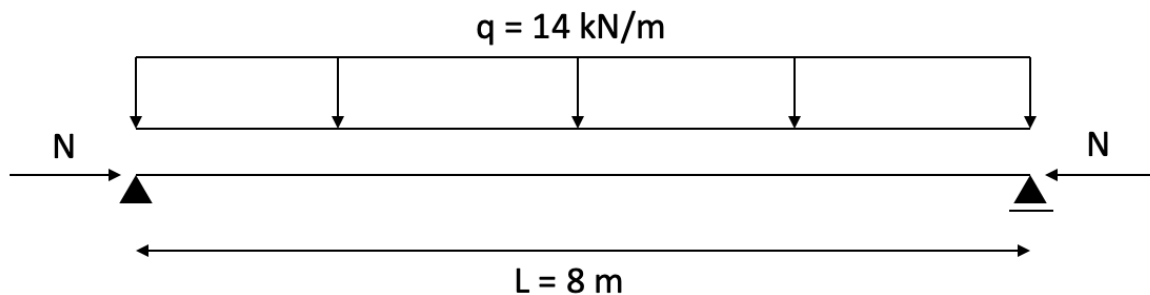
$$a_0 = A \cdot \left\{ \left[ \frac{d}{e+c} \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) - 1 \right] \cdot \frac{d'}{d} \cdot (\eta - 1) \cdot \rho' - \eta \cdot \rho \right\}$$

$$A = \frac{6 \cdot (e+c)}{d}$$

Ved å løse ligning 5.5 finnes  $\alpha$ , og deretter kan betongspenningen  $\sigma_c$  bestemmes. Siste ledd i å finne krumningen er å benytte ligning 5.7.

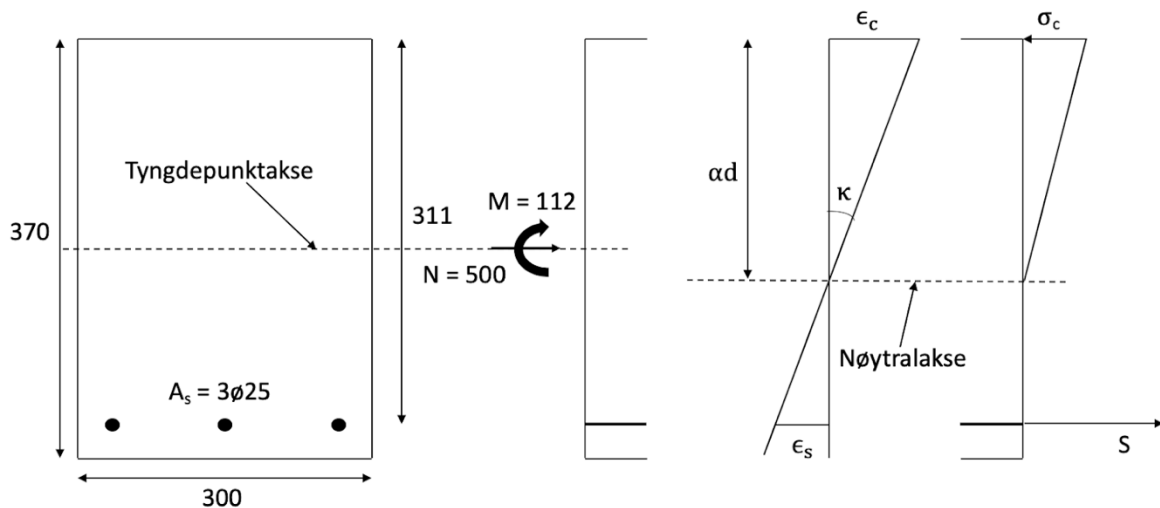
$$\kappa = \frac{\sigma_c / E_{c,middel}}{\alpha \cdot d} \quad 5.7$$

Eksempel 5.7 fra side 143 i boka til Sørensen (20) går ut på å finne krumningen, og bøyestivheten, til en fritt opplagt bjelke. I et gitt kritisk snitt er bjelken utsatt for en aksialkraft  $N = 500$  kN og et moment  $M = 112$  kNm. Figur 5.11 viser statikken til oppgaven.



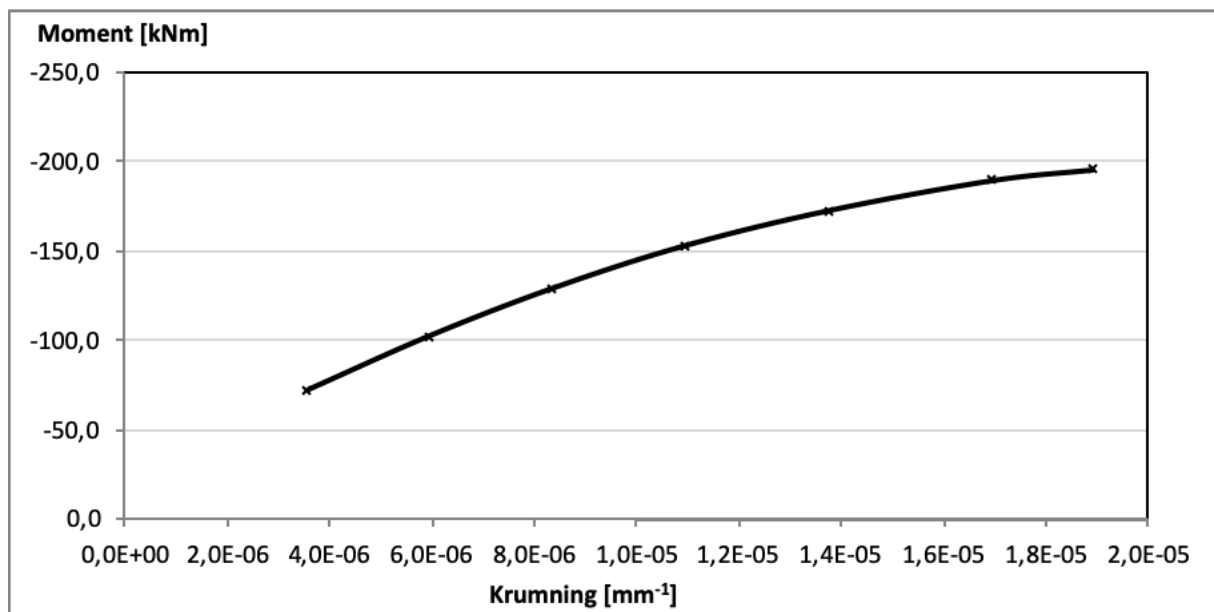
**Figur 5.11: Statikken til eksempel 5.7.**

Tverrsnittet er rektangulært med dimensjoner  $h \times b = 370 \times 300$  mm. Det er armert med  $3\text{Ø}25$  på strekksiden, med  $d = 311$  mm. Det er ikke trykkarmering i tverrsnittet. Se Figur 5.12 for oversiktstegning av tverrsnittet.



**Figur 5.12: Tverrsnittet som er brukt i eksempelet.**

Eksempelet løses parallelt med de to metodene, og resultatene sammenlignes deretter. Med lamellmetoden finnes et moment-krumningsdiagram som beskrevet i delkapittel 5.1 og vist i Figur 5.13. For å finne krumningen for akkurat det momentet som virker på tverrsnittet, kan en interpolere mellom de nærmeste datapunktene. Andre ordens geometriske effekter blir ikke tatt hensyn til i dette eksempelet, fordi det ikke er gjort i Sørensens metode.



**Figur 5.13: Moment-krunningsforløp for eksempelet.**

Tabell 5.1 viser hvordan de indre tøyningene, spenningene og kreftene fordeler seg i tverrsnittet ved bruk av lamellmetoden når aksialkraft og moment er tilnærmet likt som de ytre kreftene. På nederste linje summeres alle bidragene til aksialkraft og moment.



Betongtverrsnitt (lameller, i=1:20)							
	Areal, $A_i$ [mm <sup>2</sup> ]	Høyde, $h_i$ [mm]	y-koord, $y_i$ [mm]	Tøyning, $\epsilon_{ci}$ [-]	Spenning, $\sigma_{ci}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Aksialkraft, $N_i$ [N]	Moment, $M_i$ [Nm]
(overkant) 1	5550	360,8	175,8	-0,0012806	-20,61	-114405,8	-20106817,1
2	5550	342,3	157,3	-0,0011544	-19,44	-107917,9	-16970096,5
3	5550	323,8	138,8	-0,0010282	-18,09	-100383,9	-13928271,9
4	5550	305,3	120,3	-0,0009020	-16,54	-91803,8	-11039404,9
5	5550	286,8	101,8	-0,0007758	-14,81	-82177,5	-8361557,2
6	5550	268,3	83,3	-0,0006496	-12,88	-71505,0	-5952790,6
7	5550	249,8	64,8	-0,0005235	-10,77	-59786,4	-3871166,9
8	5550	231,3	46,3	-0,0003973	-8,47	-47021,6	-2174747,8
9	5550	212,8	27,8	-0,0002711	-5,98	-33210,6	-921594,9
10	5550	194,3	9,3	-0,0001449	-3,31	-18353,5	-169770,1
11	5550	175,8	-9,3	-0,0000187	-0,44	-2450,3	22664,9
12	5550	157,3	-27,8	0,0001074	0,00	0,0	0,0
13	5550	138,8	-46,3	0,0002336	0,00	0,0	0,0
14	5550	120,3	-64,8	0,0003598	0,00	0,0	0,0
15	5550	101,8	-83,3	0,0004860	0,00	0,0	0,0
16	5550	83,3	-101,8	0,0006122	0,00	0,0	0,0
17	5550	64,8	-120,3	0,0007384	0,00	0,0	0,0
18	5550	46,3	-138,8	0,0008645	0,00	0,0	0,0
19	5550	27,8	-157,3	0,0009907	0,00	0,0	0,0
(underkant) 20	5550	9,3	-175,8	0,0011169	0,00	0,0	0,0
Armering							
	Areal, $A_i$ [mm <sup>2</sup> ]	Høyde, $h_i$ [mm]	y-koord, $y_i$ [mm]	Tøyning, $\epsilon_{si}$ [-]	Spenning, $\sigma_{si}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Aksialkraft, $N_i$ [N]	Moment, $M_i$ [Nm]
Trykkarmering	0,00	0,0	0,0	0,0000000	0,00	0,0	0,0
Strekkarmering	1472,62	59,0	-126,0	0,0007776	155,52	229016,3	-28856049,1
SUM						-500000,00	-112329602,0

**Tabell 5.1: Fordeling av indre krefter i tverrsnittet med bruk av lamell-metoden.**

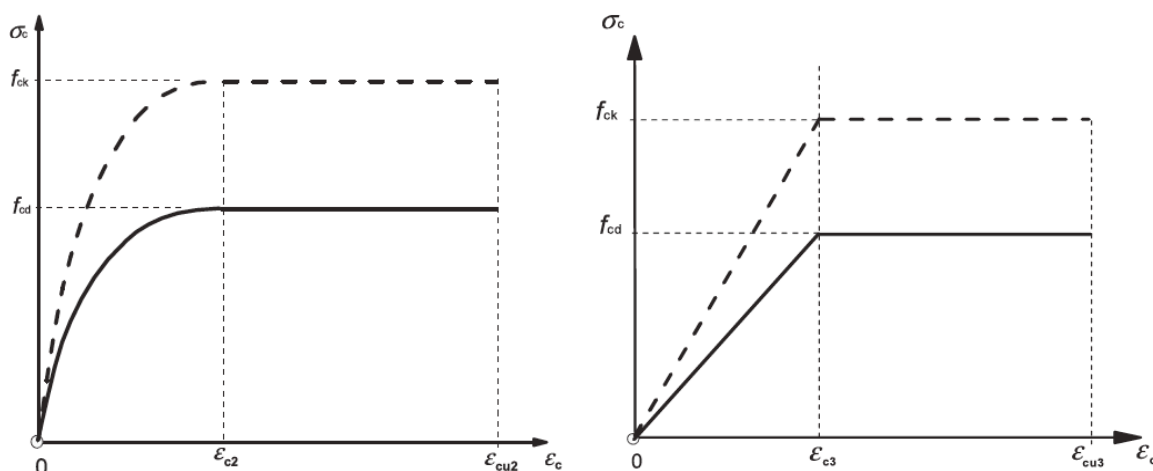
Ved å bruke Sørensen metode finnes løsningen til krumning parallelt ved fremgangsmåten som er blitt beskrevet tidligere. Resultatene fra de to analysene er gitt i Tabell 5.2.

Metode	Aksialkraft	Moment	Betongspenning i ytterste fiber	Krumning
Lamellmetode	-500 kN	112 kNm	20,6 MPa	6,82e-6 mm <sup>-1</sup>
Sørensen	-500 kN	112 kNm	21,0 MPa	7,13e-6 mm <sup>-1</sup>

**Tabell 5.2: Resultater fra eksempelet i bruksgrensetilstand.**

Betongspenningen i de ytterste fibrene er tilnærmet lik for de to metodene. Dette viser at fremgangsmåten i lamellmetoden med å bruke numerisk integrasjon med stykkevis konstant tøyning og spenning over en lamell fungerer godt.

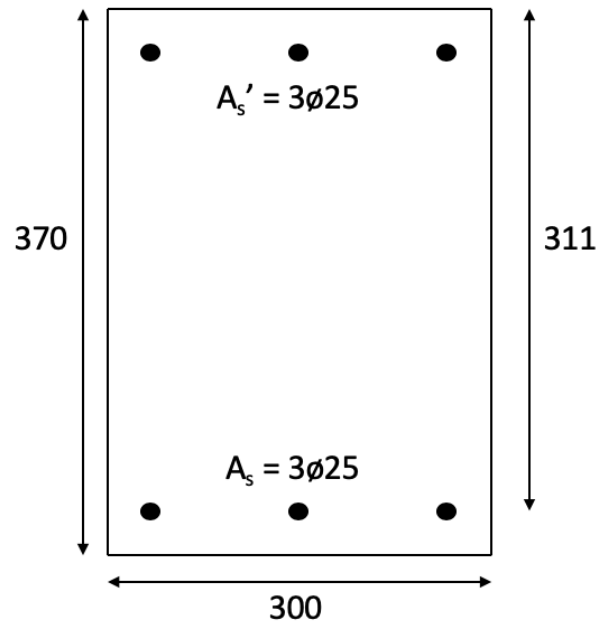
Det er et avvik på 4,5 % mellom resultatene for krumning. En mulig forklaring på dette avviket er at forutsetningene for arbeidsdiagrammet til betong er ulik for de to metodene, som tidligere forklart. Metoden til Sørensen bruker bilineær fordeling av betongspenning, mens lamellmetoden bruker ikke-lineær fordeling med plastifisering av betong, se Figur 5.14. Sørensens metode er slik sett mer konservativ, mens lamellmetoden utnytter den fulle kapasiteten til betong før maksimal tillatt trykkspenning nås. Dette kan sees på Figur 5.14, ved at den ikke-lineære kurven har en initiell brattere helning enn den lineære. Begge materialmodellene er godkjent i henhold til NS-EN 1992-1-1 (8). For Sørensens metode er det valgt at  $f_{cd}$  er tilnærmet lik 23,7 MPa for  $\epsilon_{c3}$ , og på tilsvarende måte er  $f_{cd}$  tilnærmet lik 23,7 MPa ved  $\epsilon_{c2}$  for lamellmetoden. Dermed er arbeidsdiagrammene for betongen kalibrert slik at de to metodene kan sammenlignes.



**Figur 5.14: Sammenligning mellom spenningsfordeling for de to metodene.**

Det ser dermed ut som lamellmetoden er en grei fremgangsmåte for å finne riktig krumning i Abaqus-modellene. Det gir mening at den resulterer i en litt mindre krumning, og dermed et litt stivere tverrsnitt, siden den nyttegjør seg av betongens fulle kapasitet.

For å kunne bruke lamellmetoden til å dimensjonere tverrsnittene til brutårnene i bruddgrensetilstand, må den verifiseres mot en annen metode i bruddgrensetilstand. I denne oppgaven sammenlignes lamellmetoden med en velkjent metode for å etablere et M-N-diagram. Det blir tatt utgangspunkt i det samme tverrsnittet som i forrige eksempel, men det legges i tillegg inn trykkarmering, slik at tverrsnittet er symmetrisk armert. Det benyttes betongkvalitet B35. Figur 5.15 viser hvordan tverrsnittet ser ut.



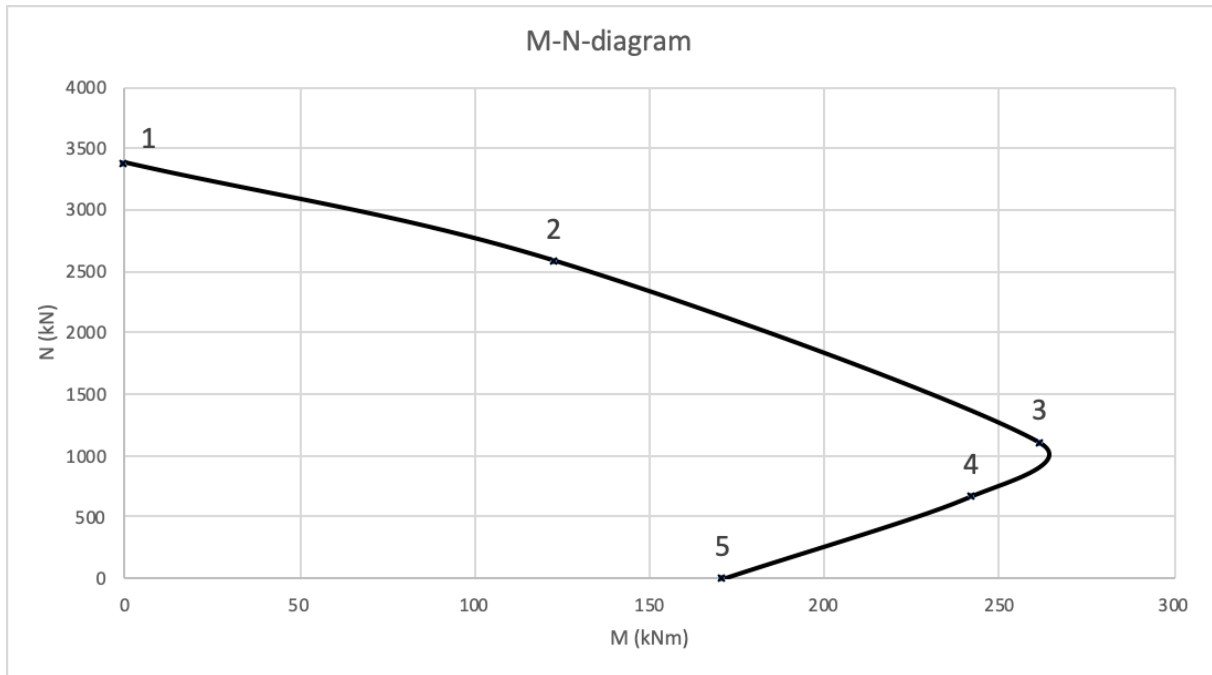
**Figur 5.15: Tverrsnitt som brukes for å etablere M-N-diagram.**

I M-N-metoden finnes fem punkter som svarer til kritiske tøyningssituasjoner i tverrsnittet. De fem punktene, som hver svarer til forskjellige bruddkriterier, defineres slik:

1. Gjennomsnittlig trykk­tøyning overstiger  $\varepsilon_{c2}$  (rent trykk)
2. Trykkbrudd i betong ved overkant og null tøyning i underkant
3. Trykkbrudd i betong ved overkant og flytning i armering
4. Trykkbrudd i betong ved overkant og dobbel flytetøyning i armering
5. Trykkbrudd i betong ved overkant og stor armeringstøyning

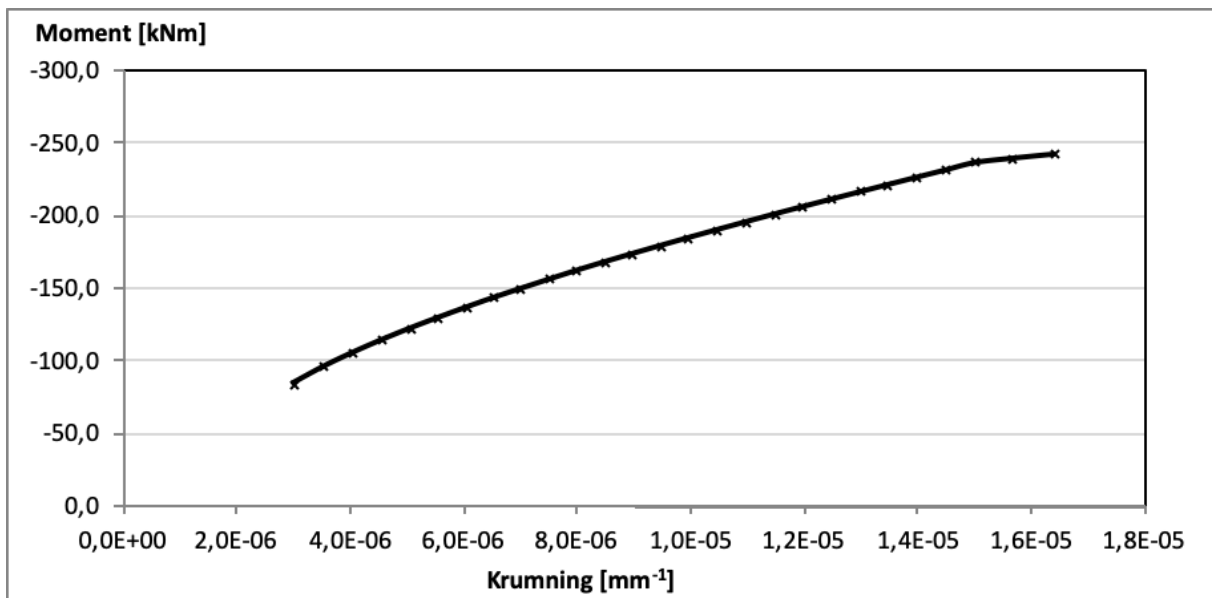
Det tas utgangspunkt i det ikke-lineære arbeidsdiagrammet for betong, og bruddtøyningen defineres derfor av  $\varepsilon_{c2}$  og  $\varepsilon_{cu2}$ . Det vil si at sammenhengen mellom spenning og tøyning i betongen er gitt ved formlene i ligning 5.2.

Figur 5.16 viser M-N-diagrammet for tverrsnittet vist i Figur 5.15 og med forutsetningene som beskrevet i foregående avsnitt. Hvert bruddkriterium svarer til ett punkt på kurven, disse er merket slik at det er mulig å se hvilket punkt som svarer til et bruddkriterium. Kurven tegnes kun for positive aksialkrefter (trykk). Kurven viser den dimensjonerende kapasiteten til tverrsnittet for ulike kombinasjoner av aksialkraft og moment.



**Figur 5.16: M-N-diagram for tverrsnittet i figur 5.15.**

Lamellmetoden brukes parallelt til å analysere tverrsnittet. Dette gjøres ved at de fem punktene som ble brukt til å lage M-N-diagrammet også finnes med lamellmetoden. For hvert punkt legges aksialkraftnivået i tverrsnittet inn som en forutsetning i Excel-programmet for lamellmetoden. Deretter finnes et moment-krumningsdiagram for hvert aksialkraftnivå. Figur 5.17 viser moment-krumningsdiagrammet som lages ved balansepunktet på M-N-diagrammet, bruddkriterium 3).



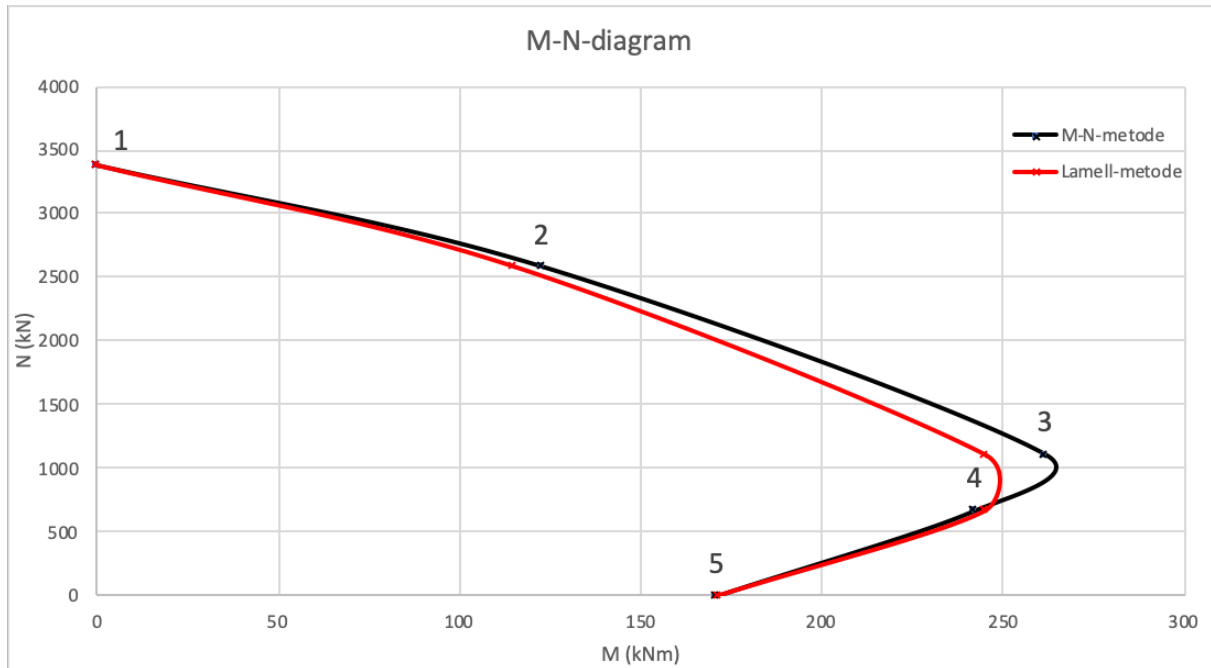
**Figur 5.17: Moment-krumningsdiagram for tverrsnittet i figur 5.15 og N = 1111 kN.**

Til slutt kan momentkapasiteten hentes ut fra det tilhørende momentkrumningsdiagrammet og sammenlignes med resultatene fra M-N-diagrammet. Det gir følgende resultater:

Punkt	Metode	Aksialkraft (kN)	Moment (kNm)
1	Lamell-metoden	3380	0
	M-N-diagram	3380	0
2	Lamell-metoden	2586	115
	M-N-diagram	2586	123
3 (balansepunkt)	Lamell-metoden	1111	245
	M-N-diagram	1111	261
4	Lamell-metoden	671	245
	M-N-diagram	671	242
5	Lamell-metoden	0	171
	M-N-diagram	0	171

**Tabell 5.3: Resultater fra eksempelet i bruddgrensetilstand.**

Fra Tabell 5.3 ser en at lamellmetoden stemmer godt overens med resultatene fra M-N-diagrammet. Aksialkraften er benyttet som en referanse, derfor er det som ventet at aksialkraften er lik for de to metodene. Det viser seg at momentverdiene også er relativt like, til tross for at det er brukt ulike forutsetninger. Der lamellmetoden bruker numerisk integrasjon for å summere spenningene over tverrsnittet, bruker M-N-metoden analytisk integrasjon. Figur 5.18 viser M-N-diagrammet der resultatene fra lamell-metoden også vises. Her kan det se ut som lamellmetoden er noe mer konservativ sammenlignet med M-N-metoden.



**Figur 5.18: Sammenligning av M-N-diagram for de to metodene.**

Det kan konkluderes med at lamellmetoden egner seg godt til bruk i både bruks- og bruddgrensetilstand. Metoden fra Sørensen viser at lamellmetoden gir gode anslag for hvor stor krumning et vilkårlig tverrsnitt får i bruksgrensetilstand. Sammenligningen med M-N-diagram viser at lamellmetoden også fungerer godt til å estimere dimensjonerende kapasitet til et vilkårlig tverrsnitt som er utsatt for ulike kombinasjoner av moment og aksialkraft.

### 5.3 Dimensjonering av brutårn

Brutårnene blir dimensjonert for kombinert aksialkraft og bøyemomenter ved hjelp av lamellmetoden, beskrevet i kapittel 5.1. Som tidligere nevnt er analysene i Abaqus modellert som et lineært elastisk materiale. Det er den enkleste materialmodellen som er tilgjengelig i Abaqus, fordi brukeren kun oppgir elastisitetsmodul og tverrkontraksjonstall. Når programmet regner ut bøyestivheten til et tverrsnitt, regnes andre arealmoment ut fra tverrsnittet som er definert, og elastisitetsmodulen som er eksplisitt definert brukes direkte. Den enkleste måten for brukeren å endre bøyestivheten til et tverrsnitt er derfor å endre E-modulen til materialet.

Ved å bruke lamellmetoden beskrevet i delkapittel 5.1 finnes relasjonen mellom moment og krumning for et gitt tverrsnitt og aksialkraftnivå. En kan dermed hente ut dimensjonerende moment fra analysen i Abaqus, og lese av på kurven hvilken krumning som svarer til gitt momentverdi. Krumningen er direkte avhengig av moment og bøyestivhet, gjennom relasjonen i ligning 5.8. Der står  $\kappa$  for krumning,  $M$  for moment og  $EI$  for bøyestivhet.

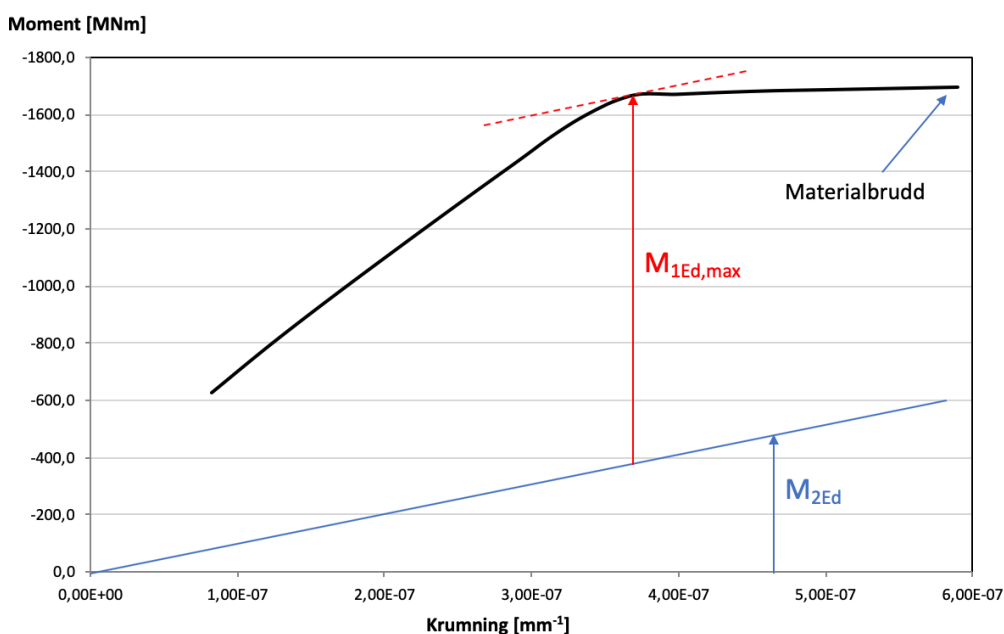
$$\kappa = \frac{M}{EI} \quad 5.8$$

Ved å løse denne ligningen med hensyn på E-modul, finnes en oppdatert stivhet i tverrsnittet. E-modulen for det aktuelle tverrsnittet bør derfor oppdateres i Abaqus-modellen. Når så analysen kjøres på nytt, vil også det dimensjonerende momentet oppdateres, fordi tverrsnittet har endret stivhet og andre ordens effekter er inkludert. Et stivere tverrsnitt vil derfor potensielt få større første ordens moment, fordi stive konstruksjonsdeler generelt "trekker til seg" større krefter, men vil samtidig få lavere andre ordens moment, fordi konstruksjonsdelen ikke deformeres like mye.

Det blir derfor en iterasjonsprosess for å finne korrekt bøyestivhet, ettersom bøyestivheten og momentet er avhengige av hverandre. I denne analysen er det valgt å starte med  $E = 10\,000\text{ MPa}$  for B45 og  $E = 12\,000\text{ MPa}$  for B90. Dette er for å ta hensyn til andre ordens materialegger, slik som at betongen risser opp. Hvis startverdien for E-modulen er nær den sanne verdien, kreves naturligvis færre iterasjoner, derfor er det ikke valgt å bruke E-modulen til uopprisset betong som er oppgitt i NS-EN 1992-1-1. Stivheten defineres til å ha konvergert hvis E-modulen fra siste iterasjon endrer seg med mindre enn eller lik 1 % av E-modulen til nest siste iterasjon, matematisk uttrykt ved ligning 5.9.

$$|E_n - E_{n-1}| \leq 0,01 \cdot E_{n-1} \quad \mathbf{5.9}$$

Figur 5.19 viser et moment-krumningsdiagram for en representativ støpeetappe. Her er det illustrert at momentet i diagrammet er summen av første og andre ordens moment, siden andre ordens effekter er inkludert i Abaqus. Andre ordens moment, markert med  $M_{2Ed}$ , vil øke tilnærmet lineært med krumningen, og vil derfor gradvis utgjøre en større andel av totalmomentet ved økt krumning. Første ordens moment er på sin side proporsjonalt med den ytre lasten som virker på tverrsnittet, det betyr at jo større kapasitet tverrsnittet har til å håndtere første ordens moment, jo større kan den ytre lasten være. Ved dimensjonering er det derfor ønskelig å finne punktet der kapasiteten mot første ordens moment maksimeres,  $M_{1Ed,max}$ . Dette punktet finnes ved å parallellforskyve kurven for andre ordens moment, slik at den tangerer moment-krumningskurven. I dette tilfellet treffer den knekkpunktet på kurven, der armeringen når flytning.

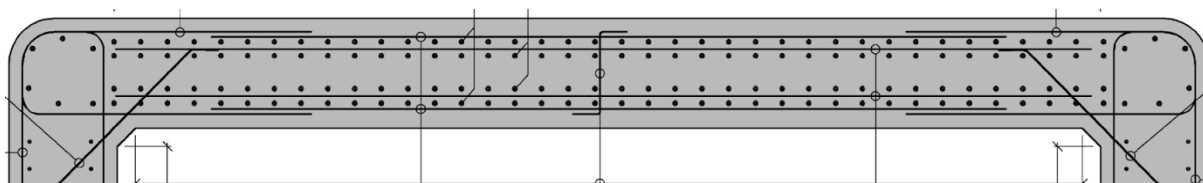


**Figur 5.19: Prinsipp for andre ordens beregninger.**

Siden hver støpeetappe på brutårnene har et unikt tverrsnitt, må det lages et momentkrumningsdiagram og E-modulen må finnes individuelt for hver etappe. Konvergenzkriteriet må være oppfylt for alle støpeetappene separat før iterasjonsprosessen kan avsluttes.

I Excel-arket for lamellmetoden må det legges inn den armeringsmengden som ønskes, for at programmet kan regne ut riktig stivhet. Siden dimensjonene på brutårnene er skalert opp fra brutårnene på Hardangerbrua, er det naturlig å øke armeringen i tillegg. Hvis det ikke legges inn nok armering, har ikke tverrsnittet stor nok kapasitet til å håndtere det dimensjonerende momentet som kommer fra Abaqus-analysen. Det blir dermed en dimensjoneringsprosess for å finne en armeringsmengde som gjør at tverrsnittet tåler de ytre kreftene det blir utsatt for. I tillegg skal armeringsmengden følge et mest mulig fast oppsett, for at det skal være praktisk ved bygging.

Det er bestemt å beholde armeringsdiameter og senteravstand som er brukt på lengdearmeringen i Hardangerbrua. I tillegg viser dimensjoneringsprosessen at det trengs to ekstra rader med armering i hver flens enn det er i Hardangerbrua. Det er kontrollert mot NS-EN 1992-1-1 at krav til minste avstand mellom parallelle armeringslag er godkjent. Figur 5.20 viser armeringstegning for en støpeetappe på brutårnet til Hardangerbrua der det er fire parallelle rader med armering. I henhold til konklusjonen over, økes denne mengden til seks rader for brua over Halsafjorden. I stegene brukes to rader med armering, slik som det er gjort i Hardangerbrua.



**Figur 5.20: Utklipp fra armeringstegning for brutårn.**

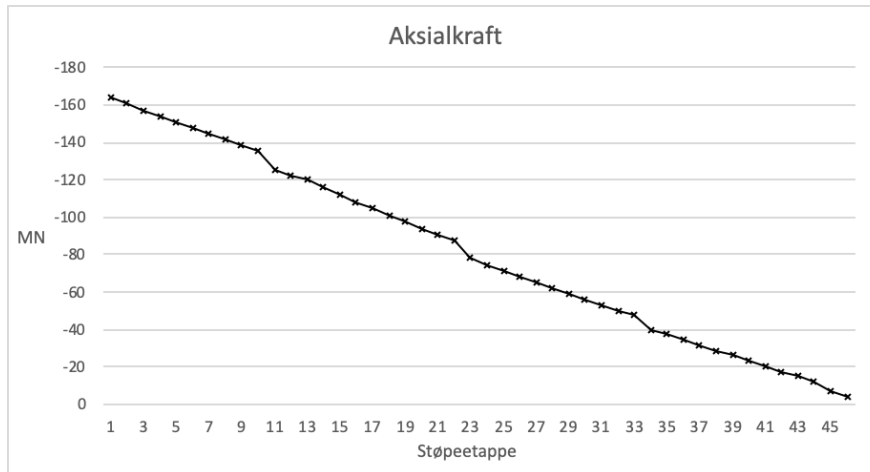
Etter å ha avklart armeringsmengden, kan iterasjonene starte. Siden tårnbeina kan bli utsatt for bøyning både på tvers og på langs med spennet, må iterasjonsprosessen gjøres separat for de to retningene. Lasttilfellet som gir størst moment i den gitte retningen vil bli brukt. Dermed brukes lastkombinasjon 1, beskrevet i kapittel 3.3, for bøyning i bruas lengderetning. Og lastkombinasjon 3, beskrevet i kapittel 4.2, brukes for bøyning på tvers av spennet. Som nevnt tidligere, antas  $E = 10\,000\text{ MPa}$  for B45 og  $E = 12\,000\text{ MPa}$  for B90 i første iterasjon. Etter at iterasjonsprosessen er fullført kontrolleres det at hver støpeetappe har tilstrekkelig kapasitet i alle lasttilfellene. Tverrsnittsdata for alle støpeetappene for begge betongkvalitetene finnes i vedlegg 2.

## **Tårnbein med B45-betong**

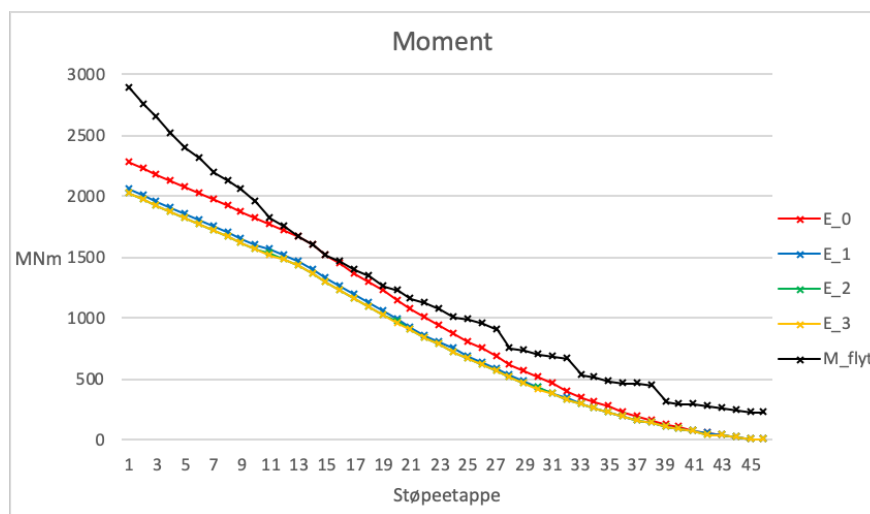
### **Bøyning i spennets lengderetning**

For analysen som omhandler brutårnene i byggefase, gir Abaqus følgende dimensjonerende aksialkrefter og momenter for hver støpeetappe, som vist i henholdsvis Figur 5.21 og Figur 5.22. Snittkreftene er tatt fra den nederste noden i hver støpeetappe. Der er både aksialkraften og momentet størst, derfor er det mest konservativt å velge disse punktene.





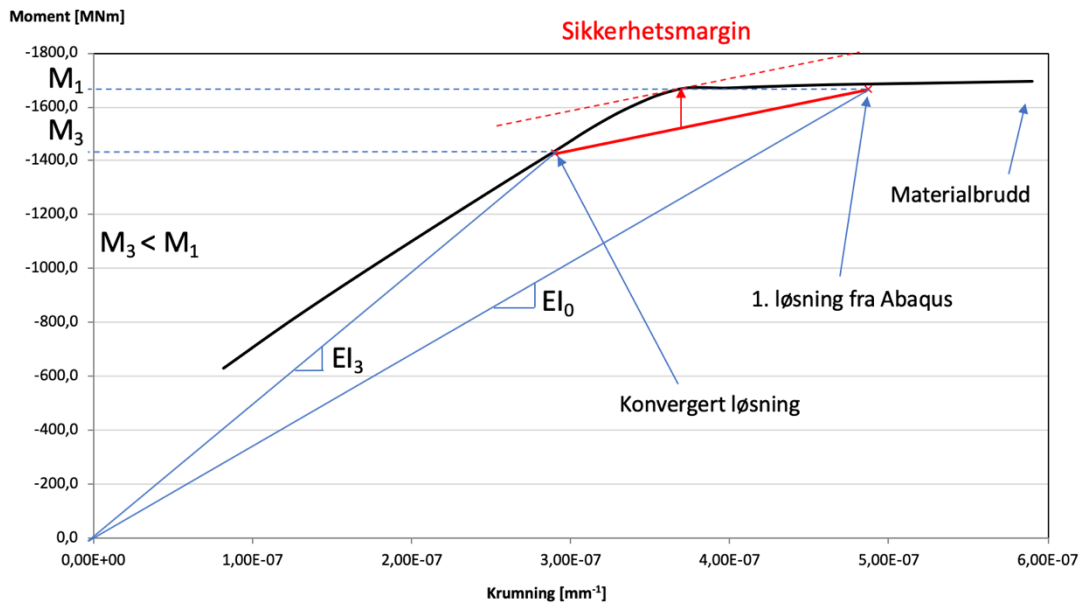
**Figur 5.21: Aksialkrefter for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 1.**



**Figur 5.22: Momentverdier for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 1.**

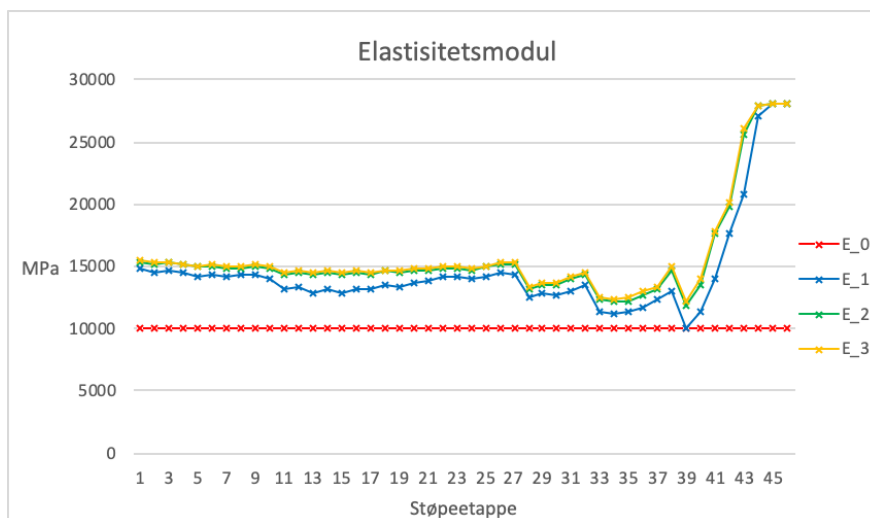
Aksialkreftene påvirkes i liten grad av at stivheten i tverrsnittene endres, slik at de vil være tilnærmet konstante for hver iterasjon. Derfor vil grafen i Figur 5.21 være representativ for alle iterasjonene som omhandler lastkombinasjon 1. Tilsvarende benyttes det ett aksialkraftdiagram for hver av de andre lastkombinasjonene. Det dimensjonerende momentet i hver støpeetappe endres derimot for hver iterasjon. For lastkombinasjon 1 skyldes dette at E-modulen i støpeetappene økes for hver iterasjon, og dermed reduseres andre ordens moment. Den svarte linjen, som har fått navnet  $M_{flyt}$ , representerer knekkpunktet på moment-krumningskurven for hver støpeetappe, der armeringen begynner å flyte. Det er også punktet der første ordens moment kan være størst, slik som vist i Figur 5.19.

Denne svarte kurven kan brukes som en referanse for å regne ut hvor stor reservekapasitet hvert tverrsnitt har med tanke på moment, se Figur 5.23. Den røde linjen viser utviklingen av moment og krumning fra den første løsningen i Abaqus med  $E = 10\,000$  MPa til den konvergente løsningen. Momentkapasiteten for et aksialkraftnivå kan finnes ved å parallellforskyve den røde linjen oppover til den tangerer moment-krumningskurven. Den vertikale avstanden fra den røde linjen til punktet der armeringen flyter (markert med rød pil) sier hvor mye tverrsnittet er utnyttet for en bestemt kombinasjon av moment og aksialkraft. Figur 5.23 viser støpeetappe 13, som er høyest utnyttet med 91% av kapasiteten.



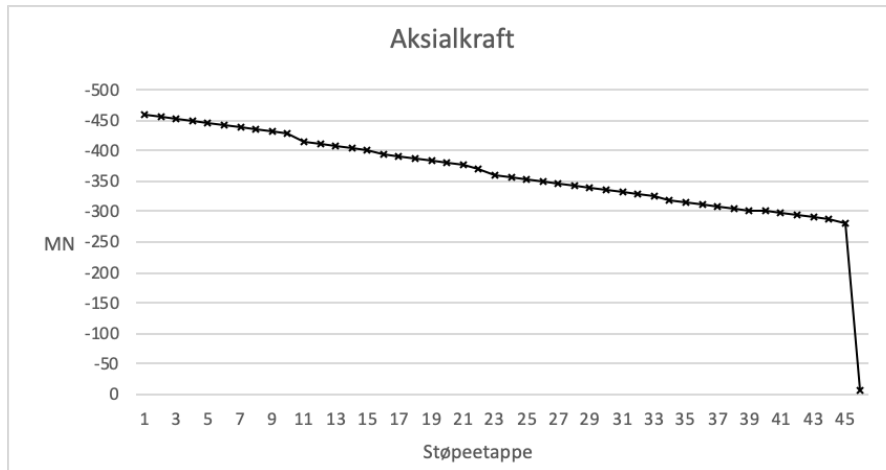
**Figur 5.23: Kapasitetsutnyttelse for moment.**

Ved å bruke snittkreftene fra hver støpetappe i Excel-programmet, kan krumningen til hver støpetappe hentes ut. Ved å bruke ligning 5.8, som tidligere beskrevet, kan en oppdatert E-modul for hver støpetappe bestemmes. Resultatet vises i Figur 5.24.

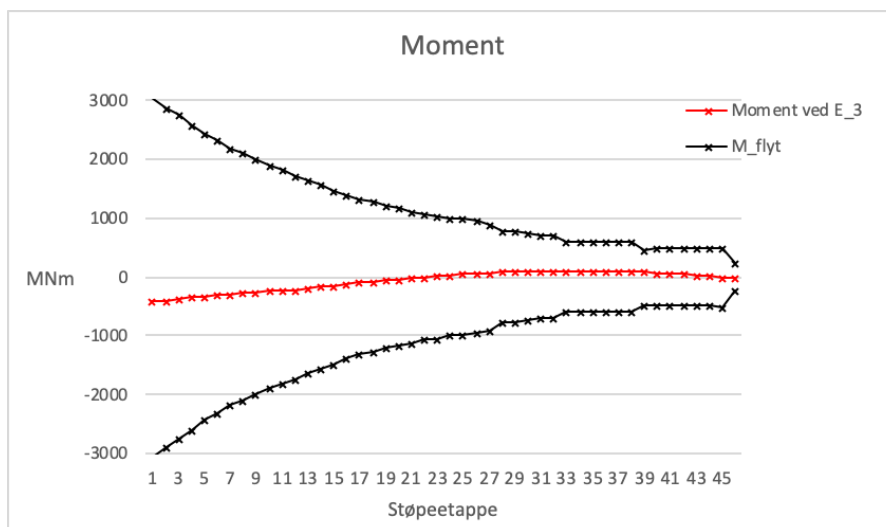


**Figur 5.24: E-modul for hver støpetappe ved bøyning på langs med spennet.**

Fra Figur 5.24 vises det at tre iterasjoner er nødvendig før konvergenzkriteriet fra ligning 5.9 er oppfylt for alle støpetappene. E-modulen er høyere enn antatt for alle etapper. Det betyr at alle etappene har tilstrekkelig momentkapasitet. Den konvergente E-modulen brukes så videre i globalmodellen av brua i ferdig tilstand og lastkombinasjon 2, beskrevet i kapittel 4.2. På grunn av trafikk- og vindlast, kombinert med vekten til kabelsystemet, vil aksialkraften i tårnbeina øke sammenliknet med tilfellet i byggefase. Dette gjør at momentkapasiteten bestemmes ut fra flytning i trykkarmeringen i dette tilfellet, fordi det er der det først vil forekomme flytning. Figur 5.25 viser aksialkraften i de forskjellige støpetappene, og Figur 5.26 oppsummerer momentverdiene og momentkapasiteten, der armeringen vil flyte. Den mest kritiske støpetappen har utnyttet mindre enn 20% av momentkapasiteten i dette lasttilfellet.



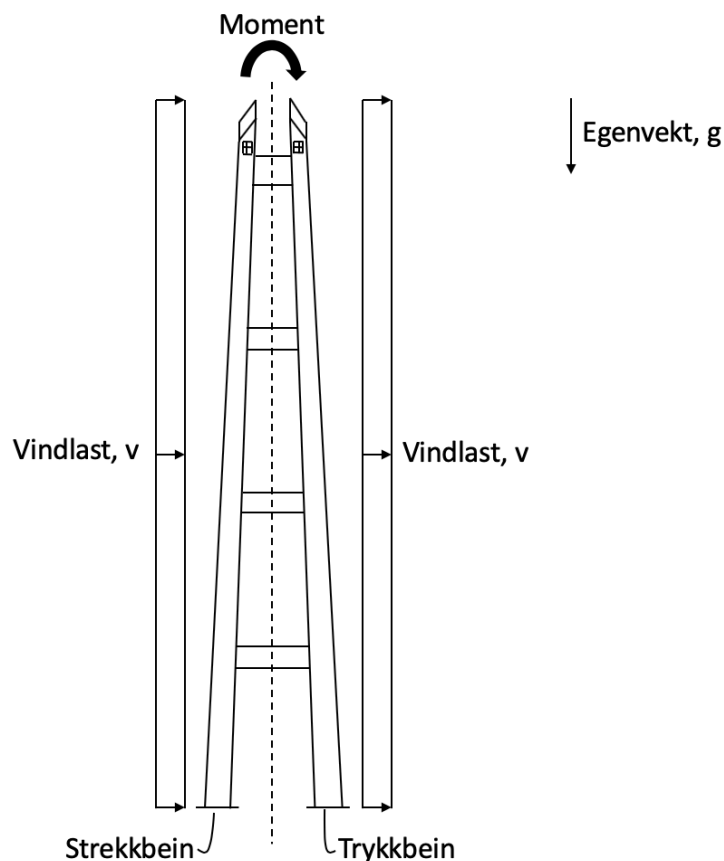
**Figur 5.25: Aksialkraft for hver støpetappe ved lastkombinasjon 2.**



**Figur 5.26: Momentverdi for hver støpetappe ved lastkombinasjon 2.**

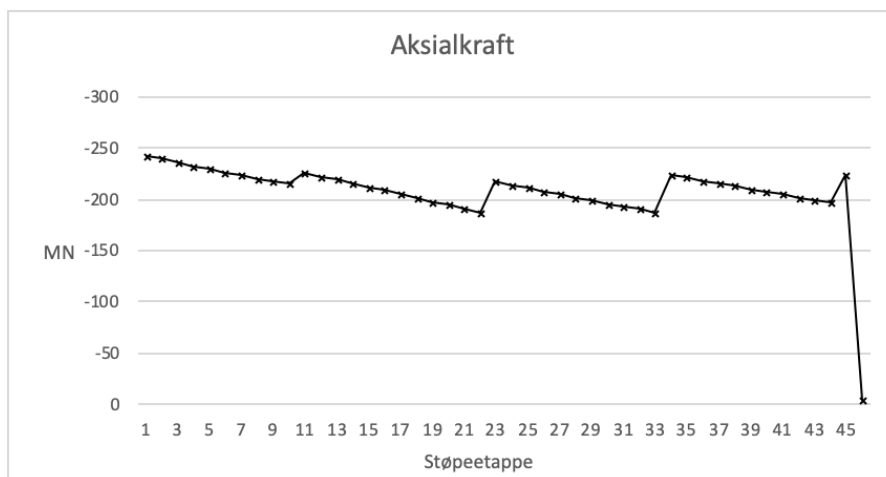
### Bøyning på tvers av spennets retning

Ved bøyning på tvers av spennet er det kun lastkombinasjon 3 som er aktuelt, men det må tas hensyn til at tårnbeina i ulik grad påvirkes av vindlasten. Denne effekten er vist i Figur 5.27. Siden brutårnene roterer om senterlinjen, vil det venstre tårnbeinet i figuren løftes opp, mens det høyre tårnbeinet trykkes ned. For enklere å skille de to tårnbeina vil det tårnbeinet som løftes opp heretter kalles strekkbein og tårnbeinet som trykkes ned kalles trykkbein. Det er viktig å merke seg at strekkbeinet også er i trykk, men at trykkreftene er vesentlig mindre i dette tårnbeinet.

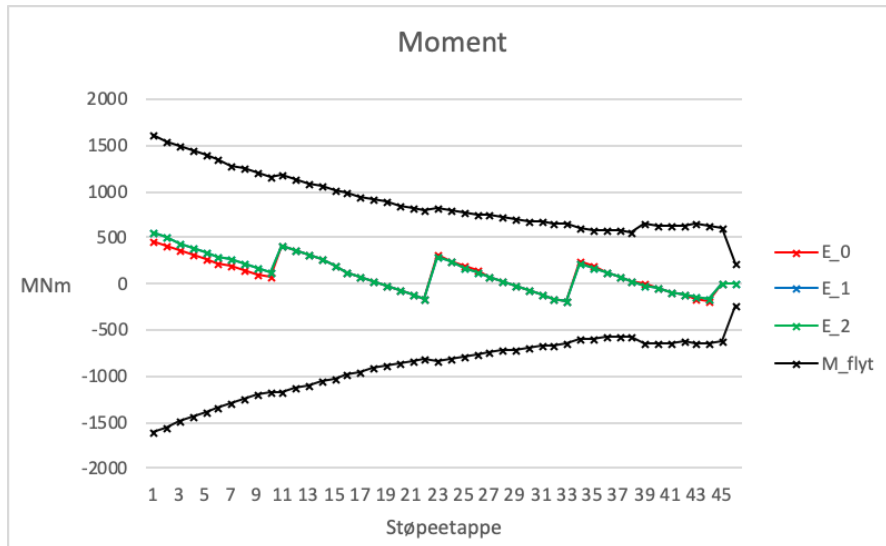


**Figur 5.27: Visualisering av tårnets strekkbein og trykkbein.**

I iterasjonsprosessen for å finne konvergent E-modul er det tatt utgangspunkt i strekkbeinet, fordi momentet og deformasjonen er størst i dette tårnbeinet. Det benyttes samme fremgangsmåte som ved vind på langs. Figur 5.28 og Figur 5.29 viser henholdsvis aksial- og momentfordeling i strekkbeinet. Som tidligere representerer  $M_{flyt}$  momentet hvor armeringen begynner å flyte og brukes til å beregne momentkapasiteten. I dette tilfellet hvor aksialkraften er på om lag 200 MN for alle støpetappene vil flytning i strekkarmeringen være dimensjonerende i nedre del av tårnbeinet, hvor betongarealet er stort. Mens flytning av trykkarmeringen vil være dimensjonerende i øvre del, der betongarealet er mindre. Den mest kritiske støpetappen vil være etappe 34 som har utnyttet 50% av momentkapasiteten for det gitte aksialkraftnivået.

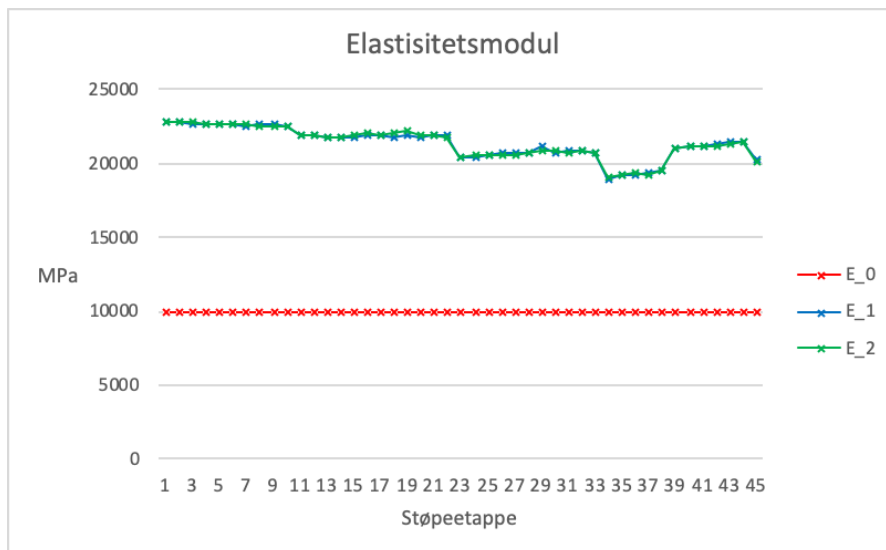


**Figur 5.28: Aksialkraft for hver støpetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3.**



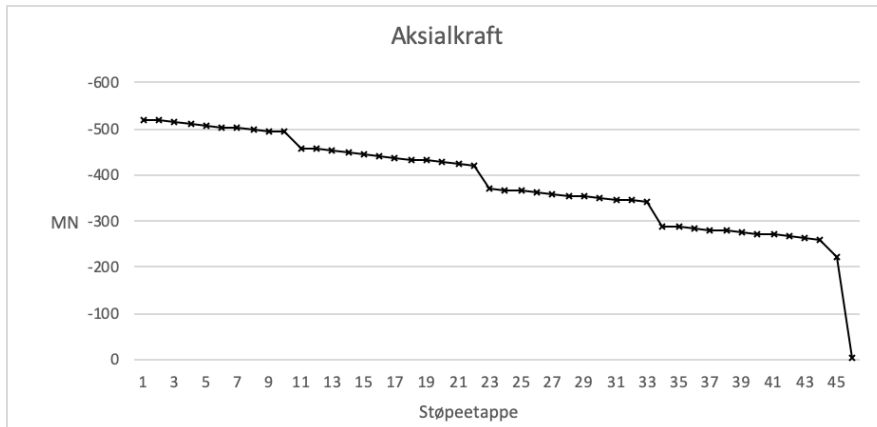
**Figur 5.29: Momentverdi for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3.**

Figur 5.30 viser E-modulen til støpeetappene for hver iterasjon og at det i dette tilfellet var tilstrekkelig med to iterasjoner for å oppnå konvergenskriteriet. E-modulen i denne retningen er på omlag 20 000 MPa for alle støpeetappene og er dermed en del høyere enn E-modulen i den andre retningen. Årsaken til dette er at tårnbeina er forbundet med fire rigler som øker stivheten i retningen på tvers av spennet betraktelig.

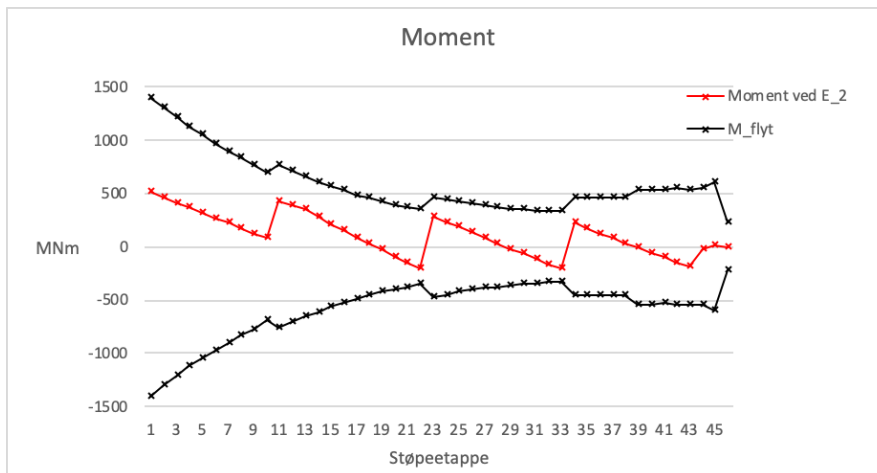


**Figur 5.30: E-modul for hver støpeetappe ved bøyning på tvers av spennet.**

Til slutt kontrolleres kapasiteten til trykkbeinet ved å bruke den konvergente E-modulen. I dette lasttilfellet er som kjent aksialkraften høy, og flytning av trykkarmeringen er dimensjonerende for momentkapasiteten. Figur 5.31 viser aksialkraften i hver støpeetappe, og Figur 5.32 viser momentverdiene opp mot momentkapasiteten. Den mest kritiske støpeetappen har utnyttet 61% av momentkapasiteten.



**Figur 5.31: Aksialkraft for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3.**



**Figur 5.32: Momentverdi for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3.**

Etter at brutårnene er dimensjonert for aksialkraft og bøyemomenter, kontrolleres kapasiteten for skjærkrefter og torsjonsmoment. Det benyttes metoder gitt i NS-EN 1992-1-1 (8), henholdsvis kapittel 6.2.3 og kapittel 6.3.2. Det tas utgangspunkt i samme skjærarmering som for Hardangerbrua, det vil si to Ø16 i hver vegg med vertikal senteravstand lik 150 mm.

Det viser seg at kapasiteten er tilstrekkelig både for skjærkrefter og torsjonsmoment. Den mest kritiske støpeetappen er utnyttet 51 % for skjær og 21 % for torsjon. I henhold til NS-EN 1992-1-1 skal tverrsnittet også kunne tåle en kombinasjon av skjær og torsjon. Den mest kritiske etappen er 51 % utnyttet.

På grunn av at skjærkapasiteten for et tverrsnitt med skjærarmering bygger på en fagverksmodell, må det tas hensyn til ekstra krefter, og dermed høyere spenninger, i lengdearmeringen. På det meste fører skjærarmeringen til en økning av normalspenningen i lengdearmeringen på 64 MPa. Lengdearmeringen har tilstrekkelig kapasitet for denne virkningen, fordi det blir størst tilleggsspenning i støpeetapper som har betydelig overkapasitet med hensyn til aksialkraft og moment.

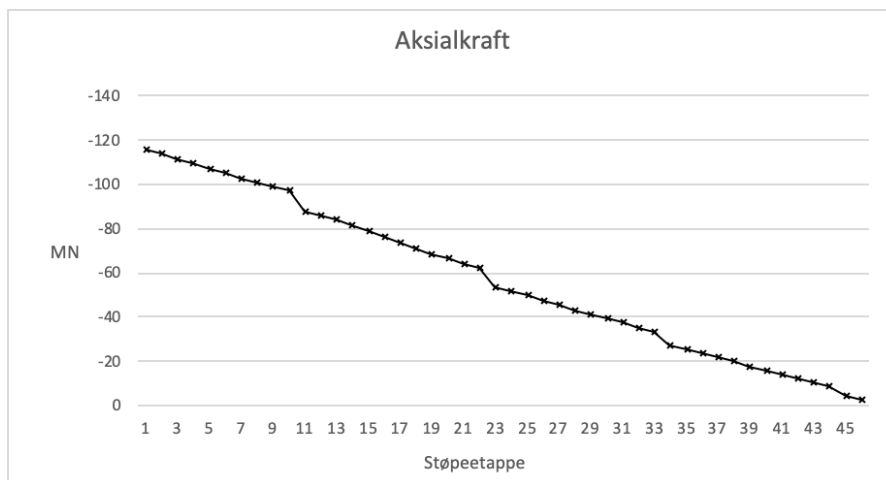
På grunn av torsjonsmomentet må tverrsnittet armeres med lengdearmering i størrelsesorden 100 000 mm<sup>2</sup> i tverrsnittet for de mest kritiske etappene. Det er tilstrekkelig kapasitet fra lengdearmeringen tiltenkt aksialkraft og moment til å ta opp lastvirkningen fra torsjon, fordi de største lastvirkningene ikke oppstår på samme sted.

## Tårnbein med B90-betong

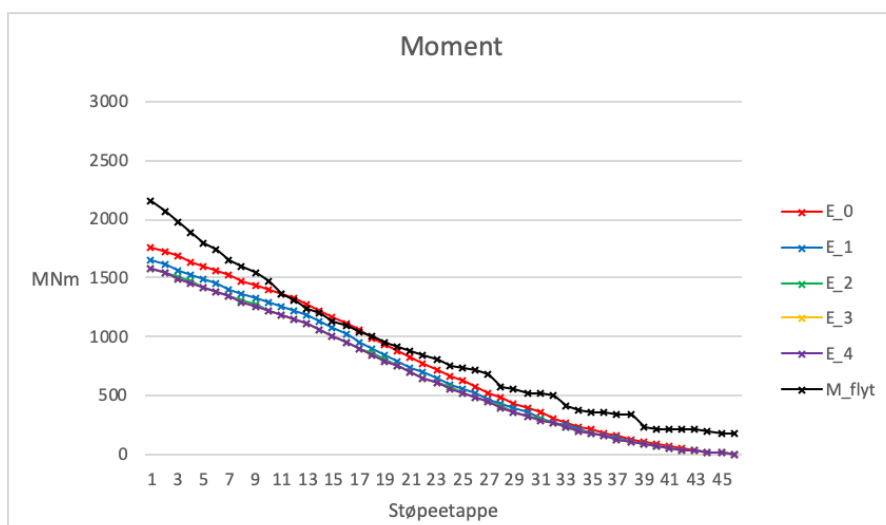
Ved overgangen til B90-betong reduseres bredden og veggtykkelsen i tverrsnittene med 25%, som beskrevet i kapittel 2.1. Dette svekker tverrsnittenes mekaniske egenskaper betraktelig, men de forbedrede materialegenskapene til betongen vil gjøre at tverrsnittene har tilstrekkelig kapasitet. Fremgangsmåten ved dimensjoneringen vil være den samme som med B45, men E-modulen vil settes til 12 000 MPa ved første iterasjon. Dette gjøres fordi erfaringene fra dimensjoneringen med B45 betong tilsier at 10 000 MPa var lavere enn nødvendig og fordi B90-betongen har egenskaper som gjør den stivere enn B45.

## Bøyning i spennets lengderetning

Lastkombinasjon 1, som inkluderer brutårnet i byggefase med vindlast i spennets lengderetning, brukes i iterasjonsprosessen. Reduksjonen av tverrsnittet vil føre til lavere vindlast og mindre egenvekt, slik at både aksialkraften og momentet vil reduseres sammenliknet med samme lastkombinasjon for B45. Figur 5.33 og Figur 5.34 viser aksialkraften og momentet for den gjeldende lastkombinasjonen. Flytning av strekkarmeringen vil være dimensjonerende og den mest utnyttede støpetappen har utnyttet 93% av momentkapasiteten.

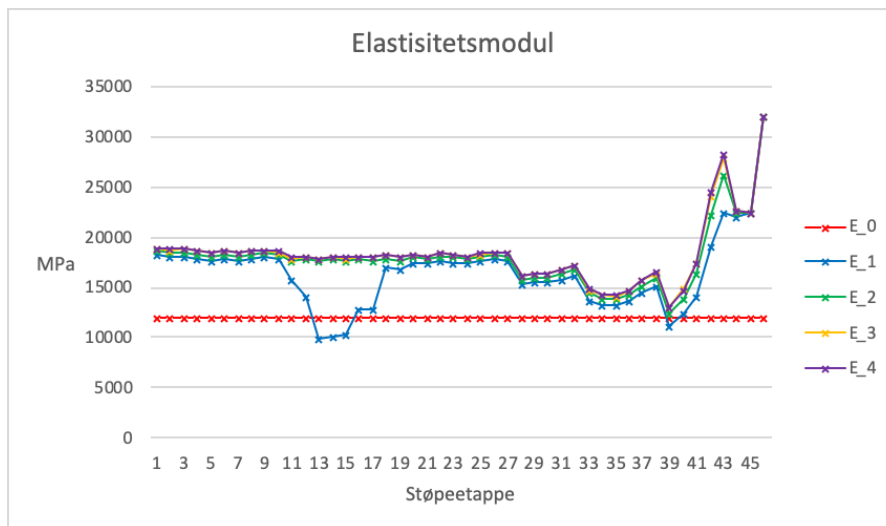


Figur 5.33: Aksialkraft for hver støpetappe ved lastkombinasjon 1.



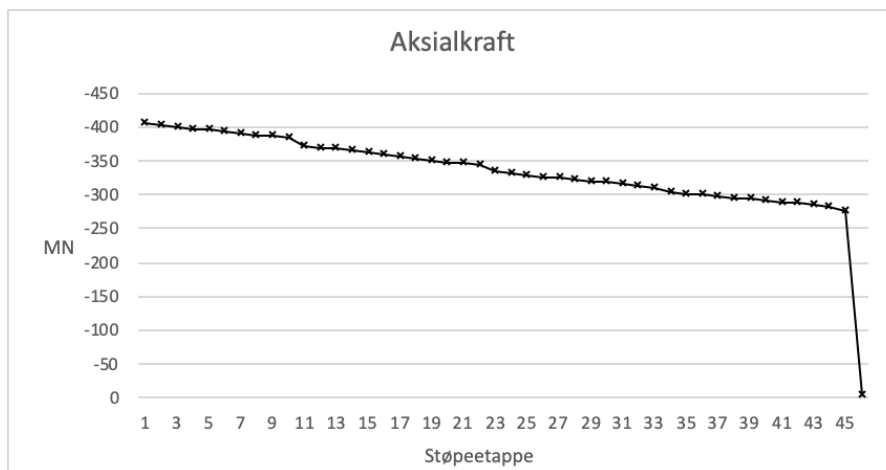
Figur 5.34: Momentverdi for hver støpetappe ved lastkombinasjon 1.

Figur 5.35 viser elastisitetsmodulen for hver iterasjon. Det er her nødvendig med fire iterasjoner for å tilfredsstillere konvergenskravet. Ved siste iterasjon er E-modulen høyere enn startverdien, på 12 000 MPa, for alle etappene. Den markante nedgangen for støpeetappe 11 til 17 i den første iterasjonen skyldes flytning i armeringen. Dette er også vist i momentdiagrammet i Figur 5.34, hvor en ser at de gjeldende støpeetappene har en høyere momentverdi enn  $M_{flyt}$  i den første iterasjonen. Dette har totalt sett ingen innvirkning på dimensjoneringen fordi den nevnte flytningen ikke forekommer i de resterende iterasjonene.



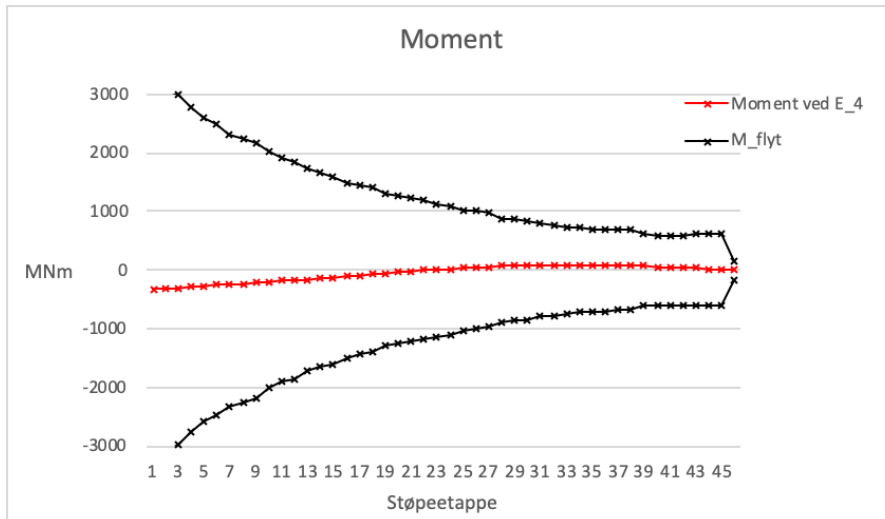
**Figur 5.35: E-modul for hver støpeetappe ved bøyning i spennets lengderetning.**

Videre brukes den konvergente E-modulen i globalmodellen når lastkombinasjon 2 skal kontrolleres. Figur 5.36 og Figur 5.37 viser henholdsvis aksialkraften og momentet i de forskjellige støpeetappene. I dette tilfellet er flytning i trykkarmeringen dimensjonerende, men akkurat som med B45-betong er alle støpeetappene beskjedent utnyttet ved denne lastkombinasjonen.



**Figur 5.36: Aksialkraft for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 2.**

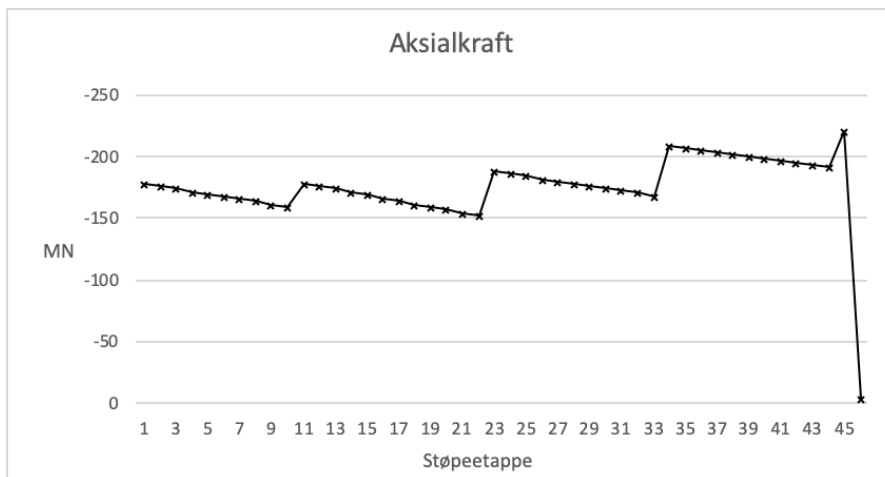




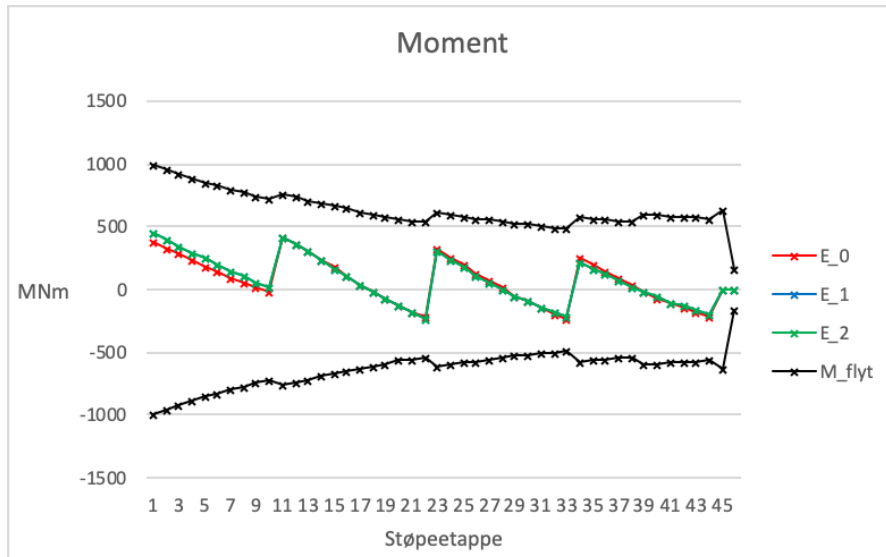
**Figur 5.37: Moment for hver støpeetappe ved lastkombinasjon 2.**

### Bøyning på tvers av spennets retning

Dimensjoneringen av tårnbeina utsatt for bøyning på tvers av spennet gjennomføres på samme måte som ble gjort med B45-betong. Strekkbeinet brukes for å iterere seg frem til konvergent E-modul og kapasiteten til trykkbeinet kontrolleres til slutt. Figur 5.38 og Figur 5.39 viser aksialkraft- og momentfordelingen i strekkbeinet. Her er flytning av strekkarmeringen dimensjonerende for alle støpeetappene, og den mest utsatte støpeetappen har utnyttet 54% av kapasiteten. Det er verdt å merke seg at trykkarmeringen er dimensjonerende for om lag halvparten av støpeetappene med B45-betong, fordi aksialkraften da er større.

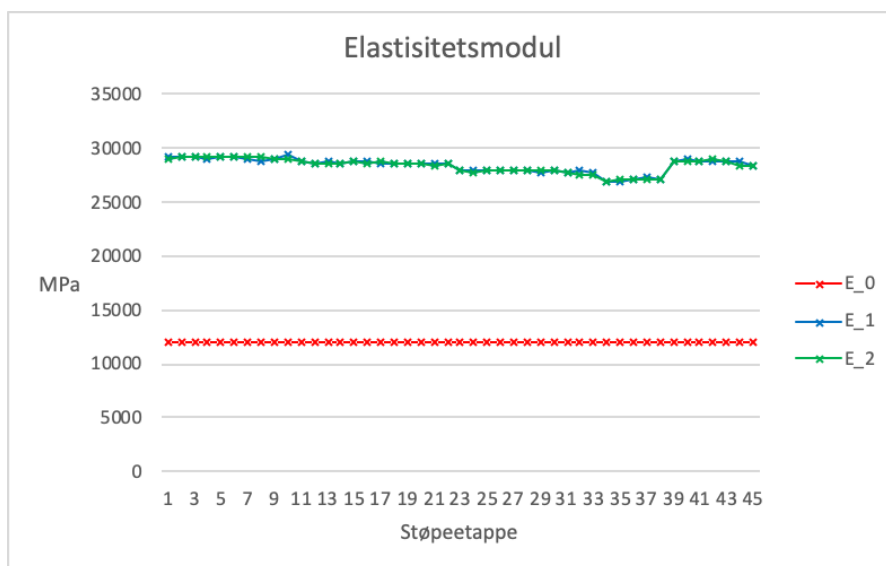


**Figur 5.38: Aksialkraft for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3.**



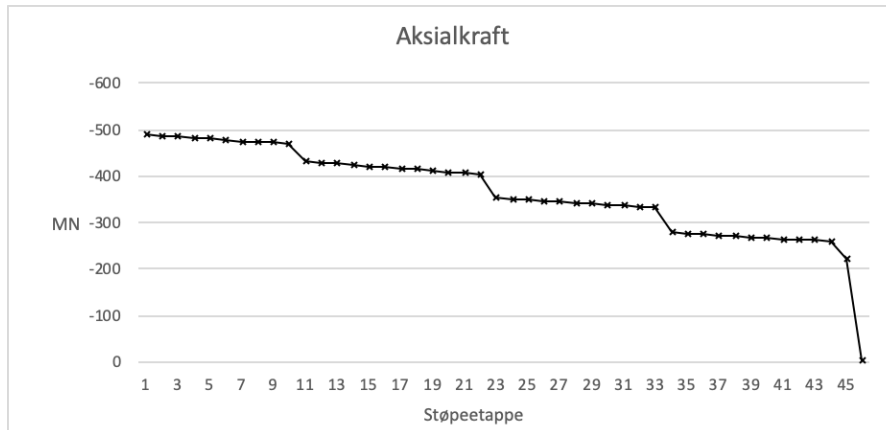
**Figur 5.39: Moment for hver støpeetappe i strekkbein ved lastkombinasjon 3.**

Elastisitetsmodulen til støpeetappene for hver iterasjon er vist i Figur 5.40. Her er det tilstrekkelig med to iterasjoner før konvergenzkriteriet oppfylles. Den konvergente E-modulen er litt lavere enn 30 000 MPa for alle støpeetappene.

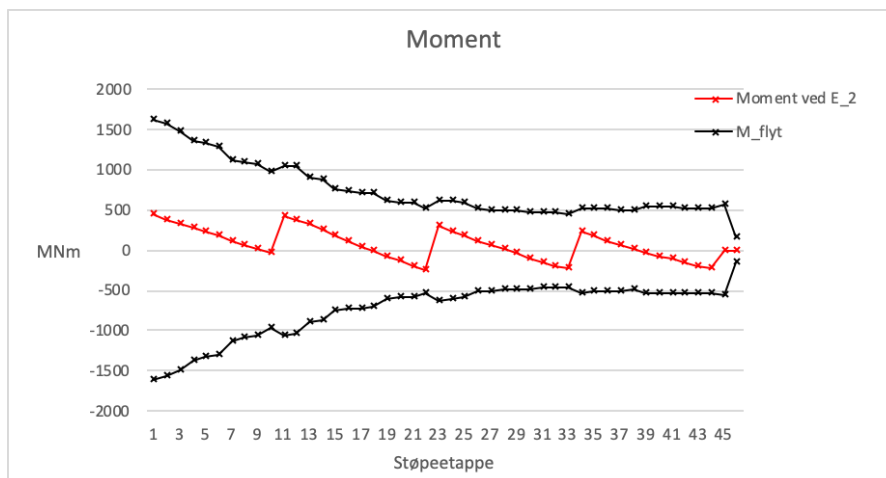


**Figur 5.40: Elastisitetsmodul for hver støpeetappe ved bøyning på tvers av spennet.**

Til slutt kontrolleres kapasiteten til trykkbeinet hvor flytning av trykkarmeringen er dimensjonerende. Tverrsnittskreftene er oppsummert i Figur 5.41 og Figur 5.42, hvor en kan se at det er tilstrekkelig kapasitet i alle støpeetappene.



**Figur 5.41: Aksialkraft for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3.**



**Figur 5.42: Moment for hver støpeetappe i trykkbein ved lastkombinasjon 3.**

Kapasiteten til tårnbeina er kontrollert mot skjær og torsjon på samme måte for B90 som for B45. Generelt sett er kapasitetsutnyttelsen mindre for B90 for skjærkrefter i bruas lengderetning. Dette skyldes lavere dimensjonerende skjærkrefter og økt skjærkapasitet på grunn av høyere betongkvalitet. Den mest utnyttede etappen er 20 % utnyttet. For skjærkrefter på tvers av bruas lengderetning er kapasitetsutnyttelsen høyere for B90, grunnet redusert tverrsnittsbredde. Den mest utnyttede etappen er her 66 % utnyttet. Siden kapasiteten kun kontrolleres, brukes det samme skjærarmoring for B90 som for B45, men kapasiteten økes likevel ved bruk av B90. Dette er fordi skjærtrykk er dimensjonerende i mesteparten av støpeetappene.

For torsjon er de dimensjonerende kreftene mindre for B90 enn B45, derfor blir kapasitetsutnyttelsen lavere og nødvendig lengdearmoring mot torsjon blir mindre. Dette gjør likevel ikke så stort utslag, fordi tverrsnittet er lukket i begge tilfeller, og lengdearmoringen tiltenkt aksialkraft og bøyemoment har tilstrekkelig kapasitet til å håndtere torsjon. Det er derfor ikke nødvendig å legge til ekstra lengdearmoring for noen av tilfellene.

## Rigler

Etter at dimensjoneringen av tårnbeina er fullført må kapasiteten til riglene kontrolleres. På samme måte som tidligere vil lamellmetoden benyttes. Til forskjell fra tårnbeina drar ikke riglene fordel av store aksialkrefter i trykk som følge av vekten til tårnet og har derfor vesentlig lavere momentkapasitet. For å skape en tilsvarende effekt og å øke kapasiteten er det derfor brukt spennarmering i de to flensene i bokstverrsnittet til riglene. Påvirkningen til spennarmeringen er direkte inkludert i Excel-arket for lamellmetoden som indre motstand. Det er valgt å ikke finne konvergent E-modul ved hjelp av iterasjoner, men i stedet bruke verdiene fra NS-EN 1992-1-1 (8) for de to betongkvalitetene. Dette vil gjøre riglene litt stivere og de utsettes dermed for et høyere moment enn i virkeligheten. Dette er ikke optimalt for dimensjoneringen, men en konservativ og fornuftig antakelse på dette stadiet.

For riglene med B45-betong er det benyttet samme mengde og plassering av spennarmering som i Hardangerbrua. Dette blir forklart nærmere i kapittel 6. Tabell 5.4 og Tabell 5.5 oppsummerer de dimensjonerende lastsituasjonene for riglene utsatt for bøyning om henholdsvis sterk og svak akse (tverrsnittsdata til riglene finnes i vedlegg 2).  $M_{flyt}$  representerer, som tidligere, momentet der armering vil flyte og brukes som dimensjoneringskriterium. For riglene er flytning av strekkarmeringen dimensjonerende. Tabellene viser at riglene er høyt utnyttet for moment om sterk akse ved lastkombinasjon 3, men som beskrevet i forrige avsnitt vil momentet i virkeligheten være noe lavere på grunn av mindre stiv materialoppførsel. Ved bøyning om den svake akselen er momentene av beskjedne størrelse og alle riglene har tilstrekkelig kapasitet med god margin.

Rigel	Lastkombinasjon	Dim. moment	Dim. aksialkraft	$M_{flyt}$
Planumsrigel	3	334,6 MNm	2,04 MN	370,4 MNm
Nedre midtrigel	3	444,3 MNm	2,41 MN	447,9 MNm
Øvre midtrigel	3	387,7 MNm	1,21 MN	443,7 MNm
Topprigel	3	219,7 MNm	11,3 MN	250,5 MNm

**Tabell 5.4: Dimensjonerende lastsituasjon om sterk akse for rigler med B45-betong.**

Rigel	Lastkombinasjon	Dim. moment	Dim. aksialkraft	$M_{flyt}$
Planumsrigel	1	18,6 MNm	2,10 MN	258,2 MNm
Nedre midtrigel	1	29,6 MNm	2,14 MN	185,7 MNm
Øvre midtrigel	1	29,9 MNm	1,67 MN	184,7 MNm
Topprigel	1	13,1 MNm	1,28 MN	104,4 MNm

**Tabell 5.5: Dimensjonerende lastsituasjon om svak akse for rigler med B45-betong.**

For riglene med B90-betong er veggtykkelsen redusert med 25%, men til forskjell fra tårnbeina er bredden og høyden på tverrsnittet uforandret. Tabell 5.6 og Tabell 5.7 oppsummerer dimensjonerende lastsituasjoner for alle riglene utsatt for bøyning om henholdsvis sterk og svak akse. Ved bøyning om sterk akse er momentene vesentlig større enn med B45-betong. Hovedårsaken til dette er at reduksjonen på 25% av tykkelsen og bredden til tårnbeina fører til en vesentlig svekkelse av bøyestivheten om den svake akse til tårnbeina. Siden tårnet fungerer som en rammekonstruksjon vil mer av momentet dermed overføres til riglene. For at riglene skulle ha tilstrekkelig kapasitet er det derfor nødvendig å legge inn mer spennarmering i de tre nederste riglene, dette er nærmere beskrevet i kapittel 6. Ved bøyning om den svake akse er det på samme måte som med B45-betong små momenter og tilstrekkelig kapasitet.

Rigel	Lastkombinasjon	Dim. moment	Dim. aksialkraft	$M_{flyt}$
Planumsrigel	3	420,3 MNm	1,93 MN	422,6 MNm
Nedre midtrigel	3	501,3 MNm	1,70 MN	507,3 MNm
Øvre midtrigel	3	418,4 MNm	0,83 MN	504,0 MNm
Topprigel	3	236,7 MNm	10,8 MN	259,1 MNm

**Tabell 5.6: Dimensjonerende lastsituasjon om sterk akse for rigler med B90-betong.**

Rigel	Lastkombinasjon	Dim. moment	Dim. aksialkraft	$M_{flyt}$
Planumsrigel	1	13,9 MNm	1,71 MN	258,2 MNm
Nedre midtrigel	1	21,1 MNm	1,53 MN	185,7 MNm
Øvre midtrigel	1	19,6 MNm	1,18 MN	184,7 MNm
Topprigel	1	8,47 MNm	0,89 MN	104,4 MNm

**Tabell 5.7: Dimensjonerende lastsituasjon om svak akse for rigler med B90-betong.**

Riglene er, i likhet med tårnbeina, kontrollert mot skjær og torsjon i henhold til NS-EN 1992-1-1 (8). Ved skjær i global y-retning er kapasiteten godt utnyttet, på det meste 88 % for B45 og 69 % for B90. Riglene med B90 er lavere utnyttet enn B45, til tross for at skjærkreftene er høyere, på grunn av at kapasiteten er mye høyere for B90. Kapasiteten kontrolleres kun for samme skjærarmering som i Hardangerbrua, to Ø25 i hver vegg med horisontal senteravstand 150 mm. Denne armeringsmengden er ikke optimalisert. Skjærtrykk er dimensjonerende, det er derfor grunn til å tro at skjærarmeringen kunne vært noe redusert. Skjærkreftene i global x-retning er beskjedne, og kapasiteten er derfor lite utnyttet for både B45 og B90. Det er veldig små torsjonsmomenter som virker på riglene, kapasiteten mot torsjon er derfor ikke noe problem.

## 6 Resultater

I dette kapitlet vil det bli presentert relevante resultater fra analysene som er utført i Abaqus. Dette innebærer lastdiagrammer, deformasjonsfigurer og lignende informasjon som er hentet ut fra programmet etter at analysene er ferdige. Resultatene omfatter både situasjonen med brutårn utsatt for vindlast i byggefase og situasjonen med hengebru i ferdig tilstand utsatt for vindlast og trafikklast.

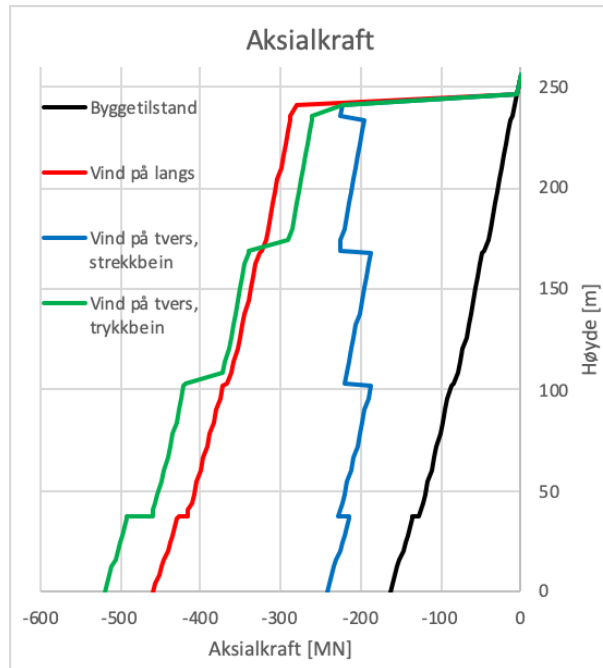
Resultatene deles inn i separate delkapitler på bakgrunn av hvilken betongkvalitet som er benyttet. Delkapittel 6.1 er satt av til å presentere resultater ved bruk av B45-betong, mens delkapittel 6.2 inneholder resultater fra de samme analysene med B90-betong. Resultatene som presenteres i disse delkapitlene danner grunnlaget for en senere sammenligning og diskusjon rundt betydningen av betongkvalitet.

I delkapittel 6.3 verifiseres det at resultatene fra analysene er til å stole på, ved at det utføres noen enkle kontroller som støtter opp om dette.

### 6.1 Resultater med B45-betong

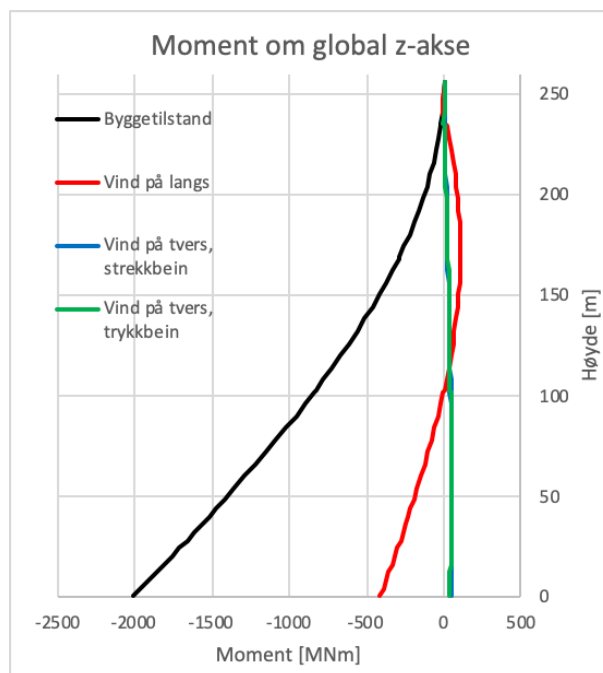
I kommende avsnitt presenteres lastdiagrammer som viser hvordan dimensjonerende aksialkraft, skjærkrefter og moment varierer langs høyden på hvert tårnbein. For hvert lastdiagram vises fire kurver, en for hver lastsituasjon: Brutårn i byggetilstand, bru i ferdig tilstand med vind i bruas lengderetning og trafikklast, og bru i ferdig tilstand med vind på tvers av bruas lengderetning. I det siste lasttilfellet blir det forskjellige krefter som virker på hvert av tårnbeina, derfor er det en kurve for hvert tårnbein. På denne måten er det enklere å sammenligne hvilken situasjon som er dimensjonerende.

Figur 6.1 viser et aksialkraftdiagram med aksialkraften i et tårnbein som funksjon av høyden. I byggetilstanden er det kun egenvekten av brutårnene som bidrar til aksialkraft, mens i ferdig tilstand overføres store krefter fra hovedkablene til brutårnene ved sadelen omtrent på høyden 240 meter. Øvrige små endringer på aksialkraftdiagrammet skyldes overføring av krefter fra riglene. Vind på langs har litt høyere aksialkraft i toppen, fordi trafikklast virker på avstivningsbæreren i dette lasttilfellet.



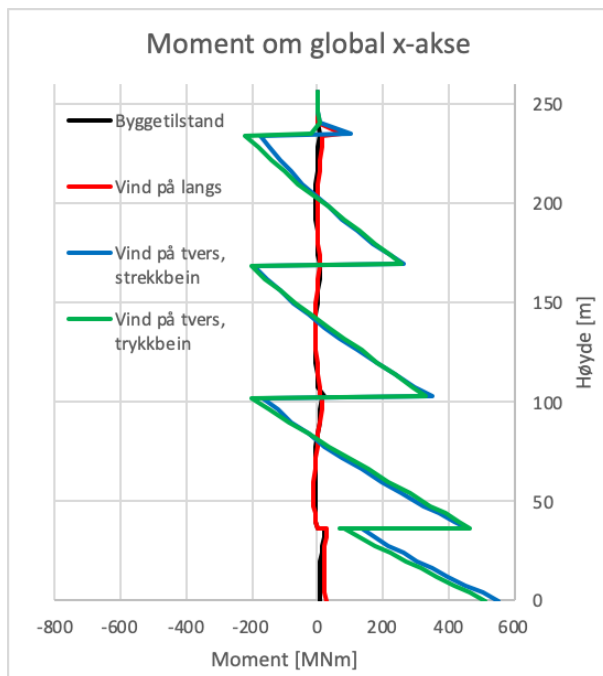
**Figur 6.1: Aksialkraftfordeling for tårnbein.**

Figur 6.2 viser momentforløpet om global z-akse i et tårnbein som funksjon av høyden. Det vil si momentvirkning som følge av krefter i bruas lengderetning. I byggetilstand virker vindlast parallelt med bruas lengderetning over hele tårnhøyden. Siden kabelsystemet ikke er etablert enda, kan brutårnet bevege seg fritt i denne retningen. Dette gjør at bunnen av tårnene må håndtere et mye større moment i byggefase enn i ferdig tilstand, og kombinasjonen av aksialkraft og moment om global z-akse blir dimensjonerende i byggetilstand. Med vind på langs i ferdig tilstand blir tårnet i mye større grad fastholdt av forankringskablene. Dette fører til mindre moment i tårnene, men kostnaden er betydelig større aksialkraft. For lastsituasjonen med vind på tvers bidrar kun egenvekt til momentet, som derfor blir relativt lite sammenlignet med de andre lastsituasjonene.



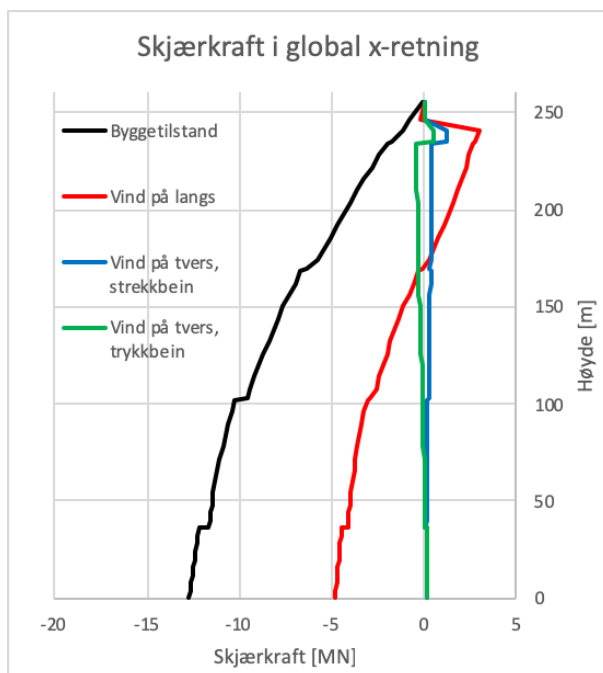
**Figur 6.2: Momentfordeling om global z-akse for tårnbein.**

Figur 6.3 viser momentfordelingen om global x-akse for hvert tårnbein. Det dimensjonerende lasttilfellet er vind på tvers i ferdig tilstand, hvor maksverdien er ved bunnen av tårnet. Momentet varierer tilnærmet lineært mellom hver rigel, men gjør en brå endring ved hver rigel. Vindlast i bruas lengderetning bidrar ikke til denne momentvirkningen, derfor er lastvirkningene fra byggetilstand og ferdig tilstand med vind på langs små.



**Figur 6.3: Momentfordeling om global x-akse for tårnbein.**

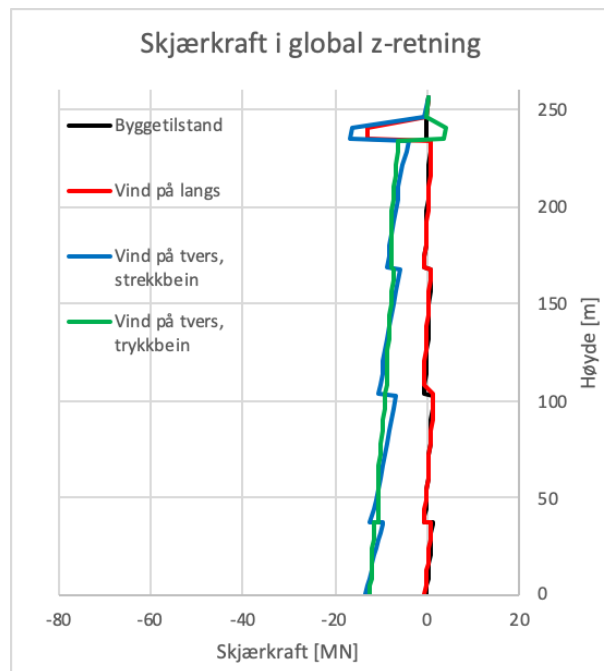
Figur 6.4 viser fordelingen av skjærkraft i global x-retning for et tårnbein som funksjon av høyden. De skyldes krefter som virker i bruas lengderetning. Skjærkraften er dimensjonerende i byggetilstand. Dette skyldes at kabelsystemet ikke er etablert i byggetilstand, og at all last må føres ned til fundamentene. Vind på tvers bidrar ikke til denne lastvirkningen.



**Figur 6.4: Skjærkraftfordeling i global x-retning for tårnbein.**

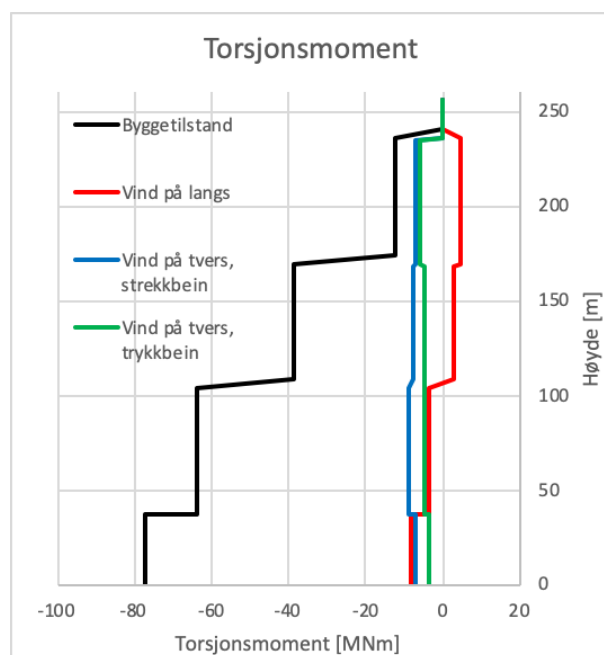


Figur 6.5 viser fordelingen av skjærkrefter i global z-retning for hvert tårnbein. Her er det vind på tvers som er dimensjonerende. Maksverdien er ved innfestingen av kabelsystemet, men mesteparten av skjærkraften overføres til topprigelen som aksialkraft. Skjærkraften øker gradvis videre nedover i tårnbeinet.



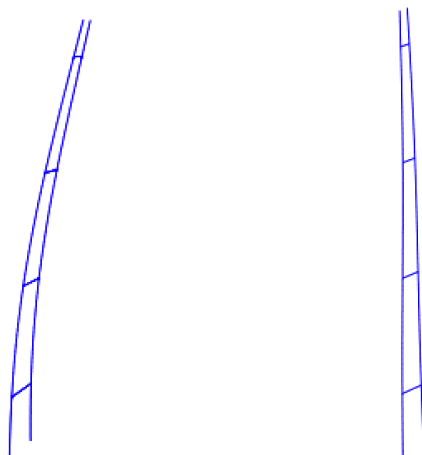
**Figur 6.5: Skjærkraftfordeling i global z-retning for tårnbein.**

Figur 6.6 viser fordelingen av torsjonsmomentet for et tårnbein over tverrsnittshøyden. En ser at torsjonsmomentet endrer seg mye ved hver rigel. Forøvrig endrer ikke torsjonsmomentet seg, og dette er logisk fordi det ikke virker noen last som bidrar til torsjon på disse støpetappene. Torsjonsmomentet er dimensjonerende i byggefase.



**Figur 6.6: Torsjonsfordeling for tårnbein.**

Figur 6.7 viser deformert geometri av et brutårn i byggefase (til venstre) og i ferdig tilstand med vind langs lengderetningen til brua (til høyre). Den viser at deformasjonene er mye større i byggefase, og det er derfor logisk at en del av snittkreftene er dimensjonerende i byggefase.

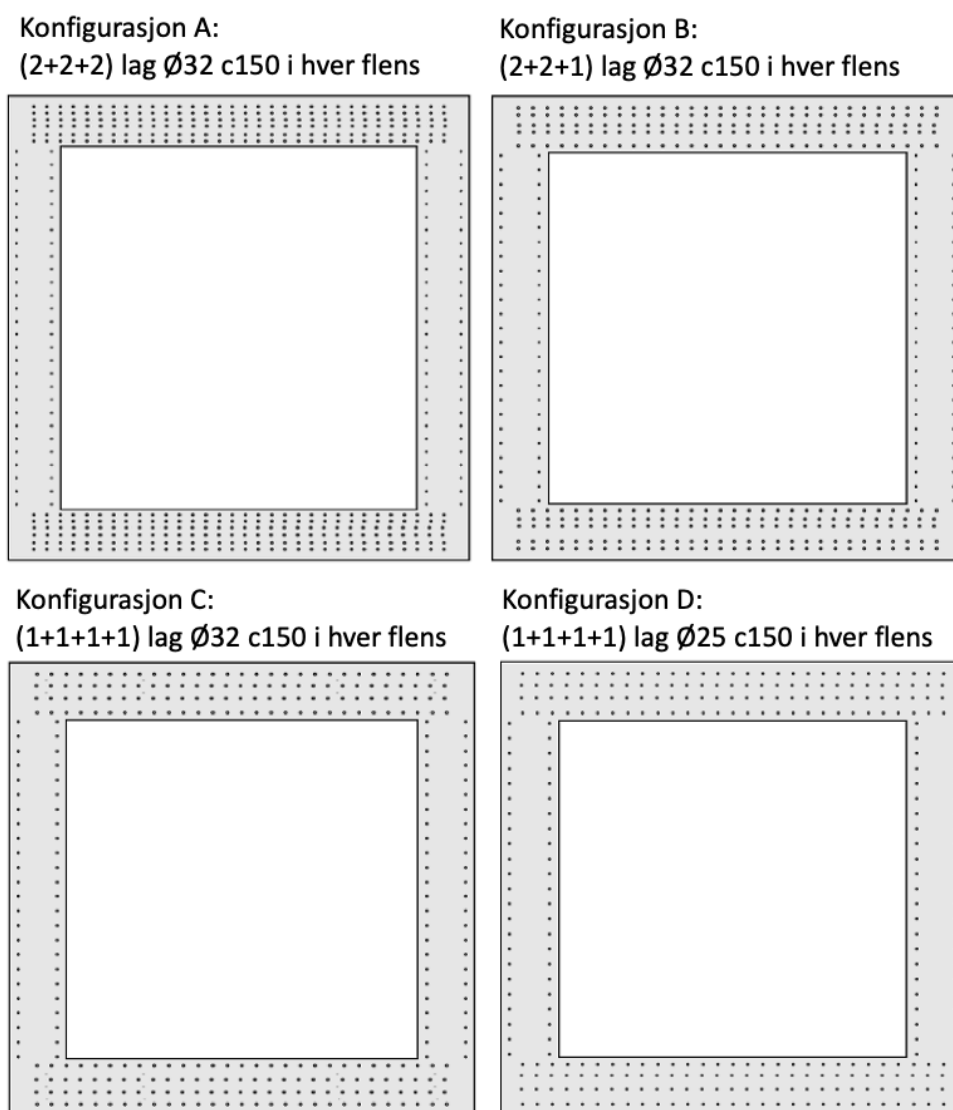


**Figur 6.7: Deformert geometri av brutårn med skaleringsfaktor 5 i begge tilfeller.**

Tabell 6.1 viser armeringsmengdene som er valgt i dimensjoneringsprosessen for hvert tårnbein. Dette er illustrert i Figur 6.8. Betongverrsnittene som brukes ble beskrevet i kapittel 2.1 og de presenteres i sin helhet i vedlegg 2. Dette fører til at nødvendig mengde betong blir 12212 tonn (119,80 MN) for hvert tårnbein.

Lengdearmring flens			
Støpetappe	Diameter, Ø	Senteravstand	Rader
1-27 (Konfigurasjon A)	32	150	2+2+2
28-32 (Konfigurasjon B)	32	150	2+2+1
33-38 (Konfigurasjon C)	32	150	1+1+1+1
39-45 (Konfigurasjon D)	25	150	1+1+1+1
Lengdearmring steg			
Støpetappe	Diameter, Ø	Senteravstand	Rader
1-37	25	150	2
38-45	32	150	2
Skjærarmring			
Støpetappe	Diameter, Ø	Senteravstand	Rader per vegg
1-45	16	150	2

**Tabell 6.1: Armering i tårnbein for B45.**



**Figur 6.8: Ulike konfigurasjoner for lengdearmering i tårnbein.**

Tabell 6.2 fungerer som en forenklet bøyeliste. Den oppsummerer mengden armeringsjern som trengs i hvert tårnbein.

Total armeringsmengde		
Diameter, Ø	Antall	Lengde
16	12853	Varierende
25	3807	4 meter
25	7665	6 meter
32	8999	4 meter
32	14596	6 meter

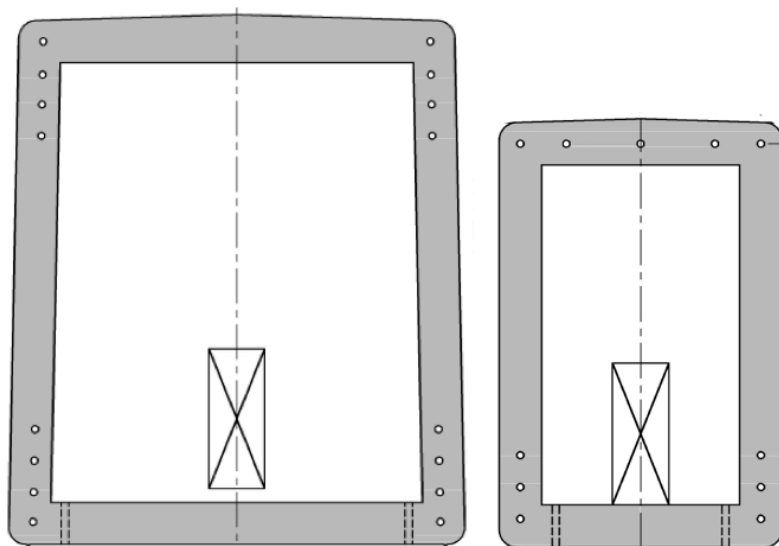
**Tabell 6.2: Nødvendig antall armeringsjern i hvert tårnbein for B45.**

De spennarmerte riglene er dimensjonert slik som beskrevet i kapittel 5.3. Nødvendig tverrsnitt og armering fra dimensjoneringen er gitt i Tabell 6.3. Totalt er det behov for 3414 tonn betong (33,50 MN) for fire rigler ved bruk av B45-betong.

Betongtverrsnitt				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Høyde [mm]	7500	8600	8600	6000
Bredde [mm]	6567	4789	4789	4000
Tykkelse [mm]	600	600	600	600
Areal [m <sup>2</sup> ]	15,4	14,6	14,6	10,6
Spennarmering				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Antall bunter	16	16	16	11
Areal pr bunt [mm <sup>2</sup> ]	2750	2750	2750	2750
Slakkarmering				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Antall Ø20	192	204	204	152
Antall Ø25	234	-	-	-
Antall Ø32	-	162	162	132
Skjærarmering				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Antall	1756	1437	1118	800
Diameter [mm]	25	25	25	25

**Tabell 6.3: Tverrsnittsdata for rigler med B45.**

Spennarmeringen utføres som vist i Figur 6.9, der konfigurasjonen for de tre nederste riglene er vist til venstre og topprigelen er vist til høyre.

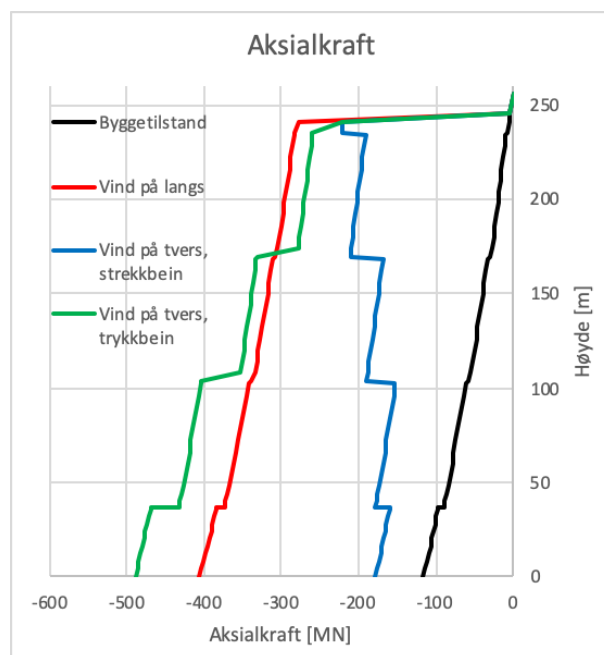


**Figur 6.9: Spennarmering i rigler.**

## 6.2 Resultater med B90-betong

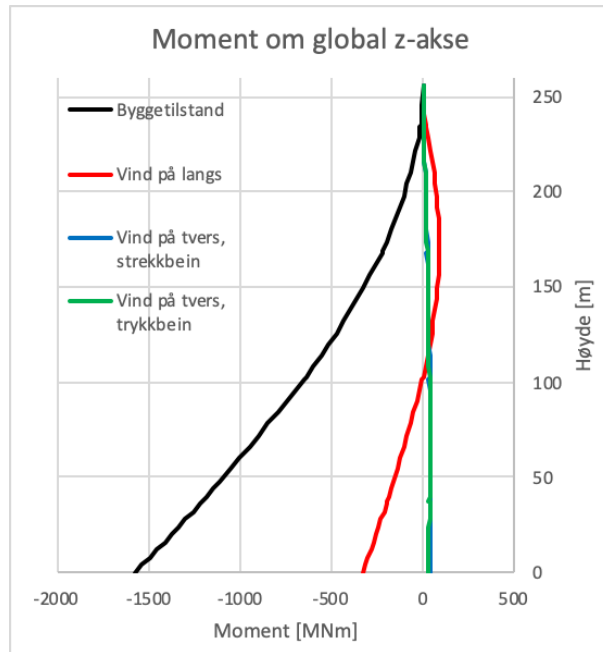
På tilsvarende måte som i kapittel 6.1, presenteres her lastdiagrammene som kommer fra analysene i Abaqus ved bruk av B90-betong. Lastvirkningene som presenteres er aksialkraft, skjærkrefter i to ulike retninger, bøyemomenter om to forskjellige akser og torsjonsmoment. Betongtverrsnittene er dimensjonert på bakgrunn av de dimensjonerende lastvirkningene som presenteres her. Hver lastkombinasjon er representert med de samme fargene som for B45-analysene, slik at det skal være enklere å sammenligne diagrammene.

Figur 6.10 viser fordelingen av aksialkraft over høyden til et tårnbein. Som for analysene med B45 er aksialkraften dimensjonerende for lastsituasjonen med vind på tvers, for de fleste av støpetappene. Her forsterker virkningene fra egenvekt av brutårn, krefter fra kabelsystemet og vindlast hverandre, slik at trykkreftene blir størst mulig.



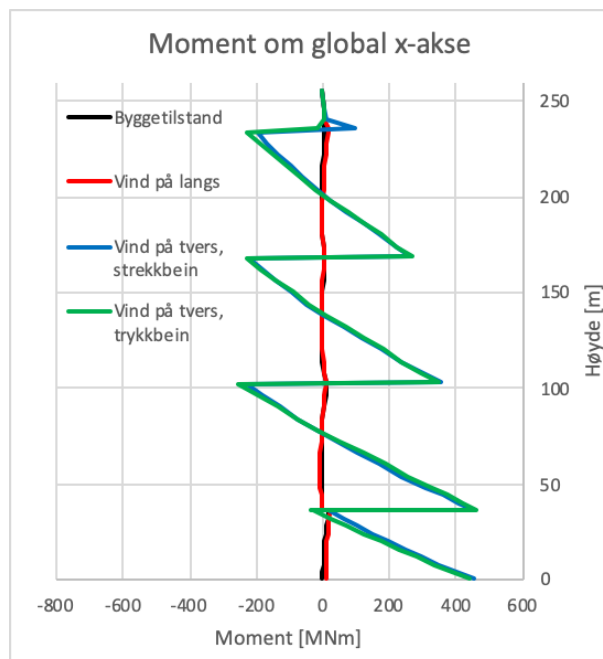
**Figur 6.10: Aksialkraftfordeling for tårnbein.**

Figur 6.11 viser bøyemomentet som oppstår om global z-akse langs høyden av et tårnbein. For analysene med B90 oppstår det dimensjonerende momentet i byggefasen, slik det også gjør i analysene med B45. Dette skyldes at kabelsystemet ikke er bygget enda, og at brutårnene får liten eller ingen fastholdning mot bevegelser i bruas lengderetning. Alle kreftene må derfor føres ned til fundamentene for brutårnene.



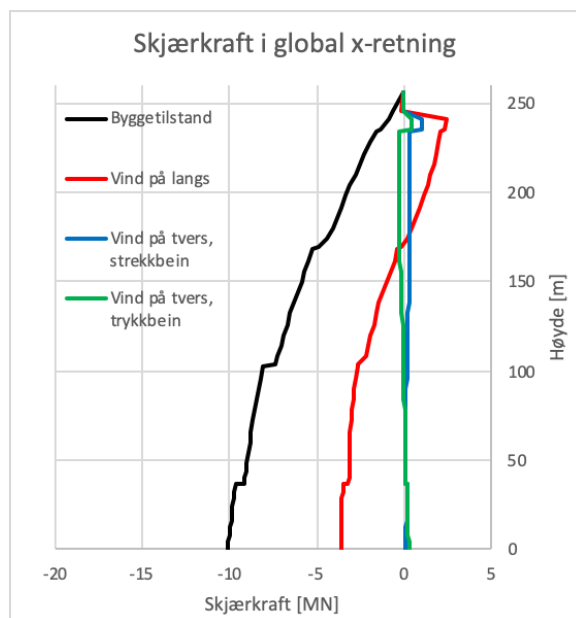
**Figur 6.11: Momentfordeling om global z-akse for tårnbein.**

Figur 6.12 viser bøyemomentet om den globale x-aksen for et av tårnbeina, som funksjon av høyden. Her oppstår den dimensjonerende verdien når vindlasten virker på tvers av bruas lengderetning, fordi det oppstår en rammevirkning mellom tårnbeina og riglene for å motvirke vindlasten. Siden forbindelsen mellom tårnbein og rigler er momentstiv, viser momentdiagrammet for hvert tårnbein en diskontinuitet ved høyden der hver av de fire riglene er.



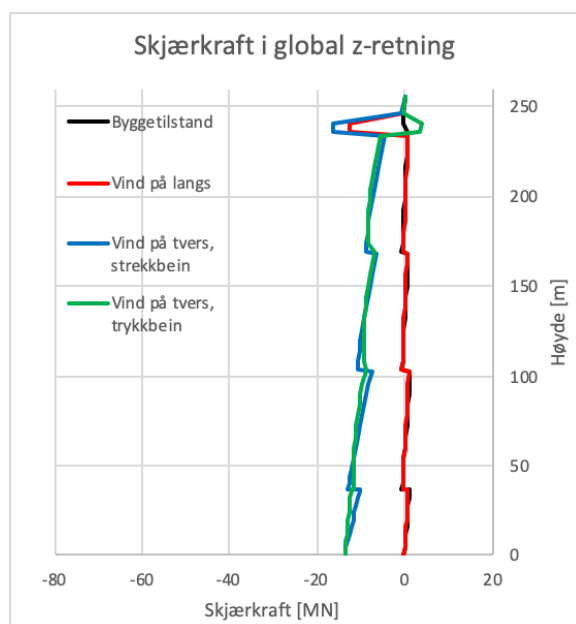
**Figur 6.12: Momentfordeling om global x-akse for tårnbein.**

Figur 6.13 viser skjærkraften som oppstår i global x-retning langs et tårnbein. Den dimensjonerende lasten opptrer i byggetilstand, i likhet med moment om global z-akse. Dette skyldes at vindlasten som virker i bruas lengderetning tas opp som skjærkrefter av tårnbeina, og alle kreftene må føres ned til fundamentene. Skjærkraften øker litt ved høydene der riglene er, fordi riglene også blir utsatt for vind i bruas lengderetning for den dimensjonerende lastsituasjonen i byggefase.



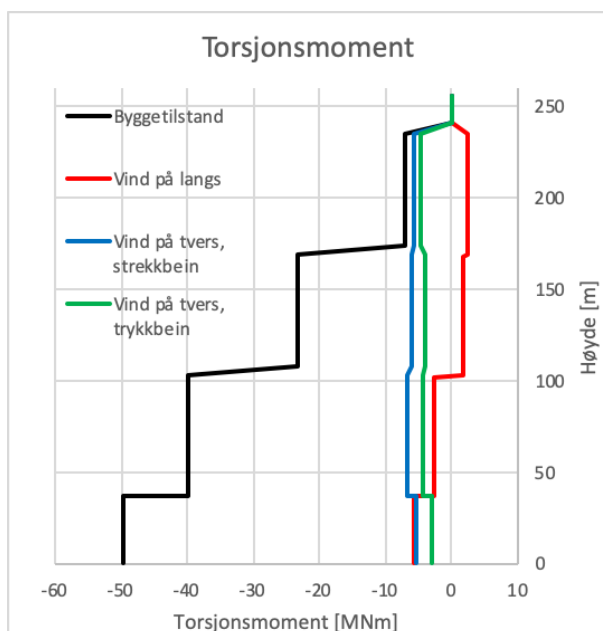
**Figur 6.13: Skjærkraftfordeling i global x-retning for tårnbein.**

Figur 6.14 viser skjærkraften i den globale z-retningen og hvordan den fordeler seg over høyden av et tårnbein. Her er det lastkombinasjonen med vind på tvers som blir dimensjonerende, i likhet med moment om global x-akse. Skjærkreftene er store nær toppen av tårnbeina, fordi vindlasten som virker på avstivningsbæreren og kabelsystemet overføres til brutårnene ved innfestingen mellom hovedkablene og brutårnene.



**Figur 6.14: Skjærkraftfordeling i global z-retning for tårnbein.**

Figur 6.15 viser hvordan torsjonsmomentet fordeles seg over høyden av tårnbeina. Byggetilstand er dimensjonerende. Torsjonsmomentet endrer seg kun ved riglene, fordi det ikke virker noen last langs tårnbeina forøvrig som bidrar til torsjonsmoment. Siden torsjonsmomentet er lite for de andre lastkombinasjonene, sammenlignet med vind i bruas lengderetning, er det grunn til å tro at torsjonen skyldes fordelt vindlast på riglene. Siden forbindelsen mellom rigler og tårnbein er utført som momentstiv, overføres disse kreftene som torsjonsmoment til tårnbeina.



**Figur 6.15: Torsjonsfordeling for tårnbein.**

Armeringsleggingen i hvert tårnbein følger det samme systemet for både B45 og B90. Det henvises derfor til Tabell 6.1 og Figur 6.8 for å se hvordan denne strukturen er lagt opp, med tanke på armeringsdiameter og senteravstand for både lengdearmring og skjærarmring. Siden brutårnene som er benyttet i B90-analysene er smalere i bredderetningen, blir imidlertid en del lengdearmring spart, siden samme senteravstand mellom lengdearmringen er valgt. Tabell 6.4 oppsummerer nødvendig mengde armering i hvert tårnbein for B90-betong, og den kan sammenlignes med tilsvarende Tabell 6.2 for B45. Nødvendig mengde betong er 8128 tonn (79,73 MN) for hvert tårnbein. Utrekninger av nødvendig betongtverrsnitt er beskrevet i kapittel 2.1 og vist i vedlegg 2.

Total armeringsmengde		
Diameter, Ø	Antall	Lengde
16	12853	Variierende
25	3807	4 meter
25	7121	6 meter
32	6749	4 meter
32	11265	6 meter

**Tabell 6.4: Nødvendig antall armeringsjern i hvert tårnbein for B90.**



I Tabell 6.5 er det oppsummert hvor store tverrsnitt og hvor mye armering som er nødvendig for riglene med B90. Totalt er det behov for 2629 tonn betong (25,79 MN) for fire rigler. Spennarmeringen følger det samme oppsettet som i Figur 6.9, men det er lagt inn én ekstra bunt i hvert hjørne, for de tre nederste riglene.

Betongtverrsnitt				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Høyde [mm]	7500	8600	8600	6000
Bredde [mm]	6567	4789	4789	4000
Tykkelse [mm]	450	450	450	450
Areal [m <sup>2</sup> ]	11,9	11,2	11,2	8,2
Spennarmering				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Antall bunter	20	20	20	11
Areal pr bunt [mm <sup>2</sup> ]	2750	2750	2750	2750
Slakkarmering				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Antall Ø20	192	204	204	152
Antall Ø25	234	-	-	-
Antall Ø32	-	162	162	132
Skjærarmering				
	Planumsrigel	Nedre midtrigel	Øvre midtrigel	Topprigel
Antall	1756	1437	1118	800
Diameter [mm]	25	25	25	25

**Tabell 6.5: Tverrsnittsdata for rigler med B90.**

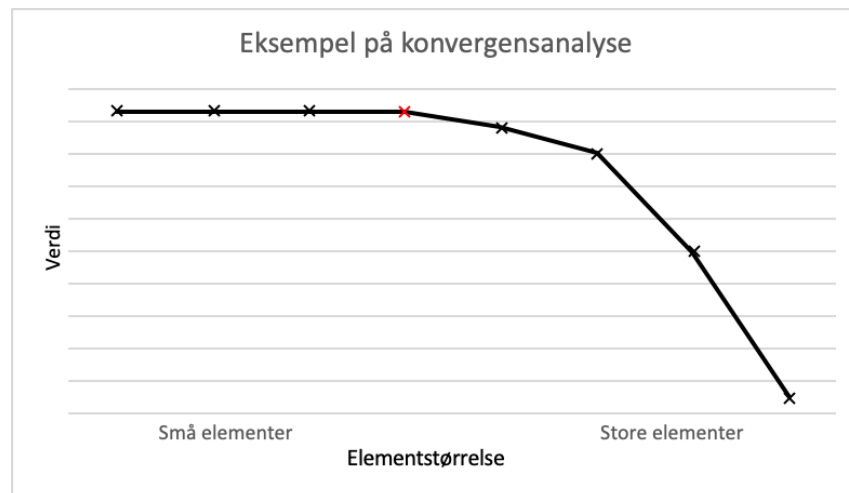
### 6.3 Verifisering

I denne oppgaven er Abaqus benyttet til store deler av beregningene, og som nevnt i kapittel 3 er Abaqus et elementmetode-program som benytter en numerisk løsningsmetode. Dette vil si at ligningssystemene løses numerisk i form av en tilnærmet løsning, i motsetning til analytisk som gir eksakt løsning. Modellen er som kjent delt opp i et elementnett med mange små elementer. Hvert element representerer nye ukjente frihetsgrader og ligninger i det globale ligningssystemet, slik at flere elementer nesten alltid vil gi en mer presis løsning. Ulempen med mange elementer er at det krever mer datakraft å løse ligningene og analysen vil ta lenger tid å kjøre.

Det er ikke bare størrelsen på elementene som har betydning for presisjonen av løsningen. Elementtypen som brukes vil også ha en innvirkning, både når det gjelder presisjon og datakraft som kreves. For eksempel har B32-elementer flere frihetsgrader enn B31-elementer og er dermed mer kostbare. Til gjengjeld er de mer presise og det kreves derfor færre elementer for å oppnå ønsket nøyaktighet på løsningen (21). Det er brukeren som er ansvarlig for å bestemme størrelsen og typen på elementene for å oppnå tilstrekkelig nøyaktighet uten at analysen blir for tung å kjøre. Dette gjøres vanligvis ved hjelp av en konvergensanalyse.

I en konvergensanalyse benyttes først store elementer, slik at modellen kjører enkelt. Deretter velges én eller noen få størrelser; f. eks. von Mises spenning, deformasjon eller moment; avhengig av hva som er mest relevant for den gjeldende modellen. Verdien til de valgte størrelsene hentes ut fra kritiske noder i modellen. Deretter reduseres elementstørrelsen og prosessen gjentas. Verdiene plottes til slutt i en graf sammen med størrelsen på elementene. På den måten kan en finne et elementnett som gir små nok elementer til at løsningen er nøyaktig samtidig som det ikke benyttes unødvendig mye datakraft.

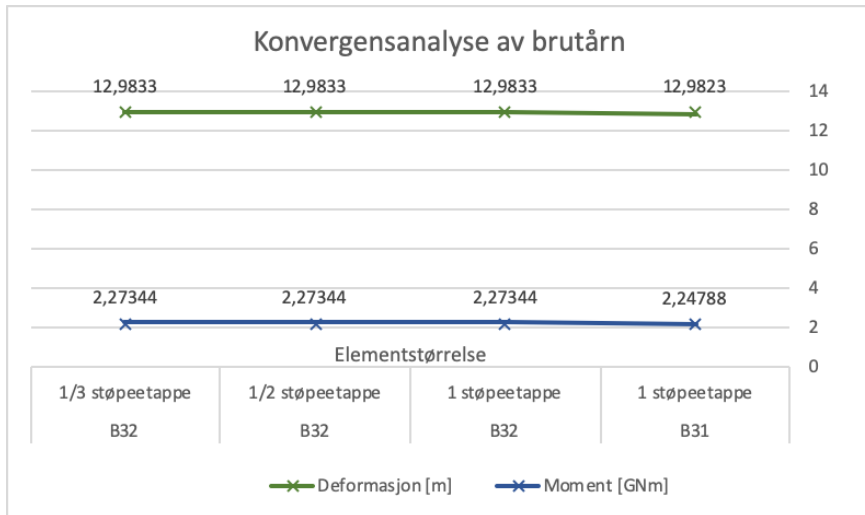
For enklere å forklare hvordan en konvergensanalyse gjennomføres er det valgt å eksemplifisere det ved hjelp av grafen i Figur 6.16. Figuren viser et eksempel på en typisk graf ved en konvergensanalyse. På den vertikale akse er verdien på størrelsen som skal konvergere, mens elementstørrelsen er på horisontalaksen, der elementene er små til venstre og store til høyre. En kan se at dersom elementene blir mindre enn punktet markert i rødt på grafen vil verdien i liten grad endre seg og løsningen har dermed konverget.



**Figur 6.16: Eksempel på konvergensanalyse.**

Med datakraften som finnes i dagens maskiner vil de aller fleste bjelkemodeller kjøre uten problemer, selv med særs små elementer. En konvergensanalyse kan derfor virke unødvendig fordi løsningen åpenbart har konverget. Dette er også tilfellet for modellene i denne oppgaven, men det vil likevel gjennomføres konvergensanalyse fordi det gir en bedre forståelse av hvor små elementer som er nødvendig for at løsningen skal konvergere. Det vil bli gjort en analyse av brutårnene ved bruk av lokalmodellen for brutårn, mens avstivningsbæreren og kablene vil analyseres parallelt ved bruk av den globale modellen.

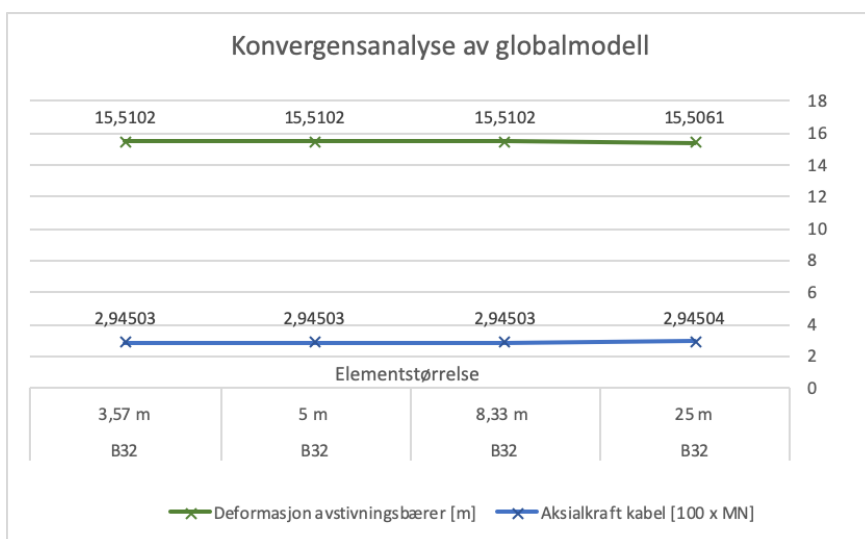
Ved analysen av brutårnene er momentet i bunn og deformasjonen i toppen de mest relevante størrelsene og derfor naturlig å undersøke for konvergens. Siden hvert tårnbein er delt opp i 45 støpetapper er det ikke mulig å benytte grovere elementer enn ett element per støpetappe. En ser fra Figur 6.17 at løsningen er veldig nær konvergens dersom B31-elementer brukes, mens løsningen har konverget ved bruk av B32-elementer uavhengig av størrelsen. Derfor er det benyttet ett B32-element for hver støpetappe i den endelige elementanalysen. Det er verdt å merke seg at konvergensanalysen ble gjort før tverrsnittsanalysen, slik at det ble brukt elastisitetmodul på 10 000 MPa for alle støpetappene.



**Figur 6.17: Konvergensanalyse av brutårn.**

Analysen som ble gjort av brutårna antas også å være gyldig for globalmodellen, slik at det trygt kan brukes ett B32-element per støpeetappe i begge modellene. Videre må det gjøres konvergensanalyse for resten av globalmodellen. Det er valgt å undersøke deformasjon av midtpunktet til avstivningsbæreren og aksialkraft i midtpunktet til hovedkablene for konvergens. Dette fordi den største deformasjonen i modellen finnes i midtpunktet på avstivningsbæreren og fordi aksialkraften i hovedkablene er direkte knyttet til dimensjoneringen av brutårna.

Resultatene fra konvergensanalysen av globalmodellen finnes i Figur 6.18, hvor en kan se at begge størrelsene har konververt dersom elementene er 8,33 meter eller mindre. Derfor er det benyttet 8,33 meter lange B32-elementer både på hovedkablene og avstivningsbæreren i den endelige elementanalysen. Hengestengene, tverrbjolkene, koblingen og riglene er alle såpass små deler av modellen at de ikke behøver noen egen konvergensanalyse. I stedet brukes det elementer som er små nok til at det trygt kan antas at de ikke vil hindre konvergens av løsningen.



**Figur 6.18: Konvergensanalyse av globalmodell.**

Etter en konvergensanalyse vet en med stor sikkerhet at resultatene i modellene har konvertert og at numerikken ikke vil by på unøyaktigheter av betydelig størrelse. En konvergensanalyse sier derimot ingenting om at brukeren har lagt inn korrekte verdier i form av krefter, materialdensiteter eller liknende i modellen og resultatene kan derfor fremdeles være feil. For å kontrollere dette er det utført noen kontroller av kraftlikevekten i de forskjellige modellene. Dette gjøres ved at summen av krefter som er beregnet til å virke på modellen trekkes fra summen av reaksjonskreftene. Vertikal- og horisontallikevektene for B45 er oppsummert i henholdsvis Tabell 6.6 og Tabell 6.7, hvor lastfaktorer er inkludert i verdiene. Differansen mellom påsatte laster og reaksjonskrefter er veldig lav i alle tilfellene, noe som peker i retning av at modellene er korrekte. De små avvikene skyldes antageligvis avrunding ved beregning av tverrsnittsdata.

Modell	Laster [MN]		Reaksjonskrefter [MN]		Differanse[MN]
	Egenvekt	Trafikk	Tårn	Forankring	
Tårn i byggetilstand	-327,7	-	327,9	-	0,2
Globalmodell	-1224,5	-59,1	1839,2	-555,9	-0,3

**Tabell 6.6: Likevekt av krefter i vertikalretning.**

Retning, modell	Last [MN]	Reaksjonskrefter [MN]				Differanse [MN]
		Vind	Tårn	Forankring	Pendellager	
Global x, Tårn i byggetilstand	25,4	-25,5	-	-	-	-0,1
Global x, globalmodell*	0	0	0	0	-	0
Global z, globalmodell	79,3	-76,7	-1,8	-0,2	-0,6	0

\* Her blir det 0 i alle kolonner fordi vinden virker inn mot spennet fra begge retninger, slik at resultatanten blir 0.

**Tabell 6.7: Likevekt av krefter i horisontale retninger.**

Avslutningsvis er det gjort to enkle kontroller for å undersøke om resultatene er sannsynlige. Dette er gjort ved å sammenlikne egenvekten til brutårnet med Gimsings formel (6, s. 184) for nødvendig mengde betong i et brutårn, ligning 2.1. Og ved å sammenlikne aksialkraften i hovedkabelen med ligning 6.1, som også er en formel utledet av Gimsing. I formlene står  $g$  for egenvekt,  $p$  for fordelte nyttelaster,  $P$  for punktlaster,  $g_{cb}$  for egenvekten til hovedkablene,  $l_m$  for spennlengden og  $k_m$  for pilhøyden til hovedspennet. En mer detaljert beskrivelse av ligning 2.1 finnes i kapittel 2.1.

$$Q_{pl} = \frac{(g_m + p_m) \cdot l_m + Q_{cm}}{8} \cdot \left( \frac{k_m + 4k_a + b_a}{k_m} \cdot \frac{l_m}{l_a} + 4 \right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{\gamma_{pl}}{f_{pld}} \cdot h_{pl} - 1\right) \right] \quad \mathbf{2.1}$$

$$T_m = [(g + p) \cdot l_m + 2P + g_{cb}l_m] \cdot \frac{\sqrt{l_m^2 + 16k_m^2}}{8k_m} \quad \mathbf{6.1}$$

Tabell 6.8 oppsummerer overslagene gjort med formlene til Gimsing og tilsvarende verdier fra modellene i Abaqus for de to betongkvalitetene. Verdiene hentet fra Abaqus avviker ikke i særlig grad fra overslagene gjort med formlene til Gimsing. Dette er med på å indikere at resultatene er sannsynlige og underbygger at modellene tilsvarer virkeligheten på en tilstrekkelig god måte. Spesielt positivt er det at vekten til brutårnet med B45-betong ikke skiller mer enn 11 % fra det som ble beregnet med ligning 2.1, fordi det var nettopp denne formelen som ble lagt til grunn ved skaleringen av brutårnene. Som forventet er brutårnet med B90-betong vesentlig lettere på grunn av reduksjonen av bredden og tykkelsen til tverrsnittet.

	Gimsing	Abaqus, B45	Abaqus, B90
Q <sub>pl</sub>	242,1 MN	273,3 MN	185,4 MN
T <sub>m</sub>	345,3 MN	318,9 MN	318,8 MN

**Tabell 6.8: Kontroll av tårnvekt og aksialkraft i hovedkabel.**

## 7 Diskusjon og konklusjoner

I dette kapitlet sammenlignes resultatene fra analysene som er gjort tidligere i rapporten. Brutårnene til hengebrua over Halsafjorden er dimensjonert ved bruk av B45 og B90, som beskrevet tidligere. I kapittel 7.1 sammenlignes resultatene fra analysene, ved at det oppsummeres hvor mye betong og armering som er nødvendig for de to tilfellene. I kapittel 7.2 diskuteres betydningen av betongkvaliteten, i tillegg bemerkes andre faktorer som har vært spesielt interessante i prosjektet. Til slutt kommer det noen avsluttende konklusjoner i kapittel 7.3, som beskriver i hvilken grad oppgaven gikk som planlagt og om oppgaven besvarer de spørsmål som ble stilt ved oppstart.

### 7.1 Sammenligning av resultater

Resultatene fra analysene i Abaqus og med dimensjonering i Excel ble presentert i kapittel 6.1 og 6.2. I kommende avsnitt sammenlignes disse resultatene, og eventuelle forskjeller kommenteres.

Generelt sett viser lastdiagrammene for tårnbeina at kreftene og momentene reduseres ved bruk av B90-betong. Siden B90 har høyere trykkfasthet, er veggtykkelsen i tverrsnittene redusert fra 600 mm til 450 mm. Dette gjelder både tårnbein og rigler. I tillegg viser analysene med B45 at tårnbeina er lavt utnyttet ved lastkombinasjon 3, med vind på tvers av bruas lengderetning. Derfor er det valgt å redusere bredden av tårnbeina i analysen med B90, for å optimalisere tverrsnittene i større grad enn for analysen med B45. Som en følge av disse to endringene, reduseres egenvekten til brutårnene. Dette kan observeres ved at aksialkreftene i tårnbeina er mindre i analysen med B90. For eksempel reduseres aksialkraften i bunnen av et tårnbein med 32 % for lastkombinasjon 1, med vind på langs i byggetilstand.

På grunn av redusert egenvekt i brutårnene for B90, blir andre ordens momenter mindre. Dette virker gunstig for moment om både global z-akse og global x-akse. Det største momentet om z-aksen reduseres fra 2015 MNm til 1577 MNm, det vil si 22 %. Den betydelige reduksjonen skyldes både redusert andre ordens moment, men også at bredden til tårnbeina er mindre, og vindlasten virker dermed over en mindre flate. Som følge av at momentet om global z-akse reduseres, kan lengdearmeringen reduseres tilsvarende. Dette er kun mulig fordi kreftene reduseres, det hadde ikke vært mulig å redusere armeringsmengden ved bruk av B90, uten å redusere betongtverrsnittet. Mengden av lengdearmering og indre momentarm mellom strekk- og trykkarmering er den viktigste parameteren for å motstå momentvirkning, og i de fleste tilfellene i denne analysen er flytning i strekkarmeringen dimensjonerende. Høyere betongkvalitet og trykkfasthet påvirker derfor ikke momentkapasiteten i stor grad.

Moment om global x-akse går ned fra 554 MNm til 453 MNm i mest påkjente snitt, det vil si 18 % reduksjon. Mindre andre ordens moment bidrar til dette, men vindlasten i denne retningen påvirkes ikke i særlig grad av redusert bredde av tårnbein, fordi vinden virker på de flatene som ikke forandres fra B45 til B90. Et annet mulig bidrag til redusert moment i tårnbeina er at riglene tar over en større del av momentet for B90 enn B45. Dette skyldes at når vinden virker på tvers av bruas lengderetning, virker et brutårn som en rammekonstruksjon bestående av to tårnbein og fire rigler. Siden riglene og tårnbeina er forbundet med en momentstiv forbindelse, vil den stiveste komponenten trekke til seg en større andel av totalmomentet. Siden tårnbeina har mindre stivhet med B90, mens riglene har tilnærmet uforandret stivhet, får riglene en relativt større andel av momentet med B90. Dette virker gunstig for tårnbeina, men ugunstig for riglene.

Skjærkreftene i global x-retning i tårnbeina blir mindre med B90, for eksempel reduseres maksverdien fra 13 MN til 10 MN (23 % reduksjon). Dette skyldes i hovedsak redusert vindlast som følge av mindre bredde av tverrsnittet og dermed lavere vindlast. Formfaktoren ved beregning av vindlast blir også mer gunstig i dette tilfellet. Andre ordens effekter har mer innvirkning på moment enn skjærkrefter. Skjær i global z-retning er omtrent uforandret. Det er som forventet, siden vindlasten virker over samme flate. Formfaktoren slår ugunstig ut her, men ikke nok til å øke vindlasten i vesentlig grad.

Torsjonsmomentet i tårnbeina reduseres mye. I det mest påkjente snittet går det ned fra 78 MNm til 50 MNm, omtrent 36 %. Dette skyldes at torsjonsstivheten i tårnbeina reduseres, på grunn av tynnere vegger og smalere tverrsnitt, mens andre arealmoment for riglene er omtrent det samme. Dermed tar riglene over en større andel av momentet, som tidligere forklart.

Reduksjonen av krefter og momenter i tårnbeina for B90 sammenlignet med B45 fører til at lengdearmeringen i tårnbeina kan reduseres med omlag 20 %. I tillegg reduseres betongmengden i tårnbeina med 33 %. Dette gjør at kostnadene knyttet til brutårnene sannsynligvis kan reduseres betydelig, og er den fremste fordelen med å bruke B90.

Krefter og momenter i riglene øker for de fleste lastvirkninger med B90, i motsetning til tårnbeina. Dermed er ikke utviklingen i materialforbruk like gledelig her som i tårnbeina. Veggtykkelsen i tverrsnittene reduseres fra 600 mm til 450 mm, som for tårnbeina. Grunnet større lastvirkninger i riglene, må spennarmeringen økes med 20 %. Det vil føre til økte kostnader knyttet til bygging av riglene, og er negativt ved bruk av B90.

Skjærarmeringen er den samme med B45 og B90. I begge tilfeller er skjærtrykkapasiteten i betongen begrensende. Da vil det være en fordel med B90, som har omtrent samme utnyttelse til tross for redusert veggtykkelse. Mengden skjærarmering kunne med fordel ha blitt optimalisert mer, men dette gjelder for begge betongkvalitetene. For sammenligningen mellom B45 og B90 har skjærarmeringen derfor liten betydning, fordi forholdet mellom dem ville blitt omtrent det samme. Dette gjelder både for tårnbein og rigler.

Som forventet gir den samme lastkombinasjonen det dimensjonerende tilfellet uavhengig av betongkvaliteten. Lastkombinasjonene virker såpass forskjellig at de ikke påvirkes av endringene som er gjort fra B45 til B90.

## 7.2 Betydning av betongkvalitet

Den mest vesentlige forskjellen på betongkvaliteten er at tverrsnittene får større kapasitet i trykkflensen som følge av høyere fasthet. Dette er årsaken til at betongtverrsnittene kan reduseres og at lastvirkningene avtar, som igjen fører til at lengdearmring kan spares. Betongkvaliteten i seg selv bidrar derfor ikke vesentlig til at lengdearmeringen kan reduseres, dette skyldes i hovedsak lavere andre ordens moment og vindlast.

Et spørsmål som dukker opp er om veggtykkelsen i tverrsnittet kunne vært redusert ytterligere. Den dimensjonerende fastheten til B90 er dobbelt så stor som for B45 (51,0 MPa mot 25,5 MPa). Slik sett kunne veggtykkelsen blitt halvert, fra 600 mm til 300 mm, og den samme trykkapasiteten blitt opprettholdt. Det som taler imot ytterligere reduksjon av veggtykkelsen er at det er behov for mye lengdearmring, og at det må være fysisk plass til nødvendig lengdearmring, skjærarmring og overdekning i veggene. Derfor kan det bli vanskelig å redusere veggtykkelsen ytterligere fra 450 mm. Lengdearmeringen bantes allerede sammen i snitt med mye armering, men det kan jo tenkes at det finnes smartere løsninger for plassering av armering, og at plassproblemer ikke blir begrensende for veggtykkelsen. Et annet mulig problem med å endre veggtykkelsen er at det vil påvirke skjærkapasiteten i stor grad.

En annen mulighet er å redusere høyden eller bredden av tårnbeina. Det vil redusere vindlasten på tårnbeina, men det vil også redusere andre arealmoment, og dermed momentkapasiteten til tverrsnittene. I de mest utnyttede snittene vil ikke dette være mulig, men det vil la seg gjøre der kapasiteten er lite utnyttet, spesielt fra midten av tårnbeina og oppover. Det kan være andre hensyn til at tverrsnittsdimensjonene ikke bør reduseres ytterligere. Om hver enkelt støpetappe optimaliseres, vil formen på brutårnene endres, og det vil i så fall endre mye på utseendet til brutårnene. I tillegg er det nødvendig å foreta en lokal analyse i toppen av brutårnene, ved tårnsadelen og forbindelsen til hovedkablene. Her vil det være en mer kompleks spenningsfordeling enn videre nedover i tårnbeina, som antagelig vil føre til en høyere kapasitetsutnyttelse i toppen av tårnet enn beregnet i denne oppgaven.

Det er også mulig å spennarmere tårnbeina, i tillegg til riglene. Generelt sett vil dette føre til større trykkspenninger i betongen, og tverrsnittet kan unngå opprissing selv når det blir påkjent av bøyemoment. Dette vil i teorien gjøre tverrsnittet stivere enn med kun slakkarmering. Å innføre høyere trykkspenning i betongen vil generelt sett være å foretrekke med B90-betong framfor B45-betong, fordi B90 kan håndtere høyere spenninger, og det vil derfor være effektivt å utnytte denne egenskapen.

I ferdig tilstand virker det ikke som om det er så mye å hente på å spennarmere tårnbeina. Lastvirkningene på tårnbeina er slik at det virker store trykkrefter, på grunn av høy egenvekt i brutårnene og kabelsystemet. Dette gjør at betongen i trykk er mye utnyttet, og økt trykkraft på grunn av spennarmering vil i denne sammenhengen virke ugunstig. I byggetilstanden virker mindre trykkrefter på tårnbeina, slik at strekkarmeringen er dimensjonerende i alle kritiske snitt ved bøyning i spennets lengderetning. Her vil det være interessant å undersøke muligheten for spennarmering.



Når vinden virker på tvers av bruas lengderetning, lastkombinasjon 3, vil tårnbeina og riglene motstå denne lastvirkningen som en rammekonstruksjon, som tidligere beskrevet. Når betongkvaliteten og formen på tverrsnittene endres, vil det føre til en annen distribusjon av krefter. Ved bytte til B90-betong og reduksjon av tverrsnitt i tårnbeina, får dermed riglene en høyere belastning. Det planlegges med andre ord at riglene skal være den stiveste komponenten, på grunn av mye armering, og ta hånd om en større andel av bøyemoment. Det er opp til den prosjekterende å bestemme hvordan kreftene skal fordeles mellom de enkelte komponentene, ved å bestemme armeringsmengden, og dermed stivheten til den enkelte komponenten. Derfor er det ikke opplagt at den valgte løsningen i denne oppgaven er den beste, det kan finnes en annen konfigurasjon som bedre utnytter styrkene og svakhetene til de enkelte delene.

Som en forlengelse av resonnementet om at rigelen tar over en større andel krefter og momenter, kan det diskuteres om det var lurt å redusere veggtykkelsen i riglene fra 600 mm til 450 mm. Det må vurderes om besparelsen av betong vil rettferdiggjøre økte kostnader knyttet til anskaffelse og bygging av mer spennarmering.

Det oppsto en utfordring da materialegenskaper for betong skulle bestemmes. I NS-EN 1992-1-1 (8) står det at E-modulen til B45 og B90 er henholdsvis 36 000 MPa og 44 000 MPa. Disse verdiene viser seg imidlertid å være utfordrende å oppnå i praksis, som ved forsøk. Hvis disse verdiene for E-modul hadde blitt benyttet i Abaqus-modellene, måtte tverrsnittene hatt veldig mye armering for å klare å oppnå ønsket stivhet. Det er dessuten ikke realistisk å modellere en stivhet som tverrsnittet ikke klarer å oppnå i virkeligheten. Siden det likevel ville bli opprissing og plastifisering av trykksonen, ble det iterert fram en løsning ved bruk av lamellmetoden, som beskrevet i kapittel 5.1. Den kunstig høye E-modulen fra standarden brukes heller ikke i materialkurvene for betong, fordi materialkurvene er definert ved trykkfastheten og en referansetøyning, se ligning 5.2.

Ved bruk av lamellmetoden for å dimensjonere tverrsnittene for lengdearmering, ble det valgt en startverdi på  $E = 10\,000$  MPa for B45 og  $E = 12\,000$  MPa for B90. Dette ble gjort fordi erfaringene fra dimensjoneringen med B45 viste at 10 000 MPa var lavere startverdi enn nødvendig. I tillegg skal B90-betong generelt sett være litt stivere enn B45. Den konvergente E-modulen var dessuten større enn startverdien for alle etappene, derfor ble det ikke gjort noe ureglementert ved å øke den initielle E-modulen. Lamellmetoden fungerer slik at den uansett konvergerer mot samme løsning for det samme tverrsnittet og en gitt kombinasjon av aksialkraft og moment. En initialverdi som ligger nærmere den konvergente løsningen vil derfor bare føre til at det trengs færre iterasjoner for å nå den sanne verdien.

For å vurdere hvilken betongkvalitet som gir den beste løsningen for brutårn til hengebru, må forskjellene veies opp mot hverandre og det må vurderes hva som gir den beste løsningen totalt sett. Fordelene med B90 over B45 er at betongmengden for et brutårn totalt sett (to tårnbein og fire rigler) kan reduseres med 32 %, nesten 9 000 tonn. Samtidig kan lengdearmeringen reduseres med 15 % for et brutårn, drøyt 32 000 løpemeter (kombinert Ø20, Ø25 og Ø32). Ulempene med B90 er at spennarmeringen øker med 20 %, det vil si drøyt 300 løpemeter. Dette vil medføre noe høyere kostnader knyttet til spennarmering for B90. I tillegg er det naturlig å tenke at prisen per mengdeenhet er høyere for B90 enn B45. Dette spiller også inn på totalvurderingen.

Totalt sett er det grunn til å tro at det er gunstig økonomisk å velge løsningen med B90. Grunnen til dette er at fordelene, knyttet til sparte kostnader for betong og slakkarmering, mest sannsynlig vil være større enn ulempene, knyttet til økte kostnader for spennarmering og høyere enhetspris for betongen. Fra et miljøperspektiv vil den beste løsningen helt klart være B90-betong. Muligheten for å spare mye betong og armering virker svært attraktivt, om man skal prioritere miljøhensyn.

Det bør nevnes at bredden av tverrsnittet til tårnbeina er bedre optimalisert for B90 fordi erfaringene fra B45-analysen ble brukt for å lage en best mulig løsning for B90. Resultatene som presenteres, særlig med hensyn til betongbesparelse, kan være i overkant gunstige for B90-løsningen. Om denne faktoren tas i betraktning, blir kanskje ikke resultatene så fordelaktige for B90, men tendensen vil være den samme: mindre nødvendig mengde betong og lengdearmering for B90.

### 7.3 Avsluttende konklusjoner

I denne oppgaven var målet å dimensjonere brutårn i betong til en mulig hengebru over Halsafjorden. Det innebar at en del antagelser måtte gjøres for å finne en passende geometri til hengebrua generelt og brutårnene spesielt. Det ble tatt utgangspunkt i geometrien til Hardangerbrua, og de relevante størrelsene for hengebru og brutårn ble skalert opp. Videre ble det utført analyser i Abaqus i kombinasjon med dimensjoneringsverktøy i Excel for å dimensjonere brutårnene i bruddgrensetilstand. Dette innebar å finne skalert betongtverrsnitt med utgangspunkt i Hardangerbrua og deretter bestemme nødvendig armeringsmengde.

Kapitlene er inndelt kronologisk etter rekkefølgen de ble utført. I kapittel 1 ble ferjefri E39-prosjektet introdusert sammen med generell info om hengebruer. I kapittel 2 ble relevante egenskaper til brua bestemt. I kapittel 3 og 4 ble det beskrevet hvordan henholdsvis brutårnene og hele hengebrua er modellert i Abaqus. I kapittel 5 fulgte en beskrivelse av hvordan tverrsnittene i brutårnene ble dimensjonert og kapittel 6 presenterte resultatene fra nevnte analyser. I kapittel 7 ble resultatene vurdert, og det ble utført en sammenligning av hvordan betongkvaliteten påvirker nødvendig tverrsnitt av brutårnene. I kapittel 8 presenteres noen forslag til videre arbeid.

En av utfordringene tidlig i oppgaven var hvordan skaleringen av tverrsnittene til de forskjellige konstruksjonsdelene skulle løses best mulig. Det ble bestemt at Gimsings (6) formler for mengdeanslag skulle brukes, og de viste seg å fungere godt. Kontrollene utført i kapittel 6.3 støtter opp om at formlene til Gimsing gir et godt estimat av kreftene som virker på hovedkablene. Sammenligningen mellom anslått mengde betong og reaksjonskrefter viser at skaleringen er implementert riktig. I tillegg er det en god bekreftelse på at det skalerte betongtverrsnittet, med tilpasset armering, har tilstrekkelig kapasitet til å tåle lastsituasjonene det blir utsatt for. Samtidig er kapasiteten til tverrsnittene godt utnyttet, noe som betyr at tverrsnittene ikke er overdimensjonert.

Oppgaven kommer fram til to mulige forslag til utforming av brutårn for en hengebru over Halsafjorden. Resultatene viser at det lar seg gjøre å skalere opp brutårnene til Hardangerbrua på en slik måte at de kan brukes til en enda lenger hengebru med enda større brutårn. Dette var hovedmålet med oppgaven. Videre var neste mål med oppgaven å finne ut av hvordan betongkvaliteten påvirker utformingen av brutårnene, og hvilken betongtype av B45 og B90 som ville være mest gunstig for prosjektet. Sammenligningen ble gjort ved å liste opp nødvendig materialbruk for de to mulighetene. Det viste seg at brutårnene med B90-betong kan spare betraktelige mengder betong og armering, og konklusjonen ble derfor at brutårnene med B90 vil være den mest gunstige løsningen i dette prosjektet.

## 8 Videre arbeid

I dette siste kapittelet er det samlet noen forslag til videre arbeid tilknyttet det samme prosjektet, hengebru over Halsafjorden. Forslagene har hovedsakelig dukket opp under arbeidet med denne oppgaven. Det er blitt foretatt noen forenklinger i oppgaven, fordi det ikke har vært mulig å undersøke alle aspekter i løpet av tiden som var tilgjengelig. Disse forenklingene er mulig å etterprøve om det er ønskelig. Det har også dukket opp spennende muligheter til å undersøke andre problemstillinger i løpet av arbeidet med prosjektet, som deles i kommende avsnitt.

Målet med oppgaven har vært å undersøke hvordan en mulig hengebru over Halsafjorden kan se ut, og dimensjonering av brutårnene i betong har vært prioritert. Andre viktige aspekter ved brua, som kabler, hengestenger og avstivningsbærer har ikke blitt prioritert på samme måte, og må derfor tillegges mer tid før hengebrua i denne oppgaven kan lanseres som et fullgodt forslag til hengebru over Halsafjorden.

For å finne ut hvilke laster som virker på hengebrua, er det blitt antatt noen kritiske lastsituasjoner begrenset til egenvekten av bruas konstruksjonsdeler, trafikklast over hele lengden til brua og statisk vindlast i bruas lengderetning og i bruas tverretning. Det kan med fordel bli undersøkt lastsituasjoner med bidrag fra andre lastvirkninger som for eksempel temperaturlast, svinn i materialer og ulykkeslaster. I tillegg kan analysene gjøres i et beregningsprogram som automatisk finner mest ugunstig plassering av trafikklast, for å undersøke om det i enkelte tilfeller vil finnes mer ugunstige situasjoner enn trafikklast over hele lengden til brua.

De lastvirkningene som er inkludert i denne oppgaven kommer fra den tilgjengelige bakgrunnsinformasjonen fra prosjekteringen av Hardangerbrua, i tillegg til antagelser gjort for at lastene skal passe til brua over Halsafjorden. Det er grunn til å tro at for eksempel vindlastene i Halsafjorden er forskjellige fra vindlastene i Hardangerfjorden, og analysene kan derfor undersøkes på nytt med vindlaster fra området der brua skal bygges. Dette forutsetter at det foreligger noe mer prosjekteringsgrunnlag for Halsafjorden enn det som var tilfelle under arbeidet med denne oppgaven.

Alle lastene som virker på brua i denne oppgaven er statiske. Et mulig neste steg vil være å gjøre analyser med dynamiske laster fra vind, trafikk, jordskjelv eller mulige ulykkeslaster. Det er grunn til å tro at dynamiske vindlaster vil ha stor innvirkning på hvordan avstivningsbæreren skal utformes. Kanskje fører dette til at formen på brukassen må endres, og at brukassen fra Hardangerbrua ikke kan brukes slik det er gjort i denne oppgaven.

Dimensjoneringen i denne oppgaven er basert på bruddgrensetilstand. En mulig fortsettelse på oppgaven vil kunne være å analysere brutårnene i bruksgrensetilstand for å kontrollere om brutårnene tilfredsstiller kravene som settes til deformasjoner, riss og spenningsbegrensning.

I analysene med betongkvalitet B45 er det valgt å beholde det samme skalerte tverrsnittet som Hardangerbrua, mens for B90 er tverrsnittet optimalisert i større grad. Noen aktuelle problemstillinger som går på optimalisering av brutårn er:

- Å videreføre optimaliseringen av tverrsnittene til brutårnene, med hensyn til høyde, bredde og veggtykkelsen i tårnbeina og bestemme hvordan de skal variere fra fundamentene til toppen. Tverrsnittene har for eksempel endel reservekapasitet fra midten og oppover, her kunne tverrsnittene vært optimalisert i større grad.
- Å undersøke ulike sammensetninger av stivhet i riglene kontra tårnbeina, for å finne optimal fordeling av krefter. Denne effekten ble omtalt i kapittel 7.1, og førte til at riglene måtte armeres mye for å kunne motstå de store kreftene.
- Å endre på noen av parameterne som bestemmer formen til brutårnene. Dette innebærer for eksempel helningen av tårnbeina, avstanden mellom tårnbeina, i tillegg til antall rigler og plasseringen av rigler. En helt annen mulighet vil være å endre utformingen av brutårnene, slik at det er fire tårnbein i stedet for to. Dette vil gjøre at brutårnene kan virke som en rammekonstruksjon også i bruas lengderetning.
- Å undersøke muligheten for å spennarmere tårnbein i tillegg til rigler. Hvis det lar seg gjøre med spennarmering, vil antagelig tårnbeina bli stivere og få mindre andre ordens moment. Spennarmering har dessuten behov for mindre plass enn tilsvarende slakkarmering. Hvis tårnbeina spennarmeres, finnes det kanskje en mulighet for å redusere veggtykkelsen i tverrsnittene ytterligere. Dette gjelder spesielt for B90, siden trykkfastheten er større. Det kan derfor være gunstig med spennarmering totalt sett.

En annen mulighet vil være å teste andre mulige utforminger på hengebrua. I denne oppgaven er forholdet mellom pilhøyden og lengden på spennet det samme som for Hardangerbrua, men det er ikke gitt at dette forholdet vil være det beste valget for brua over Halsafjorden. Disse faktorene vil også påvirke brutårnene, gjennom høyden på brutårnene og hvor store krefter som overføres fra hovedkablene til brutårnene.

## Referanser

1. Statens Vegvesen. Ferjefri E39 [Internett]. vegvesen.no: Statens Vegvesen; 2020 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: <https://www.vegvesen.no/vegprosjekter/ferjefriE39>.
2. Meld. St. 33 (2016 – 2017). Nasjonal transportplan 2018–2029. Oslo: Samferdselsdepartementet; 2017.
3. Hasselø JA, Gausen M. Fjord crossings. Nordic mini-seminar - Concrete structures. Oslo: Statens Vegvesen; 2019.
4. Statens Vegvesen. Illustrasjoner av Hardangerbrua [Internett]. Statens Vegvesen; 2012 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: <https://www.vegvesen.no/vegprosjekter/Hardangerbrua/Illustrasjoner>.
5. Eltvik L. Hengebruere. Forelesningsnotater. Trondheim: NTNU; 2007. s. 28.
6. Gimsing NJ, Georgakis CT. Cable Supported Bridges: Concept and Design. 3. utg: John Wiley & Sons; 2012.
7. Kyte AG. Hardangerbrua - Beregninger kapittel 1. Intern rapport om beregningsgrunnlag: Statens Vegvesen; 2008.
8. Standard Norge. Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger [Internett]. Brussel: Standard Norge; 2004 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: [standard.no](http://standard.no).
9. Zhang Y, Wang J, Ye G, Xu R. Bending Stiffness of Parallel Wire Cables Including Interfacial Slips among Wires. Journal of Structural Engineering [Internett]. 2018 [hentet 2020 28.04]; 144(10). Tilgjengelig fra: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002171](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002171).
10. Chen Z, Yu Y, Wang X, Wu X, Liu H. Experimental research on bending performance of structural cable. Construction and Building Materials [Internett]. 2015 [hentet 2020 28.04]; 96:[279-88 s.]. Tilgjengelig fra: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.08.026>.
11. Illustrasjon av frihetsgrader i Abaqus [Internett]. Elsevier; 2013 [oppdatert 14.08.2013; hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: [https://www.researchgate.net/figure/3D-beam-element-with-six-degrees-of-freedom-at-each-node-in-local-coordinates\\_fig1\\_305266791](https://www.researchgate.net/figure/3D-beam-element-with-six-degrees-of-freedom-at-each-node-in-local-coordinates_fig1_305266791).
12. MIT. Choosing a beam element [Internett]. 2020 [hentet 2020 28.04]. Guide til modellering i Abaqus. Tilgjengelig fra: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEELMRefMap/simaelm-c-beamelem.htm#simaelm-c-beamelem-t-ldquoHybridrdquoBeams-sma-topic12>.
13. Standard Norge. Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner [Internett]. Brussel: Standard Norge; 2002 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: [standard.no](http://standard.no).
14. Standard Norge. Eurokode 1: Laster på konstruksjoner. Del 1-4: Allmenne laster - Vindlaster [Internett]. Brussel: Standard Norge; 2005 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: [standard.no](http://standard.no).
15. Standard Norge. Eurokode 1: Laster på konstruksjoner. Del 2: Trafikklast på bruer [Internett]. Brussel: Standard Norge; 2003 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: [standard.no](http://standard.no).
16. Forskrift for trafikklast på bruer, ferjekaier og andre bærende konstruksjoner i det offentlige vegnettet (trafikklastforskrift for bruer m.m.). Oslo: Samferdselsdepartementet; 2017.
17. Statens Vegvesen. Teknisk brosjyre Hardangerbrua [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: [https://www.vegvesen.no/\\_attachment/113344/binary/206607?fast\\_title=Teknisk+brosjyre+Hardangerbrua%2C+bokmål+%28pdf%29](https://www.vegvesen.no/_attachment/113344/binary/206607?fast_title=Teknisk+brosjyre+Hardangerbrua%2C+bokmål+%28pdf%29).

18. MIT. Steps, increments, and iterations [Internett]. 2020 [hentet 2020 28.04]. Guide til modellering i Abaqus. Tilgjengelig fra: <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEGSARefMap/simagsa-c-nlnstepinciter.htm>.
19. Kanstad T, Døssland ÅL, Vatnar A, Mathisen AE, Brå H, Hisdal JM, et al. Fiberarmert betong i bærende konstruksjoner. Norsk betongforening. 2020;Publikasjon 38:84.
20. Sørensen SI. Betongkonstruksjoner - Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2. 2. utgave. Trondheim: Akademika forlag; 2013.
21. Abaqus Analysis Users Manual - Choosing a beam element [Internett]. Abaqus Inc; 2006 [hentet 2020 28.04]. Tilgjengelig fra: <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt06ch23s03alm07.html>.





# Vedlegg

**Vedlegg 1:** Skalering

**Vedlegg 2:** Tverrsnittsegenskaper for brutårn

**Vedlegg 3:** Kabelstivhet

**Vedlegg 4:** Vindlast



# Vedlegg 1: Skalering

## Brutårn

Fra Gimsing, side 184:

$$Q_{pl} = \frac{(g_m + p_m)l_m + Q_{cm}}{8} \left( \frac{k_m + 4k_a + b_a l_m}{k_m} + 4 \right) \left[ \exp\left(\frac{\gamma_{pl}}{f_{pld}} h_{pl}\right) - 1 \right] \quad (3.42)$$

$$t := 30.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad g := (8825 + 3075 + 764) \cdot 9.81 \cdot (10^{-3}) \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 124.23 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_m := t + g = 154.73 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$h_{pleq} := 500 \text{ m}$$

Hardangerbrua:

$$l_{m1310} := 1310 \text{ m}$$

$$l_{a1310} := 223.6 \text{ m}$$

$$h_{pl1310} := 180.5 \text{ m}$$

Halsafjord-brua:

$$l_{m2050} := 2050 \text{ m}$$

$$l_{a2050} := 350 \text{ m}$$

$$h_{pl2050} := 241 \text{ m}$$

$$Q_{pl1310} := \frac{q_m \cdot l_{m1310}}{8} \cdot \left( \frac{l_{m1310}}{l_{a1310}} + 4 \right) \left( e^{\frac{h_{pl1310}}{h_{pleq}}} - 1 \right) = (1.09 \cdot 10^5) \text{ kN}$$

$$Q_{pl2050} := \frac{q_m \cdot l_{m2050}}{8} \cdot \left( \frac{l_{m2050}}{l_{a2050}} + 4 \right) \left( e^{\frac{h_{pl2050}}{h_{pleq}}} - 1 \right) = (2.42 \cdot 10^5) \text{ kN}$$

$$\text{Arealfaktor:} \quad f_A := \frac{\frac{Q_{pl2050}}{h_{pl2050}}}{\frac{Q_{pl1310}}{h_{pl1310}}} = 1.67$$

# Vedlegg 1: Skalering

## Kabler

Fra Gimsing, side 183:

$$Q_{cm} = \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} (g_m + p_m) l_m^2 \frac{\sqrt{1 + 16 \left(\frac{k_m}{l_m}\right)^2}}{8 \frac{k_m}{l_m} - \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} l_m \sqrt{1 + 16 \left(\frac{k_m}{l_m}\right)^2}} \left[ 1 + \frac{8}{3} \left(\frac{k_m}{l_m}\right)^2 \right] \quad (3.36)$$

$$\gamma_{cb} := 78.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad q_{cm} := 182 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{cbd} := 1570 \text{ MPa}$$

Hardangerbrua:

$$k_{m1310} := 121 \text{ m}$$

$$l_{m1310} := 1310 \text{ m}$$

$$L_{1310} := 1339.2 \text{ m}$$

Halsafjord-brua:

$$k_{m2050} := 189.5 \text{ m}$$

$$l_{m2050} := 2050 \text{ m}$$

$$L_{2050} := 2095.8 \text{ m}$$

$$Q_{cm1} := \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \cdot q_{cm} \cdot l_{m1310}^2 \cdot \frac{\sqrt{1 + 16 \cdot \left(\frac{k_{m1310}}{l_{m1310}}\right)^2}}{8 \cdot \frac{k_{m1310}}{l_{m1310}} - \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \cdot l_{m1310} \cdot \sqrt{1 + 16 \cdot \left(\frac{k_{m1310}}{l_{m1310}}\right)^2}} \cdot \left(1 + \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{k_{m1310}}{l_{m1310}}\right)^2\right) = (2.54 \cdot 10^7) \text{ N}$$

$$Q_{cm2} := \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \cdot q_{cm} \cdot l_{m2050}^2 \cdot \frac{\sqrt{1 + 16 \cdot \left(\frac{k_{m2050}}{l_{m2050}}\right)^2}}{8 \cdot \frac{k_{m2050}}{l_{m2050}} - \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \cdot l_{m2050} \cdot \sqrt{1 + 16 \cdot \left(\frac{k_{m2050}}{l_{m2050}}\right)^2}} \cdot \left(1 + \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{k_{m2050}}{l_{m2050}}\right)^2\right) = (6.62 \cdot 10^7) \text{ N}$$

$$f_{kabel} := \frac{\frac{Q_{cm2}}{L_{2050}}}{\frac{Q_{cm1}}{L_{1310}}} = 1.66$$

$$A_{2050} := \pi \cdot (0.30 \text{ m})^2 \cdot f_{kabel} = 0.47 \text{ m}^2$$

$$d_{2050} := 2 \cdot \sqrt{\frac{A_{2050}}{\pi}} = 0.77 \text{ m}$$

# Vedlegg 1: Skalering

Hengestenger:

Fra Gimsing, side 183:

$$Q_{lm} = \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \int_0^{l_m} (g_m + p_m) \left[ k_m + j_m + 4k_m \frac{x}{l_m} \left( \frac{x}{l_m} - 1 \right) \right] dx = \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} (g_m + p_m) \left( j_m + \frac{k_m}{3} \right) l_m \quad (3.35)$$

Hardangerbrua:

$$j_{m1310} := 2.04 \text{ m}$$

$$n_{1310} := 65$$

$$L_{snitt1310} := 54.1 \text{ m}$$

Halsafjord-brua:

$$j_{m2050} := 4.7 \text{ m}$$

$$n_{2050} := 81$$

$$L_{snitt2050} := 67.9 \text{ m}$$

$$A_{h1310} := \pi \cdot (35 \text{ mm})^2 = (3.85 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$Q_{hm1310} := \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \cdot q_{cm} \cdot \left( j_{m1310} + \frac{k_{m1310}}{3} \right) \cdot l_{m1310} = (5.05 \cdot 10^5) \text{ N}$$

$$Q_{hm2050} := \frac{\gamma_{cb}}{f_{cbd}} \cdot q_{cm} \cdot \left( j_{m2050} + \frac{k_{m2050}}{3} \right) \cdot l_{m2050} = (1.27 \cdot 10^6) \text{ N}$$

$$f_{hengestenger} := \frac{Q_{hm2050}}{Q_{hm1310}} = 2.51$$

$$f_{Ahengestenger} := \frac{n_{1310} \cdot L_{snitt1310} \cdot f_{hengestenger}}{n_{2050} \cdot L_{snitt2050}} = 1.6$$

$$A_{h2050} := f_{Ahengestenger} \cdot A_{h1310} = (6.17 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$r_{h2050} := \sqrt[2]{\frac{A_{h2050}}{\pi}} = 44.31 \text{ mm}$$

## Vedlegg 2: Tverrsnittsegenskaper for brutårn

Etappe	Hardangerbrua		Halsafjorden B45						Halsafjorden B90					
	t = 600 mm		t = 600 mm						t = 450 mm					
	B [mm]	H [mm]	B [mm]	H [mm]	A [m <sup>2</sup> ]	Iz [m <sup>4</sup> ]	Ix [m <sup>4</sup> ]	J [m <sup>4</sup> ]	B [mm]	H [mm]	A [m <sup>2</sup> ]	Iz [m <sup>4</sup> ]	Ix [m <sup>4</sup> ]	J [m <sup>4</sup> ]
1	7051	8661	11414	14021	29,1	828	599	1043	8561	14021	19,5	524	241	503
2	6939	8441	11225	13655	28,4	768	564	975	8419	13655	19,1	486	227	471
3	6830	8228	11041	13301	27,8	712	531	912	8281	13301	18,6	451	214	441
4	6723	8020	10861	12956	27,1	660	500	853	8146	12956	18,2	418	201	413
5	6618	7818	10683	12621	26,5	612	471	798	8013	12621	17,8	388	190	386
6	6517	7623	10513	12297	25,9	569	444	747	7885	12297	17,4	360	179	362
7	6417	7433	10344	11982	25,4	528	418	699	7758	11982	17,0	334	168	339
8	6321	7249	10182	11676	24,8	490	394	654	7636	11676	16,6	311	159	318
9	6226	7071	10021	11381	24,2	455	372	613	7516	11381	16,2	289	150	298
10	6134	6899	9865	11096	23,7	423	351	574	7399	11096	15,8	268	141	280
11	6045	6734	9715	10822	23,2	394	332	539	7286	10822	15,5	250	133	263
12	5958	6574	9568	10557	22,7	367	314	506	7176	10557	15,1	233	126	247
13	5874	6420	9425	10302	22,2	342	297	475	7069	10302	14,8	217	119	232
14	5792	6271	9287	10055	21,8	319	281	446	6965	10055	14,5	202	113	219
15	5713	6129	9153	9819	21,3	298	266	420	6865	9819	14,2	189	107	206
16	5636	5993	9022	9594	20,9	278	252	395	6767	9594	13,9	177	101	194
17	5562	5863	8897	9379	20,5	261	240	373	6673	9379	13,6	166	96	183
18	5490	5738	8775	9172	20,1	244	228	352	6581	9172	13,4	155	91	173
19	5421	5620	8658	8976	19,7	230	217	333	6494	8976	13,1	146	87	164
20	5355	5508	8547	8791	19,4	216	206	315	6410	8791	12,9	137	83	156
21	5290	5401	8436	8613	19,0	204	197	299	6327	8613	12,6	129	79	148
22	5229	5301	8333	8448	18,7	192	188	284	6250	8448	12,4	122	76	140
23	5170	5206	8233	8291	18,4	182	180	270	6175	8291	12,2	116	72	134
24	5113	5117	8137	8143	18,1	173	172	257	6103	8143	12,0	110	69	128
25	5059	5035	8046	8007	17,8	164	166	246	6034	8007	11,8	105	66	122
26	5007	4958	7958	7880	17,6	157	159	235	5968	7880	11,7	100	64	117
27	4958	4887	7875	7762	17,3	150	153	226	5906	7762	11,5	95	62	112
28	4911	4822	7796	7654	17,1	144	148	217	5847	7654	11,3	91	59	108
29	4867	4763	7722	7557	16,9	138	143	209	5791	7557	11,2	88	57	104
30	4826	4710	7653	7469	16,7	133	139	202	5739	7469	11,1	85	56	101
31	4786	4663	7585	7390	16,5	129	134	196	5689	7390	11,0	82	54	98
32	4750	4622	7525	7322	16,4	125	131	191	5644	7322	10,9	80	53	95
33	4716	4587	7468	7264	16,2	122	128	186	5601	7264	10,8	78	51	93
34	4684	4558	7415	7215	16,1	119	125	182	5561	7215	10,7	76	50	91
35	4655	4535	7367	7177	16,0	117	122	178	5525	7177	10,6	75	49	89
36	4628	4517	7322	7146	15,9	115	120	175	5491	7146	10,6	74	48	87
37	4604	4506	7282	7127	15,9	114	118	173	5462	7127	10,5	73	48	86
38	4583	4501	7248	7118	15,8	113	117	171	5436	7118	10,5	73	47	85
39	4564	4500	7217	7116	15,8	113	116	170	5413	7116	10,5	72	46	85
40	4547	4500	7189	7115	15,7	113	114	169	5392	7115	10,4	72	46	84
41	4533	4500	7167	7114	15,7	112	114	168	5375	7114	10,4	72	46	84
42	4521	4500	7147	7114	15,7	112	113	167	5360	7114	10,4	72	45	83
43	4512	4500	7133	7114	15,7	112	112	167	5349	7114	10,4	72	45	83
44	4506	4500	7123	7113	15,6	112	112	166	5342	7113	10,4	71	45	83
45	4500	4500	7113	7113	15,6	111	111	166	5335	7113	10,4	71	45	83

## Vedlegg 2: Tverrsnittsegenskaper for brutårn

Rigler	Halsafjorden B45						Halsafjorden B90					
	t = 600 mm						t = 450 mm					
	B [mm]	H [mm]	A [m <sup>2</sup> ]	I <sub>x</sub> [m <sup>4</sup> ]	I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ]	J [m <sup>4</sup> ]	B [mm]	H [mm]	A [m <sup>2</sup> ]	I <sub>x</sub> [m <sup>4</sup> ]	I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ]	J [m <sup>4</sup> ]
Planumsrigel	6567	7500	15,4	119	96	158	6567	7500	11,9	95	69	127
Nedre midtrigel	4789	8600	14,6	133	50	111	4789	8600	11,2	106	25	90
Øvre midtrigel	4789	8600	14,6	133	50	111	4789	8600	11,2	106	25	90
Topprigel	4000	6000	10,6	46	23	46	4000	6000	8,2	38	14	38

# Vedlegg 3: Kabelstivhet

24.05.20 18:12 C:\Users\pet...\KabelstivhetHalsafjorden.m 1 of 1

```
function KabelstivhetHalsafjorden
strand_diameter=5.3; %Diameter på kabeltråder [mm]
strand_number=16624; %Antall kabeltråder
sig=652; %Gjennomsnittelig spenning i kabeltrådene [N/mm^2]
L=2095800; %Lengde på kabel [mm]
E=200000; %Elastitetsmodul, kabel [N/mm^2]
h=4.99; %Teoretisk høyde pr lag [mm]
n=155; %Antall lag
slip_number = 77; %Antall kontaktflater pr side av midterste lag
j=1;
for i=69:146
    Lag(j)=i;
    A_lag(j) = pi * (strand_diameter / 2)^2 * Lag(j);
    b_lag(j) = A_lag(j) / h;
    I(j)=1/12 * b_lag(j) * h^3;
    Imax(j) = 1/12 * h^3 * b_lag(j) + A_lag(j) * ((slip_number -j +1)*h)^2;
    j=j+1;
end
EImin =E * (2 * sum(I) - I(end))
EA0 =E * (2 * sum(A_lag) - A_lag(end));
EImax =E * (2 * sum(Imax) - Imax(end))
F=sig*EA0/E;
k=7*sig+50;
EI(1) = E*I(1);
EA(1) = E*A_lag(1);
S(1)=EA(1)*h*slip_number/E;
y(1)=1;
y0=0;
for i=1:1:slip_number
    EI(i+1)=E*I(i+1);
    EA(i+1)=E*A_lag(i+1);
    R(i)=(k*(1/EA(i)+1/EA(i+1)+h^2/(EI(i)+EI(i+1))))^0.5*L;
    S(i+1)=S(i)+EA(i+1)*h*(slip_number-i)/E;
    y(i)=S(i)/S(1)-S(i)/S(1)*exp(-R(i));
    y0=y0+2*y(i);
end
alpha2=((n-1)*k*h^2)/EImin+2*k/(EA(1)*y0);
beta2=2*k*EImax/(EA(1)*EImin*y0);
alpha0=power(F/EImax,0.5);
rangta1=((alpha2+F/EImin+((alpha2+F/EImin)^2-4*beta2*F/EImax)^0.5)/2)^0.5;
rangta2=((alpha2+F/EImin-((alpha2+F/EImin)^2-4*beta2*F/EImax)^0.5)/2)^0.5;
taoP=(L/(4*F)+(F/EImin-rangta2^2)*tanh(rangta1*L/2)/(2*F*rangta1*(rangta2^2-
rangta1^2))...
-(F/EImin-rangta1^2)*tanh(rangta2*L/2)/(2*F*rangta2*(rangta2^2-rangta1^2)))/...
(L/(4*F)-tanh(alpha0*L/2)/(2*F* alpha0));
EIP=EImax/taoP
```



# Vedlegg 4: Vindlast

Ved beregning av vindlast inkluderes kun statisk vindlast i form av kortvarig toppverdi for vindhastighet,  $v_{kast}$ . Vindlasten beregnes etter metode gitt i "Hardangerbrua Beregninger Kapittel 1: Grunnlag"

Følgende lasttilfeller inkluderes:

- 1) Vind langs spenn i byggefase
- 2) Vind langs spenn i ferdig tilstand
- 3) Vind på tvers av spenn i ferdig tilstand

Det er gjort følgende forenklinger:

- Ser på kastvindhastighet hver 25.meter, begynner på 50 meter
- Antar konservativt sannsynlighetsfaktor  $c_{san}=1$  både på langs og på tvers av spennet

$$z := \begin{bmatrix} 50 \\ 75 \\ 100 \\ 125 \\ 150 \\ 175 \\ 200 \\ 225 \\ 250 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$c_{ret\_la} := 0.8 \quad c_{ret\_tv} := 1 \quad c_{ars} := 1 \quad c_{san} := 1 \quad v_{ref} := 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{b\_la} := c_{ret\_la} \cdot c_{ars} \cdot c_{san} \cdot v_{ref} = 20.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_{b\_tv} := c_{ret\_tv} \cdot c_{ars} \cdot c_{san} \cdot v_{ref} = 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k_{T\_la} := 0.19 \quad k_{T\_tv} := 0.17$$

$$z_{0\_la} := 0.05 \text{ m} \quad z_{0\_tv} := 0.01 \text{ m}$$

$$c_{r\_la} := k_{T\_la} \cdot \ln\left(\frac{z}{z_{0\_la}}\right) \quad c_{r\_tv} := k_{T\_tv} \cdot \ln\left(\frac{z}{z_{0\_tv}}\right)$$

$$v_{s\_la} := c_{r\_la} \cdot v_{b\_la} \quad v_{s\_tv} := c_{r\_tv} \cdot v_{b\_tv}$$

$$k_p := 3.5$$

$$c_{tt\_la} := 1.4 \quad c_{tt\_tv} := 1.2$$

$$I_{u\_la} := \frac{c_{tt\_la}}{\ln\left(\frac{z}{z_{0\_la}}\right)} \quad I_{u\_tv} := \frac{c_{tt\_tv}}{\ln\left(\frac{z}{z_{0\_tv}}\right)}$$

$$v_{kast\_la} := v_{s\_la} \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_{u\_la}} \quad v_{kast\_tv} := v_{s\_tv} \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_{u\_tv}}$$

# Vedlegg 4: Vindlast

Vindlast på tvers av avstivningsbærer, antar høyde  $z=50$  m

$$\rho := 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$q_{50} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_tv}(0)^2 = 1.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$H := 3.33 \text{ m}$$

$$L := 2050 \text{ m}$$

$$C_{D\_girder} := 0.854 \quad \text{Antar upstream og inkluderer 6\% økning pga hengestenger}$$

$$F_{D\_girder} := C_{D\_girder} \cdot q_{50} \cdot H = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Halvparten av kraften går til hver kabel og halvparten til hver ende av spennet.  
Gir følgende kraft i toppen av hvert tårnbein:

$$F_{girder} := F_{D\_girder} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2.6 \text{ MN}$$

$$F_{girder\_d} := F_{girder} \cdot 1.6 = 4.1 \text{ MN} \quad \text{Inkludert lastfaktor}$$

Vindlast på tvers av hovedkabler, antar gjennomsnittlig høyde på kabel  $z=125$  m

$$q_{125} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_tv}(3)^2 = 2.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\emptyset := 0.79 \text{ m} \quad \text{Ytre diameter inkludert beskyttelse}$$

$$L_{kabel} := 2095.8 \text{ m}$$

$$C_{D\_kabel} := 1.0 \quad \text{Inkluderer 15\% økning pga hengestenger og avrundet konservativt}$$

$$F_{D\_kabel} := C_{D\_kabel} \cdot q_{125} \cdot \emptyset = 1.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Halvparten av kraften går til hver kabel og halvparten til hver ende av spennet.  
Gir følgende kraft i toppen av hvert tårnbein:

$$F_{kabel} := F_{D\_kabel} \cdot \frac{L_{kabel}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0.9 \text{ MN}$$

$$F_{kabel\_d} := F_{kabel} \cdot 1.6 = 1.4 \text{ MN} \quad \text{Inkludert lastfaktor}$$

# Vedlegg 4: Vindlast

Vindlast på tårn, ferdig tilstand B45

Finner horisontal linjelast langs høyden på tårnet med gjennomsnittlig verdi for hver 25. meter i vertikalretning

Krafftfaktor  $C_{D\_tårn}$  for brutårn beregnes i henhold til NS 1991-1-4 pkt. 7.6.

Beregningene er gjort i Excel. Det er antatt konstant kvadratisk tverrsnitt på tårn fra 236 - 256 m.

$$C_{D\_tårn\_la} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!I16:I24"})$$

$$C_{D\_tårn\_tv} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!L16:L24"})$$

$$B_{snitt\_la} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!G3:G11"}) \text{ mm}$$

$$B_{snitt\_tv} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!H3:H11"}) \text{ mm}$$

$$q_{la} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}^2 \quad q_{tv} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_tv}^2$$

$$f_{la\_d} := \overrightarrow{C_{D\_tårn\_la} \cdot q_{la} \cdot B_{snitt\_la} \cdot 1.12} = \begin{bmatrix} 24.8 \\ 24.1 \\ 24.2 \\ 23.9 \\ 23.6 \\ 23.3 \\ 23.2 \\ 23.1 \\ 23.2 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ For høyde: } \begin{bmatrix} 0 - 50 \\ 50 - 75 \\ 75 - 100 \\ 100 - 125 \\ 125 - 150 \\ 150 - 175 \\ 175 - 200 \\ 200 - 225 \\ 225 - 256 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$f_{tv\_d} := \overrightarrow{C_{D\_tårn\_tv} \cdot q_{tv} \cdot B_{snitt\_tv} \cdot 1.6} = \begin{bmatrix} 71.7 \\ 60.5 \\ 56.8 \\ 53 \\ 50.4 \\ 49.1 \\ 48.6 \\ 49.2 \\ 49.9 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ For høyde: } \begin{bmatrix} 0 - 50 \\ 50 - 75 \\ 75 - 100 \\ 100 - 125 \\ 125 - 150 \\ 150 - 175 \\ 175 - 200 \\ 200 - 225 \\ 225 - 256 \end{bmatrix} \text{ m}$$

# Vedlegg 4: Vindlast

Vindlast på tårn, ferdig tilstand B90

Finner horisontal linjelast langs høyden på tårnet med gjennomsnittlig verdi for hver 25. meter i vertikalretning

Krafftfaktor  $C_{D\_tårn}$  for brutårn beregnes i henhold til NS 1991-1-4 pkt. 7.6.

Beregningene er gjort i Excel. Det er antatt konstant kvadratisk tverrsnitt på tårn fra 236 - 256 m.

$$C_{D\_tårn\_la} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn B90!I16:I24"})$$

$$C_{D\_tårn\_tv} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn B90!L16:L24"})$$

$$B_{snitt\_la} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn B90!G3:G11"}) \text{ mm}$$

$$B_{snitt\_tv} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tårngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn B90!H3:H11"}) \text{ mm}$$

$$q_{la} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}^2 \quad q_{tv} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_tv}^2$$

$$f_{la\_d} := \overrightarrow{C_{D\_tårn\_la} \cdot q_{la} \cdot B_{snitt\_la} \cdot 1.12} = \begin{bmatrix} 16.8 \\ 17.2 \\ 17.1 \\ 16.8 \\ 16.6 \\ 16.4 \\ 16.3 \\ 16.2 \\ 16.3 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ For høyde: } \begin{bmatrix} 0 - 50 \\ 50 - 75 \\ 75 - 100 \\ 100 - 125 \\ 125 - 150 \\ 150 - 175 \\ 175 - 200 \\ 200 - 225 \\ 225 - 256 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$f_{tv\_d} := \overrightarrow{C_{D\_tårn\_tv} \cdot q_{tv} \cdot B_{snitt\_tv} \cdot 1.6} = \begin{bmatrix} 77.2 \\ 67.5 \\ 64 \\ 60 \\ 56.9 \\ 55.4 \\ 54.9 \\ 55.5 \\ 56.4 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ For høyde: } \begin{bmatrix} 0 - 50 \\ 50 - 75 \\ 75 - 100 \\ 100 - 125 \\ 125 - 150 \\ 150 - 175 \\ 175 - 200 \\ 200 - 225 \\ 225 - 256 \end{bmatrix} \text{ m}$$

# Vedlegg 4: Vindlast

## Vindlast på tårn, byggetilstand B45

Finner horisontal linjelast langs høyden på tårnet med gjennomsnittlig verdi for hver 25. meter i vertikalretning

Kraftfaktor  $C_{D\_tårn}$  for brutårn beregnes i henhold til NS 1991-1-4 pkt. 7.6.

Beregningene er gjort i Excel. Det er antatt konstant kvadratisk tverrsnitt på tårn fra 236 - 256 m og inkludert forskaling utstikkende 1,5 m fra hver side de øverste 18 meter.

$$C_{D\_bygg\_la} := \text{READExcel}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!Q3:Q11"})$$

$$B_{snitt\_bygg\_la} := \text{READExcel}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!P3:P11"}) \text{ mm}$$

$$q_{la} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}^2$$

$$f_{bygg\_tårn\_la} := \overrightarrow{C_{D\_bygg\_la} \cdot q_{la} \cdot B_{snitt\_bygg\_la}}$$

Tillegg for kran og heis. Antar konservativt 0 - 256 meter

$$B_{kran} := 1.9 \text{ m} \quad B_{heis} := 1.9 \text{ m} \quad B_{tillegg} := B_{kran} + B_{heis} = 3.8 \text{ m}$$

$$f_{tillegg} := B_{tillegg} \cdot q_{la}$$

$$f_{bygg\_d} := (f_{bygg\_tårn\_la} + f_{tillegg}) \cdot 1.6 = \begin{matrix} 42.3 \\ 41.9 \\ 42.4 \\ 42.4 \\ 42.2 \\ 42 \\ 42 \\ 42.2 \\ 50.6 \end{matrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} \text{ For høyde: } \begin{matrix} 0 - 50 \\ 50 - 75 \\ 75 - 100 \\ 100 - 125 \\ 125 - 150 \\ 150 - 175 \\ 175 - 200 \\ 200 - 225 \\ 225 - 256 \end{matrix} \text{ m}$$

Tillegg for krantopp

$$A_{krantopp} := 40 \text{ m}^2$$

$$F_{krantopp\_d} := 0.5 \cdot A_{krantopp} \cdot q_{la}(8) \cdot 1.6 = 48.7 \text{ kN} \text{ I toppunktet på hvert tårnbein}$$

# Vedlegg 4: Vindlast

Vindlast på tårn, byggetilstand B90

Finner horisontal linjelast langs høyden på tårnet med gjennomsnittlig verdi for hver 25. meter i vertikalretning

Kraftfaktor  $C_{D\_tårn}$  for brutårn beregnes i henhold til NS 1991-1-4 pkt. 7.6.

Beregningene er gjort i Excel. Det er antatt konstant kvadratisk tverrsnitt på tårn fra 236 - 256 m og inkludert forskaling utstikkende 1,5 m fra hver side de øverste 18 meter.

$$C_{D\_bygg\_la} := \text{READExcel}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn B90!Q3:Q11"})$$

$$B_{snitt\_bygg\_la} := \text{READExcel}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn B90!P3:P11"}) \text{ mm}$$

$$q_{la} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}^2$$

$$f_{bygg\_tårn\_la} := \overrightarrow{C_{D\_bygg\_la} \cdot q_{la} \cdot B_{snitt\_bygg\_la}}$$

Tillegg for kran og heis. Antar konservativt 0 - 256 meter

$$B_{kran} := 1.9 \text{ m} \quad B_{heis} := 1.9 \text{ m} \quad B_{tillegg} := B_{kran} + B_{heis} = 3.8 \text{ m}$$

$$f_{tillegg} := B_{tillegg} \cdot q_{la}$$

$$f_{bygg\_d} := (f_{bygg\_tårn\_la} + f_{tillegg}) \cdot 1.6 = \begin{bmatrix} 30.9 \\ 32 \\ 32.2 \\ 32.2 \\ 32.2 \\ 32.1 \\ 32.1 \\ 32.3 \\ 40.2 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{For høyde:} \begin{bmatrix} 0 - 50 \\ 50 - 75 \\ 75 - 100 \\ 100 - 125 \\ 125 - 150 \\ 150 - 175 \\ 175 - 200 \\ 200 - 225 \\ 225 - 256 \end{bmatrix} \text{ m}$$

Tillegg for krantopp

$$A_{krantopp} := 40 \text{ m}^2$$

$$F_{krantopp\_d} := 0.5 \cdot A_{krantopp} \cdot q_{la}(8) \cdot 1.6 = 48.7 \text{ kN} \text{ I toppunktet på hvert tårnbein}$$

# Vedlegg 4: Vindlast

Vindlast på rigler. Gjelder både ferdig- og byggetilstand

Finner horisontal linjelast langs lengden av rigelen.

Kraeffaktor  $C_D$  for rigel beregnes i henhold til NS 1991-1-4 pkt. 7.6. Beregningene er gjort i Excel.

$$C_{D\_planumsrigel} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!O29:O29"})$$

$$C_{D\_midtrigel} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!O30:O30"})$$

$$C_{D\_topprigel} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!O32:O32"})$$

$$H_{planumsrigel} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!I29:I29"}) \text{ mm}$$

$$H_{midtrigel} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!I30:I30"}) \text{ mm}$$

$$H_{topprigel} := \text{READEXCEL}(\text{".\Tarngeometri.xlsx"}, \text{"Vindlast på tårn!I32:I32"}) \text{ mm}$$

$$q_{planums} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}(0)^2$$

$$q_{midt\_1} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}(3)^2$$

$$q_{midt\_2} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}(5)^2$$

$$q_{topp} := 0.5 \cdot \rho \cdot v_{kast\_la}(8)^2$$

Ferdigtilstand:

$$f_{planums\_ferdig\_d} := q_{planums} \cdot C_{D\_planumsrigel} \cdot H_{planumsrigel} \cdot 1.12 = 19.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{midt\_ferdig\_1\_d} := q_{midt\_1} \cdot C_{D\_midtrigel} \cdot H_{midtrigel} \cdot 1.12 = 26.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{midt\_ferdig\_2\_d} := q_{midt\_2} \cdot C_{D\_midtrigel} \cdot H_{midtrigel} \cdot 1.12 = 28.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{topp\_ferdig\_d} := q_{topp} \cdot C_{D\_topprigel} \cdot H_{topprigel} \cdot 1.12 = 21.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Byggetilstand:

$$f_{planums\_bygg\_d} := q_{planums} \cdot C_{D\_planumsrigel} \cdot H_{planumsrigel} \cdot 1.6 = 27.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{midt\_bygg\_1\_d} := q_{midt\_1} \cdot C_{D\_midtrigel} \cdot H_{midtrigel} \cdot 1.6 = 37.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{midt\_bygg\_2\_d} := q_{midt\_2} \cdot C_{D\_midtrigel} \cdot H_{midtrigel} \cdot 1.6 = 40.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f_{topp\_bygg\_d} := q_{topp} \cdot C_{D\_topprigel} \cdot H_{topprigel} \cdot 1.6 = 31.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

