



Uniped, årg. 38, nr. 4-2015, s. 319–326
ISSN online: 1893-8981

FAGFELLEVDERT ARTIKKEL

Innovativ utdanning i matematikk

Frode Rønning
Professor
Institutt for matematiske fag
NTNU
frode.ronning@math.ntnu.no

SAMMENDRAG

I denne artikkelen beskrives et prosjekt ved NTNU som har som mål å modernisere undervisningen i grunnleggende matematikkemner for å øke studentenes læringsutbytte. Basert på spørreundersøkelser og intervjuer beskrives foreløpige erfaringer og funn fra prosjektet.

Nøkkelord

matematikkundervisning for ingeniører, video, databasert vurdering, veiledningstjeneste.

ABSTRACT

This paper describes a project at NTNU where the aim is to modernize education in the basic mathematics subjects in order to increase students' learning outcomes. Based on surveys and interviews, the paper reports on preliminary experiences and findings from the project.

Keywords

mathematics education for engineers, video, computer-aided assessment, student support centre.

INNLEDNING

Prosjektet *Kvalitet, tilgjengelighet og differensiering i grunnutdanningen i matematikk* (KTDiM), knyttet til sivilingeniørutdanningen ved NTNU, har som mål å øke studentenes læringsutbytte i den forstand at de i større grad utvikler en dypere forståelse for matematiske begreper og prosesser, noe som vil gjøre dem bedre i stand til å bruke matematikk i anvendelser innenfor ingeniørfag (Crawford, Gordon, Nicholas & Prosser, 1998; Hiebert & Lefevre, 1986; Skemp, 1976). For å nå dette målet vil en motivere og stimulere til økt og mer kontinuerlig egeninnsats i studiet. Dette skjer gjennom tiltak som sikrer tilgjengelighet av faglige ressurser via ulike kanaler. Dette vil gi differensiering etter studenters varierende motivasjon for å lære matematikk, og også etter studenters ulike preferanser for hvordan de vil arbeide med fagstoffet. Et annet sentralt moment er at noe av evalueringen av øvingsoppgaver flyttes over på digi-


UNIVERSITETSFORLAGET

 idunn.no
Nordiske tidsskrifter på nett

This article is downloaded from www.idunn.no. © 2015 Frode Rønning. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons CC-BY 4.0 License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), allowing third parties to copy and redistribute the material in any medium or format and to remix, transform, and build upon the material for any purpose, even commercially, provided the original work is properly cited and states its license.

tale plattformer for å frigjøre veiledningsressurser som kan brukes til å gi kvalitativt bedre tilbakemeldinger til studentene underveis i studiet. Prosjektet startet med en pilot høsten 2013, og er i første omgang knyttet til de grunnleggende matematikkemnene i sivilingeniørutdanningen ved NTNU. Prosjektet er ett av fire prosjekter innenfor satsingen *Innovativ utdanning* ved NTNU. Prosjektet følges opp på ulike måter, bl.a. gjennom spørreskjemaer, intervjuer og loggskrivning. I denne artikkelen presenteres de grunnleggende ideene og komponentene i prosjektet, samt foreløpige resultater fra følgeforskningen.

BAKGRUNN OG TEORIGRUNNLAG

Både i Norge og internasjonalt er det betydelig oppmerksomhet knyttet til matematikkfaget i overgangen mellom skole og høyere utdanning, og til tilretteleggingen av de grunnleggende matematikkemnene i høyere utdanning. I en undersøkelse gjennomført av Universitets- og høyskolerådet i 2013 (UHR, 2014) svarer over 75 % av respondentene (i alt ca. 3000) at de opplever overgangen med tanke på det faglige nivået i matematikk som stor (4, 5 eller 6 på en Likert-skala fra 1–6). Ved NTNU opplever en at frafallet ved en del av teknologiprogrammene (sivilingeniør) er høyere enn man skulle ønske, og også at eksamensresultatene i matematikk ikke er tilfredsstillende. Både nasjonalt og internasjonalt kan en observere en økende oppmerksomhet om kvaliteten i matematikkundervisningen i høyere utdanning. Dette kommer til syne blant annet gjennom *Centre for Research, Innovation and Coordination of Mathematics Teaching (MatRIC)*¹ i Norge, og i andre land kan en peke på for eksempel *Mathematics Education Centre*² ved Loughborough University, England og *Kompetenzzentrum Hochschuldidaktik Mathematik*³, Universität Paderborn, Tyskland.

Det er også en stadig økende forskningsaktivitet i tilknytning til læring og undervisning av matematikk i høyere utdanning (se for eksempel Abdulwahed, Crawford, & Jaworski, 2012). Et nytt tidsskrift, *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, er under etablering på Springer Verlag, noe som viser at dette feltet får økt interesse.

Det har i lang tid eksistert begreper for å skille mellom ulike former for kunnskap og forståelse i matematikk. Mer allment kan dette kobles til begrepene *dyp læring* og *overflatelæring* (Gynnild, Tyssedal, & Lorentzen, 2005), og dette knyttes også ofte til studenters motivasjon for læring. «In the deep approach the learner is intent on making sense of what is written», mens «[i]n the surface approach the learner is simply trying to recall texts ... with the intention of regurgitating content» (Gynnild et al., s. 590). Overflatelæring kan også kobles til begrepet *instrumentell forståelse* (Skemp, 1976), eller *regelforståelse* (Mellin-Olsen, 1991), som innebærer for eksempel å vite *hva* eller *hvor-*

1. www.matric.no
2. <http://www.lboro.ac.uk/departments/mec/>
3. <http://www.khdm.de>

dan, men uten å vite *hvorfor*. Slik kunnskap er relativt lett å tilegne seg (pugging), men den har kort varighet og er vanskelig overførbar til andre kontekster enn den som den er lært innenfor. Motsatt vil dyp læring kunne kobles til begreper som *begrepskunnskap*, *strukturforståelse* og *relasjonell forståelse* (Hiebert & Lefevre, 1986; Mellin-Olsen, 1991; Skemp, 1976).

Studenter vil ha med seg oppfatninger om undervisning og læring fra tidligere skolegang, og om det enkelte fag. Slike oppfatninger preger deres måte å nærme seg faget og studiet på. Studier (bl.a. Crawford et al., 1998) viser at en stor del av studentene ser på matematikkfaget som fragmentert, og at læring av matematikk først og fremst handler om å kunne bruke rutinemessige framgangsmåter på standardiserte oppgaver. Det er i tråd med allmenne teorier for læring (se for eksempel Säljö, 2006) og studier rettet mot læring av matematikk på universitetsnivå (for eksempel Chang, 2011; Jaworski & Matthews, 2011) at læring gjennom deltakelse, kommunikasjon og samhandling er fordelaktig for å oppnå dyp læring. Det syn på kunnskap og læring som KTDiM-prosjektet bygger på, anerkjenner at studentenes engasjement er essensielt for godt læringsutbytte. I dette ligger både et affektivt, atferdsmessig og kognitivt engasjement (Fielding-Wells & Makar, 2008). Både interesse og motivasjon, arbeidsinnsats, og vilje til engasjement for å oppnå dyp læring er viktig for et godt læringsutbytte.

KONTEKST OG TILTAK

NTNU tar opp rundt 1600 nye studenter til sivilingeniørutdanningen hvert år. Alle disse tar emnet Matematikk 1 (én-variabel analyse) i sitt første semester, og de aller fleste tar i sitt andre semester også Matematikk 2 (fler-variabel analyse). Undervisningen (forelesningene) er organisert i paralleller, inndelt etter studieprogram. Alle parallellene følger samme framdriftsplan, har samme øvingsopplegg, og emnene avsluttes med en felles eksamen som er lik for alle studieprogram. Matematikk 1 har til nå vært undervist i seks paralleller, med 2 ganger 90 minutter forelesning per uke. En av parallellene har vært videofilmet og gjort tilgjengelig på nettet. Dessuten er det laget en rekke korte, tematiske videoer, og videoer med oppgaveregning, som også er lagt ut på nettet. Strukturen på forelesningene vil bli endret noe fra høsten 2015, men effektene av dette kommer ikke til syne i denne artikkelen.

De viktigste endringene så langt har vært knyttet til øvings- og veiledningsopplegget. En viktig komponent her er innføring av et system for elektronisk innlevering og vurdering av øvinger (Maple T.A.). Dette erstatter til en viss grad skriftlige innleveringer. Tidligere leverte studentene inn ett øvingssett hver uke. Dette er nå redusert til fire sett i semestret. Til gjengjeld er innleveringsoppgavene mer omfattende, og studentene gis grundigere og mer kvalifisert tilbakemelding på sitt arbeid. For å bedre kvaliteten på veiledningen er det istedenfor smågrupper med én studentassistent per gruppe opprettet en veiledningstjeneste (kalt mattelab) som er betjent hver dag fra kl. 12.00 og utover

dagen. Alle studenter kan komme til mattelaben når som helst, men de ulike studieprogrammene er gitt en tid der de som hører til dette studieprogrammet har førsterett på veiledning. Mattelaben er betjent med både studentassistenter og stipendiater, og i deler av åpningstiden også med de som er ansvarlige faglærere (forelesere).

Et viktig tiltak er også utviklingen av nettbaserte ressurser. I tillegg til videoer, innebærer dette å utvikle en nettportal der studentene kan finne en liste over *nøkkelbegreper* for hver uke, samt temasider, der alt pensum er inndelt i tematiske seksjoner. Under hver seksjon finnes en kort tekst som innledning, en introduksjonsvideo og en liste over sentrale begreper med tilhørende forklaringer.

METODE OG EMPIRISKE DATA

KTDiM-prosjektet følges av en omfattende datainnsamling som har til hensikt både å evaluere prosjektet og å drive følgeforskning. Basert på den løpende evalueringen endres enkeltkomponenter underveis. Forskningen har et klart preg av aksjonsforskning (Carr & Kemmis, 1986). De empiriske data i prosjektet består av en kombinasjon av kvantitative og kvalitative data. Omfattende spørreundersøkelser er gjennomført i Matematikk 1 høsten 2013 (n=662) og høsten 2014 (n=739) og i Matematikk 2 våren 2014 (n=568) og våren 2015 (n=594). Disse undersøkelsene har vært gjennomført mot slutten av undervisningssemestret, men før eksamen, og har i stor grad fokusert på hvilke læringsressurser studentene bruker i arbeidet med matematikkemnene. I tillegg ble det gjennomført en undersøkelse etter avsluttet Matematikk 1 (februar 2015) som fokuserte blant annet på studentenes motivasjon for å lære matematikk. Den er en replika av en undersøkelse gjort for mer enn 10 år siden (Gynnild et al., 2005). Jeg vil ikke berøre denne ytterligere her. Man har videre tatt sikte på å samle løpende data fra hver uke gjennom en såkalt webdagbok. Her blir studentene bedt om å rapportere tidsbruk, og å gi tilbakemelding på fagstoffet og oppgavene for den aktuelle uken. Det har imidlertid vist seg vanskelig å få et tilfredsstillende antall respondenter til webdagboken, så dataene herfra er nokså usikre.

I tillegg til de kvantitative data beskrevet ovenfor, er det gjennomført fokusgruppeintervjuer med et mindre antall studenter både høsten 2013, høsten 2014 og våren 2015. Her har man spesielt gått i dybden på studentenes studievaner og bruk av læringsressurser, og hvorfor de gjør de valgene de gjør.

I de undersøkelsene som har vært foretatt hvert semester, har det vært lagt vekt på å stille de samme spørsmålene, for å kunne følge utviklingen over tid. Etter andre gjennomføring av undersøkelsen ble det gjort en statistisk analyse av svarene for blant annet å se hvilke spørsmål som hadde sterk korrelasjon med hverandre. Resultatene herfra har vært brukt til å redusere antall spørsmål ut fra tanken om at dersom to spørsmål korrelerer sterkt med hverandre, vil en få tilstrekkelig informasjon ved bare å stille det ene spørsmålet.

FORELØPIGE RESULTATER

I denne delen vil jeg gjøre rede for noen foreløpige funn, basert på spørreundersøkelser og intervjuer. Det spørsmålet jeg tar sikte på å kunne si noe om, er følgende:

Hvilke preferanser har sivilingeniørstudentene ved NTNU når det gjelder bruk av læringsressurser, og hvilke valg og vurderinger gjør de når det gjelder de ulike ressursene?

Både høsten 2013 og høsten 2014 ble studentene bedt om å svare på følgende spørsmål: I hvilken grad gjør du bruk av følgende undervisnings- og læringsressurser i Matematikk 1? Svarprosentene for de alternativene som var med i begge undersøkelsene, er vist i *Tabell 1* nedenfor. Prosentandelene er avrundet til nærmeste heltall, og prosentandel «Ikke besvart» er ikke tatt med.

TABELL 1. Resultat fra spørreundersøkelser i Matematikk 1 2013/2014.

	I stor grad	I nokså stor grad	I noen grad	I liten/ingen grad
Forelesninger «live» i auditorium	70/67	13/11	8/8	6/13
Forelesninger tatt opp på video	21/20	25/18	35/37	17/24
Andre videoer laget på NTNU	5/4	11/9	36/32	46/53
Videoer tilgjengelig på nettet utenfra	8/12	13/15	29/26	46/45
Læreboka	63/51	26/34	8/11	1/2
De faglige temaside til Matematikk 1	4/21	16/29	42/32	36/16
Mattelaben	12/22	16/22	36/29	36/25

Disse resultatene viser at de tradisjonelle ressursene, forelesninger og lærebok, står sterkt. 70 % av studentene går «i stor grad» på forelesningene. I spørreskjemaet er de bedt om å ta stilling til en del påstander om forelesningene. I *Tabell 2* vises svarene på noen av disse påstandene.

Her får en et visst innblikk i studentenes begrunnelser for å gå på forelesningene. En stor del mener at de lærer mye av å gå på forelesningene, og en enda større del (nesten alle) er helt enig i at forelesninger hører med i et universitetsstudium. Altså må det være en del som mener at forelesningene er en naturlig del av studiet selv om man ikke lærer så mye av å være der. *Tabell 2* viser også at for mange har forelesningene en viktig rolle for å strukturere arbeidet med faget. *Tabell 1* viser at forelesninger tatt opp på video brukes i stor eller nokså stor grad av nesten halvparten av studentene, men de aller fleste mener det er bedre å være i auditoriet enn å se på video.

Intervjuer med studenter har gitt dypere innsikt i årsakene til bl.a. forelesningenes sterke posisjon. Studenter hevder at i matematikk, i motsetning til en del

andre fag, «er det viktig å få ting forklart». Det oppleves som en viktig del av læringsprosessen at noen forklarer begreper og gjennomgår eksempler. Det oppleves vanskelig å lese matematikk i en bok, og dessuten er læreboka stor og omfattende. Selv om læreboka brukes mye, er det ca. 30 % som sier seg litt eller helt uenig i påstanden «jeg leser teoristoffet i læreboka». Læreboka brukes i stor grad til å hente oppgaver og til å se på eksempler i forbindelse med løsning av oppgaver. Studentene hevder også at det er bedre å få forklaringer «live» i auditoriet, fordi da har man mulighet til å spørre dem man sitter i nærheten av, eller spørre foreleser under eller etter forelesningen, eller i pausen. Om live-forelesninger kontra videoopptak sier studentene at hvis man skal se på video hjemme, så blir man lett distraheret av andre ting, og det å ha forelesningene å gå til «gjør at du kommer deg opp om morgenen», og «når du har vært på forelesning, har du følelsen av at du har gjort noe nyttig». De siste utsagnene kan ses på som en utdyping av påstanden i spørreskjemaet om at «forelesningene er viktige for å strukturere arbeidet mitt i faget».

TABELL 2. Resultat fra spørreundersøkelser i Matematikk 1 2013/2014.

Ta stilling til følgende påstander om forelesningene	Helt enig	Litt enig	Litt uenig	Helt uenig
Jeg lærer mye av å gå på forelesningene	55/39	35/38	7/15	2/7
Forelesninger hører med i et universitetsstudium	80/77	16/18	2/2	1/0
Forelesningene er viktige for å strukturere arbeidet mitt i faget	51/61	30/28	14/7	5/3
Jeg synes det er bedre å være til stede i auditoriet enn å se på video	49/53	30/22	14/14	5/10

Når det gjelder forelesninger tatt opp på video, så viser spørreundersøkelsene at det er fra 17 (2013) til 24 (2014) prosent som svarer at de bruker disse «i liten/ingen grad». I spørreundersøkelsen fra 2014 sa nesten 80 % seg litt eller helt enig i påstanden om at «videoopptakene fra forelesningene (fra 2014) er svært nyttige». Dette spørsmålet ble ikke stilt i 2013. Samlet sett kan dette tyde på at videoopptakene ikke erstatter live-forelesningene, men at de er et nyttig supplement. Intervjuene støtter opp om dette inntrykket. Flere studenter sier at de sjelden ser en hel videoforelesning, men de spoler seg fram til sekvenser som de vet at de hadde problemer med å forstå da de var i auditoriet. Som forklart tidligere, går forelesningene i et visst antall parallelle seksjoner, og én av disse blir filmet. Parallellene er sterkt koordinerte når det gjelder hvilket fagstoff som gjennomgås på hvilket tidspunkt. Dette muliggjør migrering mellom seksjonene, og det er en god del slik migrering, av ulike årsaker. Når det gjelder rollen til den seksjonen som blir videofilmet, har en registrert to ulike holdninger hos studentene. Noen velger å gå på den videofilmede seksjonen, selv om de egentlig ikke hører til der, for når de skal gjøre bruk av videoen, så vil de helst se akkurat det samme som det de overvar i auditoriet. Noen velger motsatt, fordi de synes det er fint å få fagstoffet forklart på ulike måter av ulike lærere.

En viktig del av øvingsopplegget er bruken av det elektroniske systemet Maple T.A. I løpet av semestret gis det 12 Maple T.A.-øvinger, og seks av disse må

være godkjent for å få gå opp til eksamen. Styrken til Maple T.A. er at systemet kan tolke algebraiske uttrykk som svar, men det krever at svarene er skrevet inn ved å bruke en bestemt syntaks. Siden disse øvingene er en obligatorisk del av studiet, vil naturlig nok det å gjøre øvingene ha høy prioritet. Det har vært gjort en del justeringer for å komme til en passende vanskegrad på oppgavene, men uavhengig av dette synes det som om den spesielle syntaksen som kreves, utgjør en ekstra utfordring for mange. En studentuttalelse fra spørreundersøkelsen november 2014 illustrerer dette: «Det går for mye tid til å skrive inn svaret slik Maple vil ha det.» Den store styrken til Maple T.A., sett fra studentenes side, synes å være at de får rask respons på om svaret er rett eller galt, men her ligger også en stor svakhet. På spørreundersøkelsene sier 85–90 % seg helt eller litt enig i påstanden «jeg skjønner ofte ikke hvorfor svaret mitt er galt». I fritekst skriver en student: «Noen ganger er det vanskelig å vite hvorfor man får feil, om det er på grunn av en liten regnefeil/avrundingsfeil/tastefeil eller om man har løst oppgaven galt.»

I det tidligere øvingsopplegget med skriftlige innleveringer erfarte man at en stor del av studentene kopierte innleveringer fra andre. Ett argument for å innføre Maple T.A. var å motvirke denne kopieringen. Maple T.A. genererer nye oppgaver til hver student, men innenfor visse rammer. Det kan for eksempel være snakk om kun variasjon i hvilke tall som inngår. Dermed byr det seg også muligheter for kopiering innenfor dette systemet, og i spørreundersøkelsen (høsten 2014) sier nesten 60 % av studentene seg litt eller helt enig i påstanden om at «jeg kopierer noen oppgaver hver gang», og nesten 80 % er litt eller helt enig i at de tror at de fleste kopierer noen oppgaver hver gang. I andre fag har studentene tradisjonelle øvingsinnleveringer. I vårsemestret første år har også mange et annet matematikkemne, med tradisjonelle innleveringer. Derfor vil studentene naturligvis sammenligne. Mange gir uttrykk for, i fritekst på spørreskjemaet, at de foretrekker tradisjonelle skriftlige innleveringer.

Det viser seg altså at det er en del utfordringer med å innføre et elektronisk øvingssystem. Den viktigste styrken synes å være at en del av evalueringen kan gjennomføres mer effektivt, og en kan bruke evalueringssystemene mer målrettet gjennom å kunne gi kvalitativt bedre tilbakemeldinger til studentene (på de skriftlige innleveringsoppgavene) og mer 1–1 veiledning (på mattelaben).

OPPSUMMERING OG VIDERE UTVIKLING

De foreløpige erfaringene, som er presentert i denne artikkelen, indikerer at de tradisjonelle læringsressursene, som forelesninger, har en sterk posisjon også hos dagens studenter. Samtidig viser erfaringene at det er en del utfordringer med å innføre digitale hjelpemidler, i dette tilfellet Maple T.A.

Det synes som om bruk av video i kombinasjon med tradisjonelle forelesninger i auditoriet har fått et visst fotfeste. Det foreligger derfor planer for å utvikle denne kombinasjonen videre gjennom å overlate noe av den grunnleggende

innføringen av fagstoffet til video for å kunne frigjøre tid i forelesningstimene til mer kommunikasjon, studentene i mellom og mellom studenter og lærer. En slik endring i forelesningsstrukturen blir gjennomført fra høsten 2015. En utfordring her er de til dels svært store studentgruppene ved NTNU, men det finnes dokumentasjon (for eksempel Deslauriers, Schelew, & Wieman, 2011) på vellykket gjennomføring av slike modeller også i store grupper.

LITTERATUR

- Abdulwahed, M., Crawford, A. R., & Jaworski, B. (2012). Innovative approaches to teaching mathematics in higher education: A review and a critique. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(2), 49–68.
- Carr, W., & Kemmis, S. (1986). *Becoming critical: Education knowledge and action research*. Oxon: RoutledgeFalmer.
- Chang, J. M. (2011). A practical approach to inquiry-based learning in linear algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(2), 245–259.
- Crawford, K., Gordon, S., Nicholas, J., & Prosser, M. (1998). Qualitatively different experiences of learning mathematics at a university. *Learning and Instruction*, 8(5), 455–468.
- Deslauriers, L., Schelew, E., & Wieman, C. (2011). Improved learning in a large-enrollment physics class. *Science*, 332(6031), 862–864.
- Fielding-Wells, J., & Makar, K. (2008). Student (dis)engagement in mathematics. I AARE 2008 International Education Conference Brisbane, *Changing Climates: Education for Sustainable Futures* (s. 1-10). AARE.
- Gynnild, V., Tyssedal, J., & Lorentzen, L. (2005). Approaches to study and the quality of learning. Some empirical evidence from engineering education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3, 587–607.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum.
- Jaworski, B., & Matthews J. (2011). Developing teaching of mathematics to first year engineering students. *Teaching Mathematics and its Applications*, 30(4), 178–185.
- Mellin-Olsen, S. (1991). *Eleven, matematikken og samfunnet*. Bekkestua: NKI-forlaget.
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 1–7.
- Säljö, R. (2006). *Læring og kulturelle redskaper. Om læreprosesser og den kollektive hukommelsen*. Oslo: Cappelens forlag.
- Universitets- og høyskolerådet (UHR). (2014). *Matematikkundersøkelsen*. Tilgjengelig på http://www.uhr.no/ressurser/temasider/samarbeid_arbeidsdeling_og_konsentrasjon/matematikkundersokelsen