

Analyse av posisjonsdata fra GNSS- mottakere på kjøretøy

Eirik Oppedal

Master i ingeniørvitenskap og IKT

Innlevert: juni 2018

Hovedveileder: Hossein Nahavandchi, IBM

Medveileder: Trond Arve Haakonsen, Statens Vegvesen

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for bygg- og miljøteknikk

Sammendrag

Kodebaserte GNSS-mottakere kan være fremtiden til bilnavigasjonssystemer, ettersom de kan levere robuste målinger med god nøyaktighet til en lav pris. Dersom GNSS-mottakeren har tilstrekkelig nøyaktighet til å kunne fastslå hvilket kjørefelt kjøretøyet befinner seg i, vil dette kunne være en svært viktig brikke i utviklingen av navigasjonsløsninger for blant annet selvkjørende biler.

Hensikten med denne oppgaven var å analysere nøyaktigheten på dagens kodebaserte GNSS-mottakere ved bilkjøring, ved å benytte en sanntids-GNSS med fasemålinger som referanse eller fasit. Ettersom fase- og kodemottakerne var montert i forskjellige punkter på bilen, og det var en usikkerhet i tidsforskjellen mellom samplingstidspunktene til mottakerne, var en sentral del av oppgaven å utvikle en metode for å synkronisere dataseriene til mottakerne. Denne metoden ble utviklet i Matlab og er beskrevet i oppgaven. Metoden ble så testet for å undersøke hvor godt den estimerer tidsforskjellen mellom mottakerne.

Resultatet av oppgaven er en generell metode for å løse utfordringer ved forskjell i målingstidspunkt og posisjon mellom to mottakere på kjøretøy. Testene og simulering av metoden ga tilfredsstillende resultater. Metoden ble brukt for å analysere posisjonsnøyaktigheten til kodemottakeren i forsøket. Resultatet ga nøyaktighetsverdier på rundt 1.3 m, gitt av det kvadratiske gjennomsnittet til posisjonsfeilene, noe som var bedre enn de forventede verdiene for mottakeren. Dette er imidlertid ikke godt nok til å kunne brukes til «lane-level positioning», og viser at det fortsatt er litt som gjenstår før kodebaserte bilnavigasjonssystemer kan benyttes til selvkjørende biler.

Undersøkelser om det var noen sammenheng mellom hastigheten til kjøretøyet og nøyaktigheten til mottakeren, ga ingen klare indikasjoner på dette.

Abstract

Code-based GNSS receivers can be the future of automotive navigation systems as they can offer accurate and robust GNSS measurements at a low cost. If GNSS receivers can achieve accuracy to determine the lane of a vehicle, they can become an important part of future automotive navigation systems supporting autonomous vehicles.

The purpose of this paper was to analyze the accuracy of present code-based GNSS receivers when mounted on a car and by using a carrier phase receiver as a reference. As the two receivers were mounted in different positions, and there was uncertainty related to the difference in time of sampling, a central part of this thesis was to develop a method for synchronizing the data series of the two receivers. This method was developed using Matlab and is described in this paper. The method was tested to investigate its ability to estimate the difference in time of sampling for the two receivers.

The outcome of the master thesis is a general method of solving challenges related to difference in time of sampling and positioning of two receivers mounted on a vehicle. The results from the tests and simulation of the method were satisfactory. The method was utilized to analyze the accuracy of the code-based receiver used.

The results documented a positioning accuracy of approximately 1.3 m, given by the root mean square of the positioning errors, which was better than expected based on the data sheets. The measured accuracy is not adequate for «lane-level positioning» and indicate that there is still need for improvement in order to use code-based navigation units to achieve the goal of autonomous vehicles.

Investigations of any relationship between the velocity of the vehicle and the positioning accuracy of the receiver did not indicate any significant correlations.

Forord

Denne oppgaven markerer avslutningen på mastergraden i Ingeniørvitenskap og IKT, med spesialisering innen geomatikk, ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Oppgaven ble skrevet våren 2018.

En stor takk vil rettes til veilederne mine, Trond Arve Haakonsen og Hossein Nahavandchi. Jeg har satt stor pris på all veiledning og all tid de har brukt på hjelpe meg i arbeidet med denne oppgaven.

Jeg vil også rette en takk til alle andre ved NTNU og Statens Vegvesen som har bidratt under arbeidet med oppgaven.

Til slutt vil jeg takke familien for støtte, hjelp med illustrasjoner og korrekturlesing.

Eirik Oppedal

Trondheim, 11. juni 2018

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	i
Abstract	iii
Forord	v
Figurliste	x
Tabelliste	xii
Forkortelser	xiv
1 Innledning	1
2 Teori	4
2.1 Satellittbaserte posisjonssystemer	4
2.2 GNSS-målinger	5
2.2.1 Posisjonsbestemmelse med GNSS	5
2.2.2 Differensiell posisjonsbestemmelse	6
2.2.3 Differensiell posisjonsbestemmelse med kommunikasjonslink	7
2.2.4 Type målinger	8
2.2.4.1 Kodemålinger	8
2.2.4.2 Fasemålinger	9
2.3 Feilkilder og utfordringer	10
2.3.1 Ionosfæren	10
2.3.2 Troposfæren	11
2.3.3 Flerveisinterferens	11
2.3.4 Jamming	12
2.3.5 Fasebrudd	12
2.3.6 Bilkjøring	13
2.4 Referansesystem og referanserammer	14
2.4.1 Referansesystem	14
2.4.2 Referanseramme	14
2.4.3 Datum	15

2.4.4	EUREF89 og WGS84	15
2.5	CPOS	16
3	Forsøk og metode	19
3.1	Forsøk og utstyr	19
3.1.1	Måleutstyr.....	22
3.1.2	Programvare	25
3.2	Metode	26
3.2.1	Utfordringer ved forsøket.....	26
3.2.2	Utvalg av hastigheter.....	29
3.2.3	Estimering av tidsforskjellen Δt	30
3.2.4	Beskrivelse av metode implementert i Matlab	35
3.3	Analyse av synkroniserte dataserier	39
3.3.1	Korrelasjon mellom Ni og Ei	39
3.3.2	Nøyaktighet på Ublox-data	39
3.3.3	Autokorrelasjon.....	40
4	Resultater.....	42
4.1	Generelt	42
4.1.1	Analyse av data fra Leica GS16.....	42
4.1.2	Analyse av data fra Ublox	45
4.1.3	Utvalg av hastigheter.....	47
4.1.4	Korrelasjon mellom observasjoner i nordlig og østlig retning.....	49
4.2	Opprinnelig modell.....	50
4.2.1	Estimering av Δt	50
4.2.2	Simulering og testing	52
4.2.3	Nøyaktighet på Ublox-data	55
4.2.4	Hastigheter og feil	58
4.2.5	Autokorrelasjon.....	61

4.3	Utvidet modell	64
4.3.1	Estimering av Δt ved utvidet modell	66
4.3.2	Nøyaktighet på Ublox-data ved utvidet modell	68
4.3.3	Alternative estimeringer av Δt	70
4.3.4	Øvrig dataanalyse	73
5	Konklusjon	74
	Referanseliste	76

Figurliste

Figur 1: Posisjon ved skjæring av kuleflater (Skogseth og Norberg, 2014)	6
Figur 2: Differensiell måling med korreksjoner (Skogseth og Norberg, 2014)	7
Figur 3: Avstandsending til satellitt (Skogseth og Norberg, 2014)	9
Figur 4: Illustrasjon av multipath (Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger og Wasle, 2008)	12
Figur 5: Oversikt over CPOS basestasjoner i Norge (Kartverket, 2017b)	18
Figur 6: Bil med GNSS-mottakere festet på taket.....	20
Figur 7: Rute markert ved datapunkter målt av Leica.....	21
Figur 8: Kjørerute i Google Maps	21
Figur 9: Plassering av GNSS-mottakere	22
Figur 10: Leica-antennen montert på bil	23
Figur 11: Ublox Neo M8-modul (Digi-Key, 2018).....	24
Figur 12: Ublox-mottaker montert på bil	25
Figur 13: Forhold mellom Leica- og Ublox-mottakernes målinger	28
Figur 14: Forhold mellom hastighetsvektorer og mottakere. Denne figuren er vendt 180° i forhold til grafen i figur 13).	29
Figur 15: Graf over observasjoner og feil	31
Figur 16: Retningsvinkelen til bilen gitt av hastighetsvektorene	37
Figur 17: Leica-koordinater visualisert etter KK3D-verdi [m]	44
Figur 18: Prinsens gate/Kongens gate	45
Figur 19: Jonsvannsveien	45
Figur 20: Jam-indeks visualisert hvor større tall indikerer større sirkel og mørkere farge	46
Figur 21: Retningsvinkler i radarplott ved alle hastigheter	47
Figur 22: Retningsvinkler i radarplott ved hastigheter over 1 m/s.....	48
Figur 23: Korrelasjonsplott mellom observasjoner i nordlig og østlig retning, N_i og E_i	49
Figur 24: Histogram feil i nordlig retning	56
Figur 25: Histogram feil i østlig retning.....	56
Figur 26: Korrelasjon mellom hastighet og feil i nordlig retning	58
Figur 27: Korrelasjon mellom hastighet og feil i østlig retning	59
Figur 28: Korrelasjon mellom hastighet og feil, totalt	59
Figur 29: Autokorrelasjonsfunksjon for nordlige feil. Lags i sekunder.	61
Figur 30: Autokorrelasjonsfunksjon for østlige feil. Lags i sekunder.....	62

Figur 31: Første 100 lags i nordlig retning. Lags i sekunder.	62
Figur 32: Første 100 lags for østlig retning. Lags i sekunder.	63
Figur 33: Ublox-punkter mot Leica-punkter. Avstanden i nordlig retning er på drøyt 5 m. ...	64
Figur 34: Bilens plassering på veien	64
Figur 35: Utsnitt fra Dybdahls veg. Avstanden ved kjøring vestover var ca. 2.5m i nordlig retning.....	65
Figur 36: Olav Tryggvasons veg med punkt 125 cm bak Leica-antennen.....	65
Figur 37: Oversikt over observasjonene når konstanter er lagt til	66
Figur 38: Histogram ny modell for feil i nordlig retning	68
Figur 39: Histogram for ny modell for feil i østlig retning	68
Figur 40: Oversikt over Ublox-feil [m].....	70
Figur 41: Oversikt over soneinndelinger.....	71

Tabelliste

Tabell 1: Oppnåelig nøyaktighet med CPOS	16
Tabell 2: Generelt om Leica-data.....	43
Tabell 3: Statistikk over jamming i datasettet.....	45
Tabell 4: Andel punkter over gitte jam-verdier.....	45
Tabell 5: Minste kvadraters metode, diverse hastigheter.....	50
Tabell 6: Resultater estimering av Δt med grovfeilsøk.....	52
Tabell 7: Resultater når en ekstra tidsforskyvning blir lagt til dataene.....	53
Tabell 8: Simulering med tilfeldige observasjoner, $\sigma = 2$	54
Tabell 9: Simulering med tilfeldige observasjoner, $\sigma = 1$	54
Tabell 10: Statistikk på Ublox-feil i hver retning	55
Tabell 11: Totale størrelser på Ublox-feil	57
Tabell 12: Statistikk på feil ved høye og lave hastigheter i nord-retning	60
Tabell 13: Statistikk på feil ved høye og lave hastigheter i øst-retning.....	60
Tabell 14: Statistikk på feil ved høye og lave hastigheter, totalt	60
Tabell 15: Minste kvadraters metode med ny modell	67
Tabell 16: Signifikans på parametere i ny modell.....	67
Tabell 17: Statistikk på Ublox-feil i nord- og øst-retning ved ny modell.....	68
Tabell 18: Totale feil på Ublox-målinger med ny modell.....	69
Tabell 19: Estimering av Δt ved forskjellige minimumshastigheter.....	71
Tabell 20: Estimering av Δt basert på geografiske inndelinger	72
Tabell 21: Estimering av Δt med observasjoner i kun én retning	72

Forkortelser

ACF Autokorrelasjonsfunksjon

CPOS CentimeterPOSisjon – posisjonstjeneste fra Kartverket

EUREF89 European Reference Frame 1989

GLONASS Globalnaya Navigazionnaya Sputnikovaya Sistema

GNSS Global Navigation Satellite System

GSM Global System for Mobile communications

GPRS General Packet Radio Service

GPS Global Positioning System

ITRF International Terrestrial Reference Frame

ITRS International Terrestrial Reference System

KK3D Koordinatkvalitet i 3 dimensjoner

MKM Minste kvadraters metode

PPM Parts Per Million

RTCM Radio Technical Commission for Maritime Services

RTK Real Time Kinematic

SBAS Satellite-Based Augmentation System

SOSI Samordnet Opplegg for Stadfestet Informasjon

TEC Total Electron Content

UTM Universal Transverse Mercator

VRS Virtuell referansestasjon

WGS84 World Geodetic System 1984

1 Innledning

For fremtidens bilbaserte navigasjonsløsninger, vil GNSS-teknologien være en nøkkelkomponent. Fremtidens navigasjonsløsninger kan innebære smartere og mer effektive versjoner av dagens bilnavigasjonssystemer, som fortrinnsvis skal hjelpe sjåføren å finne den raskeste og enkleste veien til sin destinasjon. De kan være med på å danne basisen for at selvkjørende biler skal komme seg trygt gjennom trafikken. For at GNSS-teknologien skal kunne utnyttes til det fulle ved disse bruksområdene, vil det måtte settes noen krav til hva slags nøyaktighet det skal forventes å kunne få på koordinatene fra en GNSS-mottaker.

Nøyaktigheten på koordinatene fra en flerfrekvent antenne som foretar differensielle fasemålinger i sanntid, er gode nok til å nå disse målene. Problemet ligger i at prisnivået for flerfrekvente mottakere er for høyt. I 2013 lå prisen på ca. 100 000 kroner (Skogseth og Norberg, 2014), og i 2018 er fortsatt prisene høye. Dersom biler skulle blitt utstyrt med slike antenner, ville dette utgjort en betydelig andel av bilens totale produksjonskostnader, og er dermed helt uaktuelt. Ved bilkjøring er det i tillegg utfordringer ved bruk av fasemålinger på grunn av hyppige fasebrudd, mens kodemålinger har vist seg mer robuste og kan gi posisjoner ved en større andel av kjøreturen (Oppedal, 2017).

Derfor er det teknologien med billigere, kodebaserte GNSS-mottakere som virker å være fremtiden for bilbasert navigasjon. Det er også denne teknologien som brukes på mange av dagens bilnavigasjonssystemer, men her er kravene til posisjonsnøyaktigheten ikke så strenge.

Dagens kodebaserte GNSS-mottakere som brukes til bilnavigasjon har som krav til nøyaktighet å vise hvilken vei bilen befinner seg på, men ikke noe om hvilken side av veien.

Et av målene til European GNSS Service Centre med utviklingen av det europeiske GNSS-systemet Galileo, er å kunne bidra til at teknologien er god nok for at selvkjørende kjøretøy blir en realitet så fort som mulig. Selvkjørende kjøretøy kan øke sikkerheten i trafikken, trafikkflyten og være mer miljøvennlig enn dagens kjøretøy. “A key challenge to the advancement of the autonomous vehicle, however, remains the availability of accurate and reliable GNSS. For example, the current level of guidance and positioning available relies on what one speaker called a “severe simplification of road descriptions” that are not valid for such next-generation uses as lane-level positioning.” (European GNSS Service Centre, 2018a)

“Lane-level positioning”, altså å kunne fastslå hvilket kjørefelt bilen befinner seg i, virker å være et viktig mål for morgendagens bilnavigasjon. Dette vil si at nøyaktigheten på posisjonen må være godt innenfor 1 meter. Målet om «lane-level positioning» har kulminert i prosjektet inLane. Prosjektet er finansiert av EU gjennom European GNSS Agency og Horizon2020, EUs største forsknings- og innovasjonsprogram (European GNSS Agency, 2017). Prosjektet går frem til slutten av juni 2018 og har som mål å utvikle en billig navigasjonsapplikasjon som gjennom GNSS- og datasynsteknologi skal kunne gi posisjon nøyaktig nok til å kunne plasseres i korrekt kjørefelt. Det ultimate målet er å nå en absolutt posisjonsnøyaktighet på 5 cm (inLane, 2018), men dette er da med bruk av andre teknologier sammen med GNSS.

Målet om billige og presise mottakere for bilnavigasjon danner grunnlaget for denne oppgaven. Nøyaktigheten til dagens kodebaserte GNSS-mottakere skal undersøkes. En sanntids-GNSS med fasemålinger skal benyttes som fasiten ved testing av kodebaserte bilnavigasjonsløsninger. En metode for å benytte fasemottakeren som referanse for å beregne nøyaktigheten til kodemottakeren skal utvikles og beskrives. Metoden vil testes ved simulering. Tilslutt skal det gjøres en vurdering av hvorvidt nøyaktigheten til kodemottakeren varierer med hastigheten til bilen.

Oppgaven tar først for seg bakgrunnsteori om GNSS; hvordan systemet fungerer, typer målinger og feilkilder. Videre tar kapittelet for seg CPOS og referansesystem og referanserammer. Neste kapittel, 3, beskriver forsøket som ble gjennomført i forbindelse med oppgaven og hva slags utstyr og programvare som har blitt benyttet. Deretter går kapittelet gjennom metodene brukt for databehandling for oppgaven. Resultater fra bruk av metodene

blir presentert og diskutert i kapittel 4. Oppgaven avsluttes med en oppsummering og konklusjon som skal ta opp igjen problemstillingen og komme med forslag til videre arbeid.

2 Teori

Teorikapittelet tar for seg bakgrunnsteori som brukes senere i oppgaven. Det blir her forklart hvordan GNSS-målinger blir gjennomført, forskjellen på ulike målinger og hvilke feilkilder vi har. I tillegg forklares det litt rundt CPOS og referansesystem og referanserammer.

2.1 Satellittbaserte posisjonssystemer

Global Navigation Satellite Systems (GNSS) er en fellesbetegnelse for satellittbaserte systemer som leverer nøyaktige posisjonsdata over hele verden. Systemene fungerer ved at satellitter sender signal som mottakere på bakken mottar og benytter for å beregne posisjonen til mottakeren. GNSS sine styrker er at de kan levere nøyaktige posisjoner, hastigheter og tider over hele jorden, dag og natt, og i all slags vær. GPS er det mest kjente GNSS-systemet og er et amerikansk satellittposisjonssystem. Også andre deler av verden har tilsvarende posisjonssystemer. Russland har GLONASS, Europa har Galileo, mens Kina har BeiDou. En GNSS-mottaker vil kunne bruke satellitter fra flere forskjellige systemer samtidig. Man kan i Norge benytte satellitter fra en kombinasjon av disse systemene for å bestemme posisjonen sin. Selv om systemene hovedsakelig ønsker å dekke sitt eget område, er alle systemene globale og satellittene vil dekke forskjellige områder over hele jorden til forskjellige tider.

Global Positioning System (GPS) var det første satellittbaserte posisjoneringssystemet. Det var opprinnelig kun ment til militært bruk, men brukes nå både militært og sivilt. Per 12. mai

2018 er det 31 velfungerende satellitter i systemet (US Government, 2018), men stadig blir nye satellitter skutt opp og gamle slutter å fungere, så dette tallet varierer. USA har som mål å til enhver tid ha minst 24 funksjonsdyktige satellitter til 95% av tiden.

GLONASS var det andre global navigasjonssystemet og var i likhet med GPS i utgangspunktet kun et militært system. GLONASS dekker 100% av Russlands territorier og har også en full global dekning. Systemet har per 31. mai 2018 25 satellitter i bane rundt jorden, hvorav 24 er i drift, mens én er i en fly-test-fase (Information and Analysis Center, 2018).

Europas posisjonssystem, Galileo, er ikke operativt i Norge ennå. Målet om 30 operasjonelle satellitter er fortsatt noen år unna. I skrivende stund, 31. mai 2018, har Galileo 22 satellitter i bane rundt jorden, men kun 14 av disse er operasjonelle (European GNSS Service Centre, 2018b). Flere satellitter er i test-fase rundt jorden, mens fire nye satellitter ventes skutt opp i juli 2018 (European Space Agency, 2018). I motsetning til GPS og GLONASS har Galileo fra begynnelsen primært siktet mot sivil bruk.

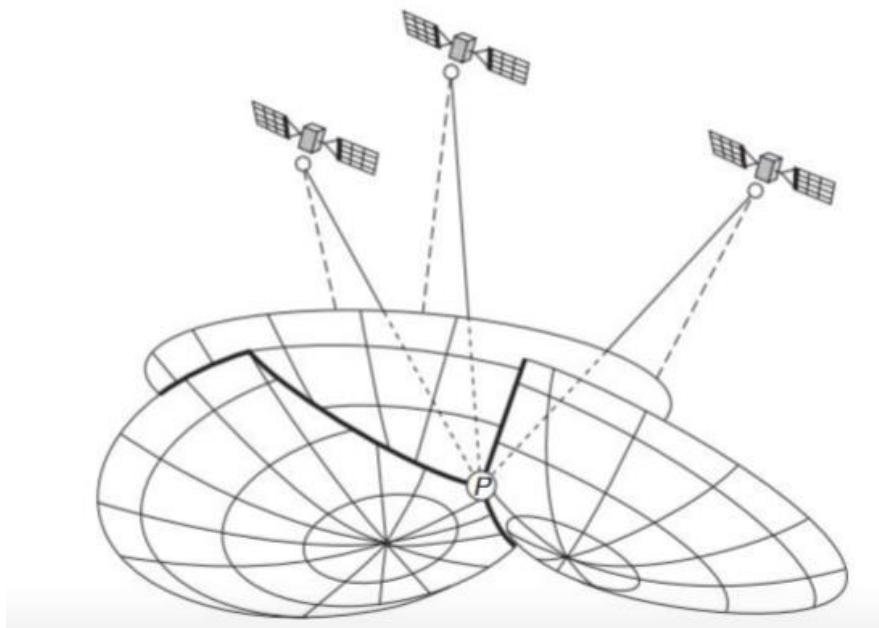
I likhet med de andre systemene har BeiDou en global dekning. I tillegg til dette har BeiDou-systemet satellitter i geostasjonære baner, altså sirkulære baner direkte over ekvator. Disse vil følge jordens omløpstid på omtrent 24 timer og da holde seg over samme posisjon hele tiden. De geostasjonære satellittene vil hovedsakelig følge Kina, og ikke være så nyttige for posisjonsbestemmelse i Norge.

2.2 GNSS-målinger

2.2.1 Posisjonsbestemmelse med GNSS

Når vi skal finne en posisjon med GNSS vil vi som regel representere denne posisjonen med tre verdier, for eksempel X, Y og Z eller Nord, Øst og Høyde. GNSS-målingene gjør avstandsberegninger mellom satellittene og mottakerne. Med én satellitt vet vi kun at posisjonen vi leter etter ligger på en kuleflate med en radius som tilsvarer den målte avstanden. Med en satellitt til får vi en ny kuleflate som punktet kan ligge på. De to kuleflatene skjærer hverandre i en linje der posisjonen vi er ute etter ligger. Den tredje satellitten og den tredje kuleflaten vil igjen skjære denne linjen i to punkter. Vi finner greit ut hvilket av disse som er det riktige punktet og posisjonen vi er ute etter. Det at posisjonen finnes i skjæringspunktet mellom tre avstander fra tre satellitter kalles trilaterasjon. Vi har

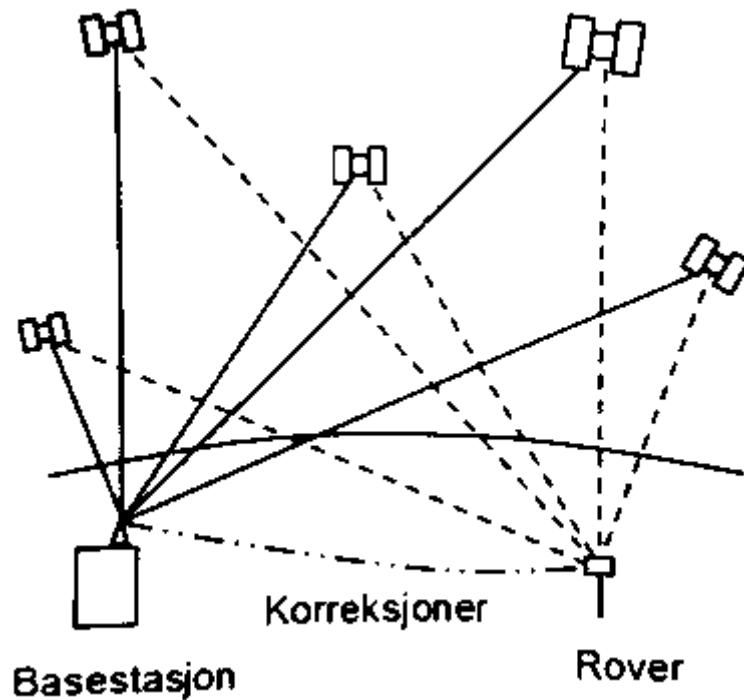
altså en posisjon med tre ukjente og vil da trenge tre satellitter som gjør en avstandsobservasjon hver for å finne posisjonen vi er ute etter. Det finnes også en fjerde ukjent, mottakerklokkens avvik, som gjør at dersom vi skal bestemme GNSS-posisjoner i sanntid, får vi fire ukjente og trenger da fire satellitter for å kunne bestemme mottakerens posisjon.



Figur 1: Posisjon ved skjæring av kuleflater (Skogseth og Norberg, 2014)

2.2.2 Differensiell posisjonsbestemmelse

Differensiell posisjonsbestemmelse går ut på at man måler posisjonen til minst to punkter samtidig og ser på forskjellen mellom koordinatene til de to punktene. Dersom man allerede vet koordinatene til det ene punktet man måler i, vil man kunne bruke dette til å bestemme nøyaktige koordinater også i det andre punktet. Differensiell posisjonsbestemmelse har en stor fordel i at det kan redusere unøyaktighetene i målingene. Dette kommer av at flere av usikkerhetene knyttet til målingene, for eksempel satellittklokkefeil eller forstyrrelser fra ionosfæren og troposfæren, vil være tilnærmet like store for målinger av begge posisjonene. Selv om disse usikkerhetene gjør at målingene blir feil, vil den relative avstanden mellom punktene være korrekte. Når vi da allerede vet koordinatene i det ene punktet, kan vi så bruke denne relative avstanden mellom punktene til å finne posisjonen til det andre punktet.



Figur 2: Differensiell måling med korreksjoner (Skogseth og Norberg, 2014)

2.2.3 Differensiell posisjonsbestemmelse med kommunikasjonslink

Denne metoden baserer seg på differensiell posisjonsbestemmelse ved at du bruker to eller flere mottakere; én mottaker som er plassert på et referansested (basestasjon) med kjente koordinater, og én rover – mottakeren du ønsker å finne posisjonen til. Denne mottakeren kan både være i ro eller i bevegelse. Differensiell posisjonsbestemmelse med kommunikasjonslink er en posisjonsteknikk som måler posisjoner i sanntid. Mottakeren i det kjente punktet (basestasjonen) beregner pseudoavstander til satellittene. Ettersom den kjenner sine egne koordinater, kan den ut ifra dette beregne noen korreksjoner på målingene. Med antagelsen om at disse korreksjonene er omtrent like store for referanse- og rovermottaker, sender referansemottakeren disse korreksjonene til rovermottakeren. Disse korreksjonene blir så lagt på mottakerens målte pseudoavstander til satellittene og den bestemmer så posisjonen sin ved bruk av de korrigerede pseudoavstandene, noe som gir en mye bedre nøyaktighet på posisjonene.

2.2.4 Type målinger

Vi har to hovedtyper målinger med GNSS; kodemålinger og fasemålinger. GNSS har som oppgave å bestemme mottakerens posisjon ved å utføre avstandsmålinger mellom GNSS-satellitter og mottakeren. Når man vet posisjonene til satellittene vil disse avstandene kunne gi oss posisjonen til mottakeren. De to metodene skiller hverandre ved hvordan de bestemmer disse avstandene, gjennom henholdsvis pseudoavstandsmålinger på koden, og fasemålinger på bærebølgen. Nøyaktigheten på kodemålinger vil typisk være på flere meter, mens centimeter og til og med millimeter er mulig med fasemålinger. Ulempen er at man krever mer kompliserte og kostbare mottakere til fasemålinger.

2.2.4.1 Kodemålinger

Kodemålinger fungerer ved at en kodeserie blir modulert på signalet som sendes fra GNSS-satellitten og som mottas i en mottaker som skal bestemme posisjonen sin. Denne koden er ulik for alle satellitter og mottakeren vil generere koder den vet tilhører kjente satellitter, mens den forsøker å få en match mellom koden fra det mottatte signalet og koden den generer selv. Når den da har funnet en match, har den identifisert satellitten signalet kommer fra. Med klokker i både satellitt og mottaker, kan man sende koden fra satellitten samtidig som den generes i mottakeren. Da vil en kunne måle tiden det tar fra en kodesekvens blir generert i mottakeren til en tilsvarende sekvens blir mottatt av antennen.

Når vi vet at signalet blir sendt med en hastighet tilnærmet lysets, og vi har tiden signalet brukte på distansen mellom satellitt og mottaker, kan vi bestemme avstanden mellom satellitten og mottakeren. Ettersom en liten forskjell i tid vil bli en veldig stor forskjell i avstand, vil man trenge svært nøyaktige klokker i både satellitt og mottaker. Bruk av atomklokker vil gjøre mottakerne veldig dyre, så derfor har de fleste mottakere heller billigere, mer upresise klokker. For å kompensere for dette, får vi mottakerklokkens avvik som en ekstra ukjent i posisjonsbestemmelsen.

Observasjonslikningen for kodemålinger er gitt ved ligning (1):

$$p = \rho + d\rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(p) \quad (1)$$

Hvor ρ er avstanden mellom satellitt og mottaker, $d\rho$ er banefeil, c er lysets hastighet dt, dT er klokkefeil i satellitt og mottaker, d_{ion} er ionosfæriske feil, d_{trop} er troposfæriske feil og $\varepsilon(p)$ er støy som blant annet inkluderer flerveisinterferens.

Denne metoden kalles pseudoavstandsmåling og gjør at vi kan bestemme posisjoner i sanntid. I forhold til fasemålinger er kodemålinger mindre sårbare ved brudd på satellittkontakt.

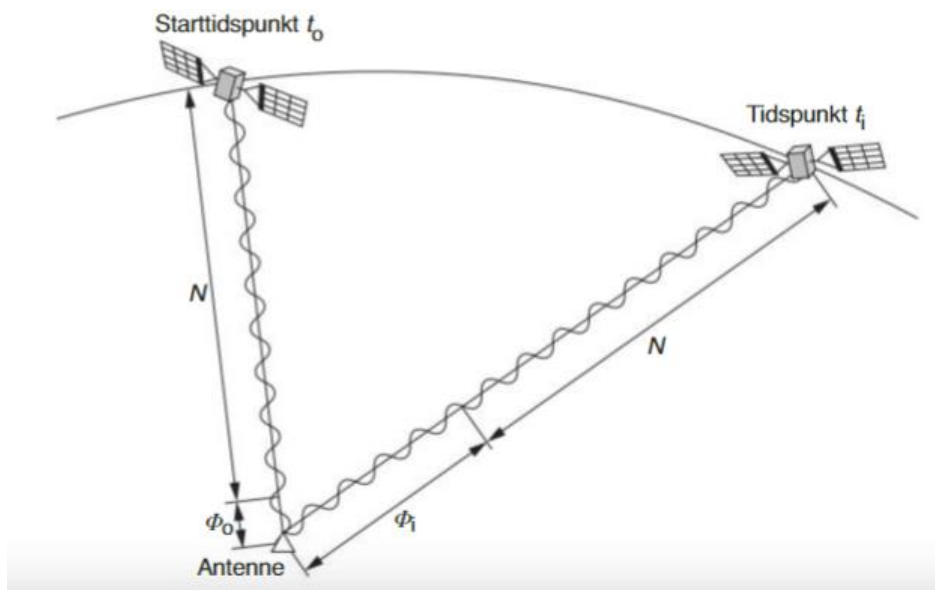
2.2.4.2 Fasemålinger

Fasemålinger er en metode for å beregne avstanden mellom satellitten og mottakeren. Den beregner avstanden gjennom summen av antallet hele bæreboylesyklus og delvise sykler i satellitten og mottakeren, multiplisert med boyleslengden til bæreboyle.

Observasjonsligningen blir:

$$\Phi = \rho + d\rho + c(dt - dT) + \lambda N - d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(\Phi) \quad (2)$$

Her ρ er avstanden mellom satellitt og mottaker, $d\rho$ er banefeil, c er lysets hastighet dt, dT er klokkefeil i satellitt og mottaker, d_{ion} er ionosfæriske feil, d_{trop} er troposfæriske feil og $\varepsilon(p)$ er støy som blant annet inkluderer flerveisinterferens. N er da antallet hele boyleslengder og λ boyleslengden.



Figur 3: Avstandsending til satellitt (Skogseth og Norberg, 2014)

Disse avstandsmålingene får en mye bedre nøyaktighet enn ved bruk av kodemålinger og pseudoavstander. Fasemålinger får svært god nøyaktighet fordi boyleslengden til bæreboyle er relativt liten (19 cm for L1-frekvensen). Utfordringen med fasemålinger er at når mottakeren starter opp og skal motta signaler fra satellitten, kan den ikke bestemme det initielle antallet hele sykler mellom satellitten og mottakeren. Vanskeligheten med å

bestemme dette antall sykler blir omtalt som «ambiguity». Det er kun det hele antallet bølgelengder ved starttidspunktet, N , som er ukjent, mottakeren kjenner til delen av en bølgelengde ved målestart. Etter mottakeren har startet opp vil N være konstant og man vil deretter kun registrere endring i avstand til satellitten siden målestart, som vist ved figur 3. Det betyr at så lenge mottakeren ikke mister signalet og opplever fasebrudd, vil man få kontinuerlige målinger uten å måtte bestemme «ambiguity» igjen. Ved bruk av relative posisjoneringsteknikker, noe som krever to GNSS-mottakere, vil man kunne oppnå posisjonsmålinger med svært høy nøyaktighet.

2.3 Feilkilder og utfordringer

Selv om GNSS-signaler virker både dag og natt i forskjellige værforhold, er det flere forhold som kan påvirke hvor god nøyaktighet man får på posisjonene sine. I tillegg til de feilkildene man kan ha ved vanlig posisjonsbestemmelse der mottakerantennen står i ro, vil man kunne få noen ekstra utfordringer ved posisjonsbestemmelser under bilkjøring.

2.3.1 Ionosfæren

Ionosfæren er den delen av jordens atmosfære som strekker seg fra 50 km over overflaten til 1000 km over overflaten. Ionosfæren kan skape problemer for GNSS-signaler fordi signalet her blir møtt av en mengde ladede partikler som avbøyer signalet og gjør at signalet ikke ankommer mottakeren i en rett linje. I tillegg forekommer hastighetsendringer for signalet. Hvor store disse feilene blir har en sammenheng med *Total Electron Content* (TEC) i ionosfæren som igjen har en sammenheng med solens aktivitet. Dette varierer med år, årstid og tid på døgn, og kan være vanskelig å forutsi. I Norge vil vi kunne få ekstra store utslag gjennom nordlysaktivitet. Ionosfærisk aktivitet er i tillegg en av hovedårsakene til at vi ved fasemålinger opplever fasebrudd.

Det finnes flere metoder man kan bruke for å redusere eller eliminere feilen. En metode er å utføre målinger når det er lite ionosfærisk aktivitet, for eksempel på natten da solen ikke gir økt TEC. Det finnes modeller som prøver å beregne hvilken effekt TEC har på signalet, men det er en vanskelig oppgave grunnet TEC sin kompleksitet. Størrelsen på feilen er avhengig av hvilken frekvens signalet har. Dermed kan man ved bruk av flere frekvenser tilnærmet eliminere feilen. I tillegg kan man bruke differensielle målinger til å tilnærmet eliminere

feilen på samme måte som ved bruk av flere frekvenser. Stor ionosfæreaktivitet bidrar også til å gjøre bestemmelsen av «ambiguity» vanskeligere, men her vil ikke differensielle målinger hjelpe oss.

2.3.2 Troposfæren

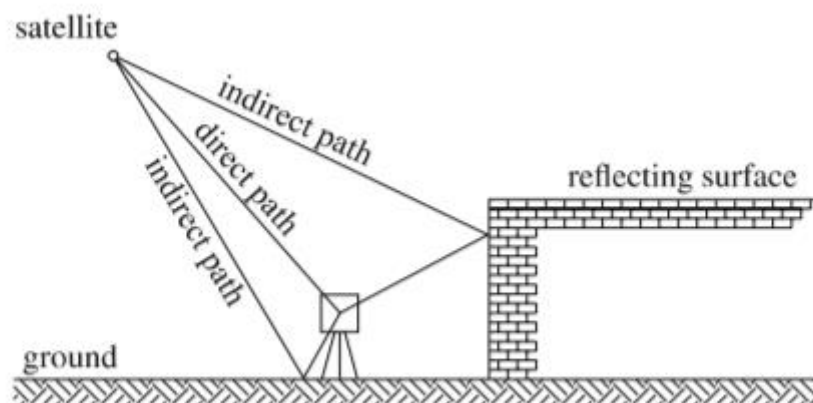
Dette er den laveste delen av atmosfæren og er fra overflaten opp til rundt 20 km over jordens overflate. I likhet med ionosfæren vil vi også her få avvik på signalet på grunn av at signalet blir avbøyd. Troposfæren består av en våt del og en tørr del og det er her de fleste værphenomener oppstår. Troposfæren er derimot ikke ionisert og er enklere å modellere. Felles for både ionosfæriske- og troposfæriske feil er at feilen blir større for signaler fra satellitter som står lavt på himmelen og må gjennom en lengre del av atmosfæren.

Som nevnt kan man modellere de troposfæriske feilene, blant annet gjennom værdata som temperatur og trykk. Her blir feilen like stor uansett frekvens, så man kan ikke bruke signaler med forskjellige frekvenser for å eliminere feilen. Derimot kan man også her benytte differensielle målinger til å tilnærmet eliminere det troposfæriske leddet i observasjonslikningene (1) og (2). I tillegg er det ønskelig å måle korte basislinjer med satellitter høyt på himmelen.

2.3.3 Flerveisinterferens

Flerveisinterferens (multipath) er et fenomen der et signal fra en satellitt ankommer en mottakerantenne gjennom flere enn kun en vei. Dette gjør at avstanden mellom satellitt og mottaker blir lengre for signalene som reflekteres av et objekt enn de signalene som går direkte til mottakeren. Dette fører til en interferens mellom signalene og vi får en feil i pseudorange-målingene. Typisk vil signalene reflekteres av bygninger, biler, eller vann- og snøflater.

Størrelsen på feilen vil variere avhengig av hva slags signal som brukes. Med kodemålinger vil feilen kunne være på flere meter. Ved fasemålinger vil feilen reduseres til kun noen desimeter. Andre måter å redusere feilen på enn valg av signal kan være valg av antenne, valg av målested og modellering av flerveisinterferensen. Der andre faktorer kan bli redusert eller eliminert ved relative/differensielle målinger, er dette ikke tilfellet for flerveisinterferens. Denne feilkilden er lokal og vil være ulik for referanse- og rovertmottakerne.



Figur 4: Illustrasjon av multipath (Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger og Wasle, 2008)

2.3.4 Jamming

Ettersom GNSS-signaler er relativt svake og reiser over lange avstander, vil signalet være sårbart for interferens. Dette kan både være i form av utilsiktet interferens, spoofing eller jamming. Utilsiktet interferens på GNSS-signalet kan komme av naturlige forstyrrelser som ionosfærestøy, men også av andre signaler som kan forstyrre GNSS-frekvenser, for eksempel TV-signaler. Spoofing er en tilsiktet handling der man sender ut forfalskede GNSS-signaler med hensyn å lure mottakeren til å beregne feil koordinater. Også jamming er en tilsiktet handling, men målet her er å øke støyen i signalet slik at forholdet signal-til-støy blir lavere. Dette kan føre til at mottakeren kan få et dårligere signal med større unøyaktigheter eller kanskje ikke noe signal i det hele tatt.

2.3.5 Fasebrudd

Et fasebrudd (cycle slip) er en avbrytelse i en fasemåling som en følge av at mottakeren mister kontakten med GNSS-signalet. Dette er et problem ettersom mottakeren ikke vet hvor mange hele bølgelengder satellitten har endret posisjonen sin i forhold til seg selv siden forrige signal ble mottatt. Dermed må vi igjen bestemme «ambiguity», altså antallet hele bølgelengder ved starttidspunkt for måling. Det betyr at vi ikke får ny fasemåling direkte, men må måle i et visst tidsrom først for å bestemme et nytt heltall N . Fasebrudd kan oppstå ved signalbrudd på grunn av bygninger, broer, tunneler, trær og lignende. Ettersom GNSS-signaler er relativt svake vil slike obstruksjoner hindre mottakeren i å motta GNSS-signalet. Andre faktorer som stor ionosfærisk aktivitet og radiointerferens kan også forårsake

fasebrudd. For GNSS i bil vil broer over veien og tunneler kunne utgjøre et stort problem. I tillegg kan høye bygninger i en by eller trær i en skog også føre til problemer.

2.3.6 Bilkjøring

Flere av disse feilkildene kan skape enda større utfordringer ved måling med GNSS i bil enn de ellers ville gjort. Der man ved statiske målinger kun krever fire satellitter (helst 5-6), er kravene strengere ved kinematiske fasemålinger. Her kreves det minst fem satellitter synlige for mottakeren, mens det bør være 6-7 (Statens kartverk, 2009).

Flerveisinterferens kan modelleres ved statiske målinger over et lengre tidsintervall, men ved bilkjøring vil mottakeren være i bevegelse slik at dette ikke er noe alternativ. Man vil kunne få utfordringer fra blant annet bygninger, vann og skog langs veien. Ved ionosfæreforføring vil du ikke ha muligheten til å tilpasse målinger etter mengden TEC i atmosfæren. Du vil ikke heller kjøre på natten for å unngå påvirkninger fra solen, slik du kunne gjort for andre målinger.

Jamming er en utfordring som kanskje er spesielt aktuell for GNSS-målinger i bil. Det er gjort målinger som viser at jammere på norske veier er en reell utfordring. Dette kan for eksempel være yrkessjåfører som ønsker å jamme sin egen GNSS for å hindre overordnede å overvåke kjøringen. Disse jammerne kan ha en utstrekning på flere hundre meter og vil dermed påvirke andre kjøretøy i nærheten. Man kan også anta at biltyver som stjeler moderne biler med innebygd GNSS vil ønske å benytte jammer for å skjule posisjonen sin. Dette problemet blir forsterket ved at jammerne er enkle å få tak i og å sette opp, samt koster svært lite. Man kan kjøpe en jammer på nett for godt under 100 kroner. Denne trenger kun å plugges i sigarettene på bilen.

Også fasebrudd blir et forsterket problem ved kinematiske GNSS-målinger i bil, sammenlignet med vanlige statiske målinger. Det er mange objekter som kan komme mellom bilen og satellittene slik at signalet brytes og fasemålingene må bestemme en ny heltallsløsning. Det kan være bygninger, skog, fjellsider, broer over veien eller tunneler som fører til fasebruddene. Noen av disse faktorene, som tunneler, kan i tillegg gi fullt brudd i kommunikasjonen mellom satellittene og mottakeren så heller ikke pseudoavstander til kodemålinger blir beregnet. Dette medfører at man ikke får beregnet noen GNSS-posisjoner i det hele tatt.

2.4 Referansesystem og referanserammer

2.4.1 Referansesystem

Et referansesystem gir en teoretisk beskrivelse av for eksempel jorden, gjennom en matematisk eller fysisk modell. Med dette mener vi at vi ønsker å representere en posisjon på jorden gjennom matematiske verdier. For å kunne gjøre dette må vi kunne knytte disse matematiske verdiene til jorden på en eller annen måte. Referansesystemer blir da definert av om vi bruker for eksempel meter eller grader til å si noe om hvor posisjonen er. I tillegg kan vi definere noen akser og retninger som sier noe om hvordan disse matematiske verdiene endrer seg når vi endrer posisjonen vår på jorden. Referansesystemet definerer altså koordinatsystemet som skal brukes.

Et mye brukt internasjonalt koordinatsystem er International Terrestrial Reference System (ITRS). Noen referansesystemer er beregnet for å passe best mulig i et mindre område på jorden og kan for eksempel være nasjonale. ITRS er derimot et globalt referansesystem som er hensiktsmessig ved at det kan brukes over hele jorden. Systemet defineres av et geosentrisk tredimensjonalt kartesisk koordinatsystem med origo i jorden massemidtpunkt og X- og Y-akse tilnærmet i ekvatorplanet.

2.4.2 Referanseramme

Referanserammen sin oppgave er å knytte referansesystemet til kjente steder på jorden. Dette vil si at utvalgte fastmerker eller stasjoner på jordoverflaten blir tilordnet koordinatverdier. På grunn av at jordens tektoniske plater er i konstant bevegelse, vil disse fastmerkene bevege seg. Koordinatberegningene som blir gjort med satellittbasert teknologi vil da gi litt forskjellige verdier for forskjellige beregninger i forskjellige tidsrom. En slik realisering blir kalt en referanseramme og disse er gjerne angitt med et tidsmerke for å skille de fra hverandre.

ITRF er rammen som realiserer ITRS. For å markere når referanserammen ble realisert, har hver referanseramme et årstall i navnet, for eksempel ITRF2000.

2.4.3 Datum

Datum er et begrep som oppsto før uttrykkene referansesystem og referanseramme. Det kan være vanskelig å skille mellom bruken av disse begrepene. Et geodetisk datum er matematiske størrelser som skal angi posisjoner på jorden. Et datum består av en ellipsoide som skal tilsvare jordens form, og høydene i et datum er avstanden fra ellipsoiden, kalt ellipsoidiske høyder. Et datum vil også definere origo, akseretninger og målestokk. Med satellitteknologien forsvant behovet for et fundamentpunkt som et utgangspunkt for geografisk oppmåling, og vi fikk heller geosentriske datum med jordens massesenter som origo og utgangspunkt.

2.4.4 EUREF89 og WGS84

EUREF89 (European Reference Frame 1989) er det offisielle geodetiske datum i Norge og ble brukt under beregningen av koordinater for fastmerkene i Stamnettet. Samtidig er EUREF89 (ETRF89) offisiell referanseramme i Europa.

EUREF89 er låst fast til hvordan ITRF var definert i 1989. EUREF89 ble til for europeisk bruk for å slippe gradvise koordinatforandringer på grunn av kontinentaldrift. Ved å låse EUREF89 til den eurasiske kontinentalplaten, vil ikke koordinatene endre seg med de omtrentlige 2cm i året den eurasiske kontinentalplaten beveger seg i forhold til andre kontinentalplater.

WGS84 var opprinnelig ikke basert på ITRF, men GPS-data. Fra og med 2008 samsvarer WGS84 med ITRF innenfor 10cm. WGS84 blir oppdatert med jevne mellomrom, for å ta hensyn til faktorer som kontinentaldrift. Ettersom WGS84 er en global referanseramme, kan ikke denne låses fast til en enkelt kontinentalplate slik som EUREF89. Den trenger da å oppdateres med jevne mellomrom for å representere hvordan punkter på jorden endrer posisjon med kontinentaldriften. Dette fører til at avstanden mellom EUREF89 og de nyere versjonene av ITRF og WGS84 blir større og større for hvert år. Nå er forskjellen på koordinatverdier mellom WGS84 og EUREF89 på mer enn en halv meter.

Ettersom kontinentaldriften i hele Europa er i en konstant retning nordøstover, vil forholdet mellom to punkter i WGS84 og de to samme punktene i EUREF89 være tilsvarende. Man kan dermed foreta målinger av en basislinje i WGS84 og legge denne til et basepunkt i EUREF89 for å finne koordinatene til et annet punkt i EUREF89, uten å trenge å transformere

basislinjen til EUREF89. Den relative avstanden i de to forskjellige rammene vil være den samme.

Relative målinger, som med CPOS, vil gi koordinatverdier i EUREF89. Motsatt vil posisjonen til mottakeren ved absolutte målinger uten bruk av noen referansemottaker bli i WGS84. Dette kommer av at GPS-satellittenes posisjoner er gitt i WGS84. Når vi bruker avstanden mellom satellitt og mottaker, samt posisjonen til satellitten for å beregne mottakerposisjon, vil også denne posisjonen bli i WGS84.

2.5 CPOS

CPOS er en tjeneste Kartverket tilbyr (Kartverket, 2017a) og skal gi centimeterpresise posisjoner over hele Norge, se tabell 1. Tjenesten fungerer ved at den gjennom mobilnettet eller Internett mottar korreksjonsdata i sanntid. Med disse korreksjonene kan brukerens GNSS-mottaker til enhver tid få en nøyaktig posisjon.

Tabell 1: Oppnåelig nøyaktighet med CPOS

	I områder med ca. 35 km mellom SATREF PGS	I områder med ca. 70 km mellom SATREF PGS
Grunnriss EUREF89	8 mm	14 mm
Høyde EUREF89	17 mm	30 mm
Høyde NN2000	20 mm	36 mm

For å kunne bruke CPOS trenger man å oppfylle enkelte krav for å kunne motta korreksjonene. GNSS-mottakeren må være flerfrekvent og man trenger et modem som kan kobles til mobilnett eller Internett. Mobilnettet kan være enten GSM eller GRPS, mens tilkoblingen til Internett kan enten skje gjennom bredbånd eller et trådløst nett. CPOS støtter per nå kun GPS- og GLONASS-systemene, men dekning for Galileo og BeiDou er under utvikling.

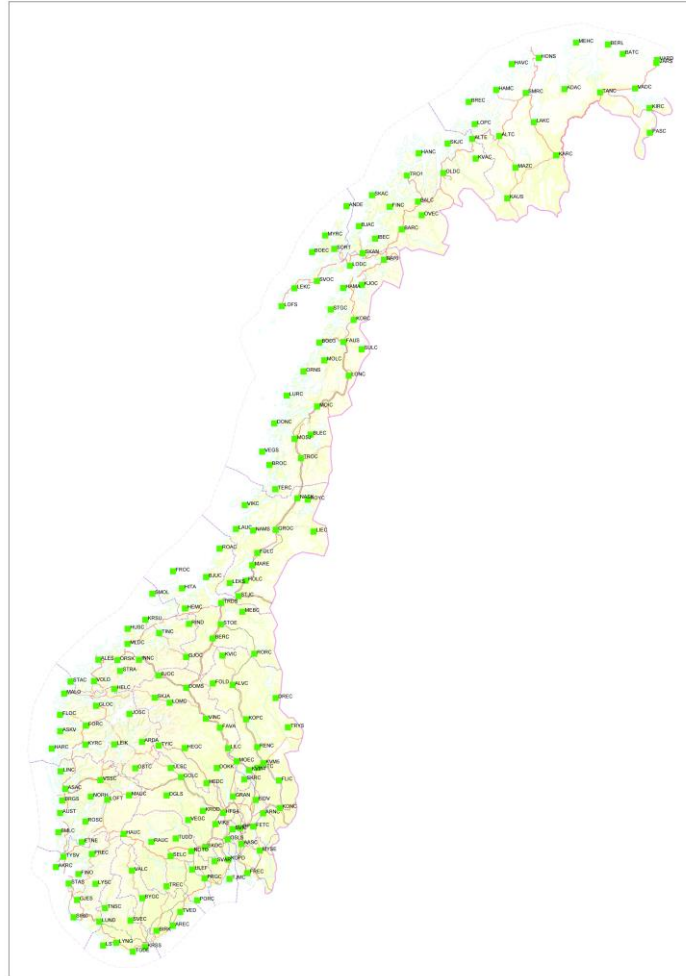
Videre er CPOS-systemet uavhengig av at brukeren trenger egne, mobile basestasjoner. Basert på mottakerposisjon og over 150 permanente geodetiske basestasjoner over hele landet, beregner CPOS-systemet en virtuell referansestasjon (VRS). CPOS leverer virtuelle

GNSS-posisjoner for et punkt, men roverutstyret til brukeren vil oppleve VRS-en som en virkelig basestasjon.

Prinsippet for posisjonsbestemmelse med CPOS er tilsvarende differensiell posisjonsbestemmelse med kommunikasjonslink. Her blir da roveren mottakeren du ønsker å finne posisjonen til, mens referansen er den virtuelle basestasjonen til CPOS. Basert på korreksjonene rovermottakeren får gjennom denne kommunikasjonslinken får vi posisjonsdata med korreksjoner i sanntid.

Data fra CPOS blir levert i referanserammen EUREF89. Dette kommer av at posisjoner beregnet gjennom CPOS gjøres med differensielle målinger. Fastmerkenettet i Norge er i EUREF89. CPOS sine geodetiske basestasjoner beregnes i en nyere versjon av ITRF, men transformeres til EUREF89 før de distribueres til brukerne. De virtuelle basestasjonene er beregnet i EUREF89. Ettersom posisjonen til rovermottakeren blir beregnet relativt til de virtuelle referansestasjonene, vil også roverposisjonen bli i EUREF89. Kartverkets standard for posisjonstjenester i sanntid sier også at slike tjenester skal levere posisjonsdata med EUREF89 som referanseramme (Kartverket, 2013).

Ved bilkjøring vil det være et par utfordringer ved bruk av CPOS. Basestasjonene til CPOS gir ikke dekning over hele landet, se oversikt over basestasjoner i figur 5. I tillegg er man med CPOS avhengig av mobilnett for å motta datapakkene med korreksjonene, og det er ikke overalt langs norske veier man har veldig god mobildekning. Heldigvis er datapakkene små, som regel på 400-500 byte ifølge Kartverket, så da er ikke kravene til høy nedlastingshastighet så store. Det finnes også steder langs norske veier hvor det er null mobildekning og da vil man som følge ikke kunne motta korreksjonspakkene.



*Figur 5: Oversikt over CPOS basestasjoner i Norge
(Kartverket, 2017b)*

3 Forsøk og metode

Kapittel 3 forklarer hvordan forsøket som danner grunnlag for denne oppgaven, ble gjennomført. Kapittelet omtaler også relevant utstyr og programvare som har blitt brukt i forbindelse med datainnsamling eller databehandling. Tilslutt tar kapittelet for seg metodikken på hvordan data har blitt behandlet gjennom arbeid med oppgaven.

3.1 Forsøk og utstyr

Det ble gjennomført et forsøk sammen med Statens Vegvesen torsdag 22. februar. Forsøket gikk ut på å samle inn data med forskjellig utstyr montert på en bil disponert av Statens Vegvesen, se figur 6. Hensikten med forsøket var i hovedsak å sammenligne GNSS-dataene fra Leica- og Ublox-antennene. De forskjellige enhetene montert på bilen var som følger:

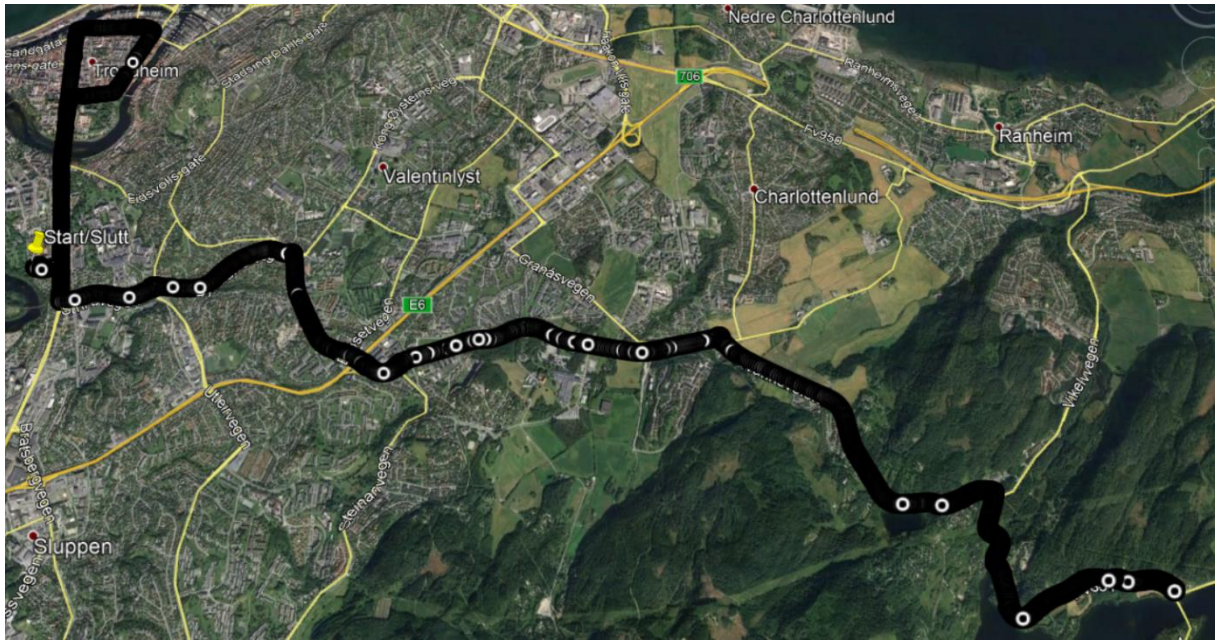
- Leica VIVA GS16-antenne
 - Samlet inn GNSS-data med god nøyaktighet (fasemålinger)
 - Har et koordinatkvalitetsmål i tre dimensjoner (KK3D) på hver punktmåling
 - Brukes som «fasit» sammenlignet med Ublox-mottakeren
- Samsung Galaxy S6
 - Filmet turen med innebygd kamera
 - Var montert i en telefonholder i frontruten, 100cm foran Leica-antennen i bilens kjøreretning

- Ublox-mottaker
 - Samlet inn GNSS-data, typisk kodebasert GNSS-antenne
 - Samlet også inn data om jamming
 - Montert 125cm bak Leica-antennen i bilens kjøreretning.



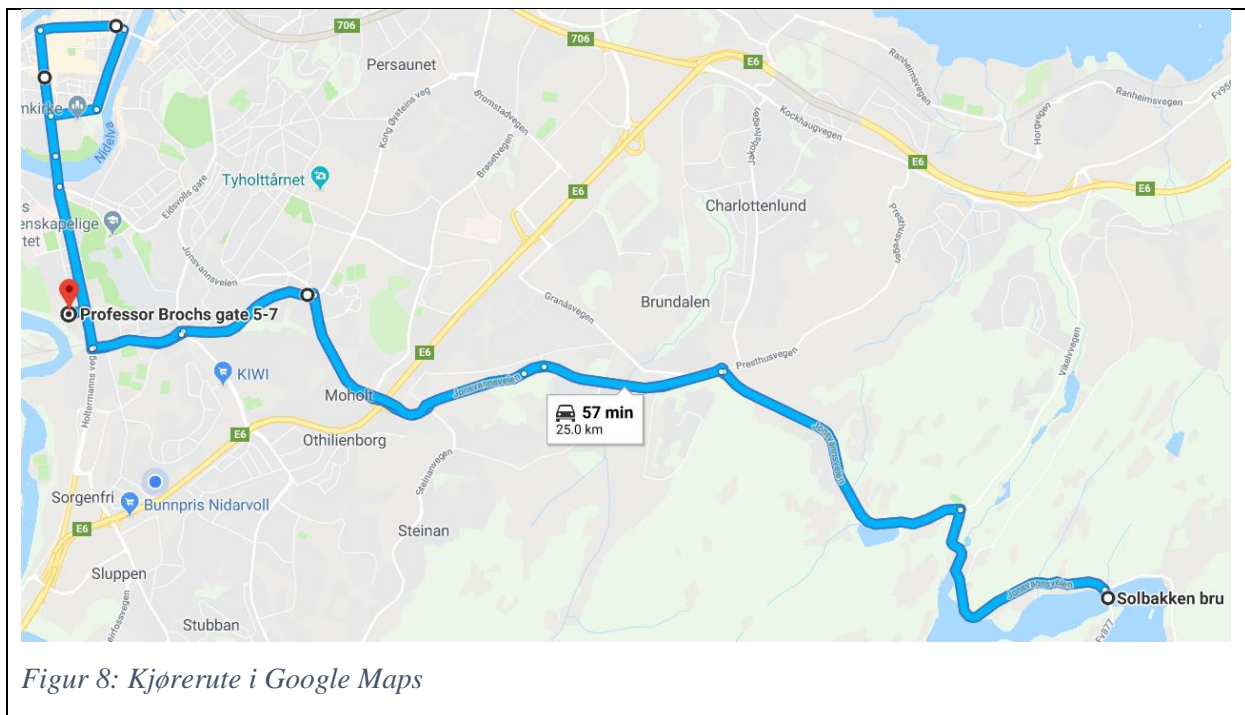
Figur 6: Bil med GNSS-mottakere festet på taket

Forsøket ble gjennomført i Trondheim, med utgangspunkt i Statens Vegvesens sine lokaler på Elgeseter. Det ble kjørt en runde inne i sentrum og tilbake igjen opp Elgeseterveien. Ved Lerkendal gikk turen østover til Jonsvannet. Ved Jonsvannet snudde bilen og kjørte samme veien tilbake til der turen startet fra. Ruten er vist av Leica-antennens målte punkter i figur 7.



Figur 7: Rute markert ved datapunkter målt av Leica

Datainnsamlingen ble gjort midt på dagen. Figur 8 viser at turen, ifølge Google Maps, var på omtrent 25 km.



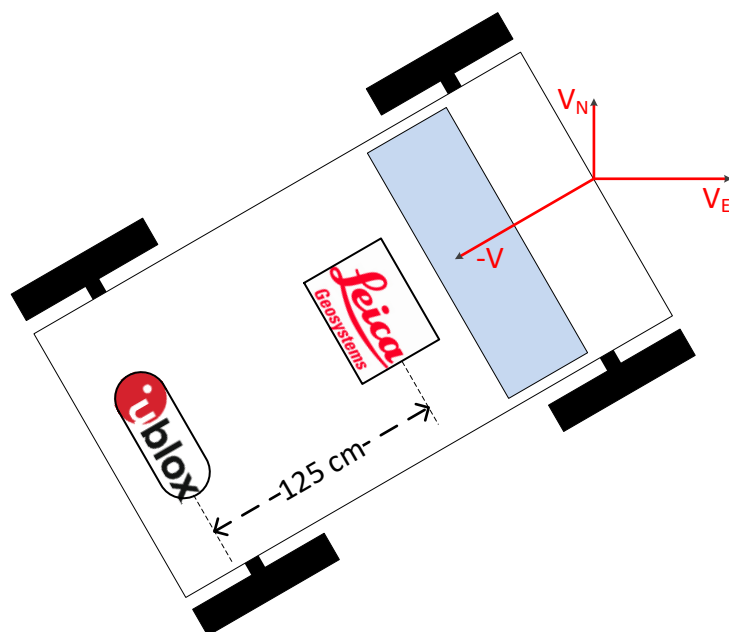
Figur 8: Kjørerute i Google Maps

Kjøreruten er i noe variert landskap. I bykjernen er veien tett på hus med litt høyde. Det er også plantet en del høye trær tett inntil veien, noe som kan være utfordrende for GNSS-

signalene. Resten av kjøreturen er i mer åpent terreng, med mye boligfelt rundt, men nært Jonsvannet er det noe skog tett innpå veien.

3.1.1 Måleutstyr

Under forsøket var det 125 cm mellom mottakerne. Begge antennene var festet på midten av taket til bilen, så avstanden mellom mottakerne var kun i bilens kjøreretning, vist i figur 9.



Figur 9: Plassering av GNSS-mottakere

3.1.1.1 Leica VIVA GS16

Leica-antennen er en flerfrekvent GNSS-mottaker som skal kunne bestemme GNSS-posisjoner med meget god nøyaktighet. Antennen har støtte for å bruke satellitter fra flere forskjellige satellittbaserte posisjonssystemet; GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou. Mottakeren er egnet for statiske målinger og bruk av etterprosessering gjennom den tilhørende programvaren Leica Infinity, men er også egnet for RTK-målinger i sanntid. Ved

dette forsøket er det sanntidsmålinger som er bruksområdet. Her vil Leica-antennen kunne gi meget nøyaktige posisjonsestimater ved hjelp av differensielle fasemålinger med kommunikasjonslink. Ved å motta korreksjoner fra CPOS i sanntid, vil posisjonsestimaterne til Leica-antennen være gode nok til at den i dette forsøket skal representere en fasit på riktige koordinatverdier.

I følge Kartverket sine sider om CPOS, kan vi forvente fiksløsninger med nøyaktighet på centimeternivå fra Leica-antennens fasemålinger. I tillegg sier Kartverkets bransjestandard *Satellittbasert Posisjonsbestemmelse* (Statens kartverk, 2009) at med nettverks-RTK, der man mottar korreksjoner fra et kontrollcenter slik som CPOS-systemet fungerer, er oppnåelig nøyaktighet $\sigma = 5\text{-}10\text{mm} + 0.5 \text{ ppm}$. Databladet til Leica-antennen sier selv at oppnåelig nøyaktighet ved nettverks-RTK er $8\text{mm} + 0.5 \text{ ppm}$ horisontalt, mens vertikalt er nøyaktigheten $15\text{mm} + 0.5 \text{ ppm}$ (Leica Geosystems, 2016). I Leicautstyret beregnes også en sanntids målenøyaktighet i form av KK3D-verdier. Disse verdiene er koordinatkvalitetsverdier i tre dimensjoner og kan gi oss tall på hvor gode målingene mottakeren foretar er. Vi kan bruke disse verdiene til å se hvorvidt antennens nøyaktighet stemmer med hva Kartverket og Leica sier vi kan forvente.



Figur 10: Leica-antennen montert på bil

3.1.1.2 Ublox Neo M8N

Ubloxen er egentlig en GNSS modul eller chip, men omtales her som en mottaker eller antenne. Ublox-mottakeren representerer i dette forsøket en kodebasert bil-GNSS, og omtales også av Ublox som perfekt til bruk for kjøretøy (ublox, 2018). Den har støtte for satellitter fra GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou. I motsetning til Leica-antennen, mottar Ublox-antennen ingen sanntidskorreksjoner fra CPOS. Dette, i kombinasjon med at den kun støtter kodemålinger, gjør at nøyaktigheten på målingene blir dårligere enn med Leica-mottakeren. Når Leica-koordinater har en forventet nøyaktighet på få centimeter, vil Leica-antennen under visse forutsetninger beskrevet i kapittel 3.2, kunne betraktes som en fasit ved vurdering av kvaliteten på Ublox-målingene.

Kartverkets bransjestandard anslår nøyaktigheten for enkeltpunktbestemmelse i sanntid med en kodebasert mottaker til $\sigma = 7,5\text{m}$ eller bedre (Statens kartverk, 2009). Databladet til mottakeren påstår derimot at en nøyaktighet på 2.5m eller bedre kan forventes (ublox, 2015).

Selv om mottakeren ikke mottar CPOS-korreksjoner, har den støtte for andre metoder for å øke nøyaktigheten på GNSS-målinger. Satellite-Based Augmentation System (SBAS) øker nøyaktigheten på GNSS-målinger gjennom ekstra satellittsendte kringkastingsmeldinger med korreksjoner som skal redusere GNSS-feil (European GNSS Agency, 2016). En annen metode er differensiell GNSS gjennom Radio Technical Commission for Maritime Services (RTCM). Kun en av disse metodene kan benyttes om gangen. Statens vegvesens laboratoriepersonell var ikke helt sikre på hvordan Ublox-mottakeren var satt opp, men trodde at SBAS var skrudd på. Dersom SBAS er påslått, sier Ublox-databladet at forventet nøyaktighet vil være på 2.0 m. Med SBAS-korreksjoner vil det også forventes bedre nøyaktighet enn hva Kartverket anslår for enkeltpunksbestemmelse i sanntid.



*Figur 11: Ublox Neo M8-modul
(Digi-Key, 2018)*



Figur 12: Ublox-mottaker montert på bil

3.1.2 Programvare

3.1.2.1 Leica Infinity

Leica Infinity (Leica Geosystems, 2018) kan behandle kartdata og er spesielt utviklet for å jobbe med data samlet inn med Leica-antennen. Programmet kan brukes til visualisering, postprosessering og andre typer databehandling. Leica Infinity ble benyttet ved denne oppgaven til å importere data samlet inn med Leica-antennen samt for å eksportere koordinatdata i valgt referanseramme til en tekstfil.

3.1.2.2 SkTrans

SkTrans er utviklet av Kartverket for å transformere koordinater (Kartverket, 2018). Programmet er spesielt rettet mot det norske markedet ved å tilby transformasjoner mellom de mest brukte referanserammene i Norge. I tillegg støtter SkTrans konvertering mellom forskjellige koordinat typer, som geografiske og plane, innen samme referanseramme. Programmet kan både transformere enkeltpunkter, men også hele SOSI- eller tekstfiler. SkTrans ble benyttet i denne oppgaven til å konvertere og transformere geografiske WGS84-koordinater til EUREF89 UTM-koordinater. Konverteringen mellom geografiske og plane koordinater har ifølge Kartverkets nettsider om transformasjoner ingen innvirkning på nøyaktighetene til koordinatene. Transformasjonen mellom WGS84 og EUREF89 vil derimot ha en innvirkning. Ved å gå fra WGS84 epoke 2018.145 (representerer måledagen) til EUREF89 ble koordinatene fratrukket fra en fast verdi i hver av retningene.

$$\begin{aligned} N_{EUREF89_UTM32} &= N_{WGS84_UTM32} - 0.5413 \text{ m} \\ E_{EUREF89_UTM32} &= E_{WGS84_UTM32} - 0.3696 \text{ m} \end{aligned} \quad (3)$$

3.1.2.3 Matlab

Matlab er programmet der den aller største delen av databehandlingen har funnet sted. Programmet er utviklet av Mathworks og er godt egnet for matematikkbruk, spesielt numeriske beregninger (Mathworks, 2018a). Matlab er også navnet på programmeringsspråket som brukes i programmet. Matlab er spesielt egnet for bruk ved denne oppgaven på grunn av enkel importering av tekstfiler, gode databehandlingsmuligheter med data lagret i matriser, og muligheter for å fremstille dataene visuelt i form av plots.

3.1.2.4 Google Earth Pro

Google Earth er et kartprogram der jorden er representert av 3D-baserte satellittbilder (Google, 2018). Egenskapene til programmet som har gjort at det har blitt brukt ved arbeid med denne oppgaven, er at det støtter beregninger av vinkler og avstander mellom punkter på jordoverflaten. I tillegg er det enkelt å importere innsamlet data i programmet. Dermed har bruk av Google Earth vært en god måte å verifisere at resultater på dataanalysen har blitt gjort korrekt. Avstander, hastigheter og retningsvinkler til bilen er noen av beregningene gjort i Matlab og som har blitt sammenlignet med svarene fått av verktøyene i Google Earth.

3.2 Metode

Her presenteres metoden som er blitt utviklet i denne oppgaven for å synkronisere tidsseriene fra de to GNSS-mottakerne Leica og Ublox. Først blir hovedutfordringene med å synkronisere tidsseriene presentert. Deretter blir løsningene på disse forklart i korte trekk. Mer detaljert beskrivelse av metoden og hvordan denne har blitt implementert i Matlab avslutter delkapittelet.

3.2.1 Utfordringer ved forsøket

Det er tre hovedutfordringer som har måttet løses for å kunne bruke Leica-antennen som fasit på målingene til Ublox-mottakeren. Det er disse utfordringene modellene, som er blitt utviklet ved arbeid med dette forsøket, har som hensikt å adressere:

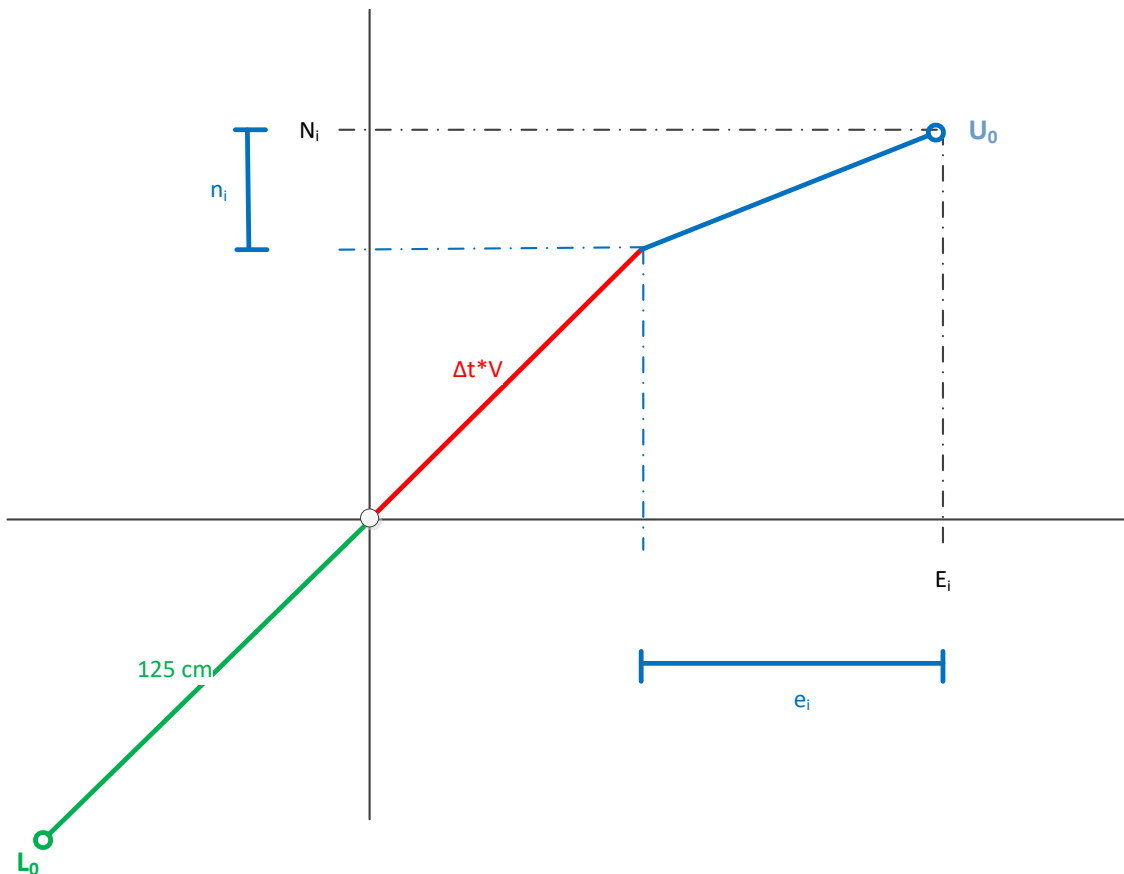
- 1) Den første utfordringen er forskjellen i referansesystem mellom mottakerantennene. Å ha koordinater fra begge GNSS-mottakerne i samme referanseramme når man skal

sammenligne koordinatverdier er en nødvendighet. Ettersom Leica-mottakeren mottar korreksjoner fra CPOS-systemet som bruker EUREF89 som referanseramme, blir også koordinatene vi får fra Leica i EUREF89. Motsatt foretar Ublox-mottakeren absolutte målinger uten bruk av noen referansemottaker. Når da GPS-satellittenes posisjoner er gitt i WGS84, vil også koordinatene Ublox måler også være i WGS84. I tillegg er koordinatene fra Ublox-mottakeren i geografiske koordinater med breddegrad og lengdegrad. Ettersom vi ønsker å koordinatforskjeller i meter for beregninger med minste kvadraters metode, vil vi ha et UTM-koordinatsystem for begge antennene. For Leica ble programvaren Leica Infinity benyttet for å få koordinater på EUREF89 UTM-format. For å transformere Ublox-koordinatene fra geografiske WGS84 koordinater til EUREF89 UTM, ble Kartverkets koordinattransformasjonsprogram, SKTrans, benyttet.

- 2) Videre er fasitkoordinatene til Leica-antennen i et annet punkt enn der Ublox-mottakeren gjør sine målinger. Ved å se hvor mye Leica-koordinatene forflytter seg mellom punkter hvert sekund, kan bilens hastighet og retning bestemmes. Med kjent kjøretretning og en kjent avstand på 1.25 meter mellom mottakerne, kan en «flytte» fasitantennen til et fiktivt punkt på eksakt samme sted som der den kodebaserte Ublox-mottakeren gjør sine målinger. Dette forutsetter at vi har svært presise Leica-koordinater, som igjen forutsetter at Leica-mottakeren har fasemålinger med fiksløsning. Ved å gjøre dette kan vi betrakte det som at de to mottakerne vi sammenligner måler i samme punkt.

- 3) Den tredje, og kanskje største utfordringen, er at måletidspunktene til de to GNSS-antennene ikke er synkroniserte. Begge foretar koordinatmålinger med en frekvens på én gang i sekundet, men sannsynligvis vil det være to litt forskjellige tidspunkter. Klokken i Ublox-mottakeren viser i tillegg feil tid og er sammenlignet med Leica-antennen cirka 15 minutter og 27 sekunder forskjøvet. For å kunne sammenligne punkter fra de to forskjellige GNSS-mottakerne, er tidsstemplene til Ublox-punktene forskjøvet. Denne forskyvningen er gjort slik at de skal sammenfalle med Leica-punktene til det nærmeste sekundet, altså maksimalt 0.5 sekunder unna. En metode for nøyaktig bestemmelse av den siste lille tidsforskjellen Δt mellom Leica- og Ublox-

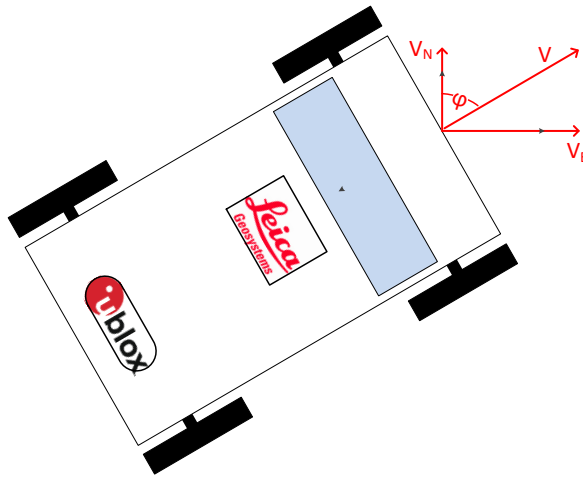
mottakerne er forsøkt utledet ved hjelp av minste kvadraters metode. Metoden er generell og kan benyttes for å finne tidsforskjellen mellom to ulike utstyr som samler data med fast frekvens, en vanlig problemstilling.



Figur 13: Forhold mellom Leica- og Ublox-mottakernes målinger

Figur 13 viser hvilke komponenter som danner forskjellen mellom Leica- og Ublox-mottakerne sine målinger. Leica-mottakerens måling er i punkt L_0 , Ublox-mottakeren sitt målte punkt er i U_0 , mens origo skal tilsvare Ublox-mottakerens virkelige posisjon på bilen. Når man skal finne størrelsen på feilene n_i og e_i som kommer av at Ublox-mottakeren ikke er helt nøyaktig, må man regne seg fra L_0 til skjæringspunktet mellom den røde og blå linjen.

Utfordring nummer 2 går på å beregne den grønne linjen for å finne posisjonen til origo. Figur 14 viser hvordan retningsvinkelen til hastighetsvektoren også er retningsvinkelen mellom mottakerne.



Figur 14: Forhold mellom hastighetsvektorer og mottakere. Denne figuren er vendt 180° i forhold til grafen i figur 13).

Den tredje utfordringen med å finne tidsforskjellen Δt , er vist i figur 13 ved den røde linjen. Som figuren viser, vil denne ha samme vinkel som den grønne linjen fra Leica-antennens posisjon i L_0 . Dersom Ublox-mottakeren gjør sin måling før Leica-mottakeren, vil ikke den røde komponenten være i forlengelsen av den grønne, men gå fra origo tilbake mot L_0 . Feilene n_i og e_i kan gå i alle retningen fra skjæringspunktet med den røde linjen, ikke nødvendigvis mot nordøst som her.

3.2.2 Utvalg av hastigheter

Når det blir gjennomført ulike dataanalyser i denne oppgaven, er det stort sett kun med observasjoner som har blitt gjennomført når bilen holder en hastighet på minst 1 m/s. Denne hastigheten er den totale hastighetsvektoren gitt av formel (4).

$$v = \sqrt{v_N^2 + v_E^2} \quad (4)$$

Hovedgrunnen til at det settes en nedre grense for hastighet er for å kunne nøyaktig bestemme retningsvinkelen som brukes til å finne fasitposisjonen til Ublox-mottakeren fra Leica-antennens koordinater. Avstanden mellom mottakerne ble før forsøket målt til å være 125 cm

i bilens fartsretning. For å riktig kunne finne koordinatene 125 cm bak Leica-antennen motsatt av bilens kjøreretning, må retningsvinkelen være korrekt beregnet. Dersom bilen står tilnærmet stille og Leica-antennen kun får millimeterforskjeller mellom hvert punkt, kan disse små ΔN - og ΔE -verdiene føre til at retningsvinkelen blir helt feil. Dermed vil også koordinatene til punktet 125 cm bak Leica-antennen i bilens retning også bli ukorrekte.

Når det kun er valgt ut hastigheter på over 1 m/s, forsvinner dette problemet. Siden det kun gjøres beregninger der Leica-mottakeren benytter seg av fasemålinger, vil Leica-antennens unøyaktighet være mye mindre enn posisjonsforandringen på ett sekund. Den maksimale KK3D-verdien ved fasemålinger vist i tabell 2 er på rundt 13 cm, noe som er relativt lite når bilen beveger seg minst én meter mellom to målinger.

For å visuelt fremstille hvorfor det er en dårlig idé å inkludere alle hastigheter, er det fremstilt polare plots som skal vise endringen i retningsvinkel per tid. Hvert punkt som blir målt har polare koordinater gitt av (r, θ) , der r er radiusen og θ er vinkelen. Radiusen her er gitt av observasjonsnummeret. Første punkt i tidsserien får radius 1, siste punkt i tidsserien har radius 2755. Vinkelen i plottet tilsvarende retningsvinkelen som er beregnet for punktet. Mellom hvert punkt blir det tegnet en linje. Dersom det er hull i tidsserien hvor det ikke er observasjoner, vil dette bli vist ved at linjene i det polare plottet ikke er sammenhengende.

Ved gode beregninger av retningsvinkler, vil vi forvente gradvise endringer i vinkler når radiusen i plottet øker. Dersom plottet ser kaotisk ut og linjene beveger seg på kryss og tvers av plottet, kan vi ta det som et tegn på at retningsvinklene endrer seg mye fra et punkt i tidsserien til et annet og de er mest sannsynlig ikke korrekte.

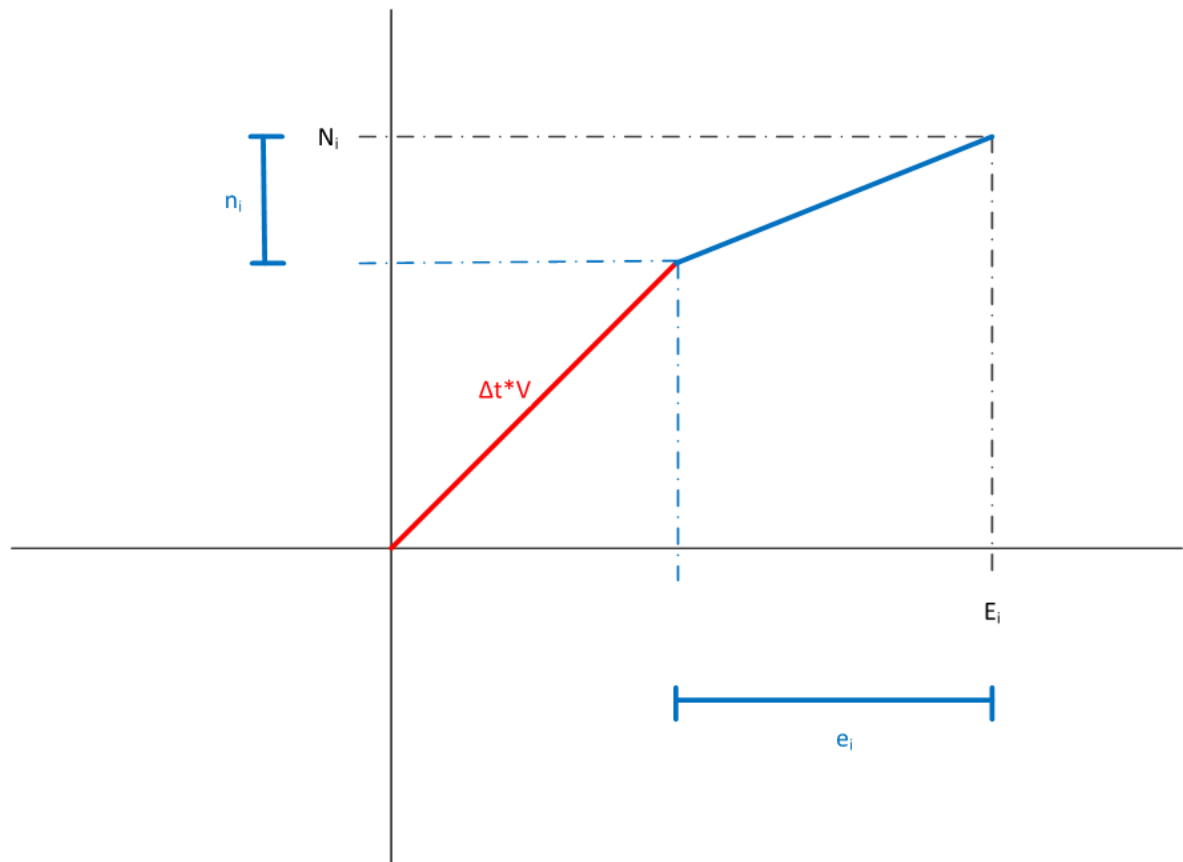
3.2.3 Estimering av tidsforskjellen Δt

Vi har fasitposisjonen til Ublox-mottakeren fra Leica-dataene. Fasitposisjonen betraktes som origo i figur 15. Posisjonsforskjellene N_i og E_i i nordlig og østlig retning betraktes som observasjonene i minste kvadraters metode.

Observasjonene antas å inneholde:

- 1) en hastighetsvariabel komponent i fartsretningen dersom det finnes en tidsforskjell Δt mellom mottakernes samplingstidspunkter

- 2) tilfeldige variasjoner n_i og e_i som vil tolkes som unøyaktigheten eller feilene til den kodebaserte GNSS-mottakeren.



Figur 15: Graf over observasjoner og feil

Fremgangsmåten som benyttes ved estimeringen av tidsforskjellen Δt baserer seg på kompendiet *Matematisk statistikk (feilteori) og estimering (MKM), elementmetoden* (Skogseth og Holsen, 2011) som brukes i emnet TBA4236 Teoretisk geomatikk.

Det første som gjøres når vi skal estimere tidsforskjellen for dette forsøket, er å analysere antall observasjoner, antall ukjente og vektene på observasjonene. Her blir antallet observasjoner n lik 2 multiplisert med antallet måletidspunkter hvor vi har data fra både Leica- og Ublox-antennene. Dette fordi det er en observasjon i både nordlig og østlig retning for hvert par av koordinater. Det er kun én ukjent; tidsforskjellen Δt mellom mottakernes samplingstidspunkter. Det er kun fasitkoordinater målt med Leica-antennen ved bruk av fasemålinger med korreksjoner, som blir brukt i metoden. Koordinatverdiene fra fasemålinger med korreksjoner er alle svært nøyaktige og blir også da vektet likt.

Neste steg i prosedyren er å sette opp fundamentalligningene, de forventede verdiene av observasjonene. Vi forventer her en verdi som kommer fra hastighetskomponenten multiplisert med tidsforskjellen mellom samplingstidspunktene.

$$E(l_i) = l_i + v_i = Ax \quad (5)$$

Observasjonene l_i består av posisjonsforskjellene N_i og E_i mellom fasitposisjon og Ublox-mottakerens faktiske målinger. De tilfeldig feilene n_i og e_i anses som unøyaktighetene til den kodebaserte GNSS-en.

Generelle observasjonsligninger blir da for henholdsvis nordlig og østlig retning:

$$\begin{aligned} N_i &= v_{i,N} \cdot \Delta t + n_i \\ E_i &= v_{i,E} \cdot \Delta t + e_i \end{aligned} \quad (6)$$

Designmatrisen A består av hastigheter i nordlig og østlig retning, mens x representerer den ukjente Δt . Matrisen v består av korreksjonene som har motsatt fortegn av feilene n_i og e_i .

$$A = \begin{bmatrix} v_{1,N} \\ v_{1,E} \\ \vdots \\ v_{n,N} \\ v_{n,E} \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} N_1 \\ E_1 \\ \vdots \\ N_n \\ E_n \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} -n_1 \\ -e_1 \\ \vdots \\ -n_n \\ -e_n \end{bmatrix} \quad x = [\Delta t]$$

Vårt mål med å bruke minste kvadraters metode er å finne de verdiene i parametervektoren x som minimerer feilkvadratsummen $v^T P v$. I denne formelen er P vektmatrisen, men ettersom alle observasjonene blir vektet likt kan vi erstatte vektmatrisen P med en identitetsmatrise. Dermed blir minimeringen av feilkvadratsummen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(v^T v)}{\partial x} &= \frac{\partial(Ax - l)^T (Ax - l)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(A^T x^T Ax - 2l^T Ax + l^T l)}{\partial x} &= 0 \\ 2(A^T A)x - 2A^T l &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Dette gir oss normalligningene som estimerer x -en som minimerer feilkvadratsummen:

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T f \quad (8)$$

Videre kan vi finne de estimerte korreksjonene gjennom:

$$\hat{v} = A\hat{x} - f \quad (9)$$

Aposteriorisk varians er gitt av:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}^T \hat{v}}{(n - e)} \quad (10)$$

Tilslutt kan vi finne standardavvikene til den ukjente Δt ved hjelp av varians-kovariansmatrisen

$$C_{\hat{x}\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot (A^T A)^{-1} \quad (11)$$

3.2.3.1 Grovfeilsøk

Grove feil kan være feil i målingene som skyldes instrumentsvikt, en tabbe fra observatøren eller en programmeringsfeil i et dataprogram (Skogseth og Norberg, 2014). Dersom det har blitt målt mange nok observasjoner, kan man se om enkeltmålinger skiller seg mye fra verdiene til de andre. Hvis dette er tilfellet, kan det bety at enkeltmålingen inneholder en grov feil. Dersom det er grove feil blant observasjonene, kan dette føre til at minste kvadraters metode-estimeringen ikke blir korrekt.

Ettersom dataene som benyttes her er importert og eksportert uten manuelt arbeid, er det mindre sannsynlig at det finnes grove feil fra arbeid med programmene som er laget. Dersom det er noen feil med dataene behandlet av programmet, vil denne feilen stort sett gjelde alle observasjoner og heller være systematiske feil på hele datasettet, enn grove feil på enkeltobservasjoner. Den mest sannsynlige årsaken til grove feil ved dette forsøket er dårlige GNSS-signaler ved målingene. Ved kjøring i nærheten av høye bygninger eller andre obstruksjoner kan mottakeren ved enkelte tilfeller gjøre dårlige posisjonsberegninger. Siden vi har data på nøyaktigheten til koordinatene målt av Leica-mottakeren, er det Ublox-mottakeren sine observasjoner det eventuelt vil være grovfeil i.

Realiteten når man er ute i felten og foretar GNSS-målinger er at alle målinger ikke alltid er like gode. Dette kan skyldes blant annet feilkildene nevnt i kapittel 2. Når vi da velger å fjerne observasjoner med grove feil vil resultatene i oppgaven vise bedre nøyaktighet på koordinatene enn det som faktisk ble målt i forsøket. Vi velger å gjennomføre grovfeilsøk for at estimeringen på tidsforskjellen mellom samplingstidspunktene skal være best mulig. I

tillegg, når det er snakk om hvor gode koordinatberegninger Ublox-antennen er i stand til, blir resultatene mer presise uten påvirkninger av grove feil.

For å detektere grove feil kan vi legge til en ekstra kolonne i designmatrisen, basert på fremgangsmåten i *Kvalitetskontroll basert på multipl t-test* (Gjevestad, 2012). I denne kolonnen vil vi ha en 1 for observasjonen vi ønsker å gjennomføre grovfeilttest på, og 0 på alle andre observasjoner.

$$A_i = (A \quad e_i)$$

Her indikerer i -en hvilken observasjon det skal gjøres grovfeilsøk på. For eksempel ved fire observasjoner og man ønsker å gjøre grovfeilsøk på den tredje observasjonen blir

$$e_3^T = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0) .$$

Ved bruk av normalligningen vil man da få ut den estimerte grovfeilen ∇_i i siste rad av kolonnen med de estimerte parameterne i \hat{x}_i .

Standardavviket $\hat{\sigma}_\nabla$ til den estimerte grovfeilen finnes i det siste elementet i diagonalen til varians-kovariansmatrisen $C_{\hat{x}\hat{x}}$. Aposteriorisk varians $\hat{\sigma}_0^2$ blir denne gangen bestemt med en frihetsgrad mindre, fordi en observasjon blir brukt til å bestemme grovfeilen.

For å bestemme om de estimerte grovfeilene er signifikante nok til å kunne fastslås som grove feil, gjennomføres det et grovfeilsøk med to hypoteser:

$$\begin{aligned} H_0 : \nabla_i &= 0 \\ H_1 : \nabla_i &\neq 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Ved bruk av multipl t-test er teststørrelsen gitt ved

$$t = \frac{\hat{\nabla}_i}{\hat{\sigma}_\nabla} \tag{13}$$

Dersom $|t| > T_{(n-e-1, 1-\alpha/2)}$ vil man forkaste hypotesen H_0 , og det vil dermed anslås å være en grovfeil i observasjon i . Hvis man detekterer en grovfeil blant observasjonene vil man i neste steg fjerne observasjonen med størst t -verdi og kjøre et nytt grovfeilsøk.

Det er vanlig å sette testens totale signifikansnivå til $\alpha_{tot} = 0.05$. Dette tilsvarer en sannsynlighet for at det ikke skal finnes noen grove feil blant observasjonene på

$p_{tot} = (1 - \alpha_{tot}) = 95\%$. Det er også dette signifikansnivået som er brukt ved grovfeilsøket til dette forsøket. Etter å ha bestemt testens totale signifikansnivå, finner vi den individuelle feilsannsynligheten hver observasjon må testes mot, for at testens totale signifikansnivå skal være på 5%.

$$\alpha_{ind} = 1 - (1 - \alpha_{tot})^{1/n} \quad (14)$$

Formel (14) gir det individuelle signifikansnivået for hver observasjon. Dette uttrykket kan forenkles til en approksimasjon kalt *Bonferroni*-korreksjon:

$$\alpha_{ind} = \frac{\alpha_{tot}}{n} \quad (15)$$

3.2.3.2 Signifikans av estimerte parametere

Dersom de estimerte parameterne i \hat{x} blir bestemt til svært lave verdier, vil det være interessant å se om det i det hele tatt kan slås fast at det finnes et avvik mellom samplingsratene til Leica- og Ublox-antennene. Dette kan gjøres ved å sjekke om parameterne i \hat{x} er signifikant forskjellig fra 0. Dette kan gjøres med en student t-test der testvariabelen er:

$$t = \left| \frac{\hat{x}}{\hat{\sigma}_{\hat{x}}} \right| \quad (16)$$

Testen er to-halet og blir gjort med et signifikansnivå på 5%. Testen blir gjort med nullhypotesen

$$H_0 : \hat{x} = 0 \quad (17)$$

Dersom testverdien t er større enn tabellverdien T , forkaster vi nullhypotesen og kan dermed si at parameteren er signifikant forskjellig fra 0. Hvis ikke, har vi ikke noe grunnlag for å kunne si at parameteren er ulik null.

3.2.4 Beskrivelse av metode implementert i Matlab

Data samlet inn under kjøreturen ble eksportert fra mottakerne av Statens vegvesen. Deretter ble dataene transformert og konvertert til UTM-format med hjelp av Leica Infinity og SkTrans. Da var de klare for behandling i de utviklede Matlab-programmene.

Dataene blir lastet inn i matriser for videre databehandling. Hver rad representer et par med nord- og østkoordinater, altså ett punkt. Hver kolonne i matrisen representer et attributt som tilhører punktet i en rad. I Matlab er det blitt laget en funksjon for hver av Leica- og Ublox-datasettene som importerer rådataene fra tekstfiler og putter de inn i matriser. Deretter blir det gjennomført noe datavasking som gjør at dataene skal være mest mulig korrekte og enklest mulig å behandle videre. Siden vi kun ønsker å gjøre analyser hvor Leica-dataene er fasemålt, gjøres det et utvalg der kun de fasemålte radene er med i en ny matrise.

Et nytt program importerer matrisene fra Leica- og Ublox-funksjonene. Dette programmet slår sammen feltene i matrisene hvor tidsstempelen for Leica-punktene er 927 sekunder før tidsstempelen til Ublox-punktene. Dette på grunn av de 15 minuttene og 27 sekundene Ublox-dataene sine tidsstempler viste feil. Da står vi igjen med en stor matrise der hver rad inkluderer et par med både Leica- og Ublox-koordinater. Hver rad har også punktID-en til både Leica- og Ublox-punktet, og blir også fylt med videre beregninger på blant annet hastigheter og retningsvinkler.

Fra Leica-dataene beregnes en del viktige attributter som brukes i videre dataanalyser. Disse attributtene er beregnet med Leica- og ikke Ublox-dataene ettersom vi har en bedre nøyaktighet med Leica-data. Hastighetene v_N og v_E er to attributter som blir mye brukt.

Disse beregnes først ved at man for hver rad i Leica-matrisen finner ΔN og ΔE , altså forskjellen i nord- og østkoordinat mellom punkt i og punkt $i-1$. Tilsvarende blir tidsforskjellen mellom hvert punkt beregnet. Ettersom målingene blir gjort med en frekvens på 1 gang i sekundet, vil denne tidsforskjellen stort sett alltid være på ett sekund, men blant annet ved kjøring under broer kan man oppleve at det hoppes over en måling og tidsforskjellen kan bli på et par sekunder. Når dette er gjort, kan hastigheten bilen holder i nordlig og østlig retning beregnes ved hjelp av formel (18).

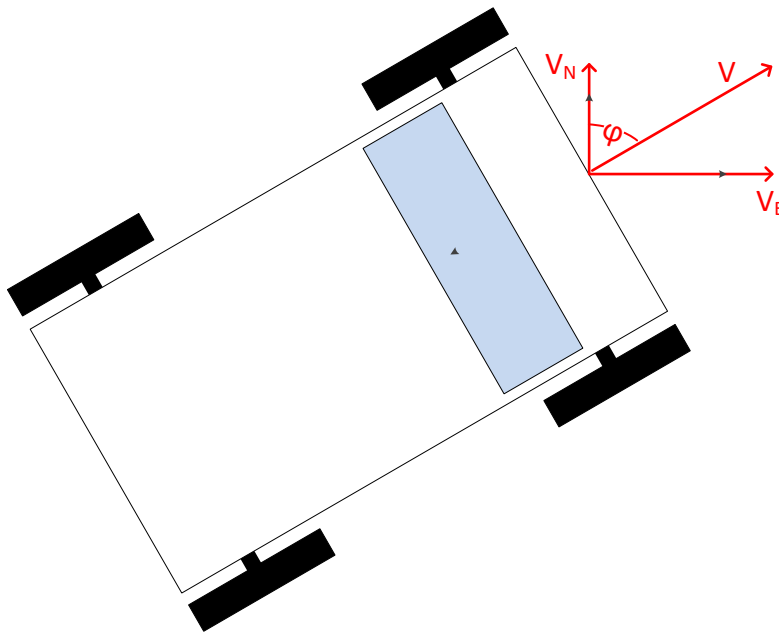
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (18)$$

Her er det egentlig ikke hastigheten i punkt i som er beregnet, men hastigheten bilen har holdt mellom punkt $i-1$ og punkt i . For å finne hastigheten i selve punkt i , blir også hastigheten bilen holder fra punkt i til punkt $i+1$ tatt med i betraktningen. Dermed blir den endelige hastigheten til bilen som brukes i videre beregninger gitt av formel (19). Dette vil være en bedre tilnærming av den faktiske hastigheten i punkt i .

$$v = \frac{\Delta v_{i-1}^i + \Delta v_i^{i+1}}{2} \quad (19)$$

Retningsvinkelen til bilen når den kjører er også viktig å beregne for bruk i videre analyser. Retningsvinkelen blir bestemt ut ifra hastighetene gitt av formel (19). Med kjente størrelser på hastighetskomponentene i både nordlig- og østlig retning, vil en kunne bruke disse vektorene til å finne vinkelen til den totale hastighetsvektoren, som igjen blir retningsvinkelen. Formel (20) og figur 16 viser hvordan hastighetsvektorene blir brukt for å finne retningsvinkelen.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{v_E}{v_N}\right) \quad (20)$$



Figur 16: Retningsvinkelen til bilen gitt av hastighetsvektorene

Ved hjelp av trigonometri finner vi retningsvinkelen φ i formel (20). Ved positive v_N - verdier blir den er den endelige retningsvinkelen gitt av $\text{mod}(\varphi, 360)$, mens med negative hastigheter i nordlig retning blir endelig retningsvinkel $\text{mod}(\varphi + 180, 360)$. Det er noen spesialtilfeller når $v_N = 0$. Positiv hastighet i østretning gir en retningsvinkel på 90° , negativ hastighet i østretning en vinkel på 270° , mens ingen hastighet i østretning heller gjør retningsvinkelen umulig å beregne.

Hastighetene er viktig å finne også fordi de brukes direkte i estimeringen av Δt .

Designmatrisen består av alle hastighetene som blir beregnet ved hjelp av formel (19). Ved siden av hastigheter trenger vi å beregne observasjonene N_i og E_i for bruk i minste kvadraters metode. Først blir to nye koordinatverdier som skal tilsvare fasitposisjonen til Ublox-mottakeren, 125 cm bak Leica-antennen, beregnet ut ifra de målte Leica-posisjonene og retningsvinkelen bilen har ved det tilhørende tidspunktet. Denne fasitposisjonen tilsvare origo i figur 15. Observasjonene N_i og E_i skal tilsvare forskjellen mellom koordinatene mellom denne fasitposisjonen og Ublox-antennen sine faktiske målinger. Dermed blir N_i og E_i funnet ved å subtrahere feltene med fasitposisjonen og feltene med Ublox-mottakeren sine faktiske målinger.

Programmet velger så å oppdatere matrisen med alle koordinatverdiene med en ny matrise der kun rader hvor hastigheter over 1 m/s er tilstede. Deretter fylles matrisene som skal brukes i minste kvadraters metode opp med observasjonene og hastighetene fra den store hovedmatrisen. Deretter beregnes så \hat{x} ved hjelp av normalligningene som vist i formel (8).

Grovfeilsøket i Matlab ble gjort ved å lagre alle observasjoner med en grovfeils testverdi over tabell-verdien i en egen matrise. Deretter ble observasjonen med høyest testverdi fjernet, grovfeilsøket gjort på nytt med de gjenværende observasjonene, og matrisen med observasjoner med testverdi større enn tabellverdien ble oppdatert på nytt. Programmet kjørte dette i en løkke helt til det ikke var noen observasjoner med grove feil igjen.

Til visualiseringer har det blitt benyttet innebygde Matlab-funksjoner som *histogram*, *corrplot* og *plot*, samt Google Earth og CARTO (Carto, 2018).

3.3 Analyse av synkroniserte dataserier

3.3.1 Korrelasjon mellom N_i og E_i

Korrelasjon er et mål som måler hvorvidt to variabler er lineært avhengige av hverandre eller ikke. Ved dette forsøket er det et ønske om å finne ut hvorvidt observasjonene N_i og E_i er uavhengige av hverandre eller ikke. Det vil si, dersom en stor meterverdi for observasjon N_i , vil vi forvente å se en stor verdi for E_i -observasjonen målt i samme tid? Korrelasjon kan beregnes med Pearsons korrelasjonskoeffisient gitt av (Mathworks, 2018b):

$$\rho(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y} \right) \quad (21)$$

Her er n antall observasjoner, \bar{x} og \bar{y} gjennomsnittet av henholdsvis variabel x og y , mens σ_x og σ_y er standardavvikene for de to variablene.

Verdien Pearsons korrelasjonskoeffisient gir oss indikerer graden av korrelasjon. En verdi på 1 indikerer full korrelasjon, en verdi mellom 0.5 og 1 indikerer høy korrelasjon, en verdi mellom 0.3 og 0.5 indikerer en middels korrelasjon, verdier under 0.3 tilsier lave korrelasjoner og en verdi på 0 tilsier ingen korrelasjon. Negative verdier antyder tilsvarende negative korrelasjoner.

3.3.2 Nøyaktighet på Ublox-data

Etter gjennomført grovfeilsøk, og endelig utjevning som bestemmer parameterne i \hat{x} -vektoren, har man grunnlaget for å begynne å se på kvaliteten til Ublox-målingene. Ved hjelp av formel (9) kan man finne n_i og e_i i \hat{v} -vektoren. Nå har forskjellen i både posisjon og samplingstidspunkt mellom de to mottakerne blitt tatt hensyn til, og avstandene n_i og e_i representerer differansen mellom Ubloxens «fasitkoordinater» og de virkelige målingene fra mottakeren.

For å si noe om hvorvidt n_i og e_i er normalfordelte eller ikke, kan vi blant annet se på histogrammene over feilene. Ved en normalfordeling forventer vi flest antall forekomster rundt gjennomsnittet av variabelen. Deretter vil det være en gradvis lavere sannsynlighet for

et høyt antall forekomster for hvert standardavvik unna gjennomsnittet. Det blir ofte sagt at fordelingen ser ut som en bjelle.

En måte å få et mer konkret svar på om feilene er normalfordelte eller ikke er å benytte chi-kvadrat «goodness of fit»-testen. Testen er gitt av

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (22)$$

I formel (22) er N antall intervaller dataene er gruppert i, O_i er observert antall i intervallet, mens E_i er forventet antall i intervallet basert på hvordan en normalfordeling ser ut. Testen blir gjort med en nullhypotese om at dataene er normalfordelt mot den alternative hypotesen om at dataene ikke kommer fra en normalfordeling. For å beregne resultatet av «goodness-of-fit»-testen kan Matlab-funksjonen *chi2gof(x)* benyttes. Den returnerer for en vektor med data et svar på hvorvidt nullhypotesen forkastes eller ikke med et 5% signifikansnivå. I tillegg kan funksjonen returnere p-verdien som beskriver sannsynligheten for at nullhypotesen er sann.

Når det skal bestemmes nøyaktighet på GPS-er, vil det være naturlig å se punkt- eller grunnrissavvik:

$$f_i = \sqrt{n_i^2 + e_i^2} \quad (23)$$

Ettersom det er en del observasjoner i nordlig retning som ble fjernet på grunn av mistanke om grovfeil, blir e_i -feilene tilhørende samme samplingstidspunkt sett bort i fra.

Ved sammenligning av våre resultater på Ublox-feil og forventede verdier fra datablad, er det det kvadratiske gjennomsnittet som bør sammenlignes med antatt nøyaktighet. Kvadratisk gjennomsnitt (RMS) er gitt av:

$$RMS = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}} = \sqrt{MEAN^2 + STD^2} \quad (24)$$

Her er x_i feilene n_i eller e_i .

3.3.3 Autokorrelasjon

Ved bruk av minste kvadraters metode forutsettes uavhengige, identisk fordelte feil. Ved beregning av autokorrelasjon ønsker en å finne ut hvorvidt data innad i en dataserie korrelerer

eller er uavhengige av hverandre. Dataserien blir testet for korrelasjon mot tidsforskjøvede versjoner av den samme dataserien. Autokorrelasjonen blir gjennomført ved test mot varierende antall forskyvninger. Tidsforsinkelsen blir kalt for «lags» og består av et antall epoker. Ved dette forsøket med en punktmåling i sekundet, er én epoke på 1 sekund. Den estimerte autokorrelasjonsfunksjonen (ACF) er gitt av:

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\hat{\gamma}(k)}{\hat{\gamma}(0)} \quad (25)$$

I formel (25) er $\hat{\gamma}(k)$ estimert autokovariansfunksjonen, gitt av:

$$\hat{\gamma}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x}) \quad (26)$$

Her er representert k størrelsen på tidsforskyvningen eller «lag».

Ved å lese av plottet til autokovariansfunksjonen kan det bestemmes hvorvidt dataseriens elementer er uavhengige eller ikke. Dersom ACF dør fort ut, altså når 0 kjapt, tyder dette på at dataene i serien er uavhengige. Uavhengige, identisk fordelte feil kalles også hvit støy. Hvis grafen derimot tar lang tid før den dør ut, tyder det på at det er en korrelasjon mellom elementene i serien. Et annet interessant moment i ACF-plottet er om det finnes topper og bunner med en fast periode på k «lags».

En utfordring med å beregne autokorrelasjonen for dataene fra dette forsøket er at det er mange hull i dataserien. Noen kommer av at det ikke var noen match mellom tidsstemplene i Ublox- og Leica-dataene, andre er fjernet på grunn av utvalg av hastigheter over 1 m/s eller grovfeilsøk. Når det er et slikt hull i dataserien er verdien på korreksjonen erstattet med gjennomsnittsverdien til dataserien. (Haakonsen og Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 2005)

4 Resultater

Kapittel 4 presenterer resultatene som har blitt funnet i arbeid med oppgaven. Her har metoder og formler fra kapittel 3 blitt brukt for å komme frem til resultatene. Resultatene vil presenteres i form av tekst, tabeller og plott. I kapittelet vil det også være diskusjon rundt resultatene.

4.1 Generelt

4.1.1 Analyse av data fra Leica GS16

Tabell 2 gir en oversikt over hva slags type målinger som er blitt gjort under måling av punktene i datasettet, og hvilken nøyaktighet punktene har. Datasettet fra kjøreturen består totalt av 2794 punkter. Disse punktene har tidsstempel fra 12:51:16 til 13:38:15 den 22. februar. Dette utgjør 46 minutter og 59 sekunder, eller 2819 sekunder. Det er altså et tjuetalls sekunder spredd over datasettet hvor det ikke ble foretatt punktmålinger.

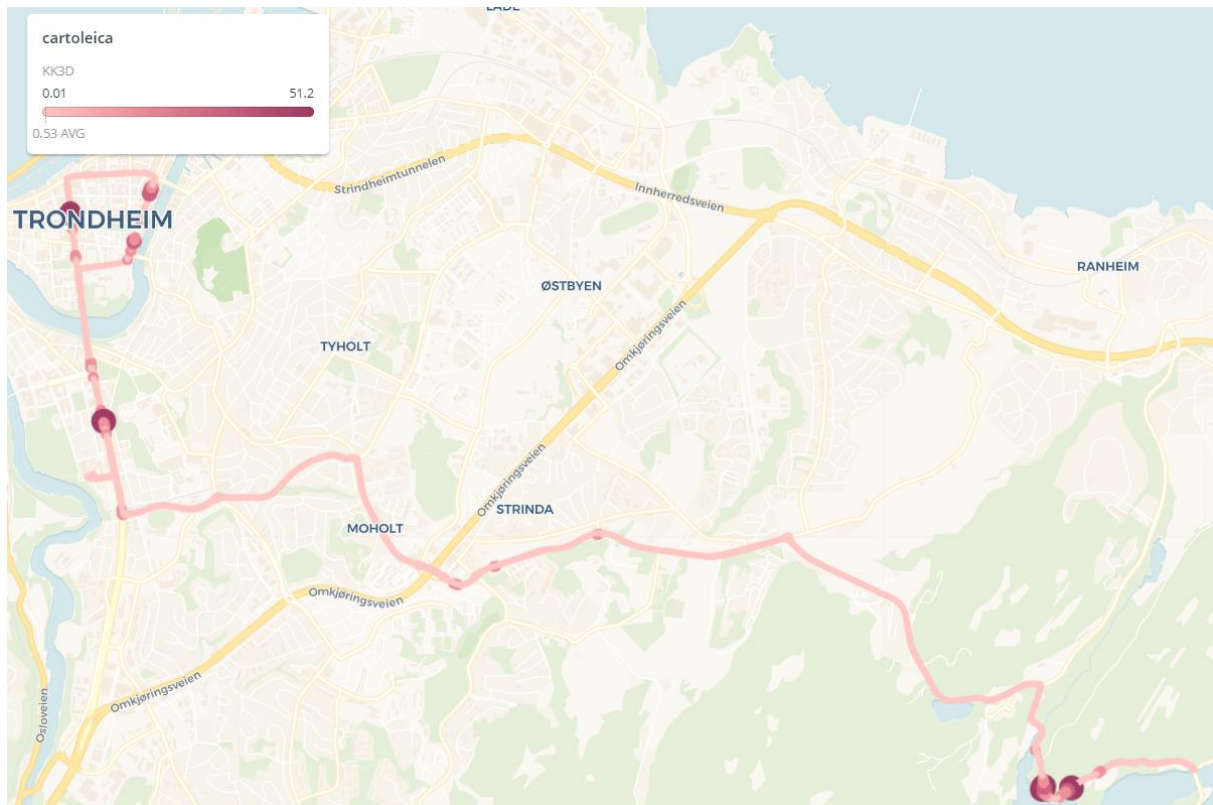
Tabell 2: Generelt om Leica-data

	Fasemålt	Kodemålt	Navigert	Hele datasettet
Antall punkter	2224	557	13	2794
Andel av datasett	79.6 %	19.9 %	0.5 %	100 %
Max KK3D	0.1302 m	17.1422 m	51.1865 m	51.1865 m
Min KK3D	0.0142 m	0.3730 m	20.6509 m	0.0142 m
Gjennomsnitt KK3D	0.0314 m	1.8584 m	29.0397 m	0.5306 m
Median KK3D	0.0267 m	1.1588 m	26.6615 m	0.0304 m
Standardavvik KK3D	0.0145 m	1.8426 m	7.7117 m	2.2945 m
Andel KK3D under 10m	100 %	99.5 %	0 %	99.4 %
Andel KK3D under 5m	100 %	93.7 %	0 %	98.3 %
Andel KK3D under 1m	100 %	36.6 %	0 %	86.9 %
Andel KK3D under 50cm	100 %	4.5 %	0 %	80.5 %
Andel KK3D under 10cm	99.7 %	0 %	0 %	79.4 %
Andel KK3D under 5cm	90.2 %	0 %	0 %	71.8 %
Andel KK3D under 3cm	61.3 %	0 %	0 %	48.9 %
Andel KK3D under 2cm	12.2 %	0 %	0 %	9.7 %

Datasettet viser at omtrent 80 % av punktene ble gjort med bruk av fasemålinger. De fasemålte punktene har ved 99.7 % av tilfellene en KK3D-verdi på under 10 cm, og generelt lave snitt, median og standardavviksverdier. De kodemålte punktene med korreksjoner har derimot ingen målinger med en nøyaktighet på under 10 cm, og nesten 2/3 har en KK3D-verdi på 1 m eller over. I kapittel 3.1.1.1 så vi at antennen hadde et nøyaktighetspotensial $2\sigma = 10\text{-}20\text{ mm} + 2\text{ ppm}$. Resultatene her er i nærheten av dette, kanskje noe høyere unøyaktighet, men det er også å forvente når målingene blir gjort på kjøretøy i bevegelse.

De navigerte punktene, kodemålinger uten CPOS-korreksjoner, utgjør en liten del av datasettet og har svært dårlig nøyaktighet. Resultatene viser at dersom vi skal bruke Leica-antennens koordinater som fasitkoordinater, kan kun fasemålinger benyttes. Heldigvis er

fasemålinger benyttet ved de aller fleste punktbestemmelsene, så det vil fortsatt være mange observasjoner ved utvalg av kun fasemålte punkter.



Figur 17: Leica-kordinater visualisert etter KK3D-verdi [m]

Koordinat kvalitetsverdiene til Leica-punktene er visualisert i figur 17. Her er høye verdier, enten fra kodemålinger eller navigerte målinger, fremhevet. Figuren viser at Leica-antennens nøyaktighet var dårligst i de mest sentrale delene av Trondheim, samt de mest usentrale delene med en del skog. To av tidspunktene med dårligst nøyaktighet er vist under i figur 18 og 19. Høye bygninger og kjøretøy, samt høy og tett skogvekst kan bidra til dårlige GNSS-målinger. Punkter uthevet i figur 17 er ikke fasemålt og dermed heller ikke brukt videre i oppgaven.



Figur 18: Prinsens gate/Kongens gate



Figur 19: Jonsvannsveien

4.1.2 Analyse av data fra Ublox

Det eksporterte Ublox-datasettet bestod av hele 5498 punkter, men det var foretatt logging av punkter både før og etter kjøreturen. Kjøreturen ser ut til å vare omtrent fra punkt med tidsstempel 12:35:59, til punkt med tidsstempel 13:23:49. Dette vil da tilsvare logging av 2870 punkter over en periode på 47 minutter og 50 sekunder, altså 2870 sekunder. Ubloxen ser da ut til å ha klart å beregne punktkoordinater ved hvert sekund.

Hovedfokuset i oppgaven er ikke jamming, men ettersom Ubloxen samlet inn jamming-data, presenteres det oversikt over hvordan disse dataene så ut på denne turen i tabell 3 og 4:

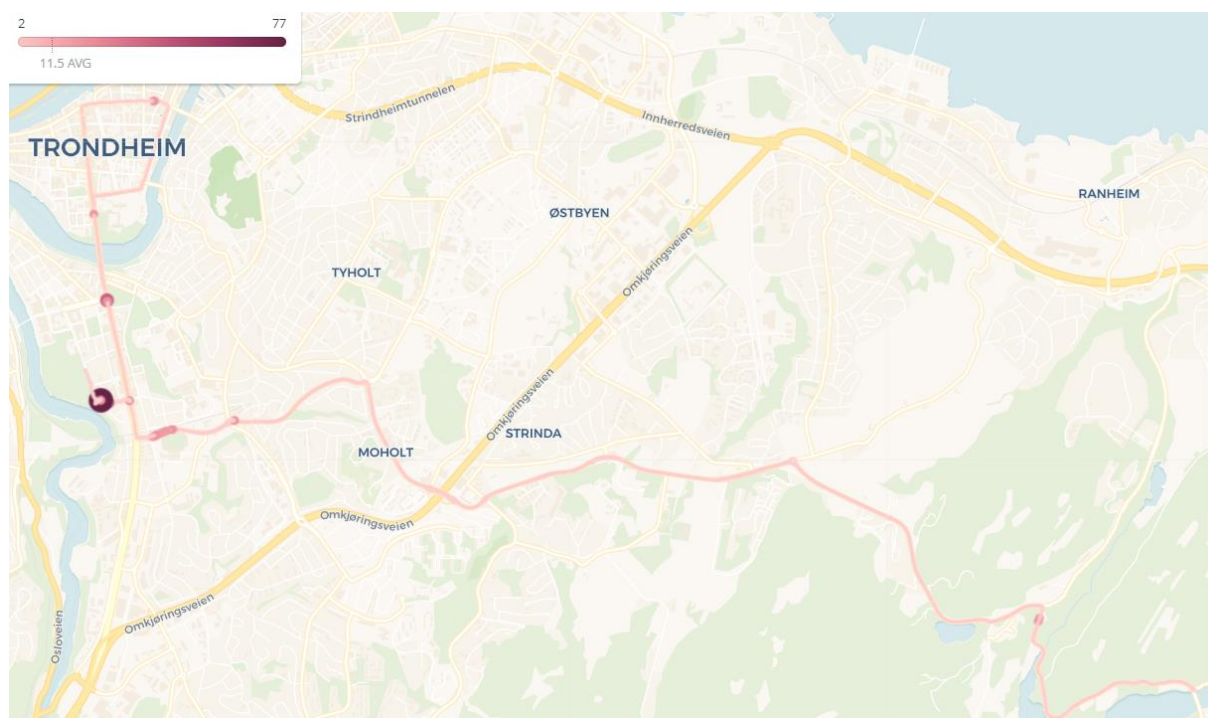
Tabell 3: Statistikk over jamming i datasettet

	Jam-indeks (0-255)
Maks	77
Min	2
Gjennomsnitt	11.5
Median	12
Standardavvik	3.2

Tabell 4: Andel punkter over gitte jam-verdier

Jam-verdi	Andel over
70	1/2871
40	1/2871
30	4/2871
20	33/2871
10	2082/2871

Ett punkt her skiller seg veldig ut og indikerer jamming. Resten av datasettet viser lite tegn til jamming langs vegen. På en skala som går til 255, er gjennomsnitts- og medianverdier på henholdsvis 11.5 og 12. Grunnen til at disse verdiene ikke er nærmere null, er antageligvis at det er mange enheter rundt bilen til enhver tid som sender ut diverse signaler. Slike svake signaler vil derimot ikke påvirke GNSS-posisjoneringen til nevneverdig grad. De nest høyeste verdiene med jam-indeks på 30-40 er ikke mye større enn gjennomsnittet og relativt lavt i forhold til maks på 255, og gir dermed ingen stor indikasjon på jamming.

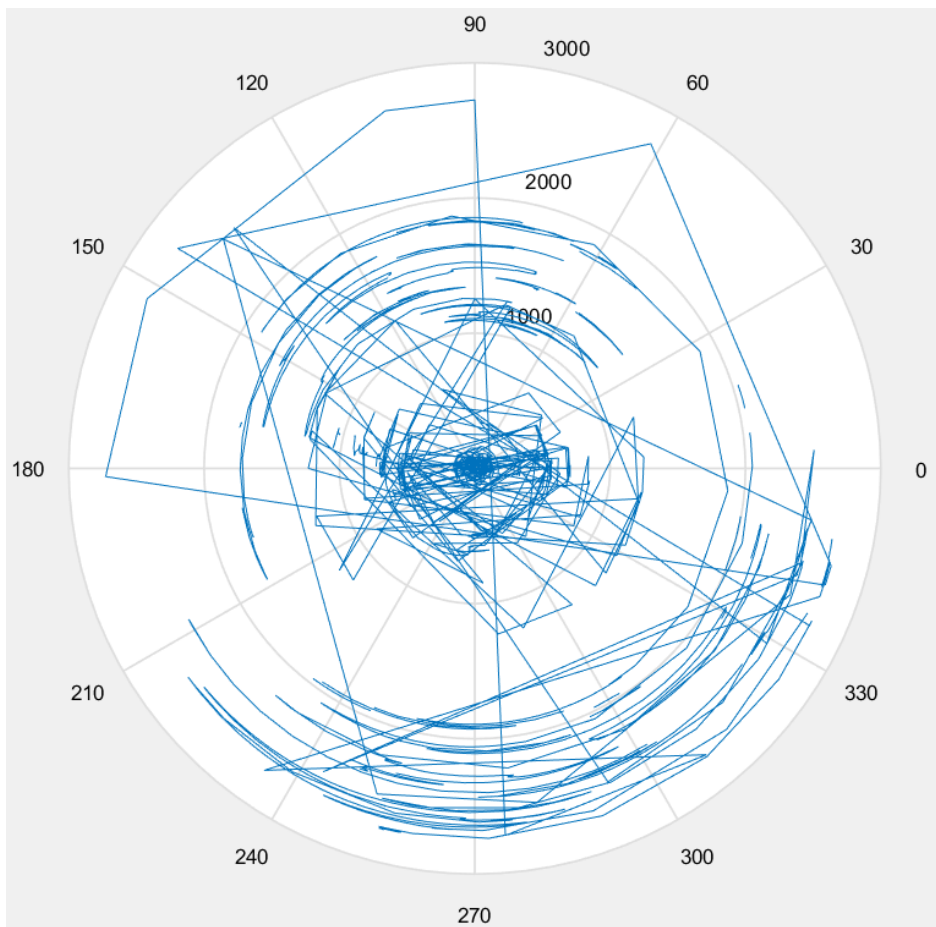


Figur 20: Jam-indeks visualisert hvor større tall indikerer større sirkel og mørkere farge

Av figur 20 kan vi se at det største utslaget var helt i slutten av turen, kanskje på vei inn i parkeringshuset som da ikke er representativt for en vanlig kjøretur. De små utslagene som finnes er ned mot sentrum og rundt Lerkendal stadion. Dette datasettet viser lite tegn til jamming.

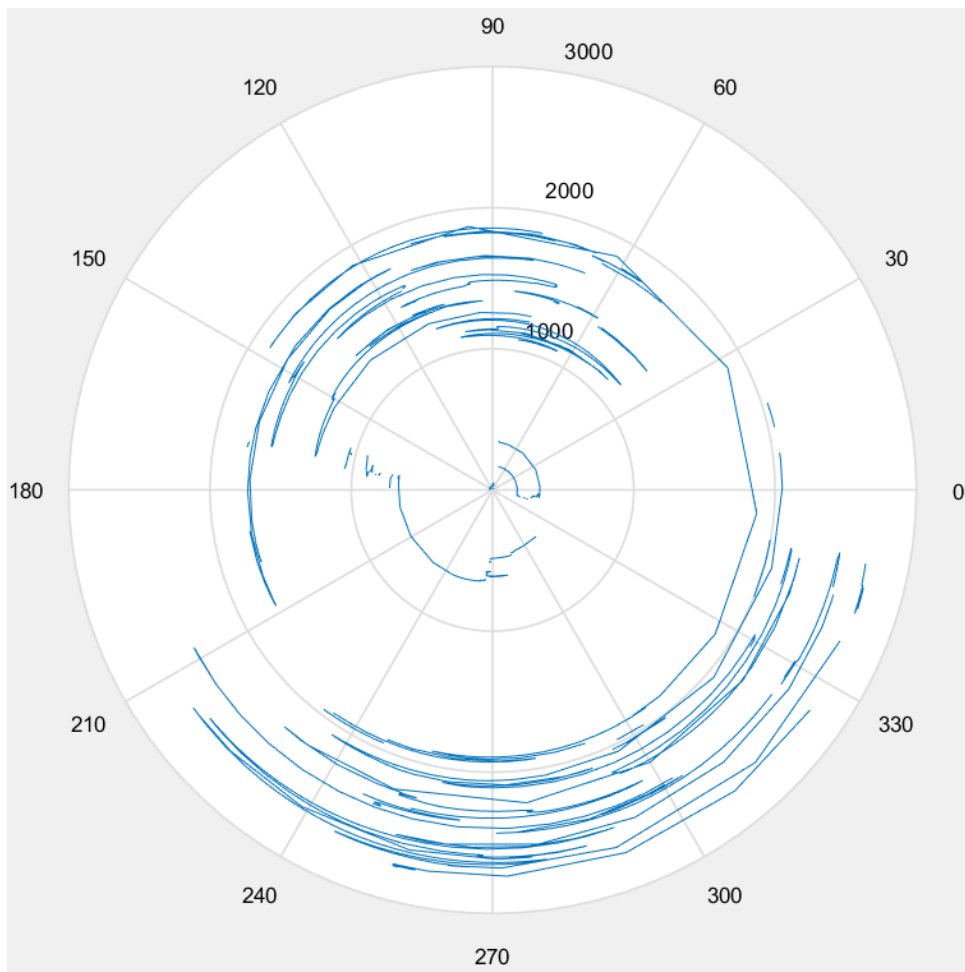
4.1.3 Utvalg av hastigheter

Ved bruk av alle hastigheter ser radar-plottet ut som i figur 21.



Figur 21: Retningsvinkler i radarplott ved alle hastigheter

Som vi kan se er plottet veldig kaotisk og det er store endringer i retningsvinklene mellom hvert punkt. Dette forteller at retningsvinklene ikke blir godt beregnet når alle punkter målt i alle hastigheter er tatt med.



Figur 22: Retningsvinkler i radarplott ved hastigheter over 1 m/s

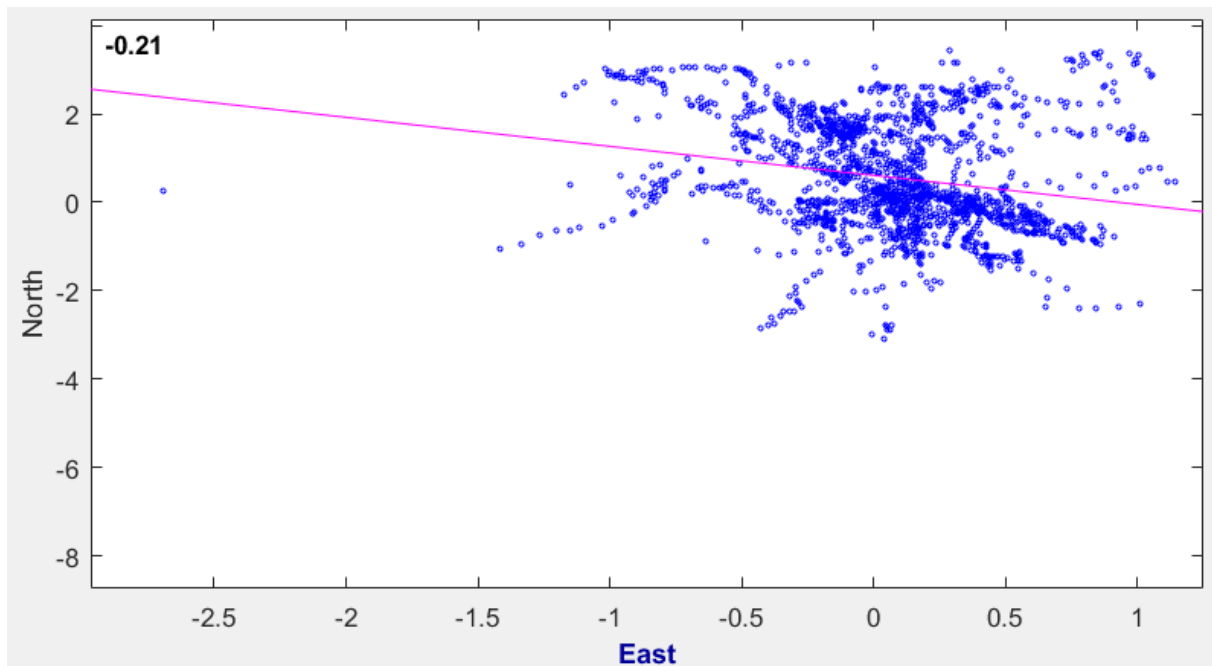
Når det kun er valgt ut hastigheter over 1 m/s, ser plottene helt annerledes ut, gitt av figur 22. Det er få, om noen, tilfeller der flere store endringer i retningsvinkel frem og tilbake forekommer på kort tid. Retningsvinklene virker å endre seg med bilens kjøretning som forventet, og de justerte koordinatene 125 cm bak Leica-antenne i bilens retning blir korrekt beregnet.

Plottene ved utvalg av hastigheter ved en lavere grense, for eksempel 0.01, var også mye bedre enn ved utvalg av alle hastigheter. Det kunne vært satt en lavere grense for å få med enda flere observasjoner, men ettersom datasettet var relativt stort, var heller fokuset på at så godt som alle retningsvinkler ble riktig beregnet. En alternativ metode for å håndtere utfordringene i beregning av retningsvinkler når bilen står i ro, og som kunne medført at man kunne unngå å fjerne observasjoner, ble også vurdert. Denne gikk ut på å bruke retningsvinkelen til forrige punkt dersom hastigheten til bilen var lav. Tanken er da at ved veldig lave hastigheter, burde retningsvinkelen være så godt som konstant. Denne metoden

kunne hatt en svakhet ved store retningsforandringen ved veldig lave hastigheter, men ville trolig også gitt gode resultater.

4.1.4 Korrelasjon mellom observasjoner i nordlig og østlig retning

Ved dette forsøket blir variablene \bar{x} og \bar{y} i formel (21) representert av observasjonene i nordlig og østlig retning, N_i og E_i . En korrelasjonsberegning etter grovfeilsøk og fjerning av observasjoner med grove feil gjennomføres. Grove feil kan innføre systematiske feil som vil føre til korrelasjon. I 96 av de totalt 1787 parene med observasjoner ble det detektert grovfeil. Dermed står vi igjen med 1691 par av nord- og øst-observasjoner til å beregne korrelasjon på. Resultatene viser en korrelasjon på -0.2150, se figur 23. Dette indikerer altså en lav, negativ korrelasjon mellom observasjonene N_i og E_i .



Figur 23: Korrelasjonsplott mellom observasjoner i nordlig og østlig retning, N_i og E_i

Samtidig beregnes en p-verdi med korrelasjonsberegningen. P-verdien kan brukes til å teste hypotesen om ingen korrelasjon mellom variablene mot den alternative hypotesen om at det er en korrelasjon mellom variablene. P-verdien beskriver sannsynligheten for at H_0 -hypotesen om ingen korrelasjon stemmer. Ved å bestemme et signifikansnivå, gjerne verdier tilsvarende

95% eller 99% konfidensintervall (0.05 eller 0.01), kan vi forkaste H_0 -hypotesen dersom p-verdien beregnes til å være mindre enn dette signifikansnivået. Ved beregning av korrelasjonsverdien på -0.21, ble p-verdien på $3.99 \cdot 10^{-19}$, altså en svært lav verdi. Med et stort antall observasjoner kan vi dermed med svært stor sannsynlighet forkaste H_0 -hypotesen om ingen korrelasjon. Korrelasjonsresultatene viser dermed en korrelasjon som er liten, men signifikant forskjellig fra 0. Dersom det blir observert et stor, positiv avstand i nord-retning mellom Leica- og Ublox-mottakerne sine målinger, betyr ikke dette at vi også observerer en tilsvarende stor, positiv avstand i øst-retning. I utgangspunktet ville det vært overraskende om det hadde fantes en stor positiv eller negativ korrelasjon, fordi det ikke er noe som skulle tilsi at det skal være en slik sammenheng. Vi kan akseptere en liten, negativ korrelasjon.

4.2 Opprinnelig modell

4.2.1 Estimering av Δt

Uten grovfeilsøk

Det er her gjort utvalg av punkter kun målt med fasemålinger fra Leica-antennen. I tillegg er alle hastigheter og vinkler beregnet til andre punkter utelukkende gjort med fasemålinger.

Med disse 2145 tidspunktene med data får vi totalt 4290 observasjoner. Resultater fra MKM blir $\hat{x} = -0.0085$ s, $\sigma_0^2 = 2.2947$ m² og standardavviket = 0.0031 s.

Et utvalg av de overnevnte observasjoner målt med en hastighet på minst 1 m/s gir totalt 3574 observasjoner. Dette ga $\hat{x} = -0.0085$ s, $\sigma_0^2 = 1.7165$ m² og et standardavvik = 0.0027 s.

Det ble også sett på resultater ved utvalg av enda høyere hastigheter, gitt av tabell 5.

Tabell 5: Minste kvadraters metode, diverse hastigheter

Minimum hastighet	Antall observasjoner	Minste kvadraters estimat \hat{x}	Aposteriorisk varians $\hat{\sigma}_0^2$	Standardavvik fra kovariansmatrise
0 m/s	4290	-0.0085 s	2.2947 m ²	0.0031 s
1 m/s	3574	-0.0085 s	1.7165 m ²	0.0027 s
5 m/s	1596	-0.0078 s	1.5535 m ²	0.0026 s
10 m/s	1122	-0.0031 s	1.1349 m ²	0.0024 s
15 m/s	272	0.0092 s	0.5199 m ²	0.0027 s

Resultatene over viser en liten minusverdi på Δt ved de fleste beregninger, mens ved kun høye hastigheter blir det heller en liten, positiv verdi. Alle verdiene er relativt nærme null, men tidsforskyvningene vil kunne utgjøre noen desimetre ved kjøring i høye hastigheter.

Ettersom kun fasemålte punkter fra Leica-antennen er tatt med, er grove feil der tatt hensyn til. Derimot er alle Ublox-punktene tatt med i beregningen, selv om noen av dem kan være målt med veldig dårlig signal og føre til store avvik. Derfor, uten noen form for grovfeilsøk, legger vi ikke altfor mye i disse resultatene, men de kan være en sammenligning mot resultatene etter grovfeilsøk for å se hva effekten av grovfeilsøket blir.

Med grovfeilsøk

Med de 3574 observasjonene ved kjøring i over 1 m/s, blir individuelt signifikansnivå fra formel (14) $\alpha_{ind} = 0.000014$, altså en svært lav verdi. Når antallet frihetsgrader er stort, gjerne over 50 (Nysæther, 2017), er det anbefalt å sette en nedre grense på $\alpha_{ind} = 0.001$. Det er dette signifikansnivået som brukes til å finne tabellverdien for dette forsøket. Tabellverdien blir da $T_{(3574-1-1, 1-0.001/2)} = T_{(3572, 9.9995)} = 3.48$.

Ved første iterasjon av grovfeilsøket viser resultatene at det er 63 observasjoner hvor $|t| > T$. Det er observasjonen i nordlig retning for punkt med punkt-Id 1814 fra Leica-dataserien som hadde den største testverdien med $|t| = 6.7924$.

Ved å kjøre nye grovfeilsøk hvor observasjonen med den største testverdien fra forrige grovfeilsøk er fjernet, er det tilslutt kun observasjoner uten grove feil igjen. Når grovfeilsøket i tur og orden har fjernet alle observasjoner der det har blitt detektert grovfeil, står man igjen med 3478 observasjoner. Det vil si at 96 observasjoner har blitt fjernet på grunn av at testverdiene til observasjonene har vært så store at man forkaster hypotesen H_0 og anslår at det er en grovfeil i observasjonen. Alle detekterte grovfeil var i observasjoner i nordlig retning.

Med observasjonene som inneholder grovfeil fjernet, vil det på nytt være interessant å se hvilke resultater minste kvadraters metode gir når Δt skal bestemmes. Resultatene vises i tabell 6:

Tabell 6: Resultater estimering av Δt med grovfeilsøk

$\hat{x}(\Delta t)$	σ_0^2	Standardavvik
-0.000553 s	0.9824 m ²	0.0021 s

Ettersom \hat{x} -parameteren er en svært lav verdi, blir undersøkelsen om parameteren i det hele tatt er signifikant gjennomført. Testverdien, gitt av formel (16), blir:

$$t = \left| \frac{\hat{x}}{\hat{\sigma}_{\hat{x}}} \right| = \left| \frac{0.000553}{0.0021} \right| = 0.2692$$

Testen er to-halet og blir gjort med et signifikansnivå på 5%. Antall observasjoner er 3478 etter grovfeilsøket. Dermed blir tabellverdien $T_{(n-1, 1-\alpha/2)} = T_{(3473, 0.975)} = 1.960$.

Siden testverdien er mindre enn tabellverdien, $0.2692 < 1.960$, kan vi ikke forkaste nullhypotesen fra formel (17) om at $\hat{x} = 0$. Det kan altså ikke bevises at Δt er signifikant forskjellig fra 0. Resultatene her tilsier at Leica- og Ublox-mottakerne måler sine punktkoordinater til akkurat samme tidspunkt. Dette tilsier at det kun var forskjellen i den geografiske plasseringen mellom mottakerne som i utgangspunktet måtte tas hensyn til ved sammenligning av koordinatverdier målt av de to mottakerne.

Resultatet var overraskende siden klokken til Ublox-mottakeren viste feil og det ikke var gjort noe forsøk på å synkronisere samplingstidspunktet til mottakerne. Sannsynligheten for at mottakerne foretar sine punktmålinger akkurat samtidig syntes da å være lav. Når resultatene sier at ingen \hat{x} -parametere er signifikante, kan det bety at ingen minste kvadraters metode-estimering er nødvendig for å finne feil/korreksjoner for Ublox-dataene. Oppgaven har allikevel brukt estimeringen til å beregne korreksjoner. At annet alternativ kan være å bruke andre \hat{x} -parametere ved MKM-estimering.

4.2.2 Simulering og testing

Sammenligne «feil» Leica- og Ublox-punkt

For å undersøke hvor god estimeringen av Δt som blir gjort ved dette forsøket er, har det blitt gjennomført noen tester og simuleringer. En test er blitt gjort der Leica- og Ublox-dataene har blitt matchet et sekund feil ved sammenligning. Da skulle man kunne forvente at Δt burde bli et sekund større ved estimering av Δt . Testen ble gjort etter det var gjennomført

grovfeilsøk, noe som gir 3484 observasjoner. Resultatene av minste kvadraters metode ble $\hat{x} = -1.0013$ s, noe som da tydelig viser at det har blitt trukket fra et ekstra sekund. Aposteriorisk varians ble på 1.1300 m^2 , mens standardavviket var 0.0022 s.

Ved å sammenligne data hvor vi ser på data fra Leica og Ublox ti sekunder unna hverandre får vi 3557 observasjoner hvor hastigheten til bilen er over 1 m/s og som er uten grove feil. \hat{x} blir her estimert til å være -9.5037 s. Standardavviket er på 0.0455 s, men aposteriorisk varians på hele 467.7239 m^2 . Minste kvadraters metode estimerer her Δt omtrent et halvt sekund unna hva vi skiftet dataene, men med en så stor varians er det forventet å få avvik.

Legge til eller trekke fra på Δt -komponenten

En annen måte å verifisere dataene på er å prøve å legge til en ekstra avstandskomponent i dataene. Her har det blitt lagt til en ekstra avstand i motsatt retning av hastighetskomponenten til bilen. Avstanden er gitt av hastigheten bilen holder i nordlig og østlig retning multiplisert med en liten tidskomponent. Dette skal tilsvare at observasjonene N_i og E_i enten blir litt lengre eller kortere avhengig av om den nye, lille tidskomponenten er positiv eller negativ. Det blir da som å simulere at fasitkoordinatene til enten Leica-antennen eller Ublox-antennen får en liten endring i posisjon i hastighetsretningen til bilen.

Med en ekstra Δt -komponent lagt til, blir det gjort nye estimater av Δt ved å benytte metoden som er blitt utviklet i denne oppgaven. Ettersom Δt uten noen ekstra tidsforskyvning ble estimert til -0.0006 sekunder (tabell 6), må dette trekkes fra den estimerte Δt i for å finne den estimerte ekstra Δt som ble manuelt lagt på datasettet. Resultatene av testen vises i tabell 7.

Tabell 7: Resultater når en ekstra tidsforskyvning blir lagt til dataene

Ekstra Δt	Obs etter GFS	Estimert Δt	Estimert ekstra Δt
-1	3478	-1.0006 s	-1 s
-0.1	3478	-0.1006 s	-0.1 s
-0.01	3478	-0.0106 s	-0.01 s
0.01	3478	0.0094 s	0.01 s
0.1	3478	0.0994 s	0.1 s
1	3478	0.9994 s	1 s

Simulere nye, normalfordelte observasjoner

Her brukes de opprinnelige dataene fra Leica om hastigheter, retningsvinkler og posisjoner. Observasjonene N_i og E_i blir simulert med Matlab-funksjonen $normrnd(0,2)$ som generer et tilfeldig nummer fra normalfordelingen med et snitt på 0 og en standardavviksparameter $\sigma = 2$ (Mathworks, 2018c). Det betyr at vi i dette tilfellet ikke vil ha noen Δt , men kun prøver å simulere de tilfeldige feilene som kommer av Ublox-mottakerens unøyaktigheter. Dermed er $N_i = n_i$ og $E_i = e_i$ ved denne simuleringen. Vi skal da forvente at $\hat{x} \approx 0$. Dette har blitt simulert 100 ganger, resultater vist i tabell 8.

Tabell 8: Simulering med tilfeldige observasjoner, sigma = 2

	Alle fasemålinger		Kun over 15 m/s	
	\hat{x}	Standardavvik	\hat{x}	Standardavvik
Max	0.0093 s	0.0059 s	0.0173 s	0.0112 s
Min	-0.0117 s	0.0056 s	-0.0207 s	0.0098 s
Gjennomsnitt	-0.0004 s	0.0057 s	-0.0008 s	0.0104 s
Median	-0.0007 s	0.0057 s	-0.0003 s	0.0104 s
Standardavvik	0.0043 s	0.0001 s	0.0079 s	0.0003 s

En alternativ test med $\sigma = 1$, også simulert 100 ganger er presentert i tabell 9.

Tabell 9: Simulering med tilfeldige observasjoner, sigma = 1

	Alle fasemålinger		Kun over 15 m/s	
	\hat{x}	Standardavvik	\hat{x}	Standardavvik
Max	0.0050 s	0.0030 s	0.0075 s	0.0056 s
Min	-0.0045 s	0.0028 s	-0.0088 s	0.0048 s
Gjennomsnitt	-0.0000 s	0.0029 s	-0.0002 s	0.0052 s
Median	0.0001 s	0.0029 s	-0.0005 s	0.0052 s
Standardavvik	0.0019 s	0.0000 s	0.0035 s	0.0001 s

Testen der observasjoner ble generert av Leica- og Ublox-punkter ett sekund fra hverandre viste dette ekstra sekundet i estimeringen av Δt . Sammenlignet med estimatet ved riktig matching at Leica- og Ublox-punkter på -0.0006 s, var dette estimatet omtrent -0.0007 s unna den forventede verdien på -0.1006 s. For en test som denne, er dette en feil vi aksepterer.

Test nummer 2, der det trekkes fra eller legges til en ekstra Δt -komponent, viser mindre avvik fra forventede verdier enn test 1. Denne testen viser at metoden fanger opp de ekstra Δt -komponentene fullstendig. Dermed gir det en indikasjon på at metoden bør fange opp den virkelige tidsforskyvningen mellom de to mottakerne på en meget bra måte.

Simuleringen med tilfeldige, normalfordelte observasjoner har gjennomsnitts- og medianverdier omtrent på forventningen om 0. Standardavvikene, spesielt for $\sigma = 2$, er relativt store. Simuleringen forteller at selv om forventet verdi skal være 0, vil det med tilfeldige feil kunne bli noen avvik. Dersom vår modell hadde estimert Δt til å være større enn for eksempel maksimumsverdien på Δt i tabell 8 på omtrent 0.01 s, kunne det være et tegn på at sannsynligheten for at Δt i virkeligheten er 0, ville være ganske lav.

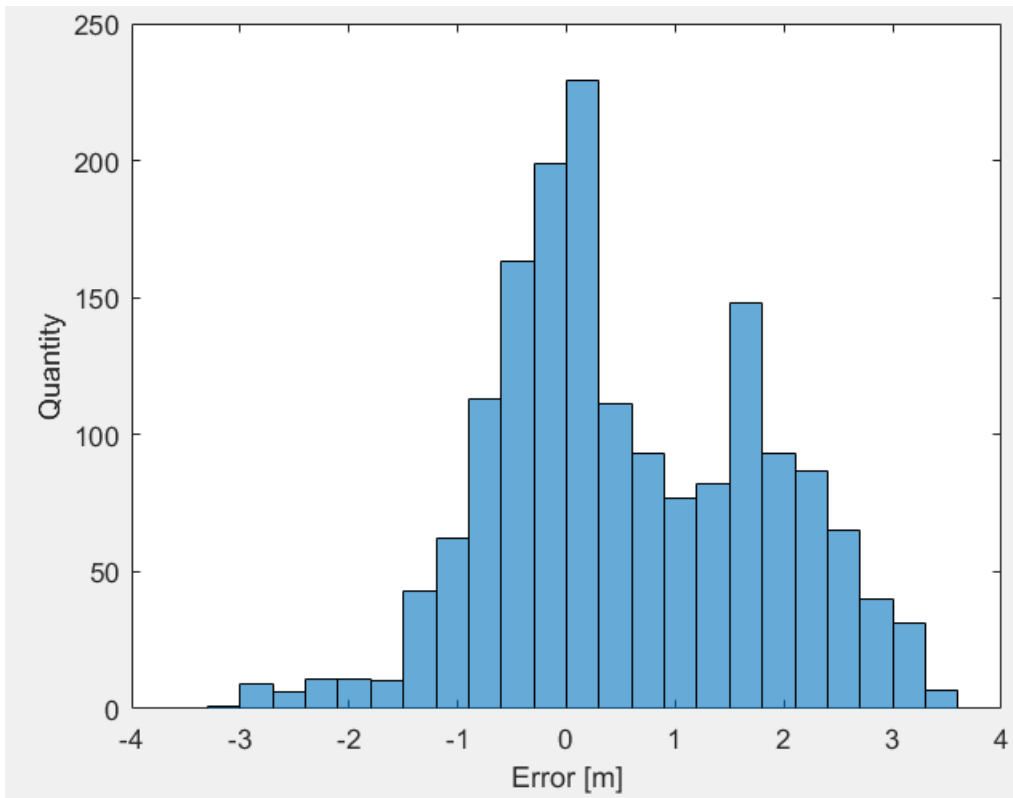
Den totale konklusjonen er at testene gir tilfredsstillende resultater, og metoden ser korrekt ut.

4.2.3 Nøyaktighet på Ublox-data

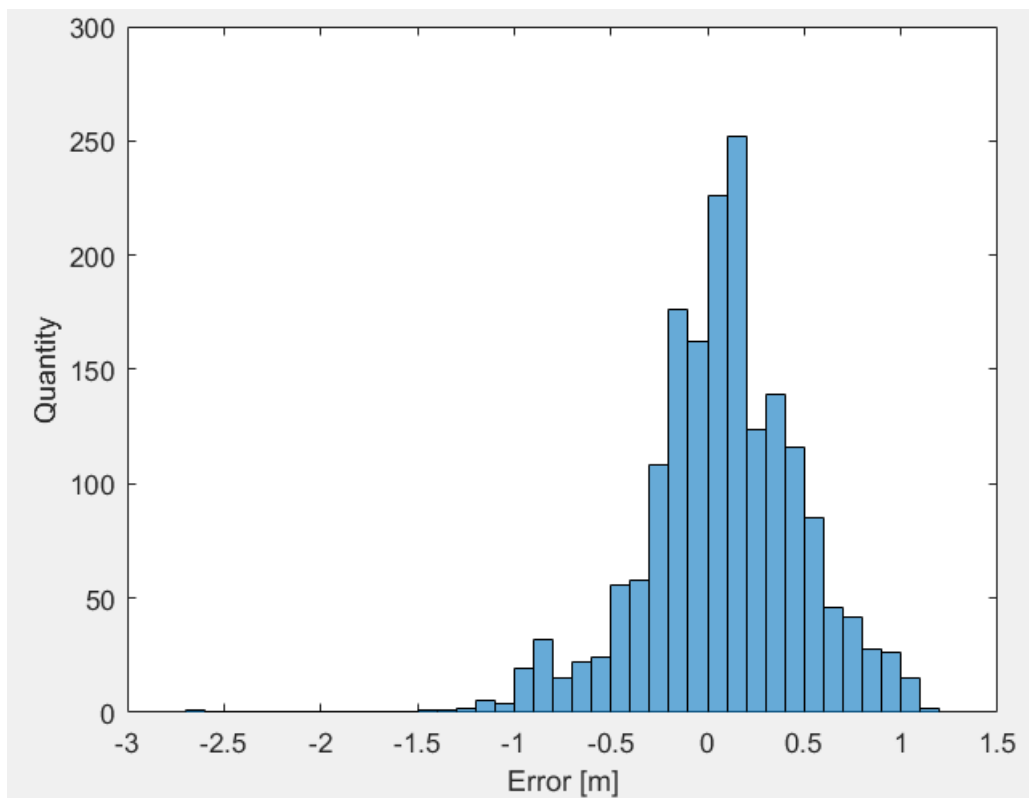
Her er resultatene på feilene n_i og e_i til Ublox-mottakeren. De kommer fra totalt 3478 observasjoner. Ettersom alle observasjonene som ble fjernet av grovfeilsøk var i nordlig retning, er det her flere observasjoner i østlig retning.

Tabell 10: Statistikk på Ublox-feil i hver retning

	n_i	e_i
Antall observasjoner	1691	1787
Maksimum	3.4420 m	1.1390 m
Minimum	-3.0905 m	-2.6913 m
Gjennomsnitt	0.5579 m	0.0825 m
Median	0.2772 m	0.0924 m
Standardavvik	1.2364 m	0.4049 m



Figur 24: Histogram feil i nordlig retning



Figur 25: Histogram feil i østlig retning

Histogrammene i figur 24 og 25 viser at feilene i nordlig retning ikke ser normalfordelte ut. Her er ikke den største forekomsten rundt gjennomsnittet på 0.56m, men heller rundt 0. Det er to toppunkter på hver side av gjennomsnittet, og fordelingen ser heller ikke symmetrisk ut rundt middelverdien. Det er vanskeligere å konkludere noe for e_i ut ifra histogrammet. Toppunktet til histogrammet er rundt middelverdien på omtrent null, og stort sett synker forekomster ved en større sigma-verdi. Histogrammet er grovt sett symmetrisk rundt middelverdien, men det er en del større unntak som gjør at variabelen ikke er normalfordelt.

«Goodness-of-fit»-testen i formel (22) hadde en nullhypotese om at dataene er normalfordelte. For både n_i og e_i viser resultatene at nullhypotesen ikke stemmer. P-verdi er henholdsvis $5.90 \cdot 10^{-42}$ og $4.49 \cdot 10^{-22}$. Dataene ser dermed ikke normalfordelte ut.

Beregningene på total størrelse på feil fra formel (23) presenteres i tabell 11:

Tabell 11: Totale størrelser på Ublox-feil

	f_i	n_i	e_i
Antall observasjoner	1691	1691	1787
Maksimum	3.5134 m	3.4420 m	2.6913 m
Minimum	0.0233 m	0.0017 m	0.000011004 m
Gjennomsnitt	1.1502 m	1.0454 m	0.3151 m
Median	0.9328 m	0.8002 m	0.2287 m
Standardavvik	0.8284 m	0.8641 m	0.2672 m
Kvadratisk gjennomsnitt	1.4174 m	1.3561 m	0.4131 m

Feilene i nordlig retning på det jevne er større enn de østlige feilene. Både maksimum- og minimumsverdiene er større, men mer interessant er at både gjennomsnittsverdiene og medianverdiene er over tre ganger så store i nordlig retning. Standardavviket er også tilsvarende over tre ganger så stort. Tatt i betraktning at alle observasjonene som ble fjernet på grunn av grove feil også er i nordlig retning, ville nok denne forskjellen vært enda større uten gjennomføringen av grovfeilsøket. Det er overraskende at det er så store forskjeller på nøyaktigheten i de to retningene. Det er vanskelig å si noe om grunnen til dette uten å vite noe

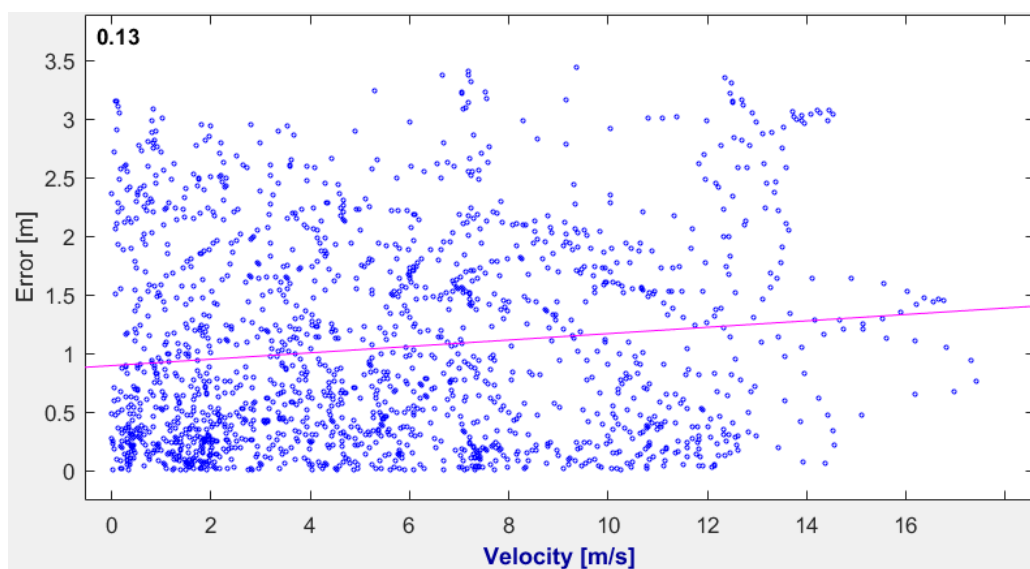
nærmere om dette også vil være tilfellet ved senere forsøk. Kanskje var det en liten feil på utstyret som førte til forskjellen. En annen teori kan være at målested var langt nord og de fleste satellitter var lengre sør, noe som ga dårligere satellittgeometri til å bestemme koordinatforskjeller i nordlig retning enn i øst-retningen.

Tabell 11 gir de endelige resultatene på hvor gode målingene til Ublox-antennen er. En maksimumsverdi på kun 3.5 m er nokså liten. Tilsvarende er gjennomsnittsverdien og medianen på henholdsvis rett i overkant og rett i underkant av 1 meter, noe som også er lavt. Igjen er verdiene noe lavere enn målt siden ekstremverdiene er tatt vekk ved grovfeilsøket, men resultatene får da frem bedre hva som er oppnåelig nøyaktighet under ideelle forhold.

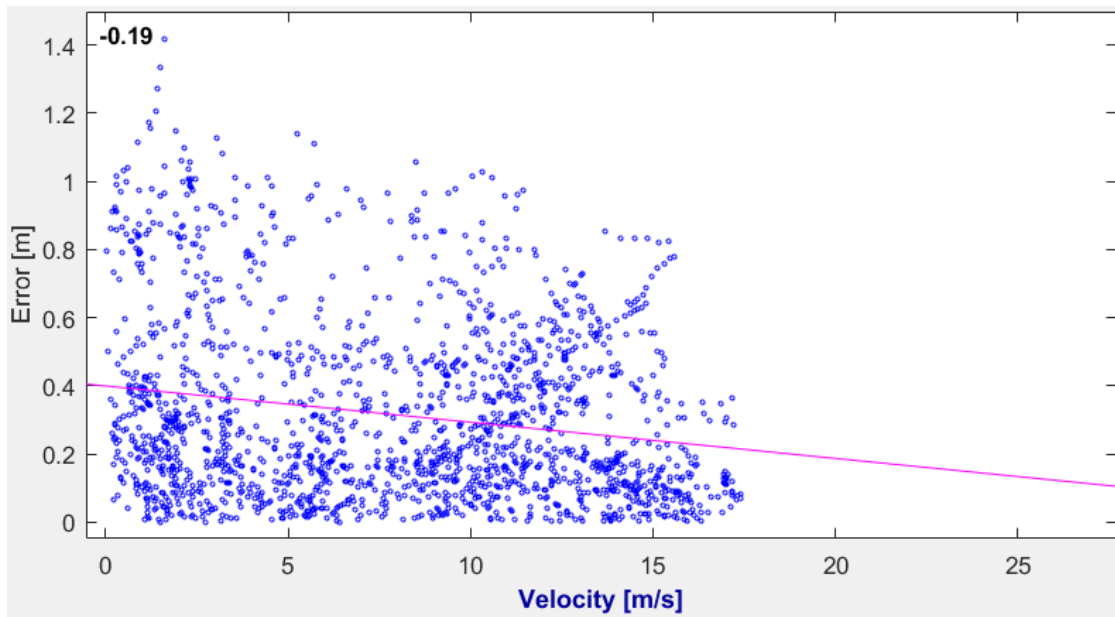
Sammenlignet med den forventede nøyaktigheten på 2.5-7.5 m, som vi diskuterte i kapittel 3.1.1.2, er det kvadratiske gjennomsnittet på 1.42 m til grunnrissavviket f_i relativt lavt. Spesielt med tanke på at datasettet var samlet inn fra kjøretøy i hastighet. Dette er godt innenfor hva vi kan forvente med enkeltstående punktbestemmelse for kodemålinger, og kan peke mot at det er en form for korreksjon på GNSS-dataene samlet inn med Ublox-antennen.

4.2.4 Hastigheter og feil

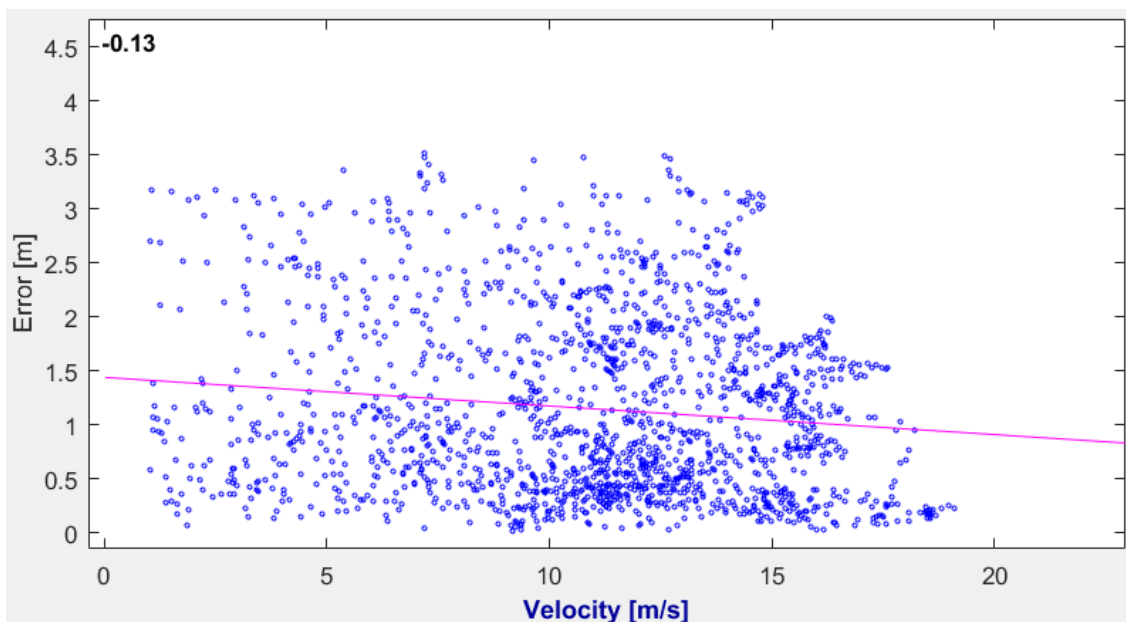
Det ble gjort undersøkelser på om Ubloxen sin målenøyaktighet varierer med hastigheten bilen kjører i. Ved å teste for korrelasjon mellom feilene og hastighet, får vi disse plottene:



Figur 26: Korrelasjon mellom hastighet og feil i nordlig retning



Figur 27: Korrelasjon mellom hastighet og feil i østlig retning



Figur 28: Korrelasjon mellom hastighet og feil, totalt

Ut ifra figurene over kan det ikke sees noen klar sammenheng mellom større feil ved høyere hastigheter. Nordover viste feilene en liten positiv korrelasjon, mens østover og totalt var korrelasjonen negativ og lav.

For å prøve å finne mer data på om det er noen sammenheng eller ikke, har det blitt sett på noen karakteristikk ved dataene ved ulike hastigheter. Det er ikke store deler av kjøreturen

der hastigheten har vært veldig høy, så grensen for høye hastigheter har blitt satt relativt lavt for å få nok observasjoner. Analyse av data ved forskjellige hastigheter er presentert i tabell 12, 13 og 14.

Tabell 12: Statistikk på feil ved høye og lave hastigheter i nord-retning

n_i	$v_n < 3 \text{ m/s}$	$3 \text{ m/s} > v_n > 12 \text{ m/s}$	$v_n > 12 \text{ m/s}$
Antall observasjoner	589	967	135
Maksimum	3.1566 m	3.4420 m	3.3529 m
Minimum	0.0020 m	0.0017 m	0.0313 m
Gjennomsnitt	0.9389 m	1.0410 m	1.5406 m
Median	0.5877 m	0.8487 m	1.3836 m
Standardavvik	0.8716 m	0.8113 m	1.0206 m

Tabell 13: Statistikk på feil ved høye og lave hastigheter i øst-retning

e_i	$v_e < 3 \text{ m/s}$	$3 \text{ m/s} > v_e > 12 \text{ m/s}$	$v_e > 12 \text{ m/s}$
Antall observasjoner	423	909	455
Maksimum	2.6913 m	1.1390 m	0.8515 m
Minimum	0.000011004 m	0.00097801 m	0.0023 m
Gjennomsnitt	0.4062 m	0.3051 m	0.2504 m
Median	0.3041 m	0.2272 m	0.1636 m
Standardavvik	0.3324 m	0.2452 m	0.2139 m

Tabell 14: Statistikk på feil ved høye og lave hastigheter, totalt

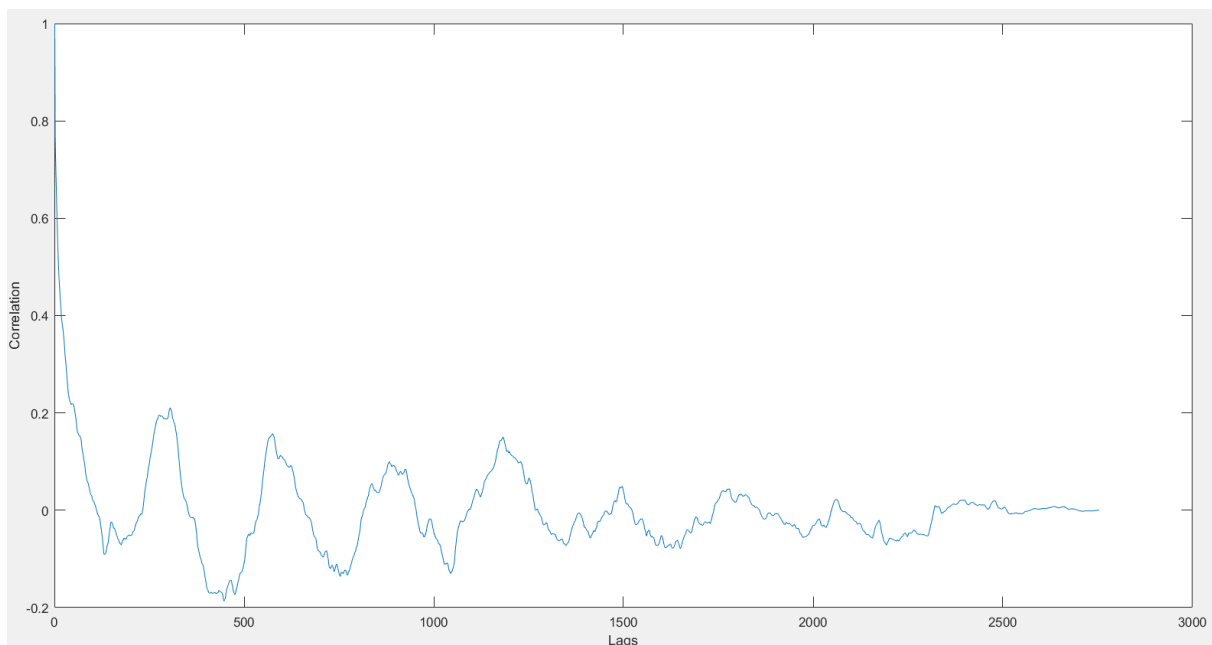
f_i	$v_e < 5 \text{ m/s}$	$5 \text{ m/s} > v_e > 15 \text{ m/s}$	$v_e > 15 \text{ m/s}$
Antall observasjoner	165	1255	272
Maksimum	3.1749 m	3.5134 m	2.0085 m
Minimum	0.0722 m	0.0233 m	0.0333 m
Gjennomsnitt	1.3039 m	1.1947 m	0.8527 m
Median	0.9587 m	0.9403 m	0.8008 m
Standardavvik	0.9214 m	0.8472 m	0.5792 m

Resultatene fra tabellene over understreker korrelasjonsplottene i figur 26-28. I nord-retning øker både medianen og gjennomsnittet med hastigheten. Standardavviket er også størst ved store hastigheter. Dette stemmer overens med en svak, positiv korrelasjon. Helt motsatt synker medianen, gjennomsnittet og standardavvikene på feilene i øst-retning når hastighetene øker. Dette stemmer overens med en lav, negativ korrelasjon mellom feil og hastighet. Det samme er også tilfellet for total feil i begge retninger, feilene synker med høyere hastigheter, noe som gjenspeiler seg i korrelasjonen.

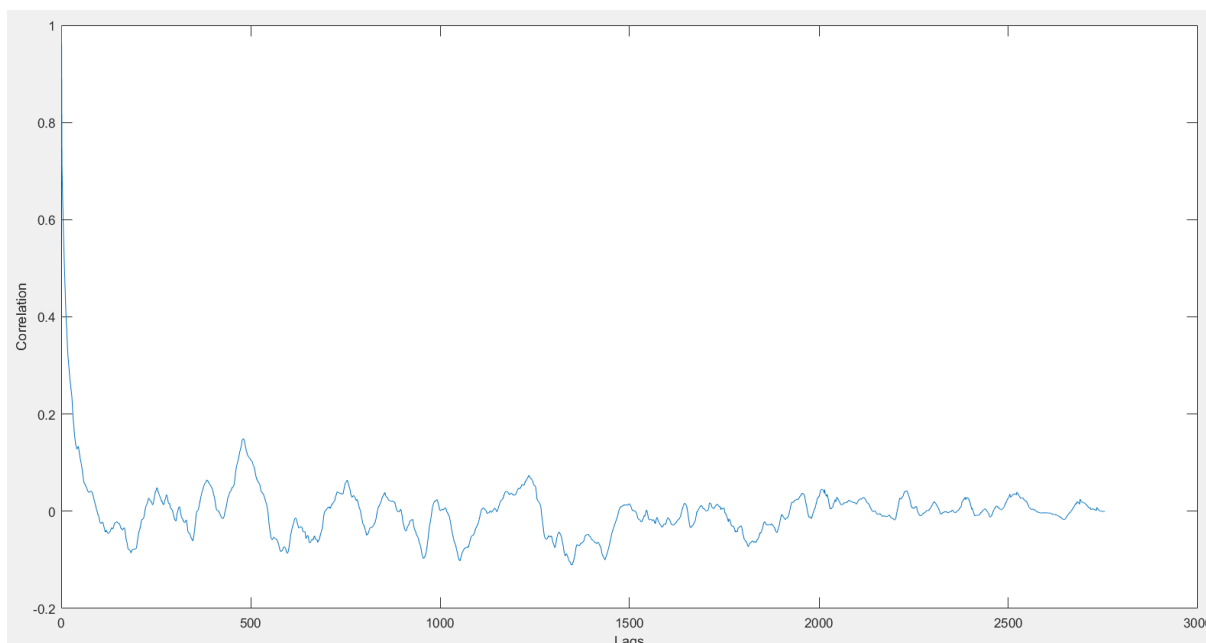
Når både figurene og tabellene over viser at korrelasjonen mellom hastigheter og feil er positiv i nordlig retning og negativ i østlig retning og totalt, er det vanskelig å se noen klare sammenhenger mellom unøyaktighetene til Ublox-mottakeren og hastigheten bilen kjører i.

4.2.5 Autokorrelasjon

Her er plottene for autokorrelasjonsfunksjonen:

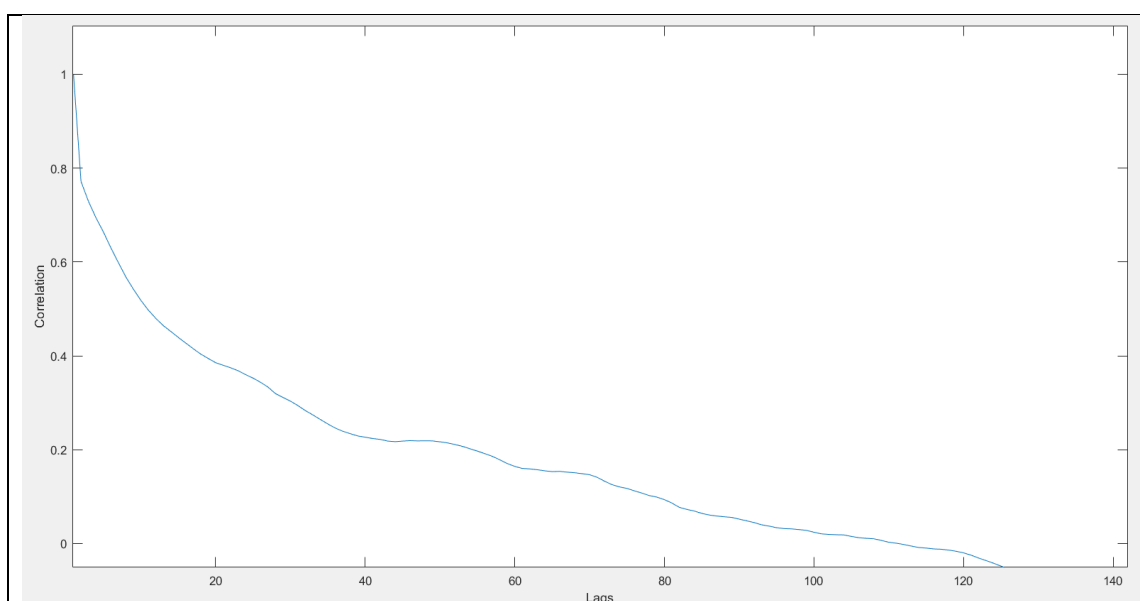


Figur 29: Autokorrelasjonsfunksjon for nordlige feil. Lags i sekunder.

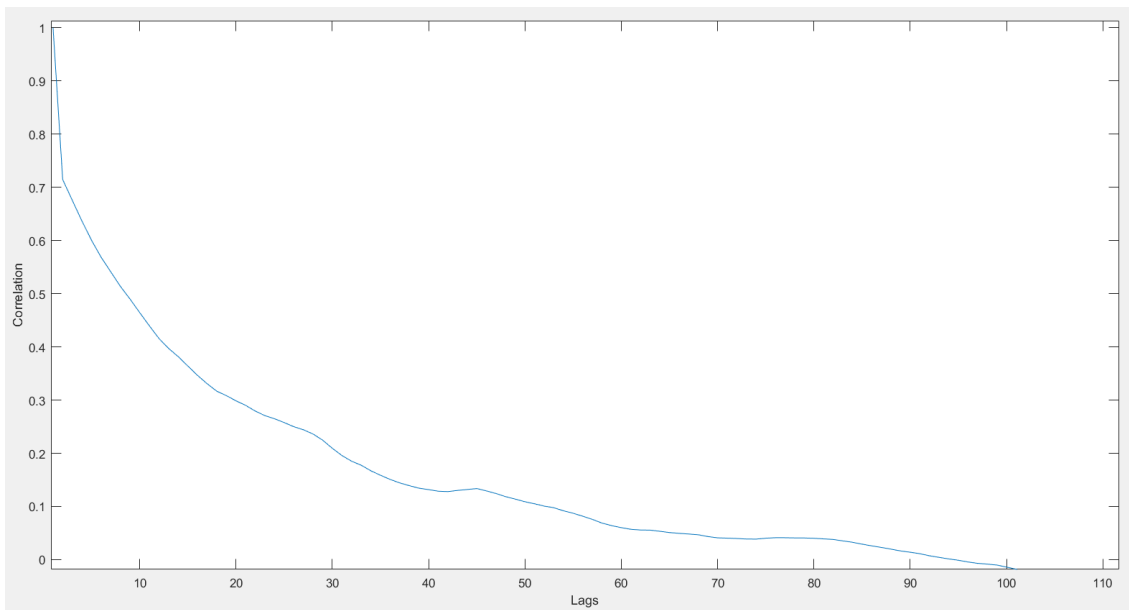


Figur 30: Autokorrelasjonsfunksjon for østlige feil. Lags i sekunder.

Figur 29 og 30 viser ACF plottet for 2754 «lags», altså 2753 sekunder fra forsøkstart til forsøkslutt. Figuren over korreksjonen n_i viser en tendens på klare topppunkter og bunnpunkter i grafen med jevne mellomrom. Det er omtrent 300 «lags» mellom hvert toppunkt. Topp- og bunnpunktene blir stort sett svakere med en høyere «lag»-verdi, og på slutten av dataserien er funksjonen omtrent helt flat. Plottet over ACF for e_i viser en mer tilfeldig linje. Det er også her en del topp- og bunnpunkter, men både svakere og mindre systematisk.



Figur 31: Første 100 lags i nordlig retning. Lags i sekunder.



Figur 32: Første 100 lags for østlig retning. Lags i sekunder.

Fra figurene 31 og 32 kan det leses tydeligere hvor fort hver graf dør ut, altså nærmer seg null. Dersom dataseriene for korreksjonene skal være helt uavhengig og ikke vise noen korrelasjoner, burde ACF-plottet nå null med en gang. For n_i tar det omtrent 120 «lags» før funksjonen når null, mens det tar omtrent 100 «lags» før e_i dør ut. For korreksjonene i begge retninger er dette for lang tid til at korreksjonene kan sees på som uavhengige. Det er altså en korrelasjon mellom n_{i-1} , n_i , n_{i+1} også videre, og tilsvarende i østretning. Hver ny feil i dataseriene er ikke uavhengig av de forrige feilene i dataserien.

Dersom det skal sies noe om hvilken av dataseriene som har størst korrelasjon i seg, virker det å være i nordlig retning. Dette både fordi dataserien dør tregere ut, men også fordi plottet i figur 29 virket å ha systematiske topp- og bunnpunkter med jevne mellomrom, mot et mer tilfeldig plott for østlig retning i figur 30.

Vektmatrisen brukt ved estimering av minste kvadraters metode i denne oppgaven er erstattet med en identitetsmatrise for å gi lik vekt til hver observasjon. En vektmatrise med nullverdier utenfor hoveddiagonalen forutsetter egentlig uavhengige feil/korreksjoner. Signifikante autokorrelasjoner i estimerte korreksjoner viser at det kanskje vil være riktigere å benytte en symmetrisk vektmatrise med verdier i de omtrent 100 elementene nærmest hoveddiagonalen. Dette er ikke undersøkt nærmere i denne oppgaven.

4.3 Utvidet modell

Det er en klar tendens i store deler av datasettet om at Ublox-mottakeren sine målinger er lengre nord enn hva bilens posisjon skulle tilsi. Hva innebærer dette ved beregningen av Δt ?



Figur 33: Ublox-punkter mot Leica-punkter. Avstanden i nordlig retning er på drøyt 5 m.



Figur 34: Bilens plassering på veien

Figur 33 viser forskjell i Leica- og Ublox-koordinater visualisert i Google Earth. Her kjører bilen vestover langs Olav Tryggvasons gate i Trondheim Sentrum. Figur 34 viser gjennom skjermdump av videoen tatt under turen at bilen kjører i det venstre feltet. Dette stemmer bra med Leica-mottakeren sine koordinater som ligger i venstrefilen på figur 33. Ublox-koordinatene ligger derimot på fortauet omtrent 5 m lengre nord.



Figur 35: Utsnitt fra Dybdahls veg. Avstanden ved kjøring vestover var ca. 2.5m i nordlig retning.

Figur 35 viser et annet eksempel fra kjøring østover og vestover på Dybdahls veg. Østover mot Jonsvannet var koordinatene til de to forskjellige mottakerne tett på hverandre i nordlig retning. Derimot, på tilbaketuren, lå Ublox-koordinatene for langt nord, tett inntil grøften av veien.



Figur 36: Olav Tryggvasons veg med punkt 125 cm bak Leica-antennen

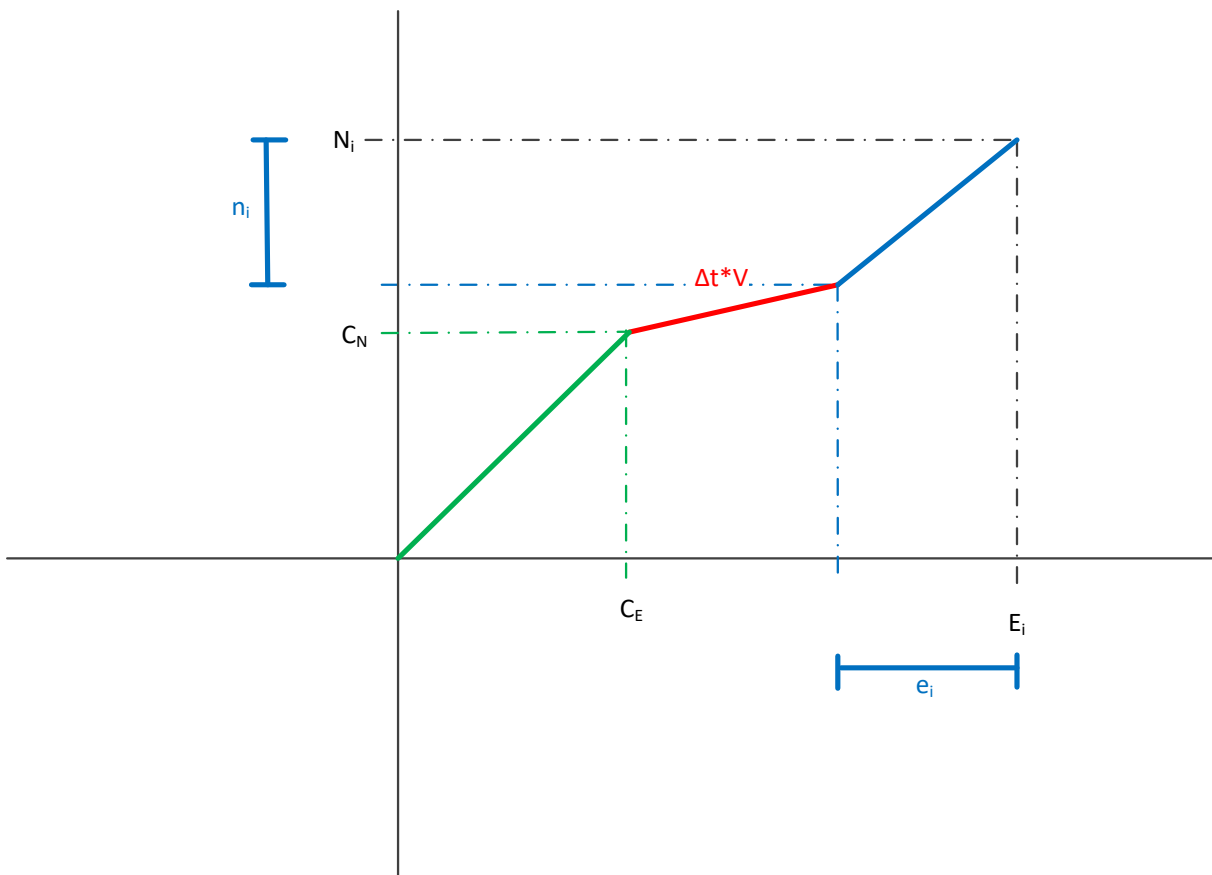
I figur 35 er punktet 125 cm bak Leica-antennen, altså «fasitpunktet» til Ublox-mottakeren, markert med små firkanter. Forskjellen mellom dette punktet og Ublox-koordinatene skal komme fra Ublox-mottakeren sine feil, samt bidraget fra Δt . Med tanke på hastighetsvektoren til bilen, er det tydelig at $v \cdot \Delta t$ bidraget ikke kan forklare den store forskjellen nordover. I utgangspunktet skulle man også forvente at Ublox-mottakeren sine feil ikke har en gjennomsnittsverdi på over en halv meter for langt nord, men heller noe nært null.

4.3.1 Estimering av Δt ved utvidet modell

Når da den forrige modellen ble påvirket av de systematiske målingene for langt nord, ble det testet ut en ny utvidet minste kvadraters metode-modell som ikke skulle bli påvirket av dette i like stor grad ved beregning av Δt .

$$A = \begin{bmatrix} v_{1,N} & 1 & 0 \\ v_{1,E} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{n,N} & 1 & 0 \\ v_{n,E} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} N_1 \\ E_1 \\ \vdots \\ N_n \\ E_n \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} -n_1 \\ -e_1 \\ \vdots \\ -n_n \\ -e_n \end{bmatrix} \quad x = [\Delta t \quad c_N \quad c_E]$$

Denne modellen prøver å fange opp tendensen med de nordlige målingene gjennom en ekstra konstant, c_N . I tillegg blir en tilsvarende konstant for østlig retning, c_E , også satt inn i modellen, se figur 37. Konstantene skal gjøre slik at korreksjonene n_i og e_i burde ha en gjennomsnittsverdi nær null i motsetning til hva tilfellet var i forrige modell, gitt i tabell 10.



Figur 37: Oversikt over observasjonene når konstanter er lagt til

Med den nye modellen ble det også gjennomført estimering av parametere ved bruk av minste kvadraters metode og grovfeilsøk. Denne gangen ble 101 observasjoner fjernet i et grovfeilsøk med samme tabell-verdier som for den opprinnelige modellen. Også denne gangen var alle grovfeilene på observasjoner i nordlig retning. Resultatene fra minste kvadraters metode med denne modellen etter utvalg på hastigheter over 1 m/s og etter grovfeilsøk er gitt i tabell 15.

Tabell 15: Minste kvadraters metode med ny modell

	Δt	c_N	c_E
\hat{x}	0.00043779 s	0.5945 m	0.0831 m
Standardavvik	0.0019 s	0.0219 m	0.0213 m
σ_0^2	0.8073 m ²		

Med ny modell og nye parametere i \hat{x} , vil det igjen være interessant å se om disse parameterne er signifikante. Selv om det denne gangen er tre ukjente og ikke bare én, er antallet observasjoner og frihetsgrader så høyt at tabellverdien igjen blir 1.960.

Tabell 16: Signifikans på parametere i ny modell

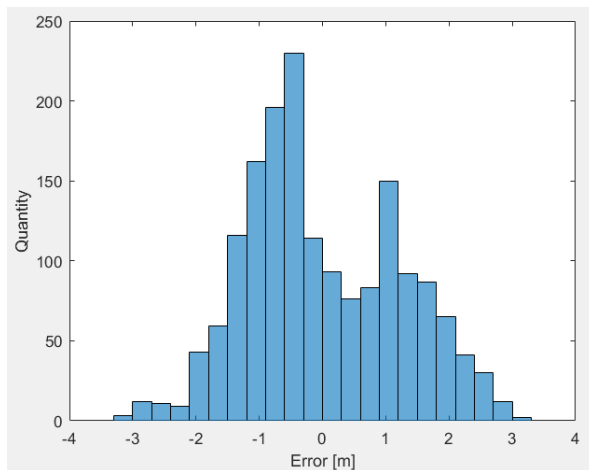
	Δt	c_N	c_E
Test-verdi	0.235	27.166	3.904
Signifikant?	Nei	Ja	Ja

I likhet med den opprinnelige modellen, beregner den utvidede modellen Δt til en så liten verdi at det ikke kan slås fast at parameteren er signifikant forskjellig fra null.

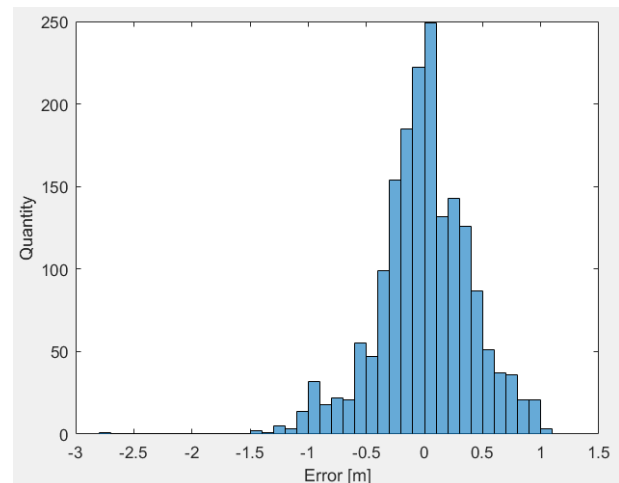
Konstantverdien i nord-retning på nesten 60 cm er klart signifikant og viser at det definitivt er en nordlig tendens på Ubloxen sine målinger. Konstantverdien i østlig retning var mye lavere, kun på 8 cm. Dette ga en testverdi på 3.904, noe som da er større enn tabellverdien på 1.960, og sier at denne parameteren også er signifikant.

Korreksjonene i tabell 16 er i samme størrelsesorden som gjennomsnittet til feilene fra forrige modell på 56 cm i nordlig retning og 8 cm i østlig retning, noe som var forventet. Noe forskjell var også forventet med tanke på at grovfeilsøket fjernet et annet antall observasjoner enn for den opprinnelige modellen.

4.3.2 Nøyaktighet på Ublox-data ved utvidet modell



Figur 38: Histogram ny modell for feil i nordlig retning



Figur 39: Histogram for ny modell for feil i østlig retning

Histogrammene fra den nye modellen er tilsvarende histogrammene fra den opprinnelige modellen, figur 38 og 39. Den store forskjellen ligger i at konstantene c_N og c_E har forflyttet histogrammene litt. Toppunktet for histogrammet for nord fra forrige modell lå omtrent på 0, mens nå har konstantverdien på omtrent 60cm flyttet dette toppunktet til å ligge på omtrent -60cm.

Tabell 17: Statistikk på Ublox-feil i nord- og øst-retning ved ny modell

	n_i	e_i
Antall observasjoner	1686	1787
Maksimum	3.1180 m	1.0611 m
Minimum	-3.0712 m	-2.7734 m
Gjennomsnitt	0 m	0 m
Median	-0.2949 m	0.0061 m
Standardavvik	1.2204 m	0.4037 m

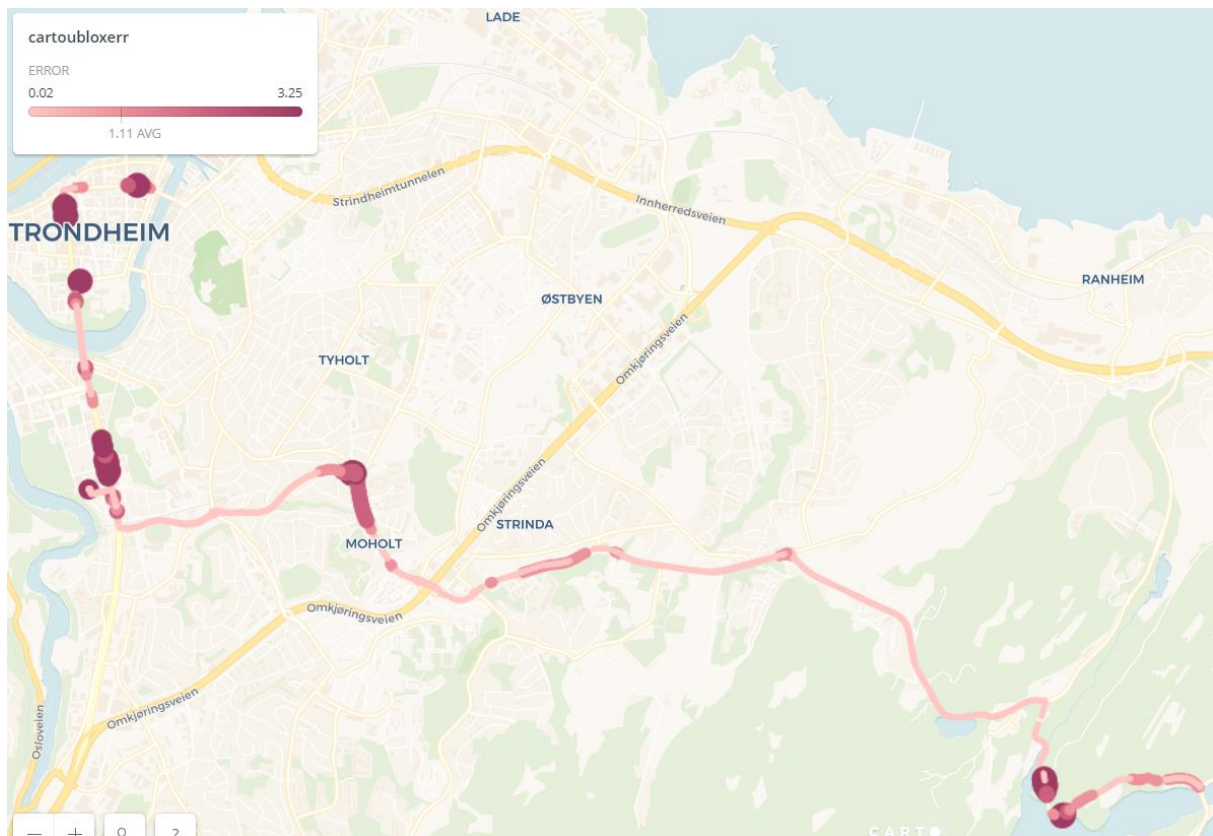
Tabell 17 viser relativt tilsvarende maksimums-, minimums-, median og standardavviksverdier som tabell 10 viser for den forrige modellen. Maksimumsverdien for feil i nordlig retning, samt medianen i østlig retning er blitt noe lavere. Den største forskjellen

ligger i at gjennomsnittsverdiene for feilene i begge retninger nå er på null. Det betyr at for den utvidede modellen er $\sum \hat{v} = 0$.

Tabell 18: Totale feil på Ublox-målinger med ny modell

	f_i	n_i	e_i
Antall observasjoner	1686	1686	1787
Maksimum	3.2493 m	3.1180 m	2.7734 m
Minimum	0.0222 m	0.0039 m	0.000037 m
Gjennomsnitt	1.1137 m	1.0322 m	0.3020 m
Median	1.0167 m	0.9413 m	0.2371 m
Standardavvik	0.6434 m	0.6506 m	0.2678 m
Kvadratisk gjennomsnitt	1.2861 m	1.2200 m	0.4036 m

Resultatene over i tabell 18 gir kanskje et bedre inntrykk av nøyaktigheten til Ublox-mottakeren enn det den forrige modellen gjorde i tabell 11. Nå er ikke den klare tendensen i høye nord-verdier like godt representert i korreksjonene og feilene som før. Vi vil i utgangspunktet anta at en slik tendens normalt ikke skal være der, og at den nye modellen dermed blir riktigere. Nøyaktigheten blir denne gangen målt til å være enda litt bedre, med blant annet lavere maksimum- og gjennomsnittsverdier. Medianverdien er derimot litt høyere. Standardavviket på 0.64 m er betydelig lavere enn de 0.83 m for forrige modell. Også det kvadratiske gjennomsnittet er en del lavere enn for den forrige modellen. Dermed presterer Ublox-mottakeren enda bedre ved den utvidede modellen når man sammenligner mot den antatte nøyaktigheten fra datablad og *Satellittbasert posisjonsbestemmelse*. Dette tyder i enda større grad på at Ublox-mottakeren mottar korreksjoner i form av SBAS.



Figur 40: Oversikt over Ublox-feil [m]

I likhet med Leica-antennen, er de største feilene som blir gjort med Ublox-mottakeren i sentrum og langs Elgesetergate, samt i skogsområder rundt Jonsvannet. Det er de totale feilene f_i som er visualisert i figur 40. Figuren viser samtidig hvor det ikke har blitt beregnet nøyaktighet på Ublox-målingene gjennom hull i punktserien. Hullene kommer av at Leica-antennen ikke hadde fasemålinger i punktet, at Ublox-observasjoner har blitt fjernet på grunn av grove feil, eller at Leica- og Ublox-datasettene ikke hadde noe sammenfallende tidsstempel. Hullene i tidsserien er klart størst i sentrum og er enda en indikasjon på at nøyaktigheten på GNSS-koordinater ikke er så god i bynære områder som ved ideelle forhold.

4.3.3 Alternative estimeringer av Δt

Det ble i denne oppgaven gjort en vurdering på at estimeringen av tidsforskjellen Δt var best etter gjennomføring av grovfeilsøk og utvalg av hastigheter på over 1 m/s. Noen alternative estimeringer for den opprinnelige modellen uten grovfeilsøk ved forskjellige hastigheter, ble vist i begynnelsen av kapittel 4.2.1. Nå, med den utvidede modellen, skal vi se på alternative

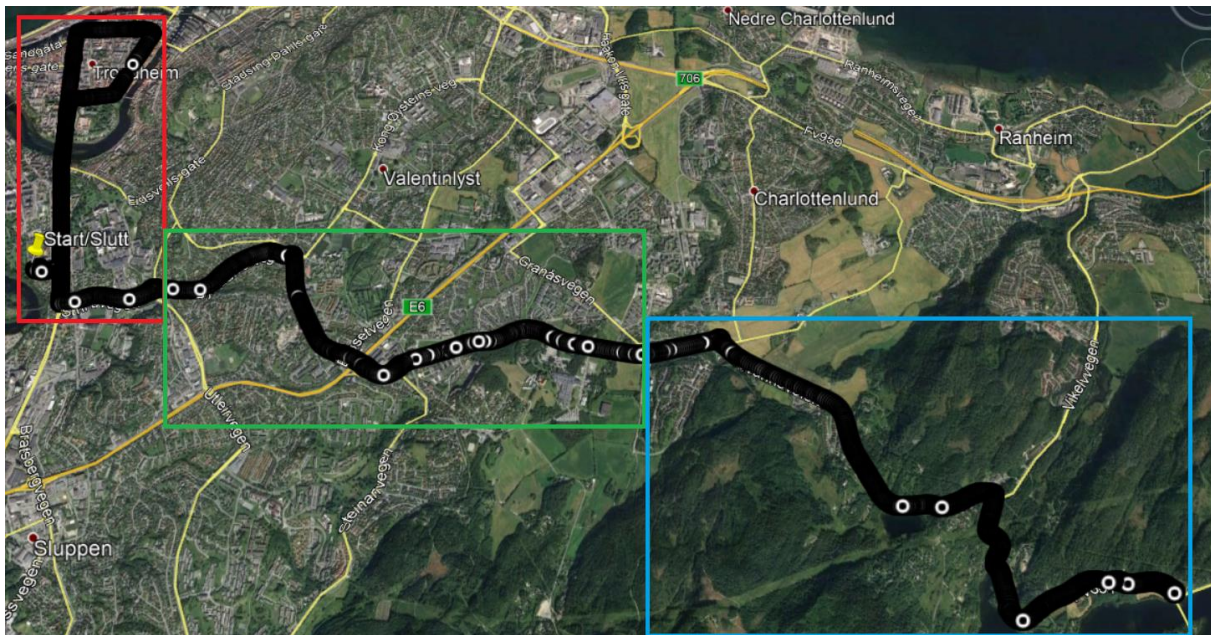
vurderinger som kunne blitt gjort ved estimering av Δt , for å se hvor mye dette kan variere estimeringen. Alle estimeringene her er gjort etter grovfeilsøk.

Først ble Δt estimert ved forskjellige minimumshastigheter, vist i tabell 19.

Tabell 19: Estimering av Δt ved forskjellige minimumshastigheter

Minimum hastighet	Antall observasjoner	Δt	Aposteriorisk varians $\hat{\sigma}_0^2$	Standardavvik Δt
0 m/s	4150	-0.0015 s	1.1064 m ²	0.0022 s
1 m/s	3473	-0.00043779 s	0.8073 m ²	0.0019 s
5 m/s	3112	0.0011 s	0.7604 m ²	0.0018 s
10 m/s	1122	0.0027 s	0.7055 m ²	0.0019 s
15 m/s	544	0.0091 s	0.4529 m ²	0.0025 s

Videre resultater vil være med hastigheter over 1 m/s. Det kan være interessant å se på estimeringen av Δt ved utvalg på geografiske områder. Datasettet har blitt delt inn i tre soner, sone 1 i rødt, 2 i grønt og 3 i blått, som vist av figur 41. Sone 1 består av relativt høye bygninger tett innpå veien, sone 2 av boligområder og mer åpenhet rundt veien, mens i sone 3 er det mindre bebyggelse, men en del skog nær veien.



Figur 41: Oversikt over soneinndelinger

Resultatene fra estimeringen av Δt ved bruk av observasjoner kun fra én sone er vist i tabell 20.

Tabell 20: Estimering av Δt basert på geografiske inndelinger

Sone	Antall observasjoner	Δt	Aposteriorisk varians $\hat{\sigma}_0^2$	Standardavvik Δt
1	1116	-0.0441 s	0.7648 m ²	0.0043 s
2	1147	0.0140 s	0.7793 m ²	0.0028 s
3	1163	0.0071 s	0.6411 m ²	0.0026 s

Som en test og sammenligning mellom observasjoner i nordlig og østlig retning, har det blir gjennomført estimering av Δt med kun observasjoner fra én av retningene. Beregning av vinkler er fortsatt gjort med hastigheter fra begge retninger, men observasjonene i L -matrisen og hastighetene i A -matrisen er kun i én retning. Med observasjoner i kun én retning, blir det kun én konstant som skal estimeres i \hat{x} -vektoren sammen med Δt .

Tabell 21: Estimering av Δt med observasjoner i kun én retning

Retning	Antall observasjoner	Δt	Konstant	Aposteriorisk varians $\hat{\sigma}_0^2$	Standardavvik Δt
Nord	1500	-0.0184 s	0.6462 m	1.6587 m ²	0.0046 s
Øst	1522	0.0052 s	0.0843 m	0.1606 m ²	0.0011 s

Resultatene i tabell 19, 20 og 21 viser en del variasjon i estimeringen av Δt . Både ved utvalg av høye minimumshastigheter og ved kjøring i sone 2 og 3, blir tidsforskjellen estimert til en positiv verdi signifikant forskjellig fra 0. Det er naturlig at samme resultat forekommer for disse to estimeringene, ettersom bilen hadde høyest hastighet i disse sonene. Også ved kun bruk av østlige observasjoner, blir Δt estimert til en positiv verdi signifikant forskjellig fra null. Motsatt gir estimeringen en negativ verdi for sone 1 og kun nordlige observasjoner.

Tidligere har blitt vist at de største unøyaktighetene som ble beregnet for Ublox-mottakeren var i nordlig retning, og at alle grove feil som ble detektert var i den samme retningen. Vi så også i forrige delkapittel at området med dårligst posisjonsnøyaktighet var sone 1. Det kan bety at estimeringene av Δt i sone 1 og ved kun bruk av nordlige observasjoner, ikke er like gode som for de to andre sonene og de østlige observasjonene. Dermed kan det bety at

estimeringene på Δt på rundt 0.0050 s – 0.0100 s er mer korrekte en den totale estimeringen ved bruk av observasjoner i alle tre soner og begge retninger. Ved kjøring i 20 m/s, vil en slik forskjell i Δt kunne utgjøre 10-20 cm. Dersom man tar dette i betraktning, kan det bety at Leica-mottakerens nøyaktighet heller vil være på omtrent 1.5 m.

4.3.4 Øvrig dataanalyse

Resultater av dataanalyser som testing og simulering, autokorrelasjon og feil i forskjellige hastigheter, er for den utvidede modellen ikke tatt med i rapporten. Til tross for at vi legger til noen ekstra konstant-parametere i den utvidede modellen, er de to modellene totalt sett relativt like.

Selv om gjennomsnittsverdien til feilene i nord- og øst-retning ble lik null med den nye modellen, vil fortsatt resultatet av autokorrelasjonsfunksjonen bli tilsvarende som for den opprinnelige modellen. Dette kan vi se av histogrammene til feilene av figur 24 og 25 for opprinnelig modellen, samt 38 og 39 for utvidet modell. Når snittet flyttes til null ved den utvidede modellen, flytter resten av histogrammet seg i samme retning også. Dermed blir leddet $(x - \bar{x})$ i formel (26), kapittel 3.3.3, tilsvarende for begge modellene, og autokorrelasjonsfunksjonen også tilsvarende.

Når også resultater fra simulering og hastigheter og feil viser tilsvarende resultater for den utvidede modellen som for den opprinnelige, går vi ikke igjennom det på nytt for den utvidede modellen, men referer heller til resultatene fra den opprinnelige modellen.

5 Konklusjon

Kodebaserte GNSS-mottakere vil være en viktig komponent i morgendagens bilnavigasjonsløsninger og spesielt for utviklingen av selvkjørende biler. Det vil stilles krav til de kodebaserte mottakerne om en posisjonsnøyaktighet på godt under 1 meter, gjerne ned mot få centimetre. Denne oppgaven har sett på hva slags nøyaktighet man kan forvente av dagens kodebaserte GNSS-mottakere.

Gjennom arbeid med oppgaven ble det utviklet en metode der en GNSS-mottaker med fasemålinger ble brukt for å gi svar på hvor god posisjonsnøyaktighet den kodebaserte mottakeren har. Metoden har synkronisert tidsseriene til de to mottakerne når de samler inn data fra kjøretøy i bevegelse. Metoden har tatt hensyn til utfordringene med at de to mottakerne måler i forskjellige punkter, med usynkroniserte samplingsrater og i forskjellige referanserammer. Denne metoden skal være en generell metode som kan brukes ved andre kjøretøysforsøk der en mottaker brukes som en referanse for å beregne nøyaktigheten til den andre.

Videre har prestasjonen til metoden blitt utprøvd gjennom forskjellige tester og simuleringer for å se hvor godt den fanget opp forskjellen i samplingstidspunkt mellom de to antennene. Resultatene ga estimeringer av Δt -verdier som var sammenfallende nok med de forventede verdiene til at det ble konkludert med at metoden vil beregne tidsforskyvningen mellom mottakerne korrekt. Dette betyr også at metoden skal kunne gi gode estimater på nøyaktigheten til kodemottakeren.

På grunn av at kodemottakeren gjennomgående beregnet nord-koordinater lengre nord enn hva bilens posisjon skulle tilsi, ble en utvidet modell utviklet for at beregning av Δt og kodemottakeren sine feil skulle bli mest mulig korrekt. Både den opprinnelige og den utvidede modellen er beskrevet i denne oppgaven.

Når tidsseriene fra de to mottakerne var synkronisert, ble nøyaktigheten til kodemottakeren beregnet. Fra tabell 12 og 18 har vi verdiene på det kvadratiske gjennomsnittet til de to tabellene, på henholdsvis 1.42 m og 1.29 m. Sammenlignet med forventede verdier på 2-2.5 m fra databladet til kodemottakeren, er dette lave verdier. Det var noe usikkerhet på om kodemottakeren hadde mottatt korreksjoner fra SBAS under kjøreturen, men med resultatene presentert i denne oppgaven tatt i betraktning, ser det ut til at SBAS har vært påslått.

Resultatene presentert i kapittel 4.2.5 viste ingen klar sammenheng mellom kodemottakerens nøyaktighet og hastigheten til kjøretøyet.

Et moment ved oppgaven som kan være interessant å se på videre, er at feilene var betydelig større i nordlig retning enn i østlig. I tillegg var alle grove feil i nordlig retning. Ved videre forsøk, i forskjellige omgivelser, vil dette også være tilfellet? Hvis ja, vil det kunne være interessant å se om det er satellittgeometrien eller andre faktorer som bidrar til dette. En alternativ retning oppgaven kunne tatt, var å ta resultatene til autokorrelasjonsfunksjonen i betraktning. I kapittel 4.2.5 så vi at feilene til kodemottakeren ikke var helt ukorrelerte. Det hadde vært interessant å se hvordan resultatene til modellen hadde blitt dersom vektmatrisen hadde hatt ikke-nullverdier i de omtrent 100 nærmeste elementene til hoveddiagonalen.

Sammenlignet med kravet til morgendagens kodebaserte GNSS-mottakere, er punktnøyaktigheter på over 1 meter for høyt. Ved dette forsøket var derimot ikke valg og oppsett av kodemottaker spesielt siktet inn mot å oppnå best mulig nøyaktighet. Metoden beskrevet i denne oppgaven kunne vært benyttet ved et nytt forsøk med en kodemottaker som er satt opp med hensikt om å oppnå best mulig nøyaktighet. Kapittel 4.3.3 viste at estimeringen av Δt varierte med blant annet geografien. For å kunne bestemme nøyaktigheten på en best mulig måte, vil det være ønskelig med et forsøk som ikke har en usikkerhet i tid, ettersom små tidsvariasjoner kan føre til store posisjonsforskjeller.

Referanseliste

- Carto (2018) *Carto*. Tilgjengelig fra: <https://carto.com/> (Hentet: 10. juni 2018).
- Digi-Key (2018) *ublox NEO-M8N*. Tilgjengelig fra: <https://www.digikey.com/product-detail/en/u-blox-america-inc/NEO-M8N-0/672-1008-1-ND/6150671> (Hentet: 5. juni 2018).
- European GNSS Agency (2016) *What is SBAS?* Tilgjengelig fra: <https://www.gsa.europa.eu/european-gnss/what-gnss/what-sbas> (Hentet: 5. juni 2018).
- European GNSS Agency (2017) *inLane uses Galileo for lane-level positioning*. Tilgjengelig fra: <https://www.gsa.europa.eu/newsroom/news/inlane-uses-galileo-lane-level-positioning> (Hentet: 1. juni 2018).
- European GNSS Service Centre (2018a) *Driving towards the autonomous vehicle*. Tilgjengelig fra: <https://www.gsc-europa.eu/news/driving-towards-the-autonomous-vehicle> (Hentet: 1. juni 2018).
- European GNSS Service Centre (2018b) *Constellation Information*. Tilgjengelig fra: <https://www.gsc-europa.eu/system-status/Constellation-Information> (Hentet: 31. mai 2018).
- European Space Agency (2018) *Satellite pair arrive for Galileo's next rumble in the jungle*. Tilgjengelig fra: https://www.esa.int/Our_Activities/Navigation/Satellite_pair_arrive_for_Galileo_s_next_rumble_in_the_jungle (Hentet: 31. mai 2018).
- Gjevestad, J. G. (2012) Kvalitetskontroll basert på multipl t-test. (Hentet: 23. mars 2018).
- Google (2018) *Google Earth*. Tilgjengelig fra: <https://www.google.com/earth/desktop/> (Hentet: 2. juni 2018).
- Haakonsen, T. A. og Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, F. f. i. o. t. I. f. b. a. o. t. (2005) *Temporal and Spatial Analyses of Continuous GPS Observations*: Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi. (Hentet: 8. mai 2018).
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. og Wasle, E. (2008) *GNSS : global navigation satellite systems : GPS, GLONASS, Galileo and more*. Wien: Springer.
- Information and Analysis Center (2018) *GLONASS Status*. Tilgjengelig fra: <https://www.glonass-iac.ru/en/AboutIAC/index.php> (Hentet: 31. mai 2018).
- inLane (2018) *Objectives*. Tilgjengelig fra: <http://inlane.eu/about/objectives/> (Hentet: 1. juni 2018).
- Kartverket (2013) *Posisjonstjenester i sanntid*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/globalassets/standard/bransjestandarder-utover-sosi/posisjonstjenester-i-sanntid-versjon-1-0.pdf> (Hentet: 25. april 2018).
- Kartverket (2017a) *CPOS*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/posisjonstjenester/cpos/> (Hentet: 25. februar 2018).
- Kartverket (2017b) *CPOS dokumentasjon*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/Posisjonstjenester/CPOS/cpos-dokumentasjon/> (Hentet: 31. mai 2018).
- Kartverket (2018) *Transformasjoner*. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/posisjonstjenester/transformasjoner/> (Hentet: 15. mars 2018).
- Leica Geosystems (2016) *Leica VIVA GS16 - Data sheet*. (Hentet: 12. mars 2018).

- Leica Geosystems (2018) *Leica Infinity Survey Software*. Tilgjengelig fra: <https://leica-geosystems.com/products/total-stations/software/leica-infinity> (Hentet: 4. april 2018).
- Mathworks (2018a) *Matlab*. Tilgjengelig fra: <https://se.mathworks.com/products/matlab.html> (Hentet: 2. juni 2018).
- Mathworks (2018b) *Correlation Coefficients*. Tilgjengelig fra: <https://se.mathworks.com/help/matlab/ref/corrcoef.html#bunkanr> (Hentet: 12. mai 2018).
- Mathworks (2018c) *normrnd - Normal random numbers*. Tilgjengelig fra: <https://se.mathworks.com/help/stats/normrnd.html> (Hentet: 4. juni 2018).
- Nysæther, H. (2017) Utvalgte emner i Eiendomslandmåling. Tilgjengelig fra: http://home.hib.no/ansatte/hny/LEI105/kompendium_LEI105.pdf (Hentet: 4. juni 2018).
- Oppedal, E. (2017) *Analyse av posisjonsdata fra GNSS-mottaker på kjøretøy*. Prosjektoppgave, NTNU.
- Skogseth, T. og Holsen, J. (2011) Matematisk statistikk (feilteori) og estimering (MKM), elementmetoden. (Hentet: 6. juni 2018).
- Skogseth, T. og Norberg, D. (2014) *Grunnleggende landmåling*. [3. utg.]. utg. Oslo: Gyldendal undervisning.
- Statens kartverk, G. (2009) Satellittbasert posisjonsbestemmelse. Tilgjengelig fra: <https://www.kartverket.no/globalassets/standard/bransjestandarder-utover-sosi/satbaspossystemer.pdf> (Hentet: 3. mai 2018).
- ublox (2015) NEO-M8 Data Sheet. (Hentet: 28. mars 2018).
- ublox (2018) u-blox GNSS module overview. Tilgjengelig fra: https://www.u-blox.com/sites/default/files/products/documents/GNSS-module-selector_Overview_%28UBX-14000426%29.pdf (Hentet: 10. mai 2018).
- US Government (2018) *GPS - Space Segment*. Tilgjengelig fra: <https://www.gps.gov/systems/gps/space/> (Hentet: 31. mai 2018).