

Helgeland, Tor Håkon  
Hjelmen, Henrik

## **Risikostyring i kraftmarkeder: En Extreme Value Theory tilnærming**

## **Risk management in power markets: An Extreme Value Theory approach**

Masteroppgave i Økonomi og administrasjon / Siviløkonom

Veileder: Frode Kjærland

Mai 2019



Helgeland, Tor Håkon  
Hjelmen, Henrik

## **Risikostyring i kraftmarkeder: En Extreme Value Theory tilnærming**

## **Risk management in power markets: An Extreme Value Theory approach**

Masteroppgave i Økonomi og administrasjon / Siviløkonom  
Veileder: Frode Kjærland  
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for økonomi  
NTNU Handelshøyskolen



**NTNU**

Kunnskap for en bedre verden



## **Forord**

Denne masteroppgaven er en avsluttende studie innen fagfeltet investering og finansiering på siviløkonomstudiet ved NTNU Handelshøyskolen i Trondheim. Tematikken er energifinans og risikoen knyttet til futureskontrakter i det nordiske og tyske kraftmarkedet. Vi har også undersøkt muligheten for å sikre en spread-posisjon i de ovennevnte markedene ved hjelp av opsjoner.

Vi vil takke vår veileder Frode Kjærland for konstruktive tilbakemeldinger og hjelp gjennom semesteret. Det rettes også en takk til familie og kjærester som har gitt støtte og motivasjon gjennom hele skriveprosessen.

Innholdet i denne oppgaven står for forfatternes regning.

Trondheim, 23.05.2019

## Sammendrag

Økt finansiell spekulasjon i kraftmarkeder som følge av deregulering og harmonisering i nyere tid har forsterket behovet for synliggjøring av risiko. Det å ta stilling til ekstreme hendelser vil være nødvendig for en investor i et volatilt marked. I den første delen av studien har vi benyttet en to-steps tilnærming bestående av AR-GARCH og *Extreme Value Theory* (EVT). Formålet er å kvantifisere risikoen for å tape på en tenkt spread-posisjon på nordiske og tyske kvartalsvise futureskontrakter på elektrisitet. I del to av studien undersøkes muligheten for sikring av posisjonene med *plain vanilla*-opsjoner, samt hvordan Black-76 kan brukes til å prise opsjoner.

Den tenkte spread-posisjonen består av en lang og kort posisjon i henholdsvis det nordiske og tyske markedet. På 1% sannsynlighetsnivå antyder risikoestimatet *Expected Shortfall* at det daglige maksimale tapet er på -3,41% av verdien i den lange posisjonen. Tilsvarende for den korte posisjonen finner vi en kvantifisering av risiko på 3,85% på 99% sannsynlighetsnivå. Ved å beregne halekvantiler med tre ulike modeller kan vi konstatere at modellen som tilpasses med EVT er den mest presise for *in-sample*. De øvrige AR-GARCH modellene tilpasset med normal og student t-fordeling indikerer henholdsvis under- og overvurdering av risikoen. De samme konklusjonene trekkes for *out-of-sample*, noe som styrker argumentasjon fra *in-sample* om å benytte EVT. Bidraget fra denne delen av studien er følgelig at EVT er et velegnet verktøy for risikostyring i futuresmarkedet for elektrisitet.

Opsjonsprisindeksen Black-76 gir en feilprising i intervallet 5-100%, avhengig av utøvelsespris. Den impliserte volatiliteten er også vesentlig høyere enn den historiske for samtlige undersøkte opsjoner. Dette tyder på at det prises inn en opsjonspremie som følge av markedets forventning til prisutviklingen til opsjonen og futuresprisen. Den lange posisjonen kan teoretisk sikres ved hjelp av en lang salgsoptasjon med lavere utøvelsespris og en kort kjøpsopptasjon med høyere utøvelsespris enn futuresprisen. Motsatt vil den korte posisjonen sikres med en lang kjøpsopptasjon og kort salgsoptasjon med henholdsvis høyere og lavere utøvelsespris. I analysen fremkommer det likevel at det vil være utfordrende for investor å sikre seg med opsjoner som følge av lav likviditet og mangel på ønskede utøvelsespriser.

## Abstract

Increased financial speculation in a deregulated power market has reinforced the need for visualization of risk. Accounting for extreme events will be of interest to a risk manager in a volatile market. In this thesis we have adapted a two-step approach combining AR-GARCH and Extreme Value Theory (EVT). The purpose is to quantify the risk of loss on an assumed spread position between Nordic and German futures contracts, with electricity as the underlying. In the second part we examine the possibility of hedging the positions with plain vanilla-options and how Black-76 can be used to price such options.

The assumed spread composition consists of a long and short position in the Nordic and the German futures market respectively. At the 1% probability level we find that the risk estimate Expected Shortfall indicates a daily maximum loss of -3,41% of the long position's value. Similarly, for the short position we find a risk quantification of 3,85% at the 99% probability level. By estimating tail quantiles for three different models, we can conclude that the model which adapts EVT is the most precise for in-sample. The AR-GARCH model specified with normal and student t-distribution will systematically under- and overestimate the risk. The same conclusions can be drawn for out-of-sample, which in turn strengthens the support for EVT from in-sample. The contribution from this part of the thesis is that EVT is a suitable tool for risk management in futures markets for electricity.

The option pricing model Black-76 was applied, and the results indicates mispricing in an interval between 5-100%, depending on the strike. The implied volatility is also significantly higher than the historical for all options studied. This suggests that the prices include an option premium related to the market's expectation of price changes for both the option and the futures price. The long position can theoretically be hedged by using a long put with a lower strike than the futures price, whilst simultaneously including a short call with a higher strike. To the contrary, the short position can be hedged by a long call and short put with a higher and lower strike respectively. Theoretically the hedging strategy is possible, however this might be challenging for an investor due to low liquidity and lack of strikes available.

# Innholdsfortegnelse

<b>1. INNLEDNING</b> .....	<b>1</b>
<b>2. TIDLIGERE FORSKNING</b> .....	<b>3</b>
<b>3. KRAFTMARKEDET</b> .....	<b>6</b>
<b>4. METODE</b> .....	<b>15</b>
4.1 RISIKOMÅL .....	15
4.2 GARCH-MODELLER .....	17
4.3 EXTREME VALUE THEORY .....	19
4.4 PEAK OVER THRESHOLD .....	19
4.5 VALG AV GRENSE $U$ .....	21
4.5.1 Observasjonsmetoden.....	21
4.5.2 Hill plot.....	21
4.5.3 Mean Excess funksjon.....	22
4.6 DYNAMISK EVT FOR PREDIKSJON .....	22
4.7 BLACK-76 .....	23
4.8 HISTORISK VOLATILITET.....	24
4.9 IMPLISERT VOLATILITET .....	25
<b>5. DATA</b> .....	<b>26</b>
5.1 DAGLIG AVKASTNING.....	27
5.2 HÅNTERING AV <i>ROLL YIELD</i> .....	28
5.3 VALG AV GRENSE $U$ .....	28
5.3.1 Observasjonsmetoden.....	29
5.3.2 Hill-plot .....	30
5.3.3 Mean Excess-funksjon .....	31
5.4 DESKRIPTIV STATISTIKK OG TESTER .....	32
5.4.1 Skjevhet.....	33
5.4.2 Kurtose.....	33
5.4.3 Jarque-Bera normalitetstest .....	34
5.4.4 ACF.....	35



5.4.5 Ljung-Box test.....	36
5.4.6 Agumented Dickey Fuller test.....	37
<b>6. EMPIRISKE RESULTATER, ANALYSE OG DISKUSJON .....</b>	<b>37</b>
6.1 VAR OG ES .....	39
6.2 VAR OG ES MED PERIODEINNDELING.....	40
6.2.1 Periode 1: 02.01.2004-15.01.2009.....	41
6.2.2 Periode 2: 16.01.2009-24.01.2014.....	41
6.2.3 Periode 3: 25.01.2014-01.03.2019.....	42
6.3 IN-SAMPLE TESTING AV MODELLER .....	42
6.4 OUT-OF-SAMPLE TESTING AV MODELLER .....	45
6.5 KORRELASJON .....	47
6.6 LIKVIDITET.....	48
6.7 HISTORISK OG IMPLISERT VOLATILITET .....	49
6.8 OPSJONER PÅ FUTURES KONTRAKTER.....	50
6.9 SIKRING MED PLAIN VANILLA-OPSJONER .....	52
<b>7. AVSLUTNING.....</b>	<b>55</b>
7.1 KONKLUSJON.....	55
7.2 FORSLAG TIL VIDERE FORSKNING .....	56
7.3 BEGRENSENINGER I OPPGAVEN.....	57
<b>8. REFERANSELISTE.....</b>	<b>58</b>

## Figurliste

Figur 1 Handel i det nordiske derivatmarkedet for elektrisitet (Bloomberg, 2018) .....	7
Figur 2 Handel i det tyske derivatmarkedet for elektrisitet (EEX, 2018).....	8
Figur 3 Utvikling i den nordiske og tyske systemprisen.....	9
Figur 4 Kontantstrømeffekt fra en futureskontrakt på elektrisitet (Nord Pool, 2009) .....	11
Figur 5 Markedstilstandene contango og backwardation .....	12
Figur 6 Nordisk baseload månedlig, kvartalsvis og årlig marginkurve (Nasdaq, 2019) .....	14
Figur 7 Tysk baseload månedlig, kvartalsvis og årlig marginkurve (Nasdaq, 2019) .....	14

Figur 8 Grafisk representasjon av profitt-tap fordelingen, VaR og ES (IMES, 2001) .....	16
Figur 9 Volatilitetssmil (Investopedia, 2019) .....	25
Figur 10 Daglige priser på front quarter futureskontrakter fra 02.01.2004 til 01.03.2019 .....	26
Figur 11 Enkle daglige netto avkastninger for det nordiske og tyske futuresmarkedet, korrigert for roll yield .....	28
Figur 12 Utvikling i shape og scala paramter for det nordiske markedet .....	29
Figur 13 Utvikling i shape og scala parameter for det tyske markedet .....	30
Figur 14 Hill plot for det nordiske og tyske markedet .....	31
Figur 15 Mean - excess plot for det nordiske og tyske markedet .....	31
Figur 16 Illustrasjonseksempel av positiv og negativ skjevhet i en fordeling .....	33
Figur 17 Tetthetsplot for det nordiske og det tyske markedet sammenlignet med normalfordeling .....	34
Figur 18 QQ-plot mot normalfordelingen .....	35
Figur 19 ACF Nordisk daglig avkastning og ACF standardiserte residual .....	36
Figur 20 ACF Tysk daglig avkastning og ACF standardiserte residual .....	36
Figur 21 Utvikling i 5% kvantilen mot daglig avkastning ved bruk av EVT .....	43
Figur 22 Volatilitetssmil for call opsjoner på tyske futureskontrakter .....	49
Figur 23 Sikring av en lang posisjon i det nordiske markedet .....	53
Figur 24 Sikring av en kort posisjon i det tyske markedet .....	54

## Tabelliste

Tabell 1 Deskriptiv statistikk og tester .....	32
Tabell 2 AR-GARCH parametere med normal og student t-fordeling, deskriptiv statistikk og Ljung-Box test for standardiserte residualer og GPD parametere .....	38
Tabell 3 VaR og ES i prosent for en lang nordisk og kort tysk posisjon ved bruk av EVT på hele datasettet .....	40
Tabell 4 VaR og ES med periodeinndeling .....	42
Tabell 5 In-sample evaluering av det nordiske markedet .....	43
Tabell 6 In-sampe evaluering av det tyske markedet .....	44

Tabell 7 Kupiec og Christoffersen test med verdier på 5% og 1% nivå.....	45
Tabell 8 Out-of-sample evaluering av iterasjon 8 for det nordiske og det tyske markedet .....	46
Tabell 9 Korrelasjonsmatrise for hele perioden og delperiodene .....	47
Tabell 10 Put- og call opsjoner på tyske futureskontrakter med levering juli - september 2018 .	50
Tabell 11 Sammenligning av observerte og beregnede opsjonspriser, samt implisert volatilitet.	50
Tabell 12 Put- og call opsjoner på nordiske futureskontrakter med levering april - juni 2019 ....	51
Tabell 13 Sammenligning av observerte og beregnede opsjonspriser, samt implisert volatilitet.	51

## Formelliste

(1) Standard VaR.....	15
(2) Standard ES.....	16
(3) AR spesifikasjon.....	17
(4) GARCH spesifikasjon.....	17
(5) Kvantilformel.....	18
(6) Betinget sansynlighetsfunksjon.....	19
(7) Omformulering av betinget sansynlighetsfunksjon.....	19
(8) Omformulering av betinget sansynlighetsfunksjon.....	20
(9) Value at Risk fra EVT.....	20
(10) Expected Shortfall.....	20
(11) Hill estimator.....	21
(12) Kvantil prediskjon.....	22
(13) Call opsjon Black-76.....	24
(14) Put opsjon Black-76.....	24
(15) Historisk volatilitet.....	24

## Appendix

A1 Tetthetsplot avkastninger.....	63
A2 Augumented Dickey Fuller test.....	63
A3 Jarque-Bera testligning.....	63

A4 Ljung-Box testligning.....	64
A5 Illustrasjon overskridelse.....	64
A6 Kupiec test.....	64
A7 Christoffersen test.....	65
A8 Test korrelasjon.....	65
A9 Impliserte frihetsgrader.....	66
A 10 Forkortelser.....	66

## 1. Innledning

Liberalisering og harmonisering av kraftmarkedet har i nyere tid ført til en betydelig endring i handelen mellom kraftprodusenter og forbrukere. Tidligere var ikke markedsaktørene like utsatt for prisisiko. På grunn av økt volatilitet kan en kraftprodusent benytte seg av relevante derivater for å sikre framtidige kontantstrømmer mot prisfall. Dette har også bidratt til økt interesse blant spekulanter som ser muligheten for avkastning som følge av uventede prisendringer. Samtidig øker behovet for forståelse av det totale risikobildet ettersom investorer kan ha komplekse porteføljer bestående av både lange og korte posisjoner.

Høsten 2018 oppstod det en omveltning i kraftmarkedet hvor en betydelig aktør tapte stort på posisjoner i futuresmarkedet. Veddemålet innebar at differansen (spreaden) mellom de nordiske og tyske futuresprisene med elektrisitet som underliggende skulle bli mindre. Utviklingen i posisjonene gikk feil vei, spreaden økte og aktøren klarte ikke å dekke inn marginkravene. Posisjonene ble som følge av dette tvangssolgt til Nasdaq OMX Commodities. Inspirasjonen for tematikk til studien er primært hentet fra denne hendelsen og muligheter for videre forskning på området. Gjennom litteratursøk viser det seg at lignende områder er forsket på, men primært er spotpriser og andre råvarer undersøkt. Av den grunn har høstens hendelser gitt behov for ytterligere og oppdatert forskning på prisisiko i kraftmarkedet, med fokus på futurespriser. Bidraget i denne studien vil være med på å øke forståelsen rundt prisisiko og bistå investor med risikostyring i kraftmarkedet.

I kraftmarkedet opererer ulike aktører. Dette er eksempelvis produsenter, forbrukere og finansielle spekulanter. Denne studien vil basere seg på spekulantdelen av det ovennevnte futuresmarkedet. Videre må det presiseres at kraftmarkedet preges av store prissvingninger. Av den grunn forekommer det såkalte ekstremhendelser hvor prisene kan svinge mye over kort tid. Et annet sentralt moment er problematikk knyttet til kostnadseffektiv lagring av elektrisitet. Markedet har med andre ord egenskaper som gjør at det skiller seg fra andre råvarer og det tradisjonelle aksjemarkedet. Basert på dette kreves det ekstra varsomhet rundt ulike valg og metodisk anvendelse i denne studien.

Et mål på risiko er *Value at Risk* (VaR) og *Expected Shortfall* (ES). Målene sier kort fortalt noe om risikoen for tap på en posisjon over en gitt tidsperiode. Risikoen kvantifiseres dermed ved bruk av de ovennevnte estimatene. I de fleste situasjoner har en investor muligheten til å avsette posisjonene sine i futuresmarkedet, men dette er ikke alltid tilfellet. Av den grunn er det også interessant å undersøke muligheten for å sikre posisjonene med opsjoner.

Basert på intuisjonen over er følgende problemstillinger formulert:

1. *Hvor stor er risikoen for å tape på en spread-posisjon mellom nordiske og tyske futureskontrakter i kraftmarkedet?*
2. *Hvordan kan halene i en slik posisjon sikres med opsjoner?*

Den første problemstillingen dreier seg om å kvantifisere risikoen i kraftmarkedet knyttet til futureskontrakter. Det må presiseres at det er en tenkt spread-posisjon som består av en lang og kort posisjon i henholdsvis det nordiske og tyske futuresmarkedet. Det empiriske feltet undersøkes ved hjelp av en to-steps tilnærming som kombinerer AR-GARCH og Extreme Value Theory (EVT). Verdiene fra tilnærmingen benyttes deretter som analyseformål. I tillegg beregnes risikoestimatene VaR og ES basert på denne metoden.

Del to av problemstillingen handler om muligheten for å sikre halene i en spread-posisjon ved hjelp av opsjoner, hvor hensikten er å begrense mulighetsrommet til kontantstrømmene. Her er det ulike prisingsteorier som gjør seg gjeldende, ettersom det er ønskelig å finne rettferdig verdi på derivatene. Egenskapene ved kraftmarkedet gjør at det kan være utfordrende å prise *plain vanilla*-opsjoner med den anerkjente opsjonspringsformelen Black-76. Årsaken til dette er at prisene i kraftmarkedet hverken antas å ha konstant volatilitet eller følger en log-normalfordeling. Denne prisingmodellen brukes likevel som en benchmark blant aktørene i markedet.

Valget av to problemstillinger baserer seg på at delen om kvantifisering av risiko underbygger utvidelse av studien som omhandler sikringsinstrumenter. Et innblikk i EVT vil derfor være til hjelp for forståelse av risiko og valg av tilgjengelige sikringsinstrumenter. Studien starter med et innblikk i tidligere forskning og generell informasjon om kraftmarkedet. Deretter presenteres relevant metode som vil være med på å besvare problemstillingene. Avslutningsvis presenteres og diskuteres funnene, i tillegg til forslag for videre forskning og begrensninger ved studien.

## 2. Tidligere forskning

Gjennom litteratursøk finner vi at det har blitt forsket på tilsvarende områder, men at fokuset i hovedsak har vært på spotpriser. Det er også gjort forskning på futurespriser, men med bruk av andre metodiske anvendelser og råvaremarkeder. Videre finnes det en del forskning på sikring i kraftmarkedet hvor flere studier indikerer at det er utfordrende å prise opsjoner til bruk som sikringsinstrument.

På grunn av de særegne karakteristikaene i kraftmarkedet har forskere benyttet ulike tilnæringer for å modellere risikoen. En viktig inspirasjonskilde er Bystrøm (2005) og hans forskning på elektrisitetsprisene på Nord Pool. Timesbaserte spotpriser ble undersøkt, hvor et funn var at Betinget EVT er en mer presis metode for predikering av ekstreme prisobservasjoner enn den typiske tidsseriemodellen AR-GARCH. Dette gjelder både for modellene med normal og student t-fordeling. Tilsvarende forskning er gjort av Paraschiv, Hadzi-Mishev og Keles (2015) på den tyske spotprisen i kraftmarkedet. Begge studiene finner at AR-GARCH med normalfordeling systematisk underestimerer halerisikoen etter 95% kvantilen. Motsatt finner de at AR-GARCH med student t-fordeling overestimerer halerisikoen for samtlige relevante kvantiler. Begge finner også at EVT er mest presis når det kommer til *in-* og *out-of-sample* beregninger.

Tilsvarende som Bystrøm (2005) og Paraschiv et al. (2015) anvender Singh et al. (2013) og McNeil og Frey (2000) EVT på de standardiserte residualene fra AR-GARCH modellen. De to sistnevnte studiene anvender framgangsmåten på ulike børser. Både Bystrøm (2005) og Paraschiv

et al. (2015) virker å ha basert sine tilnærminger på rammeverket som først ble foreslått av McNeil og Frey (2000). Samtlige bidrag finner at betinget EVT håndterer ekstremrisikoen på en bedre måte enn normal- og student t-fordelingen i AR-GARCH.

Litteratursøk gir inntrykk av at EVT er en mer utbredt tilnærming for andre råvarer enn elektrisitet, eksempelvis olje, kull og gass. Fremgangsmåtene gjenspeiler en bruk av EVT direkte på de daglige avkastningene til forskjell fra de ovennevnte forskningsbidragene som benytter en to-steps metode. Dette gjelder spesielt forskningen til Gilli og Kellezi (2006) som bruker EVT for å modellere risiko for indeksene S&P 500, Swiss Market Index og Hang Seng Index. Cotter (2005) baserer sin forskning på futureskontrakter og anvender EVT direkte på avkastningen, men anvender data fra den britiske aksjeindeksen FTSE100.

Videre har Koch (2013) forsket på ekstreme prisendringer på ukentlige futureskontrakter for ulike energimarkeder, herunder olje og naturgass. Han viser til at de ekstreme prisendringene som ligger i 10 % kvantilen indikerer volatilitetsklynger i høykonjunkturperioden fra år 2006 til 2012.

En annen studie er gjort av Westgaard et al. (2014), hvor ulike futureskontrakter på råvarer undersøkes. Kraftfutures inkluderes for Storbritannia, Norden og Tyskland. Fokuset er på *front month* kontrakter, altså på kontrakter med levering neste måned. Den såkalte EVT metoden blir derimot ikke anvendt for å komme frem til estimatene VaR og ES. Videre blir det brukt logaritmiske daglige avkastninger som avviker fra Bystrøm (2005) og Paraschiv et al. (2015). I tillegg fokuseres det på forekomsten av ulik risiko i halene, noe som er viktig når det kommer til om en aktør har en lang eller kort posisjon i markedet. De finner at haleatferden for råvarene varierer. Nordisk er typisk symmetrisk, mens den tyske har en høyere risiko i høyre hale sammenlignet med den venstre. Dette henger sammen med at risikoen i den lange posisjonen befinner seg i den venstre halen, mens risikoen i den korte posisjonen er i den høyre halen. VaR på 1% og 99% nivå for henholdsvis det nordiske og tyske markedet beregnes til -8,48% og 6,76%. Avslutningsvis presenteres det på lik linje med Koch (2013) at det også foreligger volatilitetsklynger i typiske råvaremarkeder.



I 2009 undersøkte Kristiansen og Botterud forholdet mellom spot- og futurespriser på elektrisitetmarkedet på Nord Pool. De finner at futurespriser tenderer til å være høyere enn spotpriser. Med andre ord indikerer dette at markedet primært er i *contango*. Denne markedstilstanden har betydning for *roll yield*, hvilket blant annet er noe som undersøkes av Fuss et al. (2010). Samuelson hypotesen om informasjonsendringer i markedet diskuteres også av sistnevnte. Forskningen baserer seg i tillegg på futureskontrakter innenfor fem ulike sektorer i råvaremarkedet. De kommer frem til at anvendelse av standard VaR modeller kan føre til underestimering av risikoen når avkastningen ikke er normalfordelt.

Flere av de ovennevnte kildene presiserer at deres arbeid er et grunnlag for videre forskning på mulighetene for aktører å sikre seg i kraftmarkedet. Når det kommer til opsjonspriser er høy volatilitet og minimal mulighet for kostnadseffektiv lagring av elektrisitet momenter som gjør det vanskelig for tradisjonelle modeller å prise opsjoner på futureskontrakter i kraftmarkedet.

Annen forskning er gjennomført av Benth og Schmeck (2014) hvor de utleder futurespriser og forsøker å prise opsjoner på futureskontrakter med elektrisitet som underliggende. De anvender Black-76 modellen hvor de finner en negativ feilprising på mellom 68-100% sammenlignet med observerte opsjonspriser. Dette gjelder for både kjøp- og salgsoptjoner. Samtidig påpekes det at opsjonsmarkedet ikke er likvid og en bør derfor være kritiske til de funnene som fremkommer. Et annet viktig element er at bruk av Black-76 forutsetter at futuresprisene følger en geometrisk Brownsk bevegelse, noe som ikke er tilfellet for prisene som undersøkes på European Energy Exchange (EEX). Benth og Schmeck beregner en historisk volatilitet på 8-11% for opsjonene. I studien fremkommer det en implisert volatilitet i intervallet 35-50%.

Videre undersøker Nikkinen og Rothovius (2015) handelsatferd med opsjoner på Nasdaq OMX, hvor de i hovedsak er opptatt av sesongeffekter. Deres funn baserer seg på at behovet for sikring er størst om vinteren. De finner også at handelsvolumet for kjøpsoppsjoner er mindre enn volumet for salgsoptjoner. Implisert volatilitet for kjøpsoppsjoner og salgsoptjoner blir beregnet til

henholdsvis 39,7% og 37,2% som er noe lavere enn hva Benth og Schmeck (2014) finner i det tyske markedet.

Bidraget til Pavlatka (2010) påpeker usikkerheten knyttet til å prise opsjoner i et kraftmarked som preges av stadig utvikling, deregulering og økt spekulasjon. Ved å sammenligne opsjonsprisene som fremkommer på EEX, med utøvelsespriser fra 49 til 64 EUR/MWh, følger det at prisene er relativt like de estimerte fra Black-76. Prisingsmodellen tenderer mot å gi lavere estimater enn observert markedspris. Pavlatka (2010) får relativt lik konklusjon som Vehvilainen (2001). Forskjell i observert pris og estimert pris er ikke like stor som i andre kilder. Det er dessuten bemerkelig at opsjonene som er *deep out-of-the-money* tilskrives verdi av modellen. En historisk volatilitet på 11% benyttes. Samtidig framkommer implisert volatilitet i intervallet 12,9% til 13,6%. Denne er mye lavere enn hva Benth og Schmeck (2014) finner. Totalt sett bør derfor funnene til Pavlatka (2010) og Vehvilainen (2001) tolkes med forsiktighet.

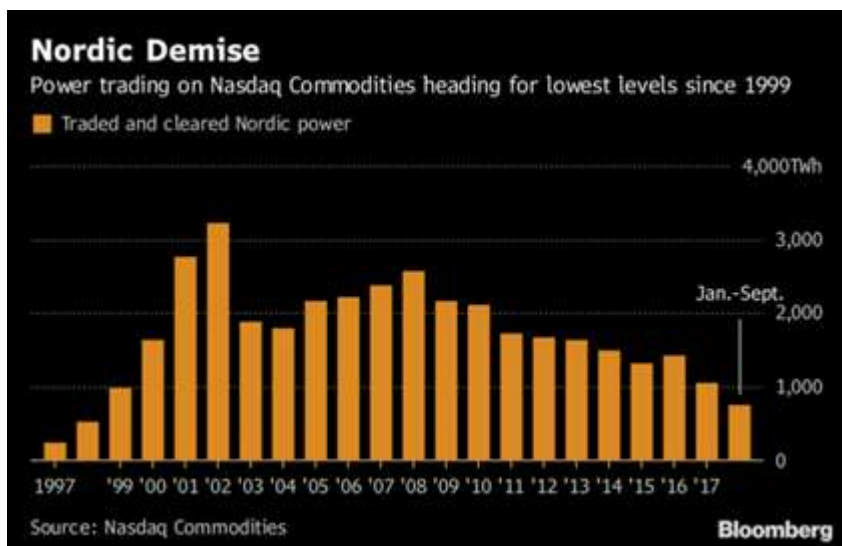
I 2015 gjennomførte Medina et al. en sammenligning av opsjonsprisinde modeller på futureskontrakter i det kolombianske kraftmarkedet. Det innebar fem ulike modeller som sammenlignes med resultatet fra Black-76, ettersom den anses som en benchmark av aktørene i markedet. Et hovedfunn er at Black-76, binomisk modell og Monte Carlo-simulering undervurderer verdien av opsjonen på futureskontrakten. Et annet funn er at *jump diffusion*-modellen gav en mer robust estimering på grunn av dens egenskap til å fange opp tidsserieegenskapene til futuresprisene, eksempelvis volatiliteten og fordelingsfunksjonen.

### 3. Kraftmarkedet

Det nordiske kraftmarkedet deles inn i to deler, et integrert fysisk og finansielt marked. De involverte landene er Norge, Danmark, Sverige, Finland og Baltikum. Handel av den fysiske elektrisiteten opereres av Nord Pool ASA (Nord Pool). Det finansielle markedet brukes til handel av derivater med elektrisitet som underliggende og gjennomføres på Nasdaq OMX Commodities AS (Nasdaq OMX). Det sentrale skillet er at på Nord Pool leveres den fysiske elektrisiteten mens

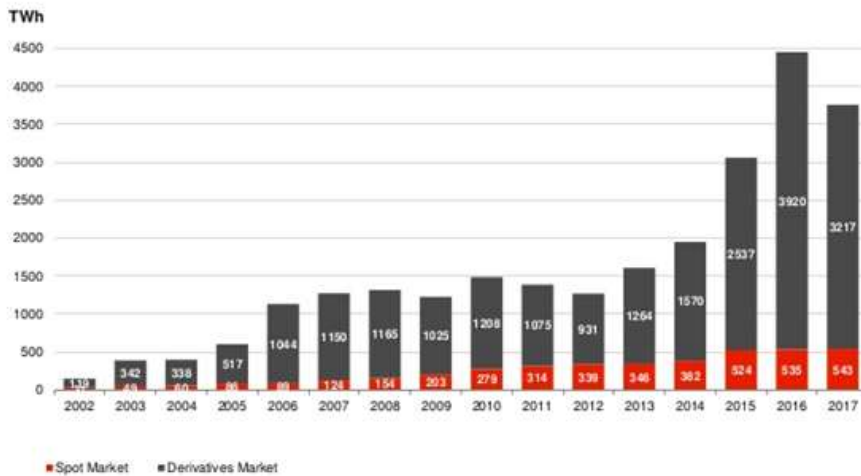
Nasdaq OMX fungerer som en arena for spekulering på ulike kontrakter hvor fysisk levering av elektrisitet sjeldent forekommer (Energifaktanorge). For det tyske markedet omsettes den fysiske elektrisiteten på EPEXSPOT, mens derivathandelen foregår på EEX. Begge plattformene er en del av EEX Group (EEX, 2017).

Et annet sentralt moment er at det har vært en nedadgående trend i handelen av kontrakter på elektrisitet på Nasdaq OMX det siste tiåret. Av illustrasjonen under følger det at likviditeten er dalende (Bloomberg, 2018). Dette er lite ønskelig ettersom et marked trenger likviditet for å kunne ha optimal funksjonalitet. Motsatt ser vi at det har vært en økende trend i handel på tyske kraftderivater (EEX, 2018). Forøvrig har det nordiske og tyske futuresmarkedet høyest likviditet i Europa.



Figur 1 Handel i det nordiske derivatmarkedet for elektrisitet (Bloomberg, 2018)

## Trading volume on the EPEX Power Spot and EEX Power Derivatives Market



© EEX AG, 2018

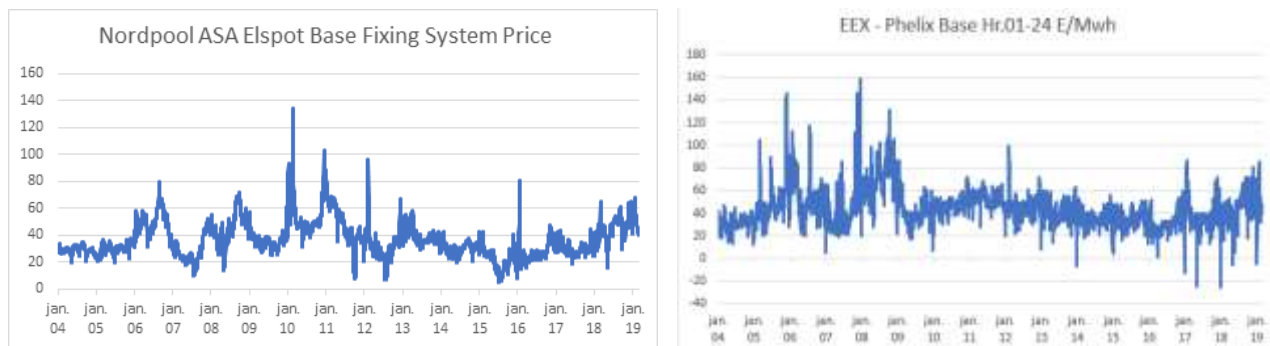
3

Figur 2 Handel i det tyske derivatmarkedet for elektrisitet (EEX, 2018)

Prisdannelse er et sentralt tema i kraftmarkedet. En teoretisk spotpris blir bestemt hver dag. Dette skjer gjennom en auksjonsbasert tilnærming hvor tilbyder og etterspørre av elektrisitet sender inn behov i volum, samt til hvilke priser de aksepterer. Forespørselen må være innsendt innen klokken 12 dagen før levering, og omtales som *day-ahead* markedet. En kan dermed si at denne prisen likner en 1-dags futurespris. Deretter dannes det aggregerte tilbud- og etterspørselskurver som igjen genererer frem en likevektspris, en såkalt systempris. Denne prisen blir sett på som en referansepris og benyttes også i prisfastsettelsen ved den finansielle handelen. Med andre ord er de ulike derivatene som tilbys i kraftmarkedet avhengig av denne prisen. Dette gir en trygghet for spekulantene i det finansielle markedet.

Prisene som blir generert i Norden og spesielt i Norge er sterkt påvirket av vannmagasinstanden. Dersom tilsiget er høyt er prisene lave, og ved lavt tilsig er prisene høyere. De er også preget av sesongvariasjoner som følge av endringer i tilbud og etterspørsel. På vinteren er etterspørselen etter elektrisitet høyere på grunn av økt behov for oppvarming og motsatt i sommerhalvåret. I

Tyskland preges også markedet av sesongvariasjoner, men her påvirkes den respektive systemprisen i større grad av priser på kull, gass og CO<sub>2</sub>. Figuren under viser utviklingen for nordiske og tyske systempriser for de siste 15 årene. Den observante leser vil legge merke til at det forekommer negative priser i det tyske markedet. Forklaringen er at det oppstår et overskudd av elektrisitet i markedet. Dette skyldes tilbudssjokk slik at produsenten betaler en forbruker for å konsumere strømmen, noe som er billigere enn å avbryte produksjonen (Losenergy, 2018).



*Figur 3 Utvikling i den nordiske og tyske systemprisen*

Selv om det nordiske og tyske markedet er adskilt, er det likevel en relativt sterk sammenheng og avhengighet mellom dem. Det eksisterer en priskobling mellom det nordiske markedet og store deler av Europa, hvor det benyttes en felles prislogaritme for beregning av kraftprisene for de forskjellige områdene. Ytterligere harmonisering av markedene er planlagt i årene 2020 og 2021, hvor det skal opprettes to nye utenlandsforbindelser mellom Norge, Tyskland og Storbritannia. Hensikten er at det skal gi enda bedre flyt og utnyttelse av eksisterende nett og produksjonsressurser. Dette er spesielt med tanke på prisflyt mellom markedene. Altså jobbes det med å få til prising av elektrisitet ved en auksjon mellom landegrensene, på samme måte som systemprisen fremkommer. Dette skal være med på å danne et felles intradag-marked (Energifaktanorge, 2017).

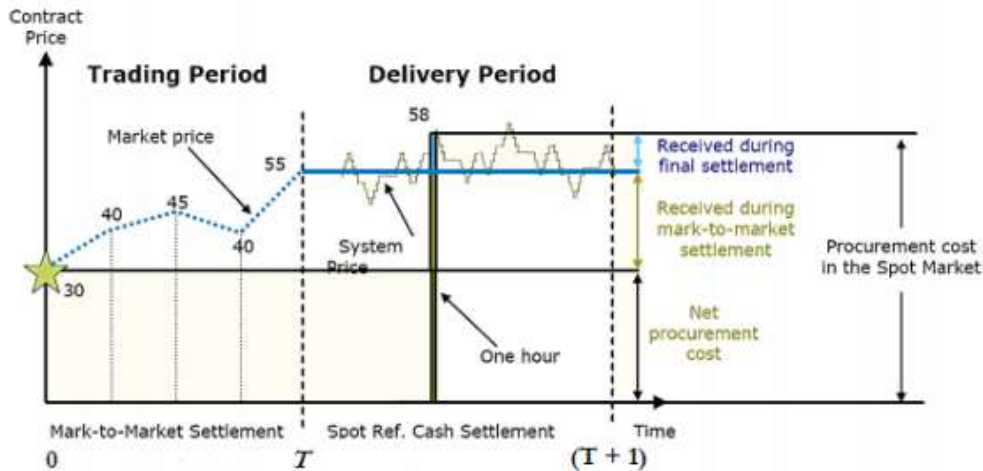
Elektrisitet har den egenskapen at det følger minste motstands vei. I tillegg er det slik at når strømmen er produsert må den brukes omgående, noe som kan medføre problematikk knyttet til lagring av strøm. Per dags dato finnes det ikke store nok batterier til å lagre elektrisitet på en

kostnadseffektiv måte i en signifikant mengde. En konsekvens av dette kombinert med eksempelvis kaldt vær utgjør potensielle tilbud og etterspørselssjokk som har innvirkning på prisingen av derivatene i det finansielle markedet.

Det finansielle markedet har som formål å tilby ulike kontrakter som kan brukes til risikostyring og ren spekulasjon. Skilnaden fra det fysiske markedet er at det handles på kontrakter. Derivatene som kan handles i det finansielle markedet er forwardkontrakter, futureskontrakter, opsjoner, differansekontrakter og el-sertifikater.

En futureskontrakt er en kontrakt på elektrisitet for levering på et senere tidspunkt. I kraftmarkedet gjelder dette levering av elektrisitet for en gitt periode, eksempelvis det påfølgende kvartal. Futureskontrakter kjennetegnes for å være mer standardiserte enn forwardkontrakter. Standardiserte kontrakter betyr at alle aktører har tilgang på de samme kontraktene, ofte via en ekstern tredjepart som reduserer risikoen for de involverte partene. Forwardkontrakter kan i større grad handles mellom to parter og tilpasses ut ifra behov. Futureskontraktene er *market-to-market*, altså må utfallet av posisjonene gjøres opp på dagsbasis. De har også et endelig oppgjør ved forfall. På forfallsdatoen vil innehaveren av futureskontrakten enten debiteres eller krediteres avhengig av sluttprisen og posisjonen. Det som skiller futureskontraktene fra hverandre er at de har ulik systempris som underliggende (Nasdaq, 2019).

I figuren under illustreres hvordan de daglige oppgjørene genererer kontantstrømmer for en investor. Her antas en investor å ha gått inn i en futureskontrakt når prisen var 30 EUR/MWh og har i mellomtiden tjent og tapt på posisjonen på grunn av *market-to-market*. Ved forfall på tidspunkt T observeres en pris på 55 EUR/MWh. Dette tilsvarer en profitt på 25 EUR/MWh fra handleperioden. Dersom man også inkluderer leveringsperioden gir dette en total profitt på 28 EUR/MWh. Dette skyldes at en investor tjener 3 EUR/MWh på leveringsperioden ettersom prisen har steget til 58 EUR/MWh på et spesifikt tidspunkt (Nord Pool, 2009).



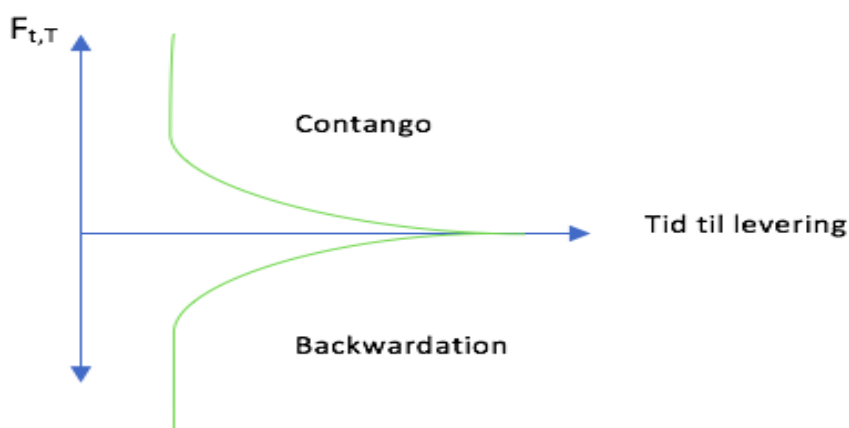
Figur 4 Kontantstrømeffekt fra en futureskontrakt på elektrisitet (Nord Pool, 2009)

Videre skilles det mellom baseload og peakload futureskontrakter. En baseload kontrakt kan handles hele døgnet, mens en peakload kontrakt kan handles fra kl. 08-20. Det er viktig å få frem at peakload kontraktene innebærer levering fra mandag til fredag, mens baseload kontraktene gjelder for hele perioden. Baseload kontraktene består av høyere volum og er oftere benyttet, altså er likviditeten bedre. En av grunnene til kraftmarkedets volatilitet er store endringer i tilbud og etterspørsel, også på dagsbasis. Av den grunn er baseload kontraktene oftere handlet (Nasdaq, 2018).

En opsjon er en rett, men ikke en plikt til å kjøpe eller selge underliggende aktivum til en forhåndsbestemt pris på et fremtidig tidspunkt. Det tilbys både salgsopsjoner (put) og kjøpsopsjoner (call). En salgsopsjon gir en rett til å selge underliggende, mens en kjøpsopsjon gir en rett til å kjøpe. Nasdaq OMX tilbyr blant annet opsjoner med elektrisitet som underliggende i nordiske futureskontrakter. En viktig bemerkelse er at på Nasdaq OMX handles opsjoner for nærmeste to kvartal og år (Nasdaq, 2019). Samtidig handles det opsjoner på tyske futureskontrakter for nærmeste fem måneder, seks kvartal og fire år på EEX (EEX, 2019). I likhet med futureskontrakter kan også opsjoner brukes som sikringsverktøy i forbindelse med krafthandel.

Nasdaq Clearing er oppgjørssentralen til Nasdaq OMX. De opererer som et mellomledd i alle transaksjonene. På samme måte fungerer European Commodity Clearing som en oppgjørssentral for EEX. Med andre ord opererer de som en selger til en kjøper og en kjøper til en selger. Dette betyr at motpartsrisikoen mellom aktørene reduseres. Motpartrisiko er risiko som er tilstede dersom en deltaker i handelen ikke klare å forholde seg til sine forpliktelser innenfor et gitt tidsrom. For at dette skal fungere optimalt er deltakerne nødt til å stille med sikkerhet, avhengig av hvilken posisjon aktøren har i markedet. En oppgjørssentral er med på å skape et mer effisient marked, redusere risiko og generere økt markedsdeltagelse. Samtidig vil det indirekte bidra til økt likviditet (Nasdaq, 2018).

Innenfor finansterminologien omtales ofte markedstilstandene *contango* og *backwardation* for ulike råvaremarkeder. *Contango* innebærer at futuresprisen er høyere enn den forventede fremtidige spotprisen. Den beskriver en konveks helning på en fremtidig futureskurve hvor prisene er økende når det er lengre tid til forfall. En konsekvens av *contango* er at det kan oppstå en negativ *roll yield*-effekt. *Backwardation* vil si at futuresprisen er lavere enn den forventede fremtidige spotprisen. I dette tilfellet viser helningen på futureskurven avtakende priser når det er lengre tid til forfall. *Backwardation* er en markedstilstand hvor det kan oppstå en positiv *roll yield*-effekt (Bessembinder, 2018). Disse effektene kan være problematiske for en investor med posisjoner i futuresmarkedet.



Figur 5 Markedstilstandene contango og backwardation



*Roll yield*-problemet oppstår når en futureskontrakt forfaller før leveringsdato av råvaren. Konsekvensen er at en investor må kansellere kontrakten med kort tid til forfall og inngå en kontrakt med lengre tid til forfall. Dette kan omtales som å rulle en futureskontrakt. På grunn av markedstilstanden i det respektive markedet, *backwardation* eller *contango*, vil det kunne oppstå *roll yield*-effekt på grunn av forskjell mellom futuresprisen på den opprinnelige og den nye kontrakten. Denne effekten kan som nevnt være negativ eller positiv. Det er ifølge Bessembinder (2018) et misforstått fenomen at en investor kan tjene eller tape ved å rulle slike kontrakter. En investor vil kun være eksponert for risikoen i futuresprisen for en åpen kontrakt og ikke i forskjellen i pris mellom ulike kontrakter (Bessembinder, 2018). For analyseformål er det derfor viktig å korrigere for denne effekten når man forholder seg til futurespriser som datagrunnlag.

Flere studier knyttet til volatilitet i kraftmarkedet påpeker at det forekommer endringer i volatiliteten når kontrakten nærmer seg forfall. Typisk er volatiliteten økende og i noen tilfeller kan det være en signifikant økning. Grafene i figur 6 og 7 illustrerer at den tyske marginkurven endrer seg fra desember 2018 til januar 2019, mens den nordiske forblir relativ lik. For den nordiske marginkurven observeres det at volatiliteten har en jevn økning når antall dager til levering reduseres. Den tyske marginkurven skiller seg mer ut, og har en drastisk endring i volatiliteten når det er mindre enn 10 dager igjen til levering. Et annet poeng er at den tyske marginkurven har hatt en jevnt høyere volatilitet enn den nordiske. Grafene under bekrefter den såkalte Samuelson hypotesen, hvor prisene på futureskontrakter øker når de nærmer seg forfall. Samuelson (1965) forklarer at fenomenet fremkommer fordi det nå finnes mer informasjon i markedet. Dette er noe som risikostyreren kan dra nytte av ettersom endringer i volatilitet vil forekomme.



Figur 6 Nordisk baseload månedlig, kvartalsvis og årlig marginkurve (Nasdaq, 2019)



Figur 7 Tysk baseload månedlig, kvartalsvis og årlig marginkurve (Nasdaq, 2019)

Etter å ha gitt et innblikk i den fysiske og finansielle delen av kraftmarkedet er neste steg i studien å presentere det metodiske rammeverket som benyttes videre i besvarelsen av problemstillingene.

## 4. Metode

I dette kapittelet presenteres det metodiske rammeverket for å kvantifisere risikoen i en tenkt spread-posisjon. Det inkluderer en to-steps metode bestående av AR-GARCH og *Extreme Value Theory*. Et separat teorikapittel utelates ettersom det metodiske er en sentral del av det teoretiske fundamentet i denne studien. Videre belyses hvordan risikoestimatene *Value at Risk* og *Expected Shortfall* beregnes basert på den nevnte metoden. Avslutningsvis presenteres opsjonsprisinde modellen Black-76 for å si noe om rettferdig opsjonsverdi i sammenheng med bruk av opsjoner som sikringsinstrument.

### 4.1 Risikomål

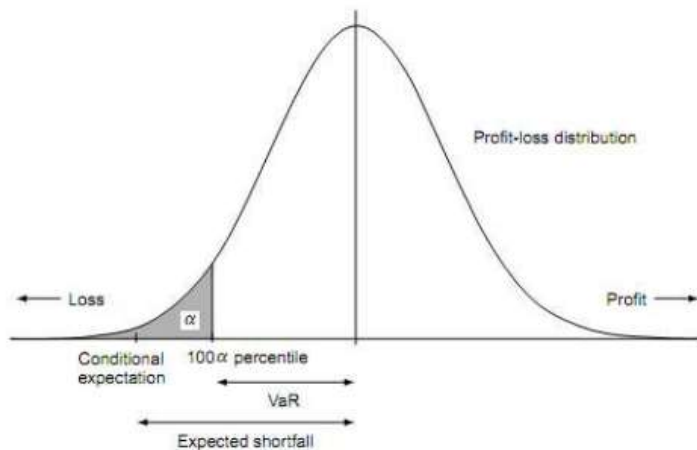
Kombinasjonen av deregulerte energimarkeder og økt spekulasjon på kraftderivater har i nyere tid ført til et forsterket behov for risikostyring knyttet til ekstremtap. I dag er *Value at Risk* (VaR) det mest anerkjente målet for å kvantifisere risiko. Det ble introdusert av J.P Morgan i 1994 for å si noe om graden av finansiell risiko i en posisjon eller portefølje innenfor et gitt tidsrom. Alexander (2008) definerer dette ytterligere ved å omtale VaR som det maksimale tapet en posisjon vil påføres for et gitt sannsynlighetsnivå. Tradisjonelt benyttes et høyt sannsynlighetsnivå på 95% eller 99 % ved presentering av risikoestimatene. Dersom en antar at avkastningene innenfor et gitt tidsrom er uavhengige og tilfeldige (omtales videre i studien som *i.i.d*), kan formelen for VaR beregnes ved:

$$VaR_{\alpha} = \Phi^{-1}(1 - \alpha)\sigma - \mu \quad (1)$$

$\Phi$  representerer standard normalfordelingsfunksjon,  $\mu$  er gjennomsnittet av de daglige avkastningene,  $\sigma$  er standardavviket og  $\alpha$  er sannsynlighet (Alexander, 2008).

En av ulempene med VaR, som blant annet har blitt kritisert av Artzner et al. (1999), er at det ikke gir nevneverdig informasjon om tapet som potensielt foreligger lengre ut i halen i en fordeling. Samtidig påpeker Artzner et al. (1999) at VaR er mindre relevant for avkastinger som viser tegn til ikke-normalitet. Dersom en antar en normalfordeling av avkastninger vil man med all sannsynlighet undervurdere halerisikoen og samtidig ikke ta stilling til skjevhet og kurtose

som foreligger i den empiriske fordelingen. Av den grunn brukes ofte *Expected Shortfall* (ES) som et supplement, nettopp fordi det sier noe om størrelsen på det potensielle tapet gitt at det forbigår VaR estimatet. Dette er formålstjenlig ettersom hensikten med denne studien er å undersøke de mer ekstreme tapene som kan forekomme i en tenkt spread-posisjon i futuresmarkedet.



Figur 8 Grafisk representasjon av profitt-tap fordelingen, VaR og ES (IMES, 2001)

Illustrasjonen i figur 8 viser at ES fanger opp de mer ekstreme tapene, altså de negative avkastningene, som ligger lengre ut i halen. Et annet argument for å prioritere ES er ifølge Fuss et al. (2003) at råvarefutures krever at daglige marginkrav må dekkes inn ved tap. Dersom spotprisen skiller seg betydelig fra futuresprisen kan investor sitte med en utsatt posisjon og potensielt påføres tap. Poenget er at prisvolatiliteten øker nærmere forfall, hvilket påvirker de daglige avkastningene på futureskontraktene. Mulighetsrommet for gevinst og tap blir på den måten større enn for mer tradisjonelle investeringsobjekter, eksempelvis aksjer. Dette fører til at VaR estimatet i noen tilfeller ikke er presist nok og følgelig kan ES være et bedre valg. Likevel brukes også VaR videre i deler av denne studien ettersom det er et anerkjent mål på risiko. Dersom en antar at avkastningene innenfor et gitt tidsrom er *i.i.d* kan ES beregnes ved:

$$ES_{\alpha} = \alpha^{-1} \varphi(\phi^{-1}(\alpha)) \sigma - \mu \quad (2)$$

$\varphi$  og  $\phi$  representerer henholdsvis normal tetthets- og fordelingsfunksjon. Avkastninger for investeringsobjekter vil som nevnt sjeldent oppfylle antagelsen om *i.i.d* (Alexander, 2008). Disse effektene handler om at volatiliteten i noen tilfeller er eksepsjonelt høy, mens den i andre tilfeller er veldig lav. Sett i sammenheng med finansielle data på råvarepriser kan dette underbygges ved at noen perioder preges av hopp (spikes), mens den i andre perioder beveger seg mot et langsiktig gjennomsnitt (*mean-reversion*). Delkapittlet er utledet basert på inspirasjon fra Alexander (2008), hvor fullstendig utledning av VaR og ES presenteres.

## 4.2 GARCH-modeller

En måte å håndtere egenskaper ved finansielle data er å benytte seg av Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) modeller. De ble opprinnelig introdusert av Engle (1982) og Bollerslev (1986), og designet for å fange opp effektene fra tidsavhengig volatilitet og ikke-normalitet. Et sentralt poeng er at modeller i GARCH familien behandler gjennomsnittet og variansen som varierende funksjoner over tid. Blant annet benytter McNeil og Frey (2000), Bystrøm (2005) og Paraschiv et al. (2015) seg av en kombinert tidsseriemodell ved navnet AR-GARCH. Formålet er å ta hensyn til de ovennevnte egenskapene ved finansielle data. Kombinasjonen fører til at modellen, i tillegg å undersøke tidsavhengigheten i volatiliteten, tar hensyn til tidsavhengigheten i avkastningene. Spesifikasjonene i AR-GARCH modellen er som følger:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\sigma_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \phi_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

AR spesifikasjonen i formel (3) indikerer hvor stor effekt tidligere avkastninger har på nåværende. Videre utgjør  $\sigma_t^2$  i GARCH spesifikasjon (4) den betingede variansen av  $\varepsilon_t$  og  $\varepsilon_t = \sigma_t Z_q$ . Parameterne gir en indikasjon på hvordan nåværende volatilitet påvirkes av forrige

periode og hvor lenge effekten vedvarer. I tråd med Bystrøm (2005) og Paraschiv et al. (2015) anvendes to varianter for  $Z_q$ : normal og student t-fordeling. For normalfordelingen er  $Z_q$  normalfordelt ( $N(0,1)$ ) og for student t er gjennomsnitt lik 0, varians lik 1 og  $\nu$  er antall frihetsgrader. Spesifikasjonen i ligning (4) forutsetter at  $\phi_0$ ,  $\phi_1$  og  $\phi_2 > 0$  for å sikre positiv varians. Summene av de ovennevnte parameterne må samtidig være  $< 1$  for å forutsette uavhengig varians i modellen.

Teoretisk kan estimatet for den betingede halekvantilen for en gitt sannsynlighet  $q$  i en AR-GARCH modell beregnes ved:

$$Kvantil_{t,q} = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \sigma_t Z_q \quad (5)$$

De to første leddene  $\alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}$  representerer det betingede gjennomsnittet av avkastningene og  $\sigma_t$  utgjør den betingede volatiliteten. Videre omhandler  $Z_q$  valg av fordeling for et gitt sannsynlighetsnivå. I denne studien gjelder dette enten AR-GARCH med normal, AR-GARCH med student t eller VaR beregningen fra EVT i neste delkapittel. Valget av fordeling indikerer hvilken av de tre modellene som undersøkes. Hensikten med beregningen er å tilpasse estimatene for halekvantilene fra residualene med den laggede gjennomsnittsavkastningen og variansen.

Formålet med beregningen av kvantilen å undersøke hvilken modell som er mest presis i prediksjon av VaR estimater, altså en *in-sample* evaluering av modellene. Etter å ha estimert kvantilen fra ligning (5) sammenlignes den med den tilhørende daglige avkastningen. Dersom den observerte avkastningen er større enn kvantilen har vi en overskridelse. Dette gjøres for hele datasettet og deretter sammenlignes antall overskridelser med det teoretiske antallet.

Fremgangsmåten gjennomføres for de tre ulike modellene, avhengig av hvilken fordeling  $Z_q$  som benyttes.

En av de tre modellene som undersøkes i analysen inkluderer bruk av *Extreme Value Theory*. Videre utledes hvordan bruken av dette verktøyet kan fungere som et bedre alternativ til risikostyring, sammenlignet med mer tradisjonelle tidsseriemodeller.

### 4.3 Extreme Value Theory

Ekstremrisiko befinner seg i halene av sannsynlighetsfordelingen. Det fundamentale med *Extreme Value Theory* (EVT) er at en ønsker å statistisk modellere halerisikoen. Pareto-lignende fordelinger har fete haler, noe som gjør de bedre egnet enn normal- og student t-fordelingene. Innenfor EVT rammeverket er det to metoder som er sentrale, *Block Maxima* (BM) og *Peak Over Threshold* (POT). Enkelt forklart deler BM metoden dataen inn i blokker med lik lengde, eksempelvis måneder eller år, for å fokusere på maksverdiene i hver blokk. Blokkene tilpasses videre til en *Generalized Extreme Value Distribution* (GEVD). Historisk har denne metoden vært brukt på data med sterke sesongvariasjoner, eksempelvis værdata. Likevel er POT ifølge Gilli og Kellezi (2006) og Bystrøm (2005) bedre egnet ettersom den håndterer ekstremavkastninger på en mer effektiv måte. POT skiller seg fra BM ved at den tilpasses til en *Generalized Pareto Distribution* (GPD).

### 4.4 Peak Over Threshold

Prinsippet bak POT metoden er å filtrere de ekstreme verdiene som ligger over en spesifisert høy grense  $u$ . Deretter modelleres disse observasjonene som en separat distribusjon.

Til å begynne med defineres  $X_i$  som rekken av uavhengige og tilfeldige variabler (*i.i.d*) fra en ukjent distribusjon  $F$ . Videre bestemmes en passende grense  $u$ , hvor  $y_i$  representerer de observasjonene som overskrider denne grensen. Det framkommer ved:  $y_i = X_i - u$ , altså antall overskridelser. Den nye distribusjonen omtales som  $F_u(y)$ . Ved å omformulere den betingede sannsynlighetsfunksjonen:

$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u)$  (6) får vi følgende uttrykk:

$$F_u(y) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (7)$$

Det kan være problematisk å estimere  $F_u(y)$  ettersom det typisk ikke er tilstrekkelig med ekstreme observasjoner tilgjengelig. Balkema og De Haan (1974) og Pickands (1975) viser likevel til at  $F_u(y)$  kan approksimeres av GPD. Deres antagelse tilsier at:

$u \rightarrow \infty$  da vil  $F_u(y) \approx G_{\xi, \beta}(y)$ , hvor  $G_{\xi, \beta}(y)$  representerer GPD.

GPD har følgende fordelingsfunksjon:

$$G_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{\frac{-1}{\xi}}, & \text{dersom } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\beta}}, & \text{dersom } \xi = 0 \end{cases}$$

$\beta$  og  $\xi$  er henholdsvis *scale* og *shape* parameter. De gir en indikasjon på spredningen og utviklingen til fordelingen. Det forutsettes at  $\beta > 0$ . Videre tilpasses GPD, avhengig av verdien på  $\xi$ . Dersom  $\xi > 0$  antyder dette en fordeling med fete haler, som blant annet gjelder for Fréchet fordelingen. Ved å skrive om (7) kan en ifølge Kellezi og Gilli (2006) finne et uttrykk for VaR og ES for en gitt sannsynlighet. For å beregne en haleestimator for underliggende må  $F(x)$  isoleres fra ligning (7):

$F(x) = (1 - F(u)) F_u(y) + F(u)$ , hvor  $F_u(y)$  erstattes med GPD og  $F(u)$  med uttrykket  $\frac{n - Nu}{n}$ .

Verdien  $n$  er antall observasjoner og  $Nu$  er antall observasjoner over en gitt grense  $u$ . Dette gir følgende uttrykk:

$$F(x) = 1 - \frac{Nu}{n} \left(1 + \frac{\xi}{\beta}(x - u)\right)^{\frac{-1}{\xi}} \quad (8)$$

Ved å invertere det nye uttrykket som fremkommer i formel (8) gir dette et uttrykk for VaR for en spesifisert sannsynlighet  $q$ :

$$VaR_q = u + \frac{\beta}{\xi} \left( \left( \frac{n}{Nu} q \right)^{-\xi} - 1 \right) \quad (9)$$

Deretter det utledes et uttrykk for ES ved å benytte GPD fordelingsfunksjonen:



$$ES_q = \frac{VaR_q}{1-\xi} + \frac{\beta - \xi u}{1-\xi} \quad (10)$$

En faktor som har stor betydning for risikoestimatene VaR og ES er valg av grense  $u$ . Først og fremst påvirker grensen VaR estimatet direkte. Samtidig påvirkes størrelsen på  $\beta$  og  $\xi$  parameterne av den valgte grensen. Det følger også av formel (10) at VaR estimatet har direkte innvirkning på ES.

#### 4.5 Valg av grense $u$

Ved implementering av POT er valg av grense  $u$  helt avgjørende for gjennomføringen. Teorien tilsier at grensen må settes tilstrekkelig høyt, slik at parameterestimatene er velegnet. Dersom grensen settes for høyt inkluderes for få observasjoner over  $u$ , slik at modellen gir parameterestimer med høy varians. Motsatt vil en for lav grense føre til at approksimeringen mot GPD er uegnet. McNeil og Frey (2000) anbefaler grense tilnærmet 5-10% av totalt antall observasjoner. Foreløpig er det ingen eksakt fasit eller metode som må brukes for å sette en fornuftig eller optimal grense. Likevel finnes det hjelpemidler som kan bistå med dette valget. Blant disse er Observasjonsmetoden, Mean Excess-plot og Hill-plot hyppig brukt.

##### 4.5.1 Observasjonsmetoden

Observasjonsmetoden går ut på at man estimerer GPD parameterne  $\beta$  og  $\xi$  for ulike størrelser av grensen  $u$ . Hensikten er å se hvordan  $\beta$  og  $\xi$  påvirkes av en grense som kan ligge fra eksempelvis 1% til 30% av det totale antallet observasjoner. Det er ønskelig at begge parameterne er relativt stabile innenfor det området grensen settes (Paraschiv et al, 2015).

##### 4.5.2 Hill plot

En annen indikator på valg av egnet grense finnes ved å betrakte det såkalte Hill plottet. Først beregnes Hill estimatoren  $\hat{\xi}_k$  :

$$\hat{\xi} = \frac{1}{C_t} \sum_{i=1}^{C_t} \log \frac{Z(i)}{u} \quad (11)$$

hvor  $C_t$  tilsvarer antall observasjoner i halen.  $Z(i)$  representerer en observasjon i dataen. Eksempelvis er  $Z(1)$  og  $Z(2)$  den største og nest største observasjonen i dataen. Hensikten er å gjøre flere beregninger for et ulikt antall observasjoner i halen  $C_t$  for å synliggjøre hvor Hill estimatoren blir relativt stabil (Paraschiv et al., 2015). Deretter synliggjøres dette grafisk hvor estimatene plottes mot grensen slik at Hill plottet fremkommer. En svakhet med bruk av hjelpemidlet er at det kan foreligge usikkerhet rundt hvor estimatene er stabile, ettersom flere områder kan være aktuelle. Følgelig gir dette rom for mer subjektive vurderinger når det kommer til valg av grense.

#### 4.5.3 Mean Excess funksjon

Mean Excess-plottet er et annet virkemiddel som kan brukes til å velge grense. Det gir også en indikasjon på om det er fornuftig å anta at fordelingen faller inn under Frechet eller ikke. Mean Excess funksjonen er definert som:  $e(u) = E(X - u | X > u) = E(X | X > u) - u$ , og bør være lineær i utvikling etter grensen  $u$  (Paraschiv et al, 2015). Bruken av denne grafiske fremstillingen kan i likhet med Hill plottet være problematisk, ettersom det kan være flere partier som viser tegn til linearitet.

#### 4.6 Dynamisk EVT for prediksjon

Basert på de statiske risikoestimatene for VaR og ES kan EVT også benyttes til å beregne dynamiske 1-dags prediksjoner ved å anvende to-steps metoden anbefalt av McNeil og Frey (2000). Den dynamiske tilnærmingen for VaR, gitt den betingede avkastningsfordelingen beregnes ved følgende formel:

$$Kvantil_q = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} + Z_q \quad (12)$$

Det første leddet representerer fortsatt det betingede gjennomsnittet, mens det andre leddet er den betingede volatiliteten multiplisert med den valgte fordelingsfunksjonen  $Z_q$ . Herunder normal, student t eller formel (9) dersom EVT benyttes. Formelen over benyttes i *out-of-sample* beregningene som følger senere i studien. I praksis tilsvarer den kvantilformelen (5), men notasjonen er noe endret.

#### 4.7 Black-76

Opsjoner er finansielle instrumenter som gir eieren en rett, men ikke en plikt til å kjøpe eller selge en underliggende eiendel på et framtidig tidspunkt til en gitt utøvelsespris (*strike*). Typiske underliggende vil være aksjer, men det skrives også opsjoner på blant annet futureskontrakter. En opsjon vil være av europeisk type dersom den kun kan utøves ved forfall, mens en amerikansk opsjon kan utøves også før forfall. En investor kan benytte en kombinasjon av både lange og korte opsjoner for å sikre seg mot eventuelle prissingninger.

En av de mest utbredte teoretiske opsjonspringsmodellene ble introdusert av Black and Scholes (B&S) i 1973 for å prise aksjeopsjoner. Problemet med B&S er at den ikke er spesifisert til å prise opsjoner på futures- og forwardkontrakter. Dette henger sammen med at prisutviklingen til mange råvarer ikke er tilfeldig. Sesongvariasjoner i elektrisitetspriser er et eksempel på dette. Et forsøkt tiltak for å håndtere tidsavhengigheten i prisutviklingen var innføring av Black-76. Formålet med modellen er å prise opsjoner på futures- og forwardkontrakter på råvarer. Argumentasjonen for dette er at utviklingen i futurespriser er mer tilfeldig fordelt enn spotpriser.

Ved bruk av Black-76 antas det at futuresprisen er log-normalfordelt og følger en risiko-nøytral stokastisk prosess kalt geometrisk Brownsk bevegelse (Benth og Schmeck, 2014). Altså legges det til grunn at den skal bevege seg tilfeldig. Likevel følger det at futurespriser ofte ikke oppfyller denne antagelsen i praksis. Andre egenskaper ved elektrisitetspriser har også påvirkning på forutsetninger i modellen. I noen perioder tenderer prisene til å være *mean-reverting*, mens det i andre perioder kan forekomme spikes. Disse egenskapene fører til uforutsigbarhet og svingninger i futuresprisen, slik at antagelsen om konstant volatilitet ( $\sigma$ ) i Black-76 utfordres. I likhet med

Medina et al. (2015) og Benth og Schmeck (2014) brukes Black-76 videre i denne studien ettersom det anses som en benchmark av aktørene i kraftmarkedene.

Fem faktorer benyttes for å prise opsjoner på futureskontrakter. Kursen på underliggende (F), utøvelsespris (K), risikofri rente (r), tid til forfall (T-t) og volatiliteten til underliggende ( $\sigma$ ). Ved forfall vil verdien av en call med nåværende kurs F og utøvelsespris K være lik  $Call_t = \text{Maks}(F - K, 0)$ . Tilsvarende vil verdien av en put være lik  $Put_t = \text{Maks}(K - F, 0)$ . Opsjonene omtales gjerne som å være *in-the-money*, *out-of-the-money* eller *at-the-money*, avhengig av forholdet mellom utøvelsesprisen og verdien på underliggende. Prisen for en europeisk call kan beregnes ved:

$$c = e^{-r(T-t)} [FN(d1) - KN(d2)] \quad (13), \text{ hvor}$$

$$d_1 = \frac{\ln(F/K) + (\frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

N representerer den kumulative normalfordelingsfunksjonen som sier noe om sannsynligheten for at opsjonen er *in-the-money* ved forfall. Videre kan en put opsjon prises ved ligningen under eller ved put-call paritet:

$$p = e^{-r(T-t)} [KN(-d2) - FN(-d1)] \quad (14)$$

#### 4.8 Historisk volatilitet

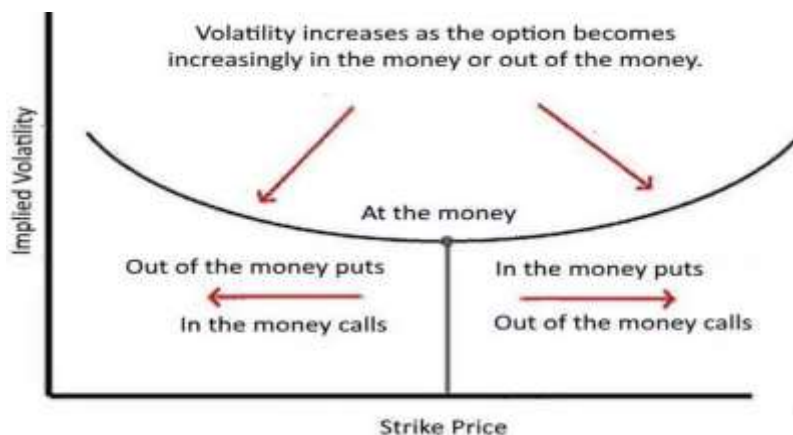
Ved beregningen av opsjonsprisene brukes gjerne historisk volatilitet som virkemiddel i prisingen (Benth og Schmeck, 2014). Det beregnes basert på historiske priser og finnes ved å estimere annualisert standardavvik på avkastningen. Andre måter eksisterer også, men bruken av standardavvik er den mest utbredte. Den naturlige tolkningen av historisk volatilitet er at høyere verdi tilsvarer høyere risiko. Matematisk beregnes den historiske volatiliteten ved:

$$\sigma = \sigma_x \sqrt{T_t - T_{t-1}} \quad (15)$$

hvor  $T_t$  er tiden i år og  $\sigma_x$  er det årlige standardavviket. Dette åpner for at man kan beregne månedlige og kvartalsvis volatilitet.

#### 4.9 Implisert volatilitet

Implisert volatilitet gir en indikasjon på nivået markedet forventer at volatiliteten til et aktivum vil ligge på i framtiden. Den kan beregnes via Black-76 rammeverket, gitt at man kan observere en markedspris for den relevante kjøp- eller salgsopsjonen. Ved å sette volatiliteten som ukjent får man en indikasjon på hvilken volatilitet markedsaktørene bruker for å verdsette opsjonen. De impliserte volatilitetene kan plottes som en funksjon av utøvelsesprisen (K), slik at en kan observere om volatilitetssmilet fremkommer eller om volatiliteten er konstant.

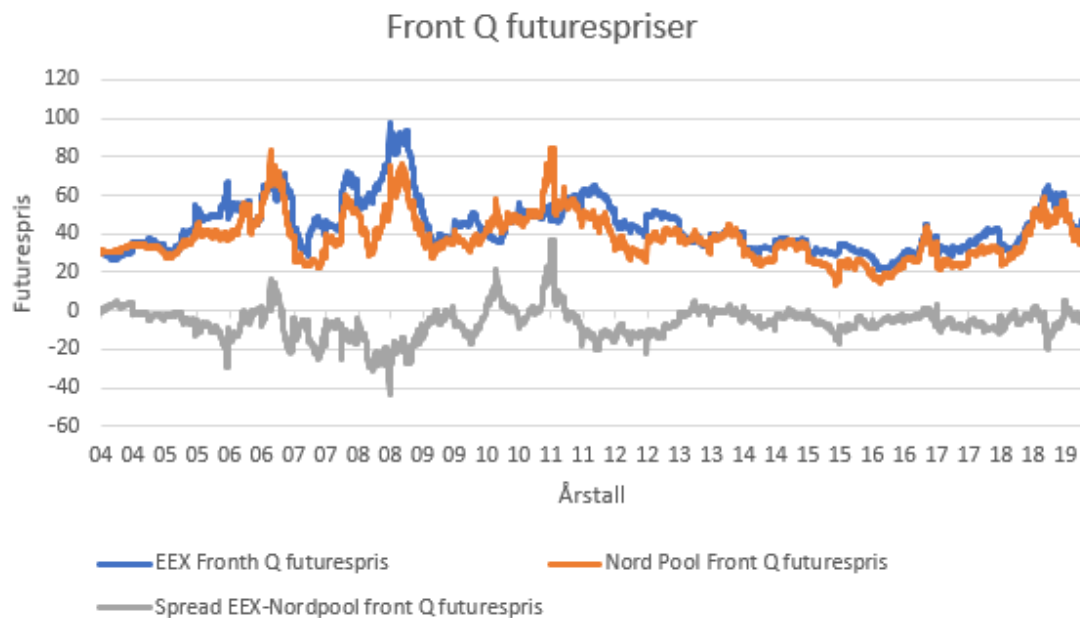


Figur 9 Volatilitetssmil (Investopedia, 2019)

Fra figur 9 følger det at opsjoner som er *out-of-the-money* omsettes med en annen impliserte volatilitet enn de som er *at-the-money*. Den impliserte volatiliteten tyder med andre ord på at fordelingen ikke følger den log-normale fordelingen som forutsettes i Black-76. Dersom volatiliteten var konstant i praksis ville grafen vist en rett linje.

## 5. Data

I denne studien er datagrunnlaget daglige priser på kvartalsvise (*front quarter*) tyske og nordiske futureskontrakter for perioden 02.01.2004 - 01.03.2019. Futuresprisene er hentet fra Datastream serveren til Thomson Reuters Eikon. Etersom dette er en anerkjent finansdatabase, antas det at disse oppfyller kravene om reliabilitet og validitet. De innhentede prisene er kontinuerlige, hvor formålet er å oppnå korrekt bruk av tidsseriemodeller. Datagrunnlaget inneholder fem prisobservasjoner per uke. Dette utgjør 3 908 og 3 912 observasjoner for henholdsvis det nordiske og tyske markedet over en periode på tilnærmet 16 år. Valget av tyske og nordiske futurespriser er også fordelaktig ettersom disse har høyest likviditet i Europa (Nord Pool, 2019). Videre er det benyttet prisdata på kjøp- og salgsoptjoner på futureskontrakter for det tyske markedet. Opsjonsprisene er hentet direkte fra EEX sin markedsdata server. Tilsvarende er det innhentet priser på optjoner på nordiske futureskontrakter fra Nasdaq OMX. Alle priser er oppgitt i euro og gjelder for såkalte baseload kontrakter. Et naturlig valg fremfor peakload kontrakter på grunn av volum og likviditet.



Figur 10 Daglige priser på front quarter futureskontrakter fra 02.01.2004 til 01.03.2019

Fra figuren kan en observere betydelige svingninger i priser gjennom perioden for begge markedene. Det observeres at markedene følger hverandre relativt tett, slik at spreaden derfor er lav i store deler av tidsperioden. I andre perioder har den vært markant større. For det tyske og

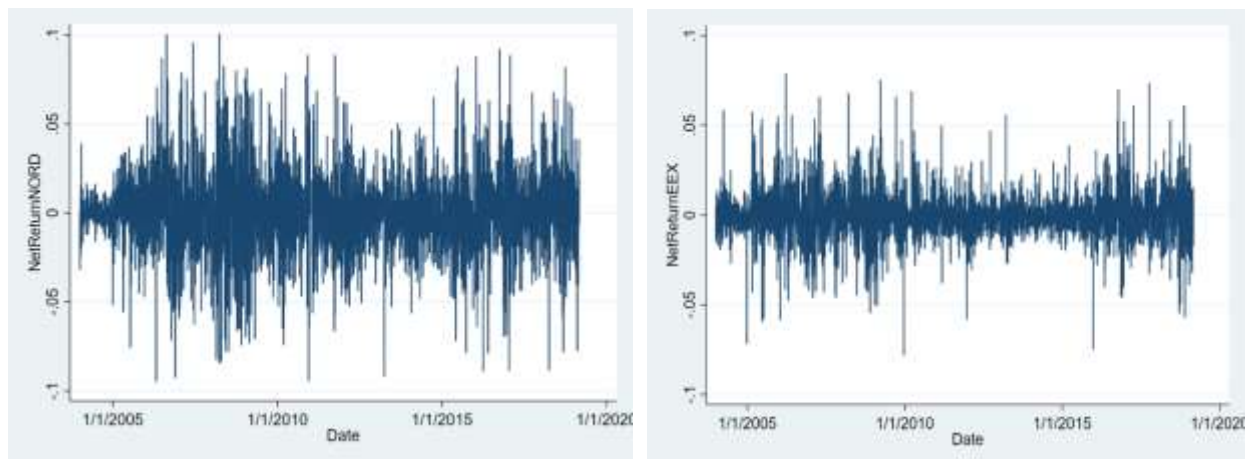
nordiske markedet kan en trekke slutninger om historiske toppunkter på henholdsvis 97 EUR/MWh og 84 EUR/MWh i 2008 og 2011. Tilsvarende bunnpunkter har laveste pris for nordisk på 14 EUR/MWh i 2015 og 21 EUR/MWh for tysk i 2016. Store prissvingninger er som forventet i et høyst volatil marked.

## 5.1 Daglig avkastning

De ekstreme prissvingningene i futuresmarkedet er av interesse og av den grunn benyttes enkle netto avkastninger framfor logaritmiske avkastninger. Argumentet bak dette valget er at logaritmiske avkastninger har en tendens til å underestimere effekten av prisendringer. Eksempelvis vil en prisendring fra 40 EUR/MWh til 60 EUR/MWh ved bruk av enkle netto avkastninger tilsvare en endring på 50%, mens det for en logaritmisk vil være 40,5%. Dette er i tråd med blant annet Paraschiv et al. (2015) og Bystrøm (2005). En svakhet ved bruk av denne metoden for å beregne daglige avkastninger er at den kan ha en tendens til å påvirke skjevheten i dataen slik at den blir positivt skjev. Ettersom risikoen i en lang og kort posisjon undersøkes kan dette være problematisk ved at det kan gi et feilaktig bilde av risiko. Grunnet fokus på ekstreme prissvingninger gjennom bruk av EVT er enkle netto avkastninger likevel mer velegnet. Netto avkastninger beregnes på følgende form:

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} \quad (16), \text{ hvor } P_t \text{ er dagens futurespris og } P_{t-1} \text{ er prisen dagen før.}$$

Slik det illustreres i figur 11 er både det nordiske og tyske markedet preget av volatilitetsklynger i avkastningene. Effekten er markant større i det nordiske markedet. Spikene i avkastningene i begge markedene utgjør de observasjonene som er av særlig interesse ettersom de inngår i den nye fordelingen ved anvendelse av POT metoden. Det må presiseres at avkastningene er justert for *roll yield*.



Figur 11 Enkle daglige netto avkastninger for det nordiske og tyske futuresmarkedet, korrigert for roll yield

## 5.2 Håndtering av Roll Yield

For å ta hensyn til *roll yield* slettes avkastninger hvor dette har oppstått. Formålet er å gi et mest mulig presist bilde av risikoen i markedet. På grunn av fravær av tilgang til når kontraktene forfaller eller eventuelt rulles over, velges en alternativ løsning hvor en sletter alle avkastninger som er større eller mindre enn 3 ganger +/- standardavviket til de respektive markedene. Dette tilsvarer totalt 32 og 36 avkastninger for henholdsvis det nordiske og tyske markedet. Ved å se nærmere på hvilke avkastninger som slettes, observeres en rød tråd hvor det primært slettes observasjoner rundt kvartalsskiftet. Mye tyder derfor på at denne løsningen håndterer *roll yield*-problemet på en god måte, ettersom futurespriser på kvartalsvise kontrakter studeres. Videre må det nevnes at dataene påvirkes som følge av at de mer ekstreme avkastningene slettes. Ikke overraskende blir effekten at fordelingen får mindre fete haler og blir mer normalfordelt. Konsekvensen blir at AR-GARCH og GPD parameterne påvirkes i en retning som resulterer i lavere risikoestimer.

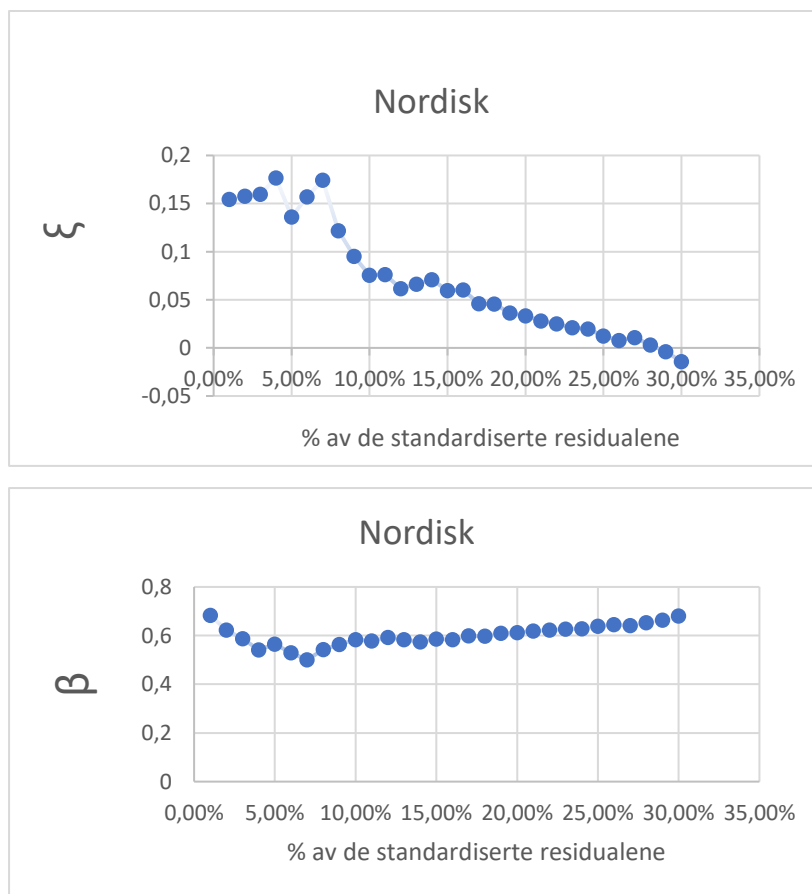
## 5.3 Valg av grense $u$

Neste steg blir å gi en presentasjon og tolkning av de grafiske verktøyene for valgene av grense  $u$  ettersom det er avgjørende ved anvendelse av POT. Dette inkluderer Observasjonsmetoden, Hill plot og Mean excess funksjonen.

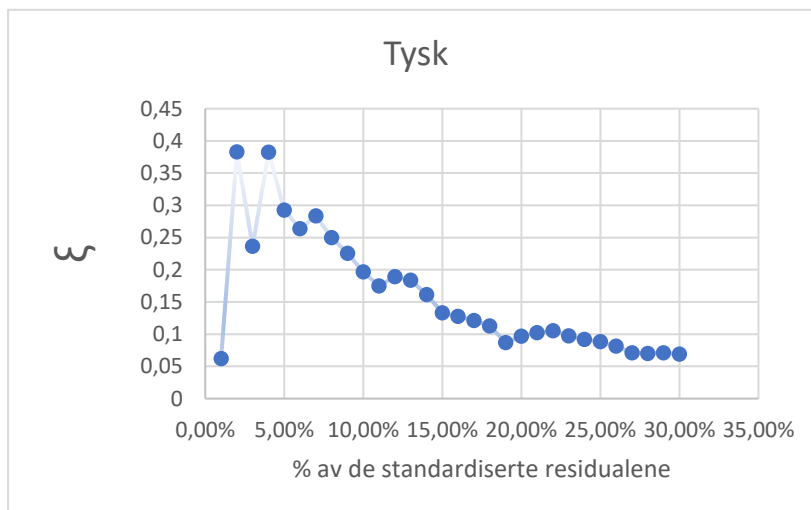
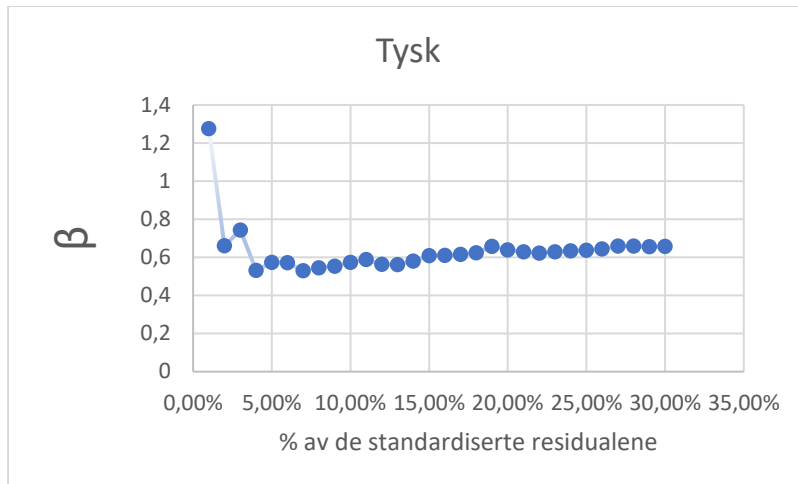


### 5.3.1 Observasjonsmetoden

Basert på de nordiske standardiserte residualene, kan en fra figur 12 og 13 se at både *scale* parameteren ( $\beta$ ) og *shape* parameteren ( $\xi$ ) er relativt stabil fra 6-9%. Ved å se på parameterne tilhørende de tyske standardiserte residualene, observeres det at de utviser en viss stabilitet i området 7-9%. Sammenlignet med det nordiske markedet, kan en likevel påstå at det bør velges en grense som ligger litt lengre inn i den prosentvise halen.



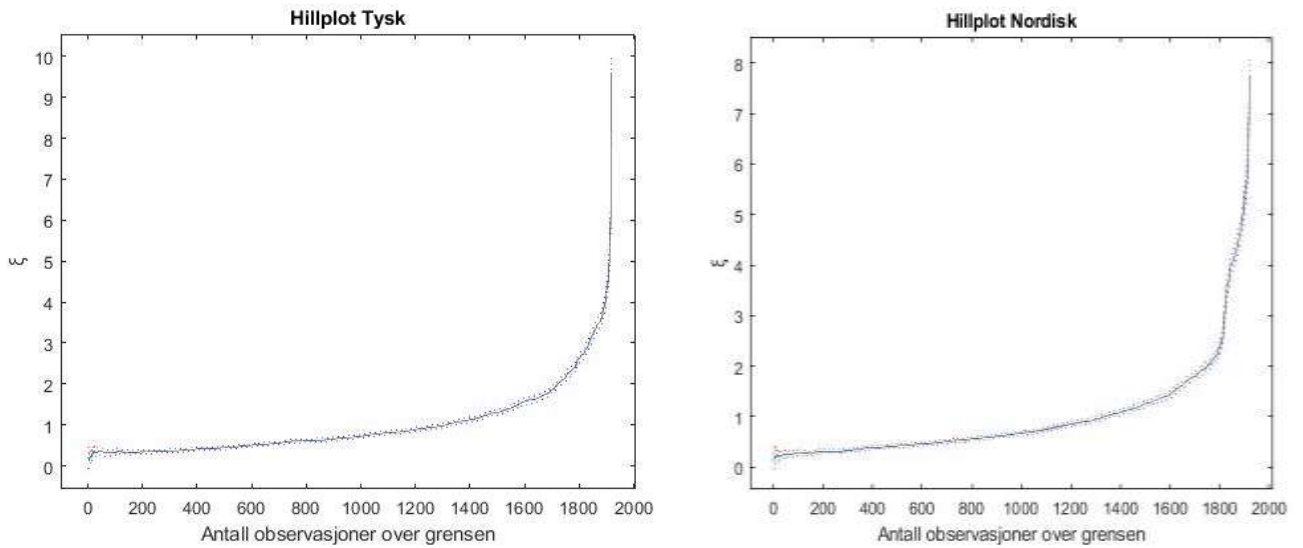
Figur 12 Utvikling i shape og scale paramter for det nordiske markedet



Figur 13 Utvikling i shape og scal parameter for det tyske markedet

### 5.3.2 Hill-plot

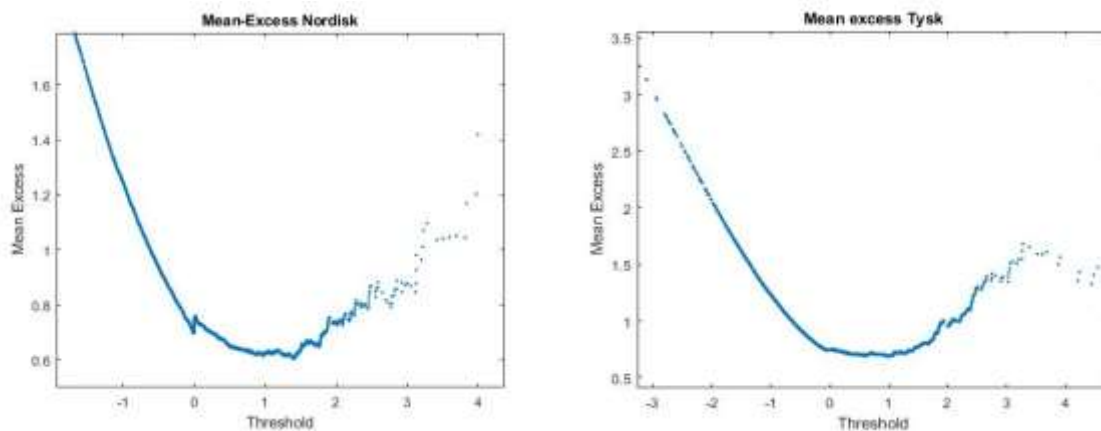
Ved å se på plottene i figur 14 for begge markedene indikerer de ikke nødvendigvis tydelig hvor mange observasjoner som bør inkluderes. Likevel tyder mye på at grensen for begge markedene bør settes slik at 250-300 observasjoner inkluderes. Dette gir også her en indikasjon på at en grense på mellom 6-9% av antall observasjoner bør velges, ettersom dette overensstemmer med det foreslåtte antallet over.



Figur 14 Hill plot for det nordiske og tyske markedet

### 5.3.3 Mean Excess-funksjon

Ved å se på figur 15 for det nordiske markedet fremkommer det at mean excess-funksjonen indikerer en grense i nærheten av 1,4. En grense som korresponderer med 6-9% av totalt antall observasjoner. For det tyske markedet kan det observeres at plottet antyder en viss grad av linearitet over et større intervall av grenser, hvilket åpner for at flere grenser kan være passende. Sammenlignet med det nordiske markedet bør grensen ifølge figuren settes noe lavere i tallverdi. I området nærheten av 1,3 vil være fornuftig. Dette tilsvarer 8-9% av det totale antallet observasjoner.



Figur 15 Mean - excess plot for det nordiske og tyske markedet

Basert på de grafiske hjelpemidlene for valg av grense kan de samme overordnende konklusjonene trekkes. Samtlige fremstillinger indikerer at en grense i området 6-9% og 7-9% av det totale antallet observasjoner bør velges for henholdsvis det nordiske og det tyske markedet. Dette er også i tråd med anbefaling til McNeil og Frey (2000) som antyder at en grense bør settes slik at 5-10% av antall observasjoner inkluderes i den nye fordelingen.

#### 5.4 Deskriptiv statistikk og tester

I tabellen under presenteres deskriptiv statistikk for de daglige avkastningene for begge markedene. I tillegg inkluderes relevante tester. De benyttede testligningene inngår som en del av appendix. Testene og innholdet i tabellen kommenteres i avsnittene under.

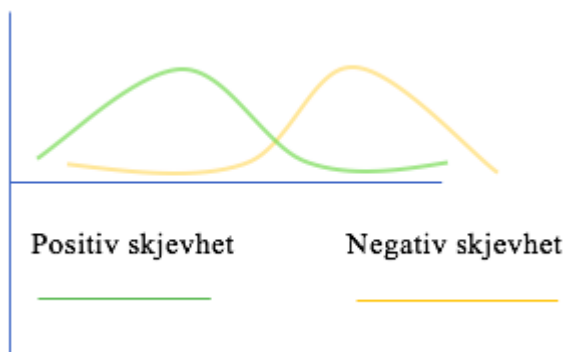
	<b>Nordisk</b>	<b>Tyskland</b>
Antall observasjoner	3908	3912
Gjennomsnitt	0.00025	-0.00011
Min	-0.094	-0.078
Max	0.1003	0.078
Standardavvik	0.022	0.013
Varians	0.0005	0.00017
Skjevhet	0.092	0.29
Kurtose	5.15	7.306
Jarque Bera testverdi	765.153	3077.76
Jarque Bera P-verdi	0.00	0.00
Ljung-Box testverdi	17.78	147.0
Ljung-Box P verdi	0.0229	0.000
Lags	8	28
Augmented Dickey Fuller testverdi (ADF)	-20.215	-10.19
ADF P-verdi	0.000	0.000
Lags	8	28

*Tabell 1 Deskriptiv statistikk og tester*

Selv om gjennomsnitt og standardavvik gir et bilde av avkastningene, vil min- og maxverdiene i større grad gi en indikasjon på spredningen som foreligger. Fra tabell 1 observeres det at verdiene til det tyske markedet er noe lavere enn for det nordiske. Henholdsvis fra  $-7,8\%$  til  $7,8\%$  og fra  $-9,4\%$  til  $10,03\%$ .

### 5.4.1 Skjevhet

Skjevhet viser formen på fordelingen og hvorvidt den er symmetrisk rundt gjennomsnittet eller ikke. I tråd med figur 16 vil en fordeling som er positiv skjev ha en lang høyre hale og mengden av dataen er plassert til venstre. Motsatt ved negativ skjevhet, hvor en får en lang venstre hale og mengden av dataen er til høyre (Brooks, 2014).



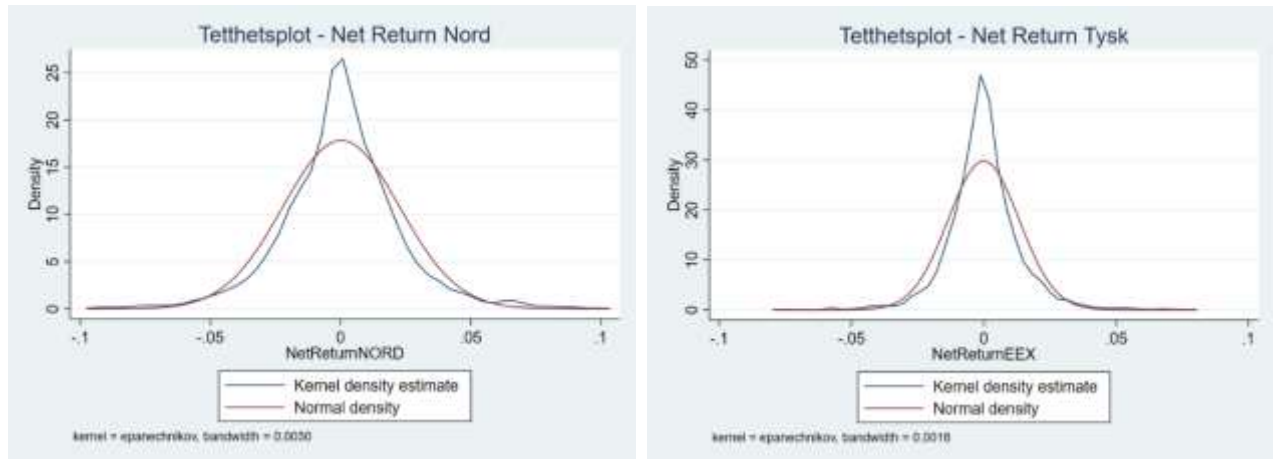
*Figur 16 Illustrasjonseksempel av positiv og negativ skjevhet i en fordeling*

Basert på de innsamlede dataene fremlegger beskrivende statistikk en skjevhet på henholdsvis 0,092 og 0,289 for Nordisk og Tyskland. I begge tilfellene er verdiene positive, altså er fordelingene høyreskjev og dermed asymmetrisk. Sammenlignet med tetthetsplottene i figur 17 fremkommer det tendenser til skjevhet, men i liten grad. Dette gir ifølge Brooks (2014) et representativt innblikk i at dataene bærer preg av at det er høyere sannsynlighet for vesentlige positive prishopp enn forekomster av store negative prishopp. Det bemerkes at skjevheten kan til dels være forårsaket av valget av netto avkastning på datasettet.

### 5.4.2 Kurtose

Kurtose gir en indikasjon på hvordan sannsynlighetsfordelingen ser ut og hvor fete halene i fordelingen er. Som et sammenligningsgrunnlag har en teoretisk normalfordeling en kurtose på 3. Er kurtosen over 3 har vi det som kalles for leptokurtic, mens lavere enn 3 kalles for platykurtic. Kurtose på over 3 indikerer at det finnes observasjoner som er i nærheten av gjennomsnittet, samtidig som det finnes et stort antall observasjoner som er langt fra gjennomsnittet (Brooks, 2014). Av figurene under viser avkastningene tendenser til leptokurtic med en spissere fordeling

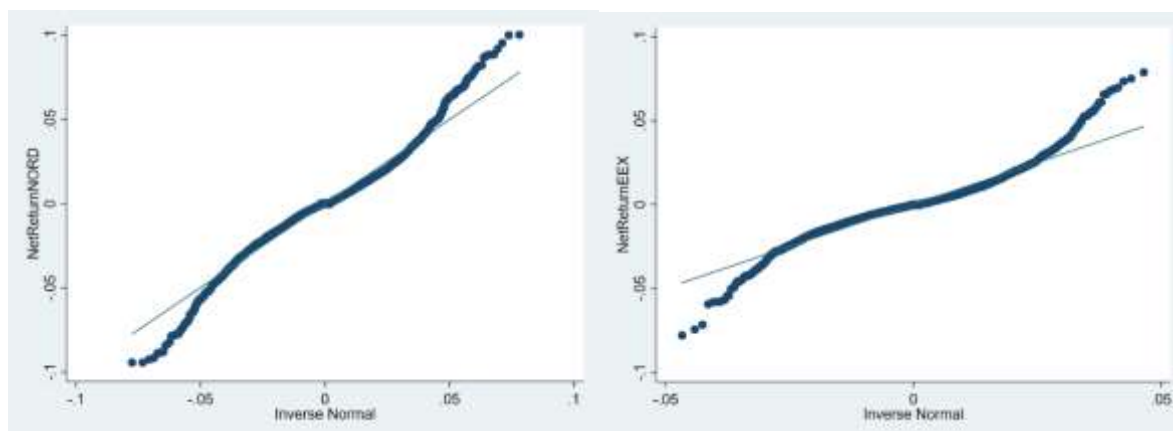
og mer sentrering rundt gjennomsnittet enn normalfordelingen. Med andre ord finnes det flere ekstremobservasjoner i datasettet, som følgelig genererer fete haler. Dette bekreftes også gjennom beskrivende statistikk hvor det fremkommer en kurtose på henholdsvis 5,15 og 7,30 for de nordiske og tyske avkastningene.



Figur 17 Tetthetsplot for det nordiske og det tyske markedet sammenlignet med normalfordeling

#### 5.4.3 Jarque-Bera normalitetstest

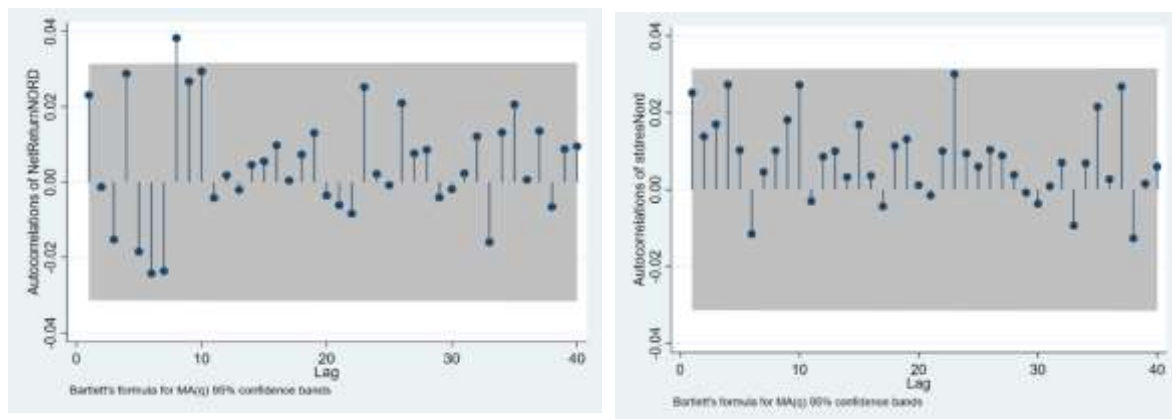
Jarque-Bera tester hvorvidt dataene er normalfordelt og beregnes basert på estimatene for skjevhet og kurtose. Den følger en  $\chi^2$ -fordeling med to frihetsgrader som gir en kritisk verdi på 5,99. Nullhypotesen om at dataene er normalfordelt forkastes ettersom testobservatoren er på 765,53 og 3077,76 for henholdsvis det nordiske og det tyske markedet. Den samme konklusjonen følger av de korresponderende p-verdiene. Indikasjonen på at dataene ikke er normalfordelt bekreftes også av QQ-plottene I figur 18 hvor de empiriske kvantilene ikke følger den rettlinjede normalfordelingen.



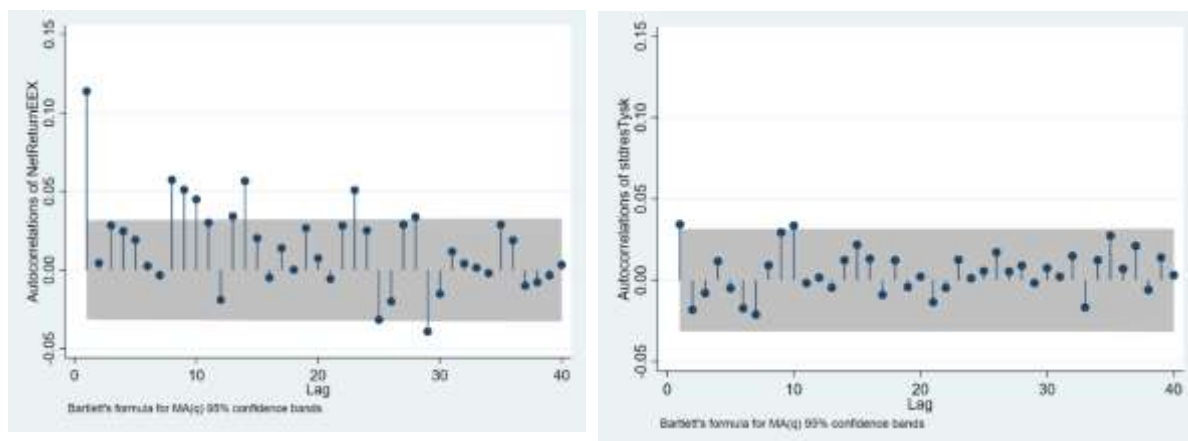
Figur 18 QQ-plot mot normalfordelingen

#### 5.4.4 ACF

Autokorrelasjonsfunksjonen (ACF) er et sett med korrelasjonskoeffisienter mellom tidsserien og etterslep over tid (lags). Hensikten er å visualisere graden av autokorrelasjon (AK) i dataene. Dersom det relevante etterslepet ligger utenfor det grå feltet tyder det på signifikant AK. Figurene under viser tegn på at de daglige avkastningene for både det nordiske og tyske markedet har signifikant AK. Effekten ser ut til å være sterkest for det tyske markedet. Som presisert tidligere er dette problematisk ettersom EVT forutsetter at dataene er *i.i.d.* Dette er årsaken til at de standardiserte residualene og ikke de daglige avkastningene blir tilpasset EVT. Argumentasjonen bak dette valget er at de standardiserte residualene antas å være mer *i.i.d.* enn avkastningene. ACF representasjonen av de standardiserte residualene til høyre i figur 19 og 20 belyser også dette. Her kan det observeres at graden av AK er betydelig redusert i begge markedene, sammenlignet med figuren til venstre. Det gir en indikasjon på at valg av metode er fornuftig. Ettersom det opereres med finansielle tidsserier er det ikke overraskende at det fortsatt foreligger noe AK i dataene.



Figur 19 ACF Nordisk daglig avkastning og ACF standardiserte residual



Figur 20 ACF Tysk daglig avkastning og ACF standardiserte residual

#### 5.4.5 Ljung-Box test

Ljung-Box er en statistisk test som brukes til å teste for autokorrelasjon i dataene opp til et spesifisert antall lags og GARCH-effekter. Basert på ACF diagrammene i forrige avsnitt, observeres det at et passende antall lags er på henholdsvis 8 og 28 for nordisk og tysk. Allerede her får vi et tegn på at det foreligger AK i rådataene. Som opplyst i tabell 1 på side 31 indikerer testobservatoren og den tilhørende P-verdien signifikant autokorrelasjon for begge markedene. Dette overensstemmer med ACF fremstillingene og at sesongeffekter eksisterer i dataene. I tillegg kan en konkludere med at det finnes GARCH-effekter og at bruk av GARCH modell er et fornuftig valg.



#### 5.4.6 Augmented Dickey Fuller test

Augmented Dickey Fuller (ADF) er en test som brukes til å teste for enhetsrot. Enhetsrot innebærer at tidsserien følger en stokastisk trend istedenfor å returnere til forventet verdi. Denne testen benyttes ettersom standard Dickey Fuller krever at residualene ikke bærer preg av hvit støy og autokorrelasjon. Hensikten er å teste om serien følger en enhetsrot eller stasjonær prosess. Stasjonæritet kan defineres som når et skifte i tid ikke påvirker fordelingen til tidsserien. Av dette følger det at estimater som gjennomsnitt og varians er konstante over tid. Nullhypotesen indikerer at tidsserien inneholder en enhets rot, mens alternativhypotesen er at den følger en stasjonær prosess (Brooks, 2014). I likhet med Ljung-Box test er valg av antall lags avgjørende i en ADF-test. Ved å se på korrelogrammene i ACF følger det også at samme antall lags bør velges for denne testen. Nullhypotesen forkastes ettersom testobservatoren er mer negativ enn kritisk verdi og dermed antas begge tidsseriene å følge en stasjonær prosess.

Etter å ha presentert og kommentert de relevante dataene I studien vil det neste kapittelet belyse og analysere de respektive funnene. Dette innebærer blant annet risikoestimer, testing av modellenes prediksjonsevne og muligheten for sikring av en tenkt spread-posisjon ved hjelp av opsjoner.

## 6. Empiriske resultater, analyse og diskusjon

I dette kapittelet presenteres og analyseres funnene. Statistiske verktøy som STATA og MATLAB har blitt anvendt som hjelp til analysearbeidet. Diverse tilleggspakker ble installert for å kunne gjennomføre ønskede modelleringer. Det må igjen presiseres at dataene er tilpasset slik at de nordiske og tyske avkastningene synliggjør risikoen i henholdsvis en lang og kort futuresposisjon. Resultatene fra modellene følger i tabell 2. Tabellen inkluderer AR-GARCH parameterne for normal og student t-fordeling for begge markedene, i tillegg til deskriptiv statistikk for de tilhørende standardiserte residualene. GPD parameterne presenteres også.

Nordisk	Normal	Student - t	Tysk	Normal	Student - t
<b>AR-GARCH parametere</b>			<b>AR-GARCH parametere</b>		
$\alpha_0$	-0.000001	0.00026	$\alpha_0$	-0.00023	-0.00057
$\alpha_1$	0.0096	0.0088	$\alpha_1$	0.1201	0.1083
$\Phi_0$	0.000002	0.000001	$\Phi_0$	0.000006	0.000002
$\Phi_1$	0.077	0.082	$\Phi_1$	0.117	0.093
$\Phi_2$	0.926	0.921	$\Phi_2$	0.857	0.894
<b>Deskriptiv statistikk std.res</b>			<b>Deskriptiv statistikk std.res</b>		
Gjennomsnitt	0.012	0.014	Gjennomsnitt	0.013	0.041
Standardavvik	0.999	1.019	Standardavvik	0.988	1.046
Skjevehet	0.103	0.122	Skjevehet	0.358	1.058
Kurtose	5.558	5.650	Kurtose	9.979	12.614
Q(23)	19.99 (0.64)	20.9 (0.58)	Q(29)	58.36 ( 0.001)	56.89 (0.0015)
Q <sup>2</sup> (23)	26.92 (0.2592)	26.67 (0.265)	Q <sup>2</sup> (29)	11.82 (0.998)	9.92 (0.996)
<b>GPD parametere nordisk</b>			<b>GPD parametere tysk</b>		
$\xi$	0.181		$\xi$	0.216	
$\beta$	0.495		$\beta$	0.547	
u	1.4		u	1.3	
n	3908		n	3912	
nu	274		nu	304	

Tabell 2 AR-GARCH parametere med normal og student t-fordeling, deskriptiv statistikk og Ljung-Box test for standardiserte residualer og GPD parametere

Det kan observeres av tabellen at parameterne  $\phi$  i variansligningen er positiv for samtlige modeller. For det nordiske markedet følger det likevel at summen av disse parameterne er like over 1. Dette innebærer at forutsetningen om uavhengig varians ikke holder og at den vil øke eksponentielt over tid. Med tanke på graden av volatilitetsklynger i det nordiske markedet er ikke dette overraskende. Modellene for det tyske markedet indikerer at dette ikke er et problem, ettersom summen er mindre enn 1. Det følger også at  $\alpha_1$  parameteren i det tyske markedet er større enn i det nordiske. Dette bekrefter at graden av autokorrelasjon er sterkere her, noe som ACF fremstillingen også antyder.

Av tabellen følger det også at grensene  $u$  settes til 1,4 og 1,3 for henholdsvis det nordiske og det tyske markedet. Disse er valgt i tråd med de grafiske verktøyene fra metode kapittelet. Videre er det inkludert Ljung-Box tester (Q) på de standardiserte residualene, hvor hensikten er å undersøke hvor mye autokorrelasjon det har blitt korrigert for. Testobservatorene for de respektive laggene og de tilhørende P-verdiene indikerer at det fortsatt foreligger autokorrelasjon i de standardiserte residualene for det tyske markedet. Majoriteten av autokorrelasjonen er derimot korrigert for i det nordiske markedet. Den tilhørende deskriptive statistikken tyder også på at de standardiserte residualene ikke er normalfordelt ettersom kurtoseverdiene er større enn 3 for begge markedene. Det observeres at det foreligger skjevhet i de standardiserte residualene, hvilket sammenfaller med de relevante daglige avkastningene. Verdiene for skjevhet er på henholdsvis 0,103 og 0,358 for det nordiske og tyske markedet. Altså er sannsynligheten større for positive prishopp. Dette vil ha implikasjoner for kvantifisering av risikoen i en lang og kort posisjon hvor det kan føre til over- og underestimering av risikoen.

Nederst i tabellen presenteres verdiene for GPD parameterne *shape* og *scale*, antall observasjoner og antall observasjoner over grensen. Alle disse verdiene inngår i beregningen av VaR og ES fra formel (9) og (10) fra delkapittelet om EVT.

## 6.1 VaR og ES

Basert på ligning (9) og (10) fremkommer estimater for 1-dags VaR og ES for en lang posisjon i det nordiske markedet og en kort posisjon i det tyske markedet. Risikoen i den lange posisjonen befinner seg i venstre hale av fordelingen, mens risikoen befinner seg i høyre hale for den korte. Eksempelvis vil en investor på 1% sannsynlighetsnivå være sikker på at det daglige tapet ikke er større enn -2,55% av verdien av den lange posisjonen. Videre følger det at en ES på -3,41% indikerer størrelsen på det forventede tapet dersom forventningen til VaR overskrides. Tilsvarende for den korte posisjonen fremkommer VaR og ES på henholdsvis 2,75% og 3,85% på 99% sannsynlighetsnivå.

En investor med en tenkt spread-posisjon bestående av en lang nordisk og en kort tysk futureskontrakt på elektrisitet kan gå ut fra at det forventede daglige verditapet på 1% og 99% sannsynlighetsnivå vil være på henholdsvis -3,41% og 3,85% dersom VaR overskrides. Det må presiseres at VaR ikke lar seg enkelt summere ettersom det studeres ulike finansielle eiendeler. På bakgrunn av dette må risikoen i den tenkte spread-posisjonen betraktes separat, men poenget er at en investor med disse posisjonene vil tape dersom spreaden mellom futuresprisene øker og tjene dersom den avtar.

Nordisk			Tysk		
Sannsynlighetsnivå	VaR	ES	Sannsynlighetsnivå	VaR	ES
5%	-1.572%	-2.214%	95%	1.582%	2.358%
1%	-2.555%	-3.413%	99%	2.752%	3.851%
0.50%	-4.563%	-5.865%	99.50%	3.396%	4.673%
0.01%	-5.351%	-6.826%	99.90%	5.322%	7.131%
0.001%	-7.609%	-9.583%	99.99%	9.552%	12.529%

*Tabell 3 VaR og ES i prosent for en lang nordisk og kort tysk posisjon ved bruk av EVT på hele datasettet*

Ettersom den valgte grensen  $u$  har stor betydning for VaR og ES estimatene bør en investor likevel opptre kritisk og vurdere risikoestimatene med forsiktighet. Av den grunn er det interessant å undersøke utviklingen over tid.

## 6.2 VaR og ES med periodeinndeling

Ved å dele datasettet inn i tre like deler med formål å sjekke utviklingen av risikoestimatene, fremkommer det at risikoen har vært varierende avhengig av hvilken periode som undersøkes. I tabell 4 presenteres risikoestimatene for begge markedene med periodeinndelingen. Her følger det at den første og tredje perioden holder relativt like risikonivåer for den lange posisjonen i det nordiske markedet og befinner seg i området 6-11% på største sannsynlighetsnivå. For periode to kan det observeres at risikoestimatene er noe lavere. Isolert sett blir det tydelig at risikonivået virker å ha vært relativt stabilt for det nordiske markedet over hele perioden.

Det samme kan observeres for den korte posisjonen i det tyske markedet ettersom risikoestimatene svinger fra 7-12% på største sannsynlighetsnivå, avhengig av hvilken periode som betraktes. Et interessant funn er at risikonivået virker å ha blitt redusert i nyere tid sammenlignet med de foregående periodene. Diverse finansielle kriser kan ha hatt innvirkning på risikoen i markedet i de første periodene. Mer stabilitet og forutsigbarhet i periode tre kan altså være en mulig årsak til lavere VaR og ES verdier for begge markedene.

Et annet interessant funn er at risikonivåene går ned for nordisk og opp for tysk når en sammenligner periode en med periode to. Dette belyser ytterligere at dette er to separate markeder, selv om samme type råvare er underliggende. Uavhengig av at risikoen i en lang og kort posisjon sammenlignes, gir svingningene en indikasjon på at en mulig forklaring henger sammen med hvordan markedene påvirkes av ulike typer tilbud- og etterspørselssjokk. Herunder at markedene eksempelvis reagerer ulikt ettersom hovedinnsatsfaktoren i kraftproduksjonen ikke er sammenfallende.

#### 6.2.1 Periode 1: 02.01.2004-15.01.2009

	Nordisk		Tysk		
Sannsynlighetsnivå	VaR	ES	Sannsynlighetsnivå	VaR	ES
5 %	-1.495 %	-2.220 %	95 %	1.612 %	2.395 %
1 %	-2.598 %	-3.591 %	99 %	2.806 %	3.865 %
0.1 %	-4.920 %	-6.475 %	99.90 %	3.443 %	4.649 %
0.01 %	-5.849 %	-7.629 %	99.95 %	5.283 %	6.915 %
0.001 %	-8.558 %	-10.994 %	99.99 %	9.100 %	11.614 %

#### 6.2.2 Periode 2: 16.01.2009-24.01.2014

	Nordisk		Tysk		
Sannsynlighetsnivå	VaR	ES	Sannsynlighetsnivå	VaR	ES
5 %	-1.592 %	-2.156 %	95 %	1.413 %	2.253 %
1 %	-2.456 %	-3.204 %	99 %	2.697 %	3.826 %
0.1 %	-4.206 %	-5.327 %	99.90 %	3.378 %	4.661 %
0.01 %	-4.888 %	-6.154 %	99.95 %	5.339 %	7.065 %
0.001 %	-6.829 %	-8.510 %	99.99 %	9.376 %	12.012 %

### 6.2.3 Periode 3: 25.01.2014-01.03.2019

	Nordisk		Tysk		
Sannsynlighetsnivå	VaR	ES	Sannsynlighetsnivå	VaR	ES
5 %	-1.614 %	-2.258 %	95 %	1.631 %	2.338 %
1 %	-2.621 %	-3.394 %	99 %	2.726 %	3.626 %
0.1 %	-4.425 %	-5.431 %	99.90 %	3.285 %	4.284 %
0.01 %	-5.067 %	6.157 %	99.95 %	4.831 %	6.104 %
0.001 %	-6.772 %	-8.082 %	99.99 %	7.806 %	9.604 %

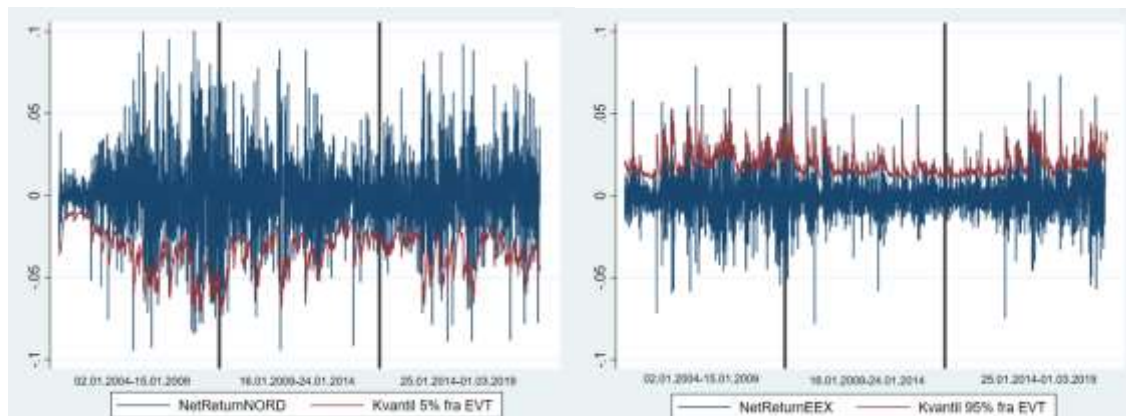
Tabell 4 VaR og ES med periodeinndeling

Sammenlignet med funnene til Westgaard et al. (2014) følger det av tabell 3 at estimatene for VaR og ES er noe lavere på 99% nivå. Øvrige kvantiler utover 99% presenteres ikke i deres studie. Et vesentlig poeng å trekke frem er at de ikke anvender EVT på de standardiserte residualene for å fremstille VaR og ES, men at de beregnes direkte basert på logaritmiske avkastninger ved hjelp av kvantilregresjon. En annen mulig årsak til forskjeller kan ha sammenheng med at det er benyttet enkle netto avkastninger i denne studien. Valg av dataperiode og håndtering av *roll yield* problematikken vil sannsynligvis også ha betydning for risikoestimatene. En siste mulig årsak til forskjeller kan ha sammenheng med at Westgaard et al. (2014) ser på *front month* kontrakter, mens fokuset i denne studien er på *front quarter* kontrakter. Kombinasjonen av de metodiske valgene kan ha hatt innvirkning på den kvantifiserte risikoen og er en mulig årsak til at funnene avviker noe fra Westgaard et al. (2014). Dette er elementer som en investor bør ta til etterretning når risikoen i markedet skal vurderes.

### 6.3 In-sample testing av modeller

Det neste naturlige steget i analysen blir å undersøke nøyaktigheten til de tre modellene. På fagspråket kalles dette for *backtesting*. Dette gjøres ved å finne antallet faktiske daglige avkastninger som er større enn den estimerte kvantilen fra formel (3). Det teoretiske antallet på 5% nivå utgjør  $3908 \cdot 0.05 = 195$  for det nordiske markedet og tilsvarende 196 for det tyske markedet. Det fundamentale er at dersom en modell er velegnet skal antall overskridelser ligge nært det teoretiske antallet overskridelser. I figuren visualiseres utviklingen i avkastningene og

den estimerte kvantilen på 5% nivå ved bruk av EVT. Her kan det tydelig observeres når det forekommer en overskridelse.



Figur 21 Utvikling i 5% kvantilen mot daglig avkastning ved bruk av EVT

I tabellen under presenteres antall overskridelser for de tre relevante modellene i det nordiske markedet for ulike halesannsynligheter. Det teoretisk forventede antallet overskridelser er også inkludert. Notasjonen  $\nu$  i tabellen representerer antall frihetsgrader for AR-GARCH modellen tilpasset med student t-fordeling. Det må poengteres at valg av fordeling er avgjørende for estimeringen av kvantilene. AR-GARCH modellen som tilpasses med normalfordeling underestimerer halekvantilene. Med andre ord underestimeres risikoen for samtlige halesannsynligheter, men ikke på 95% sannsynlighetsnivå. Motsatt vil AR-GARCH modellen som er tilpasset med fete haler fra student t-fordelingen systematisk overvurdere risikoen, slik at antall overskridelser alltid er lavere enn det forventede antallet. Videre følger det at betinget EVT gir de mest presise kvantilestimatene for samtlige sannsynligheter.

#### In-sample Nordisk

Sannsynlighetsnivå	Forventet	AR-GARCH	AR-GARCH-t	Betinget EVT
$\nu$			7	
0,95	195	170	58	192
0,99	39	57	10	40
0,995	20	37	8	22
0,999	4	21	0	3
0,9999	0	12	0	0

Tabell 5 In-sample evaluering av det nordiske markedet

Den samme konklusjonen kan trekkes ved å undersøke tabellen for det tyske markedet i tabell 6. Dette er ikke overraskende ettersom standard tidsseriemodellene forholder seg til hele utvalget, mens EVT kun fokuserer på de ekstreme verdiene. Også for dette markedet gir bruken av EVT de mest presise estimatene, altså nærmest forventet antall overskridelser. Funnene tyder på at EVT er et velegnet analyseverktøy for risiko i kraftmarkedet når futurespriser studeres. Sammenlignet med det nordiske markedet fungerer betinget EVT også bra for det tyske markedet. *In-sample* beregningene er i tråd med funnene til Bystrøm (2005), Paraschiv et al. (2015) og Singh et al. (2012), uavhengig av om de undersøker andre priser og markeder. Selv om spotpriser tenderer til å svinge mer enn futurespriser kan de samme overordnende konklusjonene trekkes.

**In-sample Tyskland**

Sannsynlighetsnivå	Forventet	AR-GARCH	AR-GARCH-t	Betinget EVT
v				6
0,95	196	184	58	199
0,99	40	65	18	36
0,995	20	46	14	20
0,999	4	27	3	6
0,9999	0	20	1	0

*Tabell 6 In-sampe evaluering av det tyske markedet*

For å teste presisjonen for *in-sample* anvendes to nærliggende tester. Kupiec test og Christoffersen test gjennomføres på 5% og 1% signifikansnivå. Førstnevnte representerer en test for om antall overskridelser er lik det forhåndsbestemte VaR nivået. Christoffersen tester hvorvidt overskridelser er tilfeldig fordelt basert på utvalget, altså tester den også for volatilitetsklynger. Dette henger sammen med at overskridelsene i noen tilfeller følger hverandre sekvensielt (Westgaard, 2013). For begge testene tilsier nullhypotesen at antall overskridelser er lik det teoretiske antallet, mens alternativhypotesen tilsier at antall overskridelser er forskjellig. Kupiec og Christoffersen testene er  $\chi^2$ -kvadrat fordelt med henholdsvis 1 og 2 frihetsgrader.



	Nordisk			Tysk		
	AR-GARCH	AR-GARCH(t)	Betinget EVT	AR-GARCH	AR-GARCH(t)	Betinget EVT
Kupiec 5%	3.519	138.337	0.048	0.78	139.81	0.042
Kupiec 1%	7.345	25.9	0.101	15.37	13.27	0.41
Christoffersen 5%	-10.79	144.77	-18.42	1.54	131.2	-0.68
Christoffersen 1%	5.73	25.9	-16.08	2.91	15.37	0.41

	Kupiec	Christoffersen
<b>Kritisk verdi 5%</b>	<b>3.84</b>	<b>5.99</b>
<b>Kritisk verdi 1%</b>	<b>6.63</b>	<b>9.21</b>

Tabell 7 Kupiec og Christoffersen test med verdier på 5% og 1% nivå

Testobservatorene i tabellen over for Kupiec test indikerer at EVT gir de mest nøyaktige estimatene for *in-sample* for begge markedene. Dette gjelder for både 5% og 1% nivå. Videre gir Christoffersen testen signal om signifikante volatilitetsklynger i det nordiske markedet ettersom nullhypotesen forkastes. Dette er forenelig med figur 21 som viser de daglige avkastningene. Det fremkommer både av figuren og testen at volatilitetsklynger ikke er like betydningsfullt for det tyske markedet. Fenomenet volatilitetsklynger antyder at effekten av et tilbud- eller etterspørselssjokk vil vedvare i tiden fremover. Funnene er interessante og i tråd med Westgaard et al. (2014) og Koch (2013), som også finner tegn til signifikante volatilitetsklynger i råvaremarkeder. Funnene indikerer at en investor bør være spesielt klar over innvirkningen dette har på risikoen for posisjonen i det nordiske markedet.

## 6.4 Out-of-sample testing av modeller

En risikostyrer har interesse av hvorvidt modellene kan predikere framtidige ekstrembegivenheter. Neste steg i analysen blir å undersøke de ulike modellens prediksjonsevne for *out-of-sample*, altså for perioder som ikke er inkludert i de spesifiserte modellkjøringene. I praksis gjøres dette ved å gjennomføre de samme kjøringene for AR-GARCH, men nå inkluderes ikke de observasjonene som utgjør *out-of-sample* perioden. Valg av antall observasjoner for inkludering i *out-of-sample* velges basert på at det utgjør anslagsvis 10% av den totale datamengden, noe som tilsvarer tilnærmet to år med observasjoner. Dette er anbefalt ifølge Paraschiv et al. (2015) og Bystrøm (2005). Deretter predikeres de nødvendige estimatene for *out-*

*of-sample* perioden. For å oppnå det som kalles *cross sectional validation*, gjøres dette for ulike iterasjoner. Hensikten er å bruke forskjellige deler av utvalget i *out-of-sample* beregningene. Funnene skal være med på å bekrefte det som fremkommer *in-sample*, altså hvor god den respektive modellen er til å predikere fremover i tid basert på de benyttede dataene.

*Out-of-sample* for iterasjon 8, altså ved å utelate de 450 siste avkastningene fra modellen, indikerer at betinget EVT for det nordiske markedet er nærmere forventet verdi på samtlige sannsynlighetsnivåer. Valget om å benytte denne perioden henger sammen med ønske om å aktualisere for nyere tid. Betinget EVT treffer svært godt på sine *out-of-sample*-beregninger. På lik linje med *in-sample* beregningene fremkommer det at AR-GARCH med normal og student t henholdsvis undervurderer og overvurderer risikoen i både det nordiske og tyske kraftmarkedet. Ved å sammenligne antall overskridelser i *in-sample* og *out-of-sample* fremkommer det at det er overenstemmelse mellom dem.

**Out-of-sample Nordisk, iterasjon 8**

Sannsynlighetsnivå	Forventet	AR-GARCH	AR-GARCH-t	Betinget EVT
	n=450		v=7	
0,95	23	58	3	25
0,99	5	38	0	4
0,995	2	26	0	3

**Out-of-sample Tysk, iterasjon 8**

Sannsynlighetsnivå	Forventet	AR-GARCH	AR-GARCH-t	Betinget EVT
	n=450		v=6	
0,95	23	62	2	30
0,99	5	34	0	6
0,995	2	30	0	3

*Tabell 8 Out-of-sample evaluering av iterasjon 8 for det nordiske og det tyske markedet*

En bemerkelse ved *out-of-sample* beregningene er at de baserer seg på et lite utvalg på kun 450 observasjoner. Av den grunn blir det vanskelig å gi en statistisk signifikant evaluering av mer

ekstreme kvantiler enn på 99,5% nivå. Følgelig presenteres ikke antall overskridelser for de øvrige kvantilene.

## 6.5 Korrelasjon

I risikoanalyser av råvaremarkeder utgjør korrelasjon et interessant moment. Sett i sammenheng med en spread-posisjon kan høy korrelasjon gi en indikasjon på at prisendringene i de relevante markedene beveger seg i samme retning. I korrelasjonsmatrisen observeres en positiv korrelasjon for hele perioden og delperiodene 1-3. For hele perioden er korrelasjonen på 41,73%. Dette kan omtales som moderat korrelasjon og innebærer at markedene følger hverandre relativt tett. En slik slutning kan også trekkes ved å se figuren som illustrer prisutviklingen i markedene og spreaden. En mulig årsak til at korrelasjonen ikke er høyere er markedenes ulike drivkrefter.

	Nordisk front Q el	Tysk front Q el
<b>Nordisk front Q el</b>		
Hele perioden	1	0.4173
Delperiode 1	1	0.4073
Delperiode 2	1	0.3901
Delperiode 3	1	0.4566
<b>Tysk front Q el</b>		
Hele perioden	0.4173	1
Delperiode 1	0.4073	1
Delperiode 2	0.3901	1
Delperiode 3	0.4566	1

*Tabell 9 Korrelasjonsmatrise for hele perioden og delperiodene*

Ved modellering av de daglige avkastningene i kraftmarkedet følger det at blant annet volatiliteten endres over tid. Dette er også tilfellet for korrelasjon. Slik det følger av korrelasjonsmatrisen observeres en svak variasjon mellom periodene. Periodeinndelingen er den samme som spesifisert ved VaR og ES fremstillingen i kapittel 6,2. Test for å sjekke korrelasjon indikerer signifikant korrelasjon på 5% nivå for samtlige perioder. Et interessant funn er at korrelasjon har vært høyeste i nyere tid, noe som kan skyldes mer effektive finansielle markeder

og harmonisering mellom de fysiske markedene. Dette er også en mulig årsak til at risikoestimatene for begge markedene reduseres fra periode to til tre. Sammenlignet med funnene til Westgaard et al. (2014) er korrelasjonen vesentlig høyere. En mulig årsak henger sammen med at lengre kontrakter gjerne har høyere korrelasjon enn månedlige. Dette kan forklares ved at den langsiktige marginalkostnaden ved å produsere elektrisitet er lavere enn på kort sikt. Et annet interessant moment er valg av dataperiode, ettersom denne studien inkluderer data fra nyere tid. Likevel følger det at det er korrespondanse mellom funnene for periode 3, altså at korrelasjonen på ca. 40% er på tilsvarende nivå som Westgaard et al (2014).

## 6.6 Likviditet

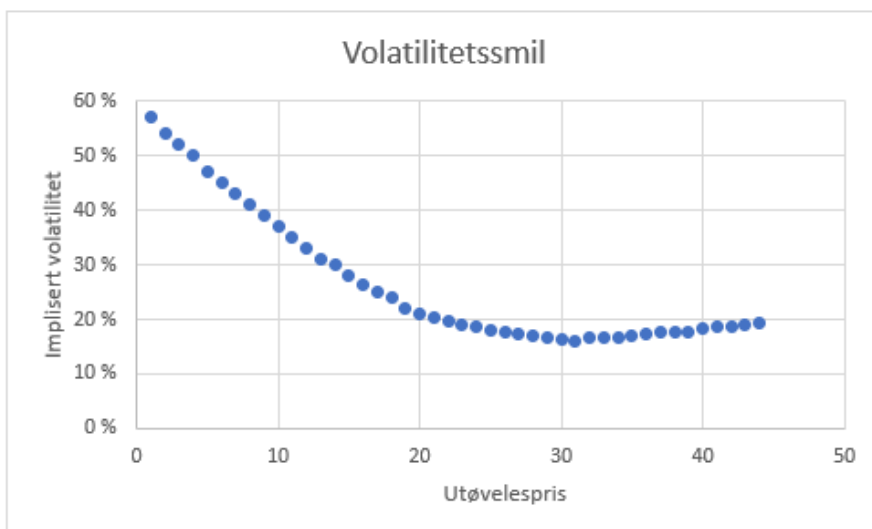
Et sentralt fenomen for alle markeder, og spesielt finansielle, er at det er nødvendig med tilstrekkelig likviditet for å fungere optimalt. Dersom likviditeten er lav kan det for en investor innebære problematikk med å komme seg ut av posisjoner ved behov. Videre innebærer dette at størrelsen på posisjonen er av stor betydning for risikoen. En investor med et lavere volum investert ville sannsynligvis opplevd markedet som tilstrekkelig likvid til å avsette posisjonene sine. Ifølge Bloomberg (2018) følger det likevel at de mest likvide kraftfutures er de nordiske og tyske. Dette er fordelaktig for analysen ettersom det må antas at tiltak for risikostyring vil være mulig i praksis.

Kombinasjonen av fall i handlet volum på Nasdaq OMX det siste tiåret og hendelsen høsten 2018 som førte til at en stor aktør nå er ute av markedet, vil sannsynligvis også få betydning for likviditeten i markedet. For det første er denne aktøren som handlet i store volum og bidro til likviditet ikke lenger en del av markedet. For det andre vil en potensiell konsekvens være at de gjenværende aktørene mister troen på markedet, og av den grunn reduserer sin handelsaktivitet. Begge disse momentene vil være av betydning for risikoen i markedet. Det er nærliggende å anta at den vil øke ettersom en investor vil kunne få større problemer med å avsette posisjonene sine ved behov. Dette avhenger selvsagt av størrelsen på posisjonene, hvor aktørene i markedet må ha tilstrekkelig med likviditet på grunn av kontraktens karakter når det kommer til *market-to-market*. For den tyske børsen EEX har det motsatt vært en stigende trend i handlet volum. Dette er fordelaktig for en investor som er utsatt for likviditetsrisiko.

## 6.7 Historisk og implisert volatilitet

Når det kommer til å prise opsjoner via Black-76 er historisk volatilitet et viktig element. Det er benyttet en periode på 60 handelsdager, som representerer kvartalsvis volatilitet. Denne volatiliteten må antas konstant for perioden. Det følger at den historiske volatiliteten er høyere for det nordiske markedet i samtlige kvartal. Dette er som forventet ettersom de nordiske prisene svinger mer enn de tyske gjennom året. Den nordiske volatiliteten ligger i intervallet 16,05% til 20,99%, mens for Tyskland varierer det fra 9,33% til 14,03%.

Figur 22 viser volatilitetssmilet for call opsjoner for det tyske markedet. Funnene er i tråd med teorien. Opsjoner som er *out-of-the-money* omsettes med en annen impliserte volatilitet enn de som er *at-the-money*. Det observeres også en stigende trend med utøvelsespriser som er større enn 35 EUR/MWh, men innehar ikke høyere utøvelsespriser enn 45 EUR/MWh. Av den grunn blir volatilitetssmilet avbrutt ved denne prisen. Mye tyder på at en implisert volatilitet på tilnærmet 30% er forenelig med utøvelsespriser som er *at-the-money* når den respektive futuresprisen er 40,29 EUR/MWh. Tilsvarende smil fremkommer ved å gjennomføre den samme prosessen for opsjonene på nordiske futureskontrakter.



Figur 22 Volatilitetssmil for call opsjoner på tyske futureskontrakter

Et annet sentralt moment er at den impliserte volatiliteten er mye større enn den som antas ved å beregne historiske volatilitet. Ettersom Black-76 antar konstant volatilitet blir det åpenbart, ved å se på figuren over, at det vil være en svakhet ved de estimerte opsjonsprisene fra modellen. Det kan dermed tenkes at investor tar egne vurderinger knyttet til hva de anser som den faktiske volatiliteten i markedet.

## 6.8 Opsjoner på futureskontrakter

Neste steg er å presentere put og call opsjoner på tyske futureskontrakter. Her inkluderes opsjoner som er tilnærmet *at-the-money*, *out-of-the-money* og *in-the-money*. Minner om at opsjonene forfaller fire handelsdager før leveringsperioden på den underliggende futureskontrakten. I neste steg beregnes Black-76 call opsjonspriser for de samme utøvelsesprisene. Deretter benyttes put-call paritet til å finne den korresponderende prisen på en put opsjon. I beregningen er det blitt brukt en risikofri rente som er basert på en gjennomsnittlig årlig LIBOR på 2,8% (Bankrate, 2019). Volatiliteten i modellen er basert på forrige kvartal med prisdata.

Tysk

**Call**

Kontrakt	Handledag	Leveringsperiode	Utøvelsespris	Futurespris	Opsjonspris
C32.5	15.05.2018	Juli-Sep 2018	32.5	40.29	8.06
C40	15.05.2018	Juli-Sep 2018	40	40.29	1.633
C45.5	15.05.2018	Juli-Sep 2018	45.5	40.29	0.197
<b>Put</b>					
Kontrakt	Handledag	Leveringsperiode	Utøvelsespris	Futurespris	Opsjonspris
P32.5	15.05.2018	Juli-Sep 2018	32.5	40.29	0.021
P40	15.05.2018	Juli-Sep 2018	40	40.29	1.08
P45.5	15.05.2018	Juli-Sep 2018	45.5	40.29	5.147

Tabell 10 Put- og call opsjoner på tyske futureskontrakter med levering juli - september 2018

Kontrakt	Opsjonspris Black 76	Feilprising	Hist. volatilitet 60d	Imp. volatilitet
C32.5	8.06	7.54	-6.452%	9.33%
C40	1.633	0.894	-45.254%	9.33%
C45.5	0.197	0	-100%	9.33%
P32.5	0.021	0	-100%	9.33%
P40	1.08	0.29	-73%	9.33%
P45.5	5.147	4.89	-5%	9.33%

Tabell 11 Sammenligning av observerte og beregnede opsjonspriser, samt implisert volatilitet

Prisingen i tabell 11 antyder en betydelig feilprising for de fleste opsjonene. Et vesentlig funn er likevel det eksisterer lav feilprising når en befinner seg *deep in the money*, altså når opsjon har verdi. Dette innebærer en utøvelsespris på 32,5 EUR/MWh og 45,5 EUR/MWh for henholdsvis kjøp- og salgsoptionen. En mulig forklaring er at forholdet mellom futures- og utøvelsesprisen er det som har størst betydning for den estimerte opsjonsprisen. Videre observeres det at ved *deep out-of-the-money* er feilprisingen stor, med opptil 100%. Et resultat som følger av at Black-76 antar at opsjonen er verdiløs. Følgelig er det innlysende at den impliserte volatiliteten er vesentlig høyere enn den historiske, og befinner seg i området 19-35%. Det er mer forenelig med funnene til Benth og Schmeck (2014) enn volatilitetsnivåene til Pavlatka (2010).

#### Nordisk

##### Call

Kontrakt	Handledag	Leveringsperiode	Utøvelsespris	Futurespris	Opsjonspris
C32	14.02.2019	April-juni 2019	32	37.8	6.1
C38	14.02.2019	April-juni 2019	38	37.8	2.82
C44	14.02.2019	April-juni 2019	44	37.8	1.38
<b>Put</b>					
Kontrakt	Handledag	Leveringsperiode	Utøvelsespris	Futurespris	Opsjonspris
P32	14.02.2019	April-juni 2019	32	37.8	0.48
P38	14.02.2019	April-juni 2019	38	37.8	2.49
P44	14.02.2019	April-juni 2019	44	37.8	6.83

Tabell 12 Put- og call opsjoner på nordiske futureskontrakter med levering april - juni 2019

Kontrakt	Opsjonspris	Black 76	Feilprising	Historisk volatilitet 60d	Implisert volatilitet
C32	6.1	5.77	-5.410%	18.73%	30.1%
C38	2.82	1.0951	-61.167%	18.73%	39.0%
C44	1.38	0.034	-97.536%	18.73%	30.0%
P32	0.48	0	-100.000%	18.73%	39.5%
P38	2.49	1.03	-58.635%	18.73%	35.5%
P44	6.83	5.92	-13.324%	18.73%	38.5%

Tabell 13 Sammenligning av observerte og beregnede opsjonspriser, samt implisert volatilitet

For opsjonene på de nordiske futureskontraktene er det inkludert markedspriser for kontrakter med levering fra april-juni 2019. Valg av annen periode skyldes mangel på tilgang til mer relevant historiske priser for spesifikke utøvelsespriser. Lav likviditet i markedet virker å ha vært

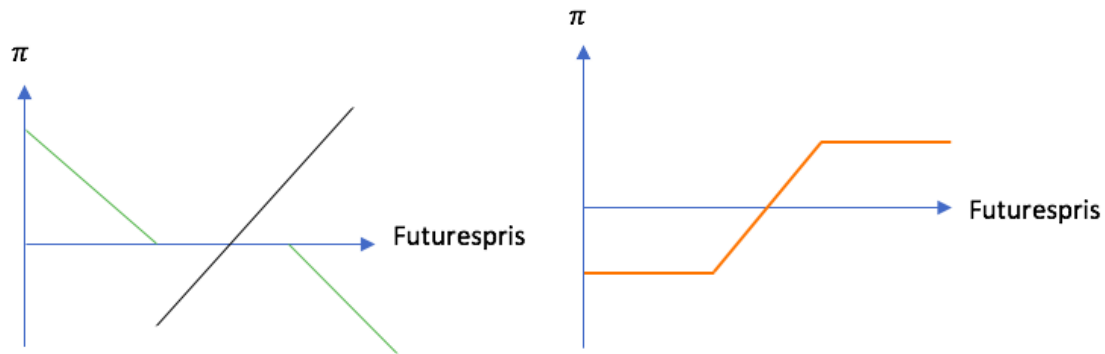
en faktor her. Det hadde vært ønskelig å kunne sammenligne tilsvarende perioder for begge markedene, men den benyttede perioden belyser likevel nyttige momenter som er kommentert. Det følger at også her kan de samme overordnende konklusjonene trekkes om feilprisingen til Black-76.

En sammenligning av den impliserte volatiliteten viser at den er stabilt høyere for det nordiske markedet sammenlignet med det tyske. Høy implisert volatilitet antyder ofte større opsjonspremie. Det gir en indikasjon på markedets forventning til opsjonen og underliggende sin prisutvikling. Dette utgjør en mulig årsak til hvorfor den impliserte volatiliteten er høyere i det nordiske markedet. Funnene stemmer overens med Benth og Schmeck (2014), og man kan spekulere i hvorvidt markedet tillegger en høy risikopremie som et resultat av dårlig likviditet og fravær av normalitet i de underliggende futuresprisene.

## 6.9 Sikring med plain vanilla-opsjoner

Neste steg i analysen er å undersøke hvorvidt det er mulig å kombinere *plain vanilla*-opsjoner for å sikre en tenkt spread-posisjon. Alle opsjonene i analysen antas å være europeiske, altså kan de kun utøves ved forfall. Hensikten er å begrense tapet dersom futuresprisene når et visst nivå, ettersom tapet i teorien kan være ubegrenset for en futureskontrakt. Poenget er at investor kan sette en *cap*, altså et tak og et gulv, ved hjelp av opsjoner for å sikre posisjonen. Den tenkte spread-posisjonen består av en lang og en kort futureskontrakt i henholdsvis det nordiske og tyske kraftmarkedet. For en lang futuresposisjon oppnås et tak og et gulv ved en lang put med lavere utøvelsespris enn den underliggende futuresprisen, og en kort call med høyre utøvelsespris. Det tenkte eksempelet kan illustreres i følgende figur:

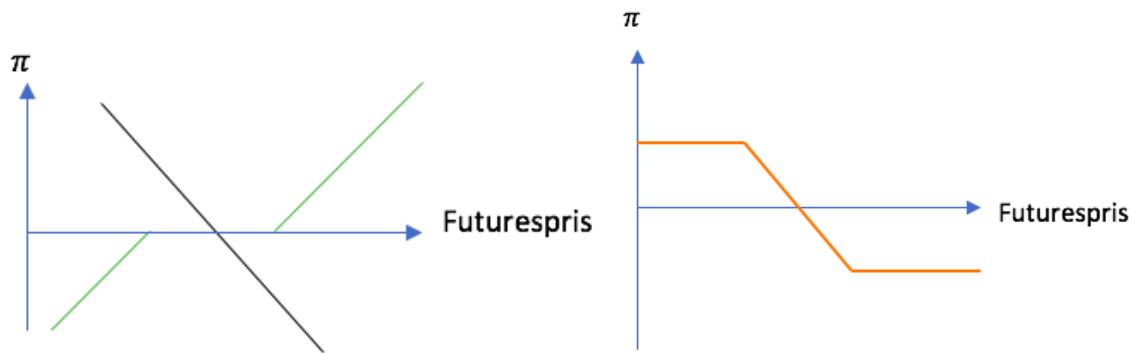




Figur 23 Sikring av en lang posisjon i det nordiske markedet

Illustrasjonen over viser med den svarte linjen kontantstrømmen fra den lange posisjonen i det nordiske markedet. De grønne linjene representerer kontantstrømmene fra put og call opsjonen. Figuren til høyre viser den samlede kontantstrømmen til en investor som har satt et tak på posisjonen ved hjelp av opsjoner. Den oransje linjen flater ut som et resultat av at profitten ( $\pi$ ) fra futureskontrakten utlignes av en kort call med høyere utøvelsespris. Samtidig innebærer dette at nedsiden begrenses dersom kursen faller til der salgsoptionen er *in-the-money*. Grunnen til å kombinere to typer opsjoner for å sette en *cap* skyldes at kostnadene ved sikringen faller. Den korte call opsjonen vil gi opsjonspremie, men vil også begrense potensiell gevinst for investor.

For den korte posisjonen i det tyske markedet består den tenkte sikringen av en lang call og kort put, med en utøvelsespris som er henholdsvis større og lavere enn den underliggende futuresprisen. Kontantstrømmene synliggjøres grafisk til høyre i figur 24. Her følger det at tapet begrenses dersom kursen når et visst punkt, men investor må samtidig gi avkall på deler av den potensielle oppsiden. Dette synliggjøres ved at oppsidepotensialet flater ut når den korte put opsjonen er *in-the-money*.



Figur 24 Sikring av en kort posisjon i det tyske markedet

Det er blant annet to faktorer som investor må ta stilling til når det kommer til sikringen av spread-posisjonen. Den første faktoren er at omfanget av sikringen med opsjonene må tilpasses eksponeringen i futureskontraktene. Dette kommer av at kostnadene knyttet til sikringen vil avhenge av størrelsen på posisjonen. Valg av utøvelsespris i sikringsinstrumentene vil også være avgjørende for en investor. På den ene siden er kostnadene lavere jo mer *out-of-the-money* opsjonene er, ettersom sannsynligheten er lavere for at de utøves. På den andre siden aksepterer investor muligheten for et større tap ved å velge slike opsjoner. Det fundamentale er at investor må ta stilling til forholdet mellom kostnaden ved sikring og den potensielle opp- og nedsiden.

Av de innhentede opsjonsprisene fremkommer det også at det ikke tilbys opsjoner for alle tenkte utøvelsespriser. Dette er blant annet gjeldende for opsjoner som er *out-of-the-money*. Dersom en investor ønsker å sikre seg mot store prisendringer kan dette være utfordrende. Det må settes en cap på spread-posisjonen basert på de opsjonene som tilbys. En mulig konsekvens er at investor unnlater å sikre seg med opsjoner, noe som henger sammen med den enkeltes risikovillighet.

Et annet sentralt moment er hvordan mulighetene for sikring påvirkes av likviditeten i opsjonsmarkedet. Handlet volum i opsjoner på kraftfutures er lavere enn for de respektive underliggende (Nasdaq, 2019). En kan spekulere i om lite handel i opsjoner skyldes at aktørene har for lite kunnskap og forståelse om markedet. Som følge av dette kan muligheten for å sikre futuresposisjonene på kort og lang sikt være vanskelig med standard opsjoner fordi det i noen

tilfeller kan være mangel på relevante motparter. Teoretisk følger det derfor at sikring med opsjoner er mulig, men det kan være problematisk for en investor i praksis.

## 7. Avslutning

I denne studien har vi kvantifisert og analysert risikoen i en tenkt spread-posisjon i det nordiske og tyske futuresmarkedet for elektrisitet. Metodisk er det benyttet en kombinert tidsseriemodell AR-GARCH på de daglige avkastningene. Videre har vi anvendt EVT på de standardiserte residualene fra AR-GARCH modellen. Diverse grafiske verktøy antyder en fornuftig valgt grense mellom 6-10% av det totale antallet observasjoner. Avslutningsvis har vi undersøkt muligheten for å benytte en sikringsstrategi bestående av *plain vanilla*-opsjoner.

### 7.1 Konklusjon

Basert på EVT fremkommer det at VaR og ES estimatene på 1% sannsynlighetsnivå er henholdsvis -2,55% og -3,41% for en lang posisjon i det nordiske markedet. Videre finner vi at VaR og ES er på 2,75% og 3,85% på 99% sannsynlighetsnivå for en kort posisjon i det tyske markedet. Etersom VaR og ES ikke kan summeres enkelt må risikoen i den tenkte spread-posisjonen betraktes separat. Det er samtidig avgjørende å se den kvantifiserte risikoen i sammenheng med likviditeten i futuresmarkedet og investeringsomfanget til investor. Derfor bør det bemerkes at de ovennevnte momentene også har hatt innvirkning på risikoen i spread-posisjonen. Dette er elementer som også var med på å felle en stor aktør i kraftmarkedet høsten 2018.

For å sammenligne hvilken modell som har gitt de mest presise estimatene for VaR er det beregnet kvantiler fra to AR-GARCH modeller og en betinget EVT modell. Her kan det konkluderes med at sistnevnte gir de mest presise *in-sample* estimatene, sammenlignet med de andre modellene. Dette bekrefter at valget av EVT som metodisk rammeverk er særdeles egnet for kvantifisering av ekstremrisiko på futurespriser. AR-GARCH med normal og student t-fordeling viser en klar tendens til under- og overestimering av risikoen. Gjennomføring av Kupiec test og Christoffersen test gir også en bekreftelse på konklusjonene om *in-sample*.

Funnene i *out-of-sample* underbygger også resultatene fra *in-sample*. Dette bekrefter bidraget i denne studien, herunder at EVT er et nyttig verktøy for risikostyring i futuresmarkedet for elektrisitet.

For å undersøke muligheten for sikring ved bruk av opsjoner ble det innhentet observerte priser slik at disse kunne sammenlignes med de estimerte prisene fra Black-76. Som forventet observeres det feilprising, hvor Black-76 systematisk undervurderer verdien av opsjonen. Nivåene på feilprisingen varierer fra 5- 100%, avhengig av utøvelsespris. Den impliserte volatiliteten er også vesentlig høyere enn den historiske. Det kan derfor konkluderes med at den historiske volatiliteten ikke gir et riktig bilde på den risikoen markedet priser inn.

Den tenkte sikringen innebærer å kombinere *plain vanilla* put og call opsjoner. Det sentrale ved å sikre en lang posisjon er at det trengs en lang put opsjon og en kort call opsjon, med henholdsvis lavere og høyere utøvelsespris enn den observerte futuresprisen. Samtidig kan den korte posisjonen sikres ved motsatt type opsjoner. Dersom en investor velger å benytte seg av den foreslåtte kombinasjonen av opsjoner innebærer dette i praksis at vedkommende må ofre en del av gevinsten for å begrense det potensielle tapet. Valg av utøvelsespris på opsjonene vil være avgjørende for å bestemme forholdet mellom gevinsten og tapet. Selv om den tenkte sikringsstrategien fungerer i teorien, kan det likevel konkluderes med at mangel på likviditet og ønskede utøvelsespriser gjør det vanskelig for en investor i praksis.

## 7.2 Forslag til videre forskning

Denne studien gir et fundament for videre forskning på området. En mulighet er å inkludere andre markeder i Europa eller USA, hvor formålet vil være å undersøke hvorvidt det foreligger betydelige forskjeller på tvers av kontinentene. Som følge av økt harmonisering de kommende årene vil det også være essensielt å foreta nye analyser på de undersøkte kraftmarkedene i denne studien. Hensikten vil være å sjekke effekten av dette på risikobildet.

Andre modeller kunne også vært anvendt. Dette gjelder eksempelvis kvantilregresjon, andre GARCH varianter eller *jump-diffusion* modellen. Hensikten vil være å sjekke om disse modellene håndterer egenskapene ved kraftmarkedet på en bedre måte. En sammenligning av risikoestimatene fra EVT med funnene fra andre relevante modeller ville vært interessant.

Valg av alternative sikringsstrategier kunne også vært interessant å undersøke ytterligere. Blant annet kunne muligheten for sikring med asiatiske opsjoner vært undersøkt. Et annet moment er hvorvidt spekulanter tillates å ta for mye risiko for å opprettholde markedets funksjonalitet. Denne studien kan gi et grunnlag for å undersøke en slik problematikk videre.

### 7.3 Begrensninger i oppgaven

Modellene tar ikke hensyn til sesongvariasjoner og avanserte opsjonsprisinde modeller er ikke vurdert. Andre sikringsstrategier har heller ikke blitt vurdert. *Roll yield* er håndtert forholdsvis enkelt.

## 8. Referanseliste

- Alexander, C. (2008) *Market Risk Analysis, Value at Risk Models (Volume IV)* England: John Wiley and Sons Ltd.
- Artzner et al. (1999) Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance*, 9(3), s. 203-228.  
Tilgjengelig fra: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/1467-9965.00068>  
(Hentet 25. Januar 2019)
- Balkema, A.A. og De Haan, L. (1974) Residual Life Time At Great Age, *The Annals of Probability* 5(2), s. 792-804. Tilgjengelig fra:  
[https://projecteuclid.org/download/pdf\\_1/euclid.aop/1176996548](https://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.aop/1176996548) (Hentet 25. Januar 2019)
- Bankrate (2019) *1-year Libor*. Tilgjengelig fra: <https://www.bankrate.com/rates/interest-rates/1-year-libor.aspx> (Hentet 15. mars 2019).
- Benth, F.E. og Schmeck, M.D (2014) Pricing Futures and Options in Electricity Markets, *The Interrelationship Between Financial and Energy Markets*, s. 233-260. doi:  
[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-55382-0\\_10](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-55382-0_10) (Hentet 20. Februar 2019)
- Benth, F.E. og Schmeck, M.D (2012) Pricing and Hedging Options in Energy Markets By Black-76, *Journal of Energy Markets*, 7, s. 35-69. Tilgjengelig fra:  
<http://folk.uio.no/fredb/black76.pdf> (Hentet 10. Februar 2019)
- Bessembinder, H (2017) The “Roll Yield” Myth, *Financial Analysts Journal*, 74(2), s. 41-53.  
Tilgjengelig fra: <https://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/faj.v74.n2.5> (Hentet 25. Februar 2019)
- Bloomberg (2019) *New Blow to Nordic Power Seen Just After Star Trader’s Default*.  
Tilgjengelig fra: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2018-10-04/new-blow-to-nordic-power-seen-just-after-star-trader-s-default> (Hentet 17. februar 2019).
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, s. 307 – 327. Tilgjengelig fra: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)  
(Hentet 30. Januar 2019)

- Botterud, A., Kristiansen, K. og Ilic, M. (2010) The Relationship Between Spot and Futures Prices in the Nord Pool Electricity Market, *Energy Economics*, 32(5), s. 967-978 doi: 10.1057/jam.2009.21
- Brooks, C. (2014) *Introductory Econometrics for Finance*. Utgave 3. Cambridge. Cambridge University Press.
- Bystrøm, H.N.E. (2005) Extreme value theory & extremely large electricity price changes, *International Review of Economics and Finance*, 14(1) s. 41-55. doi: [https://doi.org/10.1016/S1059-0560\(03\)00032-7](https://doi.org/10.1016/S1059-0560(03)00032-7)
- Cotter, J. (2005) Extreme Risk in Futures Contracts, *Applied Economics Letters*, 12(8), s.489-492. doi: 10.1080/13504850500109816
- De Jong, C. og Huisman, R. (2002) Option Formulas for Mean-reverting Power Prices with Spikes, *SSRN Electronic Journal*, 7. doi: 10.2139/ssrn.324520
- Ecc (2019) *About ECC AG*. Tilgjengelig fra: <http://www.ecc.de/ecc-en/about-ecc> (Hentet 15. februar 2019).
- EEX (2017) EEX and EPEX SPOT: Competition and market dynamics Tilgjengelig fra: <https://www.eex.com/en/about/newsroom/news-detail/eex-and-epex-spot--competition-and-market-dynamics-form-the-basis-for-consumers-to-benefit-from-the-energy-union/64056> (Hentet 20. januar 2019).
- EEX (2019) *Power Futures*. Tilgjengelig fra: <https://www.eex.com/en/products/power-derivatives-market/power-futures/power-futures-products> (Hentet 20. januar 2019).
- Energifaktanorge (2017) *Kraftmarkedet*. Tilgjengelig fra: <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/> (Hentet 15. januar 2019).
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom. *Econometrica*, 50, s. 987 – 1007. doi: 10.2307/1912773
- Fuss, R, Adams, Z. og Kaizer, D.G. (2008) The Productive Power of Value-at-Risk Models in Commodity Futures Market, *Journal of Asset Management*, 11(4). doi: 10.1057/jam.2009.21

- Gilli, M. og Kellezi, E. (2006) An application of extreme value theory for measuring financial risk, *Computational Economics*, 27(1), s 1-23. doi: 10.1007/s10614-006-9025-7
- Halillbegovic, S. (2016) Backtesting Value at Risk Forecast: The Case of a Kupiec Pof-test, *Russian Federation European Journal og Economic Studies*, 17, s. 393-404. doi: 10.13187/es.2016.17.393.
- Investopedia (2019) *Volatility smile definition and uses*. Tilgjengelig fra: <https://www.investopedia.com/terms/v/volatilitysmile.asp> (Hentet 18. mars 2019).
- Koch, N. (2013) Tail events: A new approach to understanding extreme energy commodity prices, *Energy Economics*, 43, s.195-205. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2014.02.015>
- Losenergy (2018) *Negative strømpriser i Europa* Tilgjengelig fra: <https://www.losenergy.com/siste-nyheter/negative-strompriser-i-europa/> (Hentet 02. mars 2019).
- McNeil, A.J. og Frey, R. (2000) Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach, *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4), s. 271-300. doi: [https://doi.org/10.1016/S0927-5398\(00\)00012-8](https://doi.org/10.1016/S0927-5398(00)00012-8)
- Medina et al. (2015) Comparison of Pricing Models of Options over Futures Contracts for the Colombian Electricity Market, *Espacios*, 36. Tilgjengelig fra: <http://www.revistaespacios.com/a15v36n10/15361017.html> (Hentet 02. februar 2019)
- Nasdaq (2018) *Contract Specifications*. Tilgjengelig fra: [https://business.nasdaq.com/media/181001%20Joint%20Appendix%202%20-%20Contract%20Specifications%20mark%20up\\_tcm5044-65879.pdf](https://business.nasdaq.com/media/181001%20Joint%20Appendix%202%20-%20Contract%20Specifications%20mark%20up_tcm5044-65879.pdf) (Hentet 10. februar 2019).
- Nasdaq (2019) *Electricity price area differentials (EPAD)*. Tilgjengelig fra: <https://business.nasdaq.com/trade/commodities/products/power-derivatives/epads.html> (Hentet 25. januar 2019).
- Nasdaq (2019) *German And Nordic Power Options*. Tilgjengelig fra: <https://business.nasdaq.com/trade/commodities/products/power-derivatives/power-options.html> (Hentet 31. januar 2019).



- Nasdaq (2019) *German Electricity Margin Curves*. Tilgjengelig fra:  
<https://business.nasdaq.com/trade/commodities/clearing/margin-curves/german-electricity.html> (Hentet 28. januar 2019).
- Nasdaq (2019) *Nordic Electricity Margin Curves*. Tilgjengelig fra:  
<https://business.nasdaq.com/trade/commodities/clearing/margin-curves/nordic-electricity.html> (Hentet 05. februar 2019).
- Nasdaq. (2018) *Nasdaq Clearing As A Counterparty*. Stockholm: Nasdaq. Tilgjengelig fra:  
[https://business.nasdaq.com/media/Nasdaq-Clearing-as-a-Counterparty-May-2018\\_tcm5044-29054.pdf](https://business.nasdaq.com/media/Nasdaq-Clearing-as-a-Counterparty-May-2018_tcm5044-29054.pdf) (Hentet: 22. januar 2019).
- Nasdaq (2019) *Power futures*. Tilgjengelig fra:  
<https://business.nasdaq.com/trade/commodities/products/power-derivatives/power-futures.html> (Hentet 26. januar 2019).
- Neubauer, E. (2018) *Trading volume on the EPEX Power Spot and EEX Power Derivatives Market*. [Bilde i slideshow]. Tilgjengelig fra:  
<https://www.slideshare.net/ElisaNeubauer/power-derivatives-market-updates> (Hentet 17. februar 2019).
- Nikkinen, J. og Rothovius, T. (2019) Market Specific Seasonal Trading Behaviour in Nasdaq OMX Electricity Options, *Journal of Commodity Markets*, 13, s. 16-29. doi: 10.1016/j.jc.omm.2018.05.002
- Nord Pool (2019) *Day-ahead market*. Tilgjengelig fra: <https://www.nordpoolgroup.com/the-power-market/Day-ahead-market/> (Hentet 28.januar 2019).
- Nord Pool (2009) The Nordic electricity exchange and the Nordic model for a liberalized electricity market, *Journal of Energy Markets*, 5(3)
- Paraschiv, F, Hadzi-Misev, R. og Dogan. K (2015) Extreme Value Theory for Heavy-Tails in Electricity Market, *Journal of Energy Markets*, 9(2), s. 21-50. doi: 10.21314/JEM.2016.141
- Pavlatka, P. (2010) Option Derivatives in Electricity Hedging, *ACTA POLYTECHNICA*, 50(4). Tilgjengelig fra: <https://ojs.cvut.cz/ojs/index.php/ap/article/viewFile/1239/1071> (Hentet 25. Februar 2019)

Samuelson, P.A. (1965) Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, *Industrial Management Review*, 6 (2), s. 41-49. Tilgjengelig fra:

<https://search.proquest.com/docview/214192447?accountid=12870>

Singh, A.K., Allan, D.E. og Robert, P.J (2013) Extreme Market Risk and Extreme Value Theory, *Mathematics and Computers in Simulation*, 94, s. 310-328. doi:

<https://doi.org/10.1016/j.matcom.2012.05.010>

Yamai, Y. og Yoshiba, T. (2001) On The Validity of Value at Risk: Comparativ Analysis With Expected Shortfall, *IMES Discussion Paper*, 4. Tilgjengelig fra:

[https://pdfs.semanticscholar.org/2310/6fd15c5db819de39ca2fc5dd943b1c4cff6e.pdf?\\_ga=2.50602478.632953515.1554711286-829256813.1554286556](https://pdfs.semanticscholar.org/2310/6fd15c5db819de39ca2fc5dd943b1c4cff6e.pdf?_ga=2.50602478.632953515.1554711286-829256813.1554286556) (Hentet 25. Januar 2019)

Vehvilainen, I. (2002) Basics of Electricity Derivative Pricing in Competative Markets, *Applied Mathematical Finance*, 9(1), s. 45-60. doi: 10.1080/13504860210132879

Westgaard et al (2014) A Note on the Risk Characteristics of European Energy Futures Market, *Scandinavian Journal of Business Research*, 28, s. 6-19. Tilgjengelig fra:

[https://www.idunn.no/beta/2014/01/a\\_note\\_on\\_the\\_risk\\_characteristics\\_of\\_european\\_ener\\_gy\\_futur?mode=author\\_info\\_ID\\_G1506750616&skipDecorating=true](https://www.idunn.no/beta/2014/01/a_note_on_the_risk_characteristics_of_european_ener_gy_futur?mode=author_info_ID_G1506750616&skipDecorating=true) (Hentet 01. Mars 2019)

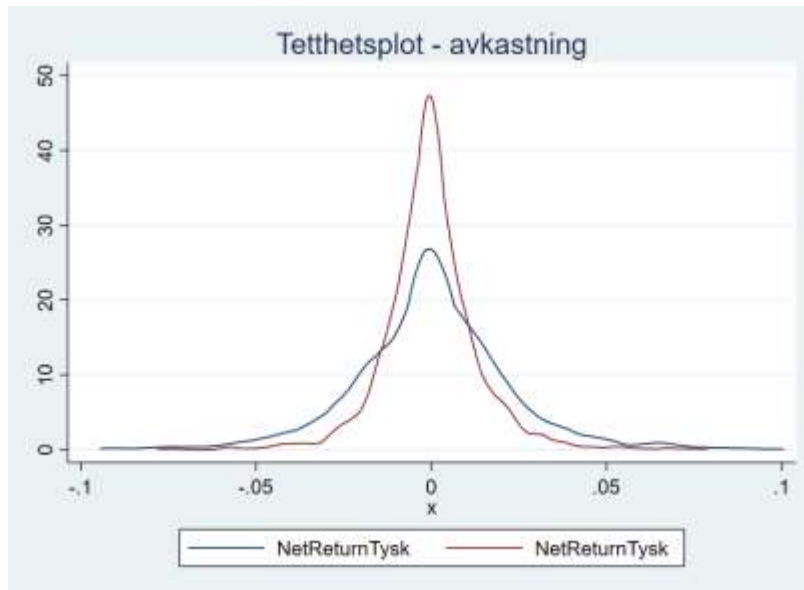
Westgaard, S. 2013. Value At Risk For Energy Commodities Using Volatility Adjusted Quantile Regression, *Energy Finance*. Tilgjengelig fra: <https://slideplayer.com/slide/4262998/> (Hentet 25.03.2019)

Yamai, Y. og Yoshiba, T. (2001) On The Validity of Value at Risk: Comparativ Analysis With Expected Shortfall, *IMES Discussion Paper*, 4. Tilgjengelig fra:

[https://pdfs.semanticscholar.org/2310/6fd15c5db819de39ca2fc5dd943b1c4cff6e.pdf?\\_ga=2.50602478.632953515.1554711286-829256813.1554286556](https://pdfs.semanticscholar.org/2310/6fd15c5db819de39ca2fc5dd943b1c4cff6e.pdf?_ga=2.50602478.632953515.1554711286-829256813.1554286556) (Hentet 25. Januar 2019)

# Appendix

## A1 Tetthetsplot avkastninger



## A2 Jarque-bera testligning

Formelen for Jarque bera er gitt ved

$$JB = n \left( \frac{\hat{y}^2}{6} + \frac{(\hat{\delta} - 3)^2}{24} \right)$$

hvor  $n$  er antall observasjoner,  $\hat{y}^2$  er tidsseriens skjevhet og  $\hat{\delta}$  er tidsseriens kurtose. (Brooks, 2014):

## A3 Augmented Dickey fuller testligning

Augmented Dickey Fuller ligning (Brooks, 2014):

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t$$

#### A4 Ljung-box testligning

Testobservator Ljung-Box (Brooks, 2014):

$$Q^* = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\tau}_k^2}{T-k} \sim \chi_m^2$$

Fra formelen er T antall observasjoner,  $\tau$  er antall autokorrelasjonskoeffisienter og  $\chi^2$  representerer relevant kritisk verdi fra kji-kvadratfordelingen.

#### A5 Illustrasjon av hvordan antall overskridelser fremkommer

Her ved bruk av EVT på 5% nivå for det tyske markedet:

Dato	Dalig avkastning Tysk	VaR fra EVT	Kvantil 5%	Overskridelse
28.02.2011	-0.123 %	1.58229721	1.400 %	0
01.03.2011	-0.227 %	1.58229721	1.330 %	0
02.03.2011	1.363 %	1.58229721	1.277 %	1
03.03.2011	2.566 %	1.58229721	1.638 %	1
04.03.2011	-0.119 %	1.58229721	2.233 %	0
07.03.2011	-1.093 %	1.58229721	1.819 %	0
08.03.2011	0.482 %	1.58229721	1.699 %	0
09.03.2011	0.080 %	1.58229721	1.827 %	0
10.03.2011	0.380 %	1.58229721	1.689 %	0
11.03.2011	4.938 %	1.58229721	1.660 %	1
15.03.2011	0.393 %	1.58229721	3.656 %	0

Tabell 14 Illustrasjon av overskridelse

#### A6 Kupiec testligning

$$-2 \ln(LR_w) = -2 \left[ n_0 \ln(1 - \pi_{\text{exp}}) + n_1 \ln(\pi_{\text{exp}}) - n_0 \ln(1 - \pi_{\text{obs}}) - n_1 \ln(\pi_{\text{obs}}) \right] \sim \chi_1^2, \text{ hvor } n_0$$

og  $n_1$  er henholdsvis antall overskridelser og ikke overskridelser. Videre representerer  $\pi_{\text{exp}}$  forventet andel overskridelser og  $\pi_{\text{obs}}$  observert andel overskridelser (Westgaard, 2013).



## A9 Impliserte frihetsgrader

Impliserte frihetsgrader  $\nu$  er anvendt i AR-GARCH med student – t fordeling. Den beregnes ved å omforme følgende formel, basert på dataens kurtose ( $K$ ):

$$K = 3 + \frac{6}{\nu - 4}$$

## A10 Forkortelser tilknyttet studien:

ACF- Autokorrelasjonsfunksjon
AK – Autokorrelasjon
ADF – Agumentet Dicky Fuller-test
AR - Autorregressive
$\beta$ – <i>Scale</i> parameter
CVaR/ES – Conditional Value at Risk / Expected Shortfall
EVT – Extreme Value Theory
GARCH – Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
GPD – Generalized Pareto Distribution (pareto fordeling)
GEV – Generalized Extreme Value Distribution
<i>i.i.d</i> – Independent and Identically Distributed Random Variables
BM– Block maxima
POT – Peak over threshold
$u$ – Threshold/grense
VaR – Value at Risk
$\xi$ – <i>Shape</i> parameter

Tabell 16 Forkortelser tilknyttet studien

