

Uniped, årg. 38, nr. 4-2015, s. 311–318
ISSN online: 1893-8981

FAGFELLEVDERT ARTIKKEL

Matematikk og programmering for teknologistudenter ved NTNU

Marius Thaulé
Førstelektor
Institutt for matematiske fag
NTNU
marinus.thaule@math.ntnu.no

SAMMENDRAG

Matematikk er et av de mest sentrale basalfagene i teknologiutdanningen ved NTNU. Alle teknologistudenter tar minst fire emner innen matematikk og statistikk gjennom sin studietid. Disse matematikkemnene er i stadig utvikling og har sett innslag av programmering som et supplement i undervisningen i senere tid. Denne artikkelen fokuserer på et pilotprosjekt som tar sikte på å forbinde matematikk og programmering. Pilotprosjektet ser på tre matematikkemner som inneholder laplacetransformasjon, fourierrekker og -transformasjon, partielle differensialligninger og numerisk matematikk. Spesielt vil det bli gitt en gjennomgang av de tiltak som har vært gjennomført og hvilke resultater tiltakene kan ha bidratt til.

Nøkkelord

matematikk, programmering, ingeniørutdanning, teknologiutdanning.

ABSTRACT

Mathematics is one of the most important basic subjects in the engineering education at NTNU. All engineering students take at least four courses within mathematics and statistics while studying to become engineers at NTNU. These mathematics courses are constantly evolving and have seen elements of programming being included in recent years as a supplementary educational tool. This paper focuses on a pilot project that aims to connect mathematics and programming. In particular, the project focuses on three mathematics courses, all of which include Laplace transformation, Fourier series and Fourier transformation, partial differential equations and numerical mathematics. The paper outlines the different measures that have been employed and what results they may have contributed to.

Keywords

mathematics, programming, engineering education, technology education.


UNIVERSITETSFORLAGET

 idunn.no
Nordiske tidsskrifter på nett

This article is downloaded from www.idunn.no. © 2015 Marius Thaulé. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons CC-BY 4.0 License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), allowing third parties to copy and redistribute the material in any medium or format and to remix, transform, and build upon the material for any purpose, even commercially, provided the original work is properly cited and states its license.

INNLEDNING

Bakgrunn

Teknologistudenter (sivilingeniørstudenter) ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) utdannes til å kunne utvikle morgendagens teknologiske løsninger, samt kunne jobbe med forskning, undervisning, prosjektarbeid og ledelse. Et av de mest sentrale basalfagene for teknologistudentene er matematikk, og samtlige teknologistudenter tar minst fire emner innen matematikk og statistikk gjennom sin studietid. Disse matematikkemnene er i stadig utvikling og har i senere tid sett innslag av programmering som et supplement i undervisningen.

Matematikk 4D er et matematikkemne rettet mot studenter fra teknologiutdanningen for datateknologi, industriell økonomi og teknologiledelse, og kommunikasjonsteknologi. Emnet gir en innføring i laplacetransformasjon, fourierrekker og -transformasjon, partielle differensialligninger og numerisk matematikk. Emnet har vært gjenstand for svært høy strykprosent, se *tabell 1*.

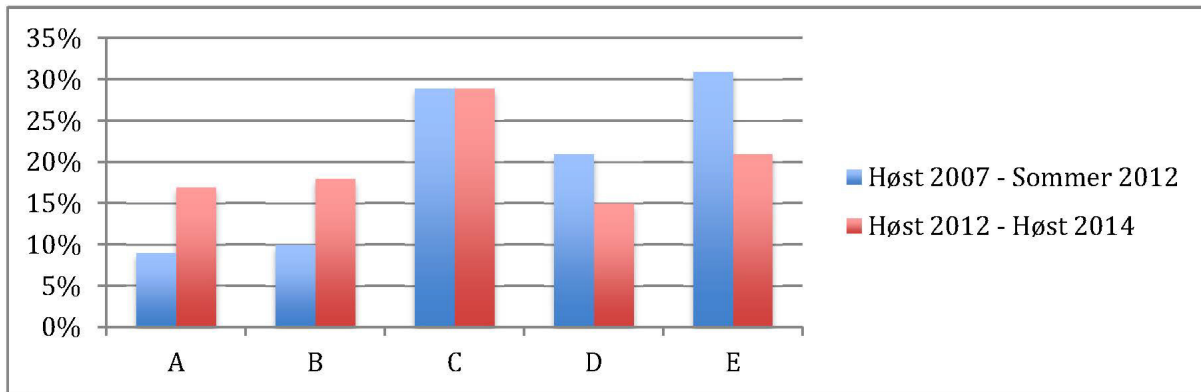
TABELL 1. AKKUMULERTE EKSAMENSRESULTATER I MATEMATIKK 4D, HØST 2007–SOMMER 2012.

Kandidater	Antall bestått	Antall stryk og avbrutt	Prosent stryk og avbrutt
1288	702	586	45

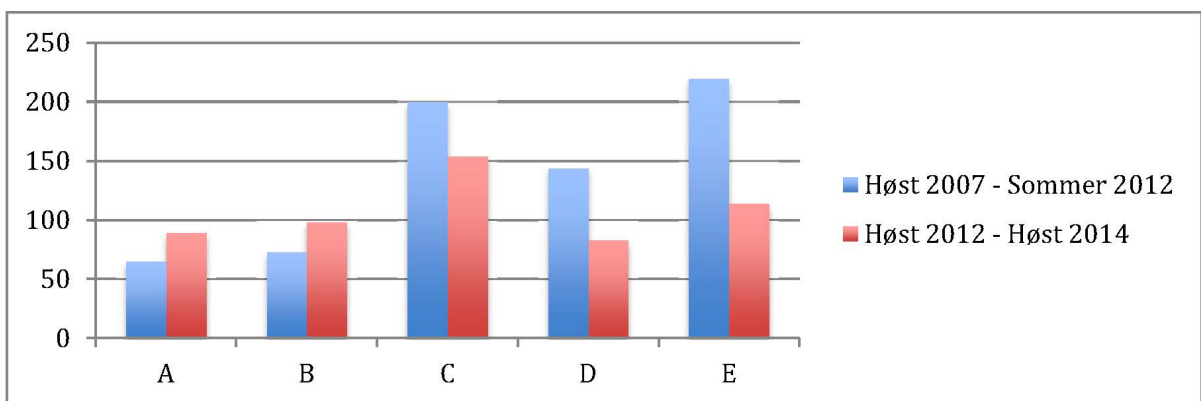
I tillegg til svært høy strykprosent har det også vært en høy andel av dårlige karakterer, jamfør *figur 1* og *figur 2*.

Etter initiativ fra daværende undervisningsleder Sigmund Selberg ved Institutt for matematiske fag (IMF), ble Matematikk 4D et ledd i et pilotprosjekt om faglig bruk av IKT i grunnemnene i matematikk i teknologiutdanningen høsten 2012. IMF har fått støtte til dette pilotprosjektet fra prosjektet *IKT i sivilingeniørutdanningen (IKTiSU)* som igjen ble etablert av Forvaltningsutvalget for sivilingeniørutdanningen. Målet til IKTiSU er en helhetlig integrasjon av faglig bruk av IKT i undervisningen.

Pilotprosjektet i Matematikk 4D ble først videreført høsten 2013 i en litt utvidet modell og deretter høsten 2014. Våren 2015 ble pilotprosjektet videreført til to nye emner, Matematikk 4M og Matematikk 4N. Det er kun små forskjeller i innholdet i Matematikk 4D, 4M og 4N.



Figur 1. Karakterfordeling (kun bestått) i Matematikk 4D i prosent.



Figur 2. Karakterfordeling (kun bestått) i Matematikk 4D i antall.

Målsetting

Flere teknologistudenter opplever matematikkemnene som lite relevante for deres studiespesialisering, og viser således liten interesse for matematikkemnene de tar. Økende relevans for studentenes spesialisering er også et av målene for det såkalte KTDiM-prosjektet ved NTNU (se for eksempel Rønning, 2014). I et videre perspektiv kan også motivasjonen om høyere relevans sies å være knyttet til det å kontekstualisere matematikken gjennom å bruke eksempler og metoder nært knyttet til den verden som studentene skal bruke matematikken innenfor (se for eksempel Abdulwahed, Jaworski & Crawford, 2012; Henderson & Broadbridge, 2007 og videre referanser i disse artiklene). Pilotprosjektet har lagt vekt på å øke relevansen av matematikken gjennom å gi studentene referansepunkter for matematikken de lærer og bruksområder innen deres studiespesialisering. Programmering er innført som et hjelpemiddel for å øke relevansen, men fokus er hele tiden på matematikk og ikke programmering. Programmering er et verktøy i undervisningen og ikke et mål i seg selv.

Det overordnede målet med inkludering av programmering er tredelt:

- 1 Å heve interessen for matematikk blant studentene.
- 2 Å øke forståelsen for det matematikkfaglige innholdet i Matematikk 4D, 4M og 4N ved hjelp av visualisering og simulering.
- 3 Å heve studentenes kompetanse i bruk av IKT-verktøy generelt.

Pilotprosjektet har særlig fokusert på at numerikk gjøres i praksis på en data-maskin, men at teorien utledes med «penn og papir». Pilotprosjektet har felles-trekk med prosjektet *Beregningsorientert matematikk* ved Universitetet i Oslo (Hjorth-Jensen, Langtangen, Mørken, Malthe-Sørensen, & Vistnes, 2008).

GJENNOMFØRING

I tillegg til faglærer har en stipendiat, Gard Spreemann, vært knyttet til pilotprosjektet. Faglærer høsten 2012 og høsten 2013 var Marius Thaulé, som også fungerte som prosjektleder, mens Helge Holden og Gard Spreemann delte rollen som faglærer høsten 2014. Våren 2015 var det Yuri Lyubarskii som var ansvarlig faglærer for Matematikk 4M og 4N. Lyubarskii var igjen støttet opp av Spreemann, som foreleste deler av emnene Matematikk 4M og 4N.

Pilotprosjektet har gjort bruk av programmering i tre komponenter av emnene:

- 1 Forelesningene
- 2 Øvingene
- 3 Eksamen

Forelesningene

For å skape entusiasme blant studentene for kombinasjonen av matematikk og programmering har det, gjennom hele pilotprosjektet, blitt brukt programmering også i forelesningene gjennom at foreleser har demonstrert bruk av programmering. Spesielt gjelder dette for numerikkdelen.

Den praktiske bruken av programmering i forelesningene har ofte vært å vise frem et lite skript som for eksempel implementerer en numerisk metode for et aktuelt problem, og deretter en kjøring av skriptet. Dette har så ofte vært kombinert med en løsning av samme eksempel for hånd.

Øvingene

Pilotprosjektet har fokusert mye på øvingene, der det har blitt inkludert en oppgave med en programmeringsdel i enten hver øving eller annenhver øving. Disse oppgavene har ofte vært av typen å implementere en spesifikk numerisk metode med påfølgende problem som dette skal anvendes på. Oppgavene har

vært konstruert på en slik måte at de gjør minimal bruk av programmerings-språkets spesielle egenskaper, men hvor koden er tilnærmet lik en pseudokode, da fokuset skal være på matematikken og ikke programmeringen.

I Matematikk 4D har det vært gitt en større programmeringsøving som spesielt retter seg inn mot bildebehandling, som er et sentralt tema for deler av denne studentgruppen i deres videre studier. Her har studentene fått i oppgave å lage en enkel bildekomprimeringsalgoritme (inspirert av JPEG). Spesielt får studentene her se anvendelser av diskret fouriertransformasjon. Øvingen baserer seg på flere mindre oppgaver hvorav noen er relativt krevende programmeringsteknisk.

Eksamen

Noe av hensikten bak å inkludere programmering i øvingsopplegget har vært å forberede studentene på at slike oppgaver kan og vil komme til eksamen. Det har også vært fokusert på å forstå temaer som for eksempel fourierrekker gjennom visualisering, der studentene har fått i oppgave å plote fourierrekker opp mot den originale funksjonen eller signalet. Det har blitt gitt en oppgave knyttet opp mot programmering til hver eksamen gitt i Matematikk 4D fra og med høsten 2012.

Eksamen i Matematikk 4D, 4M og 4N er skriftlig, og studentene får fire timer på seg til å besvare alle oppgavene. Tillatte hjelpemidler er en bestemt type enkel kalkulator, en bestemt matematisk formelsamling samt et kort vedlegg til eksamen med noen formler spesielt for emnene.

I pilotprosjektet har det bevisst vært gitt oppgaver til eksamen som kun krever kodeforståelse, men som ikke ber studentene programmere selv. Dette er delvis begrunnet med at eksamen er skriftlig, og ikke digital som ville gjort det (mer) naturlig å gi studentene som oppgave å faktisk programmere selv under eksamen, og delvis begrunnet med at pilotprosjektet kun ønsker å benytte programmering som et virkemiddel for å fremheve matematikken studentene lærer og hvilke anvendelser den kan gi.

RESULTATER

Effekten av pilotprosjektet har vært forsøkt målt gjennom spørreundersøkelser, samtaler med enkeltstudenter, samtaler med referansegruppen og eksamensresultater. Et fellestrekk synes å være at studentene liker å se at matematikken de lærer kan benyttes til noe som står nært deres studiespesialisering, og at numerisk matematikk kommer mer til sin rett når programmering inngår. Det er også klart at en del barnesykdommer står igjen. Spesielt er det på langt nær alle som faktisk gjør programmeringsoppgavene, da studentene rapporterer om at de oppfatter disse oppgavene som lite eksamensrelevante til tross for at de vet at det kommer en oppgave til eksamen som gjør bruk av programmering.

Resultater fra spørreundersøkelser

Det ble gitt spørreundersøkelser til studentene høsten 2013 og høsten 2014. De to undersøkelsene er ikke identiske, men inneholder en stamme av spørsmål som er svært like og som tar sikte på å måle studentenes holdning til matematikk og programmering. Resultatene fra de spørsmålene som er mest relevante for koblingen mellom matematikk og programmering er fremlagt i *tabell 2*. Dessverre er svarprosenten for begge undersøkelsene svært lav (høsten 2013: 22,4 %, høsten 2014: 24,5 %), til tross for gjentatte forsøk på å få studentene til å besvare undersøkelsene i større grad.

Det er vanskelig å trekke slutninger basert på spørreundersøkelsene, da svarprosentene er så lave, men det kan virke som om pilotprosjektet har lyktes bedre med å fremheve koblingen mellom matematikk og programmering høsten 2014 enn høsten 2013. Det er å forvente, da det var flere barnesykdommer knyttet til programmeringsoppgavene høsten 2012 og høsten 2013.

TABELL 2. Resultater fra spørreundersøkelser høsten 2013 og høsten 2014.

Spørsmål	Høsten 2013	Høsten 2014
Er du interessert i emnet?	Svært eller ganske interessert: 46 %	Svært eller ganske interessert: 48 %
Hvilken karakter forventer du å få?	A: 8 % B: 30 % C: 30 % D: 22 % E: 10 %	A: 12 % B: 28 % C: 42 % D: 14 % E: 4 %
Hjelper programmeringsoppgavene deg med å forstå matematikken vi studerer?	Svært enig eller enig: 26 % Vet ikke: 16 % Svært uenig eller uenig: 58 %	Ja: 52 % Vanskelig å si: 25 % Nei: 23 %
Gjør du programmeringsoppgavene?	Alltid eller ofte: 20 % Av og til: 40 % Aldri eller sjeldent: 40 %	Alltid: 40 % Noen ganger: 40 % Aldri: 20 %

Uttalelser fra referansegruppene og enkeltstudenter

Alle emner gitt ved NTNU må ha en såkalt referansegruppe bestående av studenter som tar emnet, som møtes sammen med faglærer minst tre ganger i løpet av semesteret.

Referansegruppene har kommet med flere nyttige tilbakemeldinger i løpet av pilotprosjektet. Spesielt har referansegruppene vært flinke til å fremheve praktiske vanskeligheter, så som installasjon av nødvendig programvare på egen datamaskin og lignende.

Referansegruppene har også gitt verdifulle kommentarer knyttet til programmeringsoppgavene, med ønske om mer testing av koden og mer forklaring i oppgaveteksten, som i sin tur har gjort at flere studenter har gjort programmeringsoppgavene. Det har vært et gjennomgående inntrykk fra referansegrup-

pene at de liker å se programmering inkludert i de deler av matematikk der det er naturlig og der det kan hjelpe dem til bedre å forstå matematikken og dens anvendelser. Referansegruppene har også kommentert at de liker at det blir benyttet små bruddstykker med programmering i forelesningene.

Noen studenter, utenfor referansegruppene, har også gitt tilbakemeldinger angående pilotprosjektet i samtaler med faglærer (typisk i pausen i en forelesning). De fleste studentene som har gjort dette har uttalt seg positivt om ideen med å belyse matematikk ved programmering, men har ofte pekt på barnesykdommer, som for eksempel bruk av programmeringsbiblioteket NumPy som studentene ikke kjenner spesielt godt til.

Eksamensresultater

Eksamensresultater for perioden høsten 2012 til og med høsten 2014 er presentert i *figur 1* og *2*, og i *tabell 3*.

TABELL 3. Akkumulerte eksamensresultater i Matematikk 4D, høst 2012–høst 2014.

Kandidater	Antall bestått	Antall stryk og avbrutt	Prosent stryk og avbrutt
805	538	267	33

Sammenlignet med resultatene for perioden høsten 2007 til og med sommer 2012 (*tabell 1*) har det vært en reduksjon på 12 prosentpoeng i andel *ikke bestått* for perioden høsten 2012 til og med høsten 2014. Det er en for enkel analyse å hevde at dette skyldes ene og alene inkludering av programmering i emnet, men det kan heller ikke utelukkes at det har hatt en positiv effekt. Det bør også nevnes at eksamensoppgavene gitt i perioden høsten 2012 til og med høsten 2014 har, i likhet med tidligere eksamensoppgaver, vært gjenstand for en ekstern kvalitetskontroll gjennom en tilsynssensor, og kan vanskelig hevdes å være lettere enn eksamensoppgaver gitt før høsten 2012.

Vel så viktig som reduksjonen i strykprosent, er den langt jevnere karakterfordelingen, med en topp på 29 % for C for dem som bestod eksamen i perioden høsten 2012 til og med høsten 2014. Se *figur 1* og *figur 2*. Spesielt er det verdt å legge merke til at prosentandelen som får A eller B har gått betydelig opp sammenlignet med perioden høsten 2007 til og med sommer 2012 (*figur 1*). Det merkes at det fortsatt er en for stor andel studenter som så vidt består. En mulig forklaring på den relativt høye andel som får D og E kan være at det er mange som har strøket flere ganger som dermed ikke har vært eksponert for det nye opplegget, og at disse statistisk sett gjør det svakt.

OPPSUMMERING

Pilotprosjektet i Matematikk 4D kan hevdes å ha gitt økt læringsutbytte for studentene som tar emnet, målt i eksamensresultater, samt at studentene har løftet

frem at matematikk og programmering gir dem en økt forståelse for numerikkdelen i emnet. Pilotprosjektet ble utvidet til to nye emner våren 2015, med samme modell som før. Det har blitt utarbeidet et hefte med programmeringsoppgaver, der tanken er å kontinuerlig oppdatere samt forbedre heftet i årene som kommer. Det er spesielt positivt at flere faglærere har blitt involvert i pilotprosjektet for å kunne sikre seg mot personavhengighet.

Jeg vil takke ledelsen ved IMF som har støttet opp om pilotprosjektet fra første stund. Jeg vil rette en særskilt stor takk til Gard Spreemann for hans innsats med programmeringsoppgavene. Han har vært helt avgjørende for suksessen til pilotprosjektet. Jeg vil også takke Helge Holden og Yurii Lyubarskii for deres deltagelse. Til slutt vil jeg takke IKTiSU for økonomisk støtte til pilotprosjektet, samt Frode Rønning ved IMF for hjelp til å skrive denne artikkelen.

LITTERATUR

- Abdulwahed, M., Jaworski, B., & Crawford, A. R. (2012). Innovative approaches to teaching mathematics in higher education: A review and a critique. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(2), 49–68.
- Henderson, S., & Broadbridge, P. (2007). Mathematics for 21st century engineering students. I *Proceedings of the 2007 AaeE Conference, Melbourne, Australia* (s. 1–8). http://www.aae.com.au/conferences/papers/2007/inv_Hend.pdf.
- Hjorth-Jensen, M., Langtangen, H. P., Mørken, K., Malthe-Sørensen, A., & Vistnes, A. I. (2008). Computers in science education, a new way to teach physics and mathematics? *Bulletin of the American Physical Society*, 53(5). Hentet 15. september fra <http://meetings.aps.org/link/BAPS.2008.APR.J16.3>.
- Rønning, F. (2014). Future teaching of mathematics for engineers. I *Proceedings fra SEFI 42nd Annual Conference, Birmingham, UK*. Hentet 15. september fra <http://www.sefi.be/conference-2014/0083.pdf>.