

Linn Marte Norum

Elevers strategibruk ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke

Masteroppgave i matematikdidaktikk (1-7)

Veileder: Kristin Krogh Arnesen

Mai 2019

Linn Marte Norum

Elevers strategibruk ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke

Masteroppgave i matematikdidaktikk (1-7)
Veileder: Kristin Krogh Arnesen
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

 **NTNU**
Norwegian University of
Science and Technology

Sammendrag

Formålet med denne studien er å undersøke hvilke strategier 4. klassinger benytter seg av når de opererer med tidspunkt på den analoge og digitale klokka, og hvilke forskjeller det er i strategibruken for de to displaytypene. Målet for masteroppgaven er å skape et forslag til et rammeverk for strategier det kan forventes at barn bruker når de utfører beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke. Studien har et kvalitativt forskningsdesign og tar utgangspunkt i et sosialkonstruktivistisk læringssyn. Datainnsamlingen ble utført med seks elever fra 4. trinn. Metoden for datainnsamlingen var deltakende observasjon med bruk av oppklarings spørsmål og inngående spørsmål. Elevene skulle løse et oppgavesett bestående av oppgaver som involverte addisjon og subtraksjon av ulike tidsintervall fra tidspunkt vist på enten en analog eller digital klokke. Lydopptak og observasjonsnotater ble sammenfattet i en transkripsjon, som i ettertid ble brukt for å kunne utføre en mer nøyaktig fortolkning av elevenes strategier. Transkripsjonene ble analysert gjennom en kodings- og kategoriseringsprosess.

Gjennom analysen av datamaterialet kommer det fram at elevene oftest benyttet seg av ulike *backupstrategier*, selv om resultatene viser at *direkte retrieval* spilte en større rolle enn først antatt. De to vanligste strategiene var *kombinerer visernes nye posisjoner* og *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*. Et spesialtilfelle av sistnevnte strategi var *trinnvis økning fra et endret starttidspunkt* der den assosiative egenskapen for addisjon ble funnet. *Addisjon* og *subtraksjon* viste seg å være sentrale strategier siden oppgavene handler om å finne et fremtidig eller tidligere tidspunkt ved å addere eller subtrahere et antall minutter. *Kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* ble også brukt for subtraksjonsoppgavene, enten som hoved- eller delstrategier. Resultatene viser at elevene benyttet seg av forskjellige strategier for den analoge og digitale klokka, som skyldes en påvirkning av de to klokkenes struktur og den ulike måten de representerer tid på. Den digitale klokka fremkaller *numeriske strategier*, mens den analoge klokka fører til bruk av både *visuo-romlige* og *numeriske strategier*, samt bruk av en *blandet metode*. Med resultatene fra denne studien og tidligere forskning har jeg utviklet et rammeverk over strategier barn kan bruke når de opererer med tidspunkt på den analoge og digitale klokka.

Forord

Å produsere en masteroppgave har vært en lang og utfordrende prosess, men samtidig har det vært et spennende og svært lærerikt arbeid. I løpet av studietiden har jeg utviklet en stor interesse for matematikkfaget. Det ble derfor naturlig for meg å bygge videre på mine mangler for å gjøre meg bedre rustet som fremtidig matematikklærer. Jeg håper alt jeg har lært vil komme til nytte i mitt arbeid i skolen.

I prosessen med å skrive en masteroppgave har det vært godt med støttespillere rundt seg. Først og fremst vil jeg rette en stor takk til min veileder Kristin Krogh Arnesen for all den hjelpen jeg har fått underveis og for at du har holdt motet mitt oppe. Jeg vil også takke de seks flotte elevene på 4. trinn som deltok på dette masterprosjektet.

Videre vil jeg takke mine studievenninner for gode diskusjoner og avkobling gjennom timevis med kortspill. Det har vært godt å kunne dele både frustrasjon og glede med dere gjennom det toårige masterløpet.

Sist, men ikke minst, vil jeg takke min utrolige samboer Jens Petter. Takk for all den støtten og tålmodigheten du har gitt meg, og for forståelsen du har vist når masterskrivingen til tider har invadert hverdagen. Selv om jeg ikke alltid viser det, vet jeg hvor heldig jeg er!

Denne masteroppgaven markerer slutten på min masterutdanning og seks fantastiske år ved lærerutdanningen i Trondheim. Nå venter de første skrittene som lærer i grunnskolen.

Trondheim, mai 2019

Linn Marte Norum

Innholdsfortegnelse

| | |
|--|-----------|
| 1 Innledning | 1 |
| 1.1 Avgrensning og forskningsspørsmål | 2 |
| 1.2 Oppgavens oppbygning | 4 |
| 2 Teori..... | 7 |
| 2.1 Underliggende læringssyn | 7 |
| 2.2 Strategier for å lese av tidspunkt | 8 |
| 2.3 Strategier for å operere med tidspunkt..... | 11 |
| 2.4 Strategier for addisjon og subtraksjon | 14 |
| 3 Metode | 18 |
| 3.1 Kvalitativ forskningsmetode..... | 18 |
| 3.2 Deltakende observasjon | 19 |
| 3.3 Innsamling av datamateriale | 20 |
| 3.3.1 Valg av skole og elever..... | 20 |
| 3.3.2 Utforming av oppgavene | 21 |
| 3.3.3 Gjennomføring av oppgavene..... | 23 |
| 3.4 Analysearbeidet | 24 |
| 3.4.1 Datamaterialet..... | 24 |
| 3.4.2 Koding og kategorisering..... | 26 |
| 3.5 Studiens pålitelighet og gyldighet | 30 |
| 3.6 Metodekritikk | 31 |
| 3.7 Etske betraktninger | 32 |
| 4 Analyse av datamaterialet | 34 |
| 4.1 Strategiene for de analoge klokkeoppgavene | 35 |
| 4.2 Strategiene for de digitale klokkeoppgavene..... | 44 |
| 4.3 Forskjeller mellom strategiene for den analoge og digitale klokka..... | 53 |
| 5 Drøfting | 57 |
| 5.1 Rollen til retrievalstrategiene..... | 57 |
| 5.2 Strategier som kan bli brukt..... | 59 |
| 5.3 Didaktiske implikasjoner | 66 |
| 5.4 Metodedrøfting | 70 |

| | |
|---|-----------|
| 6 Avslutning | 72 |
| 6.1 Videre forskning | 73 |
| 7 Referanseliste | 76 |
| Vedlegg | 80 |
| Vedlegg 1: Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet | 80 |
| Vedlegg 2: Oppgavesettet..... | 83 |

1 Innledning

«Time is a vital structuring element in today's society» (Burny, Valcke & Desoete, 2009, s. 481). Slik jeg forstår dette sitatet bruker mennesker tid for å strukturere og koordinere sine handlinger for seg selv og med andre. Siden 1920-tallet har forskere studert barns tidsrelaterte begreper (Burny et al., 2009). Selv om tidsbegrepet kan knyttes til blant annet historie, arkeologi og geografi, forbindes det som regel med matematikkfaget. At tid blir studert fra flere perspektiver, fører til ulike definisjoner av begrepet. Burny et al. (2009, s. 481) definerer tid «as a component of a measuring system used to sequence events, to compare duration of events and the intervals between them». Tidsrelaterte kompetanser kan dermed betraktes som ferdigheter med å måle og registrere tidens gang og varighet.

I vårt samfunn er klokka den vanligste måten å måle tid på. Flere ganger om dagen bruker vi en analog eller digital klokke for å finne ut hva tiden er, altså leser vi av tidspunktet som blir representert ved hjelp av visere eller med tall. Det betyr at klokka blir et nødvendig redskap på daglig basis. Vi bruker ikke bare klokka for å identifisere et nåværende tidspunkt, men også for å finne et tidligere eller fremtidig tidspunkt. Da opererer man med tidspunkt ved å addere eller subtrahere et tidsintervall fra et tidspunkt som blir vist på den analoge eller digitale klokka. Å utføre beregninger med tidspunkt blir slik en relevant tidsrelatert ferdighet i dagens samfunn.

Blant all den forskningen som finnes om tid er det kun et begrenset antall studier som tar for seg kunnskap om klokka (Burny et al., 2009). Friedman og Laycock (1989) mener mangelen på forskning delvis skyldes en manglende evne til å skille kunnskap om klokka fra andre aspekter av tidskunnskap. Ifølge Friedman og Laycock (1989) er klokka sannsynligvis det minst studerte av de store symbolsystemene, selv om den har vist seg å være en såpass sentral del av vår hverdag. Med klokka som et symbolsystem mener jeg at den har egne standardenheter for tid, der enhetene for timer er gruppert i 12 eller 24, mens minuttene og sekundene er gruppert i 60 (Earnest, 2015). Klokkesystemet kan altså betraktes som en kontrast til titallsystemet som er underliggende for mye av matematikken i grunnskolen. I denne masteroppgaven vil jeg rette fokuset mot kunnskap om klokka.

Kunnskap om klokka består av en rekke ulike komponenter, inkludert det å lese av tidspunkt, forståelsen for tidsbegrepet og evnen til å operere med tidspunkt (Burny et al., 2009). Den første komponenten handler om å identifisere et tidspunkt, der forskning oftest tar for seg barns tidsavlesning av den analoge klokka (Siegler & McGilly, 1989; Williams, 2004). Den andre

komponenten dreier seg om når/hvor et gitt tidspunkt faller i løpet av en dag eller hvilke aktiviteter som typisk hender på de ulike tidspunktene (Friedman & Laycock, 1989). Sistnevnte komponent innebærer operasjoner med tidspunkt på klokka. På samme måte som tallforståelse er viktig for aritmetiske operasjoner, mener Friedman og Laycock (1989) at det å kunne bestemme hva klokka blir eller var for et antall minutter siden er en essensiell del av forståelsen for klokkesystemet. På grunn av begrensninger ved masterprosjektet og egen interesse, vil jeg i denne undersøkelsen studere barns arbeid med sistnevnte komponent, altså deres operasjoner med tidspunkt på den analoge og digitale klokka.

Jeg har gjennomført et systematisk søk etter forskning som omhandler beregninger med tidspunkt. Med tanke på relevant forskning innen dette temaet var resultatene fra litteratursøket svært begrenset, spesielt for de siste 20 årene. Det tyder på at interessen for å studere kunnskap om klokka har blitt mindre siden 1980-tallet. Forskningsfeltet som generelt tar for seg kunnskap om klokka er altså snevert. Friedman og Laycock (1989) er blant de få som har gjennomført en studie der de blant annet undersøker hvordan barn omdanner tidspunkt. Av den grunn mener jeg det er behov for å utvide forskningsfeltet ved å undersøke denne komponenten av kunnskap om klokka ytterligere.

1.1 Avgrensning og forskningsspørsmål

I løpet av lærerutdanningen har jeg utviklet et godt kjennskap til elevers strategier i de fire regneartene, samt ulike strategier for brøkgregning. Denne kunnskapen har jeg funnet nyttig gjennom mine timer som praksisstudent og vikar, siden det lar meg velge gode eksempler og oppgaver som fremmer oppdagelse og bruk av ulike strategier. Som lærere er vi dermed en god støtte for elevers utvikling av varierte strategier. Da vil jeg anta at en forutsetning er at vi selv har kunnskap om strategiene det kan forventes at elevene bruker. Ut fra et matematikdidaktisk perspektiv syns jeg derfor det er interessant å undersøke hvilke strategier elevene benytter seg av når de løser oppgaver som omhandler beregninger med tidspunkt, noe jeg ikke har like mye erfaring med og som det er utført begrenset med forskning på.

Målgruppen for prosjektet er elever ved 4. trinn. I læreplanen for matematikk står det at elevene skal kunne «nevne enkle klokkeslett» etter 2. trinn, «gjøre overslag over og måle» blant annet tid etter 4. trinn og «bruke tidspunkt og tidsintervaller i enkle beregninger» etter 7. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013). Jeg anså det som hensiktsmessig at elevene som deltok skulle være i en alder der de er i stand til å lese av tidspunkt på en analog og digital klokke, siden det kan betraktes som nødvendig for å finne det nye tidspunktet. For å øke sannsynligheten for et

varierte spekter av strategier valgte jeg ikke de eldste elevene siden de kan ha tilegnet eventuelle algoritmer. Av den grunn vil jeg anta at 4. klassinger er i begynnelsen av en læringsprosess der de allerede har noe erfaring med klokka uten at innlærte prosedyrer dominerer.

I dette prosjektet vil jeg altså undersøke hvordan 4. klassinger utfører beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokka. Det vil være interessant å se nærmere på hvordan den analoge og digitale klokka kan støtte elevene gjennom oppgaveløsningen eller påvirke deres strategier. Derfor vil jeg også studere forskjellene mellom strategiene som blir brukt for de to displaytypene. Målet for masteroppgaven er å skape et forslag til et rammeverk som kan bidra til at lærere får større innsikt i hvordan barn opererer med tidspunkt på den analoge og digitale klokka. På bakgrunn av tema og studiens mål har jeg formulert følgende forskningsspørsmål som utgangspunkt for mitt masterprosjekt.

- *Hvilke strategier benytter 4. klassingene seg av ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke, og hvilke forskjeller er det mellom strategiene som blir brukt for de to displaytypene?*

Jeg valgte en kvalitativ tilnærming til studien slik at jeg kunne undersøke hver enkelte elevs arbeid grundigere. For å besvare forskningsspørsmålet ble seks 4. klassinger bedt om å løse et oppgavesett med to deler som begge innebar beregninger med tidsintervaller og tidspunkt. Oppgavesettet for hver del viste enten en analog eller digital klokke, i form av en illustrasjon, og elevene skulle finne ut hva klokka blir eller var for et antall minutter siden. Gjennom deres arbeid med oppgavene studerte jeg hvordan de fant det nye tidspunktet og hvordan de støttet seg til hver displaytype. I denne masteroppgaven bruker jeg begrepet «display» for å referere til enten den analoge eller digitale representasjonen av tid. Jeg betraktet deltakende observasjon som en hensiktsmessig forskningsmetode da jeg kunne observere elevenes synlige handlinger og fikk muligheten til å stille dem oppfølgingsspørsmål om deres tenkning. En nærmere beskrivelse av oppgavene og metodene som er anvendt blir gitt i metodekapittelet.

Mens jeg studerer elevenes strategier under arbeidet med de analoge og digitale oppgavene, altså oppgaver med den analoge eller digitale klokka, er jeg også interessert i å se om det er noen sammenhenger mellom strategiene og oppgavene de ble brukt på. Selv om det ikke er et fokus gjennom prosjektet, mener jeg det vil gi nyttig informasjon til meg og andre lærere om hvilke oppgaver som typisk fremmer bruk av de ulike strategiene. Jeg vil ta for meg strategienes bruksområde i drøftingen av studiens didaktiske implikasjoner senere i masteroppgaven.

1.2 Oppgavens oppbygning

Masteroppgaven består av seks kapitler, inkludert dette. I det følgende vil jeg kort presentere hovedinnholdet i de påfølgende kapitlene.

I kapittel 2 redegjør jeg for relevante teorier og begreper som er med på å belyse og utdype studiens forskningsspørsmål. Først vil jeg ta for meg resultatene til Siegler og McGilly (1989) som undersøker barns strategier for å lese av tidspunkt på en analog klokke. Deretter vil jeg gjøre rede for Friedman og Laycock (1989) sin studie om elevers arbeid med «transformation tasks», altså oppgaver der elevene opererer med tidspunkt på en analog og digital klokke. Resultatene fra deres studie vil bli relevant for å besvare mitt forskningsspørsmål. Til slutt vil teori om addisjons- og subtraksjonsstrategier (Torbeys, De Smedt, Ghesquiére & Verschaffel, 2009a; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2014) bli presentert. Teorikapittelet inneholder det teoretiske grunnlaget som denne masteroppgaven bygger på.

I kapittel 3 vil jeg gjøre rede for forskningsdesignet i denne studien og begrunne de forskningsmetodene som er benyttet i masterprosjektet. Så vil jeg ta for meg min rolle som deltakende observatør, før jeg deretter redegjør for datainnsamlingsprosessen. Da vil jeg begrunne utformingen av oppgavene og beskrive gjennomføringen av datainnsamlingen, samt bruk av lydopptak og observasjonsnotater som innsamlingsmetode. Videre vil jeg beskrive analyseprosessen, altså hvordan datamaterialet er transkribert, kodet og kategorisert. Til slutt drøftes studiens troverdighet og pålitelighet, samt noen metodiske og etiske betraktninger.

I kapittel 4 presenteres resultatene fra analyseprosessen, der jeg har analysert elevenes arbeid på de ulike oppgavene ut fra deres verbale forklaringer og synlige handlinger. Først vil jeg beskrive strategiene elevene benyttet seg av på den analoge og digitale klokka med utgangspunkt i utdrag fra transkripsjonen. Deretter vil jeg gjøre rede for forskjellene mellom strategiene som ble brukt på de analoge og digitale oppgavene. Resultatene blir presentert i to tabeller, der den første gir en oversikt over strategiene 4. klassingene brukte og den andre viser forskjellene som ble funnet mellom strategiene for den analoge og digitale klokka.

I kapittel 5 drøftes sentrale funn fra analysen opp mot relevant teori fra kapittel 2. Først vil jeg diskutere de ulike strategiene elevene benyttet seg av. Målet med drøftingen er å komme fram til et forslag til et rammeverk for hvilke strategier det kan forventes at elever bruker når de utfører beregninger med tidspunkt. Da vil jeg ta for meg hvilken rolle *retrievalstrategier* spilte under oppgaveløsningen, før jeg videre diskuterer de ulike *backupstrategiene* som ble brukt. Deretter diskuteres forskjellene som ble funnet mellom strategiene for den analoge og digitale

klokka. Så vil jeg diskutere noen didaktiske refleksjoner knyttet til studiens resultater. Til slutt drøftes noen av de metodiske utfordringene for studien.

I det siste kapitlet oppsummeres studiens resultater og funn. Avslutningsvis vil jeg si noe om videre forskning innen temaet. Slik håper jeg min forskning kan være med på å berike min og andre læreres kompetanse om elevers strategier på oppgaver om beregninger med tidspunkt, samt føre til en større interesse og mer forskning omkring kunnskap om klokka.

2 Teori

I dette kapitlet vil jeg gjøre rede for det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for forskningsarbeidet. Først gis det en kort innføring i det konstruktivistiske læringssynet som er underliggende for denne studien. Tidsavlesning kan betraktes som sentralt i beregninger med tidspunkt siden man må identifisere det nye tidspunktet. Derfor vil jeg ta for meg resultatene til Siegler og McGilly (1989) som studerer barns strategier for å lese av tidspunkt på en analog klokke. Deretter følger en redegjørelse av Friedman og Laycock (1989) sin undersøkelse om barns arbeid på oppgaver som involverte operasjoner med tidspunkt på den analoge og digitale klokka. Til slutt vil jeg presentere relevant teori om addisjons- og subtraksjonsstrategier (Torbeyns et al., 2009a; Van de Walle et al., 2014) siden det å finne et tidligere eller fremtidig tidspunkt kan innebære addisjon eller subtraksjon av et antall minutter.

2.1 Underliggende læringssyn

Lerman (2000) beskriver hvordan forskningsfeltet for matematikdidaktikk har hatt et såkalt «social turn». Studier om epistemologi, ontologi og kunnskap fokuserte generelt på individuell kognisjon, men mot slutten av 1980-tallet dukket det opp litteratur om matematikk som tok de sosiale faktorene i betraktning (Lerman, 2000). Med utgangspunkt i mitt forskningsspørsmål og basert på at hovedlitteraturen fra studiens teoretiske rammeverk ble publisert i år 1989, plasseres min studie innenfor det konstruktivistiske paradigmet. Et konstruktivistisk læringssyn dreier seg om at individet selv konstruerer sin forståelse av omverdenen gjennom sine erfaringer (Creswell, 2014). Selv om Lerman (2000) forklarer at et skifte i forskningen tok plass på 1980-tallet betyr ikke det at det underliggende læringssynet fullstendig ignorerte de sosiale faktorene, men at hovedfokuset var på individets mentale prosesser.

Konstruktivismen er en retning det fins flere varianter av. Blant disse finner vi den sosiale konstruktivismen som tar utgangspunkt i at kunnskap blir konstruert gjennom sosial interaksjon basert på individers erfaringer (Creswell, 2014). I dette masterprosjektet skal jeg undersøke og analysere elevers strategibruk ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke. Da gir den sosialkonstruktivistiske epistemologien muligheten til å se på interaksjonen mellom meg og elevene som en kunnskapskilde. Selv om man ikke kan observere elevenes tenkning direkte, kan man altså gjennom observasjon av og samtale rundt elevenes mentale prosesser få indirekte tilgang. Videre kan det ses i sammenheng kognitiv psykologi som er opptatt av at det går an å trekke ut og forstå menneskers indre kognitive prosesser (Cobb, 2007), for eksempel

ved å studere hvordan de tenker for å løse en oppgave slik det kommer til uttrykk gjennom deres verbale forklaringer og synlige handlinger.

Piaget er en anerkjent konstruktivist som mente at kunnskap blir konstruert i individets hode, i det han kaller mentale strukturer (von Glaserfeld, 1995). Kunnskap konstrueres gjennom en prosess bestående av to delprosesser: assimilasjon og akkomodasjon (Fosnot & Perry, 2005). Assimilasjon handler om at man forsøker å forstå nye erfaringer i lys av allerede eksisterende strukturer for å skape en balanse mellom nye og gamle inntrykk (von Glaserfeld, 1995). Når man ikke kan assimilere de nye erfaringene blir det en ubalanse i de mentale strukturene. Da trer akkomodasjon i funksjon og innebærer at gamle strukturer blir modifisert og omorganisert på en slik måte at de nye erfaringene passer (von Glaserfeld, 1995). Det betyr at akkomodasjon fører til endringer i de mentale strukturene, noe som krever en reflekterende atferd (Fosnot & Perry, 2005). Når man konstruerer mentale forhold, som forskjeller og likheter mellom én eller flere objekter, dreier det seg om det Piaget kaller reflekterende abstraksjon (Kamii & Russell, 2012). Slik abstraksjon kan forklare koordineringen av hierarkiske enheter, som tiere og enere eller timer og minutter (Kamii & Russell, 2012). Reflekterende abstraksjon, og akkomodasjon, kan slik anses å være drivkraften i læringsprosessen (Fosnot & Perry, 2005).

2.2 Strategier for å lese av tidspunkt

Flere forskere forsøker å definere begrepet *strategi* og de fleste er enige om at det innebærer noen handlinger med det formål å løse en bestemt oppgave (Ostad, 2013). Siegler og Jenkins (1989) definerer begrepet på samme måte, men inkluderer alle handlinger som er ikke-obligatoriske og målrettet. Det betyr at man kan løse en bestemt oppgave ved å bruke ulike strategier som ikke involverer obligatoriske prosedyrer, altså handlinger som *må* anvendes. Goldman (1989) deler strategier inn i to hovedkategorier: *generelle* og *oppgavespesifikke strategier*. Generelle strategier betegnes ofte som metakognitive og involverer algoritmer, mens oppgavespesifikke strategier består av de alternative strategiene man har til disposisjon når en oppgave skal løses (Ostad, 2013). De oppgavespesifikke strategiene kan igjen deles inn i *retrievalstrategier* og *backupstrategier*. Uttrykkene «retrieval» og «backup» har vokst fram fra forskere som tenker at elevens matematikkunnskap er et lager av enheter (Ostad, 2013). Retrievalstrategier, eller *direkte retrieval*, kan betraktes som mentale strategier og kjennetegnes ved at eleven automatisk henter fram enheter fra sitt kunnskapslager slik at det kan virke som at eleven umiddelbart vet svaret (Ostad, 2013; Siegler & Jenkins, 1989). Backupstrategier kan defineres som enhver strategi som ikke er retrievalstrategier (Ostad, 2013).

I dette masterprosjektet vil jeg forstå elevenes strategier når de løser oppgaver knyttet til regning på den analoge og digitale klokka, og dermed vil strategibegrepene til Ostad (2013) og Siegler og Jenkins (1989) være relevant. De oppgavespesifikke strategiene vil være mest aktuelle siden elevene selv kan velge hvilke handlinger de vil gjennomføre for å løse oppgavene de blir presentert for.

Elever som utfører beregninger med tidspunkt på en analog eller digital klokke kan ofte benytte seg av flere handlinger, som vil si at de bruker mer enn én operasjon for å løse oppgaven (Friedman & Laycock, 1989). Slike beregninger kan involvere tidsavlesning, men lite er kjent om hvilke strategier som brukes for å lese av tidspunkt på den analoge klokka (Burny et al., 2009). Mennesker med mye erfaring med den analoge klokka kan lese av urskiven ved å hente ut mentalt lagrede tidsnavn for konfigurasjonen av viserne, altså kan de bruke direkte retrieval som avlesningsstrategi (Friedman & Laycock, 1989). I en ung alder kan det være utfordrende å skape assosiasjoner for alle tidspunktene, spesielt 1-minutts tidspunkt som er vanskeligere å lese nøyaktig (Siegler & McGilly, 1989). Da blir det behov for backupstrategier. Barn kan for eksempel identifisere timen ved å lese tallet som timeviseren peker på og deretter bestemme minuttverdien ved å telle med 5'ere fra 12-tallet på urskiven fram til minuttviserens posisjon (Friedman & Laycock, 1989). Siegler og McGilly (1989) forsøker med sin studie å spesifisere hvilke strategier barn bruker når de skal identifisere tidspunkt på en analog klokke.

I Siegler og McGilly (1989) sin undersøkelse ble barna som deltok presentert for tidspunkt på en analog klokke. En måte å dele inn tidspunkt på kan være timer, 5-minutters tidspunkt og 1-minutts tidspunkt, der 5-minutters tidspunktene igjen kan deles inn i halvtimer, kvarter og resterende 5-minutters tidspunkt (Siegler & McGilly, 1989). Tidspunktene som ble vist på den analoge klokka i deres studie ble valgt ut fra alle disse gruppene. Oppgavene barna fikk presenterte også like mange tidspunkt der minuttviseren pekte på den første halvdelen av urskiven (12-6) som den andre (6-12), mens timeverdien ble valgt tilfeldig. Barna ble bedt om å lese av tidspunktet og beskrive hvordan de gjorde det. Observasjoner av barnas synlige atferd, som at de pekte på ulike steder på urskiven eller bevegde på leppene, tydet på at de brukte flere ulike strategier for å lese av tidspunktene på den analoge klokka (Siegler & McGilly, 1989). Resultatene fra deres undersøkelse viste at for hver strategi så det ut til at barna først lokaliserte tallet som timeviseren hadde passert, slik at de kunne bestemme den riktige timen. Forskjellene mellom strategiene dukket opp i det barna gjorde for å bestemme antall minutter før eller etter timen. Siegler og McGilly (1989, s. 203-204) har klassifisert de fem følgende strategiene:

1. *Direkte retrieval*: Barna uttalte tidspunktet uten noen synlig atferd og sa at de bare «visste det ved å se det», noe som tyder på at de har hentet fram tidspunktet fra minnet.
2. *Telle fremover med 5'ere eller 5'ere og 1'ere fra timen*: Barna begynte fra timen og talte med 5'ere til de fant 5-minutters merket som minuttviseren pekte på, eller til de nådde 5-minutters merket før minuttviserens posisjon og fortsatte tellingen med 1'ere.
3. *Telle fremover med 1'ere fra timen*: Barna startet med å telle fra timen med 1'ere til de nådde minuttviserens posisjon.
4. *Telle fremover fra et tidligere 5-minutters merke*: Barna talte fremover fra et 5-minutters merke annet enn timen. De uttalte et antall minutter over timen som ble indikert av deres utgangspunkt og talte videre med 1'ere, 5'ere eller en kombinasjon til de nådde minuttviserens posisjon. Denne strategien involverer en kombinasjon av direkte retrieval og telling.
5. *Telle bakover fra et senere 5-minutters merke*: Barna begynte å telle fra et 5-minutters merke som var forbi posisjonen til minuttviseren og talte bakover med 1'ere, 5'ere eller en kombinasjon til de nådde minuttviserens posisjon.

Som man ser fra resultatene til Siegler og McGilly (1989) er det to strategier som utmerker seg ved lesing av analoge klokker, nemlig direkte retrieval knyttet til visernes konfigurasjoner (strategi 1) og telling (strategi 2-5). En faktor som kan påvirke hvilke avlesningsstrategier som blir brukt er det bestemte tidspunktet som skal identifiseres, altså hvilken gruppe tidspunktet tilhører (Friedman & Laycock, 1989; Siegler & McGilly, 1989). Forskning har vist at barn tilegner kunnskap om timer først, deretter halvtimer og andre 5-minutters tidspunkt og til slutt 1-minutts tidspunkt (Van de Walle et al., 2014). Det samme kan tolkes ut fra resultatene til Siegler og McGilly (1989) siden de fant at barna identifiserte timer og halvtimer enklere enn 5-minutters tidspunkt og at disse igjen var enklere enn 1-minutts tidspunkt.

Avlesning av analoge klokker involverer mer komplekse mentale prosesser enn for digitale klokker, siden det digitale displayet tillater en direkte lesing av tidspunktet (Burny et al., 2009). Den analoge urskiven består av romlige strukturer som kan brukes i tidsavlesning (Friedman & Laycock, 1989; Williams, 2004). For strategi 4 (Siegler & McGilly, 1989) talte barna fremover fra et annet 5-minutters merke enn fra timen. Barn kan for eksempel assosiere 15 minutter med 3-tallet på urskiven slik at de ikke har et behov for å telle med 1'ere eller 5'ere fra 12-tallet, men i stedet kan telle videre fra 3-tallet til minuttviserens posisjon. Ifølge Siegler og McGilly

(1989) innebærer slike assosiasjoner bruk av direkte retrieval. Slik telling er ikke nødvendig for den digitale klokka siden man bare kan lese av tallene som blir vist. Strategiene som blir brukt for å lese av tidspunkt på den analoge og digitale klokka vil være forskjellige på grunn av de ulike måtene de representerer tid på (Williams, 2004).

De romlige strukturene på den analoge klokka viser forholdet mellom et nåværende og et tidligere eller fremtidig tidspunkt visuelt (Williams, 2004). Når klokka viser 10 minutter på 9 kan man ut fra visernes posisjoner se at den nesten er 9. Det digitale displayet relaterer ikke tidspunkt på en slik måte (Williams, 2004) siden tidspunktet 8:50 ikke viser at klokka nesten er 9:00, med mindre man vet at det er 60 minutter i 1 time, at 50 minutter er nært 60 og at 10 minutter ikke er lenge. Det som er omtalt over kan ses i sammenheng med de to måtene å uttrykke tid på: *absolutt* og *relativt* (Williams, 2004). Absolutte tidsuttrykk har en numerisk form der et tall for timer blir etterfulgt av et tall for minutter, som «8:15» (Burny et al., 2009; Williams, 2004). Ved å lese direkte av et digitalt display får man et absolutt uttrykk. Å lese av absolutt tid på en analog klokke innebærer flere operasjoner, der man først må identifisere visernes posisjoner, lese av deres verdier for så å kombinere dem (Williams, 2004). Relative tidsuttrykk dreier seg om å uttrykke tidspunktene som et forhold mellom et timebasert referansetidspunkt og minuttene, som «fem over 2» (Burny et al., 2009; Williams, 2004). På samme måte som absolutte tidsuttrykk kan betraktes som naturlig for avlesning av den digitale klokka, blir relative tidsuttrykk oftest knyttet til den analoge klokka på grunn av urskivens romlige strukturer som støtter forholdet mellom ulike tidspunkt.

2.3 Strategier for å operere med tidspunkt

Friedman og Laycock (1989) peker på behovet for ulike strategier når man utfører beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokka, sett bort fra avlesningsstrategiene. For slike oppgaver vil retrievalstrategier spille en mindre rolle siden det er et stort antall mulige tidspunkt og tidsintervaller som kan adderes eller subtraheres (Friedman & Laycock, 1989). At barn har forhåndslagrede svar i minnet kan altså være utfordrende. Oppgaver der man må addere eller subtrahere 30 minutter fra en hel eller halv time kan likevel oppstå ofte nok til at svaret etter hvert kan hentes fram automatisk eller at man lærer å anvende sin kunnskap om halvering (Friedman & Laycock, 1989). Det betyr at barn kan hente fram flere svar fra minnet etter hvert som de får mer erfaring med å løse slike oppgaver. Uansett vil behovet for backupstrategier være stor for de fleste oppgavene som involverer å addere eller subtrahere et tidsintervall fra et presentert tidspunkt.

I studien til Friedman og Laycock (1989) undersøkte de 1.-5. klassingers evne «to transform time», altså til å endre tidspunktet som blir vist på en klokke ved å addere eller subtrahere et antall minutter. Barna som deltok ble presentert for tre typer oppgaver, der resultatene fra de to siste oppgavene er mest relevant for denne masteroppgaven. Disse to oppgavene var såkalte «transformation tasks» hvor barna skulle utføre beregninger med tidspunkt. I den første oppgaven ble de bedt om å identifisere et tidspunkt på en analog eller digital klokke etter 30 minutter, der starttidspunktet var X:30, X:50 eller X:23. For å skille strategiene for å operere med tidspunkt fra avlesningsstrategiene, ble tidspunktet sagt høyt for barna. Den andre oppgaven var valgfri og involverte addisjon og subtraksjon av 30 minutter fra et vist tidspunkt. Formålet med denne oppgaven var å finne ut hvilke forskjeller det var mellom strategiene som ble brukt for den analoge og digitale klokka. Friedman og Laycock (1989) mente at den analoge klokka kunne føre til forestilte bevegelser av minuttviseren, mens en digital klokke kunne fremkalle numerisk addisjon og subtraksjon. Det er likevel ikke selvsagt at det er sånn siden mennesker med mye erfaring med den analoge klokka mentalt kan bevege viserne for å operere med tidspunkt som er presentert digitalt (Friedman & Laycock, 1989). Friedman og Laycock (1989) studerte altså hvilke strategier barna brukte for å operere med tidspunkt, samt hvilke forskjeller det var mellom den analoge og digitale klokka.

Gjennom arbeidet med den første oppgaven, som innebar addisjon av 30 minutter til ulike tidspunkt på en analog og digital klokke, fant Friedman og Laycock (1989) at barna brukte flere ulike prosesser. Det vil si at strategiene som ble brukt for å løse oppgavene så ut til å involvere mer enn én operasjon. Barnas strategier ble tildelt en av seks kategorier (Friedman & Laycock, 1989, s. 363). De seks kategoriene for den analoge klokka var: *visste bare*, *telling med 5'ere eller 10'ere*, *addisjon*, *fullføre timen*, *bevegelse av minuttviseren* og *ikke noe svar eller annet*. For den digitale klokka fant de følgende kategorier: *visste bare*, *telling med 5'ere eller 10'ere*, *addisjon*, *fullføre timen*, *analog referanse* og *ikke noe svar eller annet*. Kategorien *visste bare* indikerte bruk av direkte retrieval og var vanlig for addisjon av 30 minutter til et X:30-tidspunkt, men mindre vanlig for X:50-tidspunkt (Friedman & Laycock, 1989). På de digitale oppgavene ble strategien *analog referanse* brukt, som innebar at barna refererte til en analog urskive når de forklarte sin strategi (Friedman & Laycock, 1989). På den analoge klokka kunne barna bruke en 180 graders bevegelse av minuttviseren, altså halvering av urskiven. 5-minutters merkene langs urskiven var også en støtte når barna talte med 5'ere eller 10'ere. *Telling* og *addisjon* var de vanligste strategiene for både de analoge og digitale oppgavene, men *telling* ble foretrukket på den analoge klokka og *addisjon* for den digitale (Friedman & Laycock, 1989).

Den valgfrie oppgaven i Friedman og Laycock (1989) sin undersøkelse ble gjennomført for å finne ut om man kan differensiere mellom strategiene for den analoge og digitale klokka. For denne oppgaven ble strategiene tildelt en av tolv kategorier (Friedman & Laycock, 1989, s. 364). Tre av kategoriene var numeriske operasjoner, som addisjon, subtraksjon og telling, og tre involverte operasjoner på urskiven. De seks resterende kategoriene var en kombinasjon av numeriske operasjoner og operasjoner på urskiven. Friedman og Laycock (1989) fant det vanskelig å bestemme om tellestrategien var rent numerisk eller om barna fulgte merkene rundt urskiven. Den numeriske kategorien inkluderer dermed delvis bruk av operasjoner på urskiven, mens kombinasjonskategorien involverer mer fullstendig telling av 5-minutters merkene (Friedman & Laycock, 1989). Resultatene viser at barna hovedsakelig benyttet numeriske strategier på den digitale klokka og at omtrent en tiendedel av strategiene involverte en form for forestilt urskive (Friedman & Laycock, 1989). For de analoge oppgavene var numeriske nokså vanlige, men omtrent halvparten av besvarelsene ble regnet som kombinasjonsstrategier (Friedman & Laycock, 1989). I likhet med den digitale klokka var det omtrent bare en tiendedel av strategiene som utgjorde bruk av urskiven (Friedman & Laycock, 1989). Funnene fra deres forskning viser altså at strategiene ofte var forskjellige for de analoge og digitale oppgavene. Dette funnet støtter hypotesen deres om at den analoge klokka hovedsakelig fremkaller bruk av forestilte bevegelser av minuttviseren og andre operasjoner på urskiven, men det digitale displayet fremmer numeriske operasjoner som addisjon og subtraksjon.

Forskjellene mellom strategiene som ble brukt på den analoge og digitale klokka, skyldes en påvirkning av displaytypenes ulike representasjoner av tid (Friedman & Laycock, 1989). Den digitale klokka representerer tidspunkt med numeriske verdier for timer og minutter separert av et kolon (Williams, 2004), som betyr at den har en numerisk struktur. Ifølge Mulligan og Mitchelmore (2013) er grupperinger en essensiell del av en numerisk struktur. Det digitale displayet bygger i seg selv på ideen om grupperinger ved at minuttene omgrupperes til 1 time når antall minutter blir 60. Verdien for timene på venstre side av kolonet kan dermed sies å være en gruppering av minuttene og verdien på høyre side viser de minuttene som ikke er nok til en ny gruppe. Ifølge Friedman og Laycock (1989) kan tilstedeværelsen av det digitale displayet på de digitale oppgavene ha ført til bruk av numeriske operasjoner som addisjon og subtraksjon, trolig på grunn av dets numeriske struktur.

Den analoge urskiven består av en romlig struktur siden den representerer tid reflektert på en tallinje med 1- og 5-minutters merker (Earnest, 2015). Denne representasjonen gjør det mulig å betrakte tidsintervaller som avstander fra 12-tallet (Earnest, 2015), som også gjenspeiles i

urskivens oppdeling i halv- og fjerdedeler (Burny et al., 2009). Tallene 3, 6, 9 og 12 på urskiven kan assosieres med timer eller med 15, 30, 45 og 60 minutter (Williams, 2004) som tilsvarer fjerdedeler av, halve eller hele urskiven. For å være i stand til å nyttiggjøre seg av den analoge urskivens strukturer blir *romforståelse* sentralt (van Nes & van Eerde, 2010). Det dreier seg om å utvikle en bevissthet om de romlige strukturene, for eksempel at klokka består av 5-minutters merker i en rekkefølge fra 1- til 12-tallet (Mulligan & Mitchelmore, 2013). Romforståelse innebærer blant annet *romlig visualisering* som handler om å kunne se for seg objekter og å kunne manipulere og «flytte på» deler av eller hele representasjonen mentalt (van Nes & van Eerde, 2010). For å forestille seg bevegelser av minuttviseren må man visualisere dens bevegelse på urskiven. En bevissthet om strukturer kan dreie seg om å dele opp et objekt i mindre deler og forsøke å forstå forholdet mellom de ulike delene (Mulligan & Mitchelmore, 2013). Urskivens oppdeling tillater oss å visualisere forholdet mellom et nåværende tidspunkt og et tidligere eller fremtidig tidspunkt (Williams, 2004). Det betyr at man kan finne et tidspunkt etter 30 minutter ved å halvere urskiven, en avstand som tilsvarer 30 minutter.

Studien til Friedman og Laycock (1989) viser at beregninger med tidspunkt på den analoge klokka innebærer bruk av de visuelle, romlige egenskapene på urskiven, som forestilte bevegelser av minuttviseren eller telling av 5-minutters merkene. Derfor kan man anta at visuo-romlige strategier blir sentralt, men det er lite forskning som studerer dette aspektet (Burny et al., 2009). Det visuo-romlige aspektet blir hovedsakelig diskutert i forskningslitteratur som omhandler tegninger av klokka (f.eks. Mulligan & Mitchelmore, 2013). Det trengs altså mer forskning for å bestemme hvilken rolle de visuo-romlige egenskapene har for beregninger med tidspunkt på den analoge klokka.

2.4 Strategier for addisjon og subtraksjon

Oppgaver som involverer beregninger med tidspunkt viser seg å kunne løses gjennom en kombinasjon av tidsavlesning og aritmetiske regneoperasjoner (Williams, 2004). Siden oppgavene i dette masterprosjektet handler om å finne et tidligere eller fremtidig tidspunkt, kan ulike addisjons- og subtraksjonsstrategier bli sentralt for å løse oppgavene. Det finnes en rekke måter å dele addisjons- og subtraksjonsstrategier inn på. Tidligere forskning viser generelt at en slik inndeling kan være: *dekomponering*, *sekvensielle strategier* og *kompensasjon* (Van de Walle et al., 2014; Torbeyns et al., 2009a).

Dekomponering er en nyttig strategi for alle regneoperasjoner og er basert på at tall er satt sammen av tiere og enere (Van de Walle et al., 2014). Denne strategien dreier seg om at man

kan splitte tallene i et regnestykke i tiere og enere, addere eller subtrahere dem separat og til slutt kombineres tierne og enerne igjen: $13+26 = (10+20) + (3+6) = 30+9 = 39$. Sekvensielle strategier går ut på at ett av tallene i regnestykket forblir helt, mens det andre tallet blir splittet. Da kan tierne og enerne i det andre tallet behandles sekvensielt ved at delene blir addert til eller subtrahert fra det første tallet (Torbeys et al., 2009a). Det betyr at man gjør en trinnvis økning eller nedgang for å finne det endelige svaret ved å gradvis arbeide seg videre fra det ene tallet (Thompson, 2000). Ved bruk av sekvensielle strategier skaper man «snille» tall, for eksempel ved å addere eller subtrahere til nærmeste multiplum av 10 som kan ses i sammenheng med *bridging up and down through ten* (Thompson, 2000). For addisjonsproblemet $16+12$ kan man utføre en trinnvis økning ved å krysse 10 på følgende måte: $16+4=20$, $20+8=28$. Å krysse 10 kan slik bli brukt for å håndtere de vanskeligere delene av beregningen (Thompson, 2000). Forskjellen mellom *dekomponering* og *sekvensering* er at man i førstnevnte strategi deler opp begge tallene, mens man i sistnevnte kun deler opp ett av tallene.

Den siste strategitypen, *kompensasjon*, innebærer at man adderer eller subtraherer et tall som er større enn det tallet som er spesifisert i oppgaven, vanligvis nærmeste multiplum av 10 (Thompson, 2000). Det fører til at svaret må modifieres etterpå ved å kompensere for den ekstra delen som er addert eller subtrahert. For regnestykket $38+14$ kan man addere et tall til 38 for å komme til den nærmeste tieren, som i dette tilfellet blir 40, og regner ut $40+14=54$. Da har man addert 2 for mye slik at man må kompensere for det ved å subtrahere 2. Selv om kompensasjonsstrategien kan anses å være mest hensiktsmessig for problemer der minst ett av tallene i regnestykket ender på 8 eller 9, kan det også bli brukt der tallene ender på noe annet, som $45+23 = 45+30-7$ (Torbeys et al., 2009b). Det er mindre effektivt å løse slike problemer med kompensasjon siden det blir en større differanse mellom heltallet og neste multiplum av 10, og derfor mer å kompensere for (Torbeys et al., 2009b). I Torbeys et al. (2009b) sin studie fant de at barna ikke tok hensyn til sifrene som var involvert, men heller om operasjonen for oppgaven var addisjon eller subtraksjon. Resultatene deres viser at kompensasjon oftere ble anvendt for subtraksjonsproblemer enn for addisjon. Kompensasjon innebærer fleksible tilpasninger av tallene i regnestykket, men Torbeys et al. (2009b) sine funn viser også hvordan tilpasningene blir påvirket av regneoperasjonen for oppgaven.

Generelt sett kan man altså skille mellom tre typer addisjons- og subtraksjonsstrategier som alle er fleksible og som utføres på grunnlag av ens forståelse for tallrelasjoner og egenskaper ved den aritmetiske regneoperasjonen (Thompson, 2000). En egenskap ved addisjon er den assosiative loven som handler om at man kan addere hvilken som helst to tall først i addisjon

av tre eller flere tall (Van de Walle et al., 2014). I tillegg til disse tre strategitypene har man standardalgoritmer som bygger på ideen om omgruppering, der man kan bytte én tier for ti enere (Van de Walle et al., 2014). Ved bruk av en algoritmisk tilnærming for beregninger med tidspunkt krever det i stedet kunnskap om at man kan bytte 1 time for 60 minutter (Kamii & Russell, 2012).

3 Metode

I metodekapittelet redegjøres det for valgene jeg har gjort i forkant, underveis og i etterkant av innhenting av datamaterialet. Jeg vil begynne med å begrunne hvorfor jeg har valgt en kvalitativ forskningsmetode for min studie før jeg videre beskriver metoden som ble brukt for å samle inn datamaterialet og konteksten for datainnsamlingen. Deretter redegjør jeg for hvilket datamateriale som er samlet inn og hvordan det er bearbeidet gjennom koding og kategorisering som analysemetode. Avslutningsvis vil jeg diskutere studiens pålitelighet og gyldighet, metodekritikk, samt noen etiske betraktninger.

3.1 Kvalitativ forskningsmetode

Ifølge Johannessen, Tufte og Christoffersen (2010) er en kvalitativ forskningsmetode hensiktsmessig om man undersøker fenomener som ikke er særlig godt kjent og som man ønsker å forstå grundigere. Som nevnt innledningsvis for masteroppgaven er det begrenset med forskning som tar for seg strategiene elevene bruker når de opererer med tidspunkt på en analog og digital klokke. Derfor var en kvalitativ metode egnet for mitt masterprosjekt. Flere forskere forsøker å definere denne forskningsmetoden og forklare hva den innebærer (Cohen, Manion & Morrison, 2011). De fleste er enige om at det å forske kvalitativ innebærer å forstå deltakernes perspektiver. Da er det ofte få personer som deltar slik at forskeren kan gå i dybden på deres svar (Johannessen et al., 2010). Med en kvalitativ forskningsmetode kunne jeg undersøke en liten gruppe elevs strategier ved å gå i dybden på deres besvarelser for å bedre forstå hva de hadde tenkt og gjort. Postholm (2010) forklarer at den kvalitative forskerens mål er å danne seg et helhetlig bilde av deltakernes perspektiver i temaet som studeres. Gjennom oppgaveløsning, observasjon og samtale studerte jeg det elevene sa og gjorde, og kunne på den måten få et mer helhetlig bilde av strategiene de benyttet seg av.

Med konstruktivismen som underliggende læringssyn forsøker forskeren å forstå et fenomen fra deltakernes perspektiver slik det kommer til uttrykk gjennom deres verbale forklaringer og synlige atferd. Konstruktivismen tar utgangspunkt i at mennesker selv konstruerer sin forståelse fra egne erfaringer og at deres kunnskap er basert på fortolkninger om verden (Madsbu, 2011). Gjennom sosial interaksjon kan man få indirekte tilgang til andres tenkning og deres fortolkninger, men det innebærer at man selv må fortolke informasjonen som blir gitt. I forskningsprosessen tar forskeren med seg deltakernes fortolkninger for videre analyse der forskeren gjør sin egen fortolkning (Madsbu, 2011).

Forskeren har altså en fortolkende rolle som betyr at den kvalitative forskeren selv kan anses å være det viktigste instrumentet (Postholm, 2010). Både Postholm (2010) og Nilssen (2012) skriver at man som forsker har med seg antagelser og forutsetninger inn i forskningsprosessen, noe som har betydning for hvordan forskeren tolker situasjoner i studien. Jeg har som nevnt innledningsvis lite erfaring med temaet som studeres i denne masteroppgaven. For at jeg skal forstå det som studeres, må jeg forstå det med bakgrunn i noe. Derfor satte jeg meg inn i tidligere forskning på området før jeg begynte datainnsamlingen. Den teoretiske forutsetningen påvirket hvordan jeg forsto situasjoner som ble observert i felten, men også min forståelse i etterkant av innsamlingen. Som forsker er det viktig å være bevisst på at man forstår elevene ut fra sitt teoretiske ståsted og at forforståelsen påvirker hele forskningsprosessen (Nilssen, 2012; Postholm, 2010). Min teoretiske bakgrunn er preget av det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for denne studien og har dermed farget de fortolkningene som er gjort gjennom forskningsarbeidet.

3.2 Deltakende observasjon

For å besvare det valgte forskningsspørsmålet ble det naturlig å snakke med elevene om hva de tenkte og observere deres synlige handlinger. Hammersley og Atkinson (1996) beskriver tre hovedtyper observasjon: fullstendig observasjon, deltakende observasjon og fullstendig deltakelse. I fullstendig observasjon deltar ikke forskeren i observasjonssituasjonen i motsetning til fullstendig deltakelse der forskeren deltar på lik linje med de andre deltakerne i studien (Hammersley & Atkinson, 1996). Ifølge Fangen (2010) er et overordnet formål med deltakende observasjon å kunne beskrive hva deltakerne sier og gjør. Jeg anså derfor denne forskningsmetoden som mest egnet for min studie siden jeg hadde et behov for å forstå elevenes utsagn og handlinger for å kunne besvare forskningsspørsmålet på en god måte. En deltakende observatør involverer seg i samhandling med deltakerne og på samme tid iakttar man hva de foretar seg (Fangen, 2010). Forskeren kan engasjere seg i aktivitetene sammen med elevene gjennom observasjon, samtale og spørsmål (Cohen et al., 2011). Denne beskrivelsen samsvarer godt med metoden og rollen jeg påtok meg under datainnsamlingsprosessen da jeg lyttet til elevene, observerte det de gjorde og stilte spørsmål til det som ble sagt og gjort.

Med rollen som deltakende observatør fikk jeg muligheten til å stille spørsmål til elevenes forklaringer og synlige handlinger. Postholm og Jacobsen (2018) beskriver ulike typer spørsmål som hjelper forskeren med å forstå hva som skjer i forskningssituasjonen og som brukes for å oppnå dybde i deltakernes svar. Jeg ønsker å gi en beskrivelse av de de kaller inngående

spørsmål og oppklarings spørsmål siden det hovedsakelig var disse typene som ble brukt gjennom datainnsamlingen. Inngående spørsmål hjelper forskeren å videreutvikle samtalen samtidig som det bidrar til å utdype det som blir sagt (Postholm & Jacobsen, 2018). Slike spørsmål kan være «Kan du si mer om det?», «Kan du forklare hvorfor du gjorde dette», osv. Disse spørsmålene stilte jeg elevene underveis for å oppfordre dem til å gi ytterligere forklaringer eller utdype det de sa og meningen med det de gjorde. Oppklarings spørsmål oppklarer det som blir sagt eller gjort ved at man stiller spørsmål som «Forstår jeg deg rett når du sier...?» eller «Betyr det at du mener...?» (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne typen spørsmål ble stilt for å dobbeltsjekke at jeg hadde forstått deltakerne, og på den måten kunne jeg legge fram mine tolkninger slik at deltakerne selv fikk bekrefte eller avkrefte dem. At elevene fikk en slik mulighet var med på å sikre studiens kvalitet, noe jeg kommer tilbake til senere i kapittelet. Ved å observere, samtale og stille spørsmål til elevene fikk jeg et større innblikk i deres tenkning og dermed en bedre forståelse for deres strategier.

3.3 Innsamling av datamateriale

Siden kvalitativ forskning kjennetegnes ved at innsamlingen av datamaterialet skjer med et begrenset antall personer, vil jeg i det følgende si noe om hvordan utvelgelsen av skole og elever foregikk. Deretter begrunnes det for oppgavens utforming før jeg videre beskriver gjennomføringen av datainnsamlingen med oppgavene.

3.3.1 Valg av skole og elever

Datainnsamlingen til denne masteroppgaven ble gjennomført med seks elever på 4. trinn ved en offentlig byskole i Midt-Norge. Skolen og elevene er anonymisert av etiske hensyn. Skolen ble valgt av to grunner. Den første grunnen var at jeg har kjennskap til skolen jeg gjennomførte prosjektet på, med gode kontakter blant de ansatte. Den andre grunnen var at jeg ønsket fleksibel tilgang til elevene siden jeg trengte flere dager for å samle inn data og i tilfelle spørsmål skulle dukke opp i løpet av analysen av det innsamlede datamaterialet. Jeg anså det derfor som hensiktsmessig å velge en skole i mitt nærmiljø slik at jeg kunne komme på besøk ved behov.

Forskeren må ta stilling til utvalgsstørrelse og utvalgsstrategier, altså hvilke kriterier som ligger til grunn for utvelgelsesprosessen (Johannessen et al., 2010). Antall deltakere vil være avhengig av faktorer som hensikten med studien, egenskaper ved de det forskes på og tiden som er satt til rådighet for studien (Cohen et al., 2011). Valg av størrelsen på utvalget ble foretatt på bakgrunn av to aspekter. For det første vurderte jeg hvor mange deltakere som måtte til for å få et bredere svar på forskningsspørsmålet, altså ønsket jeg et utvalg som kunne fremme variasjon

i strategibruken. For det andre var det viktig at jeg hadde kapasitet nok til å håndtere og bearbeide datamaterialet med tanke på tiden jeg hadde til rådighet. Dermed valgte jeg et utvalg på seks elever, men var fleksibel om det skulle bli behov for en større mengde datamateriale. De seks elevene har fått pseudonymer i alfabetisk rekkefølge der «A» viser til den første deltakeren og «F» betegner den siste som deltok. Kjønn er bevart i anonymiseringen og pseudonymene er som følger: Anders, Brage, Cecilie, Dina, Emil og Frida.

Jeg fikk inn et begrenset antall svarslipper fra foresatte som samtykket til barnas deltakelse og måtte derfor velge de elevene som var tilgjengelige. Denne utvalgsstrategien kalles *convenience sampling*, der forskeren velger de personene som er tilgjengelige og som man har tilgang til (Cohen et al., 2011). Det ble likevel forsøkt å velge ut elever som kunne være i stand til å løse de gitte oppgavene slik at jeg kunne studere deres strategier. Ifølge elevenes matematikklærer hadde ikke elevene arbeidet mye med beregninger med tidspunkt og de var dermed ikke vant til slike typer oppgaver. Siden beregninger med tidspunkt involverer tidsavlesning (Friedman & Laycock, 1989; Williams, 2004) ble det lagt til grunn at elevene først og fremst måtte kunne lese av tid på den analoge og digitale klokka. I samarbeid med matematikklæreren ble det valgt ut elever vi mente kunne løse oppgavene. For denne studien var det altså en nokså tilfeldig utvelgelse avhengig av elevene som var tilgjengelige da jeg kom på skolen for å gjennomføre datainnsamlingen, selv om det ble tatt hensyn til deres prestasjoner i tidsavlesning.

I kvalitative studier velger forskere ofte ut én eller flere demografiske faktorer, som alder, kjønn, osv., og bestemmer seg for å studere personer med disse egenskapene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det vil si at det ikke er helt tilfeldig hvilke elever som har deltatt, siden det var et kriterium at de måtte være elever ved 4. trinn siden det var målgruppen jeg ønsket å studere strategiene til.

3.3.2 Utforming av oppgavene

Elevene ble presentert for et oppgavesett med to deler som er presentert i vedlegg 2. Den ene delen involverer oppgaver med en analog klokke, mens den andre er med den digitale klokka. Oppgavene handler om å finne et tidligere eller fremtidig tidspunkt. Hver del av oppgavesettet består av åtte oppgaver, der den underliggende regneoperasjonen for halvparten av oppgavene er addisjon og for den andre halvdel er det subtraksjon. På grunn av den underliggende operasjonen kan man si at elevene skal addere eller subtrahere et tidsintervall, altså et antall minutter, fra et gitt tidspunkt. Videre begrunnes valgene som er tatt om utformingen av oppgavene.

For hver oppgave ble elevene presentert for en illustrasjon av en analog eller digital klokke. De analoge oppgavene består av en illustrasjon av en urskive med 5-minutters merker med tilhørende tall og en time- og minuttviser, samt merker for hvert enkelte minutt. De digitale oppgavene viser to tall separert av et kolon rammet inn i et rektangel. Elevene hadde ikke tilgang til konkrete klokker, fordi jeg ikke ønsket at det skulle påvirke strategiene de brukte. Da kunne jeg undersøke strategiene elevene benyttet seg av når de opererte med tidspunkt på en mer hverdagslig måte, hvor man oftest ikke har mulighet til å fysisk flytte viserne på den analoge klokka eller endre tallene på det digitale displayet. For hver oppgave er det altså en illustrasjon av enten en analog eller digital klokke som representerer oppgavens starttidspunkt.

Tidspunktene for oppgavene er inspirert av Siegler og McGilly (1989) som undersøkte elevers avlesningsstrategier på den analoge klokka. I deres studie har de som nevnt i teorikapittelet valgt ut tidspunkt fra alle de fem gruppene, nemlig timer, halvtimer, kvarter, andre 5-minutters tidspunkt og 1-minutts tidspunkt. I dette masterprosjektet ble alle tidsgruppene brukt utenom 1-minutts tidspunkt. Grunnen til det er hovedsakelig kapasitetsbegrensninger ved prosjektet, men også av hensyn til elevenes timeplan ettersom oppgavesettet ville tatt lengre tid å løse ved inkludering av 1-minutts tidspunkt. Likevel mener jeg beregninger med 5-minutters tidspunkt kan gi et rikt utvalg strategier. Siegler og McGilly (1989) beskriver mer spesifikt hvordan minuttverdien for tidspunktene ble valgt, der minuttviseren skulle peke på begge halvdelene av den analoge urskiven. Til grunn for dette valget er at ved addisjon av 30 minutter vil ikke timeverdien endres dersom minuttviseren peker på den første halvdel av klokka (som X:05), noe som vil være tilfelle når viseren peker på den andre halvdel (som X:50). Motsatt vil det være for oppgaver der man skal subtrahere 30 minutter. Minuttverdien er et aspekt jeg har tatt hensyn til i utformingen av oppgavene for denne studien mest for å skape variasjon, siden tidsintervallene for noen av oppgavene var av en størrelse som endret timeverdien uansett. Oppgavene for den digitale klokka involverer tidspunkt med samme minuttverdi som for den analoge klokka, men timeverdien for både de analoge og digitale oppgavene ble tilfeldig valgt.

Elevene skulle addere eller subtrahere ulike tidsintervaller fra de presenterte tidspunktene. Jeg valgte tidsintervaller som var multiplum av 5 og det var av samme grunn som for minuttverdien i starttidspunktene for oppgavene, altså tidsbegrensninger ved prosjektet. En annen grunn til at jeg brukte slike tidsintervaller er at det i læreplanen står at elevene skal kunne «gjøre overslag over» blant annet tid (Utdanningsdirektoratet, 2013). I hverdagen gjør vi ofte overslag og derfor ser jeg ikke behovet for å bruke så presise tidsintervaller, eller tidspunkt. Hvilke tidsintervaller som skulle adderes til eller subtraheres fra de ulike tidspunktene er delvis tilfeldig, men jeg

ønsket at oppgavene skulle innebære varierte endringer av time- og minuttverdien. For oppgave 1 og 3 endres ikke timeverdien, mens for oppgave 7 forblir minuttverdien den samme. De resterende oppgavene involverer en endring av begge verdiene, der oppgave 2 også fører til en endring av timeverdien to ganger. På den måten kunne jeg studere hvilke strategier elevene benyttet seg av på varierte oppgaver, noe som kan føre til et rikere utvalg strategier.

I formuleringen av oppgaveteksten har jeg også tatt noen valg. Resultater fra studien til Earnest (2015) viser at elever behandler problemer uttrykt som «halvtime» på en annen måte enn «tretti minutter». På grunn av dette funnet ville jeg bruke en konsekvent formulering slik at elevene ikke skulle tolke eller behandle oppgavene forskjellig. Tidsintervallene ble dermed formulert som et antall minutter, altså «X minutter». Hvis elevene skulle finne tidspunktet for 60 minutter siden, ble teksten «Hva var klokka for 60 minutter siden?» gitt i stedet for «1 time». Slik hindret jeg at elevene ble påvirket av oppgaveteksten på ulike måter. Ifølge elevenes matematikklærer hadde de arbeidet med hvor mange minutter det er i 1 time. Om elevene ønsket å omdanne minutter til timer eller timer og minutter, måtte de se denne muligheten selv.

Ved å vurdere ulike tidspunkt, tidsintervaller og formuleringer til oppgaveteksten, har jeg kommet fram til oppgavesettet som er vist i vedlegg 2. Oppgavene for den analoge og digitale klokka er utformet likt der samme tidsintervall skal adderes eller subtraheres til et tidspunkt med samme minuttverdi. De eneste forskjellene mellom oppgavene er en tilfeldig valgt timeverdi og illustrasjoner av enten en analog eller digital klokke.

3.3.3 Gjennomføring av oppgavene

I gjennomføringen av datainnsamlingen ble enkeltelever tatt med til et grupperom i nærheten av klasserommet sitt, der jeg først forklarte formålet med undersøkelsen og at de skulle løse noen oppgaver knyttet til klokka. Deretter fikk de se hele oppgavesettet hvor jeg ga en generell beskrivelse av oppgavene, altså at den illustrerte klokka viste et tidspunkt og at oppgaveteksten ba dem finne ut hvor mye klokka blir eller var for et antall minutter siden. Elevene ble forklart at de først ble presentert for to oppgaver der de skulle finne et fremtidig tidspunkt og så to hvor de skulle finne et tidligere tidspunkt, og det samme gjaldt de fire resterende oppgavene. Det ble gjort for at elevene skulle ha i bakhodet at teksten måtte leses nøye. De ble også informert om at jeg ville stille spørsmål underveis og etter arbeidet om hva de hadde tenkt for å løse oppgaven. Elevene ble fortalt at de måtte løse oppgavene slik de selv ønsket, fordi jeg ville bli bedre kjent med *deres* måte å tenke på. Blanke ark, blyant og viskelær var tilgjengelig på bordet.

Etter informasjonen om selve undersøkelsen og oppgavene ble elevene bedt om å løse de åtte oppgavene for både den analoge og digitale klokka. Til forskjell fra Friedman og Laycock (1989) sa jeg ikke tidspunktet som ble vist på klokka høyt for elevene. Selv om det kunne være nyttig for å skille strategiene for å operere med tidspunkt fra avlesningsstrategiene, ønsket jeg ikke å si tidspunktet høyt i tilfelle et absolutt eller relativt tidsuttrykk kunne påvirke strategiene deres. Da kunne elevene også lese av klokka slik de selv ville, om de i det hele tatt så behovet. Mens elevene løste oppgavene observerte jeg deres synlige handlinger og tok notater slik at jeg kunne stille spørsmål om meningen med det de gjorde etter arbeidet. Dersom elevene ga vage svar eller forklaringer jeg ikke forsto, ble det stilt mer spesifikke spørsmål i form av oppklarings- og inngående spørsmål. Gjennomføringen for hver elev tok omtrent 40-45 minutter. Det ble gjort lydopptak av hele oppgaveløsningen slik at det kunne gjøres en grundigere analyse av elevenes strategier for hver oppgave.

3.4 Analysearbeidet

I denne delen vil jeg belyse hvordan analysearbeidet har foregått. Analysen er ikke en avgrenset del av forskningsprosessen, men foregår parallelt med datainnsamlingen (Postholm, 2010). Det å skrive observasjoner, transkribere samtaler, reflektere over datamaterialet og kode det, er en del av analysearbeidet. Forskerens teoretiske ståsted og antagelser vil prege forskningen, som også involverer fortolkningene som gjøres gjennom analysen. Som forsker må man forsøke å møte datamaterialet med et åpent sinn ved å sette sine perspektiver til side og være åpen for funn som kanskje ikke var forventet å finne (Postholm, 2010). Dataanalysen beskrives som en prosess hvor helheten blir delt opp i mindre biter (Kvale & Brinkmann, 2015). Gjennom denne prosessen forsøker forskeren å skape mening av helheten ved å se på dets ulike deler. Analysen av det innsamlede datamaterialet har skjedd gjennom transkribering, koding og kategorisering.

3.4.1 Datamaterialet

Hovedkilden til datamaterialet er lydopptak, men også notater fra observasjoner som ble gjort. Lydopptakeren ble plassert mellom meg og deltakeren for å sikre god lyd kvalitet. Gjennom bruk av lydopptaker kunne jeg rette oppmerksomheten mot elevenes arbeid og synlige atferd. Da kunne jeg stille spørsmål direkte til elevene i stedet for å lure på hva de faktisk gjorde og hva det betydde i etterkant. Jeg ønsket å gjøre situasjonen så komfortabel som mulig for elevene, spesielt siden jeg gjennomførte prosjektet med én elev om gangen. Det kan være distraherende for enkelte at man noterer mens de arbeider, og derfor skrev jeg ned stikkord og

forsøkte å gjøre noen observasjoner muntlig slik at det ble fanget opp på lydopptaket. I min studie synes ikke lydopptakeren å virke forstyrrende for noen av elevene.

Videre vil jeg drøfte noen av ulempene ved bruk av lydopptak som måtte tas hensyn til under datainnsamlingen. Cohen et al. (2011) nevner at lydopptak kan være selektivt med tanke på bakgrunnsstøy. Det er en av grunnene til at jeg valgte å snakke med én elev om gangen, slik at det ikke ble noen avbrytelser fra medelever og så jeg selv ikke ble forvirret over hvem som snakker under transkripsjonsprosessen. I tillegg fikk jeg utdelt et grupperom med lite støy og distraksjoner utenfra. Lydopptak forsømmer også visuelle og ikke-verbale aspekter ved en samtale (Cohen et al., 2011). At en elev teller 5-minutters merkene med fingeren langs urskiven for å addere 45 minutter er ikke-verbal kommunikasjon som lydopptakeren ikke fanger opp. Det er likevel relevant informasjon om strategiene elevene bruker og essensielt for å kunne besvare forskningsspørsmålet på en god måte. For å gjøre opp for manglene ved lydopptak tok jeg observasjonsnotater slik at viktig informasjon fra de synlige handlingene ikke gikk tapt. På den måten kan notater fra det som er observert utfylle den verbale kommunikasjonen gjennom transkripsjonsprosessen.

Ifølge Fangen (2010) kan transkripsjonsprosessen ha to fremgangsmåter. Den første er å skrive ned hver minste kremt, markere hver pause, osv., mens den andre innebærer at man redigerer materialet slik at uttalelsene får en mer grammatisk korrekt form, for eksempel ved å fullføre setninger (Fangen, 2010). Jeg har valgt den andre fremgangsmåten, fordi jeg ikke anser hver minste detalj som relevant for strategiene elevene benyttet seg av. Med denne måten å transkribere på kunne jeg endre elevenes dialekt til bokmål for ytterligere anonymisering og gjøre deres forklaringer mer sammenhengende. Da komprimerte jeg elevenes uttalelser til kortere formuleringer, hvor den umiddelbare meningen i det som blir sagt gjengis med færre ord, i tråd med det som kalles meningsfortetting (Kvale & Brinkmann, 2010). Ved bruk av denne fremgangsmåten ble oppklaringsspørsmålene nyttige siden de tillot meg å oppsummere det elevene sa til mer sammenhengende beskrivelser av deres strategier. Underveis i samtalen kunne elevene selv bekrefte disse oppsummeringene, slik at de kunne brukes som utgangspunkt for å redigere elevenes utsagn. Denne fremgangsmåten viser hvordan transkripsjonsprosessen kan være selektiv avhengig av hva forskeren er interessert i (Nilssen, 2012). I transkripsjonen var jeg opptatt av å få fram meningen med det som ble sagt, ikke hvordan det ble sagt.

Transkripsjonen innebar altså en sammenfatning av det elevene sa, men også en sammenfletning av lydopptaket og observasjonsnotatene. Transkriberingen skjedde rett etter gjennomføringen med elevene for at umiddelbare tanker underveis og etter samtalen ikke skulle

gå tapt. Det ble viktig å gi den ikke-verbale kommunikasjonen en plass i transkripsjonen for å gi en mer utfyllende beskrivelse og et tydeligere bilde av elevenes strategier. Jeg har benyttet ulike skrivemåter for å beskrive at elevene tok tenkepauser som var lengre enn 3 sekunder og for å vise til elevenes ikke-verbale handlinger gjennom datainnsamlingen.

(...) refererer til tenkepauser på lengre enn 3 sekunder

[kursiv] refererer til ikke-verbale handlinger

3.4.2 Koding og kategorisering

Kvalitativ dataanalyse er nesten uunngåelig fortolkende, der forskeren forsøker å finne en underliggende mening eller uttrykke noe som virker uklart på en tydeligere måte (Cohen et al., 2011). Med utgangspunkt i en ofte uklar forståelse av helheten fortolkes dens forskjellige deler og ut fra disse fortolkningene settes delene på ny i relasjon til helheten (Kvale & Brinkmann, 2015). Gjennom kodingsprosessen har jeg forsøkt å forstå elevenes forklaringer ved å tolke mindre biter av deres utsagn og så se det i forhold til deres helhetlige forklaring. Koding er en prosess som krever at man leser, tildeler koder, reviderer koder, osv., og gjentar dette et nødvendig antall ganger (Cohen et al., 2011). Det vil si at forskeren må gå fram og tilbake mellom deler og helhet gjennom en kontinuerlig prosess. Videre vil jeg beskrive prosessen med å kode og kategorisere det innsamlede datamaterialet som har ført frem til studiens resultater.

Jeg begynte analyseprosessen med et mål om å forenkle og sammenfatte innholdet i transkripsjonene for å skape en oversikt over datamaterialet. I analysearbeidet har jeg benyttet meg av åpen koding, inspirert av *grounded theory* (Nilssen, 2012). At kodingen er åpen innebærer at det er det empiriske datamaterialet som er bestemmende for hvilke koder forskeren velger (Grønmo, 2016). Det vil si at kodene er utviklet gjennom tolkningen av materialet, altså er kodene tekstnære. Tekstnære koder forteller noe om hva elevene sier, ikke bare hva de snakker om (Tjora, 2010). Ved den første kodingen er åpenheten viktigere enn styringen fra forskningsspørsmålet, slik at forskerens blikk er åpent nok til å oppdage uforutsette fenomener (Grønmo, 2016). Jeg utførte kodingen setning-for-setning (Cohen et al., 2010) for å sikre at jeg ikke overså detaljert som kunne være av betydning. Det ga meg en første forståelse for elevenes strategier. I tabell 1 gis et eksempel på hvordan den første åpne kodingen så ut for eleven Anders sitt arbeid med oppgave 2 på den analoge klokka, der transkripsjonen lå til grunn for de tekstnære kodene. I eksempelet under er bare Anders sine utsagn inkludert for ordens skyld, men et større utdrag av transkripsjonen er presentert i analysekapittelet.

Tabell 1

Tildeling av tekstnære koder til Anders sitt arbeid på oppgave 2 (analog klokke).

| <u>Anders sine utsagn</u> | <u>Tekstnære koder</u> |
|--|---|
| Da er det 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 <i>[Peker på annethvert 5-minutters merke],</i> | - Telling med 10'ere - Bruker 5-minutters merkene på urskiven |
| og da har det gått 1 time og 20 minutter, fordi 60 pluss 20 er lik 80. | - Omdanner antall minutter til timer og minutter |
| Så da er klokka fem over (...) fem over to. Fordi nå er klokka kvart på ett, så går jeg 1 time framover og da blir klokka kvart på to. Så er det 20 minutter til. Så da er det 15 igjen til klokka to, men fremdeles 5 igjen og da blir klokka fem over to. | - Adderer et «snilt» antall minutter - Bruker starttidspunktet for en samtidig telling av timer og minutter |
| <i>[Beveger fingeren langs urskiven fra kvart på to til to, og så fra to til markeringen av minuttviserens nye posisjon].</i> | - Forestilte bevegelser av minuttviseren |

I åpen koding bryter man altså datamaterialet ned i mindre biter (Postholm, 2010). Jeg delte først datamaterialet opp i mindre deler og tildelte de ulike delene en tekstnær kode, som vist i eksempelet over. Jeg merket behovet for å kode materialet i flere omganger siden jeg stadig ble oppmerksom på noe nytt, samtidig som jeg sjekket at kodene ble brukt konsekvent ved at like deler ble tildelt samme kode. Anders har blant annet brukt det viste tidspunktet på klokka som en start for sin samtidige telling av timer og minutter, derav koden «Bruker starttidspunktet for en samtidig telling av timer og minutter». Ved analyse og koding av flere transkripsjoner fant jeg at elevene kunne bruke starttidspunktet på enda en måte. Et eksempel på den andre måten å bruke starttidspunktet på er Cecilie sitt arbeid med den samme oppgaven, som også er vist i analysekapittelet. Hun har funnet ut at klokka blir fem over noe og bruker det viste tidspunktet som en støtte for å finne riktig time. Cecilie utførte ikke en samtidig telling av tidsenhetene på samme måte som Anders og den tildelte koden ble dermed «Bruker starttidspunktet som en støtte for å finne riktig time». Da ble det nødvendig se over alt datamaterialet på nytt.

Mens det første trinnet i kodingsprosessen tok utgangspunkt i datamaterialet, bygget kategoriseringen på kodene som ble utviklet under den åpne kodingen. Etter kodingen satt jeg igjen med en stor mengde koder som måtte reduseres. Kategorisering innebærer at meningen i lange transkripsjoner reduseres til noen få kategorier som fanger opp essensen i datamaterialet (Kvale & Brinkmann, 2015). Denne reduksjonen dreier seg om at forskeren grupperer kodene som har felles egenskaper (Postholm, 2010) og da må de felles egenskapene identifiseres og defineres (Grønmo, 2016). I dette prosjektet er jeg interessert i strategiene elevene bruker når

de opererer med tidspunkt på en analog og digital klokka. Slike beregninger krever ofte flere mindre operasjoner (Friedman & Laycock, 1989). Det vil si at jeg fikk flere koder som til sammen utgjorde en strategi. Kodene som ble tildelt en elevs uttalelser for en oppgave måtte derfor ses på som en helhet. I kategoriseringen er det ikke lenger det empiriske datamaterialet som er bestemmende, men forskningsspørsmålet som blir en rettesnor for hvilke koder som er mest relevant. Gjennom denne prosessen kunne jeg utelate et stort antall koder som viste seg å være irrelevante for forskningsspørsmålet (se eksempel i neste avsnitt). Jeg sammenlignet elevenes ulike besvarelser og fant fellestrekk mellom de ulike operasjonene som ble brukt ved hjelp av kodene. På den måten fant jeg felles egenskaper mellom strategiene elevene benyttet seg av, som gjorde at de ble gruppert i samme kategori.

I tabell 2 presenteres et nytt eksempel på hva som ble gjort gjennom analyseprosessen der jeg har sammenlignet elevenes ulike besvarelser med utgangspunkt i de tekstnære kodene for å finne fellestrekk ved strategiene. Likhetene mellom Anders og Brage sine strategier var at de adderte et «snilt» antall minutter om gangen til det viste tidspunktet og utførte en samtidig telling av timene og minuttene. Koden «Utregning foregår uten at det er viktig hvor den gjøres» ble inkludert i tilfelle det var av betydning, men ble etter hvert utelatt siden den viste seg å være irrelevant for strategien som ble brukt. På grunn av de felles egenskapene ved strategiene i eksempelet under, ble begge kategorisert som *trinnvis økning fra starttidspunktet*.

Tabell 2

En sammenligning av elevenes besvarelser under kategoriseringsprosessen.

| <u>Anders, oppgave 2 (analog klokke)</u> | <u>Brage, oppgave 6 (digital klokke)</u> |
|--|--|
| - Telling med 10'ere | - Adderer et «snilt» antall minutter |
| - Bruker 5-minutters merkene på urskiven | - Bruker starttidspunktet for en samtidig telling av timer og minutter |
| - Omdanner antall minutter til timer og minutter | - Legger minuttene rett på minuttplassen (X:00 → 0 + ? = ?) |
| - Adderer et «snilt» antall minutter | - Utregning foregår uten at det er viktig hvor den gjøres |
| - Bruker starttidspunktet for en samtidig telling av timer og minutter | |
| - Forestilte bevegelser av minuttviseren | |

De tekstnære kodene som ikke var felles for Anders og Brage var likevel nyttige for å forstå deres strategier, siden de omhandlet hvilken støtte den analoge og digitale klokka ga gjennom deres utregninger. De mindre operasjonene elevene utførte kunne enten være numeriske eller visuo-romlige. Eksempelet i tabell 3 viser hvordan slike koder ble tildelt Anders sine utsagn. Ved å kode elevenes utsagn på denne måten ble deres strategier sortert under noen overordnede kategorier, nemlig *numeriske strategier*, *visuo-romlige strategier* eller *blandet metode*. Siden

Anders har brukt både visuo-romlige og numeriske operasjoner, kategoriseres hans strategi som en blandet metode. Denne sorteringen ble essensiell for å kunne besvare den andre delen av forskningsspørsmålet, altså hvilke forskjeller det var mellom strategiene som ble brukt for de to displaytypene, men det kommer jeg nærmere inn på i analysekapittelet.

Tabell 3

| <i>Analyse av de mindre operasjonene Anders utførte på oppgave 2 (analog klokke).</i> | |
|---|--|
| <u>Tekstnære koder</u> | <u>Overordnede kategorier</u> |
| - Telling med 10'ere | Visuo-romlige operasjoner |
| - Bruker 5-minutters merkene på urskiven | |
| - Omdanner antall minutter til timer og minutter («60 pluss 20 er lik 80») | Numerisk operasjon |
| - Adderer et «snilt» antall minutter | Numeriske operasjoner |
| - Bruker starttidspunktet for en samtidig telling av timer og minutter | |
| - Forestilte bevegelser av minuttviseren | Visuo-romlig operasjon |
| | Kombinasjon av visuo-romlige og numeriske operasjoner = blandet metode |

Poenget med kategoriseringen er å sitte igjen med få kategorier som skal gi et svar på et forskningsspørsmål (Nilssen, 2012). Når man grupperer er det viktig at alt datamaterialet passer inn i kategoriene og at det ikke er noen avvik (Grønmo, 2016). Siden kategoriseringen skjer på et mer teoretisk nivå der forskningsspørsmålet er bestemmende for hvilke koder som betraktes som relevante, beveger man seg vekk fra datamaterialet. For å sikre at kategoriene fungerte for hele materialet måtte jeg gå tilbake til transkripsjonene. Slik ble det en gjentakende prosess der jeg sjekket om kategoriene passet ut fra elevenes forklaringer og gjorde eventuelle justeringer for å få mer veldefinerte kategorier som samsvarte med hele datamaterialet. På den måten har de mindre delene av transkripsjonene blitt tolket og sett i forhold til helheten. Gjentakelsen av denne prosessen ga en dypere forståelse for elevenes strategier. I analysekapittelet vil jeg beskrive de ulike kategoriene som refererer til strategiene elevene benyttet seg av. For å gjøre datamaterialet mer oversiktlig har jeg utformet en tabell over strategiene som ble brukt på de analoge og digitale oppgavene og den (tabell 4) er presentert i analysekapittelet.

3.5 Studiens pålitelighet og gyldighet

Kvaliteten i kvalitativ forskning kjennetegnes av reliabilitet og validitet, også kalt pålitelighet og gyldighet (Tjora, 2010). Pålitelighet dreier seg om studiens datamateriale. Ved å beskrive og begrunne hvordan datamaterialet er samlet inn, blitt brukt og bearbeidet, styrkes forskningens pålitelighet (Christoffersen & Johannessen, 2012). At en studie er gyldig handler om at svarene man har funnet gjennom forskningen faktisk er svar på spørsmålene som studeres (Tjora, 2010). En måte å gi gyldighet til undersøkelsen på er ved å sammenstille egne funn med tidligere forskning, noe som vil gjøres i drøftingen i denne masteroppgaven. En annen måte å styrke oppgavens gyldighet på er gjennom det Mellin-Olsen (1996) kaller kommunikativ validitet. Det dreier seg om å legge fram sine tolkninger for deltakerne i studien og det fikk jeg muligheten til med oppklaringsspørsmålene. Da kunne elevene selv bekrefte eller avkrefte de tolkningene jeg gjorde av deres arbeid.

For å sikre studiens kvalitet kan man også benytte seg av metodetriangulering. Å triangulere betyr i samfunnsvitenskapen å se et fenomen fra flere perspektiver, som kan gjøres ved å bruke ulike forskningsmetoder (Johannessen et al., 2010). Metodetriangulering handler altså om ulike måter å «se» det som studeres på. Gjennom deltakende observasjon kunne jeg engasjere meg i samtaler med elevene og observere deres synlige atferd, og slik «se» deres strategier fra to perspektiver. Datamaterialet mitt besto av lydopptak og observasjonsnotater. Da kan man sikre studiens gyldighet ved å sjekke om datamaterialet fra de to kildene samsvarer med hverandre og at det er en overensstemmelse mellom det elevene sa og gjorde. Ifølge Johannessen et al. (2010) vil metodetriangulering gi en mer nyansert beskrivelse av det som studeres. I denne masteroppgaven mener jeg vi får et mer detaljert og helhetlig bilde av elevenes strategier ved å triangulere mellom samtale og observasjon.

Som nevnt tidligere vil forskeren være farget av sin teoretiske bakgrunn (Postholm, 2010; Nilssen, 2012). Tjora (2010) mener at forskerens erfaringsbakgrunn kan betraktes som en ressurs dersom man er bevisst på hvordan den brukes i egen studie. For å styrke studiens kvalitet bør man altså vise hvilke forutsetninger som kan ha påvirket undersøkelsens utfall. Hele forskningsarbeidet har blitt preget av den tidligere forskningen og teorien som er presentert i teorikapittelet og som ligger til grunn for masteroppgaven. Resultatene er også påvirket av forskningsspørsmålet og hensikten med studien, der tidligere forskning ble sentralt.

I kvalitativ forskning er det et begrenset antall deltakere slik at forskeren kan beskrive det som studeres så dyptgående og presist som mulig (Mellin-Olsen, 1996). Det vil si at resultatene fra

studien bare er representativ for seg selv og ikke for hele befolkningen (Cohen et al., 2011). Siden jeg hadde egne forutsetninger som påvirket tolkningen av det som ble observert, vil også funnene i denne studien være avhengig av elevene som deltok, konteksten der forskningen fant sted og oppgavene som ble gitt. Denne studien er dermed avhengig, som Cohen et al. (2011) kaller det, siden den ikke kan gjennomføres på samme måte slik at man får nøyaktig de samme resultatene. Funnene i min forskning sier noe om hvilke strategier *noen* 4. klassinger brukte i oppgaver om beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke, som betyr at strategiene ikke kan generaliseres til å gjelde alle elever på 4. trinn. I stedet for generalisering kan man snakke om studiens overførbarhet. Det dreier seg om at tolkningene, beskrivelsene og forklaringene av det som er observert kan overføres til å gjelde i lignende sammenhenger (Fangen, 2010). Selv om resultatene ikke kan generaliseres, kan de likevel gi meg og andre lærere en pekepinn på hvilke strategier det kan forventes at elever på 4. trinn bruker.

3.6 Metodekritikk

I forrige underkapittel så jeg på studiens pålitelighet og gyldighet. Her vil jeg fortsette med å kritisk vurdere noen av de metodiske valgene jeg tok i gjennomføringen av dette prosjektet.

Det var viktig at elevene som deltok i dette prosjektet var i stand til å løse oppgavene de ble gitt slik at jeg fikk samlet inn datamaterialet som kunne besvare spørsmålet om hvilke strategier elevene brukte. Med lærerens hjelp ble det valgt ut seks tilgjengelige elever som han mente kunne løse oppgavene om beregninger med tidspunkt. Jeg valgte altså ikke ut elevene selv siden jeg ikke hadde kjennskap til dem eller deres prestasjoner i temaet før undersøkelsen begynte. De seks elevene karakteriserte matematikklæreren som gjennomsnittlige til høyt presterende i matematikk. Deltakelse fra noen lavere presterende elever kunne gjort studien mer representativ og kunne muligens ført til et mer variert spekter av strategier.

I innsamlingsprosessen gjennomførte jeg prosjektet med en elev om gangen og stilte spørsmål underveis om deres tenkning. Jeg var opptatt av at jeg ikke skulle stille noen ledende spørsmål som kunne påvirke elevenes strategier på noen måte. Gjennom transkripsjonsprosessen av en oppgave hos to elever dukket det opp et spørsmål som kan betraktes som ledende, nemlig at de ble spurt om tidspunktet som ble vist på klokka. Begge disse elevene brukte strategien jeg har kalt *Trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* på denne oppgaven, en strategi som innebærer at man leser av tidspunktet på klokka og utfører en samtidig telling av timene og minutter fra starttidspunktet. Mitt spørsmål kan ha ledet dem til å lese av tidspunktet og ført til at de fortsatte å tenke på det helhetlige tidspunktet. På den måten kan elevene ha blitt påvirket

til å bruke en strategi de kanskje ikke ville brukt i utgangspunktet. Derfor ser jeg ikke på disse besvarelsene som gyldige og velger å utelate dem fra denne masteroppgaven.

3.7 Etske betraktninger

Anonymitet og konfidensialitet er viktige etiske betraktninger som forskeren må ta hensyn til (Nilssen, 2012). Ettersom deltakerne i denne studien er 4. klassinger og dermed mindreårige, måtte foresatte samtykke til at barna deres kunne delta. Jeg utformet et samtykkeskjema (vedlegg 1) som ble sendt ut til alle foresatte ved 4. trinn. I dette informasjonsbrevet forklarte jeg formålet med studien og hva det innebar å delta, og ba om tillatelse til å gjøre lydopptak av elevene. Foresatte ble informert om at lydopptakene ble transkribert så fort som mulig etter gjennomføringen og deretter slettet. Det ble videre informert om at barna skulle anonymiseres slik at de ikke kunne gjenkjennes eller spores ved en eventuell publisering. Samtidig informerte jeg om muligheten til å trekke seg fra prosjektet når som helst. Alle disse elementene har jeg overholdt ved å bruke pseudonymer på elevene og endret deres dialekt i transkripsjonen, samt at skolen der prosjektet ble gjennomført ikke ble navngitt.

4 Analyse av datamaterialet

Analysen av datamaterialet er gjennomført slik det er beskrevet i metodekapittelet. For å begrense meg vil jeg ikke vise hele prosessen med transkripsjonene fra alle elevenes arbeid på hver oppgave. I stedet tar jeg utgangspunkt i utvalgte utdrag for å besvare forskningsspørsmålet: *Hvilke strategier benytter 4. klassingene seg av ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke, og hvilke forskjeller er det mellom strategiene som blir brukt for de to displaytypene?*

Dette kapittelet er strukturert i tre deler. De to første delene dreier seg om strategiene som ble brukt på de analoge og digitale oppgavene. I hver av disse to delene vil jeg presentere og analysere utvalgte utdrag fra transkripsjonene for noen av oppgavene. Oppgavesettet i sin helhet kan ses i vedlegg 2. Transkripsjonene blir brukt for å belyse og beskrive de ulike strategiene elevene benyttet seg av. Noen av strategiene ble kun brukt for addisjons- eller subtraksjonsoppgavene, med tanke på oppgavens underliggende regneoperasjon. Siden det var flere elever som brukte samme strategi vil jeg ta utgangspunkt i én elevs besvarelse. Om en strategi ble benyttet for både en addisjons- og subtraksjonsoppgave vil jeg belyse denne strategien med et utdrag fra hver oppgavetype. Strategiene har fått navn ut fra det elevene hovedsakelig har gjort for å identifisere det nye tidspunktet og er inspirert fra tidligere forskning (Friedman & Laycock, 1989; Thompson, 2000; Torbeyns et al., 2009a; Van de Walle et al., 2014). For den samme strategien kunne elevene anvende en variasjon av mindre operasjoner, som telling av 5-minutters merkene eller bevegelser av minuttviseren for å finne minuttviserens nye posisjon. For hver strategi vil jeg dermed beskrive de mindre operasjonene som ble brukt.

Den siste delen av kapittelet retter seg mot den andre delen av forskningsspørsmålet, der jeg vil gjøre rede for forskjellene som ble funnet for strategiene på de analoge og digitale oppgavene. Egenskapene ved de to displaytypene og deres representasjon av tid kan ha betydning og slik føre til forskjeller mellom strategiene for hvert display. Gjennom elevenes synlige atferd og deres verbale forklaringer var det ofte tydelig hvilke egenskaper ved displayet som ble tatt i bruk, men dersom deres handlinger var utydelige stolte jeg på det som ble sagt. Til slutt vil jeg presentere to tabeller. Tabell 4 gir en oversikt over strategiene 4. klassingene benyttet seg av på den analoge og digitale klokka og hyppigheten av dem, mens tabell 5 viser forskjellene mellom strategiene for den analoge og digitale klokka.

4.1 Strategiene for de analoge klokkeoppgavene

I dette underkapittelet beskrives strategiene elevene benyttet seg av i oppgavene der de skulle utføre beregninger med tidspunkt på den analoge klokka. Gjennom analysekapittelet blir strategiene for de analoge oppgavene nummerert som A1, A2, A3, osv.

A1) «Vet det bare»

Denne strategien dreier seg om at elevene uttrykker det nye tidspunktet uten behov for å utføre andre operasjoner enn å hente fram svaret fra minnet. Emil var den eneste eleven som benyttet seg av denne strategien. Han brukte den på oppgave 7, der den analoge klokka viste tidspunktet ti på halv fire og elevene ble bedt om å finne ut hva klokka var for 60 minutter siden. I denne oppgaven endres altså bare timeverdien, mens verdien for minuttene forblir den samme. Følgende utdrag viser hva Emil har gjort for å finne det tidligere tidspunktet:

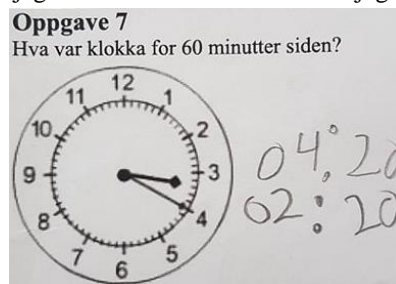
Emil: 60 minutter, det er 1 time [Skriver 04 på arket] (...) [Skriver deretter :20]. Da har det gått 1 time og minuttviseren står bare på samme plass. Nei, vent (...) Det er for 1 time siden. Da er den 02:20 [Skriver 02:20 på arket], da er det 1 time bakover.

Forsker: Kan du forklare hvordan du tenkte for å komme fram til 02:20?

Emil: Klokka er 3 nå og da er den 2 når det er 1 time bak, så da har jeg tatt 2 i stedet for 3. Så teller jeg 10, 20 [Peker på annethvert 5-minutters merke fra 12-tallet], så da blir det 20 minutter etterpå også.

Forsker: Så du finner minuttene ved å telle med 10'ere og så vet du at minuttene blir det samme etter 1 time?

Emil: Ja. Så da blir tallet for timen 3 og når det er 1 time tilbake, altså 1 time mindre og 2 er 1 mindre enn 3, så blir det 2 her [Peker på timene i klokkeslettet han har skrevet]. Så er minuttene det samme siden minuttviseren går tilbake til samme sted etter 1 time og da endres det ikke, så da blir klokka 02:20.



Figur 1: Elevarbeid 1 - Emil.

Emil har omdannet 60 minutter til 1 time, men finner først et fremtidig tidspunkt. Han skriver først 04 og så :20 etter en tenkepause på mer enn 3 sekunder. Da kan man tolke det slik at han først finne den nye timeverdien, deretter minuttverdien og så kombineres verdiene som et absolutt tidsuttrykk. Da Emil innså at han skulle finne et tidligere tidspunkt endret han bare timeverdien til 2 i stedet for 3, noe som indikerer rask hoderegning. Slik jeg tolker Emil sin forklaring har han brukt tenkepausen på å lese av verdiene for time- og minuttviseren slik de er vist på den illustrerte klokka. For å forklare hvordan han kom fram til det tidligere tidspunktet sier Emil at «Klokka er 3 nå», som betyr at timeverdien er 3. Siden han skulle 1 time tilbake, subtraherte han 1 fra 3. Regnestykket $3-1=2$ utførte Emil relativt raskt, på en slik måte at det virket som han umiddelbart fant svaret. Deretter talte han 5-minutters merkene langs urskiven fra 12-tallet til minuttviserens posisjon for å finne minuttverdien, som var 20, og uttrykte at denne verdien ville være den samme for 1 time siden.

For å komme fram til det nye tidspunktet leste Emil av verdien for timene og subtraherte 1 fra 3 for å finne den tidligere timeverdien. Han sier at minuttviserens posisjon var den samme for 1 time siden og leser derfor bare av minuttverdien. Emil sin raske hoderegning for problemet 3-1 tyder på at han har hentet fram svaret 2 direkte fra minnet. For å finne minuttverdien har han brukt en avlesningsstrategi. Jeg vil tro at dersom jeg hadde sagt tidspunktet på klokka høyt med et absolutt uttrykk, ville han ha funnet det tidligere tidspunktet raskere. Da hadde han ikke trengt å lese av verdiene selv og kunne bare anvendt subtraksjon av 1 fra den neste timeverdien. Det mener jeg fordi han i begynnelsen omdannet 60 minutter til 1 time. På bakgrunn av det, og siden subtraksjon av 1 kan betraktes som relativt enkelt, mener jeg at Emil automatisk har hentet fram svaret fra hukommelsen uten et behov for å utføre selve subtraksjonen.

A2) Addisjon

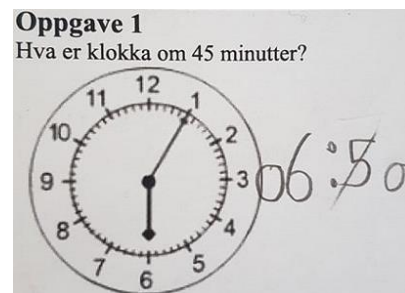
Denne strategien innebærer at elevene adderer tidsintervallet fra oppgaven i én operasjon, altså at alle minuttene fra oppgaven blir addert i én omgang uten ytterligere operasjoner. Det betyr at denne strategien bare involverer numerisk addisjon i ett trinn. Det skiller denne strategien fra *trinnsvis økning fra starttidspunktet* som blir omtalt lenger ned, der addisjon gjøres i flere steg og med ytterligere operasjoner, som for eksempel bevegelser av minuttviseren. *Addisjon* ble bare brukt av eleven Emil på oppgave 1, der elevene ble bedt om å finne tidspunktet etter 45 minutter når den analoge klokka viser tidspunktet fem over seks. I denne oppgaven vil verdien for timene forbli den samme siden totalt antall minutter ikke blir 60 minutter eller mer. Her er et utdrag fra oppgaveløsningen til Emil:

Emil: (...) [Skriver :50 på arket og deretter 06]. 50.

Forsker: Så du mener klokka blir 06:50 [Nikker bekreftende].

Hvordan fant du ut det?

Emil: Fordi 45 pluss 5. For det er 5 minutter over 6 og det er 5 og så er det 45 minutter til siden oppgaven sier det, så det blir 50. Så var det jo 6 her [Peker på timeviserens posisjon] fra før. Timen endres ikke fordi jeg ikke fikk 60 minutter, men 50. Så det kan være 06 eller 18, og da har jeg bare bestemt at det er på morgenen så da blir klokka 06:50.



Figur 2: Elevarbeid 2 - Emil.

Fra utdraget ser man at Emil først noterer den nye verdien for minuttene og så timene. For å forklare hvordan han kom fram til det fremtidige tidspunktet sier Emil at klokka er fem minutter over seks, altså har han lest av minuttverdien ut fra minuttviserens posisjon. Deretter adderer han 45 til 5 siden han skal finne ut hva klokka blir om 45 minutter, og slik finner han at den nye minuttverdien blir 50. Det ser det ut til at Emil forstår at timeverdien ikke endres, noe som kommer tydelig fram når han til slutt sier at timen ikke endres «fordi jeg ikke fikk 60 minutter,

men 50». Dermed leser han av timeverdien ut fra timeviserens viste posisjon som kan være 6 eller 18 avhengig av hva man selv ønsker.

Emil sitt arbeid tyder på at han først identifiserte minuttviserens posisjon, leste av verdien for minuttene som er 5 og utførte deretter addisjon av 45 minutter for å finne den nye minuttverdien. Til slutt leste han av timeverdien. Emil brukte en tenkepause på lengre enn 3 sekunder for å komme fram til den nye minuttverdien som kan indikere at svaret på addisjonsproblemet $45+5$ ikke automatisk ble hentet fram fra minnet og at han måtte utføre den numeriske operasjonen for å finne et svar. Selvfølgelig kan det hende at han brukte tid på å identifisere minuttviserens posisjon og lese av minuttverdien, og at det dermed ikke angikk selve regnestykket. Om han brukte strategien *vet det bare* eller *addisjon* kan derfor diskuteres. Forskjellen mellom Emil sitt arbeid på oppgave 7 og 1 er at det på oppgave 7 så ut til at han umiddelbart visste svaret for $3-1$, noe det ikke virket som for $45+5$ på oppgave 1. Det mener jeg også fordi han etter å ha skrevet det nye tidspunktet sa «50», som en slags dobbeltsjekk. Av den grunn står jeg ved min tolkning om at Emil anvendte addisjon, i stedet for at han bare visste svaret.

Emil var den eneste av de seks elevene som fokuserte på verdiene for timene og minuttene på omtrent alle de analoge oppgavene, men gjorde det ikke på oppgave 3 som innebar å finne et tidspunkt for 25 minutter siden. I likhet med oppgave 1 endret heller ikke timeverdien seg for denne oppgaven, siden totalt antall minutter ikke ble mindre enn 0. Likevel kan man anta at *subtraksjon* kunne blitt brukt som en strategi for oppgave 3, dersom elevene hadde fokusert på verdiene på samme måte som Emil gjorde for oppgave 1 der *addisjon* ble anvendt. Jeg vil si mer om disse to strategiene for den digitale klokka.

A3) Kombinerer visernes nye posisjoner

Det som kjennetegner denne strategien er at elevene først finner minuttviserens nye posisjon og deretter timeviserens, for så å kombinere dem. På den måten behandler elevene timene og minuttene separat. Elevene kunne bruke en rekke ulike operasjoner for å finne de nye posisjonene for time- og minuttviseren, og disse blir omtalt avslutningsvis for beskrivelsen av denne strategien. Felles for disse operasjonene er at de er knyttet til den analoge urskiven, som betyr at denne strategien bare involverer operasjoner utført på klokkas romlige egenskaper. Selv om elevene brukte forskjellige operasjoner for å finne de nye posisjonene dreier strategien seg om det samme, nemlig å kombinere visernes nye posisjoner for å identifisere et tidligere eller fremtidig tidspunkt. Denne strategien ble brukt på både addisjons- og subtraksjonsoppgaver. I det følgende vil jeg vise to transkripsjonsutdrag fra to elevers arbeid. Den første er Cecilie sitt

arbeid med oppgave 2, der den analoge klokka viser kvart på ett og hun ble bedt om å finne ut hva klokka blir om 80 minutter. Utdraget under viser hva hun har gjort for å løse oppgaven:

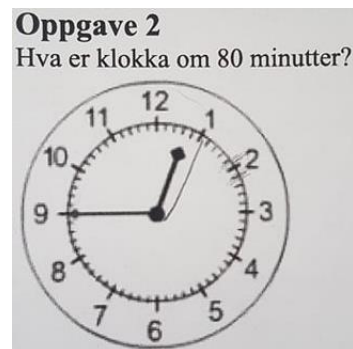
Cecilie: Jeg bare talte runden rundt, 5, 10, 15 og så videre [*Peker på 5-minutters merkene i rekkefølge*], og så kom minuttviseren på 1'eren [*Lager en strek mot 1-tallet*].

Forsker: Ok, så da sier du at minuttviseren skal peke mot 1-tallet. Hva blir klokka etter 80 minutter da?

Cecilie: Det er litt vanskelig, for den gikk ganske langt [*Peker på minuttviseren og beveger fingeren en runde rundt klokka*], men kanskje timeviseren blir nærmere 2. Kanskje hit eller hit [*Lager et merke på hver side av 2-tallet*]. Da blir den fem over to. For den gikk ganske langt, så jeg tror den er mer enn fem over ett for det er ikke så langt, men jeg tror fem over tre blir for langt.

Forsker: Så du tror at timeviseren kan peke rundt 2-tallet et sted, men det er litt vanskelig å finne ut akkurat hvor. Du sier at minuttviseren har gått for langt til å være fem over ett, hvordan kom du fram til det?

Cecilie: Fordi klokka er kvart på ett og da er det ikke langt til fem over ett [*Beveger fingeren fra kvart på ett til fem over ett*], og jeg gikk ganske langt [*Beveger fingeren fra kvart på ett og over en runde rundt urskiven*], men hvis den er fem over tre blir det for mange minutter, det blir en ekstra runde, så da må timeviseren være nærmere 2 og siden minuttviseren peker på 1'eren blir klokka fem over to.



Figur 3: Elevarbeid 1 - Cecilie.

Ut fra transkripsjonen ser man at Cecilie først flytter minuttviseren ved å telle med 5'ere mens hun peker på hvert 5-minutters merke i rekkefølge på urskiven, helt til hun kommer til 80 og lander på minuttviserens nye posisjon. På den måten brukte hun den analoge klokkas romlige egenskaper for å finne ut hvor minuttviseren skal peke og lagde en strek mot 1-tallet som betyr at klokka blir fem over noe. Deretter forsøkte hun å flytte timeviseren, men var usikker på hvordan. Hun endte opp med å lage et merke rett før og etter 2-tallet som er basert på hennes forklaring om at timetallet ikke kan være 1 fordi det blir for kort, mens «3 blir for langt». Ved oppfølgingsspørsmål gir hun en mer presis forklaring der hun viser antydninger til å se på avstander fra det presenterte tidspunktet. Det mener jeg fordi hun bruke ord som «fa er det ikke langt til fem over ett» og at «det blir en ekstra runde» dersom timetallet skulle blitt 3. På den måten bruker hun starttidspunktet som en støtte for å finne riktig time. Cecilie brukte fingeren for å følge minuttviserens bevegelse som så ut til å hjelpe henne med å se disse avstandene, og slik kom hun fram til at fem over to gir mest mening ut fra minuttviserens forflytning. For å finne det nye tidspunktet har altså Cecilie funnet visernes nye posisjoner, som man også ser i figur 3, for så å kombinere dem for å lese av det fremtidige tidspunktet.

Strategien *kombinerer visernes nye posisjoner* ble også brukt på oppgave 4. I denne oppgaven viser den analoge klokka kvart over åtte og elevene ble bedt om å finne ut hva klokka var for 70 minutter siden. Videre presenteres et utdrag fra Brage sitt arbeid med denne oppgaven:

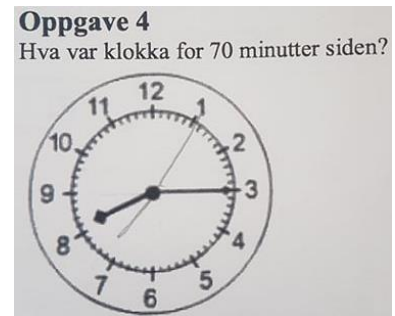
Brage: (...) [Tegner en strek mot 1-tallet og deretter en mindre strek mot 7-tallet]. Jeg vet ikke helt om det er riktig. [Teller på nytt mens han peker på hvert 5-minutters merke]. Så minuttviseren er på 1-tallet, så fem over. [Beveger fingeren en hel runde rundt klokka og deretter litt til].

Forsker: Ok, så du mener at minuttviseren skal peke mot 1-tallet, hvordan kom du fram til det?

Brage: Jeg talte sånn, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70 [Peker på hvert 5-minutters merke].

Forsker: Ok, og så gjorde du noen bevegelser rundt klokka, hvorfor gjorde du dette?

Brage: For å se om det hadde gått 1 eller 2 timer, og det har gått 1 time (...) og 5 minutter eller noe sånt. Så siden jeg talte bakover og det har gått 1 time så beveger timeviseren seg sånn [Peker fra 8 til 7]. Så da er den fem over sju, for du ser her er minuttviseren fem over og timeviseren peker på 7, så da er klokka fem over sju.



Figur 4: Elevarbeid 1 - Brage.

I likhet med Cecilie talte også Brage med 5'ere mens han pekte på hvert 5-minutters merke slik at han kunne finne minuttviserens nye posisjon. Da fant han ut at klokka viste fem over noe for 70 minutter siden. For å finne timeviserens tidligere posisjon brukte Brage forestilte bevegelser av minuttviseren for å se hvor mange timer han bevegde seg bakover. Det gjorde han ved å gjenta bevegelsen for tellingen, men denne gangen beveger han fingeren raskere som indikerer at han ikke talte på nytt. Da ser han at minuttviseren i alle fall har beveget seg en hel runde, altså må timeviseren flyttes 1 time bakover. Jeg tolker det slik at det ikke er viktig for Brage å være helt nøyaktig på plassering av timeviseren, som er basert på at han sier at det har gått «1 time og 5 minutter eller noe sånt». Med det mener jeg at han har kontrollert at minuttviseren ikke har beveget seg mye mer enn 1 time, der de resterende minuttene ikke fører til en stor forflytning av timeviseren. En annen mulighet er at han har forsøkt å ta de siste minuttene i betraktning og at den nye timeviseren ikke er tegnet presist. Brage har likevel funnet timeviserens omtrentlige posisjon ved å forestille seg minuttviserens bevegelse. Ved å finne visernes nye posisjon og markere dem på den illustrerte urskiven, kan han lese av det tidligere tidspunktet.

For denne strategien fant elevene minuttviserens nye posisjon først og deretter den nye posisjonen til timeviseren, for så å kombinere dem for å finne det nye tidspunktet. Flyttingen av minuttviseren ble hovedsakelig gjort med telling med 5'ere eller 10'ere ved hjelp av 5-minutters merkene på urskiven. For oppgavene som involverte å finne tidspunktet etter 30 minutter eller for 35 minutter siden brukte noen av elevene halvering, der de delte urskiven i to og fant minuttviserens nye posisjon på den andre siden av urskiven. Mange av elevene uttalte at flytting av minuttviseren fører til flytting av timeviseren. Da kunne enkelte bruke starttidspunktet som en støtte for å finne riktig time. Ved å gjenta tellerunden kunne elevene forestille seg bevegelser av minuttviseren og kontrollere antall ganger den krysset 12-tallet slik at tallet for timen ble endret. Det ble også funnet tilfeller der elevene brukte sin kunnskap om

forholdet mellom viserne for å finne timeviserens nye posisjon, som at den skal peke midt mellom to tall dersom minuttviseren peker mot 6-tallet. I tillegg til disse mulige operasjonene var det et fåtall som fant en mer omtrentlig posisjon som av og til kunne føre til feilaktige tidspunkt. Elevene kunne altså bruke flere ulike operasjoner for å finne visernes nye posisjoner.

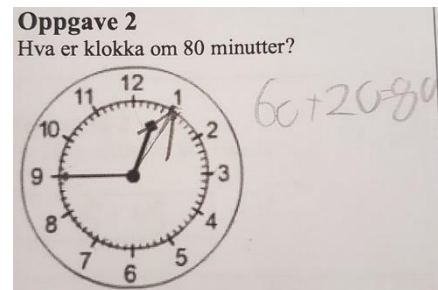
A4) Trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet

Denne strategien dreier seg om at elevene adderer eller subtraherer et «snilt» antall minutter om gangen fra det viste tidspunktet. Begynnelsen for den trinnvise økningen eller nedgangen er altså starttidspunktet, der elevene utfører en samtidig telling av timene og minuttene underveis. Elevene kunne bruke ulike operasjoner for hvert trinn. Disse mindre operasjonene kunne enten være numeriske, der elevene anvendte addisjon eller subtraksjon, eller innebære operasjoner på den analoge urskiven. Elevene kunne også bruke *vet det bare* som en delstrategi. Strategien som beskrives her ble brukt for både addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Videre presenteres to eksempler fra to elevers arbeid. Den første er Anders sitt arbeid med oppgave 2, der den analoge klokka viser kvart på ett og han ble bedt om å finne tidspunktet etter 80 minutter. Følgende utdrag viser hans oppgaveløsning med strategien *trinnvis økning fra starttidspunktet*:

Anders: Da er det 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 [*Peke på annethvert 5-minutters merke fra 9-tallet og lager en strek mot 1-tallet*], og da har det gått 1 time og 20 minutter, fordi 60 pluss 20 er lik 80 [*Skriver $60+20=80$*]. Så da er klokka fem over (...) fem over to.

Forsker: Kan du fortelle mer om hvordan du kom fram til fem over?

Anders: Fordi nå er klokka kvart på ett, så går jeg 1 time framover og da blir klokka kvart på to. Så er det 20 minutter til og det er bare 15 til en hel time og da går den over enda en time. Så da er det 15 igjen til klokka to, men fremdeles 5 igjen og da blir klokka fem over to [*Beveger fingeren langs urskiven fra kvart på to til to, og så fra to til markeringen av minuttviserens nye posisjon*].



Figur 5: Elevarbeid 1 - Anders.

Fra utdraget ser man at Anders har talt med 10'ere for å finne minuttviserens nye posisjon og da så han at klokka blir fem over noe. Etter en tenkepause på mer enn 3 sekunder, som er markert i transkripsjonen, sa han at klokka blir fem over to. Ut fra hans forklaring ser det ut til at han har addert et «snilt» antall minutter til starttidspunktet ved å omdanne 80 minutter til 1 time og 20 minutter. Deretter delte han 20 minutter opp i 15 og 5, slik at han kunne fullføre timen ved å først addere 15 minutter til kvart på to. Samtidig som han gradvis adderte et antall minutter, anvendte han en samtidig telling av timene og minuttene underveis: kvart på ett – kvart på to – to – fem over to. På den måten hadde Anders kontroll på hvor mange minutter som ble addert, hvor mange minutter som gjensto og de nye tidspunktene. Hans bevegelse med fingeren indikerer at han støttet seg til minuttviserens forestilte forflytning. At Anders fant

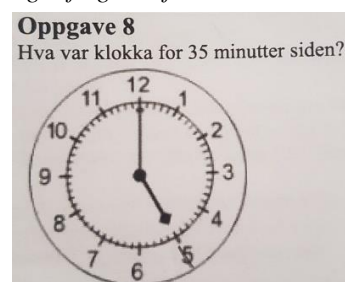
minuttviserens nye posisjon først kunne også fungere som en støtte for å se stoppunktet for den samtidige tellingen av tidsenhetene, siden det viste at klokka ble fem over noe. Strategien han har brukt dreier seg altså om å utføre en trinnvis økning fra starttidspunktet ved å addere et «snilt» tidsintervall om gangen, der urskivens romlige egenskaper ble brukt som en støtte.

Strategien *trinnvis nedgang fra starttidspunktet* ble blant annet brukt på oppgave 8, der den analoge klokka var fem og elevene ble bedt om å finne ut hva klokka var for 35 minutter siden. Cecilie var en av elevene som brukte denne strategien og følgende utdrag viser hennes arbeid på denne oppgaven:

Cecilie: (...) Jeg tenker at minuttviseren er her [*Lager en strek på 5-tallet*], for den bruker en halvtime [*Beveger fingeren fra 12-tallet rett ned til 6-tallet*] pluss 5 minutter [*Beveger fingeren fra 6-tallet til 5-tallet*]. Så da blir minuttviseren her.

Forsker: Ok, så du har på en måte delt klokka i to og tenkt rett fra 12 og ned til 6 for å gå 30 minutter bakover? [*Nikker bekreftende*]. Så manglet du 5 minutter, så da kom minuttviseren til 5-tallet?

Cecilie: Ja, da er minuttviseren der, fem på halv. Så da er klokka fem på halv fem, fordi vi går bare 35 minutter bak og det er ikke så langt. Nå er klokka fem og en halvtime før er halv fem. Og siden jeg fant ut at klokka blir fem på halv fordi minuttviseren er 5 minutter før halv, og at klokka var halv fem for 30 minutter siden, så vet jeg at klokka blir fem på halv fem.



Figur 6: Elevarbeid 2 - Cecilie.

Cecilie begynte å løse oppgaven ved å dele urskiven i to for å flytte minuttviseren, som tyder på at hun brukte sin kunnskap om at halve klokka tilsvarer en avstand på 30 minutter. Hennes bevegelse med fingeren tvers over klokka viser hennes bruk av halvering. Deretter flyttet hun viseren de resterende 5 minuttene bakover, før hun lagde et merke på 5-tallet som indikerte minuttviserens nye posisjoner. Med denne markeringen så hun at klokka ble fem på halv, noe som kommer til uttrykk gjennom hennes utsagn om at «da er minuttviseren der, fem på halv». Dermed kan man si at hun bruker minuttviserens nye posisjon som en støtte for å finne det nye tidspunktet, siden hun fant et ufullstendig, relativt tidsuttrykk som bare manglet timeverdien. Ut fra Cecilie sin forklaring ser det ut til at hun subtraherte et «snilt» antall minutter om gangen fra starttidspunktet ved å dele opp 35 minutter i 30 og 5, samtidig som hun hadde kontroll på tidspunktene underveis: fem – halv fem – fem på halv fem. Selv om hennes gradvise nedgang ville vært nok for å finne det nye tidspunktet, var det en støtte å finne minuttviserens nye posisjon siden hun ikke trengte å ha like mye kontroll over antall minutter som ble subtrahert. Det mener jeg fordi hun så at minuttviseren ikke gikk så langt tilbake at timen ble endret mer enn én gang, noe som kommer til uttrykk gjennom hennes kommentar om at hun «går bare 35 minutter bak og det er ikke så langt». På denne måten har Cecilie utført en trinnvis nedgang fra starttidspunktet, der minuttviserens nye posisjon fungerte som en støtte.

Da Anders og Cecilie flyttet minuttviseren benyttet de seg av urskivens romlige strukturer. For å finne minuttviserens nye posisjon talte Anders hvert andre 5-minutters merke, altså med 10'ere, mens Cecilie anvendte halvering av urskiven som kan betraktes som en 180 graders bevegelse av minuttviseren. Anders brukte forestilte bevegelser av minuttviseren da han subtraherte de siste 20 minuttene, noe det så ut til at Cecilie gjorde gjennom hele prosessen. De har også brukt addisjon og subtraksjon underveis for å finne de nye tidspunktene. Det betyr at de mindre operasjonene elevene brukte gjennom sin trinnvise økning eller nedgang både var numeriske og romlige, slik at strategien på den måten kan betegnes som en blandet metode.

Strategien *trinnvis nedgang fra starttidspunktet* ble i stor grad funnet som en blandet metode, men det var et par elever som ikke brukte operasjoner på den analoge urskiven i det hele tatt. Slik ble denne strategien også funnet som en rent numerisk strategi for subtraksjonsoppgavene. Variasjonen hos de mindre operasjonene for denne strategien innebar dermed bare subtraksjon av et ulikt antall minutter.

A5) Kompensasjon

Det som kjennetegner denne strategien er at elevene subtraherer et tidsintervall som er større enn det som blir spesifisert i oppgaven, slik at de må kompensere for det ved å addere et antall minutter tilbake. Denne strategien ble bare brukt på oppgave 8 av eleven Frida. I denne oppgaven viste den analoge klokka tidspunktet fem og elevene ble bedt om å finne ut hva den var for 35 minutter siden. Følgende utdrag viser hva Frida gjorde for å finne det nye tidspunktet:

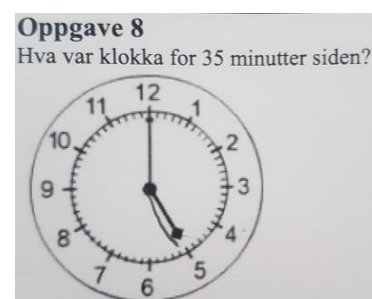
Frida: Minuttviseren står der [*Peker på 5-tallet*]. Da tenkte jeg 30 minutter, det er halve, så da tenkte jeg bare halve [*Beveger fingeren rett ned fra 12-til 6-tallet*]. Så er det 5 minutter til som blir dit [*Lager en strek mot 5-tallet*].

Forsker: Så du delte 35 minutter opp i 30 og 5, og tenkte at halve klokka er 30 minutter så minuttviseren kan flyttes rett over på den andre siden og så er det 5 minutter ekstra bakover? [*Nikker bekræftende*]. Så hva var klokka for 35 minutter siden?

Frida: [*Teller hvert 5-minutters merke fra 12-tallet til minuttviserens nye posisjon*]. Da er klokka 25 minutter over fire. Jeg tenkte først at klokka er fem, og så kan jeg gå tilbake til fire, så 4 blir timen, men da har jeg gått for langt siden jeg bare skal 35 tilbake.

Forsker: Ok, så hvis jeg forstår der riktig så talte du på klokka for å finne ut at det var 25 minutter over hel? [*Nikker bekræftende*]. Så fant du at klokka var fem og gikk tilbake til fire?

Frida: Ja, men da har jeg gått for langt tilbake siden det blir en hel runde og jeg skal bare litt over en halv. Så når jeg gikk tilbake til 4 visste jeg at klokka måtte være over fire og siden minuttviseren er 25 minutter, så blir det 25 minutter over fire.



Figur 7: Elevarbeid 1 - Frida.

Fra utdraget ser man at Frida har flyttet minuttviseren ved å halvere urskiven, slik at hun først flyttet den 30 minutter bakover og deretter de resterende 5 minuttene. På den måten utførte hun

en gradvis nedgang for å finne minuttviserens nye posisjon. Frida peker på hvert 5-minutters merke på urskiven fra 12-tallet og ned til minuttviserens nye posisjon. Da fant hun at den tidligere minuttverdien var 25. For å finne ut hva klokka var for 35 minutter siden ga hun en forklaring om at hun flyttet seg «en hel runde» tilbake fra klokka fem til fire, altså har hun beveget seg bakover til den forrige hele timen. Så sa hun at det ble «for langt tilbake siden det blir en hel runde og jeg skal bare litt over en halv». På grunn av denne formuleringen tolker jeg det slik at Frida har subtrahert et større tidsintervall siden oppgaver bare indikerer subtraksjon av 35 minutter, som er mindre enn en hel runde. Derfor må hun modifisere det nye tidspunktet og da visste hun «at klokka måtte være over fire». For å finne ut hvor mange minutter over fire klokka var, bruker hun den nye minuttverdien som ble funnet tidligere. Det viste at klokka var 25 minutter over fire. På den måten fungerte minuttviserens nye posisjon som en støtte for kompensasjonen, ved at den viste hvor mange minutter over fire klokka var. Hennes utregning tolker jeg dermed slik: fem (-1 time) – fire (+25 minutter) – 25 minutter over fire. Man kan altså si at Frida har kompensert for at hun gikk for langt tilbake ved å legge tilbake den nye minuttverdien.

Frida brukte de romlige strukturene på den analoge urskiven da hun skulle finne minuttviserens nye posisjon gjennom halvering. Da hun talte 5-minutters merkene fra 12-tallet for å finne den nye verdien for minuttene brukte hun en avlesningsstrategi. Selv om kompensasjon for subtraksjonsoppgaver innebærer at man adderer noe tilbake, vil jeg ikke direkte si at Frida har anvendt addisjon. Det mener jeg fordi hun aldri uttrykker at noe legges tilbake annet enn at klokka må være over fire, som tyder på at hun må bevege seg fremover igjen. Likevel kan man si at hun har lagt til 25 minutter til klokka fire. Forklaringen hennes viser uansett at hun har brukt en kompensasjonsstrategi. Gjennom Frida sin verbale forklaring og synlige handlinger ser man at hun har anvendt både numeriske og visuo-romlige operasjoner for å finne det nye tidspunktet. Dermed betegnes denne strategien som en blandet metode.

4.2 Strategiene for de digitale klokkeoppgavene

I dette underkapittelet vil jeg beskrive strategiene elevene brukte i beregninger med tidspunkt på den digitale klokka. Strategiene elevene benyttet seg av for de digitale oppgavene blir nummerert som D1, D2, D3, osv.

D1) «Vet det bare»

Denne strategien handler om det samme som den gjorde for de analoge oppgavene og dreier seg om at elevene henter fram det nye tidspunktet direkte fra minnet. Denne strategien ble bare brukt på oppgave 7 der elevene ble bedt om å finne ut hva klokka var for 60 minutter siden når det digitale displayet viste 11:20. Her viser jeg til tre utdrag fra de elevene som brukte denne strategien for å finne det tidligere tidspunktet:

Frida: Hva var klokka for 60 minutter siden, den var ganske enkel. 10:20. Her er klokka 11:20 og 60 er 1 time, så da er det bare 1 bak slik at det blir 10:20.

Cecilie: Den er jo lett, 10:20. Det er bare å ta bort 1, 11 minus 1 er 10, så 10:20.

Dina: Åja, det blir 10:20, jeg vet det bare fordi 60 minutter er 1 time og 11 minus 1 er 10.

Frida, Cecilie og Dina trengte ikke å utføre noen operasjoner for å finne ut hva klokka var for 60 minutter siden. Ut fra deres raske respons virket det som at de umiddelbart bare visste svaret. I deres videre forklaringer ser man at de har omdannet 60 minutter til 1 time og det fører til subtraksjon av 1 fra den presenterte timeverdien, altså $11-1=10$. Selv om elevenes forklaringer tyder på bruk av subtraksjon ser det ikke ut til at elevene hadde et behov for å utføre denne operasjonen, noe som kom til uttrykk da de sa at det var «lett». At de oppfattet oppgaven som lett kan skyldes at regnestykket $11-1$ betraktes som relativt enkelt, der svaret 10 mest sannsynlig er lagret i hukommelsen. Siden minuttverdien forblir den samme kan elevene bare hente fram den nye timeverdien fra minnet, og slik finner de det tidligere tidspunktet. Denne strategien har jeg valgt å kalle *vet det bare* på grunn av Dina sin uttalelse.

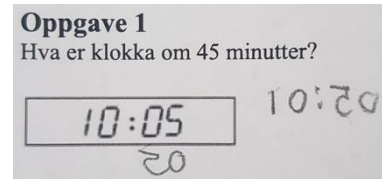
D2) Addisjon

Strategien *addisjon* dreier seg om at elevene adderer tidsintervallet fra oppgaven i én omgang uten ytterligere operasjoner. Det innebærer at oppgaven i seg selv må gjøre det mulig å utføre addisjonen i ett trinn. Denne strategien ble bare funnet for oppgave 1 der det digitale displayet viser 10:05 og elevene skulle finne tidspunktet etter 45 minutter. I denne oppgaven endres ikke timeverdien fordi totalt antall minutter ikke blir mer enn 60 minutter. Det betyr at denne oppgaven muliggjør addisjon av tidsintervallet i én omgang. Utdraget nedenfor viser hvordan Dina har løst oppgaven:

Dina: Det er 45 her [*Peker på oppgaveteksten*] pluss de 5 her [*Peker på :05 på displayet*]. (...) Det blir 50 [*Skriver 60 på arket*]. Så blir det 10 der. Jeg skriver hvordan klokkeslettet blir [*Skriver 10:50*].

Forsker: Så du la sammen minuttene, altså 45 pluss 5 som er 50?

Dina: Ja, og så hvis det hadde vært over 60, eller 60 da, så hadde timene blitt byttet, men siden det bare er 50 minutter så blir det fremdeles 10. Så da blir klokka 10:50.



Figur 8: Elevarbeid 1 - Dina.

Fra utdraget kan man se at Dina anvender addisjon av minuttene, nemlig $45+5=50$. Slik kommer hun altså fram til at den nye minuttverdien blir 50. Deretter sa hun «Så blir det 10 der». Siden resultatet fra addisjonen viser at den nye minuttverdien ikke blir 60 minutter eller mer endres ikke timeverdien, noe hun selv forklarer i det siste utsagnet. Tolkningen av Dina sitt arbeid er at hun leier av minuttverdien og bruker addisjon for å finne den nye verdien. Siden den nye verdien for minuttene ikke overstiger 60 minutter forblir timeverdien den samme for det fremtidige tidspunktet, og dermed kan hun bare lese av timetallet som står på det digitale displayet. Det betyr at *addisjon* er den eneste numeriske operasjonene Dina utfører for å finne det nye tidspunktet siden resten dreier seg om tidsavlesning.

Man kan selvfølgelig argumentere for at addisjonsproblemet $45+5$ er såpass enkelt at elevene kan ha hentet fram svaret fra minnet og dermed brukt strategien *vet det bare* i stedet. På grunn av Dina sin tenkepause på mer enn 3 sekunder, som er markert i transkripsjonen, virket det ikke som at hun umiddelbart visste svaret. Det så altså ut som at hun hadde et behov for å utføre den numeriske addisjonen for å finne den nye minuttverdien, og slik det fremtidige tidspunktet.

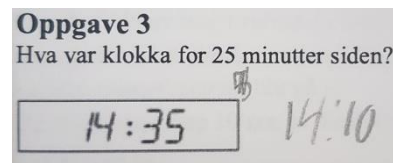
D3) Subtraksjon

Denne strategien innebærer at elevene subtraherer tidsintervallet fra oppgaven i én operasjon uten å utføre ytterligere operasjoner. *Subtraksjon* ble bare brukt på oppgave 3, der elevene ble bedt om å finne tidspunktet for 25 minutter siden når den digitale klokka viste 14:35. Det betyr at timeverdien for denne oppgaven forblir den samme siden totalt antall minutter ikke blir mindre enn 0 minutter, og derfor er det bare minuttverdien som endres. På den måten muliggjør denne oppgaven subtraksjon av tidsintervallet i én omgang. Følgende utdrag viser hva Anders har gjort for å finne det tidligere tidspunktet:

Anders: Da blir det [*Skriver 5 på arket*]. Så har du 5'erne her [*Peker på 5 i 25 og 35*], og så tar du de vekk [*Krysser ut 5'eren han hadde skrevet*]. Så har de blitt tatt vekk. Så har du 30 og 20 igjen, så blir det 10 [*Skriver :10 på arket*]. Så da blir klokka 14:10 [*Skriver 14 foran :10*].

Forsker: Kan du forklare hva du har tenkt en gang til?

Anders: Jeg tok vekk 5'erne fra 25 og 35, og så tok jeg de vekk siden 5 minus 5 er 0. Da har jeg 30 igjen fra her [*Peker på minuttverdien på displayet*] og 20 her [*Peker på oppgaveteksten*], og 30 er 10 mer enn 20, så da blir det 10 minutter igjen. Så blir det ikke en ny time fordi det ikke er mange nok minutter tilbake, så klokka er fremdeles 14. Så da blir den 14:10.



Figur 9: Elevarbeid 2 - Anders.

Ut fra utdraget ser man at Anders begynte med å subtrahere 25 minutter fra minuttverdien som er vist på det digitale displayet. Subtraksjon han utfører kan tolkes slik: $35-25 = (5-5) + (30-20) = 10$. Det mener jeg fordi han først kvittet seg med 5'erne på enerplassen i hvert tall ved at de utlignet hverandre, som førte til subtraksjon av de resterende tierne. Slik fant han ut at den tidligere minuttverdien var 10. Anders gir selv uttrykk for at timeverdien ikke endres fordi han ikke subtraherte «mange nok minutter». Derfor blir verdien for timene «fremdeles 14», mens minuttverdien endres til 10 slik at klokka blir 14:10. For dette tilfellet var det spesielt tydelig at Anders benyttet den numeriske strategien *subtraksjon* for å løse oppgaven, siden han utførte operasjonen ved å dele opp minuttene i tiere og enere og subtraherte dem hver for seg. Selv om det ser ut til at han har utført mer enn en enkelt operasjon vil jeg likevel si at han bare har brukt subtraksjon i én omgang, uavhengig av hvilken type subtraksjonsstrategi det er.

Både på oppgave 1 og 3 der strategiene *addisjon* og *subtraksjon* ble brukt, viste de fleste elevene en forståelse for at timeverdien forble uendret og rettet fokuset mot minuttverdien. Likevel var det bare et fåtall av elevene som uttalte dette før operasjonen ble utført. I de to eksemplene som er presentert for D2 og D3 så det ut til at elevene i stedet utførte den numeriske operasjonen på minuttene først og ut fra resultatet sjekket de om timeverdien ville endres. Man kan lure på hva Dina og Anders ville gjort dersom de ble bedt om å addere eller subtrahere et større tidsintervall, altså oppgaver der både time- og minuttverdien endres. Dette blir selvfølgelig mer hypotetisk, men ut fra analysen som er gjennomført av de to elevenes arbeid på de andre oppgavene, så det ut til at beregninger med større tidsintervaller førte til bruk av strategien *trinnsvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*, der *addisjon* og *subtraksjon* er sentrale delstrategier.

Jeg vil klargjøre forskjellene mellom *addisjon* og *subtraksjon* og *trinnsvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*. De to første strategiene ble bare brukt der tidsintervaller fra oppgaven blir addert eller subtrahert i én enkelt omgang, som betyr at oppgaven i seg selv må gjøre det mulig. Dette er bare tilfelle for oppgave 1 og 3 der man kun trenger å addere eller subtrahere minuttene for å finne det nye tidspunktet. Den numeriske strategien *trinnsvis økning eller nedgang fra*

starttidspunktet innebærer derimot at tidsintervallet blir addert eller subtrahert i flere omganger og ble dermed brukt for oppgaver der tidsintervallet førte til en endring av både time- og minuttverdien. *Addisjon* og *subtraksjon* kan slik betraktes som spesialtilfeller av den trinnvise økning eller nedgangen ved at de blir brukt for «enklere» oppgaver i den forstand at de kan løses gjennom én operasjon. Det er verdt å merke seg at den trinnvise økningen eller nedgangen også kan involvere bruk av strategien *vet det bare*, noe som ikke er tilfelle for *addisjon* eller *subtraksjon*. Derfor velger jeg å skille mellom strategiene i denne masteroppgaven.

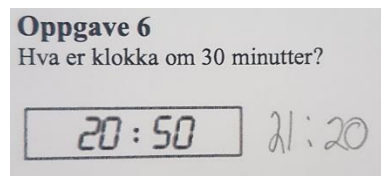
D4) Trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet

Denne strategien handler om at elevene adderer eller subtraherer et «snilt» tidsintervall til tidspunktet som blir vist på den digitale klokka. Elevene utfører da en samtidig telling av timene og minuttene etter hvert som de adderer eller subtraherer et antall minutter til starttidspunktet. Elevene kunne bruke ulike operasjoner for hvert trinn. For den digitale klokka innebærer dette bruk av numeriske operasjoner, som addisjon og subtraksjon. I tillegg kan elevene bruke *vet det bare* som en delstrategi. Strategien som beskrives her ble brukt for både addisjons- og subtraksjonsoppgaver og derfor vil jeg vise et eksempel fra hver. Det første eksempelet er Brage sitt arbeid med oppgave 6, der det digitale displayet viser 20:50 og han skulle finne ut hva klokka ble etter 30 minutter. Følgende utdrag viser Brage sitt arbeid for å løse denne oppgaven.

Brage: (...) 20:50, da er det 10 minutter igjen til klokka er 21 [Skriver 21]. For når jeg har brukt 10 minutter her [Peker på minuttverdien på displayet] så står det 60 i stedet siden 50 pluss 10 er 60, eller 21:00 siden det blir ny time. Så er det 30 minutter og 10 er brukt, så da er det 20 minutter igjen og da blir det 20 her [Skriver :20].

Forsker: Så du delte 30 opp i 10 og 20? [Nikker bekræftende].
Hvorfor valgte du å legge til 10 først?

Brage: Fordi det er 10 minutter til klokka er hel, så er det enklere hvis jeg får den til å bli hel, så 21:00. Så er det 20 igjen og de kan jeg bare putte på her [Peker på minuttverdien på displayet] siden det bare står 0 der. Så da må klokka være 21:20.



Figur 10: Elevarbeid 2 - Brage.

Brage begynte med å addere 10 av de 30 minuttene til minuttverdien i tidspunktet 20:50, siden det var 10 minutter igjen til den hele timen 21:00. Han forklarte videre at da han adderte 10 til 50 ble den nye minuttverdien 60 og da ble klokka «21:00 siden det blir en ny time». Da har altså Brage addert et tidsintervall som gir han en hel time, som kan betraktes som et «snilt» tidspunkt. Siden klokka ble 21:00 «og det bare står 0» på minutt-plassen på displayet, kunne han «bare putte på» de resterende 20 minuttene der slik at klokka blir 21:20. Gjennom arbeidet har han holdt styr på hvor mange minutter som ble addert, hvor mange som gjensto og de nye tidspunktene underveis. Brage utførte en trinnvis økning fra starttidspunktet der han gjorde en

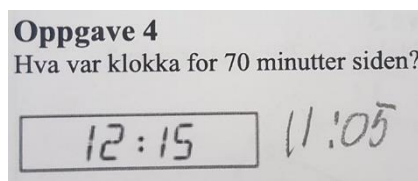
samtidig telling av timene og minuttene underveis fram til det endelige tidspunktet: 20:50 – 21:00 – 21:20.

Frida var en av elevene som benyttet seg av strategien *trinnvis nedgang fra starttidspunktet* på oppgave 4. I denne oppgaven viste den digitale klokka 12:15 og elevene skulle finne ut hva klokka var for 70 minutter siden. Følgende utdrag viser Frida sitt arbeid med oppgaven:

Frida: (...) Jeg tar vekk 10 fra 70 og da blir det 60 igjen. Så da var klokka 11:15 siden jeg tar vekk 60, eller 1 time, fra der [*Peker på timeverdien på displayet*]. Så da er det 15 her [*Peker på minuttverdien på displayet*] og så er det 10 igjen fra 70 som skal vekk og da tar jeg minus 10 som er 5, så da blir det 11:05 [*Skriver 11:05*].

Forsker: Så du delte 70 minutter opp i 60 og 10, så trakk du først fra 60 minutter slik at klokka ble 11:15? [*Nikker bekreftende*]. Ok, og hva gjorde du videre?

Frida: Det ble 11:15 siden jeg tok vekk 60 og så tok jeg vekk de 10 siste og trekker fra 15 slik at det står 5 igjen slik at klokka blir 11:05.



Figur 11: Elevarbeid 2 - Frida.

Utdraget viser at Frida delte 70 minutter opp i 10 og 60. Først subtraherte hun 60 minutter slik at klokka ble 11:15. Hun var den eneste eleven som begynte med å subtrahere 60 minutter i stedet for å bevege seg bakover til den forrige hele timen, altså 12:00. Frida var også en av de tre elevene som brukte strategien *vet det bare* for oppgave 7. Man kan derfor anta at hun valgte å subtrahere 60 minutter, eller 1 time, først fordi hun kunne hente fram svaret fra minnet. På den måten kan *vet det bare* fungere som en delstrategi som brukes for å løse en av de mindre operasjonene, som for Frida gjaldt det første steget i den gradvise nedgangen. De 10 resterende minuttene subtraherte hun deretter fra den presenterte minuttverdien, altså $15 - 10 = 5$. Dette er et regnestykke som kan betraktes som relativt enkelt og dermed kan Frida ha hentet fram svaret fra minnet. Enten hun anvendte subtraksjon eller bare visste svarene har hun likevel utført en trinnvis nedgang. Ut fra hennes formuleringer tolker jeg hennes utregning på følgende måte: 12:15 (12-1) – 11:15 (15-10) – 11:05. Selv om det ser ut til at hun har fokusert på time- og minuttverdien hver for seg, har hun holdt styr på de helhetlige tidspunktene underveis.

Strategiene som Brage og Frida har benyttet seg av dreier seg altså om å utføre en trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet med det formål å finne et fremtidig eller tidligere tidspunkt. Med disse strategiene anvendte elevene bare numeriske operasjoner, men *vet det bare* ble også funnet. Selvsagt kan elevene ha forestilt seg en analog urskive under arbeidet, men siden ingen ga uttrykk for det blir dette en rent numerisk strategi.

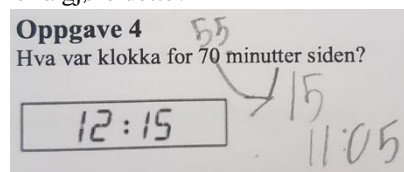
D5) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet med kompensasjon

Strategien som beskrives her kan betraktes som en kombinasjon av den overnevnte strategien (D4) og *kompensasjon* (A5). Denne strategien dreier seg om at elevene utfører en trinnvis nedgang fra starttidspunktet ved å subtrahere et «snilt» antall minutter om gangen. Det som er spesielt med denne strategien er at kompensasjon fungerte som en av de mindre operasjonene, der elevene subtraherer et større tidsintervall enn de i utgangspunktet skal. På den måten kan strategien som omtales her betraktes som en underkategori for *trinnvis nedgang fra starttidspunktet*, mens man kan anse *kompensasjon* som en delstrategi. Dette er en numerisk strategi hvor det kun blir brukt numeriske operasjoner. *Trinnvis nedgang fra starttidspunktet med kompensasjon*, som altså er hovedstrategien, ble bare brukt for subtraksjonsoppgavene. Anders brukte denne strategien på oppgave 4. I denne oppgaven viser den digitale klokka 12:15 og elevene skulle finne ut hva klokka var for 70 minutter siden. Følgende utdrag viser hva Anders gjorde for å finne det tidligere tidspunktet.

Anders: Da tar jeg 15 fra 70 [Tegner en pil ned fra 70 og skriver 15], der er 15. Da blir det 55 igjen siden 70 minus 15 er 55 [Skriver 55 over 70]. Så tar jeg de 15 minuttene og trekker fra her [Peker på minuttverdien på displayet] og da blir det 12:00. Så har jeg 55 igjen (...) og da blir det 11:05.

Forsker: Så først delte du 70 minutter opp i 15 og 55? [Nikker bekreftende]. Så hadde du 55 minutter igjen som du skulle trekke fra. Kan du forklare hvordan du tenkte for å gjøre dette?

Anders: 55 er jo nesten 60. Så da kan man gå tilbake til 11:00, men jeg skal ikke ta vekk så mye. Jeg skulle bare ta vekk 55, så da blir 60 minutter 5 for mye. Derfor må jeg ta de tilbake hvis du skjønner. Så da blir klokka 11:00, men 11:05 siden jeg tok bort 5 og må legge de tilbake. Så da blir det 11:00 pluss de 5 minuttene som egentlig ikke skulle bort og da blir klokka 11:05.



Figur 12: Elevarbeid 3 - Anders.

Utdraget og figur 12 viser at Anders begynte med å dele opp 70 minutter opp i 15 og 55. Grunnen til denne inndelingen var mest sannsynlig fordi han ville subtrahere 15 minutter først for å få en hel time, en begrunnelse flere av elevene ga for dette valget. Da ble det nye tidspunktet altså 12:00 og det var fremdeles 55 minutter som skulle subtraheres. For å løse dette tenkte Anders at «55 er jo nesten 60», så derfor subtraherte han 60 minutter for å gå bakover fra 12:00 til 11:00. På den måten har han subtrahert et «snilt» tidsintervall, men det er større enn det i utgangspunktet skulle være. Det gir han selv uttrykk for gjennom sine uttalelser om at han ikke skulle «ta vekk så mye» og at det ble «5 for mye». Siden han tok vekk for mye, kompenserte han for det ved å addere tilbake «de 5 minuttene som egentlig ikke skulle bort». Ut fra hans formuleringer tolker jeg han utregning slik: 12:15 (-15) – 12:00 (-60) – 11:00 (+5) – 11:05. Gjennom denne tolkningen ser man at Anders har utført en *trinnvis nedgang fra starttidspunktet* og at han bruker *kompensasjon* for det siste steget.

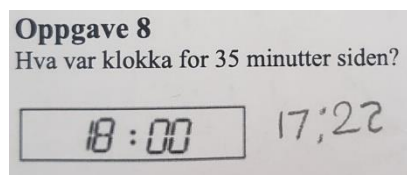
D6) Algoritmisk tilnærming

Strategien som beskrives her kjennetegnes ved at elevene bytter 1 time fra timeverdien mot 60 minutter og at de kan subtrahere tidsintervaller som er presisert i oppgaven fra de 60 minuttene. Den algoritmiske tenkningen ble bare funnet for oppgave 8, en subtraksjonsoppgave. I denne oppgaven viste den digitale klokka 18:00 og elevene skulle finne ut hva klokka var for 35 minutter siden. Utdraget nedenfor viser hva Dina gjorde for å løse oppgaven:

Dina: (...) [Skriver 17:] 60 minus 35 [Skriver 25]. Først har jeg tatt 1 time fra de her [Peker på timeverdien på displayet] og så tenkte jeg «Hvor mange minutter er det i 1 time» og det er 60. Så er det 60 minus 35 fordi jeg skal finne ut hva klokka var for 35 minutter siden.

Forsker: Så du lånte på en måte 1 time fra 18?

Dina: Ja, og da blir det 17 i stedet siden 18 minus 1 er 17, så da skrev jeg 17. Så blir det 60 siden jeg tenker på minutter, så da tok jeg 60 minutter minus 35 og det blir 25. Så da vet jeg at det blir 25 minutter her [Peker på minuttverdien han har skrevet] og siden jeg fant ut at det blir 17 på timene siden jeg tok 1 av dem, så blir klokka 17:25.



Figur 13: Elevarbeid 2 - Dina.

For å løse denne oppgaven tok Dina 1 time fra den presenterte timeverdien slik at den nye verdien ble 17, siden $18-1=17$. Denne timen byttet hun deretter til 60 minutter som hun subtraherte 35 minutter fra, altså $60-35=25$. Da fant hun at den nye minuttverdien ble 25. På den måten kom Dina fram til at det tidligere tidspunktet ble 17:25. Ut fra hennes forklaring og synlige atferd fokuserte hun på verdiene på det digitale displayet og anvendte en algoritmisk tenkning, noe hun selv bekreftet da hun ble spurt om hun lånte 1 time. Det kommer også fram gjennom hennes uttalelser om at hun har «tatt 1 time fra» timeverdien og omdannet dem til 60 minutter ved å stille seg selv spørsmålet om hvor mange minutter det er i 1 time. Dette blir dermed en numerisk strategi hvor hun benytter en algoritmisk tilnærming for å løse oppgaven.

Skillet mellom strategiene *algoritmisk tilnærming* og *kompensasjon* er skapt på grunn av elevenes formuleringer. «55 er jo nesten 60 (...) men jeg skal ikke ta vekk så mye» kan tolkes på en annen måte enn «jeg [har] tatt 1 time fra [timeverdien] (...) og det er 60». På grunn av tolkningene som er gjort av de to utsagnene dreier den første seg om å kompensere for noe, mens den andre handler om å bytte noe. Sistnevnte er en tankegang som ofte forbindes med algoritmer. Felles for begge strategiene var at de bare ble funnet for oppgaver der et tidsintervall mindre enn 60 minutter skulle subtraheres fra en hel time, altså et X:00-tidspunkt.

D7) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet med en algoritmisk tilnærming

Denne strategien kan betraktes som en kombinasjon av *trinnvis nedgang fra starttidspunktet* (D4) og den overnevnte strategien *algoritmisk tilnærming* (D6). Strategien dreier seg om at elevene utfører en trinnvis nedgang fra starttidspunktet ved å subtrahere et «snilt» tidsintervall

om gangen, men et av de mindre stegene involverer en algoritmisk tilnærming. På den måten kan denne strategien også betraktes som en underkategori for *trinnvis nedgang fra starttidspunktet*, mens *algoritmisk tilnærming* kan anses å være en delstrategi. Denne strategien ble bare funnet for noen av subtraksjonsoppgavene, som oppgave 4. I denne oppgaven viser den digitale klokka tidspunktet 12:15 og elevene skulle finne ut hva klokka var for 70 minutter siden. I det følgende utdraget vises Cecilie sitt arbeid med denne oppgaven:

Cecilie: (...) Jeg tror det blir 11:05. Fordi først tok jeg 70 minus 15 og da hadde jeg igjen 55. Så tok jeg minus 15 fra minuttene på klokka og da blir den 12:00. Og så har jeg 55 minutter igjen (...) Ja, så da blir klokka 11:05.

Forsker: Så du deler 70 minutter opp i 15 og 55 og trekker først fra de 15 minuttene slik at klokka blir 12:00, men hvordan tenkte du for å trekke fra de 55 minuttene?

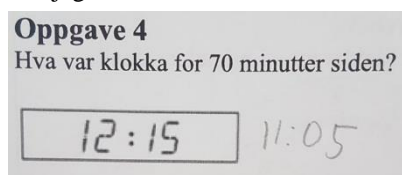
Cecilie: Jeg tok fra 12, altså 60 minutter og minus 55 blir 5, og da fant jeg 11:05.

Forsker: Hvor fikk du 60 minutter fra?

Cecilie: Fordi 60 er en hel time og det tok jeg fra 12 [*Peker på timeverdien på displayet*], og da er det bare 11 igjen, så 11:00.

Så da har jeg 60 minutter og da tok jeg vekk 55, og det blir 5.

Og siden jeg fikk 5 betyr det at det skal stå 5 her i stedet [*Peker på minuttverdien på displayet*] og så står det 11 igjen her [*Peker på timeverdien på displayet*], så da er klokka 11:05.



Figur 14: Elevarbeid 3 - Cecilie.

Cecilie har funnet ut at det tidligere tidspunktet blir 11:05. Hun begynte med å dele 70 minutter opp i 15 og 55. Da kunne hun subtrahere 15 minutter fra 12:15 for å komme til den forrige hele timen. Da gjensto det 55 minutter. For å finne tidspunktet for 55 minutter siden, tenkte Cecilie at «60 er en hel time og det tok jeg fra 12». Hennes forklaring tyder på at hun har lånt 1 time fra timeverdien og da ble den nye timeverdien 11, siden $12-1=11$. Den ene timen ble deretter omdannet til 60 minutter slik at hun kunne subtrahere 55 minutter fra dem for å finne den nye minuttverdien, altså $60-55=5$. På den måten har hun funnet at det tidligere tidspunktet var 11:05. Jeg tolker prosessen hennes med å løse oppgaven på følgende måte: $12:15 (-15) - 12:00 (-60) - 11:00 - 60-55=5 - 11:00 (+5) - 11:05$. Denne tolkningen viser at Cecilie har gjennomført en trinnvis nedgang fra starttidspunktet, der det siste steget innebar en algoritmisk tilnærming. Strategien som er beskrevet her er numerisk siden både subtraksjon og den algoritmiske tenkningen kan betraktes som numeriske operasjoner.

D8) Trinnvis økning fra et endret starttidspunkt

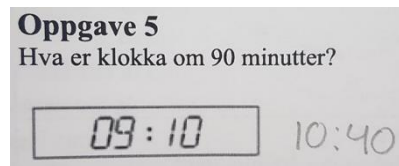
Denne strategien kjennetegnes ved at man adderer et «snilt» antall minutter om gangen og slik utfører en trinnvis økning. Derfor kan denne strategien ses i sammenheng med *trinnvis økning fra starttidspunktet* (D4), men forskjellen er at elevene med strategien som beskrives her endrer tidsintervallet og tidspunktet som er utgangspunktet for oppgaven. Dette gjøres ved bruk av den assosiative egenskapen (Van de Walle et al., 2014). Da adderer elevene minuttene fra oppgaven med minuttverdien som er vist på det digitale displayet først. På den måten blir tidsintervallet

som skal adderes større og starttidspunktet endres til et X:00-tidspunkt. Denne strategien ble bare brukt for oppgave 5, en addisjonsoppgave. I denne oppgaven viser den digitale klokka 09:10 og elevene skulle finne tidspunktet etter 90 minutter. Følgende utdrag viser hvordan Cecilie har løst oppgaven ved bruk av denne strategien:

Cecilie: Først tok jeg ut 10 fra her [*Peker på minuttverdien på displayet*] pluss 90 fra her [*Peker på oppgaveteksten*] som blir 100. Så siden klokka er 9:00 tok jeg på 60 av de 100 som er 1 time og da blir den 10:00. Da hadde jeg igjen 40 siden 100 minus 60 er 40, som jeg bare kunne legge her [*Peker på minuttverdien på displayet*]. Så da er klokka 10:40.

Forsker: Hvis jeg forstår deg rett har du på en måte tatt vekk de 10 minuttene fra klokka og lagt de sammen med de 90 minuttene fra oppgaven, slik at du får 100 minutter til sammen?

Cecilie: Ja, så da er det ingen minutter igjen, så da står det bare 9 her [*Peker på timeverdien på displayet*] og 0 her [*Peker på minuttverdien på displayet*]. Så legger jeg på 60 minutter slik at det blir 10 i stedet siden 9 pluss 1 er 10. Så hadde jeg 40 minutter igjen og da kunne jeg bare legge dem der [*På minuttplassen*] siden 0 pluss 40 er 40, og da blir klokka 10:40.



Figur 15: Elevarbeid 4 - Cecilie.

Cecilie begynte med å «ta vekk» de 10 minuttene fra det digitale displayet slik at hun endret starttidspunktet fra 09:10 til 09:00. De 10 minuttene adderte hun så til de 90 minuttene fra oppgaven, som ble 100 minutter totalt. Oppgaven som ble gitt tolker jeg på følgende måte: $09:10 + 90 \text{ minutter} = (9 \text{ timer} + 10 \text{ minutter}) + 90 \text{ minutter}$. Med bruk av den assosiative egenskapen endret Cecilie oppgaven til: $9 \text{ timer} + (10 \text{ minutter} + 90 \text{ minutter})$. Det mener jeg fordi hun endret oppgaven til at hun skulle addere 100 minutter til 09:00 i stedet for 90 minutter til 09:10. Da skapte hun et nytt utgangspunkt for beregninger. Hun begynte med å addere 60 minutter, eller «1 time og da blir den 10:00». Så adderte hun de resterende 40 minuttene ved å «bare legge dem» på minuttplassen siden det ikke var noen minutter igjen, noe hun forklarte med at «0 pluss 40 er 40». På den måten fant hun ut at det fremtidige tidspunktet ble 10:40. Cecilie utførte altså en trinnvis økning der hun adderte et «snilt» antall minutter om gangen til det endrede starttidspunktet. Strategien som er beskrevet her betegnes som en numerisk strategi.

4.3 Forskjeller mellom strategiene for den analoge og digitale klokka

Den andre delen av forskningsspørsmålet omhandler hvilke forskjeller det var mellom strategiene elevene benyttet seg av på den analoge og digitale klokka. For å finne ut av det studerte jeg hvilke egenskaper ved de to displaytypene som ble brukt for å identifisere det nye tidspunktet. Gjennom analysen av transkripsjonene undersøkte jeg om elevene utførte operasjoner på den analoge urskiven og/eller numeriske operasjoner. Hvilke operasjoner elevene brukte ble altså tolket ut fra deres verbale forklaringer og synlige handlinger.

Med inspirasjon fra tidligere litteratur (Burny et al., 2009; Friedman & Laycock, 1989) har jeg funnet noen overordnede kategorier for strategiene elevene brukte i dette masterprosjektet. Friedman og Laycock (1989) har gjort en lignende studie der de sorterte elevenes strategier avhengig av om de hovedsakelig besto av numeriske operasjoner, operasjoner på urskiven eller en kombinasjon av begge. Burny et al. (2009) bruker begrepet visuo-romlige egenskaper for å referere til den visuelle, romlige strukturen på den analoge urskiven. På bakgrunn av det har jeg i denne studien kalt de tre overordnede kategoriene for *visuo-romlige strategier*, *numeriske strategier* og *blandet metode*. Visuo-romlige strategier handler om at elevene benytter seg av de romlige strukturene på urskiven, som telling av 5-minutters merkene eller bevegelser av minuttviseren. Telling gjøres fortrinnsvis numerisk, men siden tellingen var knyttet til 5-minutters merkene anser jeg det her som en operasjon utført på urskiven. De numeriske strategiene dreier seg om at elevene anvender numeriske operasjoner, som addisjon eller subtraksjon. En blandet metode innebærer en kombinasjon av de to overnevnte kategoriene.

Tabell 4 gir en oversikt over strategiene elevene benyttet seg av i dette masterprosjektet. Jeg bruker samme nummerering av strategiene som jeg har gjort gjennom analysekapittelet for at man enklere kan finne tilbake til beskrivelsene av strategiene. De ulike strategiene er sortert ut fra om de ble brukt for den analoge eller digitale klokka og om de ble brukt på addisjons- eller subtraksjonsoppgaver. Videre er strategiene sortert under de tre overordnede kategoriene. Denne sorteringen tydeliggjør at enkelte av strategiene bare ble funnet for en av displaytypene eller at de bare ble brukt for enten addisjon eller subtraksjon, som altså er de underliggende regneoperasjonene for oppgavene. Tabellen viser dermed at det er noen forskjeller mellom strategiene som ble brukt for den analoge og digitale klokka. Fra oversikten ser man for eksempel at de mest brukte strategiene var *kombinerer visernes nye posisjoner* og *trinnsvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*. Førstnevnte strategien ble bare brukt for den analoge klokka, mens sistnevnte strategi var vanligst for den digitale. At strategien som dreier seg om å

kombinere visernes nye posisjoner bare ble funnet for de analoge oppgavene kan skyldes bruken av urskiven som var illustrert på oppgavearket.

Tabell 4

Oversikt over strategiene elevene benyttet seg av for å operere med tidspunkt på den analoge og digitale klokka.

| | Analog klokke | Digital klokke |
|-------------|--|---|
| Addisjon | <p><i>Visuo-romlige strategier</i> A3) Kombinerer visernes nye posisjoner (13)</p> <p><i>Numeriske strategier</i> A2) Addisjon (3)</p> <p><i>Blandet metode</i> A4) Trinnvis økning fra starttidspunktet (5)</p> | <p><i>Numeriske strategier</i> D2) Addisjon (6) D4) Trinnvis økning fra starttidspunktet (11) D8) Trinnvis økning fra et endret starttidspunktet (3)</p> |
| Subtraksjon | <p><i>Retrievalstrategier</i> A1) Vet det bare (1)</p> <p><i>Visuo-romlige strategier</i> A3) Kombinerer visernes nye posisjoner (12)</p> <p><i>Numeriske strategier</i> A4) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet (2)</p> <p><i>Blandet metode</i> A4) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet (4) A5) Kompensasjon (1)</p> | <p><i>Retrievalstrategi</i> D1) «Vet det bare» (3)</p> <p><i>Numeriske strategier</i> D3) Subtraksjon (5) D4) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet (6) D5) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet med kompensasjon (4) D7) Trinnvis nedgang fra starttidspunktet med en algoritmisk tilnærming (4) D6) Algoritmisk tilnærming (4)</p> |

Note. Tallet i parentes indikerer hvor mange elever som brukte denne strategien.

De mindre operasjonene elevene utførte for å løse oppgavene, og om de er numeriske eller knyttet til urskiven, har altså vært sentralt når elevenes strategier har blitt betegnet som en av de overordnede strategiene. Tabell 5 gir en oversikt over hyppigheten av *visuo-romlige strategier*, *numeriske strategier* og *blandet metode*. Tallene representerer antall ganger hver av disse overordnede strategiene ble brukt, med utgangspunkt i elevenes strategier. I denne oversikten har jeg ikke inkludert retrievalstrategier siden de verken hører til det ene eller det andre, med tanke på at svaret hentes direkte fram fra minnet.

Tabell 5

 Hyppighet for de overordnede strategiene på de analoge og digitale problemene.

| | <u>Addisjon</u> | | <u>Subtraksjon</u> | |
|--------------------------|-----------------|----------------|--------------------|----------------|
| | Analog klokke | Digital klokke | Analog klokke | Digital klokke |
| Numeriske strategier | 3 | 20 | 2 | 23 |
| Visuo-romlige strategier | 13 | 0 | 12 | 0 |
| Blandet metode | 5 | 0 | 5 | 0 |

Resultatene fra tabell 5 viser at numeriske operasjoner utgjorde alle strategiene for den digitale klokka, mens man finner alle de overordnede strategiene for den analoge klokka. Omtrent en åttendedel av elevene anvendte numeriske strategier og omtrent en fjerdedel brukte en blandet metode på de analoge oppgavene. Over halvparten brukte visuo-romlige strategier, der disse tilfellene er knyttet til strategi *kombinerer visernes nye posisjoner*. Det betyr at visuo-romlige operasjoner (inkludert blandet metode) dominerte for den analoge klokka, mens numeriske operasjoner dominerte for de digitale oppgavene. Resultatene fra analysen tyder på at forskjellene mellom strategiene som ble brukt for den analoge og digitale klokka dreier seg om de ulike egenskapene ved displayet og måten de representerer tid på, noe jeg vil gå nærmere inn på i drøftingen.

5 Drøfting

Forskningsspørsmålet for dette masterprosjektet er: *Hvilke strategier benytter 4. klassingene seg av ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke, og hvilke forskjeller er det mellom strategiene som blir brukt for de to displaytypene?* I dette kapittelet vil jeg drøfte sentrale funn fra analysen opp mot valgt teori. Først vil jeg drøfte rollen til retrievalstrategiene som hoved- og delstrategier. Deretter vil jeg drøfte backupstrategiene som ble brukt i denne studien i lys av resultatene til Friedman og Laycock (1989). Gjennom drøftingen av de ulike strategiene vil jeg bygge opp mot et rammeverk for strategiene det kan forventes av barn bruker når de opererer med tidspunkt på en analog og digital klokke. Så vil jeg ta for meg noen didaktiske refleksjoner med bakgrunn i studiens funn, før jeg til slutt diskuterer noen av de metodiske valgene som ble gjort i dette masterprosjektet.

5.1 Rollen til retrievalstrategiene

I denne studien var det seks elever fra 4. trinn som deltok. Bruk av strategien *vet det bare*, som dreier seg om *direkte retrieval* (Ostad, 2013), ble funnet i fire tilfeller for oppgave 7 på den analoge og digitale klokka som innebar subtraksjon av 60 minutter. I arbeidet med den digitale klokka uttalte både Frida og Dina at «60 minutter er 1 time», som førte til subtraksjon av 1 fra timeverdien. Det samme gjaldt Emil sitt arbeid med denne oppgaven på den analoge klokka, der han sa «60 minutter, det er 1 time». Disse elevene omdannet altså 60 minutter til 1 time. Subtraksjon av 1 kan betraktes som et relativt enkelt regnestykke for 4. klassinger som ofte er godt kjent med tallrekkefølgen. Det betyr at disse elevene mest sannsynlig ikke hadde et behov for å utføre den aritmetiske operasjonen, men i stedet kunne hente fram den nye timeverdien fra minnet, noe som kan ses i lys av definisjonen Ostad (2013) og Siegler og Jenkins (1989) gir til retrievalstrategier.

Ifølge Friedman og Laycock (1989) vil retrievalstrategier spille en mindre rolle når man opererer med tidspunkt. Derfor var det ikke overraskende at bruken av *direkte retrieval* ikke var dominerende for denne studien hvor strategien bare dukket opp i fire tilfeller. For de fleste oppgavene så det ut til at elevene hadde et behov for å utføre noen operasjoner for å finne det nye tidspunktet. Av den grunn ble de fleste strategiene karakterisert som *backupstrategier*, ut fra Ostad (2013) sin definisjon om at det er alle strategier der svaret ikke direkte hentes fram fra minnet. Gjennom analysen har jeg vist hvordan elevene kunne utføre flere operasjoner for å løse oppgavene, som vil si at deres strategier besto av delstrategier. Det gjelder blant annet for strategien *trinnsvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*. Frida var en av elevene som

brukte *direkte retrieval* på oppgave 7 som involverte subtraksjon av 60 minutter. For oppgave 4 på den digitale klokka, der hun skulle finne ut hva den var for 70 minutter siden når displayet viste 12:15, begynte hun sin trinnvise nedgang med å subtrahere 1 time. Man kan anta at Frida gjorde dette fordi hun umiddelbart visste hva det tidligere tidspunktet var. Det virket også som at de andre elevene adderte eller subtraherte et tidsintervall med hensyn til om de kunne hente fram det nye tidspunktet fra minnet. For strategien som dreier seg om en trinnvis økning eller nedgang spilte altså *direkte retrieval* en større rolle som delstrategi.

Friedman og Laycock (1989) fant for sin undersøkelse at *direkte retrieval* var vanlig for oppgaver som involverte addisjon av 30 minutter til et X:30-tidspunkt. For oppgave 8 på den analoge klokka skulle elevene finne tidspunktet for 35 minutter siden når klokka var fem. Da brukte Cecilie strategien *trinnvis nedgang fra starttidspunktet* der hun først subtraherte 30 minutter. For å finne tidspunktet for 30 minutter siden forklarte hun: «Nå er klokka fem og en halvtime før er halv fem». Ut fra den kommentaren virket det som at hun umiddelbart fant det nye tidspunktet, som tilsvarer atferden ved bruk av en retrievalstrategi (Ostad, 2013; Siegler & Jenkins, 1989). Siden Friedman og Laycock (1989) hevder at situasjoner der man må subtrahere 30 minutter fra en hel time kan oppstå ofte nok til at operasjonen blir automatisert, antar jeg at det er nettopp dette som er tilfelle for Cecilie. Det var derimot ingen av elevene i min studie som brukte retrievalstrategier på oppgave 6 for verken den analoge eller digitale klokka, en oppgave som innebar addisjon av 30 minutter til et X:50-tidspunkt. Det samsvarer med resultatene til Friedman og Laycock (1989) som viser at *direkte retrieval* ble brukt i mindre grad for X:50-tidspunkt. *Direkte retrieval* ble altså anvendt for subtraksjon av 30 minutter fra X:00-tidspunkt, men ikke for addisjon av samme tidsintervall til et X:50-tidspunkt. Det tyder på at tidspunktet som klokka viser kan ha betydning for hvilken strategi som benyttes, på samme måte som det gjør for tidsavlesning (Friedman & Laycock, 1989; Siegler & McGilly, 1989).

Elevene brukte altså sjeldent *direkte retrieval* som hovedstrategi. På grunnlag av resultatene fra analysen vil jeg likevel påstå at retrievalstrategier spilte en større rolle i elevenes arbeid enn først antatt. Spesielt var denne strategien sentral for *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*, der den ofte ble brukt som en delstrategi for å løse de mindre operasjonene i den gradvise utregningen. Da ble retrievalstrategier hyppig brukt ved addisjon og subtraksjon av 1 time, uavhengig av tidspunktet. *Direkte retrieval* ble også benyttet av noen elever for å addere eller subtrahere et tidsintervall til den nærmeste hele timen, særlig på oppgavene for den digitale klokka. På den analoge klokka ble denne strategien også funnet for subtraksjon av 30 minutter fra en hel time, altså på oppgave 8. Jeg vil tro at *direkte retrieval* effektiviserer

elevenes arbeid siden det innebærer at de kan hente fram svaret fra minnet og umiddelbart vet det nye tidspunktet. På så måte kan man anta at elevers utvikling av retrievalstrategier er fordelaktig når man skal utføre beregninger med tidspunkt på den analoge og digitale klokka, noe jeg vil komme nærmere inn på når jeg tar for meg studiens didaktiske implikasjoner.

5.2 Strategier som kan bli brukt

Ettersom målet med studien var å skape et rammeverk for strategiene barn kan bruke når de opererer med tidspunkt, var det naturlig å sammenligne resultatene fra analysen med tidligere forskning. Jeg regnet med at det ville være en viss overensstemmelse mellom mine og Friedman og Laycock (1989) sine resultater. Oppgavene i denne studien inkluderer derimot både addisjon og subtraksjon, samt større tidsintervaller. Derfor gir mine resultater en utvidelse av resultatene til Friedman og Laycock (1989). Gjennom en vurdering av våre felles og ulike strategier, kom jeg fram til rammeverket som er presentert i tabell 6. Den videre drøftingen bygger opp mot dette rammeverket. Da vil jeg drøfte de ulike *backupstrategiene* (Ostad, 2013) som ble brukt og se de i lys av resultatene til Friedman og Laycock (1989). For å gi mening til rammeverkets inndeling vil jeg også diskutere forskjeller mellom strategienes bruksområder og hvordan tilstedeværelsen av en analog eller digital klokke kan ha påvirket elevenes strategier.

Resultatene til Friedman og Laycock (1989) er basert på strategiene barna brukte for oppgaver som innebar addisjon av 30 minutter. Siden jeg har inkludert oppgaver hvor elevene skal finne et tidligere tidspunkt, vil det føre til noen ulikheter mellom våre resultater. Hos meg dukket strategiene *subtraksjon*, *kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* opp. Strategien *addisjon* ble brukt på samme måte på oppgave 1 for begge displaytypene, der elevene utførte den numeriske operasjonen på minuttverdien. *Subtraksjon* ble anvendt på oppgave 3 for den digitale klokka, men ble ikke funnet for samme oppgave på den analoge klokka. Jeg mener det skyldes at elevene ikke fokuserte på minuttverdien, men at de i stedet flyttet minuttviseren bakover og leste av klokka med viserens nye posisjon. Likevel vil jeg anta at andre elever kunne lest av time- og minuttverdien på den analoge klokka og anvendt subtraksjon fra minuttverdien, på samme måte som de gjorde for *addisjon*. Av den grunn kan det forventes at *subtraksjon* vil være en strategi for oppgaver på den analoge klokka på lik linje med den digitale.

Kompensasjon og *algoritmisk tilnærming* ble bare brukt for subtraksjonsoppgaver der elevene skulle subtrahere et tidsintervall mindre enn 60 minutter fra en hel time. Dette funnet samsvarer med Torbeyns et al. (2009b) sine resultater, da de fant at kompensasjonsstrategien hovedsakelig dukket opp for subtraksjon. Spørsmålet blir dermed om dette er strategier som er særegne for

subtraksjonsoppgaver når det gjelder beregninger med tidspunkt, siden det ikke er tilfelle for regning i titallsystemet (Thompson, 2000; Torbeyns et al., 2009b). For addisjon på den digitale klokka mener jeg elevene mest sannsynlig ikke har behov for å bruke disse to strategiene. Til grunn for det legger jeg at addisjon av et tidsintervall til en hel time, innebærer addisjon til en minuttverdi som er lik 0. Selv om den analoge klokka representerer tid på en annen måte vil jeg anta at elever heller ikke vil bruke *kompensasjon* for addisjonsoppgaver for denne displaytypen. Det mener jeg fordi *kompensasjon* vil innebære at man beveger seg fremover til den neste hele timen og deretter kompenseres det ved å subtrahere et tidsintervall. Da får man igjen problemet der kompensasjonsstrategien typisk ble brukt, nemlig subtraksjon av et tidsintervall mindre enn 60 minutter fra en hel time. Samtidig kan det betraktes som enklere å addere et tidsintervall til en hel time der man allerede har den riktige timeverdien, til forskjell fra subtraksjon fra en hel time der begge verdiene endres. Derfor mener jeg at *kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* er strategier som er særegne for subtraksjonsoppgaver.

Kompensasjonsstrategier dukket opp fire ganger på den digitale klokka og bare i ett tilfelle på den analoge klokka. Man kan undre over hva som ligger til grunn for denne skjevfordelingen. På oppgave 8 for den analoge og digitale klokka skulle elevene finne tidspunktet for 35 minutter siden når displayet viste en hel time. Da ble blant annet *kompensasjon* brukt for den digitale klokka og Frida brukte det for den analoge klokka. For å løse denne oppgaven på den analoge klokka brukte derimot Cecilie halvering av urskiven. Det gjorde hun fordi halve urskiven tilsvarer en avstand på 30 minutter. At man kan betrakte tidsintervaller som avstander fra 12-tallet på den måten er en egenskap ved den analoge klokka (Earnest, 2015), som også gjør at den viser forholdet mellom den hele timen og tidspunktet 30 minutter før (Williams, 2004). På grunn av disse strukturene kunne Cecilie bevege seg bakover fra 12-tallet til 6-tallet og så de resterende 5 minuttene, i stedet for å bevege seg til den forrige timen og deretter kompensere for det slik som Frida gjorde. Siden den analoge klokka viser tidsintervaller som avstander, tilbyr den en visuell støtte som den digitale klokka ikke gjør. Det tyder på at tilstedeværelsen av urskiven på de analoge oppgavene kan føre til at strategier som *kompensasjon* ikke blir nødvendig for alle, men at det da også blir behov for andre strategier i fraværet av den analoge klokka. Selv om *kompensasjon* kan brukes på både den analoge og digitale klokka, ser det ut til at den er vanligere på digitale oppgaver i fraværet av den visuelle støtten fra urskiven.

Mine resultater viser at *algoritmisk tilnærming* bare ble brukt på den digitale klokka. Det kan skyldes displayets numeriske struktur som omhandler grupperinger (Mulligan & Mitchelmore, 2013), der minutter blir gruppert til timer. Siden omgrupperinger er en sentral ide for algoritmer

(Van de Walle et al., 2014), vil jeg påstå at den numeriske strukturen har fremkalt algoritmisk tenkning. At den algoritmiske tilnærmingen ikke ble funnet for den analoge klokka var ikke så overraskende siden det å «låne» 1 time fra timeviserens posisjon virker tungvint. Den analoge urskiven har altså en romlig struktur som ikke fremmer algoritmisk tenkning på samme måte som det digitale displayet gjør. Av den grunn antar jeg at *algoritmisk tilnærming* ikke er en strategi som kan forventes at blir brukt for oppgaver på den analoge klokka.

I likhet med den algoritmiske tilnærming var også *trinnvis økning fra et endret starttidspunkt* en strategi som bare ble funnet på den digitale klokka. Denne strategien dreier seg om det samme som *trinnvis økning fra starttidspunktet*, men innebærer derimot bruk av den assosiative egenskapen for addisjon (Van de Walle et al., 2014). Dermed blir det nødvendig å skille mellom dem. Ved å bruke den assosiative egenskapen endret Cecilie starttidspunktet, men også tidsintervallet som skulle adderes. Denne fremgangsmåten var særegen for addisjon, noe som ikke er så merkelig siden den assosiative egenskapen ikke gjelder for subtraksjon. Jeg mener det digitale displayet har påvirket elevene til å bruke denne strategien. At den digitale klokka representerer en time- og minuttverdi som er separert av et kolon (Williams, 2004) forsterker inntrykket om at man har å gjøre med to tall. For oppgave 5, der klokka viste 09:10 og elevene skulle addere 90 minutter, kan man ut fra displayet betrakte oppgaven som addisjon av tre tall: 9 timer, 10 minutter og 90 minutter. Siden strategiene *algoritmisk tilnærming* og *trinnvis økning fra et endret starttidspunkt* er påvirket av den numeriske strukturen på det digitale displayet, vil jeg påstå at dette er strategier som er mindre sannsynlig at dukker opp for analoge oppgaver.

Til forskjell fra *algoritmisk tilnærming* og *trinnvis økning fra et endret starttidspunkt* som kan forventes at bare blir brukt for den digitale klokka, vil *kombinerer visernes nye posisjoner* være særegen for den analoge klokka. Det mener jeg fordi strategien kun består av visuo-romlige operasjoner, som telling av 5-minutters merkene på urskiven og bevegelser av minuttviseren. Friedman og Laycock (1989) fant *bevegelser av minuttviseren* som hovedstrategi for å finne et fremtidig tidspunkt, mens i denne studien fant jeg den bare som en delstrategi for de mindre operasjonene som ble utført for å løse oppgavene. Grunnen til det er antageligvis våre ulike oppgaver. Siden mine oppgaver involverte addisjon og subtraksjon av større tidsintervaller vil jeg anta at *bevegelser av minuttviseren* kunne blitt brukt som hovedstrategi for oppgaver som ikke krever flere mindre operasjoner. Det samme gjelder *telling av 5-minutters merkene*. På oppgave 1, der timeverdien forblir den samme, kunne elevene talt hvert 5-minutters merke på urskiven for å finne minuttviserens nye posisjon. Da kunne de markert denne posisjonen og lest av klokka med minuttviserens nye posisjon. Siden *telling av 5-minutters merkene* og *bevegelser*

av minuttviseren er visuo-romlige strategier, vil disse strategiene og *kombinerer visernes nye posisjoner* være knyttet til oppgaver på den analoge klokka.

Friedman og Laycock (1989) fant også strategien *telling med 5'ere eller 10'ere*. Telling er en strategi som i denne studien var direkte knyttet til 5-minutters merkene på den analoge urskiven. I undersøkelsen til Friedman og Laycock (1989) ble telling også brukt på den digitale klokka. Av den grunn tolker jeg deres funn som noe annet enn telling utført på urskiven. Selv om de ikke har beskrevet hvordan barna utførte tellingen på den digitale klokka, antar jeg at det kan ha fungert på følgende måte: «10:30, 10:40, 10:50, 11:00». Da utføres tellingen med 10'ere for å finne tidspunktet etter 30 minutter, noe jeg vil tro kan benyttes for den analoge klokka også. Dette blir en annen måte å telle på enn det som ble gjort av 5-minutters merkene i denne studien, som lød slik: «10, 20, 30». På bakgrunn av disse tolkningene kan telling fungere som strategi på to måter. Den første måten er en numerisk strategi for å stegsteg til det nye tidspunktet, mens den andre er en visuo-romlig strategi der man teller 5-minutters merkene på urskiven for å finne minuttviserens nye posisjon (se eksempel i forrige avsnitt). I rammeverket vil jeg derfor skille mellom *telling med 5'ere eller 10'ere* som kan dukke opp for både den analoge og digitale klokka, og *telling av 5-minutters merkene* som er særegen for den analoge klokka.

Ifølge Burny et al. (2009) er visuo-romlige operasjoner sentrale når man utfører beregninger med tidspunkt på en analog klokke på grunn av urskivens romlige strukturer. Resultatene mine indikerer det samme. I denne studien involverte mye av elevenes arbeid operasjoner på den illustrerte urskiven. Da ble romlig visualisering (van Nes & van Eerde, 2010) nødvendig for å kunne manipulere time- og minuttviseren. *Telling av 5-minutters merkene* handler ikke om visualisering i samme grad som bevegelser av viserne, men innebærer i stedet en romlig forståelse for rekkefølgen på disse merkene (Mulligan & Mitchelmore, 2013). Romforståelse er altså viktig for å kunne utføre operasjoner på den analoge klokka og blir sentralt for både de *visuo-romlige strategiene* og strategiene som er kategorisert som en *blandet metode*, som vist i tabell 4. Tilstedeværelsen av urskiven på de analoge oppgavene tillot elevene å bruke sin romforståelse for å manipulere deler av klokka. Det betyr at denne forståelsen spiller en liten rolle for beregninger med tidspunkt på den digitale klokka, i fraværet av en analog urskive, med mindre det er i form av strategien *analog referanse* (Friedman & Laycock, 1989).

At barn bruker strategien *analog referanse* (Friedman & Laycock, 1989) for den digitale klokka innebærer visualisering av en analog urskive. Jeg vil tro at det er mindre vanlig i dag enn da Friedman og Laycock (1989) publiserte sin artikkel for 30 år siden. Det mener jeg fordi den digitale klokka kan betraktes som mer tilstedeværelsen i dagens samfunn på alle de elektroniske

apparatene. Dermed lærer barn å lese av digitale klokker i en tidligere alder slik at de også tilegner mer erfaring med denne displaytypen. Ingen av elevene i min studie ga uttrykk for bruk av en forestilt urskive. Jeg mener likevel det kan dukke opp i arbeid med digitale oppgaver for barn som har god erfaring med den analoge klokka, fordi den visuelle støtten fra den analoge klokka etter hvert kan utvikles til en mental støtte, noe jeg kommer tilbake til for studiens didaktiske implikasjoner. Det er derimot behov for mer oppdatert forskning for å bekrefte om *analog referanse* (Friedman & Laycock, 1989) faktisk hører hjemme i et endelig rammeverk over strategier som kan bli brukt for å operere med tidspunkt på den digitale klokka.

De mest brukte strategiene i denne studien var *kombinerer visernes nye posisjoner* og *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*. Det er noen forskjeller mellom disse strategiene som er verdt å merke seg. Fremgangsmåten som ble brukt for *kombinerer visernes nye posisjoner* kan ses i sammenheng med *dekomponering* (Torbeyns et al., 2009a). For å løse oppgavene på den analoge klokka splittet elevene det viste tidspunktet i timer og minutter, og behandlet tidsenhetene separat. Denne beskrivelsen samsvarer med *dekomponering* i titallsystemet der tallene deles opp i tiere og enere for så å bli kombinert igjen til slutt (Van de Walle et al., 2014). *Trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* kan derimot ses i lys av *sekvensering* (Torbeyns et al., 2009a). Det mener jeg fordi strategien innebærer at elevene bevarer tidspunktet de blir presentert for, men splitter tidsintervallet i mindre deler slik at de gradvis kan addere eller subtrahere et mindre tidsintervall om gangen. På så måte løser elevene oppgaven sekvensielt, mens de anvender en samtidig telling av timene og minuttene underveis i utregningen. Forskjellene mellom disse to strategiene dreier seg dermed om en ulik fremgangsmåte, men også om tidsenhetene blir behandlet samtidig eller separat.

Både *kombinerer visernes nye posisjoner* og *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* er strategier som kan bestå av en rekke delstrategier. Derfor kan de betraktes som en utvidelse av de andre strategiene som er diskutert i dette kapittelet. Det betyr at strategiene som er funnet gjennom dette masterprosjektet og fra tidligere forskning (Friedman & Laycock, 1989) kan brukes som delstrategier i flere ulike kombinasjoner for å løse oppgaver knyttet til regning på den analoge og digitale klokka. For å illustrere dette poenget vil jeg vise til Anders sin bruk av strategien *trinnvis økning fra starttidspunktet* på oppgave 2 for den analoge klokka, der han skal finne tidspunktet etter 80 minutter når den analoge klokka viser kvart på ett:

Anders: Fordi nå er klokka kvart på ett, så går jeg 1 time framover og da blir klokka kvart på to. Så er det 20 minutter til og det er bare 15 til en hel time og da går den over enda en time. Så da er det 15 igjen til klokka to, men fremdeles 5 igjen og da blir klokka fem over to [*Beveger fingeren langs urskiven fra kvart på to til to, og så fra to til markeringen av minuttviserens nye posisjon*].

Hans raske besvarelse av tidspunktet etter 1 time viser bruk av *direkte retrieval* (Ostad, 2013). Selv om jeg gjennom analysen bare har funnet det som hovedstrategi for subtraksjon av 1 time, viser dette eksempelet hvordan denne strategien også brukes for addisjon. *Direkte retrieval* vil være en fellesbetegnelse for strategiene *visste bare* (Friedman & Laycock, 1989) og *vet det bare* som ble brukt i analysen for denne masteroppgaven. I tillegg har Anders anvendt *telling av 5-minutters merkene* for å finne minuttviserens nye posisjon, samt *bevegelser av minuttviseren* (Friedman & Laycock, 1989) for å følge minuttviserens bevegelse mens han gradvis adderte tidsintervallet. Fra utdraget kan man se at han har addert 15 minutter i sitt andre steg med det formål å *fullføre timen* (Friedman & Laycock, 1989), noe som kommer til uttrykk gjennom hans uttalelse om at «det er bare 15 til en hel time». For den trinnvise nedgangen kunne elevene også bevege seg bakover til den forrige timen, en strategi jeg vil kalle *reversert «fullføre timen»*. Selv om disse to strategiene bare ble funnet som delstrategier i denne studien, kan man forvente at de blir brukt som hovedstrategier for oppgaver som «13:45 + 15 minutter» eller «12:15 – 15 minutter». Arbeidet til Anders viser hvordan flere delstrategier ble brukt for å løse oppgaven.

Resultatene fra dette masterprosjektet, og sammenligningen med funn gjort av Friedman og Laycock (1989), har ført til rammeverket som er presentert i tabell 6. Denne tabellen viser hvilke strategier barn kan benytte seg av når de utfører beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke. Siden strategiene som dukket opp i denne studien kunne bestå av flere delstrategier, kan man anta at de også vil bli brukt som hovedstrategier dersom oppgavens utforming legger til rette for det, slik jeg har vist i eksempelet over for strategiene *fullføre timen* og *reversert «fullføre timen»*. Jeg har ikke inkludert strategier som *trinnvis nedgang fra starttidspunktet med kompensasjon*, som er omtalt i analysekapittelet (D5), som egne strategier i det endelige rammeverket. Det er fordi *kompensasjon* også kan brukes som hovedstrategi, på samme måte som ble vist for den analoge klokka. Man må altså være oppmerksom på at strategiene som er diskutert i dette kapittelet, og som er vist i rammeverket, kan kombineres på flere ulike måter for å løse oppgaver knyttet til operasjoner med tidspunkt. Dersom elevene kombinerer flere av strategiene innebærer det bruk av *kombinerer visernes nye posisjoner* eller *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*, siden disse to strategiene kan betraktes som en utvidelse av de andre strategiene.

I rammeverket er det verdt å merke seg at addisjon og subtraksjon er nevnt to ganger. Den første gangen omhandler oppgavetypen. Da viser addisjon og subtraksjon til de underliggende regneoperasjonene for oppgavene, siden de skulle finne et tidligere eller fremtidig tidspunkt. *Addisjon* og *subtraksjon* inne i rammeverket dreier seg om strategiene elevene brukte, der de adderte eller subtraherte tidsintervallet fra oppgaven i én omgang.

Tabell 6

Rammeverk for strategier barn kan benytte seg av når de utfører beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke

| Analog klokke | | Digital klokke | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|--|---------------------------------------|
| Addisjon | Subtraksjon | Addisjon | Subtraksjon |
| Direkte retrieval | Direkte retrieval | Direkte retrieval | Direkte retrieval |
| Addisjon | Subtraksjon | Addisjon | Subtraksjon |
| Trinnvis økning fra starttidspunktet | Trinnvis nedgang fra starttidspunktet | Trinnvis økning fra starttidspunktet | Trinnvis nedgang fra starttidspunktet |
| Fullføre timen | Reversert «fullføre timen» | Fullføre timen | Reversert «fullføre timen» |
| | Kompensasjon | | Kompensasjon |
| | | | Algoritmisk tilnærming |
| | | Trinnvis økning fra et endret starttidspunkt | |
| Telling med 5'ere og 10'ere | Telling med 5'ere og 10'ere | Telling med 5'ere og 10'ere | Telling med 5'ere og 10'ere |
| Telling av 5-minutters merkene | Telling av 5-minutters merkene | | |
| Kombinerer visernes nye posisjoner | Kombinerer visernes nye posisjoner | | |
| Bevegelser av minuttviseren | Bevegelser av minuttviseren | | |
| | | Analog referanse | Analog referanse |

Rammeverket viser hvordan noen strategier bare ble brukt på den analoge eller digitale klokka. Tabell 4 fra analysekapittelet viser en fordeling av strategiene elevene benyttet seg av i denne studien under tre overordnede kategorier: *visuo-romlige strategier*, *numeriske strategier* og *blandet metode*. En slik sortering har jeg ikke gjort for det endelige rammeverket for å holde det mer oversiktlig, siden flere av strategiene kan kategoriseres på flere måter. Resultatene fra tabell 5 viser likevel at den digitale klokka fremkaller bruk av numeriske strategier, mens visuo-romlige strategier dominerte for den analoge klokka. Dette funnet samsvarer med Friedman og Laycock (1989) sine resultater.

Disse resultatene viser at elevenes strategibruk ble påvirket av om det var en analog eller digital klokke som viste oppgavens starttidspunkt. I drøftingen har jeg vist hvordan *algoritmisk tilnærming* og *trinnsvis økning fra et endret starttidspunkt* ble påvirket av den numeriske strukturen på det digitale displayet, mens *kombinerer visernes nye posisjoner* ble påvirket av urskivens romlige strukturer. Elevene ble altså påvirket av tilstedeværelsen av den analoge og digitale klokka. Samtidig ble det funnet at fraværet av en analog urskive kunne ha betydning for strategiene som ble brukt på de digitale oppgavene, noe Friedman og Laycock (1989) også har kommentert. Siden den analoge klokka tilbyr en visuell støtte som det digitale displayet ikke gir, kan det føre til bruk av andre strategier på den digitale klokka. Det så man for *kompensasjon* som kan anses å være en alternativ strategi i de tilfellene der man ikke får muligheten til å betrakte tidsintervallene som avstander fra 12-tallet. Resultatene fra dette masterprosjektet viser altså at tilstedeværelsen av en analog eller digital klokke, samt fraværet av en analog urskive på de digitale oppgavene, har forårsaket forskjeller mellom elevene strategier ved beregninger med tidspunkt på de to displaytypene.

5.3 Didaktiske implikasjoner

Gjennom arbeidet med dette prosjektet har jeg fått større innsikt i hvilke strategier det kan forventes at 4. klassinger bruker når de utfører beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke. Resultatene fra denne studien kan ikke generaliseres til å gjelde for andre enn de seks elevene som deltok. Likevel mener jeg at rammeverket som er presentert i tabell 6 kan gi et godt bilde av hvilke strategier som kan bli brukt og slik være nyttig for både meg og andre lærere. I det følgende vil jeg trekke fram tre faktorer som bør belyses i forhold til bruk av klokkeoppgaver i skolen. Disse faktorene dreier seg om overføringsverdien fra strategier for addisjons- og subtraksjonsoppgaver i titallsystemet til klokkesystemet, hvilken betydning forskjellene mellom strategiene for den analoge og digitale klokka kan ha for undervisningen,

og hvilke sammenhenger det var mellom strategiene og oppgavene de ble brukt på. Til slutt vil gjøre noen avsluttende refleksjoner om strategiene som ble funnet.

Den første didaktiske implikasjonen for denne studien angår overføringsverdien fra addisjons- og subtraksjonsstrategier for regning i titallsystemet. Denne implikasjonen er basert på at elevene kunne behandle timene og minuttene på samme måte som tiere og enere. For strategien *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* forsøkte elevene oftest å komme seg til den nærmeste hele timen. Det kan ses i sammenheng med *bridging up and down through ten* (Thompson, 2000). I titallsystemet innebærer det at man adderer eller subtraherer til nærmeste multiplum av 10 (Thompson, 2000), mens ved beregninger med tidspunkt bevegde elevene seg til den forrige eller neste hele timen, altså nærmeste multiplum av 60 minutter. For regning på klokka vil et slikt «mellomledd» omhandle bruk av hele timer i stedet for tiere. Ifølge Thompson (2000) kan kryssing av 10 brukes for å håndtere de vanskeligere delene av en oppgave. Det kan man også anta at gjelder for kryssing av hele timer ut fra Brage sin uttalelse om at det er «enklere hvis jeg får den til å bli hel». Likheten mellom bruken av tiere i titallsystemet og timer kan også ses i lys av kompensasjonsstrategien. I denne studien begynte elevene fra en hel time og bevegde seg bakover til den forrige hele timen, der man i titallsystemet ville subtrahert til nærmeste multiplum av 10 (Thompson, 2000). Disse eksemplene viser at elevene behandlet hele timer i beregninger med tidspunkt på samme måte som tiere for regning i titallsystemet.

Ifølge Kamii og Russell (2012) ligger det samme til grunn for koordineringen av timer og minutter som for koordineringen av tiere og enere, nemlig reflekterende abstraksjon. Derfor mener jeg at vi som lærere må hjelpe elevene med å overføre sin kunnskap om beregninger med tiere og enere slik at kunnskapen også kan gjelde for beregninger med timer og minutter. Det vil også innebære en overføring av egenskapene ved de aritmetiske regneoperasjonene, som den assosiative egenskapen for addisjon (Van de Walle et al., 2014) som var sentral for strategien *trinnvis økning fra et endret starttidspunkt*. På så måte vil jeg hevde at det er viktig at elevene utvider sin allerede eksisterende kunnskap om tiere og enere, men også egenskaper ved regneoperasjonene, til å også gjelde tidsenhetene.

Den andre implikasjonen dreier seg om forskjellene som ble funnet for strategiene på de analoge og digitale oppgavene, og hvilken betydning det kan ha i undervisningssammenheng. Enkelte av 4. klassingene kunne bruke den samme strategien for både den analoge og digitale klokka, som *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet*. For begge displaytypene innebar denne strategien de samme numeriske operasjonene, altså addisjon eller subtraksjon. For den analoge klokka kunne denne strategien også innebære bruk av visuo-romlige operasjoner. Man kan

derfor lure på om disse elevene egentlig hadde et behov for å bruke den analoge urskiven som en støtte i utregningen, siden de ikke trengte det for de digitale oppgavene. Likevel er det ikke så rart at de utnyttet den visuelle støtten fra urskiven da den var tilstede på oppgavearket. Ut fra denne forskjellen tolker jeg det slik at den analoge urskiven gir en ekstra støtte som den digitale klokka ikke tilbyr og at den dermed kan fungere som en sikkerhet i elevenes arbeid.

På bakgrunn av den visuelle støtten fra urskiven mener jeg det er viktig at vi som lærere hjelper elevene med å tilegne kunnskap om den analoge klokka og dets struktur. Slik kan elevene bruke den som en støtte i begynnelsen av læringsprosessen om operasjoner med tidspunkt på den analoge klokka. Det innebærer blant annet en forståelse for hvordan urskiven representerer avstander (Earnest, 2015) og forholdet mellom ulike tidspunkt (Williams, 2004). Jeg vil anta at urskiven etter hvert kan utvikles til en mental støtte som også kan benyttes for digitale oppgaver. Det mener jeg på grunn av Friedman og Laycock (1989) sine resultater som viser bruken av *analog referanse*, en strategi som involverer at man mentalt visualiserer en urskive. Ved å gi elevene muligheten til å utvikle et godt kjennskap til den analoge klokka, kan de få en visuell og etter hvert mental støtte for regning med tidspunkt, både for den analoge og digitale klokka.

Selv om jeg vil påstå at tilstedeværelsen av den analoge og digitale klokka var den avgjørende faktoren som påvirket elevenes strategier, så det også ut til at oppgavene i seg selv var av betydning. Det fører meg videre til den siste implikasjonen som handler om hvordan strategiene kan ha blitt påvirket av oppgavens utforming. Innledningsvis for masteroppgaven skrev jeg at jeg finner det nyttig å ha kunnskap om elevers strategier slik at jeg kan legge til rette for utvikling av varierte strategier med gode eksempler og oppgaver. Gjennom analysen av elevenes arbeid så jeg et mønster for noen av strategiene og oppgavene de ble brukt på. I det følgende vil jeg gi en oppsummering av disse funnene siden det kan gi lærere nyttig informasjon om hvilke oppgaver som kan fremme bruk av de ulike strategiene.

Retrievalstrategien *vet det bare* ble kun brukt for oppgave 7 som innebar subtraksjon av 60 minutter. Det kan skyldes at dette er en oppgave disse elevene har møtt ofte nok til at et forhåndslagret svar kan hentes fram fra minnet (Friedman & Laycock, 1989). *Kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* var strategier som ble brukt for subtraksjon av et tidsintervall mindre enn 60 minutter fra et X:00-tidspunkt. Begge strategiene tillot elevene å først finne den riktige timeverdien og deretter den nye minuttverdien. Det betyr at disse to strategiene muligens ble anvendt for å forenkle den opprinnelige oppgaven ved at endringene av time- og minuttverdien ble mer oversiktlige. *Trinnvis økning fra et endret starttidspunkt* ble bare brukt på oppgave 5 for den digitale klokka der elevene skulle addere 90 minutter til 09:10. Jeg vil anta at det skyldes

at tidspunktet er nært den forrige hele timen slik at det ble mer effektivt å bevege seg bakover enn fremover til neste time. Selv om det var tilfelle for oppgave 1 også, med tidspunktet 10:05, innebar derimot oppgave 5 addisjon av et såpass stort tidsintervall som førte til endringer av både time- og minuttverdien. Disse funnene tyder på at tidspunktet og tidsintervallet som skal adderes eller subtraheres kan ha betydning for hvilken strategi elevene velger. Det trengs mer forskning for å avklare sammenhengen mellom strategiene og oppgavene de brukes på.

Kombinerer visernes nye posisjoner og trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet så ikke ut til å være knyttet til en spesiell oppgavetype, annet enn at førstnevnte strategi bare ble funnet på de analoge oppgavene. Sistnevnte strategi brukte elevene altså på alle oppgavene for både den analoge og digitale klokka, med unntak av oppgave 1 for den analoge klokka og oppgaven 1 og 3 for den digitale klokka siden elevene i stedet anvendte *addisjon* og *subtraksjon*. Det mener jeg skyldes denne strategiens fleksibilitet ved at elevene kunne addere eller subtrahere et mindre tidsintervall om gangen slik de selv ønsket, der blant annet *direkte retrieval*, *kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* fungerte som delstrategier.

Det er liten tvil om at retrievalstrategier vil effektivisere elevenes arbeid på slike oppgaver, men siden det vil være en utfordring med tanke på alle tidspunktene og tidsintervallene som finnes blir utvikling av *backupstrategier* (Ostad, 2013) viktig. Basert på mine resultater vil jeg hevde at det er strategien *trinnvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* vi bør jobbe systematisk mot. Det mener jeg på grunn av dens fleksible bruk for oppgavene på både den analoge og digitale klokka, uavhengig av oppgavens utforming. Denne strategien er fleksibel ved at den kan involvere bruk av varierte delstrategier som så ut til å være tilpasset tidspunktet og tidsintervallet for de mindre stegene i utregningen. Med det mener jeg at elevene for eksempel brukte *kompensasjon* i de tilfellene der det ble behov for å skape mindre og mer oversiktlige endringer av time- og minuttverdien. Ved bruk av *trinnvis økning eller nedgang* vil jeg også påstå at elevene hadde en bedre forståelse for beregningen de utførte, sett i forhold til *kombinerer visernes nye posisjoner*. Til grunn for det legger jeg at elevene behandlet timene og minuttene som et helhetlig tidspunkt i stedet for å fokusere på tidsenhetene hver for seg, slik at det virket som at de hadde mer kontroll i sin utregning. Sist, men ikke minst, viste *direkte retrieval* seg å spille en sentral rolle for valgene elevene gjorde for den trinnvise økningen eller nedgangen, som dermed kan gjøre det til en mer effektiv backupstrategi.

5.4 Metodedrøfting

I denne studien kunne jeg som deltakende observatør, observere elevenes synlige handlinger og stille oppklarings- og inngående spørsmål for å få et større innblikk i deres tenkning gjennom oppgaveløsningen. Med sosialkonstruktivismen som underliggende læringssyn kunne jeg få indirekte tilgang til elevenes mentale prosesser gjennom sosial interaksjon (Cobb, 2007). Det er verdt å påpeke at man aldri kan få full tilgang til elevenes resonnement, noe som kan være årsaken til at strategien *analog referanse* (Friedman & Laycock, 1989) ikke ble oppdaget i denne studien. Selv om jeg stilte oppfølgingsspørsmål angående visualisering av en analog urskive, var det ingen av elevene som ga uttrykk for bruk av det på de digitale oppgavene. Selvfølgelig kan det hende at noen av elevene benyttet denne strategien uten å fortelle det, men som forsker har man bare tilgang til det som kommer fram gjennom elevenes verbale forklaringer og synlige handlinger. Den sosiale interaksjonen ble derfor viktig for at jeg skulle forstå elevene (Christoffersen & Johannessen, 2012) der mine spørsmål ga dem en mulighet til å forklare og utdype sin tenkning og hvilke intensjoner de hadde for handlingene sine.

Et av de metodiske valgene jeg tok i forskningsprosessen var å ikke si tidspunktet som ble vist i oppgaven høyt for elevene, slik Friedman og Laycock (1989) gjorde i deres studie. Jeg valgte å ikke gjøre det i tilfelle et absolutt eller relativt tidsuttrykk kunne påvirke elevenes strategier. Selv om jeg ikke har funnet forskning som indikerer en påvirkning av tidsuttrykket, så jeg i min studie hvordan Emil brukte numeriske strategier da han leste av den analoge klokka med et absolutt tidspunkt. I tillegg fant jeg strategien *kombinerer visernes nye posisjoner* der de fleste av elevene ikke identifiserte tidspunktet før etter visernes forflytning. Dersom jeg hadde sagt tidspunktet høyt kunne det ha påvirket dem til å bruke en annen strategi i stedet, som *trinnavvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* der alle elevene leste av tidspunktet som ble vist på klokka. At jeg ikke sa tidspunktet høyt til elevene ble sjeldent en utfordring for å skille mellom deres strategier for avlesning og for å operere med tidspunkt. Det kan tyde på at elevene ofte brukte *direkte retrieval* som avlesningsstrategi (Siegler & McGilly, 1989). For yngre barn som ikke har utviklet retrievalstrategier for å lese av den analoge klokka kan det være mer hensiktsmessig å si tidspunktet høyt. Da er det verdt å merke seg at Friedman og Laycock (1989) undersøkte elever ved 1.-5. trinn, mens deltakerne i denne studien var 4. klassinger.

6 Avslutning

I dette mastergradsprosjektet har jeg undersøkt hvilke strategier 4. klassingene benyttet seg av ved beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke, og hvilke forskjeller det var mellom strategiene som ble brukt for de to displaytypene. For å undersøke elevenes strategibruk ble de bedt om å løse oppgaver som innebar operasjoner med tidspunkt vist på en analog eller digital klokke. Jeg har hatt en kvalitativ tilnærming til studien for å få en dypere innsikt i og forståelse for elevenes resonnement. Med deltakende observasjon kunne jeg studere elevenes synlige handlinger, samtidig som jeg fikk stille oppfølgingsspørsmål om det de sa og gjorde. Ved bruk av lydopptak og observasjonsnotater fikk jeg et datamateriale som viste elevenes strategibruk på de ulike oppgavene. Datamaterialet dannet grunnlaget for en kodings- og kategoriseringsprosess som endte med strategiene som er vist i tabell 4.

I hovedsak fant jeg de samme strategiene som ble funnet av Friedman og Laycock (1989). Til forskjell fra deres studie inkluderte jeg subtraksjonsoppgaver, slik at strategiene *kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* ble funnet. Samtidig innebar mine oppgaver addisjon og subtraksjon av større tidsintervaller, slik at strategier som *kombinerer visernes nye posisjoner* og *trinnsvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* ble brukt. De to sistnevnte strategiene besto av flere delstrategier, slik at de kan betraktes som en utvidelse av de andre strategiene som ble brukt i denne og i Friedman og Laycock (1989) sin undersøkelse. Med det mener jeg at *addisjon* ble funnet som hoved- og delstrategi, der den ble brukt som en gjentatt delstrategi for *trinnsvis økning fra starttidspunktet*. Det samme gjelder *kompensasjon* og *subtraksjon* som ble brukt som delstrategier for *trinnsvis nedgang fra starttidspunktet*. Slik kan *trinnsvis økning eller nedgang fra starttidspunktet* anses å være en utvidet strategi. På bakgrunn av denne studiens funn kan altså enkelte av hovedstrategiene innebære en kombinasjon av flere delstrategier eller en delstrategi som blir gjentatt i flere omganger. De ulike delstrategiene samsvarte i stor grad med resultatene til Friedman og Laycock (1989).

Tabell 4 viser også forskjellene mellom den analoge og digitale klokka ved at noen strategier bare ble brukt for den ene displaytypen. Tabell 5 tydeliggjør disse forskjellene. Resultatene som er presentert i denne tabellen viser at den digitale klokka fremkaller *numeriske strategier*, mens den analoge klokka hovedsakelig førte til bruk av *visuo-romlige strategier*. Tabell 4 og 5 belyser altså både den første og andre delen av forskningsspørsmålet. Gjennom analysen av elevenes arbeid har jeg vist hvordan deres strategier har blitt påvirket av tilstedeværelsen av den analoge og digitale klokka, og av klokkenes ulike representasjoner av tid. Selv om det

digitale displayet så ut til å fremme bruk av numeriske operasjoner, virket det som at elevene også ble påvirket av fraværet av en analog urskive. Det mener jeg fordi urskiven gir en visuell støtte som elevene ikke hadde tilgang til på de digitale oppgavene. Jeg vil derfor si meg enig med Friedman og Laycock (1989) om at elevenes strategier blir påvirket av klokka som viser tidspunktet, som dermed fører til forskjeller mellom strategiene for de to displaytypene.

Målet for denne undersøkelsen var å bidra til at lærere får større innsikt i hvordan barn kan utføre beregninger med tidspunkt på en analog og digital klokke gjennom å skape et rammeverk for strategier det kan forventes at barn bruker for slike typer oppgaver. Ved å sammenligne mine og Friedman og Laycock (1989) sine resultater, og gjennom en vurdering av våre felles og ulike strategier, kom jeg fram til rammeverket som er presentert i tabell 6. Det er selvfølgelig behov for mer forskning for å avklare om dette er de eneste strategiene eller om det finnes flere.

Selv om resultatene fra denne kvalitative studien ikke kan generaliseres til å gjelde alle elever ved 4. trinn, vil jeg likevel snakke om forskningsresultatene overførbarhet (Fangen, 2010). Siden mine resultater i stor grad samsvarer med Friedman og Laycock (1989) sine funn, kan man anta at resultatene fra denne studien også kan overføres til å gjelde andre lignende situasjoner. Rammeverket fra tabell 6 gir dermed nyttig informasjon til meg og andre lærere ved at det gir et godt innblikk i hvilke strategier barn kan bruke når de utfører beregninger med tidsintervaller og tidspunkt på en analog og digital klokke.

6.1 Videre forskning

Siden forskningen som er gjort på dette feltet er fra 1980-tallet vil det først og fremst være nyttig med mer oppdatert forskning. Mine resultater samsvarer godt med funnene som er gjort av Friedman og Laycock (1989) for 30 år siden, med unntak av *analog referanse*. Med nyere forskning kan man finne ut om denne forskjellen skyldes elevene som deltok i min studie eller om det kan ha noe å si at den digitale klokka er vanligere å bruke i dagens samfunn. I tillegg til behovet for nyere forskning, vil jeg foreslå to punkter for videre forskning.

Det første punktet dreier seg om å gjennomføre en større undersøkelse. Jeg har kun studert seks elevers strategier og det gir et for lite grunnlag til å trekke generelle slutninger. Elevene som deltok i dette prosjektet ble klassifisert som gjennomsnittlig til høyt presterende i matematikk av deres lærer. Videre forskning bør inkludere elever fra alle prestasjonsnivåer for at resultatene skal bli mer representativ for alle elevtyper. Med en mer omfattende studie kan flere strategier dukke opp i større grad, som *analog referanse* (Friedman & Laycock, 1989) eller *algoritmisk tilnærming*. Jeg vil tro at lavere presterende elever kan ha et større behov for å støtte seg til en

visualisert urskive eller eventuelle prosedyrer som er tilegnet. Da kan man også få et bedre innblikk i hvilken rolle de visuo-romlige ferdighetene spiller for beregninger med tidspunkt. Jeg har ikke noe grunnlag for å hevde at slike strategier kan brukes av lavere presterende elever, så det blir bare antagelser. En mer omfattende studie med et større antall deltakere fra flere prestasjonsnivåer kan derimot bekrefte eller avkrefte en slik påstand og samtidig skape et mer generelt bilde av 4. klassingers strategier.

Det andre punktet omhandler hvordan lærere kan nyttiggjøre seg av kunnskapen om elevenes strategier i undervisningen. Innledningsvis for masteroppgaven skrev jeg at jeg selv finner det nyttig å kjenne til elevenes strategier, fordi det lar meg legge til rette for oppgaver som fremmer oppdagelse av disse strategiene. Jeg vil påstå at det samme er tilfelle for strategier som anvendes for å operere med tidspunkt. I forbindelse med resultatene fra denne studien kan det være interessant å se nærmere på hvordan de ulike strategiene er knyttet til oppgavens utforming, altså tidsintervallet og tidspunktet. Det ble funnet tendenser for bruk av noen av strategiene, som *kompensasjon* og *algoritmisk tilnærming* som bare ble brukt for subtraksjon av et tidsintervall mindre enn 60 minutter fra en hel time. Det tyder på at oppgavens utforming har en innvirkning på hvilke strategier som brukes. Med et større datamateriale kan man se om de samme tendensene oppstår og muligens finne flere. Resultatene fra forskning som studerer sammenhengen mellom strategiene og oppgavene de brukes på, kan vise seg nyttig for lærere ved at de kan utforme oppgaver som tilrettelegger for oppdagelse av varierte strategier.

Selv om det er behov for mer forskning som gjelder kunnskap om klokka og operasjoner med tidspunkt, vil jeg likevel si at funnene som er lagt fram i denne masteroppgaven vil være relevant for matematikklærere som ønsker å gi elevene varierte tilnærminger for slike typer oppgaver. Resultatene fra dette prosjektet gir et godt innblikk i hvordan 4. klassinger kan utføre beregninger med tidspunkt på den analoge og digitale klokka.

7 Referanseliste

- Burny, E., Valcke, M. & Desoete, A. (2009). Towards an agenda for studying learning and instruction focusing on time-related competences in children. *Educational Studies*, 35(5), s. 481-492. <https://doi.org/10.1080/03055690902879093>.
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cobb, P. (2007). Putting Philosophy to Work: Coping with Multiple Theoretical Perspectives. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, s. 3-38. Charlotte, NC: Information Age.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). London: Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). Los Angeles, California: Sage.
- Earnest, D. (2015). WHEN «HALF AN HOUR» IS NOT «THIRTY MINUTES»: ELEMENTARY STUDENTS SOLVING ELAPSED TIME PROBLEMS. I T., G. Bartell, K. N. Bieda, R. T. Putnam, K. Bradfield & H. Dominguez (Red.), s. 285-291. *Proceedings of the 37th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. East Lansing, MI: Michigan State University.
- Fangen, K. (2010). *Deltagende observasjon* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Fosnot, C. T. & Perry, R. S. (2005). Constructivism: A Psychological Theory of Learning. I C. T. Fosnot (Red.), *Constructivism: Theory, Perspectives, and Practice* (2. utg.). Columbia University: Teachers College.
- Friedman, W. J. & Laycock, F. (1989). Children's Analog and Digital Clock Knowledge. *Child Development*, 60(2), s. 357-371. <https://doi.org/10.2307/1130982>.
- Goldman, S. R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning disability quarterly*, 12(1), s. 43-55. <https://doi.org/10.2307/1510251>.
- Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Hammersley, M. & Atkinson, P. (1996). *Feltmetodikk: grunnlaget for feltarbeid og forskning* (2. utg.). Oslo: Gyldendal.
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg.). Oslo: Abstrakt forlag AS.
- Kamii, C. & Russell, K. A. (2012). Elapsed time: Why is it so difficult to teach? *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), s. 296-315. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.3.0296>.

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Lerman, S. (2000). The Social Turn in Mathematics Education Research. I J. Boaler (Red.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*, s. 19-44. Westport, CN: Ablex Publishing.
- Madsbu, J. P. (2011). Hvordan etablere vitenskapelig kunnskap om samfunnet? I J. P. Madsbu & M. Pedersen (Red.), *I verdens rikeste land: samfunnsvitenskapelige innganger til norsk samtid*. Vallset: Oplandske bokforlag.
- Mellin-Olsen, S. (1996). *Samtalen som forskningsmetode. Tekster om kvalitativ forskningsmetode som del av pedagogisk virksomhet*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (2013). Early Awareness of Mathematical Pattern and Structure. I L. English & J. T. Mulligan (Red.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning*, s. 29-45. Berlin: Springer.
- Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier. Den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: med fokus på elever med matematikkvansker*. Trondheim: Læreboka forlag.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Siegler, R. S. & McGilly, K. (1989). Strategy choices in children's time-telling. I I. Levin & D. Zakay (Red.), *Time and human cognition: A life-span perspective*, s. 185-216). Oxford, UK: North Holland.
- Thompson, I. (2000). Mental Calculation Strategies for Addition and Subtraction: Part 2. *Mathematics in School*, 29(1), s. 24-26.
- Tjora, A. (2010). *Kvalitative forskningsmetode i praksis* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquiére, P. & Verschaffel, L. (2009a). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), s. 1-17. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9155-z>.

- Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquiére, P. & Verschaffel, L. (2009b). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM Mathematics Education*, 41, s. 581-590. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0187-3>.
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04): Kompetansemål*. Hentet 17.01.18 fra <https://www.udir.no/k106/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal>.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (8. utg.). Edinburgh: Pearson Education Limited.
- van Nes, F. & van Eerde, D. (2010). Spatial structuring and the development of number sense: A case study of young children working with blocks. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(3), s. 145-159. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2010.08.001>.
- von Glaserfeld, E. (1995). *Radical Constructivism. A Way of Knowing and Learning*. London: Falmer Press.
- Williams, R. F. (2004). *Making Meaning from a Clock: Material Artifacts and Conceptual Blending in Time-Telling Instruction*. San Diego: University of California.

Vedlegg

Vedlegg 1: Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Beregninger med tidspunkt»?

Formål

Jeg, Linn Marte Norum, er en masterstudent ved NTNU og skal skrive en masteroppgave i matematikdidaktikk. Formålet med prosjektet er å finne ut mer om hvilke strategier elever på 4. trinn bruker når de løser oppgaver knyttet til regning med tidspunkt på den analoge og digitale klokka. Dette innebærer at jeg skal gi elevene noen matematiske oppgaver innenfor dette temaet. Da vil jeg observere elevene og stille spørsmål til dem underveis og etter arbeidet med oppgavene for å få en bedre forståelse for hva de har tenkt og gjort. Datainnsamlingen vil foregå i løpet av høsten 2018, og levering av den ferdigstilte masteroppgaven er mai 2019.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

NTNU, Institutt for lærerutdanning, er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg har valgt å fokusere på 4. trinn, og med tillatelse fra rektor og matematikklærer blir dette skrevet sendt ut til alle foresatte på 4. trinn.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at eleven skal jobbe med noen oppgaver knyttet til regning med klokka. Det vil ta ca. 45 minutter, inkludert den individuelle samtalen underveis og etter arbeidet. Jeg kommer til å ta lydopptak av samtalen og samler inn elevarbeidet etter økten.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis foresatte samtykker til deltakelse i prosjektet, blir elevene spurt om de ønsker å være med. Dersom eleven sier nei, respekteres dette selv om foresatte har samtykket. Hvis foresatte og eleven velger å delta, kan dere når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om eleven vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for noen hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke dere.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Jeg vil bare bruke opplysningene om deg til formålet jeg har fortalt om i dette skrevet, og kun dersom du har gitt ditt samtykke. Jeg behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er kun jeg som har tilgang til det innsamlede datamaterialet. Min prosjektgruppe og veileder, Kristin Krogh Arnesen, vil ha tilgang til datamaterialet først etter at det er anonymisert. Lydopptaket vil kun være tilgjengelig for meg og vil transkriberes så raskt som mulig etter samtalen er gjennomført, og deretter slettet. I transkripsjonen vil navn på alle elever bli erstattet med et pseudonym, slik at de eneste opplysningene som kommer fram vil være alder (4. klassinger) og kjønn. Elevene vil derfor ikke kunne gjenkjennes ved en eventuell publikasjon. Prosjektet skal etter planen avsluttes mai 2019, og da vil lydopptak med eventuelle personopplysninger allerede være slettet.

På oppdrag fra NTNU, Institutt for lærerutdanning, har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Stemmene som kommer fram i lydopptaket er i seg selv en personopplysning, i tillegg til eventuelle navn som kan dukke opp. Det vil si at så lenge lydopptaket eksisterer, kan elevene være identifiserbare. Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til prosjektet, ta kontakt med:

- Linn Marte Norum, på epost marte.norum@outlook.com eller telefon: 47 29 91 97
- NTNU, Institutt for lærerutdanning, ved Kristin Krogh Arnesen, på epost kristin.arnesen@ntnu.no eller telefon: 73 41 29 48
- Vårt personvernombud: Thomas Helgesen (epost thomas.helgesen@ntnu.no eller telefon: 93 07 90 38
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost personvernombudet@nsd.no eller telefon: 55 58 21 17

Med vennlig hilsen

Linn Marte Norum

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet og samtykker til at

_____ (barnets navn) kan delta i prosjektet.

(Foresattes underskrift)

(Dato)

Vedlegg 2: Oppgavesettet

Oppgave 1

Hva er klokka om 45 minutter?



Oppgave 2

Hva er klokka om 80 minutter?



Oppgave 3

Hva var klokka for 25 minutter siden?



Oppgave 4

Hva var klokka for 70 minutter siden?



Oppgave 5

Hva er klokka om 90 minutter?



Oppgave 6

Hva er klokka om 30 minutter?



Oppgave 7

Hva var klokka for 60 minutter siden?



Oppgave 8

Hva var klokka for 35 minutter siden?



| | |
|--|--|
| <p>Oppgave 1 Hva er klokka om 45 minutter?</p> <p>10:05</p> | <p>Oppgave 2 Hva er klokka om 80 minutter?</p> <p>15:45</p> |
| <p>Oppgave 3 Hva var klokka for 25 minutter siden?</p> <p>14:35</p> | <p>Oppgave 4 Hva var klokka for 70 minutter siden?</p> <p>12:15</p> |
| <p>Oppgave 5 Hva er klokka om 90 minutter?</p> <p>09:10</p> | <p>Oppgave 6 Hva er klokka om 30 minutter?</p> <p>20:50</p> |
| <p>Oppgave 7 Hva var klokka for 60 minutter siden?</p> <p>11:20</p> | <p>Oppgave 8 Hva var klokka for 35 minutter siden?</p> <p>18:00</p> |

Oppgavene er lagd på følgende nettside: <http://www.time-for-time.com/worksheetmaster.htm>.

