

Analyse av trappekonstruksjon i stål

- **Praktisk bruk av manuelle beregningsmetoder**

Analysis of a Steel Staircase

- **Utilizing Manual Calculation Methods**

Trondheim Mai 2020

Navn studenter:

Stian Ytterstad Sannerud
Vegard Mauren Richardsen

Intern veileder:
Arne Mathias Selberg

Ekstern veileder:
Per Olav Danielsen
Siv. Ing. Danielsen AS

Prosjektnummer:
12 – 2020

Rapporten er ÅPEN

Rapporten består av følgende:
Rapport + Vedleggsmappe



NTNU

Fakultet for ingeniørvitenskap

Institutt for bygg- og miljøteknikk

Problemdefinering/prosjektbeskrivelse og resultatmål

Prosjektet går ut på å bestemme og kontrollere kritiske snitt i konstruksjonen i henhold til gitte laster og beregningsmetoder som oppfyller krav i henhold til norske standarder og eurokoder. I tillegg vil vi se på muligheter for optimalisering ved å se på alternative profiler, alternativ utforming av trappen, bedre stålqualität og eventuelt andre muligheter.

Oppgaven kan deles inn i følgende hovedpunkter.

1. Innsamling av data (laster, dimensjoner etc.)
2. Kontroll av eksisterende konstruksjon. (Plastisk og elastisk kontroll)
3. Muligheter for optimalisering.
4. Diskusjon rundt fordeler og ulemper ved ulike muligheter.

I hovedsak vil vi basere oss på håndberegningmetoder da vi mener dette vil gi størst læringsutbytte for oss. Beregningsprogrammer kan bli brukt som kontroll til håndberegningene.

I leveransen vil beregningene danne grunnlag for hvor god/dårlig en mulig optimalisering vil være i forhold til den eksisterende konstruksjonen. En rapport som legger frem resultatene våre på en ryddig måte er ønsket resultat av prosjektet.

Stikkord: Trapp, stål, håndberegninger, Norsk Standard, analyse, bjelke, dimensjonering, nedbøyning, vipping, knekking, sveis, optimalisering, stålqualität	Keywords: Staircase, steel, manual calculations, Norwegian Standards, analysis, beam, designing, deflection, lateral torsion buckling, buckling, weld, optimization, steel quality
--	---

Forord

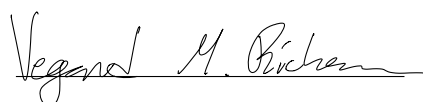
Denne rapporten er utformet våren 2020 ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim og er vårt svar på bacheloroppgaven i byggingeniørstudiet, studieretning konstruksjonsteknikk.

Av Siv. Ing. Danielsen AS ble vi fremlagt et tidligere prosjekt ved NTNU Kalvskinnet (Lysholmbygget). Dette prosjektet hadde mange muligheter for å utforme en bacheloroppgave. Vi hadde et ønske om å lære mer om prosjekteringsprosessen rundt stålkonstruksjoner. Oppgaven ble derfor utformet rundt en trappekonstruksjon i stål, der vi ønsket å se på muligheten for optimalisering gjennom redusert stålförbruk.

Vi ønsker å takke vår interne veileder, Arne Mathias Selberg, for gode tips og oppmuntrende ord, samt vår eksterne veileder i Siv. Ing. Danielsen AS, Per Olav Danielsen, som var behjelpelig med å utforme oppgaven og råd når vi sto fast.



Stian Ytterstad Sannerud



Vegard Mauren Richardsen

Trondheim, 20.05.2020

Sammendrag

Denne rapporten tar for seg en analyse av en ferdigbygd trappekonstruksjon i stål som befinner seg i Lysholmbygget ved Kalvskinnet, NTNU i Trondheim. Trappen ble prosjektert av Siv. Ing. Danielsen AS og sto ferdig i 2017/2018.

Trappekonstruksjonen består av seks trapper, der de fire øverste trappene er identiske. Ved å analysere én trapp kan de samme resultatene benyttes på de andre trappene. Trappene består av to vanger som trappetrinnene er sveiset fast mellom. Vangene betraktes som bjelker med variabelt tverrsnitt, og er de som ble analysert.

Det ble benyttet samme nyttelast i denne analysen som ved prosjektering av den originale konstruksjonen. Etter beregninger av trappens egenvekt ble det fastsatt en egenlast som var 75% høyere enn den som ble benyttet ved prosjektering av den originale konstruksjonen.

En statisk modell ble utarbeidet med grunnlag i tegninger av den originale konstruksjonen. Vangens opptredende krefter ble beregnet ved bruk av matrisestatikk. Beregningene ble så kontrollert mot resultater fra SAP2000.

I oppgaven ble trappen analysert for tilstrekkelig kapasitet i henhold til kravene i Norsk Standard. Det ble tatt utgangspunkt i et maksimalt nedbøyningskrav på 5 mm for å sikre at trappen oppleves stabil å gå i. Analysen tar for seg kontroll av tverrsnittskapasitet, knekking, vipping, nedbøyning og knutepunktskapasitet. Resultatene viser at trappekonstruksjonen oppfyller alle kravene med god margin.

Videre ble det vurdert muligheten for optimalisering av konstruksjonen med fokus på reduksjon i stålforbruk. Dette ble gjort ved å endre på dimensjonene til vangen. Den beste løsningen her ga en reduksjon på ca. 28%, som tilsvarer ca. 1,7 tonn stål.

Det ble også sett på andre løsninger for å optimalisere trappen; endre på stålqualiteten, opplagerbetingelsene eller redusere bredden av trappen. Den beste løsningen her ga en stålreduksjon på ca. 39% som tilsvarer ca. 2,4 tonn stål, dette selv om det er benyttet en høyere egenlast enn originalt.

Abstract

In this report a pre-built steel staircase, located in Lysholmbygget at Kalvskinnet, NTNU Trondheim, was analyzed. The staircase was designed by Siv. Ing. Danielsen AS and finished in 2017/2018.

The staircase consists of six flights of stairs, where the top four stairs are identical. By analyzing one staircase, the same results can be applied for the other stairs. The stairs consist of two stair stringers, between which the steps are welded. The stringers are considered as beams with variable cross sections, and are the parts of the stairs that were analysed.

The same live load was used in this analysis as in the design of the original construction. After calculating the weight of the stairs, a self load 75% higher than that used in designing the original structure, was determined.

A structural system was developed based on drawings of the original construction. The occurring forces on the strings were calculated using matrix calculations, after which the results were controlled against results from SAP2000.

In this thesis, the stairs were analyzed for sufficient capacity according to the requirements of the Norwegian Standards. A maximum deflection requirement of 5 mm was taken into account to ensure that the staircase feels solid when used.

The analysis controls the construction against cross-sectional capacity, buckling, lateral torsional buckling, deflection and capacity of joints. It showed that the staircase construction meets and exceeds all requirements.

Furthermore, the possibility of optimizing the structure was analyzed, with a focus on reduction in steel. This was done by changing the dimensions of the stringers. The best solution here gave a weight reduction of approx. 28%, which corresponds to approx. 1.7 tonnes of steel.

Other solutions was also been considered to optimize the stairs; changing the steel quality, the supports or reducing the width of the stairs. The most efficient solution gave a steel reduction of approx. 39% which corresponds to approx. 2.4 tonnes of steel, this using a higher self-load than originally.

Symboler og definisjoner

Herunder er definisjon av de meste generelle begrepene som er benyttet i denne rapporten.

Begreper

Grensetilstand: Tilstand med definerte grenser for konstruksjoners dimensjoneringskrav.

Knutepunkt: Punkt der to eller flere elementer (bjelker/søyler) sammenføres.

Original konstruksjon: Trappekonstruksjonen som er bygd i Lysholmbygget, NTNU.

Repos: Del av trapp som ikke har stigning.

SAP2000: Beregningsprogram, se kapittel 2.2.

SLS: Serviceability Limit State, engelsk begrep for bruksgrensetilstand.

Tverrsnittskapasitet: Kapasitet mot moment-, skjær- og aksialkrefter.

ULS: Ultimate Limit State, engelsk begrep for bruddgrensetilstand.

Vange: De bærende delene i trappen. To parallelle deler som trappetrinn er festet mellom. 2.2.

Latinske bokstaver

A: Tverrsnittsareal.

A_v : Skjærareal.

a: Rotmål av sveis.

a_i : Topologimatrise til element i .

E: Elastisitetsmodul. Stål = 210 000 N/mm².

f_y : Karakteristisk flytespenning til stål. Samme verdi som stål kvalitet, f.eks. S355 $\Rightarrow f_y = 355$ [N/mm²].

h_i : Høyden av element i .

I: 2. arealmoment om aktuell akse.

K: Konstruksjonens stivhetsmatrise.

k_e : Bjelkeelementets stivhetsmatrise.

L: Lengde.

M: Moment.

N: Aksialkraft.

N_{cr} : Kritisk knekklast.

R: Konstruksjonens lastvektor.

r : Konstruksjonens forskyvningsvektor.

S: Kraftvektor i lokalt system.

S_G : Kraftvektor i globalt system.

T: Topologimatrise.

V: Skjærkraft.

V: Elementets forskyvningsvektor.

W_{pl} : Plastisk motstandsmoment.

X_{Ed} : Dimensjonerende opptredende lastpåkjenning.

X_{Rd} : Dimensjonerende kapasitet.

Greske bokstaver

γ_i : Partialfaktor. Faktor som ivaretar usikkerheter og unøyaktigheter ved beregning av kapasiteter og laster.

Innholdsfortegnelse

Forord	i
Sammendrag	ii
Abstract	iii
Symboler og definisjoner	iv
1 Innledning	1
1.1 Problemstilling	1
1.2 Grunnlag for arbeidet	1
1.3 Prosjekteringskrav	2
1.3.1 Krav til trappeutforming	2
1.4 Avgrensninger og forutsetninger	3
1.4.1 Dynamiske svingninger og utmatting	3
2 Verktøy og metoder	4
2.1 Gjeldende standarder	4
2.2 Programvare	4
2.3 Beregningsmetoder	5
2.3.1 Matrisestatikk	5
2.3.2 Plastisk dimensjonering	6
2.4 Partialfaktormetoden	6
2.5 Feilkilder	7
3 Konstruksjonen	8
3.1 Grunnlag	8
3.2 Utforming	8
3.3 Bjelkeelementer	9
3.3.1 Opplagerbetingelser	10
3.4 Statisk modell	11
3.5 Vangens stivhetsmatrise, \mathbb{K}	11

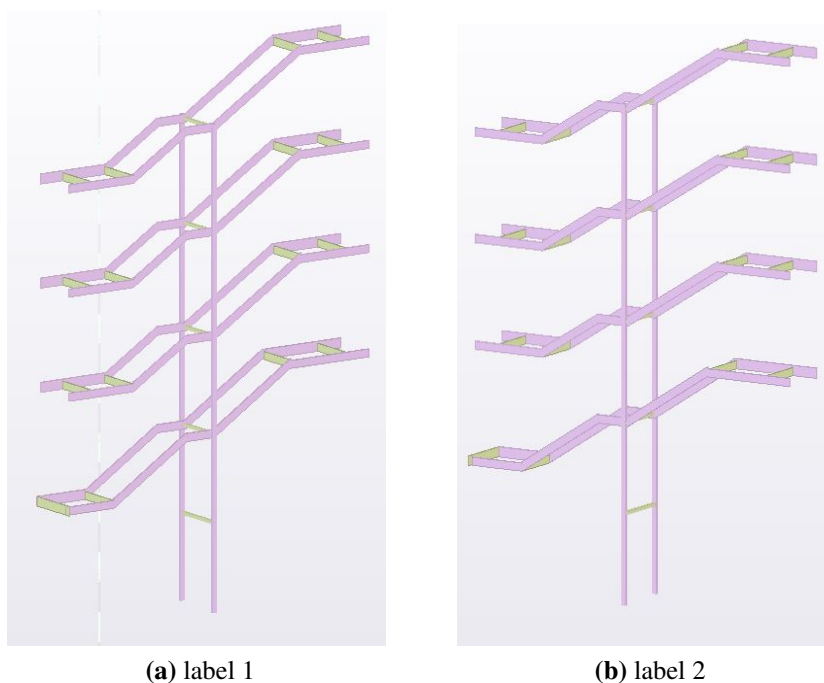
3.5.1	Transformasjonsmatrise, T	11
3.5.2	Topologimatrise, a	12
3.5.3	Beregning av K	13
4	Bestemmelse av laster	14
4.1	Egenlast	14
4.2	Nyttelast	15
4.2.1	Horisontallast på rekkverk	16
4.3	Grensetilstander	16
4.3.1	Bruddgrensetilstand	17
4.3.2	Brukgrensetilstand	17
4.4	Lastvektor, R	18
5	Kontroll av den originale konstruksjonen	20
5.1	Opptredende krefter, ULS	20
5.1.1	Resultater fra beregninger	21
5.1.2	M-, V- og N-diagrammer fra SAP2000	21
5.2	Kontroll av likevekt	23
5.3	Tverrsnittsklassifisering	23
5.4	Kontroll av tverrsnittskapasitet, plastisk dimensjonering	24
5.4.1	Knekking	26
5.4.2	Vipping	27
5.5	Kontroll av sveis i opplager	28
5.5.1	Sveis i topp og bunn	29
5.5.2	Sveis i glidelager	30
5.6	Kontroll nedbøyning, SLS	31
5.6.1	Vurdering av lastplassering	31
5.6.2	Resultater fra håndberegninger	32
5.6.3	Resultat fra SAP2000	33
5.7	Oppsummering	34
6	Innovasjon, stål i byggebransjen	35

7	Optimalisering ved endring av dimensjoner	36
7.1	Tverrsnittstykkelse	36
7.2	Kontinuerlig tverrsnittshøyde	38
7.3	Kontinuerlig tverrsnittshøyde og endring av tykkelse	39
7.4	Tverrsnittstykkelse og variabel tverrsnittshøyde	41
7.5	Oppsummering	43
8	Optimalisering gjennom andre endringer	44
8.1	Utforming av trappens bæresystem	44
8.2	Stålkvalitet	45
8.3	Endre opplagerbetingelser	46
8.3.1	Innspent i endene	46
8.3.2	Innspent i endene, endring av tverrsnittstykkelse	47
8.3.3	Innpent i endene, kontinuerlig tverrsnittshøyde og endring av tykkelse	48
8.3.4	Leddets over glidelager	50
8.4	Ny vurdering av laster	50
8.4.1	Materialvalg	51
8.4.2	Nyttelast	51
8.5	Oppsummering	53
9	Konklusjon	54
10	Figurer	55
11	Tabeller	56
12	Referanseliste	58
13	Vedleggsliste	59

1. Innledning

1.1 Problemstilling

Gjennom manuelle last- og kapasitetsberegninger skal en trappekonstruksjon i stål kontrolleres. Muligheter for optimalisering av konstruksjonen vurderes videre ved å se på muligheten for å redusere nødvendig stålforbruk. Fra en ifc-fil er det hentet utklipp som viser 3D-illustrasjoner av konstruksjonen, se figur 1.1.



Figur 1.1: 3D-illustrasjoner av konstruksjonen. Utklipp hentet fra ifc-fil gitt av Siv. Ing Danielsen AS, gjengitt med tillatelse.

1.2 Grunnlag for arbeidet

Trappekonstruksjonen er bygd i Lysholmbygget ved NTNU, Kalvskinnet og stod ferdig i 2017/2018. En tegning av konstruksjonen, utdelt av Siv. Ing. Danielsen AS, danner grunnlaget for dimensjoneringen. Den inneholder blant annet målsettinger og dimensjoner på den eksisterende konstruksjonen. En statisk modellen er i kapittel 3 utarbeidet fra data gitt i tegningen. Med tillatelse er tegningen vedlagt som vedlegg B.1.

1.3 Prosjekteringskrav

Hovedgrunnlaget for krav til konstruksjonen er gitt av *Byggeteknisk forskrift (TEK17)* (2017). Norske standarder er benyttet for å oppfylle kravene til konstruksjonens motstandsevne og stabilitet som er satt av TEK17 §10-2 (3), dette punktet omhandler konstruksjoners sikkerhet. I kapittel 2.1 er aktuelle standarder gitt.

Følgende krav gjelder spesifikt for dette prosjektet:

- Av arkitektoniske årsaker er det ikke ønskelig med flere søyler enn originalt.
- Det foreligger ingen spesifikke krav til deformasjon. For at trappen skal føles stabil å gå i, er dette satt til maksimalt 5 mm.
- Konstruksjonen kontrolleres for grensetilstandene:
 - Bruddgrense/Ultimate Limit State (ULS)
 - Bruksgrense/Serviceability Limit State (SLS)

1.3.1 Krav til trappeutforming

I TEK17 §12-4 er følgende relevante krav gitt til trapper:

- (1) c): Trappen skal ha jevn stigning.
- (1) e): Repos skal ha tilstrekkelig lengde til å stanse fall.
- (3) a): Rettløpstrapp i bygg med krav om universell utforming skal ha minimum bredde på 1,20 m.

Disse og andre krav til trappeutformingen anses som oppfylte med utformingen som den originale konstruksjonen har.

1.4 Avgrensninger og forutsetninger

Følgende avgrensninger er satt for å begrense omfanget av oppgaven:

- Ved endene er vangene sveiset fast i stålbjelker som er en del av byggets bærende konstruksjon. Disse stålbjelkene inngår ikke i beregningene i denne analysen. Det antas videre at disse har tilstrekkelig kapasitet og tilnærmet null forskyvning ved påkjenning tilsvarende opplagerkreftene fra trappen.
- Ved andre tilstøtende konstruksjoner gjøres samme antagelser som ovenfor.
- Det gjennomføres ikke kontroll av utmattelse.
- Det gjennomføres ikke kontroll av motstand mot å settes i svingning, selv om dette vil være sentralt i en trapp som skal føles stabil å gå i (se kapittel 1.4.1).
- Det gjøres en todimensjonal analyse av konstruksjonen.
- Konstruksjonen analyseres ikke for ulykkestilstand (brann).

1.4.1 Dynamiske svingninger og utmatting

Slanke stålkonstruksjoner kan være utsatt for svingninger. Trappen bør oppleves trygg og stabil å gå i, derfor er det ugunstig med en konstruksjon som lett kan settes i svinging. Konstruksjonen bør derfor dimensjoneres mot laster som kan forårsake dette. I denne analysen er konstruksjonens kapasitet mot svingninger ikke kontrollert, verken for original konstruksjon eller videre i optimaliseringsanalysene. Det vil være naturlig å analysere konstruksjonen for dette i en videre analyse/kontroll.

2. Verktøy og metoder

I dette kapittelet beskrives hvilke verktøy og metoder som er benyttet ved analyse av konstruksjonen.

2.1 Gjeldende standarder

Norsk Standard NS-EN 1990 til 1999 er basert på de europeiske standardene, Eurokode, og det nasjonale tillegget (NA) benyttes for å sikre at TEK17 blir overholdt.

Følgende Norske standarder som er benyttet i analysen:

- NS-EN 1990:2002+A1:2005+NA:2016. *Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner* (2016).
Videre referert til som NS-EN 1990.
- NS-EN 1991-1-1:2002+NA:2019. *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner – Del 1-1: Allmenne laster – Tetthet, egenvekt og nyttelaster i bygninger* (2019).
Videre referert til som NS-EN 1991-1-1.
- NS-EN 1993-1-1:2005+A1:2014+NA:2015. *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger* (2015).
Videre referert til som NS-EN 1993-1-1.
- NS-EN 1993-1-8:2005+NA:2009. *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser* (2009).
Videre referert til som NS-EN 1993-1-8.

2.2 Programvare

Tilgang til all benyttet programvarene er gitt gjennom NTNU.

Archicad: ArchiCAD 22 Education er benyttet for å tegne enkle figurer og illustrasjoner. ArchiCAD er en Building Information Modeling (BIM) programvare utviklet av Graphisoft.

Excel: Matematisk program for regneark og dataanalyse, brukt til systematisering av analyser av

konstruksjonen. Excel versjon 2019 er benyttet som er utviklet av Microsoft.

Microsoft Teams: Samarbeidsverktøy brukt til videomøter både internt og med veileder. Microsoft Teams er utviklet av Microsoft.

Maple: For håndberegninger av opptredende krefter, kapasitet, knutepunkts kapasiteter og nedbøyning er Maple versjon 2019 benyttet. Maple er et matematikkverktøy som er utviklet av Maplesoft, Waterloo Maple Inc.

Overleaf: Webbasert \LaTeX -tekstbehandlingsverktøy. Overleaf er utviklet av Overleaf og benyttes for å samarbeide i samme tekstdokument i sanntid.

PTC Mathcad Prime: For håndberegninger av opptredende krefter, kapasitet, knutepunkts kapasiteter og nedbøyning er PTC Mathcad Prime versjon 3.1 benyttet. Mathcad er utviklet av Parametric Technology Corporation (PTC) og er rettet mot numeriske applikasjoner og dokumentasjon av dette.

SAP2000: For å kontrollere håndberegninger av tverrsnittskrefter i konstruksjonen er SAP2000 22 Student benyttet. Programmet er utviklet av Computers & Structures, Inc for å modellere, analysere og optimalisere alle strukturelle systemer.

Tekla Structures: Tekla Structures versjon 2017 er benyttet til å lese og hente ut illustrasjoner fra IFC-filen med 3D-modell av den originale konstruksjonen. Tekla Structures er en BIM-programvare utviklet av Trimble Solutions Corporation.

2.3 Beregningsmetoder

Håndberegninger er gjort i dataprogrammene Maple og Mathcad. SAP2000 er benyttet til å kontrollere beregninger av nedbøyning og opptredende krefter.

2.3.1 Matrisestatikk

For beregning av opptredende krefter i konstruksjonen er matrisestatikk med fremgangsmåter fra Bell (1994) benyttet.

Matrisestatikken baserer seg på en 1.ordens analyse av konstruksjonen. Dette er en elastisk analyse som vil si at materialet betraktes som homogent, med en lineær spennings-tøyningsrelasjon.

2.3.2 Plastisk dimensjonering

For beregning av tverrsnittskapasitet er det benyttet regler for plastisk dimensjonering. Plastisk dimensjonering tillater en større utnyttelse av materialet slik at en får større tverrsnittskapasiteter enn ved en elastisk analyse.

Metoder og regler fra Norske Standarder, listet i kapittel 2.1, er benyttet til kontroll for vipping, knekking, knutepunktskapasitet og tverrsnittskapasiter.

2.4 Partialfaktormetoden

Partialfaktormetoden, som er brukt i dimensjoneringen, øker sikkerheten til konstruksjonen ved å bruke sikkerhetsfaktorer for å øke lastpåkjenningene og redusere den teoretiske materialkapasiteten. Lastene multipliseres med en lastfaktor, og den karakteristiske materialkapasiteten divideres med en materialfaktor.

Partialfaktorene γ_{M0} , γ_{M1} og γ_{M2} benyttes i kapasitetsberegninger. I NS-EN 1993-1-1 NA.6.1 er de satt til følgende:

$$\gamma_{M0} = 1,05$$

$$\gamma_{M1} = 1,05$$

$$\gamma_{M2} = 1,25$$

Partialfaktorene for lastpåkjenningene fremkommer av lastsituasjonen som betraktes. Fastsetting av disse er gjort i kapittel 4.3.

Dimensjoneringskravet til konstruksjonen sier at lastvirkningen, X_{Ed} , skal være mindre, eller lik, kapasiteten X_{Rd} .

$$X_{Ed} < X_{Rd}$$

Dette fastslår at konstruksjonen er sikker. Ved bruk av partialfaktormetoden er det da en sikkerhetsmargin i disse kontrollene som er fastsatt av Norsk Standard.

2.5 Feilkilder

Feilkilder i denne analysen baserer seg i for det meste på feiltasting av inndata og feil avlesning av resultater. For å minimere denne typen feil er det benyttet kontroller av beregninger internt i gruppen. I tillegg er resultater fra den statiske analysen kontrollert opp mot SAP2000.

3. Konstruksjonen

I dette kapittelet beskrives grunnlaget for den statiske analysen, før det dannes en statisk modell og beregnes en stivhetsmatrise for vangen.

3.1 Grunnlag

Grunnlaget for å danne en statisk modell er gitt i vedlegg B.1 (tegninger/detaljer av den originale konstruksjonen). Dimensjoner, avstander, materialer etc. er hentet fra denne tegningen. De mest relevante dataene er gjengitt i tabell 3.1. De oppgitte målene er fra underkant av konstruksjonen.

Bredde	1520 mm
Horisontal lengde	11 245 mm
Spenn nedre del*	5454 mm
Spenn øvre del*	5841 mm
Høyde (underkant bunn til underkant topp)	3301mm
Stålkvalitet	S355 kaldformet
Tykkelse trappevanger	30 mm
Trappevinkel (beregnet fra mål på tegningen)	32,38°
*Søylen antas å ha angrepspunkt midt i knutepunktet mellom element 3 og 4 (se figur 3.2 for nummerering av elementer).	

Tabell 3.1: Relevant data fra vedlegg B.1.

Trappekonstruksjonen består totalt av 6 trapper. De 4 øverste trappene er identiske. De to nederste trappene er av mindre størrelse og analyseres ikke, men mange av prinsippene kan potensielt benyttes der også.

3.2 Utforming

Trappene består hovedsakelig av 2 vanger hver, med sveiste trinn/repos mellom seg. Trappetrinnene og reposene består av stålkasser fylt med armert betong. Vangene består av flattstål med tykkelse 30mm, og variabel høyde over over dens lengde. Rekkverket er utført i glass.

På den ene siden av trappen er det åpent areal over flere etasjer, og på den andre siden ligger trappen langs etasjeskillene. Vangen som ligger mot dekket har noe lavere høyde på det øverste og nederste elementene (1 og 5 i henhold til figur 3.2) slik at reposene flukter med dekket i

etasjen. Dette fremkommer av vedlegg B.1.

Som følge av ulik tverrsnittshøyde på de to vangene vil de ha noe ulik stivhetsfordeling, og dermed ha noe ulik fordeling av tverrsnittskrefter. I analysen av den eksisterende situasjonen ses det hovedsakelig på vangen med de største dimensjonene (den mot åpent areal).

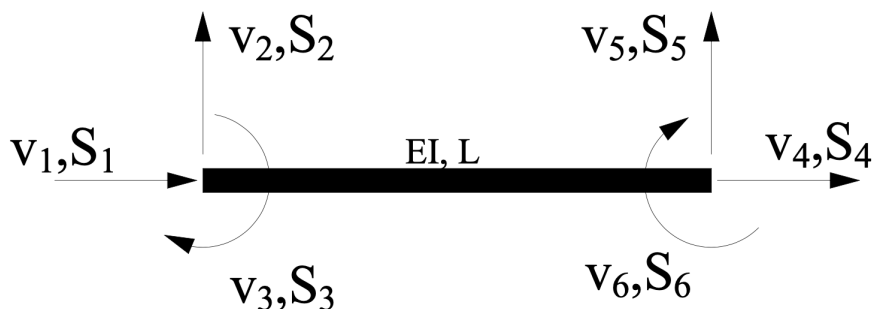
Omtrent midt i spennet av vangene står en rammekonstruksjon bestående av hulprofil (HUP 100x100x8). Rammekonstruksjonen fungerer som opplager for vangene omtrent midt i spennet. Denne konstruksjonen inngår i tilstøtende konstruksjoner, som antas å ha tilstrekkelig kapasitet.

3.3 Bjelkeelementer

Hver vange kan deles inn i fem elementer med seks knutepunkter (inklusive opplager). Hvert element har 6 frihetsgrader som beskriver dets forskyvning og rotasjon, 3 i hver ende. Frihetsgradene nummereres i rekkefølgen som er gitt under:

1. Horisontalt i venstre ende
2. Vertikalt i venstre ende
3. Rotasjon i venstre ende
4. Horisontal i høyre ende
5. Vertikal i høyre ende
6. Rotasjon i høyre ende

Figur 3.1 viser positiv retning for disse frihetsgradene på et bjelkeelement med lengde L og bøyestivhet EI (basert på figur 4.11 i Bell (1994) s.4.17).



Figur 3.1: Skisse av et generelt bjelkeelement. Basert på figur 4.11 i Bell (1994) s.4.17, gjenskap i ArchiCAD.

Høyden på de ulike elementene er gitt i tabell 3.2.

Element	Høyde
Element 1	315 mm*
Element 2	250 mm
Element 3	260 mm
Element 4	250 mm
Element 5	315 mm*
*250 mm for vange med redusert tversnitt	

Tabell 3.2: Profilhøyde til elementer.

Knutepunktene mellom bjelkeelementene betraktes som stive hjørner. Dette medfører at vangen kan anses som kontinuerlig over glidelageret. Denne betraktningen forutsetter at momentkapasiteten til de stive hjørnene er like stor, eller større enn momentkapasiteten til tilstøtende elementer. Det gjennomføres ikke kontroll av disse knutepunktene.

Bjelkeelement 2 og 4 (se figur 3.2) har samme vinkel, dette sikrer en kontinuerlig stigningsvinkel i trappen slik at den oppleves god å gå i.

Seks knutepunkter, med tre frihetsgrader hver, gir totalt 18 frihetsgrader. Disse 18 frihetsgradene beskriver vangers oppførsel.

Nedenfor vises stivhetsmatrisen, k_e , for et bjelkeelement med 6 frihetsgrader (Bell (1994) s.4.17).

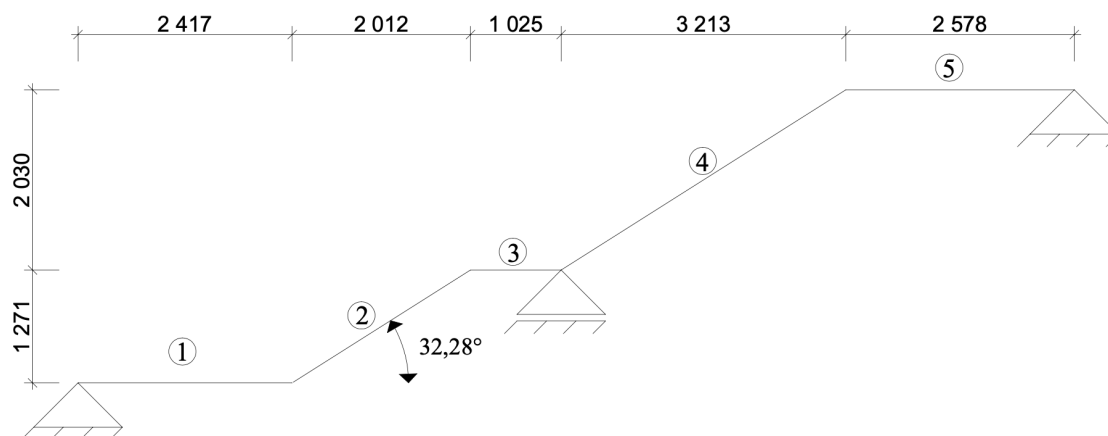
$$k_e = \frac{E \cdot I}{L^3} \begin{bmatrix} \frac{E \cdot A \cdot L^2}{E \cdot I} & 0 & 0 & -\left(\frac{E \cdot A \cdot L^2}{E \cdot I}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 12 & -6 \cdot L & 0 & -12 & -6 \cdot L \\ 0 & -6 \cdot L & 4 \cdot L^2 & 0 & 6 \cdot L & 2 \cdot L^2 \\ -\left(\frac{E \cdot A \cdot L^2}{E \cdot I}\right) & 0 & 0 & \left(\frac{E \cdot A \cdot L^2}{E \cdot I}\right) & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 6 \cdot L & 0 & 12 & 6 \cdot L \\ 0 & -6 \cdot L & 2 \cdot L^2 & 0 & 6 \cdot L & 4 \cdot L^2 \end{bmatrix}$$

3.3.1 Opplagerbetingelser

Vangene anses å være fastholdt mot horisontal og vertikal forskyvning i endene (boltelager), og fastholdt mot vertikal forskyvning (glidelager) ved rammen i midten av spennet. Opplagerbetingelsene forteller hvilke frihetsgrader som nulles ut i stivhetsmatrisen og lastvektoren.

3.4 Statisk modell

Betingelsene beskrevet ovenfor (avsnitt 3.3) gir en generell statisk modell for analysen som vist i figur 3.2. Figuren er hentet fra vedlegg B.3.



Figur 3.2: 2D-skisse av statisk modell med målsetting og nummererte elementer. Tegnet i ArchiCAD.

3.5 Vangens stivhetsmatrise, \mathbb{K}

For å beregne stivhetsmatrisen, \mathbb{K} , til vangen, benyttes en transformasjonsmatrise og topologimatiser i kombinasjon med bjelkeelementets stivhetsmatrise, k_e .

3.5.1 Transformasjonsmatrise, \mathbf{T}

En transformasjonsmatrise er en matrise som benyttes for å transformere frihetsgrader og stivhetsbidrag fra et lokalt aksestystem for elementet til et globalt aksestystem for konstruksjonen. Den brukes også motsatt vei for å hente ut resultater i lokalt system (tverrsnittskreftene).

Fra Bell (1994) s.2.72 likning (2.73) finnes en transformasjonsmatrise for tre frihetsgrader. Denne kan utvides til seks frihetsgrader og blir da en 6x6-matrise. Den generelle transformasjonsmatrisen for et bjelkeelement med seks frihetsgrader og vinkel α kan skrives på denne måten:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.5.2 Topologimatrise, a

Det er etablert topologimatriser, a , for hvert element. Topologimatrissene benyttes som et matematisk hjelpemiddel. Matrisene letter arbeidet ved å bl.a. plassere stivhets- og lastbidrag, og hente ut riktige resultater for det bestemte elementet fra større matriser.

Disse matrisene har seks rader, én for hver frihetsgrad til bjelkeelementet. Antall kolonner avhenger av aktive frihetsgrader. I dette tilfellet er det 13 aktive frihetsgrader, og det er da benyttet en 6x13 topologimatrise. Matrisen består av 0-celler med 1 i aktuell celle for å plassere riktig stivhetsbidrag fra k_e på riktig sted i \mathbb{K} .

For eksempel ser topologimatrissen til element 1, a_1 , slik ut:

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1-tallene vil hovedsaklig gå diagonalt fra topp til bunn. Bl.a. er de første to kolonnene fjernet som følge av frihetsgradenes betingelser og dermed begynner 1-diagonalen først på rad 3 for a_1 .

3.5.3 Beregning av \mathbb{K}

Ved å benytte transformasjonsmatrisen finnes stivhetsbidragene fra det enkelte element for et globalt system. Topologimatrissene benyttes så for å plassere stivhetsbidragene fra hvert enkelt element på det riktige stedet i stivhetsmatrisen for hele vangen. Resultatet blir \mathbb{K} .

Figur 3.3 viser vangen globale stivhetsmatrise der kun aktive frihetsgrader er tatt med. Det gir en matrise med dimensjoner 13×13 , da det er fem frihetsgrader som nulles ut som følge av opp-lagerbetingelsene som er satt. Matrisen er hentet fra vedlegg C.1.

$K =$	$2.716 \cdot 10^4$	0	$1.685 \cdot 10^4$	$1.358 \cdot 10^4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	$1.296 \cdot 10^5$	$2.955 \cdot 10^5$	$4.641 \cdot 10^3$	$-4.751 \cdot 10^5$	$-2.955 \cdot 10^5$	$4.641 \cdot 10^3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$1.685 \cdot 10^4$	$2.955 \cdot 10^5$	$2.079 \cdot 10^5$	$9.506 \cdot 10^3$	$-2.955 \cdot 10^5$	$-1.94 \cdot 10^5$	$-7.347 \cdot 10^3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$1.358 \cdot 10^4$	$4.641 \cdot 10^3$	$9.506 \cdot 10^3$	$4.094 \cdot 10^4$	$-4.641 \cdot 10^3$	$7.347 \cdot 10^3$	$6.894 \cdot 10^3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	$-4.751 \cdot 10^5$	$-2.955 \cdot 10^5$	$-4.641 \cdot 10^3$	$2.073 \cdot 10^6$	$2.955 \cdot 10^5$	$-4.641 \cdot 10^3$	$-1.598 \cdot 10^6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	$-2.955 \cdot 10^5$	$-1.94 \cdot 10^5$	$7.347 \cdot 10^3$	$2.955 \cdot 10^5$	$2.968 \cdot 10^5$	$-4.535 \cdot 10^4$	0	$-5.27 \cdot 10^4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	$4.641 \cdot 10^3$	$-7.347 \cdot 10^3$	$6.894 \cdot 10^3$	$-4.641 \cdot 10^3$	$-4.535 \cdot 10^4$	$4.98 \cdot 10^4$	0	$1.8 \cdot 10^4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	$-1.598 \cdot 10^6$	0	0	$1.895 \cdot 10^6$	$1.82 \cdot 10^3$	$-2.967 \cdot 10^5$	$-1.863 \cdot 10^5$	$1.82 \cdot 10^3$	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	$-5.27 \cdot 10^4$	$1.8 \cdot 10^4$	$1.82 \cdot 10^3$	$4.464 \cdot 10^4$	$-1.82 \cdot 10^3$	$2.881 \cdot 10^3$	$4.317 \cdot 10^3$	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	$-2.967 \cdot 10^5$	$-1.82 \cdot 10^3$	$1.067 \cdot 10^6$	$1.863 \cdot 10^5$	$-1.82 \cdot 10^3$	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	$-1.863 \cdot 10^5$	$2.881 \cdot 10^3$	$1.863 \cdot 10^5$	$1.31 \cdot 10^5$	$-1.193 \cdot 10^4$	$-1.481 \cdot 10^4$	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	$1.82 \cdot 10^3$	$4.317 \cdot 10^3$	$-1.82 \cdot 10^3$	$-1.193 \cdot 10^4$	$3.409 \cdot 10^4$	$1.273 \cdot 10^4$	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-1.481 \cdot 10^4$	$1.273 \cdot 10^4$	$2.546 \cdot 10^4$	0	0	0	0	0

Figur 3.3: Konstruksjonens stivhetsmatrise, \mathbb{K} . Enhetene kN og m er benyttet ved utregning.

4. Bestemmelse av laster

Bestemmelse av egenlast og nyttelast er gjort i henhold til NS-EN-1991-1-1, og bestemmelse av lastsituasjoner i henhold til NS-EN 1990. Egenlast og nyttelast benyttet av prosjekterende fremkommer av vedlegg B.1. Der er følgende laster benyttet:

- **Egenlast:** $2,0 \text{ kN/m}^2$
- **Nyttelast:** $4,0 \text{ kN/m}^2$

I denne analysen er følgende laster benyttet:

- **Egenlast:** $3,5 \text{ kN/m}^2$
- **Nyttelast:** $4,0 \text{ kN/m}^2$

Bestemmelse av lastene er beskrevet i underkapittel 4.1 og 4.2.

Lastene på konstruksjonen anses å være jevnt fordelte over dens areal. Denne lasten fordeles likt på de to vengene og gir en jevnt fordelt last over hver vange. Utover krav gitt i NS-EN 1991-1-1 er det ikke fremlagt andre laster konstruksjonen vil utsettes for.

4.1 Egenlast

Beregninger av egenlasten er vist i vedlegg B.2.

Egenvekten av konstruksjonen er en permanent last. Hoveddelen av denne lasten vil komme fra trappetrinnene, repos, vengene og rekkverk. Trinn og repos består av stålkasser fylt med armert betong, vengene er av stål og rekkverket er av glass.

Tabell A.1, A.4 og A.5 i NS-EN 1991-1-1 gir intervaller for tyngdetetthet til henholdsvis betong, stål og glass. Tyngdetettheter som benyttes er gjengitt i tabell 4.1.

Materiale	Tyngdetetthet, γ [kN/m³]
Normalarmert betong	24,0+1,0
Stål	78,0
Glass	25,0

Tabell 4.1: Tyngdetettheter hentet fra NS-EN 1991-1-1.

Dimensjoner som benyttes for å beregne volumet av de ulike konstruksjonsdelene hentes fra vedlegg B.1. Det er ikke gitt dimensjoner for rekkverket, antagelser for dimensjonene er gitt i tabell 4.2. Glasset antas å gå kontinuerlig i hele trappens lengde, på begge sider.

Høyde	1200 mm + 250 mm for innfesting i vange
Tykkelse	10 mm

Tabell 4.2: Antatte dimensjoner glassrekkverk.

Tabell 4.3 gir beregnet volum for de ulike materialene.

Materialer	Volum [m ³]
Normalarmert betong	1,007
Stål	0,299
Glass	0,354

Tabell 4.3: Tyngdetettheter hentet fra NS-EN 1991-1-1.

Den totale lasten fordeles på arealet av trappløpet, avrundet til to desimaler blir den karakteristiske egenvekten 3,35 kN/m². Denne rundes opp til 3,5 for å ivareta last fra mindre deler som ikke er med i beregninger, dette er et konservativt valg.

Egenlast: 3,5 kN/m²

Egenlasten benyttet i denne analysen er altså 75% større enn den som er benyttet ved prosjektering av den originale konstruksjonen.

Det påpekes også at en optimalisering der tverrsnitt reduseres vil i realiteten medføre en redusert egenlast. Dette vil det ikke tas hensyn til videre i beregningene, noe som vil virke konservativt.

4.2 Nyttelast

Ved å benytte tabell NA 6.1 og NA 6.2 i NS-EN 1991-1-1 finnes brukskategori og tilhørende nyttelast.

Trappen befinner seg i åpent areal i et skolebygg, dette gir brukskategori C. For kategori C nevnes det at den ikke gjelder for arealer definert i andre kategorier. Nyttelast for trapper er kun definert for kategori A, den er satt til 3,0 kN/m².

Punkt 6.3.1.2(2) i samme standard gir muligheten for å øke nyttelasten der det anses som nødvendig. Da trappen er i et større offentlig bygg anses det her som hensiktsmessig å øke nyttelasten til

øvre grense for trapper, tabell 6.2 gir en øvre anbefalt grense for trapper på $4,0 \text{ kN/m}^2$.

En nyttelast på $4,0 \text{ kN/m}^2$ er lik det som er benyttet for den originale konstruksjonen og det benyttes også i denne analysen.

Nyttelast: $4,0 \text{ kN/m}^2$

4.2.1 Horisontallast på rekkverk

I NS-EN 1991-1-1 NA.6.4 tabell NA.6.12 gis horisontal nyttelast som skal tas opp av rekkverk for ulike brukskategorier. Da rekkverket er innfestet i trappevangene, vil denne lasten få en arm på 1,20 meter (rekkverkshøyden). Vangene vil dermed bli utsatt for torsjon.

Trappetrinnene er sveiset fast mellom de to vangene, og kan ta opp trykk-/strekkrefter. Trappetrinnene dimensjoneres ikke i denne analysen, men det antas at de har tilstrekkelig kapasitet til å ta opp krefter som følge av denne torsjonen. Vangene betraktes videre som tilstrekkelig avstivet mot torsjon.

Lasten på rekkverket antas å ikke kunne oppstå før trappen er ferdigstilt, og det er derfor ikke nødvendig å kontrollere kapasitet mot denne torsjonen i en byggefase.

4.3 Grensetilstander

I NS-EN 1990 1.5.2.12 defineres grensetilstander som «tilstander som definerer grensene for når konstruksjonen ikke lenger oppfyller fastsatte dimensjoneringskriterier». Konstruksjonen skal som tidligere nevnt kontrolleres for to grensetilstander; brudd- og bruksgrensetilstand.

Lastpåvirkningene som inngår her er nyttelasten (variabel last) og egenlasten (permanent last). For de ulike grensetilstandene er det bestemt ulike partialfaktorer for de to lastene.

4.3.1 Bruddgrensetilstand

I NS-EN 1990 punkt 1.5.2.13 er bruddgrensetilstander definert som «tilstander som er knyttet til sammenbrudd eller andre lignende former for konstruksjonssvikt». Kapittel 6.4 tar for seg bruddgrensetilstanden. Punkt 6.4.1 (1) sier at konstruksjonen skal kontrolleres mot:

- Tap av likevekt (EQU)
- Brudd eller store deformasjoner i konstruksjonen (STR)
- Brudd eller for store deformasjoner i grunnen (GEO)
- Utmattingsbrudd (FAT)

For denne analysen kontrolleres STR i bruddgrensetilstand, altså kontrolleres konstruksjonens motstandsevne mot å gå til brudd. EQU kontrolleres også ved at opplagerkrefter beregnes, og det antas at tilstøtende konstruksjoner har kapasitet til å ta opp disse kreftene. Analysen omfatter ikke kontroll av GEO og FAT.

NA-A1 tabell NA.A1. (A) og (B) gir følgende partialfaktorer for EQU og STR, laster med tilhørende partialfaktorer er gjengitt i tabell 4.4.

	Last(trapp) [kN/m^2]	Last(vange) [kN/m]	Partialfaktor	Ny last(vange) [kN/m]
Egenlast	3,5	2,66	1,2	3,19
Nyttelast	4,0	3,04	1,5	4,56
Sum	7,5	5,32	-	7,75

Tabell 4.4: Laster og paritalfaktorer for bruddgrensetilstand.

4.3.2 Bruksgrensetilstand

I NS-EN 1990 punkt 1.5.2.14 er bruksgrensetilstander definert som «tilstander som danner grensen for når konstruksjonen eller konstruksjonsdelene ikke lenger oppfyller fastsatte krav ved normal bruk.».

For bruksgrensetilstanden vurderes det om kravet til konstruksjonens maksimale deformasjon er oppfylt. Tabell NA.A1 (904) i samme standard gir at et nedbøyningskrav $L/200$ - $L/250$ (L =spennvidde)

kan benyttes der andre krav ikke er fastsatt. Som nevnt under kapittel 1.3 er kravet til maksimal deformasjon satt til 5 mm.

Partialfaktorene er for denne tilstanden lavere da konsekvensen av overtredelse ikke er like alvorlige som for bruddgrensetilstanden. Av punkt A1.4.1 kommer det frem at alle partialfaktorer settes for denne grensetilstanden lik 1,0. Laster med denne partialfaktoren er gjengitt i tabell 4.5

	Last(trapp) [kN/m²]	Last(vange) [kN/m]	Partialfaktor	Ny last(vange) [kN/m]
Egenlast	3,5	2,66	1,0	2,66
Nyttelast	4,0	3,04	1,0	3,04
Sum	7,5	5,32	-	5,32

Tabell 4.5: Laster og partialfaktorer for bruksgrensetilstand.

4.4 Lastvektor, \mathbb{R}

Både egenlasten og nyttelasten betraktes som jevnt fordelte laster. Vangene har ingen øvrige laster. Lasten som hvert enkelt element utsettes for må omskrives til knutepunktslaster i form av en vektor som kalles fastholdingsvektor, S_0 . Fra Bell (1994) side 2.12 figur 2.3 finnes formler som kan benyttes til dette.

For et element med seks frihetsgrader og en jevnt fordelt last, q , kan fastholdingsvektoren skrives på følgende måte:

$$S_0 = \frac{qL}{12} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \\ L \\ 0 \\ -6 \\ -L \end{bmatrix}$$

Ved å regne ut fastholdingsvektoren for hvert element med formelen ovenfor, og benytte topologimatrixsens (transponert) kan bidragene fra hvert element plasseres riktig i konstruksjonens fastholdingsvektor, \mathbb{R}_0 . \mathbb{R}_0 kan da, i dette tilfellet, uttrykkes på følgende måte:

$$\mathbb{R}_0 = \sum_{i=1}^5 a^T i \cdot S_0^i$$

Konstruksjonens lastvektor, \mathbb{R} , uttrykkes gjennom formelen

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}_k - \mathbb{R}_0$$

der \mathbb{R}_k er en vektor som tar for seg laster som virker direkte i knutepunkter. Systemet i denne analysen har ingen laster som virker i knutepunktene og \mathbb{R} kan dermed uttrykkes som

$$\mathbb{R} = -\mathbb{R}_0$$

5. Kontroll av den originale konstruksjonen

I dette kapitlet beregnes opptredende krefter og kapasiteten til den originale konstruksjonen. For å vise fremgangsmåten er det her tatt utgangspunkt i vangen mot det åpne arealet, der element 1 og 5 har høyde 315 mm. I kapittel 5.7 er det også gitt resultater fra de samme kontrollene for vangen med redusert tverrsnitt, der element 1 og 5 har høyde 250 mm.

5.1 Opptredende krefter, ULS

Beregning av opptredende krefter ved brudd- og bruksgrensetilstand er gjennomført ved bruk av matriseberegninger som står beskrevet i Bell (1994). Metoden går ut på å bruke stivhetsmatrisen, \mathbb{K} , som står beskrevet i kapittel 3.5 og lastvektoren, \mathbb{R} , beskrevet i kapittel 4.4 til å beregne aksial-, moment-, og skjærkreftene som oppstår ved de to ulike lasttilfellene; bruk- og bruddgrense. Likningen under gir resultatet for alle de aktive frihetsgradene i konstruksjonen med matrisen r .

$$r = \mathbb{K}^{-1} \cdot \mathbb{R}$$

Resultatet, r , multipliseres med topologimatrisen til elementet for å få elementets forskyvningsvektor \mathbb{V} .

$$\mathbb{V} = a \cdot r$$

\mathbb{V} multipliseres deretter med elementstivhetsmatrisen k_{eG} og adderes med fastholdningskreftene til elementet S_{0G} i globalt system. Resultatet fra dette vil gi de opptredende kreftene i elementet i globalt system, S_G .

$$S_G = \mathbb{V} \cdot k_{eG} + S_{0G}$$

For å få de opptredende kreftene i lokalt system (aktuelt for de to skrå elementene), multipliseres transformasjonsmatrisen, T , med elementkreftene, S_G .

$$S = T \cdot S_G$$

S viser elementkreftene i konstruksjonen og sammenlignes med resultatene fra SAP2000, og brukes til å lage M/V/N – diagrammer for konstruksjonen, se kapittel 5.1.2.

5.1.1 Resultater fra beregninger

Tabell 5.1 viser resultatene fra håndberegningene og sammenligner de med resultatene fra modelleringen i SAP2000. Verdiene er hentet fra vedlegg C.1. Aksialkraft er definert som positiv for strekk.

	Håndberegninger	SAP2000	Avvik (%)
Element 1			
Aksilakraft [kN]	-9,414	-8,941	-5,3
Skjærkraft [kN]	-18,463	-18,916	2,4
Moment [kNm]	21,981	23,078	-4,8
Element 2			
Aksilakraft [kN]	-7,813	-7,665	-1,9
Skjærkraft [kN]	18,446	20,220	8,8
Moment [kNm]	21,981	23,078	-4,8
Element 3			
Aksilakraft [kN]	-9,414	-8,941	5,3
Skjærkraft [kN]	23,817	26,214	9,1
Moment [kNm]	-26,565	-29,281	-9,3
Element 4			
Aksilakraft [kN]	-24,159	-25,453	-5,1
Skjærkraft [kN]	-20,617	-23,547	-12,4
Moment [kNm]	-26,565	-29,281	-9,3
Element 5			
Aksilakraft [kN]	-9,414	-8,941	5,3
Skjærkraft [kN]	14,559	14,697	0,9
Moment [kNm]	13,672	13,905	1,7

Tabell 5.1: Opptredende krefter ved bruddgrensetilstand.

Avvikene mellom håndberegningene og kontrollen på SAP2000 ligger for det meste under 10%. Avvikene anses som akseptable og verdier fra håndberegningene benyttes videre.

5.1.2 M-, V- og N-diagrammer fra SAP2000

Figur 5.1, 5.2 og 5.3 viser moment-, skjærkraft- og aksialkraftdiagram for bruddgrensetilstand, produsert i SAP2000 (fra vedlegg C.2). Rød er definert som negativ, og blå som positiv.

5.2 Kontroll av likevekt

I henhold til NS-EN 1990 6.4 (1) bør konstruksjonen kontrolleres for statisk likevekt (EQU) ved bruddgrensetilstand.

Tabell 5.2 viser opplagerkreftene som er hentet fra beregningene i kapittel 5.1 samt den totale vertikale lasten konstruksjonen blir utsatt for. Beregningene viser at summen av opplagerreaksjonene er tilnærmet lik den totale påkjenningen av vertikale krefter.

Opplager	Vertikal kraft [kN]	Horisontal kraft [kN]
1 (bunn)	18,5	-9,4
2 (glidelager)	54,1	-
3 (topp)	14,6	-9,4
Totalt	87,20	
Total vertikal last	87,15	

Tabell 5.2: Opplagerreaksjoner.

Videre forutsettes det at de konstruksjoner som trappevangene er opplagret i har kapasitet til å oppta de beregnede opplagerkreftene. Da vil kapasiteten mot tap av statisk likevekt være ok.

Det må også her antas at disse konstruksjonene har kapasitet til å ta opp de aktuelle kreftene uten særlig deformasjon. Dette må oppfylles for at frihetsgradene ved opplagrene blir som antatt i matriseberegningene.

5.3 Tverrsnittsklassifisering

Lastvirkningsanalysen er en elastisk analyse, for å regne plastisk kapasitet må tverrsnittene da kunne klassifiseres som tverrsnittsklasse 1 eller 2 i følge Larsen (2015) s.36.

I NS-EN 1993-1-1 tabell 5.2 vises utregning av tverrsnittsklasse for ulike profiler utsatt for bøyning. Tabell 5.3 gjengir kravene som definerer tverrsnittsklasse. C er høyden av profilet, og t er tykkelsen. ε er for S355 lik 0,81.

Tverrsnittsklasse	Krav	
1	$C/t \leq 72\varepsilon$	$72\varepsilon = 58,32$
2	$C/t \leq 83\varepsilon$	$72\varepsilon = 67,23$
3	$C/t \leq 124\varepsilon$	$72\varepsilon = 100,44$

Tabell 5.3: Krav til tverrsnittsklasser.

Beregning av tverrsnittsklasse for de ulike elementene er gitt i tabell 5.4. Tykkelsen, t , er lik 30 mm for elementene. Alle elementene er godt innenfor tverrsnittsklasse 1 og kan dermed dimensjoneres plastisk. Dimensjonene må endres mye for at de ikke lenger kan dimensjoneres plastisk.

Element	C (høyde)	C/t	Tv.klasse
1/5	315 mm	10,5	1
2/4	250 mm	8,33	1
3	260 mm	8,67	1

Tabell 5.4: Krav til tverrsnittsklasser, gitt av NS-EN 1993-1-1 tabell 5.2.

5.4 Kontroll av tverrsnittskapasitet, plastisk dimensjonering

Tverrsnittskapasiteten til vangene er beregnet ut fra NS-EN 1993-1-1 kapittel 6.2. Aksialkraftkapasiteten er beregnet med likning (6.10) i kapittel 6.2.4(2), som vist under. γ_{M0} er for tverrsnittskapasitet satt lik 1,05.

$$N_{c,Rd} = \frac{A \times f_y}{\gamma_{M0}}$$

Bøyningsmomentkapasiteten er beregnet med likning (6.13) i kapittel 6.2.5(2), som er vist under.

$$M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \times f_y}{\gamma_{M0}}$$

Der W_{pl} beregnes etter følgende formel, som er gitt i Larsen mfl. (2003) s.24:

$$W_{pl} = \frac{1}{4} \times bh^2$$

Skjærkraftkapasiteten er beregnet etter likning (6.18) i kapittel 6.2.6(2) (NS-EN 1993-1-1), som vist under. Likningen er veldig lik de andre kapasitetslikningene, men her benyttes skjærarealet,

A_v . For et rektangulært, massivt profil, settes $A_v = A$.

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \times f_y}{\gamma_{M0} \times \sqrt{3}}$$

Som beskrevet i kapittel 3.3 er det tre forskjellige høyder på elementene som gjør at element 1 og 5 får lik kapasitet, elementen 2 og 4 får samme kapasitet og element 3 får en annen kapasitet. Resultatene fra likningene over er vist i tabell 5.5 og hentet fra vedlegg C.3.

	Element 1 og 5	Element 2 og 4	Element 3
Aksial [kN]	3195	2536	2637
Moment [kNm]	251.6	158.5	171.4
Skjær [kN]	1845	1464	1523

Tabell 5.5: Plastisk tverrsnittskapasitet.

Kravene til tverrsnittskapasitetene er likningene (6.9), (6.17) og (6.31) som henholdsvis finnes i kapitlene 6.2.4, 6.2.6 og 6.2.9.1 i NS-EN 1993-1-1. Likningene sier at de opptredende kreftene dividert på tverrsnittskapasiteten må være større enn 1. Tabell 5.6 viser at alle elementene oppfyller dette kravet med god margin.

	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5
$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}}$	0,003	0,003	0,004	0,010	0,003
$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}}$	0,087	0,139	0,155	0,168	0,054
$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}}$	0,010	0,013	0,016	0,014	0,008

Tabell 5.6: Krav til plastisk tverrsnittskapasitet.

På grunn av interaksjon vil bøyemomentkapasiteten reduseres, aksialkraften gjør at momentkapasiteten reduseres etter likning (6.32) i kapittel 6.2.9.1(3) som vist under.

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \times \left(1 - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}}\right)^2\right)$$

Resultatet fra denne likningen gir reduksjoner i momentkapasitet som er tilnærmet lik null, altså ingen nevneverdig forskjell fra tabell 5.5. Dette skyldes at utnyttelsesgraden av aksialkraftkapasiteten er svært liten.

Punkt (2) i kapittel 6.2.10 sier at det ikke er nødvendig å redusere aksialkraftkapasiteten eller bøyemomentkapasiteten på grunn av opptredende skjærkraft, hvis opptredende skjærkraft er

mindre enn 50% av skjærkraftkapasiteten.

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} < 0,5$$

Fra tabell 5.6 ser vi at dette stemmer her, altså blir det ingen reduksjon i resultatene fra tabell 5.5.

5.4.1 Knekking

Som vist i tabell 5.1 er elementene utsatt for trykkraft, og må da kontrolleres mot knekking. Punkt (4) i kapittel 6.3.1.2 i NS-EN 1993-1-1 sier at det ikke er nødvendig å påvise knekking ved sentrisk trykkraft hvis likingen under er tilfellet.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$$

N_{cr} er i dette tilfellet beregnet etter følgende formell, med $L_k = L$:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$$

Tabell 5.7 viser resultatene for denne likningen, hentet fra vedlegg C.4. Resultatene viser at det ikke er nødvendig å påvise motstand mot knekking på grunn av trykkraft.

	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5
$\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}$	0,0003	0,0005	0,0001	0,0043	0,0004

Tabell 5.7: Resultat fra punkt 6.3.1.2 (4).

Da vangen er utsatt for både trykk og moment må også kravene i kapittel 6.3.3 i NS-EN 1993-1-1 kontrolleres. Likning (6.61) og (6.62) viser kravet og tar for seg kapasiteten mot bøyeknekking.

$$(6.61) : \frac{N_{Ed}}{\chi_y \times N_{Rd}} + k_{yy} \times \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \times M_{y,Rd}} + k_{yz} \times \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

$$(6.62) : \frac{N_{Ed}}{\chi_z \times N_{Rd}} + k_{zy} \times \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \times M_{y,Rd}} + k_{zz} \times \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

I beregningene er hvert element sett på som en enkelt stav. χ_{LT} satt til 1 og de opptredende kref-

tene som er brukt i beregningene er fra bruddlastberegningene, se 5.1.1. Aksialkraftkapasiteten og momentkapasiteten er hentet fra tabell 5.5. Faktorene k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} og k_{zz} er beregnet fra tabell B.1 i NS-EN 1993-1-1. Resultatene fra beregningen er gitt i tabell 5.8 og alle stavene er godt innenfor kravet.

	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5
(6.61)	0,133	0,124	0,232	0,114	0,073
(6.62)	0,122	0,117	0,149	0,402	0,092

Tabell 5.8: Kontroll for knekking.

5.4.2 Vipping

I analysen er det gjort en forenklet kontroll for vipping som står beskrevet i NS-EN 1993-1-1 i kapittel 6.3.2.4. Den forenklete metoden for kontroll er benyttet da vipping er et relativt avansert dimensjoneringsproblem som krever mer forståelse av problemet. Det er gjort samme betraktning her som for knekking, der hvert element ses på som individuelle staver.

Kontrollen er gjort i en tenkt byggetilstand, før trappetrinnene er sveiset fast i trappen. Det antas at i ferdig tilstand vil trappetrinnene ha en avstivende effekt (som for torsjon) og dermed blir vangene ikke utsatt for vipping når trinnene er på plass. Beregningene for kontrollen er gjort med kun egenlast tilstede. Dette er fortsatt en konservativ betraktning da mye av egenvekten forsvinner uten trappetrinn og rekkverk, og avstivningen vil øke i takt med at lasten øker (når trinn monteres).

Kravet for vipping er gitt med likning (6.59) fra samme kapittel, som vist under. For å kunne benytte denne formelen anses vangen å være fastholdt mot vipping ved endene av hvert element, altså i knutepunktene.

$$\lambda_f = \frac{k_c \times L_c}{i_{f,z} \times \lambda_1} \leq \lambda_{c0} \times \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$$

Formelen over beregner den relative slankheten til elementet, λ_f . k_c er en korreksjonsfaktor avhengig av momentfordelingen på elementet (se figur 5.1). L_c (her $L_c = L$) er knekk lengden til elementet, $i_{f,z}$ er treghetsradien for vangen og λ_1 er slankhetsverdien til stålet. På høyre side multipliseres den relative grenseslankheten for vangen, λ_{c0} , funnet i det nasjonale tillegget, med forholdet mellom dimensjonerende momentkapasitet og største bøyemomentet i elementet.

Tabell 5.9 under viser resultatet fra beregningene hentet fra vedlegg C.5.

	$\frac{k_c \times L_c}{i_{f,z} \times \lambda_1}$	\leq	$\lambda_{c0} \times \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$
Element 1	1,919	\leq	9,266
Element 2	1,869	\leq	5,837
Element 3	0,805	\leq	5,224
Element 4	2,985	\leq	4,829
Element 5	2,047	\leq	17,299

Tabell 5.9: Vippek kontroll.

Som tabellen viser er det element 4 som er mest utsatt for vipping. Årsaken til dette er at element 4 har det lengste spennet mellom fastholdelse og derfor mer utsatt enn de andre elementene. Som nevnt over er vippek kontrollen konservativ og med fokus på avstiving under byggetilstand.

5.5 Kontroll av sveis i opplager

Opplagrene i konstruksjonen finnes i endene av trappen der vangene er sveiset til bjelken i gulvet, og i midten der vangene er sveiset til bjelken som er festet i rammen rundt trappen. Kapasiteten til disse sveisene er kontrollert ved bruk av retningsmetoden fra NS-EN 1993-1-8 kapittel 4.5.3.2. Det er to krav til sveisens kapasitet som kommer fra likning (4.1) i samme kapittel, ligningene er gjengitt her:

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3 \times (\tau_{\perp}^2 \times \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\gamma_{M2} \times \beta_w}$$

$$\sigma_{\perp} \leq 0,9 \times \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$$

Utrekningen for verdiene på venstre side av likningen er gjort med formler fra Larsen mfl. (2003) s.49. Her er σ_{\perp} normalspenning som går normalt på sveisen og τ_{\perp} er skjærspenningen som går normalt på sveisen. τ_{\parallel} er skjærspenningen som går parallelt med sveisen.

5.5.1 Sveis i topp og bunn

Sveisene som fester vangen i toppen og bunnen av trappen har rotmål, a , lik 8 mm og er sveiset på begge langsidene. I beregningene er det brukt høyden av den mindre vangen på 250 mm for å være konservativ. Resultatene for sveisen i opplagrene i toppen og bunnen av trappen er vist i tabell 5.10 under. Verdiene er hentet fra vedlegg C.6, og begge sveisekapasitetene er godt innenfor kravet.

	$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3 \times (\tau_{\perp}^2 \times \tau_{\parallel}^2)}$	\leq	$\frac{f_u}{\gamma_{M2} \times \beta_w}$		σ_{\perp}	\leq	$0,9 \times \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$
Element 1	8660	\leq	453333		1664	\leq	367200
Element 5	7129	\leq	453333		1664	\leq	367200

Tabell 5.10: Sveisens kapasitet i opplagrene.

I tillegg til kravene gitt over er det også et krav om at momentkapasiteten til sveisen, $M_{j,Rd}$, skal være under 25% av momentkapasiteten til det tilstøtende elementet i vangen, M_{Rd} . Kravet kommer fra NS-EN 1993-1-8 5.2.3.2 (3).

$$\frac{M_{j,Rd}}{M_{Rd}} < 0,25$$

Dette er for å kunne si at opplageret er leddet, altså har ~ 0 rotasjonsstivhet. For å beregne momentkapasiteten til sveisen setter man momentet som ukjent og løser likningen. Dette gir følgende:

$$\sqrt{\sigma_{\perp}^2(M) + 3 \times (\tau_{\perp}^2(M) \times \tau_{\parallel}^2)} = \frac{f_u}{\gamma_{M2} \times \beta_w} \rightarrow M_{max} = 26,90 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{max}}{M_{N,Rd}} = 0,11 < 0,25$$

Altså oppfylles kravet, og knutepunktet kan betraktes som leddet.

5.5.2 Sveis i glidelager

Sveisen ved glidelageret, i midten av trappen, går rundt hele hulprofilet som trappen er festet i og har a lik 4 mm. Hulprofilet går gjennom vangen og er sveiset på begge sider, det er altså åtte kilsveiser på 100 mm hver. Dette fremkommer av vedlegg B.1. Resultatene er hentet fra vedlegg C.6 og vist i tabell 5.11. Som tabellen viser er denne sveisen også godt innenfor kravet til kapasitet.

	$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3 \times (\tau_{\perp}^2 \times \tau_{\parallel}^2)}$	\leq	$\frac{f_u}{\gamma_{M2} \times \beta_w}$		σ_{\perp}	\leq	$0,9 \times \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$
Element 3	58352	\leq	453333		26174	\leq	367200

Tabell 5.11: Sveisens kapasitet i glidelageret.

5.6 Kontroll nedbøyning, SLS

r -matrisen, som nevnt i kapittel 5.1, viser rotasjonen og forskyvninger til de aktive frihetsgradene, altså derformasjonen til konstruksjonen. Nedbøyningskravet til konstruksjonen er satt til 5 mm i bruksgrensetilstand da det er viktig at en trapp føles stabil og sikker i bruk.

5.6.1 Vurdering av lastplassering

For å finne lasttilfellet med størst nedbøyning er det sammenlignet to ulike tilfeller, den første der lasten bare opptrer på venstre side av glidelageret (nedre halvdel av trappen) og den andre der lasten opptrer over hele trappen. Det første tilfellet ble kontrollert for å undersøke om en last på høyre side av glidelageret ville gi en rotasjon over glidelageret og dermed gi en mindre nedbøyning på venstre side enn hvis lasten fungerte på hele trappen. Slik som for en rett, to-felts bjelke med jevnt fordelt last.

Fremgangsmåten for beregning av r -matrisen er forklart i 5.1 og vist i vedlegg C.1. For å beregne det første tilfellet med last på venstre side av konstruksjonen settes fastholdningskreftene, S_{0G} , for element 4 og 5 til 0. Nedbøyningen for begge tilfeller ble også kontrollert i SAP2000.

Sammenligningen viser at det vil gi størst nedbøyning hvis lasten fungerer over hele trappen. Dette er fordi lasten på høyre side gir en trykkraft i element 4. Den horisontale komponenten av denne trykkraften kan ikke glidelageret ta opp, og den blir dermed overført videre mot venstre halvdel av konstruksjonen og skape en økt trykkraft i den. Det økte trykket i den delen gir en økt utbøyning av konstruksjonen.

Altså vil lasten på høyre side bidra til ekstra nedbøyning i punktet mellom element 1 og 2. Dette vil være situasjonen som gir størst nedbøyning, og er den som kontrolleres i bruksgrensetilstand.

Figur 5.4 og 5.5 i kapittel 5.6.3 viser nedbøyningsdiagrammer fra de to situasjonene hentet fra SAP2000.

5.6.2 Resultater fra håndberegninger

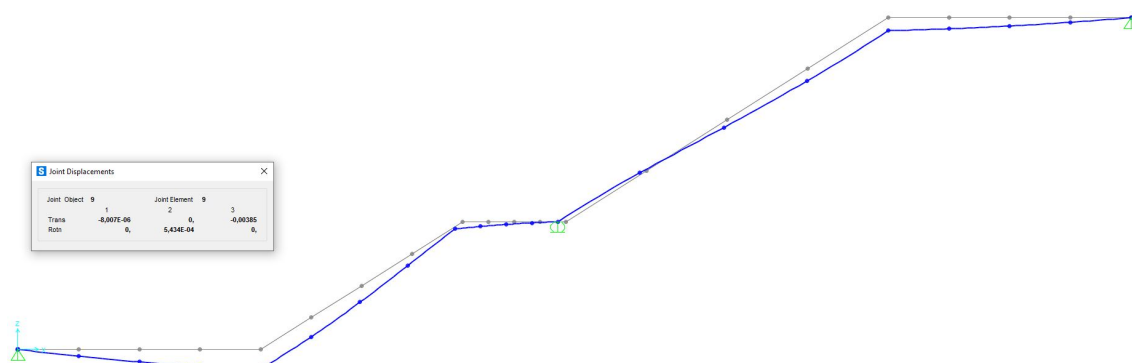
Matrisen er hentet fra vedlegg C.1.

$$r = \begin{bmatrix} r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \\ r_{10} \\ r_{12} \\ r_{13} \\ r_{14} \\ r_{15} \\ r_{18} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,12 & deg \\ -0,01 & mm \\ -3,58 & mm \\ 0,03 & deg \\ -1,46 & mm \\ -1,29 & mm \\ -0,10 & deg \\ -1,46 & mm \\ -0,03 & rad \\ 0,01 & mm \\ -2,39 & mm \\ -0,01 & deg \\ -0,08 & deg \end{bmatrix}$$

Som matrisen over viser er det størst nedbøyning i r_5 som er frihetsgraden i vertikalretning mellom element 1 og 2, se figur 3.1. Potensielt kan det være større nedbøyning mellom knutepunktene, men ved å betrakte momentdiagrammet og studere nedbøyningsdiagrammer fra SAP2000 (se nedenfor) ser en at deformasjonen i r_5 er tilnærmet lik maksimal nedbøyning. Beregningene sier at den maksimale nedbøyningen i bruksgrensetilstand vil være på $-3,58$ mm, altså under kravet til nedbøyning som er på -5 mm.

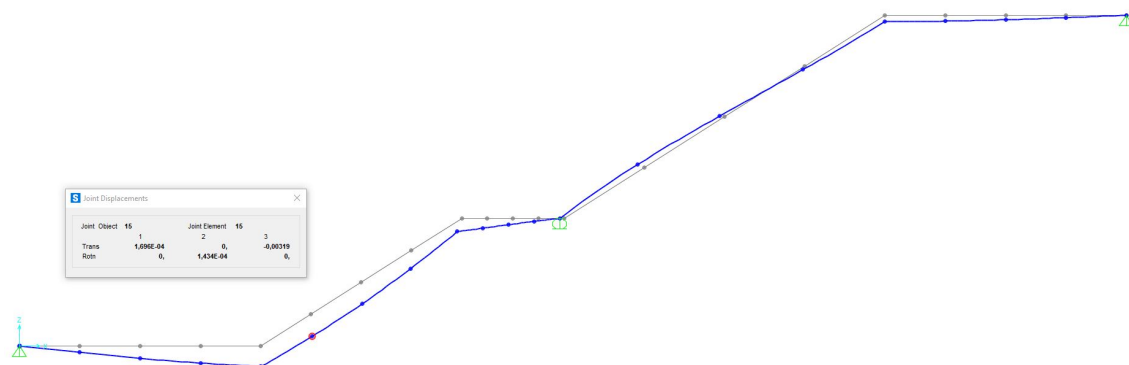
5.6.3 Resultat fra SAP2000

Figurene under viser resultatet av kontrollen som er gjort i SAP2000. Figur 5.4 viser nedbøyningsdiagrammet for konstruksjonen med last over hele vangen. Her er knutepunktet mellom element 1 og 2 valgt, det viser nedbøyningen til å være -3,85 mm. Det er et avvik på 7,0% i forhold til håndberegningene, som anses som akseptabelt da det fortsatt er innenfor kravet på -5 mm.



Figur 5.4: Deformasjon i konstruksjon ved bruk av SAP2000.

I figur 5.5 vises nedbøyningsdiagrammet for kun last på nedre halvdel av vangen. Her er knutepunktet med mest nedbøyning valgt, som befinner seg til venstre på element 2. Det viser nedbøyningen til å være -3,19 mm, som er godt under nedbøyningen man får ved last på hele vangen.



Figur 5.5: Deformasjon i konstruksjon ved bruk av SAP2000, last kun på venstre side av glidelager.

Figurene er hentet fra vedlegg C.7.

5.7 Oppsummering

Tabell 5.12 viser en oppsummert liste over alle kontrollene gjort i kapittel 5 og hvilke elementer som er mest utsatt for de ulike kontrollene.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,168 < 1$
Skjær	OK	Element 3 er mest utsatt, $0,016 < 1$
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt $0,010 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=3,58$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,402 < 1$
Vipping	OK	Element 4 er mest utsatt, $2,985 < 4,829$
Knutepunkter	OK	Sveisen over glidelageret er mest utsatt

Tabell 5.12: Oppsummering av kapasitetskontroll for original konstruksjon.

I tabell 5.13 er det gitt data for kontroll av vangen med redusert tverrsnitt ($h_1 = h_2 = 250\text{mm}$). Disse resultatene viser at også denne vangen oppfyller alle kravene. Verdiene er hentet fra vedlegg C.8.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,182 < 1$
Skjær	OK	Element 3 er mest utsatt, $0,016 < 1$
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt $0,009 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=4,45$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,398 < 1$
Vipping	OK	Element 4 er mest utsatt, $2,985 < 4,450$
Knutepunkter	OK	

Tabell 5.13: Oppsummering av kapasitetskontroll for original konstruksjon for vange med redusert tverrsnitt.

6. Innovasjon, stål i byggebransjen

Stål er, sammen med betong og tre, de viktigste byggematerialene. Dette betyr at store mengder stål forbrukes i byggebransjen. I følge *Grønnere - Stålproduksjon i dag* (udatert) står stålindustrien for ca. 7% av det totale CO₂-utslippet i verden. Potensialet for å redusere CO₂ utslipp er altså stort.

Stål er et allsidig materiale som krever store energimengder ved førstegangsproduksjon. Materialet er lett gjenvinnbart og kan i utgangspunktet gjenvinnes utallige ganger. I stålindustrien er det stort fokus på å redusere utslipp og forbruk ved selve produksjonen av stål, både førstegangs- og gjenvinning.

En annen metode som virker logisk for å redusere utslipp er å se på stålforbruket i byggebransjen. Dette ansvaret faller i hovedsak på prosjekterende ingeniører av stålkonstruksjoner. Denne oppgaven vil være mer og mer aktuell for kommende ingeniører da fokuset på miljø stadig øker.

Analysen viser at den originale konstruksjonen oppfyller alle krav med god margin, derfor ses det videre på om det i dette tilfellet ville vært mulig å redusere stålforbruket av betydelig mengde. Dette gjøres videre i kapittel 7 og 8.

7. Optimalisering ved endring av dimensjoner

Vangen kan analyseres for potensiell optimalisering ved å se på muligheter for å endre på mange parametre. I dette kapitlet undersøkes noen av mulighetene for å redusere tverrsnittsdimensjonene til vangene (høyde og tykkelse).

De eksisterende vangene har volum som gitt i tabell 7.1. Ved utregning av vekt er det benyttet tyngdetetthet for stål på 78 kN/m^3 , og en tyngdeakselerasjon, $g=9,81 \text{ m/s}^2$.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Vange mot åpent areal [m^3]	0,1016	0,4064
Vange med redusert tverrsnitt [m^3]	0,0918	0,3924
Sum [m^3]	0,1934	0,7736
Sum i vekt [kg]	1537,74	6150,95

Tabell 7.1: Volum og vekt av original trapp.

Optimalisering vil hovedsakelig resultere i et redusert stålforbruk, denne reduksjonen vil igjen føre til en redusert egenlast fra vangene. Redusert egenlast vil kunne gi ytterligere reduksjon i tverrsnitt. Det er derimot ikke tatt hensyn til reduksjonen i egenlasten i denne analysen, dette vil være en konservativ antagelse.

Av kapittel 5.4 fremkommer det at kapasiteten mot brudd er svært høy. Bruksgrensekravet som er satt til maksimalt 5 mm deformasjon blir dermed det dimensjonerende kravet som må kontrolleres.

De samme beregningsmetodene som er beskrevet i kapittel 5 blir benyttet her og beskrives ikke i detalj. Vedleggene som viser utregninger for situasjonene i dette kapitlet og kapittel 8 er av den grunn samlet i et vedlegg per situasjon, og ikke delt opp i like mange vedlegg som kontrollen av den originale konstruksjonen.

7.1 Tverrsnittstykkelser

Tykkelsen på vangen er på den eksisterende situasjonen satt til 30 mm over hele vangens lengde. Ved å beholde en kontinuerlig tykkelse over tverrsnittets lengde vil ikke stivhetsfordelingen over

vangen endre seg. Kraftfordelingen vil dermed forbli den samme. Den horisontale nedbøyningen i r_5 vil da fortsatt bli den maksimale deformasjonen for konstruksjonen.

Denne endringen vil ikke gi en merkbar endring i trappens utseende, da utformingen hovedsakelig vil være som opprinnelig.

Ved å sette tykkelsen til 24 mm ser en fra utregninger i vedlegg D.1 at maksimal nedbøyning blir $r_5=4,47$ mm. I dette tilfellet blir det vippekontrollen som blir dimensjonerende da element 4 ikke tåler tynnere vanger uten bli utsatt for vipping. I det samme vedlegget utføres også kontroll av kapasitetskravene for bruddgrense, konklusjoner basert på utregningene er gjengitt i tabell 7.2.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,210 < 1$
Skjær	OK	Element 3 er mest utsatt, $0,020 < 1$
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt $0,012 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=4,47$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,731 < 1$
Vipping	OK	Element 4 er mest utsatt, $3,731 < 3,864$
Knutepunkter	OK	Vangens tykkelse ingenting å si for sveiskapasitet

Tabell 7.2: Oppsummering av kapasitetskontroll ved $t=24$ mm.

Det kan vises at den innerste vangen med redusert tverrsnittshøyde må ha tykkelse 27 mm for å oppfylle nedbløningskravet. Nedbøyningen blir da på 4,94 mm.

Tabell 7.3 gir volum av stål fra vangene ved en tykkelse på 24 mm/27 mm.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Vange mot åpent areal [m^3]	0,081	0,325
Vange med redusert tverrsnitt [m^3]	0,083	0,331
Sum [m^3]	0,164	0,655
Sum i vekt [kg]	1302,94	5211,77
Endring i prosent [%]	-15,27	
Endring i masse [kg]	-234,80	-939,18

Tabell 7.3: Volum og vekt ved $t=24$ mm.

Med disse endringene vil en altså få en total reduksjon i stålforbruket på ca. 940 kg stål. Samtidig

vil alle kapasitetskravene fortsatt være oppfylt.

7.2 Kontinuerlig tverrsnittshøyde

I den eksisterende utformingen har vangene en variabel tverrsnittshøyde over dens lengde. Ved å beholde en tykkelse på 30 mm undersøkes det hvor lavt tverrsnittet kan være dersom det forutsettes at hvert element har lik høyde. Det tas her utgangspunkt i at begge vangene har samme utforming.

Stivhetsfordelingen i vangen vil da endre seg, av den grunn vil også kraftfordelingen endre seg litt. I vedlegg D.2 utføres beregninger for en kontinuerlig høyde 242 mm og tykkelse 30 mm. Maskimal nedbøyning antas å være tilnærmet lik r_5 , som er lik 4,98 mm, og kravet er da oppfylt.

Resultat for kapasitetskontroll er gitt i tabell 7.4.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Elementene 3 og 4 mest utsatt, 0,191 <1
Skjær	OK	Element 3 mest utsatt, 0,017 <1
Aksial	OK	Elementene 4 mest utsatt, 0,01 <1
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=4,98$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 mest utsatt, 0,414 <1
Vipping	OK	Element 4 mest utsatt, 2,985 <4,242
Knutepunkter	OK	Vangens høyde lite å si for sveiskapasitet

Tabell 7.4: Oppsummering av kapasitetskontroll ved kontinuerlig høyde $h=242$ mm.

Tabell 7.5 viser reduksjonen i stålforbruk ved å benytte 242 mm som kontinuerlig høyde for vangene. Endringen blir på ca 8,4%, noe som tilsvarer ca. 514 kg stål for de 4 trappene.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Vange [m^3]	0,089	0,354
Sum (2 vanger pr. trapp) [m^3]	0,177	0,709
Sum i vekt [kg]	1407,34	5637,31
Endring i prosent [%]		-8,35
Endring i masse [kg]	-130,40	-513,64

Tabell 7.5: Volum og vekt ved $h=242$ mm.

7.3 Kontinuerlig tverrsnittshøyde og endring av tykkelse

Tabell 7.6 viser resultatet fra beregninger gjort for å finne den beste kombinasjon av høyde og tykkelse for vangene. Det er gjort ved å finne høyden som gir nedbøyning nærmest 5 mm for hver millimeter endring i tykkelse. Også her tas det utgangspunkt i at de to vangene i trappen har samme utforming.

Tabellen viser tykkelsen av vangen i øverste rad, høyden nedover første kolonne og nedbøyningen til den korresponderende kombinasjonen. De nederste to radene viser vekten til 4 trapper og endringen av vekten i forhold til den originale vekten på 6150,95 kg (se tabell 7.1). Tabellen er hentet fra vedlegg D.3.

Tykkelse	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Høyde										
277	4,97									
273		4,94								
268			4,99							
265				4,94						
261					4,96					
257						4,98				
254							4,97			
251								4,96		
248									4,96	
245										4,97
Vekt[kg]	4300	4449	4576	4730	4861	4986	5125	5260	5389	5514
Spart[%]	30,1	27,7	25,6	23,1	21,0	18,9	16,7	14,5	12,4	10,4
Spart[kg]	1851	1702	1575	1421	1290	1165	1026	891	762	637

Tabell 7.6: Kontroll av optimalisert høyde og tykkelse.

Som tabell 7.6 viser vil vekten til vangene bli mindre og mindre ved å øke høyden og redusere tykkelsen, og fortsatt være innenfor nedbøyningskravet på 5 mm. Ved å gjøre vangen enda tynnere og høyere enn tabellen viser, vil stål mengden reduseres videre, men vangene vil bli mer utsatt for vipping.

Tabell 7.7 viser resultatet fra kontrollen av profilene beskrevet i tabell 7.6.

Kontroll	Moment	Skjær	Aksial	Bøyeknekking	Vipping	Knutepunkter
Profil						
277/20	OK	OK	OK	OK	4	OK
273/21	OK	OK	OK	OK	4	OK
268/22	OK	OK	OK	OK	4	OK
265/23	OK	OK	OK	OK	OK	OK
261/24	OK	OK	OK	OK	OK	OK
257/25	OK	OK	OK	OK	OK	OK
254/26	OK	OK	OK	OK	OK	OK
251/27	OK	OK	OK	OK	OK	OK
248/28	OK	OK	OK	OK	OK	OK
245/29	OK	OK	OK	OK	OK	OK

Tabell 7.7: Kontroll av profilene i tabell 7.6.

Tabell 7.7 viser at det er vangenens vippemotstand som blir dimensjonerende i kontrollen. Som tidligere er element 4 mest utsatt, men når profilet 268/22 mm benyttes vil ikke kravet for vipping, opprettholdes lenger. Videre er det tatt for seg profilet 265/23 da det gir mest reduksjon i stålmengde og er innenfor alle dimensjoneringskravene.

Tabell 7.8 viser verdiene hentet fra vedlegg D.4. som viser beregningene for vanger med dimensjonene 265/23 mm. Som vist i tabellen er element 4 veldig nære for å være utsatt for vipping.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Elementene 3 og 4 mest utsatt, $0,208 < 1$
Skjær	OK	Element 3 mest utsatt, $0,020 < 1$
Aksial	OK	Element 4 mest utsatt, $0,011 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=4,94$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 mest utsatt, $0,760 < 1$
Vipping	OK	Element 4 mest utsatt, $3,893 < 3,898$
Knutepunkter	OK	Vangens høyde lite å si for sveiskapasitet

Tabell 7.8: Oppsummering av kapasitetskontroll ved kontinuerlig høyde $h=265$ mm og $t=23$ mm.

Tabell 7.9 viser reduksjonen i stålforbruk ved å benytte 265 mm som kontinuerlig høyde for vangen og 23 mm tykkelse. Endringen blir på ca. 23,1%, noe som tilsvarer ca. 1421 kg stål for de 4 trappene.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Sum (2 vanger pr. trapp) [m³]	0,1487	0,5949
Sum i vekt [kg]	1182,56	4730,26
Endring i prosent [%]	-23,10	
Endring i masse [kg]	-355,18	-1420,69

Tabell 7.9: Volum og vekt ved h=265 mm og t=23 mm.

7.4 Tverrsnittstykkelse og variabel tverrsnittshøyde

Ved å ta utgangspunkt i forrige kapittel og optimalisere profilene i tabell 7.7 endres høyden til element 4 slik at den kommer innefor kravet gitt i 5.4.2. Dette er gjort ved å legge inn verdiene for profilene som ikke overholdt vippekravet (begynner med 265/23) og deretter endre på høyden til element 4 helt til kravet for vipping er godkjent. Resultatene for nødvendig høyde for element 4 sammen med nedbøyning, vekt og stålreduksjon er gitt i tabell 7.10. Verdiene er hentet fra vedlegg D.5.

Tykkelse	23	22	21	20	19
Høyde/h4					
265/265	4,94				
268/277		4,99			
273/291			4,94		
277/305				4,97	
282/321					4,95
Vekt[kg]	4730,26	4623,69	4540,70	4434,92	4337,44
Endring[%]	-23,10	-24,83	-26,18	-27,90	-29,48
Endring[kg]	-1420,69	-1527,26	-1610,25	-1716,03	-1813,51

Tabell 7.10: Kontroll av variabel høyde og kontinuerlig tykkelse.

Tabellen over viser på venstre side hvilke høyder elementene har, 268/277 sier at høyden på element 4 er 277 mm og de resterende er 268 mm. Nedbøyningen blir lik som i tabell 7.6 da det er tykkelsen på vangen som gir utslaget, ikke høyden av element 4.

Kontroll	Moment	Skjær	Aksial	Bøyeknekking	Vipping	Knutepunkter
Profil						
265/265/23	OK	OK	OK	OK	OK	OK
268/277/22	OK	OK	OK	OK	OK	OK
273/291/21	OK	OK	OK	OK	OK	OK
277/305/20	OK	OK	OK	OK	OK	OK
282/321/19	OK	OK	OK	4	OK	OK

Tabell 7.11: Kontroll av profilene i tabell 7.10.

Tabell 7.11 viser en kontroll for profilene i tabell 7.10. Den viser at når vangen kommer ned på en tykkelse på 19 mm vil element 4 ikke opprettholde kravet for knekking. Altså er det profil 277/305/20 som blir det valget som er gunstigst mtp. en optimalisering fra denne tabellen. Beregningene gjort for dette profilet er vist i vedlegg D.6 og resultater er oppsummert i tabell 7.12.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 3 mest utsatt, 0,219 <1
Skjær	OK	Element 3 mest utsatt, 0,022 <1
Aksial	OK	Element 4 mest utsatt, 0,011 <1
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=4,97$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 mest utsatt, 0,962 <1
Vipping	OK	Element 4 mest utsatt, 4,477 <4,488
Knutepunkter	OK	Vangens høyde lite å si for sveiskapasitet

Tabell 7.12: Oppsummering av kapasitetskontroll for profil 277/305/20.

Som vist i tabell 7.13 får profilet 277/305/20 en reduksjon på ca. 28%, som tilsvarer ca. 1,72 tonn totalt for hele trappen.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Sum (2 vanger pr. trapp) [m³]	0,1395	0,5577
Sum i vekt [kg]	1108,67	4434,69
Endring i prosent [%]		-27,90
Endring i masse [kg]	-429,07	-1716,26

Tabell 7.13: Volum og vekt for profil 277/305/20.

7.5 Oppsummering

Reduksjonen av stålforbruket i situasjonene som er beregnet i dette kapittelet er gjengitt i tabell 7.14. Beregningene viser at det er et stort potensiale for å redusere stålforbruket til denne konstruksjonen ved kun å se på endring av dimensjonene til vaneene. Situasjonen som gir størst reduksjon, gir en reduksjon på ca. 28%.

Endringer	Endring forbruk[%]	Endring forbruk[kg]
t=24mm / t=27 mm	-15,3	-939,18
h=242 mm	-8,3	-513
h=265 mm t=23 mm	-23,1	-1420
h=268/277 mm t=20 mm	-27,9	-1716

Tabell 7.14: Reduksjon av stålforbruk fra beregninger i kapittel 7.

8. Optimalisering gjennom andre endringer

I dette kapitlet vurderes muligheter for optimalisering på andre måter enn å direkte redusere dimensjonene på den originale konstruksjonen.

8.1 Utforming av trappens bæresystem

En trapp kan utformes på flere måter. De vanligste utformingene er (*Råd ved trappekjøp: Valg av vange* (udatert)):

- Innstemt: Den vanligste utformingen. To parallelle vanger som trinn festes mellom.
- Midtstilt: Trappen har kun én, sentrert vange som trinnene er festet på.
- Vangeløs: Trappen har ingen vanger. Trinn innspennes i tilstøtende konstruksjon (f.eks. vegg).

Ved å forutsette den samme utformingen på trappeløpet (repositforminger, stigning, bredde, spennlengder osv.) kan det undersøkes mulighet for å endre bæresystemet av trappen.

En vangeløs trapp er her ikke et alternativ da trappen ikke ligger inntil en vegg e.l. som trinnene kan innspennes i.

Midtstilt vange kan være en alternativ utforming. Det trengs da bare 1 vange per trapp, denne vangen må da kunne ta opp hele trappens last alene. I tillegg må det tas hensyn til et ugunstig scenario der all last er plassert på ene siden av vangen, og da utsatt for torsjon.

En annen ulempe med én midtstilt vange er at innfestingspunktene vil kunne bli problematiske da denne typen trapp krever en vange som er innfestet en del lavere i forhold til etasjehøyden. Dette skyldes da at reposene i endene skal flukte med dekket. Altså må bjelkene, som den originale trappen er sveiset fast i, være noe lavere plassert. Da dette vil kunne kreve flere endringer i tilstøtende konstruksjoner anses det ikke som en gunstig løsning. Midtstilt vange blir derfor ikke videre vurdert som et alternativ og dermed ikke utført noen beregninger på.

Det siste alternativet er da en innstemt trapp, slik som den originale trappen. For at trappetrinnene skal kunne innfestes i vangene anses det som nødvendig å bruke tverrsnitt som har en flat side inn

mot trappeløpet. H-, I- eller kanalprofiler kunne vært aktuelle å benytte med den flate siden inn mot trappeløpet. Denne utførelsen vil derimot ikke gi et like estetisk rent uttrykk av trappevingen som et rektangulært profil. Rektangulære tverrsnitt er da det som er mest aktuelt og er derfor eneste alternativ som er vurdert i denne analysen.

8.2 Stålkvalitet

Stålkvaliteten angir flytespenningen, f_y , for stål. I følge Larsen (2015) er det en utvikling som viser at den dominerende stålkvaliteten som benyttes for konstruksjonsstål stadig øker. S235 ($f_y=235$ MPa) var vanligst for 30 år siden, i dag er S355-460 ($f_y=355-460$ MPa) de dominerende kvalitetene som blir brukt.

Den originale konstruksjonen er utført i S355 og det vil da være naturlig å se på hva en økning til S420 eller S460 vil ha å si for konstruksjonen. Derimot er elastisitetsmodulen, E , for stål uavhengig av flytespenningen. Videre medfører dette at for å øke bøyestivheten, EI , til en bjelke, så må utformingen av bjelken endres slik at 2. arealmoment, I , endres. Stålkvaliteten vil hovedsakelig påvirke tverrsnittskapasitetene.

En økning i stålkvaliteten for trappevingene vil medføre en økt kapasitet mot tverrsnittskreftene, uten å påvirke størrelsen på deformasjonene. Dimensjonene på tverrsnittene vil altså måtte forbli like for å opprettholde nedbøyningskravet. Praktiske konsekvenser av å øke stålkvaliteten vil da basere seg på økt kostnad for samme mengde stål, da prisen øker med stålkvaliteten.

Ved å se på en reduksjon i stålkvalitet kan de samme prinsippene benyttes. En vil måtte beholde de samme tverrsnittene for å opprettholde nedbøyningskravet, men en vil kunne oppnå en bedre utnyttelse av tverrsnittskapasiteten og noe reduserte kostnader.

I tabell 8.1 er det vist resultater fra kapasitetskontroll ved S275 med verdier hentet fra vedlegg E.1. Beregningene viser at en fortsatt vil ha tilstrekkelig kapasitet og oppnå en bedre utnyttelse av stålmaterialiet. Prinsippet med å redusere stålkvalitet kan benyttes i alle andre eksempler som er analysert, der det er nedbøyning som er dimensjonerende.

Stålmengden vil forbli den samme for å opprettholde nedbøyningskrav, men kjøp av lavere stål-kvalitet vil gi lavere kostnader og utslipp fra produksjon. En lavere kapasitet vil påvirke kravene som definerer hvordan knutepunkter skal defineres i den statiske modellen, det må da også gjøres en ny vurdering på dette.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,216 < 1$
Skjær	OK	Element 3 er mest utsatt, $0,020 < 1$
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt $0,012 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=3,58$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,423 < 1$
Vipping	OK	Element 4 er utsatt, $2,627 < 3,741$
Knutepunkter	OK	

Tabell 8.1: Kapasitetskontroll ved stål-kvalitet S275.

Beregningene her er gjort for den ytterste vangen med 315 mm høyde på element 1 og 5. For den innerste vangen med redusert tverrsnitt vil disse elementene ha samme tverrsnittskapasitet som element 3, disse antas også å være ok.

8.3 Endre opplagerbetingelser

I dette kapittelet undersøkes det om endring av opplagerbetingelser i endene kan gi større reduksjon i stålforbruk enn i kapittel 7.

8.3.1 Innspent i endene

Ved innspenning av endene vil kraftbildet bli annerledes enn ved opplagrede ender. Beregningen for dette gjøres ved å endre på topologimatrissene til elementene slik at også frihetsgradene r_3 og r_{18} nulles ut. Resten av beregningen som er gjort for kontroll er slik den er beskrevet i kapittel 5. Tabell 8.2 under viser en kontroll av trappen ved de vanlige høydene på vangene (fra tabell 3.2), og tykkelse på 30 mm, verdiene er hentet fra vedlegg E.2.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 1 er mest utsatt, $0,115 < 1$
Skjær	OK	Element 1 er mest utsatt, $0,014 < 1$
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt $0,009 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=1,53$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,374 < 1$
Vipping	OK	Element 4 er mest utsatt, $2,985 < 8,003$
Knutepunkter	OK	Rotmål 76 mm

Tabell 8.2: Oppsummering av kapasitetskontroll ved innspente vanger.

Som tabell 8.2 viser er dimensjoneringskravene oppfylt med god margin, og potensialet for optimalisering av vangerne er også med innspente ender stort. Det kan vises at den innerste vangen med redusert tverrsnittshøyde får en maksimal nedbøyning på 2,07 mm ved innspenning av endene.

På grunn av at endene her betraktes som innspente er kravet til sveisene endret. I motsetning til det som er beskrevet i kapittel 5.5.1 for opplager, må sveisens kapasitet ligge over 100% av momentkapasiteten til det tilstøtende elementet for å kunne si at knutepunktet er innspent. Det krever en god del større kapasitet enn det sveisen originalt har, som gjør at en eventuelt sveis får et urealistisk stort rotmål. Som vist i tabellen krever dette et rotmål på 76 mm, altså vil denne løsningen, og andre løsninger med innspenning, kreve en annen utforming av knutepunktene i endene.

8.3.2 Innspent i endene, endring av tverrsnittstykkelse

Som vist i tabell 8.2 er nedbøyningen ikke like stor med innspente endepunkter og en optimalisering gjennom redusert tverrsnittstykkelse vurderes. Ved å senke tykkelsen til 22 mm blir det bøyeknekking i element 4 som blir dimensjonerende. Ved å bruke en tykkelse på 21 mm vil element 4 ikke overholde kravet og være utsatt for knekking.

Tabell 8.3 viser en oppsummering av kontrollen gjort ved en tykkelse på 22 mm, som viser at bøyeknekking i element 4 blir dimensjonerende for vangen. Verdiene i tabellen er hentet fra vedlegg E.3.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 1 er mest utsatt, 0,157 <1
Skjær	OK	Element 1 er mest utsatt, 0,019 <1
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt 0,013 <1
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=2,08$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, 0,885 <1
Vipping	OK	Element 4 er utsatt, 4,070 <5,869
Knutepunkter	OK	Rotmål 56 mm

Tabell 8.3: Kapasitetskontroll ved innspenning og $t=22$ mm.

Det kan her vises at den innerste vangen ved tykkelse $t=22$ mm vil få en nedbøyning på 2,82 mm.

Tabell 8.4 viser resultat for volum, vekt og stålreduksjon ved bruk av tykkelse 22 mm. Som tabellen viser vil det bli en reduksjon på ca. 1,57 tonn stål.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Vange mot åpent areal [m ³]	0,074	0,298
Vange med redusert tverrsnitt [m ³]	0,067	0,269
Sum [m ³]	0,142	0,576
Sum i vekt [kg]	1129,05	4579,82
Endring i prosent [%]		
		-26,06
Endring i masse [kg]		
	-408,69	-1571,13

Tabell 8.4: Volum og vekt ved $t=22$ mm.

8.3.3 Innpent i endene, kontinuerlig tverrsnittshøyde og endring av tykkelse

Som vist i kapittel 7.2 vil ikke en endring av kun høyden gi stort utslag på stålreduksjon, men å både endre på høyden og tykkelsen kan gi stort utslag da potensialet i kapasiteten ved innspente ender er så stort. Fremgangsmetoden er lik som i kapittel 7.3, altså se hvor lav høyden kan være for hver millimeter i tykkelse. Resultatene fra beregningene er oppsummert i tabell 8.5 som viser høyden og tykkelsen til profilet og godkjenner alle dimensjoneringskravene. Tabellen viser også nedbøyningen i hvert profil, den totale vekten til 4 trapper og hvor mye stål som bli spart i forhold til de originale vangene. Verdiene er hentet fra vedlegg E.4.

Tykkelse	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Høyde										
282	2,17									
249		3,02								
221			4,15							
211				4,57						
203					4,92					
200						4,94				
197							4,98			
195								4,94		
192									4,99	
190										4,98
Vekt[kg]	4377	4058	3773	3766	3781	3880	3975	4086	4172	4276
Spart[%]	28,8	34,0	38,7	38,8	38,5	36,9	35,4	33,6	32,2	30,5
Spart[kg]	1774	2093	2378	2385	2370	2271	2176	2065	1979	1875

Tabell 8.5: Kontroll av optimalisert høyde og tykkelse ved innspenning.

Dimensjoneringskravet blir ikke det samme for hvert profil, i de tykkeste profilene er nedbøyningen dimensjonerende, i de minste er det bøyeknekking som er dimensjonerende og for profil 211/23 er det vipping som er dimensjonerende. En oppsummert liste for dette er gitt i tabell 8.6.

Kontroll Profil	Kapasitet	Bøyeknekking	Vipping	Knutepunkter	Nedbøyning
282/20	OK	OK, dim.	OK	OK	OK
249/21	OK	OK, dim.	OK	OK	OK
221/22	OK	OK, dim.	OK, dim.	OK	OK
211/23	OK	OK	OK, dim	OK	OK
203/24	OK	OK	OK	OK	OK, dim.
200/25	OK	OK	OK	OK	OK, dim.
197/26	OK	OK	OK	OK	OK, dim.
195/27	OK	OK	OK	OK	OK, dim.
192/28	OK	OK	OK	OK	OK, dim.
190/29	OK	OK	OK	OK	OK, dim.

Tabell 8.6: Kontroll av profilene i tabell 8.5.

Tabell 8.5 viser at når dimensjoneringskravet endres til bøyeknekking øker høyden mye fra et profil til neste, og med det synker også stålreduksjonen. Utforming 211/23 er kombinasjonen mellom høyde og tykkelse som gir høyest stålreduksjon, som er innenfor dimensjoneringskravene. Med en endring på rundt 38,8% vil man spare ca. 2,38 tonn stål totalt for alle trappene. Beregninger gjort for dette profilet er vist i tabell 8.7 og 8.8, resultatene er hentet fra vedlegg E.5.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 1 er mest utsatt, 0,280 <1
Skjær	OK	Element 1 er mest utsatt, 0,026 <1
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt 0,014 <1
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=4,57$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, 0,928 <1
Vipping	OK	Element 4 er utsatt, 3,893 <3,899
Knutepunkter	OK	Rotmål 37 mm

Tabell 8.7: Kapasitetskontroll ved innspenning, $h=211$ mm og $t=23$ mm.

	Per trapp	Totalt (4 trapper)
Vange [m^3]	0,059	0,237
Sum [m^3]	0,118	0,474
Sum i vekt [kg]	941,59	3766,36
Endring i prosent [%]		-38,77
Endring i masse [kg]	-596,15	-2384,59

Tabell 8.8: Volum og vekt ved $h=211$ mm og $t=23$ mm.

8.3.4 Leddet over glidelager

Ved å skape en leddet forbindelse mellom element 3 og 4 vil det ikke overføres moment fra den ene siden til den andre. Slik som i dette tilfellet, når nedbøyning er det dimensjonerende kravet, vil dette ikke være en gunstig løsning. Dette skyldes at dersom bjelken er kontinuerlig over glidelageret vil det her oppstå et moment med strekk på oversiden, dette momentet bidrar til å redusere nedbøyningen på begge sider av glidelageret og er dermed gunstig. En situasjon med er leddet glidelager analyseres dermed ikke, da nedbøyningen vil øke ved dette tilfellet.

8.4 Ny vurdering av laster

Både egen- og nyttelast er sentrale faktorer som kan vurderes med tanke på en optimalisering. Det er foretatt en beregning av egenvekten for den originale konstruksjonen, denne er ikke redusert ved kontroll av reduserte tverrsnitt i analysene over. Dermed kan mer nøyaktige beregninger for

egenvekten av konstruksjonen gi positive utslag på dimensjoneringen. En mer nøyaktig beregning av egenlasten kan også resultere i en lavere egenlast enn den som er benyttet her (3,5 kN/m²).

8.4.1 Materialvalg

Tiltak for å redusere egenvekten kan også vurderes. Glassrekkverk er massive og tunge. Ved å vurdere et rekkverk av et annet materiale og annen utforming vil en dermed kunne få en redusert egenlast, men trappen vil da også få et annet utseende.

Trappetrinnene/reposene består av stål og betong. Nødvendig dimensjon på disse er ikke analysert, men det er klart at disse kan beregnes nærmere med en intensjon om å kunne redusere dimensjonene (høyden). Eventuelt kan bruk av andre materialsammensetninger også vurderes slik at egenvekten fra trinn og repos kan reduseres. I denne analysen vil det være sentralt å kontrollere at trinnene har kapasitet nok til å motstå torsjonen som vangene blir utsatt for via horisontallast på rekkverket, samt fastholding mot vipping.

8.4.2 Nyttelast

Nyttelasten er satt til 4,0 kN/m² med bakgrunn i NS-EN 1991-1-1, og at trappen befinner seg ved åpne arealer og kan fylles med mennesker. En mer nøyaktig undersøkelse av realistisk folkemengde i bygget kan potensielt resultere i at nyttelasten kan reduseres. Her vil det være vanskelig å forutse fremtidig bruk og en slik undersøkelse vil av den grunn vise seg vanskelig å få nøyaktige resultater fra.

Det kan vurderes å endre selve størrelsen på trappen. Bredden er satt til 1,520 meter. Det strenge kravet til minste trappebredde er for trapper med krav om universell utforming. TEK17 §12-4(3)a setter dette kravet til 1,20 meter. Altså kan trappens bredde reduseres med 0,32 meter i henhold til byggeforskriftene. Dette forutsetter at det ikke er satt noe høyere krav til trappebredden av byggherre som følge av forventet trafikk i trappen.

Reduksjonen i trappebredden vil resultere i en redusert nyttelast da arealet av trappen er mindre. Denne endringen vil også føre til en reduksjon i egenlasten fra trinn og repos, men egenlasten fra rekkverk og vanger forblir den samme og må fordeles på et mindre areal. Resultatet er en egenlast på 3,73 kN/m², som er større enn egenlasten ved trappebredde på 1,52 meter. Det er her ikke tatt

hensyn til at trappetrinnene potensielt kan reduseres høyde på som følge av mindre spennlengde mellom vaneene. Beregningen for egenlast med trappebredde på 1,2 meter er vist i vedlegg E.6.

Per vange får en da ved bruddgrensetilstand en last på 6,28 kN/m, mot 7,75 kN/m tidligere.

Resultater fra kapasitetskontroll med den nye lasten er gitt i tabell 8.9 med verdier hentet fra vedlegg E.7. Med de originale høydene og opplagerbetingelsene kan en da redusere tykkelsen til $t=22$ mm, og vil da få en reduksjon på 24,7% som vist i tabell 8.10.

Kontroll	OK/IKKE OK	Kommentar
Moment	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,185 < 1$
Skjær	OK	Element 3 er mest utsatt, $0,017 < 1$
Aksial	OK	Element 4 er mest utsatt $0,011 < 1$
Nedbøyning	OK	Maksimal for $r_5=3,97$ mm
Bøyeknekking	OK	Element 4 er mest utsatt, $0,753 < 1$
Vipping	OK	Element 4 er utsatt, $4,070 < 4,213$
Knutepunkter	OK	

Tabell 8.9: Kapasitetskontroll ved trappebredde, $b=1,20$ m.

	Per trapp	Total (4 trapper)
Volum vange [m³]	0,074	0,298
Volum vange med redusert tv. snitt. [m³]	0,067	0,269
Volum plate [m³]	0,083	0,332
Sum [m³]	0,225	0,889
Sum i vekt [kg]	1787,94	7151,77
Originalt [kg]	2374,06	9496,22
Endring i prosent [%]		-24,69
Endring i masse [kg]	-586,12	-2344,45

Tabell 8.10: Volum og vekt ved trappebredde 1,2 m og $t=22$ mm.

8.5 Oppsummering

Reduksjonen av stålforbruket i situasjonene som er beregnet i dette kapittelet er gjengitt i tabell 8.11. Beregningene viser her at potensialet for å redusere stålforbruket er enda større enn i kapittel 7. Ved å endre til innspenning i endene endre på dimensjonene til vangen, er det mulig å oppnå en reduksjon på 38,8%.

Endringer	Endring forbruk[%]	Endring forbruk[kg]
Innspenning, t=22 mm	-26,1	-1571
Innspenning, h=211 mm og t=23 mm	-38,8	-2385
Trappebredde 1,2 m og t=22 mm	-24,7	-2344

Tabell 8.11: Reduksjon av stålforbruk fra beregninger i kapittel 8.

Dette kapittelet og kapittel 7 viser samlet at det er mange mulige utforminger av vangen som kan gi en reduksjon i stålforbruket. Det finnes også flere muligheter som ikke er vurdert, men denne analysen stopper her da et godt resultat er oppnådd.

9. Konklusjon

En trapp bør oppleves stabil å gå i og trappens motstandsevne mot svingning er av den grunn en viktig kontroll. Denne kontrollen er ikke gjennomført i denne analysen, men med forutsetning om at denne kontrollen er ok, viser denne analysen at konstruksjonen har tilstrekkelig kapasitet i henhold til regler og krav gitt i Norsk Standarder.

Analysen viser også at det er et stort forbedringspotensiale i de originale dimensjonene på vane-gene, noe som betyr at konstruksjonen benytter seg av unødvendig mye stål. Ved å ha fokus på stålforbruk ved dimensjonering kan en potensielt redusere CO₂-utslipp via et redusert stålforbruk. Dette er svært ønskelig med tanke på hvor stor andel av verdens CO₂-utslipp som kommer fra stålindustrien. Det er mange alternative måter en kan oppnå dette på for denne konstruksjonen.

Ved å analysere ulike endringer av dimensjonene er det kommet fram til at det er mulig å få til en stålreduksjon på ca. 28% ved å øke høyden i element 4 til 277 mm, redusere høyden på de andre elementen til 268 mm og redusere tykkelsen til 23 mm. Ved å bruke disse dimensjonene vil man spare ca. 1,7 tonn med stål totalt for de 4 trappene.

Videre viser analysen at andre endringer gjort med opplagerbetingelsene til konstruksjonen kan gi en større reduksjon enn hvis man kun endrer på dimensjonene. Ved å endre opplagrene i endene til innspenninger kan man endre dimensjonene til en høyde på 211 mm og en tykkelse på 23 mm. Denne endringen er den som gir størst reduksjon i stålforbruket. Reduksjonen blir da ca. 39%, som tilsvarer rundt 2,4 tonn totalt for de 4 trappene. Dette selv om det er benyttet en egenlast som er 75% høyere enn originalt.

10. Figurer

1.1	3D-illustrasjoner av konstruksjonen. Utklipp hentet fra ifc-fil gitt av Siv. Ing Danielsen AS, gjengitt med tillatelse.	1
3.1	Skisse av et generelt bjelkeelement. Basert på figur 4.11 i Bell (1994) s.4.17, gjenskapt i ArchiCAD.	9
3.2	2D-skisse av statisk modell med målsetting og nummererte elementer. Tegnet i ArchiCAD.	11
3.3	Konstruksjonens stivhetsmatrise, \mathbb{K} . Enhetene kN og m er benyttet ved utregning.	13
5.1	Momentdiagram fra SAP2000.	22
5.2	Skjærkraftdiagram fra SAP2000.	22
5.3	Aksialkraftdiagram fra SAP2000.	22
5.4	Deformasjon i konstruksjon ved bruk av SAP2000.	33
5.5	Deformasjon i konstruksjon ved bruk av SAP2000, last kun på venstre side av glidelager.	33

11. Tabeller

3.1	Relevant data fra vedlegg B.1.	8
3.2	Profilhøyde til elementer.	10
4.1	Tyngdetettheter hentet fra NS-EN 1991-1-1.	14
4.2	Antatte dimensjoner glassrekkverk.	15
4.3	Tyngdetettheter hentet fra NS-EN 1991-1-1.	15
4.4	Laster og paritalfaktorer for bruddgrensetilstand.	17
4.5	Laster og partialfaktorer for bruksgrensetilstand.	18
5.1	Opptredende krefter ved bruddgrensetilstand.	21
5.2	Opplagerreaksjoner.	23
5.3	Krav til tverrsnittsklasser.	24
5.4	Krav til tverrsnittsklasser, gitt av NS-EN 1993-1-1 tabell 5.2.	24
5.5	Plastisk tverrsnittskapasitet.	25
5.6	Krav til plastisk tverrsnittskapasitet.	25
5.7	Resultat fra punkt 6.3.1.2 (4).	26
5.8	Kontroll for knekking.	27
5.9	Vippekontroll.	28
5.10	Sveisens kapasitet i opplagrene.	29
5.11	Sveisens kapasitet i glidelageret.	30
5.12	Oppsummering av kapasitetskontroll for original konstruksjon.	34
5.13	Oppsummering av kapasitetskontroll for original konstruksjon for vange med redusert tverrsnitt.	34
7.1	Volum og vekt av original trapp.	36
7.2	Oppsummering av kapasitetskontroll ved $t=24$ mm.	37
7.3	Volum og vekt ved $t=24$ mm.	37
7.4	Oppsummering av kapasitetskontroll ved kontinuerlig høyde $h=242$ mm.	38
7.5	Volum og vekt ved $h=242$ mm.	38
7.6	Kontroll av optimalisert høyde og tykkelse.	39

7.7	Kontroll av profilene i tabell 7.6.	40
7.8	Oppsummering av kapasitetskontroll ved kontinuerlig høyde $h=265$ mm og $t=23$ mm.	40
7.9	Volum og vekt ved $h=265$ mm og $t=23$ mm.	41
7.10	Kontroll av variabel høyde og kontinuerlig tykkelse.	41
7.11	Kontroll av profilene i tabell 7.10.	42
7.12	Oppsummering av kapasitetskontroll for profil 277/305/20.	42
7.13	Volum og vekt for profil 277/305/20.	42
7.14	Reduksjon av stålforbruk fra beregninger i kapittel 7.	43
8.1	Kapasitetskontroll ved stål kvalitet S275.	46
8.2	Oppsummering av kapasitetskontroll ved innspente vanger.	47
8.3	Kapasitetskontroll ved innspenning og $t=22$ mm.	48
8.4	Volum og vekt ved $t=22$ mm.	48
8.5	Kontroll av optimalisert høyde og tykkelse ved innspenning.	49
8.6	Kontroll av profilene i tabell 8.5.	49
8.7	Kapasitetskontroll ved innspenning, $h=211$ mm og $t=23$ mm.	50
8.8	Volum og vekt ved $h=211$ mm og $t=23$ mm.	50
8.9	Kapasitetskontroll ved trappebredde, $b=1,20$ m.	52
8.10	Volum og vekt ved trappebredde 1,2 m og $t=22$ mm.	52
8.11	Reduksjon av stålforbruk fra beregninger i kapittel 8.	53

12. Referanseliste

Bell, K. (1994). *Matrisestatikk*. 1. utgave. Trondheim: Tapir.

Byggteknisk forskrift (TEK17) (2017). Tilgjengelig fra: <https://dibk.no/byggereglene/byggteknisk-forskrift-tek17/> (Besøkt: 04.04.2020). Direktoratet for byggekvalitet.

Eurokode 1: Laster på konstruksjoner – Del 1-1: Allmenne laster – Tetthet, egenvekt og nyttelaster i bygninger (2019). Lysaker: Standard Norge.

Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger (2015). Lysaker: Standard Norge.

Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner - Del 1-8: Knutepunkter og forbindelser (2009). Lysaker: Standard Norge.

Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner (2016). Lysaker: Standard Norge.

Grønnere - Stålproduksjon i dag (udatert). Tilgjengelig fra: <https://www.norskstaal.no/om-oss/miljoe-og-baerekraft/groennere-staalproduksjon-i-dag> (Besøkt: 13.05.2020). Norsk Stål AS.

Larsen, P. K. (2015). *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. 2. utgave. Bergen: Fagbokforlaget.

Larsen, P. K., A. H. Clausen og A. Aalberg (2003). *Stålkonstruksjoner profiler og formler*. 3. utgave. Bergen: Fagbokforlaget.

Råd ved trappekjøp: Valg av vange (udatert). Tilgjengelig fra: <https://www.tretrapp.no/aktuelt/rad-om-trappekjop-valg-av-vange> (Besøkt: 09.05.2020). Tre Trapp AS.

13. Vedleggsliste

Vedlegg A

- Vedlegg A.1: Artikkel
- Vedlegg A.2: Plakat A4

Vedlegg B

- Vedlegg B.1: Tegning av original konstruksjon
- Vedlegg B.2: Beregning av egenlast
- Vedlegg B.3: Statisk modell

Vedlegg C

- Vedlegg C.1: Matriseberegninger for opptredende krefter
- Vedlegg C.2: M-, V-, N-diagrammer fra SAP2000 for bruddlast
- Vedlegg C.3: Beregninger for tverrsnittskapasitet
- Vedlegg C.4: Beregninger for bøyeknekking
- Vedlegg C.5: Beregninger for vipping
- Vedlegg C.6: Beregninger for knutepunktskapasiteter
- Vedlegg C.7: Nedbøyningsbilde fra SAP2000
- Vedlegg C.8: Beregninger for vange med redusert tverrsnitt

Vedlegg D

- Vedlegg D.1: Beregninger for $t=24\text{mm}$
- Vedlegg D.2: Beregninger for $h=242\text{mm}$
- Vedlegg D.3: Excelark for endring av høyde og tykkelse
- Vedlegg D.4: Beregninger for $h=265\text{mm}$ og $t=23\text{mm}$
- Vedlegg D.5: Excelark for endre høyde i element 4

- Vedlegg D.6: Beregninger for profil 277/305/20

Vedlegg E

- Vedlegg E.1: Beregninger for S275
- Vedlegg E.2: Beregninger for innspent
- Vedlegg E.3: Beregninger for innspent, $t=22\text{mm}$
- Vedlegg E.4: Excelark for innspent, endring av høyde og tykkelse
- Vedlegg E.5: Beregninger for innspent $h=211\text{mm}$ og $t=23\text{mm}$
- Vedlegg E.6: Egenlast ved trappebredde 1,2m
- Vedlegg E.7: Beregninger for trappebredde 1,2m og $t=22\text{mm}$