

Bjørn Vadet

Effektiv undervisning og læring i virtuelle klasserom

Hvordan skaper nettlærere effektiv undervisning og læring i emnet funksjoner i det virtuelle klasserommet i Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM-1T)?

Masteroppgave i Matematikdidaktikk (5-10) LM55004

Veileder: Solomon Abedom Tesfamicael

Trondheim, november 2018

Bjørn Vadet

Effektiv undervisning og læring i virtuelle klasserom

Hvordan skaper nettlærere effektiv undervisning og læring i emnet funksjoner i det virtuelle klasserommet i Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM-1T)?

Masteroppgave i Matematikdidaktikk (5-10) LM55004
Veileder: Solomon Abedom Tesfamicael
Trondheim, november 2018

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap
Institutt for lærerutdanning

Sammendrag

Denne studien viser resultatet av forskning på hvordan erfarne nettlærere i DVM-1T arbeider for å skape effektiv undervisning og læring i det virtuelle klasserommet. Søkelyset rettes mot undervisningsteknikker, arbeidsmetoder og didaktiske refleksjoner.

DVM-1T er et prosjekt initiert av Utdanningsdirektoratet hvor målgruppen er spesielt flinke og motiverte elever i matematikk på ungdomsskolen. Undervisningsmetoden er «omvendt undervisning».

Jeg har en hypotese om at det kreves en annen undervisningskompetanse for lærere i det virtuelle klasserommet enn i det «tradisjonelle» klasserommet. Datamaterialet fra intervjuene viser tendenser som bekrefter hypotesen.

Datainnsamlingen ble gjennomført høsten 2017 og består i hovedsak av intervju med tre lærere fra ulike fylker i Norge. For å avgrense oppgaven har jeg studert hvordan disse lærerne planlegger og gjennomfører undervisningen i emnet funksjoner. Datamaterialet ble analysert med bakgrunn i rammeverket «Principles to Action-Ensuring Mathematical Success for All» (NCTM, 2014).

Resultatene fra studien viser noen grep nettlærerne i DVM-1T gjør for å skape effektiv undervisning og læring i emnet funksjoner. Studien forsøker å avdekke hvilke prinsipper fra Principles to Action som står sterkt eller svakt i DVM-1T.

Datamaterialet viser at det er utfordrende å være nettlærer. Det er for eksempel vanskelig å få til muntlig interaksjon med elevene, noe som gjør det vanskelig å få til meningsfull matematisk diskurs.

Abstract

The purpose of this study is to research how online teachers in DVM-1T work to achieve effective teaching and learning in the virtual classroom. My goal was to highlight teaching techniques, methodologies and didactic reflections.

DVM-1T is a project initiated by Utdanningsdirektoratet aimed at exceptionally talented and motivated mathematics students in secondary school. The teaching method is flipped classroom.

I hypothesize that there is a need for different teaching skills for teachers in the virtual classroom compared to the «traditional classroom». The data from the interviews show trends that confirm the hypothesis.

Data collection was conducted autumn 2017 and consists mainly of interviewing three teachers from different counties in Norway. In order to refine the task, I have studied how these teachers plan and carry out the teaching in the topic of Functions. The data were analyzed in relation to the Principles to Actions framework (NCTM, 2014).

The results of the study show some techniques the webmasters in DVM-1T use to create effective teaching and learning. The study attempts to uncover which principles from Principles to Action are strong or weak in DVM-1T.

At the same time, data material shows that it is challenging to be an online teacher. For example, it is difficult to get an oral interaction with the students, which again makes it difficult to create meaningful mathematical discourses.

Forord

I de 20 årene jeg har jobbet som lærer, har jeg interessert meg for hvordan lærerens praksis i klasserommet påvirker elevenes motivasjon og læring: Hvordan lærer vi best og hvordan bør teknologien integreres i skolen for å skape læring? Hvilke kunnskap trenger dagens og fremtidens elever for å bli velfungerende individer?

En master i matematikdidaktikk har gitt meg muligheten til å fordype meg i teorier om læring som har fått meg til å reflektere over undervisningspraksis på en ny og spennende måte. Av og til har jeg sagt til venner og kollegaer at masterstudiet har gitt meg mulighet til å sette meg inn i forskning som bekrefter en del av mine pedagogiske grunntanker. Samtidig har jeg endret syn innen flere områder innen matematikdidaktikk. Å være kritisk til egen praksis, bruke det matematiske språket på riktig måte, bevisstgjøring rundt læringsstrategier og velge riktig progresjon er noen av områdene hvor jeg har fått ny innsikt.

Det er mange som har hjulpet meg i arbeidet med masteroppgaven. Solomon Abedom Tesfamicael har vært veilederen min. Hans råd og veiledning var avgjørende for å komme i mål med oppgaven.

Gode kollegaer har gitt verdifulle praktiske tips om det å skrive masteroppgave. Spesielt vil jeg trekke fram Jan Frode Lindsø. Takk til den Den Virtuelle Matematikkskolen og kollegaene mine som lot seg intervju. Intervjupersonene har bidratt med pedagogisk klokskap og refleksjoner i intervjuene. Takk til Oppland fylkeskommune og Nord-Gudbrandsdal vidaregåande skule, avdeling Otta for at de har gitt meg mulighet gjennom Kunnskap for Kvalitet (KFK) til å redusere undervisningstiden for å kunne konsentrere meg om arbeidet med masteroppgaven.

Otta, 25.nov 2018

Bjørn Vadet

Innhold

Sammendrag	i
Abstract	ii
Forord.....	iii
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn.....	2
1.2 Forsknings spørsmål	5
1.3 Bakgrunn for valg av rammeverk og teorier.....	6
1.4 Definisjon av begreper.....	8
1.5 Metode	8
1.6 Oppbygging av oppgave	9
2 Teori	10
2.1 Omvendt undervisning og læringsteorier	10
2.2 Principles to Actions (P2A).....	14
2.3 Effektiv undervisning	15
2.4 Effektive matematikkprogram.....	19
2.5 Prinsipper for effektiv undervisning i matematikk	22
2.5.1 Etablere matematiske mål	22
2.5.2 Integrere oppgaver som legger til rette for resonnering og problemløsning....	23
2.5.3 Bruk av representasjoner	24
2.5.4 Meningsfulle matematiske diskurser	25
2.5.5 Stille målbevisste spørsmål	27
2.5.6 Bygge prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse	29
2.5.7 Gi produktiv støtte til elever som forsøker å forstå matematikk	30
2.5.8 Diagnostisere og bruke elevenes tenkning	31
2.6 Funksjonsbegrepet	32
3 Metode.....	33
3.1 Valg av metode	33
3.2 Utvalg av intervju personer	36
3.3 Om intervjuene.....	37
3.4 Om intervjuguiden.....	38

3.5	Transkripsjoner	39
3.6	Analyse av intervjuene	40
3.7	Etiske utfordringer	40
3.8	Validitet og reliabilitet	41
3.9	Betraktninger rundt metode	43
4	Analyse	45
4.1	Om analysen	45
4.2	Koding	45
4.3	Intervju med analyse	46
4.3.1	Intervju med Lærer A	46
4.3.2	Intervju med Lærer B	50
4.3.3	Intervju med Lærer C.....	53
5	Drøfting	57
5.1	Etablere matematiske mål.....	57
5.2	Integrere oppgaver som legger til rette for resonnering og problemløsning.....	59
5.3	Bruke og skape forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner	62
5.4	Meningsfulle matematiske diskurser	66
5.5	Stille målbevisste spørsmål	68
5.6	Bygge prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse.....	70
5.7	Gi produktiv støtte.....	71
5.8	Diagnostisere og bruke elevers tanker	72
5.9	Oppsummering av drøfting	73
6	Avslutning.....	75
7	Litteraturliste	77
8	Vedlegg:	81
8.1	Vedlegg 1 Informasjonsskriv.....	81
8.2	Vedlegg 2 Semistrukturert intervjuguide	83
8.3	Vedlegg 3 Meldeskjema.....	85
8.4	Vedlegg 4 Eksempel på arbeidsark.....	87

1 Innledning

I dag er det mange utdanningsinstitusjoner som tilbyr læring og undervisning på nett gjennom nettverksteknologi. En rekke høyskoler tilbyr nettundervisning. I videregående opplæring er eksempelvis Nettskolen i Vestfold en offentlig aktør som tilbyr Matematikk 1T, R1 og R2 til elever over hele landet ("Nettskolen i Vestfold," 2018). I tillegg er det flere private aktører som tilbyr kurs i videregående fag på nett. Sonans, Bjørknes og Akademiet er eksempler på private aktører som tilbyr nettundervisning.

Hrastinski (2008) skiller mellom «asynkron» og «synkron» nettundervisning. Synkron undervisning betyr at lærer og elev kan kommunisere i sanntid, mens i asynkron undervisning kan elever studere uavhengig av tid og sted.

DVM-1T kombinerer asynkron og synkron undervisning. Hrastinski (2008) fokuserer på fordelene og begrensningene i disse undervisningsformene. Bedre båndbredde og generelt høyere kvalitet på IKT-infrastruktur har bidratt til økende popularitet til synkron e-læring. Hrastinski (2008) konkluderer med at det ikke er så interessant å sammenligne de to undervisningsformene siden de dekker ulike behov og at det ikke alltid er like lett å skille mellom dem. Videre hevder han at mange tilbydere av nettundervisning ikke er bevisst på hvilke begrensninger og muligheter som finnes i e-læring.

Studien tar utgangspunkt i en antakelse om at lærerrollen og forventningene til læreren endrer seg når læreren beveger seg fra det fysiske til det virtuelle klasserommet, men at prinsippene for effektiv undervisning og læring er de samme uavhengig av plattform.

1.1 Bakgrunn

«Året er 1888. Tenk deg at du ble plassert på østsiden av Grønland og at du får beskjed om å komme deg over Grønlandsisen og til vest-kysten av Grønland uten kompass». Slik beskrev fagansvarlig Kjetil Idås prosjektet Den Virtuelle matematikkskolen (DVM) på den første lærersamlingen august 2013.

Bakgrunnen for prosjektet var en erkjennelse av at det var elever som hadde ekstra behov i matematikk. I Stortingsmelding nr. 22: Motivasjon–Mestring–Muligheter, gjør Kunnskapsdepartementet (2010) opp status for ungdomstrinnet, med sikte på å gjøre opplæringen mer praktisk og variert, og dermed mer motiverende og relevant. Ett av tiltakene var å øke motivasjonen gjennom å prøve ut en virtuell skole i matematikk.

Min motivasjon for å forske på læring i virtuelle klasserom tar utgangspunkt i DVM. Jeg var ansatt i prosjektet i 5 år, noe som har gitt meg verdifull innsikt og erfaringer med virtuell undervisning og metodikken omvendt undervisning.

DVM er todelt. DVM-1T er et tilbud til elever som trenger ekstra utfordringer og DVM-U er et tilbud til elever med lav måloppnåelse. I tillegg har DVM et tilbud som heter DVM-Pluss som er et tilbud til elever på 8. og 9. trinn med høy måloppnåelse som ønsker større utfordringer. I min masteroppgave vil jeg kun ta for meg DVM-1T.

Utdanningsdirektoratet beskriver prosjektet slik:

Opprinnelig var det Senter for IKT i utdanningen som fikk oppdraget med å planlegge å prøve ut en virtuell matematikkskole for ungdomsskoleelever. Fra 1. januar 2018 ble Senter for IKT i utdanningen fusjonert med Utdanningsdirektoratet under navnet Utdanningsdirektoratet – direktoratet for barnehage, grunnopplæring og IKT. Ett av tilbudene til elever med høy måloppnåelse er DVM-1T. (IKT-Senteret, 2018)

IKT-Senteret (2018) formulerer målet slik på sine nettsider:

Målet er at innovative, interaktive og nye læringsformer vil stimulere elevene til å yte mer og få bedre resultater i faget. For elever som opplever stor mestring, skal de uavhengig av geografisk bosted få mulighet til å følge læreplanen for matematikk på videregående nivå og avlegge eksamen.

En annen hensikt med piloten er ifølge Stortingsmelding 22 å gi Kunnskapsdepartementet kunnskap for å belyse praktiske sider ved et nettbasert skoletilbud (Kunnskapsdepartementet, 2010).

Piloten blir evaluert av «Nordisk institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning» (NIFU). NIFU har publisert flere evalueringsrapporter av DVM hvor målet er å evaluere flere sider av piloteringen, for eksempel brukeropplevelse, brukertilfredshet, læringsutbytte og motivasjon (Edelhard Tømte & Sjaastad, 2014; Sjaastad, Siddiq, Ulriksen & Tømte, 2017; Tømte & Sjaastad, 2014, 2015; Wasmuth, 2016).

På bakgrunn av evalueringen skal Utdanningsdirektoratet gi Kunnskapsdepartementet anbefaling om hvordan en permanent nasjonal tjeneste skal utformes. For å skape kontinuitet, er det besluttet at pilotperioden skal gå over flere år. DVM har fått midler fra Kunnskapsdepartementet til å fortsette sin pilotfase ut skoleåret 2018/19. I skoleåret 2018/2019 er DVM-1T i gang med det 6.året i piloten og erfaringene fra prosjektet skal evalueres og potensielt resultere i en anbefaling om et permanent, nasjonalt tilbud.

Det er den synkrone delen av undervisningen i DVM-1T jeg primært ønsker å undersøke, men den synkrone delen avhenger av hva som har skjedd asynkront. DVM-1T er et godt eksempel på en undervisningsform som både er synkron og asynkron. I ordinær undervisning er Matematikk 1T et 5-timersfag, totalt 195 årstimer. I DVM-1T får elevene tilbud om omlag 100 undervisningstimer synkront, mens resten av undervisningen foregår asynkront.

Sjaastad et al. (2017) skriver i sin forskningsrapport at: «DVM-1T er et godt tilbud til elever som trenger ekstra utfordringer. Mange elever kommer til å ta eksamen i 1T» (s. 52).

Samtidig påpekes det at det er utfordrende å aktivisere elevene:

Det har, som i foregående år, vist seg å være vanskelig å engasjere elevene i faglig aktivitet over nett utover det å lytte og observere. Hvis vi ser til tidligere studier er også andre aspekt viktige, som for eksempel å anvende fysiske og psykososiale verktøy, og anvende ulike læringsaktiviteter (s. 52).

Sitatet over indikerer at undervisning på nett er ikke det samme som å undervise i et tradisjonelt klasserom. Tømte og Sjaastad (2014) hevder at nettlærere må trekke på mange ferdighetsområder. Grunnleggende teknologiske ferdigheter må være på plass og faget må tilpasses et digitalt klasserom. Videre hevdes det muligheter for dialog har andre rammebetingelser enn i det fysiske klasserommet (Tømte & Sjaastad, 2014, s. 39).

Rammeverket som jeg bruker som analyseverktøy systematiserer forskningsbaserte prinsipper og veiledninger som bør gjelde for undervisning og læring i alle klasserom.

Sjaastad et al. (2017) anbefaler at Senter for IKT i utdanningen bør systematisere erfaringene til nettlærerne fordi det tar tid å utvikle nettpedagogiske tilnærminger. Videre anbefaler de at erfarne nettlærer bør ha en rolle som mentor for mindre erfarne lærere (s. 54).

Erfaringene jeg har gjort, og interessen for metodikk og praksis i virtuelle klasserom var avgjørende for at jeg valgte å skrive en masteroppgave om «effektiv undervisning og læring i virtuelle klasserom».

1.2 Forskningsspørsmål

Læreplanen i 1T inneholder fire hovedområder: Tall og algebra, geometri, sannsynlighet og funksjoner. ("Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)," 2018). Fokusområdet i studien min er å gi et bilde på hvordan erfarne nettlærere i DVM-1T legger til rette undervisningen for å skape effektiv undervisning og læring i emnet funksjoner.

En begrunnelse for at jeg har valgt å fokusere på emnet funksjoner er at det avgrenser fokusområdet og det vil bli lettere å vise til konkrete eksempler.

Med bakgrunn i fokusområdet og valg av rammeverk, velger jeg å definere problemstillingen slik:

Hvordan skaper nettlærere effektiv undervisning og læring i emnet funksjoner i det virtuelle klasserommet i Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM-1T)?

En målsetting i studien min er å belyse det som skjer i de synkrone møtene. Eksempler på spørsmål som jeg stiller for å få svar på problemstillingen er:

- Hvordan bruker lærerne matematiske mål?
- Hvordan motiverer nettlærerne elevene til å delta aktivt i timene?
- Hvilke oppgavetyper jobbes det med i det synkrone møtet?
- Hvordan skapes interaksjon mellom lærer-elev og mellom elever?
- Hvordan legges det til rette for meningsfulle matematiske diskurser?

Gjennom intervju, analyse og drøfting forsøker jeg å gi noen svar på hva som gir effektiv læring i det virtuelle klasserommet i DVM-1T.

1.3 Bakgrunn for valg av rammeverk og teorier

Hvilken undervisningskunnskap må matematikklærere som underviser i det digitale klasserommet i DVM-1T ha for å kunne legge til rette for og gjennomføre effektiv matematikkundervisning? Spørsmålet er bakgrunnen for ønsket om å finne et rammeverk som både har en teoretisk forankring til forskning, og som kan brukes som analyseverktøy. Rammeverket jeg har valgt er utgitt av NCTM (2014) og har tittelen «Principles to Action-Ensuring Mathematical Success for All», heretter i denne masteroppgaven forkortet til «P2A». Rammeverket P2A gir oss «Guiding Principles for School Mathematics» som tilbyr et større bilde på hva NCTM mener er viktig for å skape effektiv undervisning. Hovedmålet med studien er å analysere hva slags prinsipper fra P2A som står sterkt eller svakt i DVM-1T.

P2A er en del av rammeverkserien i en 29 år gammel reform som startet i 1989 med utgivelsen «Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics» (1989). Senere utgivelser er «Principles and Standards for School Mathematics» (2000), «Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence» (2006), «Focus in High School Mathematics» (2009), «Common Core State Standard for Mathematics» (2012), «Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching Practices in Grades 6-8» (2017), «Enhancing Classroom Practice with Research Behind Principles to Actions» (2017) og «Reflective and Collaborative Processes to Improve Mathematics Teaching» (2017).

Rammeverkene er utgitt av The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). NCTM ble grunnlagt i 1920 og er et nasjonalt råd for matematikklærere. NCTM er verdens største matematikkutdanningsorganisasjon, med 60 000 medlemmer og mer enn 230 tilknyttede selskaper i USA og Canada ("NCTM," 2018). NCTM har knyttet til seg fagdidaktikere som forsøker å finne ut hva som er beste praksis i matematikkfaget. Det spesielle med P2A er at det er en publikasjon som gir lærere en veiledning om hva effektiv undervisning og læring innebærer. P2A beskriver betingelser, strukturer og retningslinjer for at alle elever skal lære mest mulig. Grunnleggende elementer i undervisning, læring, lærestoff, verktøy, teknologi, vurdering og profesjonalitet blir nøye beskrevet.

NCTM beskriver seks hovedområder som er viktige for å skape effektiv undervisning:

I tillegg til «Teaching and Learning», omtales områdene «Access and Equity», «Curriculum», «Tools and Technology», «Assessment» og «Professionalism» som grunnpilarer i «Effective Mathematics Programs». I min studie vil jeg kun fokusere på Teaching and Learning, som jeg velger å oversette til «undervisning og læring».

NCTM (2014) beskriver Teaching and Learning slik:

An excellent mathematics program requires effective teaching that engages students in meaningful learning through individual and collaborative experiences that promote their ability to make sense of mathematical ideas and reason mathematically. (s. 5)

NCTM (2014) beskriver gjennom sitatet at effektiv undervisning og læring skjer når elevene blir engasjerte i meningsfulle aktiviteter, både gjennom individuelt arbeid og i samarbeid med andre og at slik arbeid vil fremme evnen til forståelse for matematiske tankemåter og begrunnelser.

Linda M. Gojak, President NCTM, 2012-2014 beskriver P2A slik:

Principles to Actions represents a significant step in articulating a unified vision of what is needed to realize the potential of educating all students—under any standards or in any educational setting. Most important, it describes the actions required to ensure that all students learn to become mathematical thinkers and are prepared for any academic career or professional path that they choose. (s. 7)

Sitatet viser at P2A har en ambisiøs målsetting om at alle elever skal bli matematiske tenkere og at elevene skal forberedes til videre utdanning og arbeidsliv på best mulig måte. Hvor

realistisk målsetningen er, overlater jeg til leseren å bedømme. Det som er viktig for min studie er at P2A inneholder prinsipper og konkrete veiledninger som er forankret i forskning gjennom nesten 30 år.

1.4 Definisjon av begreper

«Effektiv undervisning» er et begrep jeg vil bruke i denne masteroppgaven. I kapittel 2.0 redegjør jeg for begrepet effektiv matematikkundervisning. DVM-1T er tuftet på modellen om «omvendt undervisning». I DVM-1T arbeider elevene med leksjoner asynkront. Det vil si at elevene gjør leksjoner hjemme eller på skolene og at de synkrone møtene i hovedsak blir brukt til å diskutere matematiske oppgaver i det virtuelle klasserommet.

Det virtuelle klasserommet er et nettbasert læringsmiljø hvor elevene kan kommunisere med hverandre. Lærer og elev er ikke på samme sted når undervisningen foregår. Elevene bruker hodesett og kamera. Virtuell undervisning vil si at elevene møter læreren digitalt og inkluderer de metodiske valgene som læreren gjør.

1.5 Metode

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at «metode» kan forstås i vid forstand og den opprinnelige greske betydningen av ordet er «veien til målet» (s. 83). Hensikten med dette kapitlet er å gi leseren innsikt i mine metodiske valg.

Jeg har valgt en kvalitativ studie, med videoopptak av intervju som datagrunnlag. Målet var å ta del i og analysere erfaringene og tankene som tre lærere har om effektiv undervisning og læring i DVM-1T i emnet funksjoner. Alle intervjuene er transkribert og analysene tar utgangspunkt i intervjuene.

1.6 Oppbygging av oppgave

I kapittel 2 redegjøres det for de 8 prinsippene for effektiv undervisning i matematikk som er beskrevet i P2A.

Kapittel 3 tar for seg ulike aspekter ved valg av metode som er brukt for å finne svar på forskerspørsmålet. Kapitlet presenterer betraktninger rundt valg av metode, intervju, etiske utfordringer, reliabilitet og validitet.

I kapittel 4 analyserer jeg intervjuene.

I kapittel 5 bruker jeg analysen til å drøfte svarene opp mot forskningsspørsmålene.

I kapittel 6 konkluderes det og videre forskning foreslås.

2 Teori

I dette kapittelet presenteres teorien som danner grunnlag for studien. Først presenteres omvendt undervisning og det gjøres refleksjoner over hvilken læringsteorier som er mest aktuelle i DVM-1T. Deretter presenteres kilder for rammeverket P2A. Til slutt redegjøres det for begrepet «effektiv undervisning» og hva som er prinsippene for effektiv undervisning i P2A. Kapittelet avsluttes med teori om funksjonsbegrepet.

2.1 Omvendt undervisning og læringsteorier

Siden DVM-1T bygger på prinsippet om omvendt undervisning, har læreren en annen rolle enn i et tradisjonelt klasserom. Gotaas (2015) beskriver en teknologisk utvikling som har medført nye muligheter innen læring. Hun sier at omvendt undervisning i praksis er at lærerne spiller inn teoriundervisningen eller instruksjonene på video. Elevene får i lekse å se disse hjemme, mens det på skolen gis mer tid til å jobbe med oppgaver og ikke minst individuell veiledning.

Hvordan kan ulike læringsteorier knyttes til omvendt undervisning og DVM-1T? I følge Säljö (2001) finnes det 3 hovedretninger innen læringsteorier; behavioristiske, kognitive og sosiokulturelle. I behavioristisk læring blir informasjon og kunnskap overført mellom mennesker ved at avsender koder et budskap i språklig form som blir sendt til mottaker via et medium. Lærerens rolle blir å «lære fra seg» mens elevene sin rolle er å være mottakere.

Innenfor kognitivismen fokuserer man på mennesker som aktive vesener som ikke bare responderer på ytre stimuli slik som i den klassiske behaviorismen. To sentrale begreper i kognitivismen er «assimilasjon» og «akkomodasjon». Assimilasjon handler om å tolke nye situasjoner i lys av eksisterende skjemaer. Akkomodasjon handler om at man må endre oppfatninger og lage nye skjemaer. Individet er i motsetning til hva man forutsetter i

behaviorismen mer aktivt deltakende i egen læring. Læring preges av individuell problem- og oppgaveløsning (Skott, Jess & Hansen, 2008).

I følge (Säljö, 2001) er konstruktivismen det elementet i kognitivismen som har fått størst innflytelse når det gjelder synet på læring (s. 57). I konstruktivismen er hovedtanken at kunnskap finnes i den enkelte sitt hode og at vi konstruerer kunnskapen ut fra den kunnskapen vi allerede har etablert. Læring skjer gjennom at eleven er aktiv (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2011, s. 589).

Säljö (2001) hevder at læring og utvikling i et sosiokulturelt perspektiv handler om at læring skjer gjennom bruk av språk og deltakelse i sosial praksis. Lev S. Vygotsky sine teorier og forsøk fra Sovjetunionen på 1920- og 1930 tallet regnes for å være utgangspunktet for den sosiokulturelle læringsteorien (Vygotsky, 1980). I det sosiokulturelle synet vektlegges betydningen av sosiale rammer i læring. Et viktig fokus i den sosiokulturelle læringsteorien er bruken av «medierende artefakter» og hvordan bruken av «artefakter» virker inn på kommunikasjonen mellom mennesker. Säljö (2001) hevder at å mediere handler om at vi fortolker verden gjennom redskaper som er forankret i ulike sosiale praksiser. Begrepet «artefakt» defineres som gjenstander eller produkter framstilt av mennesker (ibid).

I det digitale didaktikken møter man begrepet «konnektivisme». Konnektivisme er ikke en læringsteori, men et pedagogisk syn om at læring skjer i et digitalt felleskap. Siemens (2014) hevder at arbeidsmåter i skolen må endres når teknologien tas i bruk og at utdanningsfeltet i liten grad har tatt inn over seg effekten av nye læremidler og miljømessige endringer i hva det vil si å lære. Hrastinski (2009) sier at teknologiske verktøy kan brukes for å forbedre læring, men at innføring av ny teknologi fører til økt læring bare dersom teknologien blir brukt på riktig måte (s. 23).

Lynch (2015) beskriver fire grunnpilarer (The Four Pillars of Flipped Learning) i omvendt undervisning. Jeg har valgt å oversette grunnpilarene slik:

Fleksibelt miljø: Lærerne skaper fleksible rom som kan brukes av elevene når de selv ønsker det. I tillegg er lærere som tar i bruk omvendt undervisning fleksible i sine forventninger til studentens tidslinjer for læring og i sine vurderinger av studentlæring.







Læringskultur: I omvendt undervisning er tid i klasserommet dedikert til å utforske emner i større dybde og skape rike læringsmuligheter. Som et resultat er studentene aktivt involvert i kunnskapsbygging.

Tilpasset innhold Lærerne bestemmer hva de trenger for å undervise og hvilke materialer studentene skal håndtere på egen hånd. Lærerne gjør bevisste valg av metoder tilpasset den enkelte student og velger hensiktsmessige læringsstrategier avhengig av emne.

Profesjonell opplærer Rollen som profesjonell lærer er enda viktigere, og ofte mer krevende, i et omvendt klasserom. De må observere elevene, gi dem øyeblikkelig tilbakemelding og en vurdering av arbeidet deres.

De fire grunnpilarene er aktuelle også i DVM-1T. Som eksempel kan nevnes at elever som ikke deltar i timene, kan se timene i opptak. Leksjonene kan sees flere ganger og jobbes med når det passer best for eleven. Det synkrone møtet brukes ofte til diskusjon rundt oppgaver. Elevenes egenvurderinger er retningsgivende for hva som skjer i det synkrone møtet. Og rollen som profesjonell lærer er viktig, siden det for eksempel kan dukke opp ulike løsningsstrategier og krevende spørsmål som læreren må forholde seg til.

I DVM-1T inneholder leksjonene mer enn bare videofilmer og instruksjonsvideoer. Leksjonene består av ulike komponenter. I tillegg til å se videofilmer som omhandler teori, må elevene blant annet svare på oppgaver og utforske animasjoner før de kan gå videre i leksjonen (Se Figur 1: Eksempel på innhold i leksjon). I tillegg til arbeid med leksjoner, må elevene skrive egenvurderinger, jobbe med oppgaver fra

-  [Leksjon 6.3: Eksponentialfunksjonen](#)
-  [Utvalgte oppgaver 6.3](#)
-  [Egenvurdering 6.3](#)
-  [Oppgaver fra kikora 6.3](#)
-  [Oppgaver fra ndla 6.3](#)
-  [Løsning på oppgaver fra ndla 6.3](#)

Figur 1: Eksempel på innhold i leksjon

NDLA, oppgaver fra Kikora og utvalgte oppgaver før de møter til det synkrone møtet med nettlærer.

Prosjektledelsen er ansvarlig for å utarbeide leksjonene og det er tatt en del metodiske valg som nettlærerne må forholde seg til. Fra skoleåret 17/18 startet DVM-1T med utvalgte oppgaver. Dette er oppgaver som prosjektledelsen i DVM-1T anbefaler at det blir jobbet med i de synkrone møtene.

Det er både interessant og utfordrende å plassere DVM-1T i lys av læringsteorier. Den asynkrone delen av DVM-1T har elementer av både et behavioristisk og et konstruktivistisk syn på læring. Et eksempel på et behavioristisk læringssyn i DVM-1T er at elevene må svare riktig på oppgavene i e-leksjonen før de får lov til å gå videre til neste oppgave. Elevene får en ytre stimuli ved at de får lov til å gå videre i leksjonen. En slik belønning eller stimuli kommer også til uttrykk i Kikora-oppgavene hvor elevene blir belønnet med en pokal etter en oppgave som er riktig løst.

Det konstruktivistiske læringssynet i DVM-1T er orientert rundt elevenes arbeid med oppgaver. Tanken er at elevene skal tilegne seg kunnskap ved å arbeide med leksjonene. Eleven er aktiv i egen læring og bruker sine egne tanker og strategier for å løse ulike oppgaver.

Den synkrone delen av DVM-1T har et sosiokulturelt læringssyn. Metoden omvendt undervisning skal benyttes. Det innebærer at elevene skal samarbeide. Fokuset skal være på aktiv læring og veiledning (Gotaas, 2015). Tiden skal brukes til å diskutere matematikk, både i helklasse og i mindre grupper. Diskusjonene skal ta utgangspunkt i egenvurderingene som elevene skriver før det synkrone møtet. I egenvurderingene er det viktig at elevene gir tilbakemelding på hva de har lært og hva de eventuelt trenger mer hjelp til å forstå.

2.2 Principles to Actions (P2A)

For å kunne belyse forskerspørsmålet, var det som nevnt i kapittel 1.3 viktig å finne et rammeverk som både kunne si noe om teorien om effektiv undervisning og læring og et rammeverk som kunne brukes i analysearbeidet.

Utgiver av P2A, NCTM beskriver sin rolle i matematikdidaktikken i USA slik: «The National Council of Teachers of Mathematics is the public voice of mathematics education, supporting teachers to ensure equitable mathematics learning of the highest quality for all students through vision, leadership, professional development, and research» (s. ii). P2A forsøker å skape en forbindelse mellom forskning og praksis (NCTM, 2014). En parallell til DVM-1T er at det også er et nasjonalt prosjekt som fokuserer på best mulig praksis i et virtuelt klasserom.

Linda M. Gojak, president NCTM fra 2012-2014 beskriver P2A på denne måten:

«Principles to Actions spells out the part that we all must play in supporting the success of today's students to ensure a bright future for the world around us.» (s. viii)

Gojaks beskrivelse sier noe om hvor viktig P2A er for å sikre en «lys fremtid for verden rundt oss». Jeg har oversatt de åtte prinsippene som «sikrer matematisk suksess for alle» på denne måten (NCTM, 2014, s. 10):

1. Etablere matematiske mål for å spisse læring
2. Implementere oppgaver som fremmer begrunnelse og problemløsning
3. Bruke og skape forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner
4. Legge til rette for meningsfulle matematiske diskurser
5. Stille målbevisste spørsmål
6. Bygge prosedyrekunnskap basert på begrepsmessig forståelse
7. Gi produktiv støtte til elever som forsøker å forstå matematikk
8. Identifisere og bruke elevers tanker i planlegging og gjennomføring av undervisning

I tillegg til de åtte prinsippene gir P2A gir oss et omfattende teorigrunnlag med utgangspunkt i den profesjonelle lærer. Det vises til spesifikke forskningsbaserte læringspraksiser som er

høyverdige og effektive for hver enkelt elev, kombinert med kjerneprinsipper for å lykkes med matematikkundervisningen på alle nivåer. P2A skal også være en guide for å gi veiledning til andre som er involvert i skoleutvikling som for eksempel skoleledelse, foreldre og politikere (s. 4). Med andre ord gir P2A veiledning om hva som kan forventes av opplæringen i skolen. NCTM (2014) har gjennom P2A utformet en nasjonal standard over prinsipper for tiltak som skal sikre et mest mulig likeverdig undervisningstilbud for alle elever.

P2A beskriver grunnleggende elementer i undervisning og læring. Den profesjonelle lærer blir definert og det gis råd om for eksempel vurdering, verktøy og teknologi (NCTM, 2014).

På samme måte som at P2A skal sikre et likeverdig tilbud til elever i USA, er likeverdighet et kjerneprinsipp i DVM-1T. Tidligere var det slik at det bare var elever i de store byene som fikk mulighet til å forsere matematikken. DVM-1T har som mål at alle elever i Norge skal få den samme muligheten uavhengig av geografi (IKT-Senteret, 2018).

2.3 Effektiv undervisning

Planen ("Lærerløftet- På lag for kunnskapsskolen," 2014) omtaler den gode lærer. Den ble presentert av daværende Kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen og Statsminister Erna Solberg i september 2014. Lærerløftet lanserte flere store satsinger på lærerne og det står at gode lærere er avgjørende for en skole der elevene lærer og trives. Videre beskriver Lærerløftet flere kjennetegn på hva som er en god lærer, og hva som er god undervisning. Solid fagkunnskap, god formidlingsevne, evnen til å vedlikeholde og videreutvikle fagkunnskap, tydelig klasseledelse, gode veiledningsevner og vurderingsegenskaper er noen egenskaper som definerer den gode lærer ("Lærerløftet- På lag for kunnskapsskolen," s. 16).

Hvordan defineres så «effektiv undervisning og læring» i litteraturen? Fauskanger (2017) hevder at selv om spørsmålet om hva som kjennetegner effektiv matematikkundervisning lenge har vært kjernen i matematikdidaktisk forskning, finnes det ingen universell

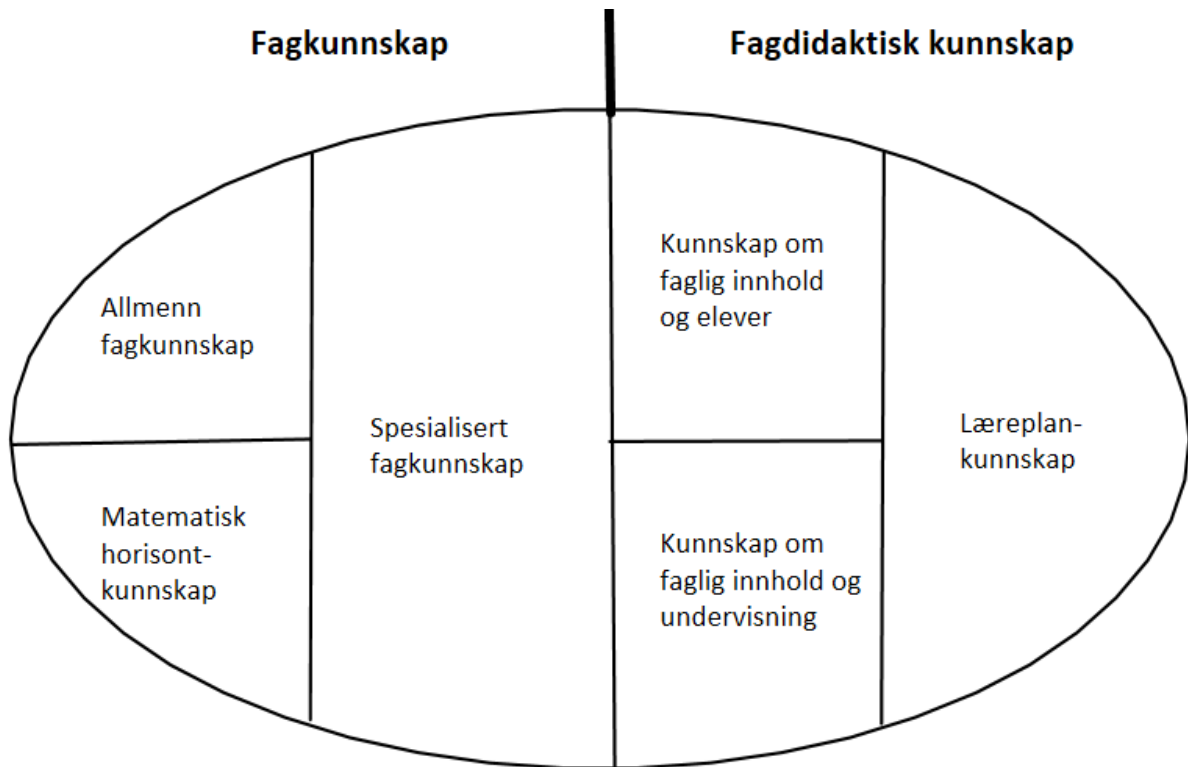
definisjon på effektiv matematikkundervisning. Påstanden støttes av Li (2011) som hevder at effektiv undervisning avhenger av for eksempel forskernes syn på matematikk og utdanningstradisjoner.

Fauskanger (2017) hevder at forskning som er tilknyttet lærers syn på hva som kjennetegner effektiv matematikkundervisning er omfattende. Videre hevder hun at forskning tilknyttet matematikklærerens syn på den kunnskapen de har behov for om deres egen undervisning, er begrenset i den internasjonale litteraturen og mangelfull i den norske konteksten. (Cai, Kaiser, Perry & Wong, 2009; Eriksson, Helenius & Ryve, 2018; Li, 2011) er eksempler på studier med utgangspunkt i effektiv undervisning fra et lærerperspektiv.

Kunnskap om hva som er viktig for å kunne gjennomføre effektiv undervisning blant egne elever er det Shulman (1986) kaller Teaching Knowledge eller undervisningskunnskap. Med utgangspunkt i Shulman sitt arbeid utviklet Loewenberg Ball, Thames og Phelps (2008) et rammeverk for undervisningskunnskap basert på analyser av matematiske utfordringer som lærere møter i undervisningssituasjoner (se Figur 2).

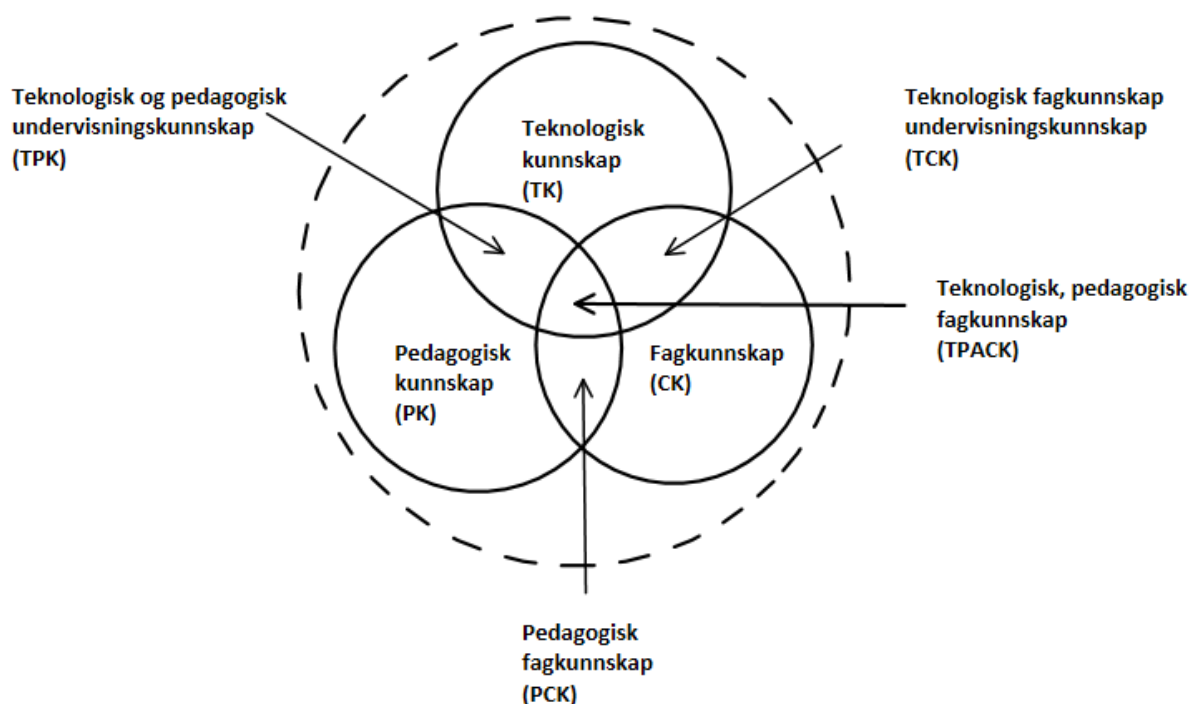
Loewenberg Ball et al. (2008) fremhever spesialisert fagkunnskap som viktig for undervisningsarbeidet og en betydningsfull indikator på effektiv undervisning og dermed for elevers læring. Loewenberg Ball et al. (2008) definerer matematisk horisontkunnskap som kunnskap som ikke brukes direkte i undervisningen, men som likevel er nødvendig for å forstå elevers tenkning. Fagdidaktisk kunnskap er en annen kunnskapstype som er viktig for undervisningskvaliteten. Denne kunnskapstypen inkluderer kunnskap om elever, undervisning, gjeldende læreplaner og aktuelle læremidler (Loewenberg Ball et al., 2008).

Figur 2 viser de ulike komponentene i Loewenberg Ball et al. (2008) sitt rammeverk:



Figur 2: Undervisningskunnskap. Bygger på arbeidet til (Ball, Thames & Phelps, 2008)

Mishra og Koehler (2006) utviklet et teoretisk rammeverk og modell som bygger videre på arbeidene til Loewenberg Ball et al. (2008) og Shulman (1986) sin ide om Pedagogical Content Knowledge (PCK). Shulman lanserte PCK for å understreke sammenhengen mellom fagkunnskap og pedagogikk. Med en stadig mer digital skole, mener Koehler og Mishra at det teknologiske aspektet må være med i et rammeverk som beskriver skolen. Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) er et rammeverk som beskriver kunnskap som lærere trenger for å gjennomføre effektiv undervisning i et teknologisk læringsmiljø.



Figur 3: TPACK-modellen. (Koehler & Mishra, 2009)

Modellen viser at fagkunnskap (CK), pedagogikk (PK) og teknologi (TK) har et komplekst samspill (Mishra & Koehler, 2006). Herring, Koehler og Mishra (2016) hevder at teknologisk kunnskap er avgjørende for effektiv undervisning i et teknologiske klasserom. Den teknologiske kunnskapen samspiller med fagkunnskap og pedagogisk kunnskap. Læreren må ta hensyn til det gjensidige og dynamiske forholdet mellom de ulike kunnskaper i forskjellige kontekster. Hver situasjon er unik, avhengig av for eksempel klassesertrinn, kultur og teknologiske rammebetingelser. Derfor vil ikke samme kombinasjon av fagkunnskap, teknologi og pedagogikk være aktuell for alle lærings situasjoner (Herring et al., 2016).

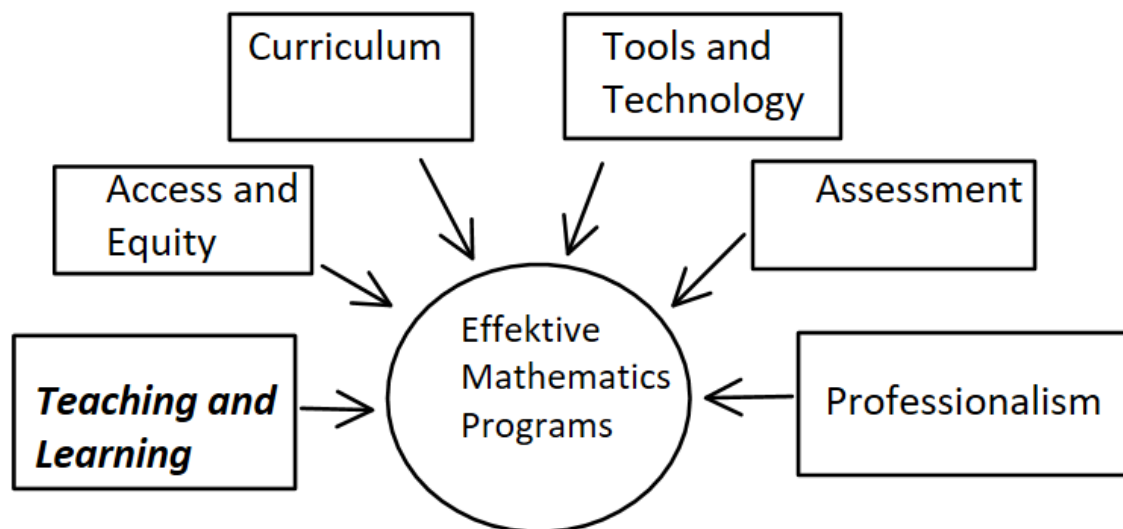
Modellen gjør at man må reflektere over hva slags undervisningskunnskap som er viktig for å kunne legge til rette for og gjennomføre effektiv matematikkundervisning. Tømte, Kårstein og Olsen (2013) konkluderer i rapporten «IKT i lærerutdanningen» at lærerutdanningene har et ansvar for å utdanne fremtidens lærere og at de er kritiske til hvordan IKT er implementert i utdanningen av lærerstudenter. De hevder at dersom ikke alle fagansatte er

på et tilstrekkelig «digitalt faglig nivå», vil dette gå ut over studentenes mulighet for en helhetlig pedagogisk anvendelse av IKT (s. 39).

Med bakgrunn i litteraturen som det er henvist til i dette kapitlet velger jeg å støtte med til definisjonen i studien til Fauskanger (2017) hvor begrepet «effektiv matematikkundervisning» defineres som «strategier som læreren velger for å fremme elevers læring og matematisk forståelse i matematikk».

2.4 Effektive matematikkprogram

Både for å få en oversikt over rammeverket P2A og for å få en bedre forståelse av hva «Effective Mathematics Programs» innebærer, er det nødvendig å gi en kort presentasjon av veiledningene som P2A gir oss for hvordan man skal jobbe med skolematematikk (Figur 4):



Figur 4: Effektive matematikkprogram

«Teaching and Learning» peker på hvor viktig det er å tilby effektiv læring som engasjerer elever i situasjoner som er meningsfulle for elevene. Elevene skal utforske og diskutere matematikk både individuelt og i grupper. Det legges vekt på at de skal forstå de matematiske ideene.

«Access and Equity» beskriver at effektiv matematikk-undervisning er avhengig av at alle studenter har tilgang til en høyverdig læreplan som gir best mulig grunnlag for effektiv undervisning og læring. Og det beskriver at det er viktig å ha høye forventninger til elevene for at de skal maksimere sitt læringspotensial.

«Curriculum» presiserer hvor viktig det er med gjennomtenkte kompetansemål. Et effektiv matematikkprogram inneholder en læreplan som beskriver sammenhengende læringsprogresjoner og utvikler forståelse for sammenhenger og forbindelser innenfor matematiske områder. Videre kobler det matematikken i klasserommet og matematikken i den virkelige verden.

«Tools and Technology» redegjør for hvorfor effektiv undervisning innebærer å integrere bruken av matematiske verktøy og teknologi som viktige ressurser som vil gjøre det lettere for eleven å forstå matematiske ideer, tenke matematisk og kommunisere matematiske resonnementer.

«Assessments» beskriver en praksis hvor vurdering er en integrert del av læringsarbeidet. For å integrere vurdering på best mulig måte i læringsarbeidet er det fire kjerneprinsipper som står sentralt. Elevenes forutsetninger for å lære økes dersom de forstår hva som skal læres og hva som er forventet av dem. Elevene må få informative tilbakemeldinger på arbeidet eller prestasjonen, de må få råd om hvordan de kan forbedre seg og de må involveres i eget læringsarbeid ved blant annet å vurdere eget arbeid og utvikling. Lærernes metodiske praksis er forankret i gjennomtenkte instruksjonsbeslutninger.

«Professionalism» påpeker hvor viktig samarbeid er i et kollegium. Samarbeidet handler om at lærere diskuterer og samarbeider om undervisningsopplegg og metodiske valg. Et viktig poeng er at det er lærerkollegiet og ikke den enkelte lærer som er ansvarlig for den matematiske utviklingen til elevene.

For bedre å kunne forstå begrepet effektiv undervisning er det viktig å forstå begrepet matematisk kompetanse. NCTM (2014) sine åtte prinsipper for effektiv læring og undervisning bygger på «trådene» til Kilpatrick, Swafford, Findell og Committee (2001):

De fem «trådene» som Kilpatrick et al. (2001) er matematiske kompetanser som er avhengig av hverandre og som flettes sammen til et solid tau. Trådene er «fleksibel tenking» (adaptive reasoning), «strategisk kompetanse» (strategic competence), «begrepsforståelse» (conceptual understanding), «produktiv innstilling» (productive disposition) og «prosedyrekunnskap» (procedural fluency) (Kilpatrick et al., 2001).

Kilpatrick et al. (2001) hevder at «Adaptive reasoning refers to the capacity to think logically about the relationships among concepts and situations» (s. 129). Med det mener han at elevene må få muligheten til å utvikle evnen til å tenke logisk om forholdet mellom begreper og situasjoner. Under fleksibel tenking finner vi også kunnskapen om hvordan vi begrunner svarene våre, både formelle bevis, men også andre forklaringer på svar.

«Strategisk kompetanse» er ikke ulik det vi kaller problemløsningskompetanse. Å velge framgangsmåte, lage ulike representasjoner, formulere spørsmål og løse ulike problemløsningsoppgaver hører inn under strategisk kompetanse. «Begrepsforståelse» vil si å forstå ulike matematiske konsepter, f. eks det å forstå hvor tallet pi kommer fra. Kilpatrick et al. (2001) hevder at dersom eleven behersker denne ferdigheten, er sjansen større for at de rekonstruerer glemt kunnskap.

«Produktiv innstilling» handler om holdningen man har til faget om å se nytten av å beherske matematikk. «Prosedyrekunnskap» handler om å kunne benytte seg av og vite når ulike matematiske operasjoner skal benyttes. Det å ha evnen til å velge riktig prosedyre fører ifølge Kilpatrick (2001) til en effektivisering av det matematiske arbeidet.

I følge Kilpatrick et al. (2001) vil forståelse i matematikk si at elever har utviklet mer kunnskap enn å bruke isolerte regler og prosedyrer ukritisk. Videre vil forståelse si at elevene ser sammenhengen mellom matematiske ideer og de ser forbindelser mellom ulike representasjoner knyttet til en bestemt situasjon.

NCTM har kommet fram til åtte forskningsbaserte praksiser som er essensielle for å skape effektiv undervisning. De åtte prinsippene for effektiv undervisning fra NCTM (2014, s. 10) oversatte jeg til norsk i kapittel 2.2. I kapittel 2.5 blir innholdet i hvert av prinsippene presentert.

2.5 Prinsipper for effektiv undervisning i matematikk

2.5.1 Etablere matematiske mål

NCTM (2014) presiserer hvor viktig det er å etablere klare mål i matematikkundervisningen, både delmål og mål som kan brukes i planleggingen av undervisningsøktene. Effektiv matematikkundervisning begynner med en felles forståelse blant lærere for elevenes læringsprogresjoner. Det er viktig å fokusere både på de overordnede målene og de mer spesifikke målene som gjelder fra time til time. Målene skal ikke bare være fokus for valgene lærerne tar, men også være synlige for elevene slik at de kan overvåke sin egen faglige utvikling (s. 12).

William (2011) beskriver matematiske mål på denne måten: «Mathematics goals indicate what mathematics students are to learn and understand as a result of instruction». Med det mener han at målene må styre undervisningen og at lærere og elever har en felles forståelse av målene. James Hiebert og Grouws (2007) hevder at det å sette klare, eksplisitte mål er viktig (s. 57). I følge Marzano (2003) er det ikke nødvendigvis de daglige målene som har hovedfokus, men elevene må forstå det matematiske formålet. Det er viktig at elevene forstår det overordnede målet og at de skjønner hensikten med de matematiske aktivitetene på vegen mot å nå læringsmålene. Videre sier han at det er viktig at målene er utfordrende, men oppnåelige.

Hattie (2008) hevder at formålet med en leksjon ikke bør være et mysterium for elevene og at uklare forventninger til elevene fører til svakere resultater enn i klasserom med høye forventninger til elevene.

2.5.2 Integrere oppgaver som legger til rette for resonnering og problemløsning

P2A beskriver viktigheten av å integrere oppgaver som fremmer resonnering og problemløsning. Effektiv undervisning i matematikk involverer studenter i å løse og diskutere oppgaver. Oppgaver med høye kognitive krav og oppgaver som har mange innfallsvinkler og varierte løsningsstrategier ses på som spesielt viktige (s. 17).

P2A henviser til Stein og Smith (1998) sine arbeider som deler oppgaver inn i åpne og lukkede oppgaver. Lukkede oppgaver inneholder to hovedtyper, «memorization» og «procedures without connections». Åpne oppgaver (Higher level demands) deles inn i kategoriene «procedures with connections» og «doing mathematics».

«Memorization» handler om å gjengi for eksempel fakta, formler, definisjoner uten forståelse for det begrepsmessige, altså forståelsen for hvorfor det er slik. Et eksempel kan være å svare på hva som er den generelle formelen for rette linjer.

«Procedures without connections» vil si å bruke algoritmer for å løse en oppgave. Fokuset er å få rett svar i stedet for å utvikle matematisk forståelse. Trenger ingen forklaring på valgte prosedyre eller hvorfor valgte prosedyre fungerer. Et eksempel kan være å finne stigningstallet når en funksjon er gitt ved uttrykket $f(x) = 2x + 3$.

«Procedures with connections» handler om å bruke ulike prosedyrer for å skape en dypere forståelse for matematiske konsepter og ideer. Det er viktig med et bredt utvalg av representasjoner for å skape størst mulig forståelse. Oppgaven må kreve en kognitiv anstrengelse. Selv om eleven følger generelle prosedyrer, kan de ikke følges ukritisk. For å lykkes med oppgavene, må eleven forstå de underliggende begrepsmessige ideene. Et eksempel kan være å lage glidere i GeoGebra for å undersøke uttrykket $f(x) = ax + b$.

«Doing mathematics» handler om oppgaver som krever en kompleks tenkning som ikke er styrt av algoritmer. Det krever at elevene utforsker og forstår de matematiske konseptenes natur, prosesser og sammenhenger. Videre er det viktig at elevene velger relevant kunnskap og velger passende metoder for å løse oppgavene. Elevene skal analysere oppgavene og undersøke hvilke begrensinger ulike løsningsforslag og løsninger har. Krever betydelig

kognitive anstrengelser og eleven skal føle at det ikke er så lett å finne umiddelbare løsninger. Et eksempel kan være å bli presentert for en datainnsamling med et tallmateriale og at elevene selv velger hvordan de vil tolke og presentere resultatene.

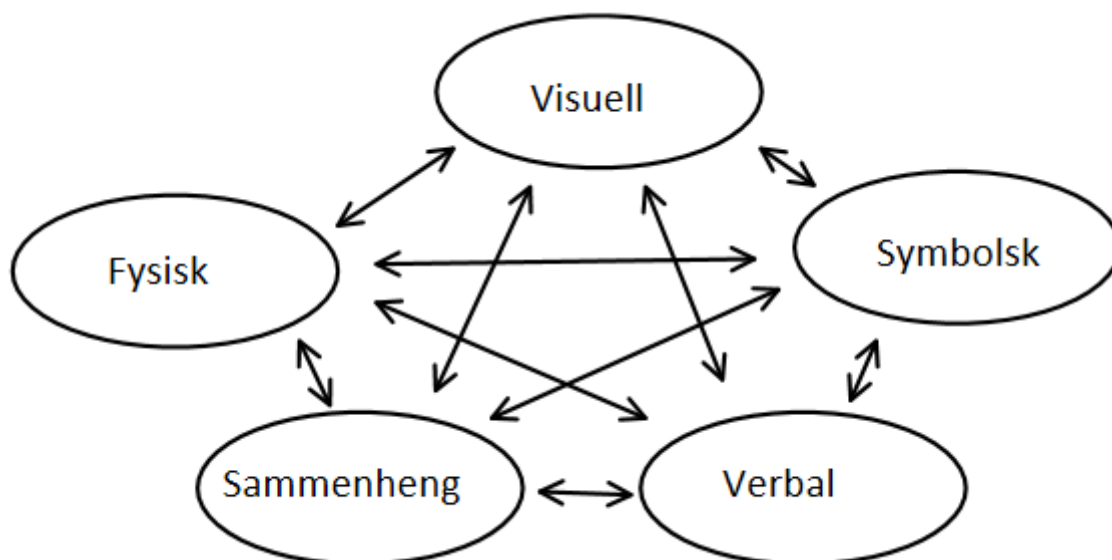
Åpne og lukkede oppgaver er velkjente begreper i matematikdidaktikken. Stein og Lane (1996) presiserer at ikke alle oppgaver gir samme mulighet for matematisk tenkning og læring. Oppgavene skal oppmuntre til matematisk tenkning på høyt nivå, men også være tilgjengelig for lavt presterende elever. Videre hevder Stein og Lane (1996) at åpne oppgaver med høye kognitive krav kan være vanskelig å implementere i undervisningen og at åpne oppgaver ofte brytes opp i fragmenterte deler i instruksjonen.

2.5.3 Bruk av representasjoner

Det tredje prinsippet som NCTM (2014) presenterer i P2A er bruken av ulike representasjoner og hvordan skape sammenhenger mellom ulike representasjoner for å skape en dypere forståelse for matematiske konsepter og prosedyrer som verktøy for problemløsning (s. 24).

P2A gir oss noen nyttige tips om hvordan man som lærere kan hjelpe elevene i skiftet mellom representasjoner. Det er viktig at elevene selv får velge hvilke representasjoner de vil bruke. Og det er viktig å bruke tid til å diskutere og lage forbindelser mellom ulike representasjoner. I følge P2A må læreren må tilby elevene ulike representasjoner som elevene kan velge mellom. Spesielt oppfordres det til å lage tegninger eller andre visuelle støtter for å se viktige matematiske sammenhenger. Stylianou og Silver (2004) påpeker at suksess i å løse problemløsningsoppgaver avhenger av evnen av å veksle mellom ulike representasjoner.

Lesh, Post og Behr (1987) har delt matematiske representasjoner inn i fem ulike hovedgrupper:



Figur 5 Fem matematiske representasjoner (Lesh et al., 1987)

Figur 5 viser vekslingen mellom ulike representasjoner som Stylianou og Silver (2004) hevder er så viktig for at elever bedre skal lykkes med å løse problemløsningsoppgaver. Elevene må se på representasjonen som ulike verktøy for å løse oppgaven. Spesielt blir det lagt vekt på hvor viktig det er å skape forbindelser mellom ulike representasjoner. Visuelle representasjoner er av særlig betydning i klasserommet og at det blir lettere for elevene å forstå matematiske konsepter og prosedyrer. En graf er en visuell representasjon som gjør det lettere for elever å engasjere seg i matematisk diskurs (Stylianou & Silver, 2004).

2.5.4 Meningsfulle matematiske diskurser

NCTM (2014) presenterer det fjerde prinsippet for effektiv læring slik: «Effective teaching of mathematics facilitates discourse among students to build shared understanding of mathematical ideas by analyzing and comparing student approaches and arguments» (s. 29).

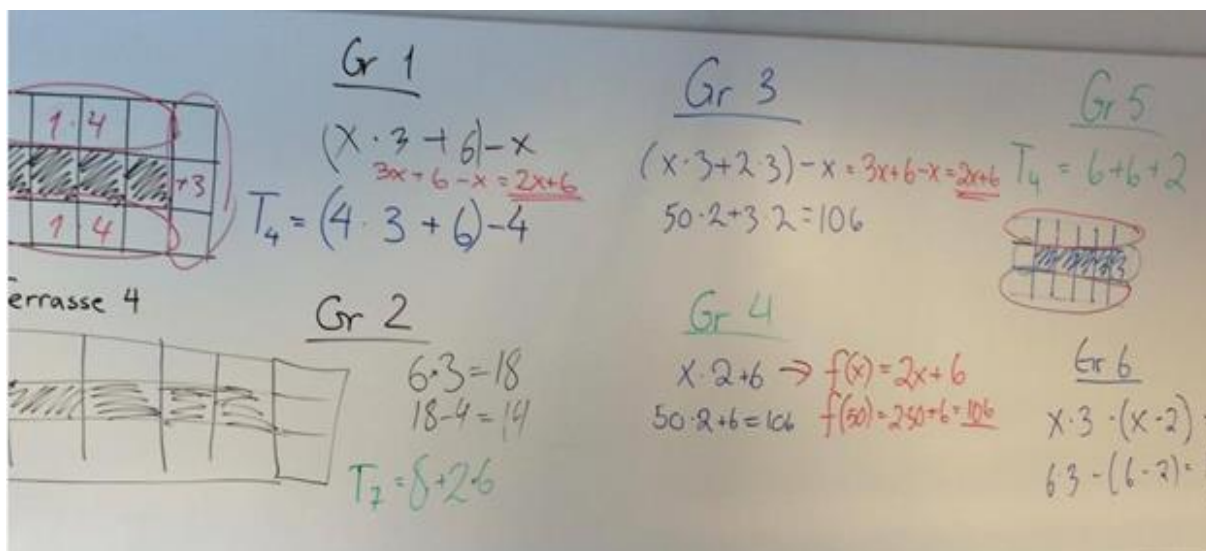
Sitatet viser betydningen av å legge rette for matematisk diskurs. NCTM (2014) definerer matematisk diskurs som målrettet utveksling av ideer gjennom diskusjon i klasserom, samt gjennom andre former for verbal, visuell og skriftlig kommunikasjon. Diskursen i klasserommet gir elevene muligheter til å dele ideer og klargjøre forståelser, konstruere overbevisende argumenter angående hvordan og hvorfor ting fungerer, utvikle et språk for å uttrykke matematiske ideer og lære å se ting fra andre perspektiver (s. 29).

Det fjerde prinsippet i P2A viser et sosiokulturelt syn på læring. Vygotsky (1980) sine grunntanker om at læring og all intellektuell utvikling og tenkning har utgangspunkt i sosial aktivitet. Vygotsky (1980) hevder at elevenes tanker er sosialt betinget og et resultat av sosial interaksjon. Når voksne forklarer noe eller viser hvordan man gjør ting gjøres, blir voksne en slags medierende hjelper for barnet. Som lærer må man få forståelse for hva barnet kan klare på egenhånd og hva barnet kan klare med hjelp og støtte. Forskjellen mellom disse to nivåene kalles den proksimale utviklingssonen (Vygotsky, 1980).

Smith and Stein (2011) beskriver fem praksiser for effektiv bruk av responser fra elevene i klassediskusjoner. De fem praksisene er anticipating, monitoring, selecting, sequencing og connecting.

Anticipating handler om å forutse ulike elevsvar og løsningsstrategier. Monitoring handler om å overvåke elevenes arbeid og engasjement. Selecting betyr å velge ut elevarbeid som hele klassen har interesse av. Sequencing handler om å velge en spesiell rekkefølge for presentasjon av elevsvar som utgangspunkt for diskusjonene. Connecting betyr å se sammenhenger mellom ulike elevsvar og skape forbindelser til viktige matematiske ideer.

Figur 6 viser et utsnitt av tavle etter et undervisningsopplegg om figurtall. Tavlen viser eksempler på hvordan selecting, sequencing og connecting kan gjøres i praksis. Oppgaven er hentet fra boken «Five Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions» (Smith & Stein, 2011). Bildet av tavlen (Figur 6) viser hvordan læreren har plukket ut elevsvar (selecting). Elevene har fått presentert løsningene i en bestemt rekkefølge (sequencing). Til slutt har læreren vist at de ulike tenkemåtene fører til den samme eksplisitte formelen (connecting). I dette tilfellet ble svaret $f(x) = 2x + 6$. Læreren har skrevet med rød farge.



Figur 6: Tavle fra undervisning

2.5.5 Stille målbevisste spørsmål

Å stille målbevisste spørsmål er det femte prinsippet fra P2A som NCTM (2014) presenterer: «Effective teaching of mathematics uses purposeful questions to assess and advance students' reasoning and sense making about important mathematical ideas and relationships» (s. 37).

Sitatet viser at effektiv undervisning innebærer å stille hensiktsmessige spørsmål for å vurdere og fremme elevenes tankemåter og begrunnelser. På den måten kan elevene få muligheten til å oppdage viktige matematiske ideer og forbindelser.

Di Teodoro, Donders, Kemp-Davidson, Robertson og Schuyler (2011) presenterer en studie som kategoriserer ulike spørsmål inn i to kategorier, dypere spørsmål (deeper) og overflatespørsmål (surface). De fant ut at dersom lærere samarbeidet om å lage målbevisste spørsmål, gjorde dette en stor forskjell for elevenes muligheter til å forstå matematiske forbindelser. Boaler og Brodie (2004) presenterer et rammeverk som kategoriserer alle typer spørsmål som lærere stiller:

Den første spørsmålstypen handler om å stille spørsmål som samler informasjon.

Studentene gjengir fakta, definisjoner og prosedyrer. Et eksempel kan være spørsmålet om formelen for å finne arealet av en sirkel.

Den andre spørsmålstypen handler om spørsmål som krever problemløsning. Studentene må forklare hvordan de tenker gjennom de ulike nivåene for å løse oppgaven. For eksempel kan læreren spørre: «Det er fremdeles ikke klart hvordan du fant fellesnevneren 20. Kan du forklare det på en annen måte?».

En tredje spørsmålstype er spørsmål som gjør matematikken mer synlig. Det handler om å gi eleven muligheten til å diskutere matematiske strukturer og skape forbindelser mellom ulike matematiske ideer og sammenhenger. Et eksempel kan være at læreren ber elevene lage ulike representasjoner for $f(x) = 2x + 1$.

Den fjerde spørsmålstypen handler om spørsmål som oppmuntrer til refleksjon og bevis. Disse spørsmålene gir elevene en dypere forståelse for matematisk tenkning og matematiske handlinger og elevene må argumentere for validiteten i arbeidet. «Hvordan bevise at to oddetall alltid blir et partall?» er et eksempel på et slik spørsmål.

Skott et al. (2008) beskriver ulike modeller for kommunikasjon i klasserommet. En kjent modell som de presenterer er Hugh Mehans IRE-modell. I sin klassiske utgave ikke bare begrenser modellen elevens mulighet til å lære, men den begrenser også muligheten for at læreren skal forstå hva eleven tenker.

Skott et al. (2008) hevder at fra en læringsvinkel er det problematisk når samtalen tømmes for matematisk innhold. Traktkommunikasjon er et eksempel på slik kommunikasjon. I stedet for fokus på det matematiske konseptet, endres kanskje oppgaven til å multiplisere sammen to tall på kalkulatoren uten å forstå hvorfor. En slik kommunikasjonsform er også beskrevet av Brousseau (1984). Han kaller det for «Topaze-effekten». Poenget er at selv om eleven kommer fram til riktig svar, etter at læreren har snevret inn spørsmålene, så er det ikke sikkert at eleven har skjønnet den matematiske ideen.

2.5.6 Bygge prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse

For å beskrive en helhetlig matematisk kompetanse bruker Kilpatrick et al. (2001) begrepet «mathematical proficiency» (matematisk kyndighet). Kilpatrick et al. (2001) fokuserer på at effektiv matematikkundervisning skal utvikle både prosedyreferdigheter og begrepsforståelse.

Prosedyreferdigheter handler om å vite hvordan noe skal gjøres. Det er viktig å kjenne til regler og beherske bestemte framgangsmåter og algoritmer. Ferdighetene automatiseres. Begrepsforståelse handler om å forstå hva matematiske begreper innebærer og kunne se og forstå prinsipper og sammenhenger (Kilpatrick et al., 2001).

J. Hiebert (2013) poengterer hvor viktig det er både inneha prosedyrekunnskap og begrepsmessig kunnskap. Begrepsmessig kunnskap er rik på relasjoner. Kunnskapen er linket sammen i et nettverk. Begrepskunnskap utvikles når tidligere kunnskap bli linket til gammel kunnskap. Prosedyrekunnskap handler om regler og algoritmer, men også om vanlige uttrykksmåter i faget (J. Hiebert, 2013). Eksempel på prosedyrekunnskap er øving på gangetabellen og geometriske formler. Det er kunnskap som det er viktig å automatisere. Imidlertid kan det være vanskelig å huske alle regler og prosedyrer. Grønmo og Throndsen (2006) hevder at for å kunne løse et utfordrende problem må elevene ha automatisert prosedyrekunnskap slik at de kan konsentrere sin intellektuelle kapasitet om selve problemet.

Wæge (2015) hevder at selv om prosedyrekunnskap er nødvendig, så finnes det mange indikasjoner på at norske elever altfor sjelden får mulighet til å utvikle prosedyrekunnskap basert på begrepsmessig kunnskap.

Eisenhart et al. (1993) sier at prosedyrekunnskap er nyttig i mange sammenhenger, men poenget er at prosedyrekunnskap alene ikke kan stå for essensen i matematikkfaget. Videre hevder Eisenhart et al. (1993) at stort fokus på prosedyrer er en årsak til at noen elever distanserer seg fra matematikkfaget, fordi de ikke ser hensikten med å pugge tilsynelatende

tilfeldige fakta. Tchoshanov (2011) sin studie bekrefter at dersom lærer har god begrepsforståelse så vil elevene lære mer matematikk.

2.5.7 Gi produktiv støtte til elever som forsøker å forstå matematikk

James Hiebert og Grouws (2007) hevder at fokus på elevenes produktive streving er en nødvendig del av undervisningen som støtter elevenes læring av matematikk med forståelse. Banilower, Boyd, Pasley og Weiss (2006) hevder at dersom man sammenligner matematikkundervisning i USA og i høyt presterende land, er amerikansk matematikkundervisning karakterisert ved at man sjelden ber elevene reflektere over og begrunne matematiske ideer.

P2A beskriver hva læreren bør gjøre for å støtte elevene produktivt i å lære matematikk. Det er viktig å forutse hva elevene kan slite med. Læreren må gi elevene tid til å streve med oppgaver, og bruke «støttende stillas» for å hjelpe de videre uten å gjøre jobben for dem (s. 52). I følge Säljö (2001) ble begrepet "støttende stillas" først brukt av Bruner (1986). Begrepet innebærer at eleven får akkurat nok hjelp av læreren til å klare noe eleven ikke ville ha klart på egenhånd. Men at hjelpen så tas vekk og eleven klarer seg selv.

NCTM (2014) beskriver at læreren må hjelpe elevene til å innse at frustrasjoner og feil svar er en del av læring. Diskusjon rundt feil og misoppfatninger er viktig for forståelsen. Læreren må oppmuntre til innsats og streving for å se mening i matematiske ideer og arbeid med matematiske oppgaver. Spesielt må elevene læres opp til å være utholdende og utforskende. Og det er viktig at elever hjelper hverandre uten å si svaret (s. 52).

2.5.8 Diagnostisere og bruke elevenes tenkning

Det åttende prinsippet i P2A peker på hvor viktig det er at læreren analysere studentenes nåværende matematiske forståelse og bruker den som grunnlag for å ta instruksjonsbeslutninger. Wiliam (2011) hevder at oppmerksomheten rundt å diagnostisere og bruke elevenes tenkning er en viktig komponent i formativ vurdering. Formativ vurdering kan oversettes til «vurdering for læring». Leahy, Lyon, Thompson og Wiliam (2005) hevder at lærere som bruker formativ vurdering hele tiden ser etter måter som kan generere bevis på elevenes læring og at de bruker dette beviset til å tilpasse metodikken i klasserommet.

2.6 Funksjonsbegrepet

Schou, Jess, Hansen og Skott (2013) hevder at det er en utbredt oppfattelse at det er vanskelig å tilegne seg et godt funksjonsbegrep. Ifølge DeMarios og Tall (1999) kan funksjonsbegrepet sees på som et samlebegrep som danner et rammeverk i studiet i matematikk. Videre hevder de at funksjonsbegrepet har blitt så sentralt i skolen at det kan brukes til å gi elevene bedre matematisk forståelse.

Schou et al. (2013) påpeker at det ikke bare er i matematikkens verden at funksjonsbegrepet er vesentlig. Alle mennesker har et behov for å kunne forstå og beskrive de sammenhenger det er i verden omkring oss. Det å kunne anvende funksjoner er en forutsetning for å arbeide med modellering.

I læreplanen for Matematikk 1T står det at målet for opplæringen i funksjoner er at elevene skal kunne «gjere greie for funksjonsbegrepet og kunne omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar» ("Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)," 2018, s. 10).

Å kunne omsette mellom ulike representasjoner er vesentlig for at elevene skal bruke funksjonsbegrepet fleksibelt og i ulike sammenhenger (Claude Janvier, 1978; Stylianou & Silver, 2004). Even (1990) hevder at lærerens undervisningskunnskap er spesielt viktig i innlæringen av funksjoner og at mange lærere ikke har nok kunnskap om hvordan man bør presentere funksjonsbegrepet for elever.

3 Metode

Formålet med studien er å forske på hvordan erfarne lærere i DVM-1T underviser i emnet funksjoner. I dette kapittelet vil jeg presentere hvordan jeg har valgt å finne svar på problemstillingen som jeg tidligere har beskrevet. Kapittelet beskriver teori bak kvalitative og kvantitative forskningsmetoder. Jeg begrunner valg av metode og kommer med betraktninger rundt utarbeidelse av intervjuguide, gjennomføring av intervju, transkripsjoner og analyse av intervjuene. Kapittelet avsluttes med teori og refleksjoner rundt etikk, validitet, reliabilitet og metode.

3.1 Valg av metode

Cohen, Manion og Morrison (2011) hevder at kvalitativ og kvantitativ metode er de to hovedgreinene man forholder seg til innen vitenskapelige forskningsmetoder og at det er stor forskjell på hvordan disse vitenskapelige metodene gjennomføres.

Larsen (2007) beskriver forskjellen mellom kvantitative og kvalitative data som at kvantitative data er målbare og kan betegnes som «Harddata», mens kvalitative data kan betegnes som «Mykdata». I min studie mener jeg at det siste alternativet var mest aktuelt. Det kvalitative forskningsintervjuet forsøker å forstå verden sett fra intervjupersonens synsvinkel. Kvale og Brinkmann (2015) hevder at målet i kvalitativ forskning er å få fram betydningen av folks erfaringer og avdekke deres opplevelse av verden (s. 21). For min del var det spesielt viktig å få innsikt i valgene lærerne tar når de planlegger og gjennomfører undervisning. P2A presenterer begrep som jeg bruker i intervjuguiden. I gjennomføringen av intervjuene, oppdaget jeg at det ikke var noen selvfølge at jeg som intervjuer og intervjupersonene hadde lik forståelse av begrepene.

Thagaard (2013) sier at den kvalitative forskningsprosessen kjennetegnes både ved systematikk og spontanitet. Hun sier at systematikk har sin motpol i spontanitet. Ideer til framgangsmåter og fortolkninger kan komme brått og uventet. Hun sier det slik: «Den

forståelse forskeren oppnår i løpet av arbeidet, kan komme plutselig og uventet, som 'lyn fra klar himmel'» (s. 15).

Kvale og Brinkmann (2015) gir en grundig veiledning i hvordan intervjuet skal gjennomføres. De anbefaler at intervjuet introduseres med en briefing. Situasjonen blir definert, formålet med intervjuet presenteres og intervjuobjektet får mulighet til å stille spørsmål før intervjuet begynner. Videre sier de at ytterligere informasjon bør vente til intervjuet er gjennomført (s. 160).

Videre hevder Kvale og Brinkmann (2015) at det etter intervjuet er viktig at den innledende orienteringen avrundes med en «debriefing». Med det menes det at avslutningsvis i et intervju er det naturlig å spørre om intervjupersonen har noe å tilføye. Og etter at opptaket er slått av, vil det være naturlig å få tilbakemelding på hvordan intervjupersonen opplevde intervjuet. Kvale og Brinkmann (2015) kommer med et råd om at intervjueren bør nevne noen av hovedpunktene intervjuet har gitt innsikt i. En slik debriefing eller oppsummering kan gjøre at intervjupersonen får mulighet til å korrigere eller gi tilleggsopplysninger.

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at en vanlig kritikk av forskningsintervjuene at funnene ikke er valide fordi intervjupersonenes informasjon kan være usann. Cohen et al. (2011) peker på en rekke utfordringer med å finne intervjupersoner, noe som setter forskeren i en vanskelig posisjon. De peker på utfordringer som; hvor representative er informantene, hvor pålitelige er de, hvilket kunnskapsnivå har de, hvor sentrale er de i organisasjonen og hva slags forhold har de til forskeren (s. 234).

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at en dyktig intervjuer har god kjennskap til emnet i forkant. Informanten må få tid til å tenke seg om. Videre sier Kvale og Brinkmann at intervjuer må være en aktiv lytter og være oppmerksom på hvordan ting blir sagt. Cohen et al. (2011) sier det slik: «Interviewers have to be sensitive to their own effect of the interview» (s. 426).

En viktig del av intervjuet er å følge opp med gode tilleggsspørsmål på ting folk forteller deg. Ditt opprinnelige spørsmål åpner døren for et problem, og intervjuerens svar er et første utkast til svar på spørsmålet ditt. Når et slik utkast er på bordet, må du må stille flere

spørsmål for å få hele historien. Mertens (2014) kaller slike tilleggsspørsmål for «Probes» som kan oversettes til å «trenge inn i noe» eller «å undersøke noe nøye». Probes bruker man dersom intervjuer føler det er behov for at intervjupersonene skal utdype svar.

Som nevnt i kapittel 1.5 har jeg valgt en kvalitativ metode i datainnsamlingen. Intervjuet mitt ligner mest på det intervjuet Cohen et al. (2011) kaller «interview guide approach» (s. 43). Cohen gjør rede for styrker og svakheter med denne intervjuformen. En styrke er at selv om emnet man skal dekke er definert på forhånd, står intervjuer fritt til å velge hvordan intervjuet legges frem, for eksempel rekkefølge og utdyping av svar. Et ustrukturert intervju blir mer som en samtale, noe som kan gjøre det enklere for intervjuer å få gode svar på det han ønsker å undersøke.

Kvale og Brinkmann (2015) beskriver ulike typer intervjuformer. Det «semistrukturerte livsverdensintervju» er en form for intervju. Denne intervjuformen søker å innhente beskrivelser av den intervjuedes livsverden. «Semistrukturert» betyr at intervjuet har forslag til spørsmål. Samtidig er det preget av åpenhet når det gjelder endringer i rekkefølgen og formuleringen av spørsmål. Målet er å fortolke betydningen av de beskrevne fenomenene. Det har en rekke tema som skal dekkes.

Cohen et al. (2011) peker på at tonefall og trykk på enkeltord, endringer i rekkefølgen på spørsmålene, ulik kvalitet på oppfølgingsspørsmål er elementer som gjør «interview guide approach» til en forskningsmetode som gjør det vanskelig å sammenligne svar.

Cohen et al. (2011) bruker også begrepet «informal conversational interview». Denne intervjutypen gjør det mulig å stille tilleggsspørsmål, tone ned eller slette enkelte spørsmål eller finne andre interessante, relevante vinklinger. En klassisk informal conversational interview har i utgangspunktet ingen intervjuguide. Spørsmålene kommer fra den umiddelbare konteksten og blir til i det naturlige forløpet. De hevder at styrken er at spørsmålene kan tilpasses individuelt til intervjuobjektet. En slik tilpasning kan gjøre organisering og dataanalyse vanskelig fordi datamaterialet kan bli uoversiktlig (s. 43).

Thagaard (2013) hevder at kvalitativ forskning i form av intervjusamtaler er et godt utgangspunkt for å få kunnskap om hvordan enkeltpersoner opplever og reflekterer over

sine opplevelser (s. 12). Andre grunner til å benytte intervju som kvalitativ metode er at vi kan studere fenomener som det er vanskelig å få tilgang til og at kvalitativ metode egner seg dersom det finnes lite forskning på området (Cohen et al., 2011; Silverman, 2017).

Det at det finnes lite forskningsbasert kunnskap om DVM-1T og effektiv læring i virtuelle klasserom i Norge er med støtte i for eksempel (Silverman, 2017) en grunn til at jeg velger kvalitativ metode.

Det finnes noe forskning på DVM-1T. Et eksempel på en masteroppgave som omhandler emnet er skrevet av Løver (2015) som har forsket på interaksjon i nettbasert undervisning med utgangspunkt i DVM-1T. Hammer (2016) har skrevet en masteroppgave som handler om DVM-1T med tittelen «Læreres tilpasning av virtuell undervisning» og Wilberg (2015) har skrevet en masteroppgave med tittelen «En god lærer i det virtuelle klasserommet.» Og som nevnt blir piloten evaluert av Nordisk institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning (NIFU) (Edelhard Tømte & Sjaastad, 2014; Sjaastad et al., 2017; Tømte & Sjaastad, 2014, 2015).

NIFU har i sin forskning på DVM-1T brukt både kvalitative og kvantitative metoder og jeg vil henvise til NIFU sine rapporter (Edelhard Tømte & Sjaastad, 2014; Sjaastad et al., 2017; Tømte & Sjaastad, 2014, 2015) for å belyse forskerspørsmålet.

3.2 Utvalg av intervjupersoner

Det er 10 fylker og 14 nettlærere som deltar i DVM-1T i skoleåret 2018/19 (IKT-Senteret, 2018). Siden jeg ønsket å forske på erfaringene til «etablerte» nettlærere, var utvalget av informanter begrenset. Min vurdering var at 3 intervjupersoner var tilstrekkelig for å utforske problemstillingen. Thagaard (2013) hevder at: «Det avgjørende utvalgsprinsipp i kvalitative studier er at utvalget er egnet til å utforske problemstillingen; Når studier av flere

enheter ikke synes å gi ytterligere forståelse av de fenomenene vi studerer, kan utvalget betraktes som rimelig stort» (s. 65).

Jeg har forsøkt å ta vare på anonymiteten til informantene. Derfor omtales lærerne som Lærer A, Lærer B og Lærer C og jeg bruker pronomenet «han» om alle informantene selv om begge kjønn er representert. Informantene kommer fra ulike deler av landet.

3.3 Om intervjuene

I slutten av oktober gjennomførte jeg en «prepilot» gjennom et intervju med en kollega som er nettlærer i prosjektet. Kollegaen besvarte spørsmålene skriftlig. Det var viktig å finne ut hvordan spørsmålene fungerte, og om jeg fikk svar på det jeg ønsket å forske på. Stort sett fungerte spørsmålene i «prepiloten» slik jeg ønsket, men jeg måtte gjøre noen justeringer.

Det er viktig å være kritisk til seg selv som intervjuer. Jeg kan ikke utelukke at jeg har stilt for ledende spørsmål. Av og til måtte jeg omformulere spørsmålene, slik at informantene forstod bedre hva jeg var ute etter. Det var vanskelig å stille oppfølgingsspørsmål som ikke var ledende, og jeg måtte benytte meg av tilleggsspørsmål (probes) i intervjuene.

Kvale og Brinkmann (2015) kommer med påstanden: «Selv om det er ser lett ut å intervjuer, er det vanskelig å gjøre det skikkelig». Påstanden gjør at man som uerfaren intervjuer gjør refleksjoner om innhold i intervjuguide og gjennomføring av intervju.

Intervjupersonene fikk i forkant av intervjuet et informasjonsskriv (vedlegg 1) med samtykkeskjema for å delta i studien gjennom intervju. For å fange opp kroppsspråk og annen visuell informasjon valgte jeg å bruke videoopptak i Adobe Connect¹. En funksjonalitet er at det har muligheter for opptak.

¹ Adobe Connect er et videoverktøy som brukes i DVM-1T

Intervjuene ble transkribert og oversatt til bokmål. Oversettelsen styrker anonymiseringen og gjør det lettere å lese. Jeg har fjernet noen «fyllord» fra transkripsjonen uten at innholdet ble endret.

Deltakerne fikk informasjon om at intervjuet var anonymt og at det er tatt hensyn til kravet om anonymisering. De fikk beskjed om at det ble tatt videoopptak, og at opptakene ble slettet umiddelbart etter prosjektslutt.

Intervjuene varte fra 35 til 60 minutter. Informantene var kunnskapsrike, åpne og flinke til å formidle meninger.

Informasjon om datainnsamling i prosjektet ble meldt Norsk samfunnsvitenskapelige tjeneste (NSD), Personvernombudet for forskning høsten 2017, og ble godkjent 23.10.17 (Se vedlegg 3).

3.4 Om intervjuguiden

Thagaard (2013) gir noen råd til hvordan man skal formulere spørsmål. Hun hevder at først og fremst må vi forsikre oss om at spørsmålene vi stiller virkelig er åpne, i den forstand at de oppmuntrer intervjupersonen til å presentere sine synspunkter og erfaringer.

Cohen et. al (2011) sier at det viktig å formulere spørsmålene slik at informanten forstår spørsmålene som blir stilt. Det er viktig at intervjuer og informant har en felles forståelse av viktige begreper. «Effektiv læring» kan være et eksempel på et begrep som kan tolkes ulikt

Silverman (2017) legger vekt på at det er spesielt viktig å stille åpne spørsmål. Han advarer mot at de antakelsene vi har om sammenhenger, presenteres som spørsmål i intervjuet.

Thagaard (2013) hevder at det er et problem i mange intervjuundersøkelser at spørsmålene er for generelle. Videre sier hun at man ikke alltid må unngå åpne spørsmål, fordi slike spørsmål kan gi intervjupersonene anledning til å fortelle om det som de mener er mest

meningsfylt (s. 104). Det motsattes av åpne spørsmål er ledende spørsmål. Ryen (2002) sier at ledende spørsmål skaper forventninger til hvordan intervjupersonene svarer (s. 108).

3.5 Transkripsjoner

Kvale og Brinkmann (2015) stiller spørsmålet: «Hvordan skal jeg finne en metode for å analysere de 1000 sidene med intervjutranskripsjoner som jeg har samlet inn?». De svarer selv på spørsmålet på denne måten: «Utfør aldri intervjuundersøkelsen på en slik måte at du kommer i en situasjon hvor du må stille det spørsmålet» (s. 215). Det er altså viktig å tenke nøye igjennom hvordan intervjuene skal analyseres før de utføres.

Kvale og Brinkmann (2015) peker på en svakhet med intervjuer er at transkripsjoner som oftest medfører at man mister data fra det opprinnelige møtet. Derfor mener de at det er urealistisk å late som at transkripsjoner ikke er data som er tolket. Thagaard (2013) peker på at forskeren har innflytelse på hvordan datainnsamlingen forløper. «Den informasjonen deltakerne i prosjektet er villig til å bidra med, er knyttet til hvordan hun eller han oppfatter forskeren» (s. 19).

Kvale og Brinkmann (2015) sier at man ikke skal tenke på intervjuene som transkripsjoner. De mener at intervjuene er levende samtaler. De bør tjene midler eller verktøy for fortolkningen av det som blir sagt i intervjuene (s. 218).

Jeg valgte å transkribere alt som ble sagt i intervjuene. For bedre å kunne analysere intervjuet tok jeg notater av for eksempel kroppsspråk, pauser, toneleie og humør.

3.6 Analyse av intervjuene

Cohen et al. (2011) sier at det ikke er en enkel eller riktig måte å analysere eller presentere kvalitative data på. Hvordan man gjør det, er avhengig av tematikk og problemområde. Det er viktig å tenke nøye gjennom hvordan man legger opp intervjuet og hvordan man påvirker informantene (s. 537).

Thagaard (2013) sier det slik: «Forteller intervjupersonene det de tror forskeren vil høre?». Hun peker på at det er viktig at egne verdier ikke minst mulig preger intervjusituasjonen. Målet er at intervjupersonen ikke påvirkes til å svare på spørsmålene ut fra en oppfatning hun eller han kan ha av forskerens verdier og synspunkter. Hun påstår at det ikke finnes en tilfredsstillende løsning på problemet, for uansett vil relasjonen mellom intervjuer og forsker prege situasjonen (s. 115).

I studien intervjuer jeg kollegaer i DVM-1T. Selv om vi underviser i ulike fylker, har vi et samarbeid om innholdet i undervisningen. Jeg innser at det er jeg har en kollegial relasjon til informantene påvirker innholdet i intervjuene.

3.7 Ethiske utfordringer

Jeg har vektlagt at etiske hensyn skal ha høy prioritet i datainnsamling og analyse.

Intervjupersonenes har gitt samtykke til å delta i studien. Videre har jeg forsøkt å ivareta intervjupersonenes konfidensialitet og jeg har gjort en vurdering av mulige konsekvenser studien kan ha for intervjupersonene.

Cohen et al. (2011) drøfter noen av de moralske og etiske spørsmål som du som intervjuer bør tenke over i forbindelse med datainnsamling gjennom intervju. Kvale og Brinkmann (2015) sier at det er viktig at jaget etter å gjøre vitenskapelige funn ikke må gå komme i konflikt med etiske hensyn.

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at intervju kvalitet går utover den enkelte intervjuers håndverksmessige dyktighet og reiser etiske spørsmål om innhenting av intervju kunnskap. I tillegg skisserer de også eksterne innvendinger mot kvaliteten på kunnskap produsert gjennom intervju. De sier at standard-innvendinger mot kvalitative forskningsintervjuer er at kvalitative forskningsintervjuer ikke er:

- vitenskapelig, men at det bare avspeiler sunn fornuft
- kvantitativt, men bare kvalitativt
- objektivt, men subjektivt
- ikke vitenskapelig hypotesetestende, men bare utforskende.
- en vitenskapelig metode, fordi det er for personavhengig
- troverdig, men ensidig
- pålitelig, for det er avhengig av ledende spørsmål
- intersubjektivt, ettersom forskjellige lesere finner forskjellige betydninger
- gyldig, ettersom det er basert på subjektive inntrykk
- generaliserbart, ettersom det er for få intervju personer

(Kvale & Brinkmann, 2015, s. 197-198)

Kvale og Brinkmann (2015) sier at noen av innvendingene påpeker reelle problemer med intervju forskning, mens andre skyldes en mangelfull forståelse av bruken av samtale som forskningsmetode.

3.8 Validitet og reliabilitet

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at opprinnelig var begrepene «reliabilitet» og «validitet» knyttet til kvantitativ forskning. Men også innenfor kvalitativ forskning, gir det mening å snakke om disse begrepene. I følge Kvale og Brinkmann (2015) har reliabilitet med forskningsresultatens konsistens og troverdighet å gjøre. Begrepet behandles ofte i sammenheng med spørsmålet om et resultat kan reproduseres på andre tidspunkt av andre

forskere. Validitet handler om hvor troverdig en uttalelse er. Et valid argument er et fornuftig, velfundert, berettiget, sterkt og overbevisende argument. Validitet i samfunnsvitenskapene dreier seg om en metode er egnet til å undersøke det den skal undersøke (s. 276).

Cohen et al. (2011) hevder at både kvantitative og kvalitative metoder innehar intern og ekstern validitet. Indre validitet brukes om muligheten et forsøk eller en studie gir til at funnene kan forklares gjennom den antatte hypotesen. Høy indre validitet forutsetter at man har god kontroll over mulige feilkilder. Det er viktig at valgte indikatorer faktisk måler det som forskeren ønsker å måle. Vi har ytre validitet dersom resultatene fra et studie av et begrenset omfang kan generaliseres (Cohen et al., 2011, s. 183-187).

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at en vanlig kritikk av forskningsintervjuene er at funnene ikke er valide fordi intervjupersonenes informasjon kan være usanne. Cohen et al. (2011) peker på en rekke utfordringer med å finne intervjupersoner, noe som setter forskeren i en vanskelig posisjon. De peker på utfordringer som; hvor representative er informantene, hvor pålitelige er de, hvilket kunnskapsnivå har de, hvor sentrale er de i organisasjonen og hva slags forhold har de til forskeren (s. 234).

Maxwell (1992) argumenterer for fem typer validitet. «Deskriptiv» (beskrivende) validitet har vi dersom analysen beskriver det som faktisk skjedde. Den deskriptive validiteten svekkes dersom det foretas en seleksjon i datamaterialet. «Interpretive» validitet kan oversettes til «tolkningsvaliditet», altså i hvilken grad har forskningen evnen til å fange meninger og tolkninger som deltakerne kommer opp med. «Theoretical» validitet handler om de teoretiske konstruksjonene som tilføres forskningen. «Generalizability» validitet handler om at den teorien som blir generert kan være nyttig for å forstå andre lignende situasjoner. «Evalutative» validitet handler om hvordan man anvender en evaluende eller dømmende holdning til det som undersøkes.

Kvale og Brinkmann (2015, s. 276) definerer reliabilitet som en forskningsrapports konsistens og pålitelighet. Reliabiliteten viser til om et resultat kan gjentas på andre tidspunkter og av andre forskere ved hjelp av den samme metoden.

3.9 Betraktninger rundt metode

Jeg erfarte noen ulemper med videointervju. Blant annet så mister du den fysiske nærheten og du mister muligheten til å tolke noe av kroppsspråket. På den annen side har man mulighet til å se opptak, slik at man kan fordype seg i viktige observasjoner og kommentarer ved at man har mulighet til å se klippet flere ganger. Thagaard (2013) har en klar overbevisning om at videoopptak av intervjuet er å foretrekke, sammenlignet med andre kvalitative datainnsamlinger.

Rienecker, Stray Jørgensen, Skov og Landaas (2013) presiserer at «kvalitativ empiri er de spesielle kvalitetene» ved det studerte. Hvis du har få kvalitative data, krever det at du formulerer begrepet snevert» (s. 168).

Thagaard (2013) sier at perspektivet på intervjusituasjonen som en sosial interaksjon mellom forsker og intervjuperson problematiserer betydningen av hvordan forskeren fremstår for intervjupersonen. Videre sier hun at det intervjupersonen forteller, kan være preget av relasjonen til forskeren (s. 113).

Kvale og Brinkmann (2015) hevder at et kvalitativt forskningsintervju forsøker å sette seg inn i hvordan informanten opplever verden. Fokus rettes mot informantens erfaringer. De betrakter intervjuet som et håndverk, og legger vekt på intervjuforskerens faglige dyktighet. Kvale og Brinkmann (2015) beskriver forskningsintervjuet som «inter-personlig» situasjon. Det vil si en samtale mellom to parter om et emne av felles interesse. Kunnskap skapes i skjæringspunktet mellom intervjuerens og den intervjuedes synspunkter. Videre hevder de at samtalene med intervjupersonene som regel er den mest engasjerende fasen av en intervjuundersøkelse (ibid). Mine intervju må betraktes som «inter-personlige».

Det styrker troverdigheten at jeg har kombinert data fra intervjuer, videomateriale og NIFU's rapporter. Cohen et al. (2011) sier at dersom man får til en slik kombinasjon, så får man det man innenfor kvalitativ forskningssammenheng kaller metodisk triangulering. Det er en måte som gjør at det er lettere å sjekke gyldigheten i det man presenterer (s. 42).

Høy validitet var et mål i forskningen min. Det forutsetter at framgangsmåten som er brukt i studien er egnet til å ivareta høy validitet. Jeg mener at Maxwell (1992) sine 5 former for validitet som er beskrevet i kap. 3.8 er ivaretatt i studien.

Antall informanter i studien gir et begrenset empirisk utvalg, noe som gjør resultatene fra mindre generaliserbare. Studien tar ikke stilling til om intervjupersonene vil endre sine svar i et intervju med en annen forsker.

4 Analyse

4.1 Om analysen

Intervjuguiden inneholder spørsmål som tar utgangspunkt i de åtte prinsippene fra P2A. Siden jeg oppfordret intervjupersonene til å snakke fritt, vil svarene implisere flere av spørsmålene.

4.2 Koding

Intervjuene er kodet.

Kode	Prinsipp	Forklaring
MM	1	Matematiske mål
IO	2	Implementere oppgaver
ME	2	Memorisering
PF	2	Prosedyre med forbindelse
PUF	2	Prosedyre uten forbindelse
GM	2	Gjøre matematikk
VR	3	Visuell representasjon
FR	3	Fysisk representasjon
SR	3	Symbolsk representasjon
VER	3	Verbal representasjon
KR	3	Kontekstuell representasjon
MD	4	Meningsfull diskurs
AN	4	Anticipating
MO	4	Monitoring
SE	4	Selecting
SQ	4	Sequencing
CO	4	Connecting
SFP	5	Spørsmål, fakta og prosedyrer
SP	5	Spørsmål som krever problemløsning
SSF	5	Spørsmål, strukturer og forbindelser
SRB	5	Spørsmål, refleksjon og bevis
PK	6	Prosedyrekunnskap
BF	6	Begrepsforståelse
PS	7	Produktiv støtte
DT	8	Diagnostisere elevenes tenking

4.3 Intervju med analyse

I analysen har jeg plukket ut viktige utsagn fra intervjuene som kobles opp mot teori. Jeg har valgt å presentere svarene fra alle intervjupersonene på ett og ett spørsmål. Svarene er delt inn i utsagn etter nummer. Utsagnene er kodet og nummerert. På spørsmål hvor det er naturlig å kode til hele prinsippet, brukte jeg kodene P_i , hvor $i = 1, \dots, 8$. Fargene som er brukt er ikke koder, men er brukt for at leseren lettere skal se hva slags utsagn jeg mener hører til de ulike målene.

4.3.1 Intervju med Lærer A

Hvordan bruke du læringsmålene for å spisse elevenes læring?

1.	Elevene skal jo i utgangspunktet vært gjennom en leksjon og læringsmålene er egentlig gitt i leksjonen.	MM
2.	Føler ofte at leksjonen er veldig teoretisk bygd opp og at noe av min jobb er å trekke det ned . Elevene skal jo i utgangspunktet ha vært gjennom en leksjon og læringsmålene er egentlig gitt i leksjonen.	MM BF
3.	Noen ganger legger jeg ut et dokument til elevene mine som de får i forkant med informasjon om hva vi skal jobbe med (se vedlegg 4).	MM IO
4.	Det er nesten slik at vi ser læringsmålene ovenfra og da gir det mening. Elevene ser det nedenfra og da ser det bare rotete ut.	MM DT
5.	Så når jeg klargjør læringsmålene , fokuserer jeg på konsekvenser og hvordan vi skal bruke det vi har lært.	MM BF PS

Hvordan velger du ut oppgaver som fremmer logisk tenkning og problemløsning?

6.	Jeg lager mye oppgaver sjøl , men jeg bruker også de utvalgte oppgavene .	P_2
7.	Jeg har en del lærebøker som jeg titter i. Bruker eksamensoppgaver .	P_2
8.	Men siden det i utgangspunktet er flinke elever, så går jeg til de oppgavene som er ansett for å være litt vanskelige .	IO PUF GM
9.	Jeg hadde trodd da vi begynte med dette her, at det hadde vært mer problemløsning og de de kaller for rike oppgaver .	IO PUF GM
10.	Vi har et pensum og eleven skal være forberedt til en eksamen og det er et nytt tema hver eneste time vi møter elevene. Jeg synes ikke tiden strekker til de problemløsningsoppgavene , som du kanskje risikerer at du ikke blir ferdig med.	PUF GM

Hvordan bruker du og skaper forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner i emnet funksjoner?

11.	Vi prøver å bruke både tabeller som viser tallpar som viser sammenhengen mellom tabell og funksjon og selvfølgelig funksjonsuttrykket og den grafiske representasjonen .	SR VR
12.	Jeg legger nok mye vekt på at funksjonen skal beskrive en eller annen sammenheng , et forsøk som vi gjør i naturfag og at vi kan bruke funksjoner til å si noe om utvikling over tid.	VER KR

Hvordan legger du til rette for meningsfull matematisk diskurs i det synkrone møtet?

13.	Elevene er ikke så villige til å snakke . Så da hender det at jeg starter øverst på listen og utfordrer en og en .	P_5
14.	Og så har jeg og brukt et lite verktøy i DVM som trekker elever tilfeldig til å være med i diskusjonen.	P_5
15.	For eksempel kan vi diskutere dette med å dele brøk på bruk . Så bruker jeg mye tid på å utlede hvorfor man snur den bakerste brøken opp ned og ganger . Da prøver jeg å få med eleven på dette.	MD BF
16.	Elevene synes det er litt vrient med den snakkingen tydeligvis . Noen av de får ikke til å bruke hodesett og sånn. Det er vanskelig. De bruker chatten en del...ehh ...	MD
17.	Men jeg vil nok si at jeg snakker sikkert 90 % av tiden .	MD

Hva slags spørsmål stiller du i det synkrone møtet og hvorfor? (Både muntlig, chat, pods m.m.)

18.	...hmmm... Jeg har ikke planlagt spørsmålene. Men jeg har planlagt oppgaver som jeg har valgt ut som vi skal jobbe med.	P_2
19.	Når jeg jobber med oppgaver , bruker jeg mye håndoppregningsverktøyet i AC. Jeg ber elevene vise med grønt eller rødt tegn om de får til eller ikke får til oppgaver . Og hvis det er mange som har fått det til, så bruker vi ikke så mye tid på det. Og så spør jeg en av de som har markert med grønt: Hva gjorde du når du har fått til dette? Hva har du tenkt? Det er nesten den funksjonen jeg bruker mest med elevene mine.	P_2 MD

Hvordan bygger du prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse?

20.	Jeg ønsker å ha matematikkundervisning som fokuserer mer på konseptet enn prosedyren .	PK BF
21.	Så jeg prøver å utfordre de i diskusjonen , f.eks. med likninger. Jeg bruker aldri flytte-bytte som et begrep . Jeg presiserer alltid det jeg gjør, vi gjør det samme på begge sider. Det er konseptet. Prosedyren til slutt , det kan godt lande på at vi flytter over og forandrer fortegn. Men de må forstå hvorfor vi gjør dette her.	MD PK BF
22.	Jeg tillater meg å være litt streng rett og slett, være tro mot matematikken, at jeg prøver å få fram prinsippene i matematikken , for eksempel være tro mot likhetstegnet .	BF

Kan du gi eksempler på hvordan du gir produktiv støtte i emnet funksjoner til elever som forsøker å forstå matematikk?

23.	Det er ikke alt som er like godt forklart, men som kanskje er selvfølgeligheter for oss lærere.	BF
24.	Derfor skriver jeg i timene skriver opp en del av selvfølgelighetene og så stiller jeg elevene helt banale spørsmål. Eksempelvis her har jeg bilde av en graf, hva er funksjonsuttrykket til f.	BF SFP PS
25.	Jeg prøver å spørre om de åpenbare tingene , men hvis det ikke er åpenbart, så er det kjempevrient å spørre om det.	SFP PS
26.	Det er som å sitte på forelesning, og forelesere snakker om et begrep du ikke forstår. Og du tør ikke å spørre om det, fordi du tror at alle andre har skjønt det sentrale begrepet .	BF

27.	Så når vi snakker om funksjonsuttrykk, må vi være heilt sikre på at alle forstår begrepet funksjonsuttrykk. Hva mener jeg når jeg sier et uttrykk? I leksjonene er det mye snakk om utverdi og innverdi og i år var dette begreper som var kjempevanskelig å for mine elever. Det ga ikke mening for de at vi puttet noe inn og fikk noe ut av en funksjon. Så da problematiserte vi mye rundt det. Her er funksjonsuttrykket, vi setter $x=2$, er det innverdi eller utverdi? Eller hva er det for noe?	BF PS SFP
-----	---	-----------------

Hvordan følger du opp/ sjekker at elever har forstått teorien bak matematikken som formidles?

28.	Jeg prøver å fremme et syn som viser at reglene ikke bare er der fordi de er der.	BF PK
29.	Viktig å vise hvordan ting henger sammen slik som det gjør. Jeg vil at elevene mine skal forstå hvorfor det er slik, og ikke bare at det er sånn.	BF PK PS
30.	Vi kan vise den grunnen selv om det er en kronglete vei av og til.	BF

4.3.2 Intervju med Lærer B

Hvordan bruke du læringsmålene for å spisse elevenes læring?

40.	Det ligger jo som første sida på leksjonene hva som er læringsmålene i den leksjonen.	MM
41.	Så for mitt vedkommende handler det mest om at jeg peker tilbake på de formuleringene som er der.	MM

Hvordan velger du ut oppgaver som fremmer logisk tenkning og problemløsning?

42.	Etter at DVM begynte med utvalgte oppgaver , får de hovedprioritet.	P_2
43.	men når jeg plukker ut oppgaver ellers så blir det til at jeg prøver jeg å finne oppgaver som dekker de målene.	P_2
44.	Vanligvis vil de være dekt av egenvurderingene til elevene hvor de er på jakt etter ... forklaringer.	SP SSF SRB PS
45.	Det blir en kombinasjon av åpne og lukkede oppgaver.	P_2
46.	Jeg er nok mest glad i åpne oppgaver selv.	IO PUF GM
47.	Det er noe av det som hele tiden har vært mitt hovedfokus når jeg underviser i DVM og når jeg har en ny klasse i vdg og avlære ordene må og skal. Det kan gjøres på denne måten eller i sterkeste grad bør gjøres på denne måten. Så der er på en måte mitt hovedprinsipp.	BF PS DT

Hvordan bruker du og skaper forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner i emnet funksjoner?

48.	Ja, da er det jo å tegne det i en graftegner , men da må du jo først ha tabellen som representasjon. Så akkurat en slik funksjon vil være en grafisk og tabellmessig...	VR SR
49.	Jeg har tre innfallsvinkler. Det er jo for hånd, grafisk og CAS.	VR SR

Hvordan legger du til rette for meningsfull matematiske diskurs i det synkrone møtet?

50.	Jeg inviterer til samtale , men det er svært få som bruker mikrofon, men jeg kan få en betydelig respons via chatten .	MD
51.	Men jeg har innsett etter hvert at jeg må ha chatten som den viktigste kommunikasjonsarenaen med elevene, men også der er det en 5-6 elever som er de viktigste og ivrigste. Jeg klarer ikke å dra med alle.	MD
52.	De bruker ikke mikrofon og kamera i noen utstrakt grad ... og det funker ikke om jeg overlater de til seg selv heller.	MD

Hva slags spørsmål stiller du i det synkrone møtet og hvorfor? (Både muntlig, Chat, pods m.m.)

53.	Ja, altså...jeg stiller spørsmål av typen.... Hvordan vil du angripe denne problemstillingen hvis vi har en tekstoppgave?	SFP SP SSF
54.	Det er jo vanskelig nå i etterkant dra fram hvilken type spørsmål jeg stiller.	P ₅
55.	Jeg prøver å få ideene deres på banen , men det er jo avhengig av hva vi holder på med, men hovedtanken bak spørsmålene er at elevene skal tenke ut av boksen ...men jeg tar det meste på sparket, trigget av situasjonen.	DT P ₅ BF

Hvordan bygger du prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse?

56.	Jeg prøver i så stor grad som mulig, der det går an å legge til side formler og algoritmer som en metode , det skal liksom bare ligge i bakhodet når de jobber.	PK
57.	Språk, språk heile vegen , jeg prater kanskje for mye, ... Bensinforbruk er en funksjon eller resultat av hvor langt du kjører.	BF KR
58.	Altså prøver jeg å få den type sammenhenger inn å jobbe etterhvert med å si at det blir for tungvint å skrive det på den måten og derfor definerer vi y-en som bensinforbruk og x-en som antall kilometer vi har kjørt. Men hele tida innleder jeg alt sånt med ord.	BF KR

Kan du gi eksempler på hvordan du gir produktiv støtte i emnet funksjoner til elever som forsøker å forstå matematikk?

59.	Jeg tenker på enkeltelever og når jeg prøver å veilede, så har jeg jo etter hvert en formening om på hvilken nivå eleven ligger. Så språk og visuell tilnærming er viktig. Jeg har som forutsetning at de kan algebraen. De som ikke kan algebraen, bør ta P-matte og ikke T-matte. Blant anna på grunn av eksamen så har de 5 timer på seg og hvis de skal bruke en tredjedel eller halvparten av tida på å tenke på hvordan regnestykket skal gjennomføres, så funker det ikke. Det skal være ryggmargsreflekser å gjennomføre ei utregning, hvis så ikke blir hele prosessen lidende av den detaljen. Den må være på plass, den er kjempeviktig, må du tenke på den i tillegg til problemløsningsbiten, så funke det ikke i mitt hode.	PS DT VR AN PK PUF GM
60.	Hovedtanken min i veiledningen ...er at eleven bruker veldig mye grafiske bilder for å illustreres sammenhenger i funksjoner, og da snakker vi alle type funksjoner, ikke bare lineære funksjoner, og det er annen ting jeg er opphengt i tillegg til språket og det er det visuelle.	PS BF VR
61.	Når du har noe å hvile øynene på slik at du kan se sammenhengene visuelt, så opplever jeg at det blir mye bedre ut av det. Det visuelle er med på å bygge opp forståelsen og gi elevene en AHA- opplevelse.	VR BF PS

Hvordan følger du opp/ sjekker at elever har forstått teorien bak matematikken som formidles?

62.	Det var et vanskelig spørsmål hvis vi skal gå utover det at jeg ser på hva prøvene forteller meg	DT
-----	--	----

4.3.3 Intervju med Lærer C

Hvordan bruke du læringsmålene for å spisse elevenes læring?

80.	Ehhh....der varierer jeg ganske mye hva jeg gjør og hvordan det bør være er jeg litt usikker på og det er vel kanskje derfor jeg varierer så mye som jeg gjør.	MM
81.	Noen ganger kopierer jeg læringsmålene som elevene får presentert i leksjonen, og så sier jeg noe sånn som at i løpet av nettøkta håper jeg at du har fått en bedre forståelse av det som var emnet i leksjonen.	MM
82.	Målet er å utdype og befeste det de har hørt om og jobbet med i leksjonen.	SQ CO BF PS
83.	Andre ganger setter jeg andre ord på læringsmålene , men jeg vet ikke om jeg har noen oppskrift på hvordan det bør presenteres for at det skal gi beste mulig læring.	MM PS
84.	Læringsmålene fra leksjonen er jo omskrevet fra læreplanen. Det er ikke kompetansemålene i læreplanen. Jeg mener at kompetansemålene ikke er egnet i kommunikasjonen med elevene.	MM MD

Hvordan velger du ut oppgaver som fremmer logisk tenkning og problemløsning?

85.	Veldig varierende, etter at DVM begynte med utvalgte oppgaver , så ser jeg at nettøktene har blitt veldig styrt av de. Synes oppgave har hatt et fint problemløsningsperspektiv i seg.	IO PUF SP GM
86.	Jeg tenker at i et nytt tema må vi noen grunnpilarer før vi kan begynne å løse problemer.	P_2
87.	Men så det å ta utgangspunkt i et problem eller oppgave som i utgangspunktet er litt for vanskelig for at de fleste elevene kanskje klarer den på egenhånd. Da er det viktig å få fram ulike måter å gripe an problemet på.	PUF GM AN MO MD
88.	Så det er elevene som har valgt ut oppgaver når de har spurt om oppgaver som de ikke har fått til. Så da har det vært hovedfokus i timene.	IO SE SQ
89.	Vanskelig med åpne oppgaver i potensregning når målet er å lære seg potensregler , men slik som i geometri gir det masse muligheter til å jobbe med åpne oppgaver.	P_2

Hvordan bruker du og skaper forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner i emnet funksjoner?

90.	Nå har de et kraftig verktøy til å tegne grafer fort og effektivt. Jeg tenker at det å jobbe med algebra og funksjoner, kan jobbes med parallelt og jeg oppfordrer elevene til å tenke på et algebraisk uttrykk som noe som kan representeres grafisk, altså som en graf.	SR VR
91.	Jeg tror jeg jobber veldig aktivt for å skape forbindelsen mellom det algebraiske uttrykket og den grafen det uttrykker.	SR VR
92.	Det hender at jeg finner på noen kjappe eksempler når vi begynner med lineære funksjoner, men jeg føler ofte at det blir litt søkt og kunstig. Jeg er nok ikke så kreativ til å finne på oppgaver. Jeg føler at slike liksom ungdomsaktuelle temaer ofte blir litt søkte. Men jeg er fysiker i bunn, så det hender jeg trekker inne problemer fra et fysisk fenomen. Fysikken er jo et fag der vi faktisk bruker funksjoner.	KR

Hvordan legger du til rette for meningsfull matematiske diskurs i det synkrone møtet?

93.	Det er alltid åpent for diskusjon og for spørsmål, og chatten brukes aktivt av noen og noen ikke. Men jeg vet at jeg hører min stemme mye veldig mye i nettøktene.	MD
94.	Jeg slenger ut et spørsmål. Noen ganger legger jeg ut en poll. I sidefeltet har jeg alltid en poll klar. En hvor det bare står «skriv svaret her» og med multiple Choice.	P_2
95.	Da får jeg litt mer interaksjon, også fra de som ikke tør å skrive i chatten.	MD
96.	Viktig å få fram de ulike alternativene fra elevene. Ikke alle som svarer, men kanskje jeg får inn 20 ulike svar og så kan jeg vise det raskt på skjermen.	MD MO SE SQ CO

Hva slags spørsmål stiller du i det synkrone møtet og hvorfor? (Både muntlig, Chat, pods m.m.)

97.	Oi, det er mye forskjellig ... «Har du forstått dette?» (bruker ofte en enkel pool med ja, nei, vet ikke som svaralternativ), « (i forbindelse med gjennomgang av oppgaver, ber om svar muntlig eller i Chat), «Hvilken metode skal vi velge?» (hvis det er flere mulige), «Ser du at dette er det samme som ...?»	P ₅
98.	Men jeg spør så og si aldri om svaret! Det er selvfølgelig fordi jeg er ute etter om elevene har forstått en bestemt sammenheng eller metode, eventuelt deler av en metode, eller om de i det hele tatt forstår hva jeg sier og hvordan jeg uttrykker meg (om jeg har funnet balansen mellom å bruke relevante fagbegreper og å snakke begripelig).	P ₅ BF DT

Hvordan bygger du prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse?

99.	Det er et prinsipp som jeg er tilhenger av. Jeg får litt nupper av lærebøker eller når jeg opplever som bare presenterer formelen og så bruker vi denne formelen og så ser vi hva som skjer.	PK
100.	Må alltid vise elevene hvor kommer dette egentlig fra og hvordan henger det sammen med det de har lært tidligere. Noen ganger ny kunnskap i matematikk en ny definisjon som de ikke har kan tenke seg til, men som tidligere matematikere har kommet opp med.	BF
101.	DVM har tatt et metodisk valg når de har lagt på å forstå fullstendig kvadraters metode før de lærer ABC-formelen. Men det er litt vanskelig, for tiden er knapp og med tanke på eksamen så kan det hende at vi legger i overkant mye vekt på den metoden. Så det er litt både og. Der er å frarøve elevene grunnmuren i forståelsen hvis man bare går rett på formelen.	PK BF PS

Kan du gi eksempler på hvordan du gir produktiv støtte i emnet funksjoner til elever som forsøker å forstå matematikk?

102.	Ja, da og jeg igjen vise til dette med å prøve å lage ulike koplinger mellom ulike representasjoner av funksjoner . Du har funksjonsuttrykket og så har du en tabell med tall og så har du graf som du kan jobbe aktivt med.	P_3
103.	Men jeg har ikke noe svar på hvordan jeg støtter den enkelte elev, for det avhenger elevenes utgangspunkt .	PS DT
104.	Jeg har en sønn som gikk 1T i fjor og han sa at du forklarer altfor mye . Du må ikke forklare så mye. Kanskje jeg er litt for rask med å peke på en løsningene, men jeg prøver å være bevisst på heller å stille spørsmål.	MD PS
105.	Da må du gjøre sånn, men hva skjer hvis du endrer på den og det leddet. Og selv om jeg tenker at digitale hjelpemiddel kan være et forstyrrende element, så kan det å bruke glidere for å variere de ulike leddene i et funksjonsuttrykk , kan hjelpe elevene mye med forståelsen. Så det er sånne verktøy som jeg bruker en del.	PS BK
106.	Det skal være ryggmargsreflekser å gjennomføre ei utregning .	PK

Hvordan følger du opp/ sjekker at elever har forstått teorien bak matematikken som formidles?

107.	Ehhh, i nettundervisningen så gjør jeg ikke det i så stor grad, men det hender at jeg legger til en poll med: Forstod du dette?	DT SFP
108.	Men igjen henger det sammen med at de jobber jo med teorien i leksjonene på egenhånd . Det hører med til det de har forberedt på forhånd.	PK BF

5 Drøfting

I dette kapittelet identifiseres sammenhenger mellom relevant teori og forskning som omhandler effektiv undervisning og læring og funn jeg har gjort gjennom arbeidet med å intervju nettlærere i DVM-1T. I kapittel 2.3 refererte jeg til TPACK-modellen (Koehler & Mishra, 2009) som sier at teknologisk kunnskap er avgjørende for effektiv undervisning og læring i et teknologisk klasserom. Datamaterialet gir indikasjoner på intervjupersonenes teknologiske kunnskap, men det er ikke lærere sin teknologikunnskap som er fokusområdet i denne studien. Imidlertid er det naturlig å reflektere over Hrastinski (2008) sin bekymring over at tilbydere av e-læring ikke har god nok oversikt over muligheter og begrensninger som finnes i nettundervisning.

5.1 Etablere matematiske mål

Lærer A, B og C viser til at læringsmålene er presentert i leksjonene (U1, U40 og U81). (Figur 7) er et eksempel på hvordan læringsmål og kompetansemål blir presentert:

Læringsmål

Å drøfte funksjoner innebærer å finne ut noe om egenskapene dens, f eks

- hvor den har eventuelle nullpunkt og ekstremalpunkt
- hvor funksjonen vokser og hvor den avtar
- eventuelle topp- og bunnpunkt

Tidligere har du jobbet med å bestemme dette grafisk.

I denne leksjonen skal du få lære hvordan bruke derivasjon til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter. Et viktig verktøy i dette arbeidet er tolking av fortegnslinjer.

Fra læreplanen i IT

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere greie for definisjonen av den deriverte (...) og bruke denne regelen til å drøfte funksjonar
- berekne nullpunkt, ekstremalpunkt (...) og gje nokre praktiske tolkingar av desse aspekta

Figur 7: Eksempel på læringsmål og kompetansemål fra leksjon om funksjoner i DVM-1T

Lærer A uttrykker at læringsmålene må presiseres (MM). Frasen «i utgangspunktet» og ordet «egentlig» kan tolkes (U1 og U2). Det kan antyde at ikke alle elever er like flinke til å jobbe med leksjonene. Men det kan også tyde på at læringsmålene som er gitt i leksjonene ikke er tydelige nok. James Hiebert og Grouws (2007) presiserer hvor viktige det er med tydelige mål som elevene forstår (s. 57).

Lærer A beskriver ulike perspektiver å se læringsmålene fra, hvor det som er «klart» for læreren, ser «rotete» ut for eleven (U4). Lærer A har et behov for å klargjøre målene. Han produserer egne «arbeidsark» (se vedlegg 4) som elevene av og til skal jobbe med før det synkrone møtet (U3). U5 velger jeg å tolke som at Lærer A ønsker å gi elevene en klargjøring av læringsmålene, en forklaring på hvordan ting henger sammen og hvordan elevene skal bruke ny kunnskap. «Hvordan vi skal bruke det vi har lært?» (U5) kan tyde på at Lærer A ønsker å sette læringsmålene inn i en større kontekst.

Lærer B sitt utsagn (U41) om at læringsmålene brukes reversibelt, kan tolkes som en metode for å avdekke oppnådd læring ut fra læringsmålene gitt i leksjonen, i etterkant av hver leksjon.

Lærer C uttrykker at det av og til behov for å skrive om og konkretisere læringsmålene fra leksjonen og at kompetansemålene fra læringsplanen ikke egner seg i kommunikasjonen med elevene (U83, U84). Lærer C hevder også at han varierer måten læringsmålene blir brukt på for å spisse elevenes læring (U80, U81 og U83).

NCTM (2014, s. 12) gir anbefalinger om hvordan læringsmålene (MM) bør styre undervisningen. Wiliam (2011) peker på at det er viktig at læringsmålene gir elevene mulighet til å overvåke sine egne framskritt. Loewenberg Ball et al. (2008) sitt rammeverk for undervisningskunnskap som jeg refererte til i kapittel 2.3, sier at i tillegg til at læreren må ha fagkunnskap, må læreren også ha kunnskap om faglig innhold, elever, undervisning og læreplaner. Slik kunnskap er nødvendig for at læreren skal etablere klare, realistiske og meningsfulle læringsmål som er styrende både for undervisningen og elevenes individuelle arbeid (Hattie, 2008; James Hiebert & Grouws, 2007; Wiliam, 2011).

Ut fra datamaterialet kan man ikke si noe sikkert om hvordan etablering av klare mål (MM) styrer intervjupersonenes beslutningsprosesser i løpet av en leksjon, eller hvordan målene blir brukt av studentene til å overvåke sine egne framskritt mot de tiltenkte læringsutfallene. Likevel mener jeg at man med utgangspunkt i datamaterialet kan antyde at intervjupersonene forsøker å bruke læringsmål aktivt for å spisse elevenes læring.

5.2 Integrere oppgaver som legger til rette for resonnering og problemløsning

I skoleåret 18/19 begynte DVM-1T med «utvalgte oppgaver» som nettlærerne kan bruke som et utgangspunkt for diskusjon i timene. Figur 8 viser et eksempel på «utvalgte oppgaver» som fagansvarlig i DVM-1T har valgt for å jobbe med i det synkrone møtet.

Utvalgte oppgaver 6.3

Oppgave 1 (M)

En jakt- og fiskeforening vil sette ut fisk i en innsjø. Fisk som settes ut, kaller vi settefisk. Foreningen antar funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 35400 \cdot 0,996^x, x \in [0, 400]$$

viser hvor mange settefisk $f(x)$ det vil være igjen i innsjøen x døgn etter utsettingen.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til f .
- Hva forteller tallene 35400 og 0,996 i funksjonsuttrykket om antall settefisk i innsjøen?

Figur 8: Eksempel på utvalgte oppgaver

Figur 8 viser en oppgave som kan klassifiseres som lukket (PF). Lærer A, B og C sier at bruker de utvalgte oppgavene som utgangspunkt for det synkrone møtet, men i varierende grad. Lærer A lager en del oppgaver selv (IO) og henter oppgaver fra lærebøker og oppgavesett (U10). Lærer B sier utvalgte oppgaver får hovedprioritet og at oppgavene skal dekke læreplanmål og besvare på spørsmål fra egenvurderingene (U13). Lærer C sier utvalgte oppgaver har et fint problemløsningsperspektiv (PUF, GM) i seg (U15) og at det er viktig å

velge oppgaver som er litt for vanskelige for de fleste, slik at man må diskutere ulike løsningsstrategier (U17).

De «utvalgte oppgavene» har fått et viktig fokus i de synkrone møtene. Fagansvarlig i DVM, Ole Kristian Nordsveen (personlig kommunikasjon 19.mars 2018) skriver i e-post følgende om utvalgte oppgaver:

Litt av min inspirasjon er det som har blitt kalt «russisk matematikk» hvor man er opptatt av at oppgavene skal være varierte. Det er kanskje en reaksjon mot den tradisjonelle mengdetreningstankegangen. Jeg synes man (både lærere og elever) ofte blir instrumentelle i tankegangen når man løser mange like oppgaver. Man lærer seg fort en metode for akkurat den typen oppgaver som man holder på med der og da og blir noe bevistløs i forhold til hva man egentlig holder på med. Jeg har mange opplevelser med dette fra egen undervisning: Elever vet eksempelvis ikke forskjellen på regler for ligningsløsning og oppgaver hvor de skal forenkle uttrykk. De kan spørre: «Kan vi gange bort nevnerne her?». Jeg tror derfor at det er lurt at elevene prøves i ulike oppgaver til stadighet. Jeg tror også det er bedre å gjøre færre oppgaver og heller bruke mer tid på å sikre at forståelsen er der. Dessuten er jeg opptatt av at noen av oppgavene skal være så krevende at elevene ikke får til alt. De komplekse målene med de utvalgte oppgavene er:

- at elevene skal få dekket det grunnleggende
- få utfordringer på flere nivåer
- få varierte oppgaver
- komme forberedt til nett-timen
- ha noe de lurte på (som de kan spørre om i nett-timen)

Sitatet over viser at rike oppgaver «Higher level demands» og underkategoriene «procedures with connections» og «doing mathematics» som jeg refererte til i kapittel 2.5.2 har størst fokus i «utvalgte oppgaver».

I intervjuene med Lærer A, B og C kommer alle oppgavetyperne til Stein og Smith (1998) direkte eller indirekte til syne.

Lærer A uttrykker at han hadde forventet mer bruk av rike oppgaver (PUF, GM) og problemløsningsoppgaver (U11). Han uttrykker bekymring over et tidspress med tanke på å bli ferdig med å gjennomgå stoffet før en eventuell eksamen og han antyder at problemløsningsoppgaver kan ta for mye tid. Utsagnet (U12) kan relateres med påstanden til Stein og Lane (1996) om at åpne oppgaver med høye kognitive krav kan være vanskelig å implementere i undervisningen.

Lærer B sier at han oppmuntrer til en avlæring av ordene «må» og «skal». Han oppmuntrer elevene til å ha ulike løsningsstrategier (U47). Ulike løsningsstrategier er en viktig del i trådene til Kilpatrick et al. (2001). For eksempel er kompetansene «fleksibel tenking» og «strategisk kompetanse» viktig for å lykkes med oppgaver med høye kognitive krav (Kilpatrick et al., 2001). U47 passer nok best inn i oppgavetyper Stein og Smith (1998) kaller procedures with connections (PF), altså oppgaver hvor man bruker ulike prosedyrer for å skape en dypere forståelse for matematiske konsepter og ideer.

Lærer C hevder at lukkede oppgaver (ME, PF) er mest hensiktsmessige for eksempel i innlæring av potensregler (U89).

Siden fagansvarlig i DVM-1T velger ut oppgaver til de synkrone møtene, har lærerne mindre ansvar for å velge ut oppgaver. Det er interessant at intervjupersonene påpeker at tidspress og eksamen er en faktor i utvelgelsen av oppgaver.

Min konklusjon er at datamaterialet gir oss indikasjoner på at prinsippet om det andre prinsippet om å integrere oppgaver som legger til rette for resonnering og problemløsning står sterkt i DVM-1T.

5.3 Bruke og skape forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner

NCTM (2014) beskriver hvor viktig det er å bruke og skape forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner for å etablere en dypere forståelse for matematiske konsept og prosedyrer og som verktøy for problemløsning. Loewenberg Ball et al. (2008) beskriver læreres bruk av representasjoner som et eksempel på det de kaller spesialisert fagkunnskap. Det er en type kunnskap som er spesielt for lærergjeringen. Et eksempel kan være at i arbeidet med funksjoner presenterer læreren ulike representasjoner som gir elevene et bedre utgangspunkt for å se sammenhenger.

Vekslingen mellom bruk av ulike representasjoner fremheves som spesielt viktig i matematikdidaktisk forskning (Even, 1998; C. Janvier, 1987; Lesh et al., 1987; Stylianou & Silver, 2004).

I leksjon 4.1 presenteres funksjonsbegrepet for elevene i DVM-1T. Kompetansemålet (se Figur 9) blir brutt ned til læringsmål.

I læringsmålet til leksjonen står det at elevene skal lære «å framstille en funksjon som en graf, tabell, funksjonsuttrykk eller tallpar».

Representasjonene «kontekst» eller «situasjon» er ikke nevnt i læringsmålet. Med støtte i teoriene til for eksempel (Bell & Janvier, 1981; Even, 1998; Lesh et al., 1987; Stylianou & Silver, 2004) burde representasjonene kontekst eller situasjon vært presisert i læringsmålet.

For bedre å kunne drøfte intervjuene, er det viktig å huske på at elevene har jobbet med leksjoner før de kommer til det synkrone møtet. I leksjon 4.1 vektlegges det å skape forbindelser mellom ulike representasjoner. Figur 10 viser ulike forbindelser som presenteres i leksjonen:

Fra læreplanen i 1T

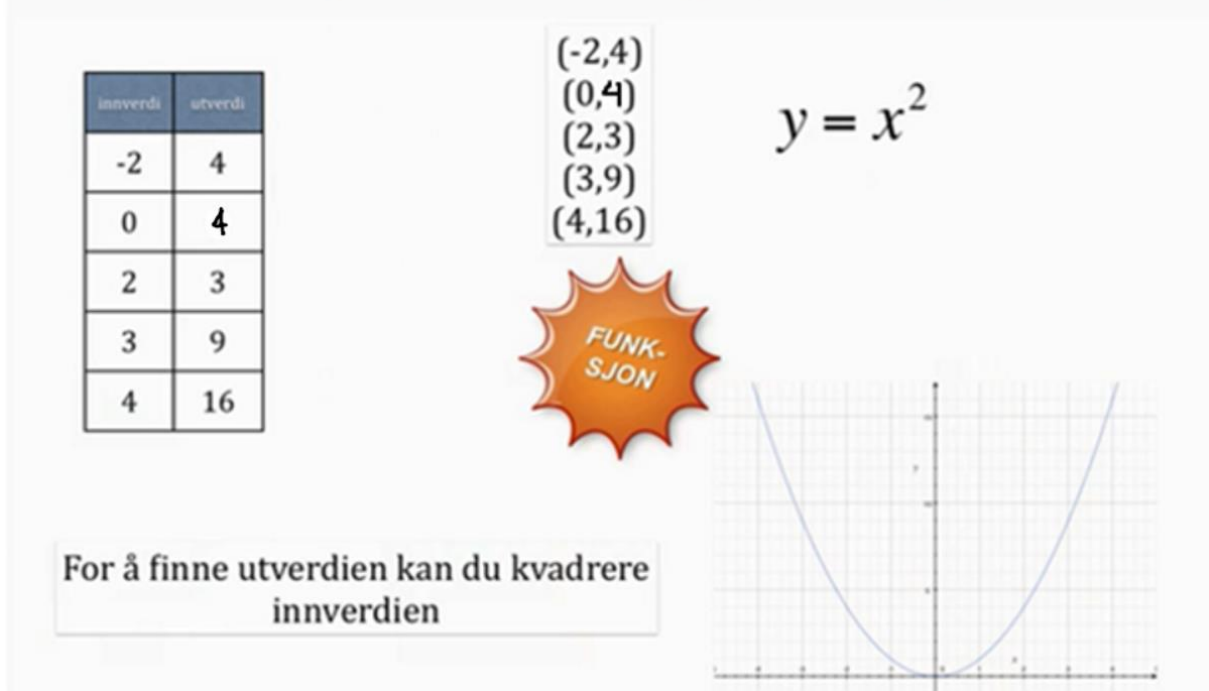
Funksjonar

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- gjere greie for funksjonsomgrepet og kunne omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar

Figur 9: Kompetansemål i leksjon 4.1. ("Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)," 2018)

I denne videoen skal vi se på hva vi mener med en funksjon og hvordan funksjonen kan framstilles.



Figur 10: Bilde fra video om funksjoner. Hentet fra leksjon 4.1

Det er naturlig at nettlærerne jobber videre med transformasjoner mellom de ulike representasjonene i den synkrone møtet. I analysen av intervjuene vil jeg forsøker å finne eksempler på ulike transformasjoner som intervjupersonene arbeider med i møtet med elevene. I kapittel 2.5.3 presenterte jeg de fem kategoriene som Lesh et al. (1987) bruker for å kategorisere ulike representasjoner i funksjoner. Bell og Janvier (1981, s. 34-42) gir oss et rammeverk i form av en tabell for å analysere transformasjonene mellom de ulike representasjonene:

		Fra			
		Situasjon (S)	Tabell (T)	Graf (G)	Formel (F)
Til	Situasjon (S)		TS tolkning tabell	GS tolkning graf	FS gjenkjenning
	Tabell (T)	ST måling		GT avlesning	FT utregning
	Graf (G)	SG skisse	TG plotting		FG skisse
	Formel (F)	SF modellering	TF tilpasning	GF tilpasning	

Figur 11 Janvier's tabell (C. Janvier, 1987)

Figur 11 viser en tabell over hvilke transformasjoner som kan gjenkjennes i intervjuene. Transformasjonene som er identifisert er markert med gult.

I intervjuet med Lærer A kan man i U11 transformasjonen **TF** og **FG** og i U12 gjenkjennes **SF**. Eksempelvis betyr **TF** at man med bakgrunn i en tabell lager en formel og **FG** betyr at man med bakgrunn i en formel tegner en graf (skisse).

I intervjuet med Lærer B gjenkjennes **TG** i U48. I intervjuet med lærer C identifiseres **FG** og **GF** i U90. U91 gir eksempel på **FG** og i U92 finner man **SG** og **SF**.

I intervjuet med Lærer C gjenkjennes **FG** i U90 og U91. Jeg tolker U92 som at læreren bruker transformasjonene **SG** og **SF**.

Datagrunnlaget er for lite til å trekke konklusjoner, men det indikerer at lærerne er opptatt av å skape forbindelser mellom ulike representasjoner i funksjoner. Man kan ikke konkludere med at intervjupersonene ikke bruker transformasjonene **ST**, **TS**, **GS**, **GT**, **FS** og **FT**.

Jeg velger å tolke intervjuene som at det blir presentert transformasjoner som er vanlige for representasjoner av funksjoner i det synkrone møtet. Med støtte i for eksempel (C. Janvier, 1987) blir elevenes forståelse mer robust dersom elevene får prøve seg på flere veier mellom representasjonene.

Lærer A hevder han bruker tabell (SR), funksjonsuttrykk (SR) og grafisk (VR) representasjon (U11). Lærer A fokuserer i U12 også på at funksjonen skal beskrive en eller annen sammenheng (VER, KR). For eksempel at et funksjonsuttrykk kan beskrive et forsøk i naturfag eller at man kan bruke funksjoner til å si noe om utvikling over tid. Med unntak av fysisk representasjon gjenkjennes de ulike kategoriene til Lesh et al. (1987).

Lærer B legger vekt på i U48 at man med utgangspunkt i en tabell (SR) kan bruke en graftegner (VR). U49 velger jeg å tolke som at Lærer B har C ulike verktøy, «for hånd» (SR, VR) grafisk (VR) og CAS² (SR).

Lærer C nevner også hvordan man kan bruke grafisk støtte (VR) for bedre å se sammenhenger og for at elevene kan jobbe med algebra og funksjoner parallelt (U90). Lærer C sier at han jobber aktivt for å skape forbindelse mellom det algebraiske uttrykket (SR) og den grafen (VR) det uttrykker (U91). U92 viser at Lærer C er opptatt av å sette eksempler i en kontekst (VER, VR), men at han synes det er vanskelig å finne på gode eksempler. Noen ganger trekker han inn eksempler fra fysikkens verden (KR).

Bell og Janvier (1981) hevder at vanligvis i matematikkundervisning er det en eller få rekkefølger som er vanlige for representasjoner av funksjoner. Ideen er forståelsen blir mer robust dersom elevene bør få prøve seg på ulike veier mellom representasjonene.

Intervjuene viser at bruken av matematiske representasjoner og transformasjoner i emnet funksjoner har et fokus hos intervjupersonene. Med unntak av fysisk representasjon gjenkjenner man de ulike kategoriene til Lesh et al. (1987). Jeg tolker intervjuene som at intervjupersonene har god fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap i funksjoner (Even, 1990; Loewenberg Ball et al., 2008). Utsagnene viser at lærerne reflekterer over hvordan man kan koble sammen ulike representasjoner for å skape effektiv undervisning og læring.

² CAS (Computer Algebra System), del av GeoGebra hvor elevene utfører symbolske beregninger.

5.4 Meningsfulle matematiske diskurser

Elevene i DVM sitter med hodesett og kamera. Felles for informantene er at de påpeker at det er utfordrende å få alle elevene med i matematiske diskusjoner. Bruk av mikrofon og kamera er en terskel for mange elever.

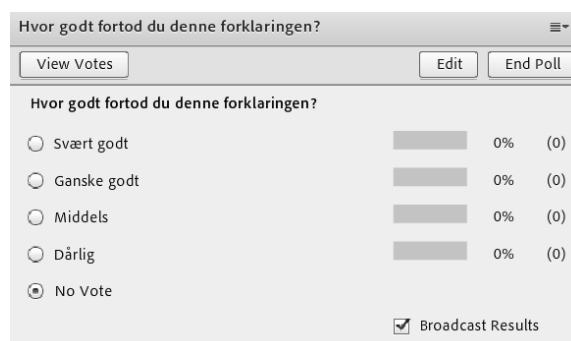
Lærer A sier at elevene ikke er så villige til å snakke (MD) og at han må utfordre en og en (U13). Også sier han at han har et verktøy som trekker elever tilfeldig (se Figur 12). Lærer A uttrykker: «Elevene synes det er litt vrient med den snakkingen tydeligvis. Noen av de får ikke til å bruke hodesett og sånn. Det er vanskelig» (U16). Lærer A sier at elevene kommuniserer via Chat (U16). Lærer A sier han snakker 90 % av tiden (U17).



Figur 12: Eksempel på program for å velge elev

Lærer B uttrykker at han inviterer til samtale (MD), men at han sliter med å få elevene til å snakke (U50). Jeg tolker U51 som en frustrasjon over elever som ikke deltar i diskusjonen. Også Lærer B viser til at chatten fungerer best, men at det i chatten er bare 5-6 elever som er aktive. U52 viser at eleven ikke er flinke til å bruke mikrofon og kamera.

Lærer C sier at det alltid er åpent for diskusjon (MD) og spørsmål. U93 tolker jeg som at det er meningsfull diskurs (MD) i chatten, men at ikke alle deltar. Også Lærer C gir uttrykk for at lærerens stemme høres mye i netttøktene. Lærer C bruker polls³ i kommunikasjonen (se Figur 13) (U94). Lærer C antyder at bruken av polls aktiviserer flere elever (U95). U96 viser at Lærer C er opptatt av å få fram ulike løsninger som diskuteres (MD).



Figur 13: Eksempel på poll

³ Avstemmingsbokser i Adobe Connect

Datamaterialet gir indikasjoner på at lærerne i DVM-1T har et sosiokulturelt syn på læring, der man inviterer til samtale og at de forsøker å legge til rette for matematisk diskurs. Det er felles for intervjupersonene er at de uttrykker frustrasjon over at elevene ikke er så villige til å snakke i mikrofon og bruke kamera. I analysen vil jeg ikke reflektere over hvorfor det er slik, men konstaterer at dialogen ofte er lærerstyrt og at læreren er den mest aktive. I de tre intervjuene kommer det fram at det bare er noen få elever som er aktive. Jeg mener dette er en interessant observasjon siden alle elevene i utgangspunktet har høy måloppnåelse i faget.

NCTM (2014) gir en veiledning på hvordan man skal få til meningsfull diskurs som involverer alle elever. En tilnærming som foreslås bygger på Smith og Stein (2011) sitt arbeid. Elevene skal presentere og forklare ideer, resonnementer og representasjoner til hverandre i par, liten gruppe og til slutt for hele klassen (s. 29).

I Adobe Connect kan man sende elevene på virtuelle grupperom, hvor elevene kan diskutere i par eller grupper. Datamaterialet fra intervjuene antyder at ingen av lærerne bruker grupperom i særlig grad. Lærer B sier det slik (U52): «Det funker ikke om jeg overlater de til seg selv heller».

Moore (2013) hevder at den fysiske avstanden kan føre til misforståelser og lite effektiv kommunikasjon. Han anbefaler at nettbaserte utdanningstilbud må legge til rette for å minimere den kommunikasjonsmessige avstanden mellom lærer og elev.

Tu og McIsaac (2002) har gjennomført en studie som viser hvor viktig sosial tilstedeværelse er for læringsutbyttet i nettundervisning. De fant ut at samhandling på nett økte med et forbedret nivå av sosial tilstedeværelse. Funnene støttes av Stenbom, Hrastinski og Cleveland-Innes (2016) som hevder at for at elevene skal føle emosjonell tilknytning, må elevene føle at de deltar aktivt og de må oppleve sosial tilstedeværelse og engasjement.

Et funn er at intervjupersonenes oppfatning er at elevene kommuniserer best via Chat i de synkrone møtene. Sjaastad et al. (2017) sin evalueringsrapport av DVM-1T viser at 26 % av elevene at de er «svært enige» i påstanden «Jeg er aktiv på DVM Chat», mens 16 % svarer at de er «svært uenige» (s. 41).

Det er flere muligheter til interaksjon i det virtuelle klasserommet. Noen av de er forskjellige fra mulighetene i det tradisjonelle klasserommet. I Adobe Connect er det for eksempel mulighet til å dele skjerm, bruke elektroniske skriveplater, bruke hodesett og mikrofon. I tillegg finnes det verktøy for respons, for eksempel «håndsopprekningsknapp», «klappeknapp» og polls. Men med mange muligheter for å interagere, er det også mange kommunikasjonskanaler å forholde seg til.

Intervjupersonene opplever at mange elever ikke deltar aktivt i timene finner vi igjen i forskningsrapportene til NIFU (Sjaastad et al., 2017, s. 41). Rapporten viser at halvparten av elevene i DVM-1T svarer at er svært enige i påstanden «Jeg følger aktivt med under sanntidsøktene i DVM-1T». Den andre halvparten følger i varierende grad aktivt med i sanntidsøktene.

Når noen elever er inaktive og ikke deltar i matematisk diskurs, kan man se tendenser til at det fjerde prinsippet i P2A ikke står så sterkt som man kunne ønske i DVM-1T.

5.5 Stille målbevisste spørsmål

NCTM (2014) definerer målbevisste spørsmål som spørsmål som analyserer elevs tankebaner og som hjelper de å oppdage og forstå viktige matematisk ideer og forhold (s. 35).

I det virtuelle klasserommet i DVM-1T er det andre fysiske rammebetingelser enn i det tradisjonelle klasserommet. En til en kommunikasjon er ikke så vanlig og spørsmål stilles som regel til hele gruppen.

Lærer A sier at han ikke planlegger spørsmålene (U18), men at han planlegger oppgavene som elevene skal jobbe med i det synkrone møtet. Lærer B planlegger heller ikke spørsmålene, men sier at spørsmålene han stiller for det meste tas på sparket, trigget av situasjonen (U55). Lærer C stiller mange ulike spørsmål. Spørsmål som «Hvordan vil du løse dette?» er eksempel på spørsmål som skaper refleksjon (U97). U98 er interessant. Lærer C

sier at han sjelden spør om svaret. Årsaken er at Lærer C ønsker å finne ut om «elevene har forstått en bestemt sammenheng eller metode».

Felles for intervjupersonene er at de opptatt av elevenes tenkning og ulike framgangsmåter (SP, SSF, SRB). Intervjupersonene har fokus på spørsmål som underbygger det Skemp (1976) kaller «relasjonell forståelse». Kunnskap om en spesiell løsningsmetode eller algoritme, er det Skemp kaller «instrumentell kunnskap». U56 og U89 viser at spørsmål som underbygger instrumentell kunnskap om spesielle algoritmer, for eksempel potensregler, ikke skal undervurderes.

U93 er et eksempel på at det er vanskelig å få eleven til å svare på spørsmålene i mikrofon, men at chatten fungerer som et medium til å svare på spørsmål. At noen elever ikke svarer på spørsmål oppleves som utfordrende for nettlærerne.

I følge Vygotsky (1980) skal en lærer ikke fortelle nøyaktig hva eleven skal gjøre hvis eleven ikke finner svaret. I stedet skal læreren stille meningsfulle spørsmål som støtter opp under elevens eget læringsforsøk. Bruner utviklet begrepet «scaffolding». Begrepet kan oversettes til «støttende stillas» på norsk. Det dreier seg om å bygge et stillas for eleven, hvor eleven kan vokse og utvikle seg. Poenget er at for hver utviklingszone eleven når, kan stillaset fjernes, og det kan fokuseres på nye mål (Hinna et al., 2011, s. 909).

Datamaterialet gir indikasjoner på at intervjupersonene fokuserer på og tenker igjennom hvilke spørsmål de stiller, men at det er en utfordring at noen elever ikke responderer. Kjernetanken i sosiokulturell læringsteori er at læring skjer gjennom dialog og samhandling.

Datamaterialet viser at det er krevende for lærerne å stille målbevisste spørsmål når mange elever er inaktive og at Chat er kommunikasjonen som benyttes mest. Konklusjonen er at det må rettes fokus på hvordan det 5.prinsippet kan implementeres på en bedre måte i DVM-1T.

5.6 Bygge prosedyreferdigheter basert på begrepsforståelse

De fem trådene til Kilpatrick et al. (2001) forteller oss at for å oppnå det som kalles «matematisk kyndighet». Trådene representerer fem ulike kunnskapstyper som skal være like sterke og som må flettes til et sterkt og solid tau. Prosedyreferdigheter og begrepsforståelse er to av trådene i tauet.

Lærer A hevder at han ønsker å ha matematikkundervisning som fokuserer mer på konseptet enn prosedyren (U20). U21 gir et eksempel på hvordan Lærer A jobber med forståelse. Språket er sentralt, f.eks. nevner Lærer A at han aldri bruker «flytte-bytte» som et begrep.

Lærer B nevner også språk som en viktig faktor (U57). Lærer B poengterer også hvordan han legger vekt på å legge formler og algoritmer «til side» (U56).

Lærer C sier han tilhenger av å bygge prosedyrekunnskap basert på begrepsmessig kunnskap (U99). Lærer C hevder det er viktig å bygge ny kunnskap på det elevene har lært tidligere og at det er viktig å forklare hvordan ting henger sammen (U100). U101 er et eksempel på hvordan man arbeider med forståelsen av fullstendig kvadraters metode før man presenterer ABC-formelen. Lærer C sier at «Det er å frarøve elevene grunnmuren i forståelsen hvis man bare går rett på formelen» (U101).

U20 og U21 antyder at Lærer A har tydelige meninger om hvordan matematikkundervisning bør være. Han mener det er viktig å fokusere mer på begrepsforståelse enn prosedyren. U56 viser at Lærer B ønsker å fokusere på begrepsforståelse, men at det er en utfordring at ikke alle elevene behersker grunnleggende prosedyrer (U59). Lærer C hevder at han er tilhenger av å bygge prosedyrekunnskap basert på begrepsforståelse (U99). Et eksempel er at elever må gis muligheten til å forstå matematiske grunnideer før man presenterer en formel (U100, U101).

Datagrunnlaget gir indikasjoner på at intervjupersonene er bevisste på samspillet mellom begrepsforståelse og prosedyrekunnskap. Lærer B uttrykker i U59 frustrasjon over manglende prosedyrekunnskap. Han mener at når elever starter på DVM-1T, må grunnleggende prosedyrer være på plass. Jeg tolker U59 som at Lærer B mener at

prosedyre kunnskap er like viktig som begrepsforståelse, men for at elever skal forstå nye prosedyrer basert på begrepsforståelse, må grunnleggende prosedyre kunnskap være på plass. NCTM (2014) fremhever betydningen av en integrert og balansert utvikling av begreper og prosedyrer i matematikklæring. P2A poengterer at prosedyre kunnskap er viktig, men at den har større verdi dersom elevene har en begrepsmessig forståelse for hvorfor prosedyren fungerer (s. 9).

Min konklusjon basert på data fra intervjuene er at det 6. prinsippet i P2A om å bygge prosedyre kunnskap basert på begrepsforståelse står sterkt hos intervjupersonene.

5.7 Gi produktiv støtte

NCTM (2014) presiserer hvor viktig det er at elevene får mulighet til å streve med viktige matematiske ideer. Det å streve betyr at elevene må gjøre en innsats for finne ut av noe som de ikke umiddelbart ser løsningen på. Det å streve med matematiske ideer er det motsatte av å bli presentert for en matematisk oppskrift som skal reproduseres eller annen informasjon man skal huske utenat.

NCTM (2014) fremhever også gode matematiske diskurs og kommunikasjon som avgjørende faktorer for utvikling av begrepsmessig forståelse. Det er ikke effektiv læring når lærere gjør matematikken lett for elever ved å gi dem konkrete, ledende tips og råd gjennom hele problemløsningsprosessen steg for steg, for å forsikre seg om at de ikke blir frustrerte eller forvirrede. Derimot gir en effektiv lærer gir elevene tilpassede utfordringer, oppmuntrer til utholdenhet i problemløsning og støtter produktiv streving.

Lærer A beskriver hvordan han forsøker å få elevene til å forstå funksjonsbegrepet. U25 og U26 viser at Lærer A mener det er et problem at ikke alle elever skjønner sentrale begreper og at det er vanskelig å forklare når begrepene ikke er internalisert.

Lærer B sier i U59 at han forsøker å gi individuell veiledning. Han hevder at språk og en visuell tilnærming er viktig. Han presiserer at det er viktig at elevene behersker algebraen, og

at dette er en forutsetning for effektiv undervisning. J. Mason, Graham, Lie og Johnston-Wilder (2011) peker på at algebra er grunnfjellet i matematikken. John Mason (1996, s. 74) sier det slik: «Generalization is the life blood, the heart of mathematics». Med dette gir han Lærer B støtte i generalisering og algebra er selve kjernen i matematikken.

Lærer C viser i U80 et eksempel på hvordan han gir produktiv støtte gjennom å lage koplinger mellom ulike representasjoner av funksjoner. I U81 sier han at han ikke noe svar på hvordan han støtter den enkelte elev. I U82 antyder han at han av og til er for rask til å peke på løsningene, slik at eleven ikke får nok tid til å tenke selv.

Utsagnene viser at det er utfordrende å gi produktiv støtte i det virtuelle klasserommet i DVM-1T. Datamaterialet indikerer på at prinsipp nr.7 om å gi produktiv støtte bør få et sterkere fokus i DVM-1T.

5.8 Diagnostisere og bruke elevers tanker

Lærer A sier i U29 at han legger vekt på at det er viktig at elevene forstår hvordan ting i matematikken henger sammen. Lærer B sier i U62 at det er vanskelig å si noe om hvordan han bruker elevers tanker, bortsett fra det prøvene forteller. Lærer C sier i U107 og U108 at det er vanskelig å diagnostisere og bruke elevers tanker i nettundervisningen. Han viser til at elevene jobber med leksjoner på egenhånd. En del av a er å skrive egenvurderinger. Sjaastad et al. (2017, s. 50) konkluderer i evalueringen av DVM-1T at det er utfordrende at noen elever ikke leverer egenvurderinger.

William (2011) presiserer hvor viktig det er at elevene får mulighet til å vurdere eget arbeid. Som tidligere nevnt, skriver elevene egenvurderinger før timene. Det gir nettlærerne mulighet til å diagnostisere og bruke elevenes tanker i forkant av det synkrone møtet. Men det avhenger av at elevene har levert egenvurderingene. I den synkrone delen av DVM-1T kan det tyde på at kommunikasjonen og undervisningen har en form som gjør det vanskelig å diagnostisere og bruker elevenes tanker.

Datamaterialet gir grunnlag for å konkludere med at det åttende prinsippet om å diagnostisere og bruke elevers tanker bør få større fokus i den synkrone delen av DVM-1T.

5.9 Oppsummering av drøfting

Det er ikke grunnlag for å trekke konklusjoner som gjelder alle lærerne i DVM-1T. Studiet viser hvordan tre lærere arbeider for å skape effektiv undervisning og læring i emnet funksjoner i DVM-1T. Læring og undervisning på nett gjennom nettverksteknologi er ett spennende fagfelt. Ny teknologi åpner nye muligheter, men samtidig også nye utfordringer. Studien viser noen utfordringer rundt metodiske valg som har fellestrekk med undervisning i det tradisjonelle klasserommet.

Innledningsvis beskrev jeg en hypotese om at det er viktig for læreren å fokusere på de åtte prinsippene fra P2A for effektiv undervisning og læring. Det viser seg imidlertid at det er krevende å leve opp til forventningene i «What are teachers doing?» fra P2A. Lærer A svarer slik på spørsmålet om positive og negative erfaringer fra DVM-1T:

Jeg synes det er vanskelig. Jeg synes ikke egentlig at jeg får det så enormt godt til.

Skulle ønske at jeg knakk ei eller anna kode for å få dette til å bli superbra, men sånn

er det. Forbedring er et ønske og et mål.

Jeg velger å tolke sitatet som at lærer A har en ide om at det finnes metodiske valg som skaper mer effektiv undervisning og læring. Jeg mener det også sier noe om at Lærer A reflekterer over egen praksis og et ønske om forbedringer. En frustrasjon som er felles for intervjupersonene er at det er utfordrende å skape sosial tilstedeværelse og engasjement hos elevene i DVM-1T. Sosial tilstedeværelse og engasjement hører til det 4. og 5. prinsippet i P2A.

Studien viser altså at det er utfordringer rundt implementering av prinsippene for effektiv læring i P2A i den virtuelle undervisningen hos de tre lærerne. Studien kan heller ikke si noe om utfordringene hos andre lærere i DVM-1T eller om det er forskjell på hvordan prinsippene praktiseres hos erfarne og mindre erfarne lærere. Datamaterialet gir derimot indikasjoner på at det trengs en annen fagdidaktisk kunnskap for å lykkes med å realisere målsetningene i P2A i virtuelle klasserom sammenlignet med tradisjonelle klasserom. Den fagdidaktiske kunnskapen må for eksempel inkludere kunnskap om digitale læremidler og hvordan man bruker digitale verktøy for å skape effektiv undervisning og læring.

Oppsummert indikerer analysen at prinsipp 1,2,3 og 6 er godt implementert i DVM-1T, men at det er et forbedringspotensial i implementeringen av prinsipp 4,5,7 og 8.

Det er et åpent spørsmål om det var riktig å kun intervju lærere. Et elevfokus i datainnsamlingen kunne gitt studien et mer omfangsrikt datamateriale og gitt et bredere perspektiv på fokusområdet.

6 Avslutning

Innledningsvis beskrev jeg bakgrunnen for valg av rammeverk. Jeg mener at de åtte forskningsbaserte prinsippene om effektiv undervisning som P2A tilbyr, må være fokusområder også i virtuell undervisning, både synkron og asynkron.

Studien har avdekket noen nettpedagogiske tilnærminger som erfarne nettlærere i DVM-1T har utviklet. Samtidig har den avdekket at intervjupersonene opplever frustrasjoner rundt det å være nettlærer i DVM-1T. Datamaterialet gir ikke noe grunnlag for å si at det er mer krevende å implementere de åtte prinsippene for effektiv undervisning i DVM-1T enn i «tradisjonell» undervisning. Man kan heller ikke konkludere med at prinsippene bør ha ulikt fokus i «tradisjonell» undervisning versus nettundervisning.

Tømte og Sjaastad (2014) konkluderer det med at digitale kompetente lærere må kunne mer enn kun å beherske teknologi. En slik kompetanse handler om å kunne se mulighetene som ligger i teknologien for å understøtte en fagdidaktikk som også bidrar til å aktivisere elevene i egen læring (s. 25). Sjaastad et al. (2017) konkluderer med at erfaringene til nettlærerne bør systematiseres fordi det tar tid å bli en god nettlærer og utvikle effektive nettpedagogiske tilnærminger. De anbefaler at erfarne nettlærere bør ha en rolle som mentor for de mindre erfarne lærerne (s. 8).

TPACK-modellen er et rammeverk som er et godt utgangspunkt for å diskusjon rundt digital didaktikk. TPACK-modellen viser at lærere må ha teknologisk kunnskap for å lykkes i det virtuelle klasserommet. Samtidig sier modellen at teknologisk kunnskap (TK), fagkunnskap (CK) og pedagogisk kunnskap (PK) er gjensidig avhengig av hverandre (Herring et al., 2016; Koehler & Mishra, 2009).

Jeg anbefaler at videre forskning fokuserer på hvordan man skal implementere alle prinsipper fra P2A på best mulig måte i DVM-1T. Lærerrollen endres og det er viktig at det forskes på effektiv undervisning i det virtuelle klasserommet, både synkront og asynkront

Videre forskning må også fokusere på elevrollen i virtuelle klasserom. Jakten på «koden» som lærer A nevner i intervjuet er et spennende forskningsfelt. Det må forskes videre på hvilke muligheter og begrensninger teknologien gir i det virtuelle klasserommet DVM-1T.

Innledningsvis beskrev jeg en antakelse om at lærerrollen og forventningene til læreren endrer seg når læreren beveger seg fra det fysiske til det virtuelle klasserommet, men at prinsippene for effektiv undervisning og læring er de samme uavhengig av plattform.

Masterstudiet har jeg gitt meg muligheter til å reflektere over min egen lærerrolle og mine pedagogiske og metodiske valg, både i det «tradisjonelle» klasserommet og i det virtuelle. Studien har vært krevende, lærerik og en inspirasjon til videre arbeid mot målet om å oppnå mest mulig effektiv undervisning og læring.

7 Litteraturliste

- Banilower, E. R., Boyd, S. E., Pasley, J. D. & Weiss, I. R. (2006). Lessons from a Decade of Mathematics and Science Reform: A Capstone Report for the Local Systemic Change through Teacher Enhancement Initiative. *Horizon Research, Inc.(NJ1)*.
- Bell, A. & Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the learning of mathematics*, 2(1), 34-42.
- Boaler, J. & Brodie, K. (2004). *The importance, nature, and impact of teacher questions*. Paper presentert på Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education
- Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. *Theory of mathematics education*, 54, 110-119.
- Bruner, J. S. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*: Harvard University Press.
- Cai, J., Kaiser, G., Perry, G. & Wong, N.-Y. (2009). *Effective mathematics teaching from teachers' perspectives*: Sense Publ.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*: Taylor & Francis.
- DeMarios, P. & Tall, D. (1999). *Function: Organizing principle or cognitive root?* Paper presentert på PME CONFERENCE
- Di Teodoro, S., Donders, S., Kemp-Davidson, J., Robertson, P. & Schuyler, L. (2011). Asking good questions: Promoting greater understanding of mathematics through purposeful teacher and student questioning. *The Canadian Journal of Action Research*, 12(2), 18-29.
- Edelhard Tømte, C. & Sjaastad, J. (Producer). (2014, juni 30.). nifu.no/publications. *nifu.no*. Hentet fra <https://www.nifu.no/publications/1167127/>
- Eisenhart, M., Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D. & Agard, P. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: Complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8-40.
- Eriksson, K., Helenius, O. & Ryve, A. (2018). Using TIMSS items to evaluate the effectiveness of different instructional practices. *Instructional Science*, 1-18.
- Even, R. (1990). Subject matter knowledge for teaching and the case of functions. *Educational studies in mathematics*, 21(6), 521-544.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105-121.
- Fauskanger, J. (2017). Kunnskap nødvendig for effektiv matematikkundervisning-slik lærere selv ser det. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 101(01), 45-56.
- Gotaas, A. C. (2015). *Omvendt undervisning*. Oslo: Pedlex Norsk Skoleinformasjon.
- Grønmo, L. S. & Throndsen, I. S. (2006). Læringsstrategier i matematikk. I Eyvind Elstad & Are Turmo (red.). *Læringsstrategier Søkelys på lærernes praksis*.
- Hammer, L. O. (2016). *Læreres tilpasning av virtuell undervisning*. Bergen University College
- Hattie, J. (2008). *Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*: Taylor & Francis.
- Herring, M. C., Koehler, M. J. & Mishra, P. (2016). *Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPACK) for educators* (2nd ed. utg.). New York: Routledge.
- Hiebert, J. (2013). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*: Taylor & Francis.
- Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 371-404.

- Hinna, K., Rinvold, R. A. & Gustavsen, T. S. (2011). *QED 5-10: matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Bind 1: Høyskoleforl.*
- Hrastinski, S. (2008). Asynchronous and synchronous e-learning. *Educause quarterly*, 31(4), 51-55.
- Hrastinski, S. (2009). *Nätbaserad utbildning: en introduktion: Studentlitteratur.*
- Hull, T. H., Miles, R. H. & Balka, D. S. (2012). *The Common Core Mathematics Standards: Transforming Practice Through Team Leadership: SAGE Publications.*
- IKT-Senteret. (2018). Hentet 07.03
- 2018 fra <https://iktsenteret.no/prosjekter/den-virtuelle-matematikkskolen>
- Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations: studies and teaching experiments.* Nottingham University
- Janvier, C. (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics:* Lawrence Erlbaum Associates.
- Kilpatrick, J. (2001). *Endre tittel (Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics):* National Academies Press.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & Committee, N. R. C. M. L. S. (2001). *Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics:* National Academy Press.
- Koehler, M. & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Contemporary issues in technology and teacher education*, 9(1), 60-70.
- Kunnskapsdepartementet, D. K. (2010). Stortingsmelding nr. 22: Motivasjon–Mestring–Muligheter.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju:* Gyldendal Norsk Forlag.
- Larsen, A. K. (2007). *En enklere metode: veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode:* Fagbokforl.
- Leahy, S., Lyon, C., Thompson, M. & Wiliam, D. (2005). *Classroom Assessment: Minute by Minute, Day by Day.*
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 21, 33-40.
- Li, Y. (2011). ELEMENTARY TEACHERS' THINKING ABOUT A GOOD MATHEMATICS LESSON. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(4), 949-973.
- Loewenberg Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Lynch, M. (2015). THE FOUR PILLARS OF FLIPPED LEARNING. Hentet 03.11 2015 fra <http://www.theeducator.org/the-four-pillars-of-flipped-learning/>
- Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04). (2018). Hentet 21.02.2018 2018 fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemal/kompetansemal-etter-1t-%E2%80%93vg1-studieforebuande-utdanningsprogram>
- Lærerløftet- På lag for kunnskapsskolen. (2014, 16.11.2018). Hentet fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/planer/kd_strategiskole_web.pdf
- Løver, S. N. (2015). *Interaksjon i nettbasert undervisning, en studie av "den virtuelle matematikkskolen" og elevenes interaksjon med innhold, lærer og andre elever*
- Marzano, R. J. (2003). *What Works in Schools: Translating Research Into Action:* Association for Supervision and Curriculum Development.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra *Approaches to algebra* (s. 65-86): Springer.
- Mason, J., Graham, A., Lie, J. & Johnston-Wilder, S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning:* Caspar forl.
- Mathematics, N. C. o. T. o. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview:* National Council of Teachers of Mathematics.

- Mathematics, N. C. o. T. o. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: a quest for coherence*: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Mathematics, N. C. o. T. o. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Mathematics, N. C. o. T. o. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*: NCTM, National Council of Teachers of Mathematics.
- Mathematics, N. C. o. T. o. M. C. o. S. f. S. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*: The Council.
- Maxwell, J. (1992). Understanding and Validity in Qualitative Research. *Harvard Educational Review*, 62(3), 279-301. doi: 10.17763/haer.62.3.8323320856251826
- Mertens, D. M. (2014). *Research and Evaluation in Education and Psychology: Integrating Diversity With Quantitative, Qualitative, and Mixed Methods*: SAGE Publications.
- Mishra, P. & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers college record*, 108(6), 1017.
- Moore, M. G. (2013). *Handbook of distance education*: Routledge.
- NCTM. (2018). Hentet 06.04 2018 fra <https://www.nctm.org/About/>
- NCTM. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*: NCTM, National Council of Teachers of Mathematics.
- Nettskolen i Vestfold. (2018, 08.04.2018). Hentet 08.04 2018 fra <https://www.vfk.no/nettskolen>
- Rienecker, L., Stray Jørgensen, P., Skov, S. & Landaas, W. (2013). *Den gode oppgaven : håndbok i oppgaveskriving på universitet og høyskole* (Den gode oppgave, 2. utg. utg.). Bergen: Fagbokforl.
- Ryen, A. (2002). *Det kvalitative intervjuet*: Fagbokforlaget.
- Schou, J., Jess, K., Hansen, H. C. & Skott, J. (2013). *Matematik for lærerstuderende. Tal, algebra og funksjoner. 4.-10. klasse*: Samfundslitteratur.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. doi: 10.3102/0013189X015002004
- Siemens, G. (2014). Connectivism: A learning theory for the digital age.
- Silverman, D. (2017). *Doing Qualitative Research*: SAGE Publications.
- Sjaastad, J., Siddiq, F., Ulriksen, R. & Tømte, C. (2017). Den virtuelle matematikskolen skoleåret 2016-2017: Evaluering av tilbudene DVM-U, DVM-Pluss og DVM-1T.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende. Delta: Fagdidaktik*: Samfundslitteratur.
- Smith, M. S., Steele, M. D. & Raith, M. L. (2017). *Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching Practices in Grades 6-8*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *Five Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*: SAGE Publications.
- Spangler, D. A., Mathematics, N. C. o. T. o. & Wanko, J. J. (2017). *Enhancing Classroom Practice with Research Behind Principles to Actions*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K. & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.
- Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268-275.
- Stenbom, S., Hrastinski, S. & Cleveland-Innes, M. (2016). Emotional presence in a relationship of inquiry: The case of one-to-one online math coaching. *Online Learning*, 20(1), 41-56.

- Stylianou, D. A. & Silver, E. A. (2004). The role of visual representations in advanced mathematical problem solving: An examination of expert-novice similarities and differences. *Mathematical thinking and learning*, 6(4), 353-387.
- Säljö, R. (2001). *Läring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*: J. W. Cappelens forlag.
- Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational studies in mathematics*, 76(2), 141-164.
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode*: Fagbokforlaget.
- Tu, C.-H. & Mclsaac, M. (2002). The relationship of social presence and interaction in online classes. *The American journal of distance education*, 16(3), 131-150.
- Tømte, C., Kårstein, A. & Olsen, D. (2013). IKT i lærerutdanningen. *På vei mot profesjonsfaglig digital kompetanse*.
- Tømte, C. & Sjaastad, J. (2014). Den virtuelle matematikkskolen: Evaluering av pilotering for skoleåret 2013-2014.
- Tømte, C. & Sjaastad, J. (2015). Evaluering av Den virtuelle matematikkskolen for ungdomstrinnet: Nettbasert læring i grunnleggende ungdomsskolematematikk.
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*: Harvard University Press.
- Wasmuth, M. S. (2016). *Den Virtuelle Matematikkskolen-Ungdomstrinnet: En studie av hvilke pedagogiske konsekvenser bruk av nettressursen DVM-U kan føre med seg*. Universitetet i Agder; University of Agder
- West, L. & Boston, M. (2017). *Reflective and Collaborative Processes to Improve Mathematics Teaching*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Wilberg, E. L. (2015). *En god lærer i det virtuelle klasserommet En kvantitativ undersøkelse av lærer kvalitet i Den virtuelle matematikkskolen*
- William, D. (2011). *Embedded Formative Assessment*: Solution Tree Press.
- Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*: Matematikksenteret.

8 Vedlegg:

8.1 Vedlegg 1 Informasjonsskriv

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Jeg, Bjørn Vadet er masterstudent i matematikdidaktikk ved NTNU, avd. for lærerutdanning, Trondheim. Jeg er i gang med den avsluttende masteroppgaven. Tema for masteroppgaven er effektiv læring i virtuelle klasserom. Begrepet effektiv læring blir forklart i intervjuet.

I forskningen min ønsker jeg å finne ut av hva som hvordan nettlærere i Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM) legger til rette for å skape effektiv læring. Jeg ønsker å intervju 3 nettlærere som har erfaring med nettundervisning i DVM.

Intervjuet vil vare i inntil en time og det blir tatt videoopptak. Jeg kan utlevere oversikt over tema på forhånd dersom du ønsker å forberede deg litt. Det er selvfølgelig frivillig deltakelse og du kan trekke deg når som helst underveis, uten at du trenger å begrunne avgjørelsen. Alle innsamlede data bli anonymisert. Opplysningene vil bli behandlet konfidensielt og ingen enkeltpersoner vil kunne gjenkjennes. Opptakene slettes etter at masteroppgaven er godkjent.

Dersom du kunne tenke deg å delta på et intervju, er det fint om du kan skrive under på den vedlagte samtykkeerklæringen og leverer den til meg. Hva innebærer deltakelse i studien? Det vil bli gjennomført et intervju hvor det vil bli gjort lydopptak. Spørsmålene vil i hovedsak omhandle hvordan du som lærer tilrettelegger opplæringen for elever med lavt utbytte i matematikkfaget. Hva skjer med informasjonen om deg? Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun meg og eventuelt veileder som har tilgang på lydopptaket av intervjuet. Transkribering av intervjuet vil bli lagret på personlig datamaskin

Hva skjer med informasjonen om deg? Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun meg og eventuelt veileder som har tilgang på lydopptaket av

intervjuet. Transkribering av intervjuet vil bli lagret på personlig datamaskin som er passordbeskyttet.

Kontaktopplysninger:

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med meg på: telefonnummer: 99 52 86 32 eller på mail: bjorn.vadet@oppland.org. Hvis du ønsker det kan du også kontakte min veileder Solomon Abedom Tesfamicael ved NTNU, avd. for lærerutdanning er på mail: solomon.a.tesfamicael@ntnu.no.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Samtykke til deltakelse i studien:

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta:

Dato:

Underskrift:

8.2 Vedlegg 2 Semistrukturert intervjuguide

Informasjon før videoopptak starter:

Informasjon om at det vil bli brukt videoopptak under intervjuet. Det er tatt hensyn til kravet om anonymisering.

Deltakelsen er frivillig. Jeg vil fokusere på hvordan du forbereder og tilrettelegger undervisningsøkter i Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM) for å skape effektiv læring?

Spør intervjuobjektet om hun/han lurer på noe før vi starter med intervjuet.

Forskerspørsmål:

Hvordan forbereder og tilrettelegger nettlærere i DVM undervisningsøkter i Den Virtuelle Matematikkskolen (DVM) for å skape effektiv læring?

Innledning:

Noen innledende spørsmål:

Alder, antall år i skolen, hvor lenge har du jobbet i (DVM), hvordan trives du med jobben som nettlærer. Positive og negative erfaringer.

Hvordan var din bakgrunn for å bli ansatt i prosjektet?

Noen spørsmål med utgangspunkt i Principles to Action:

Nivå 0: Hva er effektiv undervisning i DVM? (generelt)

Nivå 1: Etablere matematiske mål for å spisse læring:

Hvordan mener du at læringsmålene skal presenteres for elevene for å skape effektiv undervisning?

1. Hvordan presenterer du læringsmålene for elevene?
2. Hvordan bruker du læringsmålene for å skape en naturlig progresjon
3. Hvordan bruker du læringsmålene til å forberede undervisningen?
4. Hvordan bruker du læringsmålene i vurderingsarbeidet?

Nivå 2: Implementere oppgaver som fremmer begrunnelse og problemløsning:

5. Hvordan velger du ut oppgaver som fremmer resonnement og problemløsning?
6. Hva slags oppgaver velger du mest, åpne eller lukkede oppgaver?
7. Hvilke kognitive krav har du til oppgavene du velger ut til det synkrone møtet?

Nivå 3: Bruke og skape forbindelser mellom ulike matematiske representasjoner:

8. Bruker du forskjellige representasjoner? Hvis ja, prøver du å se sammenhenger mellom de ulike representasjonene?
9. Gi eksempler på hvordan du bruker og kobler matematiske representasjoner i funksjoner.

Nivå 4: Legge til rette for meningsfull matematisk diskurs:

10. Hvordan legger du til rette for meningsfull matematisk diskurs i det synkrone møtet?

Nivå 5: Stille målbevisste spørsmål

11. Hva slags spørsmål stiller du i det synkrone møtet og hvorfor? (Både muntlig, Chat, pods m.m.)

Nivå 6: Bygge prosedyrekunnskap basert på begrepsmessig forståelse

12. Hvordan bygge prosedyrekunnskap basert på begrepsmessig forståelse?

Nivå 7: Gi produktiv støtte til elever som forsøker å forstå matematikk

13. Kan du gi eksempler på hvordan du gir produktiv støtte i emnet funksjoner til elever som forsøker å forstå matematikk?

Nivå 8: Lokke fram og bruke bevis med bakgrunn i studentarbeid

14. Hvordan følger du opp/ sjekker at elever har forstått teorien bak matematikken som formidles?

Avslutning:

Er det noe du har å tilføye i tillegg til det du har nevnt?

Takk for intervjuet! Jeg setter stor pris på at du tok deg tid til å svare på spørsmålene mine.

8.3 Vedlegg 3 Meldeskjema



Solomon Tesfamicael
Rotvoll alle 1
7053 RANHEIM

Vår dato: 23.10.2017

Vår ref: 56045 / 3 / BGH

Deres dato:

Deres ref:

Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 19.09.2017 for prosjektet:

56045	<i>Effektiv læring i virtuelle klasserom. Innenfor tema Funksjoner</i>
Behandlingsansvarlig	<i>NTNU, ved institusjonens øverste leder</i>
Daglig ansvarlig	<i>Solomon Tesfamicael</i>
Student	<i>Bjørn Vadet</i>

Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:

- opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
- vår prosjektvurdering, se side 2
- eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke [endringer](#) du må melde, samt endringsskjema.

Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i [Meldingsarkivet](#).

Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Ved prosjektslutt 18.06.2018 vil vi ta kontakt for å avklare status for behandlingen av personopplysninger.

Se våre nettsider eller ta kontakt dersom du har spørsmål. Vi ønsker lykke til med prosjektet!

Marianne Høgetveit Myhren

Belinda Gloppen Helle

Kontaktperson: Belinda Gloppen Helle tlf: 55 58 28 74 / belinda.helle@nsd.no

Vedlegg: Prosjektvurdering

Kopi: Bjørn Vadet, bjorn.vadet@oppland.org

BEKREFTELSE PÅ ENDRING

Vi viser til statusmelding mottatt: 22.06.2018.

Personvernombudet har nå registrert ny dato for prosjektslutt 21.12.2018.

Det legges til grunn at prosjektopplegget for øvrig er uendret.
Ved ny prosjektslutt vil vi rette en ny statushenvendelse.

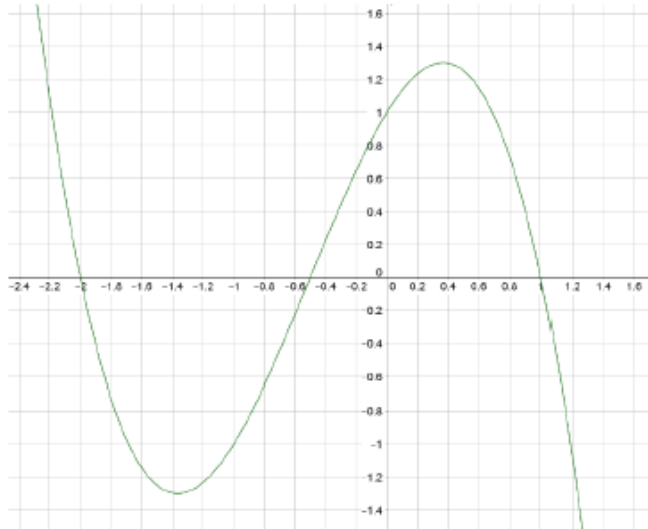
Hvis det blir aktuelt med ytterligere forlengelse, gjør vi oppmerksom på at utvalget vanligvis må informeres ved forlengelse på mer enn ett år utover det de tidligere har blitt informert om.

Ta gjerne kontakt dersom du har spørsmål.

Vennlig hilsen,
Eva J. B. Payne - Tlf: 55 58 27 97
eva.payne@nsd.no
Personvernombudet for forskning,
NSD – Norsk senter for forskningsdata AS
Tlf. direkte: (+47) 55 58 21 17 (tast 1)

8.4 Vedlegg 4 Eksempel på arbeidsark

Arbeidsark – Tangenten til en funksjon



Folk sier at tangenten i et punkt på en funksjon forteller noe viktig om funksjonen i det punktet og dette er utgangspunktet vårt for noe av det vi skal arbeide med i tiden som kommer. La oss derfor starte med en tangent i et punkt:

Oppgave 1:

Hva er stigningstallet i punktet $(-1, f(-1))$?

Fordi tangenten overlapper funksjonen i kun et punkt – i et øyeblikk – bruker vi tangenten til å si noe om funksjonen. Vi sier at stigningstallet til tangenten er lik

den momentane vekstfarten i det aktuelle punktet på funksjonen. (Momentan vekstfart – in the moment). Så lenge vi har grafen til funksjonen foran oss så kan vi jo beskrive med ord hvordan grafen ser ut.

Oppgave 2:

Beskriv hvordan funksjonen endres når dere beveger dere langs x -aksen i figuren ovenfor.

Hvis folk har rett, skal tangenten til funksjonen klare å fortelle det samme som dere nettopp fortalte om funksjonen.

Oppgave 3:

På hvilken måte kan vi bruke tangenten til å fortelle det samme som vi ble enige om i oppgave 2?

Dette må fordøyes. Og før vi går videre vil jeg prøve å gi dere en liten utfordring.

Oppgave 4:

Tegn et fortegnsskjema for funksjonen i figuren ovenfor.

Det var kanskje ikke så veldig utfordrende? Hva med denne da?

Oppgave 5:

Tegn et fortegnsskjema som viser hvordan stigningstallet til tangenten endres når du beveger deg langs x -aksen.

Dette fortegnsskjemaet er det viktig å forstå konsekvensen av. Tenk deg at du ikke har funksjonen, men at du har fortegnsskjemaet til tangenten. Hva kan det fortelle deg om funksjonen?

