Bacheloroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for lærerutdanning

Snorre Gjessing Omland

Misoppfatninger knyttet til brøk hos elever på 3. trinn

Bacheloroppgave i LGU13002 Pedagogikk og elevkunnskap 4 (1-7)

Veileder: Solveig Voktor Svinvik og Tuva Skanke

Mai 2019

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Snorre Gjessing Omland

Misoppfatninger knyttet til brøk hos elever på 3. trinn

Bacheloroppgave i LGU13002 Pedagogikk og elevkunnskap 4 (1-7)
Veileder: Solveig Voktor Svinvik og Tuva Skanke
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag av bacheloren

Problemstillingen for denne bacheloren er *hvilke misoppfatninger knyttet til brøk har elever på 3. trinn*. Denne bacheloren inneholder et teorikapittel, et metodekapittel, et analysekapittel og et drøftingskapittel med en oppsummering. Bacheloren omhandler misoppfatninger knyttet til brøk hos elever på 3. trinn og er en kvalitativ studie. I teorikapittelet redegjøres det for relevant teori knyttet opp mot brøk og misoppfatninger knyttet til brøk. Metodekapittelet redegjøres det for hvordan jeg undersøkte misoppfatningene hos elevene, samt viser til kodene og kategoriene som tas i bruk i analysekapittelet. Analysekapittelet analyserer jeg elevbesvarelsene med supplerende informasjon fra intervju og observasjon. Analysen blir forankret i teori som ble redegjort i teorikapittelet. I drøftingskapittelet drøftes hvilke resultater som kom fra analysekapittelet og hva de tilsier, og viser til hovedaspektene av resultatene som kom fram i analysen. Der det videre drøftes hvilket misoppfatninger som blir identifisert hos elevene. Det redegjøres også for mulig metodekritikk og eventuelle faktorer som kan ha påvirket resultatene. Deretter oppsummeres funnene som ble gjort og knytter de opp mot problemstillingen.

Summarize of the bachelor thesis

The research question for this bachelor thesis is which misconceptions related to fractions have pupils in the third grade. This bachelor thesis contains of a theoretical chapter, a method chapter, an analysis chapter and a discussion chapter with a summary. The bachelor thesis deals with misconceptions related to fractions pupils have in the third grade and is a qualitative study. In the theory chapter, it contains relevant theory related to fractions and misconceptions related to fractions. The method chapter describes how I examined the possible misconceptions of the students, as well as the codes and categories that are used in the analysis chapter. The analysis chapter I analyse the student responses with supplementary information from the interview and observation. The analysis is rooted in theory that was explained in the theory chapter. The discussion chapter discusses what results came from the analysis chapter and what they indicate and refers to the main aspects of the results that emerged in the analysis. Further, it is discussed which misconceptions are identified by the students. It also explains possible method criticism and any factors that may have affected the results. Then the findings that were made and linked to the research question are summarized.

Innhold

1.0 Innledning

Ifølge Lamon (2010) starter mange elevers følelse av å ikke forstå matematikk når brøk introduseres på barneskolen. Hun mener elevene møter en matematisk og psykologisk *vegg* når de prøver å lære brøk. Grunnen til dette kan være så mangt, men noe av grunnen kan være misoppfatninger eller misforståelser om hva brøk representerer og hva det betyr. Problemstilling jeg har da valgt er *hvilke misoppfatninger knyttet til brøk har elever på 3. trinn*?Jeg valgte å formulere problemstillingen min slik da det er på 3. trinn elever i norsk skole vanligvis begynner å lære om brøk. Jeg tenkte videre at det ville være interessant å se hva slags misoppfatninger elever har når de begynner å lære om brøk.

Grunnen til jeg har valgt å forske på temaet misoppfatninger knyttet til brøk, er fordi jeg selv har erfart at det er utfordrende å lære bort brøk, samtidig som der er vanskelig for elevene å lære om brøk. Derfor var jeg interessert i å forstå hvordan elevene oppfatter de forskjellige aspektene innenfor brøk, og hvordan de best mulig kan forstå hva brøk går ut på. Videre er det naturlig å se på misoppfatningene knyttet til brøk der jeg kan få innblikk i hvordan elever tenker, og hvor de tenker feil knyttet til brøk. Misoppfatninger forekommer når det gjøres feil systematisk. Elevene har en idé eller tankegang som han eller hun bruker i alle situasjoner eleven møter. Eleven vil da kontinuerlig gjøre feil (Hinna, Rinvold, & Gustavsen, 2012). Disse systematiske feilene er hva som gjør misoppfatninger så interessante. Hvordan forekommer de, hvordan forebygge mot dem og hvordan bidra til å endre elevens tankemønster?

Jeg har brukt Matematikksenterets diagnostiske oppgaver for å kartlegge misoppfatninger knyttet til brøk, og testet dem på ti elever på 3. trinn. Dette er en kvalitativ studie med fokus på å identifisere og forstå eventuelle misoppfatning elever kan ha knyttet til brøk. Denne teksten består av en teoridel, en metodedel, en analyse del og en del som drøfter rundt forskningsspørsmålet til denne bacheloren. I teoridelen tar jeg for meg hva brøk er og hva slags misoppfatninger som kan oppstå forankret i relevant teori. I metodedelen skriver jeg om hvordan selve undersøkelsen forgikk og hva målet var ved en slik undersøkelse. I analysedelen tar jeg for meg en rekke av0 besvarelsene og samtaler elevene gjorde og belyser diverse misoppfatninger som kom fram. I drøftingsdelen ser jeg på implikasjoner og resultatet av undersøkelsen som ble gjort, samt viser til hvordan en som lærer kan forebygge mot eventuelle misoppfatninger knyttet til brøk. Grunnen til at jeg tar med hvordan forebygge mot eventuelle misoppfatninger, er fordi det er tett knyttet opp mot teorien som blir redegjort for, med tanke på misoppfatninger knyttet til brøk. Tilslutt oppsummerer jeg funnene i undersøkelsen og knytter til opp til problemstillingen min.

2.0 Teori

2.1 Brøk

Tidlig i barneskolen lærer elevene å telle. Dette gjøres ved å ta en tallverdi og koble de til hvert enkelt objekt i settet. Altså enheten «én» blir alltids referert til et enkelt objekt (Lamon, 2010). I brøk, derimot, vil enheten inneholder ofte mer enn ett objekt eller flere objekter pakket inn som en. Den nye enheten vil videre kunne deles opp i like store deler, og et nytt sett med tall vil bli brukt til å referere til delene av den enheten. Det er viktig å være klar over når det kommer til brøk at det er rasjonale ikke-negativt tall

2.2 Brøkbegrepet

«I en brøk brukes to tall skrevet på en spesiell måte for å angi én tallstørrelse» (Birkeland et al., 2011, 187). Måten vi skriver brøk på med tall oppe og nede med en strek imellom er en metode for hvordan man representer brøk (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2015). Som sagt så er brøk tosidighet, man har en typisk måte å skrive brøk på «$\frac{a}{b}$». «a» er telleren, streken imellom er brøkstreken og «b» er nevneren. Denne notasjon av bokstavene viser altså til notasjonssystemet i brøk, symbolisert, med to heltall som er skrevet med en strek imellom. (Lamon, 2010)

«Forskere har beskrevet noe vi kan kalle prosess-objekt-dilemma når de møter brøk (Birkeland et al., 2011, s. 187). Det betyr at der er en tosidighet når det kommer til brøk, der det på den ene siden er en regneprosess 3:8 eller $\frac{3}{8}$, men på den andre siden er det et objekt, altså et tall. «Denne tosidigheten skal flyte sammen i brøkbegrepet, og elevene skal tenke fritt fra det ene til det andre» (Birkeland et al., 2011, s. 187). Brøkbegrepet betyr at det en akkomodasjon fra forståelsen til elevenes tallbegreper og tillærte tankemønster (Birkeland et al., 2011).

2.3 De forskjellige aspekter ved brøk

Van de Walle et al. (2015) redegjør for fem aspekter innenfor brøk. Disse er del av helheten, måling, deling, operasjon og forhold. Van de Walle et al. (2015) viser til å forstå brøk omhandler å forstå alle disse aspektene innenfor brøk.

2.3.1 Del av helheten

Aspektet del av en helhet – part-whole – konseptet, er et effektivt sted å starte for å skape forståelse for brøk. Aspektet viser til brøkdelen av en enhet, $\frac{a}{b}$, hvor «b» viser til hvor mange deler enheten er delt opp i og «a» som viser til antal like deler som skal betraktes ut ifra enheten. Det kan være kontinuerlig objekter, altså et objekt – for eksempel en pizza. Der pizzaen deles inn i fem like store deler vil brøken $\frac{1}{5}$ vise til en bit eller en del av pizzaen. Om brøken gjelder fem pizzaer så vil brøken tilsi én pizza. Brøken sammenlignes med antall deler en får oppgitt og antall deler objektet eller enheten er delt opp i (Van de Walle et al., 2015). Dette aspektet er det mest relevante for analysen av datamaterialet. Datainnsamlingen er gjennomført med elever på 3. trinn som er i startgropa når det gjelder forståelse og bruk av brøk. Aspektet del av helhet er derfor det mest relevante aspektet for analysen av datamaterialet. For å kunne mestre "brøk som del av en hel» er det viktig at man kunne identifisere enheten og forstå at delene av enheten må være like store. Lamon (2010) sier at det ofte er vanskelig for elevene å forstå viktigheten av dette. Elevene møter denne utfordringen i de to første oppgavene de blir presentert for.

2.3.2 Måling

Måling handler om å finne en lengde for så å bruke lengden som måleenhet for å finne ut lengden på et objekt (Van de Walle et al., 2015). For eksempel i måling der du skal finne enheten $\frac{4}{5}$ i et objekt. Da kan en først ta for seg intervallet $\frac{1}{5}$ og multiplisere det med fire. Innenfor brøk og måling er fokuset på hvor mye, og ikke hvor mange deler av en hel som ligger innenfor del av en hel. Dette aspektet av brøk er et nyttig verktøy for å lære elever brøk, men det er ikke representert i undersøkelsen.

2.3.3 Divisjon

Divisjon omhandler å se på brøkstreken som et delingstegn, som for eksempel $\frac{10}{4}$ som kan skrives som 10:4. Elevene som deltok i undersøkelsen hadde ikke kjennskap til dette da undersøkelsen ble foretatt.

2.3.4 Operasjon

Van de Walle et al. (2015) viser til at brøk indikerer en operasjon. I den grad at brøken $\frac{4}{5}$ av 20 viser til en operasjon. For eksempel i en klasse på 20 elever der $\frac{4}{5}$ av klassen skal på ferie. Det er en situasjon med hele tall hvor det er mulig å tenke seg frem til svaret. Brøk som operasjon innebærer en sammenligning av to størrelser, der den ene størrelsen er en brøkdel av den andre. Brøken multipliseres da med et annet tall, og brøken avgjør om den ene størrelsen blir større/mindre enn den andre. (Van de Walle et al., 2015).

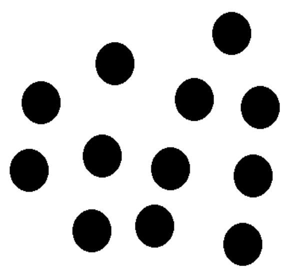
2.3.5 Forhold

Begrepet forhold i brøk omhandler forholdet mellom to verdier eller objekter. Det kan gjelde en situasjon der brøkforholdet er del-del eller del-hel (Van de Walle et al., 2015). For eksempel forholdet mellom hvor mange elever(del) bruker jakke i klassen (hel), eller hvor mange elever som bruker jakke(del) i forhold til hvor mange som bruker genser(del) (Van de Walle et al., 2015). Altså del-del er når en sammenligner deler – enten to eller flere –, mens del-hel er når en sammenligner delene med den hele. Dette aspektet – forhold – representeres i oppgave 6 (se vedlegg A).

2.4 Modeller innenfor brøk som er relevant for undersøkelsen

2.4.1 Mengdemodeller

Møte med mengdemodeller knyttet til brøk er ofte svært krevende for elever. I møte med mengdemodeller er det meningen at elevene skal forstå at hele mengden skal forstås som en enhet og at bitene er en del av den hele. Det å da forstå at en enhet kan bestå av en samling av f.eks. brikker (se Figur 1) kan være vanskelig for noen elever å fatte, som kan føre til misoppfatninger (Van de Walle et al. (2015). Altså at man ikke er innforstått med at brøken til en mengde, er representasjon for mengden som en enhet. Figur 1 tilsvarer en av oppgavene i undersøkelsen der elevene må forstå at hele mengden representerer en brøk for å kunne utføre oppgaven riktig.



Figur 1, mengdemodell

2.4.2 Oppdeling og arealmodeller

Seksjonering av en figur i like store deler kalles oppdeling. For eksempel når en deler ei kake i fire like store deler, der en del av helheten kalles en fjerdedel (Van de Walle et al., 2015). Nøkkeldelen ved oppdeling er at delen skal være like store, og for læreren er det viktig å sikre at elevene er innforstått med dette. Det er ofte slik at elever ikke har forstått konseptet med at delene må være like store når de blir møtt med det i brøk form.

«One third of one strip of paper is not equivalent to one third of another, shorter strip of paper. It is this relational thinking that makes fractions so difficult for children» (Fosnot & Dolk, 2002, s. 56). Det Fosnot & Dolk viser til her er to forhold mellom to brøker som representerer forskjellige verdier er vanskelig for barn å forstå. Deling av en kake eller pizza kan være en god konkretisering for å hjelpe elevene å forstå det.

Fosnot & Dolk (2002) redegjør for at delene ikke trenger å ha samme form, men må være like store. Når det kommer til oppdeling av arealmodeller til brøkdeler, trenger studentene å være bevisst på at delene må være like store, men ikke nødvendigvis ha samme form (Van de Walle et al. 2015). Det er viktig at elevene også er innforstått med at alle delene i en figur vises konkret.

Figur 2, arealmodell

I Figur 2 representeres to brøker med forskjellige nevnere ($\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$). En elev som ikke har forstått at brøk representerer like store deler i en arealmodell, vil antagelig tro at delen, $\frac{1}{2}$ – den mørkegrå delen – er en av tre deler og vil mene at brøken som representerer den delen er $\frac{1}{3}$. Elever har en tendens til å fokusere på formen på figuren framfor å se på de like store delene (Van de Walle et al., 2015). Dette knyttes opp mot en vanlig misoppfatning der en ikke tar hensyn til helheten.

2.5 Misoppfatninger ved brøk

2.5.1 Hvorfor brøk kan være vanskelig

Når elever møter oppgaver eller situasjoner som involverer brøk, tar de i bruk kunnskap de har lært tidligere som for eksempel kunnskap om hele tall for å løse problemer der brøk er involvert. Det er viktig at læreren synliggjør hvordan brøk er likt og forskjellig fra hele tall. Van de Walle et al. (2015) viser til fire forskjellige misoppfatninger innenfor brøk og eventuelle forebyggingstiltak en lærer kan gjøre. Alle disse misoppfatningene knyttet til brøk er ikke representert i undersøkelsen elevene deltar, men redegjør for alle fordi de er relevant for drøftingen av resultatene.

2.5.2 Nevner og teller er to forskjellige verdier

Elever tenker ofte at nevner og teller er to forskjellige verdier, og de kan ha vansker med å se dem som en spesiell verdi. For eksempel så kan det være utfordrende å se ¼ som en verdi. Van de Walle et al. (2015) mener at ved å bruke ei tallinje og i tillegg unngå å si «tre av fire» og heller si tre fjerdedeler, kan en oppnå en høyere forståelse hos elevene.

2.5.3 Brøken representerer like store deler

Elever strever med å forstå at $\frac{2}{3}$ der telleren (tallet to) betyr to like store deler (selv om det ikke betyr at de er likeformede). Elever vil for eksempel tro at den svarte delen er $\frac{1}{4}$ framfor $\frac{1}{2}$. For å forebygge mot slike misoppfatninger skriver Van de Walle et al. (2016) at læreren bør spørre elevene om de kan lage sine egne representasjoner av brøk på flere forskjellige måter på papir.

2.5.4 Overgeneralisering

Elever tror at en brøk som $\frac{1}{5}$ er mindre enn brøk som er $\frac{1}{10}$, fordi 5 er mindre enn 10. De kan bli fortalt at det er omvendt proporsjonalitet når det kommer til brøk, men uten videre forklaring hvorfor kan dette føre til overgeneralisering i form av at $\frac{1}{5}$ er større enn $\frac{7}{10}$. Van de Walle et al. (2015) mener bruken av visuelle hjelpemidler og kontekst som viser deler av den hele, hjelper å forebygge mot overgeneralisering i brøk.

2.5.5 Operasjoner

Elever bruker ofte regler for operasjoner av hele tall og tar i bruk disse i brøk. For eksempel $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$. Altså operasjonene elevene har gjort tidligere i for eksempel addisjon med hele naturlige tall har andre regler som ikke gjelder i addisjon av brøk, men elevene er ikke innforstått med dette og løser operasjon med brøk som de ville gjort med hele tall. Her viser Van de Walle et al. (2015) at bruken av visuelle hjelpemidler og kontekster er viktig for å forebygge mot slik misoppfatning. Elever som gjør slike feil forstår ikke brøk. Før de forstå brøk mer tydelig/dypere, kommer de til å fortsette å gjøre disse feilene.

2.6 Matematikksenterets redegjørelse for misoppfatninger knyttet til brøk

Matematikksenteret (2019) viser til flere misoppfatninger knyttet til brøk. De som er relevante for undersøkelsen er *nevner representer antall deler – uavhengig av størrelsen, teller og/eller nevner er et isolert tall og tar ikke hensyn til helheten* (Matematikksenteret, 2019). Det er disse tre misoppfatninger knyttet til brøk som representeres i oppgavene elevene gjorde i undersøkelsen.

2.6.1 Nevner representer antall deler – uavhengig av størrelsen

«En del elever tar ikke hensyn til brøkdelenes størrelse, men fokuserer på antall deler» (Matematikksenteret, 2019). En misoppfatning som kan oppstå er at brøken ikke ses på som deling av like store deler. Et eksempel her er flagg med ulik størrelse på delene. Elevene klarer ikke å i å ta med dette i betraktningen når de skal finne brøken av en del av hele flagget. I oppgave 3 i Vedlegg 7er det nettopp en slik oppgave, der elevene skal finne ut hvor stor brøken av den røde delen til flagget er. Der vil elever som fokuserer bare på antall deler mene at brøken blir $\frac{1}{3}$ framfor $\frac{1}{4}$ som den faktisk er. Analysen av elevbesvarelsene belyser nettopp dette.

2.6.2 Teller (nevner) er et isolert tall

«Noen elever forholder seg kun til telleren eller nevneren og tar ikke hensyn til helheten» (Matematikksenteret, 2019). I mange tilfeller får elevene riktig svar med denne tenkingen. Matematikksenteret (Matematikksenteret, 2019) viser til at elevene ser på tallene i brøken som en verdi der for eksempel telleren viser antall deler som er av en kake uansett hvor mange deler den delt opp i. For eksempel en kake som er delt i åtte deler og en skal finne ut hvor mange stykker en fjerdedel av kake er. Der vil mange elever si at det er et stykke siden brøken er skrevet slik, $\frac{1}{4}$, og siden telleren viser 1 så tenker ofte elevene at det er et stykke som er riktig. Det samme forekommer når elevene møter mengdemodeller der de ikke ser på antall brikker i en mengde som en hel, men hver brikke som en hel i seg selv. Oppgave 5 i Vedlegg 7 viser til en slik situasjon.

2.6.3 Tar ikke hensyn til helheten

«En grunnleggende forståelse av brøk, er å kunne se brøk som en relativ størrelse» (Matematikksenteret, 2019). Altså at brøken ikke alltid har samme verdi, men er en verdi ut ifra hva den representerer. Elever kan ofte tenke at en halv av en ting, er like stor som en halv av noe annet, selv om størrelsene til de to objektene er forskjellige. Dette krever et abstrakt tankesett, og kan være vanskelig for elevene å skjønne. Det elevene må forstå er å se brøkdelene i forhold til helheten (Matematikksenteret, 2019).

3.0 Metode

3.1 Kvalitativ metode

Metoden som er brukt for å undersøke hvilke misoppfatninger knyttet til brøk en 3. klasse har, er av den kvalitative typen. Ifølge Christoffersen & Johannessen (2012) så er kvalitativ metode fleksibel og tillater i større grad spontanitet og tilpasning når det er snakk om interaksjon mellom forsker og deltaker. Kvalitativ metode dreier seg om å ha åpne spørsmål, der spørsmålene kan besvares forskjellige fra deltaker til deltaker. (Christoffersen & Johannessen, 2012) Oppgavene som ble gitt kan tolkes som en kvantitativ tilnærming, men fokuset ved undersøkelsen var hvordan deltakerne svarte og hvordan de tenkte. Dette ble gjort ved å ha små samtaler med hver enkelt elev underveis, mens de brynet seg på oppgavene. Da får forskeren et helhetlig bilde av hva elevene forstår og misforstår av oppgavene som ble gitt.

3.2 Etisk og juridisk ansvar

Det er tre typer elementer en forsker må ta hensyn til, det er informantens rett til selvbestemmelse og autonomi, forskerens plikt til å respektere informantens privatliv og forskerens ansvar for å unngå skade (Christoffersen & Johannessen, 2012).

3.2.1 Informantens rettigheter og forskernes plikter

Ifølge Christoffersen & Johannessen (2012) er det to aspekter som ligger i informantens rett til selvbestemmelse og autonomi. Det ene er at alle informanter har blitt spurt om å delta og at informanten skal kunne bestemme over sin deltakelse. Det ble gjort ved å spørre hver enkelt elev som skulle delta om de hadde lyst til dette, samt at de fikk vite hva undersøkelsen gikk utpå. Det andre aspektet angående informantens rett til selvbestemmelse og autonomi er at vedkommende skal gi frivillig samtykke for å delta på undersøkelse (Christoffersen & Johannessen, 2012). Videre skal deltakerne når som helst kunne trekke seg fra undersøkelse uten å måtte begrunne seg (Christoffersen & Johannessen, 2012). Måten jeg gjorde elevene bevisst på dette var å si til deltakerne i starten av økten og underveis at de kunne trekke seg når som helst om de ønsket det.

Deltakerne skal ha rett til å nekte forskere adgang til opplysninger om seg selv (Christoffersen & Johannessen, 2012). Deltakerne i denne undersøkelse fikk vite før undersøkelse ble utført at alle svarene deres vil anonymisert.

3.2.2 Meldeplikt og konsesjonsplikt i henhold til personopplysningsloven

Christoffersen & Johannesen viser til at ved å samle inn personopplysninger, må man som forsker vurdere om disse er meldepliktige og eventuelt konsesjonspliktige. «Personopplysninger er opplysninger og vurderinger som gjør det mulig å identifisere enkeltpersoner» (Christoffersen & Johannessen, 2012). I denne undersøkelsen ble det ikke samlet inn noe form for spesifikke personopplysninger. Elevene skrev ikke sitt eget navn, men et pseudonym. De fleste elevene valgte pseudonymer selv for å synliggjøre for elevene at dette var en anonym undersøkelse. Samtalene som ble gjort ble ikke tatt opp, men notert ned og markert med pseudonymer framfor deres egentlig navn. Dette var for å forsikre meg om at det ikke skulle være mulighet for å kunne identifisere elevene ut ifra samtalene. Med disse tiltakene faller intervensjonen utenfor personopplysningslovens definisjon, og det er dermed ikke nødvendig at undersøkelsen meldes, ei heller er det nødvendig å søke om konsesjon (Christoffersen & Johannessen, 2012).

3.2.3 Samtykke når umyndige skal delta i forskning

Alle deltakerne i denne undersøkelse er umyndige. På grunn av dette ble det i tillegg innhentet et passivt samtykke fra foreldrene, altså der de ble informert om prosjektet og ble gitt anledning til å reservere sitt barn fra undersøkelsen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dette ble gjort ved at kontaktlærer sendte ut en informativ epost om prosjektet hvor da foreldre kunne ta kontakt om de ikke ønsket at sitt barn skulle delta i undersøkelsen. Eposten som ble videresendt fra kontaktlærer kan man se i Vedlegg B. Jeg informerte også foreldrene under et foreldremøte om hva prosjektet gikk ut på.

3.3 Utvelgelse av informanter

Det som kjennetegner kvalitative metoder er å få mye informasjon ut av et begrenset antall personer (Christoffersen & Johannessen, 2012). Denne undersøkelsen er da begrenset til ti deltagere. Gruppen på ti deltagere ble igjen delt opp i to grupper på fem slik at jeg som forsker fikk mest mulig informasjon fra hver deltaker.

Strategien som ble benyttet for å velge ut informanter, er av det homogene slaget. Der jeg – sammen med kontaktlærer – valgte ut ti elever med nokså likt faglig ståsted i matematikk, og nokså lik kunnskap innenfor skrive- og leseferdigheter. Grunnen til at jeg tok et homogent utvalg er fordi det er lettere å forberede spørsmål som deltakerne har et likt grunnlag for å forstå. Christoffersen & Johannessen (2012) viser til at deltakere i et homogent utvalg har lettere for å dele sine tanker og ideer i en gruppe som er nokså lik dem selv. Jeg vil også vise til at dette er deltagergruppen basert på kriterieutvelgelse. Altså deltagerne ble valgt ut på like kriterier i form av at de er på samme trinn og går på samme skole.

3.4 Observasjon

«Data fra observasjon er som regel detaljerte beskrivelser av menneskers aktiviteter, atferd eller handlinger samt mellommenneskelig samhandling og organisatoriske prosesser» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 61). Observasjonsmetoden som ble gjort under denne undersøkelses ligger innenfor supplerende metode. Det blir ofte brukt for å få svar på problemstillingen eller gi undersøkelsen et annet perspektiv (Christoffersen & Johannessen, 2012). Altså det var ikke hovedmetoden for denne undersøkelsen, men ble brukt for komplementer eller utfylle de ulike situasjonene. Observatørene i denne undersøkelsen var meg samt en student. Observasjonen ble gjort systematisk i den form av at det var spesifikke situasjoner som det var ønskelig å få observert. Felten for observasjon og undersøkelsen skjedde på skolen og selve settingen var i et klasserom hvor det var meg, studenten og fem av deltakerne. Analyseenheten var da av aktørene, altså elevene.

Det var en ustrukturert observasjon der målet for deltakerne var å få bedre innsikt i fenomenet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Fenomenet var misoppfatninger knyttet til brøk hos deltakerne, det var noen situasjoner som ved hjelp av observasjon ga bedre innsikt i elevenes situasjon under undersøkelsen. Dette kommer jeg tilbake til i selve analysen.

3.5 Kvalitative intervjuer

Intervjuer jeg gjorde underveis i undersøkelsen var en viktig faktor for å forstå hvordan elevene tenkte, dette kommer tydelig fram i analysen. Alle intervjuene som ble gjort var åpne og ustrukturerte. Tonen som var ønskelig var uformell, og spørsmålene rundt de forskjellige oppgavene skulle være åpne slik den ustrukturerte stilen intervjuene hadde (Christoffersen & Johannessen, 2012),

Det jeg ville med slik intervjuerstil var at elevene skulle kunne vise sine tanker rundt oppgavene ved å bruke egne ord og vise hvilken grad de forsto oppgavene. Der målet var mest oppnåelig ved å bruke uformelle samtaler. De fleste spørsmålene jeg stilte underveis i økten var åpne, men også tilpasset hver enkelt elev. Dette ble tilpasset litt underveis i samtalene, der graden av forståelse for brøk var forskjellig fra elev til elev. Spørsmålene ble også tilpasset delvis på forhånd sammen mattelæreren for å sikre mest mulig produktive samtaler. Læreren ga meg god innsikt i elevenes forståelse av matematikk og brøk før jeg gjennomførte undersøkelsen og intervjuene. Dette, mener jeg, var essensielt for å skape gode samtaler med elever som ikke har så lang erfaring med å dele egne tanker rundt matematiske problem. Gjennom diskusjonen jeg hadde med mattelæreren fikk jeg også en god innsikt i hvordan elevenes holdning til matematikkfaget er. Dette gjorde at jeg fokuserte litt mer på et par elever som til vanlig gir opp når blir for krevende. De elevene fikk flere positive kommentarer med et mål om holde de i flytsonen.

3.6 Analyse, tolkning og rapportering innenfor fenomenologi

Fenomenologi handler om tingene eller begivenhetene som framstår og viser seg for oss, slik de blir oppfattet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Datainnsamlingen som skal analyseres er elevarbeidet som ble gjort, med supplerende informasjon fra intervju og observasjon.

3.6.1 Forberedelse

Forberedelsene som ble gjort var å ta i bruk Van de Walle et al. (2015) sine teorier om misoppfatninger knyttet til brøk samt Matematikksenterets arbeid rundt å diagnostisere slike misoppfatninger. For deretter å bruke Matematikksenterets diagnostiske oppgaver for å kartlegge misoppfatninger til brøk. Jeg valgte ut oppgaver som det var mulig for elever på 3. trinn å kunne gjennomføre. Matematikklæreren på trinnet ga innspill på oppgavene for å sikre faglig nivå for 3. trinns elever. Vedlegg A viser hvilke oppgaver som ble brukt i undersøkelsen. Det må også nevnes at jeg hadde to økter med matematikk undervisning med elevene før undersøkelsen fant sted siden elevene hadde hatt svært lite om brøk tidligere. Jeg fikk instruksjoner fra matematikklæreren deres om hva disse timene skulle handle om og det samsvarte godt med de temaene undersøkelsen gikk ut på.

3.6.2 Datainnsamling

Innsamling av empiri var som sagt tredelt, der oppgavene eleven gjorde var hovedfokus, mens intervjuene og observasjonene skulle utfylle og gi en dypere forståelse av tankegangen til elevene. Intervjuene og observasjonen ble manuelt notert underveis under undersøkelsen, samt supplerende observasjon fra en annen student som var til stede.

3.6.3 Analyse og rapportering

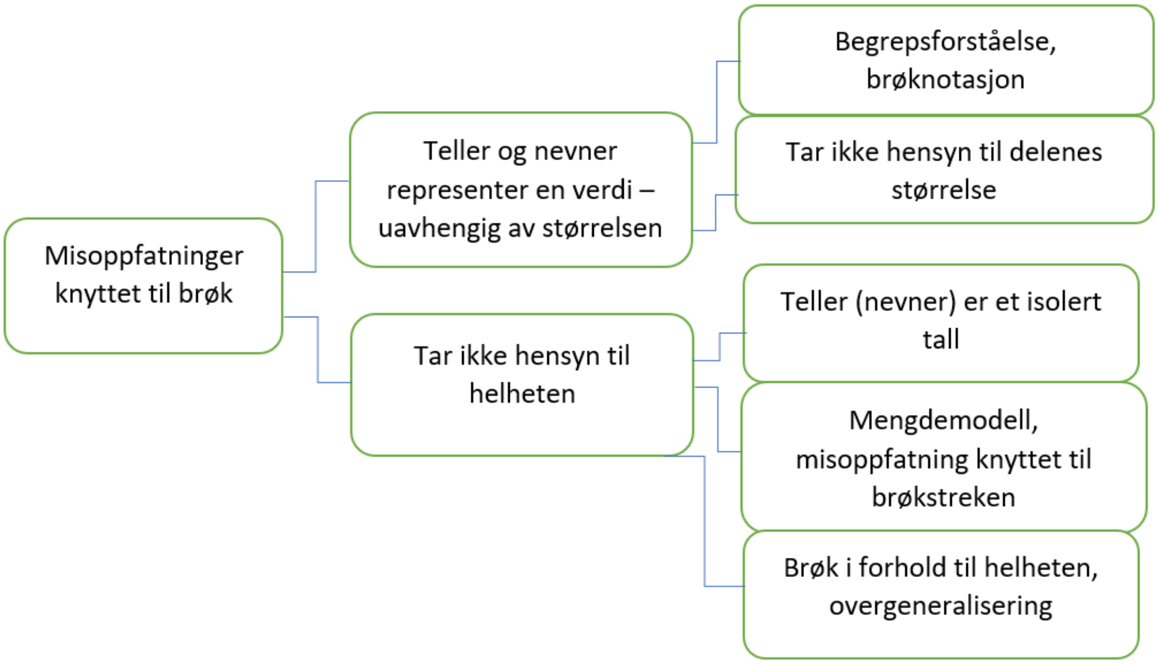
Christoffersen & Johannessen (2012) redegjør for fire steg som analyse av meningsinnhold innebærer. Den første er helhetsinntrykk og sammenfatning av meningsinnhold. Den går utpå å lese igjennom datamaterialet og lete etter interessante og viktige temaer for problemstillingen, og for skape et helhetlig inntrykk av datamaterialet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Måten det ble gjort her, er at etter undersøkelsen så gikk jeg over svarene elevene hadde gitt på undersøkelsen og så hvor elevene hadde misforstått eller svart feil. Etter å ha notert meg dette så, så jeg på svarene i lys av notatene som ble gjort gjennom intervjuene og observasjonene. Dette gjorde jeg for å forstå feilene som ble gjort i oppgavene.

Det andre stege i analysen er koder, kategorier og begreper. Denne fasen går ut på å finne meningsbærende elementer i datamaterialet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Altså man skal skille ut det som er relevant for problemstillingen. Det jeg gjorde var å bygge videre på helhetsinntrykket jeg hadde fått først. Det ble gjort ved at jeg markerte ned hva slags tegn til misoppfatninger de hadde gjort i de forskjellige oppgavene. Dette var begynnelsen på beskrivende koding. Kodingen i seg selv er verktøyet man bruker for å organisere og vise til meningsbærende informasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012). Jeg forholdt meg for det meste til deduktive koder. Der jeg gikk ut ifra problemstillingen og teoriene rundt misoppfatninger til brøk og prøvde å finne disse kodene i datamaterialet. Jeg hadde allerede kjernekategorien til denne bacheloren – misoppfatninger til brøk – der underkategoriene vil være de som matematikksenteret hadde knyttet opp til oppgavene støttet opp mot Van de Walle et al. (2015) sine teorier om misoppfatninger (se figur 3).

Mens beskrivende koder ligger nær opp til meningsinnholdet, så handler tolkende koder om å vise til «(…) begreper, sammenhenger eller perspektiver som reflekterer hvordan tendensene i materialet kan forstås eller tolkes» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 102). Hvordan jeg gikk fra mine beskrivende koder til tolkende koder, var at jeg tok utgangspunkt i kategoriene jeg hadde lagd. Det jeg gjorde var å sette de beskrivende kodene jeg hadde lagd og satt de til de tilhørende underkategoriene. Deretter så jeg hva slags aspekter elevarbeidet, observasjonene og intervjuene var forskjellige fra hverandre innenfor hver beskrivende kode. Deretter tok jeg i bruk mer og mer spesifikke aspekter og gjorde det om de mer tolkende koder for hver enkelt deltaker svar.

Den tredje fasen er kondensering, som tar utgangspunkt i koding. Den går utpå å sette opp kategorier som er mer abstrakte enn kodene er (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det må igjen nevnes at kategoriene var hovedsakelig på plass før kodingen ble satt i gang. Så denne prosess ble forbeholdt å sette riktig kode til riktig kategori. Resultatet vises i Figur 1.

Den fjerde og siste fasen er sammenfatning. Der man skal se på resultatene fra datamaterialet og se om kodingen sammenfaller med opprinnelig inntrykket man hadde fra datamaterialet. Noe jeg mener kommer tydelig fram i Figur 3 at det gjør.



Figur 3. Flytskjema for kategoriene og kodene

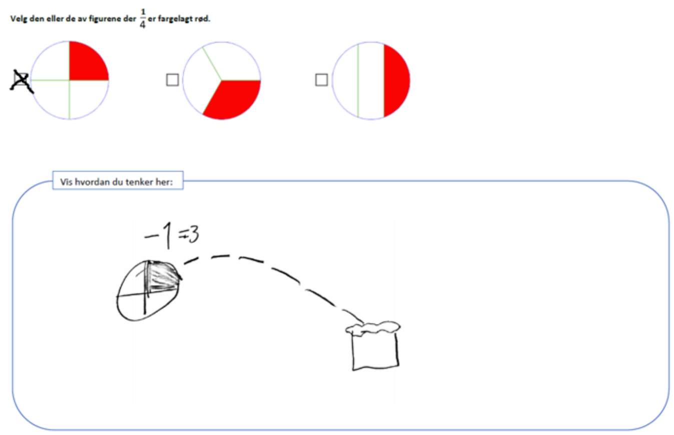
4.0 Analyse

Oppgavene som blir analysert er delt inn i kategorier. Der jeg har valgt ut noen av oppgavene som mest tydelig representerer misoppfatningene som gjelder disse kategoriene. Mange av elevene hadde like misoppfatninger. Det jeg gjorde for å konkretisere hva disse misoppfatningene gikk utpå var ved å ta i bruk de elevene som ga klarest uttrykk for misoppfatninger under undersøkelsen, i analysen. Det er som sagt ti elever totalt som er med i undersøkelsen, med seks oppgaver. Ikke alle disse elevene som gjennomførte undersøkelsen er representert i denne analysen. Etter jeg har analysert de utvalgte elevbesvarelsene drøfte jeg rundt hvordan man som lærer forebygge mot misoppfatninger som kommer fram i analysen. Jeg tar også for meg feilkilder som kan oppstå under undersøkelsen.

4.1 Nevner (teller) representerer antall deler – uavhengig av størrelsen

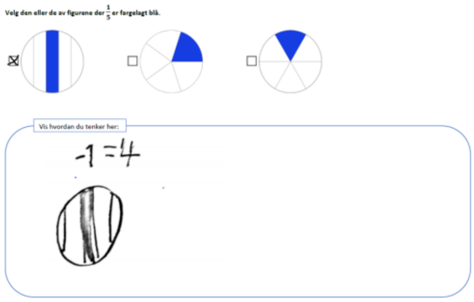
4.1.1 Begrepsforståelse, brøknotasjon

Viljar viser til at han har en viss forståelse for brøk. Han svarer korrekt på oppgave 1, men når jeg spør hvordan han kom fram til svaret viser han tegn på at begrepsforståelse er mangelfull for å kunne forklare hvordan han løste oppgaven. Etter å ha diskutert litt med han viser han til brøken $\frac{1}{4}$ og sier at dette er «en av fire». Deretter at det bare er en av figurene som har fire biter der en er fargelagt. Jeg beit meg merke i at Viljar sa at dette var «en av fire» istedenfor å bruke en fjerdedel, dette viste en tendens at hans forståelse for brøkkonseptet ikke var optimal. Van de Walle et al. (2015) redegjør for at elevene som viser til brøk som en av noe – for eksempel en av fire – har en tendens til ikke å forstå at teller og nevner er en verdi og ikke to separate enheter. Dette kommer noe tydeligere fram i oppgaven, der Viljar viser hvordan han har tenkt. Han skriver nemlig ned «-1=3» (se Figur 4). Når jeg spør han hvorfor han har skrevet dette, svarer han: «at om man tar ut en bit fra de fire bitene så har jeg tre biter igjen». Slik jeg forsto denne uttalelsen fra Viljar så ser han på disse fire delene av figuren som fire uavhengige biter. Der hver bit er en enhet.



Figur 4, Viljar sin elevbesvarelse på Oppgave 1.

I oppgave 2 kommer det enda tydeligere fram at konseptet med at nevner og teller er samme verdi, er vanskelig for Viljar å forstå. For det første så svarer han feil på oppgaven, der han velger figuren til venstre i svaralternativene. Altså han velger figuren med fem deler, men med ikke like store deler. Da jeg snakket med han om oppgaven, svarte han med samme resonnement som det han brukte i Oppgave 1. At «en av fem betyr at det er fem biter og en er fargelagt». Dette forsterker min antagelse rundt analysen jeg hadde om han sitt arbeid i Oppgave 1 (Figur 4). Altså han på delene av figurene ikke som en del av en hel, men fem uavhengige deler. På lik linje med det han forklarte til meg, skrev han også «-1=4» (Figur 5) som igjen underbygger han misoppfatning ved brøk når det kommer til del av en hel og videre inn i nevner representer antall deler.

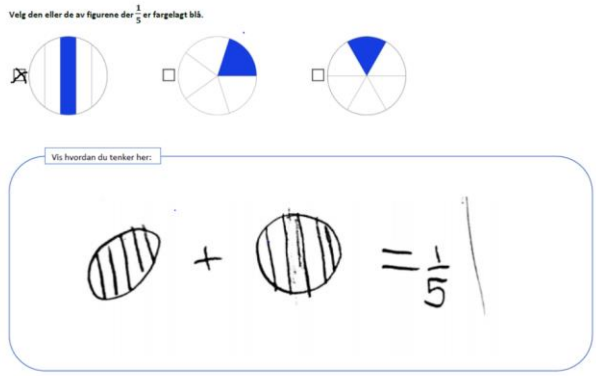


Figur 5, Viljar sin elevbesvarelse på oppgave 2.

4.1.2 Tar ikke hensyn til delenes størrelse

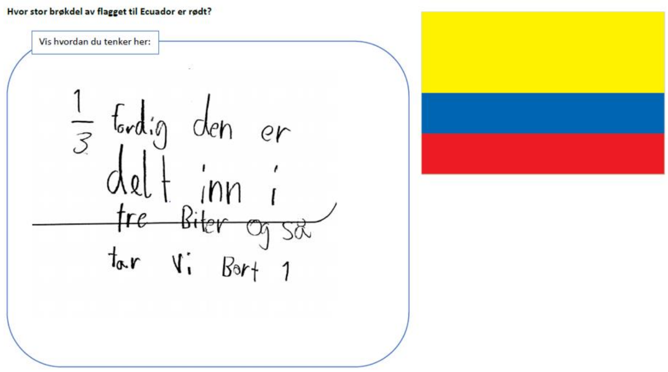
Ella viser litt det samme tankegangen som Viljar i Oppgave 2 (se Figur 5). Hun velger samme svaralternativ som Viljar. Ella viser samme tendens der hun kun forholder seg til antall deler av figuren og tar ikke hensyn til størrelsene på delene. Da jeg intervjuet hun angående denne oppgaven forklarte hun sin tankemåte muntlig samtidig som hun tegnet ned tankegangen sin (se Figur 6) Ella forklarte at hun så at den første figuren hadde fem biter der en var fargelagt og at om ingen av bitene var fargelagt så ville det vært «0 av 5 biter». Videre så begynte å vise til at om man da fargelegger en bit så vil det bety en femtedel. Jeg spurte videre om det hadde noe å si hvilke bit som ble fargelagt. Etter en kort tenkepause så sa hun at så lenge det var fem biter og en var fargelagt så hadde det ingenting å si. Dette indikerer at Ella ikke tar hensyn til delene sin størrelse, men fokuserer kun på antall deler. Dette igjen viser en misoppfatning som blir redegjort i kapittel 2.5.3 som omhandler nettopp brøkdelenes størrelser. At en brøk representerer like store deler, uavhengig av størrelsen.

Siden hun hadde krysset av for at bare den ene figuren var $\frac{1}{5}$, så hadde jeg en mistanke om at hun ikke hadde sett så nøye på de andre to. Derfor spurte jeg om måten hun hadde funnet ut at den første figuren var riktig, gjaldt for de andre. Hun tok da og så kjapt ned på arket før hun svarte at det gjorde de ikke. Dette gjorde at mistanken min ble forsterket. Siden hun mente at hun hadde funnet riktig svar med en gang så følte hun ikke at det var noe behov for å dobbeltsjekke svaret. Dette kan være en indikasjon på flere ting. En av disse er at muligens ikke hadde den grunnleggende forståelsen eller ferdighetene til å undersøke om metoden hennes var riktig. En annen indikasjon kan være at disse oppgavene var noe for krevende for Ella og at hun da mistet motivasjonen for å utforske om svarene hennes var riktig. Altså at hun tok for seg den kunnskapen hun hadde fra hvordan hun hadde lært matematikk tidligere brukte det som grunnlag for svaret sitt, ved å videreføre den feilaktige tankegangen fører det til en slik misoppfatning hun viser her.



Figur 6, Ella sin besvarelse på oppgave 2.

I Oppgave 3 så er det tydelig at Viljar ikke tar hensyn til brøkdelens størrelser. Han fokuserer bare på antall deler. Dette ligger tett opp til det Matematikksenteret (2019) viser til er en av de vanligste misoppfatningene. Han svarer at den røde delen er $\frac{1}{3}$. Dette begrunner han med at der tre biter og en blir tatt bort, noe som er nokså likt som de to forrige oppgavene (se Figur 7).



Figur 7, Viljar elevbesvarelse på oppgave 3

Ella har også lik tankegang som Viljar i oppgave 3. Hun heller viser ikke hensyn til delenes størrelse (se Figur 8).

Figur 8

Hun svarer at den røde delen er $\frac{1}{3}$ av flagget. Det skal nevnes at hun skriver brøken riktig – selv om det er feil svar – uten ekstern hjelp. Da jeg snakket med Ella angående hennes tankegang rund oppgaven, så tar hun i bruk begreper som en tredjedel, framfor en av tre som mange andre av elevene på trinnet gjør. Dette viser mulig en tendens på at hennes forståelse av brøk går i riktig retning. I samtalen angående Oppgave 3, så nevnte hun at den gule delen av flagget var større enn de to andre delene. Likevel så hadde hun ikke forståelsen eller kunnskapen som skulle til for å se at det hadde noe å si for brøken. Dette gir også en indikasjon på at hun begynner å forstå brøk er. At misoppfatningen om at hun ikke ser på at nevner representer antall like store deler, ikke er like klar som den muligens er for Viljar.

4.2 Tar ikke hensyn til helheten

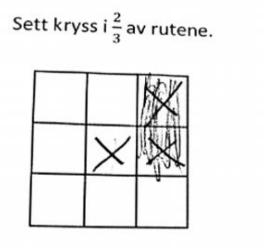
4.2.1 Teller (nevner) er et isolert tall

I Oppgave 4 så har Penelope markert tre ruter istedenfor seks, som var det riktige svaret (se Figur 9).

Figur 9, Penelope sin elevbesvarelse på oppgave 4.

Når det kommer til Penelope så har hun litt vansker for å uttrykke seg skriftlig – noe jeg fikk vite på forhånd av hennes lærer – så jeg hadde ofte lange samtaler med henne mens hun prøvde å løse oppgavene. I denne oppgaven så hun på nevneren som et isolert tall. Altså at hun tror at hun skal markere tre ruter, siden nevneren viser «3». Når jeg spurte hun hvorfor hun mente det skulle markeres tre ruter, så svarte hun med at nevneren viser antall deler, så da var det opplagt for henne at hun skulle markere like mange deler. For Penelope så representerte brøken – i dette tilfelle nevneren – ikke hele rutenettet, men et isolert tall. Altså hennes mistolkning av brøk i denne oppgaven ligger i at ikke forstår at brøken representerer rutenettet og ikke antall deler. Da jeg spurte Penelope om hva da telleren i brøken representerte om nevneren skulle være tre ruter, kom hun ikke fram til noe godt svar. Det var tydelig at denne typen representasjon av brøk var noe hun hadde vært lite borte i, noe som gjorde at tankemåten hennes ofte er hos elever de lærer om brøk. Slik Lamon (2010) redegjorde for, der elevene er vant til å ta en tallverdi og koble det til hvert enkelt objekt i et sett.

Katrine hadde lignende misoppfatning, om muligens tydeligere misoppfatning knyttet til denne oppgaven (se Figur 10).

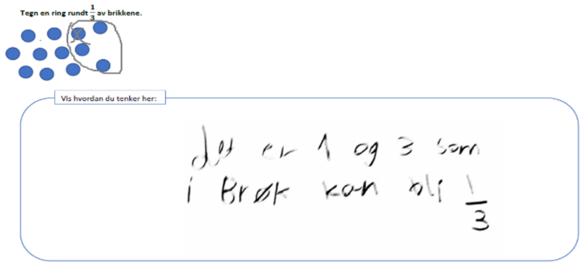


Figur 10, Katrine sin elevbesvarelse på oppgave 4.

Hun har krysset over tre ruter, men samtidig fargelagt to av disse tre avkryssede rutene. Hun også viser til at hun ser på teller og nevneren som isolert tall. Altså hun krysset av tre ruter som viser til nevneren som er tre, samt fargelagt to av disse rutene som skal tilsvare telleren. Denne misoppfatningen kommer enda tydeligere fram når jeg hadde en samtale med henne. Der forklarte Katrine at hun tok og krysset av tre av rutene siden det nederste tallet(nevneren) var tre og at hun så fargela to av disse siden det øverste tallet(telleren) var to. I motsetning til Penelope så tar hun for seg begge tallene i brøken, men viser likevel samme tankegang. Dette er en av misoppfatningene Van de Walle et al. (2015) viser til, at tallene i brøken representerer en gitt verdi hver for seg, ikke at brøken i seg selv representerer en verdi.

To elever som viste indikasjon på å se teller og nevnere som isolert tall i Oppgave 5 var Penelope og Hilde. De to hadde like svar og tankemåte (se figur 11 og figur 12).

Figur 11, Hilde sin elevbesvarelse på Oppgave 5



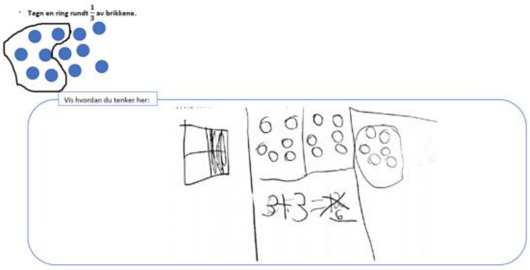
Figur 12, Penelope sin elevbesvarelse på oppgave 5

Det som er litt spesielt er de to var på hver sin gruppe, altså de var med på hver sin økt. Hilde har tegnet opp brikkene og ringet rundt fire av brikkene, der hun har krysset over en av de fire brikkene (se Figur 11). Hun forklarte svaret sitt med at den brikken som var krysset var telleren, mens de tre andre var nevneren og at de til sammen ble fire. Altså hun så på brøken $\frac{1}{3}$ som at brøkstreken var et plusstegn samt at telleren og nevneren var isolerte tall, at det da ble et regnestykke i form av en pluss tre.

Tankegangen til Hilde er svært lik Penelope sin. Penelope har også ringet rundt fire av brikkene og krysset over en av de brikkene (se Figur 12). Hun skrev videre at det er «1 og 3», sammen med at hun ringet rundt fire brikker og krysset en av de gir en tydelig indikasjon på at hun også ser på tallene i brøken som isolerte tall. Altså både Hilde og Penelope tar ikke hensyn til helheten i denne oppgaven. De ser ikke på mengdemodellen som en hel, men heller hver brikke som en. Det at de i tillegg ser på nevneren og telleren som isolerte tall gir tydelig signal på at misoppfatningen ved slike oppgaver er svært markante.

4.2.2 Mengdemodell, misoppfatning knyttet til brøkstrek

Katrines arbeid i oppgave 5 (se figur 13) viser at hun er ikke er så komfortabel med en slik oppgave.



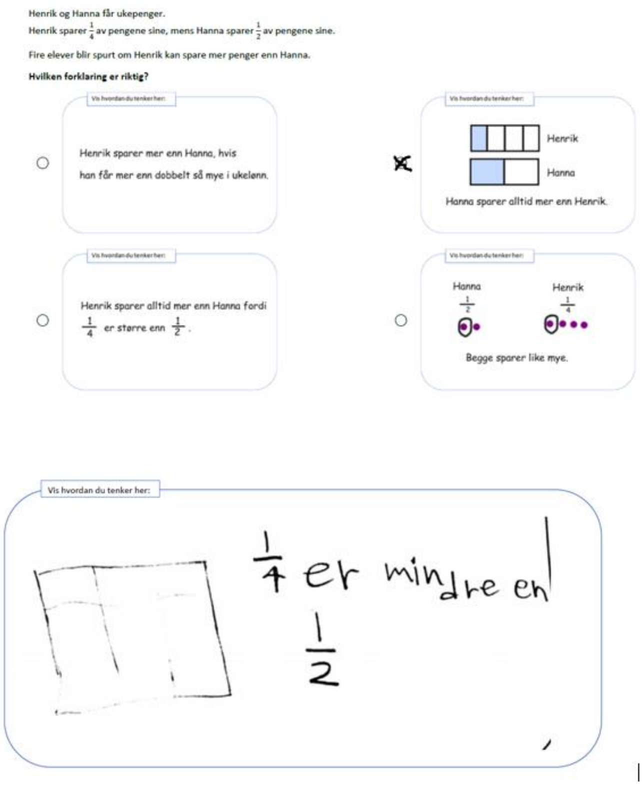
Figur 13, Elevbesvarelse på oppgave 4 gjort av Katrine.

Observasjonene jeg gjorde av henne mens hun gjorde oppgave, var at hun virke meget frustrert med å oppgave. Hun prøvde å løse oppgaven på flere forskjellige måter. Det endte med mye utvisking før hun sa seg fornøyd med arbeidet. Det var da jeg tok turen bort for å ha en samtale med henne om hvordan oppgaven hadde gått. Hun sa at det var en vanskelig oppgave, der hun ikke var sikker på at hun hadde gjort det riktig. Det viste seg at hun ikke hadde gjort, hun tegnet opp brikkene der hun hadde markerte halvparten altså seks av dem. Katrine husket ikke å ha gjort en lignende oppgave før, så hun startet bortimot på bar bakke. Det var fire brikker som var $\frac{1}{3}$ av mengden. Måten hun hadde kommet fram til svaret på var av det litt spesielle sorten. Hun mente altså at seks av tolv brikker representerte $\frac{1}{3}$. Først så trodde jeg hun hadde lest feil på spørsmålet og trodd at hun skulle finne $\frac{1}{2}$ det viste seg ikke å stemme. Hun hadde samme misoppfatning som hun viste i Oppgave 4, der hun så på nevner og teller som isolerte tall med hver sin verdi. Siden hun ikke hadde vært borte i en slik oppgave som Oppgave 5 (figur 13), så ble misoppfatningen vel så tydelig om ikke enda tydeligere. Hennes tankemåte – slik jeg forsto det gjennom arbeidet og intervjuets hennes – var å dele opp mengde inn to. Der så hun at tre (fra nevneren) var representert inne i seks av de totale brikkene. Ut ifra det så tok Katrine det videre med at to treere til sammen bli et fullt sett, altså en hel brøk. Altså hun lette etter det som i hennes hode skulle være $\frac{3}{3}$, hvor brøkstreken representerte et plusstegn og at det da til sammen blir seks, som er grunnen til at hun ringte rundt seks brikker. Hun viser for så vidt tegn til to forskjellige misoppfatninger. Den ene er at hun ser antagelig på teller og nevnere som egne separate verdier framfor at brøken representerer en enkelt verdi (Van de Walle et al., 2015). Den andre misoppfatningen er at hun mest sannsynlig ikke har forstått betydningen av brøkstreken og har dermed konkludert med at den betyr et plusstegn. Hvorfor Katrine trodde at brøkstrekene betydde et plusstegn når det kom til mengdemodellen fant jeg ikke ut i analysen. Ofte er det slik at elever ser på brøkstreken som enten et kommategn eller et minustegn som Matematikksenteret

(2019) redegjorde for, men det gjaldt ikke i dette tilfelle. Siden det er flere misoppfatninger – hos Katrine – i samme oppgave så blir besvarelsen hennes nokså forvirrende og gjør det vanskelig å identifisere konkret hennes tankemønster. Likevel tok jeg for med to aspekter ved samtalen og elevbesvarelsen som ga tydelig indikasjon på misoppfatninger knyttet til brøk.

4.2.3 Brøk i forhold til helheten, overgeneralisering

I Oppgave 6 (se figur 14) så velger Ella svaralternativet der det står at Hanna sparer alltid mer enn Henrik. Spørsmålet som blir stilt er om Henrik kan spare mer enn Hanna, noe han kan om han får mer enn det dobbelte av det Hanna får, som er svaralternativet øverst til venstre. Vanskelighetsgraden på denne oppgaven krever at elevene tenker noe abstrakt, noe som er nokså krevende for elever på 3. trinn å forstå. Denne oppgaven har svært mye tekst i seg så jeg leste oppgaven sammen med Ella for å forsikre meg om at hun forstå alt som sto. Grunnen til Ella svarer at Hanna alltid sparer mer, er antagelig fordi hun ikke har forstått at mer enn det dobbelte av $\frac{1}{4}$ er større enn $\frac{1}{2}$. Hun forklarer det slikt til meg er at hun så på figurene som viste $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{2}$ i svaralternativet øverst til høyre og så at $\frac{1}{4}$ var minst og derfor er det alltid slik. Altså hun viser en tendens til overgeneralisering ved å påstå at $\frac{1}{4}$ alltid er mindre enn $\frac{1}{2}$. Samtidig viser misoppfatningen knyttet til delen av det hele ved å vise til at hun ikke helt forstår konseptet med at brøk forhold til hverandre er relativ ovenfor størrelsene av brøkene. Altså hun er innforstått med at $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$, men svaret hennes indikerer at hun ikke forstår at det kommer an på størrelsen eller mengden på de to brøkene. Dette viser til en overgeneralisering på lik linje med det som ble redegjort i kapittel 2.5.4 knyttet til misoppfatninger ved brøk. Der hun har gjort seg opp et tankemønster – som er feil – og tar i bruk det i lignende situasjoner. Siden hun har lært at $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$ så tror hun at det gjelder alle situasjoner.



Figur 14, Ella sin elevbesvarelse på Oppgave 6.

5.0 Drøfting (Oppsummering, implikasjoner, resultater)

Denne undersøkelsen ble som sagt gjort på bare et fåtall elever og dermed viser bare en indikasjon av misoppfatninger som elever på 3. trinn kan ha, knyttet til brøk. Resultatene fra undersøkelsen viser at misoppfatninger knyttet til brøk muligens ligger hos en god del elever. I dette drøftingskapittelet så vil jeg først ta for meg resultatene i analysen og hva de betyr knyttet opp mot problemstillingen min. Det vil jeg gjøre ved å trekke fram Matematikk Deretter vil jeg drøfte litt rundt feilkilder som kan ha oppstått, hvilke implikasjoner som kan forekommet grunnet de og hva som eventuelt kunne ha blitt gjort annerledes. Avslutningsvis vil jeg se på hvordan man eventuelt som lærer kan forebygge mot misoppfatninger hos elever knyttet til brøk.

5.1 Resultater

Ingen av elevene hadde alle oppgavene riktig og det var heller ikke forventet. Alle elevene i denne undersøkelsen viste forskjellige tegn på misoppfatninger knyttet til disse oppgavene. Det som viser seg å være gjennomgående med disse elevene er at begrepsforståelsen deres angående brøk er begrenset. De fleste av elevene når de skulle forklare sin tankegang hadde vanskeligheter med å beskrive hvordan de tenkte. Hovedgrunnen til det var at de ikke hadde verktøyene til å beskrive sitt tankemønster. Hvis vi ser på kategorien i kapittel 4.1 som omhandler nevner og teller representerer antall deler – uavhengig av størrelsen – så virker det som mye av misoppfatningene går ut på nettopp det å forstå begrepene innenfor brøk. Altså hva nevner og teller representerer, At det muligens blir for abstrakt for elevene. Om man hadde hatt konkreter og kontekstualisert oppgavene så ville kanskje ikke samme slike misoppfatninger oppstått. Ta for eksempel Viljar som for så vidt svarer riktig på oppgave 1 (se Figur 4), men viser at begrepsforståelsen han ikke er tilstrekkelig. Hans mangler innenfor begrepsforståelse gir utslag på oppgave 2 (Figur 5), der han svarer feil og viser til samme tankemønster som i oppgave 1. Dette er definisjonen på misoppfatning som Hinna et al. (2012) viser til – der elevene har et tankemønster som er feil – hvor elevene bruker sin tankegang i alle situasjoner.

Forskjellige representasjoner av brøk i form av arealmodeller og mengdemodeller viste seg å være en nokså utfordrende for elevene å bryne seg på. Av de ti elevene som ble undersøkt så var det en elev som fikk til oppgave 5 (se vedlegg A) og henholdsvis 2 elever som fikk til Oppgave 4. Oppgave 5 var oppgaven som elevene brukte mest tid på og virket som den mest krevende. Som redegjort for i kapittel 2.6.1 så viser Van de Walle et al. (2015) til mengdemodeller som noe av det mest krevende innenfor brøk å lære. Ta for eksempel Katrine viser til misoppfatning knyttet til at teller og nevner var isolerte tall (se kapittel 4.2.1), den misoppfatning forsterkes i neste oppgaven (se kapittel 4.2.2) der hun imøtekommer en oppgave hun ikke har vært gjort tidligere. Hun viser altså til samme tankegang i begge oppgavene, men feilen som blir gjort i oppgave 5 (se figur 11) viser til en mer sammensetting av misoppfatninger knyttet til brøk. Det kan muligens virke som at den grunnleggende misoppfatning hun har omhandler at hun ser på teller og nevner som isolerte tall og at en kombinasjon med at hun ikke hadde vært borte i mengdemodeller førte til en mer komplekse feil i tankemønsteret hennes. Altså at det var lite med oppgave som var kjent for Katrine fra før av. At dette førte til at hun løste oppgave på en såpass merkverdig måte. Der hun på oppgave 4 (se figur 10) hadde en ganske klar tankegang på hvordan hun skulle løse oppgave, merket hun at den problemløsning passet ikke inn i oppgave 5 (figur 13). Dette bidro muligens til en slags forsterkning av misoppfatningen hun allerede hadde. Penelope og Hilde viser også til lignende misoppfatninger knyttet til oppgave 5 (se figur 11 og 12). De også viser også til at brøkstreken – samt teller og nevner – er konseptet de ikke helt har mestret enda.

Ella besvarelse på oppgave i oppgave 6 (se figur 14) indikerer som sagt til en delvis mangel forståelse av brøk i forhold til hverandre. Der hun da overgeneraliserer ved å påstå at $\frac{1}{4}$ alltid er mindre enn $\frac{1}{2}$. Det at hun forstår at $\frac{1}{4}$ er mindre enn $\frac{1}{2}$ viser at hun er på vei til å forstå brøk i forhold til hverandre, og siden dette var en nokså krevende oppgave for elever på 3. trinn så vil jeg påstå at hun viste godt forståelse med tanke på vanskelighetsgraden på oppgaven. Denne misoppfatningen med brøk i forhold til hverandre er nokså vanskelig å forstå – spesielt for elever som er ferske når det kommer til brøk – at det var ingen som fikk til oppgave 6 (se vedlegg A) var forventet. Likevel så viser resultatet at det er viktig for elevene å lære å tenke abstrakt med tanke på å forstå slike ting som brøk i forhold til hverandre, men om det hadde vært en lignende oppgave som oppgave 6, men med konkreter så hadde det kanskje muligens vært noen av elevene som hadde fått til oppgaven.

5.2 Utfordringer ved brøkens kompleksitet

Som vist i analysekapittelet og drøftingen av resultatene så er det mange forskjellige misoppfatninger til brøkoppgavene som blir belyst. Det at brøken har så mange aspekter ved seg – som vist i kapittel 2.3 – er med på å øke vanskelighetsgraden for elevene. At brøken har fem forskjellige aspekter der man må mestre alle sammen for å kunne skape en god forståelse om hva innebærer er svært krevende. Birkeland et al. (2011) redegjorde for at å skape forståelse av de forskjellige aspektene innenfor brøk tar tid. Dette gjør at misoppfatninger disse elevene på 3. trinn viste ikke er så overaskende, men nærsagt forventet.

Elevene var hovedsakelig innom to av de fem aspektene innenfor brøk, del av helheten og forhold. Der del av helheten ligger til grunn i alle oppgavene. Mens forståelse av forhold mellom to brøker er essensielt for oppgave 6 (se vedlegg A). Som redegjort for i kapittel 2.3.1 så er del av helheten en effektiv måte å introdusere elevene for brøk, noe som ble vektlagt under øktene elevene hadde med brøk på forhånd av undersøkelsen. Forhold ble også fokusert på under disse øktene, men i mindre grad.

5.3 Påvirkning av resultatet og generaliserbarhet

Det må presiseres at disse elevene har ikke har hatt i nærheten av nok undervisning i brøk til at man kan fastslå at disse misoppfatningene kommer til å forbli langvarige problemer. Det at de bare har hatt et par økter med brøk på forhånd av undersøkelsen kan være en faktor for noen av disse misoppfatningene. At de rett og slett ikke har fått dette temaet under huden. Forståelse av tallbegrepet krever modning og ikke minst tid for elevene, samt at læreren utøver pedagogisk klokskap med tanke på hvordan elevene skal lære om brøk (Birkeland et al., 2011). Altså det handler ikke kun om å lære seg hva brøk betyr, det handler mye om å prosessere kunnskapen over tid slik at elevene gjennom god veiledning kan bli vant til å bruke og tenke på tosidighet slik brøk ofte krever. Modningstid rundt brøk er noe de fleste elever på 3. trinn er i mangelvare av.

Videre så kan en annen faktor kan ha være med på påvirke resultatet, kan være at oppgavene var nokså tidkrevende for elevene. At elever på 3. trinn ikke er så vandt til å jobbe såpass intensivt med matematikkoppgaver. Det kan føre til at elevene ble slitne eller lei jo lengre ut i undersøkelsen vi kom. Jeg vil også nevne at oppgave 6 (i vedlegg A) hadde mye tekst og det kan ha vært med å forvirre elevene. Siden kunnskapen om brøk og begrepene knyttet til brøk var muligens begrenset for en del av elevene så vil det være en mulighet for at misoppfatningene som oppsto til denne oppgaven var grunnet formulereringen og mengde av tekst i denne oppgaven. Altså at vanskelighetsgraden i denne oppgave var muligens for krevende for deltakerne.

Hovedsakelig det som kunne vært gjort annerledes var å gjøre undersøkelsen på et litt senere tidspunkt. Slik at elevene hadde fått mer tid med å lære om de forskjellige aspektene innenfor brøk. Et annen ting som også muligens burde ha vært med var konkreter i oppgavene som ble brukt i undersøkelsen. Det er mulig at oppgavene var litt for abstrakt for elevene, noe som gjorde det muligens vanskelig å forstå oppgavene. Altså om de hadde hatt konkreter så ville de muligens ikke misforstått oppgavene på lik linje som de gjorde. Det må nevnes at resultatene som kom frem i analysen ikke kan generaliseres for alle elever på 3. trinn. Likevel så indikerer resultatene at elever på 3. trinn har misoppfatninger knyttet til brøk.

Avslutningsvis vil jeg påstå at denne type undersøkelse – der elevene er på et såpass tidlig stadium innenfor brøklære – ikke vil være så veldig nyttefullt. Derimot om den hadde blitt gjort på et seinere tidspunkt så ville nok flere av disse misoppfatningene – som kom fram i undersøkelsen – være enten annerledes, eller i mindre grad. Derfor kan man ikke konkludere med at misoppfatningene som ble identifisert være gjeldene for alle elever på 3.trinn.

5.4 Hva man kan gjøre som lærer for å forebygge mot misoppfatninger

Som nevnt tidligere så viser Birkeland et al. (2011) til at man trenger tid og modning for å forstå brøk. Det andre aspektet han viste til med tanke på utviklingen av brøkforståelse var pedagogisk kunnskap. Det aspektet tenkte jeg drøfte her. For Van de Walle et al. (2015) som henvist i kapittel 2.5 redegjør for noen tiltak man som lærer kan ta i bruk for å forebygge mot eventuelle misoppfatninger. Hovedessensen i rådene Van de Walle et al. (2015) viser til er bruken av kontekst og visuelle hjelpemidler når man skal lære elevene brøk.

Elevene som gjennomførte undersøkelsen lærte om brøk ved bruk av kontekster – slik som pizza og kake – samt visuelle hjelpemidler i form av konkreter, slik som klosser som var delt opp i fire deler. Det som ikke var gjort var å bruke slike midler under undersøkelsen og dermed ble muligens forståelsen og overført fra øktene på forhånd til oppgavene som ble gjort i undersøkelsen. Det er ikke noe som blir tatt stilling til i denne undersøkelsen, men som er verdt å ta med, med tanke på hva man som lærer kan gjøre for å hjelpe elevene å forstå brøk. Kort oppsummert så er kontinuerlig bruk av kontekster og visuelle hjelpemidler i brøkopplæring over lengre tid den antatt beste måten for elevene å forstå de forskjellige aspektene og representasjonene knyttet til brøk og dermed muligens forebygge mot eventuelle misoppfatninger som kan oppstå.

5.5 Oppsummering

Problemstillingen for denne undersøkelsen var *hvilke misoppfatninger knyttet til brøk har en klasse på 3 trinn*. I denne undersøkelsen så har funnene som ble gjort gitt en indikasjon på at elever på 3. trinn har misoppfatninger knyttet til brøk. Elevene i denne undersøkelsen viser til flere forskjellige typer misoppfatninger knyttet til brøk. Basert på elevbesvarelsene så indikeres det at misoppfatning ligger i at flere av – i undersøkelsen – elevene har et feil tankemønster til å begynne med videreføres gjennom de diverse oppgavene som blir framstilt i analysen. Det var viktig i denne undersøkelsen å få elevene til å ordlegge sine tanker rundt oppgavene for ellers ville det nok ha blitt vanskelig å identifisere hva slags tankegang de hadde i tilnærming til disse oppgavene. Altså at intervjuene og samtalene jeg hadde med elevene var nøkkelen til å faktisk forstå hvor misoppfatningene til elevene lå. Selv om brøk var en nokså ferskt tema for mange av disse elevene så viste flere av de et potensial for å forstå flere av aspektene innfor brøk. Det som er viktig framover for disse elevene tror jeg muligens omhandler hvordan lærere tilrettelegger undervisning slik at elevene ikke går i slike fallgruver av misoppfatninger som kan oppstå når man lærer brøk, altså viser pedagogisk klokskap.

Undersøkelsen i seg selv gir ikke et klart svar på alle elevenes misoppfatninger knyttet til brøk, men igjen gir en indikasjon på hva slags misoppfatninger elever i en klasse på 3. trinn har når det kommer til brøk. Altså de viser en tendens til at de ikke forstår nevneren og tellerens betydning, samt brøkstreken. De viser også misoppfatninger knyttet til delenes størrelse i brøk samt en videreføring av tidligere mattekunnskap som har et tankemønster som ikke passer inn når det kommer til brøk. Likevel ønsker jeg ikke komme med en konkret konklusjon på at disse elevene som har blitt undersøkt har faktiske misoppfatninger. For som nevnt tidligere så omhandler det å forstå brøkens kompleksitet, handler nettopp om en modningsprosess samt tilrettelagt undervisning. Det resultatene tilsier i denne undersøkelsen viser til en indikasjon om at det muligens utvikles misoppfatninger hos elevene på 3. trinn, men om de misoppfatninger hadde vært der om undersøkelsen ble gjort på et senere tidspunkt hos elevene ville kanskje de misoppfatningene som kom fram i analysen ikke vært gjeldende.

Referanser

Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2011). *Matematikk for lærere : 1 (5. utg).* Oslo: Universitetsforlaget.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forksningsmetode for lærerutdanningene.* Osla: Abstrakt forlag AS.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work : Constructing fractions, decimals, and percents.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Hinna, K. R., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7 : Matematikk for grunnskolelærerutdanningen : B. 1 (Vol. B. 1).* Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Lamon, S. J. (2010). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers (2. utg).* New Jersey: Lawrence Erbaum Associates.

Matematikksenteret. (2019). *Misoppfatninger knyttet til brøk*. Von Matematikksenteret: https://www.matematikksenteret.no/eksamen-prøver-og-kartlegging/fra-misoppfatning-til-mestring/misoppfatninger-knyttet-til-brøk abgerufen

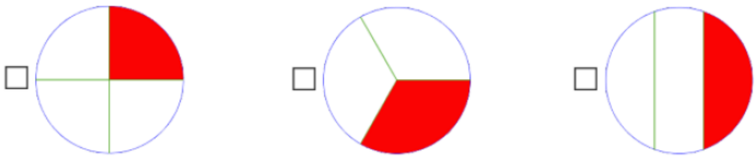
Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (9. utg.).* England: Pearson Education Limited.

Vedlegg

Vedlegg A

Oppgave 1

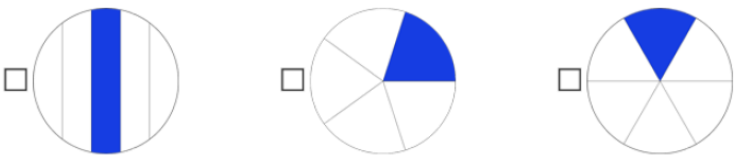
Velg den eller de av figurene der $\frac{1}{4}$ er fargelagt rød.



Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 2

Velg den eller de av figurene der $\frac{1}{5}$ er fargelagt blå.



Vis hvordan du tenker her:

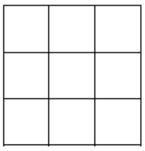
Oppgave 3

Hvor stor brøkdel av flagget til Ecuador er rødt?

Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 4

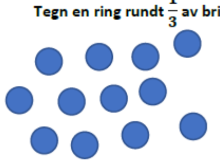
Sett kryss i $\frac{2}{3}$ av rutene nedenfor



Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 5

Tegn en ring rundt $\frac{1}{3}$ av brikkene.



Vis hvordan du tenker her:

Oppgave 6

Henrik og Hanna får ukepenger.
Henrik sparer $\frac{1}{4}$ av pengene sine, mens Hanna sparer $\frac{1}{2}$ av pengene sine.

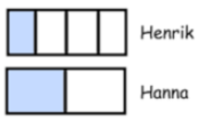
Fire elever blir spurt om Henrik kan spare mer penger enn Hanna.

Hvilken forklaring er riktig?

○ Vis hvordan du tenker her:

Henrik sparer mer enn Hanna, hvis han får mer enn dobbelt så mye i ukelønn.

○ Vis hvordan du tenker her:



Hanna sparer alltid mer enn Henrik.

○ Vis hvordan du tenker her:

Henrik sparer alltid mer enn Hanna fordi $\frac{1}{4}$ er større enn $\frac{1}{2}$.

○ Vis hvordan du tenker her:

Begge sparer like mye.

Vedlegg B

G [redacted]

[redacted] tor. 31. jan. 2019 kl. 13:00 skrev [redacted]. to 31.01, 13.30

SO [redacted]

to 31.01, 13.00

[redacted]

Svar alle

Infoskriv om bachelor

Hei! Vi er lærerstudenter ved NTNU som skal i praksis nå i februar hvor vi skal jobbe med bacheloroppgave. I sammenheng med bacheloroppgave så vil vi ta i bruk elever i form av intervjuer, spørreundersøkelser og observasjon. Alt dette vil bli anonymiseres, altså ingen personopplysninger vil bli tatt i bruk. Alt av informasjon vi samler under praksisperioden vil bli slettet etter at det har blitt brukt til sitt formål. Dersom du ikke ønsker eller barnet ditt ikke ønsker å delta på disse undersøkelsene så ta kontakt med ditt barns kontaktlærer. Alle elever som deltar på undersøkelsen kan når som helst la være å delta. Dette vil vi informere om til elevene før undersøkelsene, men gjerne si ifra til barnet ditt om dette i tillegg.

Vi har forskjellige temaer som vi skriver om:

[redacted] skrive om misoppfatninger ved brøk hos elever.

NTNU
Kunnskap for en bedre verden