

Masteroppgave
Optimale høstingsregimer av elg i områder med ulv
Veronika Friberg
Institutt for Samfunnsøkonomi NTNU

09/2018

Forord

ELG av Jan Erik Vold

Du kan kalle meg en elg. Jeg
er ingen elg men jeg har
en elgs

tålmodighet
utholdenhet
styrke - en elgs
godmodighet. Jeg sparker hardt

men sjelden.
Bare
når
nødvendig.

Du ser meg
på
trafikkskilt
i skogbrynet, på olje

malerier
under stormende sky, i
kontur
mot en kanadisk

solnedgang. Selv er jeg
et
annet
sted.

At jeg bor
i en novelle
av Tarjei
Vesaas. Med høy nakke

og søkende mule, som vet
hvor
barken
smaker. At jeg ikke

lar meg lokke
av landeveiens
små
listige speil.

Det fins
en innertier. Den er ikke alltid

der du
tror.

Jeg ønsker å rette en stor takk til veilederen min, professor Anders Skonhoft ved Institutt for samfunnsøkonomi (NTNU), som har med stor interesse for faget gitt god veiledning og raske, konstruktive tilbakemeldinger på arbeidet mitt gjennom hele prosessen. En stor takk rettes også til førsteamanuensis Markus Grasmair ved Institutt for matematiske fag (NTNU) som hjalp meg med å sette opp den numeriske analysen av problemstillingen min i MATLAB.

Abstract

This thesis aims to find optimal harvesting strategies of moose (*Alces alces*) in presence of wolves (*Canis lupus*). These harvesting strategies will be compared to recommended optimal harvesting strategies without predation. The suggested harvesting rates are found by performing a cost-benefit analysis of moose harvesting, presented within the framework of a sex and age structured model with four categories of animals (calves, yearlings, adult females, and adult males). Predation is taken into account by using fixed moose density dependent kill rates divided into summer and winter kill rates, specified for each category of animal. Harvesting strategies are explored for two different regimes: in a landowner profit maximization regime, and in an overall management regime. The harvesting value and the costs related to browsing damage are included in the landowner's profit maximization regime. In the overall management regime are costs related to moose-vehicle collisions included as well. Predation seems to lead to a vast reduction in both harvesting and the net benefit of the moose stock, compared to the suggested solutions without predation. This applies to both the landowner profit maximization solutions and in the overall management solution, and the relative reduction seems to be the largest in the overall management regime.

Sammendrag

Målet med denne oppgaven er å finne optimale høstingsregimer av elg (*Alces alces*) i områder med ulv (*Canis lupus*). Disse høstingsregimene sammenliknes med høstingsregimene man ville hatt uten predasjon. Høstingsratene finnes ved å gjennomføre en kost-nytte-analyse av høsting av elg, innenfor en alders- og kjønnsstrukturert modell inndelt i fire kategorier av dyr (kalver, ettåringer, elgkyr og elgokser). Ulvens predasjon blir tatt hensyn til ved å inkludere faste predasjonsrater i populasjonsmodellen, spesifisert for de alders og kjønnsklasser som rammes av predasjon, og deles inn i sommer og vinterpredasjon. Analysen gjennomføres for to ulike regimer: i grunneierens maksimeringsproblem, og i samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem. I grunneierens maksimeringsproblem blir inntekter ved salg av jaktrettigheter og kostnader ved beiteskader inkludert. I samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem inkluderes kostnader ved elgpåkjørsler i tillegg til verdien av høstinga og beitekostnader. Ulvens predasjon ser ut til å føre til en

vesentlig reduksjon både i høsting og i nettoytten av elgstammen, sammenliknet med løsningen uten predasjon. Dette gjør seg gjeldende både i tilpasningen funnet i grunneierens maksimeringsproblem og i samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem, og den relative reduksjonen ser ut til å være størst i samfunnsplanleggerens regime.

Innholdsfortegnelse

1.	Bakgrunn	1
2.	Den skandinaviske bestanden av elg	5
3.	Den skandinaviske bestanden av ulv	9
4.	Elgøkonomi	11
4.1.	Grunneiers inntekter og kostnader	11
4.2.	Samfunnets nytte av elg	17
5.	Elgens biologi	21
6.	Ulvens biologi	23
6.1.	Predasjon	23
7.	Populasjonsmodell uten predasjon	27
7.1.	Rekrutteringsfunksjonen	30
8.	Optimale høstingsrater av elg uten predasjon	35
8.1.	Grunneierens maksimeringsproblem	35
8.2.	Samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem	41
9.	Populasjonsmodell med predasjon	45
10.	Optimale høstingsrater av elg i områder med ulv	47
10.1.	Grunneierens maksimeringsproblem i områder med ulv	47
10.2.	Samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem i områder med ulv	52
11.	Numerisk analyse	55
11.1.	Optimale høstingsrater uten beiteskader	58
11.2.	Optimale høstingsrater med beiteskader	61
11.3.	Optimale høstingsrater samfunnsplanleggeren	62
12.	Konklusjon	67

1. Bakgrunn

Da ulven i Norge ble fredet på 1970-tallet var det sannsynligvis mindre enn ti ulver i hele Skandinavia. Etter fredningen har den sør-skandinaviske bestanden vokst, og blitt beregnet til å utgjøre ca. 410 ulver (Miljøstatus, 2018). Innenfor Norges grenser har det blitt registrert om lag 70 ulver, i tillegg til flere ulver som lever på både norsk og svensk side av riksgrensa (Miljøstatus, 2018). Ulvens tilbakekomst har skapt stor debatt. Bønder, grunneiere og jegere har sterke meninger om ulven. Men også den delen av befolkningen som ikke berøres direkte av ulven har engasjert seg i rovdyrpolitikken. Generelt sett, er bønder, jegere og grunneiere negative til ulvens eksistens, mens andre mener ulven hører hjemme i norsk natur. Bønder frykter at ulven skal rive vekk levebrødet deres, og grunneiere og elgjegere er bekymret for jaktutbyttet (Klima- og miljødepartementet [KLD], 2016). I Norge er det grunneieren som har retten til jakt og fangst på egen eiendom. Siden 95 prosent av den skandinaviske ulvens diett består av elg (Zimmermann, 2014), og grunneieren ikke får kompensasjon for elg som blir drept av ulv, medfører ulvens predasjon tapte jaktinntekter for grunneieren. Ulvens predasjon anses dessuten som additiv til annen dødelighet (Zimmermann, 2014); Det er derfor av interesse å se på hvordan høstinga må tilpasses for å ta hensyn til ulvens predasjon på elg, når målet er å maksimere nytten av elgstammen.

Elg og ulv har blitt mye studert, spesielt av økologer og biologer. Barbara Zimmermann har blant annet studert den skandinaviske ulvens diett. Disse funnene er nyttige for å finne ut hvordan man bør tilpasse forvaltningen av elgbestander som befinner seg i områder med ulv. Nilsen et al. (2005) så på hvordan uttaket av elg blir påvirket av ulv med en alders- og kjønnsstrukturert modell med 16 klasser for hvert kjønn. For ulike nivå på predasjon og tetthet av elg har de foreslått hvordan høstingsratene bør være, gitt bestandsmålet satt av viltforvaltningen i de aktuelle områdene. Her antas bestandsmålet satt av forvalterne å være optimalt. Dermed gir Nilsen et al. forslag til hvordan høstingsratene bør settes for å nå dette målet når man har predasjon i tillegg til jakt på elg. De fant at det burde være en høy tetthet av elg og en stor andel av hunndyr for å kompensere for at det blir lavere utbytte fra jakta når det er ulv i området. Jonzén et al. (2013) modellerte optimale høstingsregimer under predasjon med en alders- og kjønnsstrukturert modell, og sammenliknet resultatet med høstingsregimet som ble brukt i praksis. De fant at tapt jaktutbytte som følge av predasjon i

stor grad kunne kompenseres for ved å tillate en høyere tetthet av elg, eller ved skyte en større andel av hanndyr og spare elgkyr for å øke produktiviteten i stammen.

Tidligere studier har altså først og fremst sett på hvordan den reduserte høstinga kan kompenseres for, uten å ta hensyn til inntekter og kostnader. Målet med denne oppgaven blir altså å finne optimale høstingsrater av elg under predasjon av ulv, når målet er å maksimere nettoytten av elgstammen. Disse høstingsregimene som maksimerer nettoytten av en elgbestand i områder med ulv, blir sammenliknet med en situasjon uten ulv, for å se om ulvens predasjon kan kompenseres for. For å analysere dette, tar jeg utgangspunkt i populasjonsmodellen som benyttes i Olaussen og Skonhoft (2011) om optimale høstingsrater av elg. Jeg benytter meg også av de samme nyttefunksjonene for de ulike scenarioene som anvendes i samme artikkel. De ulike alders- og kjønnklassene av elg påvirker populasjonsvekst, inntekter og kostnader på ulik måte. Populasjonsmodellen struktureres derfor etter alder og kjønn. Viltnemda setter dessuten krav til hvor store andeler man skal skyte av de ulike alders- og kjønnklassene for å styre elgstammen mot et bestemt bestandsmål. På den måten passer modellen godt med hvordan elgstammen forvaltes i praksis. I denne oppgaven blir populasjonsmodellen fra Olaussen og Skonhoft (2011) utvidet med predasjonsrater. Siden den skandinaviske ulven foretrekker dyr under ett årsalder, og dreper få til ingen voksne dyr, er det av den grunn også hensiktsmessig å strukturere populasjonsmodellen etter alder og kjønn.

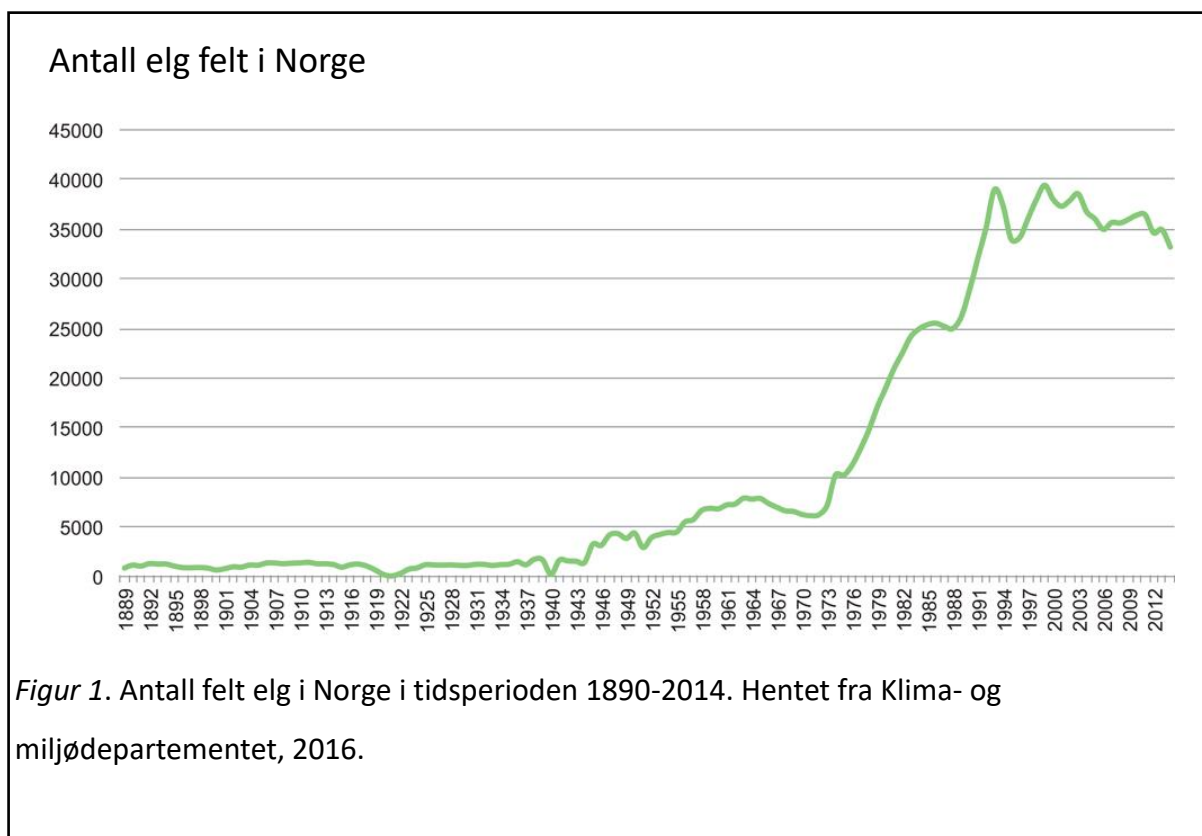
I denne oppgaven ser jeg på tre ulike måter elgstammen kan generere nytte på. I alle tilfeller antar jeg at grunneieren selger jaktrettigheten til andre, og at ulvens predasjon er eksogent gitt; Eventuelle effekter elgen har på ulvens populasjonsvekst neglisjeres i denne oppgaven, og anses som en rimelig antakelse da ulven i Norge er strengt kontrollert. I to av tilfellene har jeg sett på grunneierens nytte av elgstammen, og i ett av tilfellene har jeg sett på samfunnets nytte av elg. I det første tilfellet finner jeg de høstingsrater som maksimerer profitten til en grunneier som kun har elg på eiendommen sin i sommerhalvåret. Da unnslipper grunneieren kostnadene ved skogskader voldt av elg. I det andre tilfellet trekkes kostnader ved skogskader inn i grunneierens maksimeringsproblem. I det siste tilfellet ser jeg på samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem, og da blir også kostnader ved elgpåkjørsler tatt hensyn til. Maksimeringsproblemene formuleres både med og uten predasjon, og mitt bidrag blir således

å gi et svar på hvordan ulvens predasjon endrer de optimale høstingsratene i de ulike regimene.

I kapittel 2 og 3 starter jeg med å utrede hvordan utviklingen i elg- og ulvebestanden har vært, og hvordan elg og ulv forvaltes. I kapittel 3 gjennomgås økonomiske verdier knyttet til elgstammen. Deretter tar jeg for meg elgen og ulvens biologi i kapittel 5 og 6, og danner grunnlaget for populasjonsmodellen. Populasjonsmodellen formuleres og forklares uten predasjon i kapittel 7. I kapittel 8 formuleres grunneierens og samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem, og tilhørende førsteordensbetingelser diskuteres. Deretter utvides populasjonsmodellen med predasjon i kapittel 9, og maksimeringsproblemene formuleres i kapittel 10. Når de ulike scenarioene er analysert og diskutert matematisk, blir problemet belyst numerisk i kapittel 11. I kapittel 12 diskuteres funnene og en konklusjon om hvordan predasjon påvirker høstinga av elg antydes.

2. Den skandinaviske bestanden av elg

Hjortedyrstammene i Skandinavia minket fra 1800-tallet og var lav fram til andre verdenskrig; Det ble ikke skutt mer enn 1000 elger årlig fra århundreskiftet og fram til krigen. Dårlige år, konkurranse fra husdyr om beitet, mer effektive våpen og en stor ulveperiode trekkes fram som viktige årsaker til dette (Hjeljord, 2008, s. 149). I dag er den norske elgstammen 30 ganger større enn hva den var for 50 til 60 år siden (Hjorteviltportalen, u.å.). Særlig etter innføringen av rettet avskyting fra 1970-tallet har antall elg felt per år økt kraftig. Fra 1972 til 2003 har antallet felt elg per år økt fra 5000 til omtrent 40 000 (Helstad et al., 2005). For å få elgbestanden til å vokse har man spart elgkyr og skutt mer kalver, ettåringer og okser (Olaussen & Skonhoft, 2011), og dette øker produktiviteten i bestanden. Elgstammens vekstmuligheter kan med andre ord påvirkes gjennom ulike former for avskyting (Sæther et al., 1992). I tillegg har overgangen til bestandsskogbruket fra 1950 gitt gode vekstvilkår for prefererte arter som urter, lyng, bregner, rogn, osp og vier (Sæther et al., 1992). Endret hogstpraksis ga altså bedre beitevilkår for elgen som ga økt vekst i bestanden. Rettet avskyting og endret hogstpraksis, i tillegg til streng rovdyrskontroll og opphør av husdyrbeite, er de viktigste årsakene til den store veksten i elgstammen (Hjeljord, 2008, s. 149).



Figur 1. Antall felt elg i Norge i tidsperioden 1890-2014. Hentet fra Klima- og miljødepartementet, 2016.

Elgjakt er en tradisjonell og sosial begivenhet som har foregått i mange hundre år i Norge. De eldste skriftlige kildene om elgjakt dateres tilbake til 1200-tallet (Hohle & Lykke, 1993, s. 463), men skandinaviske helleristninger antyder at mennesker drev med elgjakt allerede i Steinalderen («Elgjakt», u.å.). I dag er det registrert over 60 000 elgjegere i Norge, men rekrutteringen av nye elgjegere har vært laber. Om lag 69 prosent er over 40 år, og bare 7 prosent av eljegerne er kvinner (SSB, 2018). For å få flere til å jakte elg har Statskog åpnet for enmannsjakt på elg (Statskog SF, 2014), og lokale Jeger- og Fiskerforeninger oppfordres til å arrangere ulike kurs etter avlagt jegerprøve for å øke kunnskapsnivået og jegerens motivasjon til å jakte (Andersen & Kaltenborg, 2007).

Tidligere foregikk elgjakta når elgen fremdeles var på sommerbeite (Storaas et. al, 2001), i tidsrommet mellom 10. september og 31. oktober i de fleste norske kommuner (Østbye, 2016). Fra og med 2017 gjelder nye jakttider for jakt på elg. Nå varer elgjakta fra 25. september til 23. desember, med unntak av Karasjøk og Kautokeino kommune der jakta starter 1. september (Bjørnaas, Lund & Danielsen, 2017). Den norske elgstammen forvaltes av Miljødirektoratet, Fylkesmannen, kommunene og til dels grunneiere og jegere. Miljødirektoratet fastsetter først og fremst bestemmelser for jakttider og fredninger. Fylkesmannen opptreter som en klageinstans for vedtak fattet av kommunene (Forskrift om forvaltning av hjortevilt, 2016, § 4, § 32 og § 36), og kan be om endringer av jakttider dersom lokale forhold tilsier at det er nødvendig. Kommunene åpner for jakt på hjortevilt og setter forvaltningsmål for områder der jakt er åpnet for (Forskrift om hjortevilt, 2016, § 3 og § 5). Hvor mange dyr og hvilke kjønns- og aldersklasser som skal skytes fastsettes av viltnemda i kommunene (Flåten & Skonhoft, 2014, s. 159).

Retten til å jakt og fangst ble tillagt grunneieren etter jaktloven av 20. mai 1899, men grunneierne har ikke eiendomsretten til viltet (Hjorteviltportalen, u.å.). Selv om viltnemda bestemmer fellingskvotene, har grunneiere til en viss grad innvirkning på hvor mange dyr som skal skytes; To eller flere vald, som utgjør et bestandsplanområde, samarbeider om å lage en bestandsplan som inneholder blant annet plan for årlig avskyting av de ulike alders- og kjønnsklassene. Planen sendes inn til kommunen for godkjenning, og kommunen godkjenner

bestandsplanen hvis den samsvarer med kommunens mål for bestanden (Forskrift om hjortevilt, 2016, § 12-16).

Grunneierens rett til jakt og fangst innebærer at grunneieren kan selge jaktrettigheten til andre. Jegerne betaler da slaktets verdi som betaling for jakta. Hvor mye jegerne skal betale bestemmes av den enkelte grunneier. Jegerne må også avlegge jegerprøven og betale diverse avgifter for å gå på jakt. Jegerprøven består av et obligatorisk kurs og en eksamen som kan avlegges fra og med det kalenderåret man fyller 14 år. Prøven må avlegges av alle jegere som har fylt 16 år etter 1. mars 1986 (Miljødirektoratet, u.å.). For å drive med storviltjakt må man i tillegg foreta en årlig skyteprøve med riflen(e) man skal bruke under jakta, for å se til at både våpenet og jegeren er i god nok stand til å avlive viltet på en human måte (Miljødirektoratet, u.å.). Man må også betale en årlig jegeravgift. Avgiften må betales av jegere i alle deler av landet, og gjelder for hele jaktåret, regnet fra 1. april til 31. mars (Hohle & Lykke, 1993, s. 176). Hvor mye man må betale i jegeravgift avhenger av hva man skal jakte på. For å jakte elg må jegerne betale 422 NOK i året per 2018 (Bjørneraas & Lund, 2017). Videre må jegerne også betale fellingsavgift for hvert dyr som felles (Hohle & Lykke, 1993, s. 176). Avgiften kan variere fra år til år, der man må betale 316 NOK per felte kalv, og 537 NOK per felte voksen elg i jaktåret 2018/2019. Innbetalte fellingsavgifter for felte elg og hjort, samt jegeravgiften, går til det kommunale viltfondet og til forskning og utvikling (FoU). Midlene i viltfondet kan brukes til tiltak for å fremme viltforvaltning og til å dekke kommunens utgifter og kostnader til ettersøk og håndtering av skadd vilt. Viltfondet skal ikke lenger erstatte skader på landbruksnæring voldt av hjortevilt, men man kan søke om støtte til forebygging av skader (Bjørneraas & Lund, 2017).

3. Den skandinaviske bestanden av ulv

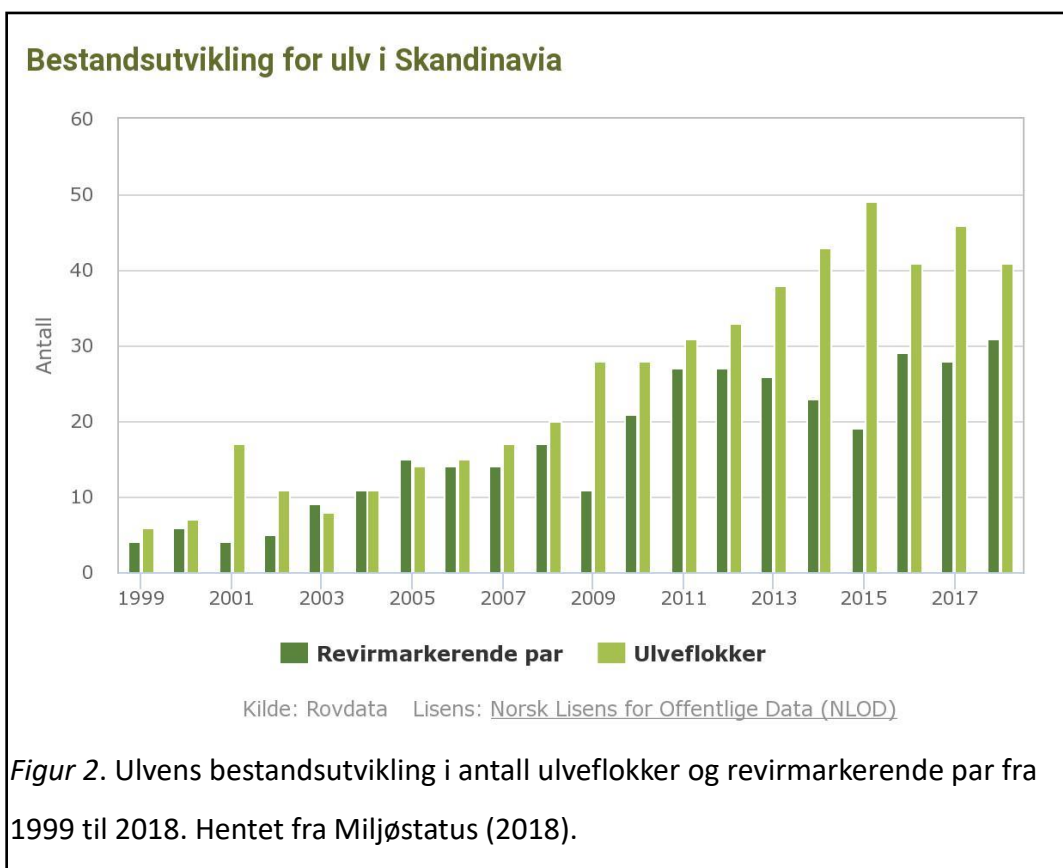
Ulven (*Canis lupus*) er det største viltlevende hundedyret, og finnes både i Eurasia og i Nord-Amerika. Vi hadde mye ulv i Norge i første halvdel av 1700-årene; «Ulveplagen var da så fæl at det til og med ble bedt i kirkene om at høyere makter måtte verne folk og fe mot den forhatte vargen» (Hohle & Lykke, 1993, s. 95). I 1846 ble det innført skuddpremie på alle rovviltedyr i Norge, og den norske ulvebestanden ble redusert. Nå finnes det omkring 100 000 ulv globalt sett, men den sør-skandinaviske bestanden ble beregnet til å bestå av bare om lag 410 individer vinteren 2017-2018 (Miljøstatus, 2018).

Ulven i Norge ble midlertidig fredet i 1971 og varig fredet i 1973 (KLD, 2016), og har rekolonisert seg etter at tre ulver med finsk-russisk opprinnelse etablerte seg i Sør-Skandinavia på 1980- og 90-tallet (Miljøstatus, 2018). Den norske ulvebestanden er imidlertid strengt kontrollert og befinner seg kun i bestemte områder. Vinteren 2017/2018 ble det registrert 41 familiegupper og 31 par i Skandinavia. Sammenlagt med ulvene som lever i grenserevir mellom Norge og Sverige, lever totalt om lag 115 ulver helt eller delvis i Norge (Miljøstatus, 2018). I Norge er det flest ulv i Hedmark fylke, men det er også ulv i Østfold, Oslo og Akershus (Rovbase.no, u.å.). Ulven er klassifisert som kritisk truet i Norsk rødliste, og står i fare for å dø ut fra norsk natur. Den sør-skandinaviske ulvebestanden er isolert og sterkt innavlet, som utgjør en trussel for bestandens overlevelse på sikt (KLD, 2016).

Forvaltningen av ulvebestanden følger blant annet bestemmelsene i naturmangfoldloven, Bernkonvensjonen og den todelte målsettingen. Grovt sett, sier Bernkonvensjonen og Naturmangfoldloven at vi skal bevare det biologiske mangfoldet, men at tiltak for å bevare ulv må avveies mot andre viktige samfunnsinteresser (KLD, 2016). Den todelte målsettingen går ut på at vi ønsker å ha både rovvilt og beitedyr i Norge. Norge er altså forpliktet til å ta vare på ulv i norsk natur, men det skal også tas hensyn til beitedyr, elgbestanden, befolkningens holdninger, samt svensk politikk og forvaltning i forvaltningen av den norske ulvebestanden (KLD, 2016). Ulven utgjør en trussel for beitenæringa ved at ulven dreper bufe og tamrein på utmarksbeite. Men for sau og tamrein som går tapt til ulv, får bøndene erstatning. Ulven holdes imidlertid kontrollert innenfor områder hvor det er forholdsvis lite sau og tamrein, som gjør at tapet av disse dyrene har vært relativt lavt. I 2017 ble det erstattet 18 369 sau og lam som ble

drept av rovdyr. Av disse var 1850 sau og lam tatt av ulv (Rovbase.no, 2017). Tilsvarende ble det erstattet 17 433 tamrein drept av rovdyr i reindrifftsåret 2016-2017. Av disse hadde ulven drept 32 dyr (Rovbase.no, 2017). Både gaupa, jerven og bjørnen tar flere sau og rein enn ulven, hver for seg (Rovbase.no, 2017). Elg er ulvens viktigste byttedyr i Skandinavia, og fører til lavere jaktinntekter og mindre kjøttutbytte. Ulvens predasjon på elg har også en indirekte effekt. Elgkadaver blir også mat for andre rovdyr, som blant annet kan føre til at jerven lettere etablerer seg i barskogområder (KLD, 2016). Det hender også at ulven dreper hunder. Siden år 2000 har 91 hunder blitt drept eller avlivet etter angrep fra ulv i Norge. De fleste hundene som har blitt drept av ulv er som regel de som brukes som løshunder under jakt (KLD, 2016).

Den norske ulvebestanden reguleres ved lisensfelling. Lisensfelling er ikke ordinær jakt, men felling med formål om å redusere skader på bufe og tamrein (Miljøstatus, 2018). Bestandsmålet fra juni 2016 ble satt til fire til seks ulvekull i Norge og i grenserevir, der minst tre kull skal være født i helnorske ulveterritorium. Ulvebestanden reguleres deretter, og i løpet av vinteren 2017/2018 ble det skutt 28 ulver under lisensfelling i Norge; Dette er dobbelt så mye som ble felt de fire foregående jaktårene (Miljødirektoratet, 2018).



4. Elgøkonomi

Den norske elgstammen er stor, og det er mange verdier knyttet til elgen. Elgjakta genererer inntekter til grunneieren, kjøtt til konsumenter og rekreasjon for jegere. I tillegg til å kjøpe jaktrettigheter og betale diverse avgifter, bruker jegerne dessuten en god del penger på utstyr, drivstoff, kost og losji i dagene før og under elgjakta, noe som kommer lokalsamfunn til gode. Elgen har også en verdi i forskning og undervisning, og er en opplevelseskilde for folk – både i marka og på TV-skjermen. Disse verdiene bidrar til at elgen i seg selv har en høy økonomisk eksistensverdi (Sæther et al., 1992). Men det er også store kostnader knyttet til elgen. Beitebelastning på åker og skog voldt av elg går utover korn- og tømmerproduksjon. Beitebelastning på skog kan også føre til lavere behov for arbeidskraft knyttet til skogsarbeid, behandling og transport av tømmer på sikt. Videre oppstår det mange trafikkulykker mellom hjortevilt og kjøretøy; Hvert år påkjøres over 6000 hjortevilt i trafikken i Norge (Punsvik, Luell & Holthe, 2017). I perioden 2016/2017 ble 880 elg drept i trafikkulykke med motorkjøretøy, og 474 av tog (SSB, 2017). Kollisjoner med vilt medfører 2-3 dødsfall og 90 alvorlige skader på trafikanter årlig (Punsvik, Luell & Holthe, 2017). Hjortevilt påkjørsler innebærer med andre ord stor fare for liv og helse, og fører også til store kostnader for samfunnet.

4.1. Grunneiers inntekter og kostnader

Jaktrettigheten til viltet innebærer at grunneieren har mulighet til å selge jaktretten til andre, jakte selv, eller arrangere turisme som «elgsafari» eller tilrettelagt jaktturisme. Retten til, og nytten av, å jakte elg tilfaller først og fremst grunneieren, slekt og venner i området (Storaas et al., 2001). Jakter grunneieren selv får han nytte av kjøttet han skaffer til veie, og kan også selge kjøtt videre til andre. Ved salg av hjorteviltkjøtt kan kjøttet selges til redusert merverdiavgift (15 prosent), gitt at kjøttet godkjennes av feltkontrollør (Viltkjott.no, 2018).

Hvor mye jegeren må betale for å jakte på annenmanns grunn, avhenger av hva man skal jakte på. For jakt på småvilt, kjøper jegerne dagskort, ukekort eller sesongkort (se for eksempel Inatur.no). Ved jakt på rådyr kjøper jegerne jaktkort som gjelder for felling av ett dyr, mens for jakt på elg og hjort betaler jegerne verdien av slaktevekta til dyrene som er skutt. Prisen kan være fast per kilo elgkjøtt for alle alders- og kjønnklasser, prisen kan variere med både slaktevekt, alder og kjønn, eller så kan den variere med slaktevekta, men gjelde for alle alders-

og kjønnklasser. I Sverige betaler jegerne derimot for selve *området* for retten til å jakte på eiendommen. Jegerne jakter innenfor bestemmelser og kvoter for dyr som kan jaktes på, men prisen varierer ikke med hvilke dyr som blir felt; Prisen gjelder for selve området man jakter i («Jaktarrende», 2018). Omsetning av rett til jakt og fiske på privat eiendom er imidlertid merverdiavgiftspliktig etter merverdiavgiftsloven (mval, 2009, § 3-11 (2) bokstav h). Grunneieren må altså betale 25 prosent mva. på omsetningen fra å selge retten til å jakte på eiendommen.

Finnmarkseiendommen (FeFo) opererer med samme pris per kilo slaktevekt for de ulike alders- og kjønnklassene, og varierer fra 32 kr/kg for ei slaktevekt på 65 kg, og 48 kr/kg for ei slaktevekt på 210 kg (FeFo, 2018). AS Meråker Bruk opererte med en fast kilopris tilsvarende 74 kr/kg for ordinære slaktevekter i 2013. For slaktevekter under eller over 'normalen', ble prisen justert (Meråker Bruk, 2013). I Nord Østerdal – Røros Elgregion har prisen variert mellom 15-80 kr/kg, der prisen ble satt lavt i tilfeller hvor medlemmer i grunneierlaget jaktet for eget forbruk (Helstad et al., 2005). Kiloprisen kan nok også være høyere, særlig i jaktområder med høy etterspørsel. Storaas et al. (2001) fant at prisen kan variere mellom 55-110 kr/kg slaktevekt for dagens priser (US Inflation Calculator, 2018 ; «Norges Banks gjennomsnittskurs», 2017).

Statskog SF operer med ulike priser per kilo slaktevekt for hver alders- og kjønnklasse. De tar en lavere pris per kilo for en liten kalv, og høyere pris per kilo for en stor kalv. Dette kan muligens ha sammenheng med at sannsynligheten for å dø i løpet av vinteren er høyere for en liten, mager kalv, sammenliknet med en stor, velfødd kalv. Derfor bør ikke jegeren straffes for å skyte en sårbar kalv, og «belønnes» for å skyte en stor kalv. Statskog SF tar også ulik pris mellom de ulike alders- og kjønnklassene for samme slaktevekt. Prisene varierer også mellom de ulike eiendommene, og er høyere i Sør og Midt-Norge enn i Nordland og Troms. En kalv med ei slaktevekt på 65 kg koster 59 kr/kg i Nordland og Troms, og 80 kr/kg i Sør og Midt-Norge. Tilsvarende, koster en elgokse på 210 kg henholdsvis 80 kr/kg og 88 kr/kg (Statskog SF, 2017).

Grunneieren kan også profitere på å arrangere elgsafari, der formålet er å observere dyrene, og ikke jakte på dyrene. Personer som ikke er grunneiere kan imidlertid også arrangere

elgsafari, da enhver kan ferdes til fots i utmark så lenge det skjer hensynsfullt og med tilbørlig varsomhet (Frilufsloven, 1957, § 2). Elgsafari har vært preget av noe ustabil etterspørsel og dårlig avkastning (Mysterud og Mysterud, 1995, referert til i Storaas et al., 2001). Per mai 2018 koster noen timer med elgsafari mellom 300 og 600 kr per person i Norge (Furuhaugli, 2018 ; Lillehammer, 2018 ; Vaset Elgsafari, 2018).

I de senere årene har grunneiere og 'jaktentreprenører' forsøkt å starte opp jaktturisme i Norge. Master i naturforvaltning, Camilla Jakobsen Eng, utførte dybdeintervju med syv grunneiere og seks jaktentreprenører om erfaringer med å starte opp og drive moderne jaktturismevirksomhet (Eng, 2017). Slik virksomhet omfatter gjerne personlig tilrettelegging med overnatting, guiding, bespisning, med mer. Denne formen for jakt passer for jegere som vil jakte dyr som de selv ikke har tilgang på, eller som ikke har mulighet til å være med på et jaktlag. Tilrettelagt jakt med oppvarting og guiding kan gi god økonomisk avkastning, men blir ikke nødvendigvis godt mottatt i lokalsamfunnet. Eng (2017) skrev i tidsskriftet Hjorteviltet at grunneierne opplevde til dels aksept fra lokalsamfunnet sitt, men også baksnakking og misnøye blant jegere som har jaktet i disse områdene i mange år. Disse jegerne mener de har opparbeidet seg «hevd» til å jakte i området, selv om jaktrettigheten ikke er noe man kan gjøre krav på når man selv ikke eier jaktvaldet. Det blir flere og flere tilbydere av tilrettelagt jaktturisme. Tilrettelagte jaktoplevelser i Norge kan blant annet kjøpes på safari.max.no. For en helg får du jakte elg med guide og oppvartning for om lag 13000 kr, eller 6700 kr for en dag inkludert overnatting. I tillegg til de øvrige avgiftene jegere må betale for å jakte elg, må de også betale trofeavgift (safari.max.no, 2018).

Om sommeren spiser elgen for det meste bjørk, rogn, vier, urter og blåbærlyng, og aller helst storvokste urter og bregner (Sæther et al., 1992). Lyng, urter og bregner er verre å få tak i om vinteren, og da beiter elgen på skog. Elgen velger planter ut ifra fordøyelighet og tilgjengelighet, og veier nytten av føderessursene opp mot kostnadene, eller energien som kreves, for å finne de. Tykke og eldre skudd inneholder en høyere andel av ved og er vanskeligere å fordøye. Rogn, osp og vier (ROS) er enklere å fordøye enn både bjørk og furu, og foretrekkes derfor over disse (Helstad et al., 2005). For å finne mat mer effektivt i vintre med mye snø og kulde, forflytter elgen seg ofte til dalbunner der det er mindre snø. Vanligvis oppholder elgen seg på vinterbeitet sitt fra desember til april (Helstad et al., 2005). Hvis

vinterbeitet er på en annen eiendom enn sommerbeitet, innebærer elgens forflytting at den ene grunneieren profitterer på elgjakta, og at den andre bærer kostnadene ved beiteskader (Helstad et al., 2005 ; Sæther et al., 1992). Helstad et al. (2005) foreslår og diskuterer ulike tiltak for å redusere beitetrykket på elgens vinterbeite. De foreslår blant annet å etablere fôringsplasser, gjødsle skogen, eller innføre vinterjakt i områder med høy beitebelastning.

Når det er lite av ROS på elgens vinterbeite, går det hardere utover bjørk, og spesielt furu. Elgen spiser toppskudd fra unge furutrær i beitehøyde, eller bryter stammen for å få tilgang til toppskudd på høye trær. Beitinga fører til at skogproduksjonen reduseres, og furutrær tåler mindre beitebelastning enn løvtrær og busker før produksjonen reduseres (Sæther et al., 1992). Beitebelastning og redusert skogproduksjon fører til økonomiske tap for grunneieren, og tapet er først og fremst knyttet til skader på kommersielle treslag som furu, eik, osp og bjørk (Hjeljord, 2008, s. 251). Ved taksering regnes en plante som ødelagt av beiting når elgen beiter mer enn 60 prosent av barmassen, beiting av toppskudd eller stammebrekk, og ved barkgnag på mer enn 25 prosent av stammeomkretsen (Helstad et al., 2005 ; Sæther et al., 1992).

I rapporten *Elg-Skog-Samfunn*, finner de at kostnadstallene for beiteskader er overraskende lave sammenlignet med beregninger utført i Sverige. De kritiserer blant annet hvordan de svenske kalkylene legger sammen kostnader fra plantetidspunktet til avvirkningen 100 år senere uten noen form for renteberegning (Sæther et al., 1992). Inntektene fra jakta kommer hvert år, mens tapet som følge av beiteskader realiseres for full tyngde først ved sluttavvirkning omtrent 100 år etter planting. Inntektene og kostnadene kan imidlertid gjøres sammenlignbare ved å benytte nåverdimetoden. Dette innebærer en neddiskontering av fremtidige inntekter og kostnader, for en gitt diskonteringsrente, slik at man ser hva disse er verdt i dag. Nåverdien gir en pekepinn på hvorvidt bestandstørrelsen er optimal eller ikke. En negativ netto nåverdi insinuerer at beitebelastningen er for høy og at elgbestanden er for stor. Verdien av tap som følge av beiteskader avhenger av hvilken kalkulasjonsrente som brukes ved beregning av nåverdien. Jo høyere renta er, desto mindre vekt tillegges fremtidige inntekter og kostnader. Det er først og fremst planter i beitehøyde som blir hardest beitet av elgen, og blir hugget flere tiår senere (Sæther et al., 1992); Slik at hvis en skogteig blir skadet i dag, og den samme skogteigen hugges om 90 år, vil ett prosentpoengs økning i kalkulasjonsrenten redusere tapet i kroner med mer enn 50 prosent (Sæther et al., 1992).

I rapporten *Elg-Skog-Samfunn* argumenterer forfatterne for å bruke en kalkulasjonsrente mellom 2 og 4 prosent avhengig av *boniteten*, da denne svarer til skogens tilveksthastighet (Sæther et al., 1992). Med bonitet menes markas evne til å produsere trevirke gitt ved gjennomsnittlig produsert mengde trevirke per år, oppgitt som $m^3 da^{-1} år^{-1}$ (antall kubikk produsert per dekar hvert år), og determineres ut ifra trærnes høyde og alder (Institutt for biovitenskap ved UiO, 2016). For skader på skog på lav bonitet, det vil si skog som har lav tilveksthastighet, bør man altså bruke ei lav kalkulasjonsrente i nåverdiberegninger.

Hvor store kostnadene knyttet til beitebelastning vil være for den enkelte grunneier, avhenger altså av om eiendommen er sommerbeite eller vinterbeite for elgen, om eiendommen hovedsakelig består av åker eller skog, hva slags tresorter som befinner seg på eiendommen, og hvor mye elg som befinner seg i området.

Det er vanskelig å si noe om hvordan kostnadene ved beiteskader påvirkes av tettheten av elg. Ifølge Sæther et al. (1992) kan ha en viss elgbestand uten at beiteskader gir økonomiske målbare kostnader, men etter hvert som elgbestanden øker, vil marginalkostnadene på skogen per felte elg øke. Inga-Lill Persson et al., referert til i Hjeljord (2008), beregnet hva elgens beiter tåler av belastning, der studiene ble utført over en treårsperiode i en innhegnet furuforyngelse iblandet bjørk. Innenfor et overvintringsområde med 20 prosent ungskogandel fant de at beitet tålte en elgstamme på 1,7 dyr/km² uten at skogproduksjonen påvirkes negativt. På landskapsnivå anbefaler Persson et al. en noe lavere bestand mellom 0,8-1,5 dyr/km² (Hjeljord, 2008, s. 290). Beitekostnadsfunksjonen kan muligens øke både konvekst, konkavt, eller til og med konveks-konkavt eller konkav-konvekst, i tettheten av elg. Kostnadsfunksjonen påvirkes også av kvalitet, priser, alder og andre faktorer ved tømmermarkedet (Olaussen & Skonhoft, 2011, s. 594). Dyr av forskjellig alder og kjønn vil dessuten beite forskjellig, slik at elgbestandens sammensetning påvirker også hvor store skader som påføres skogen (Olaussen & Skonhoft, 2011 ; Sæther et al., 1992).

I en artikkel om elgens økonomiske verdi, fant de at kostnadene ved beiteskader koster mellom \$66-132 per felte elg, og at nåverdien av beiteskadene ligger mellom \$2,6-5,3 millioner per år (Solbraa (1998), referert til i Storaas et al., 2001). I 2018 tilsvarer dette mellom 800 til 1630

norske kroner per felte elg, og nåverdien tilsvarer mellom 32 til 64 millioner norske kroner. Beiteskader gjør at rotasjonstiden for et plantefelt forlenges. På sikt vil det derfor være høyere kostnader knyttet til beiting enn det årlige tapet. Når dette tas hensyn til estimerte Solbraa (1998) at kostnadene ligger på \$20-40 millioner dollar per år. Dette tilsvarer mellom 255-510 millioner norske kroner i 2018. I rapporten Elg-Skog-Samfunn viser skadetakster tatt i perioden 1984-1990 at beitebelastning ga et tap på 10 000 kr i Hobøl, 390 000 kr i Åsnes, 160 000 kr i Trysil og 140 000 kr i Ljørdal per år. Disse ble beregnet for en rente satt lik 2 prosent. Dette utgjorde henholdsvis 200, 3400, 3900 og 9800 kr per felte dyr. For å dekke framtidige tap anbefaler forfatterne å sette av disse beløpene per felte elg til en realrente lik 2 prosent (Sæther et al., 1992). I analysen av optimale høstingsrater av elg skrevet av Olausen og Skonhoft (2011), opererte de med ulike kostnader for de forskjellige kjønns- og aldersklassene, av hensyn til at dyr av forskjellig alder volder ulik skade på skogen. Disse kostnadstallene baserer seg på Larsen (2007) sin kalkyle, som fant at de marginale skogskadekostnadene utgjør 250 kr per kalv, 500 kr per åring, og 750 kr per elgku og elgokse. De marginale skogskadekostnadene er ment til å reflektere hvor stor kostnad hver enkelt elg påfører skogen i løpet av vinteren.

Ulvens predasjon fører til at grunneiere ikke kan høste like mye elg som før. En ulveflokk dreper i snitt 120 elger i året – 66 om sommeren, 54 om vinteren, og ulvens predasjon anses først og fremst som additiv til annen dødelighet. Av de 66 elgene som blir drept om sommeren, er 89,9 prosent kalver og 10,1 prosent ettåringer (Zimmermann, 2014). Hvis vi antar at slaktevekta på en kalv ligger rundt 62 kg om høsten, og ettåringen 128 kg (Hjorteviltregisteret, 2018), medfører ulvens predasjon et tap av inntekt tilsvarende $75 * 66 * [(0,899 * 62 \text{ kg}) + (0,101 * 128 \text{ kg})] \approx 340\,000 \text{ kr}$, når vi regner med en fast pris lik 75 kr per kilo. Om vinteren dreper ulven 54 elg i gjennomsnitt, hvorav kalver utgjør 72,8 prosent, ettåringer 11,8 prosent, og voksne dyr 15,4 prosent (Zimmermann, 2014). Regner vi med at ei elgku veier 167 kg om høsten (Hjorteviltregisteret, 2018), medfører vinterpredasjon et tap av inntekt på ca 350 000 kr. Totalt ville grunneieren kunne fått ca. 700 000 kr i inntekt, isolert sett, dersom disse dyrene heller hadde blitt høstet enn drept av ulv.

4.2. Samfunnets nytte av elg

Basert på en rekke studier, foreslo Storaas et al. (2001) at den samfunnsøkonomiske nytten av elgjakt i et lukket marked lå mellom \$70 og 90 millioner, og at kostnadene knyttet til elgpåkjørsler og beiteskader voldt av elg lå mellom 23-80 millioner amerikanske dollar i året. Dette tilsvarer en nytteverdi mellom 826 millioner til 1 milliard norske kroner, og kostnader mellom 265 til 940 millioner norske kroner i 2018.

Hva grunneierne tjener ved å selge jaktrettigheter er én måte å estimere elgjaktas verdi på. I løpet av jaktåret 2007/2008 ble det felt 35 600 elg (SSB, 2008), og ifølge SSB (2009) solgte norske grunneiere jaktrettigheter for 190 millioner kroner dette jaktåret. Per felte elg vil elgjaktas verdi tilsvare 5336 kr/felt elg i 2007. Samme år, ble kjøttverdien av felt vilt beregnet til å ha en verdi på om lag 500 millioner norske kroner, og elgjakta utgjorde omtrent 300 millioner av disse. Kjøttets verdi er en annen måte å anslå elgjaktas verdi på. For år 2007 utgjør dette 8427 kr per felte elg, eller ca. 67,4 kr per kilo slaktevekt hvis man regner med en gjennomsnittlig slaktevekt på 125 kg (Hjorteviltregisteret, 2018).

I en undersøkelse utført i fylkene Hedmark og Østfold fra 1986, forsøkte de å estimere verdien av elgjakten ved å bruke en intervjubasert verdsettingsmetode. Jegerne oppga sin maksimale betalingsvillighet for jakt, der de i prinsippet sammenliknet egen velferd i en situasjon med og uten jakt, og anslo forskjellen som et pengebeløp (Sæther et al., 1992). Jegerne oppga en brutto betalingsvillighet på ca 3200 kr i snitt, og dette beløpet skal reflektere elgjaktas verdi. Fratrasket kostnader ved jakta (ca 1800 kr), utgjorde konsumentoverskuddet, eller rekreasjonsverdien, ca. 1400 kr. Gjennomsnittsverdien av elgjakta angitt ved per felte elg tilsvarte 4650 kr, eller 34 kr per kilo elgkjøtt (Sæther et al., 1992). De mest signifikante forklaringsfaktorene for elgjegernes betalingsvillighet, var jegernes kostnader til jakta, alder, kjøttutbytte og antall dager brukt på elgjakt. Inntektene viste seg ikke å ha en signifikant sammenheng med betalingsvilligheten (Sæther et al., 1992). Elgjaktas verdi ble estimert som mye lavere enn tidligere estimeringer. Årsaken til dette er at man i andre kalkyler har brukt full verdi på kjøttet og tenkt at rekreasjonsverdien kom i tillegg. Sæther et al. (1992) argumenterer for at dette kan være korrekt antakelse de første dagene av elgjakta, men etter hvert vil manglende tid og interesse gjøre seg gjeldende. Elgjegerne ønsker å få godt betalt for jobben

med å høste elg, og viser seg ved den lave marginalverdien ved høye elgtettheter som er mye lavere enn kjøttverdien levert kjøper; Marginalverdien av å øke avskytingen med ett dyr ble beregnet til å utgjøre mellom 1500 og 2000 kr for daværende elgtetthet. Ved 50 prosent økning i elgtettheten ville marginalverdien synke til 1200 kr, og motsatt, øke til 3000 kr, dersom elgtettheten ble redusert med 50 prosent (Sæther et al., 1992).

Det er også store kostnader knyttet til trafikkpåkjørslar av elg, og de fleste ulykkene forekommer på vinterstid. Dette kommer av at dalbunnene elgen trekker til om vinteren, ofte ligger ved trafikkerte veier. Jaktstatistikk publisert av SSB (2018) oppgir at Hedmark, Nordland, Nord-Trøndelag og Sør-Trøndelag fylke hadde felt flest elgpåkjørslar i løpet av jaktåret 2017/2018. Nord-Trøndelag hadde 176 elgpåkjørslar, Hedmark hadde 301, Nordland 257 og Sør-Trøndelag 139 påkjørslar (SSB, 2017). Hedmark har de siste årene felt færre elg enn Nord-Trøndelag, men har hatt langt flere trafikkulykker. Også Nordland har flere elgpåkjørslar enn i Nord-Trøndelag, og har også færre fellinger. Mengden av påkjørslar kan avhenge både av snøforhold, bestandstetthet, trafikk, viltoverganger, hastighet og veiens beliggenhet (Solberg et al., 2009). I rapporten Elg-Skog-Samfunn er de mer usikre på om det er en direkte sammenheng mellom elgtetthet og antall ulykker. De mener at elgstammen ikke kan økes så mye at trafikkulykkene øker vesentlig, og at ulykker som oppstår ved normale tettheter kan avdempes ved hjelp av forebyggende tiltak (Sæther et al., 1992). Det kan hende at elgbestanden i Nord-Trøndelag er bedre forvaltet med hensyn til påkjørslar, men det kan også være at høyt trafikkerte veier i Hedmark og Nordland i større grad ligger i områder hvor elgen ferdes. Uavhengig av årsak, er det enklere å forvalte elgstammen med hensyn til trafikkulykker, enn å redusere trafikken (Solberg et al., 2009).

Skader som påføres kjøretøy i ulykker mellom motorkjøretøy og elg, betales av sjåføren og sjåførens forsikringselskap, mens sykehusregninger betales av staten (Storaas et al., 2001). Ulykker mellom kjøretøy og elg fører også til skader på bilpark, forsinkelser, ødelagt materiell hos NSB, tapt jaktinntekt for grunneier, og kostnader knyttet til avliving og fjerning av påkjørte dyr (Hohle & Lykke, 1993, s. 119-120). Når en elg blir påkjørt plikter viltnemda i den berørte kommunen å spore opp, avlive og fjerne påkjørt elg.

Tabell 1

Antall tillatt felte elg og felte elg per fylke, og antall elg drept i kollisjon med motorkjøretøy eller tog per fylke. En lavere måloppnåelse ser ut til å gi flere elgpåkjørsler, særlig i fylker med mye elg.

Statistikk hentet fra SSB (2018).

Fylke	Tillatt felte elg	Felte elg	*Måloppnåelse	Elg drept i trafikk	Drept/Felt elg
Østfold	1405	1096	78 %	50	4,6 %
Akershus	1252	1021	81,5 %	86	8,4 %
Oslo	154	58	37,7 %	1	1,7 %
Hedmark	7192	5049	70,2 %	301	6 %
Oppland	4273	3275	76,6 %	121	3,7 %
Buskerud	3013	2020	67 %	69	3,4 %
Vestfold	401	302	75,3 %	5	1,7 %
Telemark	2490	1614	64,8 %	30	1,9 %
Aust-Agder	1224	771	63 %	24	3,1 %
Vest-Agder	1073	644	60 %	8	1,2 %
Rogaland	197	86	43,7 %	0	0,0 %
Hordaland	90	36	40 %	1	2,8 %
Sogn og Fjordane	64	17	26,6 %	0	0
Møre og Romsdal	500	267	53,6 %	4	1,5 %
Sør-Trøndelag	3334	2927	87,8 %	139	4,7 %
Nord-Trøndelag	5980	5329	89,1 %	176	3,3 %
Nordland	4378	3844	87,8 %	257	6,7 %
Troms	2009	1667	83 %	64	3,8 %
Finnmark	1068	812	76 %	18	2,2 %
SUM	40097	30835	76,9 %	1354	4,4 %

*Måloppnåelse: $\frac{\text{felte elg}}{\text{tillatt felte elg}} \cdot 100 \%$

Trafikkulykkene fører til at elgstammen blir mindre. Dette kan ha positiv effekt for skogproduksjonen, men man går glipp av inntektene man kunne fått ved å høste elgen i stedet.

Ved å høste en større andel av stammen, vil man på kort sikt oppnå høyere gevinst for grunneieren og lavere kostnader for samfunnet (Solberg et al., 2009).

Basert på en rekke undersøkelser i Skandinavia og Finland beregnet Mysen (1996), referert til i Solberg et al. (2009), at en ulykke mellom bil og elg koster samfunnet 162 000 kr, og tilsvarer ca 250 000 kr i 2018 (SSB.no/kpi). En ulykke mellom tog og elg ble estimert til å koste samfunnet 20 600 kr i 1990 (Jaren et al. (1991), referert til i Solberg et al., 2009), og tilsvarer ca 36 000 kr i 2018. Dette er kostnadene knyttet til selve påkjørslene. Hvis vi antar at jaktrettsinnehaver får 75 kr per kilo slaktevekt, og at gjennomsnittlig slaktevekt tilsvarer ca 140 kg, vil en ulykke mellom elg og trafikk gi et tap av kjøttverdi tilsvarende 10 500 kr. Hvis vi regner med at 60 prosent av ulykkene forekommer mellom motorkjøretøy og elg, 40 prosent mellom tog og elg, og at tapte kjøttverdi inkluderes i regnestykket, vil gjennomsnittlig kostnad utgjøre ca 175 000 kr per elg drept i trafikken (Solberg et al., 2009).

Solstad (2007), referert til i Olaussen & Skonhoft (2011), estimerte hva det koster samfunnet å ha elg i norske skoger om vinteren. Solstad (2007) fant at den marginale trafikkkostnaden utgjør 800 kr per kalv, 1700 kr per ettåring, 1900 kr per elgku og 2100 kr per elgokse. I 2018 utgjør dette henholdsvis 995 kr, 2110 kr, 2360 kr og 2610 kr per dyr. Hvis vi regner med at en elgpåkjørsel koster 175 000 kr, at 1300 elger blir påkjørt og at vinterbestanden består av totalt ca. 100 000 dyr i snitt, koster det samfunnet 2275 kr å ha en elg i norske skoger om vinteren, i snitt. Dette stemmer ganske godt overens med de marginale trafikkkostnadene som benyttes i Olaussen og Skonhoft (2011) basert på Solstad (2007), $\frac{995+2110+2360+2610}{4} = 2018,75$ kr.

5. Elgens biologi

Elgen (*Alces alces*) er Norges største pattedyr med en skulderhøyde opptil 2,2 meter (Artsdatabanken, u.å.). Fullvoksne elgokser veier mellom 240 og 600 kg, og voksne elgkyr mellom 240 og 450 kg (Østbye, 2016). Slaktevekta utgjør 50 til 55 prosent av kroppsvekta (Hjorteviltportalen, u.å.), og tilsvarer omtrent 200 kg for elgokser og 170 kg for elgkyr (Hjorteviltregisteret, 2018). Elgen trives i det store boreale barskogbeltet i Nord-Europa, og befinner seg i Skandinavia, Finland, Polen, Nord-Amerika, og i Uralfjellene og Sibir i Russland. I Norge er elgen utbredt fra Vest-Agder og oppover hele Østlandet, Trøndelag, Nord-Norge, og i deler av Vestlandet (Østbye, 2016).

Elgen står i brunst om sommeren og høsten, og kan brunste opptil seks påfølgende ganger i løpet av denne perioden (Hjeljord, 2008, s. 151). I løpet av siste halvdel av mai og første halvdel av juni blir de fleste kalvene født. De holder seg til moren sin det første leveåret, men blir jaget vekk og må klare seg på egen hånd etter at neste års kalv har blitt født (Artsdatabanken, u.å.). De fleste elgkyrne får kun én kalv i året, men enkelte kyr får tvillinger. I snitt har det blitt registrert 1,24 kalver per ku som har kalv (kalvku) de siste 10 årene på landsbasis (Hjorteviltregisteret, 2018). Elgkua kan få sin første brunst når den er halvannet år gammel, men er ofte mellom to og tre år før den får sin første kalv (Hjeljord, 2008, s. 151). Forsøk støtter teorien om at elgkuas første brunst i større grad avhenger av vekt enn alder (Hjorteviltportalen, u.å.), men at med samme kroppsvekt øker sjansen for kjønnsmodning med økende alder (Hjeljord, 2008, s. 151). Det synes også å være geografiske variasjoner for når elgkyrne blir kjønnsmodne. Det har vært en tendens til at kyrne i nord blir senere kjønnsmodne enn i sør, til tross for lik vekt (Sæther et al., 1992).

For rekrutteringen av nye kalver avhenger populasjonsveksten av elgkyrnes fertilitet. Mye tyder på at fertiliteten avhenger av tilgangen på mat, som igjen avhenger av tettheten av elg. Når bestandstettheten øker, blir det økt konkurranse om maten, vekten går ned og dette reduserer fertiliteten til kyrne (Hjeljord, 2008, s. 157). Antall hunndyr i forhold til hanndyr har også innvirkning på fertiliteten. Hvordan elgkyrnes fertilitet påvirkes av tetthet og kjønnsfordeling, gjennomgås i kapittel 7.1 i utledningen av rekrutteringsfunksjonen.

Den norske elgstammen har generelt lav naturlig dødelighet, og begrenses først og fremst av jakt. De voksne elgene har svært lav naturlig dødelighet inntil de eldste aldersklassene. Kalvene har en noe høyere naturlig dødelighetsrate. Likevel ligger kalvetapet bare på 4-5 prosent i Sør-Norge, men kan være noe høyere i områder med hardere miljø, blant annet i Nord-Norge. Dødeligheten er høyest like etter fødselen, men kan også være høy den første vinteren (Hjeljord, 2008, s. 153).

6. Ulvens biologi

Ulven er det største dyret i hundefamilien, og veier mellom 35 og 50 kilo i snitt. Ulven lever i flokk i adskilte revirer, bestående av tre til ti medlemmer per flokk. Revirene i Skandinavia er mellom 500 og 2000 km² store, med en gjennomsnittsstørrelse på ca. 1000 km² (Artsdatabanken, u.å. ; Zimmermann, 2014). Dødeligheten hos ulvevalper er høy, mens voksne ulver dør stort sett kun av lovlig og ulovlig jakt (Miljøstatus, 2018). Elg er ulvens foretrukne byttedyr, og hver dag blir 0,061 elg drept per ulv i snitt. Drapsrater estimert som nødvendig, daglig inntak av elg, utgjorde i snitt 7,6 kilo elgkjøtt per ulv (Zimmermann et al., 2014).

6.1. Predasjon

Barbara Zimmermann (2014) skrev doktorgrad om ulvens predasjonsatferd i sør-østlige deler av Norge og sentrale deler av Sverige vinteren 2012-2013. Zimmermann (2014) dokumenterer at elg er ulvens foretrukne byttedyr. Innenfor ulveterritoriene befinner det seg gjennomsnittlig 1,3 elg/km² om vinteren, og i snitt dreper ulven ca. 4 prosent av vinterbestanden av elg (Zimmermann, 2014). I motsetning til ulven i Nord-Amerika som foretrekker de eldste dyrene, tar den skandinaviske ulven først og fremst dyr under ettårsalder, og noen gamle hunddyr (Hjeljord, 2008, s. 192 ; Zimmermann, 2014). Dette utgjør den delen av elgstammen som ikke bidrar til rekrutteringen; jakt vil derfor ha en større innvirkning på bestandsutviklingen per drepte elg (Wikenros et al., 2015). Det krever mindre energi og utgjør mindre risiko for å bli skadet ved å drepe ungdyr sammenliknet med voksne dyr. Dette er sannsynligvis årsaken til at ulven dreper flest elg i disse aldersklassene. Ulvene drepte omtrent dobbelt så mange elg om sommeren enn vinteren, og antas å være på grunn av at kalvene har vokst og fått økt biomasse i løpet av sommeren og høsten. Dette oppstod selv om ulvevalpene hadde et økende behov for næring etter hvert som også de vokste (Zimmermann, 2014). At ulven drepte en høyere andel av rådyr om vinteren enn sommeren (se tabell 2), forklares med at to vinterstudier ble gjennomført i ulveterritorium som hadde en høy tetthet av rådyr. I andre ulverevir var det få til ingen rådyr innenfor territoriene, og utgjorde dermed en mindre andel av ulvens diett (Zimmermann, 2014). Tabell 2 viser hva slags byttedyr ulven dreper, og hvor mye elg av de ulike aldersklassene i elgbestanden som blir drept av ulv per sesong. Om sommeren dreper ulven kun kalver og ettåringer, mens om vinteren dreper ulven også eldre elgkyr.

Tabell 2

Utdrag fra tabell 2 i Zimmermann (2014). Sesongpredasjon for ulver i Skandinavia fra 38 studier, hvor hvert studie gjelder for ett ulveterritorium i en sesong. Data fra de to territoriene hvor rådyr dominerte elg ble ekskludert i estimeringen av sommer- og vinterpredasjon av elg.

© Barbara Zimmermann (2014). Gjengitt med tillatelse.

		Vinter	Sommer
N studier		23	15
N studiedager		1287	322
Byttedyr	Elg	69,2 %	74,4 %
	Rådyr	23,8 %	4,5 %
	Bever	2,0 %	2,5 %
	Hare	1,0 %	3,0 %
	Orrfugl	2,2 %	8,2 %
	Andre	1,8 %	7,4 %
	Sum	100 %	100 %
Alder på drept elg	Voksen (år > 2)	15,4 %	0,0 %
	Ettåringer (1 < år < 2)	11,8 %	10,1 %
	Kalver (år < 1)	72,8 %	89,9 %
	Sum	100 %	100 %
Antall drepte elg per ulveflokk per sesong	Voksen (år > 2)	8	0
	Ettåringer (1 < år < 2)	6	7
	Kalver (år < 1)	39	59
	Sum	54	66
Predasjon per ulveflokk (sesong)	N dager	243 (okt-mai)	122 (jun-sep)
	Antall elg (snitt)	54	66
	95 %-confidence limits	44-63	56-81

Antall elg ulven dreper viser seg å ha positiv sammenheng med tilgjengeligheten på elg, men avtar når den når et visst punkt (Zimmermann et al., 2014). Dette kalles en type II funksjonell respons; En typisk respons når rovdyr jakter på forholdsvis store byttedyr (Hjeljord, 2008, s.

79). En predator er begrensende hvis byttedyrsbestanden øker når predatoren fjernes, og er regulerende dersom den dreper en større andel dyr ved høyt sammenliknet med lavt bestandsnivå (Hjeljord, 2008, s. 74). Ulvepredasjonens effekt på elgbestanden anses som begrensende heller enn regulerende, til tross for observert funksjonell respons. Dette skyldes at elgbestanden er forvaltet gjennom jakt, og at den største dødelighetsfaktoren er menneskelig høsting (Zimmermann et al., 2014). Studiene utført av Zimmermann et al. (2014) kommer fram til at tettheten av byttedyr påvirker drapsratene, men at revirstørrelse, predatortetthet og samhandling mellom predatorer hadde større innvirkning på drapsratene. Ulvepredasjon anses hovedsakelig som additiv til annen dødelighet hos elg (Zimmermann et al., 2014; Nilsen et al., 2005), og ikke kompensierende som predatorers effekt på reinsdyr i Finnmark har vist seg å være (Skonhoft et al., 2017). At predasjonen er additiv, betyr at å skyte en stor andel av kalvene for å redusere predasjonspresset, ikke reduserer predasjonspresset. Det vil heller føre til at populasjonen av kalv reduseres ytterligere. Når predasjonen er additiv til annen dødelighet, må høstingsratene eller -kvantumet tilpasses ulvens uttak for å unngå at elgstammene blir små eller i verste fall dør ut. For å redusere ulvens uttak av elg, har man redusert antall ulver i større flokker. Det viser seg imidlertid at det kan gi en større effekt å fjerne ulvepar og små flokker, enn å skyte to valper i en større flokk (Zimmermann et al., 2014)

7. Populasjonsmodell uten predasjon

Bestanden av elg har til enhver tid en bestemt størrelse og en bestemt alders- og kjønns sammensetning. Av hensyn til de ulike kjønns- og aldersklassenes effekt på populasjonsvekst, inntekter og kostnader, i tillegg til ulikt predasjonspress på de forskjellige klassene, benyttes en alders- og kjønnsstrukturert modell.

For å finne de optimale høstingsratene for de ulike regimene, må jeg ta hensyn til økonomiske og økologiske forhold knyttet til elgforvaltning. Elgstammen genererer både inntekter og kostnader, som varierer med avskytingen og tettheten av elg. For å finne de høstingsrater som gir maksimalt økonomisk overskudd uten at bestanden dør ut på sikt, velges ikke høstingsratene tilfeldig, men følger de biologiske lovene for elgbestandens vekst (Sæther et al., 1992, s. 78). Elgen har både en biologisk og økonomisk kapital, og de biologiske lovene setter rammer for hvor stort uttak av elg man kan ha. Populasjonsmodellen må således utledes før maksimeringsproblemet kan formuleres. Jeg tar utgangspunkt i populasjonsmodellen som benyttes av Olaussen og Skonhoft (2011) i deres analyse av optimale høstingsregimer av elg. I kapittel 9 utvides modellen med predasjonsrater for de ulike kjønns- og aldersklassene som rammes av predasjon.

Dynamikken i bestanden bestemmes av utgangsbestanden, samt reproduksjon, avskyting og dødelighet på hvert alderstrinn. Modellen deles inn i fire klasser; Kalver (X_c), ettåringer (X_y), voksne hunndyr (X_f) og voksne hanndyr (X_m). Bestanden består totalt av $X_t = X_{c,t} + X_{y,t} + X_{f,t} + X_{m,t}$ antall elger på tidspunkt t .

Bestandsstørrelsen måles om våren før kalvinga. I løpet av året blir kalver født, dyr blir skutt under jakta, og dyr dør av naturlige årsaker. Selv om kalvedødeligheten er noe høyere like etter kalvinga, antas det her at elg som dør av naturlige årsaker dør om vinteren. At elgjaktas periode har blitt forlenget innebærer at noen dyr blir skutt under jakt om vinteren. Her antar jeg likevel at majoriteten blir skutt i løpet av høsten, og således at naturlig dødelighet skjer etter jakta. Hvor stor bestanden vil være våren neste år, gis ved summen av hendelser som inntreffer i år; Rekruttering øker bestanden, mens jakt og naturlig dødelighet reduserer den.

Mengden av elg i de ulike kjønns- og aldersklassene kan defineres ved følgende likninger:

- (1) $X_{c,t} = r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}$
- (2) $X_{y,t+1} = s_c(1 - h_{c,t})r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}$
- (3) $X_{f,t+1} = 0,5s_y(1 - h_{y,t})X_{y,t} + s(1 - h_{f,t})X_{f,t}$
- (4) $X_{m,t+1} = 0,5s_y(1 - h_{y,t})X_{y,t} + s(1 - h_{m,t})X_{m,t}$

Likning (1) angir antall kalver om våren i år t , der $r(X_{f,t}, X_{m,t})$ er fertilitetsraten og angir hvor mange kalver som blir født per elgku. Hvor mange kalver som blir født fra år til år avhenger av tetthet og kjønnsfordeling. Elgkyrnes fertilitet reduseres av å øke antall hunndyr ($r'_f < 0$), og øker, eller har ingen effekt, av økt antall hanndyr ($r'_m \geq 0$). Dette diskuteres nærmere under utledning av rekrutteringsfunksjonen i kapittel 7.1 nedenfor.

Antall ettåringer i år $t + 1$ er definert ved likning (2), og tilsvarer kalvene som ikke dør av naturlige årsaker og som heller ikke blir skutt under jakta i år t . Desto flere kalver som dør av naturlige årsaker eller blir skutt under jakta i år, desto færre ettåringer blir det neste år. Den *naturlige overlevelseshraten* til kalvene, $0 < s_c < 1$. Det er imidlertid ikke bevist at tetthet påvirker elgens dødelighet (Olausson & Skonhoft, 2011), og det antas derfor at denne raten ikke er avhengig av tetthet, og holdes fast i denne modellen. Høstingsraten, $0 \leq h_{c,t} < 1$, angir andelen av kalvene som blir skutt under jakta. Høstingsraten av kalver kan ikke være lik 1, for da vil bestanden dø ut på sikt.

Likning (3) angir mengden av voksne hunndyr eldre enn 2 år i år $t + 1$. Det antas at halvparten av ettåringene som overlever år t blir elgkyr i år $t + 1$, og at den andre halvparten blir elgokser. Videre vil elgkyrne som ikke blir skutt og som heller ikke dør av naturlige årsaker i år t , fremdeles være elgkyr i år $t + 1$. Den naturlige overlevelseshraten for ettåringer gitt ved $0 < s_y < 1$. $h_{y,t}$ og $h_{f,t}$ viser henholdsvis til høstingsratene av ettåringer og voksne hunndyr i år t . Dersom alle ettåringene høstes, vil det på sikt ikke eksistere voksne hunn- eller hanndyr som rekrutterer nye kalver. Bestanden vil også da dø ut på sikt, slik at $0 \leq h_{y,t} < 1$. Man kan i prinsippet skyte alle elgkyrne, men det kan gi uheldige demografiske effekter på sikt (se for eksempel Sæther et al., 2001). I tillegg opptrer jegerne etter en norm om at skyter man ei ku som har kalv, må også kalven skytes. Slik at skyter man alle elgkyrne, må også alle kalvene

skytes. Dersom vi hadde skutt alle kalvene, ville bestanden dødd ut på sikt. Å høste alle kyrne vil derfor heller ikke være optimalt. Vi sier av den grunn også at $0 \leq h_{f,t} < 1$.

Antall elgokser i år $t + 1$ er gitt ved likning (4), der $0 < s < 1$ er den naturlige overlevelsesraten som gjelder for de voksne hunn- og hanndyrene. Også alle elgoksene kan i prinsippet skytes, men det kan gi uheldige demografiske effekter. Studier viser at en mindre andel oksekalver blir født dersom bedekningen besørgeres av bare unge okser (≤ 2 år). I tillegg skjer kalvingen senere, og kalvingsperioden øker vesentlig. Dette anses som en konsekvens av at elgkua bruker lenger tid på å finne en attraktiv parringspartner under brunsten. Senere kalving ga lavere gjennomsnittlig kalvevekt og kan gi langsiktige demografiske effekter; Redusert vekt kan føre til senere kjønnsmodning og dermed redusert vekstrate i bestanden (Sæther et al., 2001). Det antas derfor også at $0 \leq h_{m,t} < 1$. Antall elgokser i år $t + 1$ tilsvarer halvparten av ettåringene som overlevde år t , samt elgoksene som ikke har blitt skutt og som heller ikke dødd av andre årsaker i år t .

De tre førsteordens differenslikningene (2)-(4) utgjør en elgmodell for tre klasser på redusert form. Disse likningene kan igjen reduseres til to ved å sette inn for $X_{y,t} = s_c(1 - h_{c,t-1})r(X_{f,t-1}, X_{m,t-1})X_{f,t-1}$ i likningene for voksne hunn- og hanndyr. Ved å sette inn for dette i likning (3) og (4), og utelate tidsaspektet, $X_{i,t-1} = X_{i,t} = X_{i,t+1} = X_i$, finnes elgkuposulasjonen og elgoksepopulasjonens likevekt.

$$(5) \quad 1 = 0,5s_y(1 - h_y)s_c(1 - h_c)r(X_f, X_m) + s(1 - h_f)$$

$$(6) \quad X_m = 0,5s_y(1 - h_y)s_c(1 - h_c)r(X_f, X_m)X_f + s(1 - h_m)X_m$$

For faste høstingsrater er den biologiske likevekten unik. Helninga på hunndyrenes likevektskurve er gitt ved $\frac{dX_f}{dX_m} = -\frac{r'_m}{r'_f}$. Siden $r'_m \geq 0$, og $r'_f < 0$, øker antall elgkyr i $X_m - X_f$ -planet så lenge $r'_m > 0$. Når en økning antall elgokser ikke lenger har noen effekt på rekrutteringa flater imidlertid kurven ut. Helninga på hanndyrenes likevektskurve er gitt ved $\frac{dX_f}{dX_m} = \frac{1-s(1-h_m)-0,5s_y(1-h_y)s_c(1-h_c)X_f r'_m}{0,5s_y(1-h_y)s_c(1-h_c)(r+r'_f X_f)}$. Denne kurven øker også i $X_m - X_f$ -planet, men bøyer seg bakover for et stort antall elgkyr, det vil si når $(r + r'_f X_f) < 0$. Når denne er negativ blir

elgkyrnes fertilitet negativt påvirket av tettheten, og rekrutteringa av kalver reduseres (se underkapittel 7.1.). Høyere høstingsrater av kalver, ettåringer og hunndyr (h_c, h_y, h_f) skifter hunndyrenes likevektskurve ned, mens høyere høstingsrater av kalver, ettåringer eller hanndyr (h_c, h_y, h_m) skifter hanndyrenes likevektskurve innover. Økt høsting reduserer med andre ord mengden av elg i alle klassene så lenge skjæringspunktet mellom hanndyrene og hunndyrenes likevektskurver befinner seg der helninga på hanndyrenes likevektskurve er positiv (og ikke bøyer seg innover) (Olaussen og Skonhoft, 2011).

Ved å løse likning (7) og (8) for $0,5s_y(1 - h_y)s_c(1 - h_c)r(X_f, X_m)$ og setter likningene lik hverandre, finner vi at forholdet mellom antall elgokser og elgkyr tilsvare

$$(7) \quad \frac{X_m}{X_f} = \frac{1-s(1-h_f)}{1-s(1-h_m)}$$

Hvor store andeler som høstes av kalver og ettåringer påvirker ikke dette forholdstallet. Dette kommer av antakelsen om at like mange ettåringer går inn som voksne hunndyr som voksne hanndyr ved neste år, i tillegg til antakelsen om at den naturlige overlevelsesraten er lik for dyrene eldre enn to år. Hvis en elgbestand ikke jaktes på, vil $\frac{X_m}{X_f} = 1$, og ved å løse likning (5) med hensyn på rekruttering vil antall kalver født per hunndyr i dette tilfelle tilsvare $r(X_f, X_m) = (1 - s)/0,5s_y s_c$.

7.1. Rekrutteringsfunksjonen

For å fange opp tetthetseffekten på fertiliteten, jamfør tidligere diskusjon, spesifiseres fertilitetsraten som en sigmoid funksjon:

$$(8) \quad r_t = r(X_{f,t}, X_{m,t}) = \frac{\bar{r}}{1 + \left(\frac{X_{f,t}}{K}\right)^b} (1 - e^{-aX_{m,t}})$$

Likning (8) viser til antall kalver som blir født per elgku, og er en funksjon av antall voksne hunndyr og hanndyr. Her antas det at dyr yngre enn to år ikke bidrar til rekrutteringen. Fertiliteten reduseres i mengden av hunndyr $\frac{\partial r_t}{\partial X_{f,t}} = r'_f < 0$, men øker, eller har ingen effekt, i

mengden av hanndyr $\frac{\partial r_t}{\partial X_{m,t}} = r'_m \geq 0$. Én elgokse har mulighet til å bedekke flere elgkyr. Det er med andre ord ikke behov for like mange elgkyr og elgokser for å få elgkyrne bedekket.

$\tilde{r} > 0$ viser til elgkyrnes maksimale fruktbarhet ved lav en tetthet av elg. Denne angir hvor mange avkom kyrne har evne til å bære fram, og avhenger av alder, tetthet, bestandssammensetning og andre regulerende faktorer. De fleste elgkyrne får 1 kalv i året, men enkelte kyr får tvillinger. I snitt evner kyrne å føde maksimalt 1,15 kalver per ku i året, og gjelder for en lav tetthet av elg (Nilsen et al., 2005 ; Olaussen & Skonhoft, 2011).

Parameteren K viser til bestandsstørrelsen der r_t er halvparten av \tilde{r} , når hanndyrenes effekt på rekrutteringen sees bort ifra (Nilsen et al., 2005), og angir bærekapasiteten for antall hunddyr i bestanden. Denne parameteren skalerer bestandsstørrelsen, og bestemmes av størrelsen på området, biologisk produktivitet, beitevilkår, med mer (Olaussen & Skonhoft, 2011).

Elgoksenes effekt på fertilitetsraten virker gjennom det multiplikative leddet $(1 - e^{-aX_{m,t}})$. Når antall okser øker, skifter fertilitetsraten oppover inntil det å øke antall okser ikke lenger har en effekt; denne effekten framtrer ved at e går mot 0 når $X_{m,t}$ blir tilstrekkelig stor. Hvor raskt dette nivået nås; det vil si, når $X_{m,t}$ er stor nok, avhenger av størrelsen på a

$a > 0$ sier noe om hvor sterkt mengden av elgokser påvirker fertiliteten. For en gitt, lav verdi på a , har mengden av elgokser en større effekt på fertiliteten, og det trengs et stort antall elgokser før deres effekt på fertiliteten flater ut. For en gitt, høy verdi på a , vil mengden av elgokser ha en mindre effekt på fertiliteten.

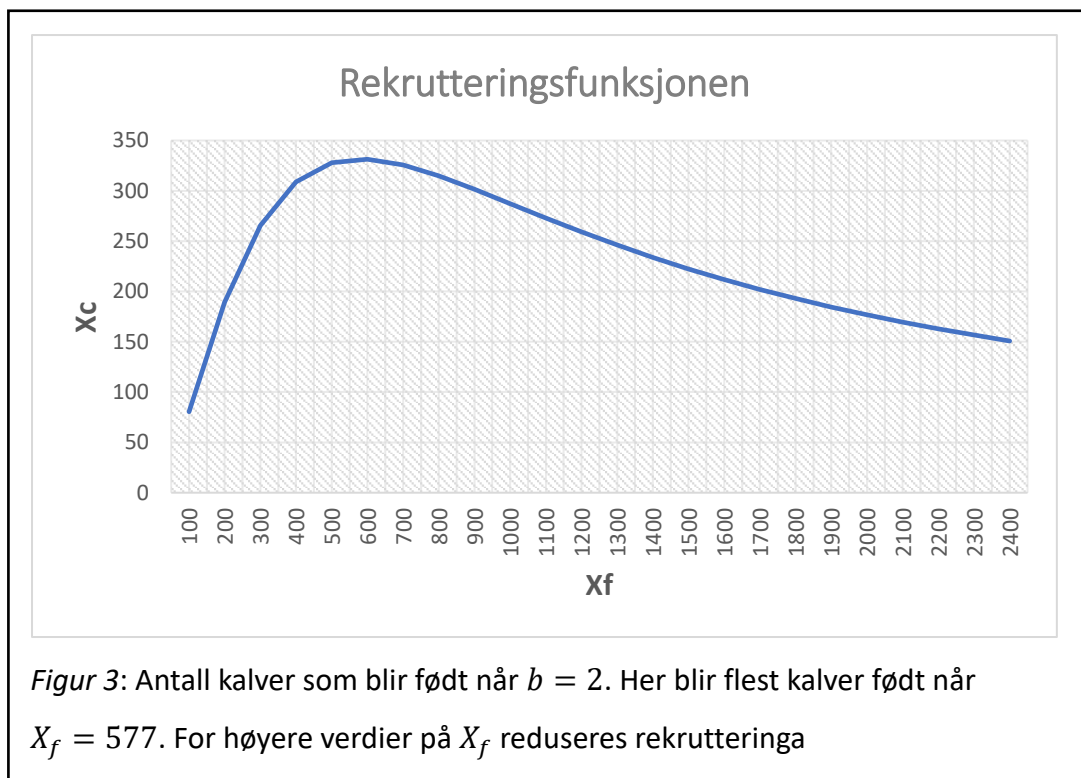
$b > 0$ indikerer til hvilken grad tetthetsuavhengige faktorer kompenserer for endringer i bestandsstørrelsen. Jo høyere b er, desto sterkere effekt har tettheten på rekrutteringen.

$$(9) r_t X_{f,t} = r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t} = \frac{\tilde{r}}{1 + \left(\frac{X_{f,t}}{K}\right)^b} (1 - e^{-aX_{m,t}}) X_{f,t}$$

Likning (9) angir hvor mange kalver som blir født på tidspunkt t .

Når $b < 1$ har vi det vi kaller en Cushing-modell. Da vil kurven til rekrutteringsfunksjonen vokse konkavt uten noen øvre grense. Tettheten har da lav til ingen effekt på rekrutteringen.

Når $b = 1$ har vi Beverton-Holt-modellen som uttrykker at økt tetthet gir økt rekruttering, men flater ut når den når et visst punkt. Hvis vi ser bort ifra hanndyrenes effekt på fertilitetsraten og setter $b = 1$, kan rekrutteringsfunksjonen skrives som $r_t X_{f,t} = \frac{\tilde{r}KX_{f,t}}{K+X_{f,t}}$. Når $X_{f,t}$ blir veldig stor, vil antall kalver som blir født gå mot asymptoten $\tilde{r}K$.



Når $b > 1$ har vi den såkalte Ricker-modellen. Det betyr at antall kalver som blir født vil synke når vi får en høy bestandstetthet, og desto større b er, jo raskere vil rekrutteringen gå mot 0. Fertilitetsraten r_t vil være størst for $X_f \approx 0$, men dette sier ikke noe om antall kalver som blir rekruttert. Den sier kun hvor mange kalver som blir født per hunndyr, og denne minker i X_f .

Siden $\frac{\partial r_t}{\partial X_{m,t}} = \frac{\tilde{r}a e^{-aX_{m,t}}}{1 + \left(\frac{X_{f,t}}{K}\right)^b} \geq 0$, oppnås maksimal rekruttering når $\frac{\partial r_t}{\partial X_{f,t}} = 0$; For $b = 2$ oppnås maksimal rekruttering for $X_f = K$. Hvor mange kalver som blir født øker når X_f går mot K , når

maksimumspunktet for $X_f = K$, og synker igjen for $X_f > K$. Når antall hunndyr overskrider K , begynner tetthetsavhengige faktorer å dominere over tetthetsuavhengige faktorer, og da går rekrutteringen ned. Dette er tetthetseffekten. Empiriske undersøkelser finner at tettheten av elg påvirker rekrutteringen ganske moderat ved relativt lav bestandstetthet, men blir ganske sterk når tettheten når et visst punkt (Nilsen et al., 2005); I analysen av optimale høstingsregimer av elg i områder med ulv benyttes derfor Ricker-modellen.

8. Optimale høstingsrater av elg uten predasjon

I det følgende skal jeg gjennomgå grunneiers og samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem. I dette kapitlet tar jeg for meg hvordan maksimeringsproblemet formuleres for en elgbestand som ikke rammes av predasjon, og er hentet fra Olausen og Skonhoft (2011) sin artikkel om optimale høstingsregimer av elg. Denne modellen danner grunnlaget for modellen med predasjon, og brukes til sammenlikning.

8.1. Grunneierens maksimeringsproblem

I hvilke tidsrom elgen befinner seg på grunneierens eiendom er avgjørende for hvor stort økonomisk overskudd eller tap elgstammen genererer. Dersom elgen oppholder seg på grunneierens eiendom hele året får grunneieren inntekter fra jakta, men bærer også kostnadene ved beiteskader på skog voldt av elg. Dersom elgen kun har sommerbeitet sitt på eiendommen får grunneieren inntekter ved salg av jaktrettigheter, men bærer ikke kostnader knyttet til beiteskader på skog. Hvis elgen derimot oppholder seg på eiendommen til grunneieren kun om vinteren, vil elgen bare føre til økonomiske tap for grunneieren.

Her studeres de to førstnevnte tilfellene, der målet er å finne de høstingsrater som maksimerer profitten til grunneieren. I det sistnevnte tilfellet vil elgen kun oppholde seg på eiendommen utenfor jakta, og da utelukkes muligheten for å redusere tapet ved ordinær jakt. Det blir heller et spørsmål om hva slags forebyggende tiltak som kan gjøres for å redusere beiteskadene, og denne type problemstilling blir ikke studert her.

Olausen og Skonhoft (2011) antar i begge tilfeller at grunneieren selger jaktrettigheten til andre, der jegerne betaler en fast pris per kilo slaktevekt som betaling. Kiloprisen antas å gjelde for alle alders- og kjønnklasser. De ulike alders- og kjønnklassene har imidlertid forskjellig slaktevekt, og genereres på den måten ulikt utbytte. Eventuelle inntekter ved elgsafari eller tilrettelagt jaktturisme tas ikke med i betraktning her. Ved å selge jaktrettigheten oppnår grunneieren en inntekt lik

$$(10) Q_t = q(w_c h_{c,t} X_{c,t} + w_y h_{y,t} X_{y,t} + w_f h_{f,t} X_{f,t} + w_m h_{m,t} X_{m,t})$$

Der q er pris per kilo slaktevekt, w_i er slaktevekt, og $h_{i,t}$ er høstingsraten, for $i = c, y, f, m$. Videre har vi at $w_c < w_y < w_f < w_m$; Slaktevekta antas å være tetthetsuavhengig og fast over tiden. Studier viser imidlertid at slaktevekta er avhengig av tetthet, ved at større tetthet gir mindre mat per dyr og dermed lavere kroppsvekt (Hjeljord, 2008, s. 157). Dette ses bort ifra for å unngå å komplisere modellen med flere endogene variable.

Beiteskader på skog oppstår først og fremst om vinteren etter jakta. De ulike alders- og kjønnsklassene beiter dessuten forskjellig, slik at kostnadene ved beiteskader uttrykkes ved bestandstettheten og -sammensetningen om vinteren etter jakt. Eventuelle kostnader ved skader på åker og rundballer blir ikke inkludert i denne oppgaven, da disse som oftest ikke er så store. Kostnadsfunksjonen kan ta ulike former, som tidligere diskutert, men antas her å øke lineært i tettheten av elg. Kostnadsfunksjonen ved beiteskader defineres ved følgende likning

$$(11) D_t = d_c(1 - h_{c,t})X_{c,t} + d_y(1 - h_{y,t})X_{y,t} + d_f(1 - h_{f,t})X_{f,t} + d_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Der d_i er marginal beitekostnad for $i = c, y, f, m$, og $d_c < d_y < d_f \leq d_m$. De marginale beitekostnadene viser til hvor stort tap hver enkelt elg i vinterbestanden medfører ved å beite på skogen. Kostnadene ved beiteskader kan være store for noen grunneiere, og uvesentlig for andre. Dette avhenger blant annet av når skaden ble voldt, når skogen skal hugges, og hvilken kalkulasjonsrente som brukes. Tanken bak kostnadsuttrykket er imidlertid å uttrykke hvor mye det koster grunneieren å ha elg som beiter på kommersielle treslag på eiendommen sin om vinteren. Her antas det også at desto mer elg det er i skogen, jo større skade påføres skogen. Når det ikke er elg i skogen vil skogen være skadefri, $D_i(0) = 0$, men når mengden av elg i skogen øker, øker også skadene, $D'_i > 0$ (Olaussen & Skonhøft, 2011).

Grunneierens profitt gis ved

$$(12) \pi_t = q(w_c h_{c,t} X_{c,t} + w_y h_{y,t} X_{y,t} + w_f h_{f,t} X_{f,t} + w_m h_{m,t} X_{m,t}) - d_c(1 - h_{c,t})X_{c,t} - d_y(1 - h_{y,t})X_{y,t} - d_f(1 - h_{f,t})X_{f,t} - d_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

For å finne høstingsratene som gjør at grunneierens profitt maksimeres, må vi ta hensyn til at elgbestanden skal eksistere til evig tid. Grunneiere ser på elgen som en biologisk kapital, men ikke nødvendigvis som en økonomisk kapital. De ser verdien av å spare elg for å ha noe å høste av neste år, men de ser ikke hvordan renta påvirker optimale høstingsrater på sikt (A. Skonhoft, personlig kommunikasjon, 26. mai 2018). For ei høy rente vil det lønne seg å høste relativt mye elg for å sette mest mulig penger i 'banken'. Hard avskyting ett år vil imidlertid innebære færre elg å høste av påfølgende år. For ei høy nok rente vil dette likevel lønne seg. Elgens biologiske kapital er en kjensgjerning, men den økonomiske kapitalen/renteeffekten er ikke like enkel å se. De optimale høstingsratene finnes ved å maksimere nåverdien av fremtidige inntekter og kostnader. I og med at grunneiere ser på elgstammen som en biologisk kapital, men ikke nødvendigvis som en økonomisk kapital, kan man anvende ei rente lik 0.

Grunneierens maksimeringsproblem blir således å maksimere profitten i uendelig tid, under de biologiske betingelsene for vekst i bestanden gitt ved likning (2)-(4). Under jakta er kalvene fremdeles under et halvt år gamle, og er fortsatt avhengige av kua. Av den grunn opptrer jegerne etter en norm som sier at skal du skyte ei ku som har kalv, må du også skyte kalven. Denne betingelsen kalles heretter *ku-kalv-restriksjonen*, og kan skrives som

$$(13) \quad h_{f,t}X_{f,t} \leq h_{c,t}X_{c,t}$$

For grunneiere som har elg gående på eiendommen sin hele året, formuleres maksimeringsproblemet som $\max_{h_{c,t}, h_{y,t}, h_{f,t}, h_{m,t}} \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t (Q_t - D_t)$ under de biologiske betingelsene gitt ved likning (2)-(4) og (13). Parameteren $\rho^t = \frac{1}{(1+\delta)^t}$ er diskonteringsfaktoren, der δ er diskonteringsrenta, og t er tiden, der det går ett år mellom t og $t + 1$. For grunneiere som ikke får, eller ikke bærer, kostnader ved beiteskader, sløyfes kostnadene knyttet til beitekostnader i profittfunksjonen.

For å løse maksimeringsproblemet benyttes Lagranges metode

$$(14) L = \sum_{t=0}^{\infty} p^t \{ [q(w_c h_{c,t} r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t} + w_y h_{y,t} X_{y,t} + w_f h_{f,t} X_{f,t} + w_m h_{m,t} X_{m,t}) - d_c(1 - h_{c,t}) r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t} - d_y(1 - h_{y,t}) X_{y,t} - d_f(1 - h_{f,t}) X_{f,t} - d_m(1 - h_{m,t}) X_{m,t}] \\ - \rho \eta_{t+1} [X_{y,t+1} - s_c(1 - h_{c,t}) r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t}] \\ - \rho \lambda_{t+1} [X_{f,t+1} - 0,5s_y(1 - h_{y,t}) X_{y,t} - s(1 - h_{f,t}) X_{f,t}] \\ - \rho \mu_{t+1} [X_{m,t+1} - 0,5s_y(1 - h_{y,t}) X_{y,t} - s(1 - h_{m,t}) X_{m,t}] \\ - \rho \omega_{t+1} [h_{f,t} X_{f,t} - h_{c,t} r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t}] \}$$

Parametrene η_t , λ_t og μ_t er skyggepriser for henholdsvis klassene av ettåringer, elgkyr og elgokser. Skyggeprisene sier at skyter du en elg i år, blir det mindre elg å skyte neste år – og reflekterer elgens biologiske kapital. ρ viser til diskonteringsfaktoren og reflekterer elgens verdi som økonomisk kapital. Parameteren ω_t viser til skyggeprisen for felling av ku og kalv (ku-kalv-restriksjonen); Skyter du kua, må du også skyte kalven. Skyggeprisene vil være strengt positive for alle alders- og kjønnklasser, og også for ku-kalv-restriksjonen.

Førsteordensbetingelsene gis ved følgende likninger

$$(15) \frac{\partial L}{\partial h_{c,t}} = r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t} (q w_c + d_c - \rho \eta_{t+1} s_c + \rho \omega_{t+1}) \leq 0; 0 \leq h_{c,t} < 1$$

$$(16) \frac{\partial L}{\partial h_{y,t}} = X_{y,t} (q w_y + d_y - \rho \lambda_{t+1} 0,5 s_y - \rho \mu_{t+1} 0,5 s_y) \leq 0; 0 \leq h_{y,t} < 1$$

$$(17) \frac{\partial L}{\partial h_{f,t}} = X_{f,t} (q w_f + d_f - \rho \lambda_{t+1} s - \rho \omega_{t+1}) \leq 0; 0 \leq h_{f,t} < 1$$

$$(18) \frac{\partial L}{\partial h_{m,t}} = X_{m,t} (q w_m + d_m - \rho \mu_{t+1} s) \leq 0; 0 \leq h_{m,t} < 1$$

Førsteordensbetingelsene er gitt ved slakhetsbetingelser hvor muligheten for ikke å høste noe vurderes for hver klasse ($h_{i,t} = 0$), mens å høste alt av en klasse ikke tas opp til vurdering ($h_{i,t} = 1$), jamfør tidligere diskusjon. Førsteordensbetingelsene sier i bunn og grunn at man skal høste det antall elg som gjør at marginalinntekten ($q w_i$) pluss marginalnyttens av unnværte beitekostnader (d_i) svarer til, eller er mindre enn, kostnadene ved at det blir mindre elg neste år – evaluert ved neddiskonterte skyggepriser; Høsting av kalver påvirker veksten inn i klassen av ettåringer (likning (15)), som igjen påvirker veksten inn i de voksne klassene på sikt. Høsting av ettåringer påvirker veksten i begge de voksne klassene (likning (16)), mens høsting av

voksne hunn- og hanndyr påvirker kun veksten i egen klasse (likning (17) og (18)). Den indirekte effekten av å høste voksne hunn- og hanndyr er at det påvirker hvor mange kalver som blir født året etter, men denne effekten virker gjennom deres respektive skyggepriser (se likning (20) og (21)). Hvis marginalnyttens er lavere enn marginalkostnaden, holder likningen ved ulikhet, og da er det ikke lønnsomt å høste noe som helst.

Desto lavere den naturlige overlevelsesraten er, desto mindre er marginalkostnadene. Det betyr at man heller bør høste elgen enn å la den dø av naturlige årsaker. For kalvene og elgkyrne er også ku-kalv-restriksjonen inkludert, evaluert ved neddiskontert skyggepris. Nyttens av å høste kalver øker med ku-kalv-restriksjonen; Hvis man skal skyte kalv, befris kua fra restriksjonen. Nyttens av å høste elgkyr reduseres i ku-kalv-restriksjonen. Skyter man ei ku som har kalv *må* man også skyte kalven, og det trenger ikke være optimalt. Når man ikke skal skyte (flere) kalver, kan man heller ikke skyte kalvkyr, og dette fører til høyere marginalkostnader. Et viktig moment å merke seg er at dersom man har bestemt at man skal skyte kyr og kalver, vil ku-kalv-restriksjonen være lik 0 så lenge man ikke har brukt opp kvotene for kalv.

For grunneiere som ikke bærer kostnader ved beiteskader, vil førsteordensbetingelsene kreve at marginalinntekten svarer til, eller er mindre enn, kostnadene ved at det blir mindre elg neste år – evaluert ved neddiskonterte skyggepriser.

Porteføljebetingelsene, som sier noe om de ulike kjønns- og aldersklassenes *bevarings-* eller *eksistensverdi*, er gitt ved følgende likninger:

$$(19) \frac{\partial L}{\partial X_{y,t}} = qw_y h_{y,t} - d_y(1 - h_{y,t}) - \eta_t + \rho \lambda_{t+1} 0,5s_y(1 - h_{y,t}) + \rho \mu_{t+1} 0,5s_y(1 - h_{y,t}) = 0$$

$$(20) \frac{\partial L}{\partial X_{f,t}} = qw_f h_{f,t} - d_f(1 - h_{f,t}) - \lambda_t + \rho \lambda_{t+1} s(1 - h_{f,t}) - \rho \omega_{t+1} h_{f,t} + (r + r'_f X_{f,t})(qw_c h_{c,t} - d_c(1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c(1 - h_{c,t}) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t}) = 0$$

$$(21) \frac{\partial L}{\partial X_{m,t}} = qw_m h_{m,t} - d_m(1 - h_{m,t}) - \mu_t + \rho \mu_{t+1} s(1 - h_{m,t}) + r'_m X_{f,t}(qw_c h_{c,t} - d_c(1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c(1 - h_{c,t}) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t}) = 0$$

Ettåringene, elgkyrne og elgoksene sin skyggepris finnes ved å løse likningene for henholdsvis η_t, λ_t, μ_t . Generelt vil elgens bevaringsverdi øke i høstingsverdien og i veksten den enkelte alders- og kjønnsklassen bidrar til i bestanden, og reduseres i beitekostnadene. En høy marginal høstingsverdi gjør det lønnsomt å bevare et stort antall av disse dyrene for å ha mer å høste av. Under antakelse om at omfanget av beiteskader øker lineært i tettheten av elg, vil økt høsting gi mindre beiteskader. Jo høyere de marginale beitekostnadene vil være, desto større vil nytten av å høste elg være. Hvor stor bevaringsverdi de ulike alders- og kjønnsklassene har av hensyn til vekst i elgbestanden, avhenger blant annet av skyggeprisen og den naturlige overlevelseshastigheten. Dersom det høstes en stor andel av voksne hunn- og hanndyr, vil antakeligvis ettåringene få en høyere skyggepris av hensyn til populasjonsveksten. En lav naturlig overlevelseshastighet gir lavere bevaringsverdi av hensyn til populasjonsveksten, som tidligere nevnt. Når mengden av elgkyr er lav, $X_{f,t} < K$, er $(r + r'_f X_{f,t}) > 0$ (ved en Ricker type rekrutteringsfunksjon), og da rekrutteres færre kalver enn hva som maksimalt er mulig. Flest kalver blir født først når $X_{f,t} = K$. På den måten øker elgkyrnes bevaringsverdi av hensyn til rekrutteringa. Når $X_{f,t} > K$ er $(r + r'_f X_{f,t}) < 0$, og da vil økt høsting av elgkyr øke rekrutteringa fram til $X_{f,t} = K$. På tilsvarende måte øker elgoksenes bevaringsverdi når $r'_m > 0$, og reduseres når $r'_m = 0$.

Her er det mange verdier som påvirker hvor mye man bør høste av hver enkelt alders- og kjønnsklasse for å oppnå maksimal avkastning. Førsteordensbetingelsene sammen med de biologiske betingelsene utgjør et komplekst, dynamisk system bestående av 11 likninger og 11 ukjente; $X_c, X_y, X_f, X_m, h_c, h_y, h_f, h_m, r(X_f, X_m), r'_f, r'_m$. Å finne høstingsrater og mengden av dyr i hver alders- og kjønnsklasse analytisk er så å si umulig. Siden nytte- og kostnadsfunksjonene er lineære, er det imidlertid mulig å gjøre noen generelle gjetninger.

Høsting av både kalver og ettåringer fører til redusert vekst i de voksne klassene, og verken kalvene eller ettåringene rekrutterer nye kalver. Av hensyn til elgens biologiske kapital kan de således anses som substitutter. Ved å høste ettåringer oppnår man imidlertid høyere avkastning og unngår større beiteskader, sammenlignet med høsting av kalver. Sånn sett kan det være mer lønnsomt å høste ettåringer. Elgkyr genererer utvilsomt et høyere kjøttutbytte og volder skogen større skade enn ettåringen igjen. Siden man ikke kan skyte ei elgku som har

kalv uten å skyte kalven, vil det muligens lønne seg å høste kalver allikevel, for å åpne opp for muligheten til å skyte elgkyr. Dette må imidlertid veies opp mot hvor stor mengde av elgkyr som trengs for å sikre framtidig rekruttering og elgstammens overlevelse på sikt. Elgokser har ikke forsørgelsesansvar overfor elgkalver, og kan således høstes uten konsekvenser for kalvenes overlevelse. Generelt ser høsting av elgokser ut til å være lønnsomt, da disse gir det største kjøttutbytte og volder størst skade på skog. Elgoksenes effekt på elgkyrnes fertilitet må imidlertid tas hensyn til.

For grunneiere som både får inntekter fra salg av jaktrettigheter og som også bærer kostnader ved beiteskader, finner Olaussen og Skonhoft (2011) at det ikke vil lønne seg å høste ettåringer. Til tross for at ettåringer gir et større kjøttutbytte og gjør større skade på skogen enn kalver, finner de at det er bedre å skyte kalver for å befri kua fra ku-kalv-restriksjonen. For grunneiere som ikke bærer kostnader ved beiteskader, vil det lønne seg å ha en stor elgstamme å høste av hvert år. Da finner de at det lønner seg å høste ettåringer og voksne elgokser. Ettåringene gir et større kjøttutbytte enn kalver, og da er det bedre å spare kalvene og dermed også elgkyr, og heller skyte ettåringer og elgokser. Populasjonsveksten sikres da gjennom kyrne, mens maksimal avkastning oppnås ved å skyte en stor andel av ettåringer og elgokser. Disse betingelsene er først og fremst til sammenlikning, og drøftes nærmere i den numeriske analysen (se kapittel 11).

8.2. Samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem

Selv om grunneieren har noe innvirkning på hvor mye elg som skal skytes, er det likevel kommunene som til syvende og sist setter bestandsmål og hvor mye av de ulike alders- og kjønnsklassene som skal skytes. Kommunene må ta hensyn til den samfunnsøkonomiske nytten av elg, og sette bestandsmål etter hva som er mest lønnsomt samfunnsøkonomisk sett. Grunneieren tenker kun på egne inntekter og kostnader forbundet med elgstammen, mens viltneimda i kommunen må i tillegg ta hensyn til eksterne inntekter og kostnader. Som tidligere diskutert har den norske elgstammen mange økonomiske verdier. Her kunne man inkludert økonomiske verdier ved rekreasjon, skader på åker og rundballer, elgens opplevelsesverdi, og andre eksterne verdier ved elgstammen. Her inkluderes kun de største, økonomiske verdiene knyttet til salg av jaktrettigheter, beiteskader på skog og elgpåkjørsler. I den numeriske analysen i kapittel 11 skal jeg imidlertid diskutere effekten av å inkludere rekreasjonsverdi.

Elgpåkjørsler innebærer fare for liv og helse, og fører til store kostnader for samfunnet som diskutert i kapittel 4. I formuleringen av viltnevdas maksimeringsproblem benyttes de samme inntekts- og kostnadsuttrykkene ved henholdsvis salg av jaktrettigheter og beitekostnader fra grunneierens maksimeringsproblem. Kostnadene ved elgpåkjørsler må imidlertid også formuleres. Selv om det er flere faktorer som påvirker antall påkjørsler, approksimeres kostnadene ved elgpåkjørsler til å øke lineært i tettheten av elg. De totale kostnadene ved elgpåkjørsler på tidspunkt t defineres ved følgende likning

$$(22) \quad T_t = t_c(1 - h_{c,t})X_{c,t} + t_y(1 - h_{y,t})X_{y,t} + t_f(1 - h_{f,t})X_{f,t} + t_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Siden fleste elg blir påkjørt i løpet av vinteren, antas kostnadene ved elgpåkjørsler å oppstå om vinteren etter jakta, men før naturlig dødelighet. De totale kostnadene ved elgpåkjørsler i Norge, deles på anslått antall elg i vinterbestanden i Norge, slik at man får den marginale kostnaden ved å ha elg gående i norske skoger om vinteren. Den marginale kostnaden er ulik mellom de ulike alders- og kjønnsklassene. Store dyr veier mer enn små dyr, og gir dermed større skade på mennesker og kjøretøy; Slik at $t_c < t_y < t_f \leq t_m$.

Samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem formuleres dermed som $\max_{h_{c,t}, h_{y,t}, h_{f,t}, h_{m,t}} \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t (Q_t - D_t - T_t)$ under de samme biologiske betingelsene gitt ved likning (2)-(4) og ku-kalv-restriksjonen (13). Maksimeringsproblemet løses ved å benytte Lagranges metode, og førsteordensbetingelsene gis ved

$$(23) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{c,t}} = r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}(qw_c + d_c + t_c - \rho\eta_{t+1}s_c + \rho\omega_{t+1}) \leq 0; 0 \leq h_{c,t} < 1$$

$$(24) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{y,t}} = X_{y,t}(qw_y + d_y + t_y - \rho\lambda_{t+1}0,5s_y - \rho\mu_{t+1}0,5s_y) \leq 0; 0 \leq h_{y,t} < 1$$

$$(25) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{f,t}} = X_{f,t}(qw_f + d_f + t_f - \rho\lambda_{t+1}s - \rho\omega_{t+1}) \leq 0; 0 \leq h_{f,t} < 1$$

$$(26) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{m,t}} = X_{m,t}(qw_m + d_m + t_m - \rho\mu_{t+1}s) \leq 0; 0 \leq h_{m,t} < 1$$

Som vi ser, er førsteordensbetingelsene så å si de samme som for grunneierens maksimeringsproblem. Unnværte kostnader ved elgpåkjørsler er imidlertid inkludert. Økt høsting gir lavere elgtetthet; Under forutsetning om at antall elgpåkjørsler øker med tettheten

av elg, reduseres derfor kostnadene ved elgpåkjørsler når høstinga øker. Nytten av å høste elg øker derfor med økende marginalkostnad ved elgpåkjørsler.

$$(27) \frac{\partial L}{\partial X_{y,t}} = qw_y h_{y,t} - d_y(1 - h_{y,t}) - t_y(1 - h_{y,t}) - \eta_t + \rho \lambda_{t+1} 0,5s_y(1 - h_{y,t}) + \rho \mu_{t+1} 0,5s_y(1 - h_{y,t}) = 0$$

$$(28) \frac{\partial L}{\partial X_{f,t}} = qw_f h_{f,t} - d_f(1 - h_{f,t}) - t_f(1 - h_{f,t}) - \lambda_t + \rho \lambda_{t+1} s(1 - h_{f,t}) - \rho \omega_{t+1} h_{f,t} + (r + r'_f X_{f,t})(qw_c h_{c,t} - d_c(1 - h_{c,t}) - t_f(1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c(1 - h_{c,t}) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t}) = 0$$

$$(29) \frac{\partial L}{\partial X_{m,t}} = qw_m h_{m,t} - d_m(1 - h_{m,t}) - t_m(1 - h_{m,t}) + \rho \mu_{t+1} s(1 - h_{m,t}) - \mu_t + r'_m X_{m,t}(qw_c h_{c,t} - d_c(1 - h_{c,t}) - t_c(1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c(1 - h_{c,t}) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t}) = 0$$

Porteføljebetingelsene har også samme struktur som i grunneiers maksimeringsproblem. Kostnadene ved elgpåkjørsler vil imidlertid redusere skyggeprisen (bevaringsverdien) for alle alders- og kjønnsklasser. Olausen og Skonhøft (2011) finner at kostnadene ved elgpåkjørslene gjør at samfunnsplanleggeren ønsker å ha en mindre elgstamme enn den grunneieren ønsker å ha. Siden elgkyrne- og elgoksene gjør størst potensiell skade ved en elgpåkjørsel, drar dette i retning av at man ønsker å skyte en større andel av disse dyrene. Men skal man skyte ei ku som har kalv, må man også skyte kalven. Derfor sparer man heller ettåringer for å sikre vekst og fremtidig avkastning fra elgstammen, og skyter heller kalver for å frigi kua fra ku-kalv-restriksjonen.

9. Populasjonsmodell med predasjon

Min problemstilling krever at ulvens predasjon på elgbestandens populasjonsvekst blir tatt hensyn til. Med utgangspunkt i populasjonsmodellen utledet i kapittel 7, utvides modellen med predasjonsrater på de ulike kjønns- og aldersklassene. Når jeg skal uttrykke ulvens predasjon i modellen, kan jeg velge å bruke faste eller variable predasjonsrater. En fast predasjonsrate uttrykker at ulvens uttak av elg kun avhenger av bestandstettheten av elg. 'Faren' med å bruke faste predasjonsrater, er at disse uttrykker at ulven dreper urealistisk lite elg ved lave bestandstettheter av elg, og urealistisk mye elg ved høye bestandstettheter. Zimmermann (2014) dokumenterer at antall elg drept av ulv har en positiv sammenheng med tilgjengeligheten på elg, men at uttaket flater ut eller synker når tettheten når et visst punkt. Ulvens predasjonsrater estimert i forhold til tilgjengeligheten på elg, og kan altså uttrykkes ved en asymptotisk eller sigmoid funksjonsform (Zimmermann et al., 2014); Dette taler for å bruke variable predasjonsrater. Dersom jeg bruker variable predasjonsrater vil jeg få fem ekstra variabler som bestemmes innenfor modellen. Selv om dette muligens kan være en noe bedre måte å uttrykke ulvens predasjon, vil variable predasjonsrater føre til at modellen blir mer komplisert. I denne oppgaven kommer jeg derfor til å bruke faste predasjonsrater. Eventuelle effekter elgen har på ulvens populasjonsvekst neglisjeres i denne oppgaven, og anses som en rimelig antakelse da ulven i Norge er strengt kontrollert.

Når populasjonsmodellen utvides med faste predasjonsrater, vil mengden elg i de ulike alders- og kjønnklassene tilsvare

$$(30) X_{c,t} = r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}$$

$$(31) X_{y,t+1} = s_c(1 - p_c^s)(1 - h_{c,t})(1 - p_c^w)r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}$$

$$(32) X_{f,t+1} = 0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})(1 - p_y^w)X_{y,t} + s(1 - h_{f,t})(1 - p_f^w)X_{f,t}$$

$$(33) X_{m,t+1} = 0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})(1 - p_y^w)X_{y,t} + s(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Der p_c^s og p_y^s viser til andelen av henholdsvis kalver og ettåringer som blir drept av ulv i løpet av sommeren, og p_c^w , p_y^w og p_f^w viser til andelen av kalver, ettåringer og eldre elgkyr som blir tatt i løpet av vinteren. Selv om jakta nå foregår fra september til slutten av desember, antar

jeg at flest elg blir felt i september og oktober. Jeg deler således inn i sommer- og vinterpredasjon, og antar at jakta foregår midt i mellom disse sesongene. Siden ulven dreper flest kalver og minst ettåringer og voksne hunndyr, har vi at $p_c^s X_{c,t} > p_y^s X_{y,t}$, og at $p_c^w X_{c,t} > p_y^w X_{y,t} \geq p_f^w X_{f,t}$. De biologiske likningene for bestandsutviklingen i hver klasse, er stort sett de samme som før. Fertilitetsraten, $r(X_{f,t}, X_{m,t})$, spesifiseres fremdeles som en sigmoid funksjon som i Olausen og Skonhoft (2011), utledet i kapittel 7.1, og at tettheten av elg påvirker rekrutteringa ganske sterkt når tettheten når et visst punkt (Ricker-modellen). Det som er endret er at dødeligheten har økt for kalvene, ettåringene og de voksne elgkyrne på grunn av predasjon.

Hvis vi setter inn for $X_{y,t}$ i likning (32) og (33) og utelater tidsaspektet, vil elgkuposulasjonen og elgoksepopulasjonen sin likevekt, gitt at $X_f > 0, X_m > 0$, nå være gitt ved

$$(34) \quad 1 = 0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_y)(1 - p_y^w)s_c(1 - p_c^s)(1 - h_c)(1 - p_c^w)r(X_f, X_m) \\ + s(1 - h_f)(1 - p_f^w)$$

$$(35) \quad X_m = 0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_y)(1 - p_y^w)s_c(1 - p_c^s)(1 - h_c)(1 - p_c^w)r(X_f, X_m)X_f \\ + s(1 - h_m)X_m$$

For faste høstings- og predasjonsrater vil likevekten være unik, på tilsvarende måte som beskrevet for hanndyrene og hunndyrenes likevektskurver uten predasjon. Økte predasjonsrater vil gi de samme effekter som økte høstingsrater gir (se kapittel 7).

Løser vi likning (34) og (35) for $0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_y)(1 - p_y^w)s_c(1 - p_c^s)(1 - h_c)(1 - p_c^w)r(X_f, X_m)$ og setter disse lik hverandre, tilsvarer antall elgokser per elgku $\frac{X_m}{X_f} = \frac{1 - s(1 - h_f)(1 - p_f^w)}{1 - s(1 - h_m)}$

Hvis elgbestanden ikke jaktes på ($h_i = 0$) vil det være flere elgokser enn elgkyr i bestanden i likevekt, siden ulven dreper elgkyr, men ikke elgokser. Jo høyere predasjonsraten er, desto større blir forholdstallet. Dersom $p_f^w = 0$, vil likningene som angir elgkuposulasjonen og elgoksepopulasjonens likevekt være de samme som i situasjonen uten predasjon. Hvis bestanden i tillegg ikke jaktes på, vil forholdstallet mellom elgkyr og elgokser igjen være lik 1.

10. Optimale høstingsrater av elg i områder med ulv

På tilsvarende måte som i kapittel 8 skal jeg nå finne de optimale høstingsratene av elg når vi har predasjon i tillegg til jakt på elg. Inntekts- og kostnadsfunksjonene er stort sett de samme som før, men ulvens predasjon må inkluderes på en hensiktsmessig måte i disse uttrykkene.

10.1. Grunneierens maksimeringsproblem i områder med ulv

Sammenliknet med en situasjon uten predasjon, er det mindre kalver og ettåringer å høste av under jakta på grunn av ulvens predasjon om sommeren. Grunneiers inntekter ved salg av jaktrettigheter vil således formuleres på følgende måte

$$(36) \quad Q_t = q(w_c h_{c,t} X_{c,t} (1 - p_c^s) + w_y h_{y,t} X_{y,t} (1 - p_y^s) + w_f h_{f,t} X_{f,t} + w_m h_{m,t} X_{m,t})$$

Jeg antar at kostnadene knyttet til beiteskader øker lineært i tettheten av elg, bestemt av bestandsstørrelsen om vinteren etter jakta, på samme måte som i Olausen og Skonhoft (2011). Beiteskadene forekommer hele vinterhalvåret, men det gjør også ulvens predasjon på vinterstid. Hvis jeg skal anta at dette forekommer simultant blir modellen unødvendig komplisert. I problemformuleringen velger jeg derfor å anta at beitekostnadene påløper enten før eller etter vinterpredasjon.

Dersom beiteskadene antas å påløpe før ulvens predasjon om vinteren, men etter jakta, uttrykkes de totale kostnadene ved beiteskader i år t ved følgende likning

$$(37) \quad D_t = d_c(1 - p_c^s)(1 - h_{c,t})X_{c,t} + d_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})X_{y,t} + d_f(1 - h_{f,t})X_{f,t} \\ + d_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Antas beiteskadene å påløpe etter ulvens predasjon om vinteren, uttrykkes de totale kostnadene ved beiteskader i år t som

$$(38) D_t = d_c(1 - p_{c,t}^s)(1 - h_{c,t})(1 - p_{c,t}^w)X_{c,t} + d_y(1 - p_{y,t}^s)(1 - h_{y,t})(1 - p_{y,t}^w)X_{y,t} \\ + d_f(1 - h_{f,t})(1 - p_{f,t}^w)X_{f,t} + d_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Hvis jeg antar at beiteskadene påløper før vinterpredasjon, og høstinga ses bort ifra, vil beiteskadene vil være større. Dette scenarioet kan dra i retning av at man vil øke avskytingen. Oppstår beiteskadene etter vinterpredasjon, vil ulven drepe en andel av elgen før skadene oppstår, og da vil man muligens skyte mindre elg. I formuleringen av maksimeringsproblemet antar jeg at skogskadene oppstår før vinterpredasjon for å minimere antall multiplikative ledd i formuleringen. Jeg skal likevel diskutere effekten av å anta at skogskadene oppstår etter vinterpredasjon, og si noe om hvordan dette påvirker tilpasningen.

Forskning viser at tynning, gjødsling og andre former for skogpleie og viltstelltiltak kan minke beiteskadene. Dette kunne blitt inkludert hadde man hatt en god oversikt over kostnader og besparelser ved slike tiltak. I denne modellen inkluderes ikke slike tiltak, slik at grunneierens profitt gis ved $\pi_t = Q_t - D_t$. For grunneiere som ikke får eller bærer kostnader knyttet til beiteskader, vil $D_t = 0$, og profitten vil da gis ved $\pi_t = Q_t$.

Grunneierens maksimeringsproblem blir å maksimere nåverdien av summen av profitten i all fremtid, uten at bestanden av elg dør ut. Profitten maksimeres under de biologiske betingelsene gitt ved likningene (31)-(33), i tillegg til ku-kalv-restriksjonen. På grunn av predasjon ser ku-kalv-restriksjonen litt annerledes ut, og gis ved:

$$(39) h_{f,t}X_{f,t} \leq h_{c,t}X_{c,t}(1 - p_c^s)$$

Problemet løses ved å benytte Lagranges metode:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \{ [q(w_c h_{c,t} r(X_{f,t}, X_{m,t}) X_{f,t} (1 - p_c^s) + w_y h_{y,t} X_{y,t} (1 - p_y^s) + w_f h_{f,t} X_{f,t} + w_m h_{m,t} X_{m,t})] \\ - [d_c(1 - p_c^s)(1 - h_{c,t})r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t} + d_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})X_{y,t} + d_f(1 - h_{f,t})X_{f,t} + d_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}] \\ - \rho \eta_{t+1} [X_{y,t+1} - s_c(1 - p_c^s)(1 - h_{c,t})(1 - p_c^w)r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}] \\ - \rho \lambda_{t+1} [X_{f,t+1} - 0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})(1 - p_y^w)X_{y,t} - s(1 - h_{f,t})(1 - p_f^w)X_{f,t}]$$

$$-\rho\mu_{t+1}[X_{m,t+1} - 0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})(1 - p_y^w)X_{y,t} - s(1 - h_{m,t})X_{m,t}]$$

$$-\rho\omega_{t+1}[h_{f,t}X_{f,t} - h_{c,t}r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}(1 - p_c^s)]\}$$

Førsteordensbetingelsene er gitt ved

$$(40) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{c,t}} = rX_{f,t}(1 - p_c^s)[qw_c + d_c - \rho\eta_{t+1}s_c(1 - p_c^w) + \rho\omega_{t+1}] \leq 0; 0 \leq h_{c,t} < 1$$

$$(41) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{y,t}} = X_{y,t}(1 - p_y^s)[qw_y + d_y - (\rho\lambda_{t+1} + \rho\mu_{t+1})0,5s_y(1 - p_y^w)] \leq 0; 0 \leq h_{y,t} < 1$$

$$(42) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{f,t}} = X_{f,t}(qw_f + d_f - \rho\lambda_{t+1}s(1 - p_f^w) - \rho\omega_{t+1}) \leq 0; 0 \leq h_{f,t} < 1$$

$$(43) \quad \frac{\partial L}{\partial h_{m,t}} = X_{m,t}(qw_m + d_m - \rho\mu_{t+1}s) \leq 0; 0 \leq h_{m,t} < 1$$

Porteføljebetingelsene, forutsatt $X_{y,t} > 0$, $X_{f,t} > 0$, $X_{m,t} > 0$, er gitt ved:

$$(44) \quad \frac{\partial L}{\partial X_{y,t}} = qw_y h_{y,t}(1 - p_y^s) - d_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t}) - \eta_t$$

$$+ (\rho\lambda_{t+1} + \rho\mu_{t+1})0,5s_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t})(1 - p_y^w) = 0$$

$$(45) \quad \frac{\partial L}{\partial X_{f,t}} = qw_f h_{f,t} - d_f(1 - h_{f,t}) - \lambda_t + \rho\lambda_{t+1}s(1 - h_{f,t})(1 - p_f^w) - \rho\omega_{t+1}h_{f,t}$$

$$+ (r + r'_f X_{f,t})(1 - p_c^s)[qw_c h_{c,t} - d_c(1 - h_{c,t}) + \rho\eta_{t+1}s_c(1 - h_{c,t})(1 - p_c^w) + \rho\omega_{t+1}h_{c,t}] = 0$$

$$(46) \quad \frac{\partial L}{\partial X_{m,t}} = qw_m h_{m,t} - d_m(1 - h_{m,t}) - \mu_t + \rho\mu_{t+1}s(1 - h_{m,t}) + r'_m X_{f,t}(1 - p_c^s)[qw_c h_{c,t} -$$

$$d_c(1 - h_{c,t}) + \rho\eta_{t+1}s_c(1 - h_{c,t})(1 - p_c^w) + \rho\omega_{t+1}h_{c,t}] = 0$$

Førsteordensbetingelsene (40)-(43) sier på samme måte som i kapittel 8 at marginalnyttene av høstinga skal svare til marginalkostnaden ved at høsting gir lavere populasjonsvekst. Ulvens predasjon på kalver og ettåringer om sommeren gjør at det er mindre å høste av under jakta. Dette gjør at ulven har redusert en del av kostnadene ved beiteskader, men fører også til at høstingsgrunnlaget reduseres av hensyn til høstingsverdien i form av jaktinntekter. Marginalkostnadene for høsting av kalver, ettåringer og elgkyr blir lavere av ulvens uttak av om vinteren, fordi man like gjerne kan høste disse dyrene i stedet for at de blir drept av ulv i løpet av vinteren. Marginalkostnadene reduseres mest for kalver siden $p_c^w X_{c,t} > p_y^w X_{y,t} \geq p_f^w X_{f,t}$. Beiteskadene antas fremdeles å øke i tettheten av elg. Hadde vi antatt at beiteskadene oppstår etter ulvens predasjon om vinteren hadde ulven gjort en del av jobben med å redusere elgstammen og dermed redusert kostnadene. Ergo ville marginalnyttene av å høste elg for å unngå beiteskader vært mindre ($d_i(1 - p_i^w) < d_i$ for $i = c, y, f$). Ku-kalv-restriksjonen øker

fremdeles nytten av å høste kalver, og reduserer nytten av å høste elgkyr. Siden elgokser ikke rammes av predasjon, er førsteordensbetingelsen lik som den i situasjonen uten predasjon.

Porteføljebetingelsen for ettåringer, gitt ved likning (44), kan skrives som $\eta_t = qw_y h_{y,t} (1 - p_y^s) - d_y (1 - p_y^s) (1 - h_{y,t}) + (\rho \lambda_{t+1} + \rho \mu_{t+1}) 0,5 s_y (1 - p_y^s) (1 - h_{y,t}) (1 - p_y^w)$. Den sier at man skal bevare det antall ettåringer i bestanden som gjør at skyggeprisen svarer til kjøttverdien, pluss neste års vekst ettåringene gir i de voksne klassene, minus beiteskadene ettåringene påfører skogen. En høy pris per kilo slaktevekt øker skyggeprisen; Da vil man bevare et større antall ettåringer for å ha mer å høste av. Hvor stor ettåringenes skyggepris vil være, avhenger også av hvor mye som høstes av voksne hunn- og hanndyr. Hvis en stor andel av de voksne klassene blir høstet, er det grunn til å tro at ettåringene får en høyere bevaringsverdi av hensyn til vekst i elgbestanden. En høy marginal kostnad ved beiteskader reduserer skyggeprisen.

Porteføljebetingelsen for voksne hunndyr, gitt ved likning (45), kan skrives som $\lambda_t = qw_f h_{f,t} - d_f (1 - h_{f,t}) + \rho \lambda_{t+1} s (1 - h_{f,t}) (1 - p_f^w) - \rho \omega_{t+1} h_{f,t} + (r + r'_f X_{f,t}) (1 - p_c^s) [qw_c h_{c,t} - d_c (1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c (1 - h_{c,t}) (1 - p_c^w) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t}]$. Uttrykket sier at skyggeprisen skal svare til verdien av kjøttutbyttet minus beiteskadene, den neddiskonterte verdien av vekst i elgkuposulasjonen, samt ku-kalv-restriksjonen gitt av den neddiskonterte skyggeprisen. Elgkyrnes skyggepris av hensyn til elgkuposulasjonen øker og reduseres på samme måte som for ettåringene. I tillegg fører ku-kalv-restriksjonen til at skyggeprisen reduseres. Dette forstår jeg som at elgkua ikke har like høy bevaringsverdi dersom kalven skal skytes. I tillegg til verdien av elgkua for elgkuposulasjonen sin del, må man også ta hensyn til kyrnes rolle i rekrutteringen av nye kalver. Skyggeprisen øker dersom $X_{f,t} < K$; Behovet for å bevare mange elgkyr når $(r + r'_f X_{f,t}) < 0$ har ikke noen hensikt med hensyn til rekrutteringa - økt avskyting av elgkyr vil derimot øke rekrutteringen. Motsatt, vil skyggeprisen reduseres dersom $X_{f,t} > K$.

Likning (46) angir porteføljebetingelsen for voksne hanndyr, og kan skrives som $\mu_t = qw_m h_{m,t} - d_m (1 - h_{m,t}) + \rho \mu_{t+1} s (1 - h_{m,t}) + r'_m X_{f,t} (1 - p_c^s) [qw_c h_{c,t} - d_c (1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c (1 - h_{c,t}) (1 - p_c^w) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t}]$. Her skal man også bevare elgoksene inntil skyggeprisen svarer til kjøttverdien, minus beiteskader pluss vekst i egen klasse, i tillegg til at

man må ta hensyn til oksenes rolle i rekrutteringen av nye kalver, på samme måte som for kyrne. Når X_m blir tilstrekkelig stor vil $r'_m = 0$; Antall elgokser vil da ikke lenger ha noen effekt på rekrutteringen, og da blir elgoksenes rolle i rekrutteringen irrelevant i vurderingen av elgoksenes bevaringsverdi.

Hvilken skyggepris er størst, ettåringene, elgkyrne eller elgoksene sin skyggepris? Kalvene og ettåringer kan fremdeles anses som substitutter. Siden ulven har en sterkere preferanse for kalver enn ettåringer, kan det imidlertid føre til at ettåringene får en høyere bevaringsverdi. Hvis det lønner seg å høste kalver for å åpne opp for muligheten til å høste elgkyr, vil høstinga sammen med ulvens predasjon føre til at få kalver blir ettåringer neste år. Hvis man da i tillegg skal høste en stor andel av ettåringene vil dette føre til lavere vekst inn i de voksne klassene året etter.

Generelt gir elgkyrne en lavere kjøttverdi enn oksene, men bidrar til omtrent like stor skade på skogen som elgoksene. Sånn sett får elgkyrne en lavere skyggepris. I tillegg gjør vinterpredasjon at veksten i kyrnes klasse minker, noe som drar i retning av at det er bedre å skyte kua selv enn at den blir drept av ulv. Hvis vi antar at $r + r'_f X_{f,t} < 0$, vil elgkyrnes skyggepris også reduseres, gitt at $q w_c h_{c,t} - d_c(1 - h_{c,t}) + \rho \eta_{t+1} s_c(1 - h_{c,t})(1 - p_c^w) + \rho \omega_{t+1} h_{c,t} > 0$. Elgkyrne får da en lavere bevaringsverdi, da det å redusere mengden av kyr vil bidra til positiv rekruttering, noe som igjen kan gi høyere kjøttutbytte og vekst i bestanden. Hvis $r + r'_f X_{f,t}$ derimot er positiv, vil det være lønnsomt å spare et større antall elgkyr. Generelt sett, vil det trolig være lurt å spare en god del elgkyr for å sikre at noen av kalvene som blir født neste år overlever sitt første leveår.

Oksene har høyere vekt enn kyrne, men gjør omtrent samme skade på skogen. Elgkyrne har mange komponenter som påvirkes av ku-kalv-restriksjonen. Det er veldig vanskelig å si hvem som har høyest skyggepris av okser og kyr. Men siden en andel av kyrne blir drept av ulv, samt at kyrne har en viktig rolle i rekrutteringen, i tillegg til at avskyting av kyr begrenses av ku-kalv-restriksjonen, kan det tyde på at elgkyrne har en høyere skyggepris. Det trengs heller ikke like mange elgokser som elgkyr for å oppnå maksimal rekruttering. Totalt sett vil konklusjonen på om hvorvidt oksenes skyggepris er større eller mindre enn kyrnes skyggepris avhenge av

størrelsen på r'_m i forhold til $r + r'_f X_{f,t}$, som igjen avhenger av mengden av elgkyr og elgokser i bestanden.

10.2. Samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem i områder med ulv

I min modell tar jeg utgangspunkt i samme relasjon for trafikkkostnadene, og benytter samme antakelse om at kostnadene er lineære i tettheten av elg. Siden de fleste elgpåkjørsler forekommer på vinterstid, uttrykkes kostnaden per elg til å gjelde for elgbestanden etter predasjon og jakt. På samme måte som for beitekostnadene og vinterpredasjon, vil elgpåkjørsler forekomme simultant med vinterpredasjon. For å unngå mange multiplikative ledd, velger jeg også her å anta at kostnadene påløper etter sommerpredasjon og jakt, men før vinterpredasjon og naturlig dødelighet. De totale kostnadene ved elgpåkjørsler i år t gis da ved følgende relasjon

$$(47) \quad T_t = t_c(1 - p_c^s)(1 - h_{c,t})X_{c,t} + t_y(1 - p_y^s)(1 - h_{y,t}) + t_f(1 - h_{f,t})X_{f,t} \\ + t_m(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Ellers blir de samme inntekts- og kostnadsuttrykkene benyttet som i grunneiers maksimeringsproblem. Andre økonomiske konsumerende og ikke-konsumerende verdier ved elgstammen er ikke inkludert. Profitten gis dermed ved

$$(48) \quad \pi_t = q(w_c h_{c,t} r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t}(1 - p_{c,t}^s) + w_y h_{y,t} X_{y,t}(1 - p_{y,t}^s) + w_f h_{f,t} X_{f,t} + w_m h_{m,t} X_{m,t}) - \\ (d_c + t_c)(1 - p_{c,t}^s)(1 - h_{c,t})r(X_{f,t}, X_{m,t})X_{f,t} - (d_y + t_y)(1 - p_{y,t}^s)(1 - h_{y,t})X_{y,t} - (d_f + \\ t_f)(1 - h_{f,t})X_{f,t} - (d_m + t_m)(1 - h_{m,t})X_{m,t}$$

Samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem, blir således å maksimere $e_{h_{c,t}, h_{y,t}, h_{f,t}, h_{m,t}} \sum_{t=0}^{t=\infty} \rho^t (\pi_t)$ under de biologiske betingelsene for vekst (31-33) og ku-kalv-restriksjonen (39).

Ved å bruke Lagranges metode, gir dette følgende førsteordensbetingelser:

$$(49) \frac{\partial L}{\partial h_{c,t}} = rX_{f,t}(1 - p_c^s)[qw_c + d_c + t_c - \rho\eta_{t+1}s_c(1 - p_c^w) + \rho\omega_{t+1}] \leq 0; 0 \leq h_{c,t} < 1$$

$$(50) \frac{\partial L}{\partial h_{y,t}} = X_{y,t}(1 - p_y^s)[qw_y + d_y + t_y - (\rho\lambda_{t+1} + \rho\mu_{t+1})0,5s_y(1 - p_y^w)] \leq 0; 0 \leq h_{y,t} < 1$$

$$(51) \frac{\partial L}{\partial h_{f,t}} = X_{f,t}(qw_f + d_f + t_f - \rho\lambda_{t+1}s(1 - p_f^w) - \rho\omega_{t+1}) \leq 0; 0 \leq h_{f,t} < 1$$

$$(52) \frac{\partial L}{\partial h_{m,t}} = X_{m,t}(qw_m + d_m + t_m - \rho\mu_{t+1}s) \leq 0; 0 \leq h_{m,t} < 1$$

Som i Olausen og Skonhøft (2011) vil elgpåkjørsler føre til at det vil være lønnsomt å ha en mindre bestand av elg, sammenliknet med hva som antakeligvis er optimalt i grunneierens maksimeringsproblem. Her har jeg antatt at beiteskadene og påkjørslene forekommer før vinterpredasjon. Hvis jeg derimot hadde antatt at de hadde oppstått etter vinterpredasjon, hadde ulven gjort en del av jobben med å redusere stammen og kostnadene. I virkeligheten vil predasjon på vinterstid, beiteskader og elgpåkjørsler oppstå simultant. Nyttien av å høste kalver, ettåringer og elgkyr, vil derfor være noe mindre av hensyn til beiteskader og elgpåkjørsler hvis man antar at disse kostnadene forekommer simultant med vinterpredasjon.

Porteføljebetingelsene vil også følge samme struktur. De vil føre til lavere skyggepris for alle alders- og kjønnklasser, og reduseres mest for voksne hunn- og hanndyr. Dette kommer av at en trafikkulykke mellom en voksen elg og et kjøretøy koster samfunnet mer enn en trafikkulykke mellom en kalv og et kjøretøy.

11. Numerisk analyse

For å finne ut hvor stor andel av de ulike alders- og kjønnklassene hvert år, settes nyttefunksjonen og populasjonsmodellen opp i MATLAB. Ved å sette inn numeriske verdier for alle de eksogene parameterne og initiale verdier på bestand og høsting, finner MATLAB høstingsrater for hver kategori av elg som er faste over tiden og som gir maksimal nytte i hvert tilfelle som studeres. Dette fører til at bestanden av elg går mot en likevekt over tid. I hvert underkapittel gjengis årlig bestandsstørrelse, høstingsrate, høstingsuttak, predasjonsuttak og årlig profitt som oppnås i likevekt. Når predasjon tas hensyn til vil ulvens uttak i løpet av sommeren tilsvare $P_i^s = X_i p_i^s$ for $i = c, y$, det totale høstingsuttaket tilsvare $H_i = X_i(1 - p_i^s)h_i$ for $i = c, y$, og ulvens uttak i løpet av vinteren tilsvare $P_i^w = X_i(1 - p_i^s)(1 - h_i)p_i^w$ for $i = c, y, f$. MATLAB-filer oppgis på forespørsel.

I de numeriske eksemplene benyttes de samme kostnadene og prisene som i Olaussen og Skonhoft (2011). Siden ulven ikke befinner seg i hele Norge, men holdes kontrollert i bestemte områder, seg jeg på mindre bestander av elg. Et gjennomsnittlig ulveterritorium er omtrent 1000 km², og består av mellom 1000 til 1300 elg på vinters tid (Zimmermann, 2014). Utgangsbestanden og parameterne i rekrutteringsfunksjonen er justert etter denne bestandsstørrelsen av elg. Bærekapasiteten for hunndyr ble funnet ved at K var lik 80 000 for bestandsstørrelser opptil 180 000 elg i Olaussen og Skonhoft 2011. Dette forholdstallet tilsvare 0.44444; Multiplisert med en bestandsstørrelse lik 1300 elg ble $K = 577$. Hvordan tettheten påvirker fertiliteten ble gjennomgått under utledningen av rekrutteringsfunksjonen, og uttrykkes ved $b = 2$. Maksimal rekruttering oppnås når $X_{f,t} = K$. Ved å anta at $K = 577$, rekrutteres flest kalver når $\frac{1,15 \cdot 577}{1 + (\frac{577}{577})^2}$ (jamfør Nilsen et al., 2005, se kapittel 7.1.). Dette tilsvare omtrent 330 kalver. Innsatt for $X_{f,t} = K = 577$, $X_{m,t} = 250$, $b = 2$ og $X_{c,t} = 330$, finner vi at $a = 0,0209$. Her har jeg med andre ord antatt at elgoksenes effekt på elgkyrnes fertilitet flater ut når $X_{m,t} = 250$.

I den numeriske analysen setter jeg følgende initialverdier utgangsbestanden i hver klasse; $X_{y,t=0} = 200$, $X_{f,t=0} = 500$, $X_{m,t=0} = 200$, og således blir $X_{c,t} = 323$ (gitt av rekrutteringsfunksjonen), totalt $X_{t=0} = 1223$ elg på tidspunkt $t = 0$.

Predasjonsratene for kalver er basert på at bestanden av kalver består av 330 dyr ved maks rekruttering, og at ulven dreper 59 kalver i snitt om sommeren, og 39 kalver om vinteren (se tabell 2). Predasjonsratene blir beregnet på følgende måte: $p_c^s = \frac{59}{330}$, $p_c^w = \frac{39}{330(1-p_c^s)}$. Predasjonsratene for ettåringer og elgkyr er estimert på samme måte med hensyn på verdien på utgangsbestanden. Høsting ble sett bort ifra under beregning av disse ratene.

Tabell 3

Numerisk verdi på parameterne som benyttes for å finne optimale høstingsrater av elg i de ulike regimene.

Parameter	Verdi	Forklaring	Kilde
p_c^s	0.18	Sommerpredasjonsrate, kalv	Estimert
p_c^w	0.14	Vinterpredasjonsrate, kalv	Estimert
p_y^s	0.035	Sommerpredasjonsrate, ettåring	Estimert
p_y^w	0.031	Vinterpredasjonsrate, ettåring	Estimert
p_f^w	0.016	Vinterpredasjonsrate, elgku	Estimert
\tilde{r}	1.15	Maksimalt antall kalver per elgku	Nilsen et al. (2005) ; Olaussen & Skonhoft (2011)
a	0.0209	Hanndyrenes effekt på fertiliteten	Estimert
b	2	Tetthetseffekten på fertiliteten	Olaussen & Skonhoft (2011), Nilsen et al. (2005)
K	577	Bærekapasitet for antall hunddyr i bestanden	Estimert
q	75	NOK/kg slaktevekt	Olaussen & Skonhoft (2011)
w_c	62	Kg/elgkalv (slaktevekt)	Hjorteviltregisteret, «Gjennomsnittlige slaktevekter 2007-2017» (2018)
w_y	128	Kg/ettåring	Hjorteviltregisteret
w_f	167	Kg/elgku	Hjorteviltregisteret
w_m	198	Kg/elgokse	Hjorteviltregisteret
s_c	0.90	Overlevelsesrate, kalv	Olaussen & Skonhoft (2011)
s_y	0.95	Overlevelsesrate, ettåring	Olaussen & Skonhoft (2011)
s	0.95	Overlevelsesrate, elg > 2 år	Olaussen & Skonhoft (2011)
d_c	250	Marginal beitekostnad per kalv (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
d_y	500	Marginal beitekostnad per ettåring (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
d_f	750	Marginal beitekostnad per elgku (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
d_m	750	Marginal beitekostnad per elgokse (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
t_c	800	Marginal trafikkostnad per elgkalv (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
t_y	1700	Marginal trafikkostnad per ettåring (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
t_f	1900	Marginal trafikkostnad per elgku (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
t_m	2100	Marginal trafikkostnad per elgokse (NOK)	Olaussen & Skonhoft (2011)
δ	0	Diskonteringsrente	Olaussen & Skonhoft (2011), se diskusjon i kapittel 8.1.

11.1. Optimale høstingsrater uten beiteskader

Her fremstilles grunneierens optimale høstingsrater av elg når grunneieren ikke bærer kostnader ved beiteskader. Dersom elgbestanden ikke rammes av predasjon, vil elgbestanden bestå av 1283 dyr i likevekt. I dette tilfellet vil 20,5 prosent av bestanden høstes årlig ($\frac{263 \cdot 100\%}{1283}$). Når predasjon blir tatt hensyn til, blir kun 14,3 prosent av bestanden høstet hvert år ($\frac{160 \cdot 100\%}{1183-64}$). I dette regimet fører ulvens predasjon til at det høstes 103 færre elg hvert år, og tilsvarer en reduksjon på 39,2 prosent. Resultatet er fremstilt i tabellen nedenfor.

Tabell 4

Antall elg, høstingsrater, høstingsuttak og predasjonsuttak i hver enkelt klasse i likevekt for grunneierens maksimeringsproblem uten beiteskader. Ulven dreper ca. 4,5 prosent ($\frac{43 \cdot 100\%}{1183-64-160}$) av bestanden av elg om vinteren, og er i tråd med funnene til Zimmermann (2014).

X_i	u/pred	m/pred	h_i	u/pred	m/pred	H_i	u/pred	m/pred	P_i^{season}	*Sommer	*Vinter
X_c	326	322	h_c	0,2512	0,1733	H_c	82	46	$P_c^{season*}$	58	31
X_y	220	169	h_y	0	0	H_y	0	0	$P_y^{season*}$	6	5
X_f	532	503	h_f	0,1541	0,0899	H_f	82	45	$P_f^{season*}$		7
X_m	205	189	h_m	0,4833	0,3651	H_m	99	69			
SUM	1283	1183				H	263	160	$P^{season*}$	64	43

Olaussen og Skonhøft (2011) fant at de optimale høstingsregimene av elg i dette scenarioet var gitt ved $h_c = 0, h_y = 0,81, h_f = 0, h_m = 0,14$. Altså et helt annet resultat, til tross for at modellen, bestandssammensetningen og parameterne er så å si de samme. Dersom jeg endrer slaktevektene til de samme som benyttes i Olaussen og Skonhøft (2011), det vil si, $w_c = 65, w_y = 135, w_f = 150, w_m = 170$, alt annet likt, finner jeg at de optimale høstingsrater (uten predasjon) vil være gitt ved $h_c = 0, h_y = 0,8083, h_f = 0, h_m = 0,0799$. Med disse slaktevektene vil vi altså på samme måte få høsting av ettåringer i tillegg til elgokser. Dette betyr at førsteordensbetingelsen, uten beiteskader, (16) holder ved likhet. Det betyr at den

marginale høstingsverdien svarer til skyggeprisen for voksne hunn- og hanndyr, justert for naturlig dødelighet ($qw_y = \rho\lambda_{t+1}0,5s_y + \rho\mu_{t+1}0,5s_y$). Førsteordensbetingelsen for høsting av elgokser (18) uten beiteskader vil på tilsvarende måte holde ved likhet, mens for kalver og elgkyr vil den holde ved ulikhet. Årsaken til at vi får høsting av ettåringer kan komme av at forholdstallet mellom elgkyrnes og ettåringenes slaktevekter er lavere i dette tilfellet. Man må med andre ord ikke høste et stort antall flere ettåringer for å oppnå samme avkastning som ved å høste elgkyr. Således kan man oppnå en høyere avkastning ved å høste en stor andel av ettåringene, og la elgkyrne og kalvene sikre populasjonsveksten.

Dersom jeg benytter disse slaktevektene i modellen med predasjon, får jeg imidlertid en vridning vekk fra ettåringene og over til elgkyrne og kalvene. På grunn av ulvens sterke preferanse for kalver, vil veksten inn i populasjonen av ettåringer være svak. Dersom man i tillegg skulle høstet ettåringer, ville dette på tilsvarende måte ført til en svak vekst inn i de voksne klassene. Således er det bedre å skyte kalver og elgkyr og la ettåringene sikre veksten inn i de voksne klassene som står for rekrutteringen av nye kalver. Dette argumentet for ikke å høste ettåringer gjelder i alle regimer når man har predasjon i tillegg til jakt på elg. Ved å benytte slaktevektene fra Olausen og Skonhoft (2011) i de andre regimene som studeres, får jeg ikke høsting av ettåringer. Det gjør heller ikke Olausen og Skonhoft (2011), og er med andre ord bare en løsning som oppstår i grunneierens maksimeringsproblem uten beitekostnader.

Ved å benytte slaktevektene fra tabell 3, finner jeg at det ikke vil lønne seg å høste ettåringer i noen av tilfellene. Dette kommer av at slaktevekta er mye høyere for elgkyr, og genererer således et større overskudd. Det vil derfor være mer gunstig å skyte kalver og befri elgkyrne fra ku-kalv-restriksjonen, og på den måten få anledning til å høste kyr. Likevel ser vi at det vil være en god del færre ettåringer i situasjonen med predasjon sammenliknet med situasjonen uten predasjon, og kommer av et høyt årlig uttak av kalver. For å sikre maksimal rekruttering har h_f blitt halvert (fra regimet uten predasjon til regimet med predasjon). I dette regimet genererer elgstammen kun inntekter, og avskytingen blir derfor holdt ganske lavt for å ha størst mulig høstingsgrunnlag hvert år. Både med og uten predasjon høstes en stor andel elgokser. Dette kommer av at elgoksene ikke har forsørgelsesansvar for kalvene, i tillegg til at de ikke har noen effekt på elgkyrnes fertilitet når antall elgokser overskrider 250. Man kan derfor skyte en

høy andel av elgoksene og fortsatt ha høy rekruttering. På grunn av få ettåringer, blir også veksten i populasjonen av okser svekket. På grunn av svekket vekst og av hensyn til elgoksenes effekt på fertiliteten, fører ulvens predasjon til at høstinga av elgokser må reduseres.

Ulvens predasjon fører til at det er 64 kalver og ettåringer mindre å høste av under jakta. Dersom disse dyrene hadde blitt høstet i stedet for å bli drept av ulv, ville grunneieren isolert sett fått 327 300 kr ($= 75 * [(62 * 58) + (128 * 6)]$) for disse dyrene. I løpet av vinteren tar ulven 43 kalver, ettåringer og voksne hunndyr. Disse dyrene kunne generert en inntekt på 279 825 kr dersom de hadde blitt høstet i stedet. Totalt kunne grunneieren fått ca. 610 000 kr. Ettåringene ville trolig heller blitt spart, jamfør optimal løsning uten predasjon, slik at tapet blir enda større. Man ønsker å redusere stammen for at minst mulig elg skal gå tapt til ulv, samtidig som at man ønsker å høste mest mulig selv og dessuten ta hensyn til at elgstammen skal eksistere til evig tid. For å tilpasse høstinga til den økte dødeligheten av elg, fører dette til at den årlige profitten er redusert med mer enn 37 prosent.

Tabell 5

Beløpene viser til hva grunneieren tjener på elgstammen hvert år, for gitte høstingsrater, predasjonsrater og mengden av elg i hver klasse i likevekt (se tabell 4), og parameterne i tabell 3. Profitten reduseres relativt sett med 37,3 prosent når man har predasjon i tillegg til jakt på elg.

Årlig profitt (i likevekt)	Beløp
Årlig profitt uten predasjon	2 878 895 NOK
Årlig profitt med predasjon	1 803 860 NOK
Differanse	1 075 035 NOK

I denne oppgaven har jeg forklart at grunneiere som ikke har elg på eiendommen sin om vinteren, unnslipper kostnadene ved beiteskader. Det må imidlertid presiseres at det kan hende at grunneiere har elg på eiendommen sin om vinteren, men at mengden av elg er så lav at beitebelastningen ikke går utover skogproduksjonen (jamfør tidligere diskusjon i kapittel 4.1.). Siden jeg studerer en liten bestand av elg er det også av den grunn hensiktsmessig å se på dette regimet.

11.2. Optimale høstingsrater med beiteskader

I dette kapitlet fremstilles de optimale høstingsratene for grunneierens maksimeringsproblem når kostnader ved beiteskader på skog tas hensyn til. Dersom den samme utgangsbestanden av elg ikke rammes av predasjon, er det optimalt å høste 21,6 prosent av bestanden hvert år i likevekt. Når vi har predasjon i tillegg til jakt på elg, vil kun 15,9 prosent av bestanden høstes årlig. Ulvens predasjon fører til at det høstes 102 færre elg i året, og tilsvarer en reduksjon på 39,2 prosent.

Tabell 6

Antall elg, høstingsrater, høstingsuttak og predasjonsuttak i hver enkelt klasse i likevekt for grunneierens maksimeringsproblem med beiteskader. Når kostnader ved beiteskader inkluderes lønner det seg å ha en noe mindre vinterbestand, sammenliknet med regimet uten beitekostnader. Ulven dreper 4,7 prosent av vinterbestanden av elg i dette scenarioet.

X_i	u/pred	m/pred	h_i	u/pred	m/pred	H	u/pred	m/pred	$P_i^{season*}$	*Sommer	*Vinter
X_c	319	306	h_c	0,2543	0,1927	H_c	81	48	$P_c^{season*}$	55	28
X_y	214	157	h_y	0	0	H_y	0	0	$P_y^{season*}$	5	5
X_f	493	438	h_f	0,1645	0,1005	H_f	81	44	$P_f^{season*}$		6
X_m	175	153	h_m	0,5599	0,4284	H_m	98	66			
SUM	1201	1054				H	260	158	$P^{season*}$	60	39

Det vil fremdeles ikke være optimalt å høste ettåringer av de samme årsaker som gjennomgått i kapittel 11.1., og leder til høsting av kalver og elgkyr i stedet. Elgkyr gjør dessuten større skade på skogen, og fører til at man ønsker å redusere mengden av elgkyr for å redusere kostnadene. Vi ser her at det høstes omtrent like mye elg i situasjonen uten predasjon som i tilsvarende situasjon i regimet uten beiteskader, selv om høstingsratene er høyere i dette regimet enn i regimet uten beiteskader. Den relative endringen i h_f (uten predasjon versus med predasjon) er verdt å merke seg. I regimet uten beiteskader ble den halvert som følge av predasjon, mens her reduseres den ikke like mye. Dette kommer av at man ønsker å høste en større andel av elgkyr for å redusere kostnadene ved beiteskader. På den måten rekrutteres færre kalver neste år. Videre ser vi at h_c er høyere her enn i regimet uten beiteskader. Dette fører til at det blir

færre ettåringer neste år, og dermed færre voksne hunn- og hanndyr i året etter der. Høstingsratene er høyere, men høstingsuttaket er lavere, og kommer altså av at populasjonsveksten har blitt redusert. Det er fremdeles lønnsomt å høste en høy andel elgokser, men predasjon fører til at høstinga er noe redusert av hensyn til rekrutteringa.

Tabell 7

Beløpene viser til hva grunneieren tjener på elgstammen hvert år, for gitte høstingsrater, predasjonsrater og mengden av elg i hver klasse i likevekt (se tabell 6), og parameterne i tabell 3. Profitten uten predasjon reduseres med 45,6 prosent når man har predasjon i tillegg til jakt på elg.

Årlig profitt (i likevekt)	Beløp
Årlig profitt uten predasjon (i likevekt)	2 314 856 NOK
Årlig profitt med predasjon (i likevekt)	1 260 051 NOK
Differanse	1 052 805 NOK

11.3. Optimale høstingsrater samfunnsplanleggeren

Når kostnader ved elgpåkjørsler inkluderes i tillegg, må man redusere bestandsstørrelsen ytterligere for å holde kostnadene nede. Dette gir ikke et høyere årlig uttak av elg sammenliknet med de andre regimene, tvert imot; Bestanden beskattes hardere for å redusere populasjonsveksten for å unngå beiteskader og elgpåkjørsler i løpet av vinteren. Det blir med andre ord færre elg å høste av. Uten predasjon høstes 25,8 prosent av bestanden, mens 18,3 prosent av bestanden høstes når vi har predasjon i tillegg til jakt på elg. Når bestanden av elg rammes av predasjon blir det høstet 122 færre elg årlig, og tilsvarer så å si halvparten av det som høstes i situasjonen uten predasjon.

For en bestand som ikke rammes av predasjon oppnås likevekten rimelig kjapt (etter omtrent 50 år) for gitt tetthet av elg og gitte parameter. Når vi har predasjon i tillegg til jakt, tar det flere hundre år før en stabil likevekt oppnås. Reduksjonen fra 1224 elg til 722 dyr tar omtrent 6 ganger så lang tid som reduksjonen fra 1224 dyr til 953 dyr. Dette forstår jeg som at det tar lenger tid å redusere bestanden så mye, og at systemet i tillegg blir mer sensitivt til endringer når vi har økt dødelighet som følge av predasjon.

Tabell 8

Antall elg, høstingsrater, høstingsuttak og predasjonsuttak i hver enkelt klasse i likevekt for samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem. Ulvens predasjon om vinteren utgjør 4,9 prosent av vinterbestanden.

X_i	u/pred	m/pred	h_i	u/pred	m/pred	H_i	u/pred	m/pred	$P_i^{season*}$	*Sommer	*Vinter
X_c	279	229	h_c	0,2872	0,2293	H_c	80	43	$P_c^{season*}$	41	20
X_y	179	112	h_y	0	0	H_y	0	0	$P_y^{season*}$	4	3
X_f	375	279	h_f	0,1857	0,1214	H_f	70	34	$P_f^{season*}$		4
X_m	120	102	h_m	0,6907	0,4599	H_m	83	47			
SUM	953	722				H	246	124	$P^{season*}$	45	27

Det årlige uttaket av elg er 'kun' halvert som følge av predasjon, men den årlige nettoytten av elg er redusert med 87 prosent.

Tabell 9

Beløpene viser til den årlige samfunnsøkonomiske nettoytten av elgstammen, for gitte høstingsrater, predasjonsrater og mengden av elg i hver klasse i likevekt (tabell 8), og parameterne i tabell 3.

Årlig nettoytte (i likevekt)	Beløp
Årlig nettoytte uten predasjon (i likevekt)	958 030 NOK
Årlig nettoytte med predasjon (i likevekt)	124 725 NOK
Differanse	833 305 NOK

I samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem kunne flere konsumerende og ikke-konsumerende økonomiske verdier ved elgstammen (som diskutert i kapittelet 4.2.) blitt inkludert. Her har jeg valgt å se hvordan tilpasningen endres når rekreasjon blir inkludert i maksimeringsproblemet. Med utgangspunkt i undersøkelsen i Sæther et al., 1992, fant de at elgjegerne verdsatte elgjakta til 34 kr per kilo kjøtt. Dette utgjør ca. 55 kr per kilo slaktevekt i

2018 (ssb.no/kpi). På den måten vil grunneieren få en nytte lik 75 kr per kilo per felte elg, mens elgjegeren får 55 kr per kilo. Således økes prisen per kilo slaktevekt fra 75 kr/kilo til 130 kr/kilo i maksimeringsproblemet.

$$Q_t = (q + v)[w_c X_{c,t}(1 - p_c^s)h_{c,t} + w_y X_{y,t}(1 - p_y^s)h_{y,t} + w_f X_{f,t}h_{f,t} + w_m X_{m,t}h_{m,t}]$$

Der v viser til eljegernes nytte av elgjakta.

Tabell 10

Ved å sette inn for $q + v = 130$, finner jeg følgende bestandsstørrelse, høstingsrater, høstingsuttak og predasjonsuttak i likevekt.

X_i	u/pred	m/pred	h_i	u/pred	m/pred	H_i	u/pred	m/pred	$P_i^{season*}$	*Sommer	*Vinter
X_c	309	282	h_c	0,2631	0,2100	H_c	81	49	$P_c^{season*}$	51	26
X_y	205	141	h_y	0	0	H_y	0	0	$P_y^{season*}$	5	4
X_f	460	372	h_f	0,1702	0,1102	H_f	78	41	$P_f^{season*}$		5
X_m	149	130	h_m	0,6348	0,4575	H_m	95	59			
SUM	1123	925				H	254	149	$P^{season*}$	56	35

Økt nytteverdi av elgstammen gjør det lønnsomt å ha en større elgstamme, slik at man har mer å høste av. Høstingsratene reduseres derfor noe for å øke populasjonsveksten. En økning i marginalnyttens på 73,3 prosent gjør at man vil ha en 28 prosent større elgbestand å høste av ($\frac{(925-722)*100\%}{722}$), sammenliknet med en marginal nytteverdi lik 75 kr per kilo. Høstinga har også økt med 20,2 prosent ($\frac{(149-124)*100\%}{124}$). Når denne prisen benyttes, oppnås en nettonytte tilsvarende 2 932 907 kr årlig i likevekt for tilfellet uten predasjon, og en nettonytte tilsvarende 1 242 954 kr årlig i likevekt for tilfellet med predasjon. Nettonytten reduseres således med 57,6 prosent for marginal nytteverdi tilsvarende 130 kr per kilo slaktevekt.

Økte kostnader ved å inkludere beiteskader på åker i løpet av sommeren eller på rundballer om vinteren, vil igjen dra i retning av økte høstingsrater. Hadde man hatt oversikt over marginal

kostnad per alders- og kjønnsklasse ved beiteskader på åker om sommeren, og og hatt at de totale kostnadene øker lineært i tettheten av elg, kunne dette blitt formulert som $c_i X_i$, eller eventuelt $c_i(1 - p_i^S)X_i$. Dette fører til at elgens skyggepris reduseres. Hvis skader på rundballer i løpet av vinteren kunne blitt estimert på tilsvarende måte, kunne dette blitt uttrykt som en økt marginal beitekostnad i uttrykket for beiteskader på skog. Det drar i retning av at man ønsker å øke høstingsratene for å unngå kostnadene ved beiteskader.

Jeg har også sett på den samfunnsøkonomiske nettoytten av å forvalte elgstammen etter de ulike regimene. Jeg har med andre ord beregnet hva kostnadene ved beiteskader og elgpåkjørsler ville beløpt seg på dersom vi hadde hatt den bestandsstørrelsen og bestandssammensetning som anses som optimal i grunneierens maksimeringsproblem, og sammenstilt dette i tabellen nedenfor.

Tabell 11

Samfunnsøkonomisk nettoytte dersom elgstammen forvaltes etter de ulike regimene.

Den første raden viser til grunneierens maksimeringsproblem uten beiteskader, den neste med beiteskader, og den siste raden viser til samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem. I hver kolonne angis respektive inntekter (Q), kostnader ved beiteskader (D) og kostnader ved elgpåkjørsler (T). Q-D-T viser til den samfunnsøkonomiske nettoytten av hvert enkelt regime.

Regime	Q	D	T	Q-D-T
Gr.eier (uten beiteskader)	1 803 860	569 445	1 573 644	-339 229
Gr.eier (med beiteskader)	1 749 522	487 471	1 351 832	-89 781
Samfunnsplanleggeren	1 321 059	315 385	880 949	124 725

Hvis elgstammen forvaltes etter grunneierens interesse, ville disse høstingsratene, bestandsstørrelsene og -sammensetningene av elg gir et samfunnsøkonomisk tap på henholdsvis 339 229 kr og 89 781 kr. Disse beregningene er basert på maksimeringsproblemene der ulvens predasjon er tatt hensyn til, og med parameterne oppgitt i tabell 3. Dersom grunneieren(e) hadde sendt inn søknad om å følge disse planene for avskyting, burde kommunen avslå søknaden(e).

12. Konklusjon

Generelt, vil en høy pris per kilo slaktevekt gjøre at man ønsker å ha en større bestand å høste av. Høye kostnader knyttet til beiteskader og elgpåkjørsler drar derimot i retning av økte høstingsrater og en mindre bestand av elg. Videre vil man heller høste kalver i stedet for ettåringer for å åpne opp for høsting av elgkyr. Jo større kjøttutbytte og/eller kostnader elgkyr skaper i løpet av vinteren, desto sterkere blir dette argumentet. Høsting av elgokser er alltid lønnsomt. De spiser mest og veier mest, og gir på den måten størst kostnader knyttet til beiteskader og elgpåkjørsler, og genererer også størst kjøttutbytte.

Tidligere studier har kommet fram til at det ikke er et problem at ulven dreper kalver, ettåringer og noen gamle hunddyr, da disse ikke bidrar til rekrutteringa. Her finner jeg imidlertid at dette fører til vesentlige økonomiske tap. Ulvens predasjon gjør at færre ungdyr kan høstes, da det er disse dyrene som skal sikre populasjonsvekst inn i de voksne klassene som rekrutterer nye kalver. Her har jeg imidlertid ikke tatt hensyn til at de elgkyrne som blir drept av ulv (stort sett) ikke bidrar til rekruttering av nye kalver. Dette kunne blitt tatt hensyn til ved å dele inn i flere aldersklasser. Ulven dreper imidlertid ikke så mange elgkyr at det er et stort problem av hensyn til rekrutteringa. Predasjon gjør at høstinga reduseres med ca. 40 prosent i regimene for grunneierens maksimeringsproblem, og er nærmest halvert i samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem.

For å ta hensyn til ulvens predasjon på populasjonsveksten brukte jeg faste predasjonsrater, og førte verken til et ekstremt høyt eller ekstremt lavt predasjonsuttak. Dette kan komme av at verdien av jakta drar i retning av et ønske om å ha en høy bestand av elg, mens kostnader som øker i tettheten av elg taler for å ha en mindre bestand av elg. I tillegg ønsker man å ha mest mulig å høste av selv, samtidig som at man ønsker at minst mulig elg skal bli drept av ulv, i tillegg til at man må ta hensyn til elgstammen ikke skal dø ut på sikt. I sum fører dette til at tettheten av elg blir holdt på et 'middels' til 'lavt' nivå (på grunn av høye kostnader), som gjør at ulven har et akseptabelt årlig uttak av elg i denne modellen.

Det kunne imidlertid vært av interesse å formulere ulvens predasjon til å flate ut (asymptotisk funksjonsform) eller synke (sigmoid funksjonsform) når tettheten av elg når et visst punkt, jamfør tidligere diskusjon, og se om tilpasningen endrer seg.

Zimmermann (2014) fant at en gjennomsnittlig ulveflokk dreper 120 elger i løpet av ett år. Videre fant hun at et gjennomsnittlig ulveterritorium er omtrent 1000 km² stort, og at tettheten av elg innenfor ulveområdene består av omtrent 1,3 elg/km² om vinteren. Hun fant også at ulven i snitt dreper 4 prosent av vinterbestanden av elg ved gjennomsnittlige tettheter. I alle de tre regimene jeg har studert, har jeg kommet fram til at ulvens predasjon om vinteren utgjør i overkant av 4 prosent av vinterbestanden. Dette er i tråd med Zimmermann (2014) sine studier, og ser derfor ut til å være nokså korrekt modellert i dette tilfellet, til tross for at jeg har brukt faste predasjonsrater. Jeg ser på en noe mindre vinterbestand enn 1300 elg, og gjør at det rettfærdiggjøres at ulven dreper færre enn 52 (=1300*0,04) elg i løpet av vinteren. Det store økonomiske tapet ulvens predasjon fører til, er overraskende, men ser for så vidt riktig ut siden uttaket samsvarer godt med Zimmermann (2014) sine funn.

Ulvens predasjon gir redusert nytte i alle regimene som har blitt studert i denne oppgaven. For grunneieren innebærer ulvens predasjon at profitten reduseres med opptil 46 prosent, sammenlignet med den optimale tilpasningen man ville hatt dersom bestanden av elg ikke ble utsatt for predasjon. Samfunnsplanleggerens netto nytte reduseres med hele 87 prosent, og det tar lang tid å oppnå en stabil likevekt. Det tyder på at systemet er ustabil og at små endringer kan gjøre store velt når dødeligheten har økt som følge av predasjon.

Referanser

Andersen, O. & Kaltenborn, B. P. (2007). *Rekruttering til jakt* (NINA Rapport 2007:221). Lillehammer:

Norsk institutt for naturforskning.

Artsdatabanken. (u.å.). Elg *Alces alces*. Hentet 20. august 2018 fra

<https://artsdatabanken.no/Pages/179464>

Artsdatabanken. (u.å.). Ulv – levevis. Hentet 24. august 2018 fra

<https://artsdatabanken.no/Pages/180931>

Bjørneraas, K. & Lund, E. (2017). Hva er egentlig viltfondet? *Hjorteviltet, 2017*(hefte), s. 6-7.

DnB Valutakalkulator (2018). Hentet 8. mai 2018 fra:

<https://www.dnb.no/bedrift/markets/valuta-renter/kalkulator/valutakalkulator.html>

Elgjakt. (u.å.). I *Wikipedia*. Hentet 17. august 2018 fra <https://no.wikipedia.org/wiki/Elgjakt>

Eng, Camilla J. (2017). Jaktturisme i Norge – å selge bygdesjela? *Hjorteviltet, 2017*(hefte), s. 10-12.

Finnmarkseiendommen [FeFo]. (2018). For elgjegeren - Kjøttpris. Hentet fra

<https://www.fefo.no/jakt/elg/for-elgjegeren/>

Forskrift om forvaltning av hjortevilt. (2016). *Forskrift om forvaltning av hjortevilt*. Hentet fra

<https://lovdata.no/dokument/LTI/forskrift/2016-01-08-12>

Friluftsløven. (1957). *Lov om friluftslivet*. Hentet fra

https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1957-06-28-16/KAPITTEL_1#%C2%A71

Flåten, O. & Skonhoft, A. (2014). *Naturressursenes økonomi*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Furuhaugli Elgsafari. (u.å.). Hentet 20. mai 2018 fra: <https://www.furuhaugli.no/no/safarier/>

Helstad, E. O., Fremming, O. R., Storaas, T. & Solbraa, K. (2005). *Beiteskader og framtidig*

forvaltningsstrategi av elg i Nord-Østerdal - Røros elgregion, vestre arbeidsområde

(Oppdragsrapport nr. 5). Elverum: Høgskolen i Hedmark

Hjeljord, O. (2008). *Viltet - biologi og forvaltning*. (1. Utg.). Oslo: Tun Forlag AS

Hjorteviltportalen. (u.å.). Fakta om elg. Hentet 20. mars 2018 fra

<http://www.hjortevilt.no/fakta-om-artene/elg/>

Hjorteviltportalen. Retten til å jakte hjortevilt. Hentet 20. mars 2018 fra

<http://www.hjortevilt.no/grunneier-og-jaktrettshaver-2/>

Hjorteviltregisteret. (2018). Sett kalv pr kalvku. Hentet fra

<https://www.hjorteviltregisteret.no/Elg/SettDyr/SettKalvPrKalvku>

Hjorteviltregisteret. (2018). Gjennomsnittlige slaktevekter. Hentet fra

<https://www.hjorteviltregisteret.no/Elg/Jaktmateriale/SlaktevekterGjennomsnitt>

Hohle, P. & Lykke, J. (1993). *Elg og elgjakt i Norge*. (2. Utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag

Inatur.no. (2018). Småvilt. Hentet den 24. august 2018 fra:

<https://www.inatur.no/sok#?q=&f=%5B%7B%22felt%22%3A%22type%22%2C%22sokeord%22%3A%22smaavilttilbud%22%7D%5D>

Institutt for biovitenskap ved UiO. (2016). *Bonitet*. Hentet fra

<http://www.mn.uio.no/ibv/tjenester/kunnskap/plantefys/leksikon/b/bonitet.html>

Jaktarrende. (2018). Hentet fra: <http://jaktformedling.se/category.aspx?ID=1>,

<http://www.jaktformedling.se/reklame/jaktarrende.pdf>

Jonzén, N., Sand, H., Wabakken, P., Swenson, J. E., Kindberg, J., Liberg, O., Chapron, G. (2013).

Sharing the bounty - Adjusting harvest to predator return in the Scandinavian human-wolf-bear-moose system. *Ecological modelling* 2013, 265, 140-148.

Klima- og miljødepartementet [KLD]. (2016). *Ulv i norsk natur – Bestandsmål for ulv i ulvesone*

(Meld. St. 21 (2015-2016)). Hentet fra www.regjeringen.no

Lillehammer Elgsafari (u.å.), hentet 20. mai 2018 fra

<https://www.lillehammer.com/opplevelser/aktiv-ferie/elgsafari>

Meråker Bruk. (2013). Pris elgjakt – AS Meråker Brug. Hentet fra:

<https://merakerbruk.no/wp-content/uploads/2013/10/Pris-elgjakt-2013.pdf>

Miljøstatus. (2018). Ulv. Hentet fra <http://www.miljostatus.no/ulv>

Miljødirektoratet. (u.å.). Jegerprøve og opplæringsjakt. Hentet 3. august 2018 fra

<http://www.miljodirektoratet.no/no/Tema/Jakt-og-fiske/Jakt-og-fangst/Jegerprove-og-opplaringsjakt/>

Miljødirektoratet. (u.å.). Skyteprøve for storviltjegere. Hentet 17. august 2018 fra

<http://www.miljodirektoratet.no/no/Tema/Jakt-og-fiske/Jakt-og-fangst/Skyteprove-for-storviltjegere/>

Miljødirektoratet. (2018). 28 ulver felt. Hentet 1. september 2018 fra

<http://www.miljodirektoratet.no/no/Nyheter/Nyheter/2018/April-2018/28-ulver-felt/>

Mval. (2009). Merverdiavgiftsloven (LOV-2009-06-19-58). Hentet fra:

https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2009-06-19-58#KAPITTEL_3

Nilsen, E. B., Pettersen, T., Gundersen, H., Milner, J. M., Mysterud, A., Solberg, E. J., Andreassen, H. P. & Stenseth, N. C. (2005). Moose harvesting strategies in the presence of wolves. *Journal of Applied Ecology* 2005, 42, 389-399.

Norges Banks gjennomsnittskurs – Amerikanske dollar. (2017). Hentet 19. august 2018 fra

<https://www.norges-bank.no/Statistikk/Valutakurser/valuta/USD>

Olaussen, J. O. & Skonhoft, A. (2011). A cost-benefit analysis of moose harvesting in Scandinavia.

A stage structured modelling approach. *Resource and Energy Economics* (2011), 33, 589-611.

Punsvik, T., Iuell, B. & Holthe, V. (2017). Hjortevilt på kjørsler og bilisten. *Hjorteviltet, 2017* (hefte), s. 22-23.

Rovbase.no. (2017). Reinerstatning. Hentet 21. august 2018 fra <http://www.rovbase.no/Erstatning>

Rovbase.no. (2017). Sauerstatning. Hentet 21. august 2018 fra <http://www.rovbase.no/Erstatning>

Rovbase.no. (u.å.). Leveområde (ulv). Hentet 21. august 2018 fra

<http://www.rovbase.no/Fakta/Ulv?side=Leveomr%C3%A5de>

Safarimax.no (29.06.18). Priser på jaktturisme i Norge. Hentet fra:

<http://www.safarimax.no/jaktreiser/norge.html>

Skonhoft, A., Johannesen, A. B. & Olaussen, J. O. (2017). On the tragedy of the commons: When predation and livestock loss may improve the economic lot of herders. *Ambio* 2017

Solberg, E. J., Rolandsen, C. M., Herfindal, I. & Heim, M. (2009). *Hjortevilt og trafikk i Norge: En analyse av hjorteviltrelaterte trafikkulykker i perioden 1970-2007*. (NINA Rapport nr. 463). Trondheim: NINA.

Statistisk sentralbyrå. (2008). Elgjakt, 2007/2008. Hentet fra <https://www.ssb.no/jord-skog-jakt-og-fiskeri/statistikker/elgjakt/arkiv/2008-03-07>

Statistisk sentralbyrå. (2009). Viltkjøtt for en halv milliard. Hentet fra <https://www.ssb.no/jord-skog-jakt-og-fiskeri/artikler-og-publikasjoner/viltkjott-for-en-halv-milliard>

Statistisk sentralbyrå. (2017). Avgang av hjortevilt utenom ordinær jakt. Hentet fra <https://www.ssb.no/hjortavg>

Statistisk sentralbyrå. (2018). Aktive jegere. Hentet fra <https://www.ssb.no/jord-skog-jakt-og-fiskeri/statistikker/jeja>

Statskog SF. (2014). Flere kan solojakte på elg. Hentet fra <https://www.statskog.no/nyheter/flere-kan-solojakte-pa-elg>

Statskog SF. (2017). Elg - Kilospriser elg. Hentet fra <https://www.statskog.no/jakt-og-fiske/elg>

Stokmo, J. A. (udatert). Bestandsstatus – ulv. Hentet fra <https://www.rovdata.no/Ulv/Bestandsstatus.aspx>

Storaas, T., Gundersen, H., Henriksen, H. B. & Andreassen, H. P. (2001). The economic value of moose in Norway. *Alces*, 37, sider 97-107. Hentet fra <https://www.researchgate.net/publication/236889826> The economic value of moose in Norway - A review

Sæther, B-E., Solbraa, K., Sødal, D. P. & Hjeljord, O. (1992). *Sluttrapport Elg-Skog-Samfunn*. (NINA forskningsrapport nr 28: 1-153). Trondheim: NINA.

Sæther, B-E., Heim, M., Solberg, E. J., Jakobsen, K., Olstad, R., Stacy, J. & Sviland, M. (2001). *Effekter av rettet avskyting på elgbestanden på Vega*. (NINA fagrapport nr. 49: 1-39). Trondheim: NINA.

- «US Inflation Calculator». (2018). Hentet 19. august 2018 fra <http://www.usinflationcalculator.com/>
- Vaset Elgsafari (u.å.), hentet 20. mai 2018 fra: <http://vaset-elgsafari.no/turinfo.html>
- Viltkjott.no. (2018). *MVA regler*. Hentet 29. juni 2018 fra <http://viltkjott.no/mva-regler/>
- Wikenros, C., Sand, H., Bergström, R., Liberg, O. & Chapron, G. (2015). Response of Moose Hunters to Predation following Wolf Return in Sweden. *PLoS ONE*, 10(4), 1-21. Hentet fra <http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0119957>
- Zimmermann, B. (2014). *Predatory behaviour of wolves in Scandinavia* (Doktorgradsavhandling). Hentet fra <https://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/194207>
- Zimmermann, B., Sand, H., Wabakken, P., Liberg, O. & Andreassen, H. P. (2014). Predatory-dependent functional response in wolves: from food limitation to surplus killing. *Journal of Animal Ecology* 2015, 84, 104-112. Hentet fra <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/1365-2656.12280/full>
- Østbye, E. (2016). Elg. I *Store norske leksikon*. Hentet fra <https://snl.no/elg>