Ingunn Alseth

«Med blanke ark og farjestifter tel»

En kvalitativ studie om tre andreklasseelevers bruk av tegning i problemløsningsoppgaver

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Benedikte Grimeland og Heidi Dahl
Mai 2019

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Ingunn Alseth

«Med blanke ark og farjestifter tel»

En kvalitativ studie om tre andreklasseelevers bruk av tegning i problemløsningsoppgaver

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 1.-7. trinn
Veileder: Benedikte Grimeland og Heidi Dahl
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

FORORD

Denne mastertiden har vært som et slag kortspill. En tid med både tap og seire, hvor jeg har kjent på iveren til å komme i mål og skuffelsen når det ikke har gått helt min vei. Følelsen av å kjenne at man nesten vinner, men mister kortene like før og må starte fra scratch. Men i denne boblen, hvor tid står stille og alt verden handler om er dette spillet, er man samlet i et sosialt lag med felles mål, motivasjon og latter, som gir deg pågangsmot til at neste runde, det skal bli min runde. Og endelig, etter utallige timer med flaks, samarbeid og heftig strategi, var det nå min tur til å vinne.

Denne masteroppgaven markerer slutten på min femårige lærerutdanning ved NTNU i Trondheim. Masterprogrammet i matematikkdidaktikk har gitt meg verdifull kunnskap som jeg vil ha nytte av i de fremtidige år som lærer. Først vil jeg takke elevene som har vært informanter i denne studien. Takk for at jeg har fått innblikk i hvordan dere tenker og arbeider på. Jeg må også rette en stor takk til mine veiledere Benedikte Grimeland og Heidi Dahl for utrolig god veiledning og støtte i arbeidsprosessen. Og til slutt vil jeg takke min familie og samboer for all støtte og hjelp, og for alltid å ha troen på meg. I did it!

Trondheim, mai 2019

Ingunn Alseth

SAMMENDRAG

Masteroppgaven setter søkelys på hvordan elever bruker tegninger i problemløsningsprosessen og hva som finnes av detaljer i disse tegningene. Hensikten med å studere dette, er å se om tegning som representasjon har noen nytte for seg og eventuelt hvilken nytte den har. Forskningsspørsmålet til denne masteroppgaven er: ***Hvilken funksjon har tegning for tre andreklasseelevers arbeid med problemløsningsoppgaver?*** Funksjonsbegrepet er delt inn i to deler; tegningen som et produkt og tegningen i problemløsningsprosessen. I tegning som produkt ser jeg på tegningens detaljer og hvordan utsende av tegningen er. Her kommer også de matematiske detaljer og fargebruken frem. Gjennom tegning i problemløsningsprosessen fokuseres det på elevenes prosesser underveis, hvilke bruksområder de bruker tegningen til og hvilke strategier de bruker. Det blir også belyst om tegningen hjelper elevene med å kommunisere det de tenker og om hvordan muntlig språk bidrar til at elevene deler refleksjoner og tanker i tegneaktiviteten. Formålet med denne masteroppgaven er å se på hvilke detaljer som finnes i tegningen og hvordan tre andreklasseelever bruker tegning i problemløsningsoppgaver. Dette gjør det naturlig å benytte kvalitativ forskningsmetode.

Jeg har hatt et intervju med tre andreklasseelever, hvor det har blitt samlet inn tegninger, tatt feltnotater og hatt lydopptak som har blitt transkribert, som da er datamaterialet til denne studien. Under intervjuet ble det gitt tre ulike problemløsningsoppgaver for å se på hvordan elevene benytter tegning i sine prosesser. Elevene jobbet individuelt med hver oppgave, men intervjuene av elevene foregikk i grupper på tre og tre. Fra intervjuene, er det plukket ut tre elever basert på ulike kriterier. Tegningene, transkripsjonen og feltnotatene fra intervjuet har jeg analysert opp mot teoretiske begreper og kategorier jeg har ønsket å sett nærmere på.

Resultatene fra studien indikerer at tegning åpner for at elever kan bruke kjente strategier, begreper og symboler i problemløsningsoppgaver. Noen av tegningene førte ikke til korrekte svar, men trengte andre uttrykksformer for å komme med en løsning. Tegningene ble et hjelpemiddel for systematisering og konkretisering av problemet. Noen av tegningene var også dynamiske tegninger, hvor elevene utførte ulike handlinger underveis i tegningen. Samlet sett har ikke fargebruk og detaljer vært til hinder for det matematiske arbeidet, men tvert imot nyttige i flere tilfeller. Hvordan tegneferdighetene er til elevene, har vist seg å påvirke det matematiske arbeidet i noen tilfeller. Oppgavene med tegningene skapte også et stort rom for dialog, refleksjoner og spørsmål som alle elevene tok stor del av.

INNHOLD

FIGURLISTE

TABELLISTE

1 INNLEDNING

> *«Du ska få en dag i måra som rein og ubrukt står med blanke ark og fargestifter tel, og da kæin du rette oppatt æille feil i frå i går og da får du det så godt i mårå kvell, og om du itte greie det æilt er like trist så ska du høre suset over furua som sist. Du skal få en dag i mårå som rein og ubrukt står med blanke ark og fargestifter tel.»*
> *(Alf Prøysen, 1971)*

For meg betyr denne teksten at man skal gi elevene muligheten til å prøve og utforske hver dag. Gi elevene et blankt ark og noen fargeblyanter og se hva de får til. Hvis de ikke kommer frem til en løsning, så husk at det kommer en ny dag i morgen hvor de starter med helt nye ark. Å se lyspæra plutselig slå seg på hos en elev, som dag etter dag har prøvd å løse en matematisk oppgave som de selv trodde var umulig, er et fantastisk syn. Et blankt ark gir elever åpne muligheter til å bruke det de allerede kan til å bekjempe de nye hindringene de møter på. Gjennom å tegne kan elever åpne opp for å formidle sine tanker (Woleck, 2001). Men hva skjer når de allerede har vært på skolen i ett år, og har lært litt av aritmetikken vi bruker til å løse oppgaver? Hvordan vil tegningene deres se ut da? Og vil egentlig de tegningene de tegner ha noen hensikt og nytte?

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Tegning kan være en måte å representere et problem på i arbeid med problemløsning. Barn er fra tidlig alder naturlige problemløsere. De ønsker å bli involvert i å finne løsninger gjennom lek, visuell kunst og andre tilgjengelige medier. Selv om problemløsning ikke er et nytt forskningsområde, er barns tegning som en problemløsende strategi ikke fullt ut utforsket. Opplevelser med tegning gir barn mulighet til å stille spørsmål, utfordre og planlegge alternative handlingsplaner (Soundy & Drucker, 2009). Tegning blir også sett på som et naturlig aspekt i utviklingen av fantasi og hvordan man uttrykker seg (Bakar, Way & Bobis, 2016). Samtidig som tegninger gir mulighet for å tolke elevers kunnskap i problemløsning og hjelpe til med elevenes videreutvikling, er tegningen bare et verktøy som kan brukes i selve prosessen av problemløsningen (Saundry & Nicol, 2006). Selv om det er bekreftet at tegninger hjelper barn til å representere sin matematiske tenkning og at denne formen for representasjon har flere gode sider, er det lite forskning som fokuserer på hvordan representasjonskapasiteten utvikles hos små barn, eller hvilken tenkning som oppstår under tegning (Saundry & Nicol, 2006). Jeg ønsker at lærere skal kunne bruke tegningens ulike funksjoner i arbeid med problemløsning og matematikk, slik at hvis elever sliter med matematikk eller kommunikasjon, kan tegning være et hjelpemiddel for både eleven og for læreren. Bruk av riktige representasjoner kan ha en positiv innvirkning på undervisning og læring av matematikk, ved å støtte opp for dialog av matematiske ideer, forstå og løse problemer. For eksempel kan dette handle om at lærere bruker representasjoner for å engasjere og oppmuntre til å forklare og argumentere sine representasjoner (Bakar et al., 2016). Tegning som representasjon kan være et verktøy i problemløsningsoppgaver, men vi er avhengig av at eleven bruker tegningen på en hensiktsmessig måte.

1.2 Tema og forskningsspørsmål

For meg er det viktig at barn får hjelp til å fylle ryggsekken sin med mange ulike hjelpemidler. Dette vil bidra til effektive strategier og som god støtte i møte amed nye utfordringer. Elever benytter seg av kjente hjelpemidler når det kommer et nytt problem og det er nettopp dette jeg skal se litt nærmere på. Andreklasseelevene som er informanter, har vært på skolen i litt over ett år og har derfor ikke like mange hjelpemidler i ryggsekken som en eldre elev har. Det er interessant å se om elever som ikke har så effektive regnestrategier også finner et svar ved hjelp av tegninger. Jeg skal se om man kan bruke noe, som ofte assosieres til en estetisk kunstform, som et nyttig hjelpemiddel i matematikk. Hva er det som gjør at tegningen blir et hjelpemiddel for elevene? Brukes tegningen som et kladdeark, som et bilde av situasjonen eller er elevene avhengig av tegningen for å kunne løse selve oppgaven? Mitt forskningsspørsmål er derfor:

Hvilken funksjon har tegning for tre andreklasseelevers arbeid med problemløsningsoppgaver?

Funksjonsbegrepet er delt inn i to deler, tegningen som et produkt og tegningen i problemløsningsprosessen. I tegning som produkt vil jeg dykke inn i tegningens detaljer og hvordan utseende av tegningen er. Her ser jeg også på hvilke matematiske detaljer som kommer frem og fargebruken. Gjennom tegning i problemløsningsprosessen skal elevenes prosess underveis bli belyst, hvor jeg ser etter hvilken bruk de har for tegningen og hvilke strategier som blir brukt. Det skal også forskes på om tegningen hjelper elevene med å kommunisere det de tenker og om hvordan muntlig språk kan bidra til at elever deler refleksjoner og tanker i en tegningsaktivitet.

Mitt forskningsspørsmål gjør det naturlig å benytte kvalitativ metode, som har resultert i et intervju med tre andreklasseelever. Jeg har gitt elevene tre ulike problemløsningsoppgaver for å se på hvordan de benytter tegning i sin regneprosess. Problemløsningsoppgavene er verbale beskrivelser av situasjoner med fokus på matematiske relasjoner (Ott, 2017). De kan karakteriseres som beskrivende representasjoner innenfor registeret, naturlig språk (Duval, 2006). Datamaterialet vil derfor bestå av tegninger, intervju og feltnotater, for å se på elevenes multimodale uttrykk. Formålet med denne masteroppgaven blir å se på hvilke detaljer som finnes i tegningen og hvordan tre andreklasseelever bruker tegning i problemløsningsoppgaver.

1.3 Oppgavens oppbygning

Denne masteroppgaven er delt inn i 7 kapitler: innledning, teori, oppgavene, metode, analyse, drøfting og konklusjon. Etter innledningen vil jeg gå inn i det teoretiske grunnlaget for masteroppgaven. I teorikapittelet vil det inneholde teorier som bygger opp for min analyse og diskusjon og grunnleggende kunnskap om sentrale tema og begrep. Jeg kommer først til å belyse teori om representasjoner på det generelle grunnlag. Videre inn i teorikapittelet vil representasjoner innsnevres til tegning som produkt og hvordan tegningen brukes i problemløsningsprosessen. Etter å ha sett på tegning som representasjon kommer et delkapittel som begrunner at matematikk kan kobles til kreativitet og estetiske uttrykk. Avslutningsvis i teorikapittelet kommer noen utdrag fra tidligere forskning for å si noe om hva som kan være forventet å finne i analyseresultatene. Etter teorikapittelet går jeg over til et kapittel om selve oppgavene hvor de ulike oppgavene som ble gitt til elevene under innsamlingen blir gjennomgått. Jeg påpeker hvordan disse oppgavene har blitt laget, hvilke potensiale som ligger i dem og hvordan elevene kan tenke i utførelsen av problemløsningsoppgavene. Videre går oppgaven inn i en metodedel hvor jeg begrunner mine forskningsmetoder. Jeg beskriver konteksten til gjennomføringen, samt forklarer hvordan analysearbeidet har pågått. Deretter belyses ulike valg som har blitt tatt underveis i prosessen, som er knyttet til ulike etiske betraktninger. Disse valgene er også koblet til studiens gyldighet og pålitelighet. Tilslutt i metodekapittelet vil metodiske valg bli drøftet. Videre går vi over til analysekapittelet, hvor jeg dykker grundig inn i mitt datamateriale. Analysekapittelet er delt inn i tre deler, hvor jeg presenterer og analyserer hver elev separat. Innenfor elevene vil analysen være delt inn i tegningens detaljer og hvordan tegningen blir brukt i problemløsningsprosessen. Underveis i kapittelet vil jeg komme med eksempler fra tegninger og elevutsagn, for å gjøre rede for hvilken funksjon tegningene har hatt for disse elevene. Analyseresultatene vil jeg sammenfatte avslutningsvis i analysen før diskusjonskapittelet kommer. I diskusjonskapittelet påpekes de større funnene og resultatene, som drøftes opp mot mitt forskningsspørsmål. Tilslutt vil masteroppgaven avsluttes med et konklusjonskapittel hvor jeg kommer med avsluttende refleksjoner. Jeg kommer til å gi et svar på forskningsspørsmålet og komme med synspunkt om videre forskning basert på denne studien.

2 TEORI

I teorikapittelet har jeg sett på andre studier og på deres analyser og funn for å kunne sette dette i sammenheng med min studie. Å skaffe rikelig forståelse for hva tidligere forskning har gjort, har vært viktig for å skape noe som er nyttig for forskningssamfunnet. Litteraturen som involverer arbeid med tegning, har omhandlet matematiske oppgaver som ligner på de som blir brukt i denne studien. De artiklene som benytter andre type oppgaver, har jeg prøve å rette mot arbeid med problemløsningsoppgaver. En tegning kan være en nyttig måte å engasjere mange elever i å representere og kommunisere sine matematiske ideer (Crespo & Kyriakides, 2007). Derfor vil jeg i dette kapittelet starte med noen hovedlinjer for representasjoner på et generelt nivå i matematikk. Deretter vil det i delkapittel 2.2 og 2.3 bli presentert teori som er spesielt knyttet til matematikk representert i tegning. Her vil det komme litteratur som avklarer sentrale begreper av ulike egenskaper og detaljer som finnes i tegningen og som belyser ulike bruksområder for tegning i selve problemløsningsprosessen. I delkapittel 2.3 vil det også belyses hvordan barn jobber med problemløsning og hvilke strategier det kan forventes å komme for å få et innblikk i hvordan barn kan jobbe generelt i en problemløsningsprosess. Videre kommer det et delkapittel om estetikk og kreativitet som kobles opp mot matematikk og tegninger. Avslutningsvis vil jeg peke på noen funn fra tidligere forskning for å si noe om hva som kan forventes å komme i denne studien.

2.1 Representasjoner

For å få tilgang på matematiske objekter, er vi nødt til å benytte oss av ulike representasjoner av objekter fordi all matematikk er abstrakt. Gagatsis og Elia (2004) definerer representasjon som «enhver konfigurasjon av tegn, bilder, konkrete objekter ol. som kan symbolisere eller "representere" noe annet» (Gagatsis & Elia, 2004, s.447, min oversettelse). Ut ifra denne definisjonen kan vi si at tegninger i matematikk er en representasjon fordi det symboliserer eller representerer noe annet. Innenfor matematikk finnes det flere ulike representasjoner som bidrar til større tilgjengelighet og som har ulike potensialer og egenskaper. Hvilke representasjoner man velger å bruke er derfor avhengig av hvilket formål representasjonen skal ha. Fordi det matematiske objektet kan representeres på forskjellig vis, kan det være vanskelig å finne den representasjonen som er mest egnet og noen ganger trenger man også flere representasjoner av samme objekt for å nå formålet. Duval (2006) har delt inn representasjoner inn i fire forskjellige register etter hvilken type representasjon det er. Å bytte fra en representasjon til en annen kan være utfordrende fordi viktige egenskaper og vesentlig informasjon kan bli borte. Slike bytter kaller Duval (2006) for transformasjoner. Duval (2006) skiller mellom to typer for transformasjoner innenfor representasjoner, behandling og omdannelse. Behandling skjer når representasjoner transformeres innenfor samme representasjonsregister. Dette kan for eksempel handle om å skifte fra skriftlig til muntlig språk eller ved å gå fra reelle tegninger til abstrakte tegninger. Omdannelse skjer når representasjoner transformeres mellom ulike representasjonsregister og er mer komplekst enn behandling fordi det krever gjenkjennelse av det samme objektet i representasjoner innenfor ulike register. Omdannelse er derfor en kritisk og vanskelig fase fordi innholdet i representasjonene kan være så forskjellig at det er vanskelig å se at de representerer samme objekt (Duval, 2006). I arbeid med tekstoppgaver skjer det en omdannelse mellom teksten og representasjonen, som er innenfor registrene «naturlig språk» og «ikoniske og ikke-ikoniske». Dette gir elever en utfordring med å klare å omdanne representasjonene uten at viktig informasjon faller ut. I arbeid med tekstoppgaver kan elever få behov for å innom flere register ved å bruke både tekst og tegning.

Papandreou (2009) forklarer at små barn ofte finner det vanskelig å strukturere interne representasjoner for aritmetiske problem. En av løsningene på dette problemet, kan være å jobbe med visualisering. En av strategiene for å visualisere problemet, er integrering av tegningsaktiviteter. Tegninger, eller piktografiske representasjoner kan handle om å forenkle et matematisk konsept til et bilde. På denne måten blir representasjonene bilder som elever kobler mot bestemte symboler og begreper, noe som gjør de symbolske begrepene mer konkrete for eleven. Selv om man underviser i å lage piktografiske representasjoner, må elevene også vite hvordan representasjonene skal brukes (Westernskow, Moyer-Packenham, Anderson-Pence, Shumway & Jordan, 2014). Når elevene ikke får veiledning i hvordan de skal utvikle og bruke representasjonene, blir det vanskelig å arbeid med problemløsning, fordi de ikke klarer å skape representasjoner som de kan bruke til å løse et problem. Dette skaper en sammenkobling mellom representasjonene som brukes i undervisningen og elevenes evne til å utvikle og bruke representasjoner for å gi nøyaktige matematiske svar.

Det finnes ulike formaliteter av representasjoner og ulike typer innenfor tegning i matematikk. Innenfor formalitet av representasjoner deler Webb, Boswinkel og Dekker (2008) inn i tre hovedtyper, uformelle, preformelle og formelle representasjoner. De uformelle representasjonene er laget av elevene selv og er nært knyttet til konteksten. Gradvis går man over mot formalisering og får en preformell representasjon. De preformelle representasjonene er knyttet til konteksten samtidig som de har med noen abstrakte og formelle aspekter. Helt til slutt kommer de formelle representasjonene som handler om de matematiske notasjonene og språket, slik som tall, aritmetiske symboler og begreper. Av ulike representasjonstyper innenfor tegning i matematikk har Papandreou (2009) laget fire kategorier som viser hva som blir representert i tegningen. Den første kategorien er bokstaver eller ord. Her inngår alt av skriving, bortsett fra tall. Den andre kategorien som Papandreou finner er bilder, som handler om piktografiske representasjoner som representerer objekter ved problemet. Den tredje kategorien er oversatt til vilkårlige, ikke-konvensjonelle symboler. I denne kategorien inngår all form for tellestreker, oppmerking, sirkler, prikker og lignende hjelpemidler for å kunne telle. Den siste kategorien kaller hun for nummer, hvor alt av skrevne tall inngår. Papandreou (2009) deler inn representasjonstypen «bilder» inn i ulike deler, basert på hvilke deler av problemløsningsoppgaven tegningen representerer. Den første delen hun ser, er bilder som er knyttet til selve fortellingen, men som ikke nødvendigvis er knyttet til selve problemet. Det andre hun legger merke til har hun kalt for «global representasjon av kvantitet uten nøyaktighet». Her klarer man ikke å gjenkjenne de forskjellige dataene i problemet, men fokuset ligger i hvor mange det er av dem. Det tredje funnet, er elever som tegner en representasjon av grupper. Her tegnes det et objekt som representerer en hel gruppe objekter fra problemet. Den siste bemerkningen ved bildene er at noen tegner med en-til-en korrespondanse. Her tegner eleven alle objektene som er beskrevet i problemet, noe som hjelper eleven til å senere kunne nevne alle tallene en etter en, samt. kunne telle over (Papandreou, 2009).

2.2 Tegning som produkt

Nå skal jeg se på teori som belyser den første funksjonen for problemstillingen, tegning som produkt. Innenfor tegning som produkt vil det komme sentrale begreper som vil bli benyttet i analysen. Her handler det om hvilke detaljer og hvilken matematikk som vises i tegningen og hvordan tegningen blir brukt som en representasjon. Først belyses skillet mellom piktografiske og ikoniske tegninger, før jeg går inn i grad av abstraksjon og detaljer. Til sist presenteres matematiske detaljer, hvor skjematiske og ikke-skjematiske tegninger er sentrale begreper, samt. matematisk struktur som ser på de matematiske forholdene i tegningene.

2.2.1 Piktografisk og ikonisk

Piktografiske og ikoniske tegninger har et skille som ser på om tegningen har reelle objekter eller ikke. Piktografisk tegning har realistiske avbildninger av objektene som er oppgitt i problemet (Bakar et al., 2016). Elever prøver å representere utseende til det objektet de har blitt presentert for, enten gjennom bilder, beskrivelser eller fortellinger (Carruthers & Worthington, 2006). En piktografisk tegning er derfor en realistisk avbildning av objektet med ulike grader av detaljer. En ikonisk tegning kan inneholde de samme objektene som en piktografisk tegning, men benytter enkle linje og former for å skissere de tiltenkte objektene (Bakar et al., 2016). En ikonisk tegning er derfor en abstrakt avbildning av objektet, med noen til minimalt med detaljer. Det kan være vanskelig å skille på om en tegning er piktografisk eller ikonisk fordi en sirkel kan for eksempel være både piktografisk og ikonisk hvis det representerer et hjul eller et hode (Teledahl, 2017).

2.2.2 Grad av abstraksjon og detaljer

Tegning er noe av det første barn jobber med når det handler om abstraksjon og bruk av symbolsystem (Brooks, 2009). Barn går fra forseggjorte tegninger til mer symbolske representasjoner (Woleck, 2001). Når elever flyttes fra tegning av bilde til symbolbruk, engasjerer de seg i abstraksjon. Abstraksjon i matematikk innebærer bruk av symbolisering for å fjerne unødvendige funksjoner, slik at symbolene kan manipuleres enklere. Ott (2017) forklarer at elevenes tegninger av tekstoppgaver er realistiske i større eller mindre grad. For å analysere hvor realistisk tegningen er, brukes ideen om abstraksjon, som kan defineres som en fokusering av oppmerksomhet på enkelte sider. Denne ideen brukes til å definere graden av abstraksjon. Ott (2017) karakteriserer graden av abstraksjon i en representasjon som grad av fokus på problemets matematiske aspekter. Grunnlaget for den matematiske strukturen til representasjon er de relevante objektene, som er viktige for å definere graden av abstraksjon. De to indikatorene er identifisert som fokus på de relevante objektene og de matematiske egenskapene. Her kikkes det på om tegningen inneholder andre objekter som ikke er relevante for oppgaven og om objektene er dekorerte eller bare representerer de matematiske egenskapene (Ott, 2017).

Tegninger inneholder ulike grader av detaljer (Saundry & Nicol, 2006). Noen tegninger er veldig kunstneriske og forseggjorte mens andre tegninger er mer abstrakte og enkle. Elever kan miste fokus ved å fokusere på utdypende detaljerte bilder i stedet for å fokusere på de matematiske egenskapene. Selv om tegningen er detaljert, kan tegningen fortsatt inneholde mye av matematikken ved tegninger fra regnefortellingen eller problemet. I prosessen med å gjøre en tegning mer abstrakt, kan elevene tegne en «nøkkel», noe som forklarer hva objektet representerer. Ofte er slike nøkler på tegninger ord, men det kan også være et mer detaljert objekt (Teledahl, 2017). Tegningen kan inneholde flere objekter hvor et av de er detaljert og enklere å se hva det representerer enn de andre, og leseren er dermed avhengig av nøkkelen for å forstå hva de andre objektene representerer.

2.2.3 Matematiske detaljer

Edens og Potter (2007) presenterer to typer for visuell representasjon, skjematisk og ikke-skjematiske tegninger, som ser på matematikken i tegningen. En skjematisk tegning ligner ofte et diagram hvis romlige relasjoner og proporsjoner mellom objekter er med i tegningen. En skjematisk tegning kan inneholde flere detaljer, men detaljene viser en komponent av problemet. Noen ganger er tall inkludert i skjematiske tegninger. En ikke-skjematisk tegning kan inkludere detaljer som er overflødige til løsningen av matematikkproblemet. Edens og Potter (2007) hevder at barns problemløsningsprestasjoner er avhengig av hvilken tegningstypene de produserer. Elever som skaper skjematiske tegninger har en bedre prestasjon enn de som ikke lagde slike tegninger. Skjematiske tegninger er ikke nødvendigvis forenklede tegninger, men kan snarere være en type bilder som viser proporsjonal tenking (Edens & Potter, 2007). En piktografisk tegning som er ikke-skjematisk, kan være en illustrerende tegning, som ikke inneholder noen matematiske komponenter fra problemet, men brukes bare som et illustrasjonsmiddel for å illustrere problemet (Teledahl, 2017).

Matematisk struktur defineres som en ubestemt mengde, som er strukturert ved å definere relasjoner og operasjoner mellom settets elementer (Ott, 2017). Denne definisjonen brukes for å identifisere både den matematiske strukturen i tekstoppgaver og i grafiske representasjoner, slik som tegning. Den matematiske strukturer identifiseres i tegninger gjennom fem steg og seks ulike kategorier for matematisk struktur. En representasjon er «ikke-grafisk», hvis den bare består av beregning eller tekst. Selv om de bruker aritmetiske symboler, følger ikke eleven alltid den konvensjonelle måten som voksne gjør. Dette faktum viser at de ikke har forstått meningen og funksjonen til symbolene fullt ut (Papandreou 2009). Ett av de matematiske symbolene det er mange misoppfatninger ved, er likhetstegnet. Van De Walle, Karp og Bay-Williams (2014) forklarer misoppfatning av likhetstegnet med at matematikkbøker ofte fremstiller likhetstegnet som et «her kommer svaret»-symbol. Også lærerens måte å fremstille et regnestykke på ved å spørre «hva blir svaret» er med på å skape en misoppfatning til elever om at «svaret» skal komme bak likhetstegnet (Van De Walle et al., 2014). Representasjonen kan være «av teksten», hvis den har med grafiske elementer uten link til teksten med hensyn til innholdet. Den kan være illustrerende, om den har grafiske elementer med en kobling til teksten, men ingen relevante objekter er representert. Representasjonen er objekt-relatert, hvis den har grafiske elementer med en kobling til teksten og relevante objekter er representert selv om forhold mellom dem ikke er identifiserbare i arrangementet. Hvis representasjonen har grafiske elementer med en kobling til teksten, og relevante objekter er representert og relasjoner mellom dem er identifiserbare i arrangementet, kalles representasjonen for enten implisitt eller eksplisitt. Forskjellen ligger i om forholdet er implisitt eller eksplisitt understreket (Ott, 2017).

2.3 Tegning i problemløsningsprosessen

Elevers tegninger kan være et verktøy som brukes i selve prosessen av problemløsningen, og tegning gir mulighet for å tolke elevers kunnskap i problemløsning, noe som vil hjelpe elevenes videreutvikling (Saundry & Nicol, 2006). Det er viktig å vite at ikke alle tegninger som blir produsert i problemløsningsoppgaver er like effektive, og i noen tilfeller kan det føre til feil løsning, kanskje på grunn av manglende forståelse av problemtekst og unøyaktig representasjon av nøkkelinformasjon (Edens & Potter, 2007). I dette delkapittelet skal jeg gjennom teori, belyse hvordan tegningen blir brukt som verktøy i problemløsningsprosessen. Først vil det bli presentert teori som omfatter dynamiske tegninger og tegning som hjelpemiddel. Deretter kobles bruk av tegning opp mot problemløsning i matematikk og bruk av generelle strategier i problemløsning. Avslutningsvis i dette delkapittelet belyser jeg teori om kommunikasjon sammen med tegning i problemløsningsprosessen.

2.3.1 Dynamisk tegning

En dynamisk tegning er en tegning som tydelig inneholder noen form for handling (Carruthers & Worthington, 2006). Saundry og Nicol (2006) hevder at en slik tegning er preget av forandring eller aktivitet. De har også sett på hvordan tegninger hjelper barn til å representere sin matematiske tenkning og at elever bruker tegninger som en manipulativ. Når en tegning blir brukt som en manipulativ, handler det om å manipulere sine bilder underveis og bruke tegningene som de ville ha gjort hvis de hadde brukt fysiske konkreter. Her manipuleres tegningen ved å flytte, eliminere, dele eller omorganisere tegninger slik at man løser problemet. For at tegningen skal kategoriseres som manipulativ, må det forekomme en form for bevegelse. Bevegelser i tegninger kan for eksempel være piler, linjer, sirkler, avkrysning, utvisking ol. For å gjøre selve prosessen eksplisitt for en eventuell leser, kan elever velge å tegne prosessen i sekvenser. Handlingen av objektet kommer i en kronologisk rekkefølge og viser hva som er gjort først og sist. Man kan også bruke gjentagelse, ved å tegne objektet gjentatte ganger med små forskjeller for å indikere endring. Å slette eller krysse ut deler av objektene eller beregningen er også en metode som eksplisitt viser hvordan prosessen har vært. Denne type tegning blir som oftest tegnet underveis mens handlingen skjer og er vanlig å gjøre blant unge elever. Manipuleringer i tegninger kan også komme av en prøve-og-feile-strategi, hvor ulike deler av objektet krysses ut eller fjernes etter hvert i prosessen, selv når man jobber systematisk frem (Teledahl, 2017). For å eksplisitt få frem strukturen i prosessen og hvilke forhold objektene i tegningen har, kan man bruke ulike layouter (Teledahl, 2017). Layouter kan være bruk av linjer, piler, plassering eller avstand som strukturerer objektene i tegningene i forhold til hverandre. Ved å bruke ulike måter å knytte sammen elementer eller objekter i tegningen, kommer ulike strukturer frem, slik som sammenhengen, forholdene eller rekkefølgen. Forholdene mellom objektene i tegningen kan vises gjennom å tegne objektene separate med stor avstand eller ved å tegne de tett sammen. Rekkefølgen kan forsterkes gjennom å sette opp objekter på linjer, bruke piler eller plassering i bestemt rekkefølge. På denne måten formidles elevens meninger og handlinger gjennom å lede leserens oppmerksomhet.

2.3.2 Tegning som hjelpemiddel

En tegning kan være et godt hjelpemiddel for å holde orden og system under selve prosessen. På samme måte som fysiske konkreter eller andre representasjoner, kan en tegning med en funksjonell funksjon bli brukt som et matematisk verktøy. Eksempelvis vil dette oppstå hvis en elev tegner opp objekter i tiergrupper og enere for å enklere kunne telle alle objektene, slik man kan gjøre med unifix kuber (Woleck, 2001). En annen måte å bruke en tegning på, er ved å ha kontroll på de ulike forholdene i problemet. Elevene tegner opp alle objektene som er beskrevet for å holde orden og system. På denne måten kan elever være sikre på at alle objektene er inkludert (Teledahl, 2017). Saundry og Nicol (2006) forklarer at elever kan bruke tegninger i problemløsningsprosesser for å ha struktur og orden, kalt støtte for system. Støtte for system handler om at representasjoner har gitt elevene et stillas for å holde rede på elementene i problemet. Dette stillaset gir eleven en måte å systematisk teste mulige løsninger på. Slike tegninger blir ofte tegnet hvis man skal holde orden og krever i noen tilfeller at man teller over objektene flere ganger (Saundry & Nicol, 2006). Tegninger kan brukes som et "språk" for å dele det matematiske arbeidet (Woleck, 2001). En tegning som fungerer som en "dramatisk" representasjon, følges av matematisk tenkning og å formidle essensen av det matematiske arbeidet. Her er det selve handlingen om hva man gjør i prosessen som er fokuset i tegningen, og ikke det matematiske arbeidet i seg selv (Woleck, 2001). Et eksempel på dramatisk bruk av tegning er når en elev velger å tegne hånden sin for å forklare at han har brukt hånden for å telle.

2.3.3 Problemløsning og strategier

Selv om det inngår en lang liste med prosesser i problemløsning, er problemløsning noe som kommer naturlig for barn i tidlig alder. Problemløsning i matematikk handler om å identifisere hva selve problemet er, hvilken operasjon som skal gjøres, hvilke strategier man vil bruke og om løsningen er reell (Saundry & Nicol, 2006). Barn ønsker å bli involvert i å finne løsninger gjennom lek, visuell kunst og andre tilgjengelige medier. Selv om problemløsning ikke er et nytt forskningsområde, er barns tegning som en problemløsende strategi ikke fullt ut utforsket. Opplevelser med tegning gir barn mulighet til å stille spørsmål, utfordre og planlegge alternative handlingsplaner (Soundy & Drucker, 2009). Forskning på matematiske tegninger indikerer en positiv sammenheng mellom tegning og problemløsning. Forskere hevder at barn som produserer tegninger klarer å løse problemer mer nøyaktige (Edens & Potter, 2007). Tegninger fungerer som et problemløsningsverktøy, hvor barn bruker tegning for å modellere problemet, og senere bruke tegningen som et telleredskap (Bakar et al., 2016). Modellering viser seg å være en relativt naturlig løsning for små barn og små barn kan løse tekstoppgaver med addisjon og subtraksjon, før de har blitt introdusert for noen formelle regler, ved hjelp av direkte modellering (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema & Weisbeck, 1993). Direkte modellering defineres som «dersom eleven bruker konkreter eller tellestreker til å direkte modellere handlingen eller forholdene som er beskrevet i problemet» (Carpenter et al., 1993, s.435, Min oversettelse). Det vil derfor si at det ikke handler om at de bruker ulike materialer, men om hvordan de bruker dem. Hvis eleven bruker en konkret i prosessen, uten at dette direkte representerer handlingene i oppgaven, blir det ikke kalt for direkte modellering.

Å bruke kjente strategier bidrar til færre feil i selve prosessen. Å benytte seg av metoder hvor man ikke forstår de underliggende konseptene, kan gi feil som man selv har vanskelig for å finne fordi de er bygd inn i et system som man ikke har forståelse for (Van de Walle et al., 2015). I kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2006) er hovedfokuset å jobbe med addisjon og subtraksjon i 1.-2. klasse og det er derfor naturlig å tenke at dette vil bli sentrale deler for strategier som inneholder regning. Arbeid med multiplikasjon og divisjon er ikke i hovedfokus før etter 2.klasse, så det er dermed tenkelig at elevene benytter gjentatt addisjon og subtraksjon i stedet for multiplikasjon og divisjon. Det finnes mange ulike strategier for å jobbe med problemløsning og elevene har dermed mulighet til å finne den strategien som passer dem best. Å bruke en prøve-og-feile-strategi krever strategiske forsøk, refleksjoner og nødvendige justeringer. Underveis i prosessen prøver man å forutsi hva som kan være løsningen. Elevene må selv analysere sine valg og justere til riktige mengder. Selv om denne strategien kan være mye vanskeligere enn den høres ut som, er det også en strategi som ikke krever så mange forkunnskaper og i noen tilfeller kan svaret være korrekt selv om eleven ikke har forstått problemet eller prosessen. En annen strategi som ofte brukes i problemløsning, er å jobbe med ulike mønster. Elever kan finne mønster og sammenhenger eller de kan lage mønster basert på noen kriterier eller repetisjoner (Van de Walle et al., 2015).

2.3.4 Muntlig språk og kommunikasjon

For å få tak i hva elevene tenker underveis i tegneprosessen, er vi avhengig av andre uttrykksmåter, slik at det blir en multimodal aktivitet. Multimodalitet er to eller flere ulike uttrykksformer som skjer samtidig. Ulike uttrykksformer kan være skrift, symboler, tegning, verbalt, film, musikk og lignende (Papandreou, 2014). Multimodalitet handler om forskjellige former for kommunikasjon som felles bidrar til å formidle en mening (Teledahl, 2017). Fordi tegneaktivitet ofte forekommer sammen med andre parallelle handlinger, blir tegning anerkjent som en multimodal aktivitet (Papandreou, 2014). Barn binder sammen tegning med skriving, bevegelse og lyd, men disse alternative modusene for representasjon blir ofte imidlertid ikke høyt verdsatt i skolens innstillinger (Soundy & Drucker, 2009). Tegning som aktivitet kan dermed også dra med seg ulike estetiske aspekter som kan vekke interesse og motivasjon for elever som ikke har positive assosiasjoner til matematikk (Eberle, 2014).

Kommunikasjon trenger ikke å gå via muntlig språk, men kan også være symboler, algebraiske systemer, tegning, skriving og lignende. Tall, ord og symboler er skriftlige uttrykksformer som man kan finne i tegninger (Papandreou, 2009). Når barn tolker andres handlinger, holdninger, krav og forventinger, begynner de å bygge egne meninger og holdninger som hjelper dem å kommunisere og forstå verden rundt dem (Papandreou, 2014). Tegning bidrar til å gjøre barns tenking synlig. Når barns ideer blir til noen form for materiell, gjennom tegning, blir barn i stand til å bruke tegninger for å diskutere, sammenligne og utdype sine og andres ideer (Brooks, 2009). I den arenaen som tegningen og prosessen skjer, er derfor samtalene en veldig viktig del (Woleck, 2001). Selv om samtalene er impulsive kan elever komme med spørsmål, klargjøre, forsvare og begrunne ut ifra sin matematiske forståelse. Dette viser at barns tegning alene kan miste mye av den matematiske tenkingen og forståelsen som ligger bak (Woleck, 2001).

Tegningsaktivitet er anerkjent som et visuelt språk som hjelper barn med å kommunisere med andre. Små barn er ofte ikke i stand til å uttrykke seg og kommunisere enkelt og effektivt gjennom verbalt språk. Tegning hjelper dem å overvinne begrensinger i kommunikasjon og blir sett på som et naturlig aspekt i barns utvikling av fantasi og for å kunne uttrykke seg (Papandreou, 2014; Bakar et al., 2016). Når små barn har begrensninger i verbalt og skriftlig språk, blir tegning et kommunikasjonsmiddel og får en formidlingsrolle for å skape forståelse og for å løse problemer (Brooks, 2009). Barn bruker ofte språk, tegning og andre former for uttrykk, for å forbedre kommunikasjonsprosessen. For eksempel når de innser at tegningene deres ikke er forståelige for andre eller når de tror at den grafiske representasjonen ikke er tilstrekkelig, legger de spontant verbale eller skriftlige forklaringer til tegningene, for å kunne formidle den riktige meldingen. Til tider ber de om hjelp fra voksne eller jevnaldrende med sikte på å forbedre sine symboler gjennom diskusjon. De har også innsikt i at deres grafiske symboler og verbale avklaringer ikke alltid er tilstrekkelige til å uttrykke og formidle hva de vil.

2.4 Estetikk og kreativitet

Tegning gir unge elever en arena hvor de kan prøve nye ideer, være kreativ og koble matematikk til et estetisk uttrykk. Barns store fantasi hjelper dem å stige over restriksjoner fra den fysiske verden og lar de bruke magiske elementer som åpner stier for å løse vanskelige problemer. Som barn engasjerer seg i den aktive prosessen med meningsdannelse og problemløsning, kommuniserer de kreative og fantasifulle tanker og følelser gjennom en rekke symbolsystemer (Soundy & Drucker, 2009). Elever som er dyktige til å bruke kunst til å formidle sitt unike perspektiv, klarer enkelt å jobbe med problemløsning (Soundy & Drucker, 2009). I selve prosessen av problemløsningen produserer barn egne fantasifulle og problemløsende scenarier (Soundy & Drucker, 2009). På denne måten lever barn seg inn i problemet og får et annet perspektiv på det matematiske problemet. Situasjoner hvor barn klarer å leve seg inn i problemet, kan gi estetiske inntrykk, noe som kan ha stor påvirkning i hvordan elevenes valg i prosess blir. Estetikk i matematikk har en motiverende kraft og spiller en rolle i barns matematiske tenkning (Eberle, 2014). Det er ulike kriterier som gjør noe estetisk og de kan ofte være relatert til viktige kriterier i matematikken. De tre viktigste estetiske kriteriene som barn bruker i matematikkoppgaver er virkelighetskobling, farger og kompleksitet (Eberle, 2014). Med virkelighetskobling handler det om at elevene prøver å finne et objekt eller en kontekst som man kan sette objektet eller problemet i. Virkelighetskobling kan også handle om objekter som virker hensiktsmessige for et realistisk bruksområde eller som passer til spesifikke bruksområder. At problemet stammer fra noe reelt, kan være med på å hjelpe elevene med å forstå den matematiske meningen av problemet (Nicol & Crespo, 2005; Papandreou, 2009). Hvilke farger elevene bruker kan ha en stor påvirkning i elevenes vurderinger. Ulike farger kan gi gode eller dårlige assosiasjoner og det blir ofte betraktet som positivt å ha med flere farger. Innenfor farger nevnte også Eberle (2014) at valg av farger kan være viktig for at din løsning skal bli unik. Unik handler om å være kreativ og finne nye løsninger og kan være et viktig kriterium i vurderingen av farger (Eberle, 2014). Med kompleksitet menes det at oppgaven, objektet eller løsningen ikke er for komplisert, men heller ikke for enkel. Nivået legges derfor på et behagelig komplekst nivå (Eberle, 2014).

2.5 Tidligere forskning

For å være forberedt på hva som kan dukke opp i tegningene, har jeg sett på hva tidligere studier har fått av resultater. Dette gir en pekepinn på resultater som denne studien kan få, men siden studien har en kvalitativ forskningsmetode, trenger ikke resultatene å samsvare. Tidligere studier foreslo tegning som en populær, komfortabel og kjent aktivitet blant elevene, særlig når det var barnets valg å lage en tegning (Papandreou, 2014). Likevel produserte ikke barna i studien til Bakar et al. (2016) spontant teninger som en del av den matematiske aktiviteten. Selv om de uttrykte en «manglende evne» for tegning, sier Bakar et al. (2016) at det ikke var tegningen som var vanskelig, men at det var mangel på erfaring rundt at tegning som et formål for matematisk representasjon (Bakar et al., 2016). Essen og Hamaker (1990) har derimot funnet ut at 5.klassinger oppnådde bedre på en tekstoppgave når de fikk beskjed om å lage skjematiske tegninger av problemet. Her handler det om hvilke erfaringer elever har med tegning og bruk av tegning i problemløsningsprosesser. Tidligere erfaring og lærere vil derfor ha en påvirkning på hvordan elever jobber med tegning. Noe annet som også har en påvirkning på elevers arbeid, er de ulike objektene som brukes underveis. Et vanlig blankt ark, vil være en geometrisk figur som ikke er kjent for et barn og arket forsterker rene og rette linjer og hjørner (Blenkin & Kelly, 1996). Dette eksemplet viser hvor «enkelt» andre kan påvirke hvordan man tenker og handler og det er derfor viktig å vite at små detaljer kan være med å påvirke barns tegninger.

Modellering viser seg å være en relativt naturlig løsning for små barn. Carpenter et al. (1993) forklarer at forskning har dokumentert at barn kan løse tekstoppgaver med addisjon og subtraksjon, før de har blitt introdusert for noen formelle regler, ved hjelp av direkte modellering. Gjennom forskningsarbeid til Papandreou (2014) med barn fra 4-7 år, finner de ut at flere av elevtegningene inneholder representasjoner av de aritmetiske dataene av problemet, som kommer frem i barnas problemløsningsarbeid gjennom tegneaktiviteter. Resultatene fra studien til Papandreou (2009) viser at barn ikke har noen problemer med tegneaktiviteter for å finne egne symboler og løse problemer.

3 OPPGAVENE

For å gi et best mulig overblikk og et klarere inntrykk av metodekapittelet, kommer det et kapittel om selve oppgavene som er blitt brukt for å samle inn datamateriell. Her presenteres hvordan jeg valgte ut oppgavene, hva de legger til rette for og å se på hvilke metoder som elevene kan bruke for å løse oppgavene. Her kommer også et innblikk i det matematiske innholdet i oppgaven. Siden jeg valgte å ta ut kun de elevbesvarelsene som inneholdt tegning, vil de ulike valgene og løsningsforslagene jeg presenterer, ta utgangspunkt i tegning.

I planleggingsfasen var det flere kriterier jeg måtte ta stilling til i forhold til oppgavene. Det første jeg tok stilling til, var hvor mange oppgaver som skulle gis til elevene. Med tanke på at innsamlingen ikke skulle gå utover flere timer, ble det regnet frem til at tre oppgaver ville være ideelt, slik at elevene fikk 20 minutter pr. oppgave. Ved å gi elevene god tid til hver oppgave, unngikk jeg å få hastesvar fordi de ikke ble helt ferdige. De tre oppgavene går alle under kategorien problemløsningsoppgaver med ulke innfallsvinkler og åpenhet for ulike strategier. Oppgavene er inspirert av ulike artikler som forsker på tegning i problemløsningsoppgaver i matematikk. Den første oppgaven, som blir kalt «blomsterbutikken», er inspirert av Csíkos, Szitányi og Kelemen (2012) mens de to andre oppgavene, «garasjen» og «fotballcupen» er inspirert av Woleck (2001).

3.1 Valg av oppgaver

For å være sikker på at oppgavene bidrar til å gi et rikt datamateriale, valgte jeg å gå inn i oppgavene og se på hvilke fallgruver de hadde. Her ble ulike elementer endret, slik at oppgavene passet etter ønsket formål. Det første jeg endret på, var de ulike variablene i oppgavene. Når valget av de ulike totalantallene i oppgavene forgikk, passet jeg på at totalantallene ikke hadde samme verdi, slik at elevene ikke blandet mellom hvilke antall som tilhørte de ulike oppgavene. Like tallsiffer kan være til forstyrrelser og forvirring for elever. Man lærer mye fra krevende variasjon og det som varieres påvirker hvordan vi lærer. Spesielt når elever møter et nytt matematisk objekt, begrep eller prosedyre for første gang, er det nyttig hvis eksemplene som brukes hjelper dem å skille forholdet og rollene mellom de ulike variablene gjennom å bruke variabler med ulik verdi (Rowland, 2008). Jeg valgte å benytte tallene 20, 22 og 24 som totalantall fordi de har mange muligheter. Disse tallene gir flere ulike løsningsforslag og er «snille tall» fordi de er partall, kan deles opp på enkle måter og har ingen desimaler. Ved å være bevisst på hvilke tall som brukes, er man med på å ta stilling til hvilke strategier du tenker at elevene vil bruke og hvilken rolle de ulike tallene skal ha (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Etter at oppgavene var laget, måtte jeg ta stilling til hvilken rekkefølge oppgavene skulle komme i. På forhånd var oppgavene delt inn etter hvor mange gitte rammefaktorer som de hadde. De gitte rammefaktorene var ulike kriterier om antall og en minimums- og maksimums begrensning. Oppgavene hadde enten en, to eller tre gitte rammefaktorer med bestemte antall og ulike begrensninger. Jeg ønsket at oppgaven med to gitte rammefaktorer skulle komme først, for å tvinge frem en struktur uten at de måtte jobbe med tre rammefaktorer. Den oppgaven med tre gitte rammefaktorer bestemte jeg at skulle komme til slutt, siden elevene da kanskje hadde funnet noen effektive måter å jobbe på. Den oppgaven som bare hadde en gitt rammefaktor kom dermed i midten av de to andre. Å benytte seg av velvalgte eksempler vil gi sikkerhet og kontroll på at det ønskede pedagogiske formålet man har blir nådd (Rowland, 2008).

3.2 Oppgavene og løsningsforslag

Nå skal jeg presentere de ulike oppgavene som elevene har fått i denne studien. Etter å ha presentert oppgaven og det matematiske grunnlaget i oppgaven, kommer noen løsningsforslag og refleksjoner på hvordan oppgaven kan løses, slik at jeg er forberedt på hva som kan komme av løsningsforslag fra elevene. Jeg hadde på forhånd bestemt at elevene skulle tegne uten noen andre konkretiseringsmaterialer. Elevene fikk utdelt hvert sitt ark, noen grå- og fargeblyanter og ønsket med dette å se hvilke representasjoner de valgte å bruke.

3.2.1 Blomsterbutikkoppgaven

Lilly jobber i en blomsterbutikk. Hun skal fordele 24 blomster i noen blomstervaser. Det skal være minst 3 blomster i hver vase, men det er ikke plass til flere enn 5. Kan du hjelpe Lilly med å fordele blomstene?

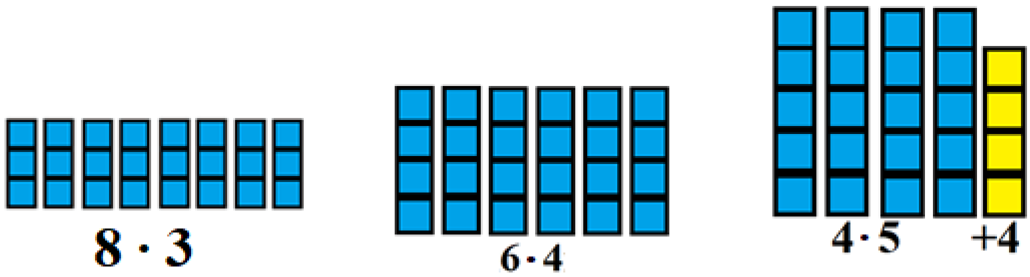
Denne oppgaven har to gitte rammefaktorer, antall blomster på 24 og en minimum- og maksimum- begrensning på tre og fem. De fleste barn har et forhold til blomster, enten det er hjemme på stuebordet eller plukking av hvitveis en tidlig vårdag. Oppgaven kan derfor kobles til virkeligheten og kan enkelt gjøres helt konkret.

Uten å ha regnet på oppgaven, vet man ikke om det vil være mulig å ha like mange blomster i hver vase og hva som er minimum og maksimum antallet på vaser. Dette kan man finne ut av gjennom divisjonsalgoritmen. I divisjonsalgoritmen sies det at: «gitt to heltall a og b, med b > 0, da finnes unike heltall q og r slik at: $a = qb + r \quad 0 \leq \mathrm{r} < \mathrm{b}$ q kalles kvotient og r kalles rest når vi deler a med b» (Burton, 2011, s.17). Ut ifra divisjonsalgoritmen kan vi si at et hvert tall kan skrives som $3n, 3n + 1$ og $3n + 2$ med heltall 3. Dermed kan vi finne ut av om vi kan dele ut 3 blomster, som er minimumskravet, til hver vase og om det blir noen blomster i rest.

$24 = x3 + r \quad 24 = 8 \cdot 3 + \mathrm{r} \quad 24 = 24 + 0$

$24 = x4 + r \quad 24 = 6 \cdot 4 + r \quad 24 = 24 + 0$

$24 = x5 + r \quad 24 = 4 \cdot 5 + \mathrm{r} \quad 24 = 20 + 4$



Figur 1: Divisjonsalgoritmen

I dette tilfellet gikk det opp uten noen rest når vi delte tre blomster i hver vase. Hadde det blitt en eller to i rest, ville den siste vasen ha fått en eller to flere blomster i seg. Å plassere tre blomster i hver vase viser altså maksimalt antall vaser man kan ha, fordi jeg i denne algoritmen jobber med minimumskravet. Også med å bytte heltallet i divisjonsalgoritmen til fire, går det opp uten å få noen rest. En rest får vi dersom vi bruker fem som heltall som også viser minimumsløsningen for antall vaser. Fallgruven med å benytte fire eller fem som heltall i divisjonsalgoritmen er at resten kan bli en eller to, noe som gjør at man må omorganisere på flere av vasene. Dette er en formell notasjon som andreklasseelever trolig ikke kommer til å bruke, men viser hvordan man kan tenke når man løser en slik oppgave. Elevene kan tenke slik divisjonsalgoritmen viser og dermed lage en minimumsløsning, hvor man tar tre i hver vase og plasserer resten som bli igjen i den siste vasen som allerede har tre i seg. De kan også velge å lage en maksimumløsning, hvor de plasserer fem blomster i hver vase og ser hvor mange det blir igjen til slutt. Disse løsningene viser at minst antall vaser er fem og maks antall vaser er åtte og gir en begrensning på hvor mange mulige løsninger det er mulig å finne. Denne oppgaven har til sammen åtte ulike løsninger hvor det minst er tre og maks fem blomster i hver vase.

Siden denne oppgaven ikke har noen bestemt divisor, kan elevene selv velge å utføre oppgaven som målings- eller delingsdivisjon (Van de Walle et al., 2015). Løser de problemet gjennom målingsdivisjon, bestemmer de seg for et antall de ønsker at hver vase skal inneholde. En minimums- og maksimumsstrategi vil være målingsdivisjon. Innenfor delingsdivisjon handler det om at de på forhånd bestemmer seg for antall vaser de ønsker. Her kan de for eksempel tegne opp syv vaser for deretter å fordele ut en og en blomst til de syv vasene. Også her kan elevene komme til problemet med at de har tegnet opp for få eller for mange vaser og er derfor avhengig av å kunne omrokere på blomstene.

Det finnes også flere metoder og strategier å jobbe på i arbeid med problemløsningsoppgaver. En generell strategi som elever kan bruke er prøving og feiling. Her kan elevene vilkårlig sette inn x antall blomster i hver og dermed satse på at det blir riktig antall. Det er viktig at elevene dobbeltsjekker om de har besvart oppgaven ut ifra de gitte kriteriene og eventuelt omorganisere for å finne en løsning. Prøve-og-feile-strategien kan også forekomme i de andre to oppgavene (Van de Walle et. al, 2015). En annen strategi som også er generell, er at elevene kan se etter egenskapene hos totalantallet, som i blomsterbutikkoppgaven er tallet 24. Elevene kan velge å dele opp 24 i tiere og enere, noe de kan gjøre ved å lage en gruppe med vaser som til sammen inneholder ti blomster. Denne kan derfor kopieres to ganger, for så å legge til en vase med fire blomstre i. De kan også lage seg mønster med ulike additive strukturer av antall blomster, som for eksempel 3-4-5-3-4-5, 3-5-3-5-3-5 eller 3-4-3-4-3-4-3. En annen måte å se på egenskapene til 24 på, er ved å primtallsfaktorisere eller halvere 24. Starter man med hele totalantallet, ser man at $24 = 12 + 12, 12 = 6 + 6$ og $6 = 3 + 3$ og slik kan man ende man opp med $8 \cdot 3$.

3.2.2 Garasjen

I garasjen til familien Pedersen finnes det mye rart. Til sammen har de 22 hjul som befinner seg på ulike gjenstander. Hvilke gjenstander kan familien Pedersen ha i garasjen sin?

Denne oppgaven har bare en gitt rammefaktor, noe som gjør at elevene får store valgmuligheter i hvordan de velger å løse oppgaven. En formell notasjon på denne oppgaven kan være: $22 = 1a + 2b + 3c + 4d + 5e \ldots 22v$, noe som tilsier at oppgaven kan løses som et addisjonsstykke. Her vises det hvordan 22 er bygd opp med ulike grupper med ulikt antall. Ut ifra denne formelle notasjonen, vises det at oppgaven har mange løsninger. Siden den eneste gitte rammefaktoren er at totalantall hjul skal være 22, vil antall løsninger være alle mulige oppbygninger av 22. Løsningene kan dermed variere, hvor et objekt med 22 hjul er løsningen med minst objekt og 22 objekt med et hjul er løsningen med flest objekt. Siden oppgaven kommer i en kontekst vil det være noen løsninger som vil være mer reel fordi det er naturlig å anslå at kjøretøy kommer med to til seks hjul.

I garasjeoppgaven må elevene tenke på gjenstander som har hjul. Dette krever at de kobler oppgaven til virkeligheten og husker gjenstander de enten har hjemme eller som de har sett. Til denne oppgaven er det naturlig å se for seg at noen av elevene vil tegne selve garasjen, slik at de holder seg nært knyttet til konteksten. Jeg tenker at elevene vil koble oppgaven til sin egen garasje og tegne hva de selv har i garasjen. Hvis kreativiteten «stopper» eller elevene ikke ser poenget i at en garasje inneholder ulike gjenstander, kan det forekomme tilfeller hvor elevene tegner bare biler, bare sykler ol. En av utfordringene til denne oppgaven er å telle antall hjul som man ser på tegningen og ofte tegnes gjenstander fra siden i et normalperspektiv. Dette kan føre til at man tegner to hjul på en bil, og dermed tenker at bilen tilsvarer to hjul. Å ikke tegne med en-til-en korrespondanse blir en fallgruve for alle slike kjøretøy fordi antall hjul i tegningen ikke tilsvarer riktig antall hjul i virkeligheten. Oppgaven gir mulighet til å se hvordan elevene vil løse dette problemet, og det vil være interessant for mitt forskningsspørsmål.

Når det kommer til mulige strategier som kan benyttes til denne oppgaven, vil flere av de generelle strategiene, som ble presentert i blomsterbutikkoppgaven, være aktuell. Blant annet kan det være en strategi å se på egenskapene til tallet 22. Her kan man for eksempel lage seg en gruppe med ulike objekter som har fire hjul for deretter å gjenta denne gruppen så mange ganger som mulig. Elevene kan også dele opp 22 i tiere og enere, noe som gjør det enklere når de skal holde tellingen. Siden 22 er et partall og flere av gjenstandene, slik som bil, sykkel, henger ol. har partall som antall hjul, tenker jeg at noen av elevene vil benytte to og fire flest ganger i denne oppgaven. Ved å bruke objekter som har oddetall som antall hjul, blir de «tvunget» til å finne enda en gjenstand med oddetall.

3.2.3 Fotballcup

20 barn skal på fotballcup. Det er til sammen 8 biler som skal kjøre. I bilen er det ikke plass til flere enn 4 barn og for at alle skal ha noen å prate med, skal det være minst 2 barn i hver bil. Kan dere hjelpe de med å fordele seg i bilene?

Denne oppgaven byr på tre gitte rammefaktorer, antall barn, antall biler og en minimum og maksimum begrensning. Med flere elementer som spiller inn, blir også ulike løsninger minsket. Denne oppgaven har derfor bare tre ulike løsninger. Barna kan enten bli fordelt 2-2-2-2-2-2-4-4, 2-2-2-2-3-3-3-3 eller 2-2-2-2-2-3-3-4 i de åtte bilene.

Fotballcup-oppgaven er den samme oppgaven som «hekseoppgaven» Woleck (2001) benytter seg av. Ingen av tallene er endret, men forandringene jeg har gjort er med på å gjøre oppgaven mer realistisk og virkelighetsnær for elevene. Fotballcup er noe de fleste elever kjenner til og oppgaven kan være et reelt dilemma. Minimums- og maksimums-kravene ble også mer forståelig i denne konteksten, da det er kjedelig å sitte alene med en voksen i en bil, derav to, og det er bare plass til fire stykk i en vanlig bil sammen med sjåføren. Denne oppgaven kan løses som delingsdivisjon. Her vet vi hvor mange som skal deles ut og hvor mange de skal deles i. Jeg kan se for meg at elevene tegner opp antall elever og antall biler, før de fordeler ut et og et barn til hver bil. De kan også fordele ut to i hver bil, som er minimumskravet, for så å fordele ut de resterende barna. En aritmetisk måte å fremstille denne oppgaven på kan se slik ut: $8 = x + y + z \quad 20 = 2x + 3y + 4z$. Her krever det at man først finner ut en kombinasjon av antall biler med ulikt antall barn.

De tre oppgavene som nå har blitt presentert er grunnlaget for innsamlingen av datamateriale. Den aritmetiske fremstillingen av oppgavene viser hvor innviklet det kan være å løse oppgavene gjennom formell notasjon. Å løse oppgaver gjennom ligninger og ren aritmetikk trenger ikke å være den enkleste og mest effektive metoden for å komme frem til løsningen. Oppgavene åpner for mange ulike måter å uttrykke og representere matematikk på. Ved å bruke problemløsningsoppgaver som legger til rette for at elever kan bruke tegning som representasjon, vil dette være med på å gi nyttig empiri som kan belyse mitt forskningsspørsmål. Gjennom elevenes representasjoner av oppgavene, får jeg mulighet til å studere hvordan elevene jobber i prosessen og får sett hvilke detaljer som tas i bruk i tegningen. Til disse oppgavene vil blomster, ulike kjøretøy, biler og barn være de sentrale objektene som kan representeres piktografisk, og alle objektene kan tegnes ulikt gjennom forenklede eller detaljerte versjoner.

4 METODE

I dette kapittelet skal jeg først gå inn på valgt forskningsmetode og innsamlingsmetode. Her redegjøres mine valg og belyses ulike fordeler og ulemper disse fører med seg. Videre blir det fortalt om praktiske valg og selve gjennomføringen av datainnsamlingen, hvor jeg har benyttet oppgavene som er presentert i det forrige kapittelet. Deretter beskrives bearbeidingen og analyseprosessen av datamaterialet, før gyldigheten og påliteligheten rundt studien blir presentert. Avslutningsvis belyses de ulike etiske betraktninger jeg har tenke på underveis, før det kommer en drøfting av selve metoden.

4.1 Valg av kvalitativ forskningsmetode

Denne masteroppgaven baserer seg på forskningsspørsmålet «***Hvilken funksjon har tegning for tre andreklasseelevers arbeid med problemløsningsoppgaver?*»*.** Jeg er derfor avhengig av å jobbe tett på elever og skaffe datamateriell gjennom våre relasjoner. Med dette forskningsspørsmålet som utgangspunktet, ble det derfor viktig for meg å velge en forskningsmetode som ga meg mulighet til å konsentrere meg om noen få elever, samt. å skape gode relasjoner slik at elevene opplevde det som trygt å delta i dialogen om oppgavene.

4.1.1 Kvalitativ forskningsmetode

Innenfor forskningsmetoder, skilles det på om metoden er kvalitativ eller kvantitativ. Kvalitativ forskning har nær kontakt mellom forsker og deltaker mens kvantitative metoder, er basert på distanse mellom forskeren og personer som deltar (Thagaard, 2018). Det er også vesentlig forskjell i hvordan forskingen legges opp. Kvantitative metoder er preget av et strukturert design som er basert på avstand og selektivitet i relasjon til kildene. Metodeopplegget til kvalitative studier er preget av fleksibilitet og det forklares at kvalitativ forskning søker forståelse, mens kvantitativ søker forklaring (Tjora, 2012). I denne studien skal jeg finne en måte å beskrive hva som skjer i en gitt setting (Postholm, 2010). For å kunne svare på forskningsspørsmålet er jeg derfor avhengig av å bruke en kvalitativ forskningsmetode, hvor forsker og informant har nær kontakt (Thagaard, 2018). I slike studier, hvor man har nær kontakt, gir metoden grunnlag for å skape forståelse av det fenomenet man skal studere, samt. innsikt i informantens opplevelse og de refleksjonene som kommer frem i undersøkelsen (Thagaard, 2018). Innenfor kvalitativ forskning finnes det mange ulike metoder for å samle inn datamateriell. Noen eksempler på innsamlingsmetoder man bruker for kvalitativ forskning kan være intervju, observasjon, feltnotater, lyd- og filmopptak, bilder og dokumenter (Thagaard, 2018). Jeg skal nå se nærmere på intervju som ble en av mine største kilder for å samle inn datamateriell.

4.1.2 Intervju

Intervju er en kvalitativ forskningsmetode som handler om kunnskap som genereres mellom mennesker. Intervju som metode gjør det mulig for informanter å diskutere sine tolkninger og å uttrykke egne perspektiver på ulike situasjoner. Intervju er et fleksibelt verktøy for datainnsamling fordi det gir mulighet til ulike typer kommunikasjon, slik som muntlig og kroppslig språk. Intervju gir også rom for at intervjuer kan ta mye styring av samtalen, gi mulighet for spontanitet og fremme komplette svar eller komplekse, dype svar. Alt avhenger i hva intervjuer er ute etter og har som er til formål å finne ut av gjennom intervjuet (Postholm, 2010). Et intervju kan brukes for å vurdere en person i for eksempel en situasjon eller gjennomføring av en oppgave. Man kan også bruke intervju for å teste eller utvikle ulike hypoteser eller for å samle inn data til undersøkelser eller eksperimentelle situasjoner (Cohen, Manion & Morrison, 2018). I denne oppgaven skal jeg se etter elevers forståelse og bruk av multimodale uttrykk og vil derfor vurdere elevene i gjennomføring av noen gitte oppgaver.

Etter å ha sett på ulike formene for intervju som Cohen et al. (2018) og Postholm (2010) presenterer, ser jeg at dette intervju knyttes mot en intervjuguidet tilnærming (Cohen et al., 2018) eller et halvplanlagt, formelt intervju som Postholm (2010) kaller det. Intervjuet hadde planlagt tema og problemstilling på forhånd, noe som kjennetegnes en intervjuguidet tilnærming. Til denne oppgaven ble det laget en generell intervjuguide på forhånd, med åpne spørsmål som kunne være en samtalestarter. Valget om å forberede noen spørsmål ble tatt for å sikre svar på forskningsspørsmålet. Denne guiden inneholdt veldig åpne spørsmål, fordi det var elevenes tanker og refleksjoner som skulle være hovedfokus, noe som kan variere fra elev til elev. Å bruke åpne spørsmål kan føre til vesentlige forskjellige svar og kan dermed redusere sammenlignbarheten mellom informantene. Samtidig vil et intervju med en intervjuguidet tilnærming, gjøre at datainnsamlingen blir noe systematisk for hver informant. Å lage en intervjuguide gjorde meg også bevisst på hvilket omfang intervjuet ville ha (Cohen et al., 2018). Innenfor Postholm (2010) sine former for intervju er det det halvplanlagte, formelle intervjuet som ligner mest på den intervjuformen denne studien har. Et halvplanlagt, formelt intervju stiller spørsmål som kommer fra observasjon ol. som man ønsker at informanten skal utdype. Som nevnt var det forberedt noen spørsmål på forhånd samtidig som jeg var åpen for at informanten også hadde noe som skulle tas opp. Dersom informantens svar tok en annen retning, skulle det bli akseptert og intervjuet skulle fortsette i samme retning som informanten. Selv om elevene begynte å snakke om noe som ikke var relevant, skulle de få snakke ferdig før neste spørsmål ble stilt. Jeg fikk derfor hentet informasjon som ikke var forutsett på forhånd. Postholm (2010) kaller det for halvplanlagte, formelle intervju når bare noen få av de planlagte spørsmålene får et svar, mens informanten svarer på andre tema som kommer på banen. Man har derfor noen få retningslinjer man ønsker å følge, men svarene bestemmer hvilke retninger intervjuet tar. Disse intervjuene fikk en samtale-struktur, av hensyn til elevene, slik at de skulle føle seg tryggere til å være med i dialogene. Intervjuformen som ble brukt var dermed planlagt i forhold til tema og formål og hadde en delvis struktur i hvilke spørsmål som skulle stilles. For at et intervju skal bli komplett, må informasjonen informanten kommer med, samles inn på en eller annen måte. Innsamling av datamateriell kan enkelt skje ved fortløpende notater, lydopptak, videoopptak og lignende. Jeg har benyttet meg av både feltnotater og lydopptak og skal nå gå nærmere inn på hvorfor jeg valgte å bruke lydopptak.

4.1.3 Lydopptak

Til datainnsamlingen ble det benyttet lydopptak for å samle inn alle dialogene. Med lydopptak er man sikker på at man får med alt som blir sagt. Slik kan vi i intervjusettingen, fokusere på informanten, slik at det blir en god relasjon og samtale. Her kan man også be om å utdype hva eleven mener og bygge videre på det elevene sier (Tjora, 2012). Man klarer sjeldent å skrive fortløpende notater av hva alle sier og med ivrige elever, vil dette være kritisk hvis det ikke blir tatt lydopptak. Under innsamlingen var det umulig å få med hvert minste ord som ble sagt og det dukket opp flere detaljer av samtalen når lydopptakene ble spilt av etter intervjuene. Selv om lydopptak på mange måter er viktig og nødvendig, er det et par kriterier man må tenke over før man legger en lydopptaker frem på bordet. Først av alt er det viktig at informanten er klar over at samtalen blir tatt opp og at dette er greit for alle parter. Siden studien jobber med elever i 6-7 års alder, hadde jeg fått godkjenning fra foresatte. Selv om elevene hadde sagt at lydopptak var greit, var det viktig å huske at de likevel kunne virke skeptiske. Elevenes skepsis kan føre til at de kvier seg med å fortelle og kan begrense svarene når de vet at det blir tatt opp. Her er det viktig at lydopptakeren er relativt diskret og ikke får mye fokus og oppstyr. Det er derfor viktig å gjøre situasjonen så naturlig som mulig, slik at elevene føler seg trygge og etter hvert ikke fokuserer på lydopptakeren (Tjora, 2012).

4.1.4 Transkripsjon

Denne masteroppgaven baserer seg på dialoger mellom elever og lærer, og det ble derfor viktig at jeg fikk med alt som ble sagt og valgte derfor å transkribere. Ved å bare bruke intervju med hyppige notater, ville ikke hele samtalen blitt fanget opp. Transkripsjonen har også ulike rammer som det skal tas hensyn til, med tanke på praktiske valg og etiske hensyn. Siden studien er anonym, er elevenes muntlige språk blitt oversatt til skriftlig bokmål, slik at transkripsjonen også er helt anonym. I denne studien kom det ingen særegne dialektord frem, men hadde dette skjedd, ville det vært hensiktsmessig å vurdere om det skulle blitt tatt med for oppgavens skyld. Selv om transkripsjonen nesten bare fanger opp det verbale språket og ikke hele konteksten, kroppsspråk og blikk-kontakt, var jeg selv en stor del av samtalene og kunne observere elevenes atferd hvis det var noe spesielt som dukket opp. Spesielt i periodene hvor noen av elevene måtte tenke over lengre tid, kunne elevenes uttrykk si noe om hvorfor de trengte denne tiden. Elevenes tidsbruk har jeg valgt å ta med fordi det kan ha en virkning i hvordan samtalen vil bli tolket senere. Feltnotatene fra observasjoner har senere blitt fylt inn i transkripsjonen, slik det transkripsjonen danner et mest mulig helhetsinntrykk. Siden denne datainnsamlingen og skrivingen av oppgaven ikke skjer samtidig, vil ikke alle samtalene og observasjonene være ferskt i minne, noe som er en av årsakene til at det kan være viktig at den som utfører datainnsamlingen også skriver transkripsjonen selv. En transkripsjon kan være vanskelig å lese hvis man ikke har vært med på det selv og man trenger ikke alltid å skjønne hvorfor intervjueren har gjort det som gjøres. Det er derfor en stor fordel å transkribere materialet selv, fordi man «ufrivillig» får en nøye gjennomgang og blir ekstra godt kjent med materialet (Nilssen, 2012). Noe man bør tenke over før man skal ha et intervju med transkripsjon av lydopptak, er omfanget. En transkripsjon tar lang tid og man bør derfor tenke over hvor stort omfanget vil bli og om dette er hensiktsmessig. En utfordring her vil bli at man må passe på at det ikke blir for få oppgaver bare på grunn av transkripsjonsarbeidet. Under selve skriving vet man ikke alltid hva som vil bli relevant for analysen og bør derfor være litt mer detaljert enn man tror er nødvendig, slik at alt i teorien kan analyseres. Har man derimot noen konkrete perioder som skal tas med, kan man vurdere om deler av samtalen kan bli erstattet med noen stikkord og et kort referat før neste del kommer (Kvale & Birkmann, 2015; Nilssen, 2012; Tjora, 2012).

4.2 Valg og gjennomføring

I dette delkapittelet skal jeg redegjøre for de praktiske valgene jeg har tatt i gjennomføringen av innsamlingen. I første delkapittel vil det komme en gjennomgang av hvordan utvelgelsen av skole og informanter har skjedd. Her blir det presentert ulike kriterier og faktorer som har vært utgangspunktet for utvelgelsen. Deretter vil det komme et delkapittel som går igjennom ulike praktiske valg og selve gjennomføringen av intervjuet fra forarbeid til etterarbeid.

4.2.1 Valg av elever og skole

Når jeg skulle velge ut hvilken skole og hvilke elever som skulle være med i studien, var det flere utfordringer og kriterier som spilte inn. En av utfordringene med å bruke elevarbeid som datamateriale er at man ikke vet om elevene kommer til å gi deg noe datamateriale. Oppgavene var valgfrie og elevene kunne selv si at de ikke ønsket å være med midt i datainnsamlingen. Med dette i bakhodet valgte jeg å gjennomføre datainnsamlingen med seks elever, selv om det bare var tre elever som skulle være med i studien. Hadde ikke de seks utvalgte elevene gitt gode nok datamateriale, ved å ikke tegne til alle oppgaven, var også muligheten for å gjennomføre flere intervjuer. Datainnsamlingen til denne oppgaven ble dermed gjennomført med seks elever på 2. trinn ved en skole i Midt-Norge. Skolen og elevene er anonymisert og elevene har fått fiktive navn av etiske hensyn. I august 2018 ble det levert ut samtykkeskjema med informasjon om studien til alle foresatte på 2. trinn. Jeg valgt å levere til alle, slik at sannsynligheten for at noen sa ja var større, samtidig som det ikke ble tydelig for de foresatte hvem det var som var tenkt til å velges ut. Selve datainnsamlingen ble gjennomført i oktober samme året. Valget av skole er basert først og fremst på tilgjengelighet. Både tilgjengelighet med tanke på at jeg har kjennskap til skolen og de ansatte, men også med tanke på at muligheten fra å dra tilbake å ha flere intervju eller å undersøke noe enda nærmere ville være til stedet. Skolen er derfor i mitt nærmiljø slik at jeg enkelt kan kontakte de ansatte for nye tidspunkt hvis det er nødvendig. Kvalitativ forskning baserer seg på få deltagere med mer informasjon om hver (Thagaard, 2018). Jeg forhåndsbestemte at studien skulle undersøke tre elever. Tre elever ble valgt ut fordi antallet ikke skulle være for stort, siden intervjuet skulle transkriberes og fordi jeg ville gå mer i dybden, noe som hadde vært vanskeligere hvis det hadde vært flere informanter. Jeg skulle også lytte og snakke med elevene, og måtte derfor ha oversikt og mulighet til å følge alle informantene. Ønsket om å bruke god tid på hver enkelt gjorde også valget om å bare ha 3 i hver gruppe enklere. På denne måten fikk elevene trygghet i å være flere sammen med meg, samtidig som jeg fikk oversikt og mulighet til å snakke med alle elevene. I tillegg til å vite hvor mange elever jeg ønsket ta ut, hadde jeg også bestemt meg for hvilket årstrinn som skulle undersøkes. Jeg hadde derfor gitt noen bestemte kriterier som skulle være rammen for elevutvelgelsen (Cohen et al., 2018). Jeg valgte å undersøke elever på 2.trinn fordi jeg ønsket elever som var kjent med generelle rammefaktor på skolen. Innsamlingen skulle skje i løpet av høstsemesteret og da ville førsteklassinger bare vært på skolen i under et halvt år. Ved å bruke førsteklassinger tenkte jeg at det ville være en risiko med at elevenes fokus ville være på å sitte i ro, være i et annet rom med en ny person, i stedet for å ha fokus på å gjøre oppgaven. I tillegg tenkte jeg at en tredjeklassing har hatt lengre tid på å finne nye og flere matematiske strategier enn en andreklassing kanskje har. Disse kriteriene blir rene hypoteser fra min side som jeg valgte å bruke for å velge ut elever. Elevenes kontaktlærer valgte ut seks tilfeldige elever som ble med meg på intervju. Av de seks elevene jeg hadde intervju med, måtte jeg velge ut tre stykk som skulle bli utgangspunktet for min analyse. Utvalget av disse tre elevene viste seg å bli enklere enn antatt. Av seks elever var det fem som tegnet for å komme frem til svaret og en av de fem gjorde ikke alle oppgavene gjennom tegning. Slik satte jeg igjen med 4 elever. Etter å ha sett på tegningene, fikk jeg sett at to av elevene hadde relativt like tegninger. Siden formålet for oppgaven er å se på tegningens funksjoner, ville jeg derfor ta ut en av de elevene med like tegninger for å få størst mulig variasjon. Så for å velge ut en av disse to elevene, gikk jeg i transkripsjonen og valgte ut den eleven som snakket minst og som jeg derfor hadde minst datamateriale av. Det endte derfor opp med tre elever som har fått de fiktive navnene Lukas, Sofie og Jakob. Lukas og Sofie var sammen på den første gruppen, mens Jakob var i gruppe nummer to.

4.2.2 Praktiske valg og selve gjennomføringen

Et av de praktiske valgene som kan ha stor betydning for intervjuet er hvilket rom man velger å bruke for å gjennomføre intervjuet. Det kan være hensiktsmessig å velge et rom som informanten føler seg trygg i. I min studie hvor informantene er elever, vil det derfor være naturlig å velge et klasserom eller et grupperom på informantens skole som gjør at intervjuet blir satt i en mer hverdagslig setting. Det er også viktig å tenke på at man ikke blir forstyrret av ulike distraksjoner. På en skole, kan forstyrrelser være store vinduer hvor andre elever ser inn eller går forbi, et rom hvor det er andre elever tilstede, et rom som ikke er lydtett slik at andre hører hva du sier eller rom som inneholder elementer som kan ta vekk fokus, slik som musikkrom, kunst og håndverks sal ol. Det må også tenkes på at man bør velge en plass hvor ingen ser inn, men eleven ser ut eller er nær klasserommet eller kontaktlæreren, slik at informanten føler seg trygg (Tjora, 2012). Tilslutt er det også viktig å tenke på at ulike rom fremmer ulike tanker. For eksempel vil valg av et klasserom fremme for undervisnings- og arbeidsstenging. Velger du derimot en gymsal, musikkrom eller et rom med en sofagruppe, kan rommene være assosiasjoner til praktiske oppgaver, frie tøyler eller lite skolefaglig samtale (Mellin-Olsen, 1996). Praktiske valg, slik som valg av rom, kan derfor ha stor betydning av hvordan intervjuet blir og er noe man bør ha kontroll på før intervjuet tar plass.

For at intervjuer og informant skal ha en best mulig relasjon, finnes det flere valg man bør ta før man gjennomfører intervjuet, enn bare valg av rom. Det kan være hensiktsmessig for intervjuer å være tilstede i informantens trygge miljø. I mitt tilfelle handler det om at jeg var med i en undervisningstime og spiste lunsj med de for at elevene skulle føle seg litt tryggere på mitt nærvær. Ved å være tilstede i en annen time, kan intervjuer trekke frem eksempler som er kjent for informanten, noe som også bygger relasjon. Man må også tenke over hva som er et formelt intervju for den gruppen informanter du har. Hvis jeg skulle hatt et formelt intervju med en advokat eller lignende, ville det vært reelt å stille opp i dress/ pent tøy og brukt et formelt språk. For barn derimot, kan det være formelt bare at en annen voksen skal snakke med dem. Jeg måtte derfor tenke over valg av bekledning og hvordan jeg snakket på, slik at barna ikke ble nervøse og følte seg utilpass (Kvale & Birkmann, 2015).

Det er også flere valg som tar underveis mens intervjuet pågår. Etter å ha valgt ut rom, fått inn elevene og snakket litt med dem, la jeg frem noen ark og grå- og fargeblyanter. Å løse problemer, spesielt når slike papir- og blyantoppgaver brukes i en studie, kreves det ofte et tilstrekkelig nivå av leseferdigheter, og det bør derfor leses høyt hvis det skal være forskning av problemløsningsoppgaver i de minste skoletrinnene (Csíkos, Szitányi & Kelemen, 2011). For å være sikker på at alle elevene forstå oppgaven og fikk med seg hva de skulle gjøre, spurte jeg «hva er det oppgaven sier at vi må finne ut av?». Elevene forteller hva oppgaven spør etter og forteller de ulike tallene som er viktig i vår oppgave. Disse tallene skriver jeg opp på tavlen slik at elevene kan se opp dit hvis de har glemt noe. På tavlen står det derfor «24 Blomster, minst 3, maks 5». Vi snakker også om hva minimum og maksimum betyr. Å diskutere sentrale begreper som kommer i oppgaveteksten hindrer for at elevene har forskjellig forståelse av hva som er oppgavens formål. Forståelsen for oppgaven skal heller ikke være en sentral del av denne masteren. Denne fremgangsmåten med å diskutere sentrale begreper, ble gjort i sammenheng med alle oppgavene og bidro til at elevene forstå hvilket problem de skulle løse. Siden jeg valgte å ta lydopptak underveis, fikk jeg fokusert på alle elevene og hva de gjorde. Alle elevene fikk like lang tid på å løse oppgavene og det var satt av så god tid som mulig, slik at de ikke skulle bli stresset for å gjøre seg ferdig. På forhånd av intervjuet fikk elevene beskjed om å ta med seg en lesebok slik at de kunne lese eller tegne på et ark mens de ventet på at alle ble ferdige med samme oppgave. Dermed ble det ikke så lett å se hvem som var ferdig og ingen av elevene ble sett på som treige eller kjappe. Underveis i intervjuene ble det skrevet ned feltnotater og etter hver gruppe ble det satt av 10-15 minutter til å skrive ned notater fra hele innsamlingen.

Med en gang etter datainnsamlingen startet prosessen med å bearbeide intervjuet. Det første jeg startet med var å skrive ned transkripsjonen, mens samtalene enda var ferskt i minne. Som en følge av å skrive ned transkripsjonen raskt, ble lydopptaket raskt slettet, noe som tilfredsstiller de etiske hensynene. Deretter ble også feltnotatene skrevet inn i transkripsjonen, slik at notatene kom direkte med de ulike samtalesekvensene. Jeg fikk dermed både elevenes utsagn og handlingsforløpet i samme notat, noe som har vært veldig til nytte i senere tid, fordi det gir et større helhetsbilde på hvordan situasjonen var.

4.3 Bearbeiding og analysearbeid

I det følgende delkapittelet skal jeg belyse analysearbeidet og hvordan bearbeidingen av datamaterialet har foregått. En analyse innebærer å organisere, bokføre og forklare det utvalgte datamaterialet. Kort sagt innebærer kvalitativ analyse å gi mening til data i forhold til deltakernes definisjoner av situasjoner, notere ned mønster, tema og kategorier (Cohen et al., 2018). Når man analyserer dataene, må man spørre om det som analyseres er egnet for studiens formål. Det er mange tolkninger som gjøres i en kvalitativ dataanalyse (Cohen et al., 2018). Teoretisk bakgrunn og perspektiver vil legge noen føringer for hvordan man analyserer og hva man legger vekt på (Tjora, 2012). Den som tolker må derfor gå inn med åpent sinn for å få forståelse over elevarbeidet, noe analysen og diskusjonen har bidratt til. Datamateriale som er sentralt i denne studien er lydopptak, transkripsjon, elevarbeid og feltnotater.

Det forskerne skriver ned av notater, tanker og refleksjoner under et intervju blir også datamateriale for analysen, men det mest sentrale datamaterialet for denne studien er tegningene som elevene har laget (Cohen et al., 2018). I min analysedel har jeg valgt å ta med de elevtegningene som trengs for å svare på forskningsspørsmålet. Tegningene er både tolket og analysert alene for å se på detaljer og elementer i tegningen, men er også tolket og analysert i samsvar med samtalene mellom forsker og elev for å belyse hvordan arbeidet i problemløsningsprosessen har vært. Analyseprosessen har derfor vært en kombinasjon med tegninger, utsagn, teori og problemstilling. Analysen er inspirert av flere teoretiske rammeverk som inneholder like og ulike kategorier og egenskaper ved tegning. Saundry og Nicol (2006) og Teledahl (2017) har rammeverk som ser på mye av det samme som denne studien ser etter. Jeg har delt inn analysen i to deler hvor jeg ser på tegning som et produkt og hvordan tegningen blir brukt i problemløsningsprosessen. Innenfor tegning som produkt analyseres hvilke detaljer som er i tegningen. Jeg ser på de piktografiske og ikoniske aspektene ved teningen, om det finnes noen abstraksjon og symbolisering i tegningen og hvilke farger som er brukt. Når tegningen analyseres i forhold til hvordan den har blitt brukt i problemløsningsprosessen, ser jeg på om tegningen inneholder noen manipulasjoner eller blir brukt som en støtte for å holde orden og oversikt. Her vil jeg også se hvilken rolle kommunikasjon har, både når det gjelder kommunikasjon i tegningen, men også hva elevene har sagt om valg og refleksjoner sammen med tegningen. Underveis i analysearbeidet har jeg laget en tabell for å strukturere de ulike funnene. Tabellen tar utgangspunkt i teoretiske begrep og kategorier av egne ønsker. Med egne ønsker menes det at noen elementer var av interesse for meg å se på. Elevutsagn fra transkripsjonen er valgt ut fordi de er hensiktsmessig for problemstillingen og for å kobles sammen elevens tanker og forklaringer rundt tegningene. Både tegningene og elevutsagnene har blitt analysert og drøftet opp mot den valgte teorien og de funnene som er vesentlig for problemstillingen er de delene som har blitt valgt ut.

4.4 Gyldighet, pålitelighet og generaliserbarhet

Pålitelighet, gyldighet og generaliserbarhet er tre kriterier som fungerer som indikatorer på kvalitet av en kvalitativ forskning (Tjora, 2012). De tre begrepene utgjør til sammen tekstens troverdighet. Som forsker må man sikre seg at disse kriteriene blir tatt hensyn til, slik at troverdigheten til teksten fremmes (Postholm & Jacobsen, 2018). Forskning kan sjeldent ha som mål å avdekke en fullstendig og universell sannhet. I stedet må forskning ses på som en pågående prosess der vi avdekker og forstår deler av virkeligheten, og dermed en prosess som utvider vår kunnskap (Postholm & Jacobsen, 2018).

For å undersøke om en tekst er pålitelig, stilles ofte spørsmålet om resultatene ville blitt de samme hvis man gjennomførte en lignende studie igjen. Siden dette er en kvalitativ studie med bare tre informanter, vil resultatene gjelde for disse tre. Det ville vært vanskelig å vite om et nytt intervju ville oppnådd de samme resultatene, fordi intervjuet ville vært i en ny kontekst. Som forsker har jeg et teoretisk bakteppe og flere praksiserfaringer som vil påvirke måten jeg arbeider, tolker og oppfører meg på. Tolkninger av datamaterialet vil derfor ikke være likt en annen forskers tolkninger. Selve gjennomføringen av forskningen og de endelige svarene, kan også bli påvirket. Forskeren må derfor prøve å legges sin forforståelse til side, slik at en kan møte forskningsfeltet på en ren og upåvirket måte (Postholm, 2010). Forskerens tilstedeværelse i forskningsprosessen og de ulike spørsmålene som blir stilt, vil ha en påvirkning på forskningsdeltagelsen, selv om forskeren ikke har noen intensjoner om det. Ved å være så godt forberedt som forskeren kan, vil denne påvirkningen minimeres (Postholm, 2010). En av måtene å være forberedt på, er ved å lage en intervjuguide. Det var viktig for meg å lage en grov intervjuguide for å unngå å stille ledende spørsmål. På denne måten fikk jeg også finjustert slik at spørsmålene ikke var uklare for elevene. Også mitt kroppsspråk og verbalt språk på svarene som blir gitt, kan tolkes av elevene. Jeg måtte derfor i beste måte, være åpen for alle mulige svar og løsninger. Jeg hadde derfor skrevet ned ulike svaralternativ som verken indikerer på at jeg er enig/uenig med informantenes svar. Å skrive ned en grov intervjuguide bidrar også til at alle elevene blir stilt de samme spørsmålene. Like rammefaktorer er viktig, og både spørsmål, tidsbruk og rom har vært likt for alle elevene.

Gyldighet omtales som en sannhet, riktighet og styrke (Kvale & Brinkmann, 2015). Innenfor forskning gjenspeiles gyldighet ved å se om metoden er egnet for det som skal undersøkes. Jeg har tidligere begrunnet valget med å benytte intervju som innsamlingsmetode. I korte trekk baserte valget på at oppgavens formål var å undersøke hva elevene gjør og tenker. For å skaffe nødvendig datamateriale for å svare på forskningsspørsmålet kreves det at intervjuer er tett på elevene, stiller de spørsmål og får samlet inn tegninger (Postholm & Jacobsen, 2018).. Metodiske valg som er tatt i for- og etterkant av datainnsamlingen og ulike konsekvenser og etiske hensyn er gjort rede for i metodekapittelet. I analyse- og diskusjonskapitelet vil eksempler fra datamaterialet bli fremhevet og argumentert til hvorfor det er relevant for mitt forskningsspørsmål.

Etter at resultatene av en studie blir publisert, blir det ofte stilt spørsmål om disse resultatene er generaliserbare. Med generaliserbare, menes det at resultatene blir vurdert om de gjelder for primært den enkelte studien eller om de kan overføres til lignende undersøkelser, situasjoner og informanter. Dette behovet for å finne noe som er generaliserbart kan komme av at man har en antagelse om at forskning må være universell og dermed gjelde for alt og alle, i stedet for å undersøke noe for å få større forståelse og kunnskap (Kvale & Brinkmann, 2015). Som skrevet om tidligere, tar en kvalitativ studie for seg få deltagere, mens en kvantitativ studie tar for seg mange deltakere. Det er derfor vanskeligere å generalisere mine resultater, siden resultatene kommer fra tre deltakere. Resultater er dermed basert på de tre deltakerne, meg og konteksten for intervjuet og tar for seg å skape forståelse og kunnskap, i stedet for å finne noe universelt.

4.5 Etiske betraktninger

Etiske betraktninger er viktig for å ivareta informantens hensyn. Innenfor etiske hensyn ved et intervju, snakkes det om informanten under selve intervjuet og om behandlingen av personopplysninger i ettertid. Før jeg kunne starte med noe som helst av innsamling, måtte jeg sende inn søknad til personvernombudet for forskning NSD. I søknaden skrev jeg en introduksjon av formålet med tema og en foreløpig problemstilling. Alt av datamateriell er samlet og blir oppbevart i henhold til NSD sine retningslinjer. Under intervjuet skal man ta hensyn til informanten og personlige eller følsomme spørsmål om tema som informanten ikke har fått beskjed om at det skal snakkes om, skal ikke komme. I all hovedsak dreier dette seg om intervju i samfunnsfaglige tema og ikke om et matematisk oppgavebasert intervju, men skal være noe alle forskere skal vite om før man gjennomfører en datainnsamling med intervju som metode (Tjora, 2012). Et annet hensyn man må tenke over før selve datainnsamlingen er at foresatte og elevene selv skal bestemme og vite hva de ble med på gjennom denne datainnsamlingen. Før datainnsamlingen ble det derfor sendt ut et samtykkeskjema til alle foreldre som hadde barn i den klassen jeg ønsket å undersøke (vedlegg 2). I samtykkeskjemaet ble det beskrevet hvordan oppgavene skulle bli lagt frem og hva oppgavene besto av. For at elevene ikke skulle vite at jeg ønsket at de skulle tegne, ble ikke dette presisert i skjemaet. Å ikke presisere ønsket fremgangsmåte gjorde jeg bevisst fordi situasjonen skulle være mest mulig reel. Hvis jeg hadde skrevet at hovedmålet er at elevene skal tegne til problemløsningsoppgaver, hadde dette kunne vært en sterk påvirkning av mine resultat. (Hammersley & Atkinson, 1996). I samtykkeskjemaet ble det også godt presisert at man som informant kan avslutte intervjuet når man selv ønsker og at både foresatte og elevene selv har full rett til å trekke seg fra intervjuet etter at det er ferdig. I etterkant kan altså informantene komme å si ifra hvis de ikke ønsker at deres datamateriale skal være med i studiet. Det står også skrevet at alt vil bli anonymisert og at elevene, lærerne og skolen vil få pseudonymer, altså fiktive navn slik at materialet ikke kan spores tilbake til dem. Jeg har nå sett på ulike praktiske valg og etiske hensyn man må tenke over når man velger intervju som forskningsmetode. Videre skal jeg nå se på hvordan valg av innsamlingsmetode kan påvirke intervjuet og hvilke fordeler, ulemper og hensyn dette fører med seg.

4.6 Drøfting av metode

Denne studien tar for seg intervju av tre elever mens de jobber med problemløsningsoppgaver. Analysematerialet er som nevnt tidligere, elevtegninger sammen med transkripsjon og feltnotater. Siden studiens informanter er på tre elever og studien har en tidsbegrensning og et bestemt sideantall, vil omfanget av studien ha sine begrensninger. Om studiens omfang hadde vært større, ville flere elever være å foretrekke, for å kunne se flere sider av hvordan elever bruker tegninger i problemløsningsoppgaver.

Valget om å benytte intervju i stedet for deltagende observasjon eller intervju i klasserom, mener jeg var hensiktsmessig for å kunne få en bedre forståelse av hvordan elevene tenkte underveis. Det kan være vanskelig å skille på om det er deltakende observasjon eller et intervju som er forskningsmetoden. Har man valgt et rom på forhånd og tar eleven ut av klasserommet, slik jeg gjorde, vil metoden være intervju, fordi det representerer en særpreget situasjon hvor informantens atferd kan være annerledes enn i andre situasjoner. Ved å utsette eleven for et nytt miljø, får man se hvordan eleven oppfører seg i andre sammenhenger og får sett hvordan eleven arbeider i et nytt miljø eller hvis miljøet endrer seg (Hammersley & Atkinson, 1996). Det å komme tett på og være tilstede under hele prosessen, ga meg mulighet til å forstå hele problemløsningsfasene til elevene, fra oppgaven blir gitt til elevene føler seg ferdige, og ikke bare små deler av den. Siden klassen til disse tre elevene er relativt stor, ville det vært vanskelig å kunne gjøre et lydopptak uten mye støy fra de andre elevene. Det ville også blitt naturlig å ta de med på et annet bord for å kunne hatt en felles gjennomgang av oppgavene, noe som forsterker at man finner et rom slik at elevene slipper å forflytte seg underveis. Ved å ta elevene med ut av klasserommet, hindres det at støy og forstyrrelser skal være til begrensning for studien og elevene vil ha fokus på meg i stedet for læreren og medelevene. Disse tre elevene gjennomførte alle oppgavene og fortalte underveis om hvordan de tenkte, men hadde dette intervjuet foregått i klasserommet, kunne utfallet blitt noe annet, både positivt og negativt (Hammersley & Atkinson, 1996). Selv om det mest ideelle ville vært og snakket med en og en elev av gangen, valgte jeg grupper på tre og tre. Jeg hadde ikke noen nær relasjon til elevene og valgte å intervjue i grupper for at elevenes trygghet skulle tas hensyn til. Hadde jeg tatt ut en og en elev, ville jeg risikert å få mindre kommunikasjon og usikre elever. Dette gjorde også at det ble en gruppedynamikk mellom tre elver og en lærer i stedet for en ren dialog mellom lærer-elev.

Under et intervju, vil jeg som forsker påvirke situasjonene, men også hvordan analysen blir. Samtalene og analysen vil være farget av hvordan jeg med min sammenfatting av erfaringer og teoretiske bakteppe tolker (Postholm, 2010). Dette kan føre til at andre interessante trekk fra tegningen og intervjuene blir oversett. Det er umulig å se inni hodet til elever for å finne ut hva de tenker og hvordan de forstår ulike problemer og matematiske konsepter. Selv om elevene prøver å forklare seg med ord, er det ikke alltid de får frem akkurat hva de egentlig mener. Denne kvalitative forskningen vil derfor være preget av min tolkning av hvordan elevene forklarer sin tenkning og forståelse. Med dette i bakhodet, har jeg i slike tolkninger støtte av tidligere forskning og teori som har sett de samme kvalitetene.

5 ANALYSE

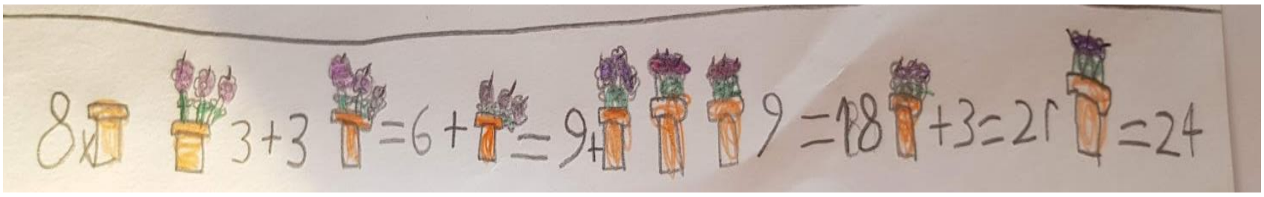
I følgende kapittel presenterer jeg datamaterialet og resultatene av analysen. Datamaterialet består av tegninger, transkripsjoner og feltnotater fra intervju. Dette materialet vil jeg analysere opp mot teoretiske rammeverk og sentrale begreper innenfor bruk av tegning i matematikk. Analysen skal være grunnlaget til fortolkning og diskusjon og gjennom analysen skal jeg svare på:

Hvilken funksjon har tegning for tre andreklasseelevers arbeid med problemløsningsoppgaver?

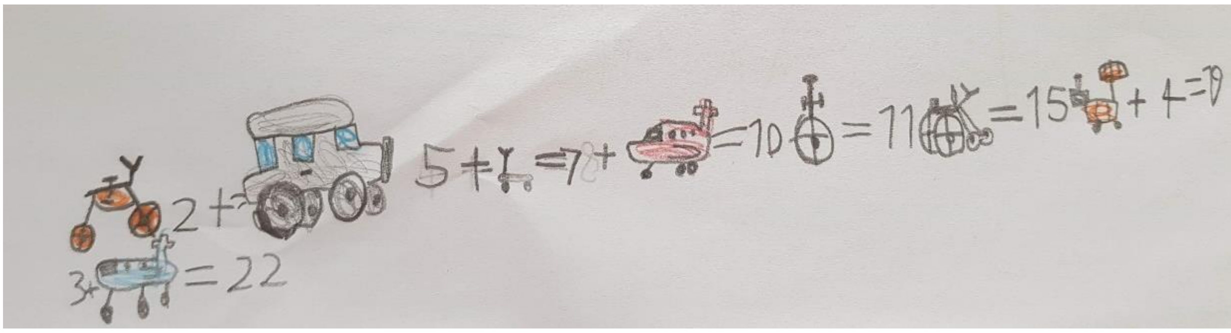
Analysen er delt inn etter hver enkelt elev og deres tegninger, for så å deles i to deler. I de to delene ser jeg på tegningen som produkt og tegningen i sammenheng med problemløsningsprosessen. Analysen vil først ta for seg tegning som produkt, hvor jeg vil gå gjennom ulike typer detaljer som fins i tegningene. Innenfor de matematiske detaljene vil matematisk forståelse, symboler og struktur spille en sentral rolle. Videre blir det sett på graden av detaljer i tegningene, hvor abstraksjon, symbolisering og formalitet vil være sentralt, samtidig vil jeg se på de piktografiske og ikoniske egenskapene og de estetiske aspektene, farger og virkelighetskobling. Inn i andre del av analysen, analyseres tegningene opp mot hvordan elevene har brukt de i problemløsningsprosessen. Underveis i denne delen av analysen, vil det bli trukket inn elevenes tegninger sammen med diverse utsagn for å vise hvordan elevene har valgt å løse de forskjellige oppgavene. Her belyses tegningens bruksområder, hvor dynamiske elementer og om tegningen har vært et hjelpemiddel for å holde orden og system vil bli trukket frem. Det kikkes altså på om det skjer en handling gjennom layouter, manipulasjoner, sletting eller utkrysning av noen elementer. Videre går jeg inn i hvilke strategier de har brukt i problemløsningsporsessen før det avslutningsvis vil bli påpekt hvilken rolle språket og kommunikasjonen har hatt gjennom slike problemløsningsoppgaver. Først vil analysen starte med å presentere Jakob og hans tegninger, før tolkningen og analysen av hans arbeid kommer. Videre vil Lukas og Sofie bli presentert med lik struktur. Til slutt i analysekapittelet vil det komme en oppsummering og oversikt over de ulike kategoriene som har blitt analysert.

5.1 Jakob

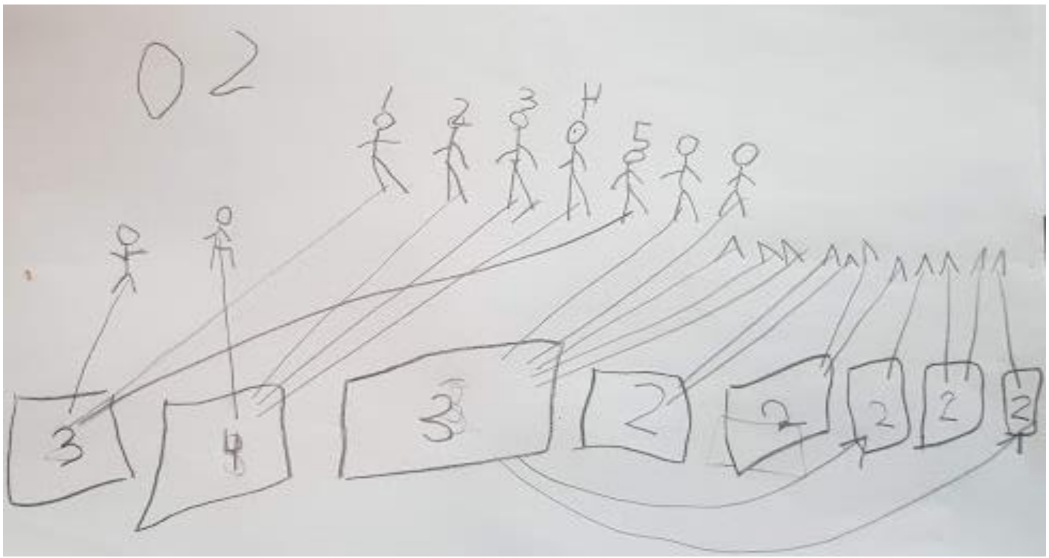
Første elev skal presenteres er Jakob. Jakob lagde tre tegninger til denne studien, en tegning til hver oppgave. De to første tegningene er tegnet på en liten del av arket og er derfor beskåret. De to første tegningene er også veldig like i form av oppbygning, struktur og innhold og vil derfor bli analysert sammen i noen tilfeller. Tegningene vil først bli presentert før jeg starter med analyseringen.



Figur 2: Jakob - Blomsterbutikkoppgaven



Figur 3: Jakob - Garasjeoppgaven



Figur 4: Jakob - Fotballcup-oppgaven

5.1.1 Tegningens detaljer

De matematiske detaljene som man finner i Jakob sine tegninger, går innenfor symboler, forståelse og struktur. De mest visuelle og konkrete matematiske detaljene i tegningen, er de matematiske symbolene som blir brukt. Jakob benytter seg av tall i alle sine oppgaver og i de to første tegningene bruker han også pluss- og likhetstegnet. Han har derfor både formelle og preformelle representasjoner i tegningene sine. Selv om likhetstegnet blir brukt innenfor all matematikk som handler om tall og operasjoner, er likevel dette et lite forstått symbol. Ut ifra de to første tegningene, som er fra blomsterbutikk- og garasjeoppgaven vist i figur 2 og 3, blir ikke likhetstegnet brukt for å vise noen likheter. Likhetstegnet blir bare brukt for å vise hvor mange han har så langt. Gjennom å se på Jakob sin bruk av symboler, kommer det frem en matematisk forståelse. Elever bruker tegninger for å vise sin matematiske forståelse, selv om det i de fleste tilfeller er ubevisst (Woleck, 2001). Jakob benytter seg blant annet av dobling underveis i regneprosessen. Han jobber seg frem til at antallet er ni og forteller at han vet at $9 + 9 = 18$. Derfor kan han «hoppe over» noen steg og ta tre blomstervaser samtidig, i stedet for å tegne opp en og en blomstervase. Han har også reflektert over hvor mange som kan bli igjen, siden han velger seg grupper på 3, for da kan antall rest være 0-1-2. Han forteller at siden man kan ha fem i en vase, vil hans inndeling derfor gå opp uansett. Jakob tenker dermed likt divisjonsalgoritmen og forklarer hvordan en eventuell rest kan plasseres i en allerede laget blomstervase. I tegningen blir det representert blomster og vaser som er de relevante objektene i problemløsningsoppgaven. Relasjonen mellom antall vaser og antall blomster er eksplisitt fremhevet i tegningen fordi tegningen viser hvordan antall blomster øker med hvor mange vaser han har. Det samme gjelder for garasjetegningen som også viser at antall hjul øker samtidig med antall objekter som er i garasjen. Den matematiske strukturen i blomsterbutikkoppgaven og garasjeoppgaven kommer derfor eksplisitt frem og er eksplisitt grafiske tegninger.

To av Jakob sine tegninger er piktografiske med flere detaljer, mens en av tegningene er ikoniske med få detaljer. Både blomsterbutikk- og garasjeoppgaven har Jakob tegnet som piktografiske tegninger. Avbildningen av blomstervaser, blomster og ulike kjøretøy, som er selve objektene i problemene, er realistisk tegnet. Alle objektene er enkle å kjenne igjen og har reelle detaljer som gjør de virkelighetsnære. De objektene som er med i blomsterbutikktegningen, er blomstervasene med blomster i, som er de relevante objektene for denne oppgaven. Blomstene og vasene er tegnet identiske og inneholder alle elementene en blomst har. Disse elementene er med for å gjøre blomstene finere, men har ingen betydning for selve oppgaven. Også objektene i garasjetegningen er i stor grad detaljert. Han er avhengig av å vise hvilke objekter han har valgt å ta med og må derfor tegne de slik at det er gjenkjennbare. En bil kan gjøres veldig enkel, men Jakob har valgt å ha alle detaljene med, slik som håndtak, vindu og felger. Også de andre objektene er detaljerte, hvor flyene har vindu og vinger og sykkelen og rullestolen har eiker i hjulene. Selv om ikke alle detaljene er relevante for å løse oppgaven, er selve objektene veldig sentrale. Den siste tegningen til Jakob, fotballcup-tegningen vist i figur 4, vil jeg kalle for en ikonisk tegning. Bilene i tegningen er representert som firkanter og trenger ingen andre detaljer fordi det kun er antall biler som er viktig for denne oppgaven. Barna blir representert som enten enkle strekmenn eller som en rotert V. Strekmennene inneholder både piktografiske og ikoniske elementer fordi det er en realistisk avbildning av mennesker samtidig som de inneholder enkle linjer og former. I motsetning til Jakob sine to første tegninger, er ikke den siste tegningen gjort så veldig detaljert. De objektene som er med er hensiktsmessige for å løse oppgaven, men inneholder få til nesten ingen detaljer. Når han starter på barna, starter han med å tegne strekmenn, som er veldig lite detaljerte. Det skjer ingen abstraksjon i de to første tegningene til Jakob, men den siste tegningen inneholder flere abstrakte elementer. Underveis skjer det en abstraksjon hvor han velger å bare tegne føttene til barna i stedet for hele kroppen og hode. Å tegne hele menneskene har ingen hensikt for selve oppgaven og de blir derfor abstrakte slik at de fortsatt kan benyttes som et konkret hjelpemiddel. Bilene har han også gjort abstrakte og blir bare representert som firkanter.

Som estetiske detaljer, bruker Jakob farger i to av sine tegninger og har virkelighetskoblinger underveis i arbeidet. Jakob bruker farger i både blomsterbutikk- og garasjetegningen (figur 2 og 3). Siden han har tegnet identiske objekter i blomsterbutikktegningen, er også alle blomstene og vasene i samme farge, mens objektene i garasjetegningen har fått ulike farger. Fargene som er brukt er reelle for de ulike objektene og har ingen annen betydning enn at «det er finere» med farger. Å bruke ulike farger understreker at hver gjenstand er unike og fargebruken er derfor bare for estetikkens skyld. Gjennom intervjuet kommer Jakob med flere koblinger til virkeligheten. Han forklarer at han skal ha oransje vaser fordi det er det bestemoren hans har. Under garasjeoppgaven forklarer han at i deres garasje kan de ha et helikopter fordi garasjen er så stor. Uansett om dette stemmer eller ei, prøver han å sette problemet inn i en kjent kontekst og trekker koblinger fra sitt eget liv til tegningen.

5.1.2 Tegningen i problemløsningsprosessen

For Jakob blir tegningen til blomsterbutikk- og garasjeoppgaven brukt som et hjelpemiddel for å telle. Han bruker både blomstene og hjulene til å telle seg videre og skriver opp hva han har av antall så langt. På denne måten går han veldig systematisk frem og unngår å måtte telle alle på nytt fordi han har kontroll. Tegningene er tegnet på en veldig systematisk måte og kan assosieres til aritmetiske operasjoner. At Jakob tegner objektene på en linje fungerer dermed som en layout hvor han presenterer rekkefølgen. Siden han har likt antall blomster i hver vase i blomsterbutikktegningen, tegner han det samme objektet gjentatte ganger i den første tegningen. Forholdene mellom antall vaser og blomster og antall hjul og objekter blir tegnet eksplisitt med en-til-en korrespondanse slik at han har kontroll og system på totalantallet.

Jakob sin fotballcup-tegning (figur 4) er hans eneste dynamiske tegning og tegningen manipuleres og brukes som en fysisk konkret. Fotballcup-tegningen, viser at Jakob bruker streker som layout for å tildele barna plasser i bilene, slik at forholdet mellom biler og barn kommer frem i tegningen. Tegningen representerer handlingen Jakob gjør for å komme frem til svaret. I stedet for å bruke konkreter som han fysisk flytter inn i bilene, benytter han piler og streker for å vise hvordan han fordeler barna. Det er derfor nødvendig å tegne barna og bilene med en-til-en korrespondanse slik at det blir riktig totalantall. Ved å aktivt bruke tegningen på denne måten, blir Jakob avhengig av tegningen for å finne et svar. Han justerer svaret underveis når han, etter å ha tegnet streker, teller over hvor mange det er i hver bil. Han ser at det er for mange i den tredje bilen og velger derfor å flytte over to av barna inn i andre biler, som han illustrerer med å sette piler. Strekene representerer derfor koblingen mellom barn og biler, mens pilene representerer forflyttingen av barna.

5.1.2.1 Strategier

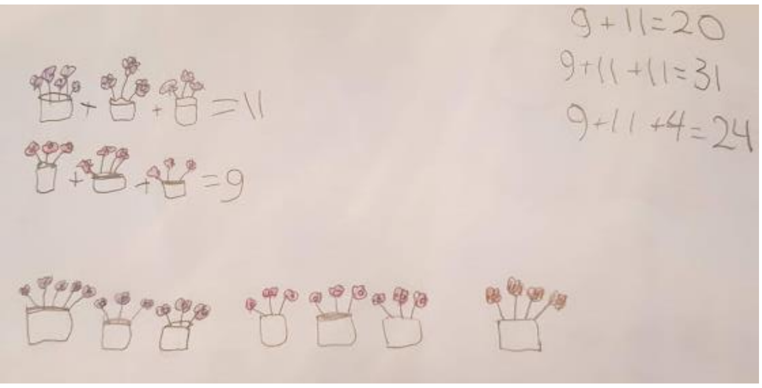
Jakob bruker tre ulike strategier i arbeid med problemløsningsoppgavene. Den første strategien Jakob bruker er en minimums-strategi. Han deler ut tre og tre, som er minimumskravet for antall blomster i vasene, slik at den eventuelle resten skal kunne komme sammen med den siste vasen. Han løser dermed oppgaven som målingsdivisjon fordi han bestemmer seg for et gitt antall, tre, som skal være i hver vase. Å bestemme et gitt antall er en effektiv strategi som i hans tilfelle ikke vil feile, fordi tre blomster sammen med den eventuelle resten ikke vil bli en større mengde enn fem. I garasjeoppgaven teller Jakob seg oppover til 22, som er totalantallet for hjulene. Han løser oppgaven gjennom delingsdivisjon og tegner en og en gjenstand og regner seg underveis frem til hvor mange hjul han har tatt med frem til nå. Han deler derfor ut vilkårlig antall hjul, for så å regne seg frem til foreløpig antall ved å telle videre fra forrige objekt. Til den siste oppgaven bruker Jakob en prøve-og-feile-strategi. Han setter streker for å koble barna til en bil og antall barn i hver bil er tilfeldig. En prøve-og-feile-strategi inneholder en stor risiko om at man kan feile, og når Jakob selv ser at sin løsning ikke går opp, velger han å manipulere tegningen ved å flytte over barn.

5.1.2.2 Muntlig språk

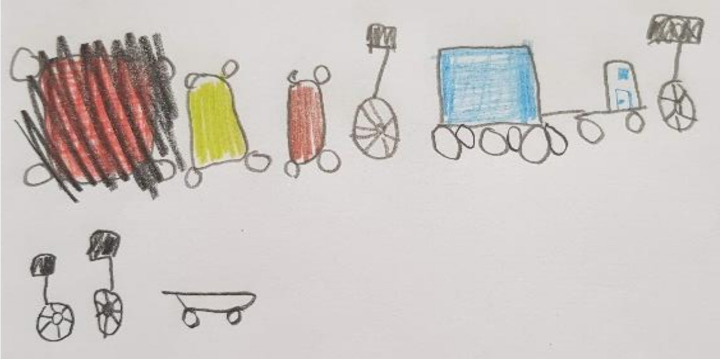
Selv om samtalene rundt tegningen er impulsive, kommer elevene med forklaringer og spørsmål som det ligger mye matematikk i (Woleck, 2001). Gjennom muntlig språk får Jakob forklart valgene som han gjør underveis. Han trenger ikke å bruke et muntlig språk for å komme frem til svarene, men tegningen øker trangen hans til å forklare seg. Jakob er avhengig av å forklare seg muntlig for å kommunisere hendelsesforløpet og sin tankegang. I første oppgave, sier han at han gjør en dobling, noe som ikke er tydelig kun basert på tegningen, siden han har tegnet tre blomstervaser i tillegg til å bruke formell notasjon. Han forklarer også hvorfor han har valgt å lage grupper på tre og tre og viser at dette er veldig gjennomtenkt fra hans side. Selv om man kan få noe «til overs», vil denne resten kunne være en del av den siste vasen. Jakob snakker mye om sin interesse for pluss og minus, og kommer underveis i den andre oppgaven med en inngang til å løse oppgaven med minus i stedet for pluss. Han forteller at i stedet for å telle seg oppover, slik han har gjort, kan man ta utgangspunkt i 22 og trekke fra antall hjul, helt til man er på null. Å komme med flere løsningsforslag var ikke en del av oppgaven, men ble en impulsiv matematisk samtale hvor han fikk benyttet sin matematiske forståelse. Jakob kommer derfor med forslag til to ulike måter man kan løse garasjeoppgaven på. Til den siste oppgaven, fotballcup-oppgaven, forklarer Jakob at han ikke kan bruke den samme minimumsstrategien som han brukte på den første oppgaven. Han forklarer at man «kan ikke bare skrive 2+2+2+2+2+2+2+2… fordi det blir over 8». Det vil derfor ikke være mulig å løse oppgaven med gjentatt addisjon med to fordi resten vil bli for stor. Gjennom samtale får dermed Jakob forklar hva han tenker og hvorfor han gjør de valgene han gjør.

5.2 Lukas

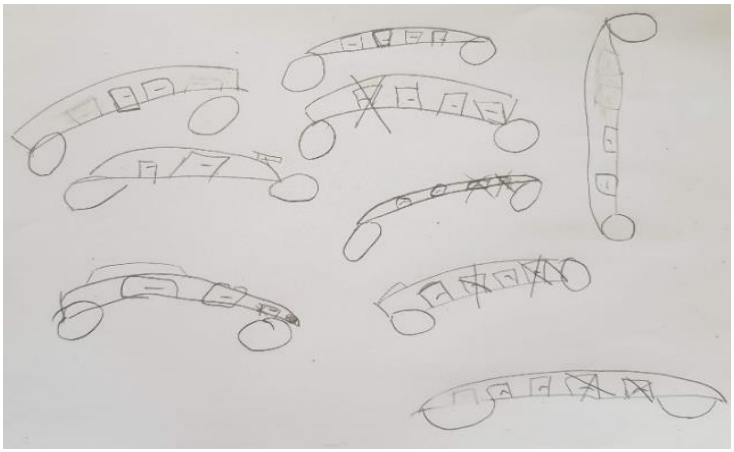
Nå skal jeg analysere Lukas sitt arbeid med problemløsningsoppgavene. Han har tegnet tre tegninger som er ulike i både fremgangsmåte og innhold. Jeg skal først gå inn i de ulike detaljene som er representert i tegningene. Deretter ser jeg på hvordan Lukas har brukt disse tegningene i problemløsningsprosessene sine. Her vil det komme utdrag fra intervjuet for å underbygge fremgangsmåter og hvordan Lukas har tenkt.



Figur 5: Lukas - Blomsterbutikkoppgaven



Figur 6: Lukas - Garasjeoppgaven

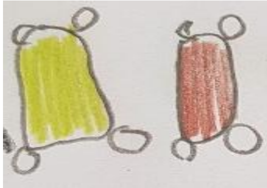


Figur 7: Lukas - Fotballcup-oppgaven

5.2.1 Tegningens detaljer

Lukas benytter seg av matematiske symboler i kun en av sine tegninger. Blomsterbutikktegningen (figur 5) er derfor den eneste tegningen som inneholder noen formell representasjon. Blomsterbutikkoppgaven består av flere beregninger med både bruk av tegninger sammen med tallsymboler, pluss og likhetstegnet. Han representerer vasene med tegninger og lager ulike grupperinger som han videre representerer med tallsymboler. Lukas viser gjennom blomsterbutikktegningen at tallet 24 kan bestå av tre grupper med 11, 9 og 4 i hver. Gjennom denne grupperingen har han brukt farger for å kategorisere de ulike mengdene. Å bruke farger forsterker hans matematiske forståelse om oppbygning av tallet 24 som kommer tydelig frem ved fargebruken i sluttsvaret. Fargene viser også hvor de ulike blomstene stammer fra, og han viser hvordan han har tatt med seg ulike grupperinger videre i oppgaven. Fargebruken har kanskje ikke så mye å si for Lukas og hans problemløsningsprosess, men det gir leseren av tegningen en forståelse av hvordan han har tenkt. Fargene er dermed med på å systematiskere og strukturere hele tegningen. Underveis i garasjetegningen, som er vist i figur 6, kommer Lukas med et innspill på at man kan bytte ut en bil og heller ha 2 enhjulssykler og et skateboard, da han under oppgaven tenker at et skateboard har to hjul. Også her jobber han med ulike oppbygninger av samme mengde og viser at han har forstått at det finnes flere alternativ.

Lukas sine tegninger inneholder i helhet lite detaljer. Alle objektene som er tegnet er relevante for både oppgaven og for problemløsningsprosessen. Blomsterbutikktegningen inneholder både formell notasjon og grafiske representasjoner og det er bare de grafiske representasjonene som vil bli analysert når tegningens detaljer blir påpekt. Blomstene til Lukas er så forenklet som mulig før det går over til å være sirkler, men inneholder samtidig alle detaljer som en reell blomst har. Vasene er også tegnet enkle, som firkanter, samtidig som de er reelle. Tegningen er derfor piktografisk, selv med få detaljer. Garasjeoppgaven til Lukas er den eneste tegningen som inneholder noen detaljerte objekter, slik som dør på lastebilen og sykkelhjulene er tegnet med eiker. Alle kjøretøyene er tegnet veldig enkle med enkle former som grunnlag og inneholder både piktografiske og ikoniske objekter. Teledahl (2017) poengterer at å kategorisere en tegning som enten piktografisk eller ikonisk kan være vanskelig ved noen tilfeller, noe denne tegningen er et eksempel på. Bilene til Lukas (figur 8) er tegnet som firkanter med sirkler i hvert hjørne og kan dermed kategoriseres som ikoniske, selv om de er tegnet i fugleperspektiv.



Figur 8: Lukas - ikoniske eller piktografiske biler

De andre objektene som Lukas har valgt å tegne, har han tegnet piktografisk fra et normalperspektiv og helhetlig ser derfor bilene hans ut som ikoniske. Den siste tegningen til Lukas, er veldig lite detaljert og den eneste detaljen som er med i tegningen er hjulene på bilen. Fotballcup-tegningen som presenteres i figur 7, kategoriseres derfor som en ikonisk tegning, selv om bilene har piktografiske element. Bilene har både piktografiske og ikoniske elementer fordi de er formet som en virkelighetsnær bil, med to hjul og en kasse, samtidig som de inneholder enkle former, slik som firkanter, bananformer og sirkler som er ikoniske element. Barna blir representert som firkanter og er dermed helt ikoniske. Det er også bare fotballcup-tegningen som inneholder abstrakte elementer. Bilene er formet som en banan med to hjul og fremstilles fremdeles som biler, bare enklere og mer konkret. Menneskene, blir representert som firkanter inne i bilen og er dermed gjort abstrakte.

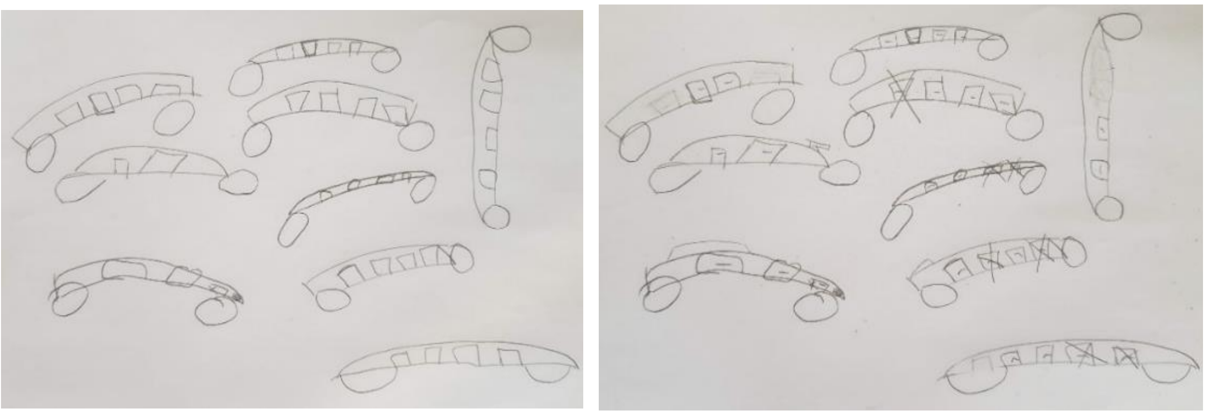
5.2.2 Tegningen i problemløsningsprosessen

Både blomsterbutikktegningen og garasjetegningen til Lukas, blir brukt som et hjelpemiddel og støtte, slik at han kan holde orden. Blomsterbutikktegningen tegnes slik at han slipper å regne ut, men kan i stedet telle alle blomstene. Han starter med å tegne opp et vilkårlig antall vaser som inneholder til sammen elleve blomster. Videre lager han en gruppe til som til sammen blir ni blomster. Grupperingene hjelper han også videre, når han skal finne en regnekombinasjon som gir 24 blomster. Han legger sammen disse to gruppene og ser hvor mye han mangler. 24 blir derfor representert som en gruppe på elleve, en gruppe på ni og en siste gruppe på fire. Grupperingen, utregningen og den endelige løsningen er tegnet med en liten avstand fra hverandre. Ved å bruke avstand som layout, viser Lukas, gjennom tegningen, at den inneholder tre deler. Også garasjetegningen til Lukas hjelper han med å holde styr på antall hjul han har. Han velger å tegne bilene ovenfra fordi han ønsker at alle hjulene skal synes. Lastebilen blir tegnet fra siden av i et normalperspektiv, men han tegner på alle hjulene som lastebilen har til sammen for at det skal bli enklere å telle. Ved å tegne lastebilen slik, ungår han å glemme å telle med de hjulene som ikke vises i et normalperspektiv. Når han tegner skateboardet, tegnes dette også fra siden, uten at totalantall hjul blir tegnet opp. I figur 9 vises det hvordan han tegner objektene på tre ulike måter. Her er objektene tegnet i to ulike perspektiv og hjulene på bilene og lastebilene er tegnet med en-til-en-korrespondanse. Å ikke tegne opp totalt antall hjul kan fungere hvis man er bevisst på å telle de hjulene som ikke synes og ikke benytter seg av tegningen som en støtte for å telle.

Figur 9: Lukas - Biler - Skateboard - lastebil

For at Lukas skal være sikker på hvor mange hjul han har delt ut, velger han å telle seg ned fra 22. Han starter med å tegne en bil med fire hjul hvor han videre teller seg nedover fra 22-21-20-19-18. Samtidig som han teller seg ned, benytter han også fingrene til å holde styr på hvor mange han har talt. Tilslutt sier han at «jeg har igjen en, da må jeg ha en enhulssykkel». Til den siste oppgaven bruker han en prøve-og-feile-strategi. Han tegner et vilkårlig antall barn i bilene, før han teller over og fjerner de barna som ble for mange. Denne strategien gjør at tegningen ikke blir brukt som en støtte underveis, men bidrar til å løse oppgaven.

Også hos Lukas er det bare fotballcup-tegningen (figur 7) som er en dynamisk tegning. Lukas er avhengig av å bruke denne tegningen for å komme frem til et svar. Han starter med å tegne en og en bil for så å tegne inn barna. Antall barn i hver bil er tegnet vilkårlig, men han holder seg til kriteriet om at det maksimum kan være fire og minimum to barn i hver bil. Deretter teller han over antallet og begynner å sette kryss og viske ut de barna som blir for mange. I figur 10 vises Lukas sin fotballcup-tegning før og etter ulike manipulasjoner. For å komme frem til riktig antall på tegningen, er han avhengig av å manipulere den første tegningen sin, ved hjelp av å slette eller krysse ut barn. Etter å ha dobbeltsjekket svaret til Lukas, ser jeg at sluttsummen gir feil antall barn. Hvorfor dette er tilfellet skal jeg komme tilbake til.



Figur 10: Lukas - Før og etter bruk av utkrysning og sletting

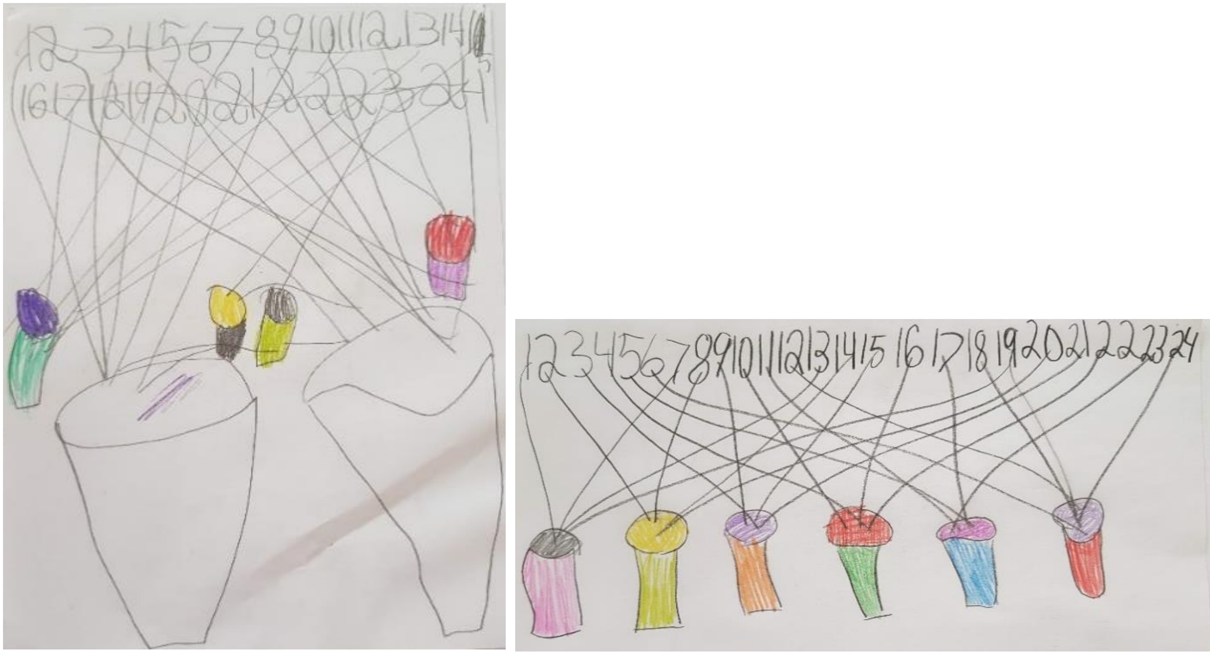
5.2.2.1 Muntlig språk

Gjennom språket får Lukas forklare hva han har tenkt underveis, noe som ikke kommer så tydelig frem i blomsterbutikktegningen. Han sier «det mangler fire i 20 og da må det legges til fire, mens det er for masse i 31, så da må syv trekkes fra og siden det ikke kan være vaser på syv, så måtte jeg dele den opp». Her forteller Lukas om at det finnes flere måter å løse oppgaven på. Han kommer med to ulike løsninger som han har tenkt ut, basert på det han allerede har gjort. Dette ville ikke kommet frem med bare tegning og er en fin dialog som kan vekke interesse og forståelse hos Lukas og hos medelever. Også i garasjeoppgaven kommer han med to svaralternativer, da han kommer med et innspill på at man kan bytte ut en bil og heller ha to enhjulssykler og et skateboard. Selv om totalantallet egentlig ikke blir det samme, klarer Lukas å forstå at så lenge totalantallet er likt, så kan objektene byttes ut.

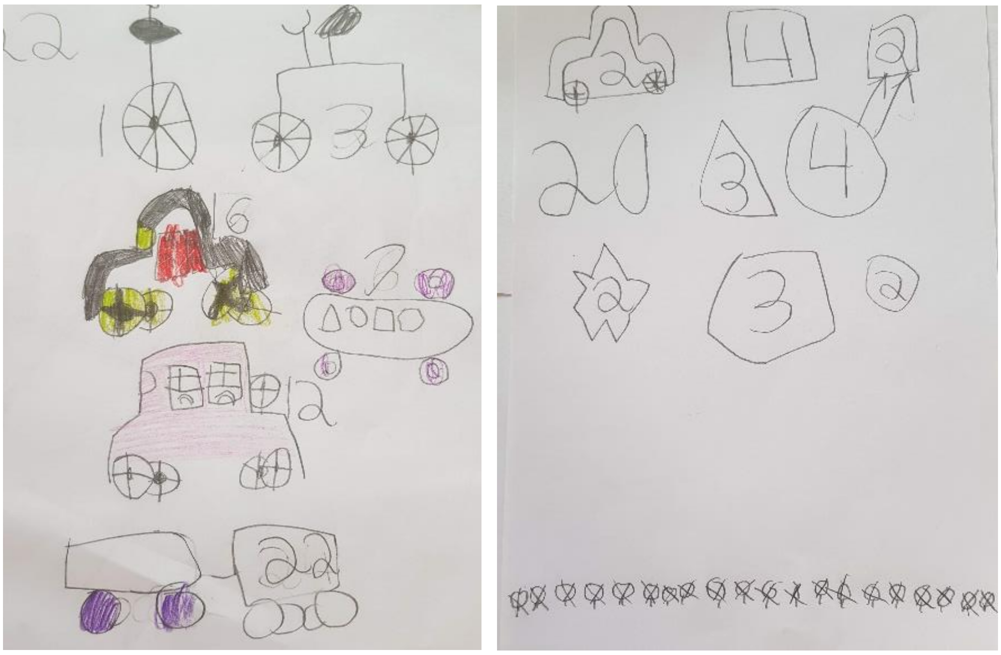
I arbeid med den siste oppgaven uttrykker Lukas at det er vanskelig å representere problemet gjennom tegning. Han stopper opp halvveis i oppgaven og etter en liten samtale, forstår jeg at han er misfornøyd med hvordan tegningen ser ut. Han forklarer at han ønsker å starte på nytt fordi han ikke får til å løse oppgaven med tegningen. Når jeg spør om hvorfor han ikke liker tegningen sin, sier han at han ikke kan å tegne mennesker inne i biler. Denne samtalen bidrar ikke til noen matematiske refleksjoner, men viser at samtale er viktig for å forstå hvorfor noen elever ikke får til å løse oppgaven. I Lukas sitt tilfelle handler det kanskje ikke om hans mangel på matematisk kompetanse, men på tegneferdigheter?

5.3 Sofie

Den siste eleven som skal være med i analysen, er Sofie. I motsetning til Jakob og Lukas, lagde Sofie to tegninger til en av oppgavene. Jeg har valgt å ta med begge to i analysen fordi de inneholder ulike strategier. De fleste detaljene i de to tegningene er svært like og de vil derfor bli analysert sammen i de fleste tilfeller. Der hvor jeg snakker om de hver for seg, vil dette bli poengtert.



Figur 11: Sofie - Blomsterbutikkoppgaven 1 og 2

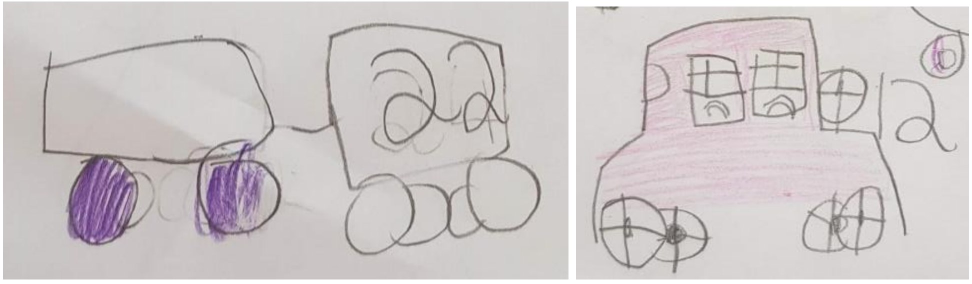


Figur 12: Sofie - Garasjeoppgaven og fotballcup-oppgaven

5.3.1 Tegningens detaljer

Den matematiske strukturen defineres gjennom å vise relasjonene og operasjonene mellom de ulike elementene i oppgaven (Ott, 2017). Sofie sin første blomsterbutikk-tegning, vist i figur 11, er uorganisert og viser ikke at hun benytter seg av målingsdivisjon hvor hun «fyller» opp en og en vase. Det er vanskelig å se hvor mange som er i hver vase og den matematiske strukturen kommer derfor implisitt frem. I garasjeoppgaven, figur 12, kommer forholdet mellom antall hjul og kjøretøy mer eksplisitt frem. For hvert nytt objekt skriver hun ned hvor mange hjul hun har og det er enkelt å se forholdet mellom objekt, hjul og totalantallet av hjul. Garasjetegningen er derfor en eksplisitt grafisk tegning. Sofie er den eneste som har valgt å benytte formell notasjon i alle tegningene sine. Hun bruker tall til å symbolisere blomster i første oppgave i stedet for å tegne opp blomster eller andre former. Hun bruker dermed tallene som en støtte for å holde oversikt over totalantallet istedenfor å bruke tall med en aritmetisk hensikt. I de to siste oppgavene er tallene satt inn i kontekst hvor hun bruker tall for å holde styring på hvor mange hjul hun har og tall som representerer antall barn i hver bil. Å benytte seg av tallsymboler er med på å gjøre forholdene mellom de ulike elementene i oppgaven mer eksplisitt.

Sofie har tre tegninger med ulike grader av detaljer. Blomsterbutikktegningene i figur 11, er veldig lite detaljert og det eneste objektet som er tegnet, er vasene, som er representert slik vaser reelt ser ut, med enkle former og lite detaljer, og er dermed piktografiske. Sofie har valgt å gjøre blomstene abstrakte ved å bruke tallsymboler i stedet for å tegne blomster. Å skrive tall i stedet for å tegne opp 24 blomster hjelper Sofie med å holde orden og kontroll over hvor mange blomster hun har med. Blomstene kan derfor ikke kategoriseres som en grafisk tegning med ikoniske eller piktografiske elementer. Til garasjeoppgaven (figur 12) har hun tegnet flere ulike objekter som kan være i en garasje og tegning inneholder både objekter med piktografiske og ikoniske elementer. Noen av objektene hun tegner er realistiske bilder av sykler og biler. Som vist i figur 13, har noen av bilene vinduer, frontrute og felger som ikke er relevante detaljer for oppgaven, mens den siste bilen har veldig lite detaljer, med bare firkanter og hjul og kan derfor forveksles fra bil med henger til lastebil.



Figur 13: Sofie - Ikonisk og piktografiske biler

Sofie sin fotballcup-tegning (figur 12) er en ikonisk tegning med ett piktografisk element. Den første bilen i fotballcup-tegningen er tegnet som en enkel, lite detaljert bil, mens de andre bilene er tegnet som ulike geometriske figurer. Denne ene bilen blir brukt som en nøkkel slik at hun slipper å tegne flere biler (Teledahl, 2017). Den første bilen blir dermed «nøkkelen» til at leseren forstår at de andre geometriske figurene også representerer biler. Bortsett fra den ene bilen, har Sofie gjort både bilene og barna abstrakte i fotballcup-tegningen. Bilene blir dermed mer abstrakt underveis, mens barna er gjort abstrakte, ved at hun har tegnet sirkler som representerer hodene.

Av estetiske elementer er Sofie opptatt av farger og at objektene er unike, samt. å koble problemene opp mot reelle situasjoner. Når det kommer til fargebruk, bruker Sofie farger i to av sine tegninger. Vasene til Sofie sin blomsterbutikktegning har fått farger fordi de skal bli finere. Fargene har hun bevisst valgt fordi vasene skulle ha forskjellige farger. Hun var veldig opptatt at de ikke skulle ha like farger og forklarer dette med at det bare blir finere. Ulike farger blir ansett på som positivt og unikt, noe som ofte er estetisk ettertraktet hos barn (Eberle, 2014). Å bruke ulike farger vil også gjøre det enklere å skille de i tegningen, men også ved eventuelle dialoger ved å si «den blå vasen». Sofie startet med å fargelegge objektene i garasje-tegningen, men ga seg raskt fordi hun mente at tegningen ikke trengte det. Noen av objektene, slik som sykkelen, er også gjort så enkle at man ikke kan fargelegge fordi det bare er streker. I garasjetegningen må hun fjerne to hjul av hengeren fordi det ble for mange hjul. Hun drøfter om hengeren må byttes ut med et annet objekt, men finner ut at det finnes hengere med to hjul. Drøftingen hennes viser at hun klarer å koble oppgaven til virkeligheten og i stedet for å bare fjerne noen hjul for å få riktig antall, passer hun på at tegningene fortsatt er realistiske.

5.3.2 Tegning i problemløsningsprosessen

Nå skal jeg se nærmere på hvordan Sofie har arbeidet med tegningen i selve problemløsningsprosessen. Sofie bruker ulike strategier til hver oppgave og er den eneste av de tre elevene som har to dynamiske tegninger. På alle oppgavene til Sofie, starter hun med å skrive ned antallet som skal være med. Hun har derfor forsikret seg om at antallet hun skal ha med stemmer overens med hva som blir sagt i oppgaven. Å skrive ned viktige detaljer fra oppgaven hjelper henne med å unngå slurvefeil ved å løse en oppgave med feil antall. Ved den første oppgaven til Sofie, velger hun å fylle opp en og en vase og bruker dermed en maksimum-strategi. Hun skriver opp 1-24 som representerer blomstene og setter streker fra disse og ned til vasene. Hun manipulerer dermed tegningen ved å dele ut en og en blomst av gangen, slik hun kunne gjort med fysiske konkreter. Tegningen er derfor en dynamisk tegning som inneholder en forflytning av blomster ved bruk av streker. For hennes strategi er det bra at hun valgte å symbolisere blomstene med tallsiffer fordi det er enklere å se at alle 24 blomstene er tegnet med. Sofie velger å tegne to tegninger til den første oppgaven, og det hun trodde skulle være den samme tegningen, bare «finere», ble en annen tegning med en ny strategi. På den første tegningen starter hun med å tegne opp to vaser og fyller opp disse med maks antall blomster. Videre lager hun to nye vaser og fyller opp disse og slik fortsetter hun til alle blomstene er delt ut. I blomsterbutikktegning nummer 2 (til høyre i figur 11), tegner hun opp et bestemt antall med vaser først. Dette gjør hun fordi hun allerede vet at det går opp med seks vaser, slik hun har gjort på sin første tegning. Det hun ikke tenker over, er at det ikke er like mange i hver vase i hennes første tegning. Hun setter derfor strek til hver av vasene, slik at hun deler ut en og en av gangen. Dette fører til at hun får like mange blomster i hver vase på den siste tegningen. Den første tegningen blir dermed gjennomført som målingsdivisjon hvor hun har bestemt antallet i vasene, mens den siste tegningen jobbes med som delingsdivisjon hvor hun fordeler en og en blomst.

Garasjetegningen til Sofie er den eneste av hennes teninger som ikke er dynamisk, men den blir i stedet brukt som et hjelpemiddel for å holde styr på antall hjul. Hun tegner opp alle hjulene på objektene for å unngå å glemme noen i tellingen. Hun skriver, med tallsiffer, opp hvor mange hjul det er etter at hun har tegnet et nytt kjøretøy. Dette hjelper henne med å holde styr på antall hjul og er en effektiv måte å holde tellingen på fordi hun slipper å telle alle og kan telle videre fra forrige antall hjul. Hun velger dermed å telle seg oppover frem til 22, som er totalantallet.

Hun tegner en gjenstand og skriver opp hvor mange hjul hun har så langt og slik fortsetter hun til totalt antall hjul er 22.

Den siste tegningen, til fotballcup-oppgaven, er en dynamisk tegning. Her tegner Sofie sirkler, som representerer hvert barn, som hun krysser ut etter hvert som hun tegner opp en ny bil. Ved å krysse ut sirklene underveis, blir dette hennes trygghet i å vite at hun verken har for få eller for mange barn med. Hun har talt alle hodene på forhånd, så hun vet at når hun har krysset ut alle barna, så har alle en plass å sitte. Utkrysningen gjør at hun slipper å regne ut hvor mange barn hun har igjen å plassere underveis. Til denne oppgaven benytter Sofie seg av en prøve-og-feile-strategi hvor hun deler ut vilkårlig antall barn til bilene. Selv om antall barn i hver bil er tilfeldig, holder hun seg likevel innenfor minimums- og maksimumskravet. Underveis i prosessen innser hun at må forflytte noen av barna, noe hun oppdager når det er igjen en bil å fylle og hun har krysset ut alle hodene. Hun tegner da piler for å flytte over barn i en annen bil og viser forflytningen ved å tegne opp en pil for hvert barn hun flytter. Hun bruker dermed både piler, streker og kryss i den siste oppgaven.

5.3.2.1 Muntlig språk

Gjennom dialog får Sofie forklart hvorfor hun tar de ulike valgene hun gjør, både i prosessen og matematisk. Sofie tegner to tegninger til den første oppgaven og forklarer dette med at den første tegningen ikke ble fin nok. Etter å ha talt over, sier hun at hun ser at de har fått ulike svar, men at begge to er riktige. Refleksjonene om at tegningen har ulik strategi og hvorfor hun har valgt å tegne to tegninger, er ikke noe som kommer frem i tegningene uten en dialog. Hun forklarer alt hun gjør og jeg får derfor følelsen av at hun ønsker å fortelle og forklare egne handlinger. Hun starter for eksempel blomsterbutikkoppgaven med å si at «jeg skriver opp tallene 1 til 24 i stedet for å tegne blomster, fordi det er mye enklere». Her snakker hun om hvorfor hun gjør sine valg, uten at det er spurt om det. Gjennom intervjuet snakker hun om hva hun har tegnet og hvordan hun har holdt system. Hun benytter matematiske fraser til å forklare hva hun gjør matematisk, og bruker begreper slik som «til hver», «telle over» og «trekke fra». Dette er et eksempel på at samtale om oppgaver gir elevene øving i å forklare og begrunne hva de har gjort.

5.4 Sammenfatning

Nå har jeg presentert Jakob, Lukas og Sofie sine tegninger og analysert disse opp mot teoretiske begreper. Videre skal jeg nå gi en kort sammenfatning av noen av mine analyseresultater. Noen av de teoretiske begrepene er satt inn i en avkrysningstabell som viser en samlet oversikt over hvilke detaljer som finnes i tegningene til elevene. Analyseresultatene vil videre bli diskutert i det påfølgende kapittelet.

Informant		***Jakob***			***Lukas***			***Sofie***	
Oppgave	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Abstrakt			X			X			X
Ikonisk			X		X	X	X		X
Piktografisk	X	X	X	X	X			X	
Symboler	X	X	X	X			X	X	X
Farger	X	X		X	X		X	X	
Piler, streker, kryss og sletting			X			X	X		X

Tabell 1: Oversikt over funn i elevers tegninger

Tabell 1 viser oversikten over de ulike resultatene jeg har funnet i analysen. Denne tabellen tar for seg begrepene innenfor tegning som produkt, bortsett fra siste rad som går på tegning i prosess. Bortsett fra piler, streker, kryss og sletting, er ikke begrepene for tegning i prosessen like konkrete til at de kan plasseres i en avkrysningstabell. Selv om tabellen er laget med en avkrysningsform, kan noen av begrepene gjelde både i noen grad eller i sterk grad. Abstrakt handler om at noe i tegningen er blitt abstrakt, enten før objektet har blitt tegnet eller underveis i prosessen. Ikonisk og poktigrafisk er krysset ut hvis tegningen inneholden noen egenskaper av disse kategoriene. Den neste avkryssingen viser hvilke tegninger som inneholder matematiske symboler. Videre kommer hvilke tegninger som inneholder farger og tilslutt kommer piler, streker, kryss og sletting, som handler om hvilke tegninger som inneholder noen form for handling.

Tabell 1 viser at Jakob, Lukas og Sofie har gjort mye likt. I tabellen ser vi at symboler i tegningene forekommer i syv av ni av tegningene. Av de matematiske symbolene som blir brukt, tall, pluss og likhetstegnet, forekommer tall i alle de syv tegningene. Også når det kommer til fargebruken er elevene ganske like. Alle elevene har valgt å bruke farger i de to første tegningene sine og dermed er fotballcup-tegningene uten farger. Fotballcup-tegningen viser seg å ha flere likheter. I fotballcup-tegningen har alle benyttet noen form for handling gjennom piler, streker, kryss eller sletting for å manipulere tegningen. Tegningen er også den eneste hvor det inneholder abstrakte og ikoniske elementer hos alle elevene. Garasjetegningen er den eneste tegningen som alle elevene har tegnet piktografisk og av piktografiske tegninger hadde Sofie en, Lukas to og Jakob tre piktografiske tegninger.

6 DISKUSJON

Jeg har nå presentert funnene jeg har gjort gjennom en analyse av datamaterialet og jeg har drøftet dette opp mot den teorien jeg har presentert i teorikapittelet. Videre skal jeg tolke disse funnene for å kunne svare på *«hvilken funksjon har tegning for tre andreklasseelevers arbeid med problemløsningsoppgaver?»*. I dette kapitelet kommer jeg til å trekke frem hovedpunktene fra analysen, forklare de ulike resultatene og diskutere resultater som var uventet. Jeg skal først se på hvordan detaljer i tegning og tegneferdigheter kan ha påvirket elevene i deres problemløsningsprosesser. Her vil jeg komme med noen situasjoner som understreker resultatene. Videre skal jeg sammenligne hvilke matematiske begreper, symboler og strategier elevene har brukt. Hvilke resultater denne studien har fått, kobles opp mot et annet studie, med lignende problemløsningsoppgaver. Det vil også komme drøfting av studiens metode og valg som er tatt i slutten av kapitelet.

6.1 Tegning alene gir ikke alltid et svar

I dette delkapittelet skal jeg se på hvordan detaljer og ferdigheter påvirker den matematiske prosessen til de tre elevene. Først skal jeg se på et tilfelle hvor elevene må bruke en annen uttrykksform for å komme frem til en løsning, før jeg belyser hvordan tegneferdighetene til elevene kan ha vært en hindring i deres arbeid. Deretter drøftes det om oppgavens innhold og presentasjon av oppgavene har en påvirkning i elevenes arbeid og tegninger.

6.1.1 Hva spør egentlig oppgaven etter?

Detaljene kan være viktige for problemløsningsprosessen, men de skal ikke hindre elevene i å svare på det oppgaven ber de om. I garasjeoppgaven er kravet at elevene skal velge seg ut ulike objekter. Det er dermed implisitt at leseren av tegningen skal klare å se hvilke objekter som er valgt ut. I blomsterbutikkoppgaven og fotballcup-oppgaven skal elevene komme med et løsningsforslag til en mulig oppdeling og fordeling av objekter. Forskjellen blir dermed at garasjeoppgaven spør etter hvilke objekter, mens de to andre oppgavene spør etter en fordeling. Ulike fordelinger kan svares på gjennom uformell og formell notasjon, mens ulike objekter må svares på gjennom piktografiske tegninger eller ord. Dette viser at det ikke er mulig å tegne en helt ikonisk tegning som fullstendig svarer på garasjeoppgaven. For at man skal kunne tegne ikoniske tegninger er leseren avhengig av å ha en nøkkel for å forstå hva de ulike objektene representerer (Teledahl, 2017). Uten en form for nøkkel i en ikonisk tegning, må elevene benytte en annen uttrykksform for å komme med et løsningsforslag til oppgaven. Både Lukas og Sofie bruker muntlig kommunikasjon som ekstra uttrykksform for å svare på oppgaven, fordi noen av deres objekter er så ikoniske at det er vanskelig å identifisere hvilket objekt det representerer. At elevene velger å tegne ikoniske tegninger, handler om at de engasjerer seg i abstraksjon. Ønsket om å fjerne unødvendige detaljer og gjøre objektene så enkle som mulig slik at de kan manipuleres, gjør at de går over fra piktografiske til ikoniske objekter (Woleck, 2001). Denne overgangen har mange fordeler og positive sider, men for garasjeoppgaven hinder overgangen elevene i å få frem svaret i tegningen. Tegningen er derfor mest benyttet for at de selv skal holde styr på antall hjul i problemløsningsprosessen og som en skisse av ulike gjenstander og ikke for å vise selve svaret.

6.1.2 Feil svar og «stygg» tegning

Elevenes tegneferdigheter er med og påvirker det matematiske arbeidet, både positivt og negativt. Lukas sin fotballcup-tegningen har et feil totalantall av barn, som derfor tilsier at han har kommet med et feil løsningsforslag. I problemløsningsprosessen bruker han en prøve-og-feile-strategi. Prøve-og-feile-strategi fører til at Lukas må telle over for hver gang han gjør en endring. En slik strategi kan gjøres systematisk, men i Lukas sitt tilfelle blir det mye tilfeldigheter med lite oversikt. Hans valg av strategi gjør det vanskeligere å strukturere fordi den ikke er effektiv og systematisk for han. Sammen med denne usystematiske strategien, er det også et annet aspekt som bidro til feil svar. Lukas ytrer tydelig at denne tegning, ikke er noe fin. Han sier at han ikke klarer å tegne mennesker og at tegningen derfor ikke blir slik han ønsker. Når elever prøver å tegne realistisk piktografisk tegninger, kan selvtilliten synke når de ikke får det til (Bakar et. al., 2016). Dette drar fokuset fra selve prosessen og oppgavene over til tegningens utsende og detaljer. Lukas fokuserer dermed på selve utsende av tegningen og glemmer det matematiske arbeidet og hvorfor han i det heletatt jobber med denne oppgaven. For å unngå at fokuset skifter retning, er det viktig å poengtere og jobbe med at fokuset skal være på det matematiske arbeidet. Gjennom tilbakemeldinger og samtaler, kan man gi kompliment på prosessarbeidet, i stedet for å kommentere hvordan tegningen ser ut. Ved å fortelle til Lukas at han har jobbet konsentrert og at han har klart å abstrahere, ville kanskje Lukas kjent på følelsen av at dette ikke var så ille, i stedet for å kjenne på at tegningen var et mislykket forsøk. Selv om Lukas selv bare så de negative sidene med disse barna han ikke klarte å tegne, var barna det eneste han gjorde abstrakt av alle tre oppgavene. Man kan si at Lukas sin misnøye også har et positiv aspekt i det at han viser at han klarer å lage en representasjon som er viktig for å løse problemet. At Lukas får et feil totalantall skyldes derfor en sammenfatning av ustrukturert strategi og en svakhet i hans tegneferdigheter. Det skal også poengteres at bare en av ni tegninger førte til feil svar, noe som viser at de fleste hadde god forståelse for problemoppgaveteksten og brukte nøyaktige representasjoner for nøkkelinformasjonen, også i Lukas sitt tilfelle (Essen & Hamaker, 1990). Slik som Lukas sin fotballcup-tegning, er det også en hindring for Sofie at hennes blomsterbutikktegning ikke er fin nok. Hun gjør ferdig den første tegningen og kommer med en endelig løsning, men lager en ekstra tegning som skal være den endelige. Den første tegningen skal derfor fungere som et førsteutkast, noe som ikke er nødvendig. I den andre tegningen klarer hun å komme med en annen løsning, noe som ikke var planen i første omgang. Dette oppdager hun etter at hun har tegnet den ferdig fordi hun skal dobbeltsjekke at svaret fortsatt er riktig. Hadde hun fått beskjed om å gjøre oppgaven og bare lever inn tegningen, ville jeg mest sannsynlig bare fått se den siste tegningen hennes. De to tegningene representerer to ulike strategier og to ulike måter å jobbe på og er ulike element som viser hva hun har gjort underveis. Dette viser at det noen ganger kan tegneferdigheter hindre og endre det matematiske arbeidet. Det er derfor viktig å være tilstede slik at man får med seg denne endringen, slik at man kan ta tak i hvor problemet ligger og finne de positive trekkene med det materialet de allerede har laget. Selv om tegningen ikke er «fin» eller gir riktig resultat, befinner det seg mange elementer som forklarer elevenes tanker og fremgangsmåter i det matematiske arbeidet. Disse elementene er viktige for å vite elevenes svakheter, styrker, utvikling og forbedringspotensialer.

6.1.3 Oppgavens muligheter

Oppgavenes objekter, spørsmål og presentasjon, kan påvirke hvordan elever tolker, løser og gjennomfører oppgavene på. De mest sentrale objektene som er med i oppgavene er blomster, vaser, kjøretøy med hjul, biler og mennesker. Alle disse objektene kan gjøres veldig enkle, uten at de blir ikoniske. Oppgavene tvinger derfor ikke elevene til å gå over til abstraksjon, men inneholder objekter med enkle former og detaljer. Slik som nevnt tidligere, kan det være vanskelig å kategorisere noen objekter som ikonisk eller piktografisk, på grunn av objektets enkle form (Teledahl, 2017). Både blomster, hjul og hoder er enkle former som kan være både piktografisk og ikonisk. Alle elevene har valgt å gjøre noen av objektene abstrakt i den siste oppgaven. Fotballcup-oppgaven er den eneste oppgaven hvor det ene objektet skal plasseres inn i det andre. Selv om blomstene skal kobles opp mot vasene, tegnes blomstene over vasene og ikke inni. Dette gir elevene en utfordring i at bilene må være store nok til at barna skal få plass. Mens Jakob løser denne utfordringen med å sette streker og piler, velger Sofie å symbolisere barna med tall og Lukas gjør de abstrakt som firkanter. Også hvordan en oppgave blir presentert kan være med å påvirke hvordan elevene tolker og forstår oppgaven. For å unngå at leseferdighetene setter en stopper for prosessen valgte jeg å lese oppgaven høyt for elevene. Dette kan være viktig i de minste skoletrinnene, for å unngå misforståelser (Csíkos et al., 2011). Selv om oppgavene ikke spør etter flere løsninger og jeg ikke spurte elevene om de hadde flere løsninger, kom samtlige elever med ulike strategier og løsningsforslag. Gjennom samtalene dukket det om refleksjoner rundt matematisk forståelse og tanker om andre løsninger. Resultatene viser at oppgavene byr på flere løsningsforslag, selv om det ikke bes om det.

6.2 Kjente matematiske metoder

Jakob, Sofie og Lukas bruker alle kjente symboler, begreper og strategier i deres problemløsningsprosess, noe som bidrar til en mer effektiv og forståelsesfull prosess med lite feil (Van de Walle et al., 2015). For å se sammenhenger og binde de ulike funnene sammen, vil jeg nå gjenta noen av de funnene som er presentert i analysen. Jeg vil først belyse hvilke symboler og begreper elevene brukte skriftlig og muntlig. Deretter skal jeg fremheve noen av de strategiene elevene brukte i problemløsningen og drøfte hvorfor de har valgt de ulike metodene.

Tegningene og samtalene rundt tegningene leder til bruk av matematiske begreper og symboler. Når elevene snakker om tegningene, brukes det matematiske begreper og fraser, slik som pluss, minus, halvparten, dobbelte av og det samme som. Ordene pluss, minus og det samme som, er spesielt gjentagende for elevene og benyttes ved flere av oppgavene. Lukas og Jakob benytter seg av flere matematiske begreper enn Sofie. Den matematiske tilnærmingen gjenspeiles også i tegningene deres. Jakob og Lukas bruker begge aritmetiske symboler som pluss og likhetstegnet og deres første tegning har en aritmetisk struktur. Selv om begge bruker aritmetiske symboler, følger ikke Jakob den konvensjonelle måten som voksne ofte gjør. Jakob benytter likhetstegnet som en pil, noe som viser at han ikke har forstått meningen og funksjonen til symbolet fullt ut (Papandreou, 2009). Av andre matematiske symboler, bruker alle elevene tallsymboler for å representere ulike former for mengder.

Hvilke strategier elevene bruker på hver oppgave har flere likheter. Jakob og Sofie benytter seg av samme strategi i blomsterbutikkoppgaven, men tar utgangspunkt i ulike detaljer. Mens Jakob fyller opp hver vase med tre, som var minimumskravet, så fyller Sofie opp vasene sine med fem blomster, som var maksimumskravet. Begge bruker derfor målingsdivisjon hvor de på forhånd har bestemt seg for et gitt antall blomster som skal være i hver vase (Van de Walle et al., 2015). På de to siste oppgavene bruker elevene samme strategi i hvordan de løser oppgavene. Ved garasjeoppgaven ligger det eneste skillet ved at Lukas velger å telle seg nedover fra 22, altså forteller hvor mange han har igjen å dele ut, mens Jakob og Sofie velger å starte ved null, telle seg oppover og ser på hvor mange de har delt ut. Ved den siste oppgaven, fotballcupen, velger alle elevene å benytte en prøve-og-feile-strategi. Elevene har delt ut vilkårlig antall barn for deretter å fjerne eller legge til elever for å oppfylle alle de gitte kravene i oppgaven. Selv om denne strategien ofte forbindes med ustrukturerte metoder, har Jakob og Sofie utført denne strategien veldig systematisk. Tegningene er tegnet med en-til-en korrespondanse slik at antall barn og biler er likt som i oppgaveteksten. Etter å ha tegnet opp antall barn og biler, begynner de å fordele barn. På denne måten har de alltid oversikt over hvor mange barn som er med og antall biler. Lukas tegner opp en og en bil, med ulikt antall barn i hver. Han tegner også opp et og et barn, men totalantallet blir ikke sjekket før tegningen er tegnet ferdig. Siden den siste oppgaven blir gjennomført med en prøve-og-feile-strategi, er det naturlig at disse er dynamiske tegninger. Jakob og Sofie benytter seg av streker og utkrysning underveis i prosessen og Lukas blir nødt til å krysse ut og slette noen barn fordi han ikke lyktes på første forsøk. Strategien heter prøve-og-feile og det er ment at man skal estimere og forutsi underveis, noe som kan føre til at man feiler og må prøve på nytt (Van de Walle et al., 2015). Både Jakob og Lukas valgte å løse noen av oppgavene på en veldig matematisk måte med aritmetiske operasjoner og symboler. De valgte å sette opp tegningene på en linje, med pluss og likhetstegnet for å vise at dette er matematikk.

Av dette datamaterialet finner vi at alle tre elevene benytter seg av kjente symboler og begreper som de har kunnskap og forståelse for i tegningene sine. Kompetansemålene beregnet på 2.trinn, har fokus på tall, addisjon og subtraksjon (Kunnskapsdepartementet, 2006). Det er derfor naturlig at elevene bruker pluss, minus og likhetstegnet, både muntlig og skriftlig, fordi det er kjente elementer i matematikk (Van de Walle et al., 2015). Sofie er den eneste som ikke har noen matematiske operasjoner eksplisitt i tegningene sine. Hadde Sofie benyttet tegningen gjennom en aritmetisk operasjon, kunne utfallet blitt et annet, ved at hun kunne fått feil svar, brukt lengre tid eller ikke fått noen løsning. Dette betyr ikke at Jakob og Lukas ikke har noen forståelse i egne prosesser fordi de er nærmere knyttet matematikken og strategier i matematikkfaget enn det Sofie er. Siden elevene går i andreklasse, hvor de har lært om matematikk og ulike operasjoner i rundt ett år, vil tegning uten eksplisitte operasjoner, være nærmere deres forståelse, siden matematikk er såpass nytt. Dette poengterer viktigheten med å presentere mange metoder og strategier og jobbe grundig med dem, slik at elevene finner de mest effektive og forståelige metodene for seg selv.

6.3 Detaljer som støtter matematisk tenkning

I analysen har jeg presentert ulike detaljer som har vært med i de forskjellige tegningene i studien. Jeg skal nå gå nærmere inn på noen av disse detaljene for å se på hvilken nytte de har for elevene og om det støtter den matematiske tenkingen. Først skal jeg se på hvordan elevene har håndtert objekt som ikke er sentrale for det matematiske arbeidet. Deretter skal jeg belyse en situasjon hvor synsvinkelen på objektene spiller en vesentlig rolle for hvordan løsningen blir. Tilslutt skal jeg sammenfatte fargebruken i tegningene og se på hvilken konsekvens fargebruk og detaljer har hatt for elevenes matematiske tenkning.

Garasjeoppgaven er den eneste av de tre oppgavene, som er med i denne studien, som har sentrale objekter i oppgaveteksten som ikke er nødvendige for det matematiske problemet. Garasjeoppgaven byr på masse kreativitet, hvor man lett kan bli revet med og tegne irrelevante objekter som ikke er nødvendige for å løse oppgaven. At oppgaven åpner for så mye fantasi og kreativitet, skaper engasjement og iver hos Jakob og de andre elevene. Elevene får en «trang» eller behov for å fortelle hvor kreative de er og hva de har kommer frem til. De spør hverandre om hva de har kommet på og fraser som «pappa har tre biler han» og lignende, kommer det flere av. Oppgaven åpner derfor for en kommunikativ funksjon som ikke relateres til matematikk. Selv om oppgaven lar elevene være kreative og elevene har en virkelighetskobling til oppgaven, er det ingen av elevene som tegner opp garasjen i tegningen sin. Garasjen er en sentral del i problemet, men er ikke nødvendig for å løse oppgaven.

Samtidig som elevene benyttet seg av relevante detaljer, er det viktig å se på måten detaljene kommer frem på, som vises i garasjeoppgaven til Lukas. Lukas poengterer at han skal tegne fra fugleperspektiv for å få med alle hjulene. Hjulene er veldig sentrale i denne oppgaven og for at tegningen skal bli en støtte, er det viktig at disse synes (Saundry & Nicol, 2006). At han poengterer dette selv, viser at han har tenkt og reflektert på dette. Når han da skal tegne lastebilen, tegner han lastebilen i et normalperspektiv og glemmer så å tegne alle hjulene på lastebilen. Utover i prosessen ser han denne feilen og tegner på tre ekstra hjul. Det samme skjer når han skal tegne et skateboard, som ender opp med å ha bare to hjul. Lukas bruker dermed tegningen som en støtte for å holde telling på antall hjul i problemløsningsprosessen. Hans refleksjoner viser at denne måten å bruke tegning på er til stor hjelp i selve prosessen, men når han selv glemmer begrunnelsen for å tegne gjenstandene i fugleperspektiv, for så å glemme å tegne alle hjulene, blir tegningen med å hindre han i å se logikken. Lukas visste at et skateboard har fire hjul, men i prosessen ble koblingen mellom antall hjul i virkeligheten kontra tegningen oversett. Dette tilfellet understreker viktigheten med å være tilstede og fokusere på selve prosessen i matematikkfaget. Lukas har tenkt og reflektert riktig underveis, men gjør en feil som får konsekvenser for sluttresultatet.

Fargebruk kan være en distraksjon i matematisk arbeid, men det var det ikke for disse elevene. Seks av ni av tegningene hadde farger og av de seks tegningene, var det en av de seks som hadde farger med et annet formål enn å gjøre tegningen finere. Lukas benyttet farger for å forsterke det matematiske arbeidet han gjør. Han velger å ha lik farge på de grupperingene med lik mengde og viser dermed at han har kopiert de blomstene han allerede har tegnet. De andre tegningene som inneholder farger, har farger av estetiske grunner, noe som også er et viktig element i matematikkfaget. Av de tre tegningene som ikke inneholdt noen farger, var alle tegninger til den siste oppgaven, fotballcup-oppgaven. Det var også disse tegningene som inneholdt mest abstrakte objekter. Denne oppgaven var klart den oppgaven som elevene syntes var vanskeligst. Både fargebruk og abstraksjon viser en sammenheng i at elevene måtte fokusere ekstra mye på de matematiske egenskapene og fokuset på detaljer ble prioritert bort. Resultatene viser at fargebruk ved tegneoppgaver kan være til nytte og hjelp og trenger ikke å være en hindring for det matematiske arbeidet.

Fargebruken og detaljene i denne studien, viser et større funn om at elevene klarer å fokusere og jobbe med matematikk, selv om de bruker tegning som verktøy. Studien tar for seg andreklasseelever og de elevene klarer å trekke ut relevant informasjon og bruke farger, uten at det distraherer for det matematiske arbeidet. Saundry og Nicol (2006) skriver om at noen tegninger kan ha stor grad av detaljer og inneholder kunstneriske og irrelevante objekter. Dette gjør det naturlig å også forvente at mange detaljer og fokus på fine tegninger kunne komme til uttrykk i datamaterialet til denne studien. Et slik utfall forekom ikke og ingen av elevene har inkludert noen objekter som ikke er relevant for å løse oppgavene. Dette gjelder for alle tegningene som er tegnet og viser at elevene bruker tegningen for å komme frem til et svar og ikke som en illustrasjon av konteksten eller svaret (Teledahl, 2017).

6.4 Diskusjon av andre teorier

For å være forberedt på hva som kunne forekomme av analyseresultater, laget jeg en liste over hva tidligere forskning har poengtert i arbeid med tegning til problemløsningsoppgaver, hvor noen av punktene ikke fant sted i denne studien. Ett av disse kriteriene på listen var at elever tegner detaljerte og kunstneriske tegninger, noe jeg har poengtert i forrige delkapittel at ikke forekom i dette tilfellet. Ett annet kriterium på denne listen, var Woleck (2001) sin kategori «dramatisk funksjon». Siden to av oppgavene i denne studien er inspirert av Woleck (2001), var det naturlig å tenke at studiene ville få de samme resultatene. Woleck (2001) har skrevet om hvordan noen barn bruker tegning på en dramatisk måte for å formidle prosessen av det matematiske arbeidet som elevene har gjort. Dramatisk bruk kan handle om å tegne opp seg selv i selve arbeidssituasjonen, eller tegne opp hvilke hjelpemidler du har brukt i prosessen, noe som ingen av elevene i studien gjorde. En annen del som ikke fant sted i noen av tegningene var ord og setninger, noe både Woleck (2001) og Papandreou (2009) poengterer at elever kan bruke i tegninger. Ord og setninger kan brukes som en dramatisk funksjon eller som en nøkkel for å representere noe annet (Teledahl, 2017). Min forskningsmetode, intervju, ga meg muligheten til å ta elevene ut av klasserommet, ha fokus på eleven og stille spørsmål underveis, noe Woleck (2001) ikke gjorde. Dette førte til at elevene kunne fortelle meg muntlig om sin prosess og hendelsesforløp, noe som ble naturlig siden jeg var tilstede og hadde hyppige samtaler om hva de gjorde og hva de tenkte underveis. Elevene hadde derfor ikke det samme behovet for å forklare seg skriftlig fordi jeg allerede visste hva de tenkte. Hadde metoden vært en annen, kunne derfor utfallet blitt noe annet.

7 KONKLUSJON

Med denne masteroppgaven har jeg sett på «**hvilken funksjon har tegning for tre andreklasseelevers arbeid med problemløsningsoppgaver?**». Formålet var å se hvordan noen elever velger å bruke tegninger i problemløsningsprosessen og hva produktet, altså tegningen, inneholder av matematikk og detaljer.

Jeg har hatt et intervju med tre elever, hvor det har blitt samlet inn tegninger, feltnotater og lydopptak som har blitt transkribert. Datamaterialet er analysert opp mot teoretiske begreper og kategorier som jeg har sett nærmere på. Bakar et al. (2016) poengterer at tegning er svært naturlig for barn i hvordan de utvikler sin fantasi og hvordan de klarer å uttrykke seg. Tegning er derfor et viktig verktøy for å engasjere elever i å representere og kommunisere sine matematiske ideer (Crespo & Kyriakides, 2007). Det er viktig å huske at noen tegninger som blir produsert i en oppgaveprosess, ikke har like stor nytte for eleven. Noen tegninger er lite effektive og svarer ikke på oppgaven (Edens & Potter, 2007). Dette understreker at vi trenger kompetanse til å veilede barn slik at tegning blir en stor resurs. I sitt rette element kan tegning dermed være effektivt og hensiktsmessig og kan være til hjelp for å vise god matematisk forståelse.

Resultatene fra studien indikerer at tegning åpner for at elever kan bruke kjente strategier, begreper og symboler i problemløsningsoppgaver. Det er derfor viktig at elever blir kjent med mange strategier og metoder, slik at de kan finne de mest effektive og riktige strategiene. Selv om tegningen i noen tilfeller ikke fører til et riktig løsningsforslag, vil tegning som en multimodal aktivitet, åpne for kommunikasjon hvor elevene kan forklare og reflektere over egne valg. Tegning er også et godt hjelpemiddel i problemløsningsprosessen. Ved hjelp av systematisering eller konkretisering fikk tegningene en viktig rolle for at elevene kunne løse de ulike oppgavene. Noen av tegningene var også dynamiske tegninger, hvor elevene utførte ulike handlinger underveis i tegningen. Elevene brukte dermed tegningene for å finne en måte å løse problemet på. Samlet sett har ikke fargebruk og detaljer vært til hinder for det matematiske arbeidet, men tvert om nyttige i flere tilfeller. Hvordan elevenes tegneferdigheter er, har vist seg å påvirke det matematiske arbeidet i noen tilfeller. Selv om tegneferdighetene kan gi noen hindringer, førte de også til positive endringer innenfor det matematiske arbeidet. Arbeidet med tegningene skapte også et stort rom for dialog, refleksjoner og spørsmål som alle elevene tok stor del av. At elevene deltar i dialog om det matematiske arbeidet er veldig viktig for at klassen og elevene får et godt læringsmiljø. Valg av riktig metode ble derfor viktig for å skaffe riktig datamateriell. Med en annen metode, ville elevene fått et annet behov for å uttrykke seg og resultatene ville sett annerledes ut.

Et av mine formål med denne masteroppgaven er at lærere kan gå ut i skolen, hjelpe elever og bruke tegning som et nyttig verktøy i matematikkundervisning. Resultatene har vist at tegning har en nytte innenfor regning, muntlig språk og strategier. Elever med få strategier og som sliter med å forklare egne valg og refleksjoner, har god nytte av å bruke tegning som en representasjon fordi de får muligheten til å bruke ulike uttrykksformer. En av måtene man kan starte å arbeide med tegning, er ved å oppfordre elevene til å tegne representasjoner av de viktigste komponentene i det matematiske problemet. En skisse eller tegning, som viser den relevante informasjonen, som det kan være smart å trekke ut av konteksten for å «pakke ut» strukturen av problemet og legge grunnlaget for løsningen (Edens & Potter, 2007). Under instruksjoner og mens elevene tegner, bør lærere gi elevene god støtte, tid og veiledning, gjennom å stille spørsmål som får elevene til å tenke over hva de matematiske aspektene er (Papandreou, 2009). Hvis tegning blir brukt som en utviklingsmåte i klasserom, får læreren en oversikt over elevenes tenking og kan bruke dette i sin vurdering. Gjennom diskusjoner og felles gjennomgang, vil tegningen føre til en dypere forståelse av konseptene i problemet (Brooks, 2009). Bruk av representasjoner kan ha positiv innvirkning på undervisning og læring av matematikk, ved å støtte opp for dialog av matematiske ideer, forstå og løse problemet (Bakar et al., 2016).

7.1 Videre forskning

Etter observasjoner, feltnotater og kort dialog med lærer, fikk jeg inntrykk av at Sofie ikke hadde noen gode assosiasjoner til matematikk. Hennes forhold til matematikk var noe jeg ikke fikk sett tydelig nok selv, fordi hun underveis i intervjuet ga uttrykk for at dette var en hyggelig opplevelse. Det jeg oppdaget, var at elevene viste positive holdninger gjennom et positivt ladet språk underveis i intervjuet. Det ville vært interessant å sett hvilken påvirkning tegning faktisk har for de affektive holdningene. Har elever med negative holdninger til matematikk et utbytte av å tegne eller gjøre andre aktiviteter som kobler matematikk til estetiske uttrykk. Her trenger det ikke bare være snakk om matematikk, men også om tegning kan gjøre noe ved de affektive holdningene i teoretiske fag.

Det var også interessant å se at Lukas ble hindret matematisk fordi tegningen ikke ble slik han ønsket. I grunnskolen og spesielt på småtrinnet er skolebøkene ofte fulle av fargeleggings- og tegneoppgaver. Kan disse oppgavene være til hinder for noen elever fordi de ikke synes egne tegninger er bra nok? Kan det være slik at enkelte elever stopper opp på enkelte oppgaver fordi de aldri blir fornøyd med sin representasjon? Vil «fine» tegninger være til hinder for elevene i å prestere bra i matematikk fordi de bruker for lang tid på å fargelegge eller tegne.

I denne studien har jeg sett på hvordan tegning kan brukes i arbeid med problemløsning, men finnes det andre uttrykksformer som også kan brukes? I dagens samfunn florerer det av teknologi som inneholder programmer, spill og hjelpemidler som skal gjøre hverdagen litt enklere. Som vist i denne studien, kan andre uttrykksformer enn skriving og muntlig språk, være et verktøy i arbeid med matematikk. Kan elever bruker filmer, musikk eller spill som et godt og lærenyttig verktøy for å uttrykke sin matematiske forståelse? Kan de gjøre ulike multimodale aktiviteter som bidrar til estetiske øyeblikk samtidig som det bidrar til læring, eller vil det ikke ha noen nytte for seg? Sammen med tegning, blir ikke andre kunstaktiviteter, slik som musikk, film og maling sett på som læringsverktøy, men som morsomme element i undervisning (Edens & Potter, 2001). Det hadde vært interessant å sett hvilken effekt teknologi og andre kunstformer har i arbeid med problemløsning og om spill, musikk, kunst ol. har andre positive eller negative aspekter ved seg som ikke tegning har.

Jeg håper denne studien vil være med å berike forskingsfeltet rundt bruk av tegninger til problemløsningsoppgaver og at lærere vil bruke funnene som et hjelpemiddel i hverdagen. Hvis elever sliter med å forstå noe eller ikke klarer å uttrykke hva de egentlig mener, gi elevene et blankt ark og noen fargeblyanter og se hva de får til.

> *«Du ska få en dag i måra som rein og ubrukt står med blanke ark og fargestifter tel,*
> *og da kæin du rette oppatt æille feil i frå i går og da får du det så godt i mårå kvell,*
> *og om du itte greie det æilt er like trist så ska du høre suset over furua som sist. Du skal få en dag i mårå som rein og ubrukt står med blanke ark og fargestifter tel.»*
> *(Alf Prøysen, 1971)*

LITTERATURLISTE

Bakar, K. A., Way, J. & Bobis, J. (2016). Young children's drawings in problem solving. *Mathematics Education Research Group of Australasia*. 89-93.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Blenkin, G. M. & Kelly, A. V. (1996). *Early childhood education* (2. Utg.). London: Paul Chapman Publishing

Brooks, M. (2009). Drawing to learn. *Making meaning: Constructing multimodal perspectives of language, literacy, and learning through arts-based early childhood education*, (2), 9–30. New York: Springer.

Burton, David M. (2011). *Elementary number theory*. New York: McGraw-Hill.

Carruthers, E. & Worthington, M. (2006). *Children`s mathematics: Making marks, making meaning* (2.Utg.). London: Paul Chapman Publishing.

Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*(5), 428–441.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8. utg.). London, New York: Routledge

Crespo, S. M. & Kyriakides, A. O. (2007). To draw or not to draw: Exploring children's drawings for solving mathematics problems. *Teaching Children Mathematics*, *14*(2), 118–125.

Csíkos, C., Szitányi, J. & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational studies in mathematics*, 81(1), 47-65

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61, 103-131.

Eberle, R. S. (2014). The role of children`s mathematical aesthetics: the case of tessellations. *Journal of mathematical behavior,* 35: 129-143.

Edens, K. & Potter, E. (2001). Promoting Conceptual Understanding through pictoral representation. *Studies in art education,* 42(3), 214-233.

Edens, K. & Potter, E. (2007). The relationship of drawing and mathematical problem solving: "draw for math" tasks. *Studies in Art Education, 48*(3), 282-298.

Essen, G. V. & Hamaker, C. (1990). Using self-generated drawings to solve arithmetic word problem. *The journal of educational research,* 83 (6), 301-312.

Gagatsis, A. & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representations on mathematical problem solving. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (2), 447-454. Bergen: Bergen University College.

Hammersley, M. & Atkinson, P. (1996). *Feltmetodikk: grunnlaget for feltarbeid og forskning* (2. utg). Oslo: Gyldendal.

Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet.* Oslo: Kunnskapsdepartementet.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Mellin-Olsen, S. (1996). *Samtalen som forskningsmetode.* Bergen: Caspar forlag

Westernskow, A., Moyer-Packenham, P. S., Anderson-Pence, K. L., Shumway, J. F. & Jordan, K. (2014). Cute drawings? The disconnect between students' pictoral representations and their mathematics responses to fraction questions, 4(1), 81-105

Nicol, C. & Crespo, S. (2005). Exploring Mathematics in imaginative places: rethinking what counts as meaningful contexts for learning mathematics. *School Science and mathematics,* 105(5), 240-451

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.

Ott, B. (2017). Children's drawings for word problems – Design of a theory and an analysis tool. *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* 3984–3991. Dublin: CERME.

Papandreou, M. (2009). Preschoolers' semiotic activity: Additive problem-solving and the representation of quantity. *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (4), 321–328. Thessaloniki: PME.

Papandreou, M. (2014). Communicating and thinking through drawing activity in early childhood. *Journal of Research in Childhood Education, 28*(1), 85-100.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2.utg.). Oslo: universitetsforlaget.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 149-163.

Saundry, C. & Nicol, C. (2006). Drawing as problem-solving: Young childrens mathematical reasoning through pictures. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (5), 57-63. Prague: PME.

Soundy, C. S. & Drucker, M. F. (2009). Drawing opens pathways to problem solving for young children. *Childhood Education, 86*(1), 7-13.

Teledahl, A. (2017). "How Yound Students Communicate Their Mathematical Problem Solving in Writing." *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 48(4), 555-572.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse – en innføring i kvalitativ metode* (5. utg). Bergen: Fagbokforlag.

Tjora, A. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder I praksis* (2.utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Van De Walle J. A., Karp K. S. & Bay-Williams J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally*. Upper Saddle River: Pearson Education Limited.

Webb, D. C., Boswinkel, N. & Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg: Using representations to support student understanding. *Mathematics teaching in the middle school*, 14 (2), 110-113.

Woleck, K. R. (2001). Listen to their pictures: An investigation of children's mathematical drawings. *The roles of representation in school mathematics.* 215- 227, Reston, VA: NCTM.

VEDLEGG

Vedlegg 1: Oppgavene

Vedlegg 2: Samtykkeskjema

Vedlegg 1 - Oppgavene

Blomsterbutikken

Lilly jobber i en blomsterbutikk. Hun skal fordele 24 blomster i noen blomstervaser. Det skal være minst 3 blomster i hver vase, men det er ikke plass til flere enn 5. Kan du hjelpe Lilly med å fordele blomstene?

Garasjen

I garasjen til familien Pedersen finnes det mye rart. Til sammen har de 22 hjul som befinner seg på ulike gjenstander. Hvilke gjenstander kan familien Pedersen ha i garasjen sin?

Fotballcup

20 barn skal på fotballcup. Det er til sammen 8 biler som skal kjøre. I bilen er det ikke plass til flere enn 4 barn og for at alle skal ha noen å prate med, skal det være minst 2 barn i hver bil. Kan dere hjelpe de med å fordele seg i bilene?

Vedlegg 2 - Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Barns multimodale uttrykk i matematikk"?

Formål

Jeg er masterstudent ved NTNU og skal skrive en masteroppgave i matematikkdidaktikk. Til mitt prosjekt har jeg tenkt å se på hvordan barn representerer og uttrykker seg i arbeid med problemløsningsoppgaver. Dette innebærer at jeg skal gi elevene noen matematiske oppgaver, samt ha en samtale med de om hvordan de har tenkt underveis. Jeg har valgt å fokusere på elever på 2. klassetrinn og sender derfor ut dette skrivet til alle foresatte på 2.trinn. Datainnsamlingen vil foregå i løpet av høsten 2018, og leveringen av ferdigstilt masteroppgave vil være i mai 2019.

Hva innebærer det for dere å delta?

Hvis dere velger å delta i prosjektet, innebærer det at eleven vil jobbe med noen matematikkoppgaver. Det vil ta ca. 45 minutter og elevene vil bli tatt ut i grupper på 4-5 stykk samtidig. Underveis vil det bli stilt spørsmål om hvordan man har tenkt. Jeg kommer til å ta lydopptak av samtalen og samle inn elevarbeidet etter arbeidsøkten.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis dere velger å delta, kan dere når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger og elevarbeid til eleven vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

I studien vil kun masterstudent Ingunn Alseth og veiledere ved NTNU, Benedikte Grimeland og Heidi Dahl, ha tilgang på det innsamlede datamaterialet og lydopptak. Vi vil bare bruke opplysningene om eleven til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Deltakerne i prosjektet vil bli anonymisert ved bruk av koding og pseudonym, og vil ikke kunne gjenkjennes i en eventuell publikasjon. Lydopptakene vil bli transkribert like etter innsamlingen og vil deretter bli slettet, slik at det ikke finnes noen personopplysninger av elevene.

Dine rettigheter

Så lenge personopplysninger kan identifiseres i masteren, har du rett til å få innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert, få slettet personopplysninger om barnet, få utlevert en kopi av elevens personopplysninger og å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av elevens personopplysninger. For denne masteren vil personopplysninger bety elevarbeid og transkripsjon, da alle navn er anonymisert.

På oppdrag fra NTNU, institutt for lærerutdanning har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, ta kontakt med:

- NTNU ved Benedikte Grimeland, på epost (benedikte.grimeland@ntnu.no) eller telefon: 73 41 21 18
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Samtykke til deltakelse

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «barns multimodale uttrykk i matematikk» og

samtykker til at ____ (barnets navn) kan delta i prosjektet.

____________________________________ ____________________

(Foresattes underskrift) (Sted og dato)

Med vennlig hilsen Ingunn Alseth

Kunnskap for en bedre verden