

# Forord

Denne masteroppgaven er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet i finansiell økonomi ved Institutt for samfunnsøkonomi, NTNU. Vi vil rette en stor takk til vår veileder, professor Snorre Lindset, for svært god veiledning og verdifulle tilbakemeldinger. Vi vil også takke Torgeir Kråkenes for god hjelp med L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Masteroppgaven er i sin helhet et felles arbeid utført av Eugenia Anderssen og Oda Elgshøen.

Mai 2014,

Eugenia Anderssen og Oda Elgshøen.

# Innhold

<b>1</b>	<b>Introduksjon</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Implisitt volatilitet og verdsettelse av opsjoner</b>	<b>3</b>
2.1	Grunnleggende forutsetninger . . . . .	3
2.1.1	Parameterpresentasjon . . . . .	4
2.2	Black og Scholes (1973) . . . . .	4
2.3	Opsjoner på opsjoner . . . . .	5
2.4	Barriereopsjoner . . . . .	6
2.5	Implisitt volatilitet . . . . .	7
2.5.1	Definisjon av implisitt volatilitet . . . . .	7
2.5.2	Når utøvelseskurs varierer: volatilitetsskjevhet . . . . .	7
2.5.3	Mulige årsaker til negativ skjevhet i implisitt volatilitet . . . . .	8
2.5.4	Estimering av implisitt volatilitet . . . . .	8
2.5.5	Implisitt volatilitetsoverflate . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Økonomiske modeller</b>	<b>10</b>
3.1	Modeller med ulik gjeldsstruktur . . . . .	10
3.1.1	Merton (1974) . . . . .	10
3.1.2	Leland (1994) . . . . .	12
3.1.3	Leland og Toft (1996) . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Fremgangsmåte</b>	<b>16</b>
4.1	Merton (1974) . . . . .	16
4.1.1	Estimering av implisitt volatilitet for Merton (1974) . . . . .	16
4.1.2	Parameterfastsettelse . . . . .	17
4.2	Leland (1994) . . . . .	18
4.2.1	Estimering av implisitt volatilitet for Leland (1994) . . . . .	18
4.2.2	Parameterfastsettelse . . . . .	19
4.3	Leland og Toft (1996) . . . . .	20
4.3.1	Estimering av implisitt volatilitet for Leland og Toft (1996) . . . . .	20
4.3.2	Parameterfastsettelse . . . . .	20

4.4	Valg av antall simuleringer og delperioder . . . . .	20
4.5	Sammenligning av kjøpsopsjonsverdier estimert ved hjelp av Toft og Prucyk (1997) og Monte Carlo simulering . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Resultater og tolkning</b>	<b>24</b>
5.1	Merton (1974): Resultater og tolkning . . . . .	24
5.1.1	Introduksjon . . . . .	24
5.1.2	Risikofri rente, $r$ . . . . .	25
5.1.3	Obligasjonens løpetid, $t_2$ . . . . .	26
5.1.4	Volatilitet, $\sigma$ . . . . .	27
5.1.5	Pålydende, $K$ . . . . .	27
5.1.6	Moneyness og skjevhet. . . . .	27
5.1.7	Oppsummering og kritikk . . . . .	28
5.2	Leland (1994): Resultater og tolkning . . . . .	29
5.2.1	Introduksjon til Leland (1996) og sammenligning med Merton (1974)	29
5.2.2	Kupongutbetalinger, $C$ . . . . .	32
5.2.3	Rentenivå, $r$ . . . . .	32
5.2.4	Parameteret $\alpha$ . . . . .	33
5.2.5	Volatilitet, $\sigma$ . . . . .	33
5.2.6	Skattesats, $\tau$ . . . . .	34
5.2.7	Oppsummering og kritikk . . . . .	34
5.3	Leland og Toft (1996): Resultater og tolkning . . . . .	37
5.3.1	Introduksjon til Leland og Toft (1996) og sammenligning med Leland (1994) . . . . .	37
5.3.2	Kupongutbetalinger, $C$ . . . . .	40
5.3.3	Rentenivå, $r$ . . . . .	40
5.3.4	Parameteret $\alpha$ . . . . .	40
5.3.5	Volatilitet, $\sigma$ . . . . .	41
5.3.6	Skattesats, $\tau$ . . . . .	42
5.3.7	Pålydende, $K$ . . . . .	42
5.3.8	Oppsummering og kritikk . . . . .	42
5.4	Fordeling til standardiserte egenkapitalverdier . . . . .	43
5.5	Utvidelse: Sammenligning av implisitte volatilitetsoverflater for CEV-modellen og modellen til Merton . . . . .	45
<b>6</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>47</b>
	<b>Litteraturliste</b>	<b>50</b>
	<b>Tillegg</b>	<b>52</b>

<b>A Teori</b>	<b>53</b>
A.1 Monte Carlo simulering . . . . .	53
A.2 Toft og Prucyk (1997) . . . . .	54
<b>B Koder i Matlab</b>	<b>56</b>
B.1 Koden for estimering av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Merton (1974)	56
B.2 Koden for estimering av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Leland (1994)	57
B.3 Koden for estimering av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Leland og Toft (1996) . . . . .	59
B.4 Koden for estimering av implisitt volatilitet basert på Newton-Raphson- metoden . . . . .	61
<b>C Kjøpsopsjoner og implisitt volatilitet for Merton (1974)</b>	<b>63</b>
<b>D Kjøpsopsjoner og implisitt volatilitet for Leland (1994)</b>	<b>69</b>
<b>E Kjøpsopsjoner og implisitt volatilitet for Leland og Toft (1996)</b>	<b>77</b>
<b>F Andre tabeller</b>	<b>84</b>

# Tabeller

4.1	Oversikt over parameterverdier benyttet for Merton (1974). . . . .	17
4.2	Oversikt over parameterverdier benyttet for Leland (1994). . . . .	19
4.3	Oversikt over parameterverdier benyttet for Leland og Toft (1996). . . . .	20
4.4	Kjøpsopsjonsverdier med tilhørende standardfeil og implisitt volatilitet for et ulikt antall simuleringer og delperioder. . . . .	21
4.5	Kjøpsopsjonsverdier for benchmarktilfellet for Leland (1994) estimert ved hjelp av Monte Carlo simulering. . . . .	22
4.6	Kjøpsopsjonsverdier beregnet ved hjelp av formelen til Toft og Prucyk (1997). . . . .	22
4.7	Konfidensintervaller for estimerte opsjonsverdier i benchmarktilfellet for Leland (1994). . . . .	22
5.1	Nøkkeltall for ulike parameterverdier basert på Merton (1974). . . . .	25
5.2	Egenkapitalverdier og “moneyness” for de ulike tilfellene for Merton (1974). . . . .	28
5.3	Effekten av endringer i parameterverdier på ulike nøkkelstørrelser for Merton-modellen. . . . .	28
5.4	Endringer i implisitt volatilitet for Merton (1974) og Leland (1994) med fokus på utøvelseskurs. . . . .	30
5.5	Endringer i implisitt volatilitet for Merton (1974) og Leland (1994) med fokus på tid til forfall. . . . .	31
5.6	Nøkkeltall for ulike parameterverdier basert på Leland (1994). . . . .	31
5.7	Effekten av endringer i parameterverdier på ulike nøkkelstørrelser for Leland-modellen. . . . .	35
5.8	$EV_0$ , $DV_0$ , $VB$ og $F(1)$ for ulik $t_2$ . . . . .	38
5.9	Nøkkeltall for ulike parameterverdier basert på Leland og Toft (1996). . . . .	39
5.10	Effekten av endringer i parameterverdier på ulike nøkkelstørrelser for modellen til Leland og Toft. . . . .	42
C.1	Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellet for Merton (1974). . . . .	63
C.2	Implisitt volatilitet for benchmarktilfellet for Merton (1974). . . . .	64
C.3	Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med lavere rente for Merton (1974). . . . .	64
C.4	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere rente for Merton (1974). . . . .	65

C.5	Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med høyere $t_2$ for Merton (1974). . . . .	65
C.6	Implisitt volatilitet for tilfellet med høyere $t_2$ for Merton (1974). . . . .	66
C.7	Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med lavere $\sigma$ for Merton (1974). . . . .	66
C.8	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $\sigma$ for Merton (1974). . . . .	67
C.9	Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med lavere $K$ for Merton (1974). . . . .	67
C.10	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $K$ for Merton (1974). . . . .	68
D.1	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for benchmarktilfellet for Leland (1994). . . . .	70
D.2	Implisitt volatilitet for benchmarktilfellet for Leland (1994). . . . .	71
D.3	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med høyere $C$ for Leland (1994) . . . . .	71
D.4	Implisitt volatilitet for tilfellet med høyere $C$ for Leland (1994). . . . .	72
D.5	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $r$ for Leland (1994). . . . .	72
D.6	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $r$ for Leland (1994). . . . .	73
D.7	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $\alpha$ for Leland (1994). . . . .	73
D.8	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $\alpha$ for Leland (1994). . . . .	74
D.9	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $\sigma$ for Leland (1994). . . . .	74
D.10	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $\sigma$ for Leland (1994). . . . .	75
D.11	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $\tau$ basert på Leland (1994). . . . .	75
D.12	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $\tau$ for Leland (1994). . . . .	76
E.1	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for benchmarktilfellet for Leland og Toft (1996). . . . .	77
E.2	Implisitt volatilitet for benchmarktilfellet for Leland og Toft (1996). . . . .	78
E.3	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med høyere $C$ for Leland og Toft (1996). . . . .	78
E.4	Implisitt volatilitet for tilfellet med høyere $C$ for Leland og Toft (1996). . . . .	79
E.5	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $r$ for Leland og Toft (1996). . . . .	79
E.6	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $r$ for Leland og Toft (1996). . . . .	80
E.7	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $\alpha$ for Leland og Toft (1996). . . . .	80

E.8	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $\alpha$ for Leland og Toft (1996). . .	81
E.9	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $\sigma$ for Leland og Toft (1996). . . . .	82
E.10	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $\sigma$ for Leland og Toft (1996). . .	82
E.11	Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere $K$ for Leland og Toft (1996). . . . .	83
E.12	Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere $K$ for Leland og Toft (1996). . .	83
F.1	Estimerte kjøpsopsjonsverdier for ulike $t_2$ . . . . .	84
F.2	Implisitt volatilitet for ulike $t_2$ . . . . .	85
F.3	Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellet beregnet ved hjelp av formelen til Toft og Prucyk (1997). . . . .	85
F.4	Kjøpsopsjonsverdier gitt $K=0$ for Merton-modellen. . . . .	86
F.5	Implisitt volatilitet for kjøpsopsjoner på egenkapital til selskapet IBM. . . .	86

# Figurer

1.1	Implisitte volatilitetsoverflater for Black-Scholes-modellen og selskapet IBM.	1
3.1	Illustrasjon av Merton-modellen.	10
5.1	Implisitte volatilitetsoverflater for Black og Scholes (1973) og Merton (1974), samt for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $r$ for Merton (1974).	24
5.2	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med høyere $t_2$ , samt for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $\sigma$ for Merton (1974).	26
5.3	Implisitt volatilitet for ulike parametersett for $t_1 = 1$ , samt implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $K$ for Merton (1974).	27
5.4	Implisitte volatilitetsoverflater og kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellene for henholdsvis Merton (1974) og Leland (1994).	29
5.5	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med høy $C$ , samt for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $r$ for Leland (1994).	32
5.6	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $\alpha$ for Leland (1994).	33
5.7	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $\sigma$ , samt for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $\tau$ for Leland (1994).	34
5.8	Implisitt volatilitet for ulike kuponger og ulike skattesatser for Leland (1994).	35
5.9	Implisitt volatilitet for ulike parametersett for $t_1 = 1$ for Leland (1994).	35
5.10	Implisitt volatilitet og kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellet for Leland (1994) og Leland og Toft (1996).	37
5.11	Illustrasjon av konvergens når $t_2$ øker.	37
5.12	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med høyere $C$ for Leland og Toft (1996).	40
5.13	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $r$ , samt for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $\alpha$ for Leland og Toft (1996).	41
5.14	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $\sigma$ , samt for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere $K$ for Leland og Toft (1996).	41

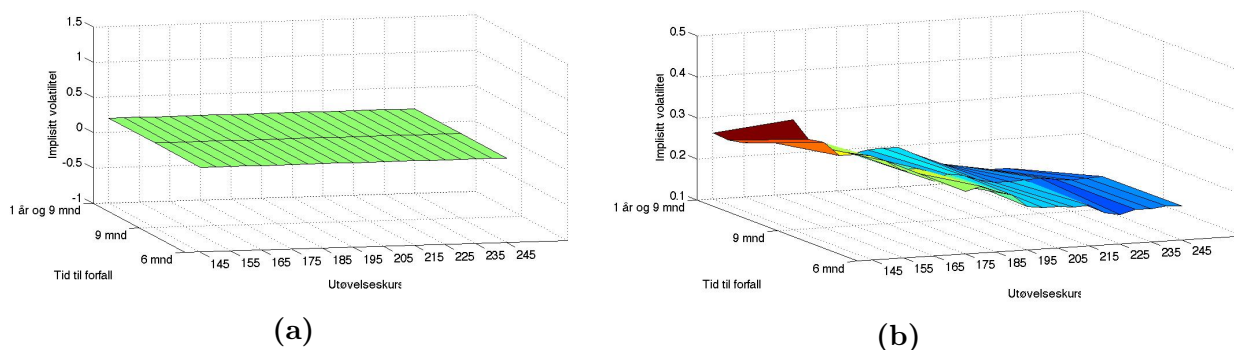


5.15	Fordelinger til standardiserte egenkapitalverdier. . . . .	44
5.16	Implisitte volatilitetsoverflater for CEV og Merton (1974). . . . .	46
6.1	Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellene for Black og Scholes (1973), Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996) . . . . .	47
D.1	Implisitt volatilitetsoverflate for tilfellet med $\tau=0,1$ % med steg på 5 for $X$ . . . . .	69

# Kapittel 1

## Introduksjon

Black-Scholes-formelen fra 1973 baserer seg på forutsetningen om at underliggendes volatilitet er konstant. Opsjonens implisitte volatilitet er derfor uavhengig av dens utøvelseskurs og tid til forfall, slik at den implisitte volatilitetsoverflaten forventes å være horisontal. Dette er illustrert i figur 1.1a. Implisitt volatilitet beregnes ved å sette markedsobservert opsjonspris lik Black-Scholes-prisen, for deretter å løse ligningen med hensyn på volatilitetparameteret som inngår i prisingsformelen. Figur 1.1b viser at implisitt volatilitet for en tilfeldig valgt opsjon i markedet er langt fra konstant med hensyn på utøvelseskurs og tid til forfall, men preges av skjevheter.



**Figur 1.1:** Figur (a) viser implisitt volatilitetsoverflate basert på opsjonspriser beregnet ved hjelp av Black-Scholes-formelen, mens figur (b) illustrerer implisitt volatilitetsoverflate for opsjoner på aksjen til selskapet IBM. Kjøpsopsjonsprisene er hentet fra nettsidene til Nasdaq 8. april 2014 (<http://www.nasdaq.com/symbol/ibm/option-chain>). Volatilitetsoverflaten for Black-Scholes-verdiene er horisontal, mens implisitt volatilitet for IBM avhenger av opsjonens utøvelseskurs og tid til forfall.

Rubinstein (1994) påpeker at forskjellen mellom de observerte opsjonsprisene og priser predikert av Black-Scholes-modellen øker etter 1987, og hevder det kan skyldes innprising av kriserisiko i opsjonsprisene. Inkludering av kriserisikoen vil påvirke fordelingen til underliggende og resultere i negativ skjevhet for implisitt volatilitet (Sundaram og Das 2010, s.331). Andre forklaringer på volatilitetsskjevhet er leverage-effekten, som blant annet undersøkes av Toft og Prucyk (1997). I tillegg til empiriske studier har flere vist

interesse for å utlede teoretiske modeller som tar hensyn til empiriske funn eller mer virkelighetsnære forutsetninger. Merton (1974) illustrerer tidlig hvordan man priser forplikelser til et gjeldsfinansiert selskap og utleder en modell hvor mulighet for konkurs påvirker egenkapitalverdien. En av modellens svakheter er forutsetningen om at konkurs kun foreligger ved gjeldens forfall. Black og Cox (1976) utvider Merton (1974) ved å introdusere en eksogen konkursbarriere og muliggjøre konkursutløsning i perioden fra obligasjonens utstedelse til forfall. Deres forutsetning angående tidspunkt for mulig konkurs benyttes videre i Leland (1994) og Leland og Toft (1996). John Cox utleder i 1975 CEV-modellen, som ivaretar gjeldsandel-effekten ved å tillate at volatiliteten til underliggende varierer med aksjeprisen (McDonald 2006, s.766).

I denne oppgaven har vi valgt å ta utgangspunkt i kredittrisikomodellene til Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996). De to sistnevnte artiklene skiller seg fra øvrig litteratur ved å forutsette endogen konkurs, noe vi velger å benytte oss av. Modellene har ulike forutsetninger om gjeldsstruktur, og vi ønsker å undersøke hvordan dette påvirker implisitt volatilitet. For å finne kjøpsopsjonsverdier på egenkapital til selskaper med gjeldsstruktur som i Merton (1974) benytter vi lukket løsning, mens tilsvarende verdier for Leland (1994) og Leland og Toft (1996) estimeres ved hjelp av Monte Carlo simulering. Basert på opsjonsverdiene vil vi konstruere implisitte volatilitetsoverflater for ulik utøvelseskurs og tid til forfall for å se om de er preget av skjevheter i likhet med det som observeres i markedet. Vår problemstilling er hvordan gjeldsfinansiering og kredittrisiko påvirker implisitt volatilitet til kjøpsopsjoner på egenkapital for ulik utøvelseskurs og tid til forfall med utgangspunkt i Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996),.

I kapittel 2 presenteres grunnleggende forutsetninger, opsjonsprisingsteori og teori vedrørende implisitt volatilitet, mens vi i kapittel 3 vil gi et innblikk i modellene til Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996). I kapittel 4 presenteres fremgangsmåten for praktisk gjennomføring av simuleringer og estimeringer av opsjonspriser og implisitt volatilitet, samt valg av parameterverdier. Kapittel 5 vies til presentasjon av resultater og tolkning, mens kapittel 6 gir en overordnet konklusjon og oppsummering av sentrale funn.

# Kapittel 2

## Implisitt volatilitet og verdsettelse av opsjoner

### 2.1 Grunnleggende forutsetninger

Modellene til Black og Scholes (1973), Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996) har følgende grunnleggende forutsetninger til felles:

- Risikofri rente er kjent og konstant.
- Ingen transaksjonskostnader eller begrensninger i forbindelse med shortsalg.
- Det eksisterer et marked for lån og utlån til samme inn- og utlånsrente.
- Alle eiendeler er delelige.
- Investor kan kjøpe og selge så mye som ønskelig av eiendelen til markedspris.
- Underliggende følger en Itô's prosess.

Verdien til selskapets underliggende aktiviteter  $V$  følger den geometriske Brownske prosessen

$$\frac{dV_t}{V_t} = \mu dt + \sigma dZ_t,$$

hvor  $\mu$  er momentan forventet avkastningsrate til  $V$ ,  $\sigma^2$  er den momentane variansen til avkastningen og  $Z \sim \mathcal{N}(0, \sqrt{t})$  er en standard Brownsk bevegelse. Vi har at

$$\ln[V_t] \sim \mathcal{N}(\ln[V_0] + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t, \sigma^2 t) \quad (2.1)$$

(McDonald 2006, s.655). La  $z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Vi kan da skrive den fremtidige verdien  $V_t$  som

$$V_t = V_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}z}. \quad (2.2)$$

Ligning (2.2) kan deles inn i et deterministisk ledd,  $V_0 e^{\mu t}$ , og et tilfeldig ledd,  $e^{\sigma\sqrt{t}z - \frac{1}{2}\sigma^2 t}$  (Wiersema 2008, s.5). Relasjon (2.2) vil anvendes i våre simuleringer basert på Monte Carlo metoden, hvor  $\mu$  erstattes med risikofri rente  $r$  jamfør risikonøytral prising<sup>1</sup>. Basert på simulert verdi av underliggende beregnes opsjonsverdiene som benyttes til å finne implisitt volatilitet. Opsjoner på egenkapital til et selskap med gjeldsstruktur basert på Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996) vil ha en underliggende som ikke nødvendigvis er lognormalfordelt. Dette kan ha betydning for opsjonsverdien og implisitt volatilitet.

### 2.1.1 Parameterpresentasjon

Vi presenterer noen grunnleggende parameterverdier som benyttes i oppgaven:

- $V$  er verdien av underliggende selskapsaktiviteter.
- $K$  er obligasjonens pålydende verdi, og vil i delkapittel 2.3 refereres til som utøvelseskursen til 2. kjøpsopsjonen.
- $X$  er utøvelseskursen til en opsjon på en opsjon, og vil i kapittel 3.1.1 og 5.1 refereres til som utøvelseskursen til en kjøpsopsjon på egenkapital.
- $t_0$  er tidspunktet for utstedelse av opsjoner og obligasjoner. I resten av oppgaven forutsettes det at  $t_0=0$ .
- $t_1$  er utøvelsestidspunktet til en opsjonen på en opsjon, og vil i kapittel 3.1.1 og 5.1 refereres til som utøvelsestidspunkt til en kjøpsopsjon på egenkapital.
- $t_2$  er obligasjonens løpetid.
- $r$  er risikofri rente.
- $\tau$  er effektiv skattesats.
- $\alpha$  er andelen av underliggende selskapsaktiviteter som går til å dekke konkurskostnader,  $0 \leq \alpha \leq 1$ .
- $C$  er kupongutbetalinger på utestående obligasjoner per tidsenhet.

## 2.2 Black og Scholes (1973)

Black og Scholes (1973) ser bort fra kapitalstruktur i sin modell. De forutsetter at aksjeverdien  $S$  følger geometrisk Brownsk bevegelse, og utleder følgende formel for den teoretiske

---

<sup>1</sup>For nærmere diskusjon av Monte Carlo simuleringen, se tillegg A på side 53.

prisen til en europeisk kjøpsopsjon på aksjer<sup>2</sup>:

$$C_{t_0}(S_{t_0}, K, \sigma, r, t_0, t_2) = S_{t_0}N(d_1) - Ke^{-r(t_2-t_0)}N(d_2), \quad (2.3)$$

hvor

$$d_1 = \frac{\ln(S_{t_0}/K) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(t_2 - t_0)}{\sigma\sqrt{t_2 - t_0}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t_2 - t_0}.$$

$S_{t_0}$  er dagens aksjepris og  $(t_2 - t_0)$  er tid til forfall for opsjonen.  $N(x)$  er den kumulative standard normalfordelingsfunksjonen og gir sannsynligheten for at en standard normalfordelt variabel har en verdi mindre enn  $x$ . Uttrykket for  $C_{t_0}(S_{t_0}, K, \sigma, r, t_0, t_2)$  kan tolkes som differansen mellom nåverdien av forventet innbetaling og nåverdien av forventet utbetaling ved opsjonens utøvelse.

## 2.3 Opsjoner på opsjoner

I vår analyse av kredittrisikoen betydning for implisitt volatilitet tolkes egenkapital som en opsjon på selskapsverdien. Videre vil verdsettelse av opsjoner på egenkapital innebære at en kjøpsopsjon på egenkapital betraktes som en kjøpsopsjon på en kjøpsopsjon på selskapsverdien<sup>3</sup>. På dagens tidspunkt,  $t_0$ , utstedes en europeisk kjøpsopsjon (1. kjøpsopsjon) som på tidspunkt  $t_1$  gir oss retten til å betale  $X$  for en europeisk kjøpsopsjon (2. kjøpsopsjon). 2. kjøpsopsjon har underliggende  $V$  og forfaller på tidspunkt  $t_2$  til utøvelseskurs  $K$ . På tidspunkt  $t_1$  vil verdien av 1. kjøpsopsjon være:  $\max[C_{2,t_1}(V_{t_1}, K, t_2 - t_1) - X, 0]$ , hvor  $C_{2,t_1}$  er verdien til 2. kjøpsopsjon på tidspunkt  $t_1$ . Man vil kun utøve 1. kjøpsopsjon dersom  $C_{2,t_1} > X$ .  $V^*$  er verdien for  $V$  som gjør at aktøren er indifferent mellom å utøve 1. kjøpsopsjon eller ikke. To betingelser påvirker verdien til en kjøpsopsjon på en kjøpsopsjon, nemlig om at  $V_{t_1} > V^*$  og at  $V_{t_2} > K$ . Prisingformelen vil derfor inkludere bivariat kumulativ normalfordeling<sup>4</sup> (McDonald 2006, s.454).

Geske (1979) har utledet en lukket løsning for beregning av verdien til kjøpsopsjoner på kjøpsopsjoner, betegnet som CallonCall jf. det engelske begrepsapparatet<sup>5</sup>:

$$\begin{aligned} \text{CallonCall}(V_{t_0}, X, K, \sigma, t_1, t_2) &= \\ &= V_{t_0}NN(a_1, d_1; \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}) - Ke^{-rt_2}NN(a_2, d_2; \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}) - Xe^{-rt_1}N(a_2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

<sup>2</sup>I sin opprinnelige formel fra 1973 inkluderer Black-Scholes parameter  $\delta$  som er dividenderaten til aksjen. I likhet med Leland (1994) forutsetter vi at  $\delta = 0$  og ser bort fra den i resten av oppgaven.

<sup>3</sup>Det engelske begrepet for denne type opsjoner er compound option (McDonald 2006, s.453).

<sup>4</sup>Merk at man benytter kumulativ normalfordeling for vanlige opsjoner.

<sup>5</sup>Siden vi forutsetter at  $t_0=0$ , ser vi bort fra den i formelen.

der

$$a_1 = \frac{\ln(V_{t_0}/V^*) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}}; \quad a_2 = a_1 - \sigma\sqrt{t_1}$$

$$d_1 = \frac{\ln(V_{t_0}/K) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)t_2}{\sigma\sqrt{t_2}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t_2}$$

$d_1$  og  $d_2$  tilsvarer parametre  $d_1$  og  $d_2$  i Black og Scholes (1973), hvor  $S_{t_0}$  erstattes med  $V_{t_0}$ .  $a_1$  og  $a_2$  relateres til utøvelsen av opsjonen på opsjonen.  $NN(x_1, x_2, \rho_{x_1, x_2})$  er biva-riat kumulativ normalfordeling, hvor  $\rho_{x_1, x_2}$  er korrelasjonskoeffisienten mellom  $x_1$  og  $x_2$  (McDonald 2006, s.468).  $NN\left(a_2, d_2; \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}\right)$  kan tolkes som sannsynligheten for at både  $V_{t_2} > K$  og  $V_{t_1} > V^*$  er oppfylt.

Black-Scholes-modellen kan betraktes som et spesialtilfelle av modellen for opsjoner på opsjoner hvor kjøpsopsjonen er “skrevet”<sup>6</sup> på egenkapital til et ikke-gjeldsfinansiert selskap. Eiendelsverdien blir lik egenkapitalverdien i Merton-modellen hvis gjeldsfinansieringen forsvinner, noe som finner sted hvis pålydende settes lik 0 eller at gjeldens løpetid går mot uendelig,  $t_2 \rightarrow \infty$ . Når 1. kjøpsopsjons forfallstidspunkt,  $t_1$ , sammenfaller med forfallstidspunktet for gjelden,  $t_2$ , vil opsjonen på opsjonen “kollapse” til en vanlig kjøpsopsjon med utøvelseskurs lik summen av pålydende og utøvelseskursen til 1. kjøpsopsjon,  $(K + X)$  (Geske 1979, s.73).

Sett bort fra spesialtilfellet over, er det ikke mulig å anvende Black-Scholes-formelen for å verdsette opsjoner på opsjoner. Man kan ikke verdsette 1. kjøpsopsjon med Black-Scholes, der 2. kjøpsopsjon er underliggende, fordi opsjoner ikke er lognormalfordelt (McDonald 2006, s.454). Geske løser problemet ved å basere verdsettelsen av opsjoner på opsjoner på det lognormalfordelte underliggende til 2. kjøpsopsjon.

## 2.4 Barriereopsjoner

Barriereopsjonen kjennetegnes ved at opsjonsverdien avhenger av om verdien til underliggende treffer en barriere i løpet av opsjonens levetid. Det finnes flere typer barriereopsjoner hvor opsjonens verdi bestemmes av om underliggende treffer barrieren eller ikke, og om barrieren er en øvre eller nedre grense (McDonald 2006, s. 450). En down-and-out opsjon er en opsjon som opphører å eksistere dersom underliggende treffer en nedre barriere, mens en down rebate opsjon gir en umiddelbar utbetaling på 1 krone hvis barrieren trefes ovenfra, forutsatt at underliggendes verdi ligger over barrieren ved opsjonsutstedelse (McDonald 2006, s.710). Man kan også referere til opsjonen som cash-at-hit (Toft og Prucyk 1997, s.1156).

---

<sup>6</sup>Skreveter synonymt med utstedt og er en direkte oversettelse fra det engelske “written”.

## 2.5 Implisitt volatilitet

### 2.5.1 Definisjon av implisitt volatilitet

Implisitt volatilitet er volatilitetsverdien som gjør at den teoretiske verdien er lik den observerte markedsverdi, gitt at alle andre parametre holdes konstant (McDonald 2006, s.400). Vi konsentrerer oss om Black-Scholes-basert implisitt volatilitet som er en av de mest utbredte målingsmetodene av implisitt volatilitet (Rouah og Vainberg 2007, s.305). Volatiliteten  $\sigma$  er det parameteret i formelen som er vanskeligst å måle (Wilmott 2006, s.834). Her ser vi på kjøpsopsjoner på egenkapital med utøvelseskurs  $X$  og tid til forfall  $t_1$ . Black-Scholes-basert implisitt volatilitet er verdien til volatilitetsparameteret som oppfyller

$$C_{t_0,BS}(S_{t_0}, X, \sigma_{iv}, r, t_0, t_1) = C_{t_0,obs}(S_{t_0}, X, r, t_0, t_1), \quad (2.6)$$

hvor  $C_{obs}$  er den observerte kjøpsopsjonsverdien,  $C_{BS}$  er den teoretiske verdien og  $\sigma_{iv}$  er Black-Scholes-basert implisitt volatilitet (Fouque m.fl. 2000, s. 34). Black-Scholes-verdien av kjøpsopsjonen er monoton i volatiliteten  $\sigma$

$$\frac{\partial C_{BS}}{\partial \sigma} = \frac{S_{t_0} e^{-\frac{d_1^2}{2}} \sqrt{t_1 - t_0}}{\sqrt{2\pi}} > 0 \quad (2.7)$$

(Fouque m.fl. 2000, s.34). Når opsjonens markedsverdi er kjent er det mulig å beregne den unike implisitte volatiliteten. Hvis alle antagelsene bak modellen er oppfylt, vil alle opsjonsprisene på samme underliggende ha lik implisitt volatilitet (Alexander 2008, III, s.227). Dette bør i teorien gjelde for ulike  $X$  og  $t_1$ , siden det kun er én prisprosess som ligger til grunn og det kun er én volatilitet  $\sigma$  i denne prosessen (Wilmott 2006, s.833). I kapittel 1 har vi derimot sett et eksempel på at implisitt volatilitet for markedsobserverte opsjonsverdier varierer med tid til forfall og utøvelseskursen.

### 2.5.2 Når utøvelseskurs varierer: volatilitetsskjevhet

Implisitt volatilitet som en funksjon av utøvelseskursen har i noen tilfeller en kurvatur som ligner et smil og fenomenet blir ofte omtalt som volatilitetssmil. I noen markeder observeres istede asymmetri eller volatilitetsskjevhet (volatility skew) (McDonald 2006, s.742). Alexander (2008) påpeker at formen på skjevheten varierer avhengig av underliggende. Implisitt volatilitet for egenkapitalopsjoner kjennetegnes av negativ volatilitetsskjevhet, eller et smirk. Dette innebærer at implisitt volatilitet avtar når utøvelseskurs øker og tid til forfall holdes konstant (Alexander 2008, III, s.234-235).



### 2.5.3 Mulige årsaker til negativ skjevhet i implisitt volatilitet

Skjevheter kan reflektere imperfeksjoner ved Black-Scholes-modellen, og det faller naturlig å lete etter årsaker til volatilitetsskjevheter i antagelsene bak modellen. Det er to Black-Scholes-antagelser som ofte brytes i den virkelige verden (Sundaram og Das 2010, s.330-332). Den første er antagelsen om at underliggende har konstant volatilitet. Hvis dette ikke stemmer vil opsjonens volatilitet variere med  $X$  og  $t_1$ . Den andre antagelsen er at underliggendes verdi er lognormalfordelt, noe som innebærer at logavkastningen er normalfordelt (Alexander 2008, III, s.228). Empirien viser at fordelingen til aksjens logavkastning kjennetegnes ved negativ skjevhet og leptokurtose<sup>7</sup>, slik at negativ avkastning blir mer sannsynlig enn det som er tilfellet ved normalfordeling. Det oppstår da negative volatilitetsskjevheter, eller smirk.

Sundaram og Das (2010) nevner blant annet to hypoteser som kan forklare negativ skjevhet og kurtose i aksjedata. Den første hypotesen er at dette forårsakes av markedsaktørers frykt for kriser, “crash-o-phobia”. Rubinstein (1994) undersøker S&P index-opsjoner og finner at Black-Scholes-modellen var tilfredsstillende i sine prediksjoner av markedsobserverte opsjonspriser før 1987. Etter 1987 finner han derimot at “in-the-money” kjøpsopsjoner prises høyere av markedet enn det Black-Scholes-formelen forutsetter (Rubinstein 1994, s.774). Dette kan forklares med at markedet, som et resultat av krisen i 1987, priser inn kriserisiko i opsjonsprisene. Inkludering av krisesannsynlighet vil gi en fordeling til underliggende med flere ekstremverdier i venstre hale enn det som er tilfellet ved lognormal fordeling. Dette kan resultere i at implisitt volatilitet blir høyere for lav  $X$  og får en negativ volatilitetsskjevhet (Sundaram og Das 2010, s.331). En annen hypotese er at negativ avkastning følges av høy volatilitet, og motsatt for positiv avkastning. Denne effekten kalles leverage-effekt. Lavere verdier for egenkapital reduserer gjeldsandelen og gjør egenkapitalen mer risikabel. Flere teoretiske modeller fanger opp leverage-effekten, blant annet CEV-modellen til Cox fra 1975, der volatiliteten varierer med nivået på aksjeprisen (McDonald 2006, s.766).

### 2.5.4 Estimering av implisitt volatilitet

Det er problematisk å beregne  $\sigma_{iv}$  analytisk. Det er derimot mulig å finne implisitt volatilitet ved hjelp av iterasjon, for eksempel ved hjelp av målsøkerfunksjoner i Excel eller iterasjonsalgoritmer (McDonald 2006, s.400). Vi velger å basere volatilitetsberegningene på formelen  $BSCallImpVol$  presentert i Excel-vedlegg til McDonald (2006), som anvender Newton-Raphson-metoden<sup>8</sup>. Metoden baseres på ligning (2.6) som settes inn i følgende

<sup>7</sup>Leptokurtose innebærer at ekstreme utfall observeres oftere enn det som er tilfelle under forutsetning om normalfordeling, slik at fordelingen får “fete haler” (Sundaram og Das 2010, s.330).

<sup>8</sup>Det kommer fram i VBA-kodene i Excel-tillegget at McDonald benytter Newton-Raphson-metoden. Robert L. McDonald har også bekreftet det i en epostutveksling.

funksjon:

$$f(\sigma) = C_{t_0,BS}(S, X, \sigma_{iv}, t_0, t_1) - C_{t_0,obs}(S, X, t_0, t_1), \quad (2.8)$$

hvor målfunksjonen blir lik null for implisitt volatilitet,  $f(\sigma_{iv})=0$  (Rouah og Vainberg 2007, s.305). Implisitt volatilitet er verdien som gjør differansen mellom den observerte opsjonsverdien og den teoretiske Black-Scholes-verdien lik null. Man tar utgangspunkt i helningen til tangenten til funksjon  $f(\sigma_i)$  i punktet  $\sigma_i$ , slik at

$$f'(\sigma_i) = \frac{f(\sigma_i)}{\sigma_i - \sigma_{i+1}}. \quad (2.9)$$

Ligningen omformuleres til

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{f(\sigma_i)}{f'(\sigma_i)}, \quad (2.10)$$

hvor  $\sigma_i$  er verdien til volatilitet i iterasjonen  $i$  og  $f'(\sigma_i)$  er førsteordensderivert evaluert for  $f(\sigma_i)$  i  $\sigma_i$  (Alexander 2008, I, s.188-190). I vårt tilfelle benyttes  $vega = \frac{\partial S}{\partial \sigma}$ , altså førsteordens deriverte av underliggendes verdi med hensyn på volatilitet. Slik får vi følgende ligning som danner grunnlaget for Newton-Raphson-metoden:

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{C_{BS} - C_{obs}}{vega} \quad (2.11)$$

(Wilmott 2006, s.130). Det forutsettes at  $f(\sigma)$  er en kontinuerlig og deriverbar funksjon. Man stopper iterasjonen når differansen  $C_{BS} - C_{obs}$  nærmer seg et tilstrekkelig lite tall,  $\varepsilon$ . Det er viktig å merke seg at metoden kjennetegnes ved en relativ rask konvergens mot implisitt volatilitet, men er svært sensitiv overfor den initielle verdien vi velger (Rouah og Vainberg 2007, s.307).

### 2.5.5 Implisitt volatilitetsoverflate

Implisitt volatilitet kan illustreres ved hjelp av 3D-overflater som består av volatilitetsverdier som gir hver omsatt opsjon en teoretisk verdi lik markedsverdien gitt utøvelseskurs og tid til forfall, også kjent som implisitte volatilitetsoverflater. Dette gir oss mulighet til å analysere implisitt volatilitet for ulike verdier av  $X$  og  $t_1$  i én og samme overflate.

# Kapittel 3

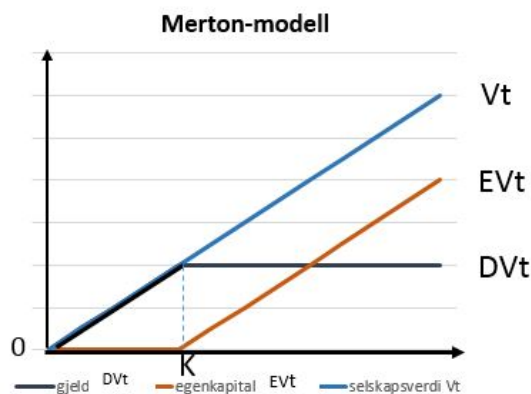
## Økonomiske modeller

### 3.1 Modeller med ulik gjeldsstruktur

Vi skal videre presentere tre modeller med ulik gjeldsstruktur. For alle modeller bestemmes selskapsverdien, egenkapital og gjeld slik at  $UV_t = DV_t + EV_t$ .

#### 3.1.1 Merton (1974)

Selv om opsjoner er eiendeler som omfatter et begrenset område av finansielle instrumenter, har Black og Scholes (1973) og Merton (1973) påpekt at opsjoner kan benyttes til å prise foretaksforpliktelse. På basis av Black-Scholes-modellen har Merton (1974) utledet en modell som kan benyttes til å prise selskapsgjeld og egenkapital. I modellen defineres risiko som mulig tap eller gevinst for obligasjonshaverne når det foreligger endringer i sannsynligheten for konkurs, altså konkursrisiko, og omfatter ikke generelle endringer i inntekt (Merton 1974, s.449).



**Figur 3.1:** Illustrasjon av kapitalstrukturen til et gjeldsfinansiert selskap basert på Merton (1974).  $EV_t$  tolkes som en lang kjøpsopsjon på  $V_t$ , mens vi kan betrakte  $DV_t$  som en kort salgsopsjon og en risikofri nullkupongobligasjon. Selskapsverdien blir dermed lik summen av  $EV_t$  og  $DV_t$ , slik at  $V_t = EV_t + DV_t$ .

Modellen forutsetter at selskapsverdien kun består av verdien på selskapets underliggende aktiviteter, slik at  $UV_t = V_t$ , ettersom Merton ikke inkluderer skatt eller konkurskostnader. Lando (2004) påpeker at valg av pålydende  $K$  ikke vil påvirke selskapets verdi og modellen er derfor konsistent med Modigliani-Miller-teoremet, som omhandler at selskapsverdien er uavhengig av finansieringen<sup>1</sup>(Lando 2004, s.10). Gjeld kan betraktes som en kort salgsoption på selskapsverdien og en risikofri nullkuponobligasjon. Nullkuponobligasjonen har pålydende verdi  $K$  og forfalltidspunkt  $t_2$ . Hvis tilbakebetaling av gjeld ikke kan gjennomføres, tar kreditorene umiddelbart over selskapet og mottar gjestående verdi  $V$ , mens egenkapitalverdien blir lik null. Dette impliserer at selskapet går konkurs dersom  $V_{t_2} \leq K$ . Videre kan selskapet ikke utstede nye obligasjoner av samme eller høyere prioritet, betale dividender eller gjennomføre tilbakekjøp av aksjer før gjelden forfaller. Modellen forutsetter at ingen andre aktører enn kreditorer og aksjonærer får utbetaling fra selskapets eiendeler.

Merton tar utgangspunkt i en portefølje med tre eiendeler: en aksje, en option og en risikofri obligasjon. Forutsetningen om ingen arbitrasje fører oss til en differensiallikning som videre kan benyttes til å finne verdier for gjeld og egenkapital<sup>2</sup>. Vi får følgende sammenheng mellom selskapsverdi, gjeldsverdi og egenkapitalverdi:

$$V_t \equiv F(V_t, (t_2 - t)) + f(V_t, (t_2 - t)) \quad (3.1)$$

hvor  $f(V_t, (t_2 - t))$  er egenkapitalverdi og  $F(V_t, (t_2 - t))$  er gjeldsverdien på ethvert tidspunkt  $t \leq t_2$ . Egenkapital kan betraktes som en kjøpsoption på selskapsverdien og er gitt ved

$$f(V_t, (t_2 - t)) = EV_t = C_{BS}(V_t, K, (t_2 - t), r, \sigma) = V_t N(x_1) - Ke^{-r(t_2-t)} N(x_2); \quad (3.2)$$

$$f(V_{t_2}, 0) = \max[0, V_{t_2} - K], \quad (3.3)$$

hvor

$$N(x_1) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}z^2} dz; \quad x_1 \equiv \frac{\{\log \frac{V_t}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(t_2 - t)\}}{\sigma\sqrt{(t_2 - t)}}; \quad x_2 \equiv x_1 - \sigma\sqrt{t_2 - t}. \quad (3.4a)$$

Verdien av gjeld er gitt ved

$$F(V_t, t_2 - t) = DV_t = Ke^{-r(t_2-t)} - P_{BS,t}(V_t, K, (t_2 - t), r, \sigma); \quad (3.5)$$

$$F(V_{t_2}, 0) = \min[V_{t_2}, K], \quad (3.6)$$

<sup>1</sup>For nærmere diskusjon, se Modigliani og Miller (1958).

<sup>2</sup>For en detaljert utledning av modellen, se Merton (1974).

hvor  $P_{BS,t}$ , verdien til salgsoptionen, kan finnes ved bruk av put-call-pariteten:

$$C_{BS,t}(V_t, K, (t_2 - t), r, \sigma) - P_{BS}(V_t, K, (t_2 - t), r, \sigma) = V_t - Ke^{-r(t_2-t)}. \quad (3.7)$$

### 3.1.2 Leland (1994)

Modellen til Leland fra 1994 forutsetter at gjeldsstrukturen til selskapet avhenger av skatt, kupongbetalinger og konkurskostnader. En annen sentral forutsetning er at selskapet, i motsetning til Mertons modell, kan gå konkurs i perioden mellom  $t_0$  og  $t_1$ . Selskapet utsteder obligasjoner med uendelig løpetid, der selskapet betaler kupong  $C$  så lenge selskapet er solvent. Dette finansieres av utstedelse av ny egenkapital. Dersom verdien til underliggende selskapsaktiviteter,  $V$ , treffer en nedre barriere,  $VB$ , vil selskapet gå konkurs. Ved konkurs vil en andel  $\alpha$  av underliggende selskapsaktiviteter gå til dekning av konkurskostnader. Resterende verdi av selskapet vil tilfalle kreditorene, slik at  $DV_{konkurs} = (1 - \alpha)VB$  (Leland 1994, s.1219). Forutsetningen om skatt gir muligheten for at selskapet kan få skattefradrag i forbindelse med gjeld, og det antas at selskapet alltid kan benytte seg av denne fordelene. Gjeldsverdien er gitt ved

$$DV_t = \frac{C}{r} + \left( (1 - \alpha)VB - \frac{C}{r} \right) \left( \frac{V_t}{VB} \right)^{-x}, \quad (3.8a)$$

$$\text{hvor} \quad VB = (1 - \tau) \frac{C}{(r + \frac{1}{2}\sigma^2)}; \quad x = \frac{2r}{\sigma^2}; \quad (3.8b)$$

$$Pb = \left( \frac{V_t}{VB} \right)^{-x}. \quad (3.8c)$$

$Pb$  er nåverdien av ei krone mottatt ved konkurs<sup>3</sup>. Gjeldsverdien består av kontantstrømmer mottatt av kreditorene ved en eventuell konkurs, samt kontantstrømmer under selskapets levetid. De sistnevnte tilsvarer  $(\frac{C}{r})$  som er nåverdien av en uendelig strøm med kupongutbetalinger, gitt at konkurs ikke finner sted, fratrukket  $(\frac{C}{r}Pb)$  som er nåverdien av kupongutbetalinger som tapes ved en eventuell konkurs. Kreditorenes krav ved konkurs prises ved hjelp av en down rebate opsjon på  $V$  på konkurstidspunktet, som gir en utbetaling til kreditorene på  $DV_{konkurs} = (1 - \alpha)VB$ .

Gitt modellens forutsetninger får vi følgende formel for den risikonøytrale sannsynlig-

---

<sup>3</sup> $Pb = \int_0^\infty e^{-rt} f(t; V, VB) dt$ , hvor  $f(t; V, VB)$  er fordelingen til det første passasjetidspunktet  $t$  der  $V$  passerer  $VB$ , altså fordelingen til tidspunktet konkurs utløses, gitt at  $V$  følger geometrisk Brownsk bevegelse med drift lik risikofri rente (Leland 1994, s.1219). For nærmere diskusjon, se Harrison (1990). Vi ser også at ligningen (3.8c) tilsvarer ligningen 12.18 i McDonald (2006) på side 403, som definerer prisen til ei krone utbetalt idet underliggende når barrieren ovenfra.

heten på tidspunkt  $t_0$ ,  $Prob^4$ , for at selskapet går konkurs før eller på tidspunkt  $t_1$ :

$$Prob(V_{t_1} \leq VB) = N\left(\frac{\ln(\frac{VB}{V_{t_0}}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}}\right) + \left(\frac{V_{t_0}}{VB}\right)^{-2\frac{r-\frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma^2}-1} N\left(\frac{\ln(\frac{VB}{V_{t_0}}) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}}\right) \quad (3.9)$$

(McDonald 2006, s.712). Dersom  $V \rightarrow \infty$  vil gjeldsverdien nærme seg nåverdien av kupongutbetalinger  $C$  diskontert med  $r$  fordi sannsynlig for konkurs  $Prob \rightarrow 0$  jf. ligning (3.9), og kreditorene vil motta alle påkrevde betalinger. Modellens forutsetninger om gjeldsstruktur gjør at selskapsverdien består av selskapets underliggende aktiviteter,  $V$ , skattefordeler,  $TB$ , og konkurskostnader,  $BC$ . Den totale selskapsverdien er derfor gitt ved

$$UV_t = V_t + \frac{\tau C}{r} \left(1 - \left(\frac{V_t}{VB}\right)^{-x}\right) - \alpha VB \left(\frac{V_t}{VB}\right)^{-x}. \quad (3.10)$$

Verdien av skattefordeler i forbindelse med gjeld er gitt ved  $TB = \frac{\tau C}{r} \left(1 - \left(\frac{V}{VB}\right)^{-x}\right)$ , hvor  $\left(\frac{\tau C}{r}\right)$  er den uendelige strømmen av skattefordeler gitt at konkurs aldri finner sted fratrukket  $\left(\frac{\tau C}{r} P_b\right)$ , som er nåverdien av skattefordelen tapt ved en eventuell konkurs. Konkurskostnader er gitt ved  $BC = \alpha VB \left(\frac{V}{VB}\right)^{-x}$  (Leland 1994, s.1220) og kan tolkes som en down rebate opsjon på  $V$  som går til dekning av konkurskostnader ved konkurs. Med utgangspunkt i (3.8a) og (3.10) får man at egenkapitalverdien er gitt ved

$$EV_t = UV_t - DV_t = V_t - (1 - \tau)\frac{C}{r} + \left((1 - \tau)\frac{C}{r} - VB\right) \left(\frac{V_t}{VB}\right)^{-x}. \quad (3.11)$$

Konkurs vil kun inntreffe når underliggende selskapsaktiviteters verdi er så lav at utstedelse av ny egenkapital ikke er forsvarlig.  $VB$  er den laveste verdien som gir  $EV \geq 0$  (Lando 2004, s.62).

### 3.1.3 Leland og Toft (1996)

Leland og Toft (1996) utvider Leland-modellen ved å la gjelden ha endelig løpetid. Firmaet utsteder kontinuerlig nye obligasjoner med en konstant pålydende og en løpetid på  $t_2$  år. Obligasjonene er til pariverdien ved forfall, gitt at selskapet holder seg solvent. Nye obligasjoners pålydende selges med kurs på  $k$  per år, slik at  $K = kt_2$  er totalverdien av alle utestående obligasjoner. Så lenge selskapet er solvent vil man på ethvert tidspunkt ha en utestående gjeld på  $K$ , pålydendes verdi. Obligasjoner med pålydende  $k$  betaler

<sup>4</sup>Uttrykket tilsvare uttrykket for den risikonøytrale sannsynlighet for at underliggendes verdi når en barriere ovenfra, se eksempel 22.4 på side 713 (McDonald 2006). Dette er en opsjon som gir en utbetaling på ei krone hvis underliggende ikke treffer barrieren. For nærmere diskusjon, se kapittel 22.2 i McDonald (2006).

konstant kupongrate  $c = \frac{C}{t_2}$  per år, slik at totale årlige kupongbetalinger på utestående obligasjoner er  $C$ . Total gjeldsbelastning per år er tidsuavhengig og lik  $(C + \frac{K}{t_2})$ . Det er kun kupongutbetalingene som gir skattefordel.  $\rho(t)$  er andelen av underliggende selskapsverdi kreditorene mottar på tidspunkt  $t$  ved konkurs, slik at den totale andelen for gjelden med ulike løpetider er  $\sum \rho = (1 - \alpha)$ . På tidspunkt  $t$  er gjeldsverdien til obligasjonen med pålydende  $k$  som betaler kontinuerlig kupongrate  $c$  gitt ved

$$d(V_t; VB, t) = \frac{c(t)}{r} + e^{-rt} \left[ k(t) - \frac{c(t)}{r} \right] (1 - F(t)) + \left[ \rho(t)VB - \frac{c(t)}{r} \right] G(t). \quad (3.12)$$

Forventet nåverdi til pålydende, som betales på tidspunkt  $t$  med en sannsynlighet på  $(1 - F(t))$ , er lik  $k(t)e^{-rt}(1 - F(t))$ .  $F(t)$ <sup>5</sup> er den kumulative fordelingsfunksjonen til tidspunktet der  $V$  krysser konkursbarrieren, slik at  $F(t) = Prob(V \leq VB)$  er sannsynligheten for at konkurs finner sted og er lik uttrykk (3.9).  $\frac{c(t)}{r}$  er verdien av en uendelig strøm av kupongbetalinger, mens  $(e^{-rt}(1 - F(t))\frac{c(t)}{r})$  er nåverdien av kupongbetalinger som betales på tidspunkt  $t$  med en sannsynlighet på  $(1 - F(t))$ . Kreditorenes krav ved konkurs er  $\rho(t)VB$  og har en forventet nåverdi på  $\rho(t) \cdot VB \cdot G(t)$ , hvor  $G(t)$ <sup>6</sup> er prisen til en down rebate opsjon som gir utbetaling på 1 krone ved konkurs.  $G(t)$  og  $F(t)$  er gitt ved

$$G(t) = \left( \frac{V}{VB} \right)^{-a+z} N[q_1(t)] + \left( \frac{V}{VB} \right)^{-a-z} N[q_2(t)]; \quad (3.13a)$$

$$F(t) = N[h_1(t)] + \left( \frac{V}{VB} \right)^{-2a} N[h_2(t)]. \quad (3.13b)$$

Gjeldsverdien er lik verdien av alle utestående obligasjoner, og er gitt ved

$$\begin{aligned} DV &= \int_{t_0}^{t_2} d(V; VB, t) dt \\ &= \frac{C}{r} + \left( K - \frac{C}{r} \right) \left( \frac{1 - e^{-rt_2}}{rt_2} - I(t_2) \right) + \left( (1 - \alpha)VB - \frac{C}{r} \right) J(t_2), \end{aligned} \quad (3.14)$$

hvor

$$I(t_2) = \frac{1}{t_2} \int_0^{t_2} e^{-rt} F(t) dt; \quad J(t_2) = \frac{1}{t_2} \int_0^{t_2} G(t) dt; \quad (3.15a)$$

$$q_1(t) = \frac{-b - z\sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}; \quad q_2(t) = \frac{-b + z\sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}; \quad (3.15b)$$

<sup>5</sup>Uttrykket for  $F(t)$  er hentet fra Harrison (1990).

<sup>6</sup>Leland og Toft (1996) benytter seg av uttrykket for  $G(t)$  presentert av Rubinstein og Reiner (1991). Merk at uttrykket tilsvarer ligningen (22.20) på s.716 i McDonald (2006).

$$h_1(t) = \frac{-b - a\sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}; \quad h_2(t) = \frac{-b + a\sigma^2 t}{\sigma\sqrt{t}}; \quad (3.16a)$$

$$a = \frac{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma^2}; \quad b = \ln\left(\frac{V}{VB}\right); \quad (3.16b)$$

$$z = \frac{\sqrt{(a\sigma^2)^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2}; \quad x = a + z. \quad (3.16c)$$

Forutsetningen om endelig gjeld gir et nytt uttrykk for konkursbarrieren som er gitt ved

$$VB = \frac{(C/r)(A/(rt_2) - B) - AK/(rt_2) - \tau Cx/r}{1 + \alpha x - (1 - \alpha)B}, \quad (3.17)$$

hvor

$$A = 2ae^{-rt_2}N(a\sigma\sqrt{t_2}) - 2zN(z\sigma\sqrt{t_2}) - \frac{2}{\sigma\sqrt{t_2}}n(z\sigma\sqrt{t_2}) + (z - a) \quad (3.18)$$

$$B = -\left(2z + \frac{2}{z\sigma^2 t_2}\right)N(z\sigma\sqrt{t_2}) - \frac{2}{\sigma\sqrt{t_2}}n(z\sigma\sqrt{t_2}) + (z - a) + \frac{1}{z\sigma^2 t_2}, \quad (3.19)$$

hvor  $n$  er standard tetthetsfunksjon til normalfordelingen (Leland og Toft 1996, s.993). Når  $t_2$  går mot uendelig, vil verdien av  $VB$  gå mot verdien gitt av ligning (3.8b). Den totale selskapsverdien er gitt ved

$$UV_t = V_t + \frac{\tau C}{r} \left[1 - \left(\frac{V_t}{VB}\right)^{-x}\right] - \alpha VB \left(\frac{V_t}{VB}\right)^{-x}. \quad (3.20)$$

Selskapsverdien består av verdien til underliggende verdiskapende aktiviteter, verdien av skattefordelen og konkurskostnader og er ekvivalent med uttrykket for selskapsverdi (3.10) i Leland (1994). Egenkapitalverdien er gitt ved

$$EV_t = UV_t - DV_t. \quad (3.21)$$



# Kapittel 4

## Fremgangsmåte

I dette kapitlet presenterer vi hvordan opsjonsverdier og tilhørende verdier for implisitt volatilitet beregnes. For Leland (1994) og Leland og Toft (1996) har programmering og estimering av opsjonspriser ved bruk av Matlab vært en viktig del av vår oppgave. Under utviklingen av kodene har vi hentet inspirasjon fra Benninga (2008), Helbæk og Løvaas (2011) og Haug (2007). Kodene kan finnes i tillegg B på side 56 og på vedlagt CD.

### 4.1 Merton (1974)

#### 4.1.1 Estimering av implisitt volatilitet for Merton (1974)

Vi har tidligere nevnt at Merton (1974) anvender modellen til Black og Scholes (1973) til å verdsette selskapsforpliktelser. Merton (1974) tolker egenkapital som en opsjon på selskapsverdi, og vi har derfor valgt å beregne prisen på egenkapitalopsjoner ved hjelp av formelen for opsjoner på opsjoner utledet av Geske (1979). Selv om vårt hovedfokus for Merton-modellen er på lukket løsning har vi konstruert koder basert på Monte Carlo simulering for å skape bedre forståelse for programmeringen av kodene til Leland (1994) og Leland og Toft (1996)<sup>1</sup>. Verdien til en opsjonen på egenkapital finnes ved bruk av følgende formel<sup>2</sup>:

$$Call_{pEK} = Call_{onCall}(V, K, X, \sigma, t_1, t_2). \quad (4.1)$$

Vi benytter Black-Scholes-formelen til å prise egenkapital og gjeld slik at

$$EV = BSCall(V, K, r, \sigma, t_2) \quad \text{og} \quad DV = Ke^{-rt_2} - BSput(V, K, r, \sigma, t_2). \quad (4.2)$$

---

<sup>1</sup>Kodene til Merton kan finnes i tillegg B på side 56, men vil ikke eksplisitt benyttes i tolkningen.

<sup>2</sup>Vi anvender formler fra Excel-tillegget til McDonald (2006) for å beregne kjøpsopsjonsverdien, salgsopsjonsverdien, verdien av opsjoner på opsjoner og implisitt volatilitet.

Implisitt volatilitet avhenger av følgende parametre:

$$BSCallimpVol(EV_0, X, \sigma, r, t_1, CallpEK). \quad (4.3)$$

Vi har laget en matlab-kode for beregning av implisitt volatilitet basert på Newton-Raphson-metoden for å undersøke om resultatene blir konsistente med resultatene fra McDonalds formel<sup>3</sup>. Etter opsjonspriser og implisitt volatilitet er beregnet for ulike utøvelseskurs og tid til forfall, konstrueres implisitte volatilitetsoverflater. Tid til forfall varieres fra  $\frac{1}{2}$  til 5 år, mens variasjonsområdet for  $X$  avhenger av verdiområdet til implisitt volatilitet for det spesifikke tilfellet vi undersøker. Volatilitetsoverflatene benyttes til å kartlegge eventuelle skjevheter og smil. Verdiene og kodene for de ulike opsjonsverdiene og implisitt volatilitet finnes i tillegg B på side 56 og i tillegg C på side 63.

**Tabell 4.1:** Oversikt over parameterverdier som benyttes i beregning av implisitte volatilitetsoverflater for opsjoner på egenkapital basert på Merton (1974). Vi vil endre ett parameter av gangen for å kartlegge deres effekt på opsjonsverdien og implisitt volatilitet.

	$r$	$t_2$	$\sigma$	$K$
<b>Benchmark</b>	5%	5	0,3	75
<b>Lavere <math>r</math></b>	2%	5	0,3	75
<b>Høyere <math>t_2</math></b>	5%	10	0,3	75
<b>Lavere <math>\sigma</math></b>	5%	5	0,2	75
<b>Lavere <math>K</math></b>	5%	5	0,3	50

Tabell 4.1 beskriver hvilke parameterverdier vi ønsker å benytte for å estimere opsjonsverdier og hvert parametersett vil senere omtales som ulike tilfeller. Vi endrer ett parameter av gangen for å undersøke deres effekt på implisitt volatilitet.

## 4.1.2 Parameterfastsettelse

I dette delkapitlet klargjør vi valg av størrelsen på parametrene presentert i delkapitlet 2.1.1 på side 4. Risikofri rente  $r$  vil i utgangspunktet settes til 5%. Vi vil senere variere med en rentesats på 2%, som er mer overensstemmende med dagens rentesituasjon. For  $\sigma$  benyttes 0,3 som utgangspunkt. Vi vil også presentere et tilfelle for  $\sigma=0,2$ . Dette er en parameterverdi som brukes av Leland (1994). Obligasjonens forfallstidspunkt,  $t_2$ , settes til 5 år som benchmark, mens gjeldens pålydende settes til  $K=75$ . Parametrene vil endres til henholdsvis  $t_2=10$  og  $K=50$ .

<sup>3</sup>For nærmere undersøkelse av koden, se tillegg B på side 56.

## 4.2 Leland (1994)

### 4.2.1 Estimering av implisitt volatilitet for Leland (1994)

Leland-modellen har en mer kompleks gjeldsstruktur enn modellen til Merton. I tillegg kjenner vi ingen lukket løsning for prising av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital<sup>4</sup>, noe som resulterer i at vi estimerer kjøpsopsjonsverdier ved bruk av Monte Carlo simulering<sup>5</sup>.  $V_t$  er da gitt ved

$$V_{t_1} = V_{t_0} e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1 + \sigma\sqrt{t_1}z}. \quad (4.4)$$

Ulike verdier for  $V_{t_1}$  genereres  $nSim1$  ganger, slik at vi får  $nSim1$  grener fra  $t_0$  til  $t_1$ <sup>6</sup>. Hver gren deles inn i små steg, slik at vi på hvert steg kan vurdere verdien av underliggende selskapsaktiviteter opp mot konkursutløsende verdi  $VB$  gitt ved (3.8b). Hvis  $V_t \leq VB$  i perioden mellom  $t_0$  og  $t_1$ , foreligger konkurs og

$$UV_{t_1} = DV_{t_1}; \quad (4.5)$$

$$EV_{t_1} = 0. \quad (4.6)$$

Hvis  $V_t > VB$ , vil selskapsaktivitetene fortsette frem mot tidspunkt  $t_1$ , hvor opsjonen på egenkapital utøves. Verdien for  $UV_{t_1}$ ,  $DV_{t_1}$  og  $EV_{t_1}$  finnes ved hjelp av følgende relasjoner:

$$DV(t_1) = \frac{C}{r} + \left( (1 - \alpha)VB - \frac{C}{r} \right) \left( \frac{V_{t_1}}{VB} \right)^{-x}; \quad (4.7)$$

$$UV_{t_1} = V_{t_1} + \left( \frac{C\tau}{r} \right) \left( 1 - \left( \frac{V_{t_1}}{VB} \right)^{-x} \right) - \alpha VB \left( \frac{V_{t_1}}{VB} \right)^{-x}; \quad (4.8)$$

$$EV_{t_1} = UV_{t_1} - DV_{t_1}. \quad (4.9)$$

Verdien til opsjonen på egenkapital for simulering  $i$  på tidspunkt  $t_0$  er bestemt ved

$$CallpEK_i = \max(EV_{t_1,i} - X, 0)e^{-rt_1}. \quad (4.10)$$

Dette gjennomføres for hver simuleringsgren  $i$  til  $nSim1$ . Den endelige kjøpsopsjonsverdien på egenkapital er gjennomsnittet av alle simulerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital, og er gitt ved

$$MCCallpEK = \frac{1}{nSim1} \sum_{i=1}^{nSim1} CallpEK_i. \quad (4.11)$$

<sup>4</sup>Merk at Toft og Prucyk (1997) omtaler sine formler som lukket form løsningen, noe som er misvisende fordi beregningene krever bruk av iterasjon.

<sup>5</sup>For nærmere beskrivelse av Monte Carlo simulering, se tillegg A.1 på side 53.

<sup>6</sup> $nSim$  indikerer ønsket antall stisimuleringer.

Implisitt volatilitet avhenger av følgende parametre, og er estimert ved bruk av

$$BSCallImpVol = f(EV_{t_0}, X, \sigma, r, t_1, MCCallpEK). \quad (4.12)$$

som er basert på Newton-Raphson-metoden. For å kunne vurdere presisjonen til simuleringene rapporterer vi standardfeil til MCCallpEK som

$$\sigma_{MCCallpEK} = \frac{1}{\sqrt{nSim}} \sqrt{\sum_{i=1}^{nSim} (CallpEK_i - MCCallpEK_i)^2} = \frac{\sigma_{CallpEK}}{\sqrt{nSim}}. \quad (4.13)$$

Vi lager en tabell med MCCallpEK for ulike  $X$  og  $t_1$ . MCCallpEK gir opsjonsverdien som vi videre benytter for å beregne implisitt volatilitet. I vår analyse av Leland (1994) tar vi utgangspunkt i  $V = 100$ , samt parameterverdier presentert i tabell 4.1 på side 17. Valg av antall simuleringer og delperioder vil argumenteres for i delkapittel 4.4 på side 20. Toft og Prucyk (1997) har utledet en formel for beregning av kjøpsopsjonspriser for selskaper med kapitalstruktur basert på Leland (1994). Formelen presenteres i tillegg A.2 på side 4. I avsnitt 4.5 på side 21 undersøker vi om våre estimerte opsjonsverdier er overensstemmende med opsjonsverdiene beregnet ved hjelp av modellen til Toft og Prucyk (1997). Verdiene

**Tabell 4.2:** Oversikt over parameterverdier som benyttes i beregning av volatilitetsoverflater for Leland-modellen. Vi varierer ett parameter av gangen for å undersøke deres effekt på implisitt volatilitet. Vi benytter  $nSim = 1\,000\,000$  simuleringer, altså 10 000 00 ulike stier, hvor hver sti deles opp i  $10\,000 \cdot t_1$  steg. Det tilsvarer 10 000 steg eller delperioder per år.

	$C$	$r$	$\alpha$	$\sigma$	$\tau$	$t_2$
<b>Benchmark</b>	5	0,05	0,5	0,3	0,35	$\infty$
<b>Høyere <math>C</math></b>	7	0,05	0,5	0,3	0,35	$\infty$
<b>Lavere <math>r</math></b>	5	0,02	0,5	0,3	0,35	$\infty$
<b>Lavere <math>\alpha</math></b>	5	0,05	0	0,3	0,35	$\infty$
<b>lavere <math>\sigma</math></b>	5	0,05	0,5	0,2	0,35	$\infty$
<b>Lavere <math>\tau</math></b>	5	0,05	0,5	0,3	0,001	$\infty$

og kodene for de ulike opsjonsverdiene og implisitt volatilitet finnes i tillegg B på side 56 og i tillegg D på side 69.

## 4.2.2 Parameterfastsettelse

Parameterverdiene fastsatt for Merton på side 17 gjelder også for Leland, med unntak av at  $t_2 = \infty$ . I tillegg settes skattesatsen  $\tau$  til 0,35, siden det er en størrelse som benyttes av Leland (1994). Vi vil også undersøke et tilfelle der skattesatsen går mot null. Parameteret  $\alpha$  forutsettes å være 0,5, men vi genererer også en implisitt volatilitetsoverflate for  $\alpha=0$ . Kupongutbetalingene settes til  $C=5$ , men vil endres til  $C=7$  i tilfellet med høyere  $C$ .

## 4.3 Leland og Toft (1996)

### 4.3.1 Estimering av implisitt volatilitet for Leland og Toft (1996)

Vi benytter samme tankegang som for Leland-modellen, men som et resultat av innføringen av endelig forfallstidspunkt for obligasjonen, vil gjeldsverdien og konkursbarrieren være noe annerledes.  $VB$  beregnes ved hjelp av formelen (3.17). Dersom det ikke foreligger konkurs i tidsperioden mellom  $t_0$  og  $t_1$  vil gjeldsverdien på tidspunkt  $t_1$  være gitt som

$$DV_{t_1} = \frac{C}{r} + \left(K - \frac{C}{r}\right) \left(\frac{1 - e^{-rt_2}}{rt_2} - I(t_2)\right) + \left((1 - \alpha)VB - \frac{C}{r}\right) J(t_2). \quad (4.14)$$

Utover dette er fremgangsmåten ekvivalent med fremgangsmåten til Leland (1994). Ver-

**Tabell 4.3:** Oversikt over parameterverdier som benyttes i beregning av implisitte volatilitetsoverflater for Leland og Toft (1996). Endringen fra Leland (1994) er forutsetningen om at  $t_2$  er endelig. Antall simuleringer og perioder tilsvarer det som ble beskrevet i kommentaren til tabell 4.2 på side 19 for Leland (1994). Vi undersøker også et tilfelle med lavere  $K$ .

	$C$	$r$	$\alpha$	$\sigma$	$\tau$	$t_2$	$K$
<b>Benchmark</b>	5	0,05	0,5	0,3	0,35	5	75
<b>Høyere <math>C</math></b>	7	0,05	0,5	0,3	0,35	5	75
<b>Lavere <math>r</math></b>	5	0,02	0,5	0,3	0,35	5	75
<b>Lavere <math>\alpha</math></b>	5	0,05	0	0,3	0,35	5	75
<b>lavere <math>\sigma</math></b>	5	0,05	0,5	0,2	0,35	5	75
<b>Lavere <math>\tau</math></b>	5	0,05	0,5	0,3	0,001	5	75
<b>Lavere <math>K</math></b>	5	0,05	0,5	0,3	0,35	5	50

diene og kodene for de ulike opsjonsverdiene og implisitt volatilitet finnes i tillegg B på side 56 og i tillegg E på side 77.

### 4.3.2 Parameterfastsettelse

Parameterverdiene vil være identiske med det vi forutsatte for Leland (1994), med unntak av at  $t_2=5$  år. Dette gir oss mulighet til å sammenligne modellene. Som følge av at selskapet betaler både kuponger og pålydende vil parameteret  $K$  kunne påvirke implisitt volatilitet. Vi velger derfor også å se på et tilfelle med lavere pålydende, nemlig  $K=50$ .

## 4.4 Valg av antall simuleringer og delperioder

Vi har valgt å benytte 1 million simuleringer og 10 000 delperioder per år for  $t_1$  som utgangspunkt for våre estimater. Likevel merker vi oss at standardfeilene til de estimerte opsjonsverdiene for Leland-modellen er relativt høye for høye verdier av  $t_1$  og lave verdier av  $X$ , se tabell i tillegg D på side 69. Valg av antall simuleringer og perioder vil være en

avveining mellom tidsforbruk og presisjon<sup>7</sup>. Vi undersøker standardfeilen til estimatet når vi øker antall simuleringer eller antall steg ved å ta utgangspunkt i  $X=30$  og  $t_1=5$  fra det vi omtaler som benchmarktilfellet for Leland-modellen. Dette er parameterverdiene som gir høyest standardfeil på opsjonsverdien for benchmark. Fra tabell 4.4 ser vi at økt antall

**Tabell 4.4:** Kjøpsopsjonsverdier med tilhørende standardfeil og implisitt volatilitet for benchmarktilfellet, et tilfelle med flere antall simuleringer og et tilfelle med høyere antall delperioder. Vi tar utgangspunkt i benchmarktilfellet for  $t_1=5$  år og  $X=30$  basert på Leland (1994).

$t_1=5$ år	Antall sim	Antall perioder	Opsjonsverdi	SE	Impvol
<b>Benchmark</b>	1 000 000	50 000	40,7288	8,61 %	1,4134
<b>Økt antall simuleringer</b>	2 000 000	50 000	40,7685	6,10%	1,4183
<b>Økt antall delperioder</b>	1 000 000	100 000	40,7779	8,63 %	1,4195

simuleringer reduserer standardfeilen. Når det gjelder økt antall delperioder opplever vi en marginal økning i standardfeil, selv om simuleringer bruker dobbelt så lang tid som for benchmark. Det ser derfor ut til at antall simuleringer påvirker estimatenes presisjonen, mens antall delperioder har betydning for skjevheten til estimatene. Et faremoment relatert til for få delperioder er at man ikke registrerer konkurs før  $V$  har falt langt under  $VB$ . Dette kan gi store forskjeller i opsjonsverdi sammenlignet med tilfeller med et høyere antall delperioder. Fra tabell 4.4 ser vi at opsjonsverdiene og implisitt volatilitet er relativt like for de tre alternativene, og vi mener derfor at vårt valg av simuleringer og delperioder er tilfredsstillende.

## 4.5 Sammenligning av kjøpsopsjonsverdier estimert ved hjelp av Toft og Prucyk (1997) og Monte Carlo simulering

For å undersøke kodingen og opsjonsverdiene estimert med bruk av Monte Carlo simulering velger vi å beregne nye opsjonsverdier ved hjelp av formelen presentert av Toft og Prucyk (1997)<sup>8</sup>. De samme parameterverdiene ligger til grunn for begge metodene, noe som muliggjør en sammenligning. Fra tabell 4.5 og 4.6 ser vi at våre estimerte opsjonsverdier er relativt like verdiene oppnådd ved bruk av formelen til Toft og Prucyk (1997), og i de fleste tilfeller er det kun noen desimalers diskrepans. Vi benytter konfidensintervaller for å kartlegge i hvilken grad opsjonsverdiene faktisk er like. Konfidensintervall gir intervallet der man med en viss sikkerhet kan forvente at den sanne opsjonsverdien ligger innenfor. For 95 % konfidensintervall vil den sanne opsjonsverdien ligge innenfor

<sup>7</sup>Med en vanlig PC tar simuleringene opp mot 12 timer per verdi ved bruk av Matlab, og er derfor svært tidskrevende.

<sup>8</sup>For nærmere undersøkelse av formelen til Toft og Prucyk (1997), se tillegg A.2 på side 54

**Tabell 4.5:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital basert på Leland (1994) for ulik  $X$  og  $t_1$  estimert ved hjelp av Monte Carlo simulering. Tabellen viser kjøpsopsjonsverdier for benchmarktilfellet.

	$t_1$										
	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	
	30	18,0728	21,6459	24,7309	27,5133	30,1184	32,5067	34,7383	36,8859	38,8314	40,7288
	40	11,2035	15,4529	18,9110	21,9663	24,7931	27,3706	29,7731	32,0835	34,1764	36,2109
	50	6,3948	10,7176	14,2650	17,4202	20,3434	23,0124	25,5091	27,9230	30,1093	32,2362
	60	3,4064	7,2668	10,6510	13,7458	16,6572	19,3373	21,8605	24,3251	26,5581	28,7412
	70	1,7365	4,8384	7,8938	10,8129	13,6235	16,2506	18,7457	21,2144	23,4570	25,6652
	80	0,8293	3,1754	5,8204	8,4883	11,1394	13,6644	16,0902	18,5266	20,7473	22,9553
	90	0,3853	2,0597	4,7263	6,6540	9,1094	11,4992	13,8257	16,2014	18,3779	20,5635
X	100	0,1740	1,3247	3,1339	5,2154	7,4542	9,6882	11,8941	14,1882	16,3049	18,4474
	110		0,8461	2,2934	4,0889	6,1047	8,1720	10,2486	12,4460	14,4868	16,5750
	120			1,6763	3,2081	5,0058	6,9052	8,8441	10,9355	12,8918	14,9148
	130			1,2255	2,5193	4,1119	5,8456	7,6435	9,6233	11,4917	13,4408
	140			0,9108	1,9803	3,3823	4,9563	6,6162	8,4819	10,2599	12,1287
	150				1,5584	2,7863	4,2082	5,7368	7,4877	9,1736	10,9606
	160				1,2278	2,3398	3,5796	4,9817	6,6215	8,2131	9,9198
	170				0,9682	1,9374	3,0497	4,3317	5,8647	7,3638	8,9902
	180				0,7639	1,6068	2,6029	3,7726	5,2025	6,6105	8,1595

**Tabell 4.6:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital beregnet ved hjelp av formelen til Toft og Prucyk (1997) for ulik  $X$  og  $t_1$ . Kjøpsopsjonsverdiene er estimert med utgangspunkt i de samme parameterverdiene som for benchmarktilfellet for Leland (1994).

	$t_1$										
	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	
	30	18,0811	21,6692	24,7890	27,5901	30,1569	32,5394	34,7701	36,8713	38,8589	40,7449
	40	11,2169	15,4706	18,9654	22,0392	24,8278	27,4021	29,8050	32,0648	34,2009	36,2277
	50	6,1446	10,7345	14,3176	17,4861	20,3716	23,0426	25,5433	27,8996	30,1317	32,2539
	60	3,4212	7,2802	10,6999	13,8071	16,6800	19,3663	21,8979	24,2969	26,5793	28,7575
X	70	1,7231	4,8500	7,9365	10,8668	13,6418	16,2766	18,7862	21,1832	23,4781	25,6791
	80	0,8289	3,1869	5,8550	8,5351	11,1526	13,6866	16,1329	18,4927	20,7693	22,9664
	90	0,3846	2,0725	4,3034	6,6965	9,1193	11,5186	13,8713	16,1670	18,4014	20,5728
	100	0,1735	1,3375	3,1554	5,2522	7,4614	9,7049	11,9432	14,1553	16,3291	18,4581
	110		0,8585	2,3105	4,1204	6,1108	8,1876	10,2986	12,4133	14,5133	16,5850
	120			1,6910	3,2348	5,0108	6,9176	8,8943	10,9032	12,9200	14,9289
	130			1,2380	2,5423	4,1148	5,8590	7,6941	9,5923	11,5199	13,4572
	140			0,9069	2,0007	3,3843	4,9620	6,6668	8,4527	10,2877	12,1490
	150				1,5770	2,7882	4,2131	5,7864	7,4606	9,2015	10,9843
	160				1,2452	2,3013	3,5836	5,0307	6,5955	8,2426	9,9456
	170				0,9851	1,9029	3,0535	4,3810	5,8399	7,3947	9,0178
	180				0,7809	1,5764	2,6064	3,8156	5,1790	6,6437	8,1879

**Tabell 4.7:** Tabellen viser henholdsvis 95% og 99% konfidensintervall for opsjonsverdier ved Monte Carlo simulering for ulik  $t_1$  gitt  $X=30$  for Leland (1994). Siste kolonne inneholder opsjonsverdier beregnet med utgangspunkt i formelen til Toft og Prucyk (1997). Vi kan se at opsjonsverdiene til Toft og Prucyk (T&P) faller innenfor de ulike konfidensintervallene.

$t_1$	95 % konfidensintervall	99 % konfidensintervall	Opsjonsverdier T&P
0,5	[18,0728, 18,1083]	[18,0262, 18,1194]	18,0811
1	[21,5945, 21,6972]	[21,5784, 21,7134]	21,6692
1,5	[24,6650, 24,7968]	[24,6443, 24,8174]	24,7890
2	[27,4335, 27,5931]	[27,0014, 28,0251]	27,5901
2,5	[30,0243, 30,2125]	[29,9947, 30,2420]	30,1569
3	[32,3987, 32,6147]	[32,3547, 32,6486]	32,5394
3,5	[34,6160, 34,8696]	[34,5775, 34,8990]	34,7701
4	[36,7481, 37,0236]	[36,7048, 37,0667]	36,8713
4,5	[38,6789, 38,9839]	[38,6310, 39,0318]	38,8589
5	[40,5600, 40,8976]	[40,5070, 40,9506]	40,7449

intervallet for 95 % av tilfellene (Wooldridge 2009, s.138). Konfidensintervallet er gitt ved

$$\hat{C}_{MC} \pm c * se(\hat{C}_{MC}), \quad (4.15)$$

hvor  $\hat{C}_{MC}$  gir estimerte opsjonsverdier,  $c$  indikerer signifikansnivået og  $se(\hat{C}_{MC})$  er standardfeilen til opsjonsverdien. Vi ser fra tabell 4.7 at alle Toft-Prucyk-verdiene faller innenfor de konstruerte konfidensintervallene for opsjonsverdier estimert med Monte Carlo simulering.

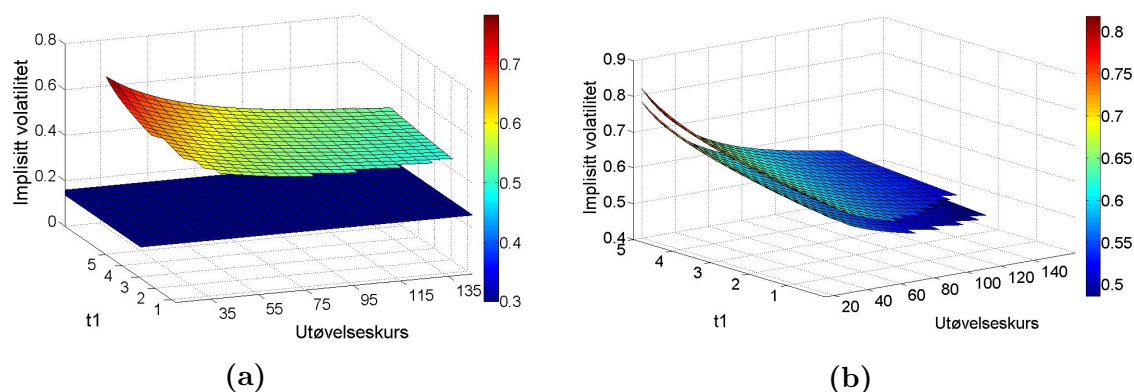


# Kapittel 5

## Resultater og tolkning

### 5.1 Merton (1974): Resultater og tolkning

#### 5.1.1 Introduksjon



**Figur 5.1:** Figur (a) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet for Merton (1974) (øverst) og Black og Scholes (1973) (nederst). Implisitt volatilitet for Merton-modellen varierer med utøvelseskurs og tid til forfall i motsetning til Black-Scholes-volatiliteten som er konstant. Figur (b) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (nederst) og tilfellet med lavere  $r$  (øverst) for Merton (1974).

Figur 5.1a illustrerer at inkludering av kredittrisiko gir et høyere nivå på implisitt volatilitet, hvor de laveste verdiene ligger på 0,4860 og de høyeste er på 0,7804. Dette er betydelig høyere enn Black-Scholes-overflatens implisitte volatilitet på 0,3. Forutsetningen om konstant volatilitet brytes siden implisitt volatilitet varierer med utøvelseskurs og tid til forfall. Formen på overflaten ligner ikke et smil, men preges av en skjevhet ettersom implisitt volatilitet blir lavere når  $X$  øker. Dette omtales som negativ volatilitetsskjevhet. For høyere utøvelseskurs blir volatilitetsskjevheten flatere og verdien på implisitt volatilitet blir lavere. Vi ser også at skjevhetens helning blir større når opsjonens tid til forfall øker. Dette er i tråd med resultater fra empiriske undersøkelser gjennomført av Foresi og

Wu<sup>1</sup>(Foresi og Wu 2005, s.3). Vi observerer videre at implisitt volatilitet for en gitt  $X$  stiger med økt  $t_1$ . En mulig forklaring er at lengre tidshorisont øker usikkerheten rundt verdiutviklingen, noe som gir høyere kredittrisikoen og høyere implisitt volatilitet.

I videre avsnitt vil vi undersøke effekten av parameterendringer på volatilitetsoverflaten og presentere to mulige hypoteser som kan forklare nivåendringer i implisitt volatilitet. Gjeldsandelshypotesen sier at implisitt volatilitet er økende i gjeldsandel,  $GA$ , der  $GA = \frac{DV}{DV+EV}$ . Vi undersøker også om den risikonøytrale konkurssannsynligheten har en positiv effekt på implisitt volatilitet. Risikonøytral konkurssannsynlighet drøftes ikke eksplisitt av Merton, men er innebygd i prisformelen for opsjoner. Selskapet går konkurs hvis  $V_{t_2} \leq K$ , og konkurssannsynligheten betraktes som sannsynligheten for konkurs på tidspunkt  $t_2$ . Risikonøytral sannsynlighet er gitt ved

$$Prob(V_{t_2} \leq K) = 1 - N(d_2) = N(-d_2) = ProbM(t_2). \quad (5.1)$$

Videre undersøker vi om det er en sammenheng mellom volatilitetsoverflatens skjevhet og gjeldsandel. Dette omtales som gjeldsandelseffekthypotesen og er presentert av Toft og Prucyk (1997). Toft og Prucyk estimerer en rekke verdier for Black-Scholes-basert implisitt volatilitet for kjøpsopsjoner på selskaper med gjeldsstruktur basert på Leland (1994), og påpeker at skjevhetens helning er mer negativ for selskaper med høy gjeldsandel sammenlignet med selskap med lav gjeldsandel. Dette forklares med leverage-effekten. Vi velger å undersøke om denne hypotesen også gjelder for volatilitetsoverflater for Merton-modellen.

**Tabell 5.1:** Nøkkeltall for ulike parametersett basert på Merton (1974).  $EV_0$  er egenkapitalverdi på tidspunkt  $t_0$ .  $DV_0$  er gjeldsverdien på tidspunkt  $t_0$  og gjeldsandelen er definert som  $GA = \frac{DV}{DV+EV}$ . Kolonne  $ProbM(t_2)$  inneholder risikonøytral konkurssannsynlighet  $ProbM(5)$  for  $t = 5$  år, med unntak av tilfellet med høyere  $t_2$  hvor vi beregner  $ProbM(10)$  for  $t_2 = 10$ . Merk at  $EV_0 + DV_0 = 100 = V_0$ .

	$EV_0$	$DV_0$	Gjeldsandel	$ProbM(t_2)$
<b>Benchmark</b>	47,5360	52,4640	0,5246	0,3205
<b>Lavere <math>r</math></b>	41,5134	58,4866	0,5849	0,4042
<b>Høyere <math>t_2</math></b>	61,3284	38,6716	0,3867	0,3609
<b>Lavere <math>\sigma</math></b>	43,4666	56,5334	0,5653	0,1639
<b>Lavere <math>K</math></b>	62,5158	37,4842	0,3748	0,1422

### 5.1.2 Risikofri rente, $r$

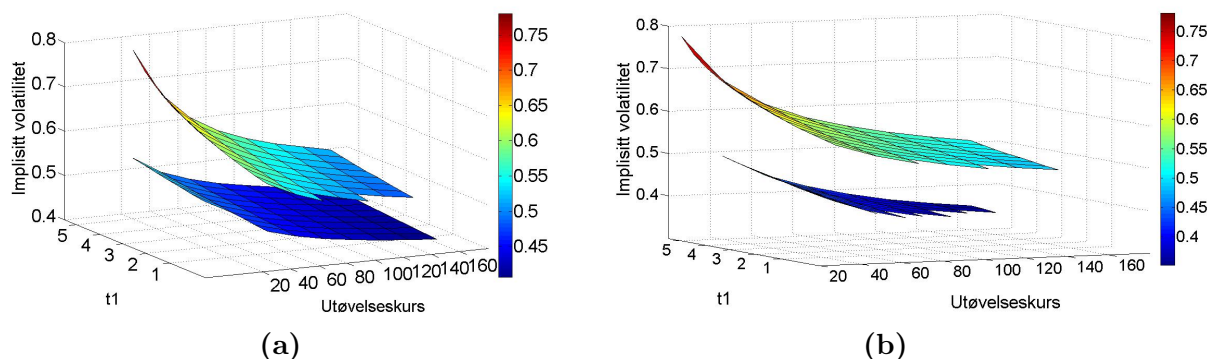
Fra figur 5.1b ser vi at lavere rente gir et høyere nivå for implisitt volatilitet og at skjevheten fortsatt er negativ for ulik utøvelseskurs for opsjonen. Vi får hovedsakelig den samme

<sup>1</sup>For nærmere diskusjon av endring i negativ skjevhet dersom  $t_1$  endres, se Foresi og Wu (2005).

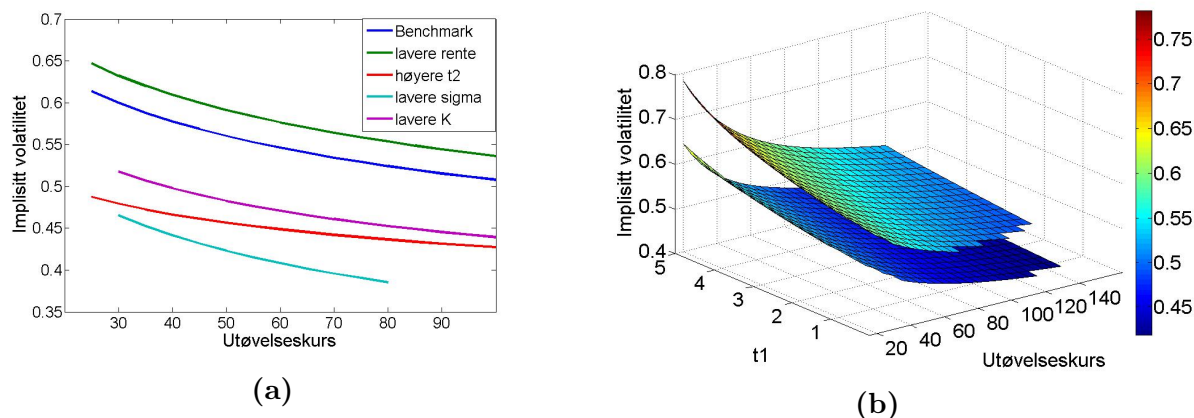
kurvaturen på volatilitetsoverflaten sammenlignet med høyere rente, og avstanden i prosentpoeng fra den laveste til den høyeste verdien for implisitt volatilitet er omtrent lik, se tabell C.2 og C.4 i tillegg C på side 64 og 65. For øvrig vil høyere rente gi høyere gjeldsverdi og gjeldsandel. Vi har tidligere nevnt at gjeldsverdien kan tolkes som en kort salgsoption og en risikofri nullkupongsobligasjon. Når renten reduseres blir både diskontert verdi av nullkupongsobligasjonen og verdien av salgsoptionen større. Den første effekten ser ut til å dominere, noe som gir høyere gjeldsverdi. Fra tabell 5.1 ser vi at lavere rente gir lavere egenkapitalverdi og gjeldsandelen går opp. Dette forventes å øke risikoen i forbindelse med egenkapital (Brealey m.fl. 2011, s.456) og kan resultere i økt implisitt volatilitet. Konkursansynligheten stiger, noe som kan ha positiv effekt på implisitt volatilitet. Både økt gjeldsandel og konkursansynlighet ser ut til å trekke i retning av høyere implisitt volatilitet for tilfellet med lavere rente.

### 5.1.3 Obligasjonens løpetid, $t_2$

Fra figur 5.2a observerer vi at nivået til implisitt volatilitet blir lavere for økt  $t_2$ , selv om den er høyere enn i Black-Scholes-tilfellet. Helningen er fremdeles negativ, men skjevheten med hensyn på  $X$  blir slakere. Høyere  $t_2$  gir lavere absolutt verdi til stigningstallet for skjevheten i  $t_1$ -dimensjonen. Det tyder på at implisitt volatilitet blir mindre sensitiv overfor endringer i  $t_1$  når  $t_2$  øker, dersom  $X$  holdes fast. Når  $t_2$  øker vil nåverdien av nullkupongsobligasjonen bli lavere, mens verdien av salgsoptionen blir høyere. Gjeldsverdien blir lavere, noe som tyder på at den første effekten dominerer. Egenkapitalverdien øker med  $t_2$  og gjeldsandelen går ned fra 0,5246 til 0,3867 jf. tabell 5.1. Dette forventes å gi lavere implisitt volatilitet og slakere volatilitetsoverflate. Fra tabell 5.1 ser vi at høyere  $t_2$  gir høyere konkursansynlighet. Dette forventes å gi høyere implisitt volatilitet. Ettersom vi observerer lavere implisitt volatilitet ved høyere  $t_2$ , tyder det på at effekten av redusert gjeldsandel dominerer over økt konkursansynlighet.



**Figur 5.2:** Figur (a) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (øverst) og tilfellet med høyere  $t_2$  (nederst). Figur (b) illustrerer implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (øverst) og tilfellet med lavere  $\sigma$  (nederst) for Merton (1974).



**Figur 5.3:** Figur (a) illustrerer implisitt volatilitet for alle tilfellene presentert i tabell 5.1 for  $t_1=1$ . Figur (b) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (øverst) og tilfellet med lavere  $K$  (nederst) for Merton (1974). Reduksjon i pålydende til obligasjonen fører til lavere implisitt volatilitet.

### 5.1.4 Volatilitet, $\sigma$

Figur 5.2b viser at implisitt volatilitet blir lavere når  $\sigma$  reduseres. Fra tabell 5.1 ser vi at gjeldsverdien øker, mens egenkapitalverdien reduseres. Totaleffekten blir høyere gjeldsandel. Vi forventer at dette er med på å bidra til å øke implisitt volatilitet. Høyere gjeldsverdi er et resultat av at diskontert verdi av nullkupongobligasjonen reduseres, mens kjøpsopsjonsverdien er upåvirket. På den annen side reduseres konkurssannsynligheten betraktelig, noe som vil gi lavere implisitt volatilitet. Det ser ut til at den sistnevnte effekten dominerer, ettersom implisitt volatilitet blir lavere når  $\sigma$  reduseres. Fra figur 5.2b og 5.3a ser vi at negativ volatilitetsskjevhet blir brattere for lavere  $\sigma$ , mens volatilitetsoverflaten blir slakere for økt  $t_1$ , dersom  $X$  holdes konstant.

### 5.1.5 Pålydende, $K$ .

Fra figur 5.3b ser vi at implisitt volatilitet reduseres ved lavere  $K$ , og den negative skjevheten med hensyn på  $X$  blir nærmest uendret. Fra tabell 5.1 ser vi at reduksjonen i  $K$  fra 75 til 50 gir en nedgang i gjeldsverdi. Dette er et resultat av at nåverdien av nullkupongobligasjonen reduseres mer enn verdien av salgsoptionsjonen. Videre øker egenkapitalen, og nettoeffekten er at gjeldsandelen reduseres sammenlignet med benchmarktilfellet. Vi forventer derfor lavere implisitt volatilitet. Konkurssannsynligheten reduseres og trekker i samme retning. I  $t_1$ -dimensjonen blir stigningstallets absolutte verdi mindre for tilfellet med lavere  $K$ .

### 5.1.6 Moneyness og skjevhet.

Vi har påvist negativ skjevhet for implisitt volatilitet med hensyn på utøvelseskurs. Jo mer kjøpsopsjonen er “in-the-money”, jo høyere er implisitt volatilitet og desto brattere

er den negative skjevheten. For opsjoner dypt “out-of-the-money” vil derimot den negative skjevheten flate ut og det generelle nivået for implisitt volatilitet blir lavere. Dette illustreres i tabell 5.2 og figur 5.3a. Empiriske undersøkelser tyder på at dette observeres for egenkapitalmarkeder og kan knyttes til at fordelingen til egenkapitalverdien ikke er lognormalfordelt (Alexander 2008, III, s.235).

**Tabell 5.2:** Egenkapitalverdier som definerer moneyness for kjøpsopsjonen på egenkapital for ulike parametersett. Kjøpsopsjoner på egenkapital er “at-the-money” når  $EV=X$ , “in-the-money” når  $EV > X$  og “out-of-the-money” når  $EV < X$ .

	$EV_0$	<i>At-the-money</i>	<i>In-the-money</i>	<i>Out-of-the-money</i>
<b>Benchmark</b>	47,5360	$EV=X=47,5360$	$X < 47,5360$	$X > 47,5360$
<b>Lavere <math>r</math></b>	41,5134	$EV=X=41,5124$	$X < 41,5134$	$X > 41,5134$
<b>Høyere <math>t_2</math></b>	62,3284	$EV=X=62,3284$	$X < 62,3284$	$X > 62,3284$
<b>Lavere <math>\sigma</math></b>	43,4666	$EV=X=43,4666$	$X < 43,4666$	$X > 43,4666$
<b>Lavere <math>K</math></b>	62,5158	$EV=X=62,5158$	$X < 62,5158$	$X > 62,5158$

### 5.1.7 Oppsummering og kritikk

Gjeldsstruktur basert på Merton-modellen gir implisitte volatilitetsoverflater som kjenne- tegnes av negativ skjevhet med hensyn på utøvelseskurs. Dette er konsistent med det vi observerer i markedet og kan gjøre at modellen fremstår som mer virkelighetsnær enn Black-Scholes-modellen. Nivået på implisitt volatilitet er stigende i  $\sigma$  og pålydende  $K$ , men synkende i  $r$  og  $t_2$ . Figur 5.3a viser at helningen er brattere for opsjoner dypt “in-the-money” enn for opsjoner dypt “out-of-the-money”. Grunnen til dette kan være at fordelingen til underliggende,  $EV$ , modellert ved bruk av Merton (1974) ikke er lognormalfordelt. Dette kan ha sitt utspring i at Merton åpner for gjeldsfinansiering av selskapet og dermed kredittrisiko. Egenkapitalen blir tolket som en opsjon på selskapsverdien, og er dermed ikke lognormalfordelt. Overflatene blir brattere når  $t_1$  stiger, dersom  $X$  holdes fast. Kurvaturen til volatilitetsoverflaten er nærmest upåvirket av endringer i renter og

**Tabell 5.3:** Et kort sammendrag av effektene til endringen i parameterverdier på nøkkeltall og estimert implisitt volatilitet for kjøpsopsjoner på egenkapital for Merton (1974). Pilen  $\uparrow$  indikerer at nøkkeltallet har økt, pilen  $\downarrow$  betyr at nøkkeltallet er redusert sammenlignet med benchmarktilfellet. Kolonnen *Impvol* presenterer endringer i nivået til implisitt volatilitet. I den siste kolonnen, *Skjevhet*, kommenteres endringer i helningen til overflaten i forhold til benchmarktilfellet.

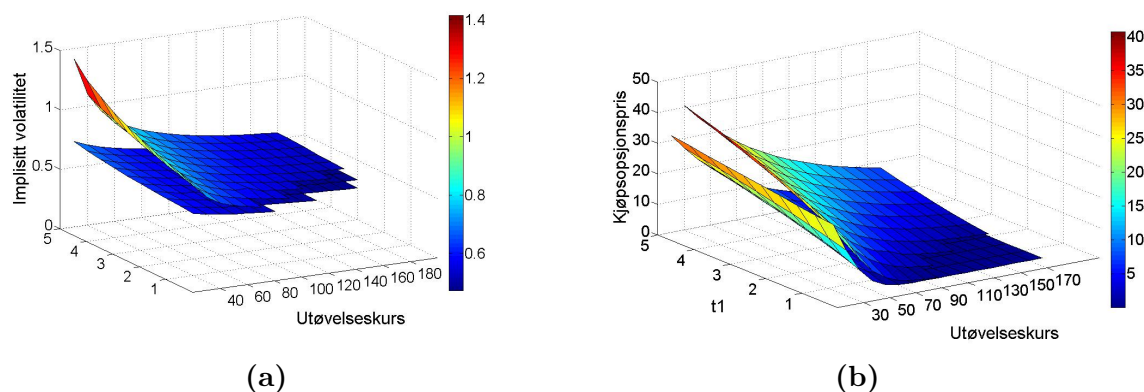
	$EV_0$	$DV_0$	$GA$	$ProbM$	<i>Impvol</i>	<i>Skjevhet</i>
$r \downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	Ingen/liten endring
$t_2 \uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	Slakere
$\sigma \downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	Brattere
$K \downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	Ingen/liten endring

pålydende  $K$ , men blir slakere for økt tid til obligasjonsforfall,  $t_2$  og brattere for lavere  $\sigma$ . Vi observerer en positiv sammenheng mellom gjeldsandel og implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $r$ , høyere  $t_2$  og lavere  $K$ . Fra tabell 5.3 ser vi at risikonøytral konkurssannsynlighet og implisitt volatilitet beveger seg i samme retning med unntak av tilfellet med høyere  $t_2$ , hvor endringer i  $ProbM(t_2)$  og gjeldsandel har motvirkende effekter, og den sistnevnte dominerer. Vi kan dermed ikke avkrefte at konkurssannsynligheten har en positiv effekt på implisitt volatilitet. Vi finner derimot ikke støtte for Toft og Prucyks gjeldsandel-effekthypotese.

En av svakhetene med Merton-modellen er at kapitalstrukturen er for enkel, med én type gjeld og ingen kupongutbetalinger (Sundaram og Das 2010, s.819). Konkurs er mulig kun ved forfall  $t = t_2$ , noe som kan rettferdiggjøres ved korte løpetider på  $\frac{1}{2}$  eller 1 år siden et selskap kan oppløses ved dom eller vedtak av generalforsamlingen jf. asl § 16-1 (aksjeloven 1997). Det er lovpålagt å holde generalforsamling én gang i året jf. § 5-5(1)<sup>2</sup>. Når obligasjonens løpetid øker, blir forutsetningen om konkurs kun på tidspunkt  $t_2$  mindre realistisk. En annen svakhet er at Merton ikke tar hensyn til skatter og konkurstkostnader. Dette tas hensyn til i modellen til Leland (1994).

## 5.2 Leland (1994): Resultater og tolkning

### 5.2.1 Introduksjon til Leland (1996) og sammenligning med Merton (1974)



**Figur 5.4:** Figur (a) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellene for henholdsvis Merton (1974) (nederst) og Leland (1994) (øverst). Figur (b) illustrerer kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellene for Merton (1974) (nederst) og Leland (1994) (øverst).

Fra figur 5.4a ser vi at volatilitetsoverflaten for Leland-modellen ligger på et høyere nivå enn overflaten til Merton-modellen. Fra ligning (4.3) ser vi at det kun er  $EV_0$  og

<sup>2</sup>LOV-1997-06-13-4.

kjøpsopsjonsverdien på egenkapital som er forskjellig for de to modellene ved estimering av implisitt volatilitet. Størrelsen  $EV_0$  forventes å ha negativ effekt på implisitt volatilitet fordi lavere egenkapital gir høyere gjeldandel. Høyere kjøpsopsjonsverdier observeres sammen med høyere verdier for implisitt volatilitet, siden økt risiko fører til høyere opsjonspriser (McDonald 2006, s.386). Egenkapitalverdien er lavere for Leland-modellen enn for Merton,  $EV_{0,L94}=44,3498 < 47,5360=EV_{0,M}$ . Dette er med på å bidra til at gjeldsandel,  $GA$ , øker fra  $GA_M=0,5246$  til  $GA_{L94}=0,6279$ , og implisitt volatilitet stiger.

Figur 5.4b viser at kjøpsopsjonsprisene er høyest for Leland-modellen, noe som forventes å trekke implisitt volatilitet i samme retning. Både lavere egenkapitalverdi og høyere opsjonsverdier er i tråd med at Leland-modellen har høyere implisitt volatilitet enn modellen til Merton. Begge overflatene kjennetegnes ved negativ skjevhet med hensyn på utøvelseskurs og blir brattere for lengre tid til forfall. Denne effekten er videre illustrert i tabell 5.4 og tabell 5.5. Skjevheten er brattest for Leland (1994) og diskrepansen mellom de to modellene øker med  $t_1$ . En mulig forklaring kan være Leland-modellens forutsetning om at konkurs kan inntreffe før tidspunkt  $t_2$ , og dermed også før tidspunkt  $t_1$ . Når  $t_1$  øker vil det være større sannsynlighet for at selskapet går konkurs før opsjonsutøvelse, nettopp fordi tidshorisonten er lengre. Konkurssannsynligheten for Merton-modellen vil derimot ikke forandres med endringer i  $t_1$ .

Vi observerer at konkurssannsynligheten er høyere for Merton-modellen sammenlignet med modellen til Leland. På den ene siden forventer vi at muliggjøring av konkurs underveis vil bidra til at konkurssannsynligheten stiger for Leland-modellen. På den annen side merker vi oss at  $VB=75$  for modellen til Merton, mens Leland-modellens konkursbarriere er  $VB=34,2105$ . Høyere konkursbarriere forventes å gi høyere konkurssannsynlighet, og det tyder på at denne effekten dominerer.

**Tabell 5.4:** Implisitt volatilitet for utvalgte kjøpsopsjonsverdier for Merton (1974) og Leland (1996).  $\Delta_t\sigma_{iv}$  står for endringen i implisitt volatilitet når  $t_1$  øker fra  $\frac{1}{2}$  til 5 år.

$X$	MERTON			LELAND		
	$t_1 = 0,5$	$t_1 = 5$	$\Delta_t\sigma_{iv}$	$t_1 = 0,5$	$t_1 = 5$	$\Delta_t\sigma_{iv}$
<b>30</b>	0,5913	0,7184	21,50%	0,8402	1,4134	68,22%
<b>80</b>	0,5188	0,5794	11,68%	0,5659	0,7353	29,93%

**Tabell 5.5:** Implisitt volatilitet for utvalgte kjøpsopsjonsverdier for Merton (1974) og Leland (1994).  $\Delta_x \sigma_{iv}$  står for endringen i implisitt volatilitet når utøvelseskursen øker fra 30 til 80.

$t_1$	MERTON			LELAND		
	$X=30$	$X=80$	$\Delta_x \sigma_{iv}$	$X=30$	$X=80$	$\Delta_x \sigma_{iv}$
<b>0,5</b>	0,5913	0,5188	-12,26 %	0,8402	0,5659	-32,65%
<b>5</b>	0,7184	0,5794	-19,35%	1,4134	0,7353	-47,98%

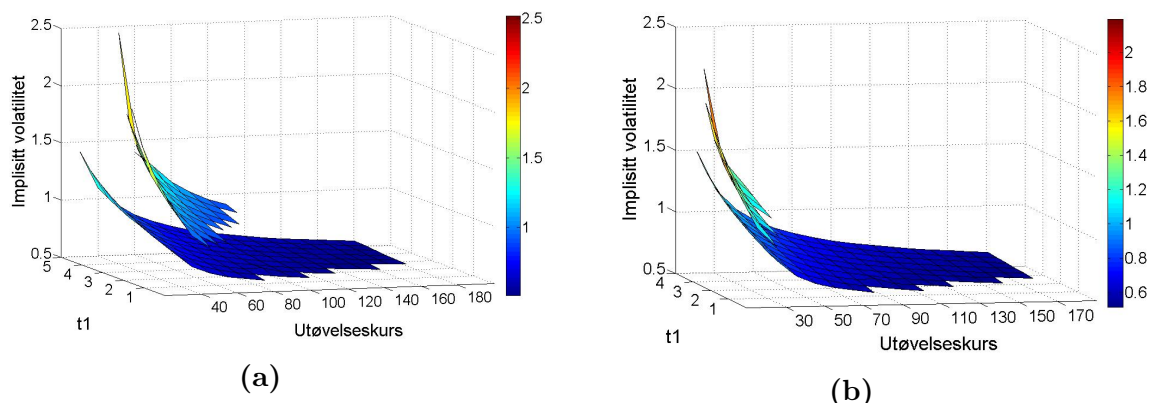
**Tabell 5.6:** Nøkkeltall for ulike parametersett for Leland (1994). Egenkapitalverdien  $EV_0$ , gjeldsverdien  $DV_0$  og den totale selskapsverdien  $UV_0$  på tidspunkt  $t_0$ . Konkursutløsende barriere  $VB$ , risikonøytral sannsynlighet for at konkurs vil finne sted innen  $t$  år,  $Prob(t)$ , og gjeldsandel,  $GA = \frac{DV}{DV+EV}$ . Det første nøkkeltallsettet tilhører benchmarktilfellet og er merket med BM, mens i resterende tilfeller varierer vi ett parameter av gangen.

	$EV_0$	$DV_0$	$UV_0$	$VB$	$Prob(1)$	$Prob(5)$	$GA$
<b>BM</b>	44,3498	75,8275	119,1773	34,2105	0,0003	0,1034	0,6279
<b>Høyere <math>C</math></b>	28,0237	88,7824	116,8061	47,8947	0,0136	0,2614	0,7601
<b>Lavere <math>r</math></b>	20,1726	84,6549	104,8274	50,0000	0,0252	0,3621	0,8076
<b>Lavere <math>\alpha</math></b>	44,3498	80,0218	124,3716	34,2105	0,0003	0,1034	0,6434
<b>Lavere <math>\sigma</math></b>	37,7278	88,7217	126,4495	46,4286	$6,96 \cdot 10^{-5}$	0,0466	0,7016
<b>Lavere <math>\tau</math></b>	23,2657	63,9155	87,1812	52,5789	0,0310	0,3259	0,7331

Parametersett for ulike tilfeller presenteres i tabell 4.2 på side 19. For nærmere undersøkelse av verdier presentert i figurene, henvises leseren til vedlagte tabeller i tillegg D på side 69. Tabell 5.6 presenterer sentrale nøkkeltall for hvert parametersett fra tabell 4.2. Vi vil i likhet med Merton-modellen fokusere på gjeldsandelshypotesen og konkurssannsynlighet i tolkning av resultatene.



## 5.2.2 Kupongutbetalinger, $C$



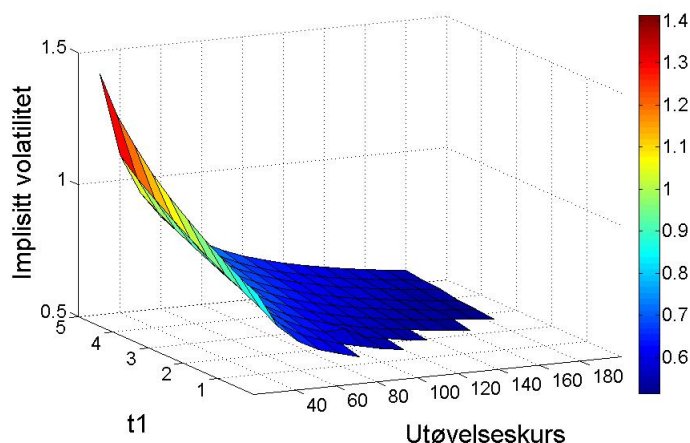
**Figur 5.5:** Figur (a) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (nederst) og tilfellet med høyere  $C$  (øverst). Figur (b) illustrerer implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (nederst) og tilfellet med lavere  $r$  (øverst) for Leland (1994).

Fra figur 5.5a ser vi at økte kupongbetalinger gir et høyere nivå for implisitt volatilitet, og helningen til skjevheten med hensyn på utøvelseskurs er mer negativ. Implisitt volatilitet fremstår som mer sensitiv overfor endringer i utøvelseskursen. I den regionen vi analyserer vil følgende være tilfredsstillende:  $\frac{\partial EV}{\partial C} < 0$  og  $\frac{\partial DV}{\partial C} > 0$  jf. tabell 5.6 og tabell I i Leland (1994) (Leland 1994, s.1224). Høyere  $C$  øker dermed gjeldsverdien som følge av at den neddiskonterte strømmen av kupongutbetalinger blir høyere. Vi observerer at egenkapitalverdien reduseres, og gjeldsandelen stiger, noe som bekreftes av resultater presentert i tabell 5.6. Fra tabell 5.6 ser vi at økt  $C$  gir høyere konkursbarriere  $VB$  og høyere konkurssannsynlighet  $Prob$ . Det tyder på at det eksisterer en positiv sammenheng mellom  $VB$  og  $Prob$  for observert område. Dette kan bidra til økt implisitt volatilitet. Begge effektene trekker i retning av høyere implisitt volatilitet. Differansen i implisitt volatilitet mellom tilfellet med høyere  $C$  og benchmarktilfellet øker med tid til forfall, og skjevheten med hensyn på  $X$  blir større. Større volatilitetsskjevhet observeres sammen med økt gjeldsandel og er i tråd med Toft og Prucyks gjeldsandel-effekthypotese.

## 5.2.3 Rentenivå, $r$

Figur 5.5b viser at volatilitetsoverflaten er høyere for lavere rente og helningen til volatilitetsoverflaten blir brattere. Nedgang i risikofri rente reduserer egenkapitalverdien og øker gjeldsverdien jf. tabell I i Leland (1994) (Leland 1994, s.1224). Fra tabell 5.6 ser vi at gjeldsandelen går opp, noe som tilfører mer risiko i modellen og resulterer i høyere implisitt volatilitet. Lavere rente gir høyere sannsynlighet for konkurs, og vi forventer at dette også øker implisitt volatilitet. Totaleffekten av redusert risikofri rente er høyere implisitt volatilitet.

## 5.2.4 Parameteret $\alpha$



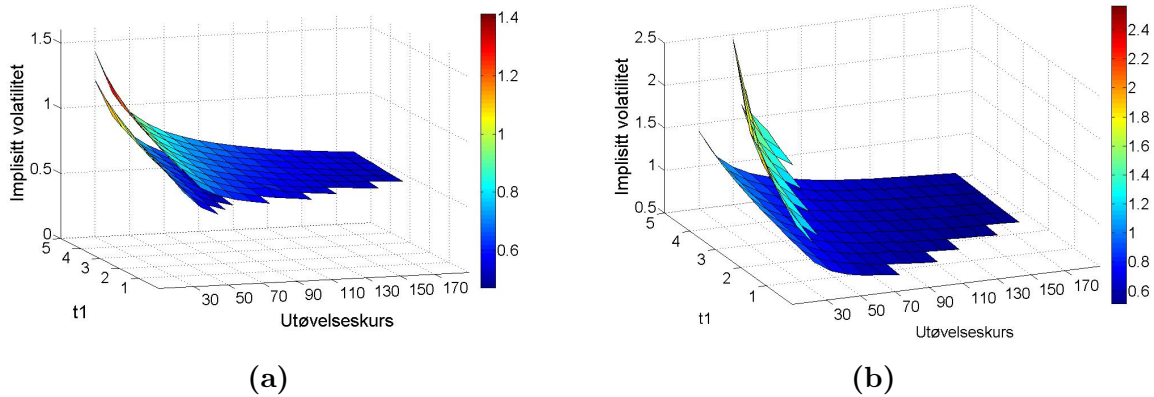
**Figur 5.6:** Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med lavere  $\alpha$  for Leland (1994). Volatilitetsoverflatene overlapper.

Fra figur 5.6 ser vi at de implisitte volatilitetsoverflatene til benchmark og tilfellet med  $\alpha = 0$  nærmest overlapper. Lavere  $\alpha$  fører til større utbetaling til kreditoren ved konkursutløsning,  $DV_{konkurs} = (1 - \alpha)VB$ . Den totale gjeldsverdien øker, mens egenkapitalverdien forblir uendret jf. tabell I presentert i Leland (1994) (Leland 1994, s.1224). Aksjonærene taper alt ved en eventuell konkurs uavhengig av størrelsen på  $\alpha$ . En forklaring på uendret gjeldsandel kan være at økningen i gjeldsverdien oppveies av en tilsvarende økning i selskapsverdien. Fra tabell 5.6 ser vi at endringen i gjeldsandelen er så liten at den mest sannsynlig ikke vil ha noen observerbar effekt på implisitt volatilitet. Konkurs sannsynligheten,  $Prob$ , er uendret og vil ikke ha noe effekt på implisitt volatilitet. Konkursbarrieren og verdiene til kjøpsopsjoner på egenkapital er uendret i forhold til benchmark jf. tabell 5.6, tabell D.2 på side 71 og tabell D.7 på side 73<sup>3</sup>, noe som tyder på at risikoen er uendret. Ettersom ingen av de sentrale parametre i særlig grad endres, vil den implisitte volatilitetsoverflaten være uendret.

## 5.2.5 Volatilitet, $\sigma$

Fra figur 5.7a ser vi at lavere  $\sigma$  gir et lavere nivå på implisitt volatilitet. Nedgangen i  $\sigma$  gir økt gjeldsverdi og lavere egenkapitalverdi jf. tabell 5.6. Dette resulterer i høyere gjeldsandel, og vi forventer høyere implisitt volatilitet. Konkurs sannsynligheten reduseres jf. tabell 5.6, og implisitt volatilitet forventes å gå ned. Effektene drar i to ulike retninger. I følge figuren 5.7a dominerer den sistnevnte effekten og volatilitetsoverflaten ligger under

<sup>3</sup>Merk at det forekommer en liten dissepans mellom de to verdsettene, noe som kan skyldes at verdiene er estimert ved hjelp av Monte Carlo simulering. Noen avvik kan derfor forekomme.



**Figur 5.7:** Figur (a) illustrerer implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (øverst) og tilfellet med lavere  $\sigma$  (nederst). Figur (b) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (nederst) og tilfellet med lavere  $\tau$  (øverst) for Leland (1994).

benchmarktilfellet. Volatilitetsskjevheten er brattere for lavere  $\sigma$ , noe som er konsistent med gjeldsandel-effekthypotesen.

## 5.2.6 Skattesats, $\tau$

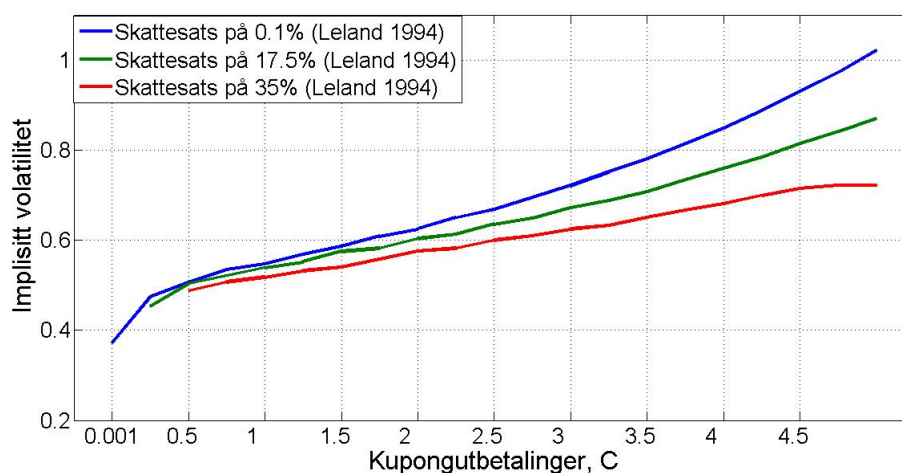
Fra figur 5.7b ser vi at lavere skattesats gir høyere nivå på implisitt volatilitet. Lavere skattesats reduserer skatteskjoldet og minsker fordelene det bringer med seg, og kan bidra til at den totale selskapsverdien reduseres. Nøkkeltall presentert i tabell 5.6 tyder på at gjeldsverdien reduseres mindre enn egenkapitalverdien slik at gjeldsandelen forventes å øke, noe som kan gi høyere implisitt volatilitet. Konkurs sannsynligheten  $Prob$  stiger, noe som forårsakes av at lavere  $\tau$  gir større  $VB$  og implisitt volatilitet øker. Helningen til volatilitetsoverflaten med hensyn på utøvelseskursen til lavskatttilfellet er betraktelig mer negativ enn for benchmark. Kontantstrømmene til selskapet blir mer volatile når skattesatsen reduseres. Dette kan øke usikkerheten og dermed være med på å bidra til at volatilitetsskjevhet blir brattere. Når det gjelder  $t_1$ -dimensjonen observerer vi at implisitt volatilitet øker med tid til forfall i likhet med benchmark. Dette er enklast å se på en mer detaljert overflate, se figur D.1 på side 69.

## 5.2.7 Oppsummering og kritikk

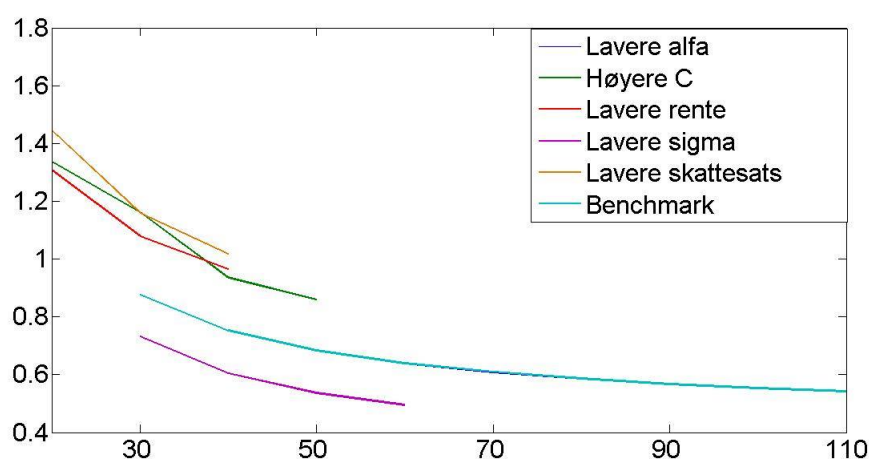
Resultatene over kan oppsummeres i tabell 5.7. Vi ser at nivået på implisitt volatilitet er økende i  $C$  og  $\sigma$ , mens det er synkende i risikofri rente og skattesatsen  $\tau$ . Endringen i  $\alpha$  gir derimot ingen endring i implisitt volatilitet. De nye parametrene i Leland (1994), sammenlignet med Merton-modellen, er skattesats, kuponger og konkurskostnader, men kun de to førstnevnte ser ut til å ha effekt på implisitt volatilitet.

**Tabell 5.7:** Et kort sammendrag av effektene til endringer i parameterverdier på nøkkeltall og estimert implisitt volatilitet for kjøpsopsjoner på egenkapital for Leland (1994). Pilen  $\uparrow$  indikerer at nøkkeltallet har økt, mens pilen  $\downarrow$  betyr at nøkkeltallet er redusert sammenlignet med benchmarktilfellet.  $-$  står for ingen endring i forhold til benchmark, mens  $\approx$  står for tilnærmet ingen endring. Kolonnen *Impvol* presenterer endringer i nivået til implisitt volatilitet. I den siste kolonnen, *Skjevhet*, kommenteres endringer i helningen til overflaten i forhold til benchmarktilfellet.

	$EV_0$	$DV_0$	$UV_0$	$VB$	$Pb$	$Prob$	$GA$	<i>Impvol</i>	<i>Skjevhet</i>
$C \uparrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	Brattere
$r \downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	Brattere
$\alpha \downarrow$	$-$	$\uparrow$	$\uparrow$	$-$	$\approx$	$-$	$\approx$	$-$	Liten/ingen endring
$\sigma \downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	Brattere
$\tau \downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	Brattere



**Figur 5.8:** Implisitt volatilitet for ulike kuponger og ulike skattesatser for Leland (1994).



**Figur 5.9:** Figuren illustrerer implisitt volatilitet for alle tilfellene presentert i tabell 5.6 på side 31 for  $t_1 = 1$ .

Figur 5.8 illustrerer hvordan implisitt volatilitet øker med kupongen  $C$ . På den an-

nen side observerer vi at en økning i skattesatsen demper kupongens effekt på volatilitet: kurven for implisitt volatilitet som en funksjon av  $C$  er slakere jo høyere skattesats. I den regionen vi analyserer er kurven konkav for lave kuponger og skattesatser, men konveks for høyere verdier for  $C$ .

Vi har en hypotese om at nivået på implisitt volatilitet påvirkes av gjeldsandelen og konkurssannsynligheten. Vi kan ikke avkrefte at det er en sammenheng mellom implisitt volatilitet og gjeldsandel, selv om tilfellet med redusert  $\sigma$  ikke gir støtte til hypotesen. Dette kan oppstå fordi effekten av konkurssannsynligheten og gjeldsandelen drar i hver sin retning, men den førstnevnte effekten ser ut til å dominere. Vi observerer også en positiv sammenheng mellom konkurssannsynlighet og implisitt volatilitet for alle undersøkte tilfeller. I tilfellet med  $\alpha = 0$  øker gjeldsandelen marginalt. Denne endringen er så liten at effekten på implisitt volatilitet neppe er observerbar. Vi undersøker også gjeldsandel-seffekthypotesen til Toft og Prucyk (1997). Figur 5.9 og nøkkeltall presentert i tabell 5.7 viser at større negativ volatilitetsskjevhet observeres i tilfeller med høyere gjeldsandel, noe som støtter denne hypotesen. Toft og Prucyks teori ble kritisert av Dennis og Mayhew (2002), som påstår at forfattere i sine empiriske undersøkelser avdekker en spuriøs sammenheng (Dennis og Mayhew 2002, s.491). Vi analyserer volatilitetsskjevhetens helning i moneynesskontekst hjelp av tabell 5.6. Begrenset verdiområder for implisitt volatilitet gjør det vanskelig å undersøke alle tilfellene av dypt “in-” og “out-of-the-money”, men volatilitetsskjevheten ser ut til å være brattere for opsjoner dypt “in-the-money” enn for opsjoner dypt “out-of-the-money”.

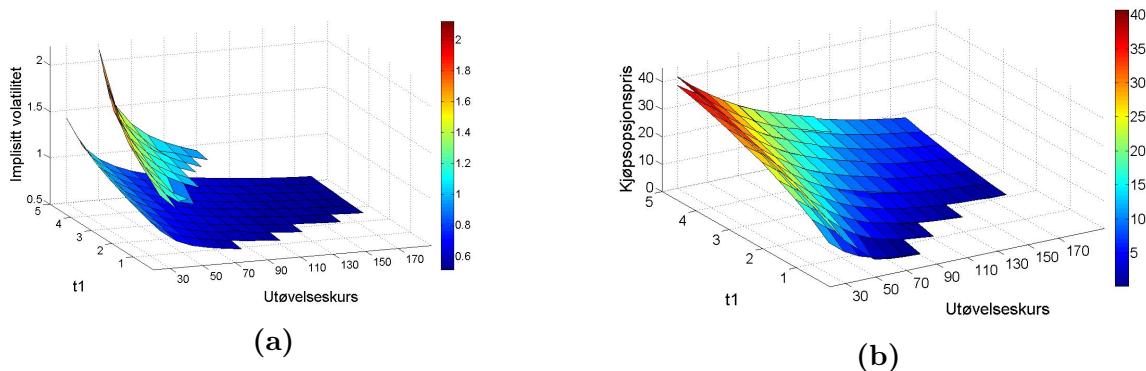
I figur 5.4a ser vi at Leland-modellen gir en volatilitetsoverflate med en større negativ helning enn Merton (1974), noe som kan skyldes høyere gjeldsandel. I tillegg observerer at diskrepansen mellom overflatene blir større når  $t_1$  øker.

Modellen til Leland kan kritiseres for at den ikke tillater flere ulike gjeldstyper i samme selskap. En annen svakhet med modellen er forutsetningen om konstant risikofri rente, noe som sjeldent er i tråd med det som observeres i markedet. Longstaff og Schwartz (1995) tar hensyn til både kredittrisiko og renterisiko i sin modell. En annen svakhet ved modellen er forutsetningen om at selskapet alltid kan benytte seg av fordelene forbundet med skattefradrag for kupongutbetalinger. I praksis kan det være tilfeller der man misligholder hele eller deler av kupongbetalinger, noe som ikke vil gi fullt fradrag. Et annet utelukket aspekt er agentkostnader og eierincentiver. Dette blir implementert i Lelands artikkel fra 1998. En av de mest kritiske svakhetene med Leland (1994) er likevel at obligasjonen forutsettes å aldri forfalle. Denne forutsetningen endres i modellutvidelsen til Leland og Toft (1996).

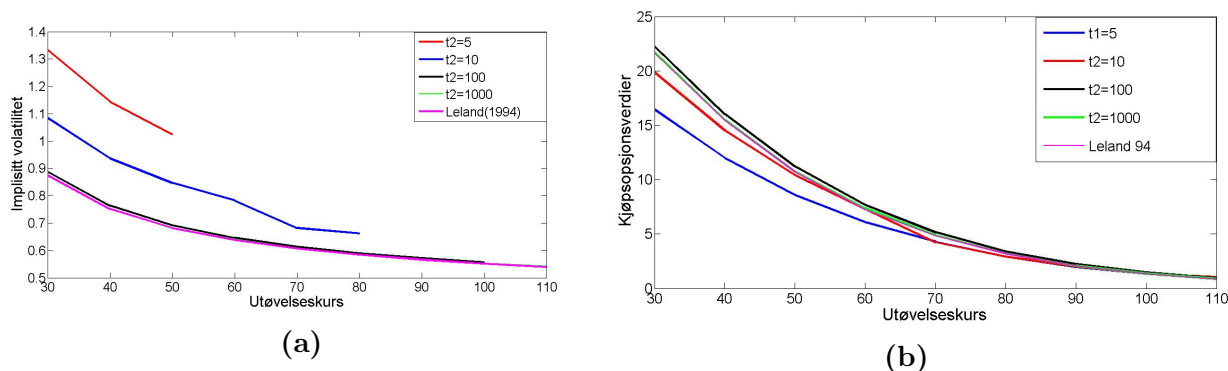
## 5.3 Leland og Toft (1996): Resultater og tolkning

### 5.3.1 Introduksjon til Leland og Toft (1996) og sammenligning med Leland (1994)

En bedrift må ofte foreta beslutninger angående gjeldens løpetid og grad av gjeldsfinansiering ved låneopptak (Leland og Toft 1996, s.987). Leland og Toft (1996) utvider med dette modellen til Leland (1994) ved å introdusere gjeld med endelig løpetid.



**Figur 5.10:** Figur (b) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellene for henholdsvis Leland (1994) (nederst) og Leland og Toft (1996) (øverst) ved ulike utøvelseskurs og tid til forfall, mens figur (a) viser kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellet for henholdsvis Leland (1994) (øverst) og Leland og Toft (1996) (nederst) ved ulike utøvelseskurs og tid til forfall.



**Figur 5.11:** Figur (a) illustrerer at verdiene for implisitt volatilitet for Leland og Toft (1996) konvergerer mot tilsvarende verdier for Leland (1994) når  $t_2$  øker, mens figur (b) illustrerer tilsvarende sammenheng for kjøpsopsjonsverdier på egenkapital. For nærmere undersøkelse av verdier, se tabeller i tillegg F på side 84.

Vi undersøker effekten av endring i obligasjonens løpetid ved å sammenligne benchmarktilfellet for Leland og Toft (1996) og Leland (1994). Fra figur 5.10a ser vi at høyere  $t_2$  gir lavere nivå for implisitt volatilitet. En mulig forklaring er at kortere  $t_2$  er forbundet med høyere gjeldsandel, eller at forskjellen i volatilitetsnivået oppstår som følge av høyere konkurssannsynlighet. Fra tabell 5.8 ser vi at gjeldsverdien øker med  $t_2$  og konvergerer

**Tabell 5.8:** Illustrasjon av egenkapitalverdier  $EV_0$ , gjeldsverdien  $DV_0$ , konkursutløsende barriere  $VB$  og risikonøytral sannsynlighet  $F(t)$  for  $t=1$  på tidspunkt  $t = t_0$  for ulike  $t_2$ .

	$t_2$				
	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>100</b>	<b>1000</b>	<b>Leland (94)</b>
$EV_0$	31,5808	39,2449	44,8944	44,4128	44,3499
$DV_0$	68,0193	69,0749	73,2925	74,6646	75,8300
$VB$	58,4866	48,6970	35,6796	34,3603	34,2100
$F(1)$	0,0716	0,0158	0,0005	0,0003	0,0003

mot verdien beregnet med utgangspunkt i Leland (1994), blant annet fordi lengre løpetid gir flere perioder med kupongbetalinger<sup>4</sup>. Egenkapitalverdien er også økende i  $t_2$  jf. tabell 5.8. Nettoendringer i  $EV$  og  $DV$  gjør at gjeldsandelen avtar med  $t_2$ , slik at den er lavere for Leland-modellen enn for Leland og Toft-modellen, hvor  $t_2 = 5$ ,  $GA_{L94}=0,63 < GA_{LT96}=0,68$ . Vi forventer derfor at Leland-modellen har lavere implisitt volatilitet enn modellen til Leland og Toft. Den risikonøytrale sannsynligheten for konkurs i Leland og Toft er gitt ved  $F(t) = Prob(V_t \leq VB)$ , og ligning (3.13c) tilsvarer ligning (3.9). Den risikonøytrale konkurssannsynligheten er synkende i  $t_2$ , noe som kan forklares med avtagende  $VB$ . Dette kan bidra til at implisitt volatilitet er lavest for modellen til Leland (1994) jf. tabell 5.8.

Implisitt volatilitet beregnet ved ligning (4.3) påvirkes blant annet av  $EV_0$  og kjøpsopsjonsverdien. Fra tabell 5.8 ser vi at  $EV_{0,LT96}=31,58 < 44,35=EV_{0,L94}$ . Redusert egenkapital i Leland og Toft-modellen forventes å gi høyere implisitt volatilitet enn modellen til Leland grunnet økt gjeldsandel. Fra figur 5.10b ser vi at kjøpsopsjonsverdier derimot er lavere for kortere  $t_2$ , noe som forventes å redusere implisitt volatilitet. Effektene drar i hver sin retning. Leland og Toft-modellen gir høyere implisitt volatilitet, noe som tyder på at egenkapitaleffekten dominerer. Dette kan forklares med at endringen i  $EV$  er størst.  $\Delta_{EV} = EV_{0,LT96} - EV_{0,L94} = 31,58 - 44,35 = -12,77$  og  $\Delta_{kj\ddot{o}psopsjon} = Kj\ddot{o}psopsjon_{LT96,X=30,t_1=0,5} - Kj\ddot{o}psopsjon_{L94X=30,t_1=0,5} = 37,60 - 40,73 = -3,13$ . Kjøpsopsjonsverdien kan tolkes som differansen mellom forventede neddiskonterte fremtidige innbetalinger og utbetalinger. Når konkurssannsynligheten øker, vil det påvirke aksjonærene fordi hyppigheten av lav  $EV_1$  øker. Dette vil resultere i at fordelingen til logavkastningen på egenkapital får større negativ skjevhet og leptokurtose. Sannsynlighet for lave egenkapitalverdier øker, og forventede neddiskonterte fremtidige innbetalinger fra kjøpsopsjonen på egenkapital reduseres. Dette er med på å bidra til en reduksjon i kjøpsopsjonsverdi. På den annen side vil økt

<sup>4</sup>For eksempel er  $DV_{L94}=74,83$  og  $DV_{LT96,t_2=5}=58,49$ . Nåverdien av pålydende mottatt av kreditorene ved lave  $t_2$  vil ikke kompensere tap av kupongutbetalinger fra tidspunkt  $t = t_2$  og utover. Hvis konkurs aldri utløses vil  $DV_{L94}=100$  og  $DV_{LT96}=86,59$  gitt at utbetalingene kommer på slutten av året. Vi ser at nåverdien av kupongene fra år  $t = t_2=6$  og utover vil være verdt 78,35, mens  $NV \sum_{t_0}^{t_2} p = 64,94$ . Hvis vi tar hensyn til konkurs og justerer nåverdiene med konkurssannsynligheter og respektive neddiskonteringer, får vi lavere gjeldsverdier observert i tabell 5.6 og 5.9.

egenkapitalrisiko resultere i høyere kjøpsopsjonsverdier. Det tyder på at den første effekten dominerer ettersom vi observerer at kjøpsopsjonsprisene er stigende i  $t_2$  jf. figur 5.11b<sup>5</sup>.

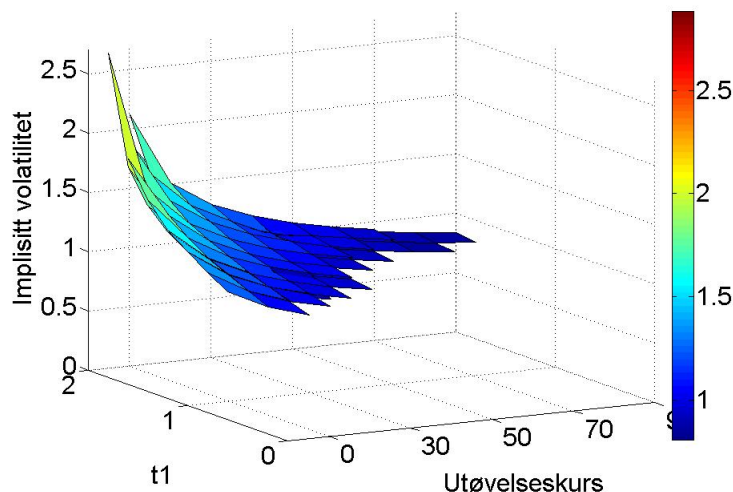
**Tabell 5.9:** Her presenteres utvalgte nøkkeltall for ulike parametersett for Leland og Toft (1996); Egenkapitalverdien  $EV_0$ , gjeldsverdien  $DV_0$ , den totale selskapsverdien  $UV_0$  på tidspunkt  $t_0$ , konkursutløsende barriere  $VB$ ,  $F(1)$  og  $F(5)$ , som er risikonøytral sannsynlighet for at selskapet går konkurs innen henholdsvis  $t = t_1$  og  $t = t_2$ , og gjeldsandel  $GA = \frac{DV}{DV+EV}$ . Det første parametersettet tilhører vår benchmark merket med BM, mens i resterende tilfeller varierer vi ett parameter av gangen.

	$EV_0$	$DV_0$	$UV_0$	$VB$	$F(1)$	$F(5)$	$GA$
<b>BM</b>	31,5808	68,0193	99,6001	58,4866	0,0717	0,4129	0,6829
<b>Høyere C</b>	33,9488	72,0098	105,9586	58,4200	0,0710	0,4102	0,6796
<b>Lavere r</b>	21,8800	66,6200	88,4900	64,9200	0,1686	0,5819	0,7500
<b>Lavere <math>\alpha</math></b>	45,0624	75,0764	120,1388	46,2581	0,0098	0,2400	0,6249
<b>Lavere <math>\sigma</math></b>	41,4633	74,5781	116,0414	60,9168	0,0090	0,1790	0,6427
<b>Lavere <math>\tau</math></b>	13,5446	61,4955	75,0401	71,9933	0,2685	0,6129	0,8195
<b>Lavere <math>K</math></b>	61,7649	54,1379	115,9028	38,9356	0,0098	0,2400	0,4671

Diskrepansen i implisitt volatilitet mellom modellene øker med  $t_1$ . Stigningstallet til skjevheten i  $t_1$ -dimensjonen, når  $X$  holdes fast, ser ut til å være større for Leland og Toft sammenlignet med Leland-modellen. Dette til tross for at Leland-modellen har noe høyere opsjonsverdi langs hele  $t_1$ -dimensjonen enn modellen til Leland og Toft. Fra tabell 5.9 og tabell 5.6 ser vi at risikonøytral konkurssannsynlighet øker fra 7,17 % til 41,29 % når  $t_1$  øker fra ett til fem år for Leland og Toft (1996), mens tilsvarende verdier for ulik  $t_1$  for Leland (1994) er henholdsvis 0,3 % og 10%. Det generelle nivået til konkurssannsynligheten er lavere for Leland. I tillegg blir den absolutte prosentvise økningen i konkurssannsynlighet høyere med økt  $t_1$ . Dette kan være en mulig forklaring på forskjeller i skjevhet i  $t_1$ -dimensjonen.

Figur 5.11a og 5.11b viser at implisitt volatilitet og kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Leland og Toft-modellen konvergerer mot tilsvarende verdier for Leland-modellen når  $t_2$  øker<sup>6</sup>. Sammenhengen mellom  $t_2$  og implisitt volatilitet ser ut til å være negativ. Dette er konsistent med det vi observerer for Merton-modellen. Diskrepansen mellom modellenes implisitt volatilitet er større enn for kjøpsopsjonsverdiene. Den negative skjevheten til volatilitetsoverflaten i Leland og Toft-modellen er brattere enn for modellen til Leland.





**Figur 5.12:** Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet og tilfellet med høyere  $C$  for Leland og Toft (1996). Legg merke til at overflatene nærmest overlapper.

### 5.3.2 Kupongutbetalinger, $C$

Fra figur 5.12 ser vi at benchmark og tilfellet med høyere  $C$  har overflater som nærmest er overlappende. I regionen vi analysere gir høyere  $C$  økt gjeldsverdi som følge av større diskonterte kontantstrømmer, mens egenkapitalverdien også øker. Fra tabell 5.9 ser vi at gjeldsandelen er nærmest uendret sammenlignet med benchmarktilfellet. Det tyder derfor på at økningen i gjeldsverdi og egenkapitalverdi er omlag like store. I tillegg er konkurssannsynligheten  $F(t)$  den samme for begge tilfellene, og vi forventer dermed ingen endring i implisitt volatilitet.

### 5.3.3 Rentenivå, $r$

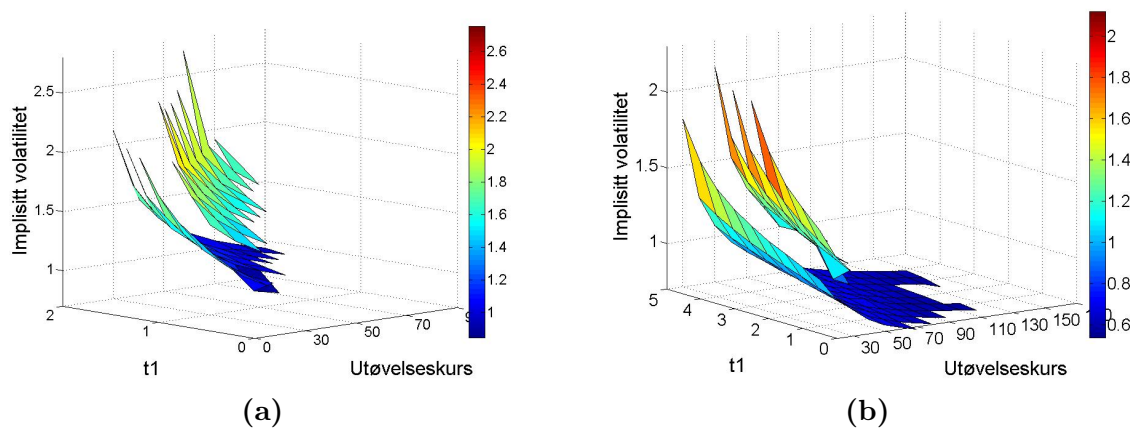
Fra figur 5.13a ser vi at lavere rente gir høyere implisitt volatilitet. Differansen mellom overflatene er mest fremtredende for høye  $t_1$ -verdier. Fra tabell 5.9 ser vi at lavere risikofri rente reduserer gjeldsverdien, selskapsverdien og egenkapitalverdien. Totaleffekten er økt gjeldsandel, slik at vi forventer høyere implisitt volatilitet. En rentereduksjon øker sannsynligheten for konkurs,  $F(t)$ , og den implisitte volatiliteten blir høyere. Lavere rente ser ut til å påvirke implisitt volatilitet i størst grad for høye verdier av  $t_1$ , noe som kan skyldes at differansen i konkurssannsynligheten mellom tilfellene øker i absolutt verdi med  $t_1$ .

### 5.3.4 Parameteret $\alpha$

Fra figur 5.13b ser vi at tilfellet med  $\alpha=0$  har lavere nivå for implisitt volatilitet og slakere helning for den negative skjevheten med hensyn på utøvelseskurs. Når  $\alpha = 0$  vil konkurs-

<sup>5</sup>Dette er konsistent med Geskes observasjon av følgende sammenheng mellom en kjøpsopsjon på en kjøpsopsjon og  $t_2$ :  $\frac{\partial Calloncall}{\partial t_2} > 0$  (Geske 1979, s. 72).

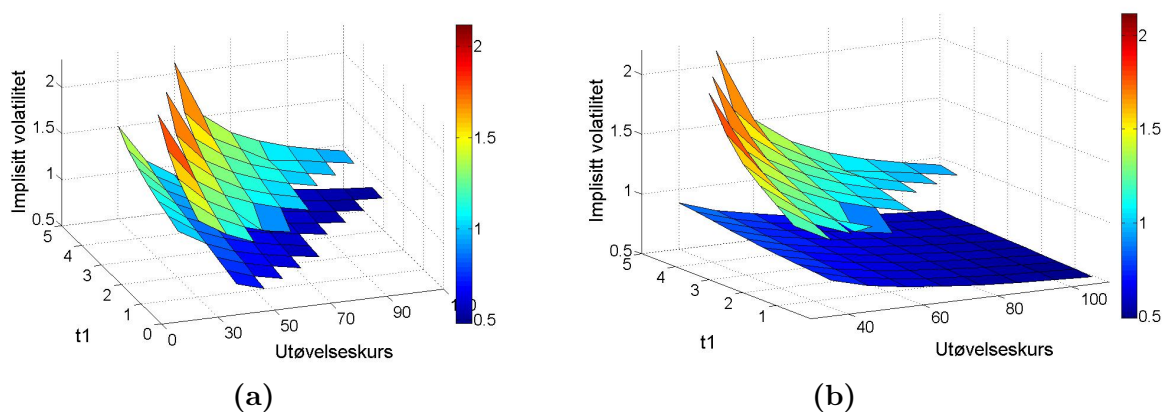
<sup>6</sup>Merk at opsjonsverdier for  $t = t_2$  kan virke avvikende fra konvergensens, men vi antar at det kan skyldes standardfeil ved estimeringer.



**Figur 5.13:** Figur (a) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (nederst) og lavere  $r$  (øverst), mens figur (b) illustrerer implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (øverst) og tilfellet med lavere  $\alpha$  (nederst) for Leland og Toft (1996).

kostnadene falle bort, og kreditorene vil motta hele kravet ved en eventuell konkurs, noe som gir høyere gjeldsverdi. I tillegg observerer vi en betraktelig økning i egenkapitalverdi, slik at gjeldsandelen reduseres fra 0,6829 til 0,6249 jf. tabell 5.9. Lavere gjeldsandel kan være et resultat av at høyere selskapsverdi, som følge av bortfall av konkurskostnader, dominerer over effekten av økt gjeldsverdi. Konkurs sannsynligheten faller mye sammenlignet med benchmarktilfellet. Begge effektene trekker i retning av lavere implisitt volatilitet. Vi observerer også at helningen til volatilitetsoverflaten i  $t_1$ -dimensjonen øker med  $\alpha$ .

### 5.3.5 Volatilitet, $\sigma$



**Figur 5.14:** Figur (a) viser implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellet (øverst) og tilfellet med lavere  $\sigma$  (nederst), mens figur (b) illustrerer implisitte volatilitetsoverflater for benchmark (øverst) og tilfellet med lavere  $K$  (nederst) for Leland og Toft (1996).

Fra figur 5.14a ser vi at lavere  $\sigma$  gir lavere implisitt volatilitet, og den negative skjevheten blir slakere sammenlignet med benchmark. Både gjeldsverdien og egenkapitalverdien øker, og nettoeffekten blir lavere gjeldsandel jf. tabell 5.9. Vi forventer derfor lavere impli-

sitt volatilitet. Konkurs sannsynligheten går også ned og begge effektene trekker i samme retning.

### 5.3.6 Skattesats, $\tau$

Ved simulering av kjøpsopsjonsverdier og volatilitetsoverflater for lavere skatt støter vi på et problem med et svært mangelfullt verdiområde for implisitt volatilitet. Vi kan likevel gjøre noen prediksjoner med utgangspunkt i tabell 5.9. Fra tabell 5.9 kan vi se at lavere skatt gir høyere gjeldsandel, noe som gir høyere implisitt volatilitet. En forklaring på dette kan være at selskapsverdien reduseres betraktelig som følge av bortfall av skattefordelen. Konkurs sannsynligheten øker fra 7,17 % til 26,85 % for  $t_1=1$  år, og vi forventer derfor økt implisitt volatilitet som følge av redusert skattesats. Begge effektene bidrar til økt implisitt volatilitet.

### 5.3.7 Pålydende, $K$

Fra figur 5.14b observerer vi at en reduksjon i  $K$  fra  $K=75$  til  $K=50$  gir en lavere volatilitetsoverflate med slakere skjevheter i alle dimensjonene. Gjeldsverdien blir lavere og egenkapitalverdi blir høyere som følge av at pålydendes verdi reduseres jf. tabell 5.9. Gjeldsandelen synker mye og vi forventer lavere implisitt volatilitet. Den risikonøytrale konkurs sannsynligheten reduseres også, slik at begge effektene trekker i samme retning.

### 5.3.8 Oppsummering og kritikk

Resultatene fra analysen av Leland og Toft (1996) kan oppsummeres i tabell 5.10. Vi ser

**Tabell 5.10:** Et kort sammendrag av effektene til endringer i parameterverdier på nøkkeltall og estimert implisitt volatilitet for kjøpsopsjoner på egenkapital for Leland og Toft (1996).  $\uparrow$  indikerer at nøkkeltallet er større og  $\downarrow$  lavere enn benchmark, mens — indikerer ingen endring. Kolonnen *Impvol* presenterer endringer i nivået til implisitt volatilitet. I den siste kolonnen, *Skjevhet*, kommenteres endringer i helningen til overflaten i forhold til benchmarktilfellet.

	$EV_0$	$DV_0$	$UV_0$	$VB$	$G(t)$	$F(t)$	$GA$	<i>Impvol</i>	<i>Skjevhet</i>
<b>Høyere <math>C</math></b>	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	—	—	—	—	—	Ingen/liten endring
<b>Lavere <math>r</math></b>	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	Brattere
<b>Lavere <math>\alpha</math></b>	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	Slakere
<b>Lavere <math>\sigma</math></b>	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	Slakere
<b>Lavere <math>\tau</math></b>	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	Brattere
<b>Lavere <math>K</math></b>	$\uparrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	Slakere
<b>Høyere <math>t_2</math></b>	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	Slakere

at nivå på implisitt volatilitet er økende i  $\alpha$ ,  $\sigma$  og  $K$ , mens den er synkende i  $r$ ,  $\tau$  og  $t_2$ . For Leland (1994) påvirkes implisitt volatilitet ikke av endring i  $\alpha$ , mens for Leland og

Toft (1996) vil lavere  $\alpha$  gi lavere implisitt volatilitet. Dette kan forklares med at parameteret  $\alpha$  påvirker konkursutløsende barriere i Leland og Toft jf. ligning (3.17), men ikke i Leland-modellen, se ligning (3.8b). Høyere  $C$  fører derimot til økt implisitt volatilitet i Leland-modellen, men gir en liten endring i implisitt volatilitet for Leland og Toft (1996).

Vi finner støtte for vår hypotese om at høyere gjeldsandel gir høyere implisitt volatilitet for Leland og Toft-modellen, noe vi kan se fra tabell 5.10. Resultatene presentert i tabell 5.10 tyder på at høyere konkurssansynlighet gir høyere implisitt volatilitet. Volatilitetsoverflatene er nærmest overlappende ved lik gjeldsandel og konkurssansynlighet, som for eksempel i tilfellet med økt  $C$ . Vi observerer også at volatilitetsskjevhetens brattethet er økende i gjeldsandel, noe som støtter Toft og Prucyks gjeldsandel-effekthypotese. Analysen av volatilitetsskjevheten i moneynesskontekst gir samme resultater som i Leland-modellen.

Leland og Toft forbedrer Leland-modellen ved å muliggjøre endelig løpetid. Utover dette kritiseres modellen på de samme punktene som nevnt i delkapittel 5.2.7. En annen svakhet med modellen er forutsetningen om at valgt pålydende  $K$  forblir uendret gjennom selskapets levetid.

## 5.4 Fordeling til standardiserte egenkapitalverdier

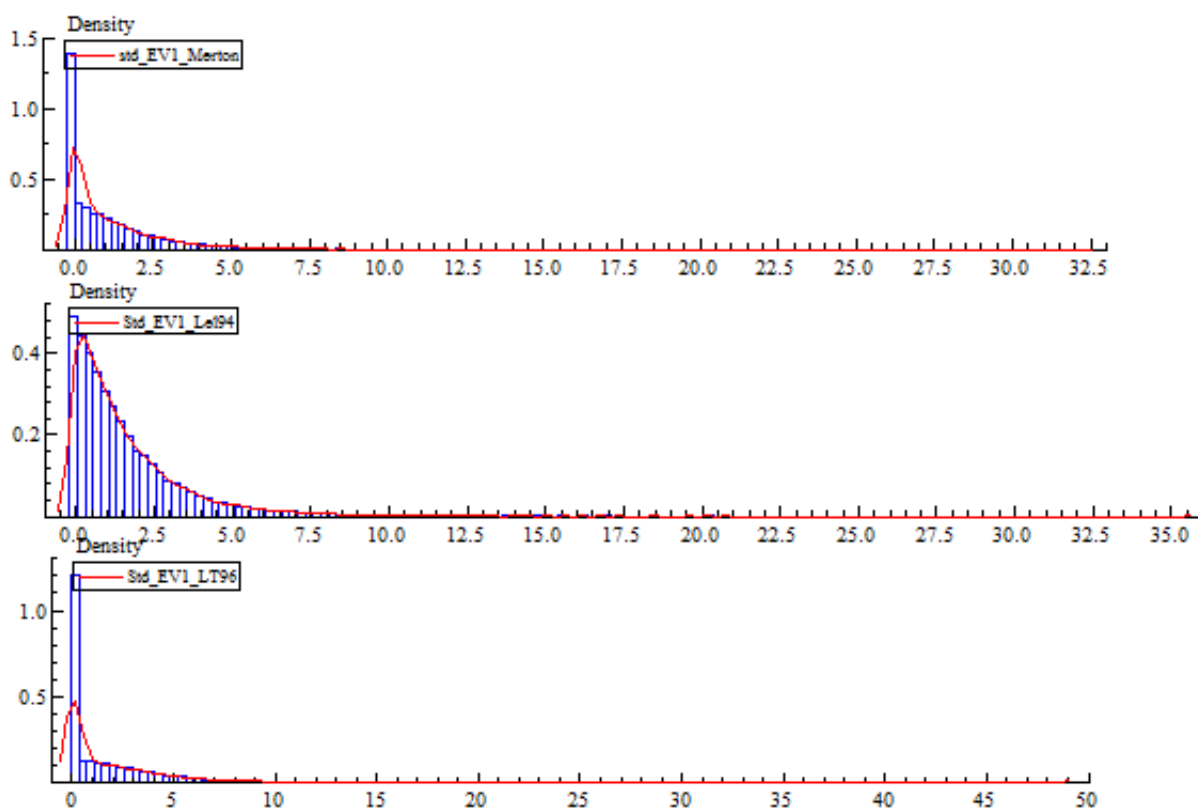
Fordelingene til de empiriske prisene på egenkapital er ofte ikke lognormalfordelte, men kjennetegnes av negativ skjevhet (Alexander 2008, III, s.235). Dette innebærer at lave egenkapitalverdier forekommer oftere enn det som forutsettes ved en lognormal fordeling. Vi undersøker fordelingen til standardiserte egenkapitalverdier på tidspunkt  $t_1=5$  beregnet for Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996)<sup>7</sup>. Vi standardiserer  $EV_1$  for å kunne sammenligne fordelingene på tvers av modellene. Vi har utviklet koder for beregninger av standardiserte egenkapitalverdier på tidspunkt  $t_1$  definert som  $\frac{EV_1}{EV_0}$  og simulerer 50 000 verdier for hver modell.

Fra simuleringer av standardiserte egenkapitalverdier ser vi at konkurs oppstår i 32,07% av tilfellene for Merton (1974), 10,52% for Leland-modellen og 41,54% for modellen til Leland og Toft. Dette er i tråd med de risikonøytrale konkurssansynlighetene<sup>8</sup> presentert i tabell 5.1 på side 25, tabell 5.6 på side 31 og tabell 5.9 på side 39. Merton-modellen kjennetegnes av en større konkurssansynlighet enn modellen til Leland, noe som ikke gir støtte for vår konkurssansynlighetshypotese. Endringen i konkurssansynlighet ser

<sup>7</sup>Vi velger  $t_1=5$  for å kunne sammenligne resultater på tvers av alle modellene.

<sup>8</sup>Vi observerer at presisjonen ved konkurssansynlighetsberegninger øker med antall simuleringer. 50 000 simuleringer gir oss verdier tilnærmet like de som er presentert i i tabell 5.1 på side 25, tabell 5.6 på side 31 og tabell 5.9 på side 39.

derfor ikke ut til å være den eneste forklaringsfaktoren til nivået på implisitt volatilitet, og resultatene kan skyldes ulike modellforutsetninger. Vi ser at resultatene til Leland-modellen og modellen til Leland og Toft derimot støtter konkurssannsynlighetshypotesen.



**Figur 5.15:** Fordelinger til standardiserte egenkapitalverdier,  $\frac{EV_1}{EV_0}$ , til selskaper med gjeldsstruktur basert på Merton (1974) (øverst), Leland (1994) (i midten) og Leland og Toft (1996) (nederst). I alle tre modellene benyttes parametersettet benchmark. Antall simuleringer i hvert tilfelle er 50 000.

Fra figur 5.15 ser vi at Leland og Toft har en større andel lave egenkapitalverdier enn modellen til Leland og den største andelen av konkurs, som tilsvarer søylen for  $\frac{EV_1}{EV_0}=0$ . Lave egenkapitalverdier fører til høyere gjeldsandel, slik at egenkapital blir mer risikabel, og implisitt volatilitet øker (Hull 2012, s.415). Dette støtter også gjeldsandel-effekthypotesen. Det er noe vanskelig å sammenligne fordelinger til Merton-modellen og modellen til Leland. Dette kan til dels skyldes at modellene bygger på ulike forutsetninger. Konkurs-søylen er høyere for den førstnevnte modellen, men den sistnevnte ser ut til å ha en lengre hale med høyere standardiserte egenkapitalverdier. Vi observerer at modellene med høyere implisitt volatilitet har standardiserte egenkapitalfordelinger kjennetegnet av større spredning, hvor spredningen er størst for Leland og Toft-modellen og minst for modellen til Merton.

## 5.5 Utvidelse: Sammenligning av implisitte volatilitetsoverflater for CEV-modellen og modellen til Merton

CEV-modellen ble utviklet av John Cox i 1975 og forutsetter at variansen til aksjeprisen,  $\sigma_S^2$ , er proporsjonal med variansen i geometrisk Brownsk bevegelse  $\bar{\sigma}^2$  og aksjeprisen opphøyd i et nytt parameter  $\beta$ , slik at

$$\sigma_S^2 = S^\beta \bar{\sigma}^2 \quad (5.2)$$

(Geske 1979, s.78). Aksjene følger derfor følgende prosess:

$$dS = (\mu)Sdt + S^{\frac{\beta}{2}} \bar{\sigma} dZ. \quad (5.3)$$

Elastisiteten til aksjeprisvariansen med hensyn på aksjeprisen  $S$  er konstant  $\frac{\partial \sigma_S^2 S^\beta}{\partial S} \frac{S}{\sigma_S^2 S^\beta} = \beta$ , og modellen bærer derfor navnet “konstant volatilitetselastisitet” eller CEV. Når  $\beta=2$ , er fordelingen til aksjen lognormal, og CEV transformeres til Black-Scholes<sup>9</sup> (Geske 1979, s.78). Når  $\beta < 2$ , øker volatiliteten når aksjeprisen faller, og implisitt volatilitet preges av negativ skjevhet med hensyn på  $X$ . Dette kan forklares med at volatiliteten til egenkapital øker når gjeldsandelen stiger. Modellens svakhet er at økningen i implisitt volatilitet er permanent, noe som kan være urealistisk (McDonald 2006, s.766). CEVs fordel er at den genererer implisitte volatilitetsoverflater som kjennetegnes av negativ skjevhet. I motsetning til Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996) er implisitt volatilitet for CEV upåvirket av tid til forfall. CEV er en empiribasert modell, og vi velger å sammenligne dens volatilitetsoverflater med våre resultater basert på Merton (1974).

I modellen for opsjoner på opsjoner blir elastisiteten til en umiddelbar varians av aksjeavkastninger med hensyn på aksjeprisene konstant hvis elastisiteten til aksjeprisen med hensyn på eiendelsverdien defineres som  $\varepsilon_s = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) \left(\frac{V}{S}\right) = S^{-\gamma(V)}$ , hvor  $0 < \gamma(V) < 1$ . Prosessen til aksjeprisen er derfor gitt ved

$$dS = \mu S dt + \sigma_V S^{\frac{\beta(V)}{2}} dZ; \quad \beta(V) \equiv 2(1 - \gamma(V)), \quad \text{hvor} \quad \sigma_S^2 = S^{\beta(V)} \sigma_V^2$$

(Geske 1979, s.78). Ligningen er analog med ligning (5.2), hvor  $\bar{\sigma}^2$  tilsvarer variansen til underliggende eiendeler  $V$ ,  $\sigma_V^2$  (Geske 1979, s.78). For å anvende formelen for CEV presentert i Excel-tillegget til McDonald (2006) må variansen uttrykkes på standardavvikform:

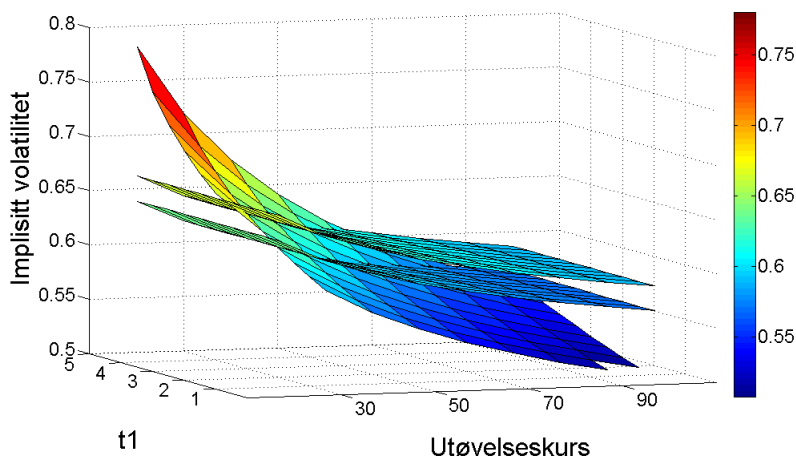
<sup>9</sup>Hvis underliggende følger geometrisk Brownsk bevegelse, vil  $\beta_V=2$ , og volatiliteten til avkastningen til verdiskapende eiendeler  $V$  være lik  $\frac{dV}{V} = (\mu_V)dt + \bar{\sigma}_V S^{\frac{\beta-2}{2}} dZ = (\mu_V)dt + \bar{\sigma}_V S^0 dZ$ . Volatiliteten  $\sigma_V = \bar{\sigma}_V$  er da konstant.

$\sigma_S = S^{\frac{\beta(V)}{2}} \sigma_V$ . Sammen med aksjeavkastningen benyttes dette uttrykket<sup>10</sup> til å modellere kjøpsopsjonsprisene gitt denne modellen:

$$\kappa = \frac{2(r)}{\sigma^2(2-\beta)(e^{(r)(2-\beta)t^2} - 1)}, \quad x = \kappa S^{2-\beta}(2-\beta), \quad y = \kappa X^{2-\beta}. \quad (5.5a)$$

Vi setter  $\beta=1,70$ , som stammer fra empiriske tester av Thorpe (1976). Han har gjennomført et tverrsnittsstudie og konkludert med at  $\beta$  nærmer seg  $1,70$ <sup>11</sup>.

**Figur 5.16:** Implisitte volatilitetsoverflater basert på CEV for opsjoner på opsjoner for ulike  $\beta$ :  $\beta=1,70$  og  $\beta=1,69$ , samt overflate for benchmarktilfellet for Merton (1974). Den implisitte volatilitetsoverflaten som varierer med hensyn på  $t_1$  er basert på Merton-modellen, mens for CEV, der  $\beta=1,69$  og  $\beta=1,70$ , er henholdsvis nederst og øverst av de resterende overflatene.



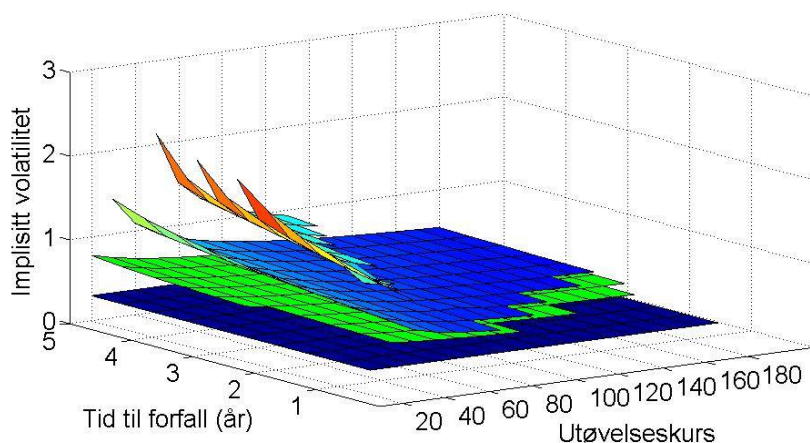
Volatilitetsoverflaten er preget av negativ skjevhet med hensyn på utøvelseskurs og er uendret i tid til forfall. Fra figur 5.16 ser vi at skjevheten er størst i Merton-tilfellet. Dette kan forklares med at CEV kun tar hensyn til leverage-effekt, én mulig årsak til negativ skjevhet for implisitt volatilitet. Merton-modellen fanger også opp andre effekter, og helningen til den implisitte volatilitetsoverflaten blir dermed brattere. Volatilitetsnivået er svært sensitivt overfor endringer i  $\beta$ . Helningen til CEV-overflatene er omtrent den samme, men overflatenivået øker med  $\beta$ . Vi ser at verdien for  $\beta \approx 1,70$  antydnet av Thorpe (1976) gir en volatilitetsoverflate som ligger på samme nivå som implisitt volatilitet for Merton-modellen.

<sup>10</sup>Merk at andre modeller tar utgangspunkt i volatiliteten til selskapsverdiens avkastning,  $\sigma_V$ , fremfor  $\sigma_S$ .

<sup>11</sup>Thorpe opererer med parameteret  $\alpha = \frac{\beta}{2}$ , og viser til en optimal  $\alpha \rightarrow 0,85$ , dermed kan vi påstå at  $\beta \rightarrow 1,70$  (Thorpe 1976, s.252).

# Kapittel 6

## Konklusjon



**Figur 6.1:** Implisitte volatilitetsoverflater for benchmarktilfellene for henholdsvis Black og Scholes (1973) (nederst), Merton (1974) (nest nederst), Leland (1994) (nest øverst) og Leland og Toft (1996) (øverst).

I denne oppgaven har vi undersøkt hvordan inkludering av kredittrisiko ved introduksjon av gjeldsfinansiering i selskapets kapitalstruktur vil påvirke implisitt volatilitet for kjøpsopsjoner på egenkapital for ulike utøvelseskurs og tid til forfall. Vår intensjon var å undersøke om implisitt volatilitet i den anledning forblir konstant eller gir skjevheter. Vi har basert oss på følgende modeller med kapitalstruktur som inkluderer gjeldsfinansiering: Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996). De implisitte volatilitetsoverflatene som er konstruert på basis av disse modellene presenteres i figur 6.1.

Merton (1974) kjennetegnes av en enkel gjeldsstruktur som består av nullkupongobligasjoner og konkurs er kun mulig ved obligasjonsforfall. Vi har sett at modellen gir implisitte volatilitetsoverflater med negativ skjevhet i likhet med det som observert i markedet (Alexander 2008, III, s.235). Volatilitetsnivået stiger og overskrider volatiliteten til benchmarktilfellet for Black-Scholes-modellen, noe som kan forklares med introduksjonen



av kredittisiko. Leland (1994) videreutvikler gjeldsstrukturen til Merton (1974) ved å introdusere skatt, konkurskostnader og kupongutbetalinger større enn null. Ulempen med modellen er uendelig løpetid, noe som kan fremstå som urealistisk. Modellen gir implisitte volatilitetsoverflater med en negativ skjevhet som er brattere enn i Merton-tilfellet. Overflatenivået stiger betraktelig og blir svært høyt. Dette kan til dels skyldes våre parameterforutsetninger. Leland og Toft (1996) utvider Leland (1994) ved å muliggjøre endelig løpetid. Dette resulterer i en implisitt volatilitetsoverflate som blir enda brattere og høyere. Vi har dermed sett at når forutsetningenes kompleksitet øker, stiger volatilitetsnivået. Vi observerer også at volatilitetsskjevheten blir større når nivået på implisitt volatilitet blir høyere og tid til forfall øker.

Vi har presentert flere hypoteser. Den første omhandler at konkurssannsynlighet har en positiv sammenheng med nivået på implisitt volatilitet. Vi finner støtte for hypotesen innenfor samme modell. Når vi derimot ser på konkurssannsynligheten for benchmarktilfellene på tvers av modellene ser vi ingen entydig sammenheng, noe som indikerer at det er flere faktorer som påvirker implisitt volatilitet. Den andre hypotesen tilsier at gjeldsandelen har en positiv sammenheng med nivået på implisitt volatilitet. Det ser ut til å stemme for de fleste tilfellene for de ulike modellene. Det er to av de observerte tilfellene som ikke støtter denne hypotesen, men vi kan fremdeles ikke utelukke at effekten eksisterer. I tilfellet med lavere  $\alpha$  for Leland-modellen er økningen i gjeldsandelen marginal og muligens ikke tilstrekkelig til å skape en observerbar effekt på nivået til implisitt volatilitet. I tilfellet med lavere  $\sigma$  for Leland (1994) har vi effekter som drar i to ulike retninger, og det er mulig at konkurssannsynlighetseffekten dominerer. Vi utelukker ikke at det eksisterer en sammenheng mellom konkurssannsynlighet og gjeldsandel. Vi har også valgt å teste Toft og Prucyk gjeldsandel-effekthypotese som antyder en positiv sammenheng mellom brattheten til volatilitetsskjevheten og gjeldsandelen for selskaper med kapitalstruktur jf. Leland (1994). Den ser ut til å stemme for Leland-modellen og modellen til Leland og Toft. Vi har også undersøkt om hypotesen gjelder for Merton (1974), uten å ha funnet støtte for dette.

En potensiell utvidelse av vårt arbeid kan være å kombinere endogen konkurs med innføring av stokastisk rente jf. Longstaff og Schwartz (1995) eller introduksjon av flere ulike typer gjeld i likhet med Hackbarth, Hennessy og Leland (2007) for deretter å estimere kjøpsopsjonsverdier på egenkapital og videre implisitt volatilitet. En annen utvidelse kan være å teste empirisk hvilken av modellene til henholdsvis Merton (1974), Leland (1994) og Leland og Toft (1996) som er mest overensstemmende med opsjonspriser observert i markedet. En utfordring kan være at gjeldsverdien er vanskelig å beregne grunnet mange ulike gjeldstyper, løpetider, renter og pålydendes størrelser, imperfeksjoner i markedet samt transaksjonskostnader. Det kan også være problematisk å få tilgang til sensitiv be-

driftsdata. En annen videreføring av denne oppgaven kan være utledning av en lukket løsning for opsjoner basert på samme forutsetninger som for Leland (1994) og Leland og Toft (1996), siden simuleringer og iterasjon har ulemper i form av standardfeil. En annen utvidelse av vår oppgave er å estimere implisitte volatilitetsoverflater for Leland (1998), der det tas hensyn til konkurskostnader.

## Litteraturliste

Aksjeloven. Lov av 13. juni 1997 nr. 44. om aksjeselskaper.

Alexander, C. (2008a): *Quantitative methods in finance, Market risk analysis Vol I*. Wiley and Sons Ltd, West Sussex, UK.

Alexander, C. (2008b): *Pricing, hedging and trading financial instruments, Market risk analysis Vol III*. Wiley and Sons Ltd, West Sussex, UK.

Allen, F., R. A. Brealey og S. C. Myers (2011): *Principles of Corporate finance*, 10. utgave. McGraw-Hill/Irwin, NY.

Benninga, S. (2008): *Financial Modeling*, 3. utgave. The MIT press, Cambridge, Massachusetts.

Black, F. og M. Scholes (1973): "The pricing of options and corporate liabilities", The journal of Political Economy, 81(3), 637-654.

Black, F. og J. C. Cox (1976): "Valuing Corporate securities: Some Effects of Bond Indenture provisions", Journal of finance, 31(2), 351-367.

Das. S. R. og R. K. Sundaram (2010): *Derivatives—Principles and practice*, 1. utgave. McGraw-hill Education, USA.

Dennis, P. og S. Mayhew (2002): "Risk-Neutral Skewness: Evidence from stock options", The Journal of Financial and Quantitative analysis, 37(3), 471-493.

Foresi, S. og L. Wu (2005): "Crash-o-phobia: a domestic fear or a worldwide concern?", The Journal of Derivatives, 13(2).

Fouque, J. P., G. Papanicolaou og K. R. Sircar (2000): *Derivatives in financial markets with stochastic volatility*. Cambridge University Press, UK.

Geske, R. (1979): "The Valuation of Compound Options", Journal of Financial Economics, 7(1), 63-81.

Hull, J. C. (2012): *Options, Futures and Other Derivatives*, 8. utgave. Pearson International edition, USA.

Harrison, J. M. (1990): "Brownian motion and stochastic flow systems", Krieger Publishing Company, Florida.

Haug, E. G. (2007): *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*. McGraw-Hill, USA.

- Helbæk, M. og R. Løvaas (2011): *Finansmodeller i Excel-med VBA*. Universitetsforlaget, Oslo.
- Hackbarth, D., C. A. Hennessy og H.E. Leland (2007): “Can the trade-off theory explain debt structure?”, *Review of Financial Studies*, 20(5).
- Lando, D. (2004): *Credit Risk Modeling – Theory and Application*, Princeton University Press.
- Leland, H. E. (1994): “Corporate Debt Value, bonds covenants and optimal capital structure”, *The Journal of Finance*, 49(4), 1213-1252.
- Leland, H. E. og K. B. Toft (1996): “Optimal capital structure, endogenous bankruptcy, and the term structure of credit risk”, *The journal of finance*, 51(3), 987-1019.
- Leland, H. E. (1998): “Agency Costs, Risk management, and Capital structure”, *The journal of Finance*, 53(4), 1213-1243.
- Longstaff, F. A og E. S. Schwartz (1995): “A simple Approach to Valuing Risky fixed and floating Rate debt”, *The journal of finance*, 50(3), 789-819, Papers and proceedings fifty-fifth annual meeting, American Finance Association, Washington, D.C, January 6-8, 1995.
- McDonald, R. L. (2006): *Derivatives Markets*, 2. utgave. Pearson Edition, Boston.
- Merton, R. C. (1973): “Theory of rational option pricing”, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 41-83.
- Merton, R. C. (1974): “On pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates”, *The Journal of Finance*, 29(2), 449-470.
- Miller, M. H. og F. Modigliani (1958): “The cost of capital, corporation finance and the theory of investment”, *The American economic review*, 261-297.
- Prucyk, B. og K. B. Toft (1997): “Options on leveraged Equity: Theory and empirical tests”, *The Journal of Finance*, 52(3), 1151-1180.
- Reiner, E. og M. Rubinstein (1991): “Breaking down the barriers”, *Risk*, 4, 28-35.
- Rouah, F. D. og G. Vainberg (2007): *Option Pricing Models and Volatility using Excel-VBA*. Wiley and Sons Inc, New Jersey.
- Rubinstein, M. (1994): “Implied Binominal Trees”, *The Journal of Finance*, 49(3).
- Thorpe, E. (1976): “Common stock volatilities in option formulas”, paper presented at the seminar on the analyses of security prices, University of Chicago.

- Wiersema, U. F. (2008): *Brownian motion calculus*. Wiley and Sons Ltd, West Sussex.
- Wilmott, P. (2006): *Paul Wilmott on quantitative finance*, 2. utgave. Wiley and Sons Ltd, West Sussex.
- Wooldridge, J. M. (2009): *Introductory Econometrics – A Modern Approach*, 4. utgave. South-Western Cengage Learning, USA.

Internettkilder:

<http://www.nasdaq.com/symbol/ibm/option-chain>, hentet 8.april 2014

# Tillegg A

## Teori

### A.1 Monte Carlo simulering

Hull (2012, s.288) beskriver Monte Carlo simulering som en prosedyre for å simulere stokastiske prosesser der utfallet er tilfeldig fordelt, og er svært nyttig dersom det ikke eksisterer opsjonsprisindeformler. Vi har tidligere nevnt at lognormalfordelte selskapsaktiviteter  $V_{t_1}$  kan uttrykkes som

$$V_{t_1} = V_{t_0} e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1 + \sigma\sqrt{t_1}z}, \quad (\text{A.1})$$

hvor  $z$  er en tilfeldig standard normalfordelt variabel. Ved å tilfeldig trekke ulike verdier for  $z$  vil man få ulike selskapsverdier på tidspunkt  $t_1$ . Prosedyren gjennomføres mange ganger, slik at man etterhvert nærmer seg en troverdig gjennomsnittsverdi som går mot lukket løsning. I noen tilfeller vil det være aktuelt å kartlegge stien steg for steg frem til sluttprisen. Man kan derfor dele tidsperioden  $t_1$  inn i  $n$  (tilnærmet uendelig) antall små lengder som representerer hvert enkelt steg i stien. Ved å summere alle delperiodene får man følgende uttrykk for  $V_{t_1}$  (McDonald 2006, s.624):

$$V_{t_1} = V_{t_0} e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1 + \sigma\sqrt{h}[\sum_{i=1}^n z^{(i)}]}, \quad (\text{A.2})$$

hvor  $h = \frac{t_1}{n}$ . For praktisk anvendelse av Monte Carlo metoden forutsettes det at  $\alpha = r$ , jf. risikonøytral prising. Risikonøytral prising forenkler prosedyren fordi samme diskontingsats benyttes for alle steg i prosessen. Risikonøytral prising innebærer ikke at markedsaktørene er risikonøytrale, men heller at sannsynlighetene for endringer i aksjekursen er risikonøytrale, det vil si at de er justert slik at forventede fremtidige kontantstrømmer neddiskonteres med risikofri rente (McDonald 2006, s.369-371). Lognormalfordelt selskapsverdi basert på risikonøytral verdsettelse kan skrives som

$$V_{t_1} = V_{t_0} e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1 + \sigma\sqrt{t_1}z}. \quad (\text{A.3})$$

Hver verdi av  $z$  gir en ny verdi,  $V_{t_1}^i$ , som benyttes til å finne kjøpsopsjonsverdien, slik at

$$\max(V_{t_1}^i - K, 0) = \max(V_{t_0} e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t_2 + \sigma\sqrt{t_1}z_i} - K). \quad (\text{A.4})$$

Deretter tas gjennomsnittsverdien for å finne en forventet verdi av opsjonen som er gitt ved

$$\frac{1}{nSim} \sum_{i=1}^{nSim} \max(V_{t_1}^i - K, 0). \quad (\text{A.5})$$

Ved å diskontere tilbake til tidspunkt 0, får vi et uttrykk for opsjonsprisen på tidspunkt 0:

$$\bar{C} = e^{-rt_1} \frac{1}{nSim} \sum_{i=1}^{nSim} \max(V_{t_1}^i - K, 0) \quad (\text{A.6})$$

I analysen over beskrives Monte Carlo simulering av verdien til en opsjon der selskapsverdien er underliggende. For vårt vedkommende er underliggende en opsjon på egenkapitalverdien og  $V_{t_1}^i$  erstattes med  $EV$  og  $K$  erstattes med  $X$ .

## A.2 Toft og Prucyk (1997)

Toft og Prucyk (1997) har utledet en formel for verdsettelse av opsjoner på egenkapital til selskap med kapitalstruktur presentert av Leland (1994). Kjøpsopsjonsverdien kan finnes ved

$$Call = V \left[ N(y^* + \sigma\sqrt{t_1}) - \left(\frac{VB}{V}\right)^{2\mu/\sigma^2+2} N\left(y^* + \sigma\sqrt{t_1} + \left(\frac{2b}{\sigma\sqrt{t_1}}\right)\right) \right] \quad (\text{A.7a})$$

$$+ B \left(\frac{VB}{V}\right)^x \left[ N(y^* - x\sigma\sqrt{t_1}) - \left(\frac{VB}{V}\right)^{2\mu/\sigma^2-2x} N\left(y^* - x\sigma\sqrt{t_1} + \left(\frac{2b}{\sigma\sqrt{t_1}}\right)\right) \right] \quad (\text{A.7b})$$

$$- (A + K)e^{-rt_1} \left[ N(y^*) - \left(\frac{VB}{V}\right)^{2\mu/\sigma^2} N\left(y^* + \left(\frac{2b}{\sigma\sqrt{t_1}}\right)\right) \right], \quad (\text{A.7c})$$

der  $y^*$  er den laveste løsningen til følgende ligning mhp  $y$ :

$$K = V e^{[(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t_1 + \sigma\sqrt{t_1}(-y)]} - A + B \left(\frac{VB}{V}\right)^x e^{[-x(r - 0.5\sigma^2)t_1 - x\sigma\sqrt{t_1}(-y)]} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} b &= \ln\left(\frac{VB}{V}\right); & A &= \frac{(1 - \tau)C}{r}; & B &= A - VB; \\ \mu &= r - \frac{1}{2}\sigma^2; & m &= \sqrt{\mu^2 + 2r\sigma^2}; & x &= \frac{m + \mu}{\sigma^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Relasjon (A.8) benyttes til å finne den kritiske verdien til  $y$ , der kjøpsopsjonen forfaller nøyaktig ”at-the-money”, ved å sette høyre side lik venstre side (Toft og Prucyk

1997, s.1157). Ligningen løses ved bruk av iterasjon, for eksempel ved hjelp av målsøkfunksjonen i Excel, og kan gi noe upresise resultater. Ligning A.7 kan derfor ikke betraktes som lukket løsning. Modellen til Toft og Prucyk er et alternativ til våre Monte Carlo simuleringer. Man kan se at formelen (A.7) har likhetstrekk med Black-Scholes-formelen, selv om den er mer kompleks. Ligning (A.7) består av tre ledd. Strukturen til uttrykket (A.7a) tilsvarer oppbygningen til Black-Scholes-formelens første ledd og representerer verdien av underliggende dersom opsjonen forfaller "in-the-money"<sup>1</sup>, hvor leddet  $\left(\frac{VB}{V}\right)^{2\mu/\sigma^2+2} N\left(y^* + \sigma\sqrt{t_1} + \left(\frac{2b}{\sigma\sqrt{t_1}}\right)\right)$  justerer for sannsynligheten for å treffe konkursbarrieren. Ledd (A.7b) representerer verdien til payoff fra 3. ledd på høyre side i ligning (A.8), hvis opsjone forfaller "in-the-money" i en risikonøytral verden<sup>2</sup>. Dette leddet justeres for konkurssannsynlighet med  $\left(\frac{VB}{V}\right)^{2\mu/\sigma^2-2x} N\left(y^* - x\sigma\sqrt{t_1} + \left(\frac{2b}{\sigma\sqrt{t_1}}\right)\right)$ . Ledd (A.7c) er verdien av opsjonseierens krav dersom opsjonen avslutter "in-the-money", altså verdien til utøvelseskursen og risikofri gjeldsbetaling etter skatt.

---

<sup>1</sup>Dette er verdien av payoff fra første leddet på høyre side i ligning (A.8) (Toft og Prucyk 1997, s. 1158).

<sup>2</sup>Dette er verdien til eiendelen som betaler eieren en evigvarende cash-at-hit opsjon med payoff  $(A - VB)$  dersom verdien av egenkapitalen er høyere enn opsjonens utøvelseskurs ved forfalltidspunktet.



# Tillegg B

## Koder i Matlab

Denne delen av tillegget inneholder kodene som er benyttet i estimering av opsjonsverdier for de ulike modellene. Legg merke til at notasjonen kan være noe ulik det som er beskrevet tidligere, blant annet er  $v = \sigma$ ,  $T1 = t_1$ ,  $T2 = t_2$ ,  $Tax = \tau$ ,  $Alpha = \alpha$  og  $XX = x$ .

### B.1 Koden for estimering av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Merton (1974)

Kodene i dette avsnittet er en anvendelse av Monte Carlo simulering på modellen til Merton fra 1974. For å effektivisere programmeringen simuleres stien med Monte Carlo simulering frem til  $t_1$ , mens for stien mellom  $t_1$  og  $t_2$  benyttes opsjonsprisindeformelen til Black og Scholes.

```
function bsmerton=BSMertStd(S,K,X,v,r,d,T1,T2,nSim1)
```

Starter beregningene ved å definere noen parametre for mellomregning.

```
dr = (r - v * v/2) * T1;
```

```
vSqr1 = v * sqrt(T1);
```

```
sumCallpEK = 0;
```

```
z = [];
```

```
for i = 1 : 1 : nSim1
```

```
sumCallpST = 0;
```

```
ST1 = S * exp(dr + vSqr1 * randn());
```

Verdien av en kjøpsopsjon på selskapsverdien på tidspunkt T2:

```
d1 = (log(ST1/K) + (r - d + 0.5 * v * v) * (T2 - T1))/(v * sqrt(T2 - T1));
```

```
d2 = d1 - (v * sqrt(T2 - T1));
```

```
F = 0.5*erfc((-d1)/(2(0.5)));
```

$$FF = 0.5 \operatorname{erfc}((-d2)/(2^{0.5}));$$

Verdien av EK, altså kjøpsopsjon på selskapsverdien på  $t=t1$ :

$$BSCall = (ST1 * \exp(-d * (T2 - T1)) * F) - (K * \exp(-r * (T2 - T1)) * FF);$$

Verdien av payoff av opsjonen:

$$EK = BSCall;$$

$$\text{payoff} = \max(BSCall - X, 0);$$

Verdien av kjøpsopsjon på EK på  $t=0$ :

$$CallpEK = \text{payoff} * \exp(-r * T1);$$

$$z = [\text{zpayoff}];$$

Summen av verdiene av kjøpsopsjoner på egenkapital på tidspunkt 0:

$$\text{sumCallpEK} = \text{sumCallpEK} + CallpEK;$$

*end*

Vi tar gjennomsnittet av alle kjøpsopsjonsverdiene på egenkapital i modellen:

$$\text{bsmerton} = (\text{sumCallpEK} / nSim1);$$

Vi beregner standardfeilen til estimatene til kjøpsopsjonen på egenkapital:

$$\text{sigma}_M C = \text{std}(z);$$

$$\text{disp}(z);$$

$$\text{disp}(\text{sigma}_M C);$$

*end*

## B.2 Koden for estimering av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Leland (1994)

Følgende avsnitt illustrerer koding av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital basert på Leland (1994). Koden i Matlab-format er tilgjengelig på vedlagt CD.

function MCCallpEK=MCCallpEKLIUV(S,K,X,r,v,T1,Tax,Alpha,C,nsim1,perioder)

Ulike parametere benyttet i beregningen av konkursutløsende verdi til underliggende selskapsaktiviteter:

$$XX = (2 * r) / (v^2);$$

Konkursutløsende verdien på selskapsaktiviteter er gitt ved:

$$VB = ((1 - Tax) * (C/r)) * (XX / (1 + XX));$$

$$dt = T1 / \text{perioder};$$

Driftleddet i stisimulering for hvert steg

$$Drift = (r - v^2/2) * dt;$$

$$vSqr dt = v * sqrt(dt);$$

$$sumCallpEK = 0;$$

Genererer en matrise for payoff til kjøpsopsjonen på EK:

$$z = [];$$

Simulerer hovedstien fra t=0

for  $i = 1 : nsim1$

Genererer stien:

$$Verdien vi starter fra er  $V0 = S \quad ST = S;$$$

I første omgang simulerer vi det første grenet i stien fra t=t0 til t=t1:

for  $index = 1 : perioder$

$$ST = ST * exp(Drift + vSqr dt * randn());$$

Hvis konkursbarrieren treffes før t1 vil selskapet gå konkurs og stien brytes:

if  $ST \leq VB$

Konkurs vil gi følgende selskapsverdi, gjeldsverdi og egenkapitalverdi:

$$DV = (1 - Alpha) * VB * exp(r * (TT - tk1))$$

$$uV = DV$$

EK-verdi på t1:

$$EV = 0;$$

break;

end

if  $index == perioder \& \& ST > VB$

ST1 er eiendelens verdi på tidspunkt T1, hvis konkurs ikke har funnet sted.

KR er kupongrate opphøyd i XX.

$$KR = (ST/VB)^c - XX;$$

$$DV = (C/r) + ((1 - Alpha) * VB - (C/r)) * KR;$$

$$uV = ST + (C * Tax/r) * (1 - KR) - (Alpha * VB * KR);$$

$$EV = uV - DV;$$

end

end

Beregner verdien til payoff til opsjonen på egenkapital:

$$payoff = max(EV - X, 0);$$

$$z = [zpayoff];$$

```

Verdien til opsjonen på egenkapital på t=t0:
CallpEK =payoff *exp(-r * T1);
Akkumuleringen av verdiene av call på EK på tidspunkt 0:
sumCallpEK = sumCallpEK + CallpEK;
end

```

Tar gjennomsnittet av alle kjøpsopsjonsverdiene på egenkapital:

```

MCCallpEK = (sumCallpEK/nsim1);
Beregner standardfeilen til estimatene: sigma = std(z);
sigma_M C = sigma/(sqrt(nsim1));
disp(sigma_M C);
end

```

### B.3 Koden for estimering av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for Leland og Toft (1996)

Følgende avsnitt illustrerer kodingen av kjøpsopsjonsverdier på egenkapital basert på Leland og Toft (1996). Koden i Matlab-format er tilgjengelig på vedlagt CD.

```
function [MCCallpEK2] = MCLel96(S,P,X,v,r,Delta,T1,T2,Tax,Alpha,C,nSim,Perioder )
```

Definerer  $a$  og  $z$  fra Leland og Toft:

```

a = (r - Delta - (v * v/2))/(v * v);
z = (((a * v^2)^2 + (2 * r * v * v))^(1/2))/(v * v);
x = a + z;

```

stdledd er en hjelpeparameter for senere bruk:

```
stdledd = v * sqrt(T2);
```

Finner et uttrykk for  $A$  (se Leland og Toft 1996):

```

A1 = 2 * a * exp(-r * T2) * normcdf(a * stdledd);
A2 = -2 * z * normcdf(z * stdledd);
A3 = -(2)/(stdledd) * normpdf(z * stdledd);
A4 = ((2 * exp(-r * T2))/(stdledd)) * normpdf(a * stdledd);
A5 = (z - a);
A = A1 + A2 + A3 + A4 + A5;

```

Finner et uttrykk for  $B$ :

```

B1 = -((2 * z) + (2/(z * v * v * T2))) * normcdf(z * stdledd);
B2 = -2/(stdledd) * normpdf(z * stdledd);
B3 = (z - a);
B4 = 1/(z * v * v * T2);

```

$$B = B1 + B2 + B3 + B4;$$

Definerer konkursutløsende barrier,  $VB$ :

$$Teller = (C/r) * (A/(r * T2) - B) - (A * P)/(r * T2) - (Tax * C * x/r);$$

$$Nevner = 1 + (Alpha * x) - (1 - Alpha) * B;$$

$$VB = Teller/Nevner;$$

Deler opp stien:

$$dt = T1/Perioder;$$

Driftleddet i stisimulering

$$Drift = (r - v^2/2) * dt;$$

$$vSqr dt = v * sqrt(dt);$$

Initiell verdi brukt i aggregering av callpEK:

$$sumCallpEK = 0;$$

Genererer en matrise for payoff til opsjonen på egenkapital:

$$w = [];$$

Begynner simuleringene:

*for*  $i = 1 : nSim$

Genererer stien:

$$ST = S;$$

*for*  $Index1 = 1 : Perioder$

$$ST = ST * exp(Drift + vSqr dt * randn());$$

Dersom konkurs:

*if*  $ST \leq VB$

$$EV = 0;$$

*disp*( $EV$ );

*break*

*end*

*if*  $Index1 == Perioder \& \& ST > VB$

$ST1$  er eiendelens verdi på tidspunkt  $T1$  hvis konkurs ikke har funnet sted.

Følgende parametre er hjelpeparametre definert i Leland og Toft (1996):

$$b = \log(ST/VB);$$

$$q1 = (-b - z * v^2 * T2)/stdledd;$$

$$q2 = (-b + z * v^2 * T2)/stdledd;$$

$$h1 = (-b - a * v^2 * T2)/stdledd;$$

$$h2 = (-b + a * v^2 * T2)/stdledd;$$

```

FT = normcdf(h1) + (ST/VB)^( - 2 * a) * normcdf(h2);
GT = normcdf(q1) * (ST/VB)^( - a + z) + normcdf(q2) * (ST/VB)^( - a - z);
IT = (1/(r * T2)) * (GT - exp(-r * T2) * FT);
JT = (1/(z * stdledd)) * (-normcdf(q1) * q1 * (ST/VB)^( - a + z) + normcdf(q2) *
q2 * (ST/VB)^( - a - z));
Gjeldsverdi, foretaksverdi og egenkapitalverdi dersom ikke konkurs:
DV = C/r + (P - (C/r)) * ((1 - exp(-r * T2))/(r * T2) - IT) + ((1 - Alpha) * VB -
(C/r)) * JT;
UV = ST + ((Tax * C)/r) * (1 - (ST/VB)^( - x)) - Alpha * VB * (ST/VB)^( - x);
EV = UV - DV;
disp(EV);
end
end

```

Verdien til opsjonen på EK på t=t1:

```

payoff = max(EV - X, 0);
w = [w, payoff];

```

Akkumuleringen av verdiene av call på EK på tidspunkt 0:

```

sumCallpEK = sumCallpEK + payoff * exp(-r * T1);
end

```

Vi tar gjennomsnittet av alle kjøpsopsjonsverdiene på egenkapital i modellen:

```

MCCallpEK2 = sumCallpEK/nSim;

```

Beregner standardfeilen til estimatene:  $\sigma = std(w)$ ;

```

sigma_MC = sigma/(sqrt(nSim));

```

```

disp(sigma_MC);

```

```

end

```

## B.4 Koden for estimering av implisitt volatilitet basert på Newton-Raphson-metoden

Koden vi beskriver i dette avsnittet benyttes for å beregne implisitt volatilitet, og er basert på koden til McDonald (2006) for implisitt volatilitet. Forskjellen fra McDonald er at koden her presenteres i programmeringsspråket til Matlab.

```

function ivol=ImpVolatil(S, K, r, v, T, d, c)

```

For å beregne den implisitte volatiliteten, må man kjenne til Black og Scholes formelen for en callopsjon og verdien av vega:

```

d1 = @(S, K, r, v, T, d)(log(S/K) + (r - d + 0.5 * v * v) * T)/(v * sqrt(T));
d2 = @(S, K, r, v, T, d)d1(S, K, r, v, T, d) - v * sqrt(T);
nd1 = @(S, K, r, v, T, d)(1/sqrt(2 * pi) * exp(-0.5 * d1(S, K, r, v, T, d)^2));

```

Vega:

```
bscvega = @(S, K, r, v, T, d)(S * nd1(S, K, r, v, T, d) * sqrt(T));
```

Callverdi basert på BS-formelen:

```
BSCALL = @(S, K, r, v, T, d)(S * exp(-d * T) * normcdf(d1(S, K, r, v, T, d), 0, 1)) - (K *
exp(-r * T) * normcdf(d2(S, K, r, v, T, d), 0, 1));
```

Man gjennomfører en iterasjonsprosess for å finne implisitt volatilitet:

Ilimit er et uttrykk for antall iterasjoner som gjennomføres:

```

ivol = 0.2;
error = 0.00005;
iter = 1;
ilimit = 2000;
cpdiff= error + 1;
while abs(cpdiff) > error
if(iter > ilimit)
break;
else
iter = iter + 1 ;
end

```

Man definerer en ny opsjonsverdi:

```
cvol = BSCALL(S, K, r, ivol, T, d);
```

BScall-verdien og den nye opsjonsverdien sammenlignes for å finne en differanse

```
cpdiff = cvol - c;
```

Så lenge differansen er større en feilledet defineres den implisitte volatiliteten som ivol:

Ivol avhenger videre av bscvega:

```

if(abs(cpdiff) > error);
slope = bscvega(S, K, r, ivol, T, d);
yint = cpdiff - slope * ivol;
ivol = -yint/slope;
end
end

```

# Tillegg C

## Kjøpsopsjoner og implisitt volatilitet for Merton (1974)

Denne seksjonen inneholder kjøpsopsjonsverdier på egenkapital og implisitt volatilitet for ulike parameterverdier basert på Merton (1974). NaN indikerer udefinerbare verdier eller verdier utenfor verdiområdet.

**Tabell C.1:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellet. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	37,784	38,067	38,434	38,875	39,369	39,899	40,460	41,055	41,712	42,514
	20	28,133	29,110	30,230	31,369	32,492	33,591	34,674	35,754	36,866	38,080
	30	19,211	21,360	23,319	25,104	26,754	28,304	29,780	31,208	32,624	34,086
	40	11,972	15,157	17,735	19,975	21,994	23,856	25,605	27,273	28,886	30,479
	50	6,869	10,476	13,348	15,830	18,060	20,114	22,035	23,855	25,591	27,246
	60	3,677	7,094	9,968	12,509	14,821	16,965	18,977	20,884	22,693	24,377
	70	1,861	4,729	7,402	9,866	12,160	14,316	16,358	18,302	20,146	21,850
	80	0,901	3,115	5,473	7,773	9,979	12,090	14,115	16,057	17,912	19,632
	90	0,422	2,033	4,036	6,120	8,192	10,219	12,192	14,105	15,949	17,684
	100	0,192	1,318	2,971	4,819	6,730	8,647	10,543	12,405	14,223	15,967
	110	0,086	0,850	2,184	3,796	5,534	7,325	9,129	10,925	12,700	14,443
	120	0,038	0,546	1,606	2,992	4,556	6,213	7,915	9,633	11,355	13,083
	130	0,016	0,351	1,180	2,361	3,756	5,277	6,872	8,505	10,165	11,862
	140	0,007	0,225	0,868	1,865	3,100	4,489	5,974	7,519	9,108	10,761
	150	0,003	0,144	0,640	1,475	2,563	3,824	5,202	6,657	8,170	9,765
	160	0,001	0,092	0,472	1,169	2,122	3,263	4,536	5,901	7,337	8,863



**Tabell C.2:** Implisitt volatilitet for benchmarktilfellet. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	20	NaN	NaN	NaN	NaN	0,6659	0,6804	0,6972	0,7173	0,7433	0,7804
	30	0,5913	0,5998	0,6089	0,6189	0,6299	0,6422	0,6562	0,6724	0,6923	0,7184
	40	0,5699	0,5775	0,5856	0,5945	0,6042	0,6148	0,6267	0,6402	0,6558	0,6744
	50	0,5533	0,5602	0,5676	0,5755	0,5841	0,5936	0,6039	0,6153	0,6279	0,6411
	60	0,5398	0,5461	0,5529	0,5601	0,5679	0,5763	0,5855	0,5953	0,6057	0,6154
	70	0,5285	0,5343	0,5406	0,5472	0,5543	0,5619	0,5701	0,5788	0,5877	0,5954
	80	0,5188	0,5242	0,5300	0,5361	0,5427	0,5496	0,5570	0,5649	0,5727	0,5794
	90	0,5103	0,5155	0,5208	0,5265	0,5326	0,5390	0,5457	0,5529	0,5601	0,5664
	100	NaN	0,5077	0,5128	0,5181	0,5237	0,5296	0,5359	0,5424	0,5492	0,5556
	110	NaN	0,5008	0,5056	0,5106	0,5158	0,5214	0,5272	0,5332	0,5396	0,5462
	120	NaN	0,4946	0,4991	0,5039	0,5088	0,5140	0,5194	0,5250	0,5311	0,5379
	130	NaN	0,4890	0,4933	0,4978	0,5025	0,5073	0,5124	0,5177	0,5235	0,5304
	140	NaN	NaN	0,4880	0,4923	0,4967	0,5013	0,5061	0,5111	0,5166	0,5234
	150	NaN	NaN	0,4832	0,4872	0,4914	0,4958	0,5003	0,5050	0,5102	0,5168
	160	NaN	NaN	0,4787	0,4826	0,4866	0,4908	0,4951	0,4995	0,5044	0,5106

**Tabell C.3:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med lavere rente. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	37,784	38,067	38,434	38,875	39,369	39,899	40,460	41,055	41,712	42,514
	20	28,133	29,110	30,230	31,369	32,492	33,591	34,674	35,754	36,866	38,080
	30	19,211	21,360	23,319	25,104	26,754	28,304	29,780	31,208	32,624	34,086
	40	11,972	15,157	17,735	19,975	21,994	23,856	25,605	27,273	28,886	30,479
	50	6,869	10,476	13,348	15,830	18,060	20,114	22,035	23,855	25,591	27,246
	60	3,677	7,094	9,968	12,509	14,821	16,965	18,977	20,884	22,693	24,377
	70	1,861	4,729	7,402	9,866	12,160	14,316	16,358	18,302	20,146	21,850
	80	0,901	3,115	5,473	7,773	9,979	12,090	14,115	16,057	17,912	19,632
	90	0,422	2,033	4,036	6,120	8,192	10,219	12,192	14,105	15,949	17,684
	100	0,192	1,318	2,971	4,819	6,730	8,647	10,543	12,405	14,223	15,967
	110	0,086	0,850	2,184	3,796	5,534	7,325	9,129	10,925	12,700	14,443
	120	0,038	0,546	1,606	2,992	4,556	6,213	7,915	9,633	11,355	13,083
	130	0,016	0,351	1,180	2,361	3,756	5,277	6,872	8,505	10,165	11,862
	140	0,007	0,225	0,868	1,865	3,100	4,489	5,974	7,519	9,108	10,761
	150	0,003	0,144	0,640	1,475	2,563	3,824	5,202	6,657	8,170	9,765
	160	0,001	0,092	0,472	1,169	2,122	3,263	4,536	5,901	7,337	8,863

**Tabell C.4:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere rente. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	<b>4,5</b>	<b>5</b>
	<b>10</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	<b>20</b>	NaN	NaN	0,6747	0,6862	0,6991	0,7138	0,7308	0,7514	0,7782	0,8174
	<b>30</b>	0,6240	0,6323	0,6413	0,6512	0,6621	0,6744	0,6883	0,7048	0,7249	0,7516
	<b>40</b>	0,6018	0,6092	0,6172	0,6259	0,6354	0,6459	0,6577	0,6711	0,6866	0,7048
	<b>50</b>	0,5846	0,5913	0,5984	0,6062	0,6146	0,6238	0,6339	0,6451	0,6573	0,6696
	<b>60</b>	0,5705	0,5766	0,5831	0,5901	0,5976	0,6057	0,6146	0,6241	0,6340	0,6426
$X$	<b>70</b>	0,5586	0,5642	0,5702	0,5765	0,5833	0,5906	0,5984	0,6067	0,6150	0,6217
	<b>80</b>	NaN	0,5536	0,5590	0,5649	0,5710	0,5776	0,5846	0,5919	0,5993	0,6051
	<b>90</b>	NaN	0,5443	0,5493	0,5547	0,5604	0,5663	0,5726	0,5792	0,5859	0,5916
	<b>100</b>	NaN	0,5360	0,5408	0,5457	0,5509	0,5564	0,5621	0,5681	0,5743	0,5802
	<b>110</b>	NaN	NaN	0,5331	0,5377	0,5425	0,5476	0,5528	0,5583	0,5641	0,5704
	<b>120</b>	NaN	NaN	0,5262	0,5305	0,5350	0,5397	0,5445	0,5496	0,5550	0,5615
	<b>130</b>	NaN	NaN	NaN	0,5240	0,5282	0,5325	0,5370	0,5417	0,5468	0,5534
	<b>140</b>	NaN	NaN	NaN	0,5180	0,5220	0,5260	0,5302	0,5346	0,5394	0,5458
	<b>150</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5163	0,5201	0,5241	0,5281	0,5325	0,5386
	<b>160</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5111	0,5147	0,5184	0,5222	0,5262	0,5317

**Tabell C.5:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med høyere  $t_2$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=10$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	<b>4,5</b>	<b>5</b>
	<b>10</b>	51,575	51,817	52,0592	52,312	52,5804	52,863	53,158	53,463	53,774	54,091
	<b>20</b>	41,824	42,356	42,969	43,641	44,342	45,053	45,763	46,464	47,153	47,829
	<b>30</b>	32,138	33,252	34,497	35,749	36,970	38,145	39,272	40,353	41,390	42,387
	<b>40</b>	22,923	25,044	27,044	28,885	30,587	32,171	33,656	35,055	36,380	37,641
	<b>50</b>	14,990	18,167	20,802	23,106	25,177	27,074	28,832	30,476	32,025	33,491
	<b>60</b>	8,993	12,769	15,768	18,351	20,657	22,761	24,707	26,525	28,235	29,853
	<b>70</b>	4,995	8,749	11,821	14,502	16,916	19,130	21,187	23,115	24,933	26,658
$X$	<b>80</b>	2,602	5,877	8,790	11,422	13,839	16,084	18,188	20,172	22,054	23,846
	<b>90</b>	1,286	3,887	6,498	8,978	11,319	13,532	15,632	17,630	19,539	21,366
	<b>100</b>	0,610	2,541	4,785	7,050	9,261	11,397	13,454	15,433	17,339	19,176
	<b>110</b>	0,280	1,647	3,514	5,534	7,582	9,611	11,596	13,531	15,412	17,238
	<b>120</b>	0,125	1,061	2,576	4,345	6,214	8,115	10,011	11,883	13,721	15,520
	<b>130</b>	0,055	0,680	1,890	3,413	5,100	6,863	8,656	10,452	12,235	13,995
	<b>140</b>	0,024	0,435	1,383	2,685	4,191	5,814	7,497	9,209	10,927	12,638
	<b>150</b>	0,010	0,278	1,014	2,114	3,450	4,933	6,504	8,126	9,773	11,429
	<b>160</b>	0,004	0,177	0,745	1,668	2,845	4,193	5,652	7,182	8,755	10,351

**Tabell C.6:** Implisitt volatilitet for tilfellet med høyere  $t_2$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=10$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	20	NaN	NaN	NaN	0,5059	0,5104	0,5151	0,5200	0,5252	0,5307	0,5365
	30	0,4758	0,4794	0,4831	0,4869	0,4909	0,4951	0,4995	0,5042	0,5090	0,5142
	40	0,4633	0,4665	0,4699	0,4734	0,4771	0,4810	0,4850	0,4892	0,4937	0,4984
	50	0,4536	0,4567	0,4598	0,4631	0,4665	0,4701	0,4738	0,4777	0,4818	0,4861
	60	0,4459	0,4487	0,4517	0,4547	0,4579	0,4613	0,4647	0,4684	0,4722	0,4762
	70	0,4394	0,4421	0,4449	0,4478	0,4508	0,4539	0,4572	0,4606	0,4642	0,4679
	80	0,4338	0,4364	0,4391	0,4418	0,4447	0,4476	0,4507	0,4539	0,4573	0,4608
	90	0,4290	0,4315	0,4340	0,4366	0,4393	0,4422	0,4451	0,4482	0,4513	0,4547
	100	0,4248	0,4272	0,4296	0,4321	0,4347	0,4374	0,4401	0,4431	0,4461	0,4492
	110	0,4211	0,4233	0,4256	0,4280	0,4305	0,4331	0,4357	0,4385	0,4414	0,4444
	120	0,4177	0,4198	0,4221	0,4244	0,4267	0,4292	0,4318	0,4344	0,4372	0,4401
	130	0,4146	0,4167	0,4188	0,4211	0,4234	0,4257	0,4282	0,4307	0,4334	0,4361
	140	0,4118	0,4138	0,4159	0,4180	0,4203	0,4226	0,4249	0,4274	0,4299	0,4325
	150	0,4093	0,4112	0,4132	0,4153	0,4174	0,4196	0,4219	0,4243	0,4267	0,4293
	160	0,4069	0,4088	0,4107	0,4127	0,4148	0,4170	0,4192	0,4214	0,4238	0,4263

**Tabell C.7:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med lavere  $\sigma$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,2$ ,  $t_2=5$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	33,714	33,964	34,247	34,572	34,935	35,327	35,748	36,198	36,690	37,256
	20	23,996	24,727	25,575	26,458	27,342	28,218	29,085	29,947	30,816	31,711
	30	14,827	16,535	18,112	19,562	20,913	22,185	23,395	24,558	25,681	26,767
	40	7,585	10,143	12,217	14,030	15,674	17,194	18,621	19,973	21,255	22,456
	50	3,174	5,744	7,893	9,799	11,541	13,161	14,685	16,129	17,499	18,782
	60	1,102	3,033	4,914	6,690	8,370	9,967	11,491	12,950	14,348	15,685
	70	0,326	1,509	2,964	4,481	5,994	7,481	8,933	10,348	11,726	13,077
	80	0,084	0,714	1,742	2,954	4,248	5,575	6,910	8,239	9,556	10,875
	90	0,019	0,324	1,002	1,922	2,985	4,131	5,324	6,540	7,770	9,017
	100	0,004	0,142	0,566	1,237	2,083	3,047	4,089	5,182	6,307	7,458
	110	0,001	0,061	0,315	0,790	1,447	2,241	3,135	4,101	5,115	6,160
	120	0,000	0,025	0,174	0,501	1,001	1,644	2,400	3,243	4,149	5,089
	130	0,000	0,010	0,095	0,317	0,691	1,204	1,836	2,565	3,367	4,212
	140	0,000	0,004	0,052	0,199	0,476	0,881	1,404	2,028	2,735	3,496
	150	0,000	0,002	0,028	0,125	0,327	0,645	1,074	1,605	2,224	2,909
	160	0,000	0,001	0,015	0,079	0,225	0,472	0,822	1,271	1,811	2,427

**Tabell C.8:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $\sigma$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,2$ ,  $t_2=5$  år,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	20	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	30	NaN	0,4653	0,4717	0,4786	0,4860	0,4941	0,5028	0,5124	0,5229	0,5341
	40	0,4361	0,4414	0,4469	0,4527	0,4590	0,4656	0,4727	0,4802	0,4879	0,4950
	50	0,4183	0,4229	0,4278	0,4328	0,4382	0,4438	0,4497	0,4559	0,4620	0,4676
	60	0,4040	0,4081	0,4124	0,4169	0,4216	0,4265	0,4315	0,4368	0,4421	0,4474
	70	NaN	0,3959	0,3997	0,4038	0,4079	0,4122	0,4167	0,4213	0,4261	0,4313
	80	NaN	0,3855	0,3891	0,3927	0,3965	0,4003	0,4043	0,4084	0,4128	0,4178
	90	NaN	NaN	0,3799	0,3832	0,3867	0,3902	0,3938	0,3976	0,4015	0,4059
	100	NaN	NaN	NaN	0,3751	0,3783	0,3815	0,3848	0,3882	0,3917	0,3955
	110	NaN	NaN	NaN	NaN	0,3709	0,3739	0,3770	0,3802	0,3833	0,3864
	120	NaN	NaN	NaN	NaN	0,3644	0,3672	0,3702	0,3731	0,3760	0,3786
	130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,3613	0,3641	0,3669	0,3696	0,3719
	140	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,3586	0,3613	0,3640	0,3662
	150	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,3563	0,3589	0,3612
	160	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,3518	0,3544	0,3569

**Tabell C.9:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med lavere  $K$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $K=50$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	10	52,763	53,006	53,265	53,554	53,881	54,242	54,637	55,068	55,549	56,118
	20	43,014	43,586	44,283	45,061	45,884	46,730	47,589	48,461	49,355	50,290
	30	33,356	34,583	35,960	37,350	38,711	40,032	41,314	42,561	43,779	44,967
	40	24,194	26,459	28,600	30,579	32,418	34,143	35,772	37,320	38,791	40,169
	50	16,244	19,570	22,347	24,787	26,992	29,023	30,914	32,691	34,360	35,903
	60	10,086	14,050	17,208	19,934	22,376	24,611	26,684	28,623	30,442	32,133
	70	5,825	9,836	13,095	15,933	18,489	20,836	23,017	25,061	26,987	28,802
	80	3,159	6,744	9,871	12,676	15,243	17,623	19,851	21,950	23,941	25,847
	90	1,624	4,547	7,387	10,051	12,548	14,899	17,124	19,236	21,256	23,214
	100	0,799	3,024	5,498	7,950	10,321	12,597	14,779	16,871	18,887	20,859
	110	0,380	1,991	4,075	6,279	8,488	10,655	12,765	14,812	16,798	18,752
	120	0,175	1,300	3,012	4,956	6,981	9,019	11,037	13,018	14,956	16,867
	130	0,079	0,843	2,222	3,910	5,745	7,641	9,554	11,456	13,332	15,183
	140	0,035	0,545	1,637	3,086	4,732	6,481	8,280	10,094	11,900	13,683
	150	0,015	0,351	1,206	2,437	3,901	5,504	7,186	8,907	10,637	12,348
	160	0,007	0,226	0,889	1,927	3,221	4,681	6,245	7,871	9,523	11,162

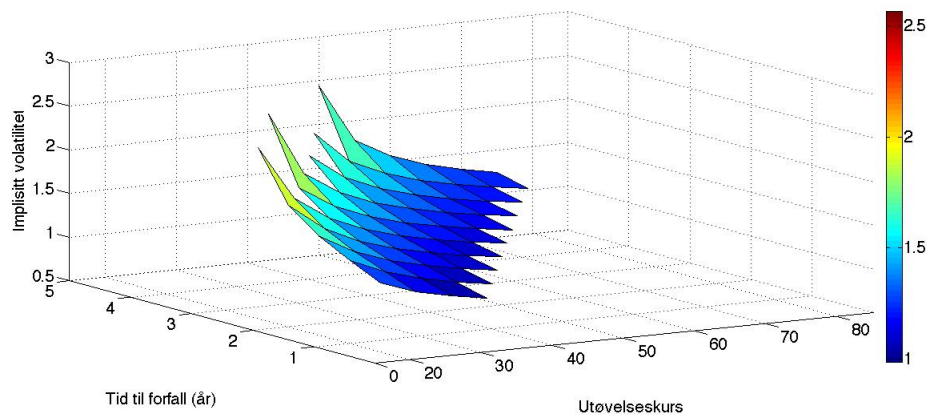
**Tabell C.10:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $K$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $K=50$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	<b>4,5</b>	<b>5</b>
	<b>10</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	<b>20</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,6046	0,6202	0,6399
	<b>30</b>	NaN	0,5176	0,5239	0,5306	0,5379	0,5459	0,5547	0,5644	0,5752	0,5868
	<b>40</b>	0,4926	0,4977	0,5032	0,5089	0,5151	0,5218	0,5289	0,5366	0,5445	0,5518
	<b>50</b>	0,4782	0,4827	0,4875	0,4925	0,4979	0,5035	0,5095	0,5158	0,5221	0,5275
	<b>60</b>	0,4666	0,4707	0,4750	0,4794	0,4841	0,4891	0,4943	0,4997	0,5050	0,5098
$X$	<b>70</b>	0,4571	0,4608	0,4647	0,4687	0,4729	0,4773	0,4819	0,4866	0,4915	0,4962
	<b>80</b>	0,4492	0,4526	0,4561	0,4597	0,4636	0,4675	0,4716	0,4759	0,4803	0,4851
	<b>90</b>	0,4423	0,4455	0,4487	0,4521	0,4556	0,4592	0,4629	0,4668	0,4709	0,4756
	<b>100</b>	0,4364	0,4393	0,4423	0,4455	0,4487	0,4520	0,4554	0,4590	0,4627	0,4673
	<b>110</b>	0,4312	0,4339	0,4368	0,4397	0,4427	0,4458	0,4489	0,4522	0,4556	0,4597
	<b>120</b>	0,4266	0,4292	0,4318	0,4346	0,4374	0,4403	0,4432	0,4462	0,4494	0,4530
	<b>130</b>	0,4225	0,4249	0,4274	0,4300	0,4327	0,4354	0,4382	0,4410	0,4438	0,4469
	<b>140</b>	0,4188	0,4211	0,4235	0,4259	0,4284	0,4310	0,4336	0,4363	0,4389	0,4415
	<b>150</b>	0,4154	0,4176	0,4199	0,4222	0,4246	0,4271	0,4296	0,4321	0,4345	0,4367
	<b>160</b>	0,4124	0,4145	0,4166	0,4189	0,4212	0,4235	0,4259	0,4283	0,4306	0,4325

## Tillegg D

# Kjøpsopsjoner og implisitt volatilitet for Leland (1994)

Denne seksjonen inneholder kjøpsopsjonsverdier på egenkapital og implisitt volatilitet for ulike parameterverdier basert på Leland (1994). Standardfeilen til estimerte verdier for kjøpsopsjonen er gitt i parentes.



**Figur D.1:** Implisitt volatilitetsoverflate for tilfellet med  $\tau=0,1\%$  for steg på 5 for X.

**Tabell D.1:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for benchmarktilfellet. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$X$	30	18,0728 (0,0181)	21,6459 (0,0262)	24,7309 (0,0336)	27,5133 (0,0407)	30,1184 (0,0480)	32,5067 (0,0551)	34,7383 (0,0624)	36,8859 (0,0703)	38,8314 (0,0778)	40,7288 (0,0861)
	40	11,2035 (0,0155)	15,4529 (0,0236)	18,9110 (0,0309)	21,9663 (0,0381)	24,7931 (0,0454)	27,3706 (0,0526)	29,7731 (0,0598)	32,0835 (0,0678)	34,1764 (0,0753)	36,2109 (0,0836)
	50	6,3948 (0,0124)	10,7176 (0,0205)	14,2650 (0,0279)	17,4202 (0,0351)	20,3434 (0,0425)	23,0124 (0,0497)	25,5091 (0,0570)	27,9230 (0,0651)	30,1093 (0,0726)	32,2362 (0,0810)
	60	3,4064 (0,0092)	7,2668 (0,0174)	10,6510 (0,0249)	13,7458 (0,0321)	16,6572 (0,0395)	19,3373 (0,0468)	21,8605 (0,0542)	24,3251 (0,0623)	26,5581 (0,0699)	28,7412 (0,0783)
	70	1,7365 (0,0066)	4,8384 (0,0144)	7,8938 (0,0219)	10,8129 (0,0291)	13,6235 (0,0366)	16,2506 (0,0439)	18,7457 (0,0513)	21,2144 (0,0595)	23,4570 (0,0671)	25,6652 (0,0756)
	80	0,8293 (0,0046)	3,1754 (0,0118)	5,8204 (0,0191)	8,4883 (0,0263)	11,1394 (0,0337)	13,6644 (0,0411)	16,0902 (0,0485)	18,5266 (0,0566)	20,7473 (0,0643)	22,9553 (0,0728)
	90	0,3853 (0,0031)	2,0597 (0,0096)	4,7263 (0,0166)	6,6540 (0,0236)	9,1094 (0,0310)	11,4992 (0,0383)	13,8257 (0,0457)	16,2014 (0,0539)	18,3779 (0,0616)	20,5635 (0,0701)
	100	0,1740 (0,0021)	1,3247 (0,0077)	3,1339 (0,0143)	5,2154 (0,0212)	7,4542 (0,0285)	9,6882 (0,0357)	11,8941 (0,0431)	14,1882 (0,0513)	16,3049 (0,0589)	18,4474 (0,0675)
	110		0,8461 (0,0062)	2,2934 (0,0124)	4,0889 (0,0190)	6,1047 (0,0261)	8,1720 (0,0332)	10,2486 (0,0405)	12,4460 (0,0487)	14,4868 (0,0563)	16,5750 (0,0649)
	120			1,6763 (0,0107)	3,2081 (0,0170)	5,0058 (0,0239)	6,9052 (0,0309)	8,8441 (0,0381)	10,9355 (0,0462)	12,8918 (0,0538)	14,9148 (0,0624)
	130			1,2255 (0,0092)	2,5193 (0,0152)	4,1119 (0,0219)	5,8456 (0,0287)	7,6435 (0,0359)	9,6233 (0,0439)	11,4917 (0,0515)	13,4408 (0,0600)
	140			0,9108 (0,0080)	1,9803 (0,0135)	3,3823 (0,0200)	4,9563 (0,0267)	6,6162 (0,0337)	8,4819 (0,0417)	10,2599 (0,0492)	12,1287 (0,0577)
	150				1,5584 (0,0121)	2,7863 (0,0183)	4,2082 (0,0248)	5,7368 (0,0317)	7,4877 (0,0396)	9,1736 (0,0470)	10,9606 (0,0555)
	160				1,2278 (0,0108)	2,3398 (0,0171)	3,5796 (0,0231)	4,9817 (0,0298)	6,6215 (0,0376)	8,2131 (0,0449)	9,9198 (0,0533)
	170				0,9682 (0,0096)	1,9374 (0,0156)	3,0497 (0,0215)	4,3317 (0,0281)	5,8647 (0,0357)	7,3638 (0,0429)	8,9902 (0,0513)
	180				0,7639 (0,0086)	1,6068 (0,0144)	2,6029 (0,0200)	3,7726 (0,0264)	5,2025 (0,0339)	6,6105 (0,0410)	8,1595 (0,0493)

**Tabell D.2:** Implisitt volatilitet for benchmarktilfellet. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
	<b>30</b>	0,8402	0,8753	0,9145	0,9579	1,0086	1,0623	1,1235	1,1999	1,2876	1,4134
	<b>40</b>	0,7110	0,7513	0,7857	0,8205	0,8590	0,8973	0,9385	0,9866	1,0357	1,0963
	<b>50</b>	0,6471	0,6818	0,7104	0,7391	0,7700	0,7999	0,8313	0,8674	0,9021	0,9429
	<b>60</b>	0,6095	0,6378	0,6614	0,6864	0,7112	0,7356	0,7609	0,7902	0,8171	0,8483
	<b>70</b>	0,5866	0,6072	0,6270	0,6473	0,6693	0,6899	0,7109	0,7358	0,7577	0,7831
	<b>80</b>	0,5659	0,5842	0,6014	0,6189	0,6380	0,6557	0,6736	0,6952	0,7137	0,7353
$X$	<b>90</b>	NaN	0,5661	0,6051	0,5966	0,6135	0,6291	0,6445	0,6638	0,6796	0,6985
	<b>100</b>	NaN	0,5514	0,5653	0,5787	0,5939	0,6077	0,6212	0,6385	0,6525	0,6691
	<b>110</b>	NaN	0,5391	0,5519	0,5639	0,5776	0,5900	0,6020	0,6179	0,6302	0,6452
	<b>120</b>	NaN	NaN	0,5405	0,5515	0,5640	0,5753	0,5860	0,6007	0,6116	0,6252
	<b>130</b>	NaN	NaN	0,5307	0,5408	0,5524	0,5627	0,5723	0,5860	0,5959	0,6083
	<b>140</b>	NaN	NaN	NaN	0,5314	0,5422	0,5519	0,5604	0,5733	0,5824	0,5937
	<b>150</b>	NaN	NaN	NaN	0,5232	0,5333	0,5423	0,5501	0,5622	0,5706	0,5810
	<b>160</b>	NaN	NaN	NaN	0,5158	0,5278	0,5339	0,5410	0,5525	0,5601	0,5699
	<b>170</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5207	0,5263	0,5328	0,5438	0,5508	0,5600
	<b>180</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5144	0,5195	0,5254	0,5361	0,5425	0,5512

**Tabell D.3:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med høyere kupongbetalinger. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=7$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
	<b>20</b>	12,8156 (0,0154)	16,5936 (0,0231)	19,8076 (0,0303)	22,7195 (0,0374)	25,3384 (0,0445)					
	<b>30</b>	7,1696 (0,0125)	11,2661 (0,0202)	14,7132 (0,0276)	17,8083 (0,0347)	20,5346 (0,0418)	23,085 (0,0488)	25,4817 (0,0563)	27,7141 (0,0640)		
	<b>40</b>	3,6969 (0,0095)	7,4639 (0,0171)	10,8276 (0,0245)	13,7817 (0,0315)	16,6911 (0,0390)	19,2141 (0,0459)	21,7127 (0,0536)	24,0125 (0,0614)	26,1872 (0,0691)	28,2416 (0,0772)
	<b>50</b>	1,7946 (0,0060)	4,909 (0,0142)	7,9166 (0,0215)	10,8223 (0,0288)	13,5071 (0,0360)	16,1028 (0,0435)	18,4937 (0,0507)	20,832 (0,0584)	23,018 (0,0661)	24,1404 (0,0745)
$X$	<b>60</b>		3,1601 (0,0117)	5,7697 (0,0188)	8,422 (0,026)	10,9502 (0,0331)	13,4444 (0,0404)	15,8051 (0,0481)	18,1285 (0,0557)	20,3855 (0,0639)	22,427 (0,0718)
	<b>70</b>			4,165 (0,0157)	6,5113 (0,0232)	8,8977 (0,0305)	11,2749 (0,0378)	13,5644 (0,0453)	15,8676 (0,0532)	17,9354 (0,0607)	20,0433 (0,0691)
	<b>80</b>				5,0704 (0,0209)	7,2031 (0,0278)	9,3836 (0,0349)	11,5827 (0,0425)	13,8101 (0,0506)	15,9419 (0,0583)	17,946 (0,0665)
	<b>90</b>						7,9314 (0,0326)	9,9394 (0,0399)	12,0503 (0,0478)	14,0784 (0,0555)	16,0981 (0,0639)
	<b>100</b>						6,6925 (0,0304)	8,6538 (0,0380)	10,5799 (0,0453)	12,491 (0,0529)	14,4656 (0,0614)
	<b>110</b>								9,2841 (0,0431)	11,2229 (0,0514)	13,0213 (0,0590)



**Tabell D.4:** Implisitt volatilitet for tilfellet med høyere kupongbetalinger. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=7$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$X$	<b>20</b>	1,2174	1,3384	1,4795	1,6692	1,9580	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	<b>30</b>	0,9814	1,0701	1,1623	1,2667	1,3808	1,5353	1,7810	2,5180	NaN	NaN
	<b>40</b>	0,8697	0,9357	1,0045	1,0683	1,1537	1,2363	1,3518	1,5042	1,7635	NaN
	<b>50</b>	NaN	0,8594	0,9090	0,9644	1,0193	1,0841	1,1536	1,2432	1,3559	1,3982
	<b>60</b>	NaN	NaN	0,8449	0,8892	0,9321	0,9820	1,0350	1,0995	1,1784	1,2680
	<b>70</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8706	0,9122	0,9554	1,0078	1,0581	1,1249
	<b>80</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8554	0,8925	0,9360	0,9816	1,0298
	<b>90</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8457	0,8820	0,9185	0,9607
	<b>100</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8711	0,9076
	<b>110</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8653

**Tabell D.5:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere rente. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$X$	<b>15</b>	9,0589 (0,0120)	11,8557 (0,0181)	14,2062 (0,0237)	16,4005 (0,0292)	18,1648 (0,0341)	19,9340 (0,0394)	21,5414 (0,0447)	23,0948 (0,0503)	24,5675 (0,0560)	25,8083 (0,0610)
	<b>20</b>	6,2837 (0,0105)	9,3229 (0,0167)	11,8020 (0,0223)	14,0233 (0,0278)	15,8696 (0,0328)	17,7123 (0,0381)	19,3879 (0,0434)	21,0330 (0,0489)	22,4275 (0,0542)	23,8481 (0,0598)
	<b>25</b>	4,2440 (0,009)	7,2688 (0,0152)	9,7402 (0,0208)	10,2807 (0,0250)	13,8872 (0,0313)	15,7682 (0,0367)	17,4845 (0,0420)	19,1706 (0,0475)	20,6485 (0,0530)	22,1758 (0,0589)
	<b>30</b>	2,8111 (0,0074)	5,6288 (0,0137)	8,0391 (0,0193)	10,2566 (0,0249)	12,1716 (0,0299)	14,0622 (0,0353)	15,7959 (0,0406)	17,4549 (0,0462)	18,9753 (0,0516)	20,4769 (0,0571)
	<b>35</b>	1,9895 (0,0061)	4,3535 (0,0122)	6,6640 (0,0179)	8,7932 (0,0234)	10,6837 (0,0285)	12,5611 (0,0339)	14,2939 (0,0393)	16,0044 (0,0448)	17,5635 (0,0502)	19,0338 (0,0558)
	<b>40</b>		3,3593 (0,0109)	5,5042 (0,0166)	7,4904 (0,0219)	9,3904 (0,0271)	11,2361 (0,0325)	12,9549 (0,0379)	14,6796 (0,0435)	16,1792 (0,0490)	17,7760 (0,0550)
	<b>45</b>		2,5826 (0,0096)	4,5458 (0,0152)	6,4852 (0,0207)	8,2647 (0,0258)	10,0650 (0,0312)	11,7585 (0,0366)	13,3650 (0,0421)	14,9892 (0,0477)	16,5631 (0,0537)
	<b>50</b>				5,5786 (0,0195)	7,2837 (0,0245)	9,0287 (0,0299)	10,687 (0,0353)	12,3671 (0,0411)	13,8683 (0,0463)	14,3028 (0,0507)
	<b>55</b>				4,8041 (0,0183)	6,4277 (0,0233)	8,1097 (0,0286)	9,7254 (0,0340)	11,3974 (0,0398)	12,8489 (0,0450)	14,3028 (0,0507)
	<b>60</b>				4,1417 (0,0172)	5,6787 (0,0221)	7,2935 (0,0274)	8,8617 (0,0328)	10,4125 (0,0383)	11,8982 (0,0439)	13,3591 (0,0494)

**Tabell D.6:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere rente. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
X	15	1.2713	1.3867	1.5235	1.7253	1.9729	2.8326	NaN	NaN	NaN	NaN
	20	1.1090	1.2086	1.3082	1.4287	1.5525	1.7657	2.1905	NaN	NaN	NaN
	25	1.0141	1.0965	1.1713	1.0667	1.3456	1.4722	1.6442	1.9912	NaN	NaN
	30	0.9522	1.0187	1.0801	1.1508	1.2163	1.3073	1.4167	1.5745	1.8397	NaN
	35	NaN	0.9635	1.0172	1.0734	1.1262	1.1976	1.2782	1.3892	1.5354	1.7908
	40	NaN	NaN	0.9667	1.0098	1.0591	1.1180	1.1820	1.2682	1.3603	1.5182
	45	NaN	NaN	NaN	NaN	1.0068	1.0569	1.1103	1.1708	1.2526	1.3607
	50	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1.0084	1.0541	1.1126	1.1704	1.1457
	55	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1.0612	1.1073	1.1665
	60	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1.1069

**Tabell D.7:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere  $\alpha$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	18,0965 (0,0181)	21,6667 (0,0262)	24,8014 (0,037)	27,5133 (0,0407)	30,1184 (0,0480)	32,5067 (0,0551)	34,7383 (0,0624)	36,8859 (0,0703)	38,8314 (0,0778)	40,8024 (0,0864)
	40	11,2106 (0,0155)	15,4691 (0,0236)	18,9053 (0,0309)	21,9663 (0,0381)	24,7931 (0,0454)	27,3706 (0,0526)	29,7731 (0,0598)	32,0835 (0,0678)	34,1764 (0,0753)	36,2109 (0,0836)
	50	6,4041 (0,0123)	10,7366 (0,0206)	14,3231 (0,0280)	17,4202 (0,0351)	20,3434 (0,0425)	23,0124 (0,0497)	25,5091 (0,0570)	27,923 (0,0651)	30,1093 (0,0726)	32,7412 (0,0810)
	60	3,4327 (0,0092)	7,2991 (0,0175)	10,6628 (0,0249)	13,7458 (0,0321)	16,6572 (0,0395)	19,3373 (0,0468)	21,8605 (0,0542)	24,3251 (0,0623)	26,5581 (0,0699)	28,7412 (0,0783)
	70	1,7145 (0,0066)	4,8838 (0,0146)	7,9569 (0,0220)	10,8129 (0,0291)	13,6335 (0,0366)	16,2506 (0,0439)	18,7457 (0,0513)	21,2144 (0,0595)	23,457 (0,0671)	25,6652 (0,0756)
	80	0,8303 (0,0046)	3,2087 (0,0120)	5,8467 (0,0190)	8,4883 (0,0263)	11,1394 (0,0337)	13,6644 (0,0411)	16,0902 (0,0485)	18,5266 (0,0566)	20,7473 (0,0643)	22,9553 (0,0728)
	90	0,3866 (0,0031)	2,0731 (0,0097)	4,3052 (0,0167)	6,654 (0,0236)	9,1094 (0,0310)	11,4992 (0,0383)	13,8257 (0,0457)	16,2014 (0,0539)	18,3779 (0,0616)	20,5825 (0,0706)
	100		1,3369 (0,0078)	3,1505 (0,0144)	5,2154 (0,0212)	7,4542 (0,0285)	9,6882 (0,0357)	11,8941 (0,0431)	14,1882 (0,0513)	16,3049 (0,0589)	18,5178 (0,0681)
	110		0,8658 (0,0064)	2,3048 (0,0124)	4,0889 (0,0190)	6,1047 (0,061)	8,172 (0,0332)	10,2486 (0,0405)	12,446 (0,0487)	14,4868 (0,0563)	16,575 (0,0649)
	120		0,5484 (0,0050)	1,6997 (0,0108)	3,2081 (0,0170)	5,0058 (0,0239)	6,9052 (0,0309)	8,8441 (0,0381)	10,9355 (0,0462)	12,8918 (0,0538)	14,9148 (0,0624)
	130		0,3533 (0,0040)	1,2541 (0,0093)	2,5193 (0,0152)	4,1119 (0,0219)	5,8456 (0,0287)	7,6435 (0,0359)	9,6233 (0,0439)	11,5645 (0,0522)	13,4408 (0,06)
	140			0,911 (0,0080)	1,9803 (0,0135)	3,3823 (0,02)	4,9563 (0,0267)	6,6172 (0,0337)	8,4819 (0,0417)	10,2599 (0,0492)	12,1287 (0,0577)
	150				1,5584 (0,0121)	2,7863 (0,0183)	4,2082 (0,0248)	5,7368 (0,0317)	7,4877 (0,0396)	9,1736 (0,0470)	10,9606 (0,0555)
	160				1,2278 (0,0108)	2,2996 (0,0168)	3,5796 (0,0231)	4,9817 (0,0298)	6,6215 (0,0376)	8,2131 (0,0440)	9,9198 (0,0533)
	170				0,9682 (0,0096)	1,9004 (0,0154)	3,0497 (0,0215)	4,3317 (0,0281)	5,8647 (0,0357)	7,3638 (0,0429)	8,9902 (0,0513)
	180					1,5727 (0,0141)	2,6029 (0,02)	3,7726 (0,0264)	5,2025 (0,0339)	6,6105 (0,0410)	8,1595 (0,0493)

**Tabell D.8:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $\alpha$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
	<b>30</b>	0,8433	0,8771	0,9198	0,9579	1,0086	1,0623	1,1235	1,1999	1,2876	1,4226
	<b>40</b>	0,7117	0,7524	0,7854	0,8205	0,8590	0,8973	0,9385	0,9866	1,0357	1,0963
	<b>50</b>	0,6479	0,6829	0,7133	0,7391	0,7700	0,7999	0,8313	0,8674	0,9021	0,9670
	<b>60</b>	0,6118	0,6396	0,6620	0,6854	0,7112	0,7356	0,7609	0,7902	0,8171	0,8483
	<b>70</b>	0,5841	0,6099	0,6299	0,6473	0,6697	0,6899	0,7109	0,7358	0,7577	0,7831
	<b>80</b>	0,5661	0,5865	0,6027	0,6189	0,6380	0,6557	0,6736	0,6952	0,7137	0,7353
$X$	<b>90</b>	NaN	0,5672	0,5830	0,5966	0,6135	0,6291	0,6445	0,6638	0,6796	0,6990
	<b>100</b>	NaN	0,5527	0,5663	0,5787	0,5939	0,6077	0,6212	0,6385	0,6525	0,6710
	<b>110</b>	NaN	0,5417	0,5527	0,5639	0,5776	0,5900	0,6020	0,6179	0,6302	0,6452
	<b>120</b>	NaN	NaN	0,5424	0,5515	0,5640	0,5753	0,5860	0,6007	0,6116	0,6252
	<b>130</b>	NaN	NaN	0,5335	0,5408	0,5524	0,5627	0,5723	0,5860	0,5978	0,6083
	<b>140</b>	NaN	NaN	NaN	0,5314	0,5422	0,5519	0,5605	0,5733	0,5824	0,5937
	<b>150</b>	NaN	NaN	NaN	0,5232	0,5333	0,5423	0,5501	0,5622	0,5706	0,5810
	<b>160</b>	NaN	NaN	NaN	0,5158	0,5255	0,5339	0,5410	0,5525	0,5601	0,5699
	<b>170</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5184	0,5263	0,5328	0,5438	0,5508	0,5600
	<b>180</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5119	0,5195	0,5254	0,5361	0,5425	0,5512

**Tabell D.9:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere  $\sigma$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $\sigma=0,2$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
	<b>30</b>	11,4961 (0,0118)	14,7195 (0,0171)	17,4927 (0,0218)	20,0281 (0,0264)	22,3208 (0,0307)	24,5394 (0,0351)	26,6351 (0,0396)	28,6306 (0,0441)	30,5603 (0,0488)	32,4194 (0,0536)
	<b>40</b>	5,4131 (0,0088)	8,8445 (0,0142)	11,7492 (0,0190)	14,3744 (0,0235)	16,7601 (0,0280)	19,0666 (0,0324)	21,2565 (0,0369)	23,3399 (0,0415)	25,3608 (0,0462)	27,3136 (0,0510)
	<b>50</b>	2,0859 (0,0056)	4,9044 (0,0110)	7,5445 (0,0158)	10,0348 (0,0204)	12,3390 (0,0249)	14,6055 (0,0294)	16,7840 (0,0340)	18,8757 (0,0386)	20,9125 (0,0434)	22,9003 (0,0482)
	<b>60</b>	0,6697 (0,0032)	2,5366 (0,0080)	4,6627 (0,0127)	6,8360 (0,0173)	8,9859 (0,0219)	11,0614 (0,0263)	13,1392 (0,0309)	15,1651 (0,0356)	17,1572 (0,0404)	19,1281 (0,0453)
$X$	<b>70</b>		1,2363 (0,0056)	2,7918 (0,0099)	4,5664 (0,0144)	6,4262 (0,0188)	8,2998 (0,0233)	10,2131 (0,0278)	12,1201 (0,0325)	14,0217 (0,0374)	15,9307 (0,0423)
	<b>80</b>				3,0070 (0,0117)	4,5459 (0,0161)	6,1816 (0,0204)	7,8936 (0,0249)	9,6481 (0,0295)	11,4561 (0,0345)	13,2029 (0,0391)
	<b>90</b>				1,9469 (0,0095)	3,1893 (0,0136)	4,5777 (0,0177)	6,0758 (0,0221)	7,6587 (0,0267)	9,2926 (0,0315)	10,9895 (0,0364)
	<b>100</b>							4,6643 (0,0196)	6,0688 (0,0241)	7,5446 (0,0287)	9,0887 (0,0336)
	<b>110</b>								4,8017 (0,0216)	6,1204 (0,0262)	7,5257 (0,0310)
	<b>120</b>								3,7957 (0,0194)	4,9612 (0,0238)	6,2311 (0,0285)

**Tabell D.10:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $\sigma$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $C=5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	0,6865	0,7333	0,7768	0,8220	0,8648	0,9152	0,9698	1,0315	1,1054	1,1976
	40	0,5611	0,6048	0,6417	0,6770	0,7094	0,7459	0,7839	0,8239	0,8685	0,9185
	50	0,5034	0,5364	0,5655	0,5936	0,6187	0,6471	0,6762	0,7062	0,7386	0,7739
	60	NaN	0,4946	0,5175	0,5400	0,5621	0,5831	0,6064	0,6303	0,6557	0,6833
	70	NaN	NaN	0,4845	0,5030	0,5211	0,5385	0,5576	0,5773	0,5981	0,6209
	80	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4908	0,5057	0,5217	0,5384	0,5569	0,5741
	90	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4806	0,4941	0,5087	0,5238	0,5405
	100	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4725	0,4852	0,4984	0,5125
	110	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4778	0,4903
	120	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4720

**Tabell D.11:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med standardfeil for tilfellet med lavere  $\tau$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,001$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	20	9,4950	13,4161	16,6881	19,5791	22,2182					
		(0,0136)	(0,0212)	(0,0284)	(0,0353)	(0,0422)					
	25	6,9289	10,9393	14,2818	17,2372	19,9454					
		(0,0121)	(0,0203)	(0,0269)	(0,0338)	(0,0408)					
	30	4,9721	8,8721	12,2006	15,1696	17,9070	20,4669	22,8699	25,1053		
		(0,0105)	(0,0182)	(0,0254)	(0,0324)	(0,0394)	(0,0466)	(0,0542)	(0,0617)		
	35	3,4917	7,1617	10,4078	13,3472	16,0804	18,6524	21,0818	23,3525		
		(0,0090)	(0,0167)	(0,0239)	(0,0309)	(0,0379)	(0,0452)	(0,0527)	(0,0603)		
	40		5,7598	8,8690	11,7417	14,4445	17,0068	19,4446	21,7343	23,8491	
			(0,0152)	(0,0224)	(0,0294)	(0,0365)	(0,0437)	(0,0513)	(0,0589)	(0,0666)	
	45		4,6182	7,5510	10,3290	12,9791	15,5142	17,9441	20,2390	22,3697	24,4391
			(0,0138)	(0,0210)	(0,0280)	(0,0350)	(0,0423)	(0,0499)	(0,0575)	(0,0652)	(0,0735)
	50				9,0867	11,6656	14,1602	16,5687	18,8565	20,9927	23,0733
					(0,0265)	(0,0336)	(0,0409)	(0,0485)	(0,0561)	(0,0638)	(0,0722)
	55				7,9947	10,4883	12,9307	15,3073	17,5783	19,7097	21,7950
					(0,0252)	(0,0322)	(0,0395)	(0,0471)	(0,0548)	(0,0625)	(0,0708)
60					9,4336	11,8145	14,1501	16,3612	18,5145	20,5979	
					(0,0308)	(0,0381)	(0,0458)	(0,0534)	(0,0611)	(0,0695)	
65						10,8006	13,0881	15,3008	17,4003	19,4762	
						(0,0368)	(0,0444)	(0,0521)	(0,0598)	(0,0682)	
70								14,2868	16,3612	18,4249	
								(0,0507)	(0,0584)	(0,0668)	
75								13,3466	15,3917	17,4384	
								(0,0494)	(0,0571)	(0,0655)	
80										16,5120	
										(0,0643)	

**Tabell D.12:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $\tau$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2 = \infty$ ,  $\tau=0,001$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		<b>0,5</b>	<b>1</b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>2,5</b>	<b>3</b>	<b>3,5</b>	<b>4</b>	<b>4,5</b>	<b>5</b>
$X$	<b>20</b>	1,2833	1,4447	1,6319	1,8954	2,4601	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	<b>25</b>	1,1426	1,2742	1,4134	1,5837	1,8363	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	<b>30</b>	1,0536	1,1606	1,2717	1,3986	1,5647	1,8238	2,5667	NaN	NaN	NaN
	<b>35</b>	0,9878	1,0790	1,1715	1,2730	1,3974	1,5670	1,8492	NaN	NaN	NaN
	<b>40</b>	NaN	1,0176	1,0965	1,1810	1,2808	1,4076	1,5881	1,9138	NaN	NaN
	<b>45</b>	NaN	NaN	1,0380	1,1103	1,1936	1,2952	1,4289	1,6253	2,0324	NaN
	<b>50</b>	NaN	NaN	NaN	1,0540	1,1255	1,2104	1,3170	1,4588	1,6775	2,4380
	<b>55</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	1,0704	1,1435	1,2323	1,3437	1,4952	1,7766
	<b>60</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,0892	1,1654	1,2572	1,3735	1,5553
	<b>65</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,1107	1,1890	1,2834	1,4188
	<b>70</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,1332	1,2128	1,3211
	<b>75</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,1554	1,2459
	<b>80</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,1853

# Tillegg E

## Kjøpsopsjoner og implisitt volatilitet for Leland og Toft (1996)

Denne seksjonen inneholder kjøpsopsjonsverdier på egenkapital og implisitt volatilitet for ulike parameterverdier basert på Leland og Toft (1996). Standardfeilen til estimerte verdier for kjøpsopsjonen er gitt i parentes.

**Tabell E.1:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for benchmarktilfellet. Vi har følgende parameterforutsetninger:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	11,3534 (0,0173)	16,4380 (0,0275)	20,4735 (0,0347)	23,7981 (0,0425)	26,8873 (0,0504)	29,4440 (0,0579)	31,9470 (0,0660)	34,0405 (0,0739)	35,9871 (0,0822)	37,6023 (0,0900)
	40	7,0020 (0,0140)	12,0057 (0,0245)	16,0488 (0,0317)	19,5012 (0,0394)	22,7034 (0,0474)	25,5325 (0,0552)	27,8754 (0,0627)	30,2787 (0,0710)	32,2344 (0,0790)	34,1293 (0,0871)
	50	4,1346 (0,0111)	8,6079 (0,0214)	12,4783 (0,0285)	15,8998 (0,0363)	19,1097 (0,0443)	21,9889 (0,0522)	24,4077 (0,0597)	26,9010 (0,0680)	28,9598 (0,0760)	30,9577 (0,0842)
	60	2,3057 (0,0082)	6,1048 (0,0183)	9,6740 (0,0255)	10,5284 (0,0335)	16,0416 (0,0413)	18,7693 (0,0489)	21,5024 (0,0571)	23,9272 (0,0651)	26,0021 (0,0731)	28,0713 (0,0814)
	70	1,2573 (0,0061)	4,2522 (0,0145)	7,4150 (0,0223)	8,4979 (0,0306)	13,4647 (0,0384)	16,1037 (0,0459)	18,8060 (0,0542)	21,2305 (0,0622)	23,3403 (0,0703)	25,4506 (0,0785)
	80	0,6443 (0,0043)	2,9232 (0,0120)	5,6591 (0,0195)	6,8291 (0,0278)	11,2620 (0,0355)	13,8687 (0,0432)	16,4365 (0,0513)	18,8329 (0,0594)	20,0888 (0,0670)	23,0734 (0,0757)
	90	0,3296 (0,003)	2,0013 (0,0101)	4,2798 (0,0174)	5,4846 (0,0251)	9,4065 (0,0328)	11,8812 (0,0404)	14,3609 (0,0486)	16,5882 (0,0562)	18,7002 (0,0642)	20,9203 (0,0730)
	100		1,3442 (0,0082)	3,2481 (0,0153)	4,3983 (0,0227)	7,8496 (0,0303)	10,1740 (0,0378)	12,5470 (0,0459)	14,6531 (0,0534)	16,9069 (0,0622)	18,9729 (0,0703)
	110		0,8942 (0,0067)	2,4431 (0,0133)	4,3983 (0,0204)	6,5480 (0,0279)	8,7534 (0,0356)	10,9667 (0,0434)		15,1901 (0,0596)	17,2132 (0,0677)
	120				3,5173 (0,0184)	5,4613 (0,0257)	7,4582 (0,0330)	9,5890 (0,0410)	11,5727 (0,0486)	13,6542 (0,0571)	15,6255 (0,0652)

**Tabell E.2:** Implisitt volatilitet for benchmarktilfellet. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	1,2202	1,3333	1,4484	1,5725	1,7666	2,0565	NaN	NaN	NaN	NaN
	40	1,0621	1,1439	1,2204	1,3005	1,4068	1,5359	1,6905	2,0487	NaN	NaN
	50	NaN	1,0250	1,0823	1,1415	1,2153	1,2963	1,3769	1,5122	1,6849	2,1199
	60	NaN	NaN	0,9910	0,8958	1,0915	1,1427	1,2150	1,2929	1,3762	1,5080
	70	NaN	NaN	NaN	0,8481	1,0050	1,0436	1,0992	1,1553	1,2107	1,2893
	80	NaN	NaN	NaN	NaN	0,9385	0,9733	1,0153	1,0593	1,0552	1,1569
	90	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,9511	0,9820	1,0156	1,0643
	100	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,9238	0,9598	0,9945
	110	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,9103	0,9396
	120	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8949
	130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

**Tabell E.3:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for tilfellet med høyere kupongbeta-linger. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=7$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	13,1252 (0,0187)	18,282 (0,0282)	22,4547 (0,0367)	25,7677 (0,0444)	28,7665 (0,0521)	31,4069 (0,0599)	33,7456 (0,0677)	35,9009 (0,0759)		
	40	8,3364 (0,0155)	13,561 (0,025)	17,791 (0,0335)	21,2894 (0,0414)	24,4278 (0,0491)	27,2256 (0,0570)	29,7216 (0,0647)	32,0378 (0,0729)	34,0269 (0,0810)	35,9596 (0,0894)
	50	5,0748 (0,0123)	9,8675 (0,0218)	13,9948 (0,0303)	17,4927 (0,0382)	20,6674 (0,0460)	23,5406 (0,0539)	26,1256 (0,0617)	28,5409 (0,0699)	30,6746 (0,0781)	32,6619 (0,0865)
	60	2,9339 (0,0094)	7,1036 (0,0188)	10,9364 (0,0273)	14,4146 (0,0354)	17,4297 (0,0430)	20,3091 (0,0509)	22,9298 (0,0587)	25,4152 (0,0670)	27,6092 (0,0751)	29,6562 (0,0834)
	70		5,01 (0,0159)	8,4908 (0,0244)	11,648 (0,0322)	14,6594 (0,0400)	17,4922 (0,0479)	20,1017 (0,0558)	22,6028 (0,0641)	24,836 (0,0722)	26,9335 (0,0805)
	80			6,5029 (0,0215)	9,5401 (0,0295)	12,3024 (0,03710)	15,0458 (0,0450)	17,607 (0,0529)	20,0936 (0,0612)	22,3332 (0,0694)	24,4567 (0,0777)
	90						12,9296 (0,0422)	15,413 (0,0501)	17,8569 (0,0583)	20,0787 (0,0666)	22,2058 (0,0749)
	100						11,1019 (0,0395)	13,4864 (0,0473)	15,8677 (0,0556)	18,0525 (0,0638)	20,1643 (0,0722)
	110							11,7986 (0,0447)	14,1023 (0,0530)	16,233 (0,0612)	18,3147 (0,0695)
	120							10,3223 (0,0422)	12,5358 (0,0504)	14,6002 (0,0586)	16,6413 (0,0669)
	130									13,1386 (0,0562)	15,1269 (0,0597)
	140									11,8105 (0,0538)	13,7575 (0,0620)
	150									10,6559 (0,0515)	12,5194 (0,0597)
	160										11,4931 (0,0582)
	170										10,4154 (0,0557)
	180										9,5303 (0,0536)

**Tabell E.4:** Implisitt volatilitet for tilfellet med høyere kupongbetalinger. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=7$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	1,2307	1,3331	1,4485	1,5591	1,7224	1,9822	2,8852	NaN	NaN	NaN
	40	1,0638	1,1412	1,2185	1,2911	1,3806	1,4909	1,6392	1,9009	NaN	NaN
	50	0,9647	1,0202	1,0799	1,1332	1,1949	1,2653	1,3469	1,4565	1,6034	1,8816
	60	NaN	0,9395	0,9860	1,0331	1,0737	1,1256	1,1821	1,2527	1,3313	1,4370
	70	NaN	NaN	0,9171	0,9494	0,9870	1,0283	1,0715	1,1236	1,1775	1,2431
	80	NaN	NaN	NaN	0,8949	0,9215	0,9558	0,9909	1,0324	1,0733	1,1211
	90	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8994	0,9288	0,9635	0,9965	1,0342
	100	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8792	0,9092	0,9368	0,9680
	110	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8651	0,8888	0,9155
	120	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8284	0,8492	0,8726
	130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8159	0,8367
	140	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,8062
	150	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	160	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	170	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	180	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

**Tabell E.5:** Estimerte kjøpsopsjonspriser på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere rente. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $r=2\%$ ,  $C=5$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	20	10,2859 (0,0162)	14,655 (2,48)								
	25	7,9875 (0,0142)	12,3731 (0,0232)	15,7285 (0,0322)	18,5364 (0,0374)	20,8949 (0,0439)	22,7431 (0,0498)				
	30	6,1170 (0,0131)	10,4450 (0,0216)	13,8603 (0,0306)	16,6722 (0,0359)	18,9705 (0,0422)	21,0195 (0,0483)	22,8061 (0,0540)	24,3793 (0,0603)		
	35	4,6370 (0,0114)	8,7549 (0,0201)	12,1170 (0,0290)	14,9741 (0,0343)	17,4432 (0,0409)	19,4216 (0,0469)	21,2635 (0,0529)	22,8967 (0,0589)		
	40			10,6355 (0,0274)	13,4431 (0,0329)	15,8021 (0,0388)	17,9413 (0,0454)	19,8229 (0,0515)	21,5026 (0,0574)	23,0520 (0,0638)	
	45				12,0838 (0,0314)	14,4290 (0,0377)	16,6858 (0,0442)	18,4779 (0,0500)	20,1928 (0,0560)	21,7721 (0,0622)	
	50				10,8384 (0,0350)	13,1638 (0,0363)	15,3011 (0,0425)	17,2229 (0,0486)	18,9621 (0,0546)	20,5807 (0,0610)	21,9935 (0,0644)
	55							16,0530 (0,0472)	17,8063 (0,0532)	19,4343 (0,0595)	20,8480 (0,0654)
	60								16,7219 (0,0500)	18,3769 (0,0568)	19,8288 (0,0628)
	65									17,3499 (0,0556)	18,7960 (0,0615)



**Tabell E.6:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere rente. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=7$ ,  $r=2\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	20	1,6585	1,8730	2,1383	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	25	1,4904	1,6446	1,8125	2,0572	2,5593	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	30	1,3709	1,4958	1,6027	1,7543	1,9463	2,4303	NaN	NaN	NaN	NaN
	35	NaN	1,3824	1,4847	1,6027	1,7543	1,9463	2,4303	NaN	NaN	NaN
	40	NaN	NaN	NaN	1,4761	1,5730	1,7102	1,9202	2,4780	NaN	NaN
	45	NaN	NaN	NaN	NaN	1,4571	1,5710	1,6906	1,9077	2,7535	NaN
	50	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,4453	1,5428	1,6782	1,9220	NaN
	55	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,5332	1,6781	1,9224
	60	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,5335	1,6777
	65	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,5238

**Tabell E.7:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere  $\alpha$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$ ,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	19,6360 (0,0205)	23,7651 (0,0293)	27,2227 (0,0372)	30,3322 (0,0448)	32,9815 (0,0521)	35,4788 (0,0595)	37,7520 (0,0671)	39,8677 (0,0749)	41,8161 (0,0828)	43,6702 (0,0911)
	40	12,9615 (0,0178)	17,7111 (0,0266)	21,4544 (0,0344)	24,8787 (0,0421)	27,8060 (0,0494)	30,4714 (0,0570)	32,8986 (0,0644)	35,1887 (0,0722)	37,3006 (0,0801)	39,3223 (0,0885)
	50	8,0049 (0,0146)	12,9005 (0,0235)	16,8188 (0,0314)	20,1416 (0,0389)	23,2210 (0,0465)	26,0480 (0,539)	28,6170 (0,0616)	31,0233 (0,0694)	33,2885 (0,0776)	35,3932 (0,0858)
	60	4,6750 (0,0113)	9,1454 (0,0203)	12,9874 (0,0283)	16,3902 (0,0360)	19,4449 (0,0436)	22,30 (0,0511)	24,8630 (0,0616)	27,3306 (0,0694)	29,6362 (0,0746)	31,8559 (0,0830)
	70	2,5998 (0,0085)	6,4043 (0,0173)	9,9378 (0,0252)	13,1120 (0,0327)	16,2233 (0,0406)	19,0172 (0,0482)	21,5827 (0,0557)	24,0690 (0,0636)	26,4130 (0,0717)	28,6756 (0,0802)
	80	1,3790 (0,0062)	4,4021 (0,0144)	7,5454 (0,0223)	10,5861 (0,0300)	13,4261 (0,0375)	16,1815 (0,0452)	18,7269 (0,0528)	21,1973 (0,0608)	23,5446 (0,0689)	25,8216 (0,0774)
	90	0,6952 (0,0044)	2,9811 (0,0120)	5,6916 (0,0196)	8,4012 (0,0270)	11,7071 (0,0346)	13,8241 (0,0425)	16,2453 (0,05)	18,6717 (0,0579)	20,0058 (0,066)	23,2657 (0,0746)
	100		2,0132 (0,0099)	4,1729 (0,0171)	6,7497 (0,0246)	9,2149 (0,0320)	11,7270 (0,0395)	14,0961 (0,0472)	16,4558 (0,0552)	18,7328 (0,0633)	20,9773 (0,0719)
	110			3,1945 (0,0149)	5,3318 (0,0219)	7,6666 (0,0296)	9,9764 (0,0369)	12,3010 (0,0449)	14,5128 (0,0525)	16,7254 (0,0606)	18,9293 (0,0693)
	120			2,3840 (0,0130)	4,2805 (0,0200)	6,3217 (0,0272)	8,4572 (0,0345)	10,6372 (0,0422)	12,8080 (0,0499)	14,9436 (0,058)	17,0958 (0,0666)
	130				3,3672 (0,0177)	5,2415 (0,0250)	7,1687 (0,0321)	9,2164 (0,0395)	11,3139 (0,0474)	13,3625 (0,0555)	15,4543 (0,0641)
	140				2,7082 (0,0161)	4,3132 (0,0227)	6,1915 (0,0302)	8,0179 (0,0375)	10,0034 (0,0451)	11,9599 (0,0531)	13,9849 (0,0617)
	150				2,1239 (0,0142)	3,6057 (0,0210)			8,8521 (0,0428)	10,7152 (0,0508)	12,6687 (0,0593)
	160					3,004 (0,0193)			7,8413 (0,0407)	8,6298 (0,0465)	11,4894 (0,0549)
	170					2,497 (0,0178)			6,1726 (0,0445)	7,7582 (0,0465)	10,4299 (0,0549)

**Tabell E.8:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $\alpha$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$X$	<b>30</b>	NaN	1,0097	1,0569	1,1136	1,1649	1,2314	1,3094	1,4103	1,5590	1,8072
	<b>40</b>	0,8255	0,8684	0,9027	0,9484	0,9874	1,0298	1,3094	1,4103	1,1930	1,2750
	<b>50</b>	0,7452	0,7838	0,8147	0,8413	0,8735	0,9076	0,9419	0,9800	1,0232	1,0712
	<b>60</b>	0,6950	0,7235	0,7512	0,7773	0,8020	0,8291	0,8539	0,8833	0,9145	0,9507
	<b>70</b>	0,6597	0,6829	0,7051	0,7236	0,7491	0,7705	0,7908	0,8148	0,8401	0,8687
	<b>80</b>	0,6321	0,6509	0,6698	0,6888	0,7058	0,7255	0,7433	0,7636	0,7848	0,8085
	<b>90</b>	NaN	0,6252	0,6418	0,6560	0,6936	0,6923	0,7060	0,7237	0,7130	0,7623
	<b>100</b>	NaN	0,6058	0,6190	0,6339	0,6468	0,6626	0,6760	0,6916	0,7076	0,7256
	<b>110</b>	NaN	NaN	0,6001	0,6116	0,6265	0,6392	0,6532	0,6653	0,6795	0,6955
	<b>120</b>	NaN	NaN	0,5843	0,5965	0,6071	0,6185	0,6308	0,6433	0,6559	0,6705
	<b>130</b>	NaN	NaN	NaN	0,5799	0,5917	0,6007	0,6121	0,6245	0,6359	0,6311
	<b>140</b>	NaN	NaN	NaN	0,5691	0,5769	0,5894	0,5969	0,6083	0,6186	0,6311
	<b>150</b>	NaN	NaN	NaN	0,5560	0,5665	NaN	NaN	0,5942	0,6036	0,6153
	<b>160</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5566	NaN	NaN	0,5817	0,5905	0,6015
	<b>170</b>	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5378	NaN	NaN	0,5466	0,5788	0,5892

**Tabell E.9:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere  $\sigma$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,2$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30			22,9224 (0,0269)	25,7254 (0,0318)	28,3847 (0,0366)	30,6993 (0,0411)	32,9268 (0,0458)	34,9488 (0,0505)	36,8219 (0,0551)	38,6049 (0,0601)
	40	9,2731 (0,0126)	13,4466 (0,0188)	16,907 (0,0241)	19,9208 (0,0291)	22,5902 (0,0338)	25,058 (0,0383)	27,4166 (0,0431)	29,5278 (0,0477)	31,582 (0,0524)	33,4962 (0,0574)
	50	4,7398 (0,0093)	8,6405 (0,0155)	11,9735 (0,0209)	14,8867 (0,0258)	17,6575 (0,0306)	20,2161 (0,0356)	22,5393 (0,040)	24,7994 (0,0448)	26,8625 (0,0495)	28,8556 (0,0545)
	60	2,0993 (0,0062)	5,234 (0,0123)	8,2045 (0,0176)	10,9888 (0,0226)	13,5399 (0,0274)	15,9826 (0,0321)	18,3499 (0,0369)	20,5564 (0,0418)	22,6708 (0,0464)	24,6956 (0,0515)
	70			5,393 (0,0144)	7,8127 (0,0193)	10,1912 (0,0241)	12,5421 (0,029)	14,7673 (0,0338)	16,9154 (0,0385)	18,9987 (0,0433)	21,0133 (0,0484)
	80			3,452 (0,0116)	5,5223 (0,0164)	7,5846 (0,0211)	9,7527 (0,0260)	11,7834 (0,0306)	13,8025 (0,0353)	15,823 (0,0402)	17,7891 (0,0453)
	90						7,4255 (0,0228)	9,3083 (0,0275)	11,2455 (0,0323)	13,1094 (0,0371)	14,9967 (0,0422)
	100							7,3492 (0,0247)	9,0713 (0,0294)	10,8127 (0,0341)	12,5986 (0,0392)
	110								7,3172 (0,0267)	8,8835 (0,0312)	10,5528 (0,0363)
	120									7,2731 (0,0285)	8,8188 (0,0335)
	130									5,9416 (0,0260)	7,3576 (0,0309)
	140										6,1306 (0,0285)
	150										

**Tabell E.10:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $\sigma$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,2$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	NaN	NaN	NaN	1,0037	1,0614	1,1154	1,1843	1,2624	1,3606	1,5035
	40	0,7114	0,7530	0,7929	0,8296	0,8637	0,9003	0,9429	0,9840	1,0344	1,0909
	50	0,6237	0,6564	0,6867	0,7126	0,7432	0,7733	0,8011	0,8337	0,8650	0,9009
	60	NaN	0,5922	0,6166	0,6402	0,6608	0,6831	0,7078	0,7313	0,7564	0,7830
	70	NaN	NaN	0,5640	0,5822	0,6009	0,6213	0,6401	0,6595	0,6798	0,7012
	80	NaN	NaN	NaN	0,5432	0,5573	0,5754	0,5897	0,6054	0,6229	0,6408
	90	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5500	0,5652	0,5789	0,5944
	100	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5201	0,5319	0,5441	0,5577
	110	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,5059	0,5157	0,5280
	120	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4922	0,5034
	130	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,4829
	140	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	150	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

**Tabell E.11:** Estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital med tilhørende standardfeil for tilfellet med lavere  $K$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $K=50$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	33,9321 (0,0242)	36,7516 (0,034)	39,387 (0,0424)	41,7252 (0,0499)						
	40	25,2413 (0,0228)	29,0398 (0,0321)	32,2748 (0,0401)	35,0893 (0,0477)	37,6688 (0,0551)	40,0783 (0,0626)	42,31 (0,0701)	44,4673 (0,0779)	46,397 (0,0861)	48,1854 (0,0941)
	50	17,7184 (0,0205)	22,2835 (0,0295)	25,9944 (0,0375)	29,3181 (0,0452)	32,2103 (0,0528)	34,8018 (0,0601)	37,1876 (0,0677)	39,4517 (0,0755)	41,5858 (0,0836)	43,489 (0,0915)
	60	11,7065 (0,0175)	16,7125 (0,0265)	20,715 (0,0346)	24,0687 (0,0421)	27,1599 (0,0496)	29,8881 (0,0571)	32,4908 (0,0648)	34,9035 (0,0728)	36,9842 (0,0803)	39,3676 (0,0894)
	70	7,2843 (0,0142)	12,2252 (0,0233)	16,2587 (0,0314)	19,7327 (0,0392)	22,868 (0,0468)	25,7193 (0,0542)	28,2989 (0,0619)	30,861 (0,0698)	33,1555 (0,0779)	35,2887 (0,0862)
	80	4,2941 (0,011)	8,7738 (0,0201)	12,6257 (0,0283)	16,0579 (0,036)	19,1867 (0,0437)	22,0753 (0,0515)	24,7667 (0,0591)	27,2576 (0,0669)	29,6254 (0,0751)	31,8049 (0,0834)
	90	2,3901 (0,0082)	6,1888 (0,0171)	9,6613 (0,0252)	12,9927 (0,033)	16,0061 (0,0406)	18,9275 (0,0486)	21,5116 (0,0561)	24,0336 (0,064)	26,46 (0,0721)	28,8084 (0,0807)
	100	1,2691 (0,006)	4,2591 (0,0143)	7,426 (0,0223)	10,4416 (0,0299)	13,3313 (0,0375)	16,1106 (0,0453)	18,7021 (0,0532)	21,1889 (0,061)	23,537 (0,0693)	25,8634 (0,0778)
	110	0,6638 (0,0043)	2,9165 (0,0119)	5,6271 (0,0196)	8,398 (0,0273)	11,1047 (0,0348)	13,7341 (0,0425)	16,2351 (0,0503)	18,7496 (0,0583)	21,0692 (0,0664)	23,4403 (0,0752)

**Tabell E.12:** Implisitt volatilitet for tilfellet med lavere  $K$ . Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $K=50$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_2=5$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $K=75$ ,  $X$  og  $t_1$  varieres.

		$t_2$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	20	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	30	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	40	0,7244	0,7399	0,7537	0,7665	0,7825	0,8015	0,8215	0,8461	0,8681	0,8908
	50	0,6428	0,6599	0,6751	0,6941	0,7091	0,7228	0,7371	0,7538	0,7717	0,7870
	60	0,5939	0,6106	0,6254	0,6359	0,6500	0,6613	0,6755	0,6897	0,6990	0,7217
	70	0,5608	0,5748	0,5877	0,5986	0,6099	0,6206	0,6300	0,6437	0,6547	0,6653
	80	0,5370	0,5489	0,5595	0,5696	0,5795	0,5894	0,5994	0,6086	0,6186	0,6275
	90	0,5172	0,5289	0,5357	0,5466	0,5546	0,5651	0,5717	0,5804	0,5901	0,6008
	100	0,5013	0,5109	0,5202	0,5272	0,5348	0,5431	0,5502	0,5578	0,5651	0,5742
	110	0,4909	0,4977	0,5053	0,5125	0,5191	0,5260	0,5321	0,5406	0,5471	0,5565

# Tillegg F

## Andre tabeller

**Tabell F.1:** Illustrerer hvordan estimerte kjøpsopsjonsverdier på egenkapital beregnet ved bruk av modellen til Leland og Toft (1996) konvergerer mot tilsvarende verdier for Leland (1994) når  $t_2$  øker. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $K=75$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_1=1$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $X$  og  $t_2$  varieres. De fire første kolonnene presenterer opsjonsverdier basert på formelen til Leland og Toft, mens den siste presenterer opsjonsverdier basert på Leland-modellen.

	$t_2$					
	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>100</b>	<b>1000</b>	<b>Leland (94)</b>	
	<b>30</b>	16,4359	19,8664	22,2431	21,6893	21,6459
	<b>40</b>	12,0061	14,5317	16,0270	15,5102	15,4529
	<b>50</b>	8,5907	10,4166	11,2121	10,7332	10,7176
	<b>60</b>	6,0682	7,2903	7,6748	7,3640	7,2668
$X$	<b>70</b>	4,2803	4,2324	5,1489	4,8782	4,8384
	<b>80</b>	2,9131	2,9090	3,3881	3,2139	3,1754
	<b>90</b>	1,9861	2,0207	2,2321	2,0761	2,0597
	<b>100</b>	1,3505	1,3398	1,4455	1,3471	1,3247
	<b>110</b>	0,9107	1,0098	0,9247	0,8709	0,8461

**Tabell F.2:** Illustrerer hvordan implisitt volatilitet beregnet ved bruk av modellen til Leland og Toft (1996) konvergerer mot tilsvarende verdier for Leland (1994) når  $t_2$  øker. Følgende parameterverdier ligger til grunn for beregningene:  $V=100$ ,  $K=75$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ ,  $t_1=1$  år,  $\tau=0,35$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $X$  og  $t_2$  varieres. De fire første kolonnene presenterer implisitt volatilitet basert på formelen til Leland og Toft, mens den siste presenterer implisitt volatilitet for Leland-modellen.

		$t_2$				
		5	10	100	1000	Leland (94)
X	30	1,3331	1,0846	0,8882	0,8745	0,8753
	40	1,1439	0,9364	0,7634	0,7521	0,7513
	50	1,0236	0,8466	0,6915	0,6805	0,6818
	60	NaN	0,7827	0,6462	0,6416	0,6378
	70	NaN	0,6821	0,6139	0,6082	0,6072
	80	NaN	0,6620	0,5887	0,5857	0,5842
	90	NaN	NaN	0,5715	0,5665	0,5661
	100	NaN	NaN	0,5561	0,5528	0,5514
	110	NaN	NaN	NaN	0,5416	0,5391

**Tabell F.3:** Kjøpsopsjonsverdier på egenkapital for benchmarktilfellet beregnet ved hjelp av formelen til Toft og Prucyk (1997). Parameterforutsetninger som ligger til grunn er  $V=100$ ,  $C=5$ ,  $r=5\%$ ,  $\alpha=0,5$ ,  $\sigma=0,3$  og  $\tau=0,35$ .

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
X	30	18,0811	21,6692	24,7890	27,5901	30,1569	32,5394	34,7701	36,8713	38,8589	40,7449
	40	11,2169	15,4706	18,9654	22,0392	24,8278	27,4021	29,8050	32,0648	34,2009	36,2277
	50	6,1446	10,7345	14,3176	17,4861	20,3716	23,0426	25,5433	27,8996	30,1317	32,2539
	60	3,4212	7,2802	10,6999	13,8071	16,6800	19,3663	21,8979	24,2969	26,5793	28,7575
	70	1,7231	4,8500	7,9365	10,8668	13,6418	16,2766	18,7862	21,1832	23,4781	25,6791
	80	0,8289	3,1869	5,8550	8,5351	11,1526	13,6866	16,1329	18,4927	20,7693	22,9664
	90	0,3846	2,0725	4,3034	6,6965	9,1193	11,5186	13,8713	16,1670	18,4014	20,5728
	100	0,1735	1,3375	3,1554	5,2522	7,4614	9,7049	11,9432	14,1553	16,3291	18,4581
	110	NaN	0,8585	2,3105	4,1204	6,1108	8,1876	10,2986	12,4133	14,5133	16,5850
	120	NaN	NaN	1,6910	3,2348	5,0108	6,9176	8,8943	10,9032	12,9200	14,9289
	130	NaN	NaN	1,2380	2,5423	4,1148	5,8590	7,6941	9,5923	11,5199	13,4572
	140	NaN	NaN	0,9069	2,0007	3,3843	4,9620	6,6668	8,4527	10,2877	12,1490
	150	NaN	NaN	NaN	1,5770	2,7882	4,2131	5,7864	7,4606	9,2015	10,9843
	160	NaN	NaN	NaN	1,2452	2,3013	3,5836	5,0307	6,5955	8,2426	9,9456
	170	NaN	NaN	NaN	0,9851	1,9029	3,0535	4,3810	5,8399	7,3947	9,0178
	180	NaN	NaN	NaN	0,7809	1,5764	2,6064	3,8156	5,1790	6,6437	8,1879

**Tabell F.4:** Kjøpsopsjonsverdier beregnet ved hjelp av Black-Scholes-formelen for  $V=100$ ,  $r=5\%$ ,  $\sigma=0,3$ . Dersom man setter  $t_2 = \infty$  eller  $K=0$  for modellen til Geske (1979) får vi disse verdiene for kjøpsopsjon på egenkapital. Egenkapital er her ekvivalent med selskapsverdien, og vi kan betrakte tilfellet som en kjøpsopsjon på selskapsverdien. Vi kan videre trekke en parallell til BS-formelen forutsatt at  $V = S$ , der  $S$  er definert som en aksje og  $V$  som selskapsverdien. Merk at implisitt volatilitet i dette tilfellet vil være konstant og lik 0,3.

		$t_1$									
		0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
	<b>10</b>	90,2469	90,4877	90,7226	90,9516	91,1750	91,3929	91,6054	91,8127	92,0150	92,2123
	<b>20</b>	80,4938	80,9754	81,4451	81,9034	82,3507	82,7878	83,2153	83,6338	84,0437	84,4451
	<b>30</b>	70,7407	71,4632	72,1689	72,8613	73,5431	74,2157	74,8787	75,5314	76,1728	76,8021
	<b>40</b>	60,9876	61,9540	62,9138	63,8756	64,8366	65,7907	66,7321	67,6568	68,5617	69,4449
	<b>50</b>	51,2359	52,4826	53,7767	55,0936	56,4061	57,6970	58,9570	60,1813	61,3677	62,5158
	<b>60</b>	41,5113	43,1950	44,9730	46,7426	48,4633	50,1209	51,7122	53,2381	54,7011	56,1046
	<b>70</b>	31,9779	34,3953	36,7869	39,0533	41,1874	43,1992	45,1010	46,9041	48,6181	50,2514
	<b>80</b>	23,0891	26,4621	29,4723	32,1929	34,6886	37,0036	39,1685	41,2056	43,1314	44,9590
	<b>90</b>	15,4860	19,6974	23,1815	26,2402	29,0051	31,5482	33,9138	36,1320	38,2241	40,2062
X	<b>100</b>	9,6349	14,2313	17,9505	21,1937	24,1182	26,8055	29,3049	31,6491	33,8610	35,9578
	<b>110</b>	5,5871	10,0201	13,7219	16,9952	19,9715	22,7223	25,2918	27,7099	29,9980	32,1721
	<b>120</b>	3,0441	6,9040	10,3814	13,5537	16,4889	19,2324	21,8158	24,2617	26,5871	28,8053
	<b>130</b>	1,5728	4,6734	7,7906	10,7652	13,5864	16,2655	18,8162	21,2510	23,5806	25,8141
	<b>140</b>	0,7775	3,1187	5,8100	8,5257	11,1815	13,7529	16,2343	18,6265	20,9330	23,1579
	<b>150</b>	0,3707	2,0580	4,3129	6,7392	9,1972	11,6307	14,0155	16,3408	18,6024	20,7990
	<b>160</b>	0,1717	1,3463	3,1911	5,3212	7,5646	9,8412	12,1104	14,3507	16,5505	18,7032
	<b>170</b>	0,0777	0,8750	2,3559	4,1996	6,2242	8,3337	10,4752	12,6179	14,7433	16,8401
	<b>180</b>	0,0345	0,5660	1,7370	3,3146	5,1249	7,0644	9,0716	11,1083	13,1504	15,1823

**Tabell F.5:** Implisitt volatilitet basert på opsjonspriser til selskapet IBM for ulike utøvelseskurs og tid til forfall.

		$t_1$		
		6 mnd	9 mnd	1 år og 9 mnd
	<b>145</b>	NaN	0,3673	0,2615
	<b>150</b>	NaN	0,3169	0,2410
	<b>155</b>	NaN	0,3074	0,2313
	<b>160</b>	NaN	0,2725	0,2361
	<b>165</b>	NaN	0,2740	0,2403
	<b>170</b>	0,1764	0,2675	0,2184
	<b>175</b>	0,2521	0,2531	0,2163
	<b>180</b>	0,2625	0,2285	0,2215
	<b>185</b>	0,2480	0,2299	0,2021
X	<b>190</b>	0,2369	0,1974	0,1872
	<b>195</b>	0,2055	0,2102	0,1958
	<b>200</b>	0,2006	0,2046	0,1964
	<b>205</b>	0,2016	0,1910	0,1961
	<b>210</b>	0,1971	0,1834	0,1777
	<b>215</b>	0,1996	0,1823	0,1587
	<b>220</b>	0,1777	0,1843	0,1481
	<b>225</b>	0,1718	0,1861	0,1412
	<b>230</b>	0,1821	0,1811	0,1342
	<b>235</b>	0,1812	0,1760	0,1281
	<b>240</b>	0,1847	0,1788	0,1283
	<b>245</b>	0,1830	0,1796	0,1222