Ida Hanne Hagen

Misoppfatninger knyttet til brøk i en 6. klasse ved en skole i Zambia

Bacheloroppgave i GLU5-10 LGU53002
Veileder: Kåre Hauge
Mai 2019

Bacheloroppgave

NTNU
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Ida Hanne Hagen

Misoppfatninger knyttet til brøk i en 6. klasse ved en skole i Zambia

Bacheloroppgave i GLU5-10 LGU53002
Veileder: Kåre Hauge
Mai 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Sammendrag

Temaet for denne oppgaven er misoppfatninger knyttet til brøk i en 6. klasse ved en skole i Zambia, og problemstillingen jeg har valgt er: Hvilke misoppfatninger innenfor brøk kan man finne i en 6. klasse ved en skole i Zambia, og på hvilke måte kan misoppfatningene oppdages?

For å kunne besvare denne problemstillingen har jeg i hovedsak valgt å gjøre en kvalitativ analyse av elevers svar og fremgangsmåte på ulike oppgaver. På denne måten skal jeg se på hvilke misoppfatninger knyttet til brøk man kan fange opp i en 6. klasse ved en skole i Zambia, og samtidig ha fokus på hvordan disse misoppfatningene kan oppdages. Oppgavene som ble gitt til elevene var diagnostiske og hadde til hensikt å oppdage misoppfatningene.

Analysen jeg har utført har ført til ulike funn. I hovedsak går funnene ut på at mange elever sliter med de samme misoppfatninger innenfor brøk, noe som gjaldt både sterke og svake elever. Noen elever har misoppfatninger knyttet til hva brøk egentlig er, andre elever tror at teller og nevner er to separate verdier, mens noen elever har misoppfatninger knyttet til at størrelsen på de ulike delene som brøken representerer må være like store. Disse funnen skal jeg se i lys av tidligere forskning på misoppfatninger i brøk, konstruktivistisk teori og instrumentell og relasjonell forståelse i matematikk.

Abstract

The topic of this assignment is misconceptions related to fractions in a 6th grade at a school in Zambia, and the thesis I have chosen is: Which misconceptions within fraction can be found in a 6th grade at a school in Zambia, and in what way can the misconceptions be discovered?

In order to answer the thesis, I have mainly chosen to make a qualitative analysis of the students' answers and approaches to different tasks. In this way, I will look at what misconceptions related to fractions one can identify in a 6th grade at a school in Zambia, while also focusing on how these misconceptions can be discovered. The tasks given to the students were diagnostic and intended to detect the misconceptions.

The analysis I have conducted has led to various findings. The main findings are that many students struggle with the same misconceptions within fractions, which apply to both strong and weak students. Some students have misconceptions related to what fraction really is, other students believe that the numerator and denominator are two separate values, while some pupils have misconceptions linked to that the size of the different part that the fraction represents must be equal. These findings will be discussed in relation to previous research on misconceptions in fractions, constructivism and instrumental and relational understanding in mathematics.

Innholdsfortegnelse

Sammendrag 1

Abstract 2

1. Innledning 4

2. Teori 5

2.1 Misoppfatninger 5

2.2 Hva er brøk? 5

2.3 Misoppfatninger knyttet til brøk 6

2.4 Instrumentell vs. relasjonell forståelse i matematikk 7

2.5 Konstruktivisme 8

2.6 Diagnostiske oppgaver 8

3. Metode 9

4. Funn 10

4.1 Elevers oppfatning av hva brøk er 10

4.2 Nevner beskriver antall deler - uavhengig av størrelse 13

4.3 Sammenligning av brøkers størrelse 14

4.4 Addisjon av brøker med ulik nevner 15

5. Drøfting 17

5.1 Elevers oppfatning av hva brøk er 17

5.2 Nevner beskriver antall deler – uavhengig av størrelse 18

5.3 Sammenligning av brøkers størrelse 21

5.4 Addisjon av brøker med ulik nevner 24

5.5 Hvordan oppdage misoppfatninger 25

5.6 Er funnene jeg har gjort meg egentlig misoppfatninger? 26

6. Avslutning 26

Litteraturliste 28

1. Innledning

Til enhver tid er vi omringet av matematikk, både bevisst og ubevisst. Dette gjelder dersom man må forholde seg til rutetabeller når man skal ta buss eller tog, om det er 40% avslag på nærmeste sportsbutikk, eller om man skal dele en pizza med vennegjengen hvor alle er like sulten og har lyst på like mye. Men matematikk er ikke kun noe som møter oss i hverdagen, det er også et skolefag.

Dette semesteret har jeg gjennomført min praksis ved en skole i Zambia. I perioden jeg var i praksis var det brøk elevene jobbet med. På undervisningsplanen stod det at det var multiplikasjon og divisjon av brøk som var temaet elevene skulle starte på, men jeg merket fort at flesteparten av elevene ikke hadde forutsetninger for å mestre dette emnet. Jeg oppdaget at mange elever hadde vanskeligheter med å forstå de grunnleggende oppgavene og aktivitetene som vi jobbet med i undervisningen. Likevel var det ikke alltid like enkelt å oppfatte og forstå hva elevene ikke forsto og hva konkret de slet med. På bakgrunn av dette ønsket jeg å se nærmere på elevenes forståelse knyttet til brøk, og problemstillingen min for denne oppgaver er derfor:

"Hvilke misoppfatninger innenfor brøk kan man finne i en 6. klasse ved en skole i Zambia, og på hvilke måte kan misoppfatningene oppdages?"

Måten jeg skal finne svar på problemstillingen min blir ved å analysere elevenes svar på ulike oppgaver knyttet til brøk. Svarene til elevene skal jeg i drøftingsdelen knytte til teorien jeg har funnet og prøve å finne en sammenheng mellom mine funn og tidligere forskning. I tillegg til de observasjonene jeg gjorde meg i min praksis har jeg også tidligere gjort meg erfaringer i praksis, og i løpet av egen skolegang, at dette er et tema som mange sliter med. Basert på at mange synes brøk er vanskelig, har jeg også merket at dette er noe som også er utfordrende å hjelpe elevene med. Ved å skrive denne oppgaven er målet mitt at jeg kan styrke mine ferdigheter og kunnskaper knyttet til elever som sliter med brøk og jeg kan forhåpentligvis i større grad hjelpe elever med slike misoppfatninger som fremtidig lærer.

Skolen jeg var på i Zambia var en byskole med rundt 1200 elever. Klassen vi var i var en 6. klasse med 42 elever og 1 lærer. Denne ene læreren fulgte klassen i alle fagene hele skoledagen. Å være 1 lærer på 42 elever sier seg selv at er utfordrende, da det er vanskelig å få god kontakt med alle elevene og passe på at undervisningen er tilpasset hver enkelt. Dette var noe jeg selv merket i perioden jeg var der. Gjennom første uken av praksisoppholdet mitt var min oppgave å sitte bakerst i klasserommet og observere elevenes måte å jobbe på og lærerens måte å undervise på. På denne måten fikk jeg se hva som var en normal skoledag for både lærerne og elevene. En standard undervisningstime i matematikk gikk ut på at elevene først skrev ned regler, enten rett fra boka eller rett fra tavla. Når det var gjort var det tid for å gjøre oppgaver.. De som var ferdig med oppgavene gikk frem og la skriveboken sin på kateteret hvor læreren satt med en rød penn og rettet oppgavene de hadde gjort. Rettingen gikk ut på å skrive "v" for riktig svar og "x" for galt svar. Elevene som hadde levert skriveboken ble sittende på plassen sin og vente til resten var ferdig. Når alle elevene hadde fått "tilbakemelding" på oppgavene var det klart for ny undervisningstime og nytt fag.

2. Teori

2.1 Misoppfatninger

Misoppfatninger kan beskrives som ufullstendige tanker knyttet til et begrep. Når vi skal studere og analysere elevarbeid er det viktig å kunne skille mellom feilene som elevene gjør og misoppfatningene elevene har. Hovedskille mellom en feil og en misoppfatning er at sistnevnte ikke er tilfeldige. Feil derimot kan komme mer eller mindre tilfeldig ved at eleven for eksempel misforstår oppgaven eller gjør en "slurvefeil". Misoppfatninger oppstår som regel når man prøver å skape mening og sammenheng på områder hvor tidligere kunnskap ikke lenger gjelder fullt ut. Det skjer da en overgeneralisering av tidligere kunnskap (Brekke, 2002).

2.2 Hva er brøk?

"En brøk kan angi en størrelse i forhold til en enhet" (Birkeland, Breiteig & Venheim, 2011, side 185). Før elevene lærer om brøk på skolen er de gjerne kjent med uttrykk som en halv liter brus, ett kvarter eller en tredels liter melk. Likevel er det ikke sikkert at de har en forståelse av begrepene (Birkeland et al., 2011).

Birkeland et al. (2011) har laget en femdelt kategorisering av hva brøk kan være. En brøk kan være en del av noe helt, for eksempel $\frac{1}{2}$ av en hel pizza, det kan være et punkt mellom to tall på en tallinje, eller det kan være en sammenlikning mellom en del og et hele. Brøk kan også være så enkelt som svaret på en divisjonsoppgave, eller det kan være en måte å sammenlikne to mengder eller to størrelser på.

For elevene er det å jobbe med brøk ganske nytt for dem da to tall kan angi et tall samtidig som det finnes mange navn på ett og samme tall. Dette er noe som bryter med tidligere begrepet. En brøk representerer både en regneprosess og et objekt, altså et tall. En slik tosidighet skal flyte sammen med en jevn overgang, og elevene skal kunne tenke fritt fra det ene til det andre (Birkeland et al., 2011, side 187).

2.3 Misoppfatninger knyttet til brøk

Misoppfatninger knyttet til brøk er et kjent tema som det finnes en del teori på. Walle (2015) er en av de som har satt ord på dette. Walle har laget en inndeling av misoppfatningene i 4 punkter:

1. Elevene tenker at teller og nevner er separate verdier, og har problemer med å se de som en egen verdi. Vanskelig å se at $\frac{3}{4}$ er et nummer.
2. Elevene forstår ikke at $\frac{2}{3}$ betyr 2 like store deler.
3. Elevene tror at $\frac{1}{5}$ er mindre enn $\frac{1}{10}$ fordi 5 er mindre enn 10. Noen elever blir fortalt at jo større nevneren er jo mindre er brøken, noe som kan føre til at elevene overgeneraliserer og tror at $\frac{1}{5}$ er større enn $\frac{7}{10}$.
4. Noen elever bruker regler for hele tall til å gjøre en brøkoperasjon. Et eksempel er $\frac{1}{2}$ $+ \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

I tillegg til Walle sin inndeling, har også Matematikksenteret (u.å) laget en inndeling av hvilke misoppfatninger vi kan finne som er knyttet til brøk. I tillegg til den seksdelte inndeling går også matematikksenteret dypere inn på hver kategori. De seks punktene er:

1. Nevner representerer antall deler, uavhengig av størrelse. Flere elever fokuserer kun på antall deler og tar ikke hensyn til brøkdelenes størrelse.
2. Jo større nevner (eller teller), jo større brøk. På oppgaver hvor elevene skal vurdere brøkens størrelse er det noen som overgeneraliserer tidligere kunnskap de har om naturlige tall og desimaltall.
3. Brøkstrek er lik komma. En brøk skrives med to tall og en strek mellom disse tallene, noe som skiller seg fra andre tallsymboler. Noen elever tenker at brøkstreker er et skilletegn mellom teller og nevner. Eksempel på en konkret misoppfatning kan være at $\frac{2}{3}$ er det samme som 2,3.
4. Differansen mellom teller og nevner avgjør størrelsen til brøken. Noen elever ser på differansen mellom teller og nevner når de skal vurdere brøkens størrelse. De tenker gjerne at jo mindre differansen er, jo større er brøken.
5. Teller (eller nevner) er et isolert tall. Noen elever tar ikke hensyn til helheten og forholder seg kun til enten teller eller nevner. Et eksempel på dette kan være at elevene tror at $\frac{1}{4}$ av en pizza utgjør 1 stykke, selv om pizzaen er delt i 8.
6. Tar ikke hensyn til helheten. Ikke alle elever forstår at brøk er en relativ størrelse. En misoppfatning her kan være at elevene tenker at en halv av noe og en halv av noe annet alltid er like mye, og tar ikke hensyn til hva helheten er.

2.4 Instrumentell vs. relasjonell forståelse i matematikk

Richard R. Skemp (1976) har en sentral inndeling i diskusjonen om hvilke forståelse elever har til ulike undervisningsmetoder. Denne inndelingen er todelt og består av instrumentell og relasjonell forståelse. Førstnevnte beskriver han som "rules without reasons", mens relasjonell forståelse er en type forståelse hvor man vet hva man skal gjøre og hvorfor (Skemp, 1976). "Hvordan" og "hvorfor" blir her nøkkelbegreper for å skille mellom relasjonell og instrumentell forståelse. Instrumentell forståelse innebærer altså at man har lært seg regler, algoritmer og formler (instrument) som man bruker for å løse matematiske problem, uten å helt vite hvorfor disse fungerer. Ved en relasjonell forståelse, derimot, forstår man både hvordan en oppgave skal løses og hvorfor det blir sånn (Wæge & Nostrati, 2015).

2.5 Konstruktivisme

Jean Piaget var en kjent psykolog som levde på 1900-tallet. Hovedteorien til Piaget går ut på at alle mennesker er utrustet med mentale skjema som representerer en handling. I følge Piaget fungerer menneskets intellektuelle utvikling som en tilpasningsprosess. En slik tilpasning består av assimilasjon og akkomodasjon. Ved en assimilasjonsprosess er de allerede eksisterende skjemaene tilstrekkelig for å ta inn ny informasjon. På denne måten blir de allerede eksisterende strukturene bekreftet og utvidet. Noen ganger blir vi utsatt for inntrykk eller informasjon som ikke passer inn i våre skjema og det oppstår dermed en konflikt. Denne prosessen kalles akkomodasjon. For å kunne ta imot denne informasjonen må det skje en endring av de mentale skjemaene. Assimilasjon og akkomodasjon kan skje samtidig og er avhengig av hverandre (Karlsdottir & Lysø, 2013, s. 231-233). Men hvordan kan man knyttet dette opp til elevers læring?

Læring er nært knyttet opp til adaptasjonsprosessen. *"Læring skjer når det forekommer endringer av skjema/strukturer"* (Karlsdottir & Lysø, 2013, s. 233). For Piagets syn på læring og kunnskapsutvikling er det viktig at individet streber etter likevekt, noe som kan oppnås ved hjelp av selvregulering. For å knyttet dette til brøk kan vi si at når elevene blir introdusert til brøkbegrepet skjer det en akkommodasjon av elevenes tidligere tallbegrep og deres tidligere tankemønster. For å utvide dette tallbegrepet kreves det tid og modning for eleven (Birkeland et al., 2011, s. 187).

2.6 Diagnostiske oppgaver

Underveis i en læringsprosess kan elever møte på ulike misoppfatninger. Det er viktig at disse blir oppdaget så tidlig som mulig for å unngå at disse oppfatningene fester seg og hindrer videre læring. For å oppdage misoppfatningene kan man ta i bruk diagnostiske oppgaver (Birkeland, et al., 2011, s. 33-34). Diagnostiske oppgaver har til hensikt å oppfatte misoppfatninger hos elevene og kan gjerne brukes i forkant av en undervisningssekvens. Dersom en elev har en misoppfatning, vil ikke han eller hun klare å svare riktig på en diagnostisk oppgave (Brekke, 2002).

3. Metode

Innenfor samfunnsvitenskapelig metodelitteratur kan man skille mellom to ulike typer metoder; kvalitativ og kvantitativ. Kort sagt kan man si at kvalitative metoder omhandler fortolkning av data fra for eksempel lyd, bilde eller tekst, mens en kvantitativ metode i større grad legger vekt på opptelling og utbredelse av fenomenene (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2010, s. 99). Valget av metode bør bestemmes ut i fra problemstillingen eller hva man ønsker å finne ut av. Basert på min problemstilling, hvor jeg ønsker undersøke hvilke misoppfatninger knyttet til brøk man kan oppdage i en 6. klasse ved en skole i Zambia, vil det være mest hensiktsmessig å i hovedsak fokusere på en kvalitativ analyse. Grunnen til dette er at ved en kvalitativ analyse gjør man et større dypdykk i datamaterialet, noe som er vesentlig når man ønsker å se etter et fenomen ved ulike elevarbeid, som i denne settingen er misoppfatninger knyttet til brøk. Når målet mitt er å avdekke misoppfatninger vil en kvalitativ analyse hjelpe meg til å fokusere på enkelte elevers svar og gjøre en analyse av hva elevene kan ha tenkt og hvilke mulige strategier elevene kan ha brukt.

Styrken ved å ta i bruk en kvalitativ metode knyttet til denne problemstillingen vil være at jeg har forutsetninger til å gå dypere inn i hvert enkelt svar for å analysere hvilke oppfatning den enkelte elev kan ha knyttet til temaet. Svakheten ved å kun analysere de skriftlige elevsvarene er at jeg på egenhånd må drøfte og diskutere hvordan elevene kan ha tenkt på de ulike svarene, istedenfor å la elevene selv forklare sine tanker. Grunnen til valg av skriftlige oppgaver heller enn muntlige samtaler med elever er på grunn av mangel på tid og kapasitet, da vi kun var to studenter sammen med alle 42 elevene. Strategien jeg har brukt blir derfor induktiv, da jeg ønsker å gå fra "empiri til teori" (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 27). Jeg startet undersøkelsen uten noe teoretisk utgangspunkt, og har i ettertid forsøkt å knytte innsamlet empiri sammen med tidligere forskning.

I tillegg til å analysere og tolke elevoppgavene ønsker jeg også å gjøre en opptelling og kategorisering av hvor mange elever som har løst oppgavene på samme måte, og dermed hvor mange som eventuelt har de samme misoppfatningene. Ved en slik opptelling tar jeg derfor også i bruk en kvantitativ metode. Styrken ved dette kan være å få et større og overordnet bilde på hvilke misoppfatninger som oftest går igjen hos flere av elevene. Begrunnelsen for at jeg har valgt en kombinasjon av kvalitativ og kvantitativ metode er fordi jeg først analyserer og finner hvilke misoppfatninger som finnes blant elevene, for deretter å gjøre en opptelling av hvor mange elever vi kan finne innenfor de ulike kategoriserte misoppfatningene.

Da min praksis ble gjennomført i en klasse på 42 elever på 6. trinn i Zambia er det disse elevene som utgjør utvalget mitt. Metoden jeg har valgt å ta i bruk er analyse av elevarbeid. Måten jeg samlet inn data på var å gi elevene to forskjellige oppgaveark i to forskjellige undervisningsøkter. Oppgavene var diagnostiske og hadde til hensikt å oppdage mulige misoppfatninger. På første oppgaveark var det 39 elever som svarte på oppgavene, mens ved gjennomføringen av det andre oppgavearket var det 42 elever som svarte på oppgavene. Dette varierte på grunn av fravær blant enkelte av elevene. Elevene fikk instrukser i forkant av oppgavene om at dette var en individuell test hvor elevene skulle jobbe individuelt uten å kommunisere med medelevene. Elevene fikk bruke så lang tid de ønsket. Empirien ble samlet inn på engelsk, men i fremstillingen av funnene har jeg valgt å oversette de til norsk.

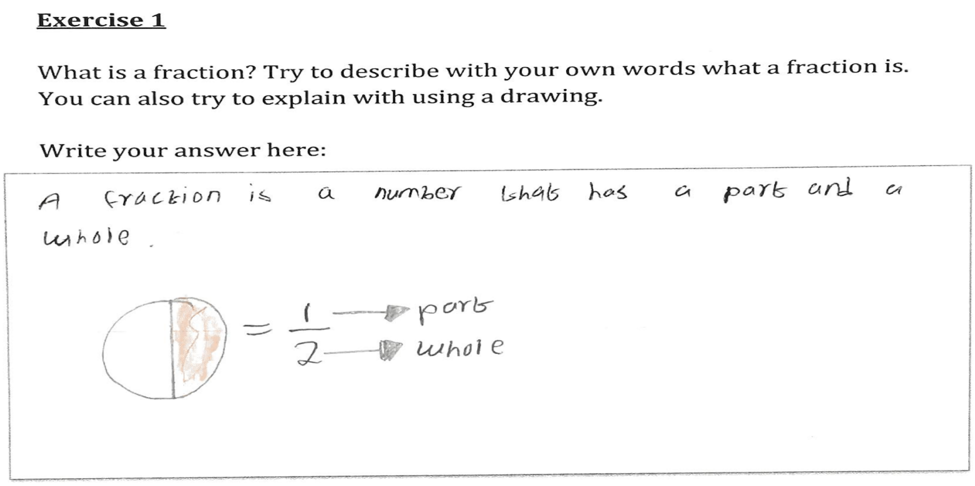
4. Funn

I denne delen av oppgaven skal jeg presentere funnene mine, altså elevsvarene som jeg sitter igjen med etter innsamling av empiri i Zambia. Måten jeg har valgt å legge frem funnene på er ved å dele de inn i fire ulike kategorier. De fire ulike kategoriene er: *Elevers oppfatning av hva brøk er*, *nevner beskriver antall deler – uavhengig av størrelse*, *sammenligning av brøkens størrelse* og til slutt *addisjon av brøker med ulik nevner*. Kategoriene vil fungere som underoverskrifter i funndelen.

4.1 Elevers oppfatning av hva brøk er

Den første oppgaven elevene ble gitt var formulert slik: "*Hva er brøk? Beskriv med dine egne ord hva en brøk er. Du kan også forklare ved å bruke tegning."* Totalt var det 39 elever som svarte på denne oppgaven, med stor bredde i elevenes svar. Noen har kun brukt ord, noen har kun tegnet, mens andre har en blanding av tegning og forklaring. Funnene, eller svarene til elevene, har jeg kategorisert i 5 kategorier:

1. Brøk representerer del og hel



Exercise 1

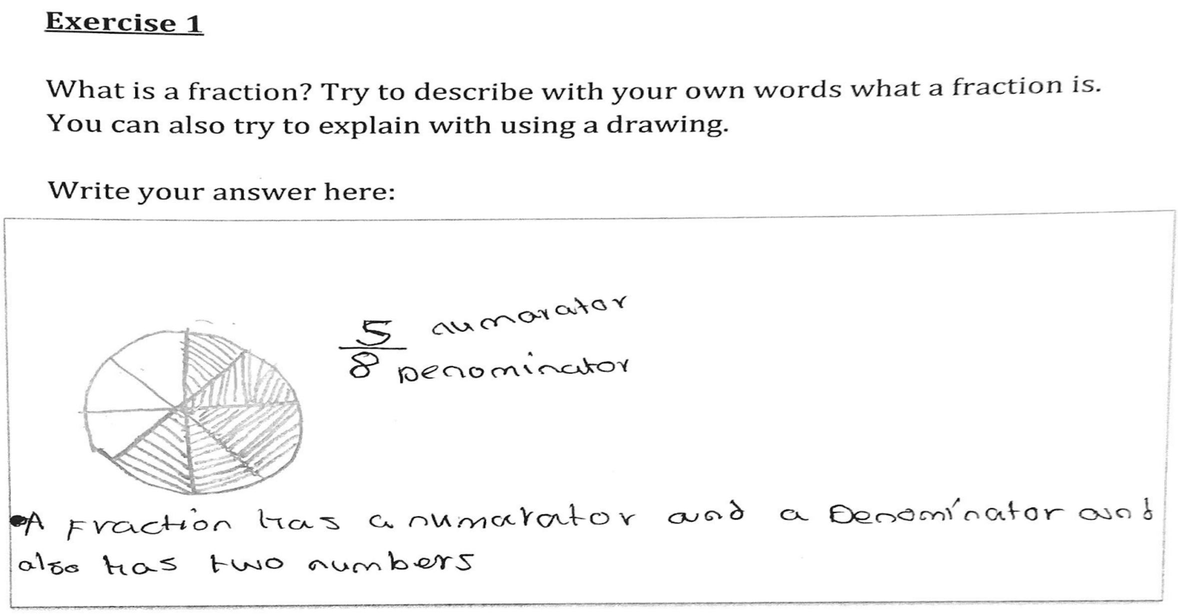
What is a fraction? Try to describe with your own words what a fraction is.
You can also try to explain with using a drawing.

Write your answer here:

A fraction is a number that has a part and a whole.

Fire av de 39 elevene som svarte på oppgaven har forklart hva en brøk er ved å ta utgangspunkt i del og hel. Teller representerer del (part) og nevner representerer hel (whole).

2. Brøk beskrevet ved hjelp av teller og nevner



Exercise 1

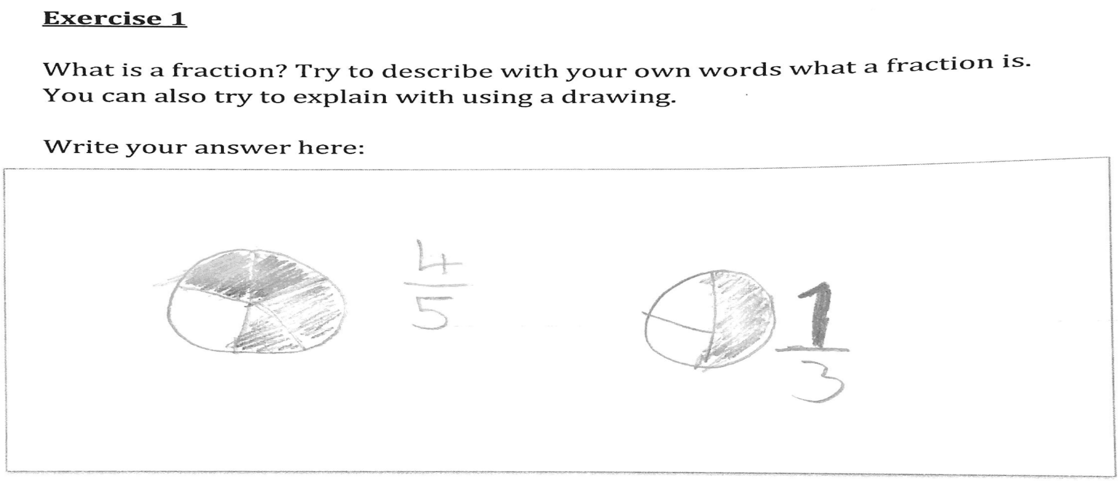
What is a fraction? Try to describe with your own words what a fraction is.
You can also try to explain with using a drawing.

Write your answer here:

• A Fraction has a numarator and a Denominator and also has two numbers

Fire elever har valgt å beskrive hva en brøk er ved å bruke begrepene teller og nevner (numerator & denominator på engelsk). Måten de har gjort dette på er å forklare at brøk er et tall som består av en teller og en nevner.

3. Tegning som hjelpemiddel til å forklare hva brøk er



Exercise 1

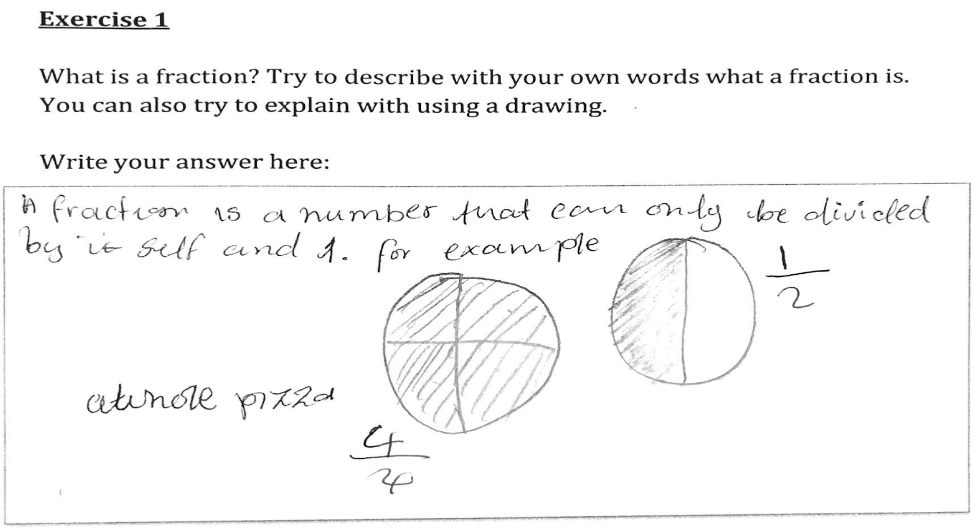
What is a fraction? Try to describe with your own words what a fraction is.
You can also try to explain with using a drawing.

Write your answer here:

$\frac{4}{5}$ $\frac{1}{3}$

Totalt var det 27 av elevene brukt tegninger av sirkler i sin forklaring. Av de 27 elevene var det 19 som kun har tegnet sirkler uten å bruke ord til å beskrive eller forklare. Et fåtall av de 19 elevene har valgt å bruke ord eller tall i tillegg til forklaringen, men da er det stort sett ulike brøker som skal beskrive figuren de har tegnet.

4. Forklarer brøk som et primtall



Exercise 1

What is a fraction? Try to describe with your own words what a fraction is.
You can also try to explain with using a drawing.

Write your answer here:

A fraction is a number that can only be divided by it self and 1. for example

a whole pizza $\frac{4}{4}$ $\frac{1}{2}$

Totalt er det åtte elever som har svart at brøk er et tall som kun kan deles på seg selv og 1. Noen forklaringer inneholder tegninger, mens andre ikke.

5. Hvordan kan eleven ha tenkt?

Exercise 1

What is a fraction? Try to describe with your own words what a fraction is. You can also try to explain with using a drawing.

Write your answer here:

Fractions are numbers that big one and semll one if they are not the same

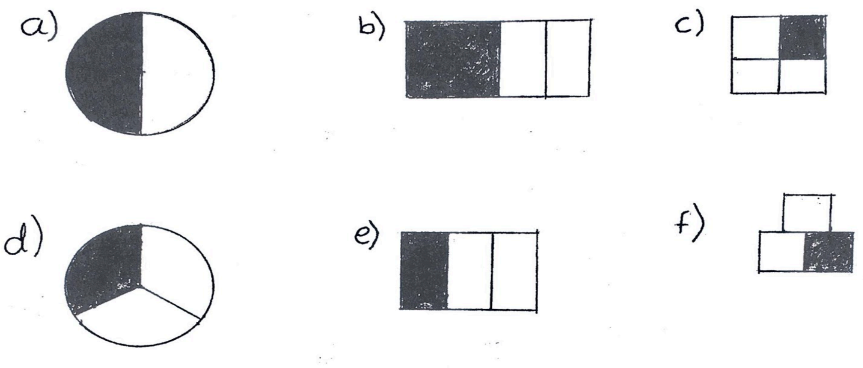
Fire av elevene har skrevet en forklaring på hva de tror brøk er, noe som gjør det vanskelig å kategorisere svaret. Et eksempel på dette kan man se ovenfor.

4.2 Nevner beskriver antall deler - uavhengig av størrelse

Flere av oppgavene som ble gitt til elevene var med hensikt å avdekke misoppfatninger knyttet til at delene som beskriver telleren og nevneren må være like store. I en av oppgavene elevene fikk var det tegnet seks ulike figurer hvor en eller flere deler av figuren var markert. Elevene skulle her sette en ring rundt de figurene de mente viste $\frac{1}{3}$. Figurene var markert med bokstavene fra A til f.

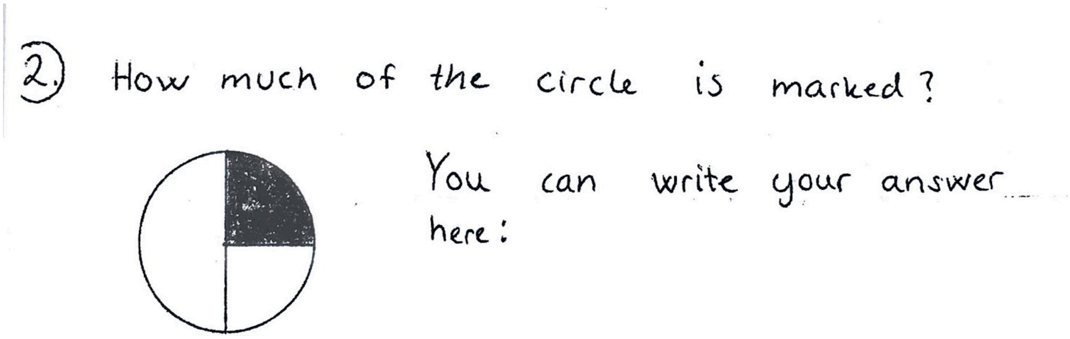
FRACTIONS Name: ____________

1.) In which of these figures are $\frac{1}{3}$ marked?
Draw a circle around the figures that show $\frac{1}{3}$



Totalt svarte 42 elever på denne oppgaven. Av de 42 elevene var det ganske stor variasjon av hva de svarte. Fire av elevene svarte riktige, altså D, E, og F. Den kombinasjonen som flest har svart er B, D, E og F. Hele 18 elever hadde dette svaret. Elleve elever svarte at kun D viste $\frac{1}{3}$, mens de resterende ni hadde litt ulike svar. Av disse var det noen elever som kun svarte A, noen andre svarte kun figur C, to som trodde at B, C, D, E og F var det riktige svaret. Dersom vi kun fokuserer på figur B var det totalt 22 elever som satte en ring rundt denne figuren, men da i kombinasjon med ulike figurer.

En annen oppgave elevene fikk var at de skulle skrive hvilken brøk figuren viste. I tillegg til dette fikk elevene en muntlig beskjed om at de også skulle forklare hvorfor dette var det riktige svaret. Av totalt 39 elevene løste elevene oppgaven på fire forskjellige måter. 35 elever svarte $\frac{1}{3}$, tre elever svarte $\frac{1}{4}$, tre elever svarte at 1 var markert, mens én elev mente at $\frac{1}{2}$ var markert. Blant de 35 elevene som svarte $\frac{1}{3}$ var den mest vanlige forklaringen at “det er tre deler i sirkelen og en av de tre delene er markert, derfor blir det $\frac{1}{3}$.”



4.3 Sammenligning av brøkers størrelse

En oppgavene som elevene fikk gikk ut på å finne den største brøken av to gitte brøker. Måten de skulle svare på var ved å tegne en sirkel rundt den brøken de trodde var størst. Totalt svarte 39 elever på denne oppgaven. Av de totalt 39 elevene var det seks elever som tegnet en ring rundt én eller flere av bokstavene, én elev forsøkte å addere brøkene sammen, mens den siste tegnet en ring rundt hele oppgave D.

De resterende 31 elevene har avgitt noe ulikt svar. På oppgave B har 16 elever svart $\frac{1}{5}$, 14 elever har svart $\frac{1}{10}$, mens én elev har svart at de er like store. Det riktige svaret her er $\frac{1}{5}$. På oppgave C svarte 17 elever $\frac{3}{4}$, mens 14 elever svarte $\frac{4}{5}$. På den siste oppgaven, altså oppgave D svarte 13 stykker $\frac{6}{8}$, mens 18 svarte $\frac{7}{10}$. Det riktige svaret på disse to oppgavene er $\frac{4}{5}$ på oppgave C, og $\frac{6}{8}$ på oppgave D.

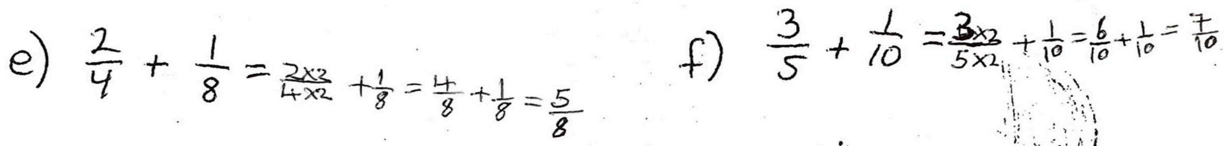
I tillegg til denne oppgaven, fikk også elevene en tekstoppgave hvor de skulle finne den største brøken. Oppgaven lød som følger: *"Dersom du spiser $\frac{4}{6}$ av en pizza, mens vennen din spiser $\frac{3}{4}$ av en annen pizza. Hvem av dere spiser da mest pizza? Du eller din venn?."*

Riktig svar på denne oppgaven er at vennen spiser mest pizza, da $\frac{3}{4}$ er større enn $\frac{4}{6}$. Av totalt 39 elever er det 13 som mente at det var vennen som spiste mest, altså det riktige, mens ti elever har svart at det er de selv som spiser mest. De resterende 16 har løst oppgaven på en noe annerledes måte. Av disse 16 har enkelte svart blankt, noen har svart at de har spist like mye, mens andre igjen har valgt å kun tegne en tegning. Av de som har tegnet har noen tegnet sirkler, mens andre har tegnet frie tegninger.

4.4 Addisjon av brøker med ulik nevner

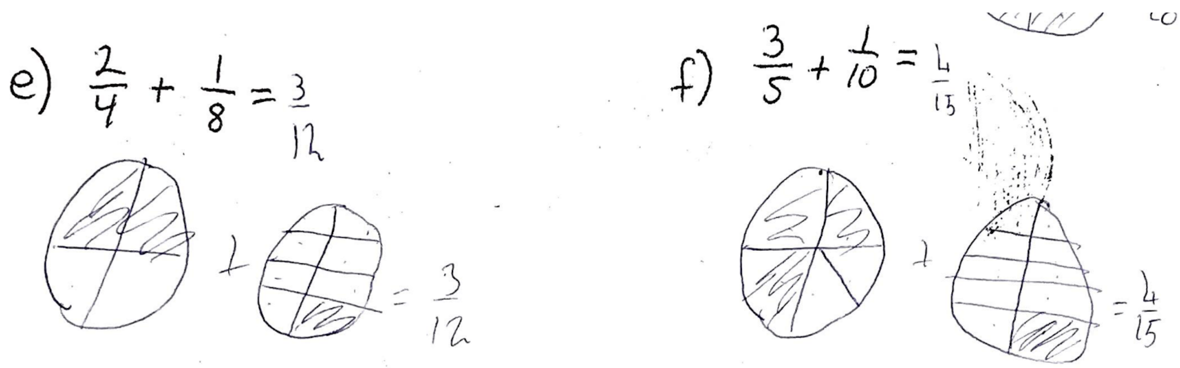
De aller fleste elevene svarte riktig på oppgavene som omhandlet addisjon av brøker med lik nevner. Jeg ønsker derfor å fokusere mer på oppgaver hvor brøkene har ulik nevner og se nærmere på hvordan elevene har valgt å løse disse oppgavene.

Av 42 elever som gjennomførte testen var det fem elever som svarte riktig på begge oppgavene. I tillegg var det 2 elever som svarte riktig på oppgave F, men ikke på oppgave E. Under kommer et eksempel på svaret til en elev som har kommet frem til riktig svar ved hjelp av en god fremgangsmåte:



Den fremgangsmåten flest elever valgt å ta i bruk er ved å adderer sammen teller i begge brøkene for deretter å ta med den største nevneren til svaret. Totalt hadde elleve elever brukte denne fremgangsmåten på oppgave E, og de samme elleve elevene gjorde også dette på oppgave F. Under kommer et eksempel på dette.

En annen måte elevene valgte å løse oppgaven på var ved å addere sammen både teller og nevner. Tre elever tok i bruk denne fremgangsmåten.



5. Drøfting

I denne delen av oppgaven skal jeg drøfte funnene mine i lys av teorien jeg har funnet. Funnene er kategorisert og vil fungere som underoverskrifter også i analysedelen. Før jeg starter analysedelen ønsker jeg å presisere at det er flere faktorer som kan ha spilt inn på resultatene på oppgavene. Noen elever kan ha vært stresset av at oppgavene ble omtalt som en test, noen hadde kanskje vansker med å konsentrere seg, eller kanskje elevene for det meste hadde misoppfatninger knyttet til selve oppgavene? I drøftingsdelen vil fokuset ligge på hvilke misoppfatninger vi kan finne i en 6. klasse i Zambia, og på hvilke måte disse misoppfatningene kan oppdages.

5.1 Elevers oppfatning av hva brøk er

Den første oppgaven elevene fikk gikk ut på at de skulle forklare hva en brøk er. Her var det veldig mange forskjellige svar og flere interessante forklaringer. Det er viktig å presisere at elevene ikke var vant til slike åpne oppgaver hvor de måtte bruke sine egne ord til å forklare, noe som kan ha hatt innvirkninger på svarene til elevene.

Av totalt 39 elever vil jeg si at åtte av elevene var inne på en grei forklaring av hva brøk kan beskrives som. Fire av elevene brukte som nevnt i funndelen begrepene "del" og "hel" i sine forklaringer. En slik forklaring kan sees i lys av teorien om at brøk kan forklares som en del av noe helt, og vil også være en korrekt forklaring på hva brøk *kan* være. Fire elever svarte at brøk består av en teller (numerator) og en nevner (denominator). Dette er også korrekt, men har elevene egentlig forstått hva telleren og nevneren står for? En slik forklaring kan vise til en forståelse om at brøker består av to forskjellige tall. At elevene kun har svart at en brøk består av en teller og en nevner tyder i og for seg ikke på en misoppfatning, men heller manglende kunnskap om hva brøk handler om. Men dersom kun åtte av 39 elever er inne på en korrekt forklaring, hvordan kan vi tolke resten av elevsvarene? Hvilke misoppfatninger kan vi oppdage knyttet til hva brøk er?

Totalt var det 27 av elevene som tegnet sirkler i sin forklaring. Sannsynligvis skal disse sirklene forestille pizzaer. Store deler av elevgruppen har en sterk assosiasjon mellom brøk og pizza da dette ofte ble brukt i eksemplene i læreboka. At så mange elever har brukt pizza, eller sirkler, i sin forklaring tyder ikke nødvendigvis på en misoppfatning, men heller en assosiasjon elevene har til brøk.

Totalt var det åtte elever som har forklart brøk som et tall som kan deles på seg selv og på 1. Hva kan være grunnen til at så mange har kommet med en slik forklaringen? Temaet elevene lærte om i perioden før vi startet med brøk, var primtall. Det kan derfor tenkes at forklaringen om at brøk er et tall som kan deles på seg selv og 1, henger igjen fra da elevene lærte om primtall. Et tall som kan deles på seg selv og 1 er nemlig forklaringen, eller definisjonen, som ofte blir brukt til å beskrive primtall. Kanskje overgangen mellom temaene skjedde litt for fort for elevene? For å se dette i lys av tidligere forskning kan vi tenke oss at elevene henger igjen på sine gamle mentale skjema. Den nye informasjonen elevene har fått, om brøk i dette tilfellet, passer ikke inn i de allerede eksisterende skjemaene. En slik prosess kalles akkomodasjon. For at elevene skal kunne innhente ny kunnskap må de mentale skjemaene endres. Dette kunne blitt gjort ved å ha en tydeligere avslutning av arbeidet med primtall, og en tydeligere start av arbeidet med brøk.

Men ikke alle forklaringene til elevene var like lett å tolke og forstå, noe som gjaldt blant fire av elevene. Av disse elevene hadde én elev tegnet en fri tegning som ikke hadde noe med brøk, eller matematikk generelt, å gjøre, mens andre igjen hadde skrevet en forklaring som det er vanskelig å tolke. I eksempelet jeg har tatt med i funn-delen er det en elev som har svart: *"fractions are numbers that big one and small one if they are not the same"*. Hva kan ligge bak en slik forklaring? I dette tilfellet kan det både være at eleven har misoppfatninger knyttet til brøk, men det kan også være at eleven har vanskeligheter med å formulere gode og presise setninger. Som nevnt tidligere var ikke elevene vant til oppgaver hvor de skulle skrive en forklaring med egne ord, noe som kan ha preget svarene.

5.2 Nevner beskriver antall deler – uavhengig av størrelse

Flere av oppgavene som ble gitt til elevgruppen hadde til hensikt å undersøke elevenes forståelse av de ulike brøkdelenes størrelse. De oppgavene som var direkte rettet mot å fange opp misoppfatninger knyttet til nevnerens størrelse var tydelige diagnostiske som utelukkende hadde til hensikt å oppdage eventuelle misoppfatninger hos elevene.

Første oppgaven knyttet til brøkdelenes størrelse var en oppgave hvor elevene skulle tegne en ring rundt de figurene de trodde representerte $\frac{1}{3}$. På denne oppgaven kan det tyde på at det var noen misoppfatninger knyttet til selve oppgaven. Elleve elever svarte at kun figur D viste $\frac{1}{3}$, noe som i og for seg er riktig, men figur E og F er også korrekte. Det kan tenkes at noen av de elevene som kun har svart figur D har misforstått selve oppgaven og trodd at det kun var mulig å velge én figur. Totalt var det 22 elever som hadde B som svar i en av sine kombinasjoner. Det at delene som beskriver brøken må være like store er en kjent misoppfatning. Både Matematikksenteret (u.å.) og Walle (2015) har med denne misoppfatning i sin inndeling. Men hvorfor mener så mange av elevene at figur B viser $\frac{1}{3}$ når det egentlig er halve figuren som er markert? Grunnen til dette er gjerne fordi figuren er delt inn i tre deler og én av delene er markert. Elevene tar ikke hensyn til at delene i figuren ikke er like store. Den største delen i figuren kan deles i to slik at figuren har fire like store deler. Men for å i større grad kunne konstatere denne misoppfatningen hadde jeg enda en slik oppgave som gikk på brøkdelenes størrelse.

I den andre oppgaven var det tegnet en figur som var delt i 3 deler hvor to deler var like store, mens den tredje delen var dobbelt så stor som de små. Delen som var markert var en av de små, så det riktige svaret for denne oppgaven er $\frac{1}{4}$. Elevene skulle her skrive hvor mye av figuren som var markert. På denne oppgaven var det et klart flertall som mente at det riktige svaret var $\frac{1}{3}$.. Totalt var det 35 elever som svarte $\frac{1}{3}$. I tillegg til å skrive hvor mye av figuren som var markert ble også elevene bedt om å begrunne svaret sitt. Dette var ikke noe som stod på prøven, men en muntlig beskjed som ble gitt til hele klassen Av de 35 elevene som svarte $\frac{1}{3}$ forklarte nesten samtlige at grunnen til dette var fordi figuren var delt i tre deler og én av delene var markert, derfor måtte svaret være $\frac{1}{3}$. Svarene i denne oppgaven styrker virkelig oppfatningen om at store deler av elevgruppen har misoppfatninger knyttet til at delene som brøken representerer må være like store. Hvorfor har så mange eleven denne misoppfatningen? Elevene har trolig ikke blitt introdusert for dette problemet tidligere, eller kanskje tidligere lærere som elevgruppen har hatt ikke har vært klar over at dette er en vanlig misoppfatning?

Tre elever svarte at kun 1 var markert. I og for seg er det riktig at 1 del er markert, men det elevene her har misforstått er at svaret skulle skrives i brøk. En slik misoppfatning kan vi se i lys av et av Matematikksenterets (u.å.) punkter som handler om at teller eller nevner er et isolert tall. Elevene tar ikke alltid hensyn til helheten og kan i noen tilfeller kun forholde seg til telleren. Eleven ser at 1 er markert, men ser ikke på hvor mye som er markert i forhold til helheten, som i dette tilfellet er fire.

Av totalt 39 elever kom kun tre av elevene frem til korrekt svar, altså $\frac{1}{4}$. De elevene som svarte dette forklarte også at det måtte være $\frac{1}{4}$ fordi figuren kunne deles i fire like store deler. Gjorde man dette var en av fire deler markert. Relativt få fikk altså til disse oppgavene, men kan vi se en sammenheng mellom svarene til elevene på disse to oppgavene? Var det noen elever som hadde korrekt svar på den ene oppgaven, men feil svar på den andre?

På oppgaven hvor elevene fikk se en figur som var delt i tre deler som ikke var like store, var det totalt 3 elever som svarte riktig, altså $\frac{1}{4}$. Av disse tre elevene svarte én elev at figur B, D, E og F viste $\frac{1}{3}$ i oppgaven før. Denne eleven har altså svart riktig på oppgaven hvor de skulle skrive hva figuren viste, men har i tillegg tegnet en ring rundt figur B i oppgaven før, noe som ikke er riktig. Av de to andre som også svarte $\frac{1}{4}$ på oppgave 2, svarte én av de figur C, D, E og F på oppgave 1, og den andre eleven svarte kun D på oppgave 1. Dette kan tyde på at selv om elevene har svart riktig på oppgave 2 har de ikke nødvendigvis en tydelig forståelse av hvorfor det er slik og klarer ikke nødvendigvis å bruke samme tankegang når oppgavene er ulik. Dette kan vi koble til at elevenes mentale skjemaer kun gjelder på enkelte områder, men når oppgaven endres så er ikke de allerede eksisterende skjemaene tilstrekkelig for å mestre oppgaven.

Ved hjelp av denne typen diagnostiske oppgaver kan man raskt fange opp misoppfatninger knyttet til deling i like store deler knyttet til brøk. Ved å gi elevene to ulike diagnostiske oppgaver kan man også forsterke mistanken om misoppfatninger hos elevene. Ved at elevene også skriver forklaring blir det enklere å tolke hva elevene har tenkt, og elevene får selv sette ord på hvilke tanker de har knyttet til de ulike oppgavene, noe som kan skape en bevisstgjøring hos elevene. Ved å gi to forskjellige oppgaver og ved å be elevene forklare med sine egne ord hvordan de har tenkt kan vi skille mellom det Brekke (2002) forklarer som skillet mellom feil og misoppfatninger. Misoppfatning oppstår altså når man prøver å skape man prøver å skape mening og sammenheng på områder hvor tidligere kunnskap ikke lenger gjelder fullt ut. Misoppfatninger skiller seg også fra feil ved at de ikke er tilfeldige.

5.3 Sammenligning av brøkers størrelse

Det neste området jeg ønsker å undersøke er hvilke misoppfatninger som kan oppdages når det gjelder sammenligning av to ulike brøkers størrelse. Elevene fikk to forskjellige oppgaver som gikk ut på å sammenlikne to ulike brøker. Den første oppgaven gikk ut på å tegne en sirkel rundt den brøken de trodde var størst, mens den andre oppgaven var en tekstoppgave hvor to ulike brøker skulle måles opp mot hverandre og sammenliknes. Jeg ønsker først å undersøke svarene på oppgaven hvor to brøker skulle sammenlignes, og deretter se på hvordan elevene har løst tekstoppgaven.

De to første brøkene elevene skulle sammenlikne var $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{10}$. På en slik oppgave, hvor telleren er lik og nevneren er ulik, kan elevene fort tenke at $\frac{1}{10}$ er størst fordi 10 er større enn 5. Likevel var det relativt mange elever som svarte riktig på denne oppgaven, som altså er $\frac{1}{5}$. Hele 16 elever hadde dette svaret, mens 14 av elevene har valgt å svare $\frac{1}{10}$. Selv om så mange som 16 har svart riktig er det likevel 14 elever som har galt svar. Hva kan være grunnen til at så mange tror $\frac{1}{10}$ er større enn $\frac{1}{5}$?

Oppgaven med å sammenlikne $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{10}$ er identisk med et av eksemplene til Walle (2015). Elever tror ofte at $\frac{1}{10}$ er større enn $\frac{1}{5}$ fordi 10 er større enn 5. Walle mener også at noen lærere ofte lærer elevene at jo større nevneren er jo mindre er brøken. Kanskje det er denne innføringen elevene har fått tidligere? På oppgaven hvor de skulle sammenligne $\frac{1}{5}$ og $\frac{1}{10}$ var det som nevnt 16 elever som hadde det riktige svaret, mens 14 trodde $\frac{1}{10}$ var størst. Når tellerne er lik og nevnerne ulik er det riktig at den brøken med minst nevner er den største. Problemet med denne tankegangen er at den kan føre til en overgeneralisering slik at elevene tror dette også gjelder både når telleren er lik og når den ikke er det.

Ifølge Matematikksenterets (u.å) 2. punkt om misoppfatninger knyttet til brøk kan vi se at de mener at mange elever tenker at jo større nevneren er, jo større er brøken. Det kan tyde på en overgeneralisering og at elevene blander inn tidligere kunnskap om naturlige tall, mens tanken om at brøk representerer et helt tall går litt i glemmeboken.

Noen elever ser også på differansen mellom teller og nevner når de skal vurdere størrelsen til brøken. Det mange tenker er at jo mindre differansen er mellom telleren og nevneren, desto større er brøken. Hele 16 svarte riktig på oppgaven som gikk ut på å sammenlikne $\frac{1}{5}$ med $\frac{1}{10}$, men kan det tenkes at noen elever kanskje kan ha en feil fremgangsmåte tross riktig svar? I noen tilfeller kan feiltenking gi riktig svar. Kanskje noen elever har sett på differansen mellom teller og nevner? Eller kanskje noen har svart tilfeldig da de kan ha vært usikker på hvilke fremgangsmåte de kan bruke for å komme frem til svaret? Da elevene ikke ble bedt om å forklare hvordan de har gått frem for å finne svar på oppgaven er det vanskelig å vite hvordan elevene kan ha tenkt.

På neste oppgave skulle elevene sammenlikne brøkene $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$. Det riktige svaret her er $\frac{4}{5}$, noe som 14 av elevene svarte riktig på. Litt overraskende har 17 elever svart $\frac{3}{4}$. Grunnen til at dette er litt overraskende er fordi 4 er større enn 3, og 5 er større enn 4, noe som derfor ikke kan kobles til at elever kan ha misoppfatninger knyttet til at de sammenligner størrelsen på teller og nevner som separate verdier. Ser vi derimot på differanse mellom brøkene, er denne lik i begge brøkene, altså 1. Dette kan derfor ikke være noe begrunnelse for hvordan elevene kan ha gått frem i denne oppgaven. Hvordan kan de ha kommet frem til $\frac{3}{4}$? Med tanke på at elevene har to svaralternativer kan det være en mulighet for at elevene har valgt en tilfeldig brøk uten å ha noen spesiell baktanke bak svaret. Det bør presiseres at ettersom $\frac{4}{5}$ er det riktige svaret, kan flere av elevene ha svart denne brøken på grunnlag av at den har en større teller og nevner enn brøken den sammenliknes med. Det kan derfor være at enkelte elever har svart riktig, men at tanken bak det egentlig er en misoppfatning.

På den siste oppgaven hvor elevene skulle sammenlikne og sette ring rundt den største brøken, var det $\frac{6}{8}$ og $\frac{7}{10}$ det stod mellom. Her har 13 elever kommet frem til det riktige svaret, som er $\frac{6}{8}$, mens 18 elever har svart $\frac{7}{10}$. Ut i fra dette svaret stemmer trolig teorien til Walle (2015) om at jo større teller eller nevner, jo større er brøken. Dette kan, som nevnt tidligere, skyldes en overgeneralisering fra tidligere kunnskap om naturlige tall.

Ut i fra oppgaven og svarene elevene kom med bør det nevnes at det her er vanskelig å oppdage misoppfatninger, mye på grunn av at elevene har to svaralternativer og det da i utgangspunktet er 50% sjanse for å svare riktig selv om elevene ikke nødvendigvis har nok kunnskap til å kunne svare på oppgaven. Hovedskillet mellom en feil og misoppfatninger er at sistnevnte ikke skjer tilfeldig. For å i større grad kunne oppdage misoppfatninger knyttet til elevenes forståelse av å sammenlikne brøkers størrelse kunne det vært mer nyttig å snakke muntlig med elevene om de ulike oppgavene for å høre hva de tenkte. På denne måten får elevene selv sette ord på hvordan de har gått frem når de har svart på oppgavene, og det vil også være lettere for læreren å oppdage misoppfatningene til elevene.

I tillegg til oppgavene hvor elevene skulle tegne en sirkel rundt den største brøken fikk elevene også en tekstoppgave knyttet til sammenlikning av to brøker. Elevene skulle finne ut av hvem som spiste mest pizza, enten de selv eller deres venn. Vennen spiste $\frac{3}{4}$ av en pizza, mens de selv spiste $\frac{4}{6}$ av en annen pizza. Det riktige svaret her er at det er vennen som spiser mest pizza, da $\frac{3}{4}$ er større enn $\frac{4}{6}$. På denne oppgaven er det stor variasjon av hva elevene har svart. Mye av grunnen til dette kan være at elevene ikke var vant til slike typer oppgaver, altså tekstoppgaver hvor de selv måtte hente ut relevant informasjon fra teksten for å kunne svare på oppgaven. De mentale skjemaene til elevene dekker trolig kun oppgaver hvor de avgir svar uten å måtte hente ut relevant informasjon selv for å kunne svare på oppgaven. Likevel er det 13 elever som har svart at det er vennen som spiser mest, mens ti elever trodde at det var de selv som spiste mest. Resten av elevene hadde litt forskjellige svar. Noen mente de spiste like mye, andre tegnet kun tegninger, noen andre igjen svarte blankt, mens det også var én elev som svarte 12 pizzaer. At det var så mange forskjellige svar kan som nevnt tyde på en misoppfatning knyttet til oppgaven. Det å skulle svare på en tekstoppgaven kunne i forhold til en konstruktivistisk tankegang kreve en utvidelse av elevenes mentale skjema.

5.4 Addisjon av brøker med ulik nevner

Som nevnt i funn-delen svarte de fleste elevene riktig på addisjonsoppgavene hvor nevneren var lik. På bakgrunn av dette ønsker jeg å heller konsentrere meg om addisjonsoppgavene hvor nevneren var ulik.

Addisjon og subtraksjon av brøker kan være utfordrende for elevene da i tillegg til å jobbe med brøk, som kan virke unaturlig og ukjent, skal elevene i tillegg addere og subtrahere brøkene. Men til tross for dette er det fem elever som har klart å komme frem til riktig svar ved å utvide den ene brøken slik at begge brøkene har lik nevner, for deretter å addere de sammen. Her kunne det vært veldig interessant å spurt elevene om hvordan de har tenkt når de regnet på disse oppgavene, og hva som gjorde at de valgte å utvide den ene brøken.

Sett bort fra de fem elevene som har kommet frem til riktig svar ved hjelp av en korrekt fremgangsmåte, er det mistanke om flere ulike misoppfatninger knyttet til addisjon av brøk. Den løsningen som flest har brukt er å addere sammen tellerne i begge brøkene for deretter å ta med den største nevneren i svaret. Hele elleve elever har gjort dette på oppgave E, og de samme elleve elevene har også gjort dette på oppgave F. En slik misoppfatning kan tyde på at elevene også her tenker at teller og nevner er to separate tall og verdier. Det er riktig å addere sammen tellerne, men for å kunne gjøre dette må nevneren være lik. Men hva kan skyldes at så mange elever har fått til addisjon med lik nevner, men fått problemer når nevneren er ulik?

Det at så mange elever har fått til oppgavene med lik nevner, men ikke oppgavene hvor nevneren er ulik kan skyldes de mentale skjemaene til elevene som ikke har fått tid og modning til å utvide seg. Elevenes mentale skjemaer kan være tilstrekkelige for å forstå at dersom nevneren er lik kan man addere sammen tellerne, men når oppgaven deretter endres til et vanskeligere nivå, er ikke de allerede eksisterende skjemaene tilstrekkelig til å addere sammen tellerne når nevneren er ulik. Det skjer her en kognitiv konflikt og det kreves tid og modning for at elevene skal utvide skjemaene til også å gjelde addisjon av brøker med ulik nevner. I denne prosessen er læreren en viktig støttespiller som må hjelpe eleven.

En annen misoppfatning som viste seg hos enkelte i elevgruppen var at de adderte sammen både teller og nevner. Dette var det tre elever som gjorde, og de elevene som gjorde dette på oppgave E gjorde det også på oppgave F. Dette er den sammen misoppfatningen som Walle (2015) skriver om i ett av sine punkter. De elevene som adderer sammen både teller og nevner bruker trolig reglene for hele tall for å gjøre denne brøkoperasjonen.

De resterende elevene som verken har addert sammen både teller og nevner eller som har addert tellerne sammen og tatt med den største nevneren, har veldig mange ulike svar. Det kan tyde på at noen av svarene til elevene er gjetting og at elevene er usikre på hvordan de skal komme frem til riktig svar. Noen elever har valgt å kun skrive en tilfeldig brøk uten noe form for utregning eller forklaring, en annen elev har multiplisert sammen brøkene, mens en del av elevene har forsøkt å utvide noen av brøkene, men et feilskjær i regneoperasjonen har resultert i galt svar. Det kan virke som at de som har mislykkes i regneoperasjonen har hatt en tanke om hvordan de skal gå frem, men på grunn av misoppfatninger knyttet til hvordan operasjonen skal gjennomføres har de blitt hindret i å komme frem til riktig svar ved hjelp av riktig regnemåte. Det kan tyde på at flere elever har en instrumentell forståelse, slik som i teorien til Skemp (1976), ved at de i noen tilfeller klarer å løse oppgaven, men at kunnskapen om hvorfor en slik fremgangsmåte fungerer ikke er tilstrekkelig.

5.5 Hvordan oppdage misoppfatninger

Ved hjelp av diagnostiske oppgaver kan man gi oppgaver til elevene med hensikt å fange opp misoppfatninger, i dette tilfellet knyttet til brøk. De diagnostiske oppgavene gjør det umulig for elevene å svare riktig dersom de har en misoppfatning. For å få en styrket overbevisning om at elevene faktisk har misoppfatninger kan skje gjennom samtaler med elevene. Gjennom samtaler får elevene brukt sine egne ord til å forklare hva de tenker og hvorfor. Ved samtaler har man også muligheter til å stille oppfølgingsspørsmål dersom det er noe i elevens forklaring som er uklart. I undervisningen jeg hadde med elevene varierte jeg på hvordan vi jobbet med brøk. Elevene fikk tid til å jobbe med oppgaver mens vi studentene hadde muligheten til å gå rundt å veilede hver enkelt, vi hadde stasjonsundervisning og vi hadde litt tavleundervisning hvor eleven hadde mulighet til å være muntlig aktiv.

En observasjon jeg har gjort meg i dette prosjektet er at flere av elevene viser en god forståelse gjennom uformelle samtaler, men når elevene på egenhånd må gjøre en oppgave har de problemer med å løse den. Noe av dette kan skyldes at elevene er usikker på seg selv og sine ferdigheter innenfor temaet, eller at elevene ikke er vant til å gjøre de typer oppgaver som vi gav dem i løpet av vår periode sammen med dem. Men er det misoppfatninger eller feil hos elevene jeg har kommet frem til?

5.6 Er funnene jeg har gjort meg egentlig misoppfatninger?

I arbeidet med å oppdage misoppfatninger knyttet til brøk hos elevene har det blitt mye synsing og diskusjon om svarene til elevene er misoppfatninger, eller om det skyldes andre faktorer. Elevene var mest vant til å gjøre lukkede oppgaver som i de fleste tilfeller hadde et riktig eller galt svar, noe elevene også var veldig opptatt av. For å kunne få en god relasjonell forståelse av brøk er det viktig at alle de grunnleggende elementene er til stede. Dette var noe jeg følte elevene manglet da de egentlig, i følge undervisningsplanen, skulle starte med multiplikasjon av brøk, mens de aller færreste klarte å gjøre rede for hva en brøk var. Med dette utgangspunktet er det også vanskelig å skulle konstantere at de gale svarene til elevene skyltes misoppfatninger og ikke bare mangel på grunnleggende kunnskaper.

6. Avslutning

I denne oppgaven har jeg, ut i fra diagnostiske oppgaver, gjort en kvalitativ og en kvantitativ undersøkelse av hvilke misoppfatninger knyttet til brøk vi kan finne i en 6. klasse ved en skole i Zambia. Jeg har også sett på hvilke måte disse misoppfatningene kan oppdages. Jeg har fått mange interessante svar som har gitt meg grunnlag til å komme frem til flere misoppfatninger vi kan finne i en 6. klasse i Zambia. Når det gjelder hvordan disse misoppfatningene kan oppdages har jeg tydelig vist at diagnostiske oppgaver er et godt hjelpemiddel for å fange opp misoppfatninger hos elevene, da oppgavene vil være formulert på en måte som gjør at elever med misoppfatninger ikke kan klare å svare riktig på oppgavene.

Misoppfatningene jeg har funnet har vært flere, noen med mer støtte i teorien enn andre. Først og fremst hadde elevene mange ulike oppfatninger av hva brøk egentlig er. Misoppfatningene her gikk ut på at noen trodde at brøk var et tall som kunne deles på seg selv og 1. Mange elever hadde misoppfatninger knyttet til at brøk handler om inndeling i like store deler. En annen misoppfatning jeg oppdaget var knyttet til sammenlikning av brøker. Her kom jeg også frem til at mange elever kan ha "gjettet" seg frem til riktig svar, da oppgaven hadde to ulike svaralternativer. Misoppfatningene knyttet til disse oppgavene gikk ut på at enkelte elever kan ha sett på differansen mellom teller og nevner i de gitte brøkene når de skulle vurdere hvilke som var størst, noe som i noen tilfeller gav riktig svar, men ikke alltid. En annen misoppfatning her er at noen elever tenker at den største brøken er den som enten har størst teller eller nevner.

Det siste området jeg ønsket å se på var elevenes forståelse når det gjaldt addisjon av brøker med ulik nevner. Det jeg kom frem til her var at misoppfatningene knyttet til dette området i hovedsak gikk ut på at elevene adderte sammen tellerne i begge brøkene og tok med den største nevneren. Noen elever hadde også en misoppfatning som gikk ut på at de brukte sin tidligere kunnskap om naturlige tall og adderte sammen både telleren og nevneren som at tallene var to separate verdier.

Dersom jeg skal trekke inn noe jeg kunne gjort annerledes kunne det ha vært å i større grad forsøkt å fått til muntlige samtaler med elevene som en metode i dette forskningsarbeidet. Slike samtaler kunne gjort at det hadde vært mulig å både høre elevenes tanker og løsningsforslag, samtidig som jeg kunne stilt oppfølgingsspørsmål dersom noen av forklaringene til elevene var uklar. Men som nevnt i metodedelen var dette vanskelig å få til da vi hadde lite tid og kapasitet til å gjennomføre.

Litteraturliste

Birkeland, P. A., Breiteig, T. & Venheim, R. (2011). *Matematikk for lærere 1* (5. utg). Oslo: Universitetsforlaget

Brekke, Gard. (2002). Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk. Læringssenteret. Hentet fra: http://bestilling.utdanningsdirektoratet.no/Bestillingstorg/PDF/59447_KAR_MAT_007_innmat.pdf

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: abstrakt forlag

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt forlag AS

Karlsdottir, R. & Hybertsen Lysø, I. (2013). *Læring - utvikling - læringsmiljø: En innføring i pedagogisk psykologi*. Trondheim: Akademika forlag.

Matematikksenteret (u.å.). Misoppfatninger knyttet til brøk. Hentet 25. april 2019 fra https://www.matematikksenteret.no/eksamen-pr%C3%B8ver-og-kartlegging/fra-misoppfatning-til-mestring/misoppfatninger-knyttet-til-br%C3%B8k

Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. University of Warwick

Wæge, K. & Nosrati, M. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Hentet fra: www.utdanningsforskning.no/artikler/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/

Walle, V. D., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics – Teaching Developmentally*. Pearson Education Limited

NTNU

Kunnskap for en bedre verden