Masteroppgave i Finansiell Økonomi

Bruk av realopsjoner i verdivurdering av næringseiendom

Adrian Husabø Bjørseth
Institutt for samfunnsøkonomi, NTNU

Juni, 2014

Forord

Denne oppgaven er skrevet som et avsluttende prosjekt på masterstudiet i Finansiell økonomi ved Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet i Trondheim. Jeg vil takke Snorre Lindset for god veiledning og innsiktsfulle kommentarer gjennom hele prosessen. Jeg vil også takke John Kenneth Porten i DNB næringseiendom for et case til bruk i denne oppgaven samt gode innspill og tips. I tillegg vil jeg takke Ingeborg Husabø Bjørseth for god hjelp og tålmodighet gjennom hele prosessen.

Innhold

Figurer

Tabeller

Abstract

This thesis shows how real estate developers can make use of real options theory in their valuation of real estate development projects. This paper presents and utilizes the option methodology on a development case in Tromsø, Norway. The analysis follows three steps. First, the net present value of the project without flexibility is calculated. Secondly, the volatility of the project is estimated by using Monte Carlo-simulation. Thirdly, the real options are constructed and valuated.

The net present value of the project without flexibility is calculated to be -55 million NOK, and by traditional investment analysis the project should not be carried out.

The projects consolidated volatility is estimated to be $20,4$ % the first year after completion of the project, which is in agreement with previous findings.

By utilizing the results from the DCF analysis and the volatility estimation, several different real options are modeled and valued. The real options under consideration are deferral option, expansion option, contraction option and a compound option. These are valued at 366 millions, 110 millions, 61 millions and 171 millions respectively.

The method and results which are presented in this paper indicates that a real options approach to valuation of real estate development projects can have great effect

Sammendrag

Denne oppgaven viser hvordan en eiendomsutvikler kan benytte realopsjoner i sin verdivurdering av næringseiendom. Oppgaven benytter og presenterer opsjonsmetodikken og anvender den på et eiendomsutviklingsprosjekt i Tromsø. Analysen er gjennomført i følgende tre steg: Nåverdien til prosjektet uten fleksibilitet blir beregnet, og volatiliteten til prosjektet blir estimert ved hjelp av Monte Carlo-simulering. Videre blir realopsjonene modellert og verdsatt ved hjelp av den binomiske modellen.

Prosjektets nåverdi uten fleksibilitet er beregnet til -55millioner kroner, og prosjektet skal, ifølge tradisjonell investeringsanalyse, ikke gjennomføres.

Prosjektets konsoliderte volatilitet er estimert til $20,4\%$ første år etter ferdigstillelse av prosjektet, noe som er i overenstemmelse med tidligere forskning på bruk av realopsjoner innenfor eiendom.

Ulike realopsjoner blir spesifisert, modellert og verdsatt med utgangspunkt i de grunnleggende analysene (nåverdi og volatilitet). De opsjonene som blir verdsatt er venteopsjon, ekspansjonsopsjon, nedskaleringsopsjon, og kombinasjonsopsjon. De beregnede opsjonsverdiene er henholdsvis: 366 millioner, 110 millioner, 61 millioner og 171 millioner.

Metoden og resultatene som blir presentert i denne oppgaven indikerer at en eiendomsutvikler vil ha stor nytte av å ta hensyn til den fleksibiliteten som finnes i prosjektet.

Kapittel 1

Innledning

Eiendomsutvikling handler om, i likhet med annen økonomisk aktivitet, å maksimere eierenes formue. Det er derfor opp til ledelsen å finne de prosjekter som generer størst verdi. Hvilke prosjekter som oppnår dette, vil variere over tid og ettersom viktige verdidrivere endres. Det er derfor viktig at ledelsen evner å introdusere sine prosjekter når markedet er på topp. Å sikre optimal timing og størrelse av et prosjekt er en velkjent problemstilling innenfor eiendomsutvikling, men hvordan man oppnår dette er ikke alltid like lett å svare på.

Å utvikle eiendom forbundet med mye usikkerhet. Leiepriser, boligpriser og byggekostnader endrer seg over tid, men hvordan de vil utvikle seg, er ikke lett å forutse. Flere nybygg ender opp med å stå tomme eller usolgte fordi grunnleggende forutsetninger har endret seg fra planlegging til ferdigstillelse. Det er vanskelig å vite hvordan man skal forholde seg til slik usikkerhet. I mangel av en bedre strategi, følger nok mange magefølelsen, eller den opprinnelige planen, uavhengig av utviklingen i forholdene rundt. Man kan imidlertid se for seg at det finnes en bedre måte å takle usikkerhet på. Ved å ta høyde for endringer i prosjektets betingelser, kan man på forhånd ha klargjort strategier for ulike utfall. Dette kan være å vente med igangsetting til forholdene er optimale, eller å ha mulighet til å endre størrelsen på prosjektet.

Verdivurdering av eiendom er ofte begrenset til enkle analyser hvor enten yield- eller nåverdimetoden benyttes. Disse metodene er forholdsvis statiske, og tar ikke hensyn til at kritiske verdidrivere kan endres over tid. Jeg vil i denne oppgaven benytte realopsjonsanalyse for å gi bedre innsikt i de strategiske mulighetene en eiendomsutvikler har. Realopsjonsanalyse benytter finansiell opsjonsteori på investeringer i realaktivum, for på denne måten å fange opp den fleksibiliteten en eiendomsutvikler har. Mange eiendomsutviklere har hørt om realopsjonsanalyse, men benytter det sjelden i praksis. Dette skyldes i stor grad at det er usikkerhet rundt modellering av opsjonene samt hvilken volatilitet man skal benytte. I denne oppgaven vil jeg presentere en metode for å estimere volatiliteten samt gjøre rede for enkle og intuitive metoder for å modellere ulike realopsjoner. Metoden jeg benytter for å estimere volatiliteten er til nå lite brukt innenfor realopsjoner på eiendom.

Oppgaven tar for seg hvordan realopsjonsanalyse kan benyttes til å verdsette de mulighetene en eiendomsutvikler har til å endre et prosjekt ettersom han observerer hvordan markedet utvikler seg. Denne oppgaven tar utgangspunkt i en case-studie av Verftstomta i Tromsø, hvor private aktører vurderer å bygge ut til bolig og næringsformål. Reguleringsplanen for tomten er enda ikke klar og utbygger har flere mulige utbyggingsalternativer. Gjennom å studere prosjektets kontantstrømmer, volatilitet og opsjonsmuligheter, vil jeg se på hvilken verdi det å opprettholde fleksibiliteten i prosjektet har for utbygger.

Min problemstilling er: "Hvordan kan en eiendomsutvikler benytte realopsjonsanalyse i sin verdivurdering av eiendomsprosjekter?". Denne oppgaven tilbyr en metode som kan gi eiendomsutviklere et verktøy for å redusere risiko og forbedre sine strategier rundt timing og skalering av utbyggingsprosjekter. Jeg håper å kunne bringe realopsjonsteorien nærmere praksis, og samtidig synliggjøre hvilken strategisk verdi en slik tilnærming kan ha.

1.1 Tidligere forskning

Interessen for finansielle opsjoner blant akademikere og praktikere skjøt fart først da Black og Scholes (1973) og Merton (1973) publiserte sine resultater for opsjonsprising. Resultatene åpnet for økt presisjon og en enkel utregning av opsjonsverdier, på en måte som før ikke var mulig.

Den binomiske modellen ble senere presentert av Cox, Ross, og Rubinstein (1979). Ved å modellere verdiutviklingen i det underliggende i verditrær gir denne metoden en mer intuitiv presentasjon av opsjonsprisingen. Man benytter så en replikerende portefølje, eller risikonøytral prising, for å finne den arbitrasjefrie opsjonsverdien. Denne metoden ga

Myers (1977) var den første som tok i bruk begrepet "realopsjon". Han beskrev egenkapitalen i et belånt selskap som en opsjon på selskapets eiendeler. Mye av forskningen på realopsjoner har fokusert på å utvikle modeller i kontinuerlig tid. Et særlig viktig bidrag i denne delen av realopsjonsteorien er boken "Investment under uncertainty"av Dixit og Pindyck (1994). I boken presenteres modeller for mange problemstillinger en bedrift kan støte på i sine investeringsbeslutninger.

Den første som benyttet realopsjonsteori på eiendom var Titman (1985). Han viste at verdien av å vente med utbygging kan forklare hvorfor mange tomter forblir ubebygde. Quigg (1993) viste videre hvordan verdivurdering ved bruk av realopsjoner kan forklare noe av differansen mellom tradisjonelle verdivurderinger og faktiske salgspriser. Hun fant at realopsjonsverdien i snitt utgjorde seks prosent av salgsprisen og at den impliserte volatiliteten lå mellom 18 % og 28 %. Dette var den første empiriske undersøkelsen av en realopsjonsmodells forklaringskraft på salgspriser innenfor eiendom. Fordi man har sett at realopsjoner har verdi som forklaringsmodell og verdsettelsesverktøy, har man i senere tid benyttet teorien på faktiske eiendomsprosjekter. Et bidrag til denne grenen er Baldi (2013) som verdsetter en sekvensiell utbyggingsopsjon og en ekspansjonsopsjon i utviklingen av et kombinasjonsbygg i Roma. Han viser blant annet hvordan man kan benytte den binomiske modellen til å synliggjøre verdien av å kunne vente mellom utbyggingssteg.

En av de største utfordringene ved å benytte realopsjonsanalyse er å finne ut hvilken volatilitet man skal benytte. Det er fremdeles uenighet om hvilken framgangsmåte som bør benyttes når den underliggende usikkerheten ikke kan observeres direkte fra historiske markedsdata. Copeland og Antikarov (2001) utviklet en metode der de benyttet Monte Carlo-simulering for å estimere prosjektets volatilitet. På denne måten knyttes volatiliteten tettere til prosjektets kontantstrømmer. En lignende tilnærming ble brukt av Herath og Park (2002) for å estimere volatiliteten til et sekvensielt forsknings- og utviklingsprosjekt. Godinho (2006) argumenterer for at de overnevnte metodene overvurderer volatiliteten og dermed overvurderer opsjonsverdien. Han foreslår blant annet en to-stegs Monte-Carlo modell og en regresjonsmodell for å oppnå mer troverdige estimater.

1.2 Ulike teoretiske tilnærminger

Det er forslått ulike tilnærminger for å svare på hvordan verdien av fleksibilitet påvirker en bedrifts investeringsbeslutninger. Borison (2005) sammenfatter og vurderer ulike tilnærminger til realopsjoner. Han identifiserer fem tilnærminger: (1) klassisk, (2) subjektiv, (3) MAD, (4) revidert klassisk og (5) integrert.

Den klassiske tilnærmingen er tett knyttet til finansiell opsjonsteori. Man finner her opsjonsverdien ved å benytte argumentet om arbitrasjefrihet, som krever at man kan konstruere en replikerende portefølje av markedsomsatte aktiva. Videre antas det at kontantstrømmene følger en geometrisk Brownsk bevegelse, slik at man kan benytte Black og Scholes-formelen for å prise opsjonene.

Den subjektive tilnærmingen benytter de samme metodene som den klassiske tilnærmingen, men i stedet for markedsdata benyttes det her subjektive estimater for opsjonsprisingsparameterne. Luehrman (1998) oppsummerer denne tilnærmingen i sin artikkel. Han argumenterer for at selv om opsjonsverdiene her ikke kan ansees som markedsverdier, vil de likevel gi økt innsikt i beslutningsproblemet.

Copeland og Antikarov (2001) presenterer Marketed Asset Disclaimer-tilnærmingen. Denne tilnærmingen beveger seg enda lenger bort fra klassisk opsjonsprising. Man benytter her prosjektet uten fleksibilitet som tvilling-aktivum, og prosjektets kontantstrømmer som utgangspunkt for estimering av volatilitet. Hovedproblemet med denne tilnærmingen er den manglende koblingen til markedet, dette skyldes at man her benytter subjektive data for å verdsette det underliggende aktivumet. Forholdet mellom opsjonen og det underliggende aktivumet vil være konsistent, men begge kan være feilpriset på grunn av den manglende markedskoblingen.

Den reviderte klassiske tilnærmingen benytter kun realopsjonsanalyse i de tilfeller hvor usikkerheten i prosjektet er drevet av markedsrisiko. Tilnærmingen krever at markedet er tilstrekkelig komplett, slik at man kan finne et aktivum eller en portefølje som er perfekt korrelert med aktivumet. Hvis dette ikke er tilfelle, benyttes vanlig beslutningsanalyse.

Den integrerte tilnærmingen presenteres av Smith og Nau (1995), som anerkjenner at de fleste investeringsprosjekter både innehar elementer av privat risiko og markedsrisiko. Den delen av prosjektets risiko som kan klassifiseres som markedsrisiko, verdsettes med realopsjonsanalyse, mens den private risikoen prises med vanlig beslutningsanalyse.

1.3 Valg av metode

Jeg vil i denne oppgaven benytte en metode som ligger nærmest Copeland og Antikarovs MAD-tilnærming. Dette betyr at nåverdien til prosjektet uten fleksibilitet benyttes som underliggende aktivum, og prosjektets kontantstrømmer vil bli brukt som utgangspunkt for estimering av volatilitet. Verdiutviklingen til prosjektet modelleres med binomiske trær og prises med den risikonøytrale prisingsmetodikken. Fordelen med denne metoden er at man kun trenger å estimere et parameter ekstra i forhold til den tradisjonelle nåverdianalysen. Metoden ligger dermed nært de metodene mange eiendomsutviklere allerede benytter i sine beslutningsanalyser.

1.4 Oppgavens struktur

Oppgavens struktur er som følger: i kapittel to presenteres prisingsmetodikken som benyttes, og i kapittel tre gjennomføres analyser av prosjektets nåverdi og volatilitet. I kapittel fire verdsettes de aktuelle realopsjonene, og i kapittel fem presenteres sensitivitetsanalyser. Kapittel seks innholder en drøfting av oppgavens begrensninger, forslag til videre arbeid og en konklusjon.

Kapittel 2

Opsjonsprisingsmetodikk

I dette kapittelet presenteres prisingsmetodikken som benyttes for å prise de ulike realopsjonene. Først gjennomgås de viktigste forskjellene og likhetene mellom finansielle opsjoner og realopsjoner. Videre gjøres det rede for det teoretiske grunnlaget for opsjonsprising samt de viktigste forutsetningene som ligger til grunn.

2.1 Finansielle opsjoner

En opsjon er et derivat, noe som betyr at dens verdi avhenger av verdiutviklingen i et annet aktivum, som kalles underliggende. En opsjon er en mulighet til å, på et framtidig tidspunkt (forfallsdato), kjøpe eller selge det underliggende aktivumet til en forhåndsbestemt pris (utøvelsespris). For at en finansiell opsjon skal eksistere, må to parter inngå en kontrakt, hvor den ene utsteder opsjonen og den andre kjøper opsjonen. Man ønsker å finne en pris på opsjonen som, når den handles i markedet, ikke gir arbitrasjemuligheter. Man skiller mellom opsjoner som kun kan utøves på forfallsdato og de som kan utøves når som helst i opsjonens levetid. Førstnevnte er en opsjon av europeisk type, og den andre av amerikansk type. Ved forfall har opsjonen tre mulige utfall: prisen på underliggende kan være høyere, lik eller lavere enn utøvelsesprisen. For en kjøpsopsjon kalles disse tilstandene henholdsvis "in the money", "at the money"og "out of the money", og motsatt for en salgsopsjon.

2.1.1 Vanlige forutsetninger i opsjonsprising

Trigeorgis (1996) presenterer fire antagelser som ligger til grunn ved prising av finansielle opsjoner:

1. friksjonsfrie markeder for aksjer, obligasjoner og opsjoner, som betyr:
   (a) ingen transaksjonskostnader
   (b) ingen shortsalgrestriksjoner [1]

[1] Shortsalg er når en investor selger et aktivum han ikke eier, for så på et senere tidspunkt returnere aktivumet til den opprinnelige eieren med renter og kompensasjon for tapt dividende.

(c) alle aksjer er uendelig delelige

(d) ubegrenset inn- og utlån til lik rente

2. den risikofrie renten er kjent og konstant over opsjonens levetid

3. det underliggende aktivumet betaler ikke dividende

4. verdien til det underliggende aktivumet følger en kjent stokastisk prosess, typisk en geometrisk Brownsk bevegelse.

Disse antagelsene er i mange tilfeller begrensende, og flere modeller er laget for å kunne slakke på en eller flere av disse antagelsene.

2.2 Realopsjoner

Realopsjonsteori baserer seg på at investeringsprosjekter deler noen sentrale trekk med finansielle opsjoner. En investering er, på samme måte som en finansiell opsjon, en mulighet til å foreta seg en handling i framtiden. Man har også mulighet til ikke å investere hvis det i framtiden ikke er gunstig. I motsetning til finansielle opsjoner, er ikke realopsjoner kontraktsfestet, og de er heller ikke omsatt i et marked. De er verktøy som tydeliggjør verdien av fleksibiliteten som finnes i et prosjekt, og det er dermed opp til beslutningstaker å identifisere og verdsette realopsjonene. Noen eksempler på opsjonselementer er:

1. venteopsjon (defferal option): retten til å vente med å igangsette et prosjekt

2. utvidelsesopsjon (expansion option): retten til å utvide prosjektet i framtiden

3. nedskaleringsopsjon (contraction option): retten til å redusere omfanget av prosjektet i framtiden

4. nedleggelsesopsjon (abandonment option): retten til å legge ned prosjektet

5. sekvensiell utbyggingsopsjon (multistage compound options): retten til å bygge ut prosjektet stegvis

2.2.1 Forutsetninger i realopsjonsanalyse

Copeland (2010) presenterer følgende antagelser som er sentrale i utførelsen av en realopsjonsanalyse:

1. MAD-antagelsen: prosjektet benyttes som underliggende aktivum og kontantstrømmene gir grunnlag for volatilitetsestimering.

2. Samuelsons bevis: Samuelson (1965) beviste at avkastningen på et aktivum vil være en random walk, uavhengig av mønsteret på de underliggende kontantstrømmene. Dette gjelder så lenge investorene har full informasjon om disse kontantstrømmene.

3. Arbitrasjefrihet: kan prise opsjonen som om det underliggende prosjektet uten fleksibilitet var omsatt og det vil derfor ikke oppstå noen arbitrasjemuligheter.

2.3 Opsjonsprising i den binomiske modellen

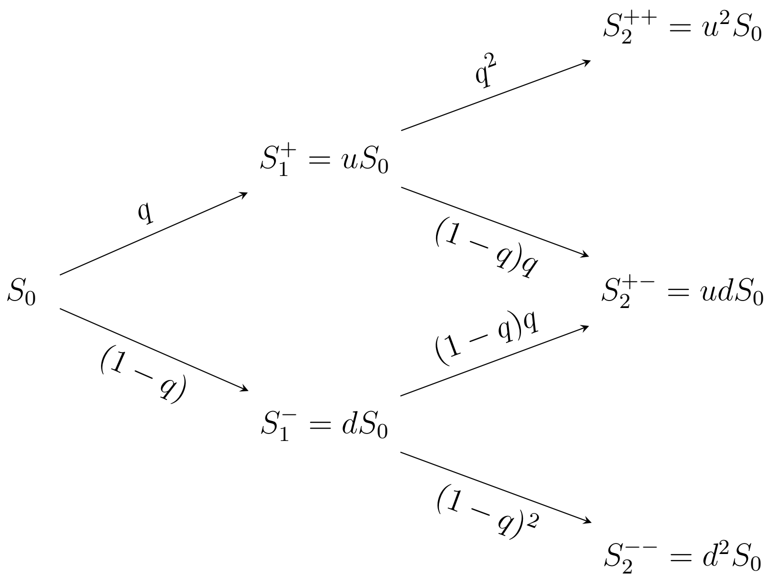
For å finne verdien til en opsjon må man finne en portefølje av omsatte aktiva som replikerer opsjonens utbetalingsstruktur. Denne porteføljen kalles en replikerende portefølje, og består av en andel av det underliggende aktivumet samt en plassering i et risikofritt aktivum. Man benytter så det faktum at to aktiva med lik utbetalingsstruktur må ha samme pris for at det ikke skal oppstå arbitrasjemuligheter. Dette kalles loven om en pris. En arbitrasjemulighet oppstår når to ellers identiske aktivum handles til ulik pris. En investor kan da selge det dyreste aktivumet og kjøpe det billigste, og på denne måten oppnå en risikofri fortjeneste. For at det ikke skal oppstå arbitrasjemuligheter må opsjonen og den replikerende porteføljen ha samme markedspris. Metoden for å finne den replikerende porteføljen, og dermed opsjonens verdi, vil bli gjennomgått under. Først gjennomgås metoden som benyttes for å modellere verdiutviklingen i det underliggende aktivumet. Deretter vil den risikonøytrale prisningsformelen og prisningsmetodikken presenteres.

2.3.1 Verdiutvikling i det underliggende aktivumet

Den binomiske modellen er en modell i diskret tid. Det at modellen er binomsik betyr at verdien på det underliggende i neste periode kun kan anta én av to verdier. Dette står i motsetning til en modell i kontinuerlig tid, for eksempel Black-Scholes-modellen, hvor det underliggende kan anta uendelig mange ulike verdier. Hvor mye underliggende kan endres fra en periode til den neste, bestemmes av opp- og nedgangsfaktorene u og d. Disse er funksjoner av det underliggende aktivumets volatilitet, slik at den mulige utviklingen tilpasses det enkelte aktivumet. Er nedgangsfaktoren (d) den inverse av oppgangsfaktoren (u) vil det binomiske treet være rekombinerende. Dette betyr at utfallet, hvis verdien på aktivumet går opp i første periode og så ned i neste periode, er lik utfallet hvis verdien går ned i første periode og opp i neste. Opp- og nedgangsfaktorene (u og d) som blir benyttet i denne oppgaven er gitt ved følgende uttrykk:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (2.1) \qquad \text{og,} \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}. \quad (2.2)$$

Metoden bygger på denne måten opp et verditre med mulige framtidige aktivumsverdier, som vist i figur 2.1.



Figur 2.1: Verdiutvikling i underliggende-binomisk modell

Vi begynner med aktivumsverdien S_0 på tidspunkt $t = 0$. Om én periode kan verdien (S_1) gå enten opp eller ned i forhold til S_0. Hvis den går opp, vil den øke med en faktor lik u, slik at verdien vil være uS_0. Hvis den går ned, vil den reduseres med en faktor lik d, og verdien vil om en periode være lik dS_0. Her er q den objektive sannsynligheten for at tilstanden "opp"inntreffer, og $1 - q$ er sannsynligheten for at tilstanden "ned"inntreffer.

2.3.2 Risikonøytral prising

I del 2.3.1 ble antagelsene som blir benyttet for å modellere det underliggende aktivumets mulige framtidige utvikling presentert. Disse vil nå benyttes for å vise hvordan kan finne opsjonens verdi. Dette gjøres ved å bruke loven om én pris til å konstruere en replikerende portefølje. Presentasjonen baserer seg på tilsvarende framstilling fra McDonald (2006). Vi antar at vi har en opsjon på å kjøpe et aktivum om en periode. Vi kaller verdien på kjøpsopsjonen C_u hvis verdien på underliggende går opp, og C_d hvis verdien på underliggende går ned. Vi er interessert i å finne opsjonens arbitrasjefrie pris C_0 på tidspunkt

0. Dette gjøres ved å konstruere to porteføljer: portefølje 1 og 2. Portefølje 1 består av kjøpsopsjonen, mens portefølje 2 er den replikerende porteføljen. For å kunne prise opsjonen må man finne den kombinasjonen av aktiva i portefølje 2 som replikerer utbetalingene fra portefølje 1 i alle mulige tilstander. I følge loven om en pris, må disse porteføljene ha samme verdi.

Antall enheter av det underliggende i den replikerende porteføljen er gitt ved Δ, og beløpet man må plassere i det risikofrie aktivumet er gitt ved B. Om én periode vil verdien av vår posisjon i det risikofrie aktivumet ha økt med den risikofrie renten. Med kontinuerlig forrentning og en periodelengde lik Δt vil dette gi: $e^{r_f \cdot \Delta t} \times B$. Sammen med en posisjon i underliggende med verdi lik ΔS, vil verdien av den replikerende porteføljen være gitt ved

$$\Delta S_0 + e^{r_f \cdot \Delta t} B. \tag{2.3}$$

Verdien av den replikerende porteføljen må være lik opsjonens verdi i alle mulige framtidige tilstander. Vi setter derfor uttrykket for den replikerende porteføljen i hver tilstand lik opsjonsverdien i tilsvarende tilstand. Dette gir ett uttrykk for hver tilstand, og kan skrives som:

$$\Delta u S_0 + B e^{r_f \cdot \Delta t} = C_u \quad (2.4) \qquad \text{og,} \qquad \Delta d S_0 + B e^{r_f \cdot \Delta t} = C_d. \quad (2.5)$$

Vi løser ut for B og Δ for å finne posisjonene man må ta i det risikofrie aktivumet og det underliggende for å replikere opsjonen. Dette gir følgende uttrykk for henholdsvis risikofri plassering og plassering i underliggende:

$$B = e^{-r_f \cdot \Delta t} \frac{uC_d - dC_u}{u - d} \quad (2.6) \qquad \text{og,} \qquad \Delta = \frac{C_u - C_d}{S(u - d)}. \quad (2.7)$$

Verdien av opsjonen finner vi ved å sette inn for (2.6) og (2.7) i (2.3), som gir følgende prisingsuttrykk

$$C_0 = \Delta S + B e^{r_f \cdot \Delta t} = e^{-r_f \cdot \Delta t} \left(C_u \underbrace{\frac{e^{-r_f \cdot \Delta t} - d}{u - d}}_{p} + C_d \underbrace{\frac{u - e^{-r_f \cdot \Delta t}}{u - d}}_{1-p} \right). \tag{2.8}$$

Brøkene i uttrykk (2.8) kalles risikonøytrale sannsynligheter. Disse vekter de framtidige opsjonsutbetalingene, slik at de kan neddiskonteres med den risikofrie renten. På denne måten unngår vi problemet med å måtte finne en risikojustert diskonteringsfaktor. Den risikonøytrale oppgangssannsynligheten kaller vi "p", og den risikonøytrale nedgangssannsynligheten vil da være gitt ved "$1 - p$". Ved å sette inn for "p"og "$1 - p$"i (2.8) får vi følgende uttrykk for verdien av en kjøpsopsjon på tidspunkt 0:

$$C_0 = e^{-r_f \cdot \Delta t}[C_u \times p + C_d \times (1-p)]. \tag{2.9}$$

2.3.3 Baklengs induksjon

Prising av opsjoner i den binomiske modellen utføres ved baklengs induksjon. Dette betyr at man begynner ved slutten av opsjonens levetid og løser bakover i tid. For å kunne benytte formelen i (2.9) må man finne opsjonens verdi ved hver sluttnode. Dette gjør man ved å sammenstille verdien på underliggende med utøvelsesprisen som vist i tabell 2.1. Deretter benyttes prisingsformel (2.9) for å finne den neddiskonterte forventningsverdien

Tabell 2.1: Opsjonens iboende verdi ved forfall

Verdi på underliggende	Iboende verdi kjøpsopsjon	Iboende verdi salgsopsjon
S_0u^2	$C_{u^2} = \max(S_0u^2 - K, 0)$	$P_{u^2} = \max(K - S_0u^2, 0)$
S_0ud	$C_{ud} = \max(S_0ud - K, 0)$	$P_{ud} = \max(K - S_0ud, 0)$
S_0d^2	$C_{d^2} = \max(S_0d^2 - K, 0)$	$P_{d^2} = \max(K - S_0d^2, 0)$

til opsjonen. Hvis opsjonen er av amerikansk type, må man i tillegg ta hensyn til at opsjonen kan utøves før forfall, i tillegg til ved forfall. Dette gjøres ved å sammenstille verdien av å utøve opsjonen i en gitt node med verdien ved ikke å utøve i noden.

Kapittel 3

Case: presentasjon og grunnleggende analyser

3.1 Presentasjon av case

Jeg vil i denne oppgaven analysere et eiendomsutviklingsprosjekt på den gamle verftstomta på Tromsøya i Tromsø. På tomten planlegges det utbygging til bolig- og næringsformål. Prosjektet har vært under planlegging i mange år, og det foreligger flere ulike utbyggingsalternativer. I planarbeidet er det utarbeidet to konkrete alternativer, hvor det ene er med høy andel boliger, og det andre med lav andel. Høy (lav) andel boliger vil gi utbygger mulighet til å bygge $42.000m^2$ $(32.000m^2)$ bolig og $6.500m^2$ $(16.500m^2)$ næringsareal. Pr. dags dato venter utbygger på godkjenning av reguleringsplanen, og man har derfor ikke fått avklart hvilke føringer denne vil legge for den videre utviklingen. Analysene i denne oppgaven vil først og fremst fokusere på alternativet med lav andel boliger.

I dette kapittelet vil jeg gjennomføre de analyser som er nødvendig for å fremskaffe prosjektets nåverdi og volatilitet. Nåverdimodellen brukes til å finne prosjektets nåverdi, og Monte Carlo-simulering blir benyttet for å estimere volatiliteten. I kapittel 4 anvendes så resultatene fra disse analysene til å verdsette realopsjoner på prosjektet.

3.2 Neddiskonterte frie kontantstrømmer

Nåverdimodellen er en metode for å skille mellom gjensidig utelukkende investeringsmuligheter. Ved å sammenstille de neddiskonterte kontantstrømmene med investeringsutlegget, får man prosjektets netto nåverdi. I tradisjonell investeringsanalyse vil denne bestemme om prosjektet er verdt å investere i eller ikke. Et prosjekt med positiv netto nåverdi skal gjennomføres, mens et med negativ netto nåverdi ikke skal gjennomføres. Nåverdimodellen vil her bli benyttet til å finne prosjektets verdi uten fleksibilitet, og vil senere bli supplert med opsjonsverdier for å finne prosjektets utvidete netto nåverdi. Modellen kan formuleres på følgende måte:

$$NPV = I_0 - \sum_{t=1}^{T} \frac{FCF_t}{(1+r)^t} + \frac{FCF_{T+1}}{r(1+r)^T}, \tag{3.1}$$

hvor I_0 er investeringen, FCF_t er prosjektets kontantoverskudd og r er avkastningskravet. Disse størrelsene gjennomgås under.

3.2.1 Investering

Investeringskostnaden er det man må betale for å erverve retten til de frie kontantstrømmene prosjektet genererer. Dette kan være prisen på et bygg, eller, som i dette tilfellet, investeringen som kreves for å oppføre et bygg. Investeringen vil være en funksjon av erfaringsbaserte tall for byggekostnaden pr. kvadratmeter og antallet kvadratmeter som planlegges bygd. I motsetning til en investering i et allerede eksisterende bygg, hvor man gjør en engangsinvestering, vil et eiendomsutviklingsprosjekt ha investeringsutlegg som fordeler seg over tid. I tillegg til selve byggekostnaden, vil prosjektet ha kostnader til kjøp og klargjøring av tomt samt planlegging og prosjektering.

3.2.2 Frie kontantstrømmer

De frie kontantstrømmene er de inntektene eieren av bygget sitter igjen med etter at alle relevante kostnader er dekket. Hvilke kontantstrømmer som skal tas med avhenger av hvilken type analyse man utfører. Boye (1982) skiller mellom kalkyler som beregner kontantoverskuddet til egenkapitalen og totalkapitalen. Disse kan igjen være før eller etter skatt, og med eller uten prisstigning. Hvilken kalkyle som benyttes vil avhenge av formålet med analysen. I denne analysen vil jeg benytte en totalkapitalkalkyle før skatt, med prisstigning, da det interessante i denne oppgaven er å se på hvordan prosjektet som helhet kan tilpasses endrede markedsforhold. Det vil derfor ikke bli tatt hensyn til finansiering og skattemessige forhold. Oppstillingen i tabell 3.1 er benyttet for å finne de frie kontantstrømmene i prosjektet.

3.2.3 Avkastningskrav

Avkastningskravet er den avkastningen investor krever for å investere i prosjektet. Avkastningskravet benyttes som diskonteringsrente, og skal gjenspeile investors alternativkostnad. Generelt har vi at investorer kun får betalt for relevant risiko. Grunnlaget for avkastningskravet er den risikofrie renten, som forteller oss hvilken avkastning investor

Tabell 3.1: Beregning av kontantoverskudd

Brutto salgsinntekt bolig
+ Brutto leieinntekt næring
- Megler og markedsføring (bolig og næring)
- Variable kostnader (bolig og næring)
- Eierkostnader næring
= Kontantoverskudd

kan oppnå i en risikofri plassering. Ut over dette må investor kompenseres for den risikoen han påtar seg ved å investere i prosjektet. Den mest brukte modellen for dette er kapitalverdimodellen, som sier at investors avkastning består av den risikofrie renten samt et risikopåslag. Risikopåslaget består av markedets risikopremie multiplisert med prosjektets beta. Prosjektets beta er et mål på hvor mye prosjektets avkastning samvarierer med markedet. I denne analysen er det benyttet en risikofri rente på 3 % og et avkastningskrav på 10 %. En dyptgående analyse av de ulike faktorene som kan, eller bør, inngå i oppbyggingen av avkastningskravet til et eiendomsutviklingsprosjekt, ligger utenfor denne oppgaven.

3.2.4 Resultat av nåverdianalysen

Ved å benytte ligning (3.1) er prosjektets statiske nåverdi for henholdsvis høy og lav andel boliger beregnet til: 28.671.054 (29), og $-54.471.465$ (-55). Hvis alternativet med høy andel boliger igangsettes, vil prosjektet ha positiv netto nåverdi, og vil derfor bli gjennomført. Om man derimot velger prosjektet med lav andel bolig, vil prosjektet ha negativ netto nåverdi. Det vil da, i følge tradisjonell investeringsanalyse, ikke bli gjennomført. En realopsjonsanalyse vil ha størst verdi i de tilfeller hvor prosjektet i utgangspunktet ikke vil bli gjennomført på grunn av negativ netto nåverdi. En realopsjonsanalyse kan da vise at selv om prosjektet ikke er lønnsomt i dag, kan den fleksibiliteten man har i prosjektet gjøre at det blir lønnsomt i framtiden. Jeg vil i den videre analysen derfor ha fokus på prosjektet med lav andel boliger, og jeg vil i kapittel 4 argumentere for at realopsjonsanalyse kan synliggjøre verdien av fleksibilitet som ikke fanges opp av en nåverdianalyse.

3.3 Volatilitet

I opsjonsprising er volatiliteten definert som standardavviket til avkastningen på det underliggende aktivumet. Når man skal prise opsjoner på aksjer, eller andre aktivt omsatte aktivum, vil man som regel estimere volatiliteten ut fra historiske data. Alternativt kan man benytte allerede prisede opsjoner på samme aktivum for å finne den implisitte volatiliteten. Slike historiske data finnes ikke for aktivum som ikke er omsatt i et marked. I tidlige anvendelser benyttet man realopsjonsteori på prosjekter med omsatte råvarer som viktige verdidrivere, som for eksempel en gullgruve. Man antok da at prosjektets volatilitet ville være sterkt korrelert med volatiliteten til den observerbare råvareprisen. Copeland og Antikarov (2001) kritiserer denne antagelsen, fordi den usikkerheten som finnes i prisen på en råvare ikke fullt ut kan beskrive den usikkerheten som er forbundet med å utvinne eller foredle råvaren. Han (2007) identifiserer fem metoder for å estimere volatiliteten til et investeringsprosjekt:

1. Benytte volatiliteten til historisk avkastning for en råvare som er sterkt knyttet til prosjektets kontantstrømmer.

2. Benytte volatiliteten til historisk avkastning for et sammenlignbart markedsomsatt aktivum.

3. Benytte volatiliteten til historisk avkastning for selskapets aksjekurs.

4. Benytte volatiliteten til historisk avkastning for selskapet industrigruppe.

5. Benytte Monte Carlo-simulering til å simulere prosjektets framtidige kontantstrømmer for så å benytte denne informasjonen til å finne prosjektets volatilitet.

I denne oppgaven benyttes Monte Carlo-simulering for å estimere volatiliteten til prosjektet. Dette metodevalget begrunnes med at Monte Carlo-metoden bedre illustrerer koblingen mellom prosjektets usikre variabler og volatiliten, i motsetning til de andre metodene som baserer seg på andre omsatte aktivum.

3.3.1 Volatilitetsestimering

Under gjennomgås metoden som er benyttet for å framskaffe prosjektets volatilitet. Framgangsmåten som benyttes baserer seg på metoden presentert av Copeland og Antikarov (2001) samt regresjonsmodellen presentert av Godinho (2006). For å finne prosjektets volatilitet bygges først en nåverdimodell med prosjektets usikre variabler og tilhørende sannsynlighetsfordeling. Videre benyttes Monte Carlo-simulering for å finne en simulert avkastningsserie. Et estimat for prosjektets volatilitet vil da finnes som standardavviket til denne avkastningsserien. Nedenfor vil de antagelsene som er gjort for å modellere prosjektets usikre variabler bli gjennomgått, før metoden som er benyttet for å estimere prosjektets volatilitet blir presentert.

Usikre variabler

For å kunne utføre simuleringen må man ta forutsetninger om de usikre variablene i prosjektet. I denne oppgaven vil følgende usikre variabler bli hensyntatt: salgspris og salgstakt bolig, næringsleie og utleiegrad samt byggekostnader for bolig og næring.

Mye av lønnsomheten i prosjektet drives av prisen man kan oppnå ved salg av leilighetene. Salgsprisen er modellert som en geometrisk Brownsk bevegelse med drift lik $3,3\,\%$ og standardavvik $14\,\%$. Disse tallene er funnet ved å se på historiske boligpriser i Tromsø[1]. Startverdien er satt til 50.000 pr. kvadratmeter, noe som ansees som et realistisk prisnivå for nybygde leiligheter i Tromsø[2]. Etterspørselen etter leilighetene i bygget er også usikker. Det er her antatt at andelen leiligheter som blir solgt hvert år er en tilfeldig lognormalfordelt variabel. Det antas at 40 % av leilighetene selges i år 3, 30 % i år 4, 20 % i år 5 og 10 % i år 6. I alle årene er det antatt et standardavvik på 40 %. Dette er subjektive estimater, og det vil kunne rettes spørsmål til deres validitet.

Inntekten man får ved å leie ut næringsarealet er modellert som en tilfeldig normalfordelt variabel med forventning lik 1800 kroner pr. kvadratmeter, og et standardavvik på 10 %. Dette er i tråd med det Lyngstadaas (2012) benytter i sin utredelse. Vi antar at det tegnes lange kontrakter (20 år+), og at kontraktene inngås i det første året etter at bygget er ferdigstilt. Hvor stor andel av næringsarealet som blir utleid vil heller ikke være kjent for utbygger ved byggestart. Denne modelleres som en tilfeldig triangulærfordelt variabel med parametrene 80 %, 90 % og 100 %.

Byggekostnader vil også være usikre, ettersom tilbud og etterspørsel i byggebransjen varierer. Pris og tilgang på råvarer samt myndighetenes krav til standard, vil også kunne påvirke byggekostnadene. Disse er derfor modellert som tilfeldige lognormale variable med standardavvik lik $2,46\,\%$[3]. Startverdiene for byggekostnadene er satt til 30.000 og 20.000 kr. pr. kvadratmeter for henholdsvis bolig og næring [4].

[1] Kilde: finn.no hentet 29.03.2014.

[2] kilde: intern verdivurdering av prosjektet utført av DNB-næringseiendom.

[3] kilde: ssb.no byggekostnadsindeks.

[4] kilde: intern verdivurdering av prosjektet utført av DNB-næringseiendom.

Regresjonsmodell

For å finne volatiliteten til prosjektet trenger vi en definisjon av prosjektets avkastning. Godinho (2006) definerer begrepene *prosjektets markedsverdi* (MV) og *prosjektets nåverdi* (PW) til dette formålet. Prosjektets markedsverdi er prisen prosjektet ville handlet for hvis det var omsatt i et marked, og kan skrives på følgende måte:

$$MV_n = \sum_{t=n+1}^{T} E_n(CF_t) \cdot e^{-r(t-n)}. \tag{3.2}$$

Prosjektets nåverdi (PW) er markedsverdien (MV_n) pluss kontantstrømmen på tidspunkt n. Kontantstrømmen på tidspunkt n tas ikke med i beregningen av markedsverdien da denne vil bli utbetalt til de nåværende eierne av prosjektet. Prosjektets nåverdi er gitt ved følgende uttrykk:

$$PW_n = \sum_{t=n}^{T} E_n(CF_t) \cdot e^{-r(t-n)}. \tag{3.3}$$

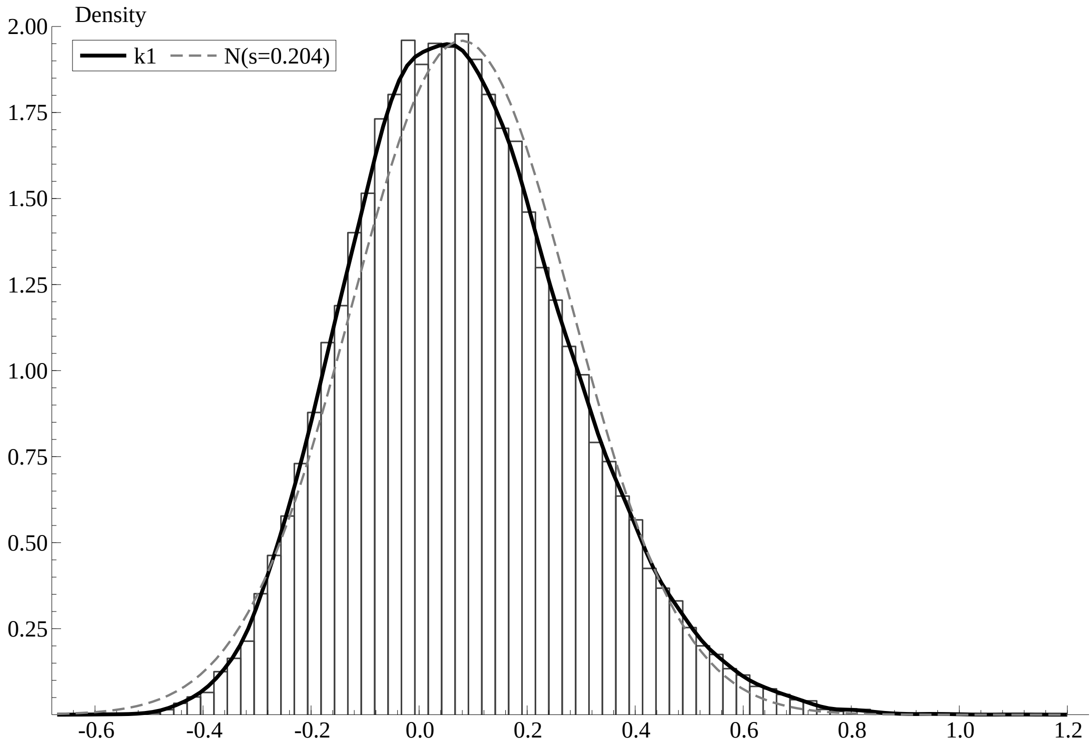
Vi er interessert i å finne endringen fra markedsverdien på tidspunkt n til nåverdien på tidspunkt $n+1$, dette kan skrives som:

$$k_{n+1} = \ln\left(\frac{PW_{n+1}}{MV_n}\right). \tag{3.4}$$

Etter at de usikre variablene er definert og implementert, utføres følgende stegvise prosess:

1. Finne prosjektets markedsverdi på tidspunkt null (MV_0).
2. Simulere prosjektets nåverdi (PW_1) med tilstrekkelig antall iterasjoner (50.000).
3. Utføre en OLS-regresjon med PW_1 som avhengig variabel og prosjektets frie kontantstrømmer som forklaringsvariable.
4. Benytte OLS-resultatene til å simulere $\widehat{PW}_1$ med 50.000 nye iterasjoner.
5. Finne k_1, som beskrevet i (3.4).
6. Finne prosjektets volatilitet som standardavviket til denne avkastningsserien.

Den estimerte volatiliteten til prosjektet basert på denne metoden er $\sigma = 20,4\%$. Simuleringsresultatene for k_1 er presentert i figur 3.1, hvor en normalfordelingskurve med likt standardavvik er presentert for referanse. Dette er et estimat på volatiliteten det første året etter ferdigstillelse av prosjektet, og vil bli benyttet som inputparameter i uttrykk (2.1) og (2.2). Disse uttrykkene vil videre bli benyttet for å modellere prosjektets mulige framtidige utvikling. På denne måten har vi konsolidert de ulike typene risiko som finnes



Figur 3.1: Fordeling k_1

i prosjektet, til et sammenfattet mål på prosjektets risiko. Det vil i det videre antas at volatiliteten er konstant over tid. Denne antagelsen vil i mange tilfeller være urealistisk, da mye av usikkerheten i prosjektet vil bli oppklart i løpet av de første fem årene. Det å ta hensyn til tidsvarierende volatilitet vil komplisere analysen betydelig, og jeg vil derfor utelate dette fra mine analyser.

Kapittel 4

Realopsjonsanalyse

I dette kapittelet vil realopsjonsmetodikken benyttes for å belyse hvilken verdi en slik analyse kan tilføre beslutningsprosessen til en eiendomsutvikler. Mitt mål med denne analysen er å vise hvordan realopsjonstankegangen kan implementeres i et reelt case samt å tydeliggjøre de ulike strategiske mulighetene man har. Pr. i dag foreligger det ikke en godkjent reguleringsplan for verftstomta i Tromsø, og man har i realiteten ikke en rett til å igangsette byggingen. I dette tilfellet vil ikke ervervelse av tomten være nok til å ha en opsjon på å igangsette bygging. I det videre vil jeg anta at en slik reguleringsplan foreligger, og at det er opp til utbygger å bestemme tidspunkt og skalering av prosjektet. Alle analysene i dette kapittelet er gjort under forutsetning av at utfallet av reguleringsplanen er alternativet med lav andel boliger.

I tabell 4.1 presenteres de opsjonsprisingsparametrene som er felles for alle opsjonene.

Tabell 4.1: Opsjonsprisingsparametre

Nåverdier	
$V_0 = 1201''$	Brutto nåverdi av prosjektets positive kontantstrømmer
$I_0 = 1256''$	Total kostnad for prosjektet
$NNV_0 = -55''$	Statisk nåverdi ($-1256 + 1201 = -55$)
Parametre	
$r_f = 3\%$	Risikofri rente
$\sigma = 20,4\%$	Prosjektets volatilitet
$T = 12$	Tid til forfall (i år)
Opsjonsparametre	
$u = 1,2259$	Oppgangsfaktor fra (2.1)
$d = 0,8157$	Nedgangsfaktor fra (2.2)
$p = 0,52$	Risikonøytral oppgangssannsynlighet fra (2.8)
$1 - p = 0,48$	Risikonøytral nedgangssannsynlighet fra (2.8)

Fra tabell 4.1 ser vi at summen av de neddiskonterte positive kontantstrømmene er beregnet til 1201 millioner. Summen av de neddiskonterte investeringsutleggene er beregnet til 1256 millioner, noe som gir en statisk netto nåverdi på -55 millioner. Den risikofrie renten er tre prosent, og volatiliteten ble i forrige kapittel estimert til $20,4\,\%$. Oppgangs- og nedgangsfaktorene u og d ble presentert i uttrykk (2.1) og (2.2), disse er funksjoner av prosjektets volatilitet og er beregnet til henholdsvis $1,2259$ og $0,8157$. De risikonøytrale sannsynlighetene benyttes til å vekte opsjonsutbetalingene. Den risikonøytrale oppgangssannsynligheten er beregnet til $p = 0,52$ og nedgangssannsynligheten til $1 - p = 0,48$.

Prosjektets verdiutvikling (tabell 4.2) vil være lik for alle opsjonene da de har lik tidshorisont og volatilitet. Som vi ser fra tabell 4.2, kan verdien av prosjektets positive kontantstrømmer enten gå opp eller ned, avhengig av utviklingen i de usikre variablene. Hvilken tilstand som realiseres vil være ukjent for utbygger, og en eventuell utøvelse av en realopsjon krever at man følger med på utviklingen i de usikre variablene.

Tabell 4.2: Verdiutvikling i prosjektverdi

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1201	1472	1805	2213	2713	3325	4076	4997	6126	7509	9206	11285	13834
	980	1201	1472	1805	2213	2713	3325	4076	4997	6126	7509	9206
		799	980	1201	1472	1805	2213	2713	3325	4076	4997	6126
			652	799	980	1201	1472	1805	2213	2713	3325	4076
				532	652	799	980	1201	1472	1805	2213	2713
					434	532	652	799	980	1201	1472	1805
						354	434	532	652	799	980	1201
							289	354	434	532	652	799
								236	289	354	434	532
									192	236	289	354
										157	192	236
											128	157
												104

4.1 Venteopsjon

Å ha mulighet til å utsette igangsetting av et prosjekt kan være verdifullt. En slik mulighet lar ledelsen observere hvordan kritiske usikkerhetsmomenter utvikler seg over tid, og man kan dermed time investeringen slik at man treffer markedet på topp. Dette kan for eksempel være å utsette byggingen av prosjektet til utsiktene i boligmarkedet forbedres, eller til det er kapasitetsoverskudd i byggebransjen, slik at man kan oppnå lavere byggekostnader. Det å time lanseringen av et produkt til markedsutsiktene står sentralt innenfor markedsføringsledelse, men verdien av en slik mulighet er ikke alltid like lett å beregne. Opsjonsprisingsrammeverket er et nyttig verktøy for å verdsette en slik mulighet. Muligheten til å vente med å igangsette prosjektet vil her bli modellert som en amerikansk kjøpsopsjon på prosjektet. Dette betyr at utbygger når som helst i den definerte perioden kan igangsette byggingen av prosjektet. Jeg vil først presentere et enkelt eksempel for å vise intuisjonen bak denne type opsjon, for så å gå videre til å verdsette en mer virkelighetsnær venteopsjon.

4.1.1 Intuisjon

Verdien på en venteopsjon vil, i likhet med andre kjøpsopsjoner, øke når verdien på underliggende øker. Hvis verdien på prosjektet blir tilstrekkelig høy, vil man utøve opsjonen og sette i gang byggingen. Figur 4.1 viser verdiutviklingen til prosjektet over en periode på ett år samt opsjonens utbetaling i de to sluttnodene.

(a) Verdiutvikling prosjekt

(b) Verdiutvikling opsjon

Figur 4.1: Enkel venteopsjon

Av figur 4.1a ser vi at verdien på prosjektet om ett år enten kan stige til 1472 millioner eller falle til 980 millioner. Hvis verdien på prosjektet stiger til 1472 om ett år, vil ledelsen utøve opsjonen til en utøvelsespris lik 1256. Dette vil gi en netto nåverdi for prosjektet på 216 millioner ($\max[1472 - 1256; 0] = 216$). Hvis verdien på prosjektet faller til 980 millioner, vil investeringskostnaden være høyere enn prosjektets verdi, og man vil ikke utøve opsjonen. Opsjonen på dette tidspunktet vil derfor ha verdi lik 0 ($\max[980-1256; 0] = 0$), som vist i figur 4.1b. Ved å benytte prisingsformelen (2.9) finner vi opsjonens verdi på tidspunkt 0 på følgende måte:

$$C_0 = \frac{216 \times 0,52 + 0 \times 0,48}{1,03} = 109 \tag{4.1}$$

Her ser vi at det å vente ett år for å se hvordan markedsforholdene utvikler seg kan gi en tilleggsverdi (opsjonsverdi) på 109 millioner. Verdien av fleksibiliteten det å vente representerer øker prosjektets verdi fra 1201 millioner til 1310 millioner (1201+109). Dette gir en utvidet netto nåverdi på 54 millioner. Fra dette enkle eksemplet ser vi at verdien av å vente med å investere kan gi en stor tilleggsverdi, og at prosjektet nå er lønnsomt.

4.1.2 Verdsettelse av venteopsjon

Analysen over er veldig forenklet, da det er antatt at opsjonens levetid kun er ett år, og at beslutningen om å starte prosjektet (utøve opsjonen) kun kan tas ved forfall. Analysen kan gjøres mer virkelighetsnær ved å utvide opsjonens levetid, og dermed utvide utbyggers mulighet. I tabell 4.4 er en amerikansk venteopsjon modellert. Beslutningstaker kan beslutte å utøve opsjonen (igangsette prosjektet) ved hver node. Vi antar at utøvelsesprisen for prosjektet (investeringskostnaden) øker med den antatte framtidige konsumprisindeksveksten (2 %) hvert år, og dermed utvikler seg som vist i tabell 4.3. Utøvelse før opsjonens forfall vil kun skje hvis verdien av prosjektet fratrukket investeringskostnaden er høyere enn verdien av å la opsjonen være i live til forfall. Da det underliggende ikke betaler dividende, vil ikke tidlig utøvelse være gunstig. Opsjonen vil derfor ha samme verdi som en tilsvarende opsjon av europeisk type. Dette betyr at verdien av å vente med å sette igang byggeprosessen vil være høyere enn verdien av å ikke vente.

Tabell 4.3: Utvikling i investeringskostnad

Tid	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Utvikling I_t	1256	1281	1307	1333	1360	1388	1416	1444	1474	1503	1534	1565	1596

Prosjektets framtidige utfallsrom er vist i tabell 4.2. Disse verdiene danner grunnlaget for verdsettelsen av muligheten til å vente med å igangsette prosjektet. Prosjektets statiske nåverdi ble tidligere beregnet til -55 millioner. Venteopsjonen med mulighet for utøvelse i hvert år i 12 år er her verdsatt til 366 millioner (fra tabell 4.4a), dette tilsvarer en økning på 421 millioner i forhold til prosjektets statiske nåverdi. Dette er verdien av muligheten til å vente med å igangsette prosjektet til markedsforholdene er fordelaktige. Denne verdien blir ikke fanget opp av en vanlig nåverdianalyse, da denne antar at prosjektet enten vil bli gjennomført i dag (hvis nåverdien er positiv), eller aldri (hvis nåverdien er negativ). Ved å gjennomføre en analyse av verdien av å vente, kan vi konkludere med at selv om prosjektet ikke er verdt å gjennomføre i dag, kan det være verdt å opprettholde muligheten til å gjennomføre prosjektet på et senere tidspunkt.

Tabell 4.4b viser den verdimaksimerende strategien for utbygger. Her ser vi at verdien av å vente med å igangsette prosjektet vil være høyere enn å bygge bygget i alle tilstander utenom ved sluttnodene. Det er her antatt at man kun kan vente i 12 år, og at man ved slutten av opsjonsperioden må bestemme seg om man skal bygge eller ikke. Denne restriktive utbyggingsstrategien skyldes metoden som er benyttet for å modellere utfallsrommet til prosjektet. Denne metoden gir eksponensial vekst i verdien på underliggende (skyldes

Tabell 4.4: Verdiutvikling og verdsettelse av venteopsjon

(a) Verdiutvikling venteopsjon

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
366	533	766	1082	1502	2049	2747	3623	4710	6051	7702	9736	12237
	205	312	468	689	997	1413	1960	2661	3538	4622	5960	7609
		100	161	254	395	603	902	1315	1866	2573	3448	4530
			40	69	116	192	314	505	793	1209	1776	2480
				12	21	39	70	125	221	386	664	1116
					2	4	7	14	27	54	106	209
						0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0
								0	0	0	0	0
									0	0	0	0
										0	0	0
											0	0
												0

(b) Verdimaksimerende strategitre

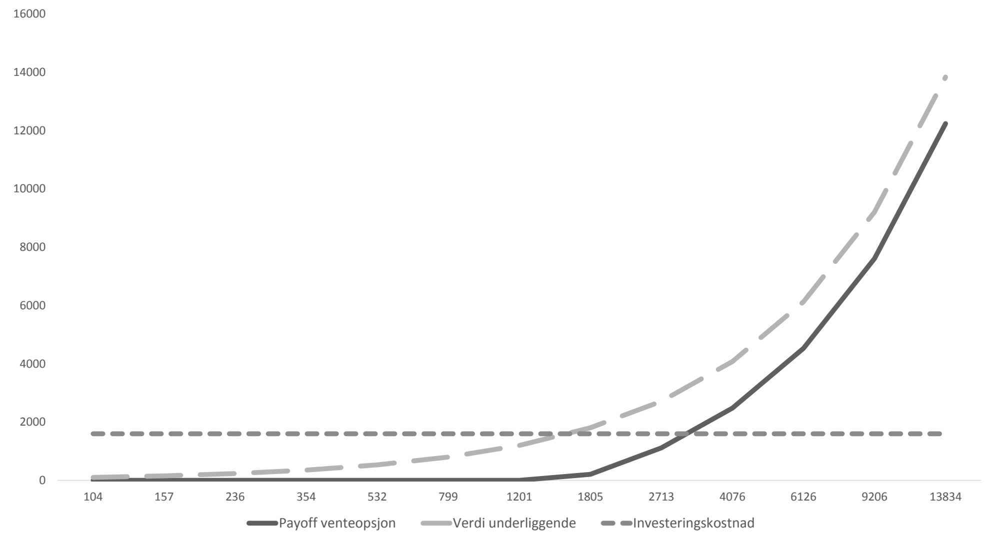
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
		Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
			Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
				Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
					Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
						Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
							Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
								Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
									Vent	Vent	Vent	Vent
										Vent	Vent	Vent
											Vent	Vent
												Vent

(c) Strategitre nåverdikriteriet

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vent	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg
	Vent	Vent	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg
		Vent	Vent	Vent	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg
			Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg	Bygg
				Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg	Bygg	Bygg
					Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Bygg
						Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
							Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
								Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
									Vent	Vent	Vent	Vent
										Vent	Vent	Vent
											Vent	Vent
												Vent

spesifikasjonen av u og d), noe som fører til at verdien av å vente med å bygge alltid vil være høy. I mange tilfeller vil man ikke ha muligheten til å vente med å igangsette prosjektet så lenge, da det å beholde tomten vil bety bundet kapital og kapitalkostnader.

Hvis man har en strategi som tilsier at positiv nåverdi er det eneste som kreves for å igangsette prosjektet, vil man følge strategien som vist i tabell 4.4c. Denne forteller oss i hvilke tilstander prosjektets netto nåverdi er positiv. Denne strategien vil gi en byggeanbefaling allerede i år 1 hvis verdien av prosjektet stiger, men en venteanbefaling hvis verdien på prosjektet faller. En utbygger vil mest sannsynlig følge en strategi som ligger en plass mellom disse to strategitrærne. Man vil bygge hvis nåverdien er positiv, men kan tillate seg å vente hvis utsiktene i framtiden er gode.



Figur 4.2: Payoff ved forfall: venteopsjon

Figur 4.2 viser venteopsjonens payoff ved forfall sammen med underliggendes ulike utfall og investeringskostnaden. Vi ser at formen på payoffkurven i figur 4.2 er tilsvarende en finansiell kjøpsopsjon. Vi ser at opsjonen får sin verdi når verdien på underliggende overstiger investeringskostnaden.

4.2 Ekspansjonsopsjon

Over fant vi at det å kunne time igangsettingen av prosjektet til et tidspunkt hvor markedsforholdene er gode, har stor verdi. En annen mulighet utbygger har, er å tilpasse størrelsen på prosjektet ettersom han observerer markedsutviklingen. Mer spesifikt skal vi i denne delen av oppgaven se at muligheten til å utvide prosjektet hvis markedsforholdene er gode, kan ha en vesentlig verdi. En slik mulighet kalles en ekspansjonsopsjon (expansion option), og den modelleres som en amerikansk kjøpsopsjon på det utvidete prosjektet.

Ekspansjonsopsjoner innen fast eiendom kan deles inn i to hovedtyper: de som utvider den allerede eksisterende bygningsmasse (bygge en ekstra etasje), og de som utvider selve prosjektet (bygge et nytt bygg). Ved å vurdere verdien av en opsjon på å utvide allerede eksisterende bygningsmasse, må man ta hensyn til at man på tidspunkt 0 må klargjøre bygget for en slik mulig framtidig ekspansjon. Dette betyr at både fundament og teknisk anlegg må overdimensjoneres for å imøtekomme en mulig utvidelse. Vi vil her vurdere verdien av en opsjon på å sette opp et nytt bygg og tar derfor ikke hensyn til eventuelle initielle investeringer.

4.2.1 Intuisjon

Vi begynner med et enkelt eksempel for å demonstrere mekanismene i en ekspansjonsopsjon. I løpet av perioden kan verdien på bygget enten gå opp eller ned, og hvilken tilstand som realiseres avhenger av utviklingen til de usikre variablene. En utvidelse av prosjektet betyr at man øker verdien på prosjektet med utvidelsesfaktoren, mot en investering på tilsvarende andel av byggekostnaden. Verdien av prosjektet med denne fleksibiliteten er gitt av følgende uttrykk:

$$C_t = V_t \times (1 + s) - I_t \times s. \tag{4.2}$$

I hver node vil ledelsen vurdere om verdien av å ekspandere er større enn verdien av å beholde prosjektet som det er. Verdiutviklingen til prosjektet er vist i i figur 4.3a, og verdien av å ekspandere er vist i figur 4.3b.

(a) Verdiutvikling prosjekt (b) Verdiutvikling opsjon

Figur 4.3: Enkel ekspansjonsopsjon

Hvis verdien av prosjektet går opp om ett år, vil man stå overfor følgende avveining: $\max(1472; 1472 \times 1,3 - 384) = 1529$. I dette tilfellet overstiger verdien av å ekspandere prosjektet verdien av å beholde prosjektet som det er. Hvis verdien på prosjektet om ett år går ned, står man overfor følgende avveining: $\max(980, 980 \times 1,3 - 384) = 980$. Her er ikke verdien på det underliggende prosjektet høy nok til å forsvare investeringskostnaden, og man vil derfor beholde prosjektet som det er. Verdien av prosjektet, med mulighet til å utvide det med 30 % i framtiden, finner vi ved å benytte prisingsformelen fra (2.9) på de to kontantstrømmene fra 4.3b, som gir følgende verdi:

$$C_0 = \frac{1529 \times 0,52 + 980 \times 0,48}{1,03} = 1229. \tag{4.3}$$

Prosjektverdien, med mulighet til å utvide, er beregnet til 1229 millioner, mot 1201 millioner uten. Dette gir en utvidet netto nåverdi på −27 millioner ($C_0 - I_0 = 1229 - 1256 = -27$). Den statiske nåverdien uten fleksibilitet var −55 millioner. Ekspansjonsopsjonens verdi er differansen mellom den statiske nåverdien og den utvidete nåverdien. Verdien av opsjonen er dermed 28 millioner ($-27 - (-55) = 28$). Selv om opsjonsverdien er betydelig, er det ikke nok til å veie opp for den negative netto nåverdien til prosjektet, og prosjektet vil derfor ikke bli igangsatt.

4.2.2 Verdsettelse av ekspansjonsopsjon

Ekspansjonsopsjonen som ble verdsatt over, hadde en levetid på ett år. Vi vil nå verdsette en mer virkelighetsnær ekspansjonsopsjon, med en levetid på 12 år og en periodelengde på ett år. Parameterne som er brukt i verdsettelsen av denne opsjonen er oppsummert i tabell 4.1. I tabell 4.5 er opsjonen verdsatt, og det er tatt høyde for at man kan ekspandere prosjektet med 30 prosent i hver node ($s = 30\,\%$). Vi antar at prosjektets utfallsrom i framtiden er gitt ved verditreet i tabell 4.2.

Netto nåverdien av prosjektet uten ekspansjonsopsjon er −55, men hvis man anerkjenner at man har mulighet til å utvide prosjektet med 30 %, vil den utvidete netto nåverdien være 55 millioner ($1311 - 1256 = 55$). Dette gir en opsjonsverdi lik 110 millioner ($55 - (-55) = 110$). Her ser vi at en mulighet til å når som helst kunne utvide prosjektet med 30 % vil øke nåverdien til prosjektet med 110 millioner, og dermed gjøre prosjektet verdt å investere i. På verftstomta i Tromsø vil det imidlertid ikke være mulig å ekspandere på kort sikt, da reguleringsplanen vil sette et tak på hvor mye som kan bygges på tomten. I framtiden kan økt tilflytning til byene, og dermed økt behov for boliger, gjøre at en slik ekspansjon blir ønsket fra politisk hold. Man må i hvert enkelt tilfelle vurdere hvor realistiske de ulike opsjonene er, da den beregnede verdien ikke vil gjelde hvis man ikke kan sannsynliggjøre at muligheten faktisk er til stede. Hvis for eksempel grunnforholdene på tomten kun tåler belastningen av det opprinnelige prosjektet, vil man ikke ha mulighet til å utvide, selv om det er teknisk og økonomisk gjennomførbart.

I tabell 4.5b er den verdimaksimerende strategien for ekspansjonsopsjonen gjengitt. Her ser vi at man oppnår den høyeste verdien for prosjektet ved å vente til slutten av

Tabell 4.5: Verdiutvikling og verdsettelse av ekspansjonsopsjon

(a) Verdsettelse av ekspansjonsopsjon

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1311	1632	2035	2537	3163	3940	4900	6084	7539	9325	11516	14205	17505
	1041	1295	1613	2012	2512	3136	3913	4875	6059	7512	9297	11488
		829	1028	1277	1591	1986	2483	3107	3885	4848	6031	7485
			664	820	1015	1259	1567	1957	2451	3075	3858	4820
				535	658	811	1001	1239	1539	1921	2412	3047
					434	533	654	803	988	1217	1504	1868
						354	434	532	652	799	980	1201
							289	354	434	532	652	799
								236	289	354	434	532
									192	236	289	354
										157	192	236
											128	157
												104

(b) Strategitre: verdimaksimering

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
		Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
			Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
				Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
					Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
						Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
							Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
								Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
									Vent	Vent	Vent	Vent
										Vent	Vent	Vent
											Vent	Vent
												Vent

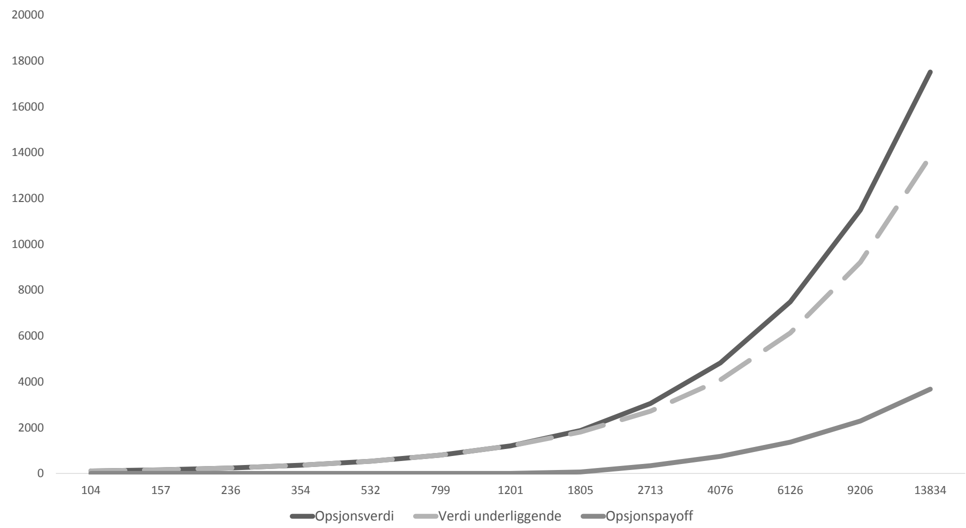
(c) Strategitre: nåverdikriteriet

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vent	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
	Vent	Vent	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
		Vent	Vent	Vent	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
			Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
				Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid	Utvid	Utvid
					Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvid
						Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
							Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
								Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
									Vent	Vent	Vent	Vent
										Vent	Vent	Vent
											Vent	Vent
												Vent

opsjonsperioden med å bygge, gitt at prosjektets verdi stiger hvert år. Verdien av å vente overstiger altså verdien av å utøve ekspansjonsopsjonen. Denne strategien vil nok virke restriktiv for mange utbyggere.

I tabell 4.5c vises de tilstandene som vil gi prosjektet positiv netto nåverdi. Denne strategien gir en utvidelsesanbefaling allerede i år 1, hvis verdien på prosjektet går opp. Hvis verdien går ned vil det ikke være lønnsomt å utvide prosjektet. Da man kun kan utvide prosjektet én gang, vil ikke dette treet gi en strategi som er mulig å følge i hele opsjonsperioden. Dette treet gir kun en indikasjon på når verdien av å utvide er høyere en kostnadene dette medfører.

Som før, vil nok en utbygger følge en strategi som ligger i skjæringspunktet mellom disse strategiene. I gode tider kan det være verdt å vente en stund til, fordi verdien kan stige ytterligere i fremtiden. Mange utbyggere er ivrige og vil igangsette så fort prosjektet ventes å gi positiv avkastning. Figur 4.4 viser opsjonens payoff ved forfall for de ulike



Figur 4.4: Payoff ved forfall: ekspansjonsopsjon

verdiene prosjektet antas å kunne anta. Vi ser at verdien av prosjektet med ekspansjonsopsjon har større oppsidepotensial enn underliggende uten fleksibilitet. Dette skyldes at man utnytter den økte etterspørselen som finnes i markedet, ved å utvide prosjektet. Videre ser vi at ekspansjonsopsjonen har et positivt forhold med det underliggende prosjektet. Hvis verdien på prosjektet er høy, vil verdien av muligheten til å utvide være høy.

4.3 Nedskaleringsopsjon

På samme måte som at man med en ekspansjonsopsjon har en rett til å utvide prosjektet, kan man velge å redusere prosjektets omfang hvis markedsforholdene er dårligere enn forventet. En slik mulighet kalles en nedskaleringsopsjon. Den kan sees på som en salgsopsjon, som er en rett, men ikke en plikt, til å selge deler av prosjektet. En nedskaleringsopsjon er verdifull når prosjektverdien er lav, og den kan derfor sammenlignes med en forsikring. Ved å selge ut deler av prosjektet reduserer man kontantstrømmene og sparer driftskostnader samt at man mottar salgssummen for den delen man selger. Man vil utøve en nedskaleringsopsjon når verdien av prosjektet er tilstrekkelig lav, slik at en redusert prosjektverdi pluss salgsinntekt overstiger verdien av å beholde prosjektet som det er. Her vil vi anta at utbygger kan selge næringsdelen av prosjektet.

4.3.1 Intuisjon

Vi begynner med å verdsette en enkel en-periodes nedskaleringsopsjon på næringsdelen av prosjektet. Verdien av prosjektet kan gå enten opp eller ned, avhengig av hvordan de usikre variablene utvikler seg. Går verdien opp, vil verdien av prosjektet overstige verdien av å nedskalere. Går verdien ned, vil salgssummen for næringsdelen og verdien av de resterende kontantstrømmene overstige verdien av å beholde prosjektet som det er. Verdien på en nedskaleringsopsjon er gitt ved følgende uttrykk:

$$Ct = V_t \times (1 - s_d) + V_t^N. \tag{4.4}$$

Ved å nedskalere reduserer man verdien av prosjektet med $1 - s_d$, hvor s_d er nedskaleringsfaktoren, og man mottar salgssummen for næringsdelen (V_t^N). Figur 4.5 viser utviklingen til prosjektet og opsjonen over en periode. Vi antar at næringsdelen kan selges for 391 millioner om ett år.

(a) Verdiutvikling prosjekt

(b) Verdiutvikling opsjon

Figur 4.5: Enkel nedskaleringsopsjon

Verdien av prosjektet om ett år kan enten være 1472 millioner eller 980 millioner. Hvis verdien av prosjektet blir 1472 millioner, vil verdien av å nedskalere være 1421, 4 millioner $(1472 \times (1 - 0,3) + 391 = 1421,4)$. Man vil derfor beholde prosjektet som det er, og dermed la opsjonen forbli uutøvd.

Hvis verdien av prosjektet er 908 millioner, vil man ved å selge næringsdelen kunne øke verdien av prosjektet til 1077 millioner $(980 \times (1 - 0,3) + 391 = 1077)$. Her ser vi at verdien av å selge næringsdelen samt å motta kontantstrømmene fra det nedskalerte prosjektet vil overstige verdien av å beholde prosjektet som det er. Verdien av denne fleksibiliteten finner vi ved å benytte uttrykk (2.9) på de to prosjektverdiene fra figur 4.5b.

$$C_0 = \frac{1472 \times 0,52 + 1077 \times 0,48}{1,03} = 1245 \tag{4.5}$$

Dette gir en utvidet prosjektverdi på 1245 millioner, med en investering lik 1256 blir den utvidete netto nåverdien da -11 millioner $(1245 - 1256 = -11)$. Den statiske nåverdien til prosjektet er som før -55, noe som betyr at opsjonen er verdt 44 millioner $(-11 - (-55) = 44)$. Men nåverdien er fortsatt negativ og man vil derfor ikke sette i gang prosjektet.

4.3.2 Verdsettelse av nedskaleringsopsjon

Videre vil jeg verdsette en mer virkelighetsnær nedskaleringsopsjon med løpetid på 12 år. Dette er en mulighet for eieren av prosjektet til å, i løpet av de 12 første årene, selge næringsdelen av prosjektet. Salgsprisen for næringsdelen vil være en funksjon av de leieforholdene som er i bygget samt standarden bygget har på salgstidspunktet. Tabell 4.6 gir utviklingen av salgsprisen til næringsdelen over tid. Her antas det at kjøper vurderer byggets verdi etter yield-metoden. Yielden på bygget antas å stige over tid, ettersom bygget blir utsatt for slitasje. Fra tabell 4.6 ser vi at salgsprisen på næringsdelen vil falle

Tabell 4.6: Utvikling salgspris næring (etter ferdigstillelse)

År t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Yield (y)	6,0 %	6,2 %	6,4 %	6,6 %	6,8 %	7,0 %	7,2 %	7,4 %	7,6 %	7,8 %	8,0 %	8,2 %
V_t^N	398	391	383	375	366	356	344	329	320	312	304	297

over tid, dette skyldes den stigende yieldkurven til bygget. Isolert sett vil dette gi utbygger insentiv til å selge bygget tidligere enn hva han ville gjort med konstant yield.

Vi ser fra tabell 4.7a at prosjektets verdi med fleksibilitet er beregnet til 1262. Med en investeringskostnad på 1256 gir dette en utvidet netto nåverdi på 6 millioner. Muligheten til å selge næringsdelen av prosjektet vil dermed gjøre prosjektet verdt å investere i. Med en statisk nåverdi lik -55 millioner vil opsjonen ha en verdi på 61 millioner $(6 - (-55) = 61)$.

I tabell 4.7b er det verdimaksimerende strategitreet gjengitt. Dette treet sammenligner verdien av å utøve opsjonen med å la den forbli uutøvd til forfall. Her ser vi at den første

Tabell 4.7: Verdiutvikling og verdsettelse av nedskaleringsopsjon

(a) Verdsettelse av nedskaleringsopsjon

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1262	1505	1822	2221	2716	3326	4076	4997	6126	7509	9206	11285	13834
	1076	1253	1500	1819	2219	2714	3325	4076	4997	6126	7509	9206
		942	1061	1245	1497	1816	2216	2713	3325	4076	4997	6126
			831	925	1049	1242	1493	1812	2213	2713	3325	4076
				738	812	903	1046	1239	1486	1806	2213	2713
					659	716	785	901	1045	1231	1474	1805
						591	633	708	799	909	1042	1204
							531	583	646	722	813	923
								500	544	597	660	736
									477	514	558	611
										459	491	528
											446	473
												437

(b) Strategitre: verdimaksimering

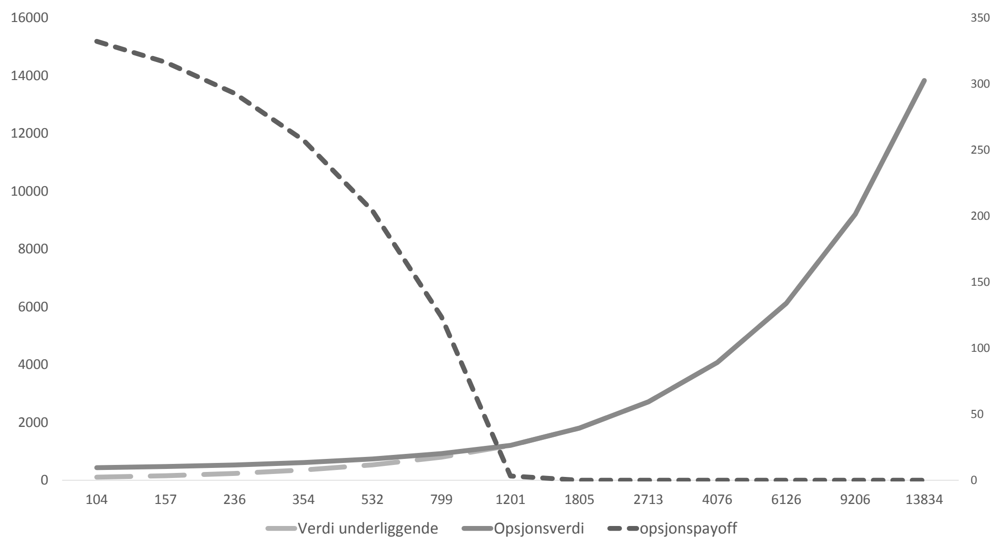
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
		Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
			Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
				Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
					Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
						Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
							Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
								Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
									Selg	Selg	Selg	Selg
										Selg	Selg	Selg
											Selg	Selg
												Selg

(c) Strategitre: nåverdi kriteriet

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
		Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
			Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
				Selg	Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent
					Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Vent
						Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
							Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
								Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
									Selg	Selg	Selg	Selg
										Selg	Selg	Selg
											Selg	Selg
												Selg

salgsanbefalingen kommer etter ett år med verdinedgang. Denne anbefalingen fortsetter så lenge prosjektets verdi fortsetter å falle.

I tabell 4.7c er nåverdi treet gjengitt. Dette gir oss alle noder hvor det å selge gir høyere verdi enn å beholde prosjektet som det er, men ignorerer verdien av å vente med å utøve opsjonen. Dette treet er som før mindre restriktivt enn det verdimaksimerende treet, da alt som teller her er en positiv netto nåverdi.



Figur 4.6: Payoff ved forfall: nedskaleringsopsjon

I figur 4.6 er opsjonsverdien og verdien på det underliggende prosjektet plottet (venstre akse) sammen med opsjonens payoff (høyre akse) ved forfall. Her ser vi at opsjonspayoffen er avtagende, ettersom verdien på underliggende stiger. Dette skyldes at opsjonen er en salgsopsjon og en forsikring mot lave verdier på underliggende. Opsjonens verdi er avhengig av at man har lange leiekontrakter i næringsbygget, og at en eventuell kjøper verdsetter bygget med yieldmetoden. Opsjonen vil ikke ha samme verdi hvis disse forutsetningene er brutt, og verdien vil derfor variere fra case til case.

4.4 Kombinasjonsopsjon

Over har vi verdsatt en nedskaleringsopsjon og en ekspansjonsopsjon hver for seg. I hver av disse opsjonene har vi antatt at utbygger kun har et valg. Man har hatt mulighet til enten å utvide prosjektet hvis verdien stiger, eller nedskalere hvis verdien synker. I virkeligheten kan man for eksempel tenke seg at ledelsen kan vurdere både å utvide og å nedskalere prosjektet, avhengig av hvordan markedet utvikler seg. Mer spesifikt vil man utvide prosjektet hvis verdien på prosjektet går opp og nedskalere hvis verdien går ned. En slik mulighet kalles en kombinasjonsopsjon, da den kombinerer to opsjoner i samme verdsettelse. Hvilken opsjon som har verdi vil avhenge av utviklingen på det underliggende. Da ekspansjonsopsjonen er en kjøpsopsjon og nedskaleringsopsjonen er en salgsopsjon, vil disse opsjonene ha verdi for ulike nivåer på underliggende. De vil på denne måten utfylle hverandre, og gi utbygger mulighet til både å forsikre seg mot lave verdier og samtidig øke oppsidepotensialet.

4.4.1 Intuisjon

Først verdsettes en enkel en-periodes-opsjon, men nå modellerers både ekspansjonsopsjonen og nedskaleringsopsjonen samtidig. Vi antar at verdien utvikler seg som vist i figur 4.7a. Verdien på prosjektet i dag er 1201. Om ett år kan den enten stige til 1472 eller synke til 980. Om ett år vil man ha to muligheter, enten å utvide prosjektet med 30 % eller å nedskalere det tilsvarende. Ekspansjonsopsjonen har en verdi som vist i (4.2), og nedskaleringsopsjonen som vist i (4.4). Prosjektet om ett år kan være verdt enten 1472

(a) Veriutvikling prosjekt (b) Verdiutvikling opsjon

Figur 4.7: Enkel kombinasjonsopsjon

millioner eller 980 millioner. Hvis verdien på prosjektet stiger til 1472, vil man ekspandere prosjektet da: $(1472 \times 1,3 - 384) = 1529 > 1472$. På samme måte vil man nedskalere prosjektet hvis verdien synker, fordi $(980 \times (1 - 0,3) + 391) = 1077 > 980$. Vi finner som før verdien av prosjektet med fleksibilitet ved å benytte den risikonøytrala prisingsformelen som gitt i uttrykk (2.9).

$$C_0 = \frac{1529 \times 0,52 + 1077 \times 0,48}{1,03} = 1273 \tag{4.6}$$

Dette er verdien av prosjektet med fleksibilitet til å utvide hvis verdien går opp, og nedskalere hvis verdien går ned. Med en investering lik 1256 blir den utvidete netto nåverdien til prosjektet 17 millioner ($1273 - 1256 = 17$). Prosjektet vil dermed være verdt å investere i, gitt at man kan sannsynliggjøre at disse mulighetene er tilstede. Vi husker at den statiske nåverdien til prosjektet uten fleksibilitet var -55 millioner, noe som gir en opsjonsverdi på 72 millioner ($17 - (-55) = 72$).

4.4.2 Verdsettelse av kombinasjonsopsjon

Vi ser nå på en kombinasjonsopsjon som både inneholder muligheten til å utvide og muligheten til å nedskalere prosjektet over en periode på 12 år. I løpet av denne perioden kan investor velge å utvide prosjektet med 30 % eller nedskalere prosjektet med 30 %. Prosjektets utfallsrom er gitt i tabell 4.2, og parametrene som benyttes er gitt i tabell 4.1. Denne opsjonen gir utbygger både utvidet oppsidepotensial og begrenset nedsidepotensial i forhold til prosjektet uten fleksibilitet.

I tabell 4.8a ser vi verdien av å kunne utvide eller nedskalere prosjektet. Verdien av denne fleksibiliteten er verdsatt til 171 millioner, noe som gir en utvidet netto nåverdi lik 116 millioner ($-1256 + (1201 + 171)$). Prosjektet vil dermed bli gjennomført hvis man kan sannsynliggjøre at slik fleksibilitet er til stede.

Vi husker at ekspansjonsopsjonen var verdsatt til 110 millioner og at nedskaleringsopsjonen var verdsatt til 61 millioner. Summen av disse to opsjonene er 171 millioner, og vi ser dermed at summen av nedskalerings- og ekspansjonsopsjonen er lik verdien av kombinasjonsopsjonen. Dette er i overenstemmelse med intuisjonen, da den økte fleksibiliteten som en slik kombinasjonsopsjon representerer, må være minst like mye verd som summen de to enkeltopsjonene.

I tabell 4.8b er kombinasjonsopsjonens verdimaksimerende strategitre vist. Ser at dette er en kombinasjon av tilsvarende tre for ekspansjon- og nedskaleringsopsjonen, men da begge opsjonene er modellert sammen vil verdien av å vente med å utvide overstige verdien av å selge næringsdelen hvis verdien på prosjektet går ned om ett år

I tabell 4.8c er alle de nodene som gir positiv netto nåverdi vist, og det er i tillegg vist hvilken handling utbygger bør foreta seg i hvert utfall.

I figur 4.8 er verdien på prosjektet, verdien på opsjonen (venstre akse) og opsjonens payoff (høyre akse) ved forfall vist. I venstre del av figuren ser vi at nedskaleringsop-

Tabell 4.8: Verdiutvikling og verdsettelse av kombinasjonsopsjon

(a) Verdsettelse av kombinasjonsopsjon

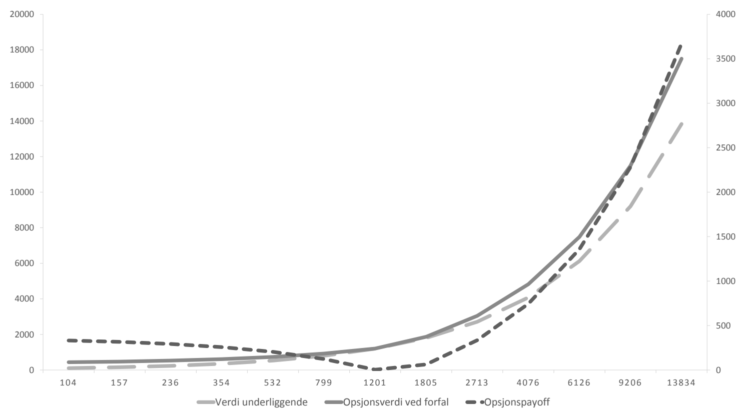
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
171	192	247	333	454	615	824	1087	1413	1815	2311	2921	3671
	158	145	168	221	305	425	588	798	1061	1387	1788	2283
		173	129	121	143	192	274	395	560	772	1034	1359
			191	147	103	99	115	158	238	363	533	744
				210	166	115	87	75	80	117	199	335
					226	185	135	105	74	46	33	63
						237	199	176	147	109	62	3
							242	229	212	190	161	124
								265	256	243	226	204
									285	279	270	257
										302	299	293
											318	317
												332

(b) Strategitre: verdimaksimering

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvide
	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvide
		Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvide
			Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvide
				Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvide
					Selg	Selg	Vent	Vent	Vent	Vent	Vent	Utvide
						Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selge
							Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selge
								Selg	Selg	Selg	Selg	Selge
									Selg	Selg	Selg	Selge
										Selg	Selg	Selge
											Selg	Selge
												Selge

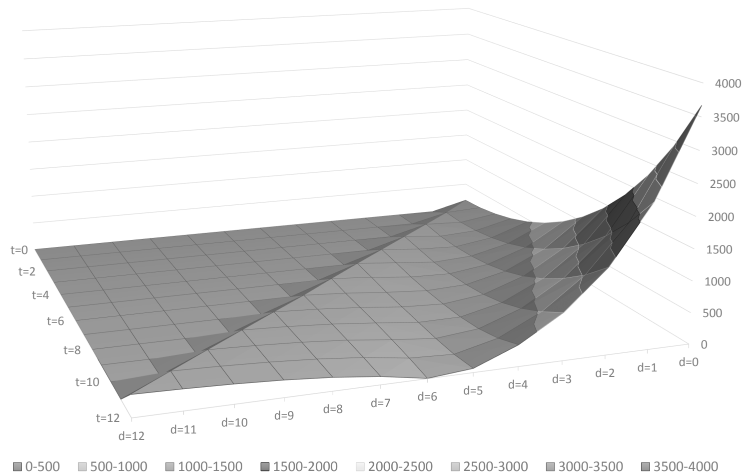
(c) Strategitre: nåverdikriteriet

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Selg	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
	Selg	Selg	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
		Selg	Selg	Selg	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
			Selg	Selg	Selg	Vent	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid	Utvid
				Selg	Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Utvid	Utvid	Utvid
					Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Vent	Vent	Utvid
						Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
							Selg	Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
								Selg	Selg	Selg	Selg	Selg
									Selg	Selg	Selg	Selg
										Selg	Selg	Selg
											Selg	Selg
												Selg



Figur 4.8: Payoff ved forfall: kombinasjonsopsjon

sjonen dominerer opsjonsverdien for lave verdier av underliggende. Opsjonsverdien ligger over prosjektverdien og opsjonspayoffen er større enn null. I høyre del av figuren er det ekspansjonsopsjonen som dominerer, da denne får sin verdi ved høye verdier av det underliggende prosjektet. Dette stemmer bra med intuisjonen, da man vil selge seg ut av prosjektet (nedskalere) hvis markedsforholdene er dårlige, og man vil utvide prosjektet hvis det motsatte er tilfelle. Denne opsjonen viser hvordan det å ha fleksibilitet til å skalere prosjektet etter som markedsforholdene endres kan ha stor verdi for et prosjekt.

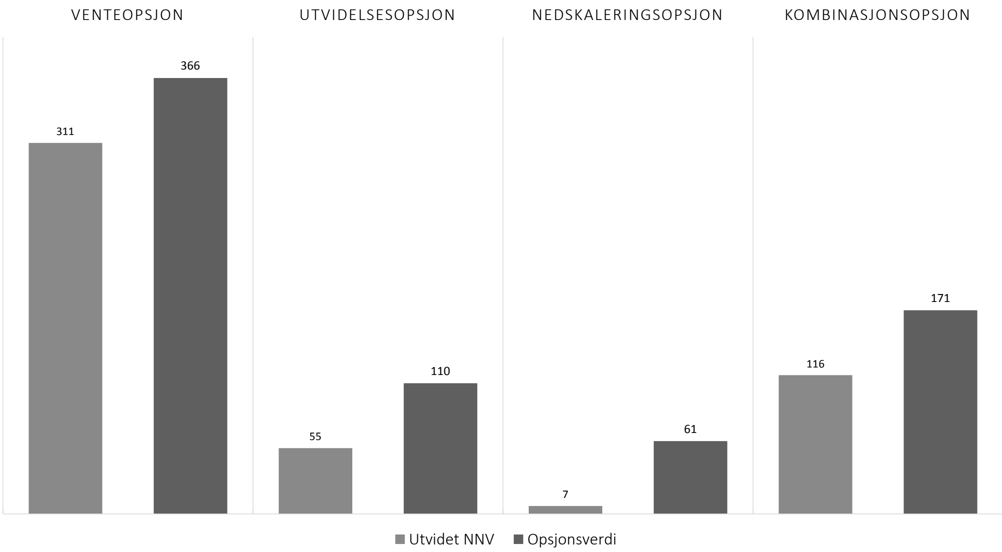


Figur 4.9: Opsjonsverdiens utvikling over tid og tilstand

Fra figur 4.9 ser vi kombinasjonsopsjonens utvikling over tid og etter tilstand. Til høyre i figuren ser vi ekspansjonsopsjonen som får sin verdi når verdien på underliggende går opp. Nedskaleringsopsjonen ser vi som den diagonale ryggen som går fra toppen i figuren til hjørnet nederst i venstre.

4.5 Resultater

I dette kapittelet har jeg analysert verdien av fleksibiliteten som utbygger har ved utbygging av verftstomta i Tromsø. Prosjektet har, ifølge mine beregninger, negativ nettonåverdi, og skal ifølge klassisk investeringsanalyse ikke gjennomføres. Analysen av de ulike realopsjonene på prosjektet viser at samtlige opsjoner har positiv verdi, og vil dermed kunne gjøre prosjektet verdt å investere i. Resultatene fra analysen er oppsummert i figur 4.10, hvor både opsjonsverdien og den utvidete netto nåverdien er vist.



Figur 4.10: Oppsummering av resultateter

Som vi ser fra figur 4.10 er det muligheten utbygger har til å vente med å igangsette prosjektet som har størst verdi. Verdien av en slik mulighet er beregnet til 366 millioner kroner. Utbygger kan derfor øke verdien av prosjektet betraktelig ved å opprettholde retten til å vente med å igangsette byggingen til han ser hvordan markedet utvikler seg.

Videre har både nedskalerings- og utvidelsesopsjoner tilstrekkelig høy verdi til at prosjektet lar seg gjennomføre. Det mest verdifulle for utbygger er imidlertid å foriskre seg om at han både har mulighet til å utvide og nedskallere. Kombinasjonen av disse to opsjonene er verdsatt til 171 millioner kroner, og vil i likhet med venteopsjonen gjøre prosjektet verdt å investere i.

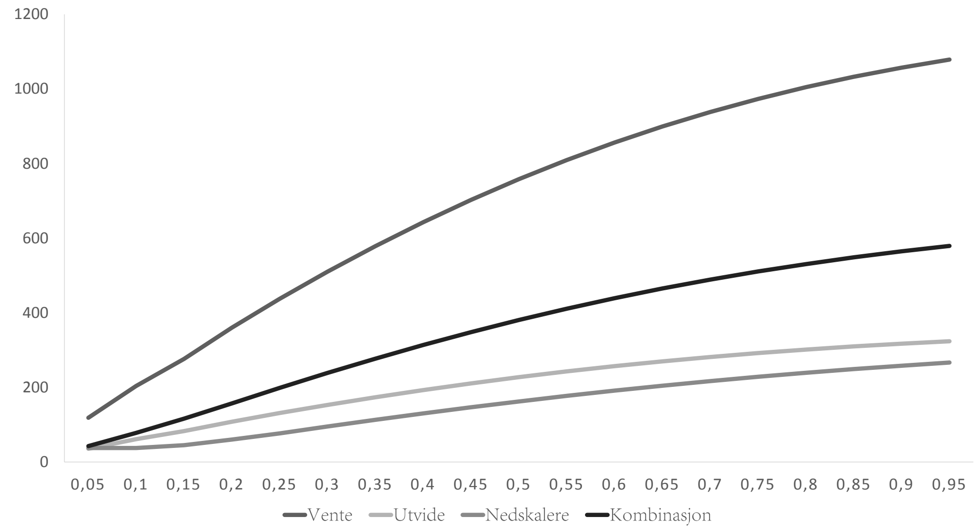
Kapittel 5

Sensitivitetsanalyser

Denne oppgaven har så langt vist at det å anerkjenne at fleksibilitet har en verdi, kan utgjøre stor forskjell i en verdivurdering av et eiendomsprosjekt. Ved å benytte det finansielle opsjonsprisingsrammeverket, som gjort i denne oppgaven, må man imidletid ta en del forutsetninger. Hvilke forutsetninger som tas kan ha stor påvirkning på resultatenes størrelsesorden. Dette gjelder blant annet forutsetningene som ble tatt i beregning av verdien og investeringskostnaden til prosjektet, volatilitetsestimeringen og modelleringen av opsjonene. I dette kapitlet vil jeg presentere sensitivitetsanalyser for de viktigste parametrene. De følgende analysene viser opsjonenes sensitivitet til de ulike parametrene ved å endre en og en variabel og holde de andre konstante. På denne måten får man rendyrket effekten den ene variabelen har på opsjonsverdien. De variablene jeg vil gjennomgå sensitivitetsanalyser for er prosjektets volatilitet, verdien på underliggende og skaleringsfaktoren.

5.1 Volatilitet

Volatiliteten er den variabelen det knytter seg størst usikkerhet til i de analysene jeg har utført. Selv om det nå fins en god del forskning på ulike metoder for estimering av volatiliteten basert på kontantstrømmer, er ikke metodene allment godtatt. Opsjonsverdien vil alltid stige når volatiliteten stiger. Dette skyldes opsjonens iboende asymmetri. Opsjonsholder kan alltid velge å ikke utøve opsjonen. Økt volatilitet utvider opsjonens oppsidepotensial, fordi sannsynligheten for at verdien på underliggende blir veldig høy øker. Da enhver opsjonsverdi vil øke når volatiliteten stiger, er det interessante her ikke at den øker, men hvor mye den øker. Opsjonsverdiens forhold til volatiliteten er vist i figur 5.1. Som vi ser fra figur 5.1 er det verdien av venteopsjonen som er mest sensitiv for endringer i volatiliteten. De andre opsjonsverdiene stiger også når volatiliteten øker, men disse har langt slakere kurver. Vi ser at forholdet mellom volatiliteten og opsjonsverdiene ikke er lineært: kurvene stiger, men økningen er avtagende. Videre ser vi at verdien av kombinasjonsopsjonen også er svært sensitiv til endret volatilitet. Dette skyldes at denne opsjonen gir sikring både mot høye og lave verdier av underliggende, og vil derfor gi



Figur 5.1: Opsjonsverdier som funksjon av volatilitet

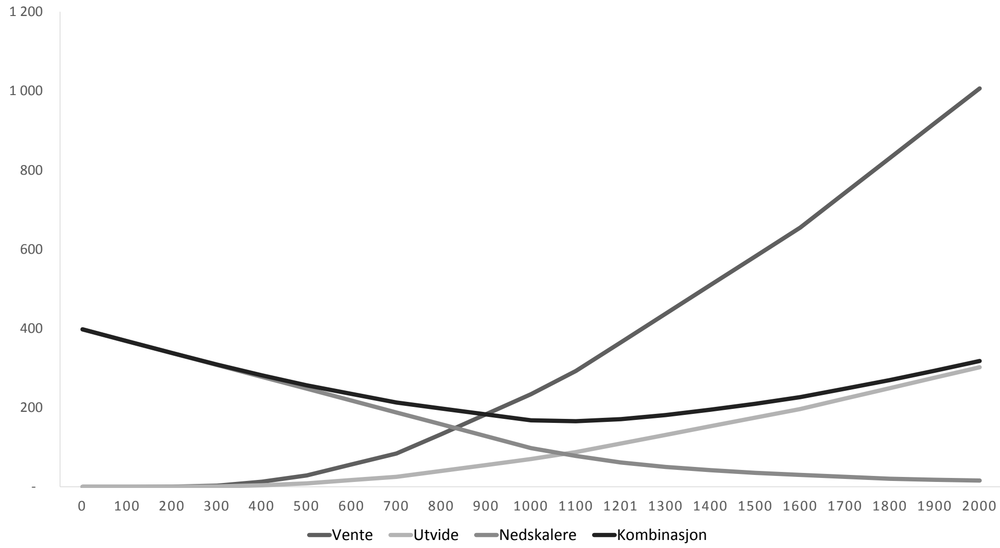
positiv payoff uansett om verdien på underliggende går opp eller ned.

5.2 Verdi på underliggende

Verdien på opsjonen vil være avhengig av verdien på det underliggende aktivumet på tidspunkt 0. Hvis verdien på underliggende er lav i forhold til utøvelsesprisen, vil det være mindre sannsynlig at verdien på underliggende vil kunne stige tilstrekkelig til at utøvelse av en utvidelses- eller venteopsjon vil være gunstig. Tilsvarende vil det være mindre sannsynlig at en utøvelse av en nedskaleringsopsjon vil være gunstig hvis verdien på underliggende er veldig høy, alt annet likt. Fra figur 5.2 ser vi at nedskaleringsopsjonen og kombinasjonsopsjonen får sin verdi når verdien på underliggende er lav. Dette skyldes at de på mange måter kan sees på som forsikringer mot at verdien på underliggende faller. De representerer altså grep eieren av prosjektet kan ta hvis utviklingen i de usikre variablene er dårligere enn først antatt. Man kan da velge å nedskalere prosjektet med en gitt andel (i dette tilfellet 30 %). Verdien av en slik mulighet vil øke jo lavere verdien på underliggende er ved opsjonens begynnelse.

Venteopsjonen og ekspansjonsopsjonen får sin verdi ved høye verdier av underliggende. Dette ser vi til høyre i figuren. Disse opsjonene gir utbygger mulighet til å utnytte et stigende marked, enten ved å vente med å igangsette eller utvide prosjektet. Disse opsjonene vil derfor ha høyere verdi jo høyere verdien på underliggende er.

Kombinasjonsopsjonen er en kombinasjon av to opsjoner, en med put-egenskaper og



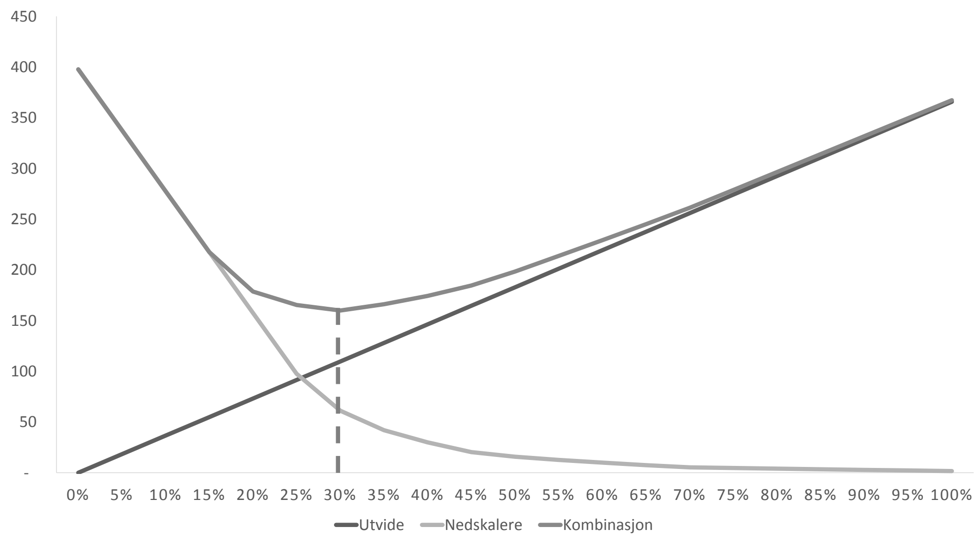
Figur 5.2: Opsjonsverdier som funksjon av underliggende

en med call-egenskaper. Denne vil derfor ha verdi uansett hvilken verdi underliggende har på tid 0. Vi ser fra figur 5.2 at denne opsjonen vil ha lik verdi som nedskaleringsopsjonen for lave verdier av underliggende, og lik verdi som ekspansjonsopsjonen for høye verdier av underliggende.

5.3 Skaleringsfaktor

I forrige kapittel ble det presentert tre skaleringsopsjoner: ekspansjonsopsjonen, nedskaleringsopsjonen og kombinasjonsopsjonen. Disse opsjonene gir eieren av prosjektet rett til å endre størrelsen på prosjektet, enten ved å utvide, nedskalere eller begge.

Nedskaleringsopsjonen er modellert slik at prosjektets verdi reduseres med en gitt prosent, samtidig som man mottar salgssummen for næringsdelen av prosjektet. Salgssummen er beregnet med utgangspunkt i næringseiendommens kontantstrømmer, og vil derfor være uavhengig av skaleringsfaktoren. Dette ser vi fra nedskaleringsopsjonens kurve i figur 5.3 hvor verdien av nedskaleringsopsjonen faller med økt skaleringsfaktor. Ekspansjonsopsjonen er modellert slik at man har en mulighet til å øke prosjektets verdi tilsvarende skaleringsfaktoren, mot at man betaler ekspansjonskostnaden, som er gitt ved skaleringsfaktoren multiplisert med investeringskostnaden på et gitt tidspunkt. I figur 5.3 ser vi at verdien av ekspansjonsopsjonen har et tilnærmet lineært forhold til skaleringsfaktoren. Dette skyldes at både inntekten og kostnaden som er forbundet med ekspansjonen er funksjoner av skaleringsfaktoren.



Figur 5.3: Opsjonsverdier som funksjon av skaleringsfaktor

Kombinasjonsopsjonen er modellert som en kombinasjon av de to ovennevnte opsjonene, og utbygger vil velge hvilken som skal utøves ved å se hvilken som maksimerer prosjektets verdi i en gitt node. Kombinasjonsopsjonen vil derfor sammenfatte egenskapene til de to opsjonene. Dette ser vi også fra figur 5.3, hvor verdien av kombinasjonsopsjonen følger verdien av nedskaleringsopsjonen i området $0 - 15\,\%$, og verdien av ekspansjonsopsjonen i området $65 - 100\,\%$.

Kapittel 6

Konklusjon

6.1 Konklusjon

I denne oppgaven har jeg sett på hvordan ledelsen for et eiendomsutviklingsprosjekt kan øke prosjektets verdi ved å ta hensyn til den fleksibiliteten som finnes i prosjektet. Oppgaven har tatt for seg de nødvendige stegene for å kunne benytte realopsjonsanalysen på et slikt prosjekt. I kapittel 2 ble det teoretiske rammeverket for opsjoner presentert sammen med de vanligste forutsetningene som ligger til grunn. De viktigste forutsetningene er: MAD-antagelsen, Samuelsons bevis, og antagelsen om arbitrasjefrihet. Kapittel 3 tok for seg de grunnleggende analysene som må gjennomføres før man kan utføre realopsjonsanalysen. Dette innebærer å beregne prosjektets statiske nåverdi samt å estimere prosjektets volatilitet. Prosjektets statiske nåverdi ble beregnet til -55 millioner og prosjektets volatilitet til $20,04\,\%$. I kapittel 4 presenterte og verdsatte jeg de relevante realopsjonene. Her ble det funnet at muligheten til å vente med å igangsette prosjektet har størst verdi, etterfulgt av muligheten til både å øke og redusere prosjektets størrelse. Analyser av opsjonsverdienes sensitivitet for ulike parametre ble presentert i kapittel 5. Her ble det funnet at de ulike opsjonene reagerer svært forskjellig på endringer i parametrene.

Jeg har funnet at eiendomsutvikler kan ha stor nytte av å ta hensyn til de realopsjoner som finnes i prosjektet. Ved å ta hensyn til tilleggsverdiene, og aktivt styre prosjektet, vil man potensielt generere store verdier utover prosjektets statiske nåverdi. En eiendomsutvikler vil derfor kunne realisere et betydelig fortrinn over andre eiendomsutviklere ved å benytte denne metoden. Denne oppgaven har bidratt med en enkel og intuitiv metode for å modellere de vanligste realopsjonene som finnes i eiendomsutviklingsprosjekter. I tillegg er det vist hvordan prosjektets volatilitet kan estimeres med større grad av tilknytning til selve prosjektet. Denne metoden er sjeldent benyttet på næringseiendom, og tilbyr en enkel oppskrift som lar seg implementere av praktikere. Oppgaven gir altså en komplett oppskrift på hvordan en eiendomsutvikler kan ta i bruk realopsjonsanalyse i sitt allerede eksisterende beslutningsrammeverk, for å på denne måten synliggjøre verdien av den fleksibiliteten som finnes i ulike prosjekter.

6.2 Oppgavens begrensninger

Denne oppgavens formål har vært å knytte eksisterende realopsjonsteori til et faktisk case. Gjennom arbeidet med oppgaven har jeg hatt fokus på å knytte de forutsetningene som må tas i de ulike delene av analysen opp mot observerbare markedsdata. Bruk av realopsjonsteori på problemstillinger innenfor eiendomsbransjen har i dette henseende noen utfordringer, da eiendomsmarkedet i Norge utenfor Oslo kjennetegnes av lite likviditet og generelt liten grad av transparens. Markedsdata for eiendomstransaksjoner er for eksempel ikke offentlig kjent, og dette gjør utvalget av relevant data mindre enn man kunne ønske. Under ideelle forhold ville analysen vært både konsistent innad (forholdet mellom underliggende og opsjon) og konsistent utad (forholdet mellom underliggende, opsjonene og markedet). I denne oppgaven kan jeg kun påstå å ha oppnådd det første, og mest sannsynlig ikke det andre. Dette skyldes i stor grad antagelsen om at prosjektet uten fleksibilitet kan benyttes som underliggende aktivum uten å konstruere en portefølje av aktiva som aktivt omsettes i markedet.

6.3 Videre arbeid

Det er stor enighet i akademia om at realopsjonsteori kan belyse sider av et investeringsproblem som tradisjonell investeringsanalyse ikke fanger opp. Metoden har, til tross for dette, aldri nådd helt igjennom til praktikere og beslutningstagere. Det finnes mange potensielle grunner til at realopsjonsteori ikke enda har blitt alment godtatt. Usikkerheten rundt estimering av volatiliteten er en av dem. Det er heller ingen enkeltstående metodikk som både er tilgjengelig for praktikeren, som på samme tid også har den nødvendige teoretiske forankringen. Mulighetene for framtidig utbredelse av realopsjonsteori i praksis vil i følge Kjærland (2005) være avhengig av at modellene kan forenkles og tilpasses.

Bibliografi

Baldi, F. (2013). "Valuing a greenfield real estate property development project: a real options approach", *Journal of European Real Estate Research*, *6*(2), 186–217.

Black, F. og Scholes, M. (1973). "The pricing of options and corporate liabilities", *The journal of political economy*, *81*(3), 637–654.

Borison, A. (2005). "Real options analysis: where are the emperor's clothes?", *Journal of applied corporate finance*, *17*(2), 17–31.

Boye, K. (1982). *Finansielle emner.* Bedriftsøkonomens Forlag.

Copeland, T. E. (2010). "From expected cash flows to real options", *Multinational Finance Journal*, *14*(1/2), 1–27.

Copeland, T. og Antikarov, V. (2001). *Real Options: A Practitioner's Guide.* Texere New York.

Cox, J. C., Ross, S. A., og Rubinstein, M. (1979). "Option pricing: A simplified approach", *Journal of financial Economics*, *7*(3), 229–263.

Dixit, A. K. og Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty.* Princeton university press.

Geltner, D. (2007). *Commercial real estate: Analysis & investments.* Cengage learning.

Godinho, P. (2006). "Monte Carlo estimation of project volatility for real options analysis", *Journal of Applied Finance*, *16*(1).

Han, H. J. (2007). *Estimating Project Volatility and Developing Decision Support System in Real Options Analysis.* ProQuest.

Herath, H. S. og Park, C. S. (2002). "Multi-stage capital investment opportunities as compound real options", *The Engineering Economist*, *47*(1), 1–27.

Kjærland, F. (2005). "Er realopsjoner oppskrytt?", *Beta*, *18*(02), 33–44.

Luehrman, T. A. (1998). "Strategy as a portfolio of real options", *Harvard business review*, *76*(5), 89–101.

Lyngstadaas, H. (2012). "Bruk av realopsjoner i konseptvalgfase/tidligfase hos Statsbygg",.

McDonald, R. L. (2006). *Derivatives markets*, Vol. 2. Addison-Wesley Boston.

Merton, R. C. (1973). "Theory of rational option pricing", *The Bell Journal of Economics and Management Science*, *4*(1), 141–183.

Myers, S. C. (1977). "Determinants of corporate borrowing", *Journal of financial economics*, *5*(2), 147–175.

Quigg, L. (1993). "Empirical testing of real option-pricing models", *The Journal of Finance*, *48*(2), 621–640.

Samuelson, P. A. (1965). "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly", *Industrial management review*, *6*(2), 41–49.

Smith, J. E. og Nau, R. F. (1995). "Valuing risky projects: option pricing theory and decision analysis", *Management science*, *41*(5), 795–816.

Titman, S. (1985). "Urban land prices under uncertainty", *American Economic Review*, *75*(3), 505–514.

Trigeorgis, L. (1996). *Real options: Managerial flexibility and strategy in resource allocation.* MIT press.