

Det som e i midten!

En kasusstudie om hvordan elever uttrykker forståelse for gjennomsnitt median og typetall.

Morten Utstrand

Lektorutdanning med master i realfag
Innlevert: juni 2013
Hovedveileder: Frode Rønning, MATH

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Sammendrag

Denne oppgave har brukt et sosiokulturelt læringssyn, og fokusert på hvordan elever uttrykker forståelse for begrepene gjennomsnitt, median og typetall. Hensikten med oppgaven var å få innsikt i hvordan de beskriver, forklarer og anvender begrepene i samarbeid med andre elever. En slik innsikt kan forhåpentligvis gjøre det lettere for lærere å tilpasse undervisningen for å sikre utvikling av elevenes statistiske kompetanse.

Studien bygger på kvalitativ metode. Utvalget var fordelt på to grupper, med tre elever i hver gruppe. Datainnsamlingen er basert på lyd- og skjermbildeopptak. Hver gruppe samarbeidet om oppgavesett presentert i Microsoft Office Excel. Oppgavesettet besto av 4 hovedoppgaver med 15 deloppgaver, som skulle fremme diskusjon og samhandling i gruppene.

Datamaterialet ble behandlet etter den konstante komparative analysemetode, hvor datamaterialet gir opphav til et sett med kategorier som tydeliggjør funnene.

Resultatene fra datainnsamlingen antyder at elever, i oppgavearbeid, foretrekker å benytte gjennomsnitt fremfor de to andre sentralmålene. Videre ser det ut til at elevene ser på gjennomsnitt og median som sentralmål som kan fortelle oss hva som ligger i midten av datamaterialet, i motsetning til typetall som de er usikre på hva de skal bruke til.

Abstract

The present thesis was undertaken as a partial requirement for a masters degree in education. Its framework has been derived from a sociocultural learning perspective, and has focused on how middle school students express their understanding of the central tendency measures of mean, median, and mode. The overall purpose of the presented study was to gain insight into how the students describe, explain, and make use of these concepts when engaged in group work with other students. The rationale for the study was that such an insight is thought to assist teachers in their teaching endeavours, so as to facilitate the students' development of statistical literacy.

Total sample size was 6 participants, divided across two separate groups. Both groups were asked to solve four main problem-sets (with fifteen associated tasks) designed to facilitate discussion and collaboration within the group. The chosen methodological approach was qualitative. Data-gathering included video-recording of the screenshots available to the students during their problem-solving, as well as sound-recordings of the group discussions. The recordings were then transcribed and handled according to principles associated with grounded theory, and thus result in categories that emphasize the findings.

The current findings indicate that, compared to the median and mode, students prefer the mean as a measure of central tendency when problem-solving. Furthermore, it appears that students consider the mean and median as measures that can inform us about the central tendencies of a data-set, whereas the utility of the mode is more unclear.

Innhold

Forord	6
1. Innledning.....	7
1.1 Bakgrunn	7
1.2 Problemstilling.....	8
1.3 Metode og analyse	8
1.4 Oppbygging av oppgaven	8
2. Teori	10
2.1 Utvikling av et sosiokulturelt perspektiv på læring.....	10
2.1.1 Et sosiokulturelt perspektiv på læring.....	11
2.1.2 Medierende artefakt	12
2.1.3 Språk som redskap	13
2.2 Matematiske begreper.....	13
2.2.1 Begrepsdefinisjon og begrepsbilde	13
2.2.2 Kunnskap og forståelse	14
2.2.3 Semiotiske representasjoner.....	16
2.3 Statistiske begreper og modeller.....	17
2.3.1 Statistisk kompetanse og statistisk tenkning.....	17
2.3.3 Sentralmålenes egenskaper	19
3. Metode.....	22
3.1 En kvalitativ forskningsmetode	22
3.1.1 Valg av forskningsmetode og posisjonering.....	22
3.1.2 Kasusstudier	23
3.2 Datainnsamling	24
3.2.1 Skole og årstrinn	24
3.2.2 Deltagere og gruppesammensetning	25
3.2.3 Datamateriale og utstyr	26

3.2.4 Gjennomføring av datainnsamlingen	27
3.3 Den konstante komparative analysemetoden	27
3.4 Forskningsprosjektets etiske valg og metodekritikk	30
3.4.1 Etiske valg.....	30
3.4.2 Metodekritikk.....	31
4. Presentasjon og analyse av oppgavesettet	33
4.1 Oppgave 1 - Forklaring av matematiske begreper.....	33
4.2 Oppgave 2 - Hvilken klasse gjør det best?	34
4.3 Oppgave 3 - Å lete etter sammenhenger	35
4.4 Oppgave 4 - Hvilken lønn er vanligst?	38
5. Analyse og diskusjon	40
5.1 Gjengivelse av definisjon og utregningsmåte.....	40
5.1.1 Diskusjon av gjengivelse av definisjon og utregningsmåte	43
5.2 Bruk av eksempler	45
5.2.1 Diskusjon av bruk av eksempler	46
5.3 Beskrivelse av sentralmålenes egenskaper	47
5.3.1 Diskusjon av beskrivelse av sentralmålenes egenskaper	50
5.4 Gjennomsnitt som foretrukket løsning	51
5.4.1 Diskusjon av gjennomsnitt som foretrukket løsning	55
6. Refleksjoner	57
7. Konklusjon	58
9. Referanser.....	60
Vedlegg 1 Informasjonsskriv med svarlipp.....	63
Vedlegg 2 Transkriberingsnøkkel	65
Vedlegg 3 - Oppgavesett	66
Oppgave 1 og 2.....	66
Oppgave 3 (deloppgave 3a, 3b, 3c og 3d)	67

Oppgave 3 (deloppgave 3e, 3f, og 3g).....	68
Oppgave 4 (deloppgave 4a, 4b, og 4c)	69
Oppgave 4 (deloppgave 4d og 4f)	70

Forord

Denne masteroppgaven har blitt skrevet som en avsluttende del av min lektorutdannelse ved Norges Naturvitenskapelige Universitet (NTNU). Masteroppgaven har tatt et matematikkdiraktisk utgangspunkt, og har to formål: 1. Gi et innblikk i elevers forståelse av et spesifikt emne innenfor matematikkfaget, og 2. Tematisere de videre matematikkdiraktiske utfordringer elevenes nåværende kunnskap og forståelse kan innebære. Innenfor disse rammene har jeg valgt å se nærmere på temaet *deskriptiv statistikk*.

Jeg anser deskriptiv statistikk som et veldig interessant tema som det er viktig for elevene å ha kjennskap til i dagens informasjonssamfunnet. Elevene blir bombardert med en ufattelig mengde data gjennom et stort spekter av forskjellige medier, og må derfor hele tiden analysere og tolke data for å kunne sette seg inn i det som skjer i samfunnet rundt dem. Da jeg som lærer må ta høyde for elevenes forståelse for deskriptiv statistikk i min undervisningspraksis, ønsker jeg å få et innblikk i denne forståelsen og hvordan de uttrykker den i møte med sentralmålene.

Jeg merker at det har vært en stor utfordring å få gjennomført dette prosjektet og jeg føler at jeg har fått mye utbytte av arbeidet med det. Prosjektarbeidet hadde ikke vært mulig å gjennomføre uten hjelp fra min veileder Frode Rønning, og skolen som gjorde det mulig for meg å gjennomføre datainnsamlingen. Jeg ønsker også å sende en takk til Andreas Nordvang og Hilde Kapstad som har vært med på å hjelpe meg i å realisere masteroppgaven.

Tusen Takk!

1. Innledning

1.1 Bakgrunn

Ifølge Utdanningsdirektoratet (2013a) er matematisk kompetanse nødvendig for å være i stand til å forstå og påvirke prosesser i samfunnet. En viktig del av matematikkfaget som elevene ofte vil få bruk for er statistikk, i og med at diagrammer, tabeller, grafer, sentralmål og rådata er uunnngåelig i dagens samfunn (Mooney, 2002). Et eksempel kan være en situasjon hvor en elev leser en undersøkelse i en avis hvor det står at det er vanlig for elever å slite med motivasjonen på ungdomsskolen, da 4 av 10 elever svarer at de har lite motivasjon. I en slik situasjon må eleven blant annet ha en grunnleggende forståelse for statistiske begreper og anvendelsen av disse, for å kunne forstå og bruke denne informasjonen på riktig vis. Dermed er det viktig å sørge for at eleven får muligheten til å opparbeide seg tilstrekkelig kompetanse gjennom matematikkundervisningen, i skolen.

Deskriptiv statistikk har de senere tiår fått økt aktualitet da dagens moderne samfunn er gjennomsyret av informasjon. Et slikt informasjonssamfunn stiller større krav til matematikkfaglig kompetanse, og da spesielt statistikkrelaterte ferdigheter, ved at man må kunne sortere og skape mening fra de enorme informasjonskildene som eksisterer (Doyle, 1994 ; Kerka, 1995). For elever som samfunnsborgere, vil dette medføre møter med nye situasjoner hvor man trenger å benytte matematikk i form av å sette seg inn i, forstå og kritisk vurdere den informasjonen som de er omgitt av.

Innenfor matematikkområdet statistikk har hovedvekten av undervisningen i grunnskolen vært lagt på forståelse og anvendelse av deskriptiv statistikk. Den deskriptive statistikken handler om å beskrive og finne kjennetegn ved et gitt datamateriale, og har i stor grad vært fokusert rundt begrepene gjennomsnitt, median og typetall som mål for sentraltendens. Ifølge Watson og Moritz (2000) har sentraltendens, som et mål for hva som er vanligst i et utvalg, vært synonymt med det algebraiske uttrykket for gjennomsnitt i matematikkfaget, og det er bare de siste 20 årene hvor målene median og typetall har blitt inkludert i faget. Med inkluderingen av de to siste målene har man nå et mer fullverdig konsept av hva som er vanligst i analyse av datamateriale, og man har nå mulighet for å se på sentraltendens i et større utvalg av kontekster. Selv om de siste tiårene har sett en økning i forskning på begrepsutvikling til elever i statistikk (Watson & Moritz, 2000), er vår forståelse for begrepsutvikling innenfor statistikk begrenset sammenlignet med andre områder, som for eksempel algebra (Mooney,

2002). Det finnes få modeller og teorier knyttet opp mot forståelse og kunnskapsvervelse av deskriptiv statistikk, men et nyere begrep *statistical literacy* har fått mer og mer oppmerksomhet. *Literacy* kan forstås som skrive- og leseferdigheter, kompetanse eller kunnskap innenfor et spesifikt område (Watson, 2006), i dette tilfellet statistikk.

1.2 Problemstilling

For å kunne utvikle effektive og gode undervisningsopplegg innenfor deskriptiv statistikk trenger vi forståelse for hvordan elever utvikler sin statistiske kompetanse. Som et steg mot dette overordnede målet er det viktig å få en forståelse for hvordan elever uttrykker sin forståelse for sentraltendens. I den forbindelse har jeg valgt å se nærmere på målene gjennomsnitt, median og typetall, og har dermed valgt følgende problemstilling:

Hvordan uttrykker elever på 8. trinn forståelse for begrepene gjennomsnitt, median og typetall?

Med denne problemstillingen ønsker jeg å se nærmere på elevenes språk, og hvordan de uttrykker seg muntlig i møte med disse begrepene. For å få innsikt i elevenes forståelse er det viktig å se hvordan elevene bruker sentraltmålene i møte med ulike kontekster og hvordan de gir uttrykk for innholdet og egenskapene ved det enkelte mål.

1.3 Metode og analyse

For å få svar på problemstillingen valgte jeg å gjennomføre en kvalitativ kasusstudie i en 8. klasse med et utvalg på seks elever fordelt på to grupper, over to skoletimer hver. I forbindelse med datainnsamlingen ble det gjennomført lydopptak og opptak av skjermbilde mens elevene samarbeidet som gruppe på oppgavesett på datamaskin. Oppgavesettet var delt inn i fire hovedoppgaver med femten deloppgaver, og ble delvis gjennomført i dataprogrammet Excel 2007. Datamaterialet består av transkriberte lydopptak, notater gjort under gjennomføringen av undersøkelsen og elevenes egne besvarelser på hver oppgave. Analysen av datamaterialet har blitt gjennomført i henhold til retningslinjer fra den Konstant Komparative Analysemetoden, hvor man gjennom en kodningsprosess har kommet frem til ett sett med kategorier (Postholm, 2010). Kategoriene har dannet grunnlaget for den videre diskusjonen av resultater.

1.4 Oppbygging av oppgaven

Oppgaven er strukturert i sju deler med følgende rekkefølge: innledning, teori, metode, presentasjon og analyse av oppgavesettet, analyse og diskusjon, refleksjoner, og konklusjon.

Etter innledningen vil jeg gjennomgå relevant teori. I første omgang tar jeg for meg et sosiokulturelt perspektiv for læring, hvor jeg videre etablerer oppgavens perspektiv på læring og kunnskap. Videre ønsker jeg å fokusere på teori som tar for seg deskriptiv statistikk, med hovedfokus på å etablere et utvalg av begreper som vil fungere som bakgrunn for den videre analysen av elevenes uttrykk for forståelse av sentralmålene.

I metodekapittelet vil jeg gjennomgå teori om kvalitativ forskning og metode, og synliggjøre prosessen for datainnsamlingen ved å ta for meg utvalg, gjennomføring, og analysemetode. Til slutt ønsker jeg å etablere et sett med kategorier som er et resultat av analysen av datamaterialet.

I kapittelet med presentasjon og analyse av oppgavesettet vil jeg gjennomgå en matematikkfaglig innholdsanalyse av oppgavesettet, samt beskrive hensikten med hver enkelt oppgave.

I analyse - og diskusjonskapittelet vil jeg gjennomgå, ut i fra kategoriene gitt i metodekapittelet, de mest fremtredende resultatene fra datamaterialet. Etter at resultatene har blitt gjennomgått blir hver kategori diskutert i forhold til relevant teori, og en samlet diskusjon av alle kategoriene blir drøftet til slutt.

Det siste kapittelet i denne masteroppgaven omhandler refleksjoner og konklusjonen av arbeidet med denne oppgaven.

2. Teori

I dette kapittelet presenteres teorien som skal brukes i diskusjon av datamaterialet, og det består av tre delkapitler. I første delkapittel etableres læringssynet for oppgaven ved å redegjøre for et sosiokulturelt perspektiv på læring med fokus på kommunikasjon og språk. I andre delkapittel gjennomgås teori om matematiske begreper deriblant begrepsbilde og begrepsdefinisjon (Tall & Vinner, 1981), og begrepskunnskap og prosedyrekunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986). I tredje og siste delkapittel presenteres teori knyttet til statistikk, hvor nøkkelbegreper som statistisk kompetanse og statistisk tenkning er viktige.

2.1 Utvikling av et sosiokulturelt perspektiv på læring

På 1930-tallet arbeidet den russiske psykologen Lev Semyonovich Vygotsky med spørsmål knyttet til kunnskaps- og læringsteori, et arbeid som gav opphav til sosialkonstruktivismen (Daniels, 2005). Sosialkonstruktivismen har blitt ansett som en reaksjon på individualkonstruktivismen, som ofte knyttes til den sveitsiske psykologen Jean Piaget (Daniels, 2005). I motsetning til individualkonstruktivisme, som mente at læring utelukkende var knyttet til individet, plasserer sosialkonstruktivismen individet i en sosial sammenheng og legger i stor grad vekt på den sosiale konteksten læringen foregår i (Robbins, 2007). Vygotsky mente at man ikke kunne se på individet som isolert, og at individet ikke var ene og alene ansvarlig for oppbyggingen av kunnskap. Vygotsky la til grunn at det er en sosial dimensjon ved læring ved at individet utvikler begreper gjennom en sosial vekselvirkning med andre (Robbins, 2007). Denne tanken om læring innebærer et skift fra ideen om eleven som enslig tenker (individualkonstruktivisme) til eleven som bidragsyter i en sosial situasjon, hvor begreper integreres og blir satt i system gjennom interaksjon med andre. Vygotsky knytter uttrykket *den nærmeste utviklingssonen* til de sosiale situasjonene som inngår i elevens læring. Vygotsky definerte den nærmeste utviklingssonen som avstanden mellom elevens allerede oppnådde kompetanse og den fremtidige kompetansen som eleven enten kan oppnå på egenhånd eller ved hjelp av mer kompetente andre, f.eks. medelever som har opparbeidet seg mer kompetanse eller en lærer (Daniels, 2005).

Ifølge Vygotsky (som sitert i Angell et al., 2011) er det viktig at eleven utvikler et sett med spontane hverdagsbegreper før man kan lære nye mer komplekse begreper. Læring av mer komplekse begreper vil virke tilbake på de spontane begrepene og bidra til en økt strukturering, systematisering og bevissthet i individets tenkning. Et eksempel på slike hverdagsbegreper kan være begrepene "i snitt" eller "vanlig" som er begreper som dukker opp

i mange sammenhenger i matematikkundervisningen. En elev kunne ha hatt ønske om å spare til et nytt dataspill, og ved å prate med foreldrene kan eleven bli kjent med at helt nye dataspill koster i snitt 400 kr, og vil synke i gjennomsnitt med 100 kr de to første årene. Eleven kan da erfare hvor lenge han/hun må spare av ukelønnen sin på 50 kr for å ha råd til å kjøpe et nytt dataspill. Eleven vil da få litt kjennskap til begrepet "i snitt" og "gjennomsnitt", og kan bygge videre på disse i møte med mer komplekse begreper om sentraltendens og sammenhenger innenfor deskriptiv statistikk. De spontane hverdagsbegrepene kan da fungere som startpunkt for læring av mer komplekse begreper i matematikkfaget.

Kommunikasjon anses som ett av de viktigste elementene i de sosiale interaksjoner som individet tar del i innenfor sosialkonstruktivisme, og Vygotsky fremhever bruken av språk som en viktig del av læring (Säljö, 2001). Språket gir individet mulighet til å dele meninger, erfaringer og tanker, som er viktige deler i individets etablering av ny kunnskap. Ifølge Solomon (1994) er kunnskap notorisk usikker hvis den ikke blir sosialt forsterket, noe som underbygger viktigheten av språket ettersom det er vårt fremste redskap i sosiale interaksjoner.

Vygotskys arbeid har ikke utelukkende bidratt til sosialkonstruktivismen, siden mange av hans ideer også har dannet grunnlaget for utviklingen av det sosiokulturelle læringsperspektivet. Hovedforskjellen på disse to perspektivene er synet på kunnskap, hvor i sosialkonstruktivismen kunnskap tilhører individet, mens det i det sosiokulturelle tilhører kunnskapen den sosiale virksomheten som individet deltar i (Robbins, 2007).

2.1.1 Et sosiokulturelt perspektiv på læring

Det som i dag omtales som sosiokulturell læringsteori bygger på antagelsen om at læring foregår i samhandling og deltagelse i sosiale og kulturelle situasjoner. Dette bygger på grunntanken om at menneskers læring og kunnskap ikke kan studeres i isolasjon, men må sees i forhold til den sosiale konteksten og virksomheten som den er en del av. Med virksomhet menes varige og kraftfulle sosiale systemer som bygger på samvirke eller samspill mellom mennesker (Säljö, 2001). Eksempler på slike virksomheter kan være den norske skolen, lektorutdanningen, eller forsvaret. I enhver virksomhet finnes det et sett med skrevne og uskrevne normer, regler og holdninger som individet godtar og internaliserer. Disse føringene danner spillereglene for den sosiale interaksjonen mellom menneskene innenfor virksomheten, og ligger til grunn for kunnskapsutvikling og utveksling (Säljö, 2001). Dette medfører at alle menneskelige virksomheter har potensial til å tilrettelegge for læring, og

dermed tilhører ikke læring utelukkende skolen og utdanningsinstitusjonene (Säljö, 2001). Det sosiokulturelle perspektivet hevder at hva, hvor mye, og hvordan vi lærer defineres av hvilke sosiale og kulturelle kontekster vi tar del i.

I biologisk forstand har mennesket begrensninger ved at vi mangler ekstremt gode sanser eller fysiske styrker som gjør oss overlevelsedyktige (Säljö, 2001). Til tross for disse begrensningene har vi utviklet evnen til å utvikle redskaper av fysisk og språklig/intellektuell art, samt at vi er i stand til å organisere oss kollektivt i forskjellige former for virksomheter. Dette medfører at vi som mennesker ikke er begrenset av evnen vi har til å gripe gjenstander. Vår evne til å tenke og lære handler i stor grad om noe som ikke er tilknyttet vår fysiske verden. Säljö (2001) definerer kultur som den samlingen av ideer, holdninger, kunnskaper og andre ressurser vi erverver gjennom interaksjoner med omverdenen. Kulturen inngår i alle de fysiske redskaper (instrumenter) som vi f.eks. benytter i behandling av informasjon, kommunikasjon, transportmidler og annet, og de intelligente redskaper, ved de lover, regler, matematiske begreper, og andre intellektuelle ikke-materielle konsepter, som vi omgås. I det sosiokulturelle læringsperspektivet omtaler man alle intellektuelle og fysiske redskaper som *artefakter*.

2.1.2 Medierende artefakt

En artefakt er en menneskeskapt gjenstand eller produkt, som har blitt fremstilt i den hensikt å hjelpe mennesker med å løse ulike problemer og å bearbeide informasjon (Säljö, 2001). Noen eksempler på artefakter kan være språk, papir, blyant, passer, kalkulator og datamaskin. Når man bruker begrepet artefakt, legges det noe mer i gjenstanden eller produktet enn det den fysiske gjenstanden tilsier. Dette medfører at begrepet også involverer lover, konvensjoner og regler for hvordan man skal benytte redskapene i en sosial praksis.

Når mennesker tar i bruk artefakter til å løse et bestemt problem blir artefaktene et redskap til å danne ny kunnskap, ettersom redskapene gir oss muligheten til å løse problemer som vi i utgangspunktet ikke ville ha vært i stand til å løse på egen hånd, og dermed gir oss tilgang til å utforske, observere og behandle noe nytt (Säljö, 2001). Et godt eksempel på dette er kalkulatoren. Før kalkulatoren ville trolig elever bruke flere minutter på en multiplikasjon av flersifrede tall med papir og blyant, mens nå kan elevene bruke få sekunder på den samme utregningen med en kalkulator. Dermed har oppgaver som tidligere var veldig tidkrevende og vanskelige blitt lettere fordi elevene bruker mindre tid på regningen, og elevene kan nå gi seg i kast med å løse nye vanskeligere problemer i et bredere spekter av situasjoner. Kunnskapen

som etableres underveis i dette arbeidet kan sies å være knyttet til redskapet, og i neste omgang være uttrykk for at redskapet medierer den nye kunnskapen til individet (Säljö, 2001). Dermed fungerer redskapet som et bindeledd mellom eleven og problemet som skal løses.

2.1.3 Språk som redskap

Ifølge Säljö (2001) er språket vårt det viktigste medierende redskapet vi har. Språket gir oss mulighet til å sette merkelapper på verden rundt oss, slik at vi kan dele de erfaringer vi gjør med andre. Säljö (2001) trekker frem språket som en av de viktigste byggesteinene i utvikling av kunnskap, og er nesten en forutsetning for oss mennesker for å kunne samle erfaringer og kommunisere disse til hverandre. Språket er da med på å mediere omverdenen for oss, og gjennom ord og uttrykk kan verden fremstå som meningsfylt (Säljö, 2001). Ifølge Dysthe (2001) brukes språket som middel til både å forstå og uttrykke overfor omverdenen hva vi forstår. Dette medfører at vi bruker språket til å lære, forstå og erfare verden, og språket er det redskapet som gir oss muligheten til samspill med andre mennesker. Säljö (2001) mener at den hverdagslige interaksjonen og den naturlige samtalen er det viktigste læringsmiljøet for mennesket. Språket er et redskap som tilhører kollektivet som vi får og tar i bruk til våre egne formål i sosiale sammenhenger. Det blir brukt i kommunikasjonen mellom mennesker som et middel for at andre kan ta del i våre egne oppfatninger og kunnskap. Dermed får andre tilgang til de tanker og forestillinger mennesker besitter, og gjør det mulig at flere kan bruke den samme kunnskapen.

2.2 Matematiske begreper

2.2.1 Begrepsdefinisjon og begrepsbilde

For at det skal være mulig for elever og lærere å kommunisere (bruke språket) og forstå matematikk, må begge parter kunne bruke og anvende matematiske begreper. Dette forutsetter at det foreligger en felles forståelse for innholdet i de matematiske begrepene. I matematikkundervisningen på skolen er det ofte læreren som formidler og gir innhold til begrepene, mens elevene må tilegne seg, og anvende begrepene i møte med faget. Ut i fra et sosiokulturelt perspektiv vil elevene lære begrepene og innholdet i disse ved å kommunisere forståelsen med andre og erfare innholdet i begrepet gjennom sosial interaksjon (Säljö, 2001). Den sosiale interaksjonen vil da gi elevene en begrepsforståelse.

Tall og Vinner (1981) benytter begrepene *begrepsdefinisjon* og *begrepsbilde* for å beskrive elevs forståelse av matematiske begreper. Begrepsdefinisjonen er den aksepterte

definisjonen av et begrep, mens begrepsbildet er elevens forståelse av begrepet som ikke nødvendigvis samsvarer med begrepsdefinisjonen. Disse begrepene har også blitt omtalt av Pehkonen (2003), som benytter merkelappene objektiv kunnskap og subjektiv kunnskap.

Ifølge Tall og Vinner (1981) er innholdet i et matematisk begrep bygget på en formell matematisk definisjon, som man eksempelvis kan finne i en lærebok for matematikkfaget. Begrepsdefinisjonen kommer av at matematikere har kommet frem til en enighet om hva et bestemt matematisk begrep skal inneholde av egenskaper og betydning. Dette medfører at det ikke finnes bare én definisjon av et begrep, men mer en felles enighet. Dette har ført til at det kan finnes mange definisjoner av ett og samme matematiske begrep. Dette kan man se eksempler på ved å se på fremstillinger av den geometriske figuren *kvadrat*. Kvadratet kan både bli definert som en firkant med like lange sider og alle vinkler 90 grader eller som en rombe der tre av vinklene er like.

Det Tall og Vinner (1981) omtaler som begrepsbildet bygger på hvordan begrepet fremstår for den enkelte elev og hvilket innhold eleven legger i begrepet. Begrepsbildet er en avbildning av elevens forståelse, og avhenger av de inntrykk og erfaringer eleven får i møte med begrepet. Begrepsbildet til en elev vil endre seg etter hvert som eleven får nye erfaringer og inntrykk gjennom undervisningen, noe som fører til at begrepsbildet hos en elev er i stadig endring og utvikler seg over tid. Et eksempel på dette kan være hvordan en elev oppfatter gjennomsnittsbegrepet underveis i skolegangen. Eleven vil underveis endre sin forståelse av begrepet mange ganger opp gjennom 13 år med matematikkundervisning. Tall og Vinner (1981) poengterer at det å ha et begrepsbilde avhenger av egen forståelse av et matematisk begrep, mens å gjengi en begrepsdefinisjon ikke nødvendigvis er avhengig av en forståelse av begrepet. Dermed er det viktig for læreren å få et innblikk i elevens forståelse av begreper for å sikre at elever får med seg innholdet og anvender begrepene i riktige situasjoner. For læreren kan en god indikator på om elever har en riktig forståelse av et matematisk begrep være om elevene er i stand til å uttrykke og kommunisere innholdet i de matematiske begrepene.

2.2.2 Kunnskap og forståelse

I matematikkundervisning har det lenge vært stilt spørsmål om hvordan elevene skal undervises i matematikkfaget og hvordan de skal lære matematiske begreper. I møte med disse problemene er det nødvendig å skille mellom kunnskap og forståelse, da disse begrepene har mange fellestrekk, men også ulikheter.

Ifølge Hiebert og Lefevre (1986) kan man skille mellom begrepskunnskap og prosedyrekunnskap. Begrepskunnskap karakteriseres ut i fra at man har et rikt nettverk av sammenhenger mellom kunnskapsområder, og at man da knytter mange biter av informasjon sammen. Informasjonsbitene kan bestå av individuelle fakta om egenskaper, prosedyrer og andre kjennetegn ved et gitt begrep og som sammen utgjør selve kunnskapen om begrepet. Hiebert og Lefevre (1986) mener at begrepskunnskap kan deles opp i to nivåer, primærnivå og sekundernivå. Nivåene skiller seg fra hverandre ut i fra hvordan man strukturerer nettverket til et begrep. Forskjellen er at man på primærnivået kobler informasjonsbitene sammen ut i fra samme kontekst, mens man på sekundærnivået kobler informasjonsbiter fra ulike kontekster sammen. Sekundærnivået anses som et mer krevende nivå, da det krever mer refleksjon og at man da utvikler kunnskap på et høyere abstraksjonsnivå (Hiebert & Lefevre, 1986). Ser vi på begrepet gjennomsnitt, kan primærnivået være hvordan dette målet sier noe om sentraltendensen i et datasett. Videre vil sekundærnivået omhandle en forståelse av gjennomsnitt i forhold til de to andre sentralmålene. Sekundærnivået innebærer en forståelse av sentralmålenes kjernelikheter til tross for tilsynelatende overflateforskjeller (Hiebert & Lefevre, 1986), noe som vil innebære at forståelsesnivået er mer uavhengig av setting assosiert med læring av begrepet. Dette kan gi seg uttrykk i evnen til å evaluere disse egenskapene som fordeler eller ulemper avhengig av kontekst, og dermed vurdere et sentralmål som mer egnet enn et annet i en gitt situasjon.

Videre omtaler Hiebert og Lefevre (1986) prosedyrekunnskap som kunnskap bestående av to deler. Første del består av kunnskap om formelt matematikk- og symbolspråk, og andre del handler om kunnskap om regler, algoritmer og prosedyrer for å løse ulike oppgaver og problemer. Et eksempel på førstnevnte er forståelsen av hva likhetstegnet ("=") innebærer, mens sistnevnte er for eksempel hvordan man går frem for å regne ut medianen av et datasett. Ifølge Hiebert og Lefevre (1986) handler denne formen for kunnskap om å kunne bruke og å forstå prosedyrer.

Ifølge Hiebert og Lefevre (1986) er disse kunnskapstypene gjensidig støttende for hverandre, da det er vanskelig å bare inneha én av dem. Et eksempel på dette kan være hvordan prosedyrekunnskap er støttende for begrepskunnskap. Kunnskap om symboler og prosedyrer kan hjelpe en elev i begrepsdanningen, ettersom det kan være utfordrende og tidkrevende å løse oppgaver uten prosedyrekunnskap. Videre er begrepskunnskap støttende for prosedyrekunnskap, da det er lettere å huske og bruke prosedyrer når man ser sammenhenger mellom ulike kontekster og at symbolene i formene innehar mening.

Ifølge Skemp (1989) kan man dele forståelse av matematiske begreper inn i relasjonell og instrumentell forståelse. Relasjonell forståelse er ifølge Skemp (1989) kunnskap om *hvorfor* en regel er slik den er, og handler da om kunnskap om sammenhenger. Dette medfører at man ved denne formen for kunnskap skaper mening i de sammenhengene man bruker, og man har da lettere for å bruke kunnskapen sin i nye situasjoner. I kontrast handler instrumentell forståelse om kunnskapen om *hvordan* en regel skal brukes. Instrumentell forståelse fungerer godt på kjente oppgavetyper, men er vanskelig å tilpasse nye situasjoner. Et eksempel på instrumentell forståelse kan være hvordan man finner gjennomsnittet ved hjelp av det algebraiske uttrykket for et gitt utvalg, mens med en relasjonell forståelse kan man sammenligne og vurdere gjennomsnittsmålet i forhold til de to andre sentralmålene.

2.2.3 Semiotiske representasjoner

I matematikkfaget møter elevene mange forskjellige matematiske ideer. Med matematiske ideer menes de tanker og innhold (et sett med egenskaper, sammenhenger, regler og konvensjoner) som ligger i et matematisk begrep, som matematikere har blitt enig om opp gjennom tidene. Et eksempel på et matematisk objekt er *gjennomsnitt* som et mål for sentraltendens. Den matematiske ideen *gjennomsnitt* er da et begrep for en måte å tolke et datasett på og å finne mening i det. Ideen kan synliggjøres gjennom ulike representasjoner, som for eksempel en prosedyre i form av et algebraisk uttrykk eller som et begrep i naturlig språk. Ifølge Duval (2006) er et av kjennetegnene til et matematisk objekt at vi bare har tilgang til objektet gjennom dets representasjoner, som for eksempel naturlig språk (tekst), grafer, tabeller, diagrammer og algebraiske uttrykk. En slik konseptualisering av matematiske objekt medfører at vi ikke kan oppleve eller kjenne objektene utenfor dets representasjoner (Duval, 2006). Videre omtaler Duval (2006) alle former for representasjoner av matematiske objekter som *semiotiske representasjoner*, og beskriver disse som vanlige verktøy for å produsere ny kunnskap, og ikke bare for å kommunisere matematiske objekter. Etersom matematikkfaget bygger på mange forskjellige matematiske objekter er det viktig at elever behersker et bredt spekter av representasjoner, og er i stand til å bruke overganger mellom ulike representasjonssystemer, da overganger mellom disse systemene er en viktig del av læring og arbeid i matematikkfaget (Duval, 2006).

Duval (2006) omtaler overganger mellom representasjonssystemer som *transformasjoner av semiotiske representasjoner*, og tar i bruk begrepene *behandling* og *omdannelse*. *Behandling* er en transformasjon hvor man arbeider innenfor samme representasjonssystem, som for eksempel når man forenkler et algebraisk uttrykk. *Omdannelse* er en transformasjon hvor man

byter representasjonssystem, men bevarer referansen/innholdet til det matematiske objektet. Et eksempel på en transformasjon er når man bytter fra en tabell med tall til et diagram med grafer. Den nye representasjonen av verdiene i tabellen, er nå gitt i diagrammet ved punkter eller kurver, og man har da en komplett omdannelse når innholdet er bevart.

2.3 Statistiske begreper og modeller

2.3.1 Statistisk kompetanse og statistisk tenkning

Som nevnt i innledningen inngår forståelse og kommunikasjon i begrepet statistisk kompetanse, men det er nødvendig å etablere en mer nøyaktig definisjon av begrepet. I forskning på læring og kunnskap innenfor statistikk har mange forskere benyttet seg av begrepet *statistical literacy* ('statistisk kompetanse' er oversettelsen som vil benyttes videre i oppgaven) for å beskrive elevers forståelse og kompetanse (Watson, 2006). En ofte brukt definisjon av dette begrepet er definisjonen til Wallman (1993), som lyder: "Statistical literacy - is the ability to understand and critically evaluate statistical results that permeate our daily lives, coupled with the ability to appreciate the contributions that statistical thinking can make in public and private, professional and personal decisions" (s. 1). Ifølge Wallman (1993) bygger statistisk kompetanse mye på evnen til kritisk tenkning og anvendelse av statistikk i dagliglivet. Dermed kan man ikke basere seg ene og alene på forståelsen av de statistiske begrepene som gitt i matematikkundervisningen.

Med begrepet *statistisk kompetanse* mener man i første omgang elevers kompetanse i skriving, lesing og forståelse innenfor statistikk, med hovedvekt på forståelse av hvordan man benytter statistiske begreper i ulike kontekster. Dette medfører at elever må være i stand til å anvende de statistiske begrepene utover de oppgaver som etterspør "ren" utregning, som for eksempel å finne gjennomsnittet av et gitt datasett. Elevene må kunne tolke kontekster og anvende begrepene i et vidt spekter av situasjoner og sammenhenger. Ser vi dette i sammenheng med begrepene som Hiebert og Lefevre (1986) omtaler som begrepskunnskap og prosedyrekunnskap kan man finne spor av begge i statistisk kompetanse. Da en "ren" utregning er hva Hiebert og Lefevre omtaler som prosedyrekunnskap, og det å tolke og anvende tilhører begrepskunnskap.

Ifølge Watson og Kelly (2003) har undervisningen på høyskole og universitetsnivå hatt en tendens til å fokusere mer på statistikken (statistical), enn på kompetansen (literacy) som ligger i begrepet. En slik ubalanse kan ofte medføre at man får en prosedyrefremstilling av begrepene (f.eks. hvordan man tegner grafer og beregner gjennomsnitt) heller enn fokus på

utvikling av evnen til å formidle og kommunisere forståelsen for begrepene. Dette kommer til uttrykk når studenter, på høyskolen og universitetet, blir spurt om de kan beskrive og definere "hva begrepet gjennomsnitt innebærer". Da gir de fleste elever uttrykk for prosedyrebeskrivelser som "Det er når man tar summen og deler på antallet" (Watson & Kelly, 2003). Funnene til Watson og Kelly (2003) antyder at undervisningen på høyskole og universitet legger mer vekt på prosedyrekunnskap enn på begrepskunnskap.

Mooney (2002) postulerer at det i økende grad vil bli nødvendig for elever å utvikle statistisk kompetanse, da dagens informasjonssamfunn krever at man er i stand til å håndtere kvantitativ informasjon i større grad enn tidligere. Mooney (2002) sier videre at det er et behov for å ha fokus på utvikling og implementering av statistisk anvendelse i grunnskolen, og at man må se på hvordan elever utvikler forståelse for statistikk. Mooney (2002) mener det er nødvendig å utvikle et rammeverk for å beskrive elevers forståelse av statistikk, og bruker begrepet *statistical thinking* (oversatt til statistisk tenkning) som et nøkkelbegrep i analyse av elevers statistiske kompetanse. Med begrepet statistisk tenkning menes elevers kognitive prosesser involvert i læringsprosessen innen statistikk (Mooney, 2002).

På bakgrunn av dette begrepet har Mooney (2002) videreutviklet et rammeverk for statistisk forståelse: "*Middle School Student Statistical Thinking*" (Omtalt som M3ST videre i oppgaven). M3ST rammeverket bygger på fire kategorier relatert til følgende evne: 1. å beskrive data, 2. å organisere og redusere data, 3. å presentere data, og 4. å analysere og tolke data. Den første kategorien, å beskrive data, handler om evnen til å lese og hente ut informasjon fra tabeller, diagrammer, og andre grafiske presentasjoner. Den andre kategorien, å organisere og redusere data, handler om evnen til å behandle og restrukturere datamateriale til reduserte former. Den tredje kategorien, å presentere data, handler om evnen til å lage grafiske fremstillinger og vise datamaterialet på en hensiktsmessig måte. Og den siste kategorien, å analysere og tolke data, handler om evnen til å identifisere trender, gi mening og forutse tendenser i en grafisk presentasjon av data. Ifølge Mooney (2002) er de fire forskjellige kategoriene sterkt knyttet sammen, da evne til analyse og tolkning av data bygger på elevens leseevne, samt evne til å organisere og presentere datamaterialet. I tillegg kan kategoriene sees i sammenheng med de overganger mellom representasjonssystemer som Duval (2006) omtaler, da flere av kategoriene går inn på det å enten behandle og/omdanne data.

2.3.3 Sentralmålenes egenskaper

I dette delkapittelet presenteres begrepsdefinisjonene for hvert sentralmål og beskrivelsene av begrepene som er gitt i elevenes lærebok, Grunntall 8 (Bakke, Bakke, & Lie, 2006). Deretter presenteres noen av de egenskapene som elevene skal ha kjennskap til for hvert av sentralmålene. Ifølge læreplan skal elevene utvikle ferdigheter, innenfor kompetansemålet statistikk og sannsynlighet, dette omhandler sentralmålene typetall, median og gjennomsnitt (Utdanningsdirektoratet, 2013b).

Typetall

Lærerboken Grunntall 8 sier at "typetall er den observasjonen som forekommer flest ganger" (Bakke et al., 2006, s. 200). Videre beskriver læreboken typetall som det sentralmålet vi bruker når vi vil finne den vanligste observasjonen i et datasett. I tillegg til å være den observasjonen som forekommer flest ganger, inkluderer dette målets egenskaper en standhaftighet i møte med ekstremverdier, hvor målet (med unntak av veldig små utvalg) forblir stabilt/upåvirket. Standhaftigheten kommer i form av at typetallet bare tar høyde for antallet av samme verdi/kategori og dermed blir uendret om det legges til få nye verdier i datasettet. Med tanke på forventet oppnådd kompetansenivå etter 7. årssteget, er det spesielt to egenskaper ved typetallet som man kan se for seg at elevene kan komme til å nevne i møte med typetall:

1. Eneste sentralmål som håndterer kvalitativ informasjon i datamateriale med f.eks. mest brukte farger eller lignende.
2. Kan bli uegnet om det er stor variasjonsbredde, med få tall av samme verdi. Typetallet forteller oss bare hvilken verdi/kategori det er flest av og kan ikke si oss noe om hva som er den midterste verdien i datamaterialet slik som gjennomsnittet kan.

Median

Lærerboken Grunntall 8 sier at "Median er tallet som står i midten når tallene er ordnet i stigende rekkefølge. Hvis det står to tall i midten, er medianen gjennomsnittet av de to" (Bakke et al., 2006, s. 198). Medianen er også et sentralmål som er relativt robust i møte med ekstremverdier, og dette målet brukes derfor vanligvis når én eller flere observasjoner avviker mye fra de andre (Bakke et al., 2006). Robustheten er knyttet til at ekstremverdiene alltid vil bli flyttet til ytterkantene når tallene er arrangert i stigende rekkefølge og medianen bruker

bare tallene i midten. De egenskapene jeg ser for meg at elevene kan komme til å nevne i forbindelse med median er som følger:

1. Benytter seg av få (ett eller to) tall.
2. Blir ikke påvirket av ekstreme tall.
3. Kan bli uegnet om det er flere klynger av verdier i datamaterialet.

Gjennomsnitt

Det tredje og siste sentralmålet for 8. trinn statistikkpensum er *gjennomsnitt* eller middelverdi som det også kalles. Læreboken Grunntall 8 sier at "Gjennomsnitt (Middelverdi) er lik summen av observasjoner delt på antall observasjoner" (Bakke et al., 2006, s. 197).

Dette er kanskje det mest velkjente sentralmålet og brukes oftest når vi ønsker å finne ut hva som er vanlig. Gjennomsnittet gir et godt bilde av det statistiske materialet dersom observasjonene ikke avviker for mye fra hverandre (f.eks. ingen ekstremverdier i datasettet).

Det er to egenskaper jeg ser for meg at elevene kan komme til å nevne i møte med gjennomsnitt og er som følger:

1. Helhetsbilde - Benytter seg av alle verdiene i et datasettet.
2. Kan bli uegnet om det er ekstreme tall i datasettet.

I motsetning til de to ovennevnte sentralmålene er bruksområdet til gjennomsnittet større enn for median og typetall, da gjennomsnitt blir også brukt under andre områder i matematikkfaget. Ser vi nærmere på definisjonen som elevene møter i læreboka kan elevene møte denne formelen senere i sin utdanning som det aritmetiske gjennomsnittet, gitt ved formelen:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Denne formelen er uttrykk for akkurat den samme sammenhengen, men ved at den tar i bruk flere matematiske symboler. Gjennomsnittet har et potensial for et videre teoretisk løft for elevene i videre utdanning, ettersom de kan få bruk for dette begrepet også innenfor funksjonslære. I funksjonslære kan man se på gjennomsnittsverdien til en funksjon over et intervall, og er gitt ved formelen:

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

Det interessante her er hvordan dette uttrykket for gjennomsnittsverdien til en funksjonen kan spores tilbake til det aritmetiske gjennomsnittet gjennom følgende sammenheng:

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx \quad \rightarrow \quad \bar{f} = \frac{1}{(x_n - x_1)} \cdot \sum_{a=x_1}^{b=x_n} f(x_i) \Delta x$$

Her er uttrykket til venstre grenseverdien for uttrykket til høyre når delta x går mot 0 (dvs n går mot uendelig) og f er Riemann-integrerbar. Dette viser at begrepet gjennomsnitt kommer da inn i flere sammenhenger enn de andre sentralmålene, og er et veldig viktig begrep i elevenes videre matematikkundervisning.

3. Metode

I dette kapittelet presenteres og diskuteres metoden som ble valgt i arbeidet med masteroppgaven. For datainnsamlingen ble det benyttet en kvalitativ metodetilnærning, og argumentene for metodevalg vil bli gjennomgått.

3.1 En kvalitativ forskningsmetode

3.1.1 Valg av forskningsmetode og posisjonering

Ifølge Postholm (2005) er kvalitativ forskning en undersøkelse av menneskelige/sosiale prosesser i en virkelighetsnær setting. Gibbs (2007) utvider denne fremstillingen videre ved å hevde at kvalitativ forskning bygger på ønsket om å beskrive, forstå og noen ganger forklare de sosiale fenomenene som er i forskerens søkelys. I tillegg påpeker Gibbs (2007) at det er mulig å gjøre dette ved å analysere individers opplevelser, og deres kommunikasjon og interaksjon seg imellom. Forskningsspørsmålet for masteroppgaven omhandler elevers personlige forståelse av begreper innenfor statistikk. Derfor ble det vurdert som mest hensiktsmessig å plassere undersøkelsen innenfor kvalitativ forskningsmetodikk som tar utgangspunkt i elevenes egne redegjørelser.

Gibbs (2007) skriver at en av likhetene ved all kvalitativ metode er ønsket om å studere mennesket gjennom hvordan de ser verden og konstruerer mening i den.

Forskingsspørsmålet som jeg tar for meg bygger på et ønske om å se nærmere på hvordan elever uttrykker forståelse av begrepene gjennomsnitt, median og typetall. For å kunne si noe om dette må jeg studere elever i arbeid med oppgaver om sentralmål, og derifra gå inn i menneskelige og sosiale prosesser med kommunikasjon og interaksjon. Jeg har derfor valgt å studere situasjoner hvor elever må forklare og begrunne sine svar og bruk av sentralmål i ulike sammenhenger. Situasjonene som oppstår vil da være en arena for språklig samhandling, formidling og kommunikasjon av forståelse. Jeg kan dermed få tilgang til elevenes språk og resonnementer som jeg deretter kan beskrive og forstå ved å prøve å se gjennom elevenes øyne. Dette faller inn under det subjektivistiske forskningsparadigmet. Ifølge Cohen et al. (2011) er det subjektivistiske forskningsparadigmet basert på at virkeligheten konstrueres av individene, og denne tilnærmingen innebærer at det er mine tolkninger som danner utgangspunkt for forståelsen av datamaterialet.

I møte med oppgaver om sentralmål er deltagerne med på å skape datagenererende situasjoner ved å bidra med tanker og ytringer som skaper handling og fremdrift. Virkeligheten som skal

undersøkes er dermed skapt av deltagerne, noe som betyr at resultatene av undersøkelsen er kontekstualisert og situert. Dette medfører at jeg ikke direkte kan generalisere konklusjonene til en større populasjon, men det kan gi en indikasjon på elevers generelle forståelse.

I tillegg så er det min forståelse og tolkninger av resultatene som legges til grunn i forskningen, slik at jeg da blir et redskap i min egen forskning. Postholm (2005) hevder at "forskeren er det viktigste forskningsinstrumentet i all kvalitativ forskning" (s. 35), noe som fører til at forskningen blir subjektiv, da det er jeg som tolker og bestemmer hva som er interessante funn.

For å kunne svare på problemstillingen har jeg valgt å observere en gruppe elever i arbeid med sentralmål i ulike kontekster, og studere disse gruppearbeidene i dybden. For å få til dette måtte jeg begrense antall deltagere for at det skal passe med tidsrammen for forskningsprosjektet. Dette har ført til at jeg har valgt å se på to grupper med tre elever, over to skoletimer hver. Forskning på små grupper kan ofte komme i form av *kasusstudier* (Cohen et al., 2011).

3.1.2 Kasusstudier

Postholm (2005) skriver at "kasusstudier er definert som utforskning av et bundet system, et system som både er tids- og stedbundet" (s. 50), og at fokuset i slike studier kan være en elev, en elevgruppe, en klasse eller en skole. Et eksempel på en kasusstudie kan være en studie av et prosjektarbeid. Et prosjektarbeid har en klar start og slutt, og man må gjennomføre forskningsarbeidet innenfor et bestemt tidsrom. I min studie har jeg et fokus på en aktivitet over et gitt tidsrom på to skoletimer, i én bestemt klasse og det er dermed tid- og stedbundet. Ifølge Postholm (2005) gir slike studier detaljerte beskrivelser av det som studeres i sin kontekst, og ved å beskrive konteksten kan man situere det kasus som står i fokus for forskningen i en setting. En slik tilnærming vil kunne avdekke interaksjoner mellom ulike faktorer som er karakteristisk for kasuset i en setting, og dermed kan man gi en helhetlig beskrivelse av det som studeres. Stake (1995) skriver at en kasusstudie er en studie av en særegenhet i et kasus. Det finnes flere typer kasusstudier som defineres ut fra hva man er ute etter. I min oppgave ønsker jeg å se nærmere på hvordan elevene uttrykker forståelse for sentralmålene i møte med ulike kontekster, og hvordan dette blir synliggjort ved at elevene kommuniserer seg imellom i arbeidet med oppgaver om sentralmål. Ifølge Stake (1995) vil en slik studie være en instrumentell kasusstudie, hvor man har noe man lurer på (ofte med en problemstilling), og man kan finne svar gjennom å se på enkelttilfeller. Her blir kasusstudien

et instrument for å forstå noe overordnet, heller enn selve enkelttilfellet som studeres. Jeg kan dermed finne ut noe om elevenes forståelse av sentralmålene ved å studere de to gruppene av elever, som vil utgjøre to kasuser.

Postholm (2005) trekker også frem at det er problemstillingen og hensikten med studien som avgjør antallet kasuser og hvilke kasuser det er hensiktsmessig å studere. Man må da som forsker bestemme seg for hvor mange kasuser som er tilstrekkelig for å svare på problemstillingen, og om det er fornuftig å bruke mange kasuser i stedet for å fokusere på bare ett kasus. Fordelen med å fokusere på flere kasuser er at man kan sikre at man får tilstrekkelig med datamateriale, men dette kan også føre til at man ikke har muligheten til å gå i dybden på hvert kasus, da dette er veldig tidkrevende (Postholm, 2005). Min hensikt med dette forskningsprosjektet er å prøve å gå i dybden av datamaterialet og jeg har dermed valgt få kasuser for å holde meg innenfor tidsrammen jeg har tilgjengelig. Postholm (2005) skriver at det er viktig at man sørger for at man får et stort nok og dekkende datamateriale, slik at man er i stand til å gi svar på problemstillingen man forsker på. For å sikre meg at gruppesammensetning og eventuelle andre faktorer som kan påvirke datainnsamlingen og gjøre den mindre vellykket (f.eks. skjev kjønnsfordeling, elever med for likt kunnskapsutgangspunkt) har ført til at jeg har valgt å se på to grupper av elever i stedet for bare én gruppe.

3.2 Datainnsamling

3.2.1 Skole og årstrinn

Datainnsamlingen ble gjennomført i slutten av februar, i en klasse på 42 elever på 8. trinn ved en av ungdomsskolene i Trondheim. Jeg hadde i første omgang ingen kriterier for skolevalget foruten at skolen kunne gjøre det mulig for meg å gjennomføre datainnsamlingen. Jeg valgte derfor å prøve å effektivere innsamling av data samtidig med gjennomføring av en praksisutplassering som jeg ikke tidligere hadde fått fullført. Sist november fikk jeg tildelt en skole og en tilhørende veileder. Veilederen på denne skolen var en lærer for en klasse på 8. trinn, og jeg valgte da å ta kontakt med denne læreren for å forhøre meg om muligheten for gjennomføring av datainnsamling. Det ble bestemt at jeg skulle gjennomføre datainnsamlingen mot slutten av praksisperioden, som ble i slutten av februar.

Ifølge Postholm (2005) kan det være fordelaktig at man som forsker gjennomgår en tilvenningsprosess mellom forsker, deltager og utstyr som skal brukes under innsamlingen, ettersom det da kan være mulig at man kan observere prosesser som ville ha skjedd dersom

forskeren ikke hadde vært til stede. Undervisning i klassen i forkant av datainnsamlingen, muliggjorde at jeg ble bedre kjent med klassen. Det ville ikke vært unaturlig om denne tilvenningsprosessen hjalp til å gjøre settingen mer naturlig for elevene under datainnsamlingen.

I utgangspunktet hadde jeg sett for meg å gjennomføre datainnsamlingen i en tilfeldig klasse på ungdomstrinnet, men etter nærmere vurdering ble jeg ganske fornøyd med at jeg fikk muligheten til å gjennomføre undersøkelsen på 8. trinn. Fordelene med dette trinnet er at elever i 8. klasse skal ha kjennskap til de ulike sentralmålene, gjennom utregning og vurdering av de ulike sentralmålene i forhold til hverandre (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Ut fra læreplanen skulle elevene være kjent med sentralmålene gjennomsnitt, median og typetall, og oppgavene i oppgavesettet tok dette med i betraktning ved at halvparten av oppgavene dreide seg om å vurdere sentralmålene opp mot hverandre i ulike kontekster. Utfordringen i en klasse på 8. trinn er at det kan være større variasjoner på elevenes utgangspunkt enn i andre klasser i grunnskolen. I en klasse på 8. årstrinn er det ofte elever fra flere forskjellige skoler, noe som fører til at elevene tar med seg ulike erfaringer fra matematikkundervisningsopplegg fra forskjellige skoler. Det kan oppstå stor variasjon i utgangspunktet bare ut i fra hvordan lærerne på de ulike skolene vektlegger kompetansemålene. Videre kan det være forskjell på hvor elevene er både utviklingspsykologisk og pubertetsmessig, og man kan da få elever som kan anses som barn eller ungdom innenfor et relativt lite aldersspenn på mellom 13 og 14 år.

3.2.2 Deltagere og gruppesammensetning

I henhold til etiske retningslinjer for datainnsamling og bruk av opptak (Postholm, 2010) som innsamlingsmetode, ble informert samtykke innhentet i forkant. Da deltagerne var elever på 8. trinn ble foreldre og foresatte forespurt om samtykke. Dette ble gjort ved at et informasjonsskriv med svarlipp (se vedlegg 1) ble sendt til alle foreldrene, som returnerte svarslippen med bekreftende eller avkreftende respons. De returnerte svarslippene (n = 36) med bekreftende respons (alle utenom to som takket nei til å delta) dannet gruppen som deltagerne ble valgt ut i fra. I utgangspunktet var det to kriterier for utvalget: 1. Elevene skulle være verbale, og 2. Elevene som ble valgt måtte fungere bra sammen i grupper. Videre hadde jeg en tanke om at utvalget ideelt sett skulle bestå av elever med spredning i prestasjonsnivåer, med både faglig sterke og faglig svake elever. For å imøtekomme disse kriteriene ble klassens lærer spurt om å plukke ut seks deltakere, og fordele dem på to

grupper, da hun ble vurdert å kjenne klassen best. Jeg hadde ikke til hensikt å finne et representativt utvalg for selve klassen, men heller et utvalg som kunne fortelle noe om ulike oppfatninger om statistikk på dette årstrinnet. Cohen et al. (2011) påpeker at denne typen utvalg er ikke-sannsynlighetsutvalg som brukes når forskeren er vel vitende om at utvalget ikke representerer en større andel av befolkningen, men kun seg selv. Slike typer utvalg brukes ofte i småskalaforskning som ikke har til hensikt å si noe generelt (Postholm, 2010).

På grunnlag av kriteriene som læreren fikk, ble utvalget på seks elever bestående av tre gutter og tre jenter. Elevene ble fordelt på to grupper med både gutter og jenter i hver gruppe. Stake (1995) hevder at noen instrumentelle kasusstudier vil være bedre enn andre ut i fra de kriteriene som man velger, da kriteriene for utvalget gjør det mulig for oss å maksimere utbyttet vi kan få av utvalget. I mitt tilfelle er det fordelaktig å ha elever som er verbale av seg, da jeg ved hjelp av lydopptak ønsket å studere og fange opp elevenes språk og uttrykk for forståelse for et gitt fenomen. Jeg valgte dermed et formålstjenelig utvalg, da deltagere ble valgt ut i fra et sett med kriterier som tjente undersøkelsens hensikt (Cohen et al. 2011).

Elevene som ble med i undersøkelsen hadde, i tillegg til kompetansen fra barneskolen, hatt én undervisningstime om sentralmålene i forkant av undersøkelsen. I undervisningstimen ble begrepsdefinisjonene gjennomgått og elevene fikk arbeide med oppgaver tilknyttet sentralmålene.

3.2.3 Datamateriale og utstyr

En bærbar datamaskin ble brukt som eneste verktøy i selve datainnsamlingen. En bærbar datamaskin gir mulighet for både lyd- og bildeopptak, som er gode datainnsamlingsstrategier i en kvalitativ undersøkelse. Ifølge Postholm (2005) er det vanskelig å skrive ned alt som blir sagt i løpet av en samtale mellom elever, og opptak kan da være et godt verktøy for å få med seg alle ord i en observasjon, intervju og eller undervisningssituasjon. Postholm (2005) påpeker også at lyd- og videoopptak kan frigjøre forskeren slik at man kan bruke sansene og fange opp de ikke-verbale handlingene som oppstår. Jeg valgte å bruke tre ulike dataprogrammer i datainnsamlingen. Jeg brukte programmet Lydinnspilling, for å ta lydopptak, Video Lan Client (VLC) for å ta skjermbilde-opptak, og Microsoft Office Excel for å presentere oppgavesettet for elevene.

I forkant av datainnsamlingen ble det utarbeidet et oppgavesett på dataprogrammet Microsoft Office Excel 2007. Datasettet består av fire hovedoppgaver, med femten deloppgaver. Oppgavesettet ble designet i den hensikt å fremme en verbalisering hos elevene i gruppene.

Dermed hadde oppgavesettet mange spørsmål som gruppen måtte ta stilling til ved å diskutere og dele meninger for å komme frem til svar. En matematikkdiraktisk innholdsanalyse vil bli foretatt i delkapittel 4.1.

Programmet Lydinnspilling gjennomførte lydopptaket av gruppene mens de arbeidet med oppgavesettet. Det er lydfilene som ble lagret av dette programmet som danner grunnlaget for transkriberingen og det videre analysearbeidet. I tillegg til å gjennomføre lydopptak, ble det også gjennomført opptak av skjermbildet som elevene hadde foran seg under arbeidet med oppgavesettet. Hensikten med å fange skjermbildet var at det skulle bli lettere å forstå i hvilken sammenheng elevens uttrykk ble sagt og at det skulle gjøre transkriberingsprosessen lettere ved at man kunne se hva elevene snakket om. Skjermbildeopptaket ble i hovedsak et hjelpemiddel i transkriberingen.

3.2.4 Gjennomføring av datainnsamlingen

Datainnsamlingen innebar observasjon av de to gruppene, fordelt på to skoletimer i hver gruppe. Ved å observere én gruppe av gangen ble det lettere å få med seg det elevene sa og gjorde, og jeg kunne dermed gjøre noen notater underveis. Observasjonene ble utført på et grupperom med et bord som elevene ble plassert rundt, slik at alle elevene kunne se skjermbildet til den bærbare datamaskinen. Jeg plasserte meg bak elevene slik at jeg skulle oppta minst mulig av elevenes oppmerksomhet, men i en slik avstand at jeg kunne se hva elevene gjorde på dataskjermen. Hver skoletime med observasjon ble startet med at elevene fikk instruksjoner om hvilke oppgaver i oppgavesettet de skulle arbeide med, etterfulgt av oppstart av programmene for lyd- og skjermbilde. Gruppene skulle i løpet av de to skoletimene være i stand til å arbeide seg igjennom alle oppgavene i oppgavesettet. Jeg inntok rollen som en *delvis deltagende observatør* under datainnsamlingen, da jeg kun var aktiv om elevene hadde noen spørsmål knyttet til oppgavene slik at elevene fikk arbeide med oppgavene uten min inngripen (Postholm, 2005). Datainnsamlingen resulterte i datamateriale som består av (transkriberte) lydopptak, notatene mine underveis, og besvarelsene elevene gav for hver oppgave.

3.3 Den konstante komparative analysemetoden

Da datainnsamlingen var fullført, transkriberte jeg alle lydopptakene etter en transkriberingsnøkkel (se vedlegg 2). Transkriberingene ble så lest igjennom for å bli bedre kjent med innholdet. Det å ha dialogene som tekst gjorde det enklere å lete etter situasjoner som kunne være interessante i forhold til problemstillingen, og dermed muliggjøre første steg

i en kodingsprosess. Under gjennomgangen av teksten noterte jeg ned de delene av teksten som bar preg av elevenes uttrykte forståelse for sentralmålene, og som dermed kunne gi meg innsikt i elevenes begrepsbilde. Disse tekstutdragene ble knyttet opp mot stikkord/merkelapper/kodeord som beskrev innholdet i utdragene. Stikkordene og merkelappene kunne være basert på konkrete ord som elevene brukte, og mine egne refleksjoner eller tanker som oppstod ved gjennomgang av teksten. Ved hjelp av denne prosessen fikk jeg bearbeidet datamaterialet, og fikk et grundig førsteinntrykk av innholdet i datamaterialet.

Etter den første gjennomgangen av datamaterialet begynte jeg å se etter fellestrekk i merkelappene ved å dele opp materialet inn i ulike koder. Ifølge Jacobsen (2005) er nedbryting og strukturering av datamaterialet en av de første prosessene datamaterialet gjennomgår etter innsamling. Postholm (2005) kaller denne måten å analysere på for *den konstante komparativ analysemetode*, og kjennetegnes gjennom koding av datamaterialet for så å samle kodene i kategorier. Denne analysemetoden brukes ofte i tilnærmingen til datamaterialet i kvalitativ forskning (Postholm, 2005). Innenfor denne analysemetoden er det to stadier av analysearbeidet man ofte gjennomgår og det er *åpen koding* og *aksial koding*. Åpen koding er det stadiet man setter koder på segmenter av datamaterialet, mens man i stadiet av aksial koding setter sammen resultatene fra åpen koding.

I stadiet med *åpen koding* går forskeren over datamaterialet ved å lete etter fenomener, og setter navn på de segmentene som inneholder situasjoner som kommer inn under gitte fenomener (Postholm, 2005). Prosessen *åpen koding* er da et resultat av en nøye gjennomgang av datamaterialet, som har resultert i en nedbryting av materialet til mindre deler ved hjelp av fenomener som har fått bestemte koder. Ifølge Postholm (2005) kan navnet på kodene basere seg på tilgjengelig teori eller basere seg på forskerens egne begreper. Under den åpne kodingsprosessen valgte jeg å utvikle koder ut i fra de fenomenene jeg fant i datamaterialet som til slutt resulterte i de følgende elleve kodene:

1. *Gjengivelse av definisjon fra læreboka*: Elevene uttrykker forståelse for sentralmålene som gitt i læreboka.
2. *Beskrivelse av begrep*: Elevene forklarer sentralmålene med bruk av naturlig språk og gir uttrykk for sitt begrepsbilde.
3. *Utvikling av felles begrepsforståelse i gruppen*: Elevene kommer frem til en felles enighet om hva et begrep (i dette tilfellet sentralmålene) innebærer.

4. *Bruk av eksempler til å underbygge forståelse*: Elevene benytter eksempler for å underbygge sine forklaringer til hverandre.
5. *Beskrivelse av sentralmålenes egenskaper*: Elevene gir uttrykk for én eller flere av egenskapene til ett eller flere av sentralmålene.
6. *Sammenligning av sentralmålenes egenskaper*: Elevene sammenligner egenskapene for de ulike sentralmålene i den konteksten de blir presentert.
7. *Beskrivelse av innhold i semiotiske transformasjoner*: Elevene beskriver innhold i enten tabell eller diagram, og vektlegger dette i videre oppgaveløsning.
8. *Bruk av hverdagslig beskrivende ord*: Elevene tar i bruk ord som er vanlig å bruke i hverdagen som "vanlig", "midten" og "jevnt" i beskrivelse av sentralmålene.
9. *Favorisering av gjennomsnitt som sentralmål*: Elevene gir uttrykk for at de ønsker å benytte gjennomsnitt fremfor de andre sentralmålene i mange situasjoner.
10. *Hverdagsbegreper som meningsbærere*: Bruk av hverdagsbegreper som "i snitt per dag" fører til at elevene velger å bruke bestemte sentralmål.
11. *Beskrivelse av fremgangsmåte*. Elevene uttrykker hvordan man går frem for å finne sentralmålene.

Ifølge Postholm (2005) kan man ved å bryte ned og kode datamaterialet gjøre materialet mer håndterlig. Dette gjøres ved at man samler de begrepene som er klassifisert under kodene inn i større grupper (Postholm, 2005). Etter at jeg hadde kodet datamaterialet startet jeg å se nærmere på de situasjonene som lå innenfor hver av kodene. Jeg ønsket å se om det var likheter mellom situasjonene i kodene, og om de kunne gi meg svar på hvordan elevene viste begrepsforståelse for sentralmålene. Det videre arbeidet gikk dermed ut på å samle de kodene som hadde felles kjennetegn for begrepsforståelse. Ifølge Postholm (2005) kalles prosessen hvor man samler grupper av begreper som omhandler det samme fenomenet, *kategorisering*. Jacobsen (2005) omtaler kategorisering som et arbeid som skal ta utgangspunkt i datamaterialet, og er dermed en følge av de dataene som forskeren har til sin rådighet. Som et resultat av kategoriseringsarbeidet kom jeg frem til fire typiske trekk for hvordan elever uttrykker forståelse for begrepene gjennomsnitt, median og typetall:

1. Gjengivelse av definisjon og utregningsmåte

Denne kategorien tar for seg hvordan elevene beskriver og forklarer hva de legger i begrepet, av innhold og fremgangsmåte. Koder som inngår i denne kategorien: 1,2,3,8 og 11.

2. Bruk av eksempler

Denne kategorien tar for seg hvordan elevene bruker eksempler for å underbygge sin forklaringer til hverandre. Koder som inngår i denne kategorien: 4 og 3.

3. Beskrivelse av sentralmålenes egenskaper

Denne kategorien tar for seg hvilke av sentralmålenes egenskaper elevene gir uttrykk for å ha kjennskap og hvordan de bruker disse i anvendelsen av sentralmålene. Koder som inngår i denne kategorien: 5 og 6.

4. Gjennomsnitt som foretrukket løsning

Denne kategorien tar for seg hvordan elevene foretrekker å bruke gjennomsnitt fremfor de to andre sentralmålene, og hvordan elevene vektlegger sentralmålene. Koder som inngår i denne kategorien: 7, 9 og 10.

Etter at de ovenfornevnte fire kategoriene hadde blitt utarbeidet, sorterte jeg kodene og situasjonene som jeg hadde funnet i datamaterialet med hensyn til disse fire kategoriene. Dette arbeidet inngikk i det andre stadiet av den konstant komparative analysemetoden, *aksial koding*. Ifølge Postholm (2005) begynner man på dette stadiet å se på hvordan kodene forholder seg til kategoriene, og man systematiserer de i forhold til hverandre.

Ifølge Postholm (2005) er den neste oppgaven til forskeren, etter stadiene av åpen og aksial koding, å finne hvilke eksempler fra datamaterialet som best illustrerer og belyser kategoriene. Postholm (2005) trekker frem at det siste forskeren skal gjøre er å skrive en sammenfattet eller en helhetlig tekst som skal presentere forskningsfeltet og ta utgangspunkt i kategoriene og underkategoriene. Jeg har dermed valgt å bruke kategoriene som delkapitler i analyse- og diskusjonkapittelet.

3.4 Forskningsprosjektets etiske valg og metodekritikk

3.4.1 Etiske valg

Som nevnt tidligere i dette kapittelet ble det valgt å benytte lyd- og skjermbildeopptak under datainnsamlingen, noe som medførte behovet for flere etiske vurderinger i forkant og underveis i forskningsprosjektet. I første omgang var dette forskningsprosjektet rettet mot elever i 13-14 års alderen, og samtykke for deltakelse måtte dermed gis av foreldre og foresatte. For at disse skulle kunne gi informert samtykke måtte de motta tilstrekkelig med informasjon om forskningsprosjektet, inkludert informasjon om formålet med forskningsprosjektet, hvordan datainnsamlingen skulle gjennomføres, og hva datamaterialet

skulle brukes til i etterkant av undersøkelsen. All denne informasjonen ble i forkant av undersøkelsen formidlet ved hjelp av et informasjonsskriv (Se vedlegg 2) med svarslipp til samtlige foreldre og foresatte. Som det kan sees inkluderte informasjonen i skrivet anonymisering av datamaterialet og etterfølging av gjeldende retningslinjer for personvern.

En presentasjon av min gjennomgang av resultater og videre analyser av datamaterialet vil naturlig inneholde utdrag av dialogen mellom elevene. For å ivareta personvernet har datamaterialet blitt anonymisert ved å bruke fiktive navn på elevene. Videre har jeg også valgt å ikke bruke navnet på skolen hvor undersøkelsen ble gjennomført.

Under observasjonen la jeg vekt på å bruke en bærbardatamaskin i datainnsamlingen for å la elevene arbeide med oppgavesettet og gjennomføre opptak. Årsaken til dette valget var at jeg ønsket at de skulle få arbeide med oppgavesettet under mer naturlige rammer, og jeg visste at de hadde arbeidet som grupper på bærbar pc i forkant av undersøkelsen. Likevel var elevene sjenerte i starten av datainnsamlingen da de pratet lavt. Dette gikk over i løpet av noen minutter, men jeg ser i etterkant at jeg kunne ha gjennomført en oppvarmingsaktivitet for å få elevene i gang før jeg startet på selve oppgavesettet.

3.4.2 Metodekritikk

Selv om undersøkelsen ble gjennomført i kjente omgivelser på skolen, var datainnsamlings situasjonen ukjent for elevene. Jeg hadde undervist de deltagende elevene i en periode før datainnsamlingen, slik at de skulle være avslappet overfor meg, men jeg tok dem ut av klasserommet og ga dem oppgaver som de ikke hadde arbeidet med før. Dette kan ha påvirket elevene og dermed datamaterialet. Jeg prøvde å legge forholdene best mulig til rette for at datainnsamlings situasjonen skulle være så naturlig som mulig.

I forkant av datainnsamlingen hadde jeg ikke snevret inn fokuset for problemstillingen tilstrekkelig. Jeg hadde på daværende tidspunkt en problemstilling som også hadde fokus på overganger mellom ulike representasjoner, og hvordan elevene brukte tabeller og diagrammer i oppgaveløsningen. Ettersom at oppgavesettet ble utviklet på bakgrunn av en problemstilling med bredere fokus, ble flere av deloppgavene (Oppgave 3a, 3b, 3e og 3f) i oppgave 3 mindre interessante. Dette har ført til at jeg har valgt å ikke presentere disse oppgavene under kapittel 4, samt at jeg ikke kommer til å trekke inn resultater fra disse deloppgavene. Denne endringen har ført til at jeg har sett bort i fra noen deler av datamaterialet, men jeg mener at det gjenværende datamaterialet er av et tilstrekkelig omfang til å svare på problemstillingen presentert i innledningen.

I forkant av undersøkelsen hadde jeg også valgt at elevene ikke skulle trenge å benytte seg av kalkulator i arbeidet med oppgavesettet, da jeg ikke ønsket at elevene skulle bruke mye tid på utregning. I starten av datainnsamlingen ga jeg elevene informasjon om at de ikke skulle trenge noe mer enn det de hadde tilgjengelig i oppgavesettet og dermed ga jeg dem ikke direkte føringer om at de ikke kunne bruke kalkulator. Under arbeidet med deloppgavene 3c, 3d og 3g ga elevene uttrykk for at de ønsket å bruke kalkulator. Dette førte til at jeg måtte forklare elevene at de ikke hadde mulighet til å benytte kalkulator, og jeg ba dem om å prøve å bruke den informasjonen de hadde tilgjengelig i oppgaven. Jeg ser i etterkant at jeg burde kanskje ha latt elevene fått muligheten til å bruke kalkulator om de ønsket det da det ville ha gjort det mer likt de situasjonene de er vant med i oppgavearbeidet i matematikktimene. Ved ikke å la elevene bruke kalkulator da de etterspurte det, har jeg påvirket datamaterialet. Jeg har derfor valgt å prøve å beskrive situasjonen som oppstår i forkant av når elevene gir uttrykk for at de ønsker å bruke kalkulator, samt at jeg har tatt høyde for dette i form av en mindre vektleggingen av dette punktet i diskusjonen.

Undervisningstimen i forkant av undersøkelsen kan også være med på å påvirke datamaterialet. Elevene skulle i oppgave 1 forklare og beskrive sentralmålene. Elevene kunne i denne oppgaven bare gjengi hva de husket av det som hadde blitt gjennomgått i forrige undervisningstime uten at man kan anta at de har forstått begrepene. Dette medfører at det er enda viktigere å gjøre en nøye analyse av datamaterialet, slik at man får frem det elevene virkelig har forstått.

Når jeg tar høyde for punktene over, med fjerning av oppgaver fra oppgavesettet og bruken av kalkulator, mener jeg at jeg har et datamateriale som kan være tilstrekkelig for å gi svar på problemstillingen. I tillegg har jeg fått hjelp av veileder under analysearbeidet som har ført til at prosessen med kodingen av datamaterialet og tolkningen av episodene har blitt grundigere.

4. Presentasjon og analyse av oppgavesettet

Oppgavesettet ble utarbeidet med den hensikt å svare på problemstillingen hvordan uttrykker elever på 8-trinn forståelse for begrepene gjennomsnitt, median og typetall. Hensikten med den enkelte oppgave er kanskje ikke like tydelig, og det kan bli vanskelig å si noe om hva som er forventede svar fra elevene i møte med oppgavene. Jeg ønsker dermed å gjennomføre en konkret analyse av oppgavene uten å sette de i sammenheng med hverandre. En analyse av oppgavesettet vil prøve å gå i dybden av enkeltoppgavene, ved å beskrive det matematikkfaglige innholdet.

Elevene ble, som tidligere nevnt i metodekapittelet, satt sammen i grupper på tre hvor de skulle samarbeide om oppgavene og dermed tilrettelegge for sosial praksis. Ut i fra et sosiokulturelt perspektiv skal en slik kontekst gi elevene muligheten til å lære og utvikle sine forestillinger, da de sammen kan generere ny kunnskap i den sosiale praksisen som gir bedre forståelse til den enkelte (Säljö, 2001). I og med at utarbeidelsen og analysen av datamaterialet tar utgangspunkt i dette læringssynet vil jeg ikke videre kommentere dette for den enkelte oppgave. Dette medfører at vi fra nå av i oppgaven ser på kunnskap som situert læring, som gjennom de medierende artefaktene individet er i samspill med (Säljö, 2001).

Som nevnt i delkapittel 3.2.3 Datamateriale og utstyr, består oppgavesettet (se vedlegg 3) av fire hovedoppgaver, med femten deloppgaver, og oppgavene vil under bli gjennomgått hver for seg.

4.1 Oppgave 1 - Forklaring av matematiske begreper

I oppgave 1 (se vedlegg 3), blir elevene bedt om å forklare begrepene gjennomsnitt, median og typetall. Hensikten med oppgaven var å etablere et utgangspunkt for elevenes begrepsbilde, før det skulle arbeides videre med oppgavene. Elevene skulle løse oppgaven ved å velge seg ett av sentralmålene og forklare begrepet for de andre elevene, samt at de kunne gi et eksempel på en situasjon hvor de ville brukt begrepet.

Oppgavens hensikt bygger på teorien til Tall og Vinner (1981) om at den enkelte person innehar et begrepsbilde om et gitt begrep, og at begrepsbildet er et resultat av de erfaringer og forestillinger som den enkelte person har opparbeidet i møte med begrepet. Erfaringene og forestillingene kommer i hovedsak fra den tidligere undervisningen de har fra barne- og ungdomsskolen. I denne oppgaven er det begrepene gjennomsnitt, median og typetall elevene

skal forklare, og oppgaven kan gjøre det mulig å få et innblikk i begrepsbildet som elevene har ved at de gir uttrykk for sine meninger og forestillinger om de enkelte begrepene.

De forventede elevbesvarelsene var direkte beskrivelser av begrepet, i stor grad ut i fra begrepsdefinisjonen i læreboka, samt benytte lærebokas eksempler og/eller nært beslektede oppgavetyper.

4.2 Oppgave 2 - Hvilken klasse gjør det best?

I oppgave 2 (se vedlegg 3), blir elevene bedt om å sammenligne sentralmålene gjennomsnitt, median og typetall for resultatene av en prøve i fire ulike klasser. Oppgaven gir elevene en kontekst av at det har blitt gjennomført en matematikkprøve i skoleklassene A, B, C og D på en ungdomsskole. Karakterene til den enkelte elev presenteres, med karakterskalaen 1-6, i en tabell. Elevene kan se verdiene for de ulike sentralmålene, for hver enkelt klasse, i bunnen av tabellen. Hensikten med oppgaven er at elevene skal anvende sine kunnskaper om sentralmålene gjennom å måtte vurdere sentralmålene opp mot hverandre, og ut i fra sine vurderinger svare på to spørsmål. I første del av oppgaven blir elevene spurt om hvilken klasse de mener gjorde det best på prøven, og i den andre delen av oppgaven skulle elevene forklare hvilket av målene som de anser som best og dårligst egnet til å si noe om hvilken klasse som hadde best resultat på prøven.

Spørsmålsformuleringene i denne oppgaven er gitt åpent, og elevene må selv bestemme seg og begrunne hvorfor de mener de det gjør. Dette åpner for at det ikke er ett riktig svar, og at det er opp til elevene selv hva de velger å trekke frem i sine besvarelser. Oppgavene legger opp til at elevene må bruke sine kunnskaper om egenskapene til de ulike sentralmålene, og elevene blir nødt til å gjøre vurderinger ut i fra disse egenskapene.

Oppgaven legger fram verdier som i utgangspunktet viser relativt små variasjoner, da høyeste verdi var 5 og laveste var 2. Oppgaven favoriserer to av sentralmålene. Denne favoriseringen kommer til syne ved at medianen blir holdt konstant for alle klassene og utelukker seg selv direkte fra det første spørsmålet da man ikke kan vurdere at en klasse er bedre enn den andre når det ikke er noen forskjeller mellom klassene. Dermed gjenstår vurderingsgrunnlaget mellom gjennomsnitt og typetall. Typetallet har størst variasjon med verdier fra 2 til 5, mens gjennomsnittet har verdier fra 3,8125 til 4,0635. Dette medfører at elevene må vurdere hvilket av disse to sentralmålene som er best egnet til å si noe om karakterene til klassene. Oppgaven legger opp til et interessant aspekt der en av klassene har høyest typetall med verdien 5 men nest laveste gjennomsnittsverdi, mens en annen klasse har høyest gjennomsnittsverdi med

4,0625, og nest høyeste typetallverdi. Denne forskjellen gjør begge disse klassene til gode alternativer, da det er lett å trekke slutningen om at den klassen som gjør det best er den klassen med et større antall høye karakterer som 5 og 6.

Oppgaven i sin helhet bygger på at elevene skal trekke informasjon ut i fra både en situasjon/kontekst og en tabell, noe som Duval (2006) anser som en av de lettere overgangene mellom representasjoner, da elevene bare trenger å avlese innholdet i representasjonene. Videre må elevene bruke sine kunnskaper om sentralmålene til å gjøre vurderinger og dermed gi uttrykk for sine begrepsbilder gjennom valg og begrunnelser (Tall & Vinner, 1981).

4.3 Oppgave 3 - Å lete etter sammenhenger

I oppgave 3 (se vedlegg 3) skal elevene lete etter sammenhenger mellom ulike representasjoner og dermed vurdere informasjonen som hentes ut underveis. Oppgaven er delt opp i to deler som jeg videre vil omtale som faser. Hensikten med oppgaven var å synliggjøre hvordan elevene benytter seg av informasjonen i tabeller og diagrammer, og hvordan de kan anvende sentralmålene i møte med ulike situasjoner.

I første fase av oppgaven blir elevene introdusert til konteksten at en restauranteier ved navn Hansen har tre restauranter, og elevene skal se på besøkstallene for disse restaurantene. Besøkstallene, gitt i form av antallet gjester innenfor et gitt tidsrom, representeres i en tabell, ved kolonnene A, B og C, og i et linjediagram med grafene 1, 2 og 3. Elevene må først koble sammen kolonnene med grafene i deloppgave 3a, og deretter svare på spørsmålene i deloppgave 3b, 3c og 3d. I spørsmål 3b skal elevene beskrive hvordan de kom fram til sammenhengene i oppgave 3a og i deloppgave 3c må de vurdere hvilken av restaurantene de mener går best. I deloppgave 3d blir elevene bedt om å gi et estimat på hvor mange gjester kjøkkenet til restaurant C må kunne servere til enhver tid i løpet av dagen. Elevene blir også spurt direkte om de kan bruke tabellen og diagrammet til å komme fram til svaret i oppgave 3d.

I andre fase av oppgaven har konteksten endret seg til å dreie seg om bloggen fotballguru som er en av tre blogger som drives av en og samme blogger. Elevene skal se nærmere på besøkstallene for bloggen fotballguru. Besøkstallene, gitt i form av besøkstall per dag, representeres i et søylediagram og kolonnene 1, 2, og 3 i en tabell, og er forskjellige fra situasjonen gitt i første fase ved at søylediagrammet inneholder bare resultatene for en av bloggene som er gitt i tabellen. Dette medfører at deloppgave 3e dreier seg om at elevene må finne ut hvilken av kolonnene i tabellen som representeres i søylediagrammet, og videre svare

på spørsmålene i oppgave 3f og 3g. I deloppgave 3f blir elevene igjen, i likhet med oppgave 3b, bedt om å beskrive hvordan de kom fram til svaret i oppgave 3e. Videre blir elevene i deloppgave 3g spurt om hvor mange besøkende bloggen har i snitt per dag.

Hensikten med oppgaven i sin helhet var at elevene skulle vurdere, og hente ut informasjon fra diagrammer og tabeller ut i fra en gitt kontekst, og dermed synliggjøre sin kompetanse i overganger mellom representasjoner. Representasjonene som oppgavene omhandler er overganger mellom tekst, tabell og diagrammer, og elevene må avlese representasjonene for å kunne svare på spørsmålene i de ulike deloppgavene. Som nevnt i delkapittel 3.4.2 ble problemstillingen endret underveis i arbeidet med denne oppgaven, og vektleggingen på overganger mellom ulike representasjoner har tildels blitt fjernet. Analyse av disse deloppgavene blir ikke gjennomført ettersom de har blitt mindre vektlagt og kun deloppgave 3c, 3d og 3g vil presenteres her.

I deloppgave 3c blir elevene bedt om å avgjøre hvilken av restaurantene som de mener går best. Dette er en veldig åpen formulering hvor elevene selv må bestemme hva de ønsker å vektlegge i begrepet "går best". Oppgaven er satt i en kontekst hvor man ser på besøkstallene for tre ulike restauranter, og en mulig tolkning av dette kan være at den restauranten som har flest gjester i løpet av en dag er den som går best. Fornuftige svar på en slik oppgave kan være at man tar i bruk informasjonen i tabellen, ved enten å se på totalsum og/eller sentraltendens. Om man velger totalsum, må elevene addere opp alle gjestene som har besøkt restauranten i løpet av en dag, og velge den som har det høyeste antallet. Velger elevene å se på sentraltendens, kan de enten bruke gjennomsnitt eller median, og velge den restauranten som har høyest sentraltmål. Alternativt kan elevene også se på linjediagrammet, hvor grafene viser restaurantenes besøkstallsutvikling i løpet av en dag, og ved å finne den grafen som ligger høyere enn de to andre grafene bestemme den restauranten som går best. På grunn av at oppgaven har flere mulige løsninger så kan oppgaven gi svar på både hvordan elevene bruker tabellen og diagrammet, og hvilken informasjon de ønsker å trekke ut av disse representasjonene. I tillegg har elevene muligheten til å anvende begrepene for sentraltendens og dermed vise anvendelse av begrepene, som er en viktig del av det å beherske bruken av matematiske begreper (Tall & Vinner, 1981).

I deloppgave 3d blir spørsmålet mer spisset, og elevene må avgjøre hvor mange gjester kjøkkenet til restaurant C må forvente å måtte servere til en hver tid i løpet av en dag. Denne oppgaven har noen likhetstrekk med oppgave 3c, da elevene igjen kan ta utgangspunkt i både

tabellen og linjediagrammet for å kunne svare på oppgaven, men nå må de bestemme én verdi i stedet for å velge en bestemt restaurant.

Dette medfører at spørsmålsformuleringen får konsekvenser for hvordan elevene løser oppgaven, da det ikke er innlysende hva kjøkkenet legger vekt på når de har forventninger om å servere et visst antall. I første omgang kan dette innebære at kjøkkenet må være forberedt på å servere det maksimale antallet gjester til enhver tid. En tolkning som fører til at man kanskje ønsker å finne ut hvor mange gjester restauranten har på det høyeste og sørge for at det er nok kjøkkenpersonell til å holde det maksimale serveringsnivået hele dagen. Løsningen her kan hentes ut fra både linjediagrammet eller tabellen. Alternativt kan kjøkkenet vurdere situasjonen slik at de trenger å bare ha nok kjøkkenpersonell til å håndtere det antall gjester som det som oftest er på et gitt tidspunkt på dagen. Dette alternativet gir en fornuftig bruk av ressurser og kan føre til at elevene velger mange verdier utover dagen. I en slik løsning er det mest hensiktsmessig å kanskje bruke linjediagrammet for å hente ut verdiene. En siste tolkning kan være at man er ute etter et snitt eller et midtpunkt som gjør det mulig å holde et visst serveringsnivå. Med denne tolkningen kan elevene ta i bruk sentraltendens, og kan dermed benytte både linjediagrammet og tabellen for å komme fram til et mulig svar. Bruk av tabellen vil føre til at man regner ut svaret mer nøyaktig, og ved å benytte linjediagrammet prøver man å anslå en ca verdi for sentraltendensen.

I deloppgave 3g, blir elevene bedt om å regne ut hvor mange besøkende bloggen fotballguru har i snitt per dag. Denne oppgaven legger til rette for å bruke gjennomsnitt, da oppgaveformuleringen bruker "i snitt per dag", og oppgaven blir naturlig fokusert mot å anvende dette begrepet da "i snitt" ofte brukes som en forkortelse for begrepet gjennomsnitt. Som en mulig løsning kan elevene benytte seg av verdiene i tabellen og bruke disse til å regne ut gjennomsnittet. Alternativt kan elevene benytte seg av søylediagrammet og ved å anvende informasjonen de har tilgjengelig prøve å komme frem til en ca verdi, og bruke denne som en verdi for gjennomsnittet. Som nevnt tidligere hadde ikke elevene kalkulator tilgjengelig som hjelpemiddel, noe som vanskeliggjør denne fremgangsmåten.

Oppgave 3 i sin helhet kan generere flere interessante situasjoner, hvor elevene tar i bruk sentraltendensbegrepene. Flere av deloppgavene gir elevene mulighet til å benytte tabeller og diagrammer for å si noe mer om en restaurant eller blogg, ved å anvende sentralmålene i møte med ulike representasjoner som tekst, tabell og diagram. Elevene bestemmer selv hvilken

løsningsmetode de velger og dette gir mulighet for at elevene kan komme med mange interessante forklaringer og anvendelser.

4.4 Oppgave 4 - Hvilken lønn er vanligst?

I oppgave 4 (se vedlegg 3) skal elevene se på resultatene, gitt ved en tabell og et søylediagram, fra en spørreundersøkelse som tar for seg årslønner. Resultatene er gitt i antall kroner pr år, og i begynnelsen av oppgave 4a er det 13 personer som deltar i undersøkelsen. På bakgrunn av resultatene er det oppgitt en egen tabell med utregnede verdier for sentralmålene. Antallet deltagere vil øke i oppgave 4b til 14 og i oppgave 4d til 15, og ved hver ny deltager som tilføres vil nye tabeller og diagrammer representere resultatene, samt de tilhørende verdiene for sentralmålene. Oppgaven er delt inn i fem deloppgaver, og elevene må gjennomføre vurderinger av bruken av sentralmålene etter hvert som det blir lagt til flere personer i undersøkelsen. Hensikten med denne oppgaven er å få elevene til å vurdere sentralmålene opp mot hverandre etter hvert som datamaterialet endrer seg med nye deltagere.

I første deloppgave, oppgave 4a, skal elevene avgjøre hvilket av sentralmålene som gir det beste bildet av årslønnen for de 13 personene som er gitt i tabellen og diagrammet, samt at de skal begrunne hvorfor. Elevene har her mulighet til å vurdere hvilket av målene som gir det beste bildet av resultatene og må bruke den kunnskapen de har om de ulike sentralmålene for å komme fram til svaret. I denne oppgaven er variasjonen i årslønner på 202 000 (da minste årslønn er 258 000, og største på 460 000), og verdiene for gjennomsnitt, median og typetall er 346 538 kr, 340 000 kr og 260 000 kr. Ut i fra disse verdiene er det bare gjennomsnitt og median som er reelle løsninger for elevene, og som gir et godt bilde av resultatene. I oppgaveløsninger har elevene både tabellen og søylediagrammet tilgjengelig, og kan bruke dem til å argumentere hvorfor gjennomsnittet og medianen er fornuftige løsninger i stedet for typetallet.

I deloppgave 4b, er det en ny deltager med i undersøkelsen som har en årslønn på 4 430 000 kr, som er nesten 10 ganger større enn den høyeste lønnen i oppgave 4a. I denne oppgaven blir variasjonen i resultatene enorme, denne lønnen kommer inn som en ekstremverdi i forhold til de andre. Elevene skal nå på nytt vurdere hvilke av målene som gir det beste bildet av hvilken lønn som er vanligst, verdiene for gjennomsnittet fordobles, medianen øker med 22 000 kr og typetallet er uendret. Oppgaven legger opp til å fremme svakheten ved gjennomsnitt, da sentralmålet blir uegnet med ekstremverdier i datamaterialet. Videre bygger den opp under svakheten med typetall som er sårbart om det er få like verdier i datamaterialet.

Dermed får elevene se hvordan medianen kan gi et godt bilde av datamaterialet ved at det er det eneste målet som holder seg noenlunde stabilt, og er et godt bilde av resultatene da målet tar høyde for de to midterste verdiene når de er sortert i en stigende rekkefølge.

Søylediagrammet illustrerer godt forskjellene mellom årslønnen i undersøkelsen, samt at det støtter antagelsen om at median er det beste målet, da gjennomsnittet ligger langt over alle de andre årslønnene. I neste deloppgave, oppgave 4c, skal elevene sammenligne sentralmålene fra oppgave 4a med de gitt i 4b, og dermed prøve å sikre at elevene får øye på svakhetene med de ulike sentralmålene. I denne oppgaven må elevene forklare hvilken av sentralmålene som påvirkes mest og minst, noe som kan bygge opp under en forståelse av fordelene og ulempene med de ulike sentralmålene.

I deloppgave 4d, legges det enda en deltager til i undersøkelsen med en årslønn på 71 000kr, som er nesten bare en firedel av den mindre enn den minste lønnen i oppgave 4a og 4b. I denne oppgaven blir variasjonen i resultatene enda større enn i oppgave 4b, og datamaterialet inneholder nå to ekstremverdier. Elevene skal enda en gang vurdere hvilket av målene som gir det beste bildet av hvilken lønn som er vanligst. Her har verdiene for gjennomsnittet sunket med 40 000kr, mens medianen og typetallet er tilbake til verdiene de hadde i oppgave 4a. I likhet med de foregående deloppgavene 4b og 4c, prøver denne oppgaven å synliggjøre svakheter og styrker med de ulike sentralmålene. Igjen er det median som kan anses som et fornuftig valg for få et godt bilde av resultatene.

I siste deloppgave, 4f, skal elevene igjen se på endringene mellom de ulike oppgavene, og skal nå sammenligne sentralmålene for både deloppgave 4a, 4b, og 4c. Elevene blir nå nødt til å beskrive hvordan målene har endret seg underveis. Oppgaven prøver å få elevene til å se sammenhengen mellom endringene i resultatene med nye deltagere, og om mulig bygge opp under de det har kommet fram til i de tidligere deloppgavene.

I sin helhet gir oppgave 4 elevene mulighet til å se hvordan sentralmålene påvirkes. Elevene må vurdere både når det er store og små variasjoner i datamaterialet, og de må trekke konklusjoner basert på både det de ser i tabellene og søylediagrammet. Dermed kan denne oppgaven gi elevene mye forståelse for fordeler og ulemper med målene.

5. Analyse og diskusjon

I dette kapitlet presenteres resultatene fra analysen av datamaterialet. Episoder fra datamaterialet blir presentert og plassert i de ulike kategoriene. Som nevnt under delkapittel 3.3.2 kom jeg frem til fire kategorier som sier noe om hvordan elevene uttrykker forståelse for begrepene gjennomsnitt, median og typetall. De fire kategoriene er som følger:

1. **Gjengivelse av definisjon og utregningsmåte**
2. **Bruk av eksempler**
3. **Beskrivelse av sentralmålenes egenskaper**
4. **Gjennomsnitt som foretrukket løsning**

5.1 Gjengivelse av definisjon og utregningsmåte

En av de viktigste kildene til forståelse hos elevene ligger i læreboka, og det er naturlig for elevene å støtte seg til læreboka, og hente ut definisjoner og beskrivelser fra denne. Dette kan komme til uttrykk gjennom at elevene bruker bestemte ord som er viktig i definisjonen. Et eksempel på dette er hvordan Lasse uttrykker seg i sin forklaring av begrepet typetall i oppgave 1.

E1 - Lasse: typetall e .. det det e flest av i en tallrekke.

Eleven gir en kort beskrivelse av begrepet typetall, men greier å gjengi innholdet i definisjonen av begrepet da han bruker ordet *flest*. I definisjonen som elevene har arbeidet med i læreboka beskrives typetall som den observasjonen som forekommer flest ganger. Sammenligner vi dette med forklaringen til Lasse bevarer han meningen i begrepet, uten at han benytter akkurat de samme ordene, og dermed kan man se på forklaringen som en gjengivelse av definisjonen. Elevene setter begrepet i en situasjon med en følge, i stedet for observasjoner mer generelt, noe som er naturlig ettersom begrepet typetall kan gi eleven en forestilling av at man ser på tall, og ofte er oppgavene i læreboka med observasjoner i form av tall.

I samme oppgave kommer Stian med følgende beskrivelse av sentralmålet gjennomsnitt.

E2 - Stian: ...Gjennomsnitt. Det e det som e.. det.. midten av resultatane du får..når.. når du har en undersøkelse og får resultat så kan du regne ut gjennomsnitt. Og da får du det som e vanligst å få...Vist du plusse dem sammen og dele dem på antall.. observasjoner så blir det gjennomsnitte.

Stian beskriver sentralmålet gjennomsnitt ved å plassere begrepet inn i en situasjon av en undersøkelse og han forklarer at man kan regne ut gjennomsnittet ut i fra resultatene av undersøkelsen. Stian starter med å beskrive at gjennomsnittet ligger i midten av resultatene, og avslutter med å forklare at det er et mål for hva som er vanligst å få. I læreboka blir ofte gjennomsnittet fremstilt som det mest brukte målet for hva som er vanlig å få, og blir definert ved en algebraisk formel. I Stians forklaring går eleven lengre enn læreboka, og beskriver et særtrekk ved sentralmålet ettersom man finner verdi som er i midten av resultatene/datasettet. En mulig tolkning er at han finner et slags midtpunkt, en middelverdi mellom høyeste og laveste verdi, noe som kan samsvare med en billedlig fremstilling av begrepet som en vektstang som vipper på midtpunktet. Stian har dermed vært gjennom en tolkningsprosess av begrepet, og kommet frem til en forståelse av begrepet som kan karakteriseres som begrepskunnskap. Eleven har satt begrepet i en naturlig kontekst ved å gi et eksempel av en undersøkelse, og dermed knytter han to biter av informasjon sammen ved å tilknytte et bruksområde til begrepet (Hiebert & Lefevre, 1986).

Elevenes forståelse for prosedyrekunnskap kan i sin enkleste form bli gitt som en beskrivelse av fremgangsmåten til et matematisk begrep med bruk av helt vanlige ord uten symboler (Hiebert & Lefevre, 1986). Dette medfører at elevene kan foreksempel gjengi innholdet i en formel muntlig, eller bare beskrive hvordan de ville ha gått frem for å finne det de er ute etter. I episode 2 kommer Stian med beskrivelse av fremgangsmåte i forbindelse med forklaringen av begrepet gjennomsnitt. Stian gir uttrykk for fremgangsmåten for å finne gjennomsnittet ved at han beskriver at han summerer alle observasjonene, før han deler summen på antall observasjoner. Fremgangsmåten som han beskriver vil da resultere at han kommer frem til gjennomsnittet. Beskrivelsen til eleven bærer preg av en presentasjon av hvordan han ville ha gått frem for å finne gjennomsnittet, ettersom han legger vekt på de matematiske regneartene addisjon, ved å si "pluss dem sammen", og divisjon, ved å si "dele dem på antall". Sammenligner vi beskrivelsen med formeluttrykket som er gitt som definisjonen til gjennomsnittsbegrepet i læreboka (se del 2.3.3), ser man at det er en direkte gjengivelse og dermed viser eleven at han har en viss prosedyrekunnskap for begrepet uten å vise det eksplisitt gjennom utregning.

I den samme oppgaven gir eleven Håkon en beskrivelse av begrepet median og får hjelp av de to andre elevene i gruppen til å beskrive fremgangsmåten i situasjoner hvor man har en mengde med et like (partall) antall elementer.

E3 - Håkon: ja. okey. Median det e det midterste tallet i en stigende tallrekke.
også.. ja.. det.. Må si egentlig...
Rita: Kor mang sikker siffer kan det vær?
Stian: To tall?...Ka skjer vest det e to tall da?
Håkon: Hæ! vest det e to tall?
Stian: ja.
Håkon: Ehm.. ka skjer da?
Rita: Pluss sammen og del...
Håkon: ja da må vi.. ja ja ja, to i midten. ja. Da må vi finn ut gjennomsnitte
av dem to tallan.

Håkon har i likhet med Lasse, i episode 1, også en kort beskrivelse av sitt begrep, han uttrykker at medianen er det tallet som er i midten av en stigende tallrekke. I beskrivelsen trekker eleven frem en rekke med tall, og forutsetter at de er sortert i stigende rekkefølge. Han forklarer videre at det midterste tallet i denne tallrekken er medianen. Sammenligner vi forklaringen med definisjonen som er gitt i læreboka, greier Håkon å bevare store deler av innholdet i definisjonen. De viktigste punktene i definisjonen er hvordan tallene må stå i stigende rekkefølge og at medianen er det midterste tallet i tallrekken, noe som Håkon trekker frem.

Han stopper forklaringen uten å beskrive hva man må gjøre når man har tallrekker med to tall i midten (mengde med et like antall elementer), noe som Rita og Stian blir oppmerksomme på. Rita og Stian prøver å hjelpe Håkon videre ved å stille han spørsmål om hva som hender om det er to tall, og gir da Håkon mulighet til å svare. Håkon ser ut til å være usikker på hva Rita og Stian hinter til, da han uttrykker "Hæ! vest det e to tall?", og "Ehm.. Ka skjer da?". Det løsner for Håkon da Rita sier "Pluss sammen og del", noe som tilhører prosedyren for gjennomsnitt, og han forklarer deretter at man må ta gjennomsnittet av de to tallene som blir igjen i midten. Det virker som Håkon har kjennskap til sammenhengen som de andre elevene prøver å få han til å forklare, men glemmer den når han beskriver begrepet.

Håkon uttrykker til slutt at i en situasjon med to tall i midten så må man finne gjennomsnittet av de to. Her viser Håkon forståelse for både prosedyren til gjennomsnittet og median, da han bruker begrepet gjennomsnitt som del av sin forklaring av fremgangsmåten for å finne medianen. Forklaringen eleven kommer med samsvarer med definisjonen av median, hvor det beskrives at man må bruke gjennomsnittet.

Et annet eksempel på hvordan elevene beskriver medianbegrepet finner man i dialogen mellom Kari og Oda i gruppe 2 i møte med oppgave 1. Her er det Kari som prøver å forklare hva median er og får hjelp av Oda.

E4 - Kari: Median.. det e... Da e det ofte at det e en tallrekke. Og den tallrekka e ofte.. eh.. da e det slik at den går etter stigende rekkefølge og medianen e det midterste tallet i den stigende rekkefølga. Det e jo itj så my æ kan forklar da.

Oda: Joda, viss det e.. viss det e.. Eh.. oddetall... Nei.. partall. [Prøver å hjelpe Kari i gang med forklaring]

Kari: ja.. jo, det e oddetall. Viss det e oddetall.. så e det dem to midterste tallan i rekka siden da går det itj ann å finn én så da må du ta to. eh..

Oda: Når det e to tall så må du få det til å bli et. [Prøver å hjelpe Kari i gang med forklaring]

Kari: Æ huske itj...

Oda: Når man har du forskjellige tall.. eh. så plusse du dem sammen og dele dem på to ettersom det e to forskjellige tall. Og da får man den medianen.

Kari starter med å forklare begrepet med å beskrive en situasjon hvor man har en tallrekke, som er sortert i stigende rekkefølge, og at medianen er da det tallet som er i midten av denne sorterte tallrekken. Beskrivelsen til Kari bærer preg av definisjonen som er gitt i læreboka, ettersom hun påpeker at medianen er det midterste tallet i en stigende rekkefølge. Videre beskriver også definisjonen i læreboka situasjoner hvor man har en mengde med et like antall elementer og dermed har to tall i midten. Oda er oppmerksom på at Kari ikke nevner dette i sin beskrivelse og ønsker å få Kari til å forklare denne situasjonen. Oda ender opp med å beskrive denne sammenhengen selv. I hennes beskrivelse spesifiserer hun en situasjon hvor de to midterste tallene er forskjellige, noe som antyder at hun har forstått at man ikke trenger å gjøre den samme utregningen om de to tallene er like. Oda viser da at hun har forståelsen av at man tar gjennomsnittet av disse to tallene uten å beskrive dette, ettersom man får det samme tallet om man tar gjennomsnittet av to like tall. Videre bruker hun også, i likhet med Stian i episode 2, addisjon og divisjon i sin fremgangsmåte for median, men da uten å gi uttrykk for at det er snakk om gjennomsnittet.

5.1.1 Diskusjon av gjengivelse av definisjon og utregningsmåte

Ifølge Hiebert og Lefevre (1986) bygger begrepskunnskap på å se sammenhenger mellom biter av informasjon, og man etablerer et nettverk bestående av ulike sammenhenger. Under observasjonen av elevene er det vanskelig å se hele nettverket av sammenhenger som den

enkelte elev eller gruppen med elever innehar, og jeg kan da bare se på episodene som spor av begrepskunnskap som disse elevene besitter.

Beskrivelsene og forklaringene som gruppene av elever ga uttrykk for i møte med sentralmålene innholdt ofte spor av beskrivelser og definisjoner som ble gitt i fra læreboka. Eksempler på dette var hvordan Lasse i episode 1 og Håkon i episode 3 beskrev begrepene typetall og median. Beskrivelsene til disse elevene var ofte veldig direkte og bar preg av definisjoner som hentet fra læreboka, da kanskje ikke med en direkte gjengivelse, men gjennom å bruke noen av de samme ordene. I Stians beskrivelse av gjennomsnitt i episode 2 blir begrepet satt i en kontekst av undersøkelser som brukes ofte i lærebøker som situasjon hvor begrepet blir introdusert. Ifølge Tall og Vinner (1981) bygger mange elever forståelse og erfaringer for matematiske begreper på arbeid med begrepsdefinisjoner, og dette fremmer utvikling av elevenes eget begrepsbilde. Dermed er det naturlig at elevens begrepsbilde bærer spor av begrepsdefinisjonene fra læreboka.

Episode 1, 2 og 3 er interessante hvis man ser dem i lys av hvordan man skal forklare og beskrive sentralmålene. Både typetall og median er veldig spesifikke begreper som lar seg vanskelig forklare uten begrepsdefinisjonen. Dermed er det naturlig at Lasse og Håkon kommer med veldig korte og direkte beskrivelser som er veldig like definisjonene i læreboka. I kontrast er gjennomsnitt et mye videre begrep, som ikke er like knyttet til begrepsdefinisjonen fra læreboka Grunntall 8 (som presentert tidligere). Med 'videre begrep' menes muligheten til å beskrive gjennomsnittet uten å måtte oppgi den algebraiske formelen, og denne muligheten benytter Stian seg av i sin beskrivelse av gjennomsnittsbegrepet. Konsekvensene av denne forskjellen mellom begrepene er at begrepsdefinisjonen blir fremtredende i elevenes beskrivelser av typetall og median. Dette medfører at læreboka spiller en sentral rolle i elevenes forklaringer og forståelse av begrepene da elevene bruker den aktivt i utviklingen av begrepskunnskap (Pehkonen, 2003).

Et annet interessant aspekt ved elevenes møte med sentralmålene er å se på hvordan de gir uttrykk for fremgangsmåte og prosedyre for å finne sentralmålene. Som nevnt er det vanskelig å løse problemer med bare begrepskunnskap, slik at man er avhengig av å inneha en viss prosedyrekunnskap som støtte (Hebert & Lefevre, 1986). Prosedyrekunnskap handler om bruk av formel-og symbolspråk, og det kan være snakk om kunnskap om hvordan man bruker en regel, algoritme eller prosedyre for å løse forskjellige oppgaver. I min observasjon av

elevene så jeg to tendenser ved at elevene brukte naturlig språk og eksempler i sine beskrivelser.

I følge Hiebert og Lefevre (1986) bygger prosedyrekunnskap både på forståelse av symboler og bruk av formelt språk, og fremgangsmåte ved bruk av algoritmer og formler i møte med bestemte problemer. I møte med sentralmålene brukte elevene beskrivelser av fremgangsmåte gjennom naturlig språk, i form av at de brukte ord og uttrykk som er vanlig i matematisk språk. Eksempler på dette er episode 2, 3 og 4, hvor de beskriver fremgangsmåten til de ulike begrepene. I episode 2 og 4 beskriver Stian og Oda begrepene gjennom å bruke ord som er knyttet til addisjon og divisjon ved å si "plusse dem sammen" og "dele dem". Elevene beskriver da fremgangsmåten med naturlig språk uten å bruke symboler og tall (Hiebert & Lefevre, 1986). I episode 3 tar Håkon i bruk gjennomsnittbegrepet i sin forklaring av median, og dermed setter han matematiske begreper i sammenheng med hverandre (Hiebert & Lefevre, 1986).

5.2 Bruk av eksempler

I beskrivelse av sentralmålene kan man ta i bruk konkrete eksempler for å beskrive selve begrepene og de tilhørende fremgangsmåter som man bruker i møte med begrepet. Eksempler kan tydeliggjøre hva man mener og gjøre det mulig å vise begrepet brukt i en virkelig kontekst. Dermed kan man synliggjøre kunnskap både om begrepet og prosedyren.

I oppgave 1 prøver Stian å beskrive gjennomsnittet for de andre elevene (episode 2). Rita gir da uttrykk for at hun ønsker at Stian skal utdype.

E5 - Rita: Har du nå eksempel?

Stian: ..Vist du e å telle bila da, så kan du få flere bila. Så.. Nei! det går ikke.

Kødda.

Rita: Ta karakteran da.

Stian: ja! Vist du har karakter da. Så e det to som får seks og to som får to.

Så e gjennomsnitte fire.

Stian bruker et eksempel med karakterer for å beskrive hva gjennomsnittet er i en gitt situasjon. I dette tilfellet bruker eleven et eksempel med et utvalg på fire, med to 6-ere og to 2-ere, og sier da at verdien for gjennomsnittet i dette tilfellet er fire. Eleven har valgt et enkelt eksempel som beskriver hvordan man ut i fra et gitt utvalg kan få en bestemt gjennomsnittsverdi. Eleven benytter eksempelet som en forlengelse av beskrivelsen han ga i episode 2, og viser med dette at han kan anvende sin prosedyrekunnskap for gjennomsnitt.

Når Rita skal forklare typetall i oppgave 1 bruker hun et eksempel for å bygge opp under forklaringen sin.

E6 - Rita: Det e vist man har for eksempel en tallrekke med flere forskjellige tall, da... Så har vi to "2".. og tre "3" og en "4".". Og da e det det siffre d e mest... mest av som e typetallet. Som i det herre eksemple her e tre, ja.

I dette eksemplet trekker eleven fram en mengde, med to 2-ere, tre 3-ere og én 4-er, og beskriver at det tallet som det er flest av, er typetallet. Begrepet typetall, til forskjell fra gjennomsnittets formelluttrykk, går ut på at man må analysere datamaterialet og finne hvilket av tallene som dukker opp flest ganger. Dette medfører at eksempelet som Rita gir er nok til å beskrive dette, ved at man i dette eksempelet har et typetall med verdi tre, da det er flest av dette tallet i mengden.

I oppgave 2b bruker elevene i gruppe 1 et eksempel for å beskrive hvorfor de synes typetallet er uegnet som mål på hvilken klasse som har gjort det best.

E7 - Stian: ... Men vi kan jo også bruke typetall. For typetall si jo om ka det e mest av. Men det bli jo litt unøyaktig for det. For vis den ene klassen har...
Håkon: .. Men lissom da e det jo enkelt persona som har gjort det sikkelig dårlig å da.
Stian: ja. For eksempel vest det e sånn fem "6", men sju "1". Så gjør det jo ingen forskjell.
Håkon: Da hjelpe itj lissom dem "6".

Her beskriver Håkon og Stian hvorfor de mener typetallet kan være uegnet i noen situasjoner. Stian starter med å forklare at typetallet kan si oss hva det er mest av, og gir et eksempel hvor utvalget består av fem 6-ere og sju 1-ere. Stian og Håkon er enige om at typetallet er uegnet i denne situasjonen da typetallet blir bare én, og at 6-erne ikke påvirker typetallet. Elevenes forklaring og eksempel viser hvordan elevene ser på typetallet, og hvilken fremgangsmåte de bruker for å finne det, i form av at de leter seg frem til den verdien som forekommer flest ganger.

5.2.1 Diskusjon av bruk av eksempler

I likhet med kategori 1, viser også elevene forståelse for prosedyrekunnskap ved å ta i bruk eksempler for å formidle fremgangsmåten og for å underbygge sine forklaringer. I episode 5 tar Stian i bruk et eksempel med karakterer for å underbygge sin forklaring av gjennomsnitt

gitt i episode 2. Stian bruker da eksempelet for å vise hvordan han anvender prosedyren for å regne ut gjennomsnittet. Et annet eksempel på dette er hvordan Rita benytter seg av et eksempel med en tallrekke for å forklare median i episode 6. Her inngår eksempelet mer som et middel for å beskrive hva typetallet er, og hvordan man finner dette. Ved at Rita og Stian anvender eksempler for å underbygge sin forståelse gir de uttrykk for prosedyrekunnskap i møte med begrepene (Hiebert & Lefevre, 1986).

Ser vi nærmere på episode 7 bruker Håkon og Stian eksempelet for å vise egenskapene til typetall. I denne situasjonen prøver Håkon og Stian å anvende eksempelet for å underbygge sin påstand om at typetall er uegnet i oppgave 2b. Elevene tar da i bruk eksempler som er nært beslektet med de oppgavene man finner i læreboka, men samtidig er originale i form av at de konstruerer innholdet i form av verdi på tallene i eksemplene selv (Watson & Kelly, 2003).

Samlet viser elevene en vid prosedyrekunnskap gjennom at de benytter seg av både forklaringer av fremgangsmåte med naturlig språk, samt egenkonstruerte eksempler i diskusjoner. Eksemplene blir da et middel for elevene til å kommunisere sin forståelse av begrepene til hverandre. I første omgang blir eksemplene konstruert gjennom elevenes refleksjoner og erfaringer, og deretter brukt i interaksjonen med andre for å danne en felles forståelse (Hiebert et al., 1997; Säljö, 2001). Ut i fra dette kan vi se at eksempler spiller en viktig rolle i utvikling av forståelse for nye matematiske begreper og dermed er med på å forme elevenes begreps- og prosedyrekunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986).

5.3 Beskrivelse av sentralmålenes egenskaper

Som nevnt i delkapittel 2.3.3 har hvert av sentralmålene noen karakteristiske egenskaper som er med på å definere i hvilke sammenhenger man kan bruke målene. Disse egenskapene blir ofte ikke beskrevet i lærebøkene direkte, da de ligger mellom linjene i beskrivelse og definisjonen av sentralmålene. Dette medfører at elevene blir kjent med egenskapene gjennom arbeid med oppgaver, noe som krever at elevene har en viss begrepskunnskap for å kunne uttrykke dem. Derfor anser jeg det som interessant å se på hvilke egenskaper elevene gir uttrykk for.

I oppgave 2 skulle elevene vurdere hvilken klasse som gjorde det best på en matematikkprøve, og to av elevene beskriver en av egenskapene til gjennomsnittet. Dialogen mellom Håkon og Stian kommer i sammenhengen av at de prøver å begrunne hvorfor de mener at gjennomsnittet er det beste sentralmålet for å finne den beste klassen.

- E8 - Håkon: Det viser.. Det vise lissom ikke enkelt persona
Stian: Det vise alle te sammen...det viser en helhet av hva alle ville ha fått.
På.. karakter... Hva alle ville ha fått tilsammen.

Håkon starter med å forklare at gjennomsnittet ikke viser den enkelte elevs karakter, og Stian legger til at gjennomsnittet viser en helhet av hva alle ville ha fått til sammen. Stians utsagn antyder at han har forstått og prøver å beskrive hvordan gjennomsnittet kan gi oss en felleskarakter for hver enkelt klasse. Denne egenskapen til gjennomsnittet har jeg omtalt som helhetsbilde i delkapittel 2.3.3, og den består i at man bruker alle verdiene i datasettet. Forståelsen som Stian og Håkon har for denne egenskapen kommer ikke så godt frem i forklaringen, ettersom deler av det de sier ikke er riktig. Ser vi nærmere på utsagnet til Stian uttrykker han at gjennomsnittet "viser hva alle ville ha fått tilsammen", noe som kan tolkes som at han beskriver summen av karakterene i stedet for gjennomsnittet av karakteren. Dialogen mellom Håkon og Stian viser at eleven har forstått helhetsegenskapen til gjennomsnittsbegrepet. Etter som Stian fortsetter på Håkons forklaring som er riktig i den forstand at han viser til at man tar høyde for karakterene til alle elevene i klassen i utregningen av gjennomsnittet. Elevenes uttrykte forståelse for gjennomsnitt samsvarer her med begrepskunnskap på primærnivå, da de anvender sentralmålet i en gitt kontekst hvor de tolker sentralmålet ut i fra hvilken klasse som gjør det best. Dermed beveger de seg innenfor samme kontekst som i episode 2 og 5, hvor Stian beskriver gjennomsnitt i en kontekst av undersøkelse og bruker et eksempel med karakterer for å beskrive fremgangsmåte.

En annen egenskap til gjennomsnitt kommer frem i samtalen mellom Håkon og Stian under arbeidet med oppgave 4d, hvor de er i ferd med å sammenligne gjennomsnittet før og etter at fotballspilleren blir med i undersøkelsen. Den ene eleven er i ferd med å prøve å begrunne hvorfor han mener median er bedre enn gjennomsnittet, og han beskriver da hva som skjer med gjennomsnittet i denne situasjonen.

- E9 - Håkon: Gjennomsnitt?
Stian: Gjennomsnitt påvirkes mest fordi da e det én som trekk så kraftig opp.
Håkon: Mhm.
Stian: Du ser gjennomsnitte det går jo.. Eh.. fordoble sæ jo nesten.

Her stiller Håkon spørsmål om hvorfor ikke gjennomsnittet er det beste målet for å gi et bilde av den vanligste årslønnen i undersøkelsen etter at fotballspilleren blir lagt til i datamaterialet. Stian gir uttrykk for forståelse for at gjennomsnitt er sårbart for ekstremverdier ved at han påpeker at gjennomsnittet påvirkes veldig av én lønn i undersøkelsen. Stian ser da at verdien til gjennomsnittet blir nesten fordoblet av lønnen til fotballspilleren, og bruker dette i forklaringen sin om gjennomsnittsbegrepet.

Elevenes forståelse av hvor sårbart gjennomsnitt er for ekstremverdier kommer ytterligere til syne i oppgave 4a, hvor elevene skal avgjøre hvilket sentralt mål som gir det beste bildet på hvilken årslønn som er vanligst.

E10 - Stian: Det e vel gjennomsnitte da.

Håkon: Det e gjennomsnitte vi har svara før..

Rita: Mhm. Vi ser jo litt her... Eh.. Kor mang det e som e opp der i vertfall..

Stian: Nå som e over og nå som e under.

Rita: Her ligg det vell... Eh...

Håkon: Det e jo "5" og "9" som trekker opp da.. på gjennomsnitte [Henviser til søylene i søylediagrammet]

Stian uttrykker at det må være gjennomsnittet. Håkon stiller da spørsmål ved dette, og lurere på om det skyldes at de har svart gjennomsnitt tidligere i oppgavesettet. Elevene begynner så å se på søylediagrammet, og å diskutere høyden på søylene. De sammenligner verdien for gjennomsnittet og ser på hvilke søyler som ligger over og under gjennomsnittsverdien. Håkon observerer at søyle 5 og 9 er to av de høyeste og er dermed med på å trekke opp gjennomsnittet. Håkons beskrivelser viser at elevene vurderer hvilke verdier som er med på å påvirke gjennomsnittet, og ettersom disse søylene ikke er ekstreme ender de opp med å velge gjennomsnittet.

En elev fra den andre gruppa (gruppe 2) beskriver forskjellen mellom gjennomsnittet og medianen i oppgave 4b, i det han sammenligner disse to begrepene.

E11 - Lasse: Det e jo bare én person som tjene så my, og da stig gjennomsnitte veldig my, men median blir fortsatt det samme lissom.

Her beskriver Lasse den samme egenskapen som kommenteres av Stian, da han også legger vekt på at gjennomsnittet blir sterkt påvirket av lønnen til fotballspilleren. Videre påpeker han at medianen ikke blir påvirket like mye av ekstremlønnen til fotballspilleren, men holder seg

nesten på samme verdi. Lasse gir da uttrykk for at han har forståelse for egenskapene til begrepene ved at gjennomsnittet bruker alle verdiene, mens medianen benytter bare de midterste. Dermed kan vi se at Lasse har sammenlignet sentralmålene ved å analysere og tolke begrepene i lys av situasjonen med fotballspilleren, og hvilke konsekvenser dette har for de to sentralmålene.

Elevene i gruppe 1 gjør en tilsvarende sammenligning i den samme deloppgaven, men da mellom sentralmålene typetall og median. Her er elevene i ferd med å begrunne hvorfor medianen er mest hensiktsmessig som et mål for hva som er vanligst å tjene i oppgave 4b.

E12 - Rita: Ehm.. D e jo kanskje typetall da.

Håkon: Ja.

Stian: Typetalle e jo bare viss to har det og alle andre har en av det.. Så æ vil si median.. fordi median e jo meir gjevn... Median vise jo.. Ka som e i midten.. Itj sant! Så det e nokka over og nokka under..

Rita: ja.

Her starter Rita med å foreslå typetallet som svar og får da en bekreftende kommentar fra Håkon like etter. Stian avkrefter dette forslaget med å beskrive hvordan typetallet påvirkes av de årslønnene som de ulike deltagerne har i undersøkelsen. Dermed viser han forståelse for hvor sårbart typetallet er i møte med datasett med stor variasjonsbredde og få verdier som er like. Stian beskriver at typetallet blir uegnet i denne deloppgaven ved at han bruker det faktum at det er bare to personer som har samme årslønn i datasettet. I denne oppgaven hadde typetallet en mye lavere verdi enn de to andre sentralmålene, samt verdien i seg selv var en veldig dårlig representasjon av datamaterialet. Videre foreslår Stian medianen som svar på deloppgaven. Han beskriver da hvordan medianen er det tallet som er i midten av datasettet, og at det er flere personer med lønn over og under lønnen som er gitt av medianen. I denne oppgaven er flere av gruppemedlemmene usikker på hvilket sentralmål de skal velge, og valget faller til slutt på median etter at en av elevene gir sin begrunnelse på hvorfor han mener at det er det beste målet. I likhet med Lasse viser Stian i denne oppgaven forståelse for egenskaper, men da for median og typetall.

5.3.1 Diskusjon av beskrivelse av sentralmålenes egenskaper

Ifølge Mooney (2002) inngår det å analysere og tolke data som en viktig del av statistisk tenkning. Elevene ser ut til å ha kompetanse i dette, ettersom de må tolke og analysere dataene de får presentert i hver oppgave for å være i stand til å beskrive i hvilke situasjoner et

sentralmål er bedre enn de andre. Som nevnt tidligere er sentralmålenes egenskaper ikke direkte tilgjengelige for elevene ettersom læreboka ikke omtaler disse eksplisitt, og de bare kan få innblikk i disse gjennom arbeid med oppgaver. I observasjonen av elevene ga de uttrykk for forståelse av flere egenskaper til sentralmålene.

Et eksempel på elevenes kjennskap til egenskapene kan sees i episode 8 og 9. I episode 8 beskriver Håkon og Stian hvordan gjennomsnitt viser alle verdiene i datasettet og gir et helhetsbilde. Et viktig aspekt i forkaringen til Stian i episode 8 som det er viktig å merke seg, er hvordan det han uttrykker ikke samsvarer med forståelsen. Stian gir da uttrykk for at gjennomsnittet gir summen av karakterene i stedet for felleskarakteren, og som viser at det kan være vanskelig for elevene å gi uttrykk for sin forståelse gjennom muntlig beskrivelse (Säljö, 2001). Videre gir de uttrykk for hvordan gjennomsnittet er sårbart for ekstremverdier i episode 8. Her beskriver Stian hvordan gjennomsnittet påvirkes veldig når en av verdiene i utvalget er mye større enn de andre, og fører til at gjennomsnittet dobles i verdi.

Elevene viser også forståelse av hvordan sentralmålene påvirkes forskjellig og dermed har fordeler og ulemper i ulike situasjoner. Eksempler på dette er hvordan Lasse beskriver hvordan gjennomsnitt og median påvirkes i samme kontekst i episode 11. Lasse forklarer at gjennomsnittet kan stige veldig mye i en situasjon med ekstremverdier, mens medianen i dette tilfellet blir nærmest upåvirket. Lasse viser dermed forståelse for at de to sentralmålene har forskjellig sårbarhet i møte med ekstremverdier.

Videre gir Rita, Håkon og Stian uttrykk for forskjellen mellom typetall og median i episode 12. Her trekker de frem fordelene med median framfor typetall i situasjoner hvor det er stor spredning og få like verdier i datamaterialet. Det interessante her er hvordan Stian beskriver medianen som det som er i midten. Denne referansen til det som er i midten går igjen i flere av elevenes utsagn og benyttes i møte med både gjennomsnitt og median. Dette antyder at elevene ser en sterk likhet mellom gjennomsnitt og median, da disse kan si noe om hva som er i midten. I kontrast gir elevene uttrykk for at typetallet bare gir oss informasjon om hvilken verdi det er flest av. Kan elevene oppleve et skille mellom sentralmålene, hvor man har gjennomsnitt og median på den ene siden og typetall på den andre siden? Elevenes utsagn kan i hvert fall tyde på at elevene opplever typetall som veldig forskjellig fra de to andre.

5.4 Gjennomsnitt som foretrukket løsning

Når elever skal løse oppgaver innenfor beskrivende statistikk gir elevene uttrykk for at de foretrekker enkelte sentralmål framfor andre. Elevenes første møte med sentralmålene er

nødvendigvis ikke i matematikkundervisningen, da elever kan bli kjent med gjennomsnittsbegrepet gjennom for eksempel hverdagslig språk brukt i media eller i dagligdagse situasjoner. I matematikkundervisningen blir elevene introdusert for sentralmålene mot slutten av barneskolen, og ettersom gjennomsnitt er det sentralmålet som brukes mest i hverdagslig språk har elever en tendens til å ha bedre kjennskap til dette målet enn de andre sentralmålene.

I oppgave 2a har elevene i gruppe 2 en diskusjon om hvilken av klassene som har gjort det best på prøven.

E13 - Lasse: Det e klasse "D", ettersom dem har best gjennomsnitt.... Gjennomsnitte e jo det som telle mest på karakteran.

Kari: Å så står det "Hvilke klasse mener dere har gjort det best? hvorfor mener dere det?" [Leser oppgaveteksten igjen] Det fordi at dem har fått høyest karaktera.

Lasse: Men klasse "A" har jo best typetall. Dem har jo fem, og der e dem to lissom. [Sammenligner typetallet til klasse A og C)

Oda: og fire der da..

Lasse: Ja.

Kari: Koffer fikk dem bedre da?

Lasse: Vi si det. Vi si at "D" har gjort det best. Dem har liksom.. dem har like mye som klasse "A".

Kari: Klasse "D" har gjort det best siden dem har fått høyest gjennomsnitt?

Her foreslår Lasse at det er klasse D som har gjort det best fordi den klassen har det høyeste gjennomsnittet. Kari og Oda svarer bekreftende, men er usikker på hvorfor Lasse mener det. Lasse forklarer at det er fordi at det er gjennomsnittet som teller mest på karakterene, men observerer like etter at klasse A har best typetall. Elevene ender opp med å velge gjennomsnittet da de ikke kommer frem til en god grunn for hvorfor de skal velge typetall. Det interessante i denne episoden er hvordan elevene først foreslår gjennomsnitt før de vurderer typetallet. Gruppen ser ut til å først velge det som de føler seg mest trygge på, som er gjennomsnitt. Etter å ha vurdert typetall uten å ha kommet frem til en god grunn for hvorfor dette skal være et bedre mål faller gruppen tilbake på det "trygge" førstevalg.

Et annet eksempel på hvordan gjennomsnitt blir et trygt førstevalg kommer til uttrykk i oppgave 1, hvor elevene i gruppe 1 skal fordele hvilke mål de skal forklare ovenfor hverandre.

E14 - Stian: Æ tar gjennomsnitt.
Håkon: Nei, æ tar det.
Stian: Æ va først.
Håkon: okey, da tar æ median.
Rita: Nei, det e slemt!..okey.
Stian: Du fikk typetall.

Her ser vi at både Stian og Håkon ønsker å forklare gjennomsnitt, og når Håkon ikke får muligheten til dette velger han median. Rita gir da uttrykk for misnøye med at hun må forklare median. Ut i fra dialogen mellom elevene kommer det frem at elevene virker mest trygge på gjennomsnittsbegrepet og ønsker å forklare dette begrepet. Videre ser man også at typetall er det sentralmålet som elevene foretrekker minst. Situasjonen er interessant ettersom den gir innsikt i elevenes forhold og da kunnskap til begrepene.

I oppgave 2b fortsetter elevene i gruppe 2 diskusjonen, nå om hvilket av sentralmålene som gir det beste bildet av hvilken klasse som har gjort det best på matematikkprøven.

E15 - Oda: Av dem der klassan?
Kari: Æ synes gjennomsnitte e best og median e dårligst.
Lasse: Eller kanskje typetall e dårligst?
Kari: Nei, men liksom...
Lasse: Det si jo bare om ka flæstan har fått...
Kari: Jammen, medianen e jo tilfeldig da.
Lasse: ...og ikke liksom som en helhet[Fortsetter sin forrige setning]... Den e jo satt opp i en stigende rekkefølge vettu, og så midterste. [Fortsetter på det Kari sier om median]
Kari: Å ja..
Lasse: Mens typetallet e jo bare sånn.. ka flæstan har fått.
Oda: Ja.
Lasse: Da har vi sett at gjennomsnitte e det beste og typetalle e det dårligste.

Kari foreslår at gjennomsnittet er best egnet og at median er det dårligste målet. Lasse ser ut til å være enig med Kari i at gjennomsnitt er best egnet, men gir uttrykk for at det kan være typetall som er dårligst. Lasse argumenterer med at typetallet ikke kan si noe om helheten av klassen, ettersom det bare gir oss hvilken karakter som flest elever har fått. Videre påpeker han at median kan fortelle oss hvilken karakter som er i midten når de er satt i en stigende

rekkefølge og kan dermed relateres til en gjennomsnittlig verdi. Dette fører til at han mener at typetallet er minst egnet til å si noe om klassene.

I oppgave 3d, skulle elevene finne ut hvor mange gjester kjøkkenet måtte forvente å servere til enhver tid i løpet av en dag. I oppgaveformuleringen blir elevene gjort oppmerksom på at det er mulig å bruke tabellen og diagrammet.

E16 - Oda: Kor mange persona kan dem ha.. liksom gi...

Kari: Ka som e mest..

Oda: Vanlig å ha?

Lasse: Kor mange persona kan dem forvente å ha til en hver tid? ja, det liksom hver time du har hver dag.

Kari: Eh.

Lasse: Vi kan jo si "13"..

Kari: nei...

Lasse: "14".

I denne oppgaven ble elevene kjent med at de ikke kunne benytte seg av kalkulator i oppgaveløsningen, og dette førte til at elevene velger å prøve å finne en gjennomsnittsverdi ut i fra linjediagrammet. Oda er usikker på hva oppgaven er ute etter, og lurere på om de skal finne ut hvor mange personer det er vanlig at restauranten har på besøk. Lasse forklarer til resten av gruppen at de må finne ut hvor mange gjester restauranten har hver time hver dag, og kommer med forslaget om 13 gjester. Lasse ser da ut til å prøve å etablere en gjennomsnittsverdi ut i fra linjediagrammet, da han observerer at graf 1 holder seg jevnt rundt 13. Oda og Rita ser ut til å være med på resonnetet til Lasse, og gruppa blir enig om en verdi som ikke er så langt unna hva gjennomsnittsverdien ville ha vært om de hadde regnet den ut.

Gruppe 1 tolker da oppgaveteksten i den samme oppgaven annerledes, da de mener at man må finne et toppunkt.

E17 - Rita: Hva er høyest da?

Stian: Høyeste punktet ligg på tjue.

Rita: Nitten.

Stian: Nei. Nitten ja.

Rita: Kanskje tjue?

Stian: Tippe tjue.. for det hell sæ jo jevnt der.

Både Rita og Stian ser ut til å ha samme oppfatning av oppgaven og at man må finne en maksimalverdi for besøkstallet, da restauranten må ha kjøkkenpersonale nok til å håndtere servering av et maksimum av gjester til en hver tid i løpet av en dag. Dermed velger denne gruppen å gå for 20 gjester, som er det største antallet gjester som restauranten har i løpet av en dag.

5.4.1 Diskusjon av gjennomsnitt som foretrukket løsning

Som nevnt har ikke alle sentralmålene lik tyngde i forhold til bruksområder, og målet gjennomsnitt er i større grad anvendt i andre matematiske områder enn median og typetall (Watson & Moritz, 2000). I tillegg så brukes gjennomsnitt i større grad i dagligtale da elever vil garantert ha lest eller hørt enten "i snitt" eller "gjennomsnitt" i aviser og på tv.

I observasjonen av elevene ser man at elevene foreslår å bruke gjennomsnittet før de i det hele tatt vurderer de andre sentralmålene. Et eksempel på dette er episode 13, hvor elevene gir inntrykk av at de ønsker å ta i bruk gjennomsnitt i første omgang som mål for å velge hvilken av klassene som har gjort det best på prøven. Elevene blir usikre i denne oppgaven da de ser at typetallet har høyere verdi enn gjennomsnittet, noe som fører til at de ikke vet hvilket av de to sentralmålene de bør velge. Elevene kommer ikke frem til en begrunnelse for hvorfor de bør velge typetall og dermed faller de tilbake på deres første antakelse om at gjennomsnittet er best. Episoden er interessant ettersom elevene ser ut til å velge en løsnings som de føler er trygg når de er usikre på hvilket av målene som er best egnet.

Videre ga elevene inntrykk av å foretrekke gjennomsnitt framfor de to andre sentralmålene. Dette kommer til uttrykk i episode 14, hvor elevene velger hvilke sentralmål de skal forklare for hverandre. Elevene gir uttrykk for at gjennomsnittet er det de foretrekker å beskrive. Dette antyder at elevene føler at det er dette sentralmålet som de har best kjennskap til. I tillegg var elevene negative til at de måtte forklare typetall, da ingen ga uttrykk for at de ønsket å forklare dette begrepet.

Sammenligner vi dette med episodene i kategori 1 og 2, underbygger disse antagelsen om at elevene velger ut i fra hvilket av sentralmålene som de føler de har best kjennskap til, men ikke ut i fra forståelsen av disse. Det interessante her er at elevene har veldig lett for å forklare begrepet typetall (episode 1) og anvender eksempler med dette begrepet for å underbygge sin forklaring (episode 7). Dette står i kontrast til hvordan elevene gir uttrykk for å ikke ønske å beskrive typetall i episode 14. I tillegg gir elevene uttrykk for at de i flere episoder ønsker å benytte de andre sentralmålene før de ønsker å benytte seg av typetall i oppgaveløsningen.

Videre gir elevene uttrykk for at de heller vil benytte median i stedet for typetall, men de har større utfordringer (episode 3 og 4) med å beskrive dette begrepet. Elevene gir uttrykk for at median ligner på gjennomsnittet ved at begge betegnes som 'i midten av datamaterialet'. Dette antyder at elevene kan foretrekke median fremfor typetall på grunn av at dette sentralmålet har likheter med gjennomsnittet. Samlet tyder elevenes utsagn på at elevene foretrekker gjennomsnitt, foran median og til slutt typetall.

I episode 13 gir Lasse spontant uttrykk for et ønske om å bruke gjennomsnitt, uten at elevene har nevnt eller uttrykt noe tidligere. I hver oppgave trenger elevene tid til å analysere og tolke både kontekst og data som presenteres (Mooney, 2002), dermed blir elevenes spontane uttrykk mer interessante. En tolkning kan være at elevene er raske til å sette seg inn i oppgavene og ved hjelp av tidligere erfaringer og forståelse anser det som mest hensiktsmessig å bruke gjennomsnittsmålet. En annen tolkning er at elevene i utgangspunktet favoriserer gjennomsnittsmålet, og når de møter nye oppgaver hvor de har mulighet til å bruke dette målet vil de først prøve å se om de kan anvende dette målet før de vurderer de andre sentralmålene. Disse tolkningene er i seg selv veldig usikre, fordi de er gjort med utgangspunkt i kun hva elevene uttrykte i møte oppgaven. Hadde man intervjuet elevene i etterkant kunne det blitt undersøkt ytterligere.

I episode 16 og 17 gir de to gruppene uttrykk for forskjellige tolkninger av situasjonen i oppgave 3d, da de blir bedt om å vurdere hvor mange gjester kjøkkenet kan forvente å servere til enhver tid. Episodene som oppstår er interessante ettersom elevene i forkant av denne oppgaven ble informert om at de ikke har mulighet til å bruke kalkulator, og dette fører til at elevene begynner å bruke linjediagrammet mer aktivt i oppgaveløsningen. Gruppe 2 ender opp med å etablere en slags gjennomsnittsverdi ut i fra tolkningen om at antallet gjester holder seg stabilt rundt 14 gjester med noe variasjoner. I kontrast velger gruppe 1 en verdi ut i fra hvor mange gjester det maksimalt kommer innom restauranten i løpet av en dag og at de må være forberedt på å kunne servere disse. Forskjellene i løsning illustrerer hvor stor innflytelse gjennomsnittet har som løsningsmetode. Elevene i gruppe 2 velger her å bruke gjennomsnitt som løsningsmetode før de i det hele tatt vurderer hva oppgaven faktisk spør etter. Kan elevenes preferanse til å bruke gjennomsnitt gå på bekostning av deres tolkning av praktiske/virkelighetsnære oppgaver? Det kan i hvert fall tyde på at elevene favoriserer gjennomsnittsmålet fremfor de to andre sentralmålene, og elevene har en tendens til å øyeblikkelig vurdere gjennomsnitt i møte med nye oppgaver, og vurderer andre løsningsmetoder kun hvis de føler at gjennomsnittet blir utilstrekkelig.

6. Refleksjoner

Under gjennomføringen av arbeidet med denne oppgaven har noen begrensninger ved utførelsen av dette forskningsprosjektet blitt belyst, og skulle jeg gjennomført en lignende prosess på et senere tidspunkt ville jeg gjort noen metodologiske endringer, spesielt i forbindelse med datainnsamlingsprosessen. For det første kunne jeg inntatt en mer aktiv rolle under gjennomføringen av datainnsamlingen i stedet for å innta rollen som ”passiv observatør”. Gjennom en mer aktiv deltakelse kunne jeg stilt spørsmål underveis når elevene kom med utsagn som var veldig uklare, og dermed forhåpentligvis fått elevene til å utdype hva de mente. Videre kunne jeg brukt individuelle intervjuer i etterkant av elevenes arbeid med oppgavesettet slik at uklare utsagn og påstander kunne blitt oppklart, samt muligens gitt meg tilgang til et rikere kvalitativt datamateriale. Utfordringen ved begrensningene har vært et vanskeligere analysearbeid, da datamaterialet har inneholdt flere uklare utsagn som har medført en usikker fortolkning. I verste fall får dette konsekvenser for troverdigheten til oppgaven, og begrensningene har stilt store krav til kodingsarbeidet i analysen av datamaterialet.

En annen utfordring jeg har kjent på ved utarbeidelsen av denne oppgaven, har vært tidsdisponeringen underveis i forskningsarbeidet. Jeg kunne ha gjort endringer i tidsdisponeringen for å få bedre tid i arbeidet med å finne relevant faglitteratur, gjennomføring av datainnsamlingen og til skriveprosessen.

Til tross for det ovennevnte, føler jeg at jeg har svart på problemstillingen og at resultatene fra denne oppgaven kan være nyttig i mitt fremtidige arbeid som lærer. Masteroppgaven har gitt meg et godt innblikk i elevenes forståelse av sentralmålene og hvordan de uttrykker seg i anvendelsen av målene.

7. Konklusjon

I denne oppgaven ble det gjennomført en undersøkelse som skulle se nærmere på elevenes uttrykte forståelse. Undersøkelsen ble gjennomført ved hjelp av arbeid i grupper, slik at elevene skulle få en arena for å uttrykke sin egen forståelse for sentralmålene, gjennom interaksjon og kommunikasjon. En gruppesetting muliggjorde formidling av og meningsutvekslinger om sentralmålene elevene seg imellom, og elevenes utsagn dannet grunnlaget for resultatene av undersøkelsen.

Resultatene i undersøkelsen tyder på at elevene i stor grad støtter seg til læreboken i sin forståelse av sentralmålene. Elevene har lett for å gjengi begrepsdefinisjoner og beskrivelser som beskrevet i læreboken. Gjennomsnitt er det begrepet elevene fremstår som mest komfortable med, noe som kommer til syne ved at de i forbindelse med dette i større grad kan bruke egne ord, heller enn bare en gjengivelse av definisjonen fra læreboken.

Elevene tar i bruk eksempler i sine forklaringer av sentralmålene for hverandre. Eksemplene brukes til å formidle prosedyrekunnskap gjennom beskrivelse av fremgangsmåte og for å underbygge poenger i elevenes egne resonnementer. Eksemplene blir sentrale for elevenes utvikling av begrepskunnskap siden elevene bruker disse i refleksjoner og meningsbrytning med andre elever.

Videre viser elevene kjennskap til flere av sentralmålenes egenskaper. Elevene beskriver egenskapene gjennom hvordan de anvender og argumenter for hvilket sentralmål de ønsker å bruke i de ulike oppgavene. De forskjellige egenskapene blir ofte avgjørende for hvorfor elevene velger et sentralmål fremfor et annet. Til tross for dette viser også elevene en segmentering i forståelsen av sentralmålene, siden de skiller de tre sentralmålene i to grupper med gjennomsnitt og median på den ene siden og typetall på den andre. Gjennomsnitt og median kan da si noe om hva som er i midten i kontrast til typetall.

Gjennom elevenes anvendelse viser også elevene antydning til å foretrekke gjennomsnitt fremfor de to andre sentralmålene. Elevene prøver å anvende gjennomsnitt før de vurderer de to andre sentralmålene, samt at de faller ofte tilbake til gjennomsnitt hvis de er usikre på om hvilken av sentralmålene de bør velge.

I elevenes utvikling av forståelse om sentralmålene ser det ut til at det er viktig å bruke gode eksempler for å få frem egenskaper og bruksområder til de ulike målene. Gjennomsnittets status som foretrukket løsningsmetode gjør at elevene kan gå glipp av statistisk kompetanse i

anvendelsen av de andre sentralmålene. Elevene mister verdifull forståelse for deskriptiv statistikk, noe som kan være uheldig i deres videre læring av statistikk. For å utvikle elevenes forståelse for sentralmålene er det viktig at elevene får oppgaver som legger opp til en bred anvendelse av alle sentralmålene, og sørger for refleksjon, analyse og vurdering løsningsmetoder.

Denne masteroppgaven viser at elevene har en god forståelse for sentralmålene, men synliggjør også utfordringer i elevenes begrepsforståelse. Resultatene for denne undersøkelsen er fra et lite utvalg av elever, og det kunne ha vært interessant å sett på et større utvalg av elever i en fremtidig undersøkelse. Forskningsmetoden kan med fordel utvides til å inkludere intervjuer, for å tydeliggjøre elevenes utsagn.

Elevene ser ut til å inneha en betydelig statistisk kompetanse noe som gjør dem bedre rustet til å møte den stadig økende mengden av informasjon i samfunnet. Det er viktig at lærere er bevisste på elevenes læring slik at vi skaper en god læringsarena for å sikre en best mulig statistisk kompetanse som inkluderer forståelsen av gjennomsnitt, median og typetall og bruken av disse.

9. Referanser

- Angell, C., Bungum, B., Henriksen, E. K., Kolstrø, S. D., Persson, J., & Renstrøm, R. (2011). *Fysikkdidaktikk*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Bakke, B., Bakke, I. N., & Lie, B. R. (2006). *Grunntall 8 - Matematikk for ungdomstrinnet*. Drammen: Elektronisk undervisningsforlag AS.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). New York: Routledge.
- Daniels, H. (2005). *An introduction to Vygotsky*. New York: Routledge.
- Doyle, C. S. (1994). *Information literacy in an information society: A concept for the information age*. New York: DIANE Publishing.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, s. 103-131.
- Dysthe, O. (red.). (2001). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Gibbs, G. (2007). *Analyzing qualitative data*. London: Sage Publications.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics. I J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge - The case of mathematics* (ss. 1-23). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc. Publishers.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., . . . Human, P. (1997). *Making sense - teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Jacobsen, D. I. (2005). *Hvordan gjennomføre undersøkelser?* (2. utg.). Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Kerka, S. (1995). *Not just a number: Critical numeracy for adults*. Columbus, OH: ERIC Publications.
- Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(1), s. 23-63.

- Pehkonen, E. (2003). Lærere og elevers oppfatninger som en skjult faktor i matematikkundervisningen. I B. Grevholm (red.), *Matematikk for skolen* (ss. 154-176). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode - En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Robbins, D. (2007). Critical review of sociocultural theory: Redefining L.S. Vygotsky's non-classical psychology. *Intercultural Pragmatics*, 4(1), s. 85-97.
- Skemp, R. (1989). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge.
- Solomon, J. (1994). The rise and fall of constructivism. *Studies in Science Education*, 23, s. 1-19.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. London: Sage publications.
- Säljö, R. (2001). *Læring i praksis - Et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: J.W. Cappelens forlag a.s.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, s. 151-169.
- Utdanningsdirektoratet. (2013a). *Læreplan i matematikk fellesfag - Føremål*. Hentet fra <http://www.udir.no/kl06/MAT1-03/Hele/Formaal/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013b). *Læreplan i matematikk fellesfag - kompetansemål - Etter 7. årsstrinn*. Hentet fra <http://www.udir.no/kl06/MAT1-03/Kompetansemaal/?arst=372029323&kmsn=1537014183>
- Wallman, K. K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), s. 1-8.
- Watson, J. M. (2006). *Issues for statistical literacy in the middle school*. Hentet fra International Association for Statistical Education: http://iase-web.org/documents/papers/icots7/6C1_WATS.pdf
- Watson, J. M., & Kelly, B. A. (2003). The vocabulary of statistical literacy. In *Educational Research, Risks, and Dilemmas: Proceedings of the Joint Conferences of the New*

Zealand Association for Research in Education and the Australian Association for Research in Education.

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), s. 11-50.

Vedlegg 1 Informasjonsskriv med svarlipp

Trondheim, 12 februar

Til foreldre/foresatte for elever på 8. trinn ved (anonymisert) skole

Anmodning om tillatelse til video-opptak av undervisning og intervju

Jeg er masterstudent i program for lærerutdanning ved NTNU, med fordypning i matematikk og fysikk. Jeg skal i løpet av våren 2013 gjennomføre en undersøkelse om hvordan elevers forståelse av temaet statistikk blir påvirket i møte med interaktive undervisningsaktiviteter.

For å få så valide og pålitelige data som mulig har jeg, i samråd med min veileder, kommet til at det vil være ønskelig å gjøre videoopptak/lydopptak av undervisningssekvenser med elever, samt gjennomføre intervjuer. Derfor ber jeg om samtykke fra deg/dere til å kunne gjøre videoopptak/ lydopptak av elever i klasse 8C ved (anonymisert) skole. Det er snakk om å opptak av undervisningssegmenter med fokus på elevenes dialog rundt begrepene innenfor statistikk. Forutsetningene for samtykket er at alt innsamlet materiale blir behandlet med respekt og anonymisert og at prosjektet ellers følger gjeldende retningslinjer for personvern. Deltakelse er naturligvis helt frivillig, og samtykket kan til enhver tid trekkes tilbake uten oppgitt grunn.

Intervjuer og opptak vil kun bli sett/hørt av meg og min veileder. I materiale som skrives eller på annen måte presenteres for andre vil det ikke være mulig å knytte datamaterialet til enkeltindivider. Etter at oppgavene (undersøkelser og presentasjoner) er gjennomført vil innsamlede data bli slettet.

Hvis noen vil vite mer om dette, eller hva det innsamlede materialet skal brukes til, så er det bare å ta kontakt med meg på telefon eller e-post (se øverst for detaljer).

Jeg håper du/dere synes dette er interessant og viktig, og at dere er villige til å la deres barn delta. Jeg ber foreldre/foresatte om å fylle ut svarslippen på neste side hvor du/dere indikerer samtykke til videoopptak/lydopptak i klassen, eller ikke.

På forhånd takk!
Vennlig hilsen
Morten Utstrand

SVARSLIPP (stryk det som ikke passer)

Jeg/Vi har mottatt skriftlig informasjon og samtykker til videoopptak av undervisning i klassen der _____(elevens navn) er elev.

Jeg/vi har snakket med datteren/sønnen vår om dette, og hun/han har også gitt sitt samtykke som representeres ved min/vår underskrift.

(Sted og dato)

(underskrift fra foresatte/foreldre)

Vennligst returner svarslippen til læreren i klassen så snart som mulig.

Vedlegg 2 Transkriberingsnøkkel

Tekst..Tekst = Tenkepause

..Tekst = Fullføring av forrige setning.

Tekst. = Fullstendig setning

Tekst ... = ufullstendig setning

Tekst ... Tekst = Setning brutt og ny setning igangsatt

Kursiv = Deltager leser det som han/hun skriver på tastaturet

[Tekst] = Handling som gjennomføres og eller beskrivelse av handling

Tekst tall Tekst = Tallet beskriver et gitt antall av noe.

"tall" = Muntlig beskrivelse av tallet. eks "2" = Toere/Toera(Dialekt)

"**Tall** " / "**Bokstav**" = Beskriver et objekt(f.eks. graf nr 1, eller en kolonne i en tabell)

Tekst = Deltager leser høyt.

Tekst = Viser hva elevene skrev ned i oppgavebesvarelsen.

(Tekst) = Kommentar

Vedlegg 3 - Oppgavesett

Oppgave 1 og 2

Oppgave 1: Forklaring av matematiske begreper

I denne oppgaven skal dere forklare begreper for hverandre. Hver elev skal velge ett av de følgende begrepene: gjennomsnitt, median og typetall, men dere kan **ikke** velge samme begrep. Dere skal gi en forklaring på hva begrepet innebærer og gi gjerne et eksempel på en situasjon hvor dere ville ha brukt dette begrepet.
Gjennomføring: 1. Velg dere et begrep. 2. Forklar begrepet i tur og orden til hverandre.

Oppgave 2: Hvilken klasse gjør det best?

På en av Trondheims ungdomsskoler ble det gjennomført en matematikk prøve i temaet algebra. Lærerne på ungdomsskolen ønsker å se nærmere på resultatene for å bruke dette til tilpasset opplæring, og dermed ønsker de å vurdere klassene i sin helhet ved hjelp av median, typetall og gjennomsnitt. I tabellen under kan vi se resultatene fra prøven, med karakterskalaen 1-6, for elevene i klassene A, B, C og D.

	Elever nr:	Klasse A	Klasse B	Klasse C	Klasse D
	1	2	3	2	5
	2	4	2	2	5
	3	5	4	6	6
	4	3	6	4	4
	5	6	6	2	3
	6	2	4	5	2
	7	4	5	4	5
	8	6	2	6	6
	9	3	3	6	6
	10	5	4	3	3
	11	3	3	5	4
	12	5	3	2	3
	13	5	5	3	4
	14	3	5	5	4
	15	4	2	2	2
	16	2	4	6	3
	Median	4	4	4	4
	Typetall	5	3	2	4
	Gjennomsnitt	3,875	3,8125	3,9375	4,0625

2a) Hvilken av klassene mener DERE har gjort det best? Hvorfor mener dere det?

Svar:

2b) Hvilket av målene synes dere er spesielt godt egnet til å si noe om hvilken klasse som er best, og hvilket synes dere eventuelt er dårlig egnet? Begrunn hvorfor dere synes det er slik.

Svar:

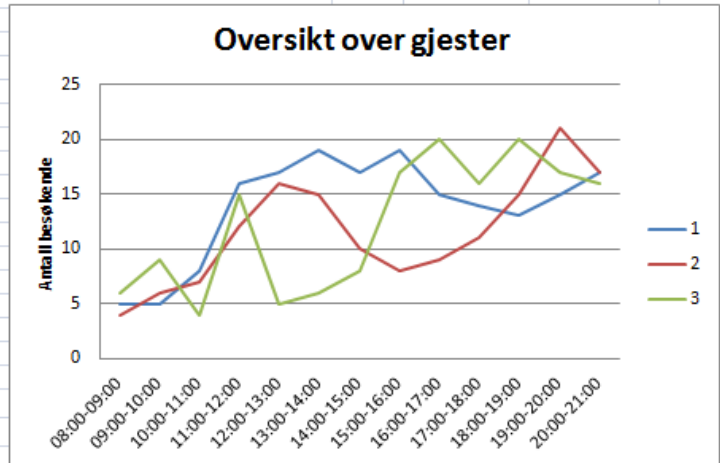
Oppgave 3 (deloppgave 3a, 3b, 3c og 3d)

Oppgave 3: Å lete etter sammenhenger.

Restauranteier Hansen registrerer besøkstall i sine 3 restauranter i løpet av en dag. Basert på disse besøkstallene, får han en ansatt til å lage et linjediagram som viser disse tallene utover dagen. Den ansatt glemte å sette på navn på grafene i linjediagrammet. Dermed trenger Hansen hjelp med å koble restaurantene (A, B og C) med grafene (1, 2 og 3) i linjediagrammet.

3a) Hjelp Hansen med å finne denne sammenhengen.

Restaurant	A	B	C
Klokkslett	Antall gjester		
08:00-09:00	6	4	5
09:00-10:00	9	6	5
10:00-11:00	4	7	8
11:00-12:00	15	12	16
12:00-13:00	5	16	17
13:00-14:00	6	15	19
14:00-15:00	8	10	17
15:00-16:00	17	8	19
16:00-17:00	20	9	15
17:00-18:00	16	11	14
18:00-19:00	20	15	13
19:00-20:00	17	21	15
20:00-21:00	16	17	17



Restaurant	A	B	C
Graf			

3b) Hvordan kom dere fram til svarene deres?

Svar:

3c) Hvilken av restaurantene mener dere går best?

Svar:

3d) Vi ser nærmere på restaurant C. Hvor mange gjester kan kjøkkenet forvente å måtte servere, til en hver tid i løpet av en dag? Er det mulig å bruke tabellen eller diagrammet?

Svar:

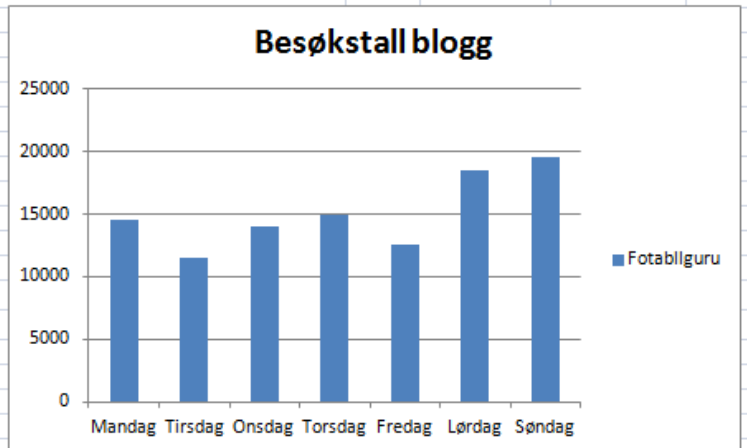
Oppgave 3 (deloppgave 3e, 3f, og 3g)

På bloggen Fotballguru registreres besøkstallene daglig. I tillegg til Fotballguru-bloggen har bloggeren flere andre blogger som det registreres besøkstall for. Nedenfor ser dere et søylediagram som viser besøkstallene for bloggen Fotballguru over en uke.

3e) Basert på diagrammet, kan dere finne ut hvilken av bloggnumrene som er Fotballguru?

Blogg nr.	1	2	3
Mandag	12351	14521	16542
Tirsdag	14523	11523	17592
Onsdag	12354	13985	12548
Torsdag	16542	14992	13567
Fredag	12358	12547	16542
Lørdag	21564	18572	14561
Søndag	12541	19587	19542

Webseite	Fotballguru
Blogg nr.	



3f) Hvordan kom dere fram til svaret?

Svar:

3g) Hvor mange besøkende har bloggeren på Fotballguru i snitt per dag?

Svar:

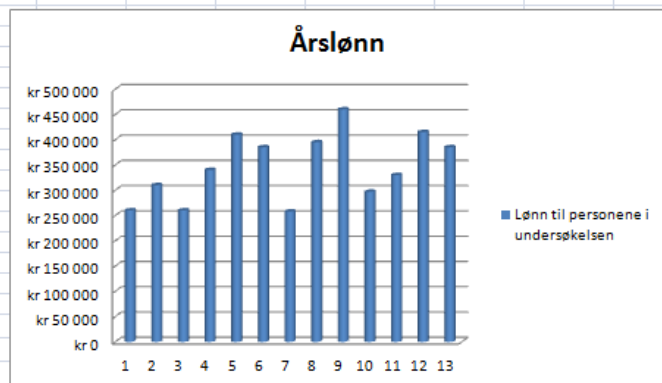
Oppgave 4 (deloppgave 4a, 4b, og 4c)

Oppgave 4: Hvilken lønn er vanligst?

I Trondheim sentrum blir 13 personer spurt om hva de tjener i løpet av ett år. Resultatene er gitt i tabellen under.

Person nr:	Årslønn
1	kr 260 000
2	kr 310 000
3	kr 260 000
4	kr 340 000
5	kr 410 000
6	kr 385 000
7	kr 258 000
8	kr 395 000
9	kr 460 000
10	kr 297 000
11	kr 330 000
12	kr 415 000
13	kr 385 000

Gjennomsnitt	kr 346 538
Median	kr 340 000
Typetall	kr 260 000



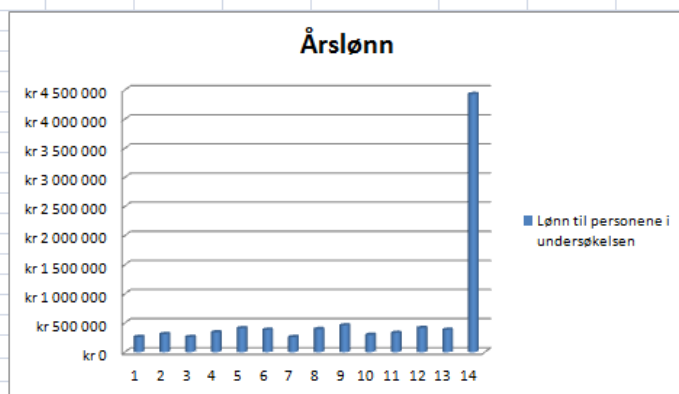
4a) Hvilken av målene gir det beste bildet på hvilken årslønn som er vanligst? Hvorfor?

Svar:

Like før undersøkelsen ble avsluttet ble enda en person spurt. Denne personen spiller for fotballklubben Rosenborg. Hvordan påvirker dette bidraget undersøkelsen?

Person nr:	Årslønn
1	kr 260 000
2	kr 310 000
3	kr 260 000
4	kr 340 000
5	kr 410 000
6	kr 385 000
7	kr 258 000
8	kr 395 000
9	kr 460 000
10	kr 297 000
11	kr 330 000
12	kr 415 000
13	kr 385 000
14	kr 4 430 000

Gjennomsnitt	kr 638 214
Median	kr 362 500
Typetall	kr 260 000



4b) Hvilken av målene gir NÅ det beste bildet på hvilken lønn som er mest vanlig å tjene? Hvorfor?

Svar:

4c) Sammenlign tallene til målene, gjennomsnitt, median, og typetall, med de i oppgave 4a. Hvilke mål påvirkes mest/minst?

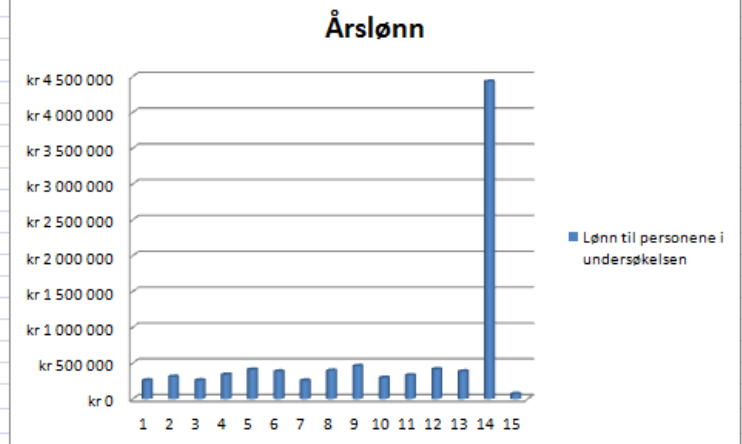
Svar:

Oppgave 4 (deloppgave 4d og 4f)

Studenten som gjennomførte undersøkelsen la til sin egen årslønn som siste bidrag i datamaterialet. Det blir spennende å se hvordan dette påvirker undersøkelsen.

Person nr:	Årslønn
1	kr 260 000
2	kr 310 000
3	kr 260 000
4	kr 340 000
5	kr 410 000
6	kr 385 000
7	kr 258 000
8	kr 395 000
9	kr 460 000
10	kr 297 000
11	kr 330 000
12	kr 415 000
13	kr 385 000
14	kr 4 430 000
15	kr 71 000

Gjennomsnitt	kr 600 400
Median	kr 340 000
Typetall	kr 260 000



4d) Hvilken av målene gir NÅ det beste bildet på hvilken lønn som er mest normal å tjene? Hvorfor?

Svar:

4f) Sammenlign tallene til målene, gjennomsnitt, median, og typetall, med de i oppgave 4a, 4b og 4c. Beskrive hvordan målene har endret seg underveis.

Gjennomsnitt:

Median:

Typetall: