Bjørn Owe Ytterhaug

Matematisk identitet i ungdomsskolen

En kvantitativ studie av elevers matematiske identitet

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2019

Masteroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Bjørn Owe Ytterhaug

Matematisk identitet i ungdomsskolen

En kvantitativ studie av elevers matematiske identitet

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk 5.-10. trinn
Veileder: Eivind Kaspersen
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Mange elever i ungdomsskolen opplever matematikk som et fag de enten liker eller misliker, og beskriver seg selv med at de «kan» eller «kan ikke». Det betyr at elevene har en matematisk identitet; en identitet som beskriver posisjonen de tar i den sosiale matematiske aktiviteten de deltar i. Måling av matematisk identitet gjør det mulig å identifisere karakteristikker hos elevene. For matematikklæreren er det både nyttig og ønskelig å ha kjennskap til karakteristikkene til elever med sterk matematisk identitet, slik at undervisningen kan bidra til å stimulere de aktuelle karakteristikkene.

Formålet med denne studien er å undersøke om det er mulig å måle matematisk identitet i ungdomsskolen, og hva det er som karakteriserer elever med sterk matematisk identitet. Sentrale identitetsteorier (Gee, 2000; Sfard & Prusak, 2005; Wenger, 1998), aktivitetsteori (Engeström, 2001), teori om psykologiske variabler (Philipp, 2007), og målingsteori (Andrich, 1978; Thurstone, 1959) gir grunnlag for å vurdere sammenhengen mellom matematisk identitet og måling.

Innsamling av data til studien er gjort kvantitativt gjennom en spørreundersøkelse ved en ungdomsskole der alle elevene deltok. Elevene rangerte svar på utsagn som beskrev karakteristikker for matematiske aktiviteter, som «*Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen*». Innsamlet data er validert og analysert etter Rasch-modellen, ved hjelp av dataprogrammet WINSTEPS.

Resultatene av studien viser at matematisk identitet lar seg måle i ungdomsskolen. Karakteristikker for elever med sterk matematisk identitet er, blant annet, at de *diskuterer* og *jobber* med matematikk i fritiden, *gjør mer* matematikk enn forventet, og at de *ikke klarer å slutte å tenke* på uløste matematisk problemer. Elevene har en positiv affeksjon for faget som beskriver en ivrighet, nysgjerrighet, engasjement, og et indre driv. I tillegg foretrekker de aktiviteter med høy relasjon til redskapen, ofte tanker og språk. Med bakgrunn i studiens funn vil jeg derfor anbefale lærere å tilrettelegge undervisningen med fokus på aktiviteter som stimulerer de nevnte karakteristikkene, for eksempel åpne problemløsningsoppgaver som skaper diskusjon og nysgjerrighet.

Temaord: Matematisk identitet, ungdomsskole, kvantitativ metode, måling, Rasch-modellen

Abstract

Many students in secondary school find Mathematics a subject of either liking or disliking, and often describe themselves by “knowing” or “not knowing”. This means they have a mathematical identity; an identity which describes the position they take in the social mathematical activity they participate in. By measuring the mathematical identity, it is possible to identify characteristics with the students. Knowing the characteristics of students with strong mathematical identity is both useful and desirable for the teacher, so that the teaching can contribute to stimulating these characteristics.

The purpose of this study is to examine the possibility of measuring mathematical identity in secondary school, and what characteristics students with strong mathematical identity have. Central theories of identity (Gee, 2000; Sfard & Prusak, 2005; Wenger, 1998), a theory of activity (Engeström, 2001), theory about psychological variables (Philipp, 2007), and theories of measurement (Andrich, 1978; Thurstone, 1959), give the foundation to assess the correlation between mathematical identity and measurement.

Data for the study is collected quantitively through a survey at a secondary school where all the students participated. The students ranked their answers to statements which described characteristics in mathematical activities, like “*I do more Mathematics than expected at school*”. Data is validated and analysed using the Rasch Model, assisted by the computer software WINSTEPS.

The results show that it is possible to measure mathematical identity in secondary school. Characteristics students with strong mathematical identity have are that, among others, they *discuss* and *work* with mathematics in their spare time, they *do more* mathematics than expected, and they *cannot stop thinking* about unsolved mathematical problems. The students have a positive affection for the subject which describes an eagerness, curiosity, involvement, and an inner drive. In addition, they prefer activities with high relation to psychological tools, like the inner language. Based on the results of this study I recommend teachers to further their teaching focusing on activities which stimulate the given characteristics, like Open-ended Problem-Solving tasks which create discussion and curiosity.

Key words: Mathematical identity, Secondary school, quantitative method, measurement, the Rasch Model

Forord

Å endelig skrive en masteroppgave etter å ha jobbet som matematikklærer i mange år har vært en engasjerende, inspirerende, utforskende, slitsom, krevende, altoppslukende, og ikke minst lærerik prosess. Etter to intense år som deltidslærer, og som masterstudent ved videreutdanning i matematikkdidaktikk ved NTNU i Trondheim, er det nå på sin plass å takke de som har hjulpet meg gjennom studiet.

Aller først vil jeg takke alle elevene og lærerne som bidro til studien min. Uten dere hadde ikke denne masteroppgaven blitt realisert.

Deretter vil jeg takke min dyktige og engasjerte veileder Eivind Kaspersen for god oppfølging med positive og kritiske tilbakemeldinger i planleggings- og skrivearbeidet. Jeg har også lært mye om analyse av kvantitative data gjennom workshops og oppklarende veiledningsøkter.

Jeg ønsker også å takke medstudenter for gode diskusjoner, og for morsomme sosiale aktiviteter som oppmuntret studietiden min.

Til slutt må jeg takke min aller største bidragsyter, min forlovede Kristine, som i lange perioder har tatt stort ansvar med styr og stell av hus og barn. Jeg gleder meg til å hverdagen normaliseres og jeg får delta i familien igjen.

Bjørn Owe Ytterhaug

Trondheim, mai 2019

Innhold

Figurer

Tabeller

Formler

Forkortelser

KHAT	Kulturhistorisk aktivitetsteori
U	Utsagn
IRT	Item Response Theory
RMT	Rasch Measurement Theory
RS	Rating Scale
MNSQ	Mean Square
ICC	Item Characteristics Curve
PCA	Principal Component Analysis
DIF	Differential Item Functioning
ANOVA	Variasjonsanalyse

1 Innledning

Alle mennesker har en matematisk identitet; en identitet som forteller noe om hvordan de identifiserer seg med matematiske gjøremål (Sfard & Prusak, 2005). Det er mange forskjellige måter å beskrive hvordan en person relaterer seg til matematikk på. For eksempel vil enkelte mennesker ha med seg interessen for matematikk gjennom hele oppveksten og videre inn i voksenlivet. De klarer kanskje ikke legge fra seg et problem de jobber med, eller de snakker kun om matematikk i sosiale lag. Noen mennesker er opptatt av at matematikken skal være rigid og korrekt, og at det må være nøyaktig orden i regnemetodene. Andre mennesker har aldri noe særlig interesse, kan kanskje ikke fordra faget, og unngår det for enhver pris. Eksemplene er mange, men alle mennesker kan sies å identifisere seg med matematikk på en eller annen måte.

I ungdomsskolen identifiserer noen elever seg sterkere til matematikk enn andre. Det vil si at de har karakteristikker for matematisk identitet som skiller seg ut som sterke og typiske. Sterk matematisk identitet er ikke ensbetydende med høy måloppnåelse, men den viser egenskaper hos elevene som forteller hvor viktig matematikkfaget er for dem; karakteristikker som sier noe om for eksempel hvor godt elevene liker å diskutere matematikk i fritiden sin, eller at de liker å gjøre flere oppgaver enn det lærer sier.

Hvis matematisk identitet kan måles, er det mulig, blant annet, å undersøke hvilke karakteristikker som skiller de personene som identifiserer seg sterkt med matematikk fra de personene som identifiserer seg svakere til matematikk. Det kan være mange årsaker knyttet til ungdomsskoleelevers relasjon til matematikk, men det er viktig å skille mellom indre og ytre faktorer. Fag, plassering i klasserommet, forhold til lærer, og forhold til medelever er eksempler på ytre faktorer. Det er derimot de indre faktorene, som i denne studien kalles for psykologiske variabler, som skiller sterk og svak matematisk identitet. Eksempler på slike psykologiske variabler er holdninger, motivasjon, affekt, arbeidsmønster, kunnskap, og forestillinger (Martino & Zan, 2011; McLeod, 1988; Philipp, 2007). Mange av de antatt sterke karakteristikkene kan sies å stamme fra en positiv affeksjon til matematikk (Philipp, 2007). En positiv affeksjon inkluderer alle følelser som kan være tilknyttet en elevs relasjon til matematikk (McLeod, 1988). Andre elever vil igjen kunne sies å ha en svakere matematisk identitet og vil typisk ikke oppnå like høye mål på nevnte eksempler, og ha mindre positiv affeksjon, altså mindre positive følelser, til faget.

1.1 Problemformulering

Legger man til grunn det kraftig økende fokuset på forskning innenfor matematisk identitet (Darragh, 2016), er det tydelig at slik forskning er aktuell, nyttig og interessant, ikke bare for forskere, men også for matematikklærere. I ungdomsskolen er matematisk identitet et aktuelt tema av flere grunner. Sentralt for elevene i ungdomsskolen er at de gjennomgår puberteten. Den forårsaker store endringer både fysisk og psykisk. Det er en utfordring at endringene ofte fører til at noen elever nedprioriterer skolen, endrer holdning, og/eller mister interessen for matematikk (Pepin, 2011). Puberteten kan også medføre store emosjonelle endringer og selvbildet blir utfordret, noe som kan gå ut over troen på seg selv. Mange elever opplever derfor en følelse av enten å like eller å mislike matematikk, og beskriver seg selv med at de «kan» eller «kan ikke» (Zan & Di Martino, 2007).

Dersom lærere (og forskere) blir bevisste hvilke karakteristikker som er typiske for elever med sterk matematisk identitet, kan det føre til en høyere bevissthet rundt hvilke karakteristikker som bør stimuleres i det matematiske klasserommet, og utfordringene kan takles bedre. En slik kunnskap om karakteristikkene kan dermed være nyttig både fra et pedagogisk og et didaktisk synspunkt for tilrettelegging av undervisning, veiledning, og progresjon for hver enkelt elev. Det er nettopp kunnskap om hvilke karakteristikker elever med sterk matematisk identitet har som er fokuset i studien min. Med bakgrunn i de nevnte utfordringene, har jeg derfor valgt å studere følgende problem:

- Hvordan kan man måle matematisk identitet på ungdomsskolen?
- Hva karakteriserer elever med sterk matematisk identitet?

1.2 Metodiske valg

Jeg har gjennomført min studie i to steg. Det første steget har vært å finne en måte å måle matematisk identitet i ungdomsskolen på. Jeg har valgt kvantitativ metode for måling og analyse, og samlet inn data ved hjelp av en spørreundersøkelse ved en ungdomsskole i Trøndelag. Slik har jeg funnet en målestokk som rangerer karakteristikkene for matematisk identitet fra svak til sterk. For å måle karakteristikkene har jeg valgt en videreutvikling av Rasch-modellen, kalt the Rating Scale Model (RS-modellen fra nå) (Andrich, 1989); det samme analyseverktøyet som Kaspersen, Pepin, og Sikko (2017) brukte i sin studie på sivilingeniør-studenter sine matematiske identiteter. Det andre steget har bestått i å finne svar på hvilke karakteristikker elever med sterk matematisk identitet har. Med utgangspunkt i målestokken har det vært mulig å undersøke om det er noen likheter i de sterkeste og i de svakeste karakteristikkene — for eksempel likheter i relasjonene de beskriver, likheter i hvilke psykologiske variabler som spiller inn, eller likheter i hvilke følelser elevene er påvirket av i arbeid med matematikk.

1.3 Teoretiske valg

Det eksisterer allerede en del forskning på matematisk identitet. Felles for mange er at definisjonene varierer og at en enighet om hva identitet er ikke tydelig kommer frem. Tre av de mest kjente teoriene, og som utgjør grunnlaget for mitt valg av teori, er fra Wenger (1998), Sfard og Prusak (2005) og fra Gee (2000). Den oftest siterte teorien i identitetsforskningen er Wenger (1998) sin teori om identitet i «communities of practice». Teorien bygger på de fire punktene: å være sosial, å ha kunnskap, å vite noe, og å ha mening. Sfard og Prusak (2005) foreslår en definisjon basert på de beretningene en person forteller om seg selv og som andre forteller om ham. Gee (2000), på sin side, definerer identitet som «a certain kind of person», det vil si hvordan andre gjenkjenner personen i en gitt kontekst. Darragh (2016) påpeker problemet med en samlende definisjon i sin omfattende gjennomgang av 188 artikler som omhandler konseptet matematisk identitet innen matematikkutdanningen. Hun definerer et ganske bredt begrep om identitet som noe *deltakende, fortellende, diskursivt, psykoanalytisk*, eller *utøvende*. Av disse fem grenene vil jeg, på grunn av relevans til min studie, utdype mer om *den deltakende (Wenger, 1998), den fortellende (Sfard & Prusak, 2005)*, og den *diskursive* (Gee, 2000) identiteten senere i teorikapittelet.

Karakteristikkene for matematisk identitet valgt til denne studien er alle bygget på relasjoner beskrevet i den kulturhistoriske aktivitetsteorien (KHAT) (Engeström & Sannino, 2018; Leontiev, 1978; Vygotsky, 1978). Og for å undersøke hvilke psykologiske variabler som påvirker relasjonene har jeg tatt utgangspunkt i rammeverket til Philipp (2007). Fordi den psykologiske variabelen affeksjon antas å være sentral for ungdomsskoleelevers relasjon til matematikk, har jeg videre basert meg på teori fra McLeod (1988) og Zan, Brown, Evans og Hannula (2006)

1.4 Begrepsforklaringer

Noen begreper er sentrale for denne studien og trenger en forklaring. *Psykologiske variabler* er psykiske elementer som påvirker hvordan en person responderer til forskjellige aktiviteter. Typiske psykologiske variabler er affekt, kunnskap, verdi, og forestillinger. En *karakteristikk* beskriver en egenskap en person har som ligger til grunn for relasjonen hun har til matematikkfaget. Hvert utsagn i spørreundersøkelsen som ble gjennomført refererer til en slik karakteristikk. For eksempel, «I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine» refererer til karakteristikken «å like å diskutere matematikk».

1.5 Oppbygging

I *Teorikapittelet* vil jeg presentere aktuelle teorier som gir et grunnlag til å svare på forskningsspørsmålene mine. Her vil jeg definere matematisk identitet og gi teoretisk bakgrunn for hvordan den kan måles. Et kapittel om *måling* beskriver oppbyggingen av en målestokk, forskjellen mellom aktuelle analysemodeller, og en begrunnelse for hvorfor RS-modellen er best egnet til å finne svarene jeg ønsker. Deretter vil jeg i *Metodekapittelet* begrunne valget av kvantitativ metode, forklare valideringsprosessen for spørreundersøkelsen og innsamlet data, og presentere undersøkelsen jeg foretok. Deretter vil jeg undersøke om det er noen kvalitative likheter mellom relasjoner og psykologiske variabler de sterke karakteristikkene påvirkes av. I *Resultatkapittelet* presenteres relevant statistisk materiell som gir svar på forskningsspørsmålene mine. Avslutningsvis, i *Diskusjonskapittelet*, vil jeg drøfte resultatene av det studien kommer frem til, og hvilke implikasjoner det har for lærer og for videre forskning.

2 Teoretisk forankring

Dersom vi skal kunne måle matematisk identitet må vi først vite hva vi mener med «matematisk identitet». I dette kapittelet vil jeg først ha en grundig gjennomgang av noen identitetsteorier, en aktivitetsteori, og en teori om psykologiske variabler. Gjennomgangen gir grunnlaget for å vurdere sammenhengen mellom matematisk identitet og måling. Til slutt vil jeg presentere min definisjon av begrepet matematisk identitet som er pragmatisk tilpasset studien min. De aktuelle teoriene om identitet er: deltakende identitet (Wenger, 1998), fortellende identitet (Sfard & Prusak, 2005), og diskursiv identitet (Gee, 2000). Aktuell teori om relasjoner mellom individ og sosiale aktiviteter er fra den kulturhistoriske aktivitetsteorien (Engeström, 2001; Leontiev, 1978; Vygotsky, 1978). Teori om psykologiske variabler har jeg hentet fra Philipp (2007). Underkapittelet om identitet og måling (Kaspersen, 2018) gir, til slutt, grunnlag for en pragmatisk definisjon av identitet som jeg vil argumentere for er dekkende til å kunne svare på det første forskningsspørsmålet mitt: hvordan kan man måle matematisk identitet på ungdomsskolen?

2.1 Vitenskapsteoretisk valg

Vitenskapsteori er et todelt fagområde. På én side diskuteres det hva vitenskap *er*, og på den andre siden beskrives den vitenskapelige praksisen. Vitenskapsteorier inngår i samtlige vitenskapelige felt (Sonne-Ragans, 2012) som består av tre hovedgrener: naturvitenskapen, humanvitenskapen, og samfunnsvitenskapen. Innenfor alle disse grenene finner vi vitenskapsdisiplinen pragmatisme som er vesentlig for min studie. Disiplinen oppsto fordi de kjente amerikanske filosofene Peirce, James, og Dewey ønsket en pragmatisk og løsningsorientert filosofi. Bakgrunnen for disiplinen er at tenkning er noe som fører til handling, en idé som trenger en plan for å gjennomføres, fordi man ikke er fornøyd med tingenes tilstand. Man søker sannheten, og sannheten blir dermed målet for mange av aktivitetene våre (Papineau, 2009, s. 35). Det viktigste for min studie er at pragmatismen aksepterer teoripluralisme, det vil si at den tillater at det ikke bare er én sannhet om verden, men heller at det er flere. Ifølge pragmatismen er teorienes gyldighet ikke avhengig av om de er «rett» eller «feil», men om de «virker» eller «ikke virker». Når jeg tar et pragmatisk standpunkt, aksepterer jeg at det finnes flere gyldige teorier om identitet. I mitt søk etter en definisjon av identitet, har jeg ikke lett etter den teorien som er «rett», men etter den som er mest egnet til å svare på min problemstilling.

2.2 Matematisk identitet

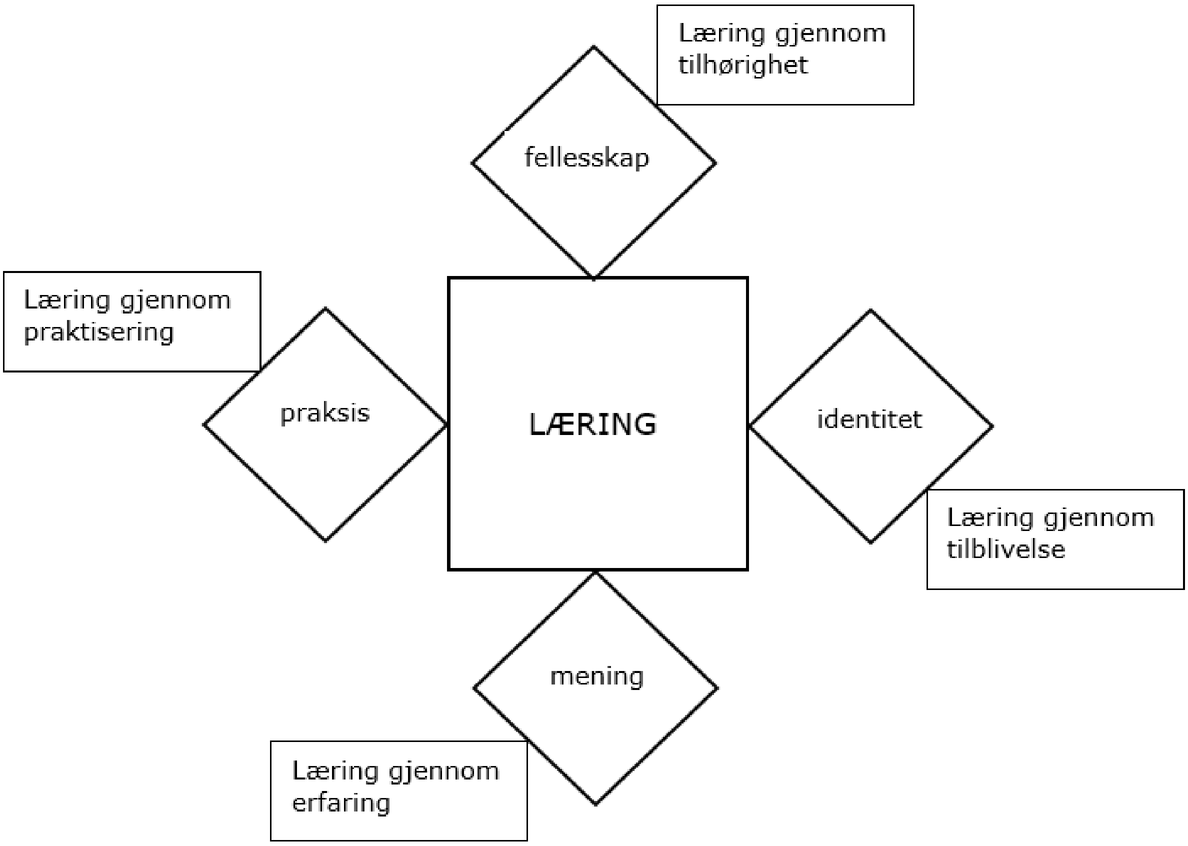
Er identitet noe som oppstår som resultat av en prosess eller er det noe vi har inni oss i utgangspunktet? Den første etablerte teorien om identitet kom fra Mead (1913). Han argumenterte for at identitet er en handling, som kan være flerveis og motstridende fra tidligere handlinger. Senere foreslo Erikson (1968) en annen teori om konseptet. Han beskrev identitetskriser, slike mange opplever under puberteten, og argumenterte for at identitet er noe en person tilegner seg og som forblir stabil. Argumentet til Erikson (1968) var i strid med Mead (1913) sitt syn, og de to forskjellige retningene har senere gitt grunnlag for flere teorier. I nyere og mer aktuell forskning er det, ifølge Darragh (2016), tydelig at Meads teori om identitet er den forståelsen flest av de kjente forskerne deler. For eksempel ser Wenger (1998) identitet som «not an object, but a constant becoming», altså ikke noe konsistent, men noe under stadig tilegning.

Konseptet identitet kan tolkes på mange forskjellige måter. Det kan forstås som et altomfattende begrep for forestillinger, verdi, affeksjon, kunnskap, og lignende. Slike egenskaper er noe mennesker i mer eller mindre grad har, og de passer sånn sett inn under et psykologisk syn på identitet; slik elever, for eksempel, kan: ha en forestilling av matematikk som enkelt eller vanskelig, ser verdien av å kunne prosentregning, liker å jobbe med matematikk også i fritiden, og har kunnskap om geometriske figurer.

Darragh (2016) sin omfattende studie gir et godt utgangspunkt til å presentere ulike syn og forsøk på å definere matematisk identitet. Hun påpeker at det finnes mange teoretiske og empiriske artikler om konseptet matematisk identitet som ikke har en felles konsistent definisjon, en tydelig forklaring på hvordan identitet blir brukt, eller rett og slett ikke inneholder en definisjon i det hele tatt. Beskrivelser av andre typer identitet, som for eksempel kjønnsidentitet, etnisitetsidentitet, og ungdomsidentitet, har Darragh (2016) utelatt fra studien sin, fordi matematikk der typisk blir brukt som et måleinstrument for oppnåelse fremfor å være fokuset for studiene. Hun konkluderer med at identitet er en handling, en opptreden og gjenkjennelse av selvet, et resultat av prosessen av å identifisere, enten selvidentifikasjon eller identifikasjon av andre. Ut ifra det definerer hun et ganske bredt begrep om identitet som noe deltakende, fortellende, diskursivt, psykoanalytisk, eller utøvende. De tre første vil jeg videre forklare nærmere.

2.2.1 Deltakende identitet

Deltakende identitet referer til definisjonen av identitet som ser på måter begrepet oppstår gjennom deltakelse og engasjement i sosiale grupper. Her vil jeg trekke frem Wenger (1998) sin ofte siterte teori om praksisfellesskap: «communities of practice». Han tar utgangspunkt i at en sosial læringsteori må integrere de nødvendige komponentene for sosial deltakelse som en lærings- og kunnskapsprosess. Figur 1 viser identitet som en av de fire komponentene Wenger mener en sosial læringsteori består av: mening, praksis, fellesskap, og identitet (min oversettelse).



Figur 1: Wengers fire komponenter for læring

- *Mening*: en måte å snakke om vår (endrende) evne – individuelt eller kollektivt – til å oppleve livet vårt og verden som meningsfull.
- *Praksis*: en måte å snakke om delte historiske og sosiale ressurser, rammeverk, og perspektiver som kan opprettholde gjensidig engasjement i handling.
- *Fellesskap*: en måte å snakke om de sosiale tilpasningene våre handlinger er definerte som, som er verdt å følge opp og hvor deltakelse blir gjenkjent som kompetanse.
- *Identitet*: en måte å snakke om hvordan læring endrer hvem vi er og skaper personlige historier om tilblivelse i konteksten av våre fellesskap.

De fire komponentene er ikke separate og selvstendige, men helt klart avhengige av hverandre og gjensidig definerende. Wenger (1998) understreker at hver av de fire elementene kan settes i midten av figuren og bli definert av de andre, og figuren ville fortsatt være forståelig og fornuftig. De er alle innenfor rammen av konseptet praksisfellesskap definert som grupper av mennesker som deler en bekymring eller lidenskap for noe de gjør, og lærer hvordan de kan gjøre det bedre ved regulær interaksjon.

I følge Wenger (1998) er identitet broen mellom individet og det sosiale, slik at hver av dem kan omtales sammen med den andre. Identitetskonseptet hans bygger på fem egenskaper:

1. Identitet som en erfaring. Vi definerer hvem vi er gjennom erfaringer fra deltakelse, og i hvordan vi og andre tingliggjør oss.
2. Identitet som et medlemskap i fellesskapet. Vi definerer hvem vi er ut ifra det kjente og det ukjente.
3. Identitet som en læringsbane. Vi definerer hvem vi er ut ifra hvor vi har vært og hvor vi skal.
4. Identitet som et samlingspunkt for alle våre fellesskap. Vi definerer hvem vi er ut ifra hvordan vi tolker de forskjellige medlemskapene samlet til en identitet.
5. Identitet som en relasjon mellom det lokale og det globale. Vi definerer hvem vi er gjennom tilpasning mellom lokale måter å tilhøre større grupper og hvordan vi fastslår globale måter med selvet.

De fem egenskapene kan samlet tolkes som at identitet ikke er noe stillestående eller statisk, men heller en konstant tilegnelsesprosess, noe som stadig er i utvikling. Elever i et klasserom vil slikt sett gjennom erfaring fra fellesskapet, oppleve identiteten sin som en læringsbane som tilpasser seg alle de forskjellige fellesskapene, og skaper en relasjon mellom det lokale og det globale.

2.2.2 Fortellende identitet

Identitet blir av Sfard og Prusak (2005) definert som et sett av tingliggjørende, betydelige, og stadfestende fortellinger om en person, enten fortalt av personen selv eller som andre forteller om ham. Sfard og Prusak (2005) påstår at identitet har et potensiale som analytisk verktøy for utforskende læring, og prøver derfor å operasjonalisere begrepet. Fortellingene er et produkt av kollektiv historiefortelling, selv om de er fortalt individuelt. Hovedargumentet for definisjonen er at læring kan sees som en brobygging mellom den gjeldende identiteten og den designerte identiteten, to underkategorier til tingliggjorte betydelige fortellinger om den lærende som også blir stadfestet av den lærende. Den tingliggjorte egenskapen beskrives med verbene *være, ha* og *kan*, og med adverbene *alltid, aldri, vanligvis*, osv., som sier noe om hyppigheten av handlingene. Stadfestingen skjer dersom identitetsbyggeren kan si at fortellingen virkelig gjenspeiler verden. Fortellingen regnes som betydelig dersom endring påvirker fortellerens følelser om den identifiserte personen.

De tingliggjørende, betydelige fortellingene om en person kan deles inn i to underkategorier: *gjeldende identitet* og *designert identitet*. Den gjeldende identiteten forteller hvordan situasjonen er nå og beskrives i presens form, som for eksempel «Jeg er god i matematikk» eller «Jeg er glad i å diskutere matematikk i friminuttene». En designert identitet forteller hva som forventes å være situasjonen en gang i fremtiden, det vil si potensialet til en person som forventes å bli en del av den gjeldende identiteten, for eksempel «Jeg kan tenke meg å jobbe med matematikk når jeg blir voksen» eller «Jeg må bli flinkere til å regne». Designerte identiteter kommer gjerne fra en sosiokulturell bakgrunn som forteller hvordan personen forventes å bli; personen tror at fortellingene er bra for ham, samtidig som de forteller noe om hva andre mennesker forventer av vedkommende. Sfard og Prusak (2005) antyder at dersom forskjellen mellom de to underkategoriene blir for stor vil personen sannsynligvis ikke være fornøyd og kjenne en følelse av ulykkelighet. Særlig designerte identiteter dannet i barndommen kan være vanskelige å endre om de ikke oppfylles.

Sfard og Prusak (2005) representerer hver identifiserbar fortelling ved trippelen ${}_{B}A_{C}$, hvor A er den identifiserte personen, B er fortelleren, og C er mottakeren. Slik tydeliggjøres det faktum at det eksisterer mange fortellinger om alle personer. Fortellinger om en gitt person kan være ganske forskjellige, til og med motsigende. Hvem som forteller og hvem som mottar er avgjørende.

- ${}_{A}A_{C}$ = en identifiserende fortelling fortalt av den identifiserte personen (første person)
- ${}_{B}A_{A}$ = en identifiserende fortelling fortalt til den identifiserte personen (andre person)
- ${}_{B}A_{C}$ = en fortelling om A fortalt av en tredjepart til en tredjepart. Denne kalles As tredjepersons identitet. (tredje person)

Det finnes også en spesiell identifiserende fortelling som favner både den tingliggjørende, betydelige, og stadfestende kvaliteten: (${}_{A}A_{A}$) - førstepersons fortellinger om og til seg selv. Det er de fortellingene som vanligvis er tenkt på når ordet identitet brukes uspesifisert. Førstepersons selvfortalte identiteter er sannsynligvis de som har størst innflytelse på våre handlinger nettopp fordi de har del i den pågående samtalen vi har med oss selv.

Identiteter er grunnleggende for all læring. Siden identitetene har en tendens til å være selvoppfyllende profetier, spiller de ifølge Sfard og Prusak (2005) en avgjørende rolle i vurderingen av læringsprosessen som suksess eller fiasko. Avhengig av hva som er kritisk for personens identitet kan læring være å øve inn en regnemetode, å trene på å snakke i store forsamlinger, eller evner i å løse matematiske problemer. Uansett hva det gjelder er læring ofte det eneste håpet for de som ønsker å minske gapet mellom den gjeldende og den designerte identiteten.

Sfard og Prusak (2005) argumenterer videre med at det er gjennom det å være fortellinger at identiteter skapes ved at de har fortellere og mottakere, og understreker at dette gjøres av mennesker og ikke er en «gave fra Gud». Det igjen vil si at identiteter er kollektivt dannet selv om de er individuelt fortalt, og de kan endres etter fortellerens og mottakerens behov og oppfattelse. Sfard og Prusak (2005) sin definisjon gir mange fordeler, men allikevel mener blant andre Wenger (1998) at det å redusere identitet til fortellinger undergraver potensialet det har som et fornuftig verktøy. En fortelling er bare en tekst, mens identitet først og fremst er erfaring. Sfard og Prusak (2005) er enige i at identiteter stammer fra dagligdagse aktiviteter og i erfaring fra engasjement, men de mener det ville være kategorisk feil å påstå at dette diskvalifiserer deres syn på identitet som noe fortellende. Det er nemlig synet på vår egen eller andre menneskers erfaringer, og ikke erfaringene i seg selv, som skaper identiteter. I stedet for å anse identiteter som deler fra selve verden rundt oss, presenterer definisjonen av fortellende identitet dem som diskursive motparter av personens erfaringer (Sfard & Prusak, 2005).

2.2.3 Diskursiv identitet

Gee (2000) har en tilnærming til konseptet identitet som handler om en bestemt type person — «a certain kind of person». Det vil si at når et menneske opptrer eller samhandler i en gitt kontekst, gjenkjenner andre den personens opptreden eller samhandling som en bestemt type person, eller til og med som flere forskjellige typer på én gang. En person kan gjenkjennes som student, akademiker, gjengmedlem, osv. Den bestemte typen person man er gjenkjent til å være, gitt tid og sted, vil endres i samhandlingen med andre personer, kan endres fra kontekst til kontekst, og kan være tvetydig eller ustabil. Å bli gjenkjent som en «bestemt type person» i en gitt kontekst er nettopp hva Gee (2000) mener med identitet, og videre mener han at alle mennesker har mange identiteter knyttet til handlingene de har i samfunnet.

Den diskursive identitet til Gee (2000) stammer fra et syn på identitet han utviklet fordelt på fire perspektiv rundt hva det vil si å bli gjenkjent som en bestemt type person:

1. *Naturlig identitet*, en tilstand utviklet av naturlige krefter. Vi er hva vi er fordi det ligger i vår natur.

2. *Institusjonell identitet*, en posisjon autorisert av autoriteter i institusjoner. Vi er hva vi er på grunn av posisjonene vi tar i samfunnet.
3. *Diskursiv identitet*, en individuell egenskap gjenkjent gjennom diskurs eller i dialog med andre. Vi er hva vi er på grunn av personlige prestasjoner gjenkjent av andre.
4. *Affinitetsidentitet*, erfaringer delt i praktiske fellesskap. Vi er hva vi er på grunn av erfaring fra bestemte typer av praktiske fellesskap.

For å skape en bredere forståelse, og understreke hva som skiller den diskursive identiteten fra de tre andre, vil jeg forklare hver av de fire perspektivene. Det første perspektivet, *naturlig identitet*, beskriver noe man er. Det vil si, noe som en person har medfødt eller noe personen utvikler seg til som hun ikke har kontroll over. Et eksempel er den medfødte aritmetiske evnen som hos noen barn er større enn hos andre barn (Butterworth, 2005). Tilstanden er ikke selvforskyldt, i dette eksemplet skyldes den gener, er naturlig og vil utvikle seg videre av naturlige årsaker.

Det andre perspektivet, *institusjonell identitet*, kommer av posisjonene mennesker inntar i samfunnet bestemt av institusjoner med autoriteter. Et eksempel er å være matematikklærer som er en identitet bestemt av instituttet for lærerutdanning. En institusjonell identitet kan være ønsket eller pålagt, i form av henholdsvis et kall mot å være lærer, eller å være pålagt å undervise i fag man ikke har kompetanse i.

Det tredje og mest karakteristiske perspektivet for teorien til Gee (2000) er *diskursiv identitet.* Det beskriver individuelle egenskaper som kan gjenkjennes, for eksempel det å være en ivrig elev i matematikk. Identiteten er ikke naturlig, eller bestemt av autoriteter, men forteller hvem personen er i samhandling med andre i en gitt kontekst. Kilden bak egenskapen er diskursen eller dialogen mellom andre mennesker. Det er kun fordi andre mennesker behandler, snakker om, og samhandler med eleven hun kan sies å være ivrig. Prosessen bak diskursen er gjenkjennelse, som vil si at andre mennesker gjenkjenner henne som en ivrig elev i matematikk.

Det fjerde og siste perspektivet, *affinitetsidentitet*, kommer fra erfaringer delt i praktiske fellesskap, som for eksempel elever som jobber sammen fordi de alle er spesielt opptatt av geometri. Kilden bak tilgangen er et sett av karakteristiske praksiser som kjennetegner det bestemte fellesskapet. Personene trenger ikke kjenne hverandre, og kan være spredt rundt om i hele verden, men de deler tilgangen, troskapen, og deltakelsen i bestemte praksiser som gir hver person de riktige erfaringene.

De fire perspektivene er ikke separate fra hverandre, og vil både i teori og i praksis henge sammen på komplekse måter. De er fire måter å formulere spørsmål på om hvordan identitet fungerer for en bestemt person i én eller flere gitte kontekster, som alle kan være til stede og sammenvevd. Det er viktig å understreke at en identitet bare kan bli en identitet dersom den er gjenkjent av personen selv eller av andre som en meningsfull måte å beskrive vedkommende på, eller «a certain kind of person». Styrken bak hver av de fire typene identitet Gee (2000) beskriver, vil derfor komme gjennom de tre andre perspektivene.

Videre argumenterer Gee (2000) for at en identitet ikke kan eksistere uten at det finnes et system som tolker hvordan identiteten skal gjenkjennes. Systemet som tolker kan være menneskets historiske eller kulturelle syn på naturen; det kan være normer, tradisjoner og regler; det kan være diskursen eller dialogen til andre; eller det kan være arbeidet til et praktiserende fellesskap. Det viktige med identitet slik Gee (2000) definerer det er at nesten hvilken som helst identitet kan tolkes med utgangspunkt i hvilken som helst av disse systemene. For å ta et eksempel aktuelt for min studie, en elev med sterk matematisk identitet. Årsaker som ikke kan tillegges elevens prestasjoner vil kunne beskrives av det naturlige synet på identitet, som «det er medfødt». Min og andres forskning på hva som kjennetegner elever med sterk identitet vil være et eksempel på institusjonell identitet. Diskursen eller dialogen rundt eleven, som «han er glad i matematikk», vil dekke den diskursive identiteten. Og til slutt i fellesskap, affinitetsidentiteten, vil kanskje eleven dele sin iver i faget med likemenn, for eksempel ved å diskutere et matematisk problem i friminuttet. Summert kan man si at mennesker kan godta, utfordre, og diskutere de fire ulike identitetene om de skal være naturlige, institusjonelle, diskursive, eller affinitetsidentiteter, men det som er avgjørende er alltid hvem og hvordan en bestemt identitet er gjenkjent.

2.2.4 Videre tilpasning av begrepet matematisk identitet

Som Darragh (2016) påpekte finnes det svært mange forskjellige syn på hva identitet er, og det er derfor vanskelig å peke ut én bestemt teori som den riktige. For studien av matematisk identitet passer det bra å presentere både Wenger (1998), Sfard og Prusak (2005), og Gee (2000) sine teorier. Grunnen til det er at alle tre teoriene har noe som kan overføres til en ny pragmatisk tilpasset definisjon av matematisk identitet, som studien min er avhengig av. Før en slik definisjon kan konkretiseres og forskningsspørsmålene mine kan besvares, må teori om psykologiske variabler (Philipp, 2007), aktivitet (Engeström & Sannino, 2018), og måling (Andrich, 1978; Thurstone, 1959) også presenteres.

2.3 Psykologiske variabler

Det andre forskningsspørsmålet etterspør hva det er som karakteriserer elever med sterk matematisk identitet. Begrepet karakteristikk er sentralt for studien og beskriver de psykologiske variablene som ligger til grunn for den matematiske aktiviteten, som for eksempel affekt, kunnskap, forestillinger, eller verdi. Philipp (2007) presenterer en definisjon til hver av de forskjellige variablene som påvirker lærere i arbeid med matematikkundervisningen. Jeg har valgt å bruke de samme definisjonene i min studie av elevers karakteristikker, fordi de gir et godt utgangspunkt både til å forklare og til å påpeke forskjeller mellom de ulike psykologiske variablene. Det er viktig å forklare forskjellen på de forskjellige variablene fordi det skaper bedre forståelse av hver av dem, og til selve begrepet psykologisk variabel.

Psykologiske variabler	
Affekt	Affekt er en følelse, eller en tendens, knyttet til en idé, handling eller et objekt, og består av de tre komponentene; følelser, holdninger, og forestillinger. **Følelser** er bevisste stadier ulik fra forståelse. De kan endres raskt og føles mer intenst enn holdninger og forestillinger gjør, og de kan være både positive og negative. **Holdninger** er handlingsmønster, følelser, eller tenking som kommer av personens mening eller innstilling til. De endres ikke like raskt som følelser og er mindre intense. Akkurat som følelsene, kan også holdninger være positive eller negative.
Forestillinger	Forestillinger beskriver menneskets forståelse, premiss, eller forslag om verden som blir ansett som sanne. De føles enda mindre intenst enn holdninger, og er vanskelig å endre. De er på en måte en plan for hvordan mennesket tolker forskjellige aspekter, eller hvordan vaner fører til handling. Forestillinger er ikke det samme som kunnskap, fordi personen kan ha forskjellige grader av overbevisning.
Oppfattelse	Oppfattelse er en mental struktur som summerer forestillinger, meninger, konsept, forslag, regler, mentale bilder, og preferanser. De forteller noe om hvordan mennesket oppfatter aspektet de jobber med.
Kunnskap	Kunnskap er sikre og velbegrunnede forestillinger om verdenen personen anser som sanne. Kunnskap hos en person kan være forestilling hos en annen, avhengig av sannhetgraden til oppfattelsen.
Verdi	Verdien beskriver hvor mye forestillingen er verdt, og leder til handling.

Tabell 1: Forklaring av de forskjellige psykologiske variablene

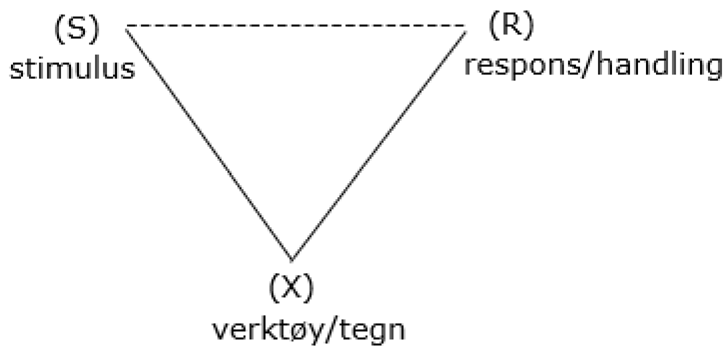
Som beskrevet i Tabell 1, er begrepet *affekt* ganske omfattende og dekker blant annet følelser og holdninger som ofte kommer til syne gjennom menneskelige handlinger, tale, og reaksjonsmønster. I likhet med Philipp (2007), definerer McLeod (1988) affekt som alle følelser som er relatert til matematisk læring. McLeod (1988) identifiserer flere spesifikke aspekter innenfor det affektive området, men trekker frem *følelser, holdninger*, og *forestillinger* som de viktigste. Av de igjen er det klart at følelser er det mest fundamentale konseptet (Zan et al., 2006). Følelsene blir sett på som iverksettere for den psykologiske reaksjonen, og påvirker kognitive prosesser blant annet ved at de styrer oppmerksomheten og hukommelsen og at de aktiverer handlingen. Eksempler på slike følelser er interesse, glede, humør, nysgjerrighet, engasjement, tristhet, og angst. Det finnes ingen enighet om hvor mange grunnleggende følelser som finnes, hva de er, eller om det i det hele tatt er noen følelser som kan defineres som grunnleggende.

2.4 Kulturhistorisk aktivitetsteori (KHAT)

Kaspersen et al. (2017) antar at identitet, og spesielt matematisk identitet, er relasjonell av natur. Påstanden begrunnes med at alle konsepter, fysiske som psykiske, er relative til konteksten de observeres i, som for eksempel fart, styrke eller IQ. Slik kan identitet bli vurdert, for eksempel ved måling, kun i relasjon til en «bakgrunn».

En av teoriene som beskriver en mulig «bakgrunn» som matematisk identitet kan måles relativt til er den kulturhistoriske aktivitetsteorien (KHAT), som gir en oversikt over hvilke aktiviteter, eller konseptuelle sammenhenger, all menneskelig handling forekommer i. KHAT kan klassifiseres i sosialkonstruktivismen, hvilket betyr at mennesker blir sett på som aktivt handlende og ansvarlig, og kunnskap oppfattes som en konstruksjon av forståelse og mening skapt i møte mellom mennesker i sosial samhandling (Postholm et al., 2013). Kunnskap er i stadig endring og fornyelse, og den konstruktivistiske tradisjonen fyller gapet mellom menneskene og verden vi befinner oss i. Menneskets oppfattelse og forståelse av verden får dermed betydning både kulturelt, historisk og sosialt.

Utviklingen av KHAT besto i hovedsak av tre steg. Det første steget kan spores tilbake til Vygotsky sin sosiokulturelle teori om at mennesker utvikler sin bevissthet gjennom bruk av språk, tegn, og verktøy — såkalt semiotisk mediasjon. Begrepet mediasjon eller mediering vil si at mennesker ikke står i direkte og ufortolket kontakt med naturen, men utøver alle sine handlinger ved hjelp av ulike intellektuelle eller fysiske verktøy som stammer fra sosiale praksiser farget av kultur og erfaringer. I følge Vygotsky (1978) er språket det aller viktigste medierende redskapet mennesket har. Han vektlegger at all tenkning og all intellektuell utvikling skapes i sosiale sammenhenger, og at det er gjennom språket mennesket er i stand til å forme en forståelse for verden. Han skiller videre mellom indre og ytre verktøy. Idéer, holdninger, og kunnskaper er eksempler på tegn eller intellektuelle verktøy mennesker bruker for å forstå omverdenen. En kalkulator er et eksempel på fysiske verktøy som direkte endrer omverdenen. Figur 2 viser Vygotskys mediering mellom stimulus (S) og respons/handling (R) ved hjelp av et verktøy/tegn (X) (Vygotsky, 1978, s. 40)

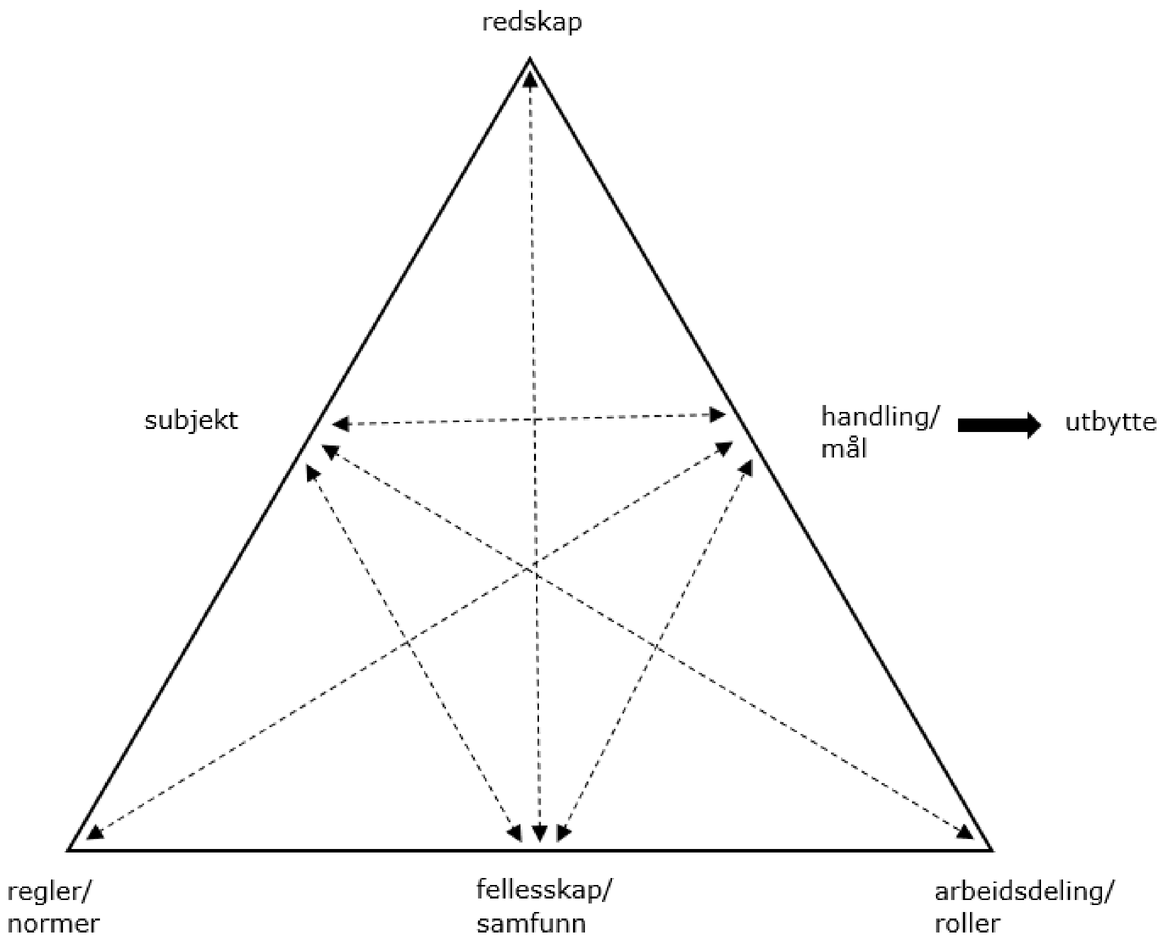


Figur 2: Vygotskys medierende handlingsprosess

Vygotskys tegn eller verktøy kan forstås som artefakter, altså en del av den materielle verden som har blitt formet på grunn av bruksverdien eller nødvendigheten, som dermed gjelder alle former for språk og tegn, og også fysiske objekter som en stol eller en skolelinjal. Artefaktene kan videre deles inn i tre ulike nivåer: primære, sekundære, og tertiære. *Primære artefakter* blir direkte brukt i produksjon og er faktorer i menneskenes sosiale liv, som for eksempel skolelinjalen, en blyant, ord, og skriveinstrumenter. *Sekundære artefakter* er representasjoner av og handlinger med de primære artefaktene, som oppskrifter, lærebøker, eller møteinnkallelser. De tertiære artefaktene er verktøy som endrer pågående praksiser, farget av kultur, følelser, regler, osv. (Postholm et al., 2013).

Leontiev, tidligere elev og senere kollega av Vygotsky, utviklet en teori hvor fokuset ble flyttet bort fra individet som utfører aktiviteten til aktiviteten som blir utført, såkalt aktivitetsteori. Leontiev anses som kanskje den mest kjente teoretikeren innenfor denne grenen og hans arbeid kan betraktes som steg to i utviklingen av KHAT. Aktivitetsteori, eller virksomhetsteori, vil si å sette den tilpassede naturen til menneskers handlinger i system og forklare dem som deler av samfunnets vedvarende sosiale praksiser. Leontiev (1978) pekte ut tre ulike, men gjensidig avhengige, nivåer hvor sosiale handlinger foregår og forstås på: virksomhetssystem, handlinger, og operasjoner (Säljö, 2001, s. 141-142). Et *virksomhetssystem* er varige utviklete institusjoner for aktivitet, som for eksempel skole, sykehus, rettsvesen, eller vitenskap. *Handlinger* utføres av menneskene innenfor rammene til de ulike virksomhetene. En god handling i ett virksomhetssystem trenger ikke være det i et annet, for eksempel slik handlingen «å bruke tid på å pugge en formel» kan være nyttig i noen situasjoner, men unyttig i andre. *Operasjoner* er de konkrete små handlingene som menneskene utfører, som for eksempel å måle en lengde ved bruk av en skolelinjal, skrive svaret til et regnestykke, eller lese en tekstoppgave.

Ut ifra aktivitetsteorien til Leontiev (1978) kan man altså ikke snakke om individuell aktivitet, men om aktiviteten til individet, fordi det bare er operasjonene som er individuelle. Aktivitet er en sum av handlinger, og handlingene kan være like, men være kvalitativt forskjellige avhengige av hvilken aktivitet de utføres relativt til (Kaspersen et al., 2017). Med andre ord, individet utfører en operasjon for å oppnå handling innenfor aktiviteten. Slikt sett kan jeg ikke studere elevers karakteristikker i arbeid med matematikk uten å ta hensyn til hvilken betydning en karakteristikk har i den gitte aktiviteten.



Figur 3: Aktivitetstrekanten

Det tredje steget i utviklingen av den kulturhistoriske aktivitetsteorien kan tilskrives den finske forskeren Yrjö Engeström som utvidet det kollektive aktivitetssystem hos enkeltindivider (Leontiev, 1978), ved å legge til at aktivitet eksisterer i relasjon til regler, arbeidsdeling og i fellesskap/samfunnet. Figur 3 viser aktivitetstrekanten til Engeström (2001). Aktiviteten består av seks elementer som alle samhandler eller påvirker hvordan subjektet kommer frem til et utbytte (Engeström & Sannino, 2010). *Subjektet* er den personen eller gruppen av personer sin posisjon eller synspunkt som er utgangspunktet for analysen, for eksempel en elev. *Handlingen* eller målet refererer til det aktiviteten er rettet mot, det kan, for eksempel, være et læringsmål i undervisningen. For å få til handlingen vil subjektet trenge flere verktøy, tegn eller andre *redskaper*. Språk, bilde, blyant, begrep, tall, og algoritmer er typiske eksempler på redskaper i et klasserom. Videre refererer *regler* til de reguleringene, normene, tradisjonene, og standardene som implisitt eller eksplisitt begrenser handlingene innenfor aktivitetssystemet. *Fellesskap* består av de personene og undergrupper som deler den samme generelle handlingen. Og det siste elementet, *arbeidsdeling,* refererer til hvordan arbeidet deles opp enten gjennom horisontal deling av oppgaver eller vertikal deling av makt og status.

2.5 Identitet som noe målbart

Kvantitative studier rundt psykologiske variabler er det relativt få av sammenlignet med mengden kvalitative studier rundt de samme temaene. Darragh (2016) påpeker forskjellen i sin omfattende studie av artikler om matematisk identitet innen matematikkutdanningen, hvor bare 17 av 188 artikler rapporterer resultater fra 100 eller mer deltakere. Det antyder at mange anser identitet som noe så komplekst at det trengs detaljerte beskrivelser av individene fremfor generiske funn fra større grupper. Det antyder også at kvantitative undersøkelser unngås fordi målbarheten av psykologiske konsept er uklar og vanskelig å gripe an. Likevel har jeg valgt kvantitativ metode for måling og analyse i min studie av matematisk identitet. Jeg kommer tilbake til begrunnelse for valget i metodekapittelet, men bringer det på banen her fordi sammenhengen mellom statistisk målingsteori, som prinsippene for psykologisk måling (Thurstone, 1959), og teorier rundt identitetskonseptet er viktig å klarlegge.

2.5.1 Thurstones prinsipper for sosial måling

En av igangsetterne for kvantitativ måling av psykologiske konsepter var Thurstone (1928, 1959) som tidlig påsto at prinsippene for måling skal være like uansett om det er noe fysisk, for eksempel høyde eller vekt, eller noe psykologisk, for eksempel matematisk identitet, som skal måles. Målene kan sies å være metodologisk like (Kaspersen, 2018). Følgelig impliserte Thurstone (1959) at prinsippene for måling var identiske i den sosiale vitenskapen som i naturvitenskapen. Gjennom sine analyser om hvordan man konstruerer et måleinstrument til bruk i statistikk lyktes han med å trekke ut de viktige aspektene for måling. Prinsippene for sosial måling gir et godt utgangspunkt, og er fortsatt den dag i dag, ansett som grunnleggende for kvantitative studier innenfor måling av de komplekse verdiene psykologien gir (Andrich, 1989).

2.5.1.1 Endimensjonalitet.

Sammenligninger som «sterkere enn» og «større enn» gjøres selv om fenomenet er komplekst og generelt sett multidimensjonalt (Andrich, 1989), men til tross for dette antyder slike målinger at én enkelt dimensjon vektlegges. For å måle verdien til et objekt må et instrument konstrueres. Instrumentet må være lineært og sammenhengende, og det må ha gode mål for alle mulige verdier av objektet.

Ingenting er, derimot, fullkomment endimensjonalt, og derfor må måleinstrumentet tvinges til å være lineært «nok» for det praktiske formålet, for eksempel slik termometeret forteller hvor varmt det er ute i én dimensjon, uten å ta hensyn til de andre dimensjonene som påvirker varmen, som lufttrykk og fuktighet. Det samme gjelder for karakteristikker for matematisk identitet — for eksempel hvor tilbøyelig en elev er til å gjøre mer matematikk enn det som forventes på skolen — som kan måles fra det ene ytterpunktet til det andre, eller fra «aldri» til «alltid». Matematisk identitet vil aldri være perfekt endimensjonalt, men for at målingene skal gi mening må instrumentet være endimensjonalt nok innenfor tydelige rammer.

2.5.1.2 Additivitet.

Videre påpeker Andrich (1989) at plasseringen av objekter må tilfredsstille prinsippet om additivitet. For eksempel, dersom Per er 4 cm høyere enn Pål, og Pål er 6 cm høyere enn Espen, så må Per være 10 cm høyere enn Espen. På samme måte må avstanden mellom målene til karakteristikk A og karakteristikk B, lagt sammen med avstanden mellom verdiene til karakteristikk B og karakteristikk C, tilsvare avstanden mellom verdiene til karakteristikk A og karakteristikk C.

2.5.1.3 Invarians.

Et annet prinsipp som måling må tilfredsstille er at instrumentet er invariant på tvers av grupper. Det vil si at: (i) det bør være mulig å tillate flere testspørsmål på forskjellige nivå av skalaen uten at det går utover individets mål; (ii) hvis skalaen skal betegnes som gyldig, bør ikke verdien av utsagnene være påvirket av meningene til de personene som konstruerte den (Thurstone, 1959, s. 228); og (iii) dersom instrumentet er variant på tvers av gruppene så måler instrumentet etter helt forskjellige typer skaleringer. Hvis det er tilfelle tilsvarer den relative lokasjonen til objektene ikke annet enn forskjellige beskrivelser av gruppene. Da kan ikke sammenligninger på tvers av gruppene foretas (Andrich, 1989).

2.5.1.4 Relasjonelle mål.

Siden prinsippene for måling innen den sosiale vitenskapen antas å kunne sidestilles med måling i den fysiske verden, og siden fysiske mål er relasjonelle, så må også mål innen den sosiale vitenskapen være det (Kaspersen, 2018). Verdien til en person vil derfor ikke bety noe hvis ikke målet er spesifisert relativt til en struktur med et vilkårlig nullpunkt og en vilkårlig lengde på enheten. Slik kan vi, for eksempel, måle høyden til en person med et målbånd der startverdien er 0 og avstanden mellom enhetene er satt til centimeter, på lik linje som en psykometrisk måling er et mål relativt til merkene på et instrument.

2.5.2 Thurstones prinsipper og noen identitetsteorier.

I følge Kaspersen (2018) eksisterer det få teorier der identitet betraktes som noe målbart fordi det er vanskelig å tydeliggjøre at eksisterende identitetsteorier er kompatible med måling; for eksempel slik Wenger (1998) sin oppfattelse av identitet som noe under stadig tilegning, utfordrer mål som en statisk posisjon. Det samme gjelder for teoriene til Sfard og Prusak (2005) som definerer identitet som fortellinger, og Gee (2000) som definerer identitet som en bestemt type person i en gitt kontekst. Disse definisjonene er inkompatible med prinsippet om invarians. Selv om ingen av de tre teoriene er kompatible med målingsteori, gir de hver for seg logiske forklaringer på hva identitet er, og hvor vanskelig det er å definere konseptet.

Det er i hovedsak tre grunner til at måling av identitet er vanskelig (Kaspersen et al., 2017). For det første siden det ikke eksisterer enighet rundt de filosofiske aspektene til konseptet identitet kan det virke umulig å måle matematisk identitet som er kompatibel med alle konseptene innen identitet. For det andre foreslår enkelte kvantitative studier at matematisk identitet består av flere dimensjoner, slik som kunnskap, evne, motivasjon, og angst (Axelsson, 2009), mens Thurstone (1959) argumenterer for at man bare kan måle én dimensjon om gangen (i prinsippet om endimensjonalitet). For det tredje er Thurstones prinsipp om invarians uforenelig med nevnte teorier om identitet fordi det forutsetter kontekst-uavhengighet, hvilket betyr at strukturen til matematisk identitet må være den samme uansett når, hvor, og sammen med hvem den måles. For å løse de tre problemene for måling av matematisk identitet har jeg måtte foreta et pragmatisk valg, altså at jeg godtar alle teoriene om identitet og velger ut det som passer med prinsippene for sosial måling.

Videre vil jeg forklare hvordan identitetskonseptet kan være endimensjonalt, additivt, invariant, og relasjonelt, gjennom å se på sammenhengen mellom Thurstone (1959) sine prinsipper for sosial måling og pragmatiske utvalg fra de tidligere presenterte teoriene om identitet (Gee, 2000; Sfard & Prusak, 2005; Wenger, 1998).

2.5.2.1 Identitet og endimensjonalitet.

Identitet blir ofte sett på som multidimensjonalt selv om teoriene om konseptet gir et bilde der identitet handler om likhet og forskjell mellom mennesker. Til tross for at Gee (2000) sitt syn på identitet er flerdimensjonalt, gjennom sine naturlige, institusjonelle, diskursive, og affinitetsidentiteter, vil det å bli karakterisert som *en bestemt type person* være kompatibelt med prinsippet om endimensjonalitet (Kaspersen, 2018). En sterk karakteristikk for matematisk identitet, som det å være en person som liker å jobbe med matematikk i fritiden, kan for eksempel bli sett på som å være en bestemt type person. Siden det da antas å eksistere en slik bestemt type person, antas det samtidig at det motsatte finnes, og kanskje flere varianter imellom. Dermed forsterkes argumentet for at det er et bestemt antall varianter av denne bestemte typen karaktertrekk, som kan rangeres fra svakest til sterkest etter en gitt målestokk, og endimensjonaliteten godtas implisitt.

Et annet argument er at psykologiske prosesser som forekommer samtidig som den ønskede identiteten, kan godtas som like nok til å bli vurdert som samme prosess, for eksempel slik som holdning, følelser, forestillinger, og flere alle kan tolkes å være del av den matematiske identiteten og dermed del av den ene dimensjonen (Bond & Fox, 2015, s. 157).

2.5.2.2 Identitet og additivitet.

Kaspersen (2018) mener teorier som ser identitetskonseptet som posisjonelt kan være kompatible med prinsippet om additivitet, fordi endringer i posisjon avhenger av antall observasjoner som foretas, dermed vil det ikke være et teoretisk problem. En forutsetning er at en teori må gjenspeile identitet som et statisk bilde av denne endringen. Av tidligere presenterte teorier om identitetskonseptet er Wenger (1998) sin teori den som er lengst unna å fylle prinsippet om additivitet fordi han ser konseptet identitet som en læringsbane i motsetning til en posisjon. Jeg vil argumentere for at den målte avstanden mellom karakteristikkene i min studie fyller prinsippet om additivitet siden hver enkel karakteristikk er basert på kun én observasjon for hver elev, og dermed vil de forholde seg stabilt med hverandre.

2.5.2.3 Identitet og invarians.

Prinsippet om invarians henger sammen med struktur, det vil si at hvis vi skal sammenligne to grupper, så må strukturen til matematisk identitet være relativt lik mellom gruppene. Kaspersen (2018) påstår at for å være kompatibel med prinsippet om invarians må en teori akseptere at strukturen til karakteristikkene aldri vil være identisk mellom to kontekster, en påstand jeg støtter. Målene til karakteristikkene for matematisk identitet vil endre seg litt fra en elevgruppe til en annen, men variasjon i struktur, rekkefølge og plassering til karakteristikkene på målestokken må forholde seg innenfor fornuftige grenser; dersom de ikke endrer seg mer enn hva som kan godtas, kan matematisk identitet sies å være kontekst-uavhengig. Sfard og Prusak (2005) sin definisjon av identitet som fortellinger er et eksempel på en teori som ikke er kompatibel med invarians, fordi fortellinger naturlig vil endres etter hvem som forteller dem, og derfor er definisjonen kontekst-avhengig.

2.5.2.4 Identitet og relasjon.

Det siste prinsippet om sosial måling (Andrich, 1989) er at målingen må foregå i relasjon til noe annet. Noen teorier konseptualiserer identitet som relative i forhold til kontekst. Wenger (1998) mener identitet er et midtpunkt mellom individet og det sosiale, slik at hver kan snakkes om i relasjon med den andre. Gee (2000) plasserer også identitet i relasjon med sosiale aspekt, og mener karakteristiske trekk ved en person kan ses på som positive i en tid, men kan ses på som noe negativt i en annen tid; altså identitet i relasjon med sosial utvikling over tid.

Siden måling i den sosiale vitenskapen kan sidestilles med mål fra den fysiske verden, og siden fysiske mål er relasjonelle (Thurstone, 1959), vil jeg hevde at en relasjon mellom karakteristikker for matematisk identitet og sosiale aspekter også eksisterer i min studie. Målene for hver av utsagnene, som beskriver karakteristikker, vil markeres på instrumentets målestokk slik centimetermålene er markert på en skolelinjal. Verdien på målet for elevens identitet vil derfor kun gi mening dersom den er merket av i den samme målestokken og dermed være i relasjon med målene for utsagnene. Både målene for utsagnene og for elevenes identitet vil igjen stå i relasjon til måleinstrumentets nullpunkt og til avstanden mellom enhetene.

2.6 Min definisjon av matematisk identitet

Med utgangspunkt i de to forskningsspørsmålene, «Hvordan kan man måle matematisk identitet i ungdomsskolen?» og «Hva karakteriserer elever med sterk matematisk identitet?», har det vist seg vanskelig å definere begrepet *matematisk identitet* som samtidig er kompatibel med målingsteori. Jeg vil derfor legge til grunn noen premiss for hvordan begrepet skal tolkes i studien, og deretter definere matematisk identitet basert på nødvendige pragmatiske tilpasninger.

Ett premiss er at matematisk identitet skal kunne måles på mange elever samtidig. Det betyr at elevene skal vurderes etter like prinsipper for måling, slik at de kan sammenlignes langs samme skala.

Et annet premiss er at det må være en relasjon mellom elevenes mål for matematisk identitet og det de måles opp imot, en slags bakgrunn. Bakgrunnen er i denne studien strukturen til utsagnene, eller karakteristikkene, som beskriver aktiviteter.

Et tredje premiss er at matematisk identitet må være kontekst-uavhengig for å kunne måles på flere personer i relasjon med forskjellige aktiviteter. Selv om all måling kan antas å være avhengig av konteksten den utføres i, vil graden av invarians mer være et spørsmål om hva som kan godtas. Jeg vil derfor godta noe overlapp mellom kjønn og trinn, fordi måling av alle elever uansett aldri vil bli helt uavhengig av kontekst.

Dersom de nevnte premissene godtas kan matematisk identitet være kompatibelt med målingsteori. Jeg definerer derfor matematisk identitet til å være *posisjonen elevene tar i den sosiale matematiske aktiviteten de deltar i*. Dette er en definisjon som er kompatibel med prinsippene for måling og som samtidig passer til forskningsspørsmålene.

2.7 Oppsummering

Hensikten med teoriene presentert i dette kapittelet har først og fremst vært å knytte forskningsspørsmålene til den vitenskapelige verden, og å finne en definisjon av begrepet matematisk identitet som passer til forskningsspørsmålene. Selv om Darragh (2016) sin definisjon av identitet som deltakende, fortellende, diskursivt, psykoanalytisk eller utøvende, er samlende er det liten tvil om at hver av grenene er vidt forskjellige fra hverandre (Gee, 2000; Sfard & Prusak, 2005; Wenger, 1998). Min definisjon av matematisk identitet er en pragmatisk tilpasset definisjon som baserer seg på de nevnte identitetsteoriene, aktivitetsteori (Engeström, 2001), og målingsteori (Thurstone, 1959).

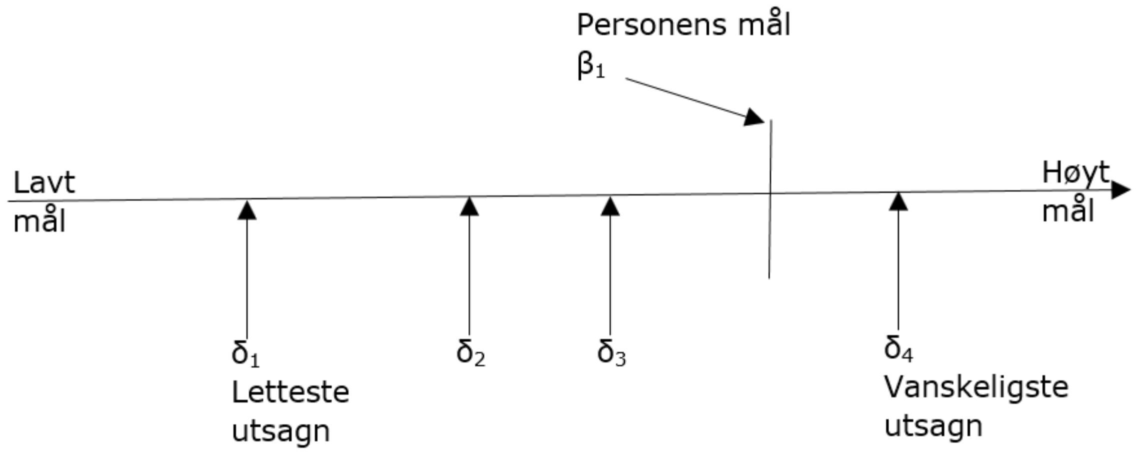
3 Måling

Hvordan kan matematisk identitet måles? For å svare på dette spørsmålet vil jeg i dette kapittelet beskrive hva måling er, hvordan en målestokk kan konstrueres, se på to modeller for måling — Item Response Theory (IRT) og Rasch Measurement Theory (RMT) — og begrunne hvorfor RMT er best egnet til å besvare forskningsspørsmålene mine.

Thurstone (1959) sine prinsipper for sosial måling (endimensjonalitet, invarians, additivitet, og relasjonelle mål) gir et godt utgangspunkt for kvantitative studier der psykologiske variabler skal måles. Både IRT og RMT bygger på disse prinsippene.

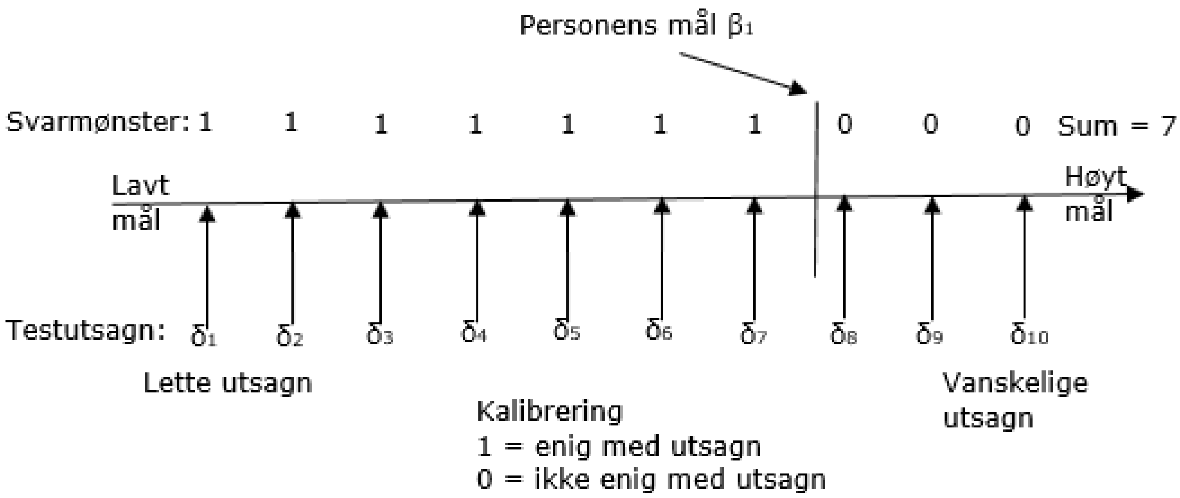
3.1 Psykologisk måling

For at å finne gode mål for personers psykologiske variabler må det først finnes en metode for å gjøre observasjonene om til mål for de aktuelle variablene (Wright & Stone, 1979, s. 11). Variabelen kan visualiseres som en linje der objekter er sortert fra det «letteste» til det «vanskeligste», og personens mål lokaliseres etter hvor mange objekt hun «mestrer»/ «har»/ «passerer»/ etc. Figur 4 viser et eksempel på fire ferdigkalibrerte testobjekter, δ_1, δ_2, δ_3, og δ_4, som definerer variabelen, og hvor testpersonens mål, β_1, er lokalisert (Wright & Stone, 1979, s. 2). Variabelen i min studie er matematisk identitet, og objektene er utsagnene knyttet til matematikk. Hvert utsagn representerer en personlig karakteristikk. Personens mål er definert som personens matematiske identitet.



Figur 4: Definering av variabel

Ut ifra svarene en elev gir på spørreundersøkelsen er det mulig å beregne målet hennes. Ettersom utsagnene blir kalibrert fra «lettest» til «vanskeligst» i variabelen, kan elevens svar mer eller mindre forventes å følge vanskelighetsgraden til utsagnene. Fra Figur 5 vil det si at personens mål, β_1, viser forventningen til at hun «har» de syv karakteristikkene til venstre, δ_1 til δ_7, mens det forventes at hun ikke «har» karakteristikkene til høyre, δ_8, δ_9 og δ_{10}. Når utsagnene er sortert etter vanskegrad kan elevens lokasjon på variabelen estimeres der svarene skifter fra en overvekt av riktige til en overvekt av gale svar.



Figur 5: Validering av svarmønster

3.2 Valg av modell for analyse

Måling i sosiale studier blir som regel gjort enten etter klassisk test teori, IRT-modellen, eller etter RMT-modellen. Det er kun de to sistnevnte som baserer seg på Thurstone (1959) sine prinsipper for måling, og jeg vil derfor videre kun diskutere disse to teoriene. Den største filosofiske forskjellen mellom IRT og RMT er, ifølge Andrich (1989), at IRT betrakter prinsippene som antakelser, mens RMT anser dem som krav.

3.2.1 Item Response Theory (IRT)

IRT er basert på prinsippet om at det er mulig å måle enkle, bestemte iboende psykologiske egenskaper som ikke er observerbare. Teorien antar at det finnes et forhold mellom personens grad av den egenskapen og svaret hans på et testobjekt (Cohen, Manion, Morrison & Bell, 2011, s. 480). Noen typiske trekk ved IRT er at det er mulig: å utarbeide objekt som effektivt diskriminerer mellom deltakere; å beskrive et objekt uavhengig av hvor mange eller hvilke personer som avgir svar; å beskrive en testdeltaker uavhengig av hvor mange testobjekt deltakeren svarer på; og å identifisere testobjektenes vanskegrad, slik Rasch-modellen gjør (Cohen et al., 2011, s. 480-481).

En IRT-modell er som oftest endimensjonal, og den er enten dikotom eller polytom. Forskjellen er antall mulige svar i oppgavene som gis. En polytom IRT-modell brukes når svaralternativene har flere forskjellige verdier, slik som for eksempel i oppgaver der svaret kan rangeres fra «svakest» til «sterkest». En dikotom IRT-modell har svar som enten er riktige eller gale, slik som ja/nei oppgaver. Typisk for dikotome IRT modeller er skalering etter antall parametere modellen har, der tre-parameter-modellen (3PL) er vanligst.

$$P(X = 1) = c_i + (1 - c_i)\frac{exp[1{,}7a_i(\theta_j - b_i)]}{1 + exp[1{,}7a_i(\theta_j - b_i)]} \qquad \textbf{(1)}$$

3PL (1) antar sannsynligheten for at en person (j) med målet (θ_j), vil oppnå riktig svar ($X = 1$) på et objekt (i). Modellen har tre parametere: (b) vanskegrad, (a) diskriminering, og (c) gjetting (DeMars, 2010, s. 11-12). Konstanten 1,7 er kun en skaleringsfaktor bestemt for å forenkle tolkningen av (a). 2PL og 1PL modellene er spesielle tilfeller, eller forenklinger, av 3PL modellen. 2PL-modellen antar at objektene kan variere i lokasjon på variabelen (b) og i diskriminering (a). Den antar derimot ikke at personer kan gjette seg frem til riktig svar ($c_i = 0$). I 1PL-modellen beskrives objektet bare av én parameter. Det betyr at lokasjonen til objektet (b_i) er den samme for alle deltakerne uavhengig av deres mål, og at deltakernes mål samtidig er det samme for alle objekt. 1PL-modellen har derfor ingen diskriminering ($a_i = 1$). Eller sagt med andre ord: avstanden mellom objektenes lokasjon på variabelen forblir konsistent uavhengig av personens evner (Baker & Kim, 2017, s. 52)

3.2.2 Rasch Measurement Theory (RMT)

Siden RMT-modellen er relasjonell og bare har én parameter er den, teknisk sett, ekvivalent til 1PL IRT-modellen. Forkjempere for RMT-modellens uavhengighet fra IRT-modellen argumenterer for at det er en vesentlig prosess som skiller dem; om modellen skal tilpasses dataene eller om dataene skal tilpasses modellen (bl.a. Andrich, 1989). I IRT-modellen og andre tradisjonelle fremgangsmåter søkes det etter en modell som passer til dataene som skal undersøkes. I RMT-modellen er det motsatt: dataene tilpasses en bestemt modell ved at de gjennomgår en valideringsprosess der data som ikke passer inn ekskluderes fra videre analyse (Andrich, 1989). Jeg kommer tilbake til valideringsprosessen i metodekapittelet.

Siden både personenes og objektenes mål er på samme variabel, vil det si at de må ha samme måleenhet. I RMT kalles denne måleenheten for «logit», som er en forkortelse for «log odds unit». «Logits» skaleres som intervaller med like og konsistente verdier. Utgangspunktet for skalaen av «logits» settes til 0 der gjennomsnittet av objektenes vanskegrad estimeres. Personenes mål beregnes deretter i relasjon til objektenes vanskegrad (Bond & Fox, 2015, s. 51). Oddsen beskriver forholdet mellom en persons riktige og gale svar. Den naturlige logaritmen til personens odds bestemmer dermed plasseringen i variabelen. For objektene beskriver oddsen forholdet mellom hvor stor prosentandel av personene som mestret eller ikke mestret objektet.

$$P(X=1)=\frac{exp(\beta-\delta)}{1+exp(\beta-\delta)} \qquad \textbf{(2)}$$

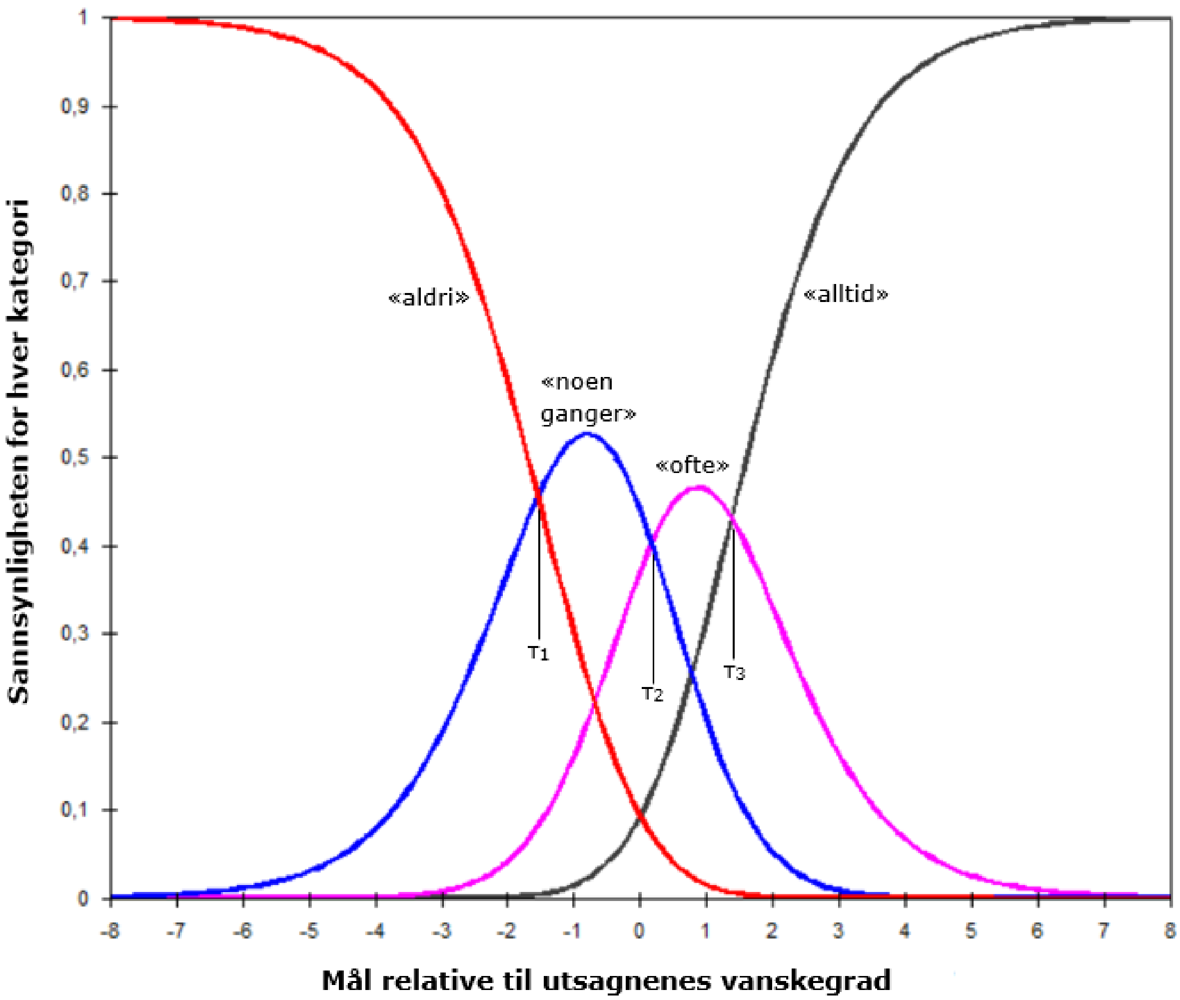
Rasch-modellen (2) uttrykker sannsynligheten for at en person «mestrer» objektet som en funksjon av avstanden mellom personens mål (β) og objektets mål (δ). Det betyr at dersom personens mål er lik objektets mål vil sannsynligheten være 0,5 for at personen «mestrer» det, altså like stor sjanse for «riktig» som «galt» svar. Dersom personens mål øker relativt til objektets mål vil sannsynligheten nærme seg 1, og dersom personens mål avtar relativt til objektets mål vil sannsynligheten nærme seg 0 (Wright, 1977).

3.2.3 Rating Scale Model (RS-modellen)

En variant av RMT-modellen som tillater mer enn to svaralternativer er RS-modellen, utviklet av Andrich (1978). RS-modellen (3) uttrykker sannsynligheten for at en person med mål β, velger svaralternativ x, på et objekt med mål δ.

$$P(X=x)=\frac{exp(x(\beta-\delta)-\sum_{k=0}^{x}\tau_k)}{\sum_{n=0}^{m}exp(n(\beta-\delta)-\sum_{k=0}^{n}\tau_k)} \qquad \textbf{(3)}$$

Figur 6 viser sannsynligheten for hver av de fire svaralternativene i relasjon med utsagnet i denne studien (rådata). Grenseverdiene τ_k representerer det punktet der det er like stor sannsynlighet for at personen velger ett av de to alternativene, det vil si der to kurver krysser. Fire svaralternativer gir dermed tre grenseverdier: $\tau_1 = -1{,}6$, $\tau_2 = 0{,}2$, og $\tau_3 = 1{,}3$. Figur 6 viser at svaralternativet «aldri» er mest sannsynlig til venstre for τ_1, «noen ganger» er mest sannsynlig mellom τ_1 og τ_2, «ofte» er mest sannsynlig mellom τ_2 og τ_3, og det siste svaralternativet «alltid» er mest sannsynlig til høyre for τ_3.



Figur 6: Sannsynlighetskurver for svarkategoriene i denne undersøkelsen.

3.3 RS-modellen for måling av matematisk identitet

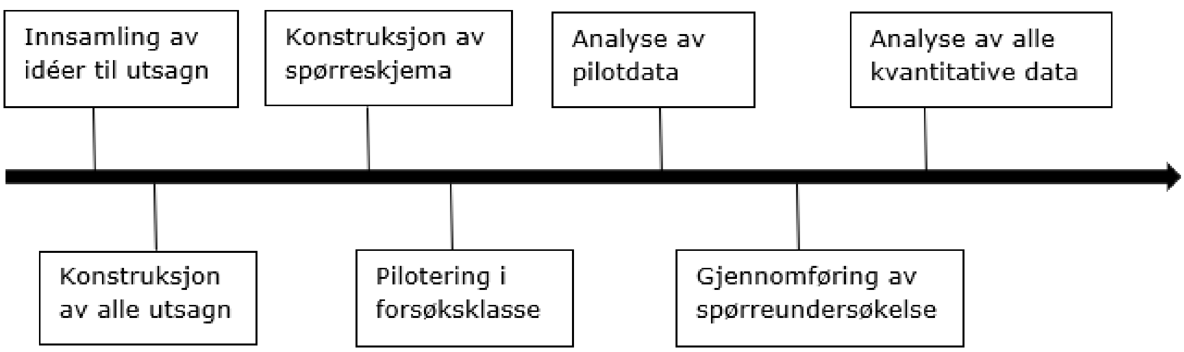
I dette kapittelet har jeg gått gjennom noen modeller for analyse av kvantitative data, og bevisst unnlatt å nevne andre som uansett ville vært irrelevant for denne studien. For å kunne måle matematisk identitet hos ungdomsskoleelever, har jeg stilt som premiss at Thurstone (1959) sine prinsipp om endimensjonalitet, invarians, additivitet, og relasjon mellom person og objekt tolkes som «krav» og ikke «antakelser». Premisset medfører at IRT faller bort som valg av analyseverktøy fordi prinsippene i IRT tolkes som antagelser (Andrich, 1989). Rasch-modellen tolker derimot prinsippene som krav, og derfor har jeg valgt RS-modellen som metode. I neste kapittel vil jeg komme nærmere inn på validering og gjennomføring av spørreundersøkelsen.

4 Metode

For å kunne svare på forskningsspørsmålene i denne studien var det nødvendig å samle inn en større mengde data fra mange elever ved hjelp av en spørreundersøkelse. Valget falt derfor på den kvantitative metoden, som tillater store mengder data, i motsetning til den kvalitative metoden som samler data fra relativt få deltakere i form av intervju eller observasjon.

RS-modellen gir mulighet for å analysere forholdet mellom utsagnenes mål og elevenes mål. Dataprogrammet WINSTEPS (Linacre, 2012) baserer seg på RMT-modellen sitt rammeverk, og programmet genererer verdier, tabeller, og andre representasjoner av målene. For å sikre at måleinstrumentet fulgte Thurstone (1959) sine prinsipper, ble de åtte aspektene fra rammeverket til Wolfe og Smith (2007b) analysert.

Videre i dette kapittelet vil jeg beskrive konstruksjonen og gjennomføringen av spørreundersøkelsen. Selv om konstruksjonen av spørreskjemaet ble gjort før gjennomføringen, vil jeg beskrive den siste først, fordi gjennomføringsfasen gir et bedre bilde av datainnsamlingen enn konstruksjonsfasen. Figur 7 viser en tidslinje for prosessen ved datainnsamling.



Figur 7: Prosessen ved datainnsamling

4.1 Gjennomføring av undersøkelsen

Spørreundersøkelsen ble gjennomført ved en ungdomsskole i Trøndelag. Skolen er relativt stor med flere parallellklasser på alle tre trinnene. Etter at rektor ved skolen ga klarsignal, ble én matematikklærer forespurt, og tid for pilotundersøkelse bestemt. Formålet med pilotundersøkelsen var å kontrollere at spørreskjemaet var reliabelt og valid. Data fra piloteringen ble eksportert til WINSTEPS. Analyse av data fra pilotundersøkelsen viste god reliabilitet, mesteparten av utsagnene var innenfor akseptable rammer for endimensjonalitet, og analysen viste gode fit-verdier (disse analysene — reliabilitet, dimensjonalitet, og fit-verdier — blir beskrevet mer i detalj senere i kapittelet). De foreløpige resultatene indikerte at utsagnene i pilotundersøkelsen var egnet for måling av matematisk identitet. Til tross for at noen av utsagnene viste klar misfit, valgte jeg å ikke justere eller utelate noen av dem. Det gjorde jeg av to grunner: (1) fordi jeg ønsket å se om utsagnene fikk bedre fit-verdier etter gjennomføring med alle elevene ved skolen, og (2) fordi jeg ønsket at alle elevene ved skolen skulle få anledning til å svare på de samme utsagnene som pilotklassen.

Samtlige matematikklærere ved skolen ble deretter kontaktet, og tid for gjennomføring ble avtalt over en to-ukers periode. Jeg valgte å selv være til stede for å sikre at elevene fikk den informasjonen de trengte, og ikke fikk hjelp til noe utover det. Informasjonen de fikk besto blant annet av forklaring på hvorfor de skulle velge bare ett svaralternativ per utsagn, og at svaralternativet «9 = vet ikke» skulle brukes dersom de ikke forsto utsagnet eller ikke visste hva de skulle svare. Elevene ble også forsikret om at svarene deres forble anonyme og at de ikke ble vist til matematikklæreren deres. Elevene ble videre oppfordret til å svare så ærlig som mulig. De fikk ikke anledning til å spørre om forklaring på utsagnene, eller anledning til å snakke med eller se på medelever. Selve gjennomføringen tok ca. 20 minutter for hver av de 16 klassene. Totalt svarte 333 elever på undersøkelsen.

For å sikre at elevene ikke kopierte hverandres svar, ble det gitt ut fire forskjellige spørreskjema på en slik måte at elever som satt sammen alltid fikk ulike spørreskjema. Hvert av de fire forskjellige spørreskjemaene besto av et tilfeldig utvalg på 30 av de 40 utsagnene. Utsagnene var igjen satt opp i tilfeldig rekkefølge på de fire svarskjemaene. Elevene kunne velge mellom svaralternativene: «1 = aldri», «2 = noen ganger», «3 = ofte», «4 = alltid», eller «9 = vet ikke», for hvert av utsagnene. Jeg diskuterer mer om validering av disse svarkategoriene senere i dette kapittelet. Figur 8 viser starten på spørreskjema A og B. (Vedlegg 5: Alle 40 utsagn)

Spørreskjema A

(1) Aldri, (2) Noen ganger, (3) Ofte, (4) Alltid, (9) Vet ikke

Når jeg lærer en ny formel, prøver jeg å forstå hvorfor den fungerer.	1	2	3	4	9
Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret.	1	2	3	4	9
Hvis jeg står fast med et matematisk problem, prøver jeg å se det for meg.	1	2	3	4	9

Spørreskjema B

(1) Aldri, (2) Noen ganger, (3) Ofte, (4) Alltid, (9) Vet ikke

Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.	1	2	3	4	9
Hjemme snakker vi positivt om matematikk.	1	2	3	4	9
I matematikktimen er jeg flink til å finne frem bøker og utstyr jeg trenger.	1	2	3	4	9

Figur 8: De tre første utsagnene og svaralternativene til spørreskjema A og B.

4.2 Utforming av spørreskjema.

Kaspersen (2015) tok utgangspunkt i rammeverket til Wolfe og Smith (2007a, 2007b) for konstruksjon og validering av spørreskjemaet han bruker til innsamling av kvantitative data. Siden min studie tar utgangspunkt i Kaspersen (2015), men er en tilpasning mot elever i ungdomsskolen i motsetning til hans ingeniørstudenter, baserer jeg meg også på rammeverket til Wolfe og Smith (2007a, 2007b). Videre følger en beskrivelse av tilpasninger jeg gjorde for å rette min studie mot elever i ungdomsskolen, og noen grunnleggende momenter i utviklingen av spørreskjemaet.

4.2.1 Valg av utsagn

Utsagnene i undersøkelsen er hentet fra forskjellige kilder. Halvparten av de totalt 40 utsagnene er hentet fra Kaspersen (2015) sin studie. Noen utsagn stammer fra diskusjoner og epostvekslinger med lærerkolleger, noen er foreslått av elever fra 10.trinn, og noen er konstruert selv. Alle utsagnene beskriver matematiske aktiviteter og kan relateres til aktivitetstrekanten fra KHAT-rammeverket (Engeström & Sannino, 2010). De 20 utsagnene til Kaspersen (2015) ble oversatt og tilpasset ungdomsskoleelevers forventede ordforråd. For eksempel ble utsagnet «*If I get stuck on a problem, I try to visualize it*» oversatt til «*Hvis jeg står fast med et matematisk problem, prøver jeg å se det for meg*», fordi ord som «å visualisere» ble ansett som problematisk.

Idéer til totalt åtte utsagn ble samlet inn fra kolleger og elever. Begge gruppene ble spurt om å beskrive hva som er typisk for en matematisk sterk elev. Eksempler på utsagn basert på kollegers ideer er «*Jeg jobber med matematikk fordi jeg har lyst, ikke fordi læreren eller foreldrene mine sier det*» og «*Hjemme snakker vi positivt om matematikk*». Elevene sine ideer ble til utsagn som «*Når vi skal gjøre mange oppgaver i matematikktimen, prøver jeg å bli først ferdig.*» og «*Jeg synes matematikk er gøy*». Selv konstruerte jeg 12 utsagn som «*Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret*» og «*Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen*».

Alle utsagnene er konstruert, eller justert, slik at de beskriver en relasjon som kan gjenkjennes i KHAT. For at variabelen for matematisk identitet skulle gi best mulig spredning i vanskegrad for karakteristikkenes mål ble det gjort et forsøk på å konstruere utsagn som enten var veldig lette, litt lette, middels, litt vanskelige og veldig vanskelige. Med «lett» mener jeg at kun de med veldig lav matematisk identitet vil være uenig, og med «vanskelig» mener jeg at kun de med høy matematisk identitet vil være enig. Et eksempel på utsagn, som basert på erfaring som matematikklærer, ble antatt å være veldig vanskelig er «*I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine*». I lys av KHAT (Engeström, 2001) beskriver et slik utsagn en relasjon mellom subjekt og handling med hovedvekt på redskap (språk/diskusjon), og kan plasseres i den øverste lille trekanten, også kalt handlingstrekanten (Postholm et al., 2013), i aktivitetstrekanten.

4.3 Validering av spørreundersøkelsen

I følge Wolfe og Smith (2007a) er begrepene validitet og reliabilitet sentrale når det ligger en hensikt bak den kvantitative spørreundersøkelsen som skal gjennomføres. Validiteten, eller gyldigheten, sier noe om hvordan spørsmålene og resultatene forklares og beskrives, og om forklaringen og beskrivelsen passer sammen. Elever kan for eksempel tolke et spørsmål på forskjellige måter, og læreren kan tolke svarene ulikt fra gang til gang. Reliabiliteten, eller påliteligheten, forteller noe om i hvor stor grad en undersøkelse kan gi like resultater dersom den gjennomføres flere ganger. Reliabilitet og validitet er altså ikke det samme.

Det er ikke et spørsmål om forskningen enten er valid eller ikke, men heller i hvor stor grad av validitet den har (Wolfe & Smith, 2007a). Målet må være å etterstrebe så høy grad av validitet og reliabilitet som mulig. Wolfe og Smith (2007a) argumenter for at validitet er et samlende konsept, fordi det består av en samling av bevis fra forskjellige aspekter. Wolfe og Smith (2007b) presenterer et rammeverk bestående av åtte aspekter man kan dokumentere validitet etter i utviklingsfasen av et spørreskjema: innhold, substansielle, strukturelle, generaliserbarhet, ekstern, konsekvensielle, responsivitet og tolkbarhet (egen oversetting). Videre vil jeg beskrive hvordan jeg, i min studie, forholdt meg til disse aspektene.

4.3.1 Innholdsaspektet.

For at innholdet i spørreundersøkelsen skal ha høy validitet må utsagnene være relevante og representative for måling av matematisk identitet, og ha en viss teknisk kvalitet. En måte å vurdere validiteten til innholdet på er å se på Infit Mnsq og Outfit Mnsq analysen gir.

Infit Mnsq og Outfit Mnsq gir verdier for gjennomsnittlige kvadratavvik mellom forventede og faktiske svar på et utsagn. Infit-verdien kalkuleres ved at det legges relativt mer vekt på svarene til elever som er lokalisert nærmere utsagnets vanskelighetsgrad på målestokken. Begrunnelsen for dette er at prestasjonen til de elevene bør gi en mer sensitiv innsikt i utsagnets opptreden. Infit-verdien sies derfor å være en informasjonsvektet indikator på at noe ikke passer inn, såkalt misfit. Outfit-verdien er ikke vektet og forblir derfor relativt mer sensitiv til påvirkning fra andre kilder, som for eksempel mål til elever som er lokalisert langt unna utsagnets lokasjon (Bond & Fox, 2015, s. 67).

Dersom verdiene til Infit Mnsq og Outfit Mnsq er lik 1 passer utsagnet perfekt til modellen. Verdier som er lavere (< 1) viser tegn på at det er mindre variasjon i elevenes svar enn forventet, og utsagnet har større forutsigbarhet desto lavere verdien er. Høyere verdier (> 1) viser tegn på at utsagnet har større variasjon enn forventet (Bond & Fox, 2015, s. 269). Både Infit Mnsq og Outfit Mnsq verdiene indikerer en prosentvis sannsynlighet for avstanden fra observerte data til den verdien Rasch-modellen forventer (= 1). Det vil si at for et utsagn med Infit Mnsq = 1,25 er det 25% mer variasjon i de observerte dataene enn forventet.

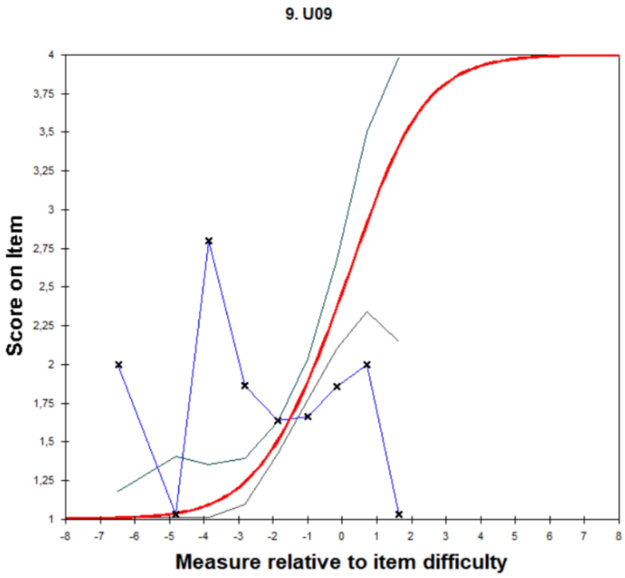
Siden observerte data, ifølge Bond og Fox (2015, s. 273-274), aldri kan ha perfekte fit-verdier anbefaler de at det ved spørreundersøkelser med flere svaralternativer settes grenser innenfor 30% variasjon. For min studie betød det at alle utsagn med Infit og Outfit Mnsq med større misfit enn 1,3 og lavere misfit enn 0,7 ble fjernet fra datamengden. Tabell 2 viser rådata av alle utsagnene i studien, sortert fra høyest til lavest, etter at alle elevene hadde gjennomført spørreundersøkelsen. Fordi Infit og Outfit Mnsq er gjennomsnittlige verdier resulterte fjerning av utsagn i at verdiene endret seg. Derfor ble ett og ett utsagn med for stor misfit tatt bort helt til alle utsagnene hadde godkjente fit-verdier. Denne analysen resulterte i at ni utsagn ble fjernet, markert med rødt i Tabell 2.

Uts. nr.	Infit Mnsq	Outfit Mnsq		Uts. nr.	Infit Mnsq	Outfit Mnsq
U09	1,92	3,43		U39	0,93	0,94
U22	1,58	1,66		U25	0,93	0,92
U32	1,38	1,55		U05	0,90	0,89
U27	1,47	1,43		U06	0,87	0,79
U03	1,25	1,41		U18	0,86	0,87
U26	1,26	1,19		U29	0,87	0,86
U23	1,25	1,20		U30	0,87	0,73
U11	1,21	1,17		U33	0,86	0,85
U04	1,18	1,16		U12	0,84	0,85
U21	1,08	1,12		U01	0,83	0,78
U24	1,12	1,09		U36	0,83	0,83
U38	1,12	1,10		U15	0,79	0,78
U02	1,11	1,10		U20	0,78	0,79
U16	1,04	1,08		U14	0,76	0,77
U17	1,03	1,04		U08	0,75	0,74
U37	0,87	1,04		U13	0,75	0,75
U31	1,02	0,96		U19	0,75	0,74
U10	0,97	0,97		U40	0,70	0,69
U28	0,97	0,90		U35	0,63	0,63
U07	0,96	0,96		U34	0,60	0,60

Tabell 2: Utsagnenes Infit og Outfit Mnsq (rådata)

Item Characteristics Curve (ICC) viser en annen representasjon av hvor godt utsagnene passer modellen, og er derfor også en del av innholdsvaliditeten. Figur 9 viser to eksempler representert som ICC-kurver. Den vertikale Y-aksen viser elevenes svar til utsagnet fra, «1 = aldri» til «4 = alltid», og den horisontale X-aksen viser elevenes svar relativt til utsagnets mål. Den røde linjen viser det forventede svaret fra elever med ulike mål, mens den blå linjen mellom punktene viser elevenes faktiske svar. De to svarte linjene indikerer et konfidensintervall på 95%. Det vil si at observasjoner utenfor dette intervallet er signifikant forskjellig fra Rasch-modellen.

Ved å se på Infit Mnsq og Outfit Mnsq og ved å studere ICC-kurver, kan alle utsagn med misfit dermed utelates fra videre analyse. Figur 9 viser ICC-kurvene til to utsagn, 9 og 31, den første med «dårlige» verdier og den andre med «gode» verdier. Observerte data for utsagn 9, den blå linjen, er tydelig utenfor konfidensintervallet og utsagnet må fjernes, mens observerte data for utsagn 31 kan godkjennes.



Figur 9: ICC-kurvene til utsagn 9 og 31

4.3.2 Det substansielle aspektet.

Validering av det substansielle aspektet forklarer i hvor stor grad teoretiske begrunnelser for at både innholdet i spørsmålene og de empiriske prosessene tilknyttet besvarelsen faktisk brukes av deltakerne. I RS-modellen styrkes validiteten når responsstrukturen («aldri», «noen ganger», «ofte», «alltid») oppfører seg i samsvar med intensjonen til de som utviklet undersøkelsen. Det kan oppnås gjennom å følge retningslinjene for tolkning av slike Rasch-modeller (Linacre, 2002). Et grunnleggende krav er at alle objektene som skal måles må peke i samme retning, for eksempel ved å la alle utsagnene være positivt ladet slik at rangeringen på svaralternativene alltid vil gjelde i samme retning. De fire viktigste retningslinjene til Linacre for å sikre validitet er (Wolfe & Smith, 2007b):

i. Hver kategori av rangerte svaralternativ bør inneholde minst 10 observasjoner for å sikre presisjonen til de relevante kriteriene.

ii. Formen til distribusjonen av hver rangerte skala bør være jevn og bare ha ett format for å støtte argumentet om at kategorier av rangerte svaralternativer ikke skal måle noe annet enn det som er intensjonen. Det vil si at svaralternativene må tolkes relativt likt av respondentene.

iii. Det gjennomsnittlige målet til deltakerne bør, for hver kategori, øke med verdiene til de rangerte svaralternativene for å støtte argumentet om at rangeringen brukes konsistent på tvers av objektene.

iv. Outfit Mnsq for de ulike svarkategoriene bør være lavere enn 2,0 for å sikre at responsen til hver rangert kategori er i samsvar med forventningene til RS-modellen. En slik tilpasning er praktisk vanskelig å gjennomføre uten å ha foretatt en pilotundersøkelse. Først da er det mulig å finne misfit i de ikke-vektede gjennomsnittlige kvadratavvikene, for så å fjerne dem fra undersøkelsen. Prosessen kjøres en gang til når data fra alle elever er samlet inn.

4.3.3 Det strukturelle aspektet.

Validiteten i det strukturelle aspektet vurderes etter antall dimensjoner undersøkelsen måler. Høy validering tilsvarer endimensjonalitet. Det betyr imidlertid ikke at respons på utsagn skyldes kun én psykologisk prosess, for det er mange psykologiske prosesser involvert i besvarelsen av en spørreundersøkelse, som affekt, kunnskap, og forestillinger. Er opptredenen til hvert utsagn påvirket av de samme psykologiske prosessene og på samme form, vil de trekke i samme retning og jobbe sammen. På den måten kan endimensjonaliteten godtas (Bond & Fox, 2015, s. 157).

For å finne mulige underdimensjoner, gjennomførte jeg en «Principal Component Analysis» (PCA) av de standardiserte forskjellene mellom forventet og observert respons. En PCA skaper et bilde av hvor mange underdimensjoner som eksisterer i datamaterialet. I studien min viste beregninger foretatt på rådata at egenverdien for antall dimensjoner var på 3,1359 (Figur 10). Egenverdien indikerte at det fantes en underdimensjon blant utsagnene med en styrke på omtrent tre utsagn (Bond & Fox, 2015, s. 163). For at utsagnene skal være endimensjonale må egenverdien være < 2. Akkurat som i bearbeiding av misfit under innholdsaspektet, er fjerning av utsagn etter PCA analyse en prosess som krever rekalkulering for hvert utsagn som fjernes fordi verdiene vil endre seg når antallet utsagn går ned. Egenverdien ble bedre etter at utsagn med misfit ble fjernet, noe jeg kommer tilbake til i resultatkapittelet.

		Eigenvalue	Observed		Expected
Total raw variance in observations	=	81.0130	100.0%		100.0%
Raw variance explained by measures	=	41.0130	50.6%		50.5%
Raw variance explained by persons	=	17.0997	21.1%		21.0%
Raw Variance explained by items	=	23.9134	29.5%		29.4%
Raw unexplained variance (total)	=	40.0000	49.4%	100.0%	49.5%
Unexplned variance in 1st contrast	=	3.1359	3.9%	7.8%	
Unexplned variance in 2nd contrast	=	2.1177	2.6%	5.3%	
Unexplned variance in 3rd contrast	=	1.9913	2.5%	5.0%	
Unexplned variance in 4th contrast	=	1.6636	2.1%	4.2%	
Unexplned variance in 5th contrast	=	1.5307	1.9%	3.8%	

Figur 10: En egenverdi på 3,3159 indikerer underdimensjoner i datamaterialet

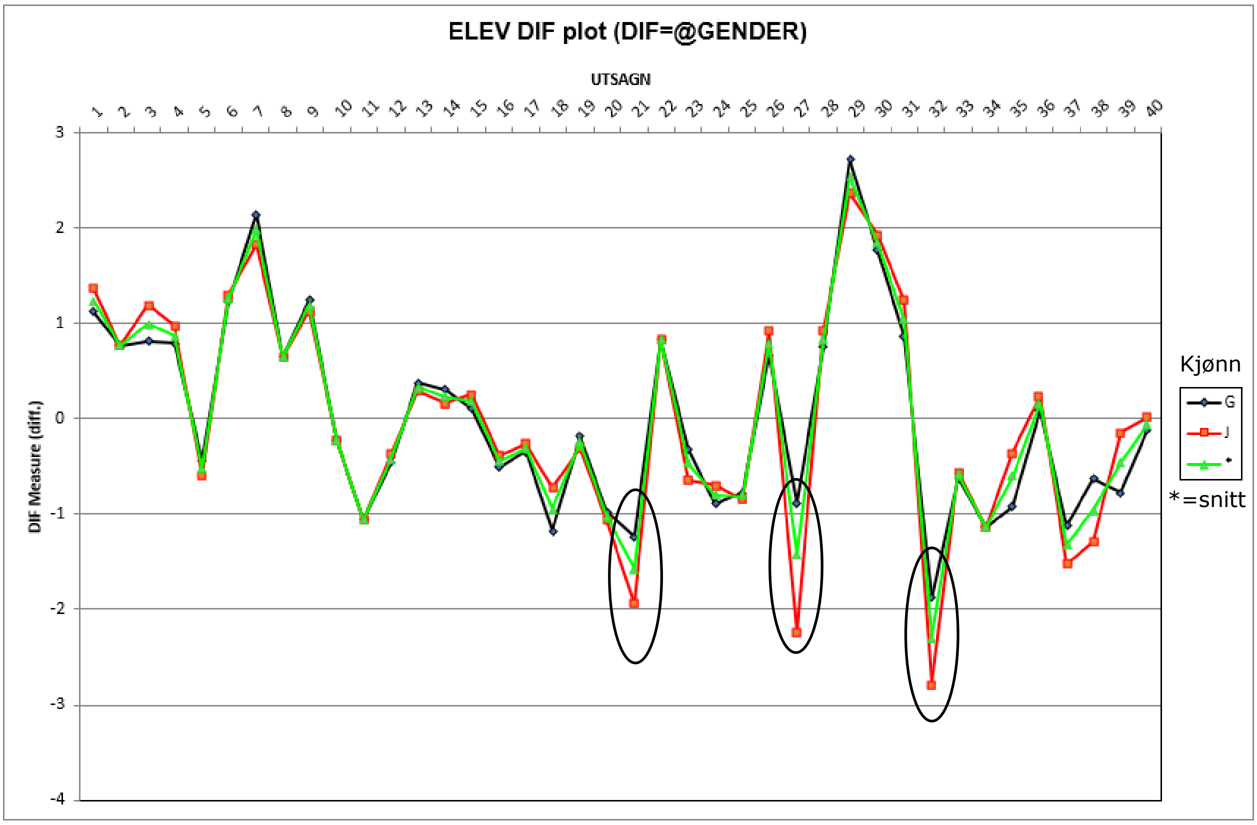
4.3.4 Generaliserbarhetaspektet.

Aspektet for generaliserbarhet valideres gjennom å studere i hvilken grad instrumentet er kontekst-avhengig. Selv om vi kan anta at mange personlige karakteristikker er kontekst-avhengige har jeg *definert* matematisk identitet til å inneholde *kun* dem som er relativt kontekst-uavhengige. Det var derfor viktig å teste karakteristikkene i ulike kontekster, som ble løst ved å legge til rette for analyse av kontekstuelle forskjeller i: svarskjema, klasser, trinn, og kjønn. Det vil si en type validering som har fokus på invarians, og kan undersøkes ved å kjøre en «Differential Item Functioning» (DIF) analyse.

En DIF analyse bestemmer om målet til ulike objekt er kontekst-avhengig (Wolfe & Smith, 2007b). Om det er tilfelle, kan det skyldes at innholdet i spørsmålet tolkes kvalitativt forskjellig av ulike grupper og det bør derfor vurderes om spørsmålet skal justeres eller utelates fra undersøkelsen. Hver elev ble derfor kodet etter følgende format slik at de ulike gruppene kunne sammenlignes:

NNNKKKKXS
N = elevnummer i spørreundersøkelsen
K = klasse
X = kjønn
S = svarskjema (A/B/C/D)

Figur 11 (neste side) viser et eksempel på en DIF-analyse på kjønn. X-aksen viser hvilket utsagn det er snakk om, mens Y-aksen viser mål for utsagnenes vanskegrad relativt til gruppene. Den røde linjen viser målet for jenter, den blå viser målet for gutter, mens den grønne viser målet for alle elevene. Målene på kurvene indikerer utsagnenes vanskegrad for hver av gruppene slik at høyere mål er ekvivalent med høyere vanskegrad. Utsagn 21, 27, og 32 (ringet rundt) er noen av utsagnene som viser noe avstand mellom jenters mål og gutters mål, og indikerer at jenter generelt sett synes disse utsagnene er «lettere» enn hva guttene synes. Det antyder kontekst-avhengighet og må analyseres nærmere.



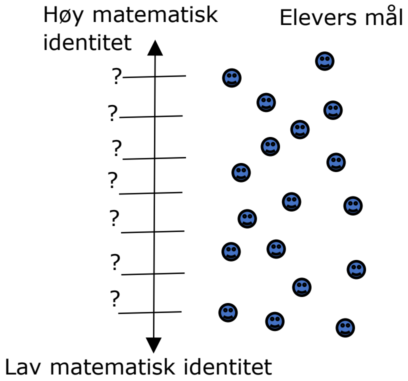
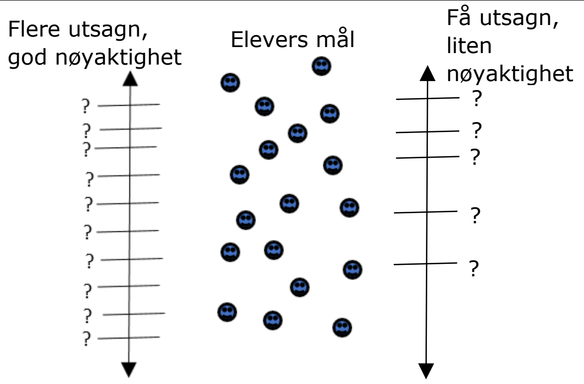
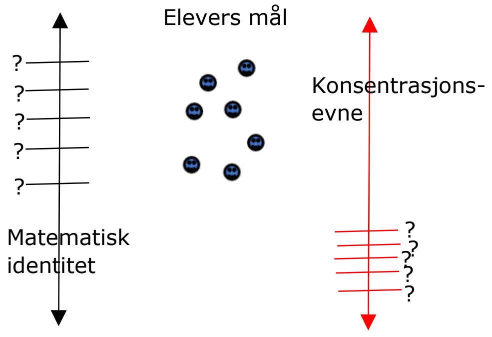
Figur 11: DIF-analyse på kjønn (rådata)

En annen type validering for generaliserbarhetsaspektet er reliabilitet. Den forteller om spørre-undersøkelsen er pålitelig, og om hvor stor sannsynlighet det er for at elever med høye mål for matematisk identitet faktisk har høyere mål enn elever med lave mål. For å finne reliabiliteten er det to hovedformer for måling av indre konsistens i kvantitative analyser å velge fra: del-i-to teknikken, og alfa koeffisienten. Begge variantene beregner en reliabilitetskoeffisient fra 0 til 1, der 1 regnes som absolutt reliabel (100%). Del-i-to teknikken har formelen: *r = 2r/(1+r)*, hvor *r* viser den faktiske sammenhengen mellom de to halvdelene av undersøkelsen. Den andre varianten er α-koeffisienten, eller Cronbachs alfa.

Verdien til Cronbachs alfa er en koeffisient som viser sammenhengen mellom objektene i undersøkelsen ved å beregne gjennomsnittet til alle mulige del-i-to reliabilitetskoeffisientene (Cohen et al., 2011, s. 640). Den viser den indre konsistensen til utsagnene i min studie. Alfaen har formelen:

$$alfa = \frac{nr}{1+(n-1)r} \qquad \textbf{(4)}$$

Reliabilitetskoeffisienten sies å være veldig høy dersom den er større enn 0,9. Fra 0,9 til 0,7 er den akseptabel, mens en verdi lavere enn 0,6 er uakseptabelt lav (Cohen et al., 2011, s. 640). Reliabiliteten blir, generelt, påvirket av flere faktorer, og Figur 12 viser noen av dem.

Noen faktorer	***Illustrasjon***
Stor variasjon i elevenes mål. For å sikre størst mulig variasjon i elevenes mål, ble alle elevene på 8., 9., og 10. trinn med på undersøkelsen. Her ble personlig erfaring som matematikklærer avgjørende, fordi den gir en forventning om variasjon hos elevene i psykologiske variabler som interesse, holdning, og arbeidsinnsats. En forventning jeg hadde for hver av de 16 klassene som deltok.	
Spørreundersøkelsens lengde og antall svaralternativer. Hver elev svarte på 30 utsagn med 4 svaralternativer. Elevenes score ble mer nøyaktig enn en kortere test med færre svaralternativer ville blitt. I tillegg skapte det et bredere nedslagsfelt og større variasjon mellom elevenes mål. Reliabiliteten var i utgangspunktet oppe i 0,89, men er litt redusert siden bare 24 av utsagnene regnes som akseptable i endelig analysedata.	
Målrettede utsagn. Kvalitativ kontroll forut for gjennomføring av spørreundersøkelsen skulle sikre at utsagnene målte det de hadde til intensjon å måle. Prosessen med å tilpasse de kvantitative data til RS-modellen, førte til en reduksjon fra 40 til 24 gyldige utsagn. I motsetning til forrige punkt der reliabiliteten gikk ned ved fjerning av utsagn, ble den under dette punktet sterkere når de resterende utsagnene ble mer målrettet.	

Figur 12: Noen faktorer som påvirker reliabiliteten til spørreundersøkelsen

4.3.5 Det eksterne aspektet.

Wolfe og Smith (2007b) argumenterer for at det eksterne aspektet av validitet er det viktigste. Validiteten vedrører i hvor stor grad målene i undersøkelsen ikke bare kan relateres til eksterne mål fra instrumenter med lik eller tilnærmet lik oppbygging, men også til andre instrumenter med ulik oppbygging. Ett eksempel på slik validering kan være å se på sammenfallende bevis for om elever med høy oppnåelse på matematiske tester generelt, også har høy oppnåelse på de sterkeste karakteristikkene for matematisk identitet.

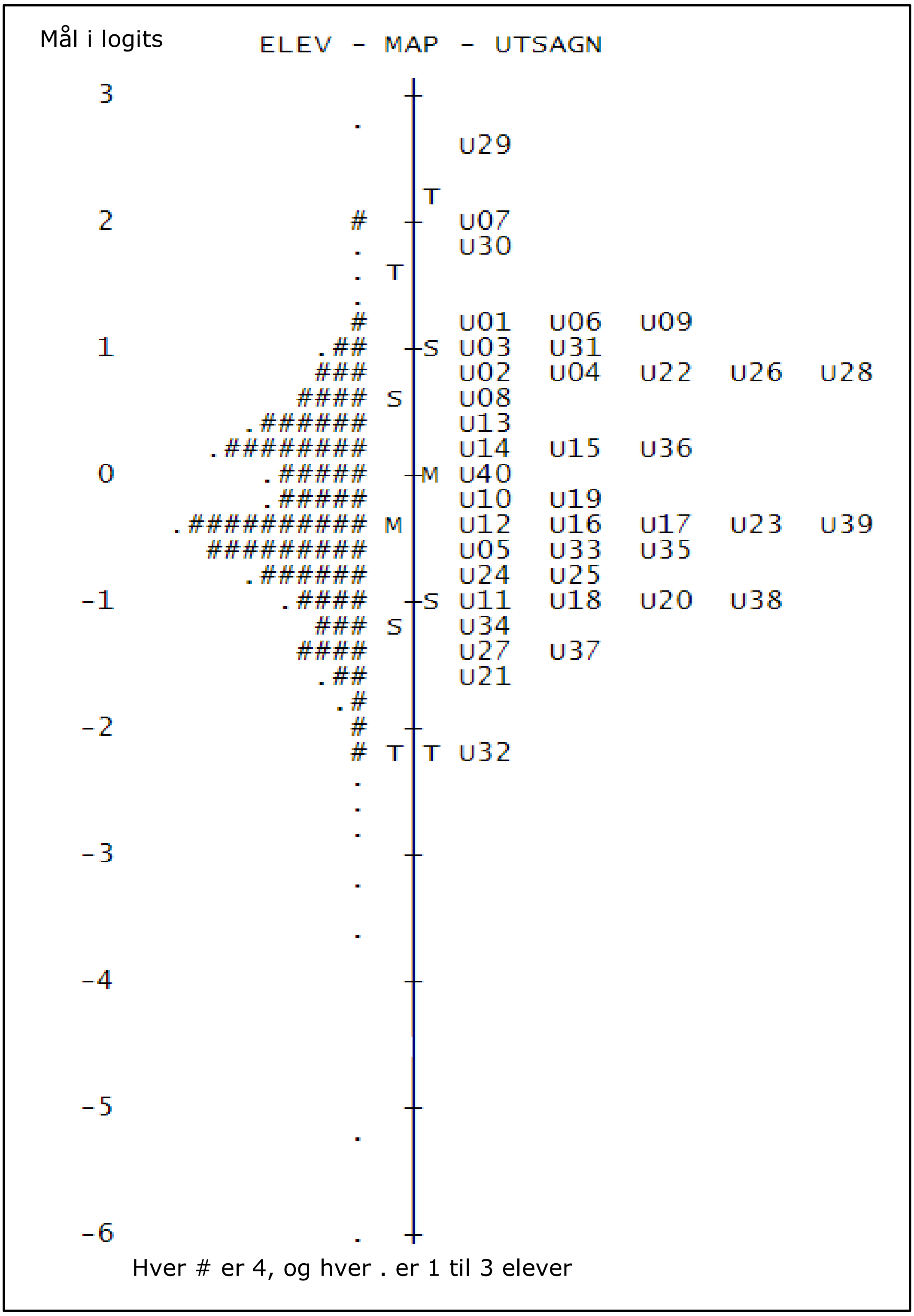
En metode for ekstern validering er å forvente forskjeller i erfaringene til enkelt-personer og erfaringene i grupper. Eksempler på slike erfaringer kan være: hvordan læreren underviser, hvordan arbeidsmiljøet i klassen fungerer, medmenneskelige relasjoner, hjemmeforhold, alder, og kjønnsforskjeller. I min studie ble det derfor forventet, og godtatt, noen forskjeller mellom ulike grupper, selv om vi i generaliserbarhetsaspektet validerte likheten.

En annen metode for validering av det eksterne aspektet var å inspisere person-item variabelen (Figur 13, neste side). Den viser utsagnenes mål etter vanskelighetsgrad på høyre side, og elevenes mål for matematisk identitet på venstre side. Fordelingen viser, blant annet, at mange utsagn er lokalisert på samme sted, og få utsagn har veldig svak eller veldig sterk vanskelighetsgrad. På elevsiden er det også en opphopning rundt samme sted, og med noen få ekstreme verdier som skiller seg ut. Her ble det foretatt justeringer ved å fjerne utsagn som måler det samme, eller hadde like mål på målestokken.

4.3.6 Responsivitetsaspektet.

Aspektet for responsivitet valideres etter kapasiteten undersøkelsen har til å oppdage forandringer i en bestemt populasjon før og etter mulig intervensjon. Aspektet er nært knyttet til det eksterne aspektet for validering. Hovedforskjellen er at mens det eksterne måler både teorien og instrumentet, måler responsivitet bare instrumentet (Wolfe & Smith, 2007b). Dersom responsiviteten mangler, vil forventede forskjeller som for eksempel mellom kjønn eller trinn i det eksterne aspektet være uten mening. For å bevise validitet var det derfor tilstrekkelig å vise til tidligere forskning eller erfaring. Basert på mange års erfaring som matematikklærer forventet jeg derfor svingninger i målene fra undersøkelsen, som typisk en nedgang fra 8. til 9. trinn og en oppgang fra 9. til 10. trinn, fordi karakteristikker for matematisk identitet er relatert til andre psykologiske trekk som holdning og interesse. I tillegg viser tidligere forskning det samme, for eksempel Pepin

(2011) som argumenter for hvordan holdninger til matematikk har en nedgang for 9.trinnselever før den tar seg opp igjen for 10.trinn.



Figur 13: Person-Item variabelen over rådata fra spørreundersøkelsen

4.3.7 Konsekvensaspektet.

Aspektet for konsekvens valideres gjennom i hvor stor grad resultatene fra undersøkelsen kan tolkes eller brukes som grunnlag for videre handling, eller forkastes på grunn av for stor grad av feilkilder. Validering av konsekvensaspektet er direkte påvirket av prosessen med å sette opp/velge standard innstillinger for målene undersøkelsen gir, og for hvilke resultater som anvendes/forkastes.

> … documentation of the rationale for selecting a given standard setting method, how the method was implemented and qualifications of those implementing the method, the materials used, how raters were selected and trained, the number of raters involved, the quality of the resulting cut score(s), and any changes to the initial cut score made by, for example, a policy setting board, are required to support the consequential aspect of validity. (Wolfe & Smith, 2007b, s. 224)

Grensene mellom målene, bestemt av standard innstillinger, vises som punkter i variabelen og representerer en grense mellom forskjellige nivåer for oppnåelse, slik som forskjeller mellom svak, middels, og sterk matematisk identitet. I variabelen fra Figur 13 kan en slik grense være heltallene, for eksempel ved å bestemme at utsagn med mål > 1 kan sies å representere sterke karakteristikker for matematisk identitet.

4.3.8 Tolkbarhetsaspektet.

Det siste aspektet for validitet Wolfe og Smith (2007b) viser til er tolkbarhetsaspektet som forteller om i hvor stor grad man kan legge en kvalitativ mening til de kvantitative målene, eller hvor tydelig målene kommuniseres til dem som skal tolke. Person-item kartet i Figur 13 er typisk for spørreundersøkelser i Rasch rammeverket, som tydelig viser personens mål i forhold til de forskjellige objektenes mål, og ut ifra det kan sannsynligheten for at hvilken som helst av personene svarer riktig på hvilket som helst av objektene kalkuleres. I Figur 13 betyr det, for eksempel, at en elev med mål = 1 har 50% sannsynlighet for å være enig i utsagn med samme mål, < 50% sannsynlighet på utsagn med høyere mål, og > 50% sannsynlighet på utsagn med lavere mål. Sannsynligheten vil øke/avta desto større differansen mellom utsagnets mål og elevens mål er.

4.4 Karakteristikker for matematisk identitet

For å adressere det andre forskningsspørsmålet mitt, hva som karakteriserer elever med sterk matematisk identitet, var det nødvendig å kvalitativt bestemme hvilke karakteristikker utsagnene beskriver. Det ferdigvaliderte måleinstrumentet ga samtidig en rangert liste over hvilke utsagn som var «lette» og hvilke som var «vanskelige» å oppnå for de aktuelle ungdomsskoleelevene. Deretter var det nødvendig å sette en grense for hvilken verdi, i logits, fra variabelen som skulle avgjøre om et utsagn var «vanskelig» eller ikke. Det er de vanskelige utsagnene som beskriver de sterke karakteristikkene, siden det kun er de elevene med sterk matematisk identitet som har mer enn 50% sannsynlighet for å «mestre» de utsagnene. Utsagnene beskriver ikke bare en karakteristikk, men også elementer i en aktivitet. Utsagnene ble derfor sammenlignet opp imot aktivitetstrekanten fra KHAT, for å se etter likheter. Til slutt ble også de psykologiske variablene som ligger til grunn for all aktivitet forsøkt gjenkjent og sammenlignet fra utsagn til utsagn.

4.4.1 Gyldige utsagn

Etter å ha validert måleinstrumentet var antall utsagn redusert fra 40 til 24. De gyldige utsagnene beskriver karakteristikker som i variabelen matematisk identitet er rangert fra det «letteste», U21 = – 1,85 logits, til det «vanskeligste», U29 = 2,81 logits. Jeg har definert karakteristikkene til å ligge så tett opp til utsagnene som mulig. Et eksempel på det er utsagn 29, «*I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine*». I det utsagnet ble karakteristikken bestemt til å være «*diskuterer matematikk i fritiden*». Tabell 3 (neste side) gir en rangert oversikt over alle de gyldige utsagnene i sin helhet.

4.4.2 Karakteristikkenes relasjon i KHAT

For å finne hvilke relasjoner som er involvert i handlingen karakteristikkene beskriver, ble det tatt utgangspunkt i aktivitetstrekanten fra KHAT-rammeverket (Engeström, 2001). Ifølge KHAT består all aktivitet av seks elementer som samhandler og påvirker hvordan personen utfører handlingen. De seks elementene ligger alle til grunn for enhver handling, og er: subjekt, redskap, handling, regler, fellesskap, og arbeidsdeling. Siden en karakteristikk beskriver en relasjon mellom en elev (subjekt) og en handling, er det aktuelt å se nærmere på de resterende fire elementene for å finne hvilket som har størst innvirkning på relasjonen. Verbet i karakteristikken er det som best gir et bilde på hvilket element som er mest aktuelt. For karakteristikken beskrevet av utsagn 29, vil det si at eleven utfører handlingen gjennom å bruke språket (*diskuterer*). Språket er betegnet som det viktigste redskapet menneskene har (Vygotsky, 1978).

Unr.	Utsagn
U01	*Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.*
U02	*Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en metode som fungerer bedre.*
U04	*Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.*
U05	*Hvis jeg glemmer en formel eller regnemetode, prøver jeg å komme frem til den på egen hånd.*
U07	*Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.*
U08	*Matematiske idéer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å tenke i nye baner.*
U10	*Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut hvorfor den ikke gjør det.*
U12	*Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening.*
U13	*Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg flere forskjellige måter å løse den på.*
U15	*Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å lære mer om temaet.*
U18	*Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.*
U19	*Jeg prøver å knytte sammen nytt stoff jeg lærer med det jeg kan fra før.*
U20	*Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fortsetter jeg å prøve.*
U21	*Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.*
U24	*Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen.*
U25	*Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen.*
U29	*I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine.*
U30	*Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.*
U31	*Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole.*
U33	*Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.*
U35	*Jeg gjenkjenner matematikk i andre fag også.*
U37	*Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret.*
U38	*Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være riktig.*
U39	*Jeg synes jeg er flink i matematikk.*

Tabell 3: Alle gyldige utsagn og deres mål for matematisk identitet

4.4.3 Karakteristikker og psykologiske variabler

Som følge av at all handling er påvirket av psykologiske variabler (Philipp, 2007) var det nødvendig å analysere hvilke av dem som påvirket hver at karakteristikkene i studien. Det ble gjort ved kvalitativ tolkning. De psykologiske variablene som ble vurdert var: affekt, kunnskap, forestillinger, arbeidsmetode, og verdi. For utsagn 29 var det affekt som mest påvirket handlingen, fordi handlingen «*liker å diskutere*» krever at eleven må være følelsesmessig involvert (å like) i temaet som diskuteres. Etter at alle karakteristikkene var vurdert, var det interessant å se om det var noen likheter mellom de sterkeste karakteristikkene og hvilke psykologiske variabler som virket på dem.

Siden jeg hadde en forventning om at affekt var blant de psykologiske variablene som påvirket de sterke karakteristikkene, var det også interessant å se nærmere på hvilke følelser som var involvert. Det var interessant fordi både Philipp (2007) og McLeod (1988) definerer affekt som alle følelser som er relatert til matematisk læring. I tillegg styrer følelsene oppmerksomheten, hukommelsen og aktiverer handlingen. Interesse, glede, nysgjerrighet, og engasjement, er eksempler på følelser som forbindes med positiv affekt.

4.4.4 Grense for sterke karakteristikker

Sentralt for det andre forskningsspørsmålet var å finne en grense for hva som kan betegnes som sterke og ikke sterke karakteristikker for matematisk identitet. En metode som antyder at datamaterialet kan grupperes, og hvor mange grupper det kan deles inn i, er å bruke reliabilitetskoeffisienten som referanse. Fordi elevenes mål for matematisk identitet er representert i samme variabel som utsagnenes vanskegrad, kan nivågrupperingen av elever og av utsagn likestilles. Linacre (2012, s. 644) anbefaler noen retningslinjer for gruppeinndeling av personer: en reliabilitet større enn 0,9 indikerer tre eller fire grupper, en reliabilitet mellom 0,9 og 0,8 indikerer to eller tre grupper, og en reliabilitet mindre enn 0,8 indikerer to eller bare en gruppe.

Plassering av grensen i variabelen kunne gjøres på flere måter. En mulighet var å bruke variabelens logits-verdier og sette grensene for eksempel ved – 1 og 1. En annen mulighet var å dele de 24 utsagnene i tre like deler etter rangering, og sette grensen ved hver tredjedel. Den tredje mulighet var å kvalitativt sette grensen pragmatisk, det vil si der den best ga grunnlag for å svare på det andre forskningsspørsmålet. Siden det siste alternativet var den eneste av de tre mulighetene som forutsatte at det var noen likheter i de sterkeste karakteristikkene ble den valgt. Det ble sett etter likheter i hvilke relasjoner (Engeström, 2001) og hvilke psykologiske variabler (Philipp, 2007) utsagnene er påvirket av.

4.5 Etiske hensyn

Når en spørreundersøkelse skal gjennomføres på barn eller ungdom under 16 år er det spesielt viktig å følge etiske retningslinjer. Denne studien følger retningslinjer foreslått av den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora - NESH (Kalleberg & De Nasjonale forskningsetiske, 2006). Jeg skal ikke ramse opp alle de 46 punktene da ikke alle er relevante, men heller beskrive hva som ble gjort og hvilke hensyn som spesielt ble ivaretatt.

Før spørreundersøkelsen i det hele tatt kunne tas med ut i skolen var det viktig å få den godkjent av Instituttet for Lærerutdanning ved NTNU. Deretter ble samtykke fra rektor ved forsøksskolen hentet inn. Siden mesteparten av elevene i ungdomsskolen er under 16 år ble alle foresatte informert om bakgrunn, intensjon, og konsekvenser for undersøkelsen, samt kravet om anonymitet, frivillig deltakelse, og muligheten til å trekke seg når som helst. Som følge av brevet hjem valgte kun én elev å avstå fra deltakelse. Ved selve gjennomføringen i klasserommet ble denne informasjonen repetert muntlig, igjen med fokus på anonymitet og frivillighet, slik at også elevene selv kunne bestemme om de virkelig ville delta. Dette resulterte i at noen få elever trakk seg, og fikk andre arbeidsoppgaver fra matematikklæreren sin. Ingen elever valgte å trekke seg etter først å ha startet med spørreundersøkelsen, og heller ingen har gitt beskjed om å bli utelatt i etterkant. I brevet til de foresatte og i muntlig informasjon til elevene ble det forsikret om at matematikklærer ikke fikk se hva de hadde svart. Dette var for å unngå uærlige svar og eventuell endring i lærer-elev relasjonen.

5 Resultater

Resultatkapittelet består av to deler. Jeg vil svare på det første forskningsspørsmålet når jeg viser at matematisk identitet kan måles på ungdomsskolen. Deretter vil jeg bruke målene til å svare på det andre forskningsspørsmålet om hva som karakteriserer ungdomsskoleelever med høy matematisk identitet. Særlig i de seks sterkeste utsagnene er likhetene slående. Resultatene av hvilke karakteristikker som er felles for elever med sterk matematisk identitet er blant annet at de beskriver en relasjon der språket er sentralt for at handlingen skal gjennomføres. I tillegg har elevene en positiv affeksjon best beskrevet av ivrighet, engasjement og et indre driv.

5.1 Hvordan kan man måle matematisk identitet i ungdomsskolen?

Måling av matematisk identitet ble i denne studien gjort ved hjelp av en spørreundersøkelse. Den samlet inn nødvendige kvantitative data fra elevene. Prosessen med å tilpasse dataene til RS-modellen krevde en gjennomgang av valideringsaspektene (Wolfe & Smith, 2007b) og var avgjørende for gyldigheten. Etter å ha fjernet 16 utsagn og 7 elever med mål som ikke viste god nok validitet, satt jeg igjen med 24 utsagn og 326 elever. De 24 utsagnene utgjorde derfor kjernen for videre analyse, og ga grunnlag for å kunne svare på hvordan matematisk identitet kan måles på ungdomsskolen.

5.1.1 Validering av utsagnene

Det er flere måter å sjekke validiteten til utsagnene på. Den viktigste er å se på Infit Mnsq og Outfit Mnsq-verdiene til hvert utsagn. Infit-verdien er den viktigste fordi den legger relativt mer vekt på svarene til elever som er lokalisert nærmere utsagnets vanskegrad i variabelen. Infit Mnsq er også relativt robust mot tilfeldig støy. Outfit-verdien har ikke denne vektingen, og er mer påvirket av elever som er lokalisert lengre unna utsagnet på målestokken.

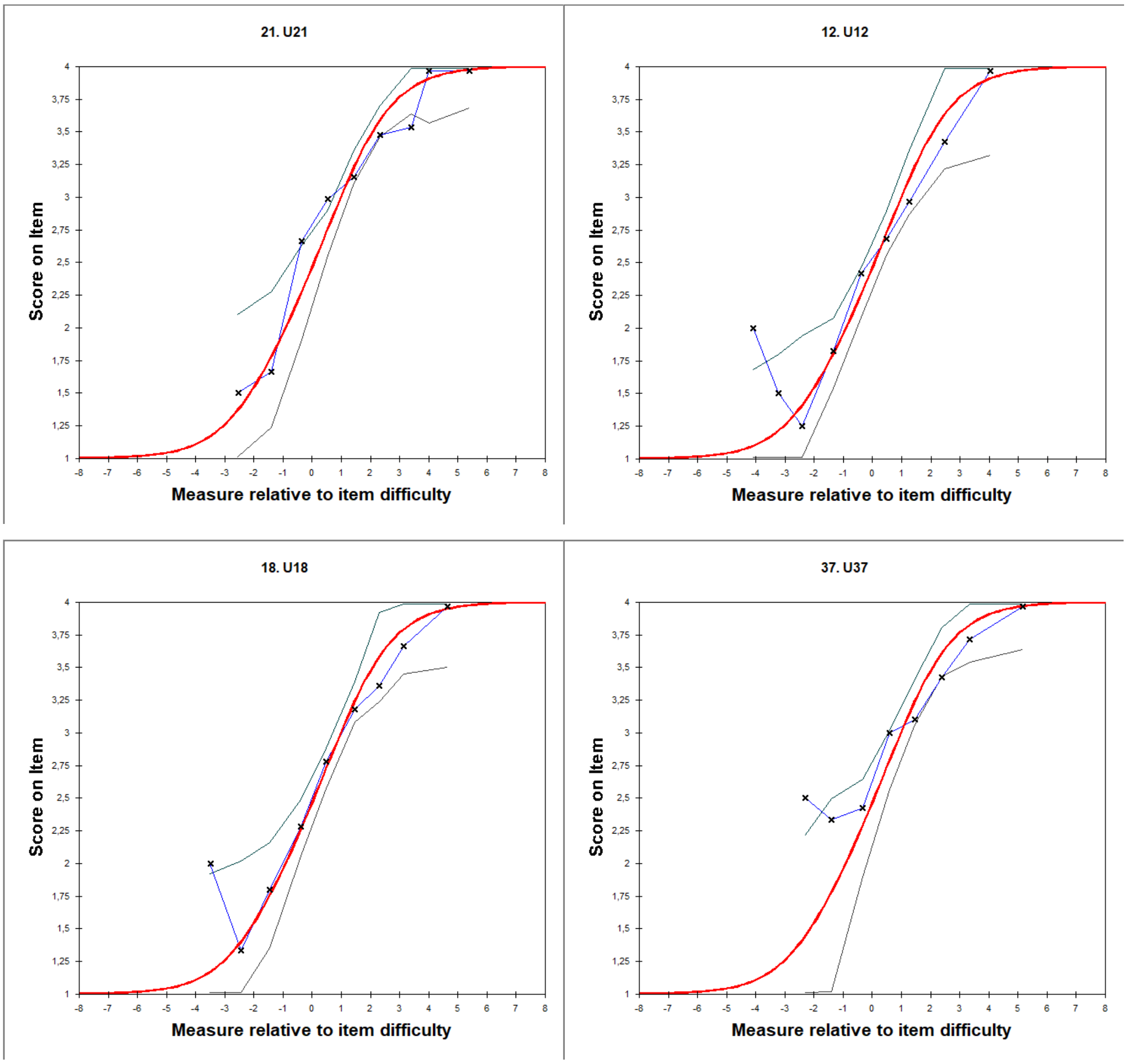
Tabell 4 viser de 24 utsagnene med godkjente fit-verdier fra 0,7 til 1,3. Det betyr at utsagnene hverken hadde for stor forutsigbarhet (< 0,7) eller var påvirket av for mye støy (> 1,3). Outfit Mnsq-verdiene er alle lavere enn 1,3, som betyr at responsene samsvarer med forventningene til RS-modellen. «Point-Measure» viser at korrelasjonen til utsagnene kun har positive verdier. Linacre (2012, s. 540-541) opplyser at Point-Measure verdien generelt sett bør være større enn 0,2 for ikke at objektene skal være villedende. Verdien er påvirket av forutsigbarheten til dataene, om objektene er relevante for deltakerne, og hvilke deltakere som er med. For studien min betyr det at alle utsagnene ble tolket relativt likt av elevene. Verdien gir også en indikasjon på at utsagnene fungerer etter hensikten

Uts. nr.	Karakteristikk	Mål	Infit Mnsq	Outfit Mnsq	Point Measure
U04	*Klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.*	0,97	1,29	1,28	0,54
U24	*Synes matematikk er et viktig fag.*	−0,94	1,26	1,23	0,61
U38	*Kontrollerer om svaret er riktig.*	−1,14	1,24	1,20	0,51
U02	*Prøver å finne beste metode for regning.*	0,84	1,22	1,20	0,46
U21	*Har god orden under regning av matematikk.*	−1,85	1,21	1,27	0,46
U31	*Liker å jobbe med matematikk fra høyere nivå.*	1,18	1,12	1,02	0,62
U39	*Synes man selv er flink i matematikk.*	−0,56	1,04	1,05	0,64
U10	*Prøver å finne ut hvorfor en metode ikke fungerer.*	−0,32	1,03	1,01	0,60
U25	*Ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen.*	−0,99	1,01	0,99	0,61
U07	*Produserer egne oppgaver ved ny lærdom.*	2,18	0,98	1,04	0,42
U33	*Kan forklare matematiske problem til andre.*	−0,71	0,95	0,95	0,62
U05	*Prøver å finne formel eller regnemetode på egen hånd.*	−0,61	0,94	0,92	0,53
U30	*Jobber med matematikk i fritiden.*	2,03	0,93	0,77	0,61
U12	*Studerer matematiske bevis til de gir mening.*	−0,49	0,92	0,97	0,56
U37	*Viser utregninger og hvordan man har resonert.*	−1,63	0,92	0,97	0,47
U29	*Diskuterer matematikk i fritiden.*	2,81	0,92	0,91	0,41
U15	*Får lyst til å lære mer ved ny lærdom.*	0,17	0,90	0,90	0,60
U01	*Gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.*	1,38	0,90	0,83	0,60
U18	*Kan forklare hvorfor svaret er riktig.*	−1,09	0,89	0,92	0,55
U20	*Gir ikke opp dersom man står fast.*	−1,22	0,89	0,90	0,55
U13	*Vurderer forskjellige metoder for løsning av oppgaver.*	0,35	0,85	0,84	0,54
U08	*Blir inspirert av nye matematiske idéer.*	0,70	0,85	0,83	0,63
U19	*Knytter sammen ny og gammel lærdom.*	−0,32	0,80	0,78	0,63
U35	*Gjenkjenner matematikk i andre fag.*	−0,74	0,71	0,72	0,57

Tabell 4: Infit Mnsq og Outfit Mnsq for alle gyldige karakteristikker

En annen indikator for gyldigheten til utsagnene er ICC-kurvene, som sjekker om observerte elevsvar ligger innenfor det akseptable konfidensintervallet på 95%. Figur 14 viser de fire utsagnene med størst avvik fra intervallet. Utsagn 21 har avvik hos elever med middels til sterk matematisk identitet, vist av den blå linjen (elevsvar) som beveger seg utenfor de sorte linjene (konfidensintervallet). I utsagnene 12, 18, og 37 er det avvik hos elever med lavere matematisk identitet, som har en tendens til å svare høyere enn forventet.

- U21 – Jeg liker å ha orden når jeg jobber med matematikk
- U12 – Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening
- U18 – Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte
- U37 – Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret



Figur 14: ICC-kurvene til noen av utsagnene

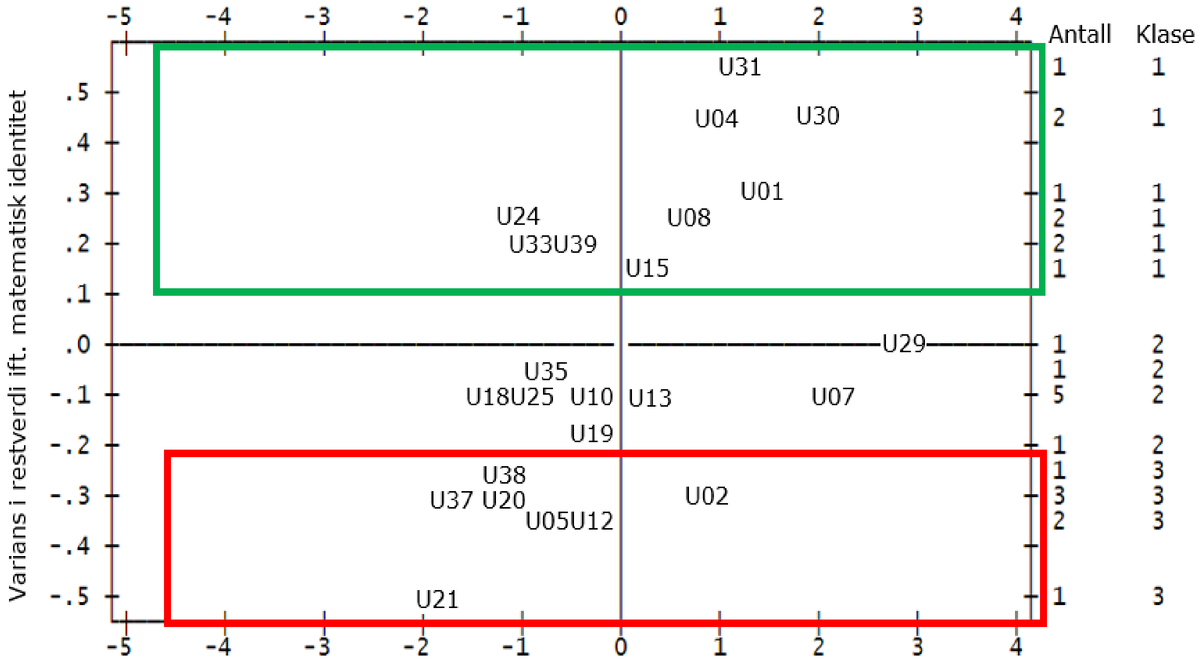
5.1.2 Endimensjonalitet

Sentralt for det strukturelle aspektet av validering er endimensjonaliteten til de kvantitative dataene. Det vil si at instrumentet bare bør måle en dimensjon. Dersom flere dimensjoner blir observert må de identifiseres og hver av dem måles hver for seg. En dimensjonsanalyse ga de svarene som trengtes for å bekrefte at måleinstrumentet jeg brukte tilfredsstilte dette prinsippet. «Raw unexplained variance» i den gule boksen i Figur 15, forteller hvor mange objekter som er målt. Linja under, «Unexplned variance in 1st contrast = 1.9020», forteller at det eksisterer en underdimensjon tilsvarende styrken til 1,9 utsagn, med noe annet til felles enn det undersøkelsen måler: altså, ikke to konkrete utsagn, men en styrke som tilsvarer omtrent to utsagn. Siden egenverdien til første kontrast er lavere enn 2 betraktes undersøkelsen som tilstrekkelig endimensjonal.

		Eigenvalue	Observed		Expected
Total raw variance in observations	=	53.0494	100.0%		100.0%
Raw variance explained by measures	=	29.0494	54.8%		55.1%
Raw variance explained by persons	=	12.0159	22.7%		22.8%
Raw Variance explained by items	=	17.0335	32.1%		32.3%
Raw unexplained variance (total)	=	24.0000	45.2%	100.0%	44.9%
Unexplned variance in 1st contrast	=	1.9020	3.6%	7.9%	
Unexplned variance in 2nd contrast	=	1.7648	3.3%	7.4%	

Figur 15: Variansen mellom utsagnene

En PCA analyse ser nærmere på om restverdiene til utsagnene måler noe annet enn matematisk identitet, og grupperer utsagn deretter (Linacre, 2012, s. 553). Det ble viktig å studere hver gruppering nærmere for å se om likhetene hadde betydning for måleinstrumentet. Målte de for eksempel «holdning» i tillegg til matematisk identitet, måtte det vurderes om «holdning» har noe til felles med matematisk identitet eller ikke. Dersom jeg ikke kunne finne kvalitative likheter mellom utsagnene som la seg på samme underdimensjon, ble verdien betraktet som statistisk støy. Analysen (Figur 16) viser at det er to mulige underdimensjoner i restverdiene til utsagnene. Underdimensjoner er markert som klaser, og restverdien til hvert av utsagnene tilsvarer størrelsen på kontrasten (y-aksen). X-aksen viser vanskegraden til utsagnene målt i variabelen matematisk identitet. I Figur 16 er klase 1 markert av det grønne rektangelet, og klase 3 av det røde rektangelet.



Figur 16: Restverdiene til utsagnene har tre mulige sub-dimensjoner.

Hver underdimensjon viser likhetstrekk innad, og de ble derfor videre kvalitativt vurdert for å se om likhetene målte noe annet enn matematisk identitet. Utsagnene i klase 1 beskriver en positiv holdning, en iver eller en glede med faget. Utsagn 31, «*Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole*» og utsagn 1, «*Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen*» er eksempler på det. På motsatt side av skalaen ligger klase 3 med restverdiene som skiller seg mest fra klase 1. Her kan det virke som graden av struktur, orden og vilje til å ha alt riktig blir målt. Utsagn 21, «*Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk*» og utsagn 37, «*Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være riktig*» er gode eksempler på det. I figuren er utsagn 31 og utsagn 21 de som har størst varians i forhold til matematisk identitet, og også de som er mest ulik hverandre.

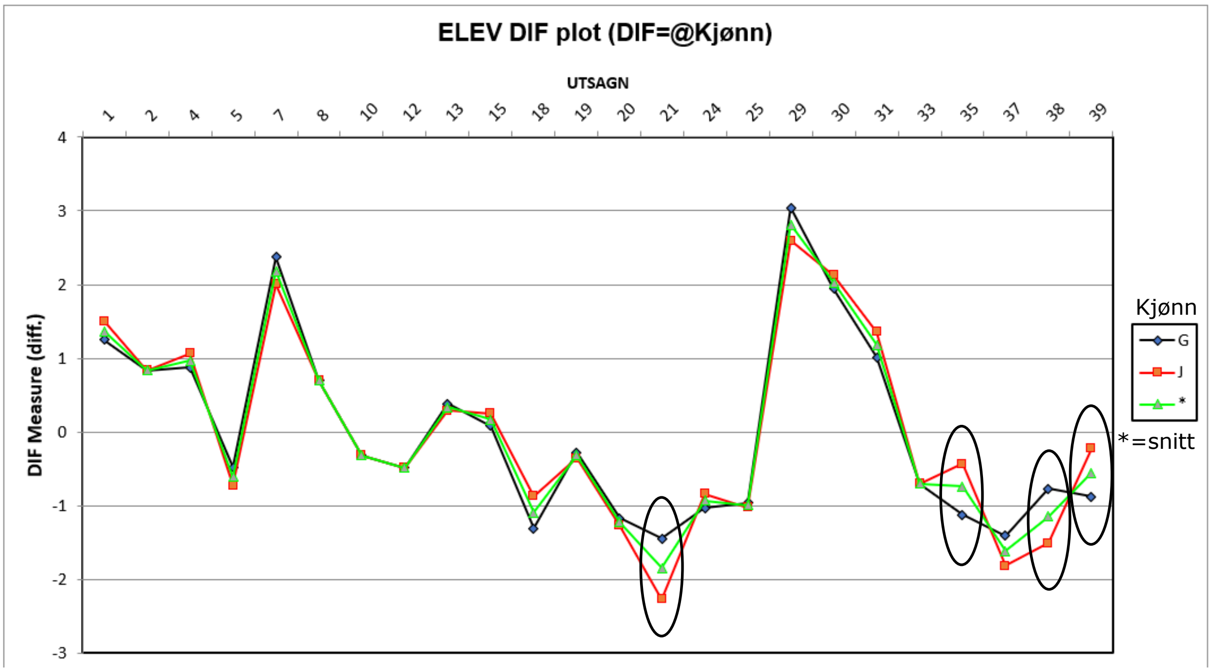
Analyse av underdimensjonene viste at klase 1 beskriver «affekt» og klase 3 beskriver «arbeidsmetode». Siden jeg har definert matematisk identitet til å dekke begge de psykologiske variablene klasene beskriver, og fordi underdimensjonene ligger så tett til hoveddimensjonen kan de måles sammen. Det underbygger endimensjonaliteten i måle-instrumentet.

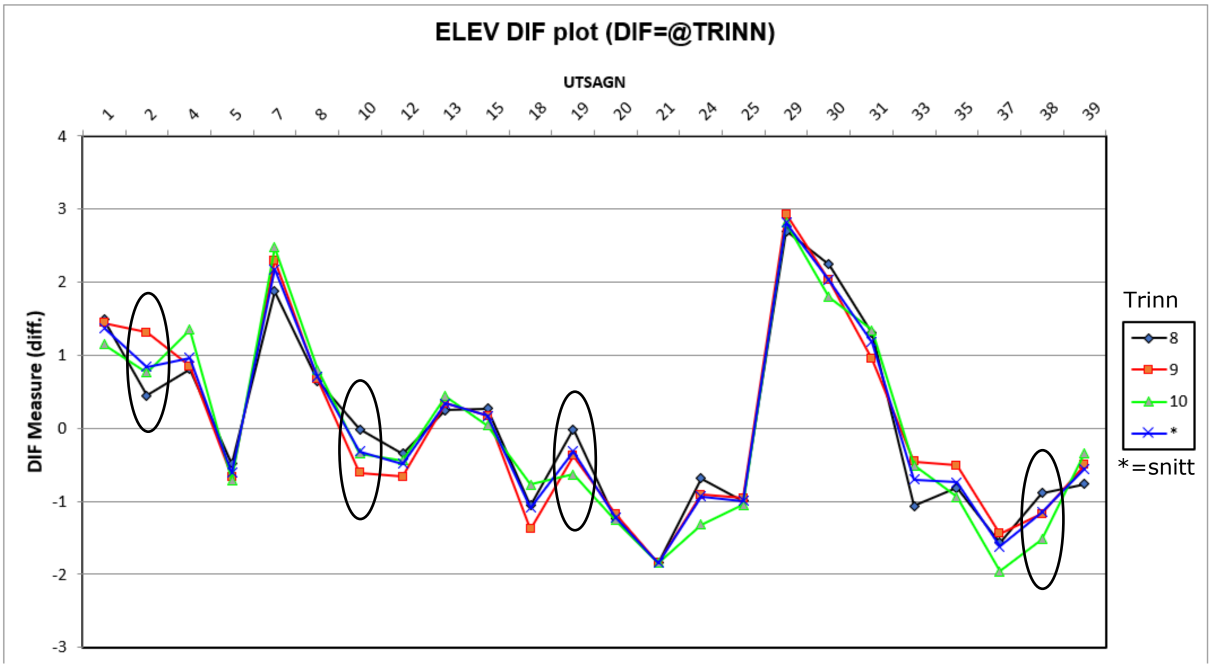
5.1.3 Spørreundersøkelsens stabilitet

Valide målinger kan kun gjøres hvis måleinstrumentet ikke endrer seg fra gruppe til gruppe av deltakere. For å undersøke om instrumentet var stabilt, analyserte jeg derfor om det oppførte seg relativt likt blant de ulike elevgruppene. Validering av stabiliteten (invariansen) ble gjort ved å foreta DIF-analyser av kjønn, trinn, klasse og svarskjema. Resultatet av DIF-analysen kan styrke kontekst-uavhengigheten til utsagnene i spørreundersøkelsen. Selv om de fleste personlige karakteristikker er kontekst-avhengige, har jeg *definert* matematisk identitet til kun å inneholde relativt kontekst-uavhengige karakteristikker. DIF-analysene viste at målene til de ulike utsagnene er kontekst-uavhengige.

Figur 17 (neste side) viser resultatet av DIF-analyser etter henholdsvis kjønn og trinn, samt snittverdien for hver av sammenligningene. X-aksen viser hvilket utsagn det er snakk om, og y-aksen viser utsagnets vanskegrad kalibrert på de ulike gruppene. DIF-analysen av kjønn, øverst, viser størst forskjell i utsagnene 21, 35, 38 og 39 (markert av ellipsene). En nærmere undersøkelse av hvilke psykologiske variabler de fire karakteristikkene beskriver viser få likheter. Derimot kan ingen av de sies å være spesielt affektive, og det virker som jenter i snitt synes karakteristikkene er «lettere» enn hva guttene gjør. Det kan bety at karakteristikker uten stor grad av «affekt» separerer jenter fra gutter mer enn de med «affekt». Et utsagn det er relativt «lettere» for jentene å være enig i enn guttene er utsagn 21, «*Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk*».

For trinn er det størst forskjell i utsagnene 2, 10, 19, og 38. En nærmere undersøkelse av de fire karakteristikkene viser at den psykologiske variabelen «kunnskap» er felles for samtlige, og at elever på 8.trinn synes de er relativt vanskeligere å være enig i enn hva elever på 9. og 10. trinn synes. Det indikerer at karakteristikker med «kunnskap» i snitt er vanskeligere for 8.trinnselever enn de andre to trinnene, slik utsagn 19, «*Jeg prøver å knytte sammen nytt stoff jeg lærer med det jeg kan fra før*», gjør.





Figur 17: DIF analyse av kjønn og trinn

I tillegg til DIF-analyser av kjønn og trinn ble det foretatt DIF-analyser av klasse og svarskjema. For klasse viste analysen større spredning, sammenlignet med analysen av kjønn og trinn, hos samtlige utsagn. Størst forskjell (cirka 1,0 logits) er det mellom 9A2 og 10A2 i utsagn 35, «*Jeg gjenkjenner matematikk i andre fag også*». En slik spredning er derimot forventet fordi ingen av klassene har mer enn 25 elever. Linacre (2012, s. 549) argumenterer for at resultater produsert av gruppestørrelser mindre enn 30 i altfor stor grad blir spesifikke for individene til å bli ansett som akseptable. For svarskjema var det kun utsagn 12, «*Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening*», som viste noe forskjell (cirka 0,6 logits).

Avstanden mellom målene fra én gruppe til gjennomsnittet av alle grupper er i alle de fire DIF-analysene ikke større enn cirka 0,5 logits. Selv om utsagnene dermed viser noen svingninger i mål mellom gruppene vil de kunne godkjennes som kontekst-uavhengige. Det er fordi grensen for invarians settes til 0,5 logits, som anbefalt av Linacre (2012, s. 548). Derfor underbygger DIF-analysene spørreundersøkelsens stabilitet, det vil si at den er fungerer innenfor akseptable rammer uavhengig av kjønn, alder, klasse, eller svarskjema.

En variasjonsanalyse (ANOVA) ble gjennomført for å teste ekstern validitet (med hypotesen om at det er signifikante forskjeller i matematisk identitet mellom årsklassene) Analysen bekrefter denne hypotesen (Linacre, 2012, s. 429). Siden sannsynligheten for de observerte forskjellene (eller større forskjeller) er lavere enn 0,05 (Figur 18) konkluderte jeg med at forskjellene mellom trinnene er signifikante. Den signifikante forskjellen underbygger forventningen om at målene for matematisk identitet vil svinge mellom trinnene. Figur 19 viser denne svingningen, markert i det blå rektangelet. Tallene forteller at elevene på 8.trinn har det relativt svakeste gjennomsnittlige målet for matematisk identitet (– 0,6 logits), mens elevene på 9.trinn har det relativt sterkeste gjennomsnittlige målet for matematisk identitet (– 0,24 logits). Det gjennomsnittlige målet for matematisk identitet for elevene på 10.trinn er omtrent midt imellom 8.- og 9.trinnselevene. Studien kan derfor ikke underbygge hypotesen om en nedgang i matematisk identitet for spesielt 9. trinn, som jeg baserte på funnene til Pepin (2011) om nedgang i holdning hos 9.trinnselever. Tvert imot viser resultatene at 9.trinnselevene i gjennomsnitt har høyest matematisk identitet på ungdomsskolen.

ANOVA - ELEV					
Source	Sum-of-Squares	d.f.	Mean-Squares	F-test	Prob>F
@TRINN	8.08	2.00	4.04	3.40	.0339
Error	382.95	322.00	1.19		
Total	391.03	324.00	1.21		
Fixed-Effects Chi-squared: 6.6224 with 2 d.f., prob.					.0357

Figur 18: Variasjonsanalyse av trinn viser signifikante forskjeller

ELEV COUNT	MEAN MEASURE	S.E. MEAN	P.SD	S.SD	MEDIAN	MODEL SEPARATION	MODEL RELIABILITY	CODE
325	-.42	.06	1.10	1.10	-.41	2.70	.88	**
123	-.60	.11	1.17	1.18	-.46	2.80	.89	08
116	-.24	.10	1.02	1.03	-.30	2.55	.87	09
86	-.40	.11	1.04	1.05	-.46	2.60	.87	10

Figur 19: Variasjon i de gjennomsnittlige målene for elevene på trinn

5.1.4 Reliabilitet

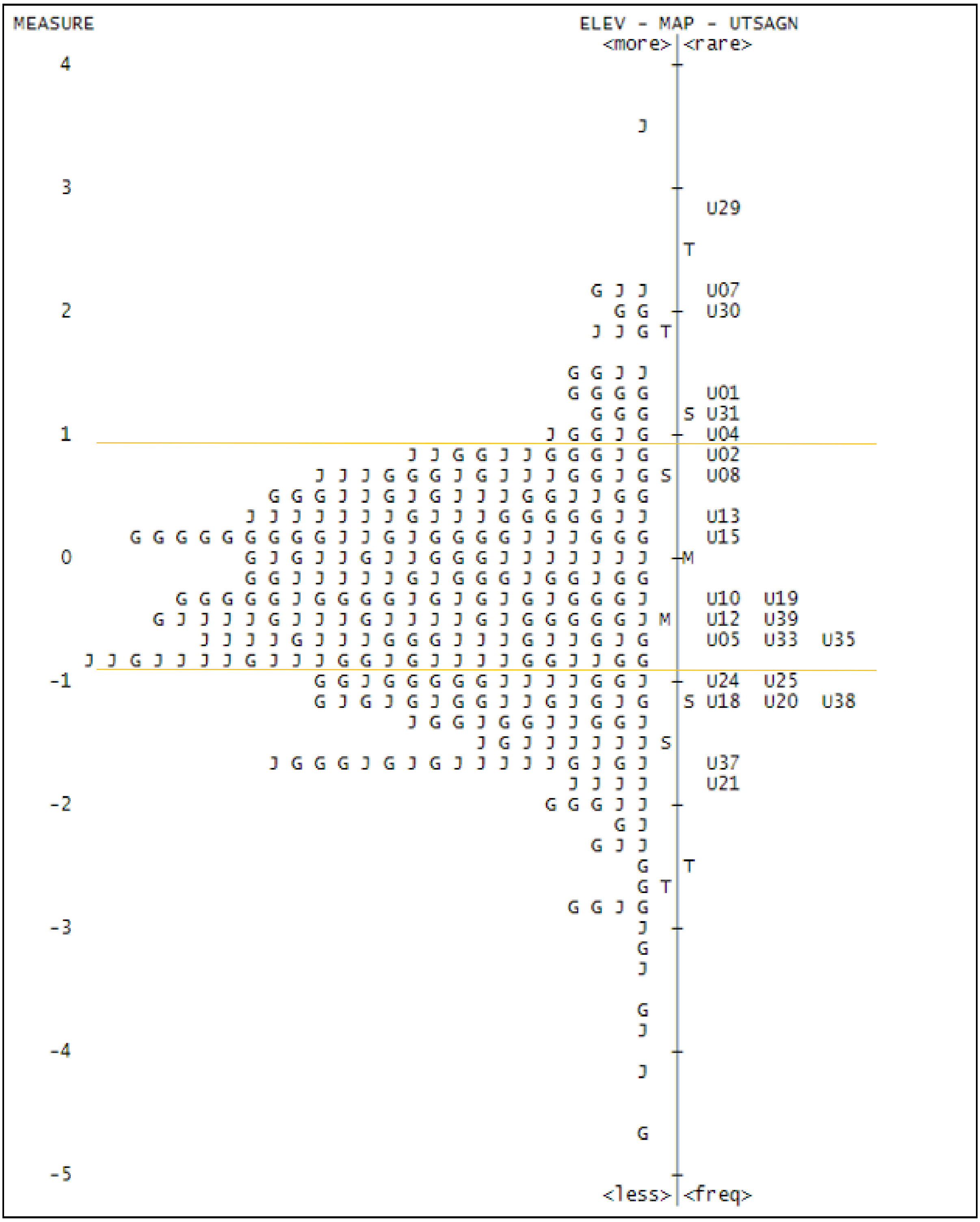
Påliteligheten til måleinstrumentet valideres gjennom måling av den indre konsistensen, såkalt reliabilitet. Verdien til α-koeffisienten, Cronbachs alfa, viser sammenhengen mellom utsagnene i spørreundersøkelsen, og går fra 0 til 1, hvor 1 tilsvarer 100% reliabilitet. Reliabilitets-koeffisienten er 0,86 i denne studien (Figur 20). Den er så god fordi utsagnene har stor bredde i vanskegrad og fordi det er relativt mange elever som deltar i undersøkelsen. For hver elev som deltok ble altså reliabiliteten til utsagnene bedre og bedre. Verdien indikerer at det er stor sannsynlighet for at elever med høyt mål faktisk har et høyere mål enn elever med lavt mål.

ELEV	333 INPUT	325 MEASURED			INFIT		OUTFIT	
	TOTAL	COUNT	MEASURE	REALSE	IMNSQ	ZSTD	OMNSQ	ZSTD
MEAN	39.4	17.4	-.42	.41	1.01	-.1	.99	-.1
P.SD	9.3	2.1	1.10	.08	.47	1.4	.46	1.3
REAL RMSE .41	TRUE SD 1.02	SEPARATION 2.45	ELEV	RELIABILITY .86				

Figur 20: Reliabilitetskoeffisienten på 0,86 viser god indre konsistens

5.1.5 Målestokkens betydning

Resultatene av spørreundersøkelsen er representert i Person-Item-variabelen i Figur 21. Samtidig gir variabelen, eller målestokken, en visuell kontroll av reliabilitetsfaktorene beskrevet ovenfor. Variabelen viser: rangering og fordeling av utsagnenes vanskegrad, stor variasjon i elevenes matematiske identitet, hvor målrettede utsagnene er, hvordan utsagnene kan grupperes, og et bilde av sannsynligheten for at en elev mestrer ulike utsagn.



Figur 21: Variabelen viser fordelingen av elever og utsagn langs samme målestokk.

Variabelen forteller sannsynligheten for at en elev skal «mestre» et utsagn, eller har den karakteristikken utsagnet beskriver. Det kan tolkes slik at dersom elevens mål for matematisk identitet er den samme som utsagnets vanskegrad, så er det 50% sannsynlighet for at eleven har den karakteristikken. Det igjen betyr at det er like stor sannsynlighet for at eleven har valgt svaralternativ «2 = noen ganger» som svaralternativ «3 = ofte» på det utsagnet i spørreundersøkelsen. Sannsynligheten øker/avtar desto lengre unna hverandre målene er. For eksempel er det stor sannsynlighet for at jenta med sterkest matematisk identitet har valgt svaralternativ «4 = alltid» for mange av de svakere utsagnene som er langt unna hennes mål, og svaralternativ «3 = ofte» for de sterkere utsagnene som er nærmere hennes mål.

Helt til venstre i figuren er målet uttrykt i enheten som «logits». Verdien 0 reflekterer gjennomsnittet av utsagnenes vanskegrad. På venstre side av selve variabelen er elevene rangert etter grad av matematisk identitet, vist som jenter og gutter (J/G). Det viser som forventet en god spredning. Noen få elever har veldig svak matematisk identitet, mens spesielt en elev har veldig sterk matematisk identitet. Samtidig er det interessant å merke seg hvor mange elever som ligger i midtsjiktet mellom – 1 og 1 logit, markert av de gule strekene. Siden så mange elever er lokalisert rundt det gjennomsnittlige målet for vanskegraden til utsagnene, er det en indikasjon på at spørreundersøkelsen er velegnet til å måle matematisk identitet i ungdomsskolen.

For at elevenes mål for matematisk identitet skal bli så nøyaktig som mulig, må fordelingen av utsagnene langs variabelen være god. På høyre side av variabelen vises utsagnene rangert etter vanskegrad, der U29 («*I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine*») er det klart sterkeste. Det er fin spredning i vanskegraden til utsagnene fra – 2 til 3 logits, og det er få tomrom mellom dem. Selv om variabelen er velegnet til formålet i denne studien, kunne det vært flere utsagn som målte de elevene med matematisk identitet lavere enn – 1 logit siden det er såpass mange elever der. For min studie er det derimot av minimal betydning siden jeg vil ha svar på hva som kjennetegner elever med sterk matematisk identitet.

5.1.6 Måleinstrumentets velegnethet

Avgjørende for det første forskningsspørsmålet mitt var hvordan matematisk identitet kan måles hos ungdomsskoleelever. Det måtte en omfattende valideringsprosess til for å tilpasse de kvantitative dataene til RS-modellen. Validiteten til måleinstrumentet ble styrket og utsagnene har vist seg å holde stand gjennom analyse av infit-verdier, ICC-kurver, positiv symmetri, endimensjonalitet, invarians (DIF), reliabilitet, forskjeller mellom grupper (ANOVA), og ved kvalitativ tolkning av Person-Item-variabelen. Jeg konkluderer med at instrumentet er velegnet til måling av matematisk identitet i ungdomsskolen.

Siden analysene av måleinstrumentet viser at det er velegnet til å måle matematisk identitet på ungdomsskoleelever, vil jeg i resten av kapittelet svare på det andre forskningsspørsmålet: «hva karakteriserer elever med sterk matematisk identitet?». Det gjøres ved å kvalitativt analysere utsagnene for å vise likheter i relasjonene de beskriver, og sammenligne hvilke psykologiske variabler som spilte inn.

5.2 Hva karakteriserer elever med sterk matematisk identitet?

Resultatene fra studien viser at utsagnene kan rangeres på en endimensjonal skala. Det betyr at det ferdigvaliderte måleinstrumentet indikerer hvilke utsagn som er «enkle» å oppnå og hvilke som er «vanskelige» å oppnå for de aktuelle ungdomsskoleelevene. For å kunne svare på det andre forskningsspørsmålet om hva som karakteriserer elever med sterk matematisk identitet, gjensto det å finne ut hvor grensen mellom sterke utsagn og resten av utsagnene skulle settes. Siden utsagnene beskriver elementer i matematiske aktiviteter, representert eller påvirket av ulike psykologiske variabler, var det nødvendig å sammenligne utsagnene og se etter likheter. Aktivitetstrekanten fra KHAT-rammeverket ble brukt til å finne likheter i utsagnene, og egen kvalitativ tolkning ble brukt til å gjenkjenne hvilke psykologiske variabler utsagnene stimulerer. Figur 22 gir en oversikt over alle de 24 utsagnene rangert fra «vanskeligst» til «lettest».

Uts. nr.	Utsagn	Mål
29	*I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine.*	2,81
7	*Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.*	2,18
30	*Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.*	2,03
1	*Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.*	1,37
31	*Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående …*	1,18
4	*Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.*	0,97
2	*Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en metode som …*	0,84
8	*Matematiske idéer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å …*	0,70
13	*Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg flere forskjellige …*	0,34
15	*Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å lære mer om …*	0,17
10	*Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut …*	−0,32
19	*Jeg prøver å knytte sammen nytt stoff jeg lærer med det jeg kan fra før.*	−0,32
12	*Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening.*	−0,49
39	*Jeg synes jeg er flink i matematikk.*	−0,56
5	*Hvis jeg glemmer en formel eller regnemetode, prøver jeg å komme frem …*	−0,61
33	*Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.*	−0,70
35	*Jeg gjenkjenner matematikk i andre fag også.*	−0,74
24	*Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen.*	−0,93
25	*Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen.*	−0,99
18	*Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.*	−1,09
38	*Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være riktig.*	−1,15
20	*Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fortsetter jeg å prøve.*	−1,22
37	*Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret.*	−1,62
21	*Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.*	−1,85

Figur 22: De 24 utsagnene rangert etter vanskegrad

5.2.1 Grensesetting

Analyse av reliabiliteten til måleinstrumentet viste en α-koeffisient på 0,86. Verdien til koeffisienten betyr ikke bare at måleinstrumentet er pålitelig, men gir samtidig en pekepinn på hvor mange grupper elevene kan deles inn i. Den viser at elevene kan deles inn i to eller tre grupper, eller nivåer (Linacre, 2012, s. 644), markert i det grønne rektangelet i Figur 23. Separeringen ble tolket som om at det finnes en gruppe elever med svak, en gruppe med middels, og en gruppe med sterk matematisk identitet.

```
-------------------------------------------------------------------------------
| ELEV       333 INPUT       326 MEASURED                INFIT          OUTFIT   |
|          TOTAL       COUNT       MEASURE   REALSE     IMNSQ   ZSTD  OMNSQ   ZSTD|
| MEAN      39.3        17.4          -.42      .41      1.01    -.1    .99    -.1|
| P.SD       9.3         2.1          1.10      .08       .47    1.4    .46    1.3|
| REAL RMSE     .41 TRUE SD     1.01  SEPARATION  2.45 ELEV   RELIABILITY  .86|
|-------------------------------------------------------------------------------|
```

Figur 23: Separasjon av elevers mål for matematisk identitet

Basert på tredelingen av elevenes mål, valgte jeg å også dele utsagnenes vanskegrad i tre etter de samme grensene. Det er mulig fordi både elevens mål for matematisk identitet og vanskegraden til utsagnene er synliggjort i samme målestokk. Grensen mellom sterke og middels mål for matematisk identitet var i praksis den eneste av betydning for studien min, derfor er grensen mellom middels og svake utelatt fra videre analyse. For å finne den aktuelle grensen ble flere metoder vurdert, men fordi utsagnene fanger opp diverse psykologiske variabler, valgte jeg å bruke kvalitativ tolkning i analysen for å se etter likheter og slik sette grensen der den passet best.

Aktivitetstrekanten fra KHAT-rammeverket (Engeström & Sannino, 2010) ble brukt som utgangspunkt for en kvalitativ tolkning av likheter i utsagnene. Det ble gjort ved å undersøke hvilken av de fire elementene; redskap, regler, fellesskap, og arbeidsdeling, som har størst innvirkning på relasjonen mellom subjektet og handling (Tabell 5). Analysen viser at hele åtte av de ti høyest rangerte utsagnene beskriver en relasjon mellom subjekt og handling der redskap har størst innvirkning, markert i det gule rektangelet. For eksempel beskriver utsagn 07 relasjonen mellom subjektet (jeg), redskapet (det indre språket), og handlingen (produsere flere oppgaver). De ti utsagnene er også de eneste utsagnene med høyere vanskegrad enn 0 logits. Av de seksten resterende utsagnene er det bare tre som har denne kombinasjonen. Typisk for de svakere utsagnene er at redskap er byttet ut med regler eller fellesskap. Et eksempel på det er utsagn 39 som beskriver aktiviteten mellom subjektet (jeg), fellesskap (sammenligner med andre, sannsynligvis klassekamerater), og handling (være tilfreds).

	Utsagn rangert fra sterkest til svakest																							
Relasjon	**29**	**7**	**30**	**1**	**31**	**4**	**2**	**8**	**13**	**15**	**10**	**19**	**12**	**39**	**5**	**33**	**35**	**24**	**25**	**18**	**20**	**38**	**37**	**21**
Subjekt	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Redskap	1	1	1		1	1		1	1	1										1	1	1		
Regler							1				1	1	1		1								1	1
Fellesskap				1										1		1	1	1	1					
Arbeidsdeling																								
Handling	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabell 5: Relasjoner i utsagnene

De psykologiske variablene utsagnene fanget opp hos elevene ble også kvalitativt tolket og sammenlignet. Typiske variabler som ble gjenkjent er satt opp i Tabell 6, og gitt verdien 1 dersom utsagnene beskriver den. Det røde rektangelet viser hvilke psykologiske variabler som har størst relasjon til de sterkeste utsagnene. I dette tilfellet settes grensen for sterke utsagn etter utsagn 4. Kolonnen med snitt viser gjennomsnittet av utsagnenes vanskegrad for hver psykologisk variabel. Det betyr at utsagn med forestillinger generelt sett er de «letteste». Utsagn med affekt er de «vanskeligste» og også de eneste som gir positivt snitt.

	Utsagn rangert fra sterkest til svakest																								
Psyk. variabel	**29**	**7**	**30**	**1**	**31**	**4**	**2**	**8**	**13**	**15**	**10**	**19**	**12**	**39**	**5**	**33**	**35**	**24**	**25**	**18**	**38**	**20**	**37**	**21**	**Snitt**
Affekt	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1							1			0,4
Kunnskap		1			1		1		1	1	1	1	1			1	1		1	1	1				−0,08
Metodisk		1					1		1			1									1	1	1	1	−0,35
Verdi					1	1				1			1				1	1	1		1	1		1	−0,51
Forestillinger														1				1	1					1	−1,08

Tabell 6: Psykologiske variabler og utsagn.

Analysen viser at affekt er en viktig psykologisk variabel for de sterke karakteristikkene. Affekt går igjen i alle de 13 høyest rangerte utsagnene, og har nesten ingen betydning for de resterende 11 utsagnene. I følge Philipp (2007) og McLeod (1988) er affekt alle følelser som kan relateres til matematisk læring. Zan et al. (2006) påpeker at det ikke finnes noen enighet om hvilke følelser som finnes, hva de er, eller om det i det hele tatt er følelser som kan defineres som grunnleggende. Basert på det foretok jeg en kvalitativ vurdering av hva positiv affekt er, og navnga 16 ulike følelser som kan knyttes til det (Tabell 7).

For å finne hvilke av følelsene utsagnene involverer sammenlignet jeg dem med den rangerte listen av utsagn. Det røde og det gule rektangelet viser utsagnene som ble markert i Tabell 5 og Tabell 6. Rektanglene gir en klar indikasjon på hvilke følelser som påvirker utsagnene, og også hvilke som ikke gjør det.

Sammenligningen av utsagn med henholdsvis relasjoner, psykologiske variabler, og positive følelser indikerer at de sterke utsagnene passer best for elever som er ivrige, utforskende, engasjerte, inspirerte, nysgjerrige, har et indre driv, og en indre glede.

	Utsagn rangert fra sterkest til svakest																							
Følelse	**29**	**7**	**30**	**1**	**31**	**4**	**2**	**8**	**13**	**15**	**10**	**19**	**12**	**39**	**5**	**33**	**35**	**24**	**25**	**18**	**38**	**20**	**37**	**21**
Ivrig	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1						1	1		
Utforskende	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1		1							1		
Indre driv	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		1						1	1	1	
Engasjert	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1		1	1		1			1			1		
Inspirert	1	1	1	1	1		1	1		1			1	1								1	1	
Indre glede	1	1	1		1		1	1		1			1	1										
Nysgjerrig	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1		1		1				1			
Kreativitet	1	1					1		1		1	1				1								
Responsivitet	1			1	1	1	1	1	1	1		1	1		1				1			1		
Vurderende	1				1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
Bevisst	1				1		1				1	1		1	1	1	1	1	1					
Selvsikkerhet			1	1	1	1	1				1		1	1	1	1				1				
Pliktoppfyllende			1	1		1																	1	1
Nyttighet			1		1					1	1	1	1		1	1	1	1	1					1
Kontrollerende											1		1		1					1	1		1	1
Ordentlig																							1	1

Tabell 7: Følelser og utsagn

5.2.2 Karakteristikker for elever med sterk matematisk identitet

Analyse av relasjoner og psykologiske variabler beskrevet av utsagnene viser at grensen mellom sterke og resterende utsagn med fordel kan settes til 0,9 logits. Det betyr at det er seks utsagn som kan betraktes som sterke i denne studien:

- U29: I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine
- U07: Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver
- U30: Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden
- U01: Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen
- U31: Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole
- U04: Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem

Elever med sterk matematisk identitet karakteriseres som ivrige, utforskende, engasjerte, inspirerte, og har et indre driv, i tillegg til at de liker aktiviteter der redskapen fører til handling. Det viktigste redskapet hos elevene er det indre språket: tankene.

5.3 Hva analysen viser

For å svare på forskningsspørsmål 1, hvordan kan matematisk identitet i ungdomsskolen måles, var det nødvendig med en grundig analyse av spørreundersøkelsens validitet. Utsagnene ble validert på flere måter for å garantere at de: målte det de skulle måle, at det var mange nok utsagn, at vanskegraden var riktig tilpasset elevenes nivå, og at det var godt spredning i vanskegrad. Resultatene presentert i dette kapittelet viser at spørreundersøkelsen tilfredsstiller prinsippene om både endimensjonalitet og invarians, og at hele 24 utsagn har godkjente fit-verdier. Det betyr at spørreundersøkelsen faktisk måler matematisk identitet, og at den er kontekst-uavhengig mellom kjønn og klassetrinn. Hvert utsagn ble rangert i en variabel som viste god spredning og at det eksisterer alt i fra lette utsagn (– 3 logits) til vanskelige utsagn (2 logits). Variabelen viste også at utsagnene var godt tilpasset ungdomsskolenivå ved at det de fleste elevene viste en matematisk identitet fra – 2 logits til 1 logit.

For å svare på forskningsspørsmål 2, hva som karakteriserer elever med sterk matematisk identitet, ble hvert utsagn kvalitativt vurdert etter likheter i relasjon og likheter i psykologiske variabler. Rangeringen av utsagnene viste at det var 10 utsagn med høyere enn gjennomsnittlig vanskegrad, mens 14 utsagn var lettere enn gjennomsnittet. Hvert utsagn beskriver en karakteristikk som igjen beskriver en relasjon bygget på de seks elementene fra aktivitetstrekanten i KHAT. Av de 24 utsagnene indikerer den kvalitative analysen at åtte av de ti høyest rangerte utsagnene beskriver relasjonen mellom subjekt, redskap, og handling, samtidig som den samme relasjonen kun er gjenkjent i tre av de fjorten resterende utsagnene. Også for psykologiske variabler viser analysen at det er likheter mellom de sterke utsagnene. De tretten høyest rangerte utsagnene er samtlige påvirket av positiv affekt, men bare to av de resterende elleve er det. Til slutt viser en analyse av følelsene den positive affekten påvirkes av at elever som er ivrige, utforskende, engasjerte, inspirerte, og har et indre driv har en sterk matematisk identitet.

6 Diskusjon og konklusjon

Formålet med denne studien var å forsøke å besvare forskningsspørsmålene *i) hvordan kan man måle matematisk identitet på ungdomsskolen,* og *ii) hva karakteriserer elever med sterk matematisk identitet?* Det har vist seg at matematisk identitet kan måles blant studenter, men det har, før denne studien, vært et åpent spørsmål om identitet kan måles også blant ungdomsskoleelever. Det andre forskningsspørsmålet er aktuelt fordi elever i ungdomsskolen opplever store endringer i livet, både fysisk og psykisk, som igjen kan føre til at mange endrer holdning for matematikkfaget (Pepin, 2011). For å kunne svare på det andre forskningsspørsmålet var det et premiss at det første forskningsspørsmålet ga et positivt svar. Funnene fra studien kan gjøre matematikklærere oppmerksomme på hvilke karakteristikker elever med sterk matematisk identitet har, og kan være veiledende i tilretteleggingen av undervisningen.

Resultatene fra studien viste at matematisk identitet kan måles på ungdomsskolen. En av fordelene med å måle matematisk identitet kvantitativt er at metoden generer statistiske funn for en større mengde elever, funn som kan gi generelle svar på hvilke karakteristikker elever med sterk matematisk identitet har. Den kvalitative metoden, som ofte består av intervju og/eller observasjon av enkeltelever, kan være et positivt supplement i noen tilfeller, selv om det ikke lot seg gjøre i min datainnsamling. Den største forskjellen mellom de to metodene er at resultatene blir mer generelle ved bruk av den kvantitative, mens de blir spesifikke for hver elev ved bruk av den kvalitative metoden. Jeg har i denne studien bidratt med kvantitative målinger, mens det i fremtidige studier kunne vært interessant å gå mer i dybden med kvalitative data.

Begrepet matematisk identitet viste det seg problematisk å finne en god definisjon på, selv om det eksisterer mange aktuelle teorier. Kjente forskere som Wenger (1998), Sfard og Prusak (2005), og Gee (2000) beskriver begrepet forskjellig, og det eksisterer ingen generell enighet blant forskere (Darragh, 2016). Min definisjon ble derfor pragmatisk tilpasset studiens formål, og beskriver posisjonen elevene tar i den sosiale matematiske aktiviteten de deltar i.

Måling av matematisk identitet ble gjennomført ved hjelp av en spørreundersøkelse der alle elevene ved en ungdomsskole i Trøndelag deltok. Undersøkelsen besto av en rekke karakteristikker, representert som utsagn. De beskrev en matematisk aktivitet og elevene kunne vekte i hvor stor grad de var enige for hver av dem. Ved å ta utgangspunkt i Wolfe og Smith (2007a) sitt rammeverk ble validiteten til måleinstrumentet undersøkt. Det ble stilt strenge krav til blant annet endimensjonalitet, invarians, og reliabilitet i tilpasning av data til Rasch-modellen for å kvalitetssikre kompatibiliteten mellom målingsteori (Andrich, 1989; Thurstone, 1959) og målingsperspektivet av matematisk identitet.

6.1 Oppsummering av funn

For å finne de karakteristikkene elever med sterk matematisk identitet har, ble kvantitative data analysert etter RS-modellen (Andrich, 1978). Kort oppsummert viser analysen at spørreundersøkelsen fungerte godt etter intensjonen. Utsagnene har gode misfit-verdier for både Infit Mnsq og Outfit Mnsq innenfor de anbefalte grensene for validitet (0,7 - 1,3). Verdiene indikerer at utsagnene hverken har under-fit eller over-fit, som vil si at de hverken er for tilfeldige eller for forutsigbare.

Høyeste egenverdi for eventuelle underdimensjoner var < 2 og måleinstrumentet kan derfor vurderes som tilstrekkelig endimensjonalt. Her er det viktig å påpeke at endimensjonalitet er en abstrakt ide, fordi ingenting empirisk kan kun ha én dimensjon. Spørreundersøkelsen har derfor helt sikkert flere underdimensjoner, men fordi egenverdien til underdimensjonene er < 2 forstyrrer de ikke målingen av matematisk identitet. I tillegg viser en reliabilitetskoeffisient på 0,86 at utsagnene har brukbar bredde i vanskegrad, at det er et tilstrekkelig antall utsagn, og at tilstrekkelig mange elever deltok i undersøkelsen.

Resultatene ble uttrykt i én variabel. Den ga en rangering av utsagnene fra sterke 2,81 logits til svake – 1,85 logits i relasjon med elevenes mål for matematiske identitet. Selv om 25 elever hadde lavere mål for matematisk identitet enn det letteste utsagnet, indikerer resultatene at spørreundersøkelsen var godt tilpasset ungdomsskolen. Spredningen av elever i variabelen fra 3,55 logits til – 4,59 logits, med de fleste plassert fra 1 til – 1 logit, underbygger den påstanden. Seks av utsagnene blir betraktet som sterke ettersom grensen kvalitativt ble vurdert til 0,9 logits. Ved forsøksskolen var det bare 27 elever over denne grensen. Det betyr at disse elevene har mer enn 50% sannsynlighet for å være enige i utsagn med vanskegrad lavere enn 0,9 logits, samtidig som de resterende elevene har mindre enn 50% sannsynlighet for å være enige i utsagn over grensen.

Med utgangspunkt i aktivitetstrekanten fra KHAT-rammeverket til Engeström og Sannino (2010) ble alle utsagn vurdert for å finne kvalitative fellestrekk. Deretter ble de sjekket opp mot de psykologiske variablene fra rammeverket til Philipp (2007): positiv affeksjon, kunnskap, forestillinger, arbeidsmetode, og verdi. Et funn fra analysen viser at elever med sterk matematisk identitet har alle de nevnte psykologiske variablene. Men de skiller seg fra de andre elevene ved at de har en positiv affeksjon til aktiviteter i faget. Å være ivrig, nysgjerrig, engasjert, utforskende, og å ha et indre driv er eksempler på slike positive affeksjoner. For elevene med svakere matematisk identitet (< 0.9 logits) er en slik positiv affeksjon for faget utypisk.

Engeström og Sannino (2010) argumenterer for at aktivitet mellom subjekt og handling foregår i relasjon med alle de fire andre elementene fra aktivitetstrekanten: redskap, regler, fellesskap, og arbeidsdeling. Kvalitativ vurdering av hvilken av de fire som har størst innvirkning på relasjonen hvert utsagn beskriver ga et interessant funn. Analysen viser at aktiviteter med høy relasjon til redskap er typisk for de sterke utsagnene. Det vil si at eleven gjennomfører handlingen ved hjelp av et redskap, som ofte er tanker og språk. Handlingen består vanligvis av selvstendig arbeid drevet av positiv affeksjon. Funnet stemmer også overens med Vygotsky (1978) sin medieringsteori om at det er gjennom språket mennesket er i stand til å forme en forståelse for verden.

Oppsummert viser funnene fra studien at elever med sterk matematisk identitet har følgende karakteristikker:

- *Diskuterer* matematikk i fritiden
- *Produserer* egne oppgaver ved ny lærdom
- *Jobber* med matematikk i fritiden
- *Gjør* mer matematikk enn det som forventes på skolen
- *Liker* å jobbe med matematikk fra høyere nivå
- *Klarer ikke slutte å tenke* på uløste matematiske problem

6.2 Begrensninger ved studien

Siden jeg har definert matematisk identitet til å beskrive posisjonen elevene tar i den sosiale matematiske aktiviteten de deltar i, er det noen begrensninger med studien som er verdt å bemerke. Den første er tidspunktet for gjennomføring av spørreundersøkelsen. For noen av matematikklærerne passet det best å bruke de siste 15 minuttene av timen, og for to av klassene var det kun siste time som passet. Som erfaren matematikklærer vet jeg at noen elever fort blir utålmodige og ukonsentrerte når matematikktimen nærmer seg slutten. Det skyldes gjerne at de er slitne eller at det snart er friminutt/skoleslutt. Det er vanskelig å si om tidspunktene har betydning for studien; selv om RS-modellen ser bort ifra elevers mål med for stor misfit, kan noen elevers evne/vilje til tolkning eller forståelse av utsagnene ha blitt svekket.

Et argument som taler for at tidspunkt faktisk har betydning er indikert med gult i Tabell 8. Den viser at svarprosenten for fire av utsagnene er mindre enn 90%, og av de er ett utsagn helt nede i 81%. Det vil si at 45 av de 243 elevene som kunne svare på det, enten krysset for «*9 = vet ikke*»-alternativet, ikke forsto betydningen av utsagnet, eller hoppet over av andre grunner. Rasch-modellen er derimot robust mot manglende svar, så det at elever hoppet over noen oppgaver burde ikke være et problem. Det eneste potensielle problemet ville vært hvis elever svarte «tilfeldig» på disse oppgavene, men den påstanden kan ikke bevises siden misfit-verdiene var såpass gode. En annen grunn til lav svarprosent på disse oppgavene kan være begrepsforståelse. Det spesielle med utsagn 12 er at det er det eneste som inneholder ordet «bevis». Begrepsforståelse er noe mange matematikklærere jobber med fordi det matematiske vokabularet kan være vanskelig å forstå for noen elever.

			Svarskjema					
Uts. nr.	**Utsagn**	**Ant. svar**	**A**	**B**	**C**	**D**	**Ø***	**%**
U29	*I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine.*	322	1	1	1	1	−3	99,08
U07	*Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.*	237	1		1	1	−8	96,73
U30	*Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.*	320	1	1	1	1	−5	98,46
U01	*Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.*	233	1	1		1	−10	95,88
U31	*Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra …*	292	1	1	1	1	−33	89,85
U04	*Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.*	290	1	1	1	1	−35	89,23
U02	*Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en …*	230	1		1	1	−15	93,88
U08	*Matematiske idéer som jeg hører om eller lærer om …*	291	1	1	1	1	−34	89,54
U13	*Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg …*	240	1		1	1	−5	97,96
U15	*Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å …*	240	1		1	1	−5	97,96
U10	*Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å …*	312	1	1	1	1	−13	96,00
U19	*Jeg prøver å knytte sammen nytt stoff jeg lærer med det …*	79			1		−3	96,34
U12	*Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det …*	198		1	1	1	−45	81,48
U39	*Jeg synes jeg er flink i matematikk.*	233	1	1		1	−10	95,88
U05	*Hvis jeg glemmer en formel eller regnemetode, prøver jeg …*	156		1	1		−6	96,30
U33	*Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.*	321	1	1	1	1	−4	98,77
U35	*Jeg gjenkjenner matematikk i andre fag også.*	79			1		−3	96,34
U24	*Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen.*	228		1	1	1	−15	93,83
U25	*Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen.*	239	1	1	1		−5	97,95
U18	*Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.*	238		1	1	1	−6	97,54
U38	*Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være …*	162		1	1		−4	97,59
U20	*Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fort …*	244	1		1	1	−1	99,59
U37	*Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til …*	162	1	1			−4	97,59
U21	*Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.*	315	1	1	1	1	−10	96,92
			17	17	21	18		

*«vet ikke» eller mangler svar

Tabell 8: Utsagn representert i svarskjema A, B, C, og D.

Videre kan det argumenteres for at elevenes mål stemmer selv om rammene ikke ble like, blant annet fordi invariansen viser at undersøkelsen er kontekst-uavhengig. Det er derimot sannsynlig at målene ville vært mer presise dersom rammene var like for alle elevene som deltok. I tillegg forteller definisjonen av matematisk identitet at den ikke er konsistent, men avhengig av posisjonen eleven tar i den pågående sosiale matematiske aktiviteten. Det inkluderer rammene aktiviteten foregår i, enten det gjelder tidspunkt, tidsintervall, eller begrepsforståelse.

En annen begrensning er hvordan regnearket Excel tilfeldig plukket 30 av de 40 utsagnene til de fire svarskjemaene. Dessverre ble ikke fordelingen av utsagnene kontrollert, noe som resulterte i en skjevfordeling. Tabell 8 viser en oversikt over hvilke svarskjema utsagnene var representert på og hvor mange elever som svarte på dem. Utsagn 19 og 35 (markert i grønt) ble kun representert i svarskjema C, mens det ideelle hadde vært om alle var representert tre ganger. Fordelingen resulterte i at det bare var 79 elever som fikk svare på de to utsagnene.

En tredje begrensning er bruken av bare én forsøksskole. Selv om de 333 elevene som deltok burde dekke de fleste samfunnslag er det mulig at elever fra andre steder kunne svart annerledes. Skolekultur, miljø, sted, og politikk kan påvirke elevers matematiske identitet for eksempel etter om skolen satser på realfag, samfunnsfag, eller praktiske fag. Fordi deltakelse fra flere skoler ville medført et større antall elever og større variasjon mellom ulike grupper, er det logisk å anta at resultatene ville sett noe annerledes ut.

6.3 Implikasjoner for forskning

Til tross for begrensningene beskrevet over, gir studien en klar indikasjon på hvilke karakteristikker elever med sterk matematisk har, og at elevene er drevet av en positiv affekt for faget. Et av premissene jeg satte i valideringen var at utsagnene skulle være kontekst-uavhengige, og grensen for invarians ble derfor satt til 0,5 logits (Linacre, 2012, s. 548). Det hadde vært interessant å gjennomføre studien med en jevnere fordeling av utsagnene og uten at tidsfaktoren spilte inn, for å se om det ville gitt signifikant forskjell i resultatene. I så fall ville de utsagnene vise seg å være kontekst-avhengige. En mulighet er å la alle elevene ta spørreundersøkelsen i begynnelsen av andre skoletime uten tidspress, slik at de er våkne, konsentrerte, og tålmodige nok til å tolke og forstå utsagnene på best mulig måte.

Basert på funnene hadde det vært interessant for videre forskning å se på ulike undervisnings- og arbeidsmetoder i matematikk for å undersøke hvilke som stimulerer til engasjement og nysgjerrighet hos elevene. Formålet for en slik studie kan være å hjelpe lærere i refleksjonen over egen undervisning, bedre arbeidsmiljøet i klassen, og legge til rette for økt interesse for faget hos elever med svakere matematisk identitet. Det kunne også vært interessant å gå motsatt veg, ved først å finne hvilke elever som har sterk matematisk identitet, for så å studere hvilke arbeidsmetoder de foretrekker for eksempel ved å gjennomføre en liknende spørreundersøkelse der utsagnene er relatert til spesifikke arbeidsmetoder. I en slik studie vil formålet være omtrent det samme som i eksemplet nevnt over, men i tillegg vil læreren ha en oversikt over foretrukne arbeidsmetoder.

Et annet forslag er å gjøre en kvalitativ studie av en gruppe elever med sterk matematisk identitet. Etter at elevene først er identifisert gjennom en kvantitativ spørreundersøkelse, lik den jeg gjennomførte, kan elevene for eksempel intervjues eller observeres for å finne andre kvalitative likheter eller forskjeller som kvantitative data ikke fanger opp. Resultatene fra min studie viser at det er mindre enn 10 % av elevene ved skolen som har sterk matematisk identitet, noe som tilsvarer to eller tre elever per klasse.

Et tredje forslag er å gjennomføre spørreundersøkelsen flere ganger i løpet av ungdomsskoletiden. Det kan være interessant å se nærmere på de elevene som viser størst endring i mål for matematisk identitet. Hva er det, for eksempel, som gjør at elevene forsterker den matematiske identiteten, eller hva er det som gjør at den avtar? Kan nedgangen i holdning hos 9.trinnselever (Pepin, 2011) virke inn på den matematiske identiteten også?

Et siste forslag til videre forskning er å se om det er noe sammenheng mellom elever med sterk matematisk identitet og kompetanse i faget. Siden karakterer er standardmål for faglig kompetanse er en mulighet å bruke de til dette formålet. Kaspersen (2018) gjennomførte en liknende studie der ingeniørstudentene selv oppga hvilken gjennomsnittlig karakter de hadde oppnådd fra matematikkurs ved universitetet. Hans funn viser at det er en assosiasjon mellom grad av matematisk identitet og karakterer. Studenter med sterk matematisk identitet (> 1 logits) hadde i gjennomsnitt én karakter bedre enn studentene med svak matematisk identitet (< 1 logits). For å gjennomføre en slik studie i ungdomsskolen vil jeg derimot ikke anbefale at elevene selv rapporterer karakterene sine. I stedet for at læreren oppgir karakterene til hver enkelt elev, vil det gi et enda bedre grunnlag for analyse dersom læreren heller oppgir hvilke kompetansemål som er oppnådd. Det vil gi et mer konkret bilde av sammenhengen mellom identitet og elevens kunnskap enn hva karakterer vil.

6.4 Didaktiske implikasjoner

I dagens skoler er det et økt fokus på forskningsbasert undervisning hvor lærere oppfordres til å forske på egen praksis. Funnene i studien kan derfor potensielt være nyttig for matematikklærere av flere grunner. En kvalitativ sammenligning av funnene og kompetansemålene i matematikk etter 10.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2015b) ga en interessant observasjon. Felles for kompetansemålene er at de starter med verb som beskriver en handling. De er å: *analysere, behandle, beregne, beskrive, bruke, drøfte, eksperimentere, endre, faktorisere, finne, forenkle, forklare, formulere, gjennomføre, grunngi, gruppere, identifisere, knytte, lage, løse, ordne, presentere, regne, sammenligne, tolke, undersøke, utforske, utføre, utnytte, uttrykke, utvikle, velge, vise,* og *vurdere*. De fleste av verbene beskriver en relasjon der redskapen (tanker/språk) står sentralt, noe som stemmer overens med det ene funnet i studien min. For det første indikerer den konkrete bruken av verb at kompetansemålene best kan oppnås av elever med sterk matematisk identitet, og for det andre indikerer det at kompetansemålene er vanskelige å oppnå for elever med middels eller svak matematisk identitet. Basert på resultatene fra studien vil jeg derfor anbefale lærere å tilrettelegge for aktiviteter der språket må brukes.

I den nye læreplanen som er under utvikling, Fagfornyelsen, har Utdanningsdirektoratet (2019) foreslått kompetansemål for matematikk med større fokus på at elevene skal *tolke, utforske,* og *resonnere*. Som diskutert ovenfor har verbene betydning for aktiviteten de beskriver. Det betyr også at eleven må bruke tanker/språk som redskap for handling. Resultatene fra studien indikerer at det er en sammenheng mellom relasjoner der redskapet står sentralt og elever med sterk matematisk identitet. Det igjen indikerer at elever med svakere matematisk identitet, helst unngår å jobbe med tolking, utforsking, og resonnering. Nettopp derfor foreslår jeg større fokus på aktiviteter som utfordrer elevene til å anvende kunnskapen de allerede har. Åpne problemløsningsoppgaver er et godt eksempel på en slik aktivitet. De krever at elevene samarbeider gjennom diskusjon, har forskjellige tolkningsmuligheter, og utfordrer elevens evne til å resonnere. I tillegg kan slike aktiviteter skape en følelse av mestring og vekke nysgjerrigheten og engasjementet hos elever med svakere matematisk identitet, noe som samsvarer med det andre funnet i studien.

I den generelle delen av Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2015a) står det at skolen må legge til rette for at barn og unge opparbeider vilje til å komme videre, og utvikler energi til å motstå egen vegring og overvinne egen motstand. Videre står det at de er fulle av lærelyst, men også uvitenhet og utrygghet. Dette er egenskaper som ikke er ulike karakteristikkene for matematisk identitet slik jeg har definert dem, og som beskriver elevenes relasjon til matematikk. Basert på aktivitetstrekanten fra KHAT kan det argumenteres for at egenskapene fra den generelle delen av Kunnskapsløftet beskriver handlingen, eller objektet. Det vil si at eleven utfører handlingen fordi handlingen i seg selv er et mål eleven ønsker å nå. Nettopp slik de sterke karakteristikkene beskriver elevens handlinger, for eksempel *«produserer egne oppgaver ved ny lærdom», «jobber med matematikk i fritiden»*, og *«gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen».* Å legge til rette for matematiske aktiviteter som stimulerer sterke karakteristikkene er derfor noe alle matematematikklærere bør etterstrebe.

6.5 Avslutning

Jeg har i denne studien vist at måling av matematisk identitet er mulig i ungdomsskolen dersom gitte premisser følges. Elever med sterk matematisk identitet har en positiv affeksjon til faget. Elevene kan best beskrives som ivrige, engasjerte, inspirerte, og utforskende, i tillegg til at de har et indre driv. Aktiviteter som tilrettelegger for bruk av språk og tenkning er å foretrekke. Siden det er gjennom språket mennesket er i stand til å forme en forståelse for verden (Vygotsky, 1978), og Fagfornyelsen (Utdanningsdirektoratet, 2019) fokuserer på tolkning, utforskning, og resonnering, vil jeg argumentere for at resultatene fra studien min er et bidrag til hvordan læring best kan oppnås i ungdomsskolen. Matematikklærere bør derfor tilrettelegge for aktiviteter i undervisningen som tilfredsstiller karakteristikkene for sterk matematisk identitet, for slik å øke muligheten for at læring forekommer.

Litteraturliste

Andrich, D. (1978). A Rating Formulation for Ordered Response Categories. *Psychometrika, 43*(4), 561-573. https://doi.org/10.1007/BF02293814

Andrich, D. (1989). Distinctions between assumptions and requirements in measurement in the social sciences. *Mathematical and theoretical systems, 4*, 7-16.

Axelsson, G. B. M. (2009). Mathematical identity in women: The concept, its components and relationship to educative ability, achievement and family support. *International Journal of Lifelong Education, 28*(3), 383-406. https://doi.org/10.1080/02601370902799218

Baker, F. B. & Kim, S.-H. (2017). *The Basics of Item Response Theory Using R*. Cham: Springer International Publishing: Imprint: Springer.

Bond, T. & Fox, C. M. (2015). *Applying the Rasch Model : Fundamental Measurement in the Human Sciences* (3. utg.). Florence: Taylor and Francis.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities*, 46*(1), 3-18. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7th ed. utg.). London: Routledge.

Darragh, L. (2016). Identity research in mathematics education. *An International Journal, 93*(1), 19-33. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9696-5

DeMars, C. (2010). *Item Response Theory*. New York, NY: Oxford University Press.

Engeström, Y. (2001). *Expansive learning at work : toward an activity-theoretical reconceptualisation*. London: Institute of Education, University of London.

Engeström, Y. & Sannino, A. (2010). Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review, 5*(1), 1-24. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2009.12.002

Engeström, Y. & Sannino, A. (2018). Cultural-historical activity theory: founding insights and new challenges. *Cultural-Historical Psychology, 14*(3), 43-56.

Erikson, E. H. (1968). *Identity : youth and crisis*. London: Faber & Faber.

Gee, J. P. (2000). Identity as an analytic lens for research in education. *Review of Research in Education, 25*, 99-125.

Kalleberg, R. & De Nasjonale forskningsetiske, k. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Oslo: Forskningsetiske komiteer.

Kaspersen, E. (2015). Using the Rasch Model to Measure the Extent to which Students Work Conceptually with Mathematics. *Journal of applied measurement, 16*(4), 336-352.

Kaspersen, E. (2018). *On measuring and theorising mathematical identity* (Doktoravhandling). University of Agder, Faculty of Engineering and Science, Kristiansand.

Kaspersen, E., Pepin, B. & Sikko, S. A. (2017). Measuring STEM Students' Mathematical Identities. *Educational Studies in Mathematics, 95*(2), 163-179. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9742-3

Leontiev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Linacre, J. M. (2002). Optimizing rating scale category effectiveness. *Journal of applied measurement, 3*(1), 85-106.

Linacre, J. M. (2012). Winsteps® (Versjon 3.74.0). Beaverton, Oregon: Winsteps.com. Hentet fra http://www.winsteps.com/

Martino, P. & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *The International Journal on Mathematics Education, 43*(4), 471-482. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6

McLeod, D. B. (1988). Affective Issues in Mathematical Problem Solving: Some Theoretical Considerations. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(2), 134-141. https://doi.org/10.2307/749407

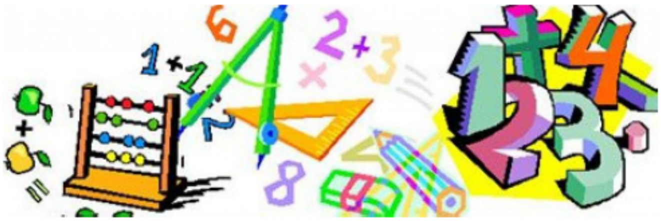
Mead, G. H. (1913). The Social Self. *The Journal of Philosophy, Psychology and Scientific Methods, 10*(14), 374-380. https://doi.org/10.2307/2012910
Papineau, D. (2009). *Filosofi for vår tid*. Oslo: Cappelen Damm.
Pepin, B. (2011). Pupils' attitudes towards mathematics: a comparative study of Norwegian and English secondary students.(Report). *ZDM, 43*(4), 535.
Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers’ beliefs and affect. I *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (bd. 1, s. 257-315).
Postholm, M. B., Dahl, T., Engvik, G., Fjørtoft, H., Irgens, E. J., Sandvik, L. V. & Wæge, K. (2013). *En Gavepakke til ungdomstrinnet? : en undersøkelse av piloten for den nasjonale satsingen på skolebasert kompetanseutvikling*. Trondheim: Akademika.
Sfard, A. & Prusak, A. (2005). Telling Identities: In Search of an Analytic Tool for Investigating Learning as a Culturally Shaped Activity. *Educational Researcher, 34*(4), 14-22. https://doi.org/10.3102/0013189X034004014
Sonne-Ragans, V. (2012). *Anvendt videnskabsteori : reflekteret teoribrug i videnskabelige opgaver*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.
Säljö, R. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk.
Thurstone, L. L. (1928). Attitudes Can Be Measured. *American Journal of Sociology, 33*(4), 529-554. https://doi.org/10.1086/214483
Thurstone, L. L. (1959). *The measurement of values*. Chicago: University of Chicago Press.
Utdanningsdirektoratet. (2015a). *Den generelle delen av læreplanen*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/generell-del-av-lareplanen/det-skapande-mennesket/
Utdanningsdirektoratet. (2015b). *Læreplan i matematikk fellesfag. Kompetansemål etter 10. årssteget* (MAT1-04). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget
Utdanningsdirektoratet. (2019). *Høringsforslag - Læreplan i matematikk fellesfag 1. - 10. trinn*. Hentet fra https://hoering.udir.no/Hoering/v2/343?notatId=686
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
Wenger, E. (1998). *Communities of practice : learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
Wolfe, E. W. & Smith, E. V., Jr. (2007a). Instrument development tools and activities for measure validation using Rasch models: part I - instrument development tools. *Journal of applied measurement, 8*(1), 97-123.
Wolfe, E. W. & Smith, E. V., Jr. (2007b). Instrument development tools and activities for measure validation using Rasch models: part II--validation activities. *Journal of applied measurement, 8*(2), 204-234.
Wright, B. D. (1977). Solving Measurement Problems with the Rasch Model. *Journal of Educational Measurement, 14*(2), 97-116. https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.1977.tb00031.x
Wright, B. D. & Stone, M. H. (1979). *Best Test Design*. Chicago, IL.: MESA Press.
Zan, R., Brown, L., Evans, J. & Hannula, M. S. (2006). Affect in Mathematics Education: An Introduction. *Educational Studies in Mathematics, 63*(2), 113-121. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9028-2
Zan, R. & Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: Overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast, 3*, 157-168.

Vedlegg

Vedlegg 1: Svarskjema A

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Hvordan jeg jobber med matematikk.



Før du starter:
- Ta deg tid til å lese hvert utsagn nøye
- Det er viktig at du svarer så ærlig som mulig og på alle utsagnene. Matematikklæreren din får ikke se svarene dine.
- Bruk blyant eller blå/svart penn
- Det er totalt 30 påstander

(1) Aldri, **(2)** Noen ganger, **(3)** Ofte, **(4)** Alltid, **(9)** Vet ikke

Når jeg lærer en ny formel, prøver jeg å forstå hvorfor den fungerer.	1	2	3	4	9
Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret.	1	2	3	4	9
Hvis jeg står fast med et matematisk problem, prøver jeg å se det for meg.	1	2	3	4	9
Jeg synes matematikk er gøy.	1	2	3	4	9
Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.	1	2	3	4	9
Matematiske ideer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å tenke i nye baner.	1	2	3	4	9
I matematikktimen er jeg flink til å finne frem bøker og utstyr jeg trenger.	1	2	3	4	9
Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.	1	2	3	4	9
Jeg synes jeg er flink i matematikk.	1	2	3	4	9
Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut hvorfor den ikke gjør det.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.	1	2	3	4	9

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer en ny regnemetode, tenker jeg på situasjoner der den ikke vil fungere.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når vi skal gjøre mange oppgaver i matematikktimen, prøver jeg å bli først ferdig.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg er interessert og følger med i matematikktimen.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fortsetter jeg å prøve.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en metode som fungerer bedre.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å lære mer om temaet.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg blir voksen kunne jeg godt tenke meg å ha en jobb der matematikk brukes mye.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg blir interessert når noen begynner å snakke om matematikk	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Ved gruppearbeid tar jeg gjerne jobben med å løse matematikkoppgavene.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg jobber med matematikk fordi jeg har lyst, ikke fordi læreren eller foreldrene mine sier det	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer en ny regnemetode, liker jeg å bli fortalt nøyaktig hva jeg skal gjøre.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, prøver jeg forskjellige metoder å løse den på.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg flere forskjellige måter å løse den på.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**

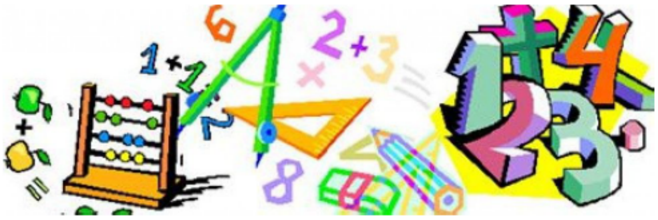
Takk for at du deltok i denne undersøkelsen.

(skjema A)

Vedlegg 2: Svarskjema B

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Hvordan jeg jobber med matematikk.



Før du starter:

- Ta deg tid til å lese hvert utsagn nøye
- Det er viktig at du svarer så ærlig som mulig og på alle utsagnene. Matematikklæreren din får ikke se svarene dine.
- Bruk blyant eller blå/svart penn
- Det er totalt 30 påstander

(1) Aldri, **(2)** Noen ganger, **(3)** Ofte, **(4)** Alltid, **(9)** Vet ikke

Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Hjemme snakker vi positivt om matematikk.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
I matematikktimen er jeg flink til å finne frem bøker og utstyr jeg trenger.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Matematiske ideer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å tenke i nye baner.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, prøver jeg forskjellige metoder å løse den på.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut hvorfor den ikke gjør det.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, tar jeg pauser for å tenke igjennom hva jeg gjør.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg synes jeg er flink i matematikk.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny regnemetode, tenker jeg på situasjoner der den ikke vil fungere.	1	2	3	4	9
Jeg er interessert og følger med i matematikktimen.	1	2	3	4	9
Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.	1	2	3	4	9
Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen	1	2	3	4	9
Når jeg blir voksen kunne jeg godt tenke meg å ha en jobb der matematikk brukes mye.	1	2	3	4	9
Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være riktig.	1	2	3	4	9
Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.	1	2	3	4	9
Når vi skal gjøre mange oppgaver i matematikktimen, prøver jeg å bli først ferdig.	1	2	3	4	9
Jeg synes matematikk er gøy.	1	2	3	4	9
Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny regnemetode, liker jeg å bli fortalt nøyaktig hva jeg skal gjøre.	1	2	3	4	9
Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret.	1	2	3	4	9
Hvis jeg glemmer en formel eller regnemetode, prøver jeg å komme frem til den på egen hånd.	1	2	3	4	9
Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen	1	2	3	4	9
Jeg jobber med matematikk fordi jeg har lyst, ikke fordi læreren eller foreldrene mine sier det	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny formel, prøver jeg å forstå hvorfor den fungerer.	1	2	3	4	9
Ved gruppearbeid tar jeg gjerne jobben med å løse matematikkoppgavene.	1	2	3	4	9
Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.	1	2	3	4	9

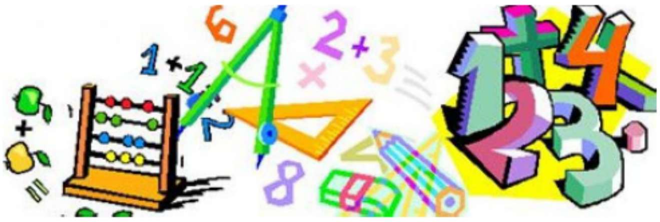
Takk for at du deltok i denne undersøkelsen.

(skjema B)

Vedlegg 3: Svarskjema C

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Hvordan jeg jobber med matematikk.



Før du starter:

- Ta deg tid til å lese hvert utsagn nøye
- Det er viktig at du svarer så ærlig som mulig og på alle utsagnene. Matematikklæreren din får ikke se svarene dine.
- Bruk blyant eller blå/svart penn
- Det er totalt 30 påstander

(**1**) Aldri, (**2**) Noen ganger, (**3**) Ofte, (**4**) Alltid, (**9**) Vet ikke

Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg flere forskjellige måter å løse den på.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å lære mer om temaet.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, tar jeg pauser for å tenke igjennom hva jeg gjør.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når vi skal gjøre mange oppgaver i matematikktimen, prøver jeg å bli først ferdig.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg er interessert og følger med i matematikktimen.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer en ny regnemetode, liker jeg å bli fortalt nøyaktig hva jeg skal gjøre.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fortsetter jeg å prøve.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**
Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen	**1**	**2**	**3**	**4**	**9**

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole	1	2	3	4	9
I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine	1	2	3	4	9
Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen	1	2	3	4	9
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, prøver jeg forskjellige metoder å løse den på.	1	2	3	4	9
Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.	1	2	3	4	9
Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.	1	2	3	4	9
Jeg prøver å knytte sammen nytt stoff jeg lærer med det jeg kan fra før.	1	2	3	4	9
Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.	1	2	3	4	9
Jeg blir interessert når noen begynner å snakke om matematikk	1	2	3	4	9
Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være riktig.	1	2	3	4	9
Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.	1	2	3	4	9
Hvis jeg glemmer en formel eller regnemetode, prøver jeg å komme frem til den på egen hånd.	1	2	3	4	9
Matematiske ideer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å tenke i nye baner.	1	2	3	4	9
Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut hvorfor den ikke gjør det.	1	2	3	4	9
Jeg gjenkjenner matematikk i andre fag også.	1	2	3	4	9
Når jeg blir voksen kunne jeg godt tenke meg å ha en jobb der matematikk brukes mye.	1	2	3	4	9
Ved gruppearbeid tar jeg gjerne jobben med å løse matematikkoppgavene.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en metode som fungerer bedre.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny formel, prøver jeg å forstå hvorfor den fungerer.	1	2	3	4	9

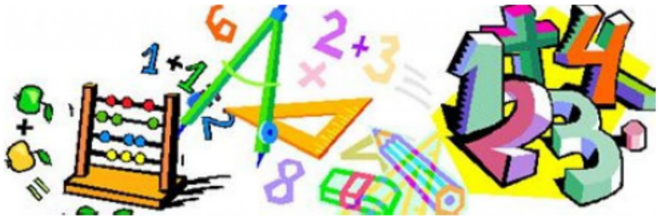
Takk for at du deltok i denne undersøkelsen.

(skjema C)

Vedlegg 4: Svarskjema D

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Hvordan jeg jobber med matematikk.



Før du starter:

- Ta deg tid til å lese hvert utsagn nøye
- Det er viktig at du svarer så ærlig som mulig og på alle utsagnene. Matematikklæreren din får ikke se svarene dine.
- Bruk blyant eller blå/svart penn
- Det er totalt 30 påstander

(1) Aldri, **(2)** Noen ganger, **(3)** Ofte, **(4)** Alltid, **(9)** Vet ikke

Jeg synes matematikk er gøy.	1	2	3	4	9
Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å lære mer om temaet.	1	2	3	4	9
I matematikktimen er jeg flink til å finne frem bøker og utstyr jeg trenger.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny regnemetode, liker jeg å bli fortalt nøyaktig hva jeg skal gjøre.	1	2	3	4	9
Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole	1	2	3	4	9
Når vi skal gjøre mange oppgaver i matematikktimen, prøver jeg å bli først ferdig.	1	2	3	4	9
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, tar jeg pauser for å tenke igjennom hva jeg gjør.	1	2	3	4	9
Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening.	1	2	3	4	9
Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.	1	2	3	4	9

Klasse:_____ Jente/Gutt:______

Jeg blir fornøyd når jeg har løst en matematikkoppgave uten hjelp fra andre.	1	2	3	4	9
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg flere forskjellige måter å løse den på.	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en metode som fungerer bedre.	1	2	3	4	9
Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.	1	2	3	4	9
Jeg jobber med matematikk fordi jeg har lyst, ikke fordi læreren eller foreldrene mine sier det	1	2	3	4	9
Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen	1	2	3	4	9
Matematiske ideer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å tenke i nye baner.	1	2	3	4	9
Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fortsetter jeg å prøve.	1	2	3	4	9
Jeg synes jeg er flink i matematikk.	1	2	3	4	9
Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.	1	2	3	4	9
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, prøver jeg forskjellige metoder å løse den på.	1	2	3	4	9
Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.	1	2	3	4	9
Jeg blir interessert når noen begynner å snakke om matematikk	1	2	3	4	9
Når jeg lærer en ny regnemetode, tenker jeg på situasjoner der den ikke vil fungere.	1	2	3	4	9
I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine	1	2	3	4	9
Hjemme snakker vi positivt om matematikk.	1	2	3	4	9
Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.	1	2	3	4	9
Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut hvorfor den ikke gjør det.	1	2	3	4	9
Hvis jeg står fast med et matematisk problem, prøver jeg å se det for meg.	1	2	3	4	9

Takk for at du deltok i denne undersøkelsen.
(skjema D)

Vedlegg 5: Alle 40 utsagn

Utsagn	**Nr.**
Jeg gjør mer matematikk enn det som forventes på skolen.	1
Når jeg lærer en ny regnemetode, prøver jeg å finne en metode som fungerer bedre.	2
Når jeg lærer en ny regnemetode, tenker jeg på situasjoner der den ikke vil fungere.	3
Jeg klarer ikke slutte å tenke på uløste matematiske problem.	4
Hvis jeg glemmer en formel eller regnemetode, prøver jeg å komme frem til den på egen hånd.	5
Jeg blir interessert når noen begynner å snakke om matematikk	6
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, lager jeg egne oppgaver.	7
Matematiske ideer som jeg hører om eller lærer om inspirerer meg til å tenke i nye baner.	8
Når jeg lærer en ny regnemetode, liker jeg å bli fortalt nøyaktig hva jeg skal gjøre.	9
Når jeg bruker en metode som ikke fungerer, prøver jeg å finne ut hvorfor den ikke gjør det.	10
Når jeg lærer en ny formel, prøver jeg å forstå hvorfor den fungerer.	11
Når jeg jobber med et matematisk bevis, studerer jeg det til det gir mening.	12
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, vurderer jeg flere forskjellige måter å løse den på.	13
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, prøver jeg forskjellige metoder å løse den på.	14
Når jeg lærer noe nytt i matematikk, gir det meg lyst til å lære mer om temaet.	15
Når jeg jobber med en matematikkoppgave, tar jeg pauser for å tenke igjennom hva jeg gjør.	16
Hvis jeg står fast med et matematisk problem, prøver jeg å se det for meg.	17
Jeg kan forklare hvorfor mine svar er korrekte.	18
Jeg prøver å knytte sammen nytt stoff jeg lærer med det jeg kan fra før.	19
Hvis jeg umiddelbart ikke forstår hva jeg skal gjøre, fortsetter jeg å prøve.	20
Jeg liker å ha god orden når jeg jobber med matematikk.	21
Når vi skal gjøre mange oppgaver i matematikktimen, prøver jeg å bli først ferdig.	22
Hjemme snakker vi positivt om matematikk.	23
Jeg synes matematikk er et av de viktigste fagene på skolen	24
Jeg ser nytten av å kunne matematikk i hverdagen	25
Når jeg blir voksen kunne jeg godt tenke meg å ha en jobb der matematikk brukes mye.	26
Jeg blir fornøyd når jeg har løst en matematikkoppgave uten hjelp fra andre.	27
Jeg jobber med matematikk fordi jeg har lyst, ikke fordi læreren eller foreldrene mine sier det	28
I friminuttene diskuterer jeg matematikk med vennene mine	29
Jeg liker å jobbe med matematikk i fritiden.	30
Jeg liker å jobbe med matematikk fra høyere trinn eller fra videregående skole	31
I matematikktimen er jeg flink til å finne frem bøker og utstyr jeg trenger.	32
Jeg kan forklare matematikk til venner dersom de står fast.	33
Jeg er interessert og følger med i matematikktimen.	34
Jeg gjenkjenner matematikk i andre fag også.	35
Ved gruppearbeid tar jeg gjerne jobben med å løse matematikkoppgavene.	36
Jeg viser utregninger og hvordan jeg har kommet frem til svaret.	37
Jeg dobbeltsjekker om svaret jeg kommer frem til kan være riktig.	38
Jeg synes jeg er flink i matematikk.	39
Jeg synes matematikk er gøy.	40

NTNU

Kunnskap for en bedre verden