

Julie Sandstad
Ingvild Tajet

Optimal sikringsstrategi for resirkulerings- og raffineringsbedrifter i edelmetallindustrien

Sikring av råvare- og valutaeksponering

Optimal hedging strategy for recycling and refinery companies in the precious metal industry

Hedging commodity and foreign exchange exposure

**MASTEROPPGAVE - Økonomi og administrasjon/siviløkonom
Trondheim, Mai 2017**

Hovedprofil: Finansiering og investering

Veileder: Denis Becker

Forord

Denne oppgaven markerer avslutningen på vårt toårige masterstudium i Økonomi og Administrasjon, med hovedprofil i Finansiering og investering. Oppgaven er skrevet ved NTNU Handelshøyskolen våren 2017.

Arbeidet med oppgaven har vært spennende, men like fullt utfordrende. Vi har tilegnet oss mye kunnskap på kort tid, innenfor et tema vi hadde lite kjennskap til fra før. Likevel har det vært et interessant semester, med en bratt læringskurve.

Vi ønsker å rette en stor takk til Sturla Berg, samt Pål Tajet for verdifull informasjon og innspill til oppgaven. Dere ga oppgaven en tyngde vi ikke kunne vært foruten. Til slutt ønsker vi å rette en stor takk til vår veileder, Denis Becker. Hans kompetanse og veiledning innenfor fagfeltet har vært til stor hjelp gjennom semesteret. Takk for et godt samarbeid og gode innspill.

Innholdet i denne oppgaven står for forfatterens egen regning.

Trondheim, 21. mai 2017

Julie Sandstad

Ingvild Tajet

Sammendrag

Resirkulerings- og raffineringsbedrifter er eksponert for flere former av risiko, og spesielt utsatt er de for fluktuasjoner i edelmetallpris og valutakurs. I tillegg øker konkurransen i markedet, noe som fører til pressede marginer og lavere lønnsomhet. Samtidig er mengde inn- og utstrømninger av edelmetall i bedriften et usikkert element, da etterspørsel fra privatpersoner og investorer ofte er drevet av markedsutsikter. Sikring av de ulike risikoeksponeringene kan derfor være viktig innenfor en slik industri.

Formålet med oppgaven er å utvikle et verktøy som kan benyttes til å finne en optimal sikringsstrategi i resirkulerings- og raffineringsindustrien. I verktøyet inkluderes risiko for å ta hensyn til at beslutningstakere kan ha ulik risikopreferanse. Dermed maksimeres forventet sluttsaldo, samtidig som risiko minimeres. Ved å benytte stokastisk programmering inkluderes usikkerhet direkte i verktøyet. En optimal sikringsstrategi vil i denne sammenhengen gå ut på å beslutte posisjon og størrelse på forwardkontrakter. I tillegg inkluderes beslutninger angående andelen av metallbeholdningen som finansieres med et metallån.

Arbeidet i denne oppgaven fokuserer på hvordan stokastisk optimering kan benyttes for et sikringsproblem. Den stokastiske modellen er implementert som et lineært problem i MATLAB, og resultatene kan enkelt overføres til Excel. Modellen er videre benyttet på caseeksempelet K. A. Rasmussen. Dette for å teste om verktøyet fungerer som tiltenkt, samt å kunne si noe spesifikt om hvilken sikringsstrategi bedriften bør benytte seg av.

Verktøyet i seg selv virker lovende, da det gir fornuftige beslutninger i caseeksempelet. I oppgaven testes tre ulike sikringsstrategier, der hovedforskjellen ligger i begrensninger av handlingsrommet til en beslutningstaker. En sikringsstrategi med et handlingsrom ut over driftsmessig sikring ser på papiret ut til å være det beste alternativet. Verktøyet er imidlertid en forenkling av virkeligheten, og fanger ikke opp det komplette risikobildet til en bedrift. Dette betyr at det i praksis kan være andre sikringsstrategier som fungerer bedre. Verktøyet kan derfor være nyttig som en beslutningsstøtte for valg av sikringsstrategi.

Abstract

Recycling and refinery companies face considerable exposure to several types of risks, and are particularly exposed to precious metal and foreign exchange volatility. As the competition in the market increase, the profitability and margins decrease. At the same time, the uncertainties about the input and output of precious metals in companies are driven by the expectations in the market. Because of this, it is important to hedge the various risk exposures within this industry.

The purpose of this thesis is to develop a tool that can be used to find an optimal hedging strategy in the precious metal recycling and refinery industry. By employing stochastic programming, we include the uncertainty directly in the model. By taking the decision makers risk preference into account, we include risk in the model. As a result, the expected ending balance maximizes, while the risk minimizes. An optimal hedging strategy will in this context consist of deciding position, and size of the forward contract. In addition, the decisions regarding the proportion of the inventory are financed by a metal loan.

The work in this thesis focuses on how stochastic programming can be used for a hedging problem. The stochastic model is implemented as a linear problem in MATLAB, and the results can easily be imported to Excel. The model is further used in the case example K. A. Rasmussen. The model is applied in order to examine whether the tool gives the expected result, as well as helping decide which hedging strategy companies should use.

The tool itself seems promising, as it gives reasonable decisions in the case example. In the thesis, three different hedging strategies are tested, where the main difference lie in the restrictions of the latitude of a decision maker. A strategy with latitude beyond operational hedge appears to be the best alternative. However, the tool is a simplification of reality, and does not capture the complete risk situation of a company. In practice, there may be other hedging strategies that might work better. The tool may therefore be useful as support in the decision making process of hedging strategies.

Liste over forkortelser

ACF autokorrelasjonsfunksjon

ADF augmented Dickey Fuller

AIC akaike information criterion

AR autoregressive

ARCH autoregressive conditional heteroskedasticity

ARMA autoregressive moving average

ARIMA autoregressive integrated moving average

BIC bayesian information criterion

GARCH generalized autoregressive conditional heteroskedasticity

iid. uavhengig, identisk fordelte tilfeldige variabler

JB Jarque-Bera

KAR K. A. Rasmussen

LB Ljung-Box

LM Lagrange multiplier

MA moving average

MV mean-variance

PACF partiell autokorrelasjonsfunksjon

RMSE root mean square error

RRMSE relative root mean square error

TOZ troy ounces

USDNOK US dollar og norske kroner

Innholdsfortegnelse

Forord	II
Sammendrag	III
Abstract	IV
Liste over forkortelser	V
Innholdsfortegnelse	VI
Figurregister	VIII
Tabellregister	IX
1. Introduksjon	1
2. Tidligere forskning	3
3. En oversikt over edelmetallindustrien	5
3.1 Verdikjeden	5
3.2 Gjennomstrømning av edelmetaller i resirkulerings- og raffineringsbedrifter	8
3.3 Prisgrunnlaget for handel i edelmetall	10
4. Risiko og sikring	11
4.1 Risiko og risikostyring	11
4.2 Gjennomgang av sikringsteori.....	12
4.3 Finansielle derivater.....	14
4.4 Sikring ved bruk av futures- og forwardkontrakter	18
4.5 Risiko i resirkulerings- og raffineringsindustrien	19
4.6 Likheter og ulikheter i risiko for gruve- og resirkuleringsindustrien	21
5. Beslutning under usikkerhet ved hjelp av stokastisk programmering	23
5.1 Introduksjon til stokastisk programmering	23
5.1.1 Recourse-problemer	24
5.1.2 Scenariotrær.....	25
5.1.3 Tostegs recourse-problemer	27
5.1.4 Flerstegs recourse-problemer	30
5.1.5 Recourse-modeller og rullerende horisont.....	31
5.1.6 Risikoavers optimering.....	31
5.2 Prediksjon av stokastiske variabler	34
5.2.1 Prediksjonsmodeller	34
5.2.2 Modellidentifisering og prediksjonsnøyaktighet.....	37
5.2.3 Scenariogenerering	39
6. En stokastisk flerstegsmodell	40
6.1 Introduksjon av modellen	40
6.1.1 Målet med modellen	40
6.1.2 Modellens omfang	41
6.1.3 Bruk av modellen.....	43
6.1.4 Data i modellen.....	44

6.1.5 Viktige egenskaper ved modellen	45
6.2 Modellformulering	47
6.2.1 Notasjon.....	47
6.2.2 Målfunksjonen	50
6.2.3 Restriksjoner	50
6.2.4 Risiko i modellen	57
6.2.5 Fullstendig modell.....	58
7. Anvendelse av modellen.....	61
7.1 K. A. Rasmussen	61
7.2 Modellimplementering	63
7.3 Forenklinger i modellen	63
7.4 Den stokastiske flerstegsmodellen	65
7.5 Datasett	65
7.5.1 Planleggingshorisont	66
7.5.2 Deterministiske data.....	66
7.5.3 Stokastiske variabler og scenariogenerering.....	70
8. Resultater og diskusjon	79
8.1 Hovedfunn	79
8.2 Sammenligning for ulik risikoeksponering	80
8.2.1 Modell 1 – Driftsmessig sikring med størst handlingsrom	81
8.2.2 Modell 2 – Driftsmessig sikring med begrenset handlingsrom.....	86
8.2.3 Modell 3 – Naiv sikringsstrategi.....	87
8.3 Sammenligning av sikringsstrategiene	88
8.4 Endring av parameterverdier	91
8.4.1 Endring av maksimal kontraktsstørrelse.....	92
8.4.2 Endring av målverdi for forventet sluttaldo.....	92
8.5 Svakheter ved modellen	93
9. Avsluttende kommentarer	95
9.1 Konklusjon	95
9.2 Videre forskning.....	96
Referanser.....	97
Vedlegg.....	105
A.1 Stasjonærhet	105
A.1.1 Definisjon av stasjonærhet	105
A.1.2 Tester for stasjonærhet.....	105
A.2 Diagnosetester for de stokastiske prisene.....	107
A.2.1 Residualtester for de estimerte modellene for logaritmiske spotpriser	107
A.2.2 Grafisk analyse av residualene i de estimerte modellene for spotpriser	108
B. Syntax MATLAB.....	112
B.1 Estimering og predikering av de stokastiske spotprisene.....	112
B.2 Generering av stokastisk data	114
B.3 Optimering av modell 1	116
B.4 Optimering av modell 2.....	123
B.5 Optimering av modell 3.....	124

Figurregister

Figur 3.1: Gjennomstrømning av edelmetaller	9
Figur 5.1: Scenariotre uttrykt på implisitt form	26
Figur 5.2: Scenariotre uttrykt på eksplisitt form	27
Figur 5.3: Effisient front.....	33
Figur 7.1: Historisk utvikling i spotpris for gull og USDNOK.....	72
Figur 7.2 Scenariotre med tre forgreininger.....	78
Figur 8.1: Fordeling av sluttsaldo ved å maksimere forventet sluttsaldo og minimere risiko .	82
Figur 8.2: Effisient front for modell 1	83
Figur 8.3: Justert effisient front for modell 1	84
Figur 8.4: Fordeling av gevinst og tap ved forwardkontrakter inngått i node 1	85
Figur A.2.1 Grafisk analyse av residualene for modell 1 for spotpris på gull	109
Figur A.2.2 Grafisk analyse av residualene for modell 2 for spotpris på gull	110
Figur A.2.3 Grafisk analyse av residualene for modellen for spotpris på USDNOK	111

Tabellregister

Tabell 4.1: Definisjoner av sikring.....	13
Tabell 7.1: Deskriptiv statistikk av ukentlig logaritmisk spotpris for gull og USDNOK.....	73
Tabell 7.2 Resultat fra modellestimering og- prediksjon for spotpris på gull og USDNOK...	74
Tabell 7.3 Parametere for å generere stokastisk mengde	77
Tabell 8.1: Forventet sluttsaldo og risiko for alle sikringsstrategiene	88
Tabell 8.2: Sammenligning av forventet sluttsaldo og risiko for modell 1 og 2.....	89
Tabell 8.3: Sammenligning av forventet sluttsaldo og risiko for modell 1 og 3.....	89
Tabell A.2.1 Residualtester for de estimerte modellene for logaritmiske spotpriser.....	107

1. Introduksjon

Resirkulering av edelmetaller har fått økt betydning over de siste tiårene. Tidligere har gruvedrift, sammen med sentralbanker, stått for store deler av tilbudet. Gruvebedrifter står for tiden foran et voksende problem. Det eksisterer ikke uendelige mengder av edelmetall, og gjennom mange år med utvinning er mye hentet ut. Dette har over tid ført til en reduksjon i mengde edelmetall per tonn malm. Som en følge av dette er lønnsomheten redusert. Ettersom edelmetaller ikke mister sine opprinnelige egenskaper gjennom resirkulering og raffinering, har fremveksten av resirkulerings- og raffineringsbedrifter økt. Resirkulering og raffinering forventes dermed å få en større rolle i fremtiden.

Siden starten av 2000-tallet har edelmetallprisene hatt en jevn stigning, men fra 2013 har derimot prisene vært mer uforutsigbare. Samtidig kommer nye bedrifter inn på markedet og presser marginene for eksisterende resirkulerings- og raffineringsbedrifter. I tillegg skiller industrien seg fra typiske produksjonsindustrier, da bedriftene er avhengige av at privatpersoner, investorer og industrier leverer inn sine brukte edelmetaller, og samtidig kjøper nytt. Dette gir usikkerhet i mengden både inn og ut, da privatpersoner og investorer ofte er styrt av markedsutsiktene. Med usikre priser, usikre tider og økt konkurranse er det viktig å fokusere på god risikostyring. Ettersom gruvedrift har vært en viktig industri i lang tid, er det forsket mye på sikring for disse bedriftene. Gruvebedrifter er imidlertid forskjellig fra resirkulerings- og raffineringsbedrifter, og det å benytte sikringsstrategier ment for gruvebedrifter er potensielt ikke optimalt for en resirkulerings- og raffineringsbedrift. En resirkulerings- og raffineringsbedrift har både inn- og utstrømninger av edelmetaller, og er derfor eksponert for edelmetallprisene i begge ledd. Samtidig er bedrifter utenfor USA eksponert for fluktusjoner i valutakursen, da edelmetallprisene er notert i dollar. Dette gjør sikringen for en bedrift svært sammensatt. Valg av sikringsstrategi kan derfor ha utslagsgivende effekt på kontantstrømmen, spesielt under komplekse forhold.

Målet med oppgaven er å finne en optimal sikringsstrategi for resirkulerings- og raffineringsbedrifter i edelmetallindustrien. Ved å benytte stokastisk programmering kan vi presentere et verktøy som kan benyttes i sikringssammenheng. I modellen maksimeres forventet sluttsluttsaldo på bankkonto, samtidig som risiko minimeres. En optimal sikringsstrategi for én bedrift behøver nødvendigvis ikke å være optimal for en annen. Dette

kommer av flere faktorer, som for eksempel ulike risikopreferanser, bedriftsspesifikke forhold og skjønnsmessige vurderinger. Ved å inkludere risiko i modellen, og videre implementere verktøyet på et caseeksempel, får vi likevel en indikasjon på om verktøyet fungerer som tiltenkt, og om det kan benyttes på andre bedrifter.

Gjennom implementeringen utført i MATLAB, har vi oppnådd resultater som tilsier at verktøyet fungerer som ønsket. Dette er testet gjennom tre sikringsstrategier med ulike begrensninger for beslutningstakerens handlingsrom. Sikringsstrategien med størst handlingsrom kom best ut for caseeksempelen. Likevel er det forskjeller på informasjonsmengden i verktøyet og i praksis. Verktøyet bør derfor benyttes som en beslutningsstøtte for en bedrift.

Oppgavens struktur er som følger: I kapittel 2 tar vi for oss tidligere forskning innenfor temaene sikring og stokastisk programmering. I kapittel 3 beskrives ulike deler av verdikjeden, hvordan edelmetallenes vei gjennom en resirkulerings- og raffineringssbedrift forløper, samt hvordan prisene for edelmetallene blir satt. Teori knyttet til risiko og sikring blir presentert i kapittel 4. Vi vil gjennomgå ulike typer risiko, sikringsteori og finansielle derivater. Videre presenteres industriens risikofaktorer. I kapittel 5 tar vi for oss teori om stokastisk programmering, samt teori for predikering av stokastiske variabler. I kapittel 6 gis en introduksjon/beskrivelse av verktøyet, med påfølgende matematiske formuleringer. Implementeringen av caseeksempelen i modellen er beskrevet i kapittel 7. Vi tar videre for oss diskusjon og resultater i kapittel 8. Til slutt vil vi konkludere og foreslå videre forskning i kapittel 9.

2. Tidligere forskning

Ved gjennomgang av tidligere forskning har vi funnet ut at det ikke eksisterer mye litteratur på sikring av finansiell risiko innenfor stokastisk programmering. Det er ofte en todeling av litteraturen, da det eksisterer mye forskning på finansiell sikring og stokastisk programmering hver for seg. Mange artikler innenfor temaet finansiell risikostyring, har hatt fokus på hvorfor bedrifter sikrer seg, og motivasjonen bak sikring. Dette vises godt gjennom Grennes og Sande (2010) sin oppgave om valutarisiko og risikostyring, der de ser på motivasjon for Monark AS til å sikre seg mot valutarisiko. Brown og Toft (2002) mente at artikler i hovedsak forsøkte å beskrive hvorfor bedrifter sikrer seg, men at svært få forsøkte å vise hvordan sikring i praksis kunne utføres. Brown og Toft (2002) kom så med en mulig løsning til dette problemet. De konstruerte en modell, der de maksimerte en bedrifts verdi. De inkluderte blant annet kvantumsrisiko og eksotiske opsjoner, samt produksjonsteknologi. De fant at bedrifter med negativ pris-kvantum korrelasjon ofte kan dra nytte av å benytte opsjoner og eksotiske derivater. Tufano (1996) så på risikostyring i gullgruveindustrien i Nord Amerika. Han fant resultater som tydet på at risikoaversjon i ledelsen kunne påvirke bedriftens risikostyring. Resultatene viste at ledere som eide flere opsjoner i selskapet bedrev mindre risikostyring, og ledere som eide flere aksjer bedrev mer risikostyring av gullprisen.

Videre er det rettet lite fokus både på edelmetaller, resirkulering og raffinering i sikringsammenheng. Det fokuseres ofte på råvarer som olje og energi. Eksempelvis så Marker (2013) på risikostyring av jetfuelpriser ved hjelp av futureskontrakter. Det er likevel flere som har sett på sikring av edelmetaller som ett av flere fokusområder. Hammoudeh, Malik og McAleer (2011) studerte volatiliteten og korrelasjonsdynamikken i avkastningen for edelmetaller. Videre undersøkte de implikasjoner for markedsrisiko og sikring. Hammoudeh, *et al.* (2010) undersøkte betinget volatilitet, korrelasjonsavhengighet og gjensidig avhengighet for de fire edelmetallene, gull, sølv, platina og palladium. Videre undersøkte de hvordan konsekvensene for estimerte resultater for varianser og kovarianser kan påvirke optimal porteføljedesign og sikringsstrategier for investorer. Draper, Faff og Hillier (2006) så på rollen til edelmetall i det finansielle markedet ved å bruke daglig data for gull, sølv og platina. De fleste artikler nevnt ovenfor har hatt et investorperspektiv. Dette virker å være gjennomgående i litteraturen, spesielt med tanke på sikring og porteføljeteori.

I tidligere forskning har det blitt benyttet ulike metoder for å studere sikringsstrategier. I denne oppgaven vil vi benytte stokastisk programmering på et sikringsproblem. Hovedtyngden av litteratur som omhandler stokastisk programmering retter fokuset mot produksjonsplanlegging. Som eksempler nevnes Hæreid (2011) og Fleten og Kristoffersen (2008). Gaustad, Li og Kirchain (2007) så på produksjonsplanlegging for resirkulerte metaller i metallegeringsproduksjon. Ved bruk av «chance-constrained»-optimering fant de at det var mulig å øke bruken av resirkulert materiale i metallegeringer uten å øke sannsynligheten for batch feil. Videre er det flere som har inkludert sikring for en mer integrert risikostyring. Det betyr at de undersøker operasjonell risiko og finansiell risiko samtidig. Som eksempel nevnes Pongsakdi, *et al.* (2006) og Park, *et al.* (2009), hvor begge så på risikostyring for et oljeraffineri. Videre så Carneiro, Ribas og Hamacher (2010) på den strategiske planleggingen i en oljetilbudskjede. For å optimere tilbudskjeden benyttet de en stokastisk tostegsmodell med fast «recourse», samt at de inkluderte risikostyring. De benyttet risikomålet betinget «Value-at-Risk» (CVaR). Resultatene indikerte at det å inkludere usikkerhet er svært viktig for optimering av en slik tilbudskjede. Ettersom tidligere forskning ofte fokuserer på produksjonsplanlegging med sikring som bi-fokus, benyttes ofte en relativt lang tidshorisont. Finansiell sikring har som regel en kortere tidshorisont. Det er kun noen få som har hatt et rent sikringsfokus. Wu og Sen (2000) så på sikring med valutaopsjoner, og Fleten, Wallace og Ziemba (2002) så på hvordan de kunne sikre elektrisitetsporteføljer ved å benytte stokastisk programmering for en risikoavers produsent. Vi anser de sistnevnte artiklene å ligge nærmest vår problemstilling. Imidlertid mener vi at et fokus på sikring av edelmetall i resirkulerings- og raffineringsindustrien kan bidra til å belyse hvordan bedrifter i denne industrien kan velge en optimal sikringsstrategi.

3. En oversikt over edelmetallindustrien

3.1 Verdikjeden

Edelmetaller kan betegnes som metaller som kjemisk sett er lite reaktive med tanke på korrosjon og oksidasjon. Edelmetallene er sjeldne og av relativ høy økonomisk verdi (Bjerkgård og Ihlen, 2015). Edelmetallene finnes i ren form i naturen, dette betyr at etter de er tatt ut av malmen, må de ikke gjennom ytterlige prosesser. Andre metaller, for eksempel jern, må gjennom mange prosesser for å få sin riktige bruksform. De mest kjente edelmetallene er gull, sølv, platina og palladium. De fleste edelmetall har vært kjent for mennesket i svært lang tid, og har siden vært viktig innen våpen, handel og den generelle utviklingen av sivilisasjonen (Makin Metals, u.å.). Dette viser at gruvedrift har vært viktig gjennom alle disse årene, og er fortsatt like viktig den dag i dag. Gruvedrift har naturlig nok utgjort det totale tilbudet frem til markedet for resirkulering av edelmetaller ble introdusert på 1800-tallet.

Over de siste tiårene har resirkulering fått en større betydning for tilbudet av edelmetaller. Likevel har resirkulering av gull opplevd en nedgang de siste årene grunnet lavere gullpris (World Gold Council, 2017b). Tilbudet av gull og annet edelmetall kommer i hovedsak fra tre kilder. Resirkulering utgjør omtrent 25% av tilbudet, sentralbanker 19%, mens resterende kommer fra gruvedrift (Cheung, 2016). Gjenvinning av edelmetaller blir stadig viktigere ettersom betingelsene for gruvedriften forventes å bli vanskeligere fremover. Selv om tilbudet de siste årene har vært relativt høyt, med en global produksjon på 3 236 tonn i 2016 (World Gold Council, 2017a), viser Bloomberg (Crowley, 2016) til tall for at gruvebedrifter har problemer med å hente ut mer edelmetall fra gruver. Det eksisterer fortsatt metaller i malmen, men mengden metall per tonn er redusert. Dermed er også lønnsomheten ved å utvinne edelmetall, redusert. Dette kan for eksempel vises ved at mengden gull funnet i 2015 er 85% lavere enn nivået i 2006 (Crowley, 2016). Videre er reservene til gruvebedriftene på sitt laveste nivå siden 2006. Det forventes også at tilbudet vil falle videre de neste årene. En slik prognose skyldes i hovedsak en sammensetning av at det gjøres færre funn, en lavere metallkonsentrasjon i malmen, samt en generell nedgang i prisen på edelmetall. Det faktum at den årlige gruveproduksjonen utgjør i underkant 2% av alt gull som samlet sett har blitt produsert (World Gold Council, u.å.), er med på å underbygge en slik utvikling i edelmetallindustrien.

På verdensbasis utgjør resirkulering av edelmetall en betydelig andel. Dette bidrar til å holde markedet i balanse gjennom å møte etterspørselen. Materialer som resirkuleres kan være alt fra edelmetall i renere former, til materialer som elektrisk og elektronisk avfall og industriavfall. De sistnevnte materialene betegnes ofte under begreper som resirkulerbart materiale eller «end-of-life produkter». Generelt er ikke betydelige mengder edelmetall i disse produktene, men det er store verdier å hente ut på grunn av den høye råvareprisen. Til tross for at den årlige gjenvinningen er høy, er det fortsatt store mengder av edelmetall som havner på søppeldyngene. Her er det et potensiale som med fordel kan utnyttes bedre. Imidlertid vokser dette markedet raskt, og det er forventet en hardere konkurranse innenfor resirkulering (Hewitt, *et al.*, 2015). Dette gjelder spesielt innenfor eksisterende bedrifter som finner nye nisjer innenfor industriell resirkulering. Nyetableringer er ikke en like stor trussel, da det er store etableringshindringer med tanke på kapitalkostnader og høye kompetansekrav. De største bedriftene har dessuten samlet kompetanse gjennom flere tiår, og har et godt renommé. Anerkjennelse, pålitelighet og et godt rykte er viktig i industrien, og dette er ikke lett å kopiere. Dette er vesentlig, da store deler av omsetningen kommer fra langsiktige kundeforhold. Viktige nøkkelement er høy utnyttelsesgrad og gjennomstrømning, samt at mange kunder vektlegger miljøvennlig drift og fravær av korrupsjon.

I dag er store mengder edelmetall allerede utvunnet, og dette er nettopp kilden til at resirkulering av metaller er blitt en viktig del av verdikjeden. En av de viktigste årsakene til dette, skyldes at det ikke er noe tap av de iboende egenskapene i edelmetall (Atherton, 2007). Det vil si at edelmetaller har uendelig mange livssykluser, noe som blant annet tillater for gjenvinning av verdifulle materialer uten noen form for kvalitetstap. I tillegg er resirkulering et mer bærekraftig alternativ. Gruvedrift har en negativ påvirkning på miljøet både under gruveaktivitet og etter at gruvene stenges. I tillegg gruver generelt mer energiintensiv enn resirkulering. Som bonus reduseres også avfallsmengden gjennom en slik sekundær produksjon. Økt miljøbevissthet og innføring av flere offentlige reguleringer for avfallsbehandling, har gitt et større sosialt press på bedrifter. Dette er med på å sette resirkulering i større fokus. Fremveksten av resirkulering i edelmetallindustrien har dermed gitt et ekstra ledd i verdikjeden, noe som tillater for en sirkulær livssyklus.

Gruvedrift kan ses på som det første steget i verdikjeden i edelmetallindustrien, og grovt sett kan prosessen forklares slik: Første steg er søking, utforsking og vurdering av malmen, for deretter å starte opp gruen. Materialene blir så utvunnet, raffinert, og benyttes videre brukes i en fabrikkasjonsprosess. Til slutt selges produktet i forbrukermarkedet. Resirkulering kan derimot ses på som den første delen av verdikjeden, men i en sekundær produksjon. Prosessen begynner med at en kunde, privatperson eller bedrift, kommer med materialer som skal gjenvinnes. Disse analyseres for å bestemme vekten og renheten til de verdifulle materialene. Neste steg innebærer separering av komponentene, smelting og videre raffinering for å skille ut urenheter. Siste prosess innebærer produksjon til konsument. Verdiskapningen for en resirkulerings- og raffineringsbedrift ligger i selve transformasjonen til ren råvare eller fremstilling av nye produkter. Dette skyldes at varekostnad og salgssinntekt avhenger av utviklingen i råvareprisen. Det kan påpekes at formålet med sikring i en gruvebedrift, skiller seg fra formålet i en resirkulerings- og raffineringsbedrift. En gruvebedrift har en annen forretningsmodell. De kjennetegnes av å sitte på en metallreserve av edelmetall, og det er resultatet som skal sikres. Dette kommer av at de kun selger edelmetall, og er avhengig av et resultat som sikrer fortsatt drift. I en resirkulerings- og raffineringsbedrift er det derimot marginene som sikres. Her vil fallende priser presse marginene

Det finnes mange ulike typer produkter som kan resirkuleres. Disse deles typisk inn i to grupper, da prosessene skiller seg klart fra hverandre. Den første gruppen er høy-verdi-materialer. Disse består av en legering av to eller flere metaller, der en signifikant andel består av edelmetall. Separeringsprosessen er en veletablert prosedyre, og forholdsvis enkel å gjennomføre. Høyere grad av renhet krever imidlertid mer komplekse prosedyrer og er mer kostbare. Det er dermed essensielt på forhånd å være klar over graden av renhet som er etterspurt. Valg av metode avhenger også av kvaliteten på det som kommer inn, samt tilgjengelighet på kjemikalier, utstyr, og kompetanse. Videre består den andre gruppen av både industrielle materialer og elektrisk og elektronisk avfall. Disse består av flere elementer, og kan ofte inneholde farlige kjemikalier. Som en konsekvens er utskillingsprosessen mer kompleks. Likevel kan disse produktene bidra positivt. Dette både på det økonomiske og samfunnsmessige planet, gitt at driften gjennomføres effektivt med god gjennomstrømningstid.

Prosessene med å bearbeide gull, sølv og platina er godt kjent, men det kan med fordel forskes mer på utvinningen fra industrielle materialer, og spesielt elektriske komponenter. Dette er en

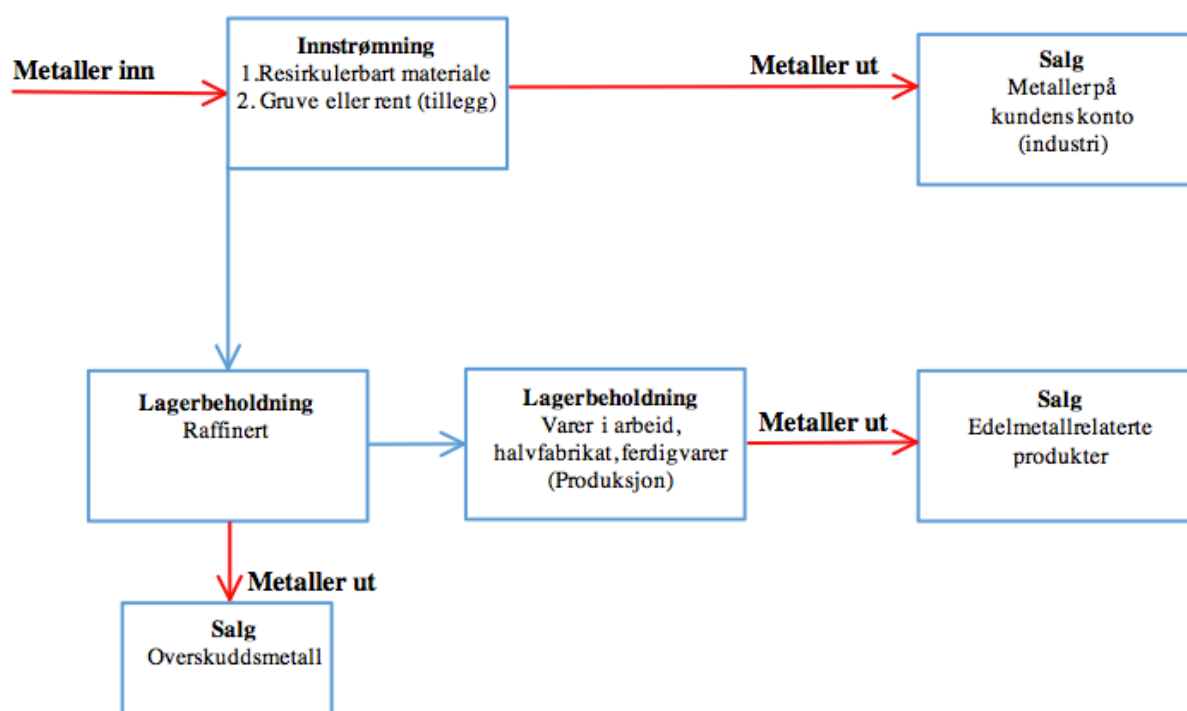
mer kostbar prosess enn for høy-verdi-materialer, og samtidig inneholder elektroniske komponenter stadig mindre mengder edelmetaller. Det kan derfor virke lite profitabelt å resirkulere disse. Videre er det sagt at desto mindre elektronikken blir, desto lavere blir gjenvinningsgraden (Dahl og Lyng, 2011). Likevel må det bemerkes at det ligger store verdier i kun noen få gram edelmetall. Til sammenligning med gruvedrift, er resirkulering en mindre kostnadsintensiv produksjonsmetode. I tillegg er det generelt høyere metallkonsentrasjon i de fleste gjenvinnbare materialene enn det er i malmen (Chancerel, *et al.*, 2009).

3.2 Gjennomstrømning av edelmetaller i resirkulerings- og raffineringsbedrifter

Råvareinnkjøp kan ikke forstås på samme måte i en resirkulerings- og raffineringsbedrift som i en tradisjonell produksjonsbedrift. I tillegg til å selge sine produkter er resirkulering en også tjeneste bedriften tilbyr sine kunder. Det resirkulerbare materialet går gjennom en resirkuleringsprosess og en smelteprosess. For rene resirkulerings- og raffineringsbedrifter vil dette utgjøre deres kjernevirksomhet. Bedrifter som derimot deltar i alle ledd i den sekundære verdikjeden, vil også videre produksjon inngå. Da vil det rene metallet inngå i bedriftens metallbeholdning, og videre benyttes til bearbeiding av ulike produkter. Dette kan for eksempel være katalysatorer, dental- og andre legeringer, metalltråder og -plater. Hvor mye som produseres i løpet av en periode vil avhenge av etterspørsel, men samtidig vil denne beslutningen avhenge av hvilken type produkt det er snakk om. Mer komplekse produkter vil i stor grad avhenge av bestillinger, mens enklere produkter kan i større grad baseres på forventet etterspørsel.

Produksjonsprosessen i avsnittet ovenfor beskriver tilfeller der bedriften selv sitter på beholdningen av råvarene. Det vil si at de fysisk kjøper edelmetallene. Imidlertid finnes det unntak der kunden selv eier edelmetallene gjennom hele prosessen, og kun bedriften står for resirkulering og raffinering. Man sier da at kunden har en edelmetallkonto hos bedriften. Metallkontoer tilbys også til industribedrifter. Dette er ofte faste kunder som både mottar nye produkter, og leverer tilbake sine «end-of-life»-produkter. Dermed vil bedriften verken sitte med råvare- eller valutarisiko, da denne er overført til kunden. Denne delen av virksomheten vil ikke direkte påvirke beslutninger angående sikring, men kan fungere som diversifisering av risiko.

For en bedrift vil det ideelle scenariet være at netto gjennomstrømning er tilnærmet lik null i løpet av en periode. Dette er ofte ikke tilfellet da innlevering av resirkulerbart materiale er utenfor bedriftens kontroll, og uavhengig av beslutninger om videre produksjon. Bedrifter vil alltid ha en metallbeholdning for å enkelt ha tilgang på metaller. Imidlertid vil fluktasjoner i råvareprisen påføre bedriften økt risiko. Det er derfor viktig å justere metallbeholdningen etter behov. I perioder der tilførsel av resirkulert metall er høyere enn hva bedriften har behov for, vil metallbeholdningen øke. Uten videre tiltak vil man forskyve seg bort fra den antatt optimale metallbeholdningen. Overskuddsmetall kan selges videre i markedet, typisk til bedrifter spesialisert mot salg av gullbarrer. I perioder med netto underskudd kan bedriften supplere med innkjøp av rent metall. Figur 3.1 viser en overordnet illustrasjon av gjennomstrømninger i en typisk resirkulerings- og raffineringsbedrift.



Figur 3.1: Gjennomstrømning av edelmetaller

Figuren illustrerer en overordnet illustrasjon, som forklarer prinsippene bak gjennomstrømningen av edelmetaller i en typisk resirkulerings- og raffineringsbedrift.

3.3 Prisgrunnlaget for handel i edelmetall

London er hjemmet for de internasjonale prisene for gull, sølv, platina og palladium (LBMA, u.å.-b). Historien om hvordan prisene på edelmetallene blir satt, starter langt tilbake i tid. I 1732 åpnet Bank of England Londons første bullionhvelv. Fixingprisen på sølv ble etablert i 1897 i London (Larkin, 2016), videre fulgte gull i 1919 (Bullionvault, u.å.). Fixing er et tidligere uttrykk for prisgrunnlaget benyttet i edelmetallindustrien. Fixingprisen ble satt ved at bruttobeløpet for en kjøpsordre ble sammenstilt med bruttobeløpet på en salgsordre på tvers av deltakende banker. Det var opprinnelig fire banker som deltok i få fastsette prisen (Larkin, 2016). Ofte endte fixingprisen svært nær spotpris. Denne prosedyren vedvarte frem til 2014, hvor sølv var det første edelmetallet som gikk over til en elektronisk auksjon, etterfulgt av palladium og platina. Gull er det siste edelmetallet som gikk over til den elektroniske auksjonen den 1. April 2015 (LBMA, u.å.-a). Årsaken til at prosedyren ble endret, skyldes at det var relativt enkelt å jukse med prisene. Videre mente man at en elektronisk auksjon ville gi et mer transparent marked, og gjøres tilgjengelig for flere deltakere. Auksjon av gull, palladium og platina skjer to ganger daglig, mens det for sølv skjer en gang. Auksjonen har stor betydning for bedrifter som benytter edelmetaller i sin virksomhet. Disse prisene er internasjonalt anerkjent som prismetanismen for mange av edelmetallenes transaksjoner og produkter. Sagt på en annen måte er dette prisgrunnlaget for kjøp og salg av edelmetaller.

4. Risiko og sikring

I dette kapittelet skal vi ta for oss risiko, risikostyring, sikring og finansielle derivater, samt se på risikobildet i industrien. I kapittel 4.1 defineres risiko, samt hvordan risiko kan håndteres. Kapittel 4.2 gjennomgår relevant sikringsteori. Videre i kapittel 4.3 diskuteres ulike derivater som kan benyttes innen sikring og i kapittel 4.4 presenteres sikring ved bruk av forward og futures. I kapittel 4.5 og 4.6 diskuterer vi risiko i edelmetallindustrien, og videre en sammenligning av risiko i primær-og sekundærindustrien.

4.1 Risiko og risikostyring

Risiko kan betegnes som muligheten for tap, altså at man mister eller skader noe av verdi (Johnsen, 2005). Risikostyring er aktiviteter for å identifisere, estimere og kontrollere kostnader og inntekter knyttet til risiko. Hensikten er dermed å minimere tap, samtidig som man ønsker å maksimere inntjening. Siden midten av 70-tallet har risikostyring stadig fått en viktigere rolle i bedrifter (Aas, 2006). Forskjellige industrier og bedrifter er utsatt for ulike typer og grad av risiko. Bedrifter må derfor kjenne til sine styrker og svakheter for å best ta hensyn til sin risikoprofil. Helhetlig risikostyring er sett på som en god måte å vurdere risikoen i en bedrift, og kan deles inn i fire hovedgrupper. Disse er operasjonell, forsikringsrelatert, strategisk og finansiell risiko (Farstad, 2003). Finanstilsynet definerer operasjonell risiko som: *«risikoen for tap som følge av utilstrekkelige eller sviktende interne prosesser eller systemer, menneskelige feil, eller eksterne hendelser»* (Johansen, 2016). Forsikringsrelatert risiko er risikoen for tap som følge av uforutsette hendelser. Eksempler på dette er naturkatastrofer eller ødeleggelse av eiendom. Strategisk risiko er risikoen for tap som er et resultat av en mindre suksessfull forretningsplan (Strategic risk, u.å.). Dette kan for eksempel være konkurranse, sosiale trender og andre forhold. Finansiell risiko er knyttet til gevinst eller tap i finansielle markeder. Vanlige underområder av denne typen er kredittrisiko, markedsrisiko, likviditetsrisiko og operasjonell risiko. Kredittrisiko er muligheten for at en kunde ikke betaler sine forpliktelser til bedriften. Markedsrisiko er risikoen for endringer i markedet. Likviditetsrisiko er knyttet til den daglige kontantstrømmen, og uttrykker i tillegg hvor enkelt en bedrift kan konvertere sine eiendeler til kontanter. Operasjonell risiko er knyttet til bedriftens daglige aktiviteter.

Dersom en bedrift kun retter sitt fokus på en risikoform, kan eventuelle risikotiltak virke mot sin opprinnelige hensikt og samlet sett øke den totale risikoen. Dette fordi et ensrettet fokus kan gi et misvisende bilde av risikoen i bedriften. Det er viktig å ha et fokus på helheten, da den totale risikoen er mindre en summen av de ulike formene for risiko (Farstad, 2003).

Videre i oppgaven vil vi i størst grad fokusere på den finansielle risikoen. En av de viktigste usikkerhetene en resirkulerings- og raffineringsbedrift er eksponert for, er fluktuasjoner i edelmetallpriser og valutakurser. Formålet med oppgaven er hvordan en bedrift kan sikre seg mot disse. Derfor er det naturlig at det rettes fokus mot finansiell risiko.

4.2 Gjennomgang av sikringsteori

Hensikten med sikring er å redusere risiko, men samtidig koster det å redusere eller eliminere den. Man må alltid veie fordelene mot kostnaden av å redusere risikoen. Grunnen til at sikring kan ses på som fornuftig, skyldes at vi ikke har perfekte finansielle markeder. Perfekte finansielle markeder innebærer at finansielle transaksjoner er uten betydning for selskapets verdi. Innenfor finans er sikring en teknikk for å redusere risiko ved å benytte seg av derivater eller andre instrumenter (Hedging, u.å). Dette for å kompensere for fremtidige endringer. Sikring kan være optimalt dersom en ekstra krone mottatt i «gode tider» er mindre verdt enn en ekstra krone i «dårlige tider».

Det eksisterer ulike definisjoner av sikring. Vi tar kort for oss tre definisjoner presentert av Spanò (2012).

1. Sikring som en forsikringskontrakt: Mayers og Smith (1982) definerer sikring som å kjøpe en forsikringskontrakt med hensikt å redusere kostnadene. En slik kontrakt gir eksempelvis insentiver for å allokere risiko, redusere transaksjonskostnader og kreve overvåkning. Disse insentivene reduserer eksponeringen og kan øke verdien av selskapet.
2. Sikring for å redusere korrelasjonen mellom verdien til en bedrift og en tilstandsbetinget variabel: Smith og Stulz (1985) antok at insentiver for å maksimere markedsverdien til bedriften lå i kontraktprosessen. De viste at bedrifter kan sikre seg på bakgrunn av: I. Skatt, II. Konkursrisiko og III. Ledelsens risikoaversjon.

3. Sikring ved bruk av finansielle derivater for å redusere markedseksponering: Tidligere forskning, som for eksempel Froot, Scharfstein og Stein (1993) og Neuberger (1999), har definert sikring på følgende måte: å holde et finansielt instrument for å redusere kovariansen mellom verdien til en bedrift og verdien til den underliggende eiendelen.

Sistnevnte definisjon ligger nærmest vårt fokus, der sikring skjer gjennom bruk av finansielle derivater. Likevel vil alle definisjonene ha betydning i et helhetsperspektiv. Tabell 4.1 gir en kort oppsummering av de ulike definisjonene av sikring, samt årsaker til sikring.

	Forsikringskontrakt	Redusere korrelasjon	Derivater
Forventet skatt	(Mayers og Smith, 1982)	(Smith og Stulz, 1985)	
Konkurssannsynlighet	(Mayers og Smith, 1982)	(Smith og Stulz, 1985)	
Agent problemer (ledelse-aksjonærer)		(Smith og Stulz, 1985) (Stulz, 1990)	
Underinvestering		(Stulz, 1990)	(Froot, Scharfstein og Stein, 1993)

Tabell 4.1: Definisjoner av sikring

Tabellen gir en oversikt over grunnleggende sikringsteorier. Sikring er delt inn i to dimensjoner. Radene viser til definisjoner av sikring, mens kolonnene angir begrunnelser for sikring.

De fleste teoriene om sikring har sprunget ut fra teoriene til Fisher (1930) og Modigliani og Miller (1958). Kort fortalt sier Fisher (1930) sitt separasjonsteorem, at investeringsbeslutninger kan tas uavhengig av finansielle beslutninger. I teoremet er fokuset rettet mot profittmaksimering. Modigliani og Miller (1958) sin analyse av kapitalstruktur viser at det ikke er nødvendig å sikre på bedriftsnivå, ettersom investorer kan gjøre dette selv. Selv om disse teoriene kommer fra ulike deler av økonomisk litteratur, har de tilnærmet likt utgangspunkt, nemlig kapitalstruktur. Dette gjelder i en verden der man ser bort fra transaksjonskostnader, skatt og informasjonsasymmetri. Sikring er derfor kun en kostnad for en bedrift i et perfekt marked (Fama og Burton, 1970). I den virkelige verden er dette høyst usannsynlig. Bedrifter bør sikre seg dersom aksjonærers fordel øker og er større enn kostnaden. Dette gjelder også dersom det foreligger stordriftsfordeler ved sikring. Videre antas det at bedriften er risikoavers. Dette skyldes at ledelsen er risikoavers eller at markedet ikke er perfekt. Det finnes flere årsaker som taler for at en bedrift velger å sikre seg. Et ikke-perfekt marked påvirker bedriftens profitt blant annet i form av konveks skattlegging (Smith

og Stulz, 1985), konkurskostnader (Brealey og Myers, 2000) og agent problemer (Stulz, 1990). I slike tilfeller benyttes sikring for å beskytte bedriften. Det finnes også tilfeller der sikring kan bidra til å øke lønnsomheten. Dette kan være i form mer stabile kontantstrømmer, og dermed økt sannsynlighet for at bedriften har nok interne midler til nyinvesteringer (Froot, Scharfstein og Stein, 1993). Utviklingen innenfor sikringsteori viser at sikring er hensiktsmessig på bedriftsnivå. Dette på grunn av det ikke-perfekte markedet.

4.3 Finansielle derivater

Det finnes ulike metoder for å redusere risiko i en bedrift. En mye brukt sikringsstrategi, spesielt i små og mellomstore bedrifter, er en naiv sikringsstrategi. Strategien går ut på å ta en motsatt posisjon i den underliggende eiendelen, og dette i et 1:1 forhold. Et eksempel er at man inngår en kontrakt om å selge en enhet gull, dersom man holder en enhet gull. Dermed vil all risiko knyttet til fremtidige priser utelukkes. Videre finnes det metoder som ikke benytter finansielle derivater. Disse metodene benevnes som naturlige sikringer, og benyttes for å redusere det finansielle sikringsbehovet. For å redusere den finansielle risikoen, kan man investere i to ulike instrumenter som kansellerer hverandre. Eksempler på slike instrumenter er valuta- og metallån. Naturlig sikring er ikke perfekt, og eliminerer ikke risiko fullstendig. Vårt hovedfokus vil ligge på finansielle derivater, og vil videre ta for oss ulike finansielle derivater.

Vi kan definere et derivat som et finansielt instrument hvor prisen er avledet fra verdien av det underliggende aktivumet (Derivater, u.å.). Markedet for derivater består av flere aktører. Kavussanos og Visvikis (2006) har identifisert tre ulike grupper i derivatmarkedet. Den første gruppen sikrer seg mot fluktuasjoner. Det vil si at de ønsker å stabilisere inntekt, kostnader eller gjeld. Videre har vi spekulantene som vedder på den fremtidige prisen, og er på jakt etter økt avkastning. Denne gruppen er viktig for likviditeten i markedet ettersom de tilfører kapital og er villig til å ta risiko. Uten spekulanter, ville markedet vært mer ekstremt, og dermed mindre forutsigbart. Den siste gruppen er de som utnytter arbitrasjemuligheter. Dette betyr at de utnytter imperfeksjoner i markedet for å oppnå en risikofri profitt.

Markedet for derivater oppsto som en respons til et mer volatilt råvaremarked (Pindyck, 2001). Det eksisterer en rekke derivater, deriblant valuta, råvarer, renter og aksjer. En bedrift bør ha et klart bilde av sin risiko, for å avdekke hvilket derivat som bør benyttes. I tillegg bør

bedriften se på mulighetene som ligger i naturlige sikringer. Vi kan dele derivatene inn i fire grupper: forwards, swaps, futures og opsjoner. Noen hevder det kun er to typer kontrakter, og dette er forwards og opsjoner. Begrunnelsen er at futures kan ses som en serie av forwardkontrakter med dag til dag oppgjør (Black, 1976). Swaps kan ses på som en portefølje av forwardkontrakter med ulike leveringsdatoer (Dubofsky og Miller, 2003). Likevel eksisterer det forskjeller mellom forwards, futures og swaps som det er verdt å nevne.

Forward- og futureskontrakter

Forwardkontrakter er bilaterale avtaler med fleksible betingelser (Geman, 2005). Det er en kontrakt for å enten kjøpe eller selge til en fastsatt pris for perioden (Black, 1976). De kan ses på som skreddersydde kontrakter en bedrift inngår med en motpart. Den som ønsker å kjøpe et aktivum, inntar en lang posisjon, den andre tar en kort posisjon. Den lange posisjon vil sikre mot prisoppgang, og den korte mot prisnedgang. Begge er forpliktet til å motta/levere aktivumet til avtalt tid, og til den forhåndsbestemte prisen. Forwardkontrakter handles direkte mellom kjøper og selger. Ved kontraktsinngåelse vil verdien på kontrakten være null. Dette skyldes at utøvelsesprisen er fast, og bestemmes ved inngåelse av kontrakten (Jarrow og Oldfield, 1981). Ved forfallstidspunktet vil verdien av en lang posisjon tilsvare spotpris fratrukket kontraktspris (Black, 1976). Ved forwardkontrakter er det risiko forbundet med at en eller begge parter ikke klarer å møte sine forpliktelser ved kontraktsslutt. Dette kalles motparts- eller kredittrisiko (Geman, 2005).

Som tidligere nevnt er en futureskontrakt i prinsippet det samme som en forwardkontrakt. Imidlertid eksisterer det noen forskjeller. En futureskontrakt er spesifisert og omsatt på børs. Dette betyr at volum, pris, kontraktslengde og sted for levering er forhåndsavtalt. Det er ikke kreditt- eller leveringsrisiko, og den er svært likvid. Dette skyldes at futures er marked-to-market. Dette betyr at man må stille en daglig margin tilsvarende en prosentandel av verdien til futureskontrakten, og dermed blir verdien av futureskontrakten satt til null hver dag (Black, 1976). En futureskontrakt kan være et bedre alternativ enn en forwardkontrakt i form av lavere transaksjonskostnader. I tillegg er den enkel i bruk, da den er standardisert og svært likvid. Det at en futureskontrakt er spesifisert, gjør det enklere for flere å delta i handelen. Derfor kan futureskontrakter være bedre å benytte i sikringssammenheng. Likevel kan futureskontrakter medføre timing-problemer. I mange tilfeller eksisterer det ikke standardiserte kontrakter som sammenfaller med bedriftens foretrukne sikringslengde. Dette kalles likviditetsrisiko, og omhandler muligheten for å gå inn i en futuresposisjon til riktig tid,

pris og størrelse (Eydeland og Wolyniec, 2003). Basisrisiko oppstår dersom futuresprisen avviker fra den underliggende spottprisen ved tid til forfall (Eydeland og Wolyniec, 2003). Når basisen beveger seg mot null, er den sagt å være «narrowing». Når den beveger seg fra null er den sagt å være «widening». I praksis vil basisen sjelden tilnærme seg jevnt mot null. Til tross for at spot- og futuresprisene kan ha stor volatilitet, kan prisforholdet vanligvis resultere i en mer stabil basis. En stabil basis er viktig for å etablere sikringsstrategier (Ritchken, Boyle og Pennacchi, 1999). Generelt er futures det derivatet med høyest basisrisiko. Dette skyldes at en økning i spotpris vil følges av omtrent en tilsvarende reduksjon i verdien til futureskontrakten. Man må derfor vurdere om økt basisrisiko ved futures foretrekkes over høyere transaksjonskostnader ved forwards.

Forward- og futureskontraktene kan likestilles dersom man antar at den risikofrie renten er konstant. I et slikt tilfelle vil en diskontert forwardkontrakt være lik en ikke-diskontert futureskontrakt. Varierer den risikofrie renten over tid, vil kontraktene være forskjellig ettersom de daglige marginene vil ha ulik påvirkning for prisene (Eydeland og Wolyniec, 2003).

Swaps og opsjoner

En swap er en kontrakt som medfører ett eller flere bytter av kontantstrømmer, som er bestemt av forskjellen mellom to markedspriser. En swap er en samling av forwardkontrakter (Dubofsky og Miller, 2003), hvor en «single-payment-swap» er det samme som en enkelt forwardkontrakt. Swaps kan være effektivt når prisene ligger på et lavt nivå. Dette kan begrunnes i at nedsiderisiko er begrenset.

En opsjon er en kontrakt hvor kjøper eller selger har en rett, men ikke en plikt, til å kjøpe eller selge et underliggende aktivum. Dette vil gjelde til en avtalt pris, på eller innen et bestemt tidspunkt (Høidal og Korsvold, 2012). Det finnes mange typer opsjoner, og disse kan kombineres på utallige måter. Dette gir mulighet for å tilpasse et instrument etter eget behov. Det som taler for å benytte et annet derivat, er de høye transaksjonskostnadene knyttet til opsjoner (Hull, 2012). Videre vil transaksjonskostnadene øke jo lengre tid det er til forfall. Dette kan gjøre langsiktige opsjoner svært dyre, mens kortsiktige opsjoner kan ha en forfallsdato før man kan dra nytte av sikringen. Likevel vet bedriften hvilken pris den betaler, for å redusere usikkerhet om fremtidige tap. Ettersom en opsjon kan kombineres på utallige måter, må bedriften ta en rekke valg for å best tilpasse opsjonen. Dette kan gjøre valget om å

benytte opsjoner krevende, spesielt da enhver bedrift ikke har kapasitet å vurdere alle mulighetene.

Finansielle derivater benyttet i bedrifter

Bodnar, *et al.* (2011) gjennomførte en undersøkelse i 2010 analyserte hvordan finansielle og ikke-finansielle bedrifter sikrer seg mot valuta-, rente-, råvare-, energi- og geopolitisk risiko. De fant at ikke-finansielle bedrifter i stor grad er eksponert mot rente-, valuta- og kredittrisiko. Videre viste det seg at ikke-finansielle bedrifter i større grad er eksponert mot energi- og råvarerisiko enn finansielle bedrifter. To tredjedeler av de undersøkte oppgir at de benytter operasjonell sikring, mens halvparten oppgir at de benytter finansielle kontrakter. 56% av de ikke-finansielle bedriftene benytter finansielle derivater. De bedriftene som er eksponert for råvarerisiko, anså den som viktigst for fremtiden. 64% av de bedriftene eksponert for valutarisiko, og som benytter finansielle derivater, oppgir at de benytter forwardkontrakter. 38% benytter valutaswaps og 32% futureskontrakter. Vi ser dermed at forwardkontrakter er det mest brukte derivatet. Dette gjelder også for de bedriftene som er eksponert for råvarerisiko. 39% av de som benytter finansielle derivater oppgir at de benytter forwardkontrakter, 34% oppgir futureskontrakter og 34% oppgir at de benytter fastpriskontrakter.

Undersøkelsen viser at forward-og futureskontrakter er mest benyttet av bedrifter som er utsatt for råvare- og valutarisiko. Selv om undersøkelsen er gjennomført i 2010, mener vi at det ikke har skjedd store endringer frem til i dag. Ettersom vi ønsker en oppgave tett opp mot praksis, ønsker vi å benytte de derivatene som i størst grad blir benyttet i virkeligheten. Fokuset vårt vil derfor være hvordan bedrifter best kan sikre seg med forward- og futureskontrakter.

4.4 Sikring ved bruk av futures- og forwardkontrakter

Som nevnt i 4.3, har futures- og forwardkontrakter mange fellestrekk. Vi skiller derfor ikke mellom disse når vi ser på hvordan kontraktene påvirker en bedrifts kontantstrøm. Vi har tatt utgangspunkt i Ritchken, Boyle og Pennacchi (1999) matematiske formulering av sikring med futureskontrakter.

Lange sikringer benyttes når en bedrift er bekymret for at prisen på aktivumet skal øke i perioden før kjøp. Med sikring vil, kontantstrømmen, $A(t)$, spot på tid t , $S(t)$, futuresprisen på tid t og 0 , $F(t)$ og $F(0)$, se slik ut:

$$A(t) = (F(t) - F(0) - S(t)) \quad (4.1)$$

$$A(t) = (F(t) - S(t)) - F(0) \quad (4.2)$$

$$A(t) = -b(t, T) - F(0) \quad (4.3)$$

hvor b er basisrisiko, og T er forfallsdato.

Kontantstrømmen uten sikring, $\bar{A}(t)$, vil på tidspunkt t være:

$$\bar{A}(t) = -S(t) \quad (4.4)$$

Korte sikringer inngås når en bedrift er bekymret for at aktivumsprisen reduseres før salgstidspunktet. Med kontantstrømmen, $A(t)$, og spot på tid t , $S(t)$, futures prisen på tid t og 0 , $F(t)$ og $F(0)$, vil sikringen se slik ut:

$$A(t) = S(t) - (F(t) - F(0)) \quad (4.5)$$

$$A(t) = F(0) + (S(t) - F(t)) \quad (4.6)$$

$$A(t) = F(0) + b(t) \quad (4.7)$$

Kontantstrømmen uten sikring, $\bar{A}(t)$, være lik spot på tid t :

$$\bar{A}(t) = S(t) \quad (4.8)$$

Uten sikring vil man være eksponert for prisrisiko. Ved å benytte sikring vil derimot risiko reduseres til basisrisikoen. Dersom bedriftens sikringsperiode sammenfaller med kontraktlengden, elimineres basisrisikoen, og sikringen kan kalles perfekt. Dette gjelder kun dersom kontrakten holdes til forfall. En bedrift bør derfor velge en futureskontrakt som har oppgjørsdato nær handelsdatoen (Ritchken, Boyle og Pennacchi, 1999). Ofte vil det ikke

eksistere kontrakter med forfallsdato på handelstidspunktet til bedriften. Et alternativ er å benytte en futureskontrakt som har lengre tid til forfall enn bedriftens handelstidspunkt. Likevel kan dette være problematisk da likviditeten for de fleste kontrakter reduseres desto lengre de er. En annen metode er rullerende sikringer. I stedet for å handle én kontrakt for hele perioden, handles flere kontrakter i løpet av perioden. Dette gjøres ved at futureskontrakten avsluttes rett før forfallstidspunktet, for så å ta en tilsvarende posisjon i en futureskontrakt med lengre tid til forfall. En slik sikring kan gi lavere sannsynlighet for kortsiktige prisfluktuasjoner i kontrakten, men samtidig kan basisrisikoen bli svært stor (Ritchken, Boyle og Pennacchi, 1999).

4.5 Risiko i resirkulerings- og raffineringindustrien

Bedrifter i resirkulerings- og raffineringindustrien vil i stor grad være utsatt for fluktuasjoner i råvareprisen. Råvarerisiko består av ulike former for risiko. Barsed (2012) deler råvarerisiko inn i prisrisiko, kvantumsrisiko, kostnadsrisiko og politisk risiko. Prisrisiko oppstår fra en ugunstig endring i prisen. Da råvareprisen er utenfor en bedrifts kontroll, vil det oppstå prisrisiko i tilfeller ved ugunstige endringer i prisen. Endringer i tilgjengelig mengde i markedet, fører til kvantumsrisiko. Kostnadsrisiko skyldes ugunstige endringer i prisen som påvirker bedriftens varekostnader. Politisk risiko oppstår dersom endringer i lover og reguleringer påvirker prisen eller tilbudet av råvaren. Det er ofte prisen på råvaren man ønsker å sikre (Johnson, 1960). Videre i oppgaven skiller vi ikke mellom kostnadsrisiko og prisrisiko, og begge inkluderes dermed i betegnelsen prisrisiko.

Fluktuasjoner i edelmetallprisen vil ha en marginal påvirkning på tilbudet fra gruver. Årsaken til dette er at tiden mellom funn og uthenting av edelmetall ligger på 5-7 år (Cheung, 2016). I forhold til gruvedrift, er tilbudet av resirkulert edelmetall sensitivt til endringer i edelmetallprisene (Cheung, 2016). Dette kommer av at resirkulerings- og raffineringbedrifter er avhengig av at edelmetall blir levert inn til resirkulering. I dårlige tider velger privatpersoner å investere, spesielt i gull, på grunn av lav risiko. Dette bidrar til at prisene stiger. I gode økonomiske tider venter privatpersoner med å selge. Da vil tilbudet av resirkulert reduseres, og prisene vil øke. Dette viser at en stor andel av edelmetall som leveres til resirkulering vil avhenge av nivået på edelmetallprisene. Etterspørselen etter gull påvirkes av industri, investeringer og smykker, der smykker står for omtrent 50% av etterspørselen (Cheung, 2016). Fluktuasjoner i etterspørselen etter gull skyldes i hovedsak

investeringer og smykker. Disse påvirkes i større grad av endringer i gullprisen, da den relative kjøpekraften endres. Etterspørselen etter gull har derfor en tendens til å øke i nedgangstider. I en periode med økonomisk nedgang vil privatpersoner og investorer holde på gullet. Dette fører til at tilbudet av gull avtar, da en mindre andel leveres til resirkulering. Gull er det edelmetallet som i størst grad påvirkes av markedsutsiktene. Dette fordi gull blir sett på som en «trygg havn» når det er nedgangstider i økonomien (Baur og McDermott, 2016). Dette ser også ut til å være tendensen for flere typer edelmetall, men i størst grad for gull. Markedsutsiktene har derfor mye å si for tilbudet og etterspørselen i denne industrien. Etterspørsel fra industri har derimot vært relativt stabil de siste ti årene, og står for ca. 10% av etterspørselen (Cheung, 2016). Utstrømning av edelmetall i resirkulerings- og raffineringindustrien vil derfor være noe mer stabil, da industrier ønsker faste mengder inn til sin produksjon. Selv om det er flere faktorer som påvirker, kan man si at de viktigste risikofaktorene i industrien er spotpris, samt endringer i den globale økonomien.

Bedrifter vil være eksponert for valutarisiko i ulike grad. Likevel er alle enten direkte eller indirekte påvirket. Selv om en bedrift kun opererer i ett marked, kan det eksistere konkurrenter som eksporterer til dette markedet. Dermed vil bedriften være indirekte eksponert for valutarisiko, da eksportørene kan ha en mer fordelaktig valutakurs. I resirkulerings- og raffineringindustrien er de fleste bedriftene, om ikke alle, internasjonale. Når det geografiske området for bedrifter strekker seg over landegrenser, vil man være direkte eksponert for valutarisiko. Videre vil bedrifter i industrien spesielt være eksponert for USD. Dette gjelder for alle bedrifter der USD ikke er den offisielle valutaen. Dette skyldes at edelmetallprisene er notert i dollar. Valutarisiko er derfor tilstede de fleste bedrifter i industrien.

I en resirkulerings- og raffineringbedrift vil råvareinnkjøpet i hovedsak komme fra resirkulerbart materiale. Imidlertid omfavner begrepet resirkulert materiale mange ulike typer materialer, der bestanddelen av edelmetall kan variere. Det er viktig med et presist anslag for andel edelmetall i det resirkulerbare materiale. Spesielt da råvareprisen er relativt høy, slik at et avvik på noen få gram kan gi store utslag på resultatet. Dette viser risikoen som kan ligge i usikkerhet rundt renhetsgraden. Imidlertid er teknologien for analyse av mengde edelmetall godt utviklet, og renhetsgraden vil dermed ikke representere stor risiko. For bedrifter som resirkulerer elektroniske komponenter kan det imidlertid være større usikkerhet knyttet til

gjenvinningsgraden. Dette fordi en del elektronikk krever en mer komplisert/kompleks separeringsprosess.

Økt konkurranse og overkapasitetsrisiko vil kunne påvirke landskapet for industrien. Hewitt, *et al.* (2015) forventer økt konkurranse, spesielt innenfor industriell resirkulering. Ved økt konkurranse vil marginene presses, og bedriftene vil dermed påvirkes ytterligere av fluktuasjoner i råvareprisen.

Resirkulerings- og raffineringsbedrifter i edelmetallindustrien vil i størst grad være eksponert for råvareprisrisiko. Samtidig er det viktig å ha et mer helhetlig syn på risikofaktorene. Man bør ikke kun se på den isolerte effekten fra de ulike risikofaktorene, da disse kan henge tett sammen. Ved å behandle de ulike formene for risiko som uavhengig av hverandre, står man i fare for å ikke oppdage fordelene som ligger i diversifisering av risiko. Tradisjonelt har bedrifter håndtert valuta- og råvareprisrisiko separat. Den siste tiden er det argumentert for at man bør integrere disse to risikoene. Spesielt ettersom råvareprisen er notert i en annen valuta enn hva selskapet er notert i (Lester, 2010). Mange råvarer noteres i USD, og dette vil medføre valutarisiko for svært mange bedrifter. Dersom en bedrift baserer sitt valg av sikringsstrategi på en form for risiko, kan dette gi en mindre effektiv sikringsstrategi. Derfor er det viktig både med en helhetlig risikostyring, og en integrert sikring av råvare- og valutarisikoene.

4.6 Likheter og ulikheter i risiko for gruve- og resirkuleringsindustrien

Gruve- og resirkuleringsindustrien er avhengig av de samme råvarene, men er de utsatt for samme type risiko? Begge industriene er eksponert for fluktuasjoner i råvareprisen, og er avhengige av at prisen er over et gitt nivå for at det skal være lønnsomt å hente ut de edle metallene. De er også utsatt for kvantumsrisiko, samt risiko tilknyttet utvikling av kompetanse og teknologi, for å være konkurransedyktige. Likevel er det andre former for risiko en gruvebedrift har, som en resirkulerings- og raffineringsbedrift i mindre grad er eksponert for. For det første har en gruve risiko i forhold til tiden mellom oppstartstidspunkt og frem til de finner metaller. Dette betyr at kostnadene og inntektene ikke inntreffer i samme periode. Det er ikke gitt at en gruvebedrift finner den mengden edelmetaller som er estimert, og dermed kan kostnadene være underestimert (Bertsen og Davis, 2008). Fokuset på

kostnader har økt, noe som har medført at gruvebedrifter har hatt en bedre kostnadsdisiplin over de siste årene (Crowley, 2016). Likevel bør de fortsatt jobbe med kostnadsreducerende tiltak som ikke går ut over kvalitet, kvantum og menneskers helse. Kostnadsoverskridelser kan også skje i resirkulerings- og raffineringssbedrifter, men man kan med større sikkerhet vite at andel edelmetaller i materialet er høyt nok til å vite at resirkuleringen er lønnsomt. Dette skyldes at man ofte er klar over metallinnholdet i de ulike materialene, samt at teknologien for analyse av materialene er velutviklet. OECD (2013) har skrevet om hvordan bedrifter kan ha en tilbørlig aktsomhet gjennom hele verdikjeden. Korrupsjon, bestikkelser og sosial dumping blir ofte oftest nevnt i sammenheng med gruvebedrifter. Flere resirkulerings- og raffineringssbedrifter har uttalt at de ikke aksepterer edelmetaller fra gruver i Afrika, som for eksempel Manhattan Gold and Silver Refining (2013). Dette viser at flere resirkulerings- og raffineringssbedrifter tar avstand fra slik virksomhet. De er derfor ikke like utsatt for risiko knyttet til beskyldninger om korrupsjon som gruvebedrifter, da flere opererer i disse regionene.

Det er forskjeller mellom gruvebedrifter og resirkulerings- og raffineringssbedrifter, både med tanke på risiko og fremtidig utvikling. Begge vil kunne utvikle teknologien, men resirkulerings- og raffineringssbedrifter har det komparative fortrinnet i at de kan teknologien for å finne frem de skjulte skattene som allerede er blitt tatt i bruk. Dette har ikke de fleste gruvebedrifter, samt at det bare er en viss mengde edelmetaller igjen i jorden som er lønnsomt å hente ut. Slik kan vi til en viss grad si at resirkulerings- og raffineringssbedrifter er fremtidens gruvebedrifter (*Recycling and the Future of Mining*, 2012). Videre krever gruvedrift flere ansatte og har høyere kostnader. Dette øker risikoen for kostnadsoverskridelser. Likevel vil store deler av den finansielle risikoen samsvare med en resirkulerings- og raffineringssbedrift, mens den operasjonelle risikoen er relativt forskjellig.

5. Beslutning under usikkerhet ved hjelp av stokastisk programmering

Usikkerhet er tilstede i det fleste beslutninger, og er en essensiell faktor som bør inkluderes for å suksessfullt kunne modellere et beslutningsproblem. Det vil typisk eksistere usikkerhet rundt fremtidig pris, tilbud, etterspørsel, kostnad, inntekt, teknologi og produksjon. Man skiller gjerne mellom deterministiske og stokastiske modeller. Førstnevnte modell inkluderer ingen usikkerhet, og antar dermed at atferden til en variabel er kjent. I stokastiske modeller introduserer man derimot usikkerhet i modellen. Vi vil i delkapittel 5.1 ta for oss stokastisk programmering, samt ulike modeller som inkluderer usikkerhet. I delkapittel 5.2 presenteres en metode for å predikere stokastiske variabler. I teorien som gjennomgås i dette kapitlet, er det mange begrep det ikke eksisterer gode uttrykk for, på norsk. Vi benytter derfor de engelske begrepene. Videre antar vi at leseren er noe kjent med matematisk programmering.

5.1 Introduksjon til stokastisk programmering

Stokastisk programmering er en tilnærming for å modellere optimeringsproblemer under usikkerhet (Shapiro og Philpott, 2007). Det eksisterer ulike tilnærminger for å håndtere usikkerhet. Generelt er stokastisk programmering vanskeligere å formulere og løse enn deterministiske matematiske programmer (Higle, 2005). Deterministiske problemformuleringer inkluderer ikke usikkerheten direkte i modellen, og er formulert med kjente parametere. I denne typen modeller benyttes ofte sensitivitetsanalyser. Dette gir en følelse av sikkerhet, men denne kan ofte være falsk (Higle, 2005). Dette fordi det er vanskelig å modellere problemer når vi vet at noen av variablene kan være vanskelig å estimere. Det er i slike situasjoner stokastisk programmering kan være fordelaktig å benytte. Her inkluderes usikkerheten direkte i problemformuleringen. Slike modeller forsøker å utnytte det faktum at sannsynlighetsfordelingen som styrer dataene kan estimeres eller er kjente (Shapiro og Philpott, 2007). Man ønsker å finne en metode som optimerer forventningen til målfunksjonen, og de stokastiske beslutningene. Dette med en metode som er gjennomførbar for alle, eller nesten alle, scenarier. En viktig antakelse er at sannsynlighetsfordelingen til de stokastiske variablene representerer de mulige utfallene, og at de respektive sannsynlighetene enten er kjent eller kan estimeres.

For stokastiske problemer er det viktig å kjenne til forskjellene mellom tre viktige begreper: tidsperioder, steg og scenario. En tidsperiode relateres til tiden som går i en beslutningsprosess, altså en dag, uke eller måned. Et steg kan inneholde en eller flere tidsperioder, og er et punkt hvor ny informasjon er introdusert (Kall og Wallace, 1994). Beslutningene blir tatt der et nytt steg begynner. Et scenario er ett mulig utfall for problemet gjennom alle tidsperiodene i planleggingshorisonten. Det vil si en sti fra første tidsperiode til siste tidsperiode. Derfor er det like mange scenarier som antall mulige fremtidige hendelser i siste tidsperiode, som er inkludert i modellen. Scenarier beskriver de mulige utfallene for de stokastiske variablene. Det kan eksistere svært mange scenarier, og disse representeres ofte gjennom et scenariotre.

Dette delkapittelet gir en introduksjon til stokastisk optimering, og vil sette et rammeverk for hvordan man kan håndtere risikoene i resirkulerings- og raffineringsindustrien. Videre utdyping refereres til Shapiro og Philpott (2007), Birge og Louveaux (2011), Kall og Wallace (1994) og Higle (2005). I kapitlene 5.1.1 til 5.1.4 blir recourse-problemer presentert og forklart gjennom scenariotrær, samt hvordan man kan utvide recourse-modellene. I kapittel 5.1.6 presenteres hvordan man kan håndtere risiko i modellen. I kapittel 5.1.6 presenteres hvordan modeller kan fungere med rullerende horisont.

5.1.1 Recourse-problemer

Når usikkerhet introduseres i en modell, blir tidspunktet for når beslutninger skal tas svært viktig. Må beslutningen gjennomføres i dag, eller har man mulighet til å utsette beslutningen til ny informasjon er tilgjengelig? Begrepet recourse refererer til muligheten for å tilpasse en løsning til ny informasjon (Higle, 2005). Det er derfor svært viktig å allokere beslutninger til den riktige tidsperioden. Gjennom planleggingshorisonten for et problem, kan det eksistere flere steg. «Her og nå»-beslutninger kjennetegnes av at de gjennomføres i dag, altså i første steg. Recourse-beslutninger er beslutninger som kommer i senere steg. Disse kalles recourse-beslutninger ettersom de tas når ny informasjon blir tilgjengelig i beslutningsproblemet. Recourse-modeller har to eller flere steg, og benytter muligheten til å ta inn ny informasjon som blir tilgjengelig gjennom hele planleggingshorisonten (Higle, 2005). Modellen utnytter dermed fleksibiliteten i å kunne utsette beslutninger inntil ny informasjon er gitt (Sen og Higle, 1999). Recourse-variabler er scenariospesifikke, dette betyr at de kan kompensere for negative utfall, eller utnytte muligheter i mer optimistiske scenarier. Videre er de gjensidig

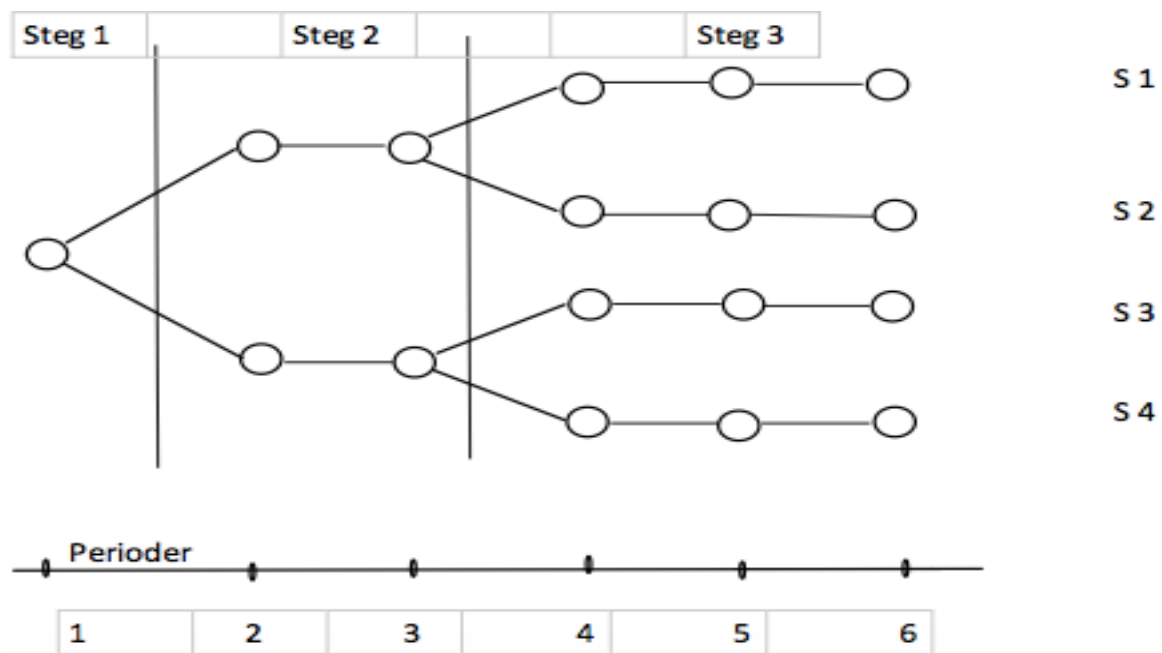
avhengig av «her og nå»-beslutningene. Det vil si at beslutningene som tas i dag må velges slik at de har fleksibiliteten til å håndtere både positive og negative ekstremscenarier, samtidig som de viser alle scenariers sannsynlighet for å inntreffe. Det eksisterer ulike former for recourse: enkel, fast, komplett og generell. Vi beskriver den generelle formen, og henviser til Hagle (2005) og Birge og Louveaux (2011) for de resterende formuleringene.

5.1.2 Scenariotrær

For å bedre forstå hvordan et recourse-problem forklarer usikkerheten, kan man benytte et scenariotre. Hvert recourse-problem kan karakteriseres av tilhørende scenariotre, scenarioproblemer og non-anticipativity-begrensninger (Hagle, 2005). Et scenariotre representerer fordelingen av de stokastiske variabler, samt måten de stokastiske variabler utvikler seg over tid. Ett scenarioproblem er assosiert med et spesifikt scenario, og kan bli sett på som et deterministisk optimeringsproblem. Non-anticipativity-begrensninger forutsetter at scenarier som deler samme historikk, frem til en spesifikk beslutningstid, også bør fatte de samme beslutningene. Non-anticipativity-begrensningene sikrer at denne forutsetningen opprettholdes, og dermed at løsningen er mulig å implementere.

Nodene i et scenariotre representerer de mulige tilstandene hvor beslutninger kan tas. Hvor nodene er representert i alle tidsperiodene i problemet. For hvert steg i scenariotreet eksisterer det en eller flere noder, og usikkerheten eksisterer der det er minst to grener ut fra en node. Nodene er lokalisert vertikalt over hver tidsperiode fra t_1, \dots, t_n . Det er gitt spesifikke verdier for de usikre parameterne i hver node. Slik forklarer antallet noder i samme tidsperiode antallet mulige fremtider som kan oppstå. Startnoden i første steg omtales som rotnoden, mens sluttnodene er ofte kalt bladnoder. Et scenario er definert av stien som kan tegnes fra rotnoden til en bladnode. Dette er en spesifikk, komplett sti av hendelser som kan oppstå gjennom tidshorizonten. For hver node eksisterer det flere scenarier, bortsett fra i det siste steget. Dette betyr at det er et krav om at scenariene deler en felles stokastisk parameter, og at det er tatt like valg for alle beslutningene i disse tidsperiodene (non-anticipativity-kravet). Når man beveger seg fra et steg til et annet, er det en sannsynlighet knyttet til ethvert mulig utfall. Dette gjør det mulig å kalkulere sannsynligheten til en hendelse for hver tidsperiode. Etter hvert som stiene deles, oppstår det unike hendelser, og beslutningene tatt i en node er derfor direkte avhengig av tidligere og mulige etterfølgende noder. Beslutninger for noder i samme tidsperiode er indirekte avhengig av hverandre. Dette fordi de påvirker de optimale

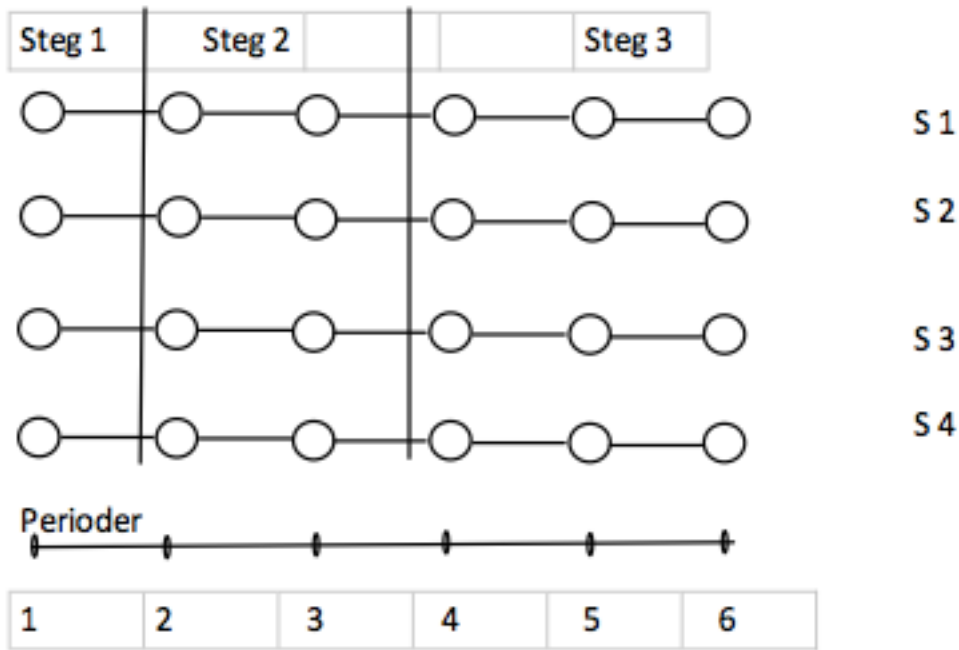
beslutningene tatt i tidligere steg. Alle mulige utfall i det kommende steget, og deres respektive sannsynligheter er kjent, men hvilket scenario som faktisk realiseres er ukjent. Dette er kjernen i recourse-problemer. Kort oppsummert skal man ta en beslutning i dag, som sørger for det beste forventede resultatet. Dette er gitt at man tar hensyn til alle predikerte fremtider, og muligheten for å tilpasse seg til hvert av disse scenariene.



Figur 5.1: Scenariotre uttrykt på implisitt form

Figuren viser et scenariotre uttrykt på implisitt form, med tre steg og seks tidsperioder.

Et enkelt scenariotre er presentert i Figur 5.1. Scenariotreet er uttrykt på implisitt form, og inkluderer tre steg og seks tidsperioder. De vertikale linjene separerer stegene, mens bladnodene indikerer at det er fire mulige sluttscenarier i problemet. Steg 1 inneholder tidsperiode 1, steg 2 inneholder tidsperiode 2 og 3, mens steg 3 inneholder tidsperiode 4, 5 og 6. Den nye informasjonen er tilgjengelig i første tidsperiode for hvert steg. Dette betyr at de senere tidsperiodene kan ses på som deterministiske. Beslutningene i steg 1 kan dermed tas i tidsperiode 1, beslutningene i steg 2 kan tas i tidsperiode 2 og beslutningene i steg 3 kan tas i tidsperiode 4. Det trenger nødvendigvis ikke å være flere tidsperioder innenfor et steg, da dette vil variere fra problem til problem.



Figur 5.2: Scenariotre uttrykt på eksplisitt form

Figuren viser et scenariotre uttrykt på eksplisitt form med tre steg og seks tidsperioder.

Scenariotreet presentert i Figur 5.1, kan også uttrykkes på eksplisitt form. Dette er vist i Figur 5.2. Her illustreres forskjellene mellom et recourse-problem på implisitt og eksplisitt form. I tillegg vises viktigheten av non-anticipativity-begrensningene i den eksplisitte formuleringen. Hovedforskjellen er at scenariotreet består av flere sett med individuelle scenarioproblemer, et for hvert mulig scenario. Hvert underproblem kan håndteres som deterministisk. Dette øker antallet noder, og vanskeligheten ved å beregne den eksplisitte formuleringen. Det er også tydelig fra Figur 5.2 at informasjonsprosessen i treet ikke lengre håndheves gjennom «forelder-barn»-nodeforholdet. Dermed blir non-anticipativity-begrensningene inkludert som ellipsoider, noe som viser til at alle beslutninger tatt i noder i en ellipsoide må være like. Dette sikrer at de samme beslutningene blir tatt for noder som deler samme historikk. Dette sikrer at problemet fortsatt er implementerbar (Sen og Higle, 1999).

5.1.3 Tostegs recourse-problemer

Tostegs lineære programmer med recourse ble introdusert av Dantzig (1955) og Beale (1955). Modellen benyttes når enkelte beslutninger må tas før ny informasjon er tilgjengelig, mens resterende beslutninger kan utsettes til ny informasjonen er tilgjengelig. Beslutningene som tas i dag, i det første steget, er representert med variabelen x . Beslutninger i det andre steget kalles recourse-beslutninger, notert som y . Alle mulige scenarier w er gitt ved et sett Ω , som inneholder hvert scenario i scenariotreet. Beslutningen y_w tas basert på den spesifikke

kombinasjonen av x og w . Recourse-variabler er gjensidig avhengig av «her og nå»-beslutninger. Dette medfører at variabelen x må velges slik at den har fleksibilitet til å håndtere scenarier av både positive og negative ekstremtilfeller. I tillegg må variabelen x ta hensyn til alle scenarienes sannsynlighet for å inntreffe. Målet med modellen er å identifisere en beslutning i det første steget x , som etterlater y i en gunstig posisjon mot alle mulige fremtider. Vi benytter videre tostegs recourse-modellen for å forklare både implisitt og eksplisitt formulering.

Implisitt formulering

Den implisitte formuleringen av en stokastisk modell blir også kalt kompakt form eller node formulering (Birge og Louveaux, 2011). Navnet implisitt formulering kommer fra at non-anticipativity-kravet håndheves implisitt, og tildeles beslutningsvariablene i nodene i scenariotreet (Kall og Mayer, 2011). I tostegs-problemet betyr dette at x bare vises som en variabel, uavhengig av w . Dette skyldes at beslutningene i første steg kun er representert av en enkelt node. Antall beslutningsvariabler y_w i det andre steget er i midlertid lik det totale antallet av scenarier, da dette er det siste steget i problemet. Higle (2005) presenterer et tostegs stokastisk lineært problem på generell form. Problemet er modifisert ved å vise at y avhenger av w . Dette blir gjort for å understreke at recourse-beslutninger er scenarioavhengige. Dette for å vise at det ikke er noen forskjell i hvordan implisitt og eksplisitt form håndterer recourse-beslutninger. Den implisitte formuleringen er gitt ved:

$$\max Z = cx + E[h(x, \tilde{w})] \quad (5.1)$$

$$Ax = b \quad (5.2)$$

$$x \geq 0 \quad (5.3)$$

$$h(x, \tilde{w}) = \max g_w y_w \quad (5.4)$$

$$W_w y_w \leq r_w - T_w x \quad w \in \Omega \quad (5.5)$$

$$y_w \geq 0 \quad w \in \Omega \quad (5.6)$$

hvor c, g, r, W, h, T er kjente vektorer og matriser. Ligning (5.1) til (5.3) viser til problemet i første steg, ligning (5.4) til (5.6) er steg to problemet, altså recourse-problemet (Higle, 2005). $E[h(x, \tilde{w})]$ i steg en, kalles verdifunksjonen eller recourse-funksjonen (Birge og Louveaux, 2011). Usikkerheten i problemet er representert ved av \tilde{w} , som er en diskret tilfeldig variabel med sannsynlighet $p_w = P\{\tilde{w} = w\}$ for hvert scenario $w \in \Omega$. Hvor Ω er et sett av scenarier. En fordel ved å benytte den implisitte formuleringen er at informasjonsprosessen i problemet

er synlig, og «her og nå»-beslutningen (x) og en kommende hendelse (w) er premissene for å løse recourse-problemet (Higle, 2005).

Eksplisitt formulering

En alternativ formulering er den eksplisitte formuleringen. Variablene i den implisitte formen splittes opp i flere variabler i henhold til scenarier (Kall og Mayer, 2011). Den eksplisitte formuleringen kan uttrykkes som:

$$\max Z = \sum_{w \in \Omega} p_w (cx_w + g_w y_w) \quad (5.7)$$

$$Ax = b \quad (5.8)$$

$$T_w x + W_w y_w \leq r_w, \quad w \in \Omega \quad (5.9)$$

$$x_w - x = 0, \quad w \in \Omega \quad (5.10)$$

$$x_w, y_w \geq 0, \quad w \in \Omega \quad (5.11)$$

hvor c, g, r, W, T er kjente vektorer og matriser. Her er problemet formulert som et sett av underproblemer, ett for hvert mulig scenario. Hvert underproblem er assosiert med ett spesifikt scenario, og kan ses på som et deterministisk optimeringsproblem. Beslutningsvariablene er modellert slik at de skal avhenge av det spesifikke scenariet. Videre er det flere begrensninger for å sikre at informasjonsstrukturen forbundet med beslutningsprosessen er respektert (non-anticipativity). Dersom antallet scenarier er endelig, vil problemet reduseres til et deterministisk ekvivalent problem (Philpott, 2011). Dermed vil variablene ha en diskret fordeling. Den viktigste forskjellen fra en implisitt formulering er at «her og nå»-beslutningen er oppsplittet, slik at x_w er scenariospesifikk. Ligning (5.7) viser hvordan alle scenarier kan ses som parallelle problemer. Hvis dette var den eneste endringen ville hvert scenario kunne blitt løst separat. Dette impliserer at beslutning x_w kunne blitt gjennomført med informasjon om sannsynligheten for at scenario w inntreffer. Ettersom det kun kan bli tatt én «her og nå»-beslutning, x , vil non-anticipativity-kravet eksplisitt bli håndtert i ligning (5.10). Dette kravet representeres av nodene i første steg, og knyttets sammen med beslutningene i ligning (5.7). Non-anticipativity-begrensningen sikrer at hver x_w variabel må ha samme verdi som x . I tillegg har målfunksjonen blitt modifisert, slik at den venter hvert scenario med dens respektive sannsynlighet, p_w . Disse to endringene sikrer at den optimale løsningen blir den samme for både den eksplisitte og den implisitte formuleringen. Den eksplisitte formuleringen tillater for at problemet kan konstrueres for ett enkelt scenario. Problemet kan deretter utvides til et ønsket antall scenarier med tilhørende stokastiske parametere og sannsynlighet. Den eksplisitte formuleringen er beregningsmessig mer kompleks enn den implisitte formen. Dette skyldes økningen i antall variabler. Den

eksplisitte formuleringen har en fordel i at formen på det stokastiske treet kan kontrolleres kun ved å justere non-anticipativity begrensningen. I tillegg til å forsikre at de stokastiske parameterne er innenfor de tidsperiodene hvor scenariene deler noder i scenariotreet. Den eksplisitte formuleringen gjør det relativt enkelt å endre hvilke tidsperioder som hører til de ulike stegene, samt tilføre flere steg. Valget mellom eksplisitt og implisitt form avhenger av løsningsalgoritmen man benytter seg av.

5.1.4 Flerstegs recourse-problemer

Flerstegs recourse-problem representerer en situasjon hvor ny informasjon gis på flere tidspunkt gjennom planleggingshorisonten. Beslutninger må derfor tas kontinuerlig basert på ny informasjon. Dette gir et «beslutt-observer-beslutt,...» mønster som kan repeteres utallige ganger (Higle, 2005). Dette kan være nyttig ettersom det i mange situasjoner kommer informasjon på flere tidspunkt. Dette problemet kan også uttrykkes på eksplisitt eller implisitt form. Den eksplisitte formuleringen er ofte mer intuitiv å lese eller skrive, mens implisitte formuleringen kan gjøre prosessen med å løse problemet lettere ettersom det er færre variabler og restriksjoner. Et flerstegs recourse-problem på eksplisitt form kan uttrykkes som:

$$\max Z = \sum_{w \in \Omega} p_w \sum_{t \in T} c x_w^t \quad (5.12)$$

$$\sum_{j=1}^t A_w^{tj} x_w^j \leq b_w^t, \quad t \in T, w \in \Omega \quad (5.13)$$

$$x_w^t - x_n^t = 0, \quad t \in \mathcal{T}(n), w \in \Omega(n), n \in \mathcal{N} \quad (5.14)$$

$$x_w^t \geq 0, \quad t \in T, w \in \Omega \quad (5.15)$$

Steg en og recourse-beslutninger er ikke lengre separert med ulike navn på variablene. Nå representerer x_n^t beslutningen tatt i tidsperiode t , og \mathcal{N} er et sett av non-anticipativity-restriksjoner. Restriksjonen i ligning (5.14) sikrer at hver beslutning x_w^t i tidsperiode $t \in \mathcal{T}(n)$ er lik i alle scenarier gitt ved $w \in \Omega(n)$.

Et flerstegs recourse-problem på implisitt form, kan uttrykkes som:

$$\max Z = \sum_{v \in V_T} P_v \sum_{v \in V_T} c x_v \quad (5.16)$$

$$\sum_{v=1}^{E_t} A_v x_v \leq b_v \quad v \in \Omega \quad (5.17)$$

$$x_v \geq 0 \quad v \in \Omega \quad (5.18)$$

E_t er det totale antallet noder i tidspunkt t . V er et sett av sluttnoder i tidspunkt T . Her vil strukturen i problemet håndteres implisitt, slik at man ikke behøver non-anticipativity-restriksjoner.

5.1.5 Recourse-modeller og rullerende horisont

Beslutningstaking med rullerende horisont er vanlig for problemer med flere steg, og representerer én løsning for hvordan man kan benytte recourse-modeller. Kort fortalt består metoden av å gjentatte ganger ta de mest «tidskritiske» beslutningene (Sethi og Sorger, 1991). Etter at beslutningene er tatt, og ny informasjon blir tilgjengelig, vil et nytt sett av beslutninger bli de mest «tidskritiske». Før disse beslutningene kan tas, vil det benyttes nye prognoser for fremtidige tidsperioder, og dermed vil eksisterende prognoser blir revidert eller oppdatert. En rullerende horisont benyttes ofte dersom planlegging antas å fortsette i det uendelige.

5.1.6 Risikoavers optimering

Den optimale løsningen ved å maksimere forventning er ikke alltid like fornuftig. Dette skyldes at den optimale løsningen ikke tar hensyn til risikoen forbundet med beslutningene. Ved å ta hensyn til risiko kan den optimale løsningen endres, men samtidig tilpasses bedre til en beslutningstakers risikopreferanse. Risiko kan formuleres på ulike måter i en modell. Generelt inkluderes risiko i målfunksjonen når man benytter stokastisk programmering, men den kan også inkluderes som en restriksjon på høyre side. Vi velger videre å se på risiko formulert i målfunksjonen. Videre interesse for formulering av risiko henvises til McCarl og Spreen (1997).

Det er foreslått mange muligheter for formulering av risiko i målfunksjonen. En klassisk tilnærming til risikoaversjon er basert på teori om forventet nytte. Nytte er vanskelig å spesifisere, og løsninger ved en tilfeldig valgt nyttefunksjon kan være vanskelig å tolke og forklare (Shapiro, Dentcheva og Ruszczyński, 2009). En moderne tilnærming for å modellere risikoaversjon i et optimeringsproblem, er å benytte et risikomål. Vi presenterer en enkel mean-variance analyse. Mean-variance (MV) optimering handler om å balansere forventet avkastning mot tilhørende risiko. Grunnlaget kommer fra arbeidet til Markowitz (1952). I ettertid er MV optimering også benyttet i andre sammenhenger, for eksempel ved kontantstrømoptimering. Dette gjør at man kan vekte risiko i forhold til en bedrifts eller investors risikopreferanser. Resterende deler av kapittel 5.1.6, bygger på Zenios (2007).

En portefølje er effisient dersom den har maksimal forventet avkastning, gitt en øvre grense for risiko, eller har minimal risiko for en gitt forventet avkastning (Zenios, 2007). Denne kan konstrueres ved å beregne verdier for ulike risikopreferanser. Variansen i en portefølje representerer et mål på porteføljens risiko.

For å sikre at egenskapene for en effisient portefølje er tilfredsstilt må den optimale proporsjonale allokeringen, x_i , for eiendel i være:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (5.19)$$

Forventet avkastning for en portefølje er gitt ved:

$$R(x; \bar{r}) = \sum_{i=1}^n \bar{r}_i x_i \quad (5.20)$$

hvor \bar{r}_i er gjennomsnittlig avkastning for eiendel i .

Og variansen er gitt ved:

$$\sigma^2(x) = \varepsilon[[R(x; \bar{r}) - R(x; \bar{r})]^2] \quad (5.21)$$

For å konstruere en portefølje med maksimal forventet avkastning, med en øvre grense for risiko, løses følgende modell:

$$\text{Max } R(x; \bar{r}) \quad (5.22)$$

$$\sigma^2(x) \leq w \quad (5.23)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (5.24)$$

hvor w er en øvre grense for risiko.

For å konstruere en portefølje med minimum risiko, for en gitt forventet avkastning, løses følgende modell:

$$\text{Minimer } \frac{1}{2} \sigma^2(x) \quad (5.25)$$

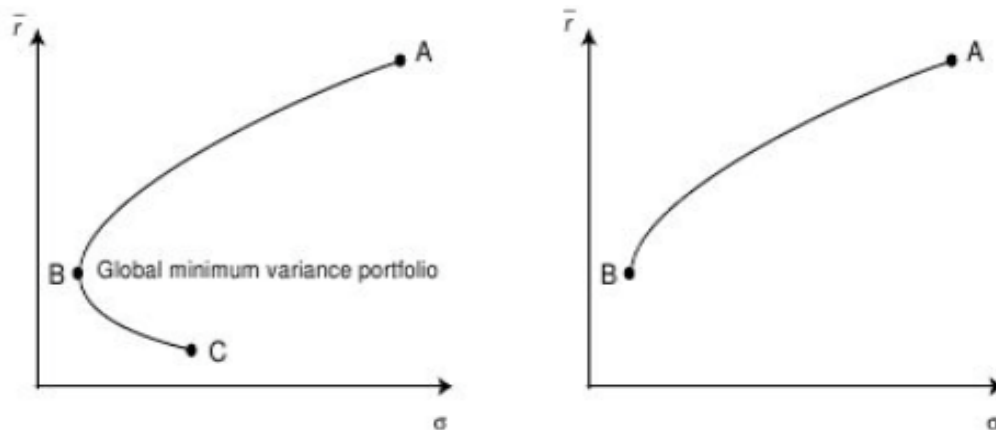
$$R(x; \bar{r}) = \mu \quad (5.26)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (5.27)$$

hvor μ er et mål for forventet avkastning.

Dette er et problem med lineære begrensninger. Ved å variere μ i ligning (5.25) kan man generere flere porteføljer. Figur 5.1 viser en kurve med en fallende μ , der varians minimeres for en gitt forventet avkastning. Dette er MV-kurven. Punkter til venstre for kurven er ikke løsbare. Punkt A viser den høyeste forventede avkastningen, men har samtidig høyest risiko. Dersom forventet avkastning reduseres, samtidig som variansen øker, vil man få en høyere

risiko med lavere forventet avkastning. Dette tilsvarer punkter mellom B og C i Figur 5.3. En slik portefølje er ikke økonomisk rasjonell, da man kan oppnå høyere forventet avkastning til samme risiko. Porteføljen med lavest varians betegnes som den globale minimum–variansporteføljen, og tilsvarer punkt B i Figur 5.1. Effisiente porteføljer er de som samsvarer med den øvre delen av MV-kurven. Dette er mellom punktene A og B i Figur 5.3.



Figur 5.3: Effisient front

Figuren viser den effisiente fronten. Figuren til venstre viser punktene fra B til C, som ikke er økonomisk rasjonelle. Figuren til høyre viser den øvre delen av minimum–variens kurven, altså den effisiente fronten.

Man kan også kombinere maksimering av avkastningen med minimering av variansen for å lage en effisient front. Målfunksjonen vil være en vektet kombinasjon av risiko og avkastning. λ er en vektingsfaktor, og kan innta verdier i intervallet $[0,1]$. For hver verdi av λ , vil vi få porteføljer med minimum risiko for dens maksimum forventede avkastning. Slik kan vi få et sett av porteføljer som sammen danner den effisiente fronten. For å finne de ulike porteføljene løser man følgende modell:

$$\text{Minimer: } \lambda\sigma^2(x) - (1 - \lambda)R(x; \bar{r}) \quad (5.28)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (5.29)$$

$$x \in X \quad (5.30)$$

hvor X er et sett av optimale proporsjonale allokeringer. Dette er den originale modellen for MV-analyse, og kan bli anvendt i sin restriktive form, eller ved å slakke på noen av betingelsene. Modellen kan derfor bygges videre på for en mer kompleks modellering. Videre utdyping av MV-analyser, henvises til Zenios (2007).

Varians er et mye brukt risikomål innenfor finans, men behøver ikke å være det beste risikomålet for finansiell risikostyring da den vektet pessimistiske og optimistiske muligheter likt (Park, *et al.*, 2009). Nyttefunksjonen for en beslutningstaker er asymmetrisk, der alle ønsker å unngå pessimistiske resultater, men søker de optimistiske. Nedsiderisiko, introdusert

av Eppen, Martin og Schrage (1989), kan defineres som forventet absoluttverdi av det negative avviket fra et spesifikt mål på profitt. Ved å erstatte varians med nedsiderisiko, vil man oppnå mer realistiske løsninger for en beslutningstaker. For andre risikomål henvises det til Shapiro, Dentcheva og Ruszczyński (2009).

5.2 Prediksjon av stokastiske variabler

Nå som vi har presentert teori om stokastisk programmering, er det viktig å fremheve betydningen av å finne gode prediksjoner for de stokastiske variablene. Det er disse som representerer usikkerheten i modellen, og man ønsker en god representasjon av fremtiden. Ulike prediksjonsmetoder beskriver hvordan informasjon om en fordeling benyttes til å estimere fremtidige verdier. Teorien som presenteres benyttes til å generere scenariobaserte prediksjoner for edelmetallpris og valutakurs. Beslutninger vedrørende bruk av terminkontrakter er en følge av at fremtidige priser er usikre. Det er dermed viktig å avspeile risikoen som ligger i fluktuerende priser.

5.2.1 Prediksjonsmodeller

Det finnes mange ulike prediksjonsmetoder. Vi vil presentere en metode basert på univariat tidsserieanalyse: autoregressive integrated moving average prosess (ARIMA). Den første formelle prosedyren for en ARIMA-modell ble introdusert av Box og Jenkins (1976). Denne metoden er valgt da det er en enkel metode, der fremtidig pris predikeres ut ifra observasjonsseriens iboende mønster. Modellen tar hensyn til at fremtidige priser vil avhenge av autokorrelasjon i serien.

Autoregressive (AR) modeller

En autoregressive (AR) prosess beskriver en tidsserie ved å benytte historisk data for å predikere fremtidige verdier. Altså vil variabelen som skal predikeres kun avhenge av tidligere verdier, samt et tilfeldig feilledd. På generell form kan en $AR(p)$ -prosess skrives som:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad t \in T \quad (5.31)$$

der y_t er verdien som skal predikeres i modellen, y_{t-i} er verdien av y i tidligere perioder. p er antall lags fra tidligere perioder som man antar å påvirke verdien til y . ε_t er feilleddet som

følger en hvit støy prosess ($\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$). Dette vil si at de stokastiske feilleddene er uavhengige og identisk fordelt over tid. a_i er et mål på korrelasjonen mellom y_t og y_{t-i}

Moving average (MA) modeller

En moving average (MA) prosess beskriver en tidsserie ved tidligere perioders feilledd. Det vil si at man har et veid gjennomsnitt av feilleddene, som følger en hvit støy prosess ($\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$). På generell form kan en MA(q)-prosess skrives som:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q b_i \varepsilon_{t-i}, \quad t \in T \quad (5.32)$$

der y_t er verdien som skal predikeres i modellen. ε_t er feilleddet, og ε_{t-i} er verdien av feilleddet i tidligere perioder. q er antall lags fra tidligere perioder som man antar å påvirke verdien til y . b_i er et mål på korrelasjonen mellom ε_{t-i} og ε_t .

Autoregressive integrated moving average (ARIMA) modeller

Stasjonære prosesser kan representeres i autoregressiv form eller i form av bevegelig gjennomsnitt. Det holder å anta svak stasjonærhet. Dette innebærer at tidsserien har konstant gjennomsnitt, varians og kovarians. For formell definisjon av stasjonærhet, se vedlegg A.1.1. Når disse modellene benyttes på virkelige data kan det være nødvendig med en modell av høy orden for å oppnå en god tilpasning. Dette kan gi problemer med estimeringen. En kombinasjon av en AR-modell og en MA-modell kan forbedre effektiviteten i estimeringen. Dette kalles en autoregressive moving average (ARMA) prosess.

Proessen man ønsker å predikere kan ofte være ikke-stasjonær. Dette er spesielt et kjennetegn for priser. Det å kjøre en regresjon på ikke-stasjonære prosesser kan gi problemer som spuriøse regresjoner. En Spuriøs regresjon har god tilpasning, med t-statikk som fremstår signifikant, men det er ingen kausal sammenheng mellom dataene (Granger og Newbold, 1974). For å løse dette problemet kan man benytte en autoregressive integrated moving average (ARIMA) modell. Dette er en generalisering av ARMA-modeller. ARIMA-modellen reduserer prosessen til en stasjonær ARMA-prosess etter et endelig antall differensieringer (Brockwell og Davis, 1991). Å differensiere betyr å trekke fra y_{t-1} fra y_t , der y er verdien til en variabel på henholdsvis tidspunkt $t - 1$ og t . En ARIMA(p, d, q)-modell vil dermed kombinere p antall AR-ledd, q antall MA-ledd, og er integrert av orden d . Sistnevnte sier noe om hvor mange ganger en tidsserie må differensieres for å oppnå stasjonærhet.

Tidsvarierende volatilitet

Mange prediksjonsmetoder, inkludert ARIMA-modellen, antar at volatiliteten er konstant over tid, altså homoskedastisitet. Flere finansielle tidsserier bryter med denne forutsetningen. Dette kan løses ved å modellere den betingede variansen i modellen. Engle (1982) introduserte autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH) modell. Ideen er at man estimerer den betingede variansen fra en forventningsmodell. Dette kan være residualene fra en autoregresjon, ARMA-modell eller en standard regresjonsmodell (Enders, 2015). Imidlertid er modellen for y_t -serien og betinget varians best estimert simultant. Modellen består nå av to ligninger. En forventningsligning og en prosess for feilledet:

$$y_t = a_0 + \dots + \varepsilon_t \quad (5.33)$$

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (5.34)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad t \in T \quad (5.35)$$

der $v_t \sim iid(0,1)$. v_t og ε_t seriene er serieukorrelet. h_t er betinget varians til y_t , og må være ikke-negativ. α_0 og α_i er ikke-negative konstanter.

Ofte kan det tenkes at tidligere feilledd har et langt minne. Det kan være vanskelig å estimere parameterne dersom prosessen er av høy orden. Det er også et problem at ARCH-modeller ofte kan gi negative koeffisienter. Bollerslev (1986) introduserte derfor generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (GARCH) modeller. GARCH-modellen består av q lags av kvadrerte residualer fra den betingede forventningsligningen, og p lags av den betingede variansen. Med andre ord er det en ARMA-modell for den betingede variansen.

En GARCH(p, q)-prosess kan defineres som:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (5.36)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}, \quad t \in T \quad (5.37)$$

der $v_t \sim iid(0,1)$. v_t og ε_t seriene er serieukorrelet. h_t er betinget varians til y_t , og α_0 , α_i og β_i er ikke-negative konstanter med $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$. Dette for å sikre at den betingede variansen er positiv, samt stasjonærhet.

Kvadrerte avkastninger, som er et mål på volatilitet, vil ofte kjennetegnes av å være positivt autokorrelet. Dette betyr at dersom priser for blant annet valuta, råvarer og aksjer har en kraftig bevegelse i dag, er det mer sannsynlig at prisen har en kraftig bevegelse i morgen (Reider, 2009). Dette kalles volatilitetsklynger, og ARCH/GARCH-modellen egner seg godt til å fange opp slike egenskaper (Alexander, 2008a). Siden ARCH- og GARCH-modeller ble

utviklet, har det kommet mange forslag til utvidelser som bedre tar hensyn til egenskaper man kan finne i finansielle data. Blant de mest brukte er utholdenhet, forklaringsvariabler i variansligningen, asymmetriske effekter av feilledd og inklusjon av volatilitet i forventningsligningen. Disse utvidelsene vil ikke bli nærmere gjennomgått i oppgaven. For den interesserte henvises det til Reider (2009).

5.2.2 Modellidentifisering og prediksjonsnøyaktighet

Når man skal predikere stokastiske variabler, ønsker man å finne en prediksjonsmodell som best mulig forklarer den underliggende prosessen til variabelen. Ofte vil det i første omgang være nødvendig å transformere tidsserien for å stabilisere den. Eksempelvis benyttes ofte en logaritmisk transformasjon for å redusere effekten av uteliggere, samt gjøre serien tilnærmet lineær. Videre må man identifisere en godt egnet modell. Box og Jenkins (1976) har formet en metode for modellidentifisering i predikeringsssammenheng. Denne metoden består av tre steg, som blir forklart i korte trekk:

1. Identifisering av en velegnet modell: Visuell undersøkelse av tidsserien og tilhørende autokorrelasjonsfunksjon (ACF) og partiell autokorrelasjonsfunksjon (PACF). Dette for å for å evaluere stasjonaritet og eventuelle sesongvariasjoner, samt identifisere antall AR- og/eller MA-ledd.
2. Estimering av parametere: Estimering av koeffisienter i den valgte ARIMA-modellen.
3. Diagnosetest av modellen: Validering av modellen. Det er viktig å teste om residualene viser hvitt støy. Spesielt at residualene ikke viser gjenværende autokorrelasjon eller heteroskedastisitet, samt at de er stasjonære og normalfordelte.

Denne prosessen gjentas om resultatene ikke er tilfredsstillende. En godt egnet modell kan videre benyttes for test av prediksjonsnøyaktighet. For å finne prediksjonsfeilene, sammenlignes modellens predikerte verdier mot de faktiske verdiene. Dette er gitt ved: $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

Det finnes mange mål for å teste prediksjonsnøyaktigheten til en modell. Et mye brukt mål er root mean square error (RMSE).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (e_i)^2} \quad (5.38)$$

der e_i er kvadrert prediksjonsfeil. RMSE er derfor en symmetrisk tapsfunksjon. Verdien ønskes så lav som mulig, da det indikerer god prediksjonsevne. RMSE sier ikke nødvendigvis

så mye i seg selv, og egner seg best som et relativt mål. Man bør derfor sammenligne med en referansemodell. Ved å dividere RMSE til modellen på RMSE til referansemodellen, får man relative root mean square error (RRMSE). Dersom RRMSE er ≥ 1 , indikerer dette at modellen ikke predikerer bedre enn referansemodellen.

Det å estimere koeffisienter basert på hele utvalget, vil ofte gi et for optimistisk resultat med tanke på modellens prediksjonsnøyaktighet. Dette kalles in-sample analyse. Et alternativ er å benytte en ex-post predikering, og er en out-of-sample analyse. Dette gjøres ved å dele utvalget inn i to perioder. Den første benyttes til å estimere parametere i modellen for å predikere verdier frem i tid. f_{t+h} er de predikerte verdiene, hvor h er antall perioder frem i tid som predikeres. Disse sammenlignes med de faktiske verdiene y_{t+h} fra den andre delen av utvalget.

Random walk

Vi vil benytte en random walk som referansemodell, som blant annet har blitt benyttet i Meese og Rogoff (1983). Random walk er den enkleste modellen for å forklare aktivumspriser. Random walk hypotesen sier at man ikke kan benytte historiske priser til å predikere fremtidige verdier. Dette skyldes at endringer i prisen har den samme fordelingen, samt at endringene er uavhengige av hverandre (Alexander, 2008a). Dermed er den beste prediksjonen for fremtidig pris, dagens pris. En enkel random walk kan uttrykkes som:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (5.39)$$

der y_t er prisen på tidspunkt t , y_{t-1} er prisen i forrige periode og ε_t er feilleddet som følger en hvit støy prosess. Ved å trekke fra y_{t-1} på begge sider gjenstår likningen: $\Delta y_t = \varepsilon_t$. Her ser man at forventet endring er lik null, da forventningen til feilleddet er null. Ofte kan endringen i prisen være delvis deterministisk og delvis stokastisk. Tidsserien kan dermed tenkes å følge en random walk med drift. En slik modell kan uttrykkes som:

$$y_t = y_{t-1} + a_0 + \varepsilon_t \quad (5.40)$$

der a_0 er en konstant (drift). Resterende komponenter er de samme som i en enkel random walk. Forventet endring i prisen blir her a_0 .

Fokuset for oppgaven er ikke rettet mot ARIMA-modellbygging. Imidlertid er det å finne en tilfredsstillende prisprosess et premiss for å kunne benytte den stokastiske modellen som gjennomgås i neste kapittel. Vi har i dette kapittelet gjennomgått relevant teori i korte trekk. Mer inngående informasjon refereres til Box og Jenkins (1976) for modellering med ARIMA,

Engle (1982) og Bollerslev (1986) for GARCH-modellering av variansen. For prediksjonsmetoder, henvises leseren til Hillier og Lieberman (2001).

5.2.3 Scenariogenerering

En stokastisk programmeringsmodell kan ses på som et matematisk problem hvor usikkerheten ligger i verdien til noen av parameterne. Denne usikkerheten er så beskrevet statistisk, slik at parameterne er beskrevet fra sin fordeling (enperiodisk modell), eller ved en stokastisk prosess (flerstegsmodell) (Kaut, 2003). Foruten noen få tilfeller, kan ikke stokastiske programmeringsmodeller løses direkte med en kontinuerlig fordeling. For å løse en typisk stokastisk programmeringsmodell, må man benytte en diskret fordeling med begrensede antall elementer i mengden (kardinalitet) (Kaut, 2003). Noen løsningsmetoder gjennomfører denne diskretiseringen internt. Likevel trenger de fleste metodene en diskret fordeling for å kunne benyttes, slik at diskretiseringen kan gjennomføres før løsningen på det stokastiske problemet (Kaut, 2003). Utfallet av diskretiseringen er scenariene, og hele fordelingen er et scenariotre. Scenariogenerering kan derfor forstås som prosessen med å diskretisere den sanne fordelingen, og konstruere et scenariotre.

Det eksisterer ulike metoder for scenariogenerering. Kaut og Wallace (2003) skiller mellom fem rene scenariogenereringsmetoder: betinget sampling, sampling fra spesifikke marginaler og korrelasjoner, moment matching, stibaserte metoder og optimal diskretisering. Vi vil videre benytte oss av betinget sampling, og dette presenteres kort. For interesserte lesere henvises de resterende metodene til Kaut og Wallace (2003). Betinget sampling er den mest benyttete metoden for scenariogenerering. For hver node i et scenariotre, genereres det flere verdier fra den stokastiske prosessen. Dette er gjort ved enten å generere direkte fra fordelingen til den stokastiske prosessen, eller ved å utvikle prosessen ut fra en eksplisitt formulering. Metoden er nyttig når den underliggende prosessen innehar en statistisk avhengighet fra tidligere verdier, og samtidig at prosessen ikke er helt tilfeldig (Mitra, 2006). I en modell med flere perioder, kan eksempelvis stokastiske prosesser som ARIMA og GARCH benyttes.

6. En stokastisk flerstegsmodell

I dette kapitlet skal vi presentere en lineær flerperiodisk stokastisk optimeringsmodell. Vi har valgt stokastisk programmering i vår oppgave for å ta høyde for usikre variabler. I stedet for å anta én kjent verdi, vil de usikre variablene beskrives fra stokastiske prosesser. Imidlertid må de stokastiske prosessene forenkles til diskret form, for å kunne løse optimeringsproblemet. Hvert utfall vil dermed ha en tilhørende sannsynlighet. Et scenariotre vil bidra til å gi en god oversikt over optimeringsproblemet. Kapittel 6.1 er en introduksjon til modellen. Vi presenterer modellens mål, omfang, data og viktige egenskaper, samt hvordan modellen er begrenset til forskjell fra problemer i den virkelige verden. Kapittel 6.2 inneholder modellformuleringen. Først blir alle sett, parametere og beslutningsvariabler formelt presentert. Dette etterfølges av en matematisk formulering av problemet, som inneholder målfunksjonen med tilhørende restriksjoner.

6.1 Introduksjon av modellen

Å modellere realiteten krever en overveldende mengde av detaljer. For at modellen skal kunne være praktisk anvendelig, er antakelser og forenklinger en nødvendighet. Dette både med tanke på å gi en mulig løsning, at modellen er beregningsmessig løsbart, samt at den ikke er for tidkrevende i anvendelse. Dette er spesielt viktig dersom sikringsbeslutninger tas innenfor en kortsiktig horisont. For at modellen skal være praktisk anvendbar er det essensielt å identifisere og inkludere de mest signifikante faktorene som kan påvirke en beslutningstaker. Samtidig er det viktig å se hvilke begrensninger som skiller modellen fra problemer i den virkelige verden. I påfølgende delkapitler presenteres henholdsvis målet for modellen, omfanget, bruken og viktige egenskaper ved modellen.

6.1.1 Målet med modellen

Målet med modellen er å gi en resirkulerings- og raffineringssbedrift et verktøy for hvordan de kan ta lønnsomme valg i forhold til sikring av råvarepris og valutakurs. Dette gjelder spesielt da det ligger usikkerhet i både inn- og utstrømning av edelmetall, og dermed vil bedriften være eksponert for disse risikoene ved å ha en metallbeholdning.

Det taktiske planleggingsproblemet består av beslutninger om optimalt bruk av terminkontrakter og metallån. For terminkontraktene må beslutningstakere bestemme når de skal inngå en kontrakt, størrelsen og posisjonen på kontrakten. For metallånet må beslutningstakeren bestemme om størrelsen på metallånet skal endres, og eventuelt hvor mye. Beslutningene vil påvirkes av hvor mye en bedrift ønsker å være eksponert mot spotpris. En beslutningstaker må derfor vurdere usikkerheten, både når det gjelder fremtidig edelmetallpris og valutakurs, samt andre forhold som påvirker risikoen i en bedrift.

Modellen er utformet slik at sluttsaldo på bankkonto skal maksimeres ved endt planleggingshorisont. Fokuset er dermed rettet mot netto kontantstrøm. Dette er et resultat av at det er prisrisikoen, som ligger i differensen mellom inn- og utstrømninger, som skal sikres. Netto kontantstrøm er et godt mål for å få et overblikk over hvor mye som bør sikres for å redusere priskeksponeringen bedriften er utsatt for.

Formålet med sikring vil ofte være rettet mot driftsmessig sikring, og dermed begrenses handlingsrommet for spekulasjon. Bedrifter vil alltid ønske å oppnå et best mulig resultat. Samtidig er en stabil kontantstrøm viktig for at driften opprettholdes, samt at likviditeten er tilfredsstillende, slik at lønnsomme investeringer kan gjennomføres. Vi har derfor valgt å inkludere risiko i modellen. Dette bidrar til et mer realistisk bilde av virkeligheten, da beslutningstakere kan ha ulike risikopreferanser. Ved å tillate ulik vektning av risiko, kan verktøyet benyttes for flere bedrifter hvor risiko er av ulik betydning. Modellen fanger derfor opp at en optimal sikringsstrategi for en bedrift, ikke nødvendigvis er optimal for en annen.

6.1.2 Modellens omfang

Modellen går ut på å overveie beslutninger om bedriftens sikring, hvor den største usikkerheten ligger i fremtidig edelmetallpris og valutakurs. I resirkulerings- og raffineringindustrien vil pris- og valutarisiko hovedsakelig komme fra differansen i mengden edelmetall som går inn og ut av bedriften i en gitt tidsperiode. På grunn av daglige fluktuasjoner i prisene, vil verdien av differansen endres i takt med endringen i prisene. For å unngå for store endringer i verdien på metallbeholdningen, bør beslutninger om sikring tas på en mer kontinuerlig basis. I tillegg vil inn- og utstrømning av edelmetall variere fra dag til dag, slik at sikringen i seg selv vil være kortsiktig av natur. Dette er årsaken til at denne industrien ofte vil benytte seg av kontrakter med kontantoppgjør fremfor fysisk levering.

Omfanget av modellen begrenses til planlegging av finansiell sikring i en resirkulerings- og raffineringssbedrift. Optimering av produksjon er derfor utenfor oppgavens formål, og produksjonen antas å være gitt. Siden sikring vil skje på en kortsiktig basis, vil ikke den overordnede operasjonelle driften endres nevneverdig over planleggingshorisonten. Vi mener derfor at en slik begrensning ikke vil ha for stor påvirkning på beslutningene som tas. Denne begrensning vil forenkle modellen. Enkelte kostnader og inntekter antas derfor å være uavhengig av beslutningene, og kan dermed anses å være konstant. Slike kontantstrømmer kan for eksempel være lønnskostnader eller andre kostnader og inntekter som påvirker bedriftens kjernevirksomhet. Disse kontantstrømmene inkluderes som deterministiske parametere i modellen. Dermed kan man få et overblikk over hvordan bedriften som helhet kan påvirkes av sikringen, samtidig som det tas hensyn til konkurssansynlighet.

Som nevnt i kapittel 4.5, vil de fleste bedrifter i resirkulerings- og raffineringssindustrien være eksponert for fluktasjoner i USD. Mange små- og mellomstore bedrifter har ikke ressurser til å fokusere mye på en sikringsstrategi. Dette resulterer ofte i enkle sikringsstrategier, og ofte vil pris- og valutarisiko håndteres separat. Imidlertid kan det være en fordel å se disse risikoene i sammenheng. Dette skyldes at både pris- og valutarisiko oppstår som en følge av differansen i inn- og utstrømninger av edelmetall. En bedrift vil derfor være utsatt for pris- og valutarisiko i like stor grad, til enhver tid. Ofte opererer bedrifter i denne industrien utenfor morselskapets landegrenser. Dermed vil en bedrift være eksponert for flere valuta, men samtidig gir dette en spredning av valutarisikoen. Bedriften vil dermed ikke i like stor grad påvirkes av den enkelte valuta. Vi velger derfor å se bort fra denne typen valutarisiko, da vi mener at eksponeringen mot USD har størst påvirkning for denne industrien.

Lagringskostnader er svært avhengig av hvilken type råvare man ser på. For eksempel befinner kraftprodusenter seg i en ekstrem ende. De trenger stor lagerplass for sine vannmagasin, og dette er svært kostbart. Edelmetaller befinner seg derimot i motsatt ende, og er billig å lagre (Ekstrand, 2011). Bedrifter i denne industrien har derfor relativt lave lagerkostnader. Selv små volum av edelmetall er svært tungt, og trenger derfor ikke stor lagringsplass. Edelmetallbeholdninger krever dessuten ikke vedlikehold. Vi velger derfor å se bort fra lagringskostnadene i vår modell. Videre velger vi også å se bort fra «convenience yield» ettersom denne nærmest er neglisjerbar for edelmetall (Casassus og Collin-Dufresne, 2005).

En siste begrensning av modellen gjelder beholdningen av edelmetall. Vi ser kun på metallbeholdningen i en bedrift samlet under ett. Dette betyr at vi ikke deler metallbeholdningen inn i resirkulerbart materiale, rent metall, varer i arbeid, ferdigvarer med mer. Dette skyldes at vi ikke skal optimere produksjonen, men fokusere på sikringen av pris- og valutarisiko som følge av differanser i inn- og utstrømninger av edelmetall.

Selv om fokuset i oppgaven er rettet mot resirkulerings- og raffineringsbedrifter innenfor edelmetallindustrien, vil verktøyet kunne være relevant i andre industrier. De fleste industrier er eksponert mot fluktuasjoner i råvarepris og valutakurs. Med noen endringer, kan modellen tilpasses til bruk i andre industrier.

6.1.3 Bruk av modellen

Modellen er ment å benyttes med en rullerende horisont. Dette kommer av at beslutninger om sikring for en bedrift bør tas løpende for hvert steg med ny informasjon, gjennom hele bedriftens levetid. Modellen kan dermed gjentas når ny informasjon er tilgjengelig. Ved å samtidig oppdatere tidligere estimeringer og parametere, samt revidere hvordan modellen historisk har prestert, kan man gjøre små justeringer for å forbedre fremtidige beslutninger. Videre kan man gjennomføre nye beslutninger for den oppdaterte perioden. For en resirkulerings- og raffineringsbedrift, kan ny informasjon om mengde og prisutvikling medføre justeringer av metallån og terminkontrakter. Dermed kan nye beslutninger tas. I virkeligheten er beslutninger en kontinuerlig prosess ettersom ny informasjon vil være tilgjengelig oftere enn tidsoppløsningen i modellen. Derfor er det viktig at tidsperiodelengdene og planleggingshorisonten i modellen viser et godt bilde av denne informasjonen og beslutningsprosessen. Samtidig er det viktig å ta hensyn til den økte kompleksiteten i beregningene hvis tidsperiodelengden avtar og planleggingshorisonten øker.

Denne modellen er ment for bedrifter som driver innenfor sekundærproduksjon av edelmetaller. Dette da både inn- og utstrømninger av metaller i sterk grad avhenger av edelmetallprisen. Bedriftene i denne industrien er avhengig av marginene, og fluktuasjoner i metallprisene kan ha stor betydning for deres kontantstrøm og resultat. Hovedårsaken til dette er at de tilbyr både en tjeneste i å motta resirkulerbart materiale, og produksjon av nye produkter. Dette kan medføre perioder der inn- og utstrømning av et metall ikke er lik. For bedrifter som ikke ønsker å sikre prisfluktuasjoner som ligger i denne differansen, er nytten

av modellen begrenset. Modellen er også mest fruktbar for bedrifter som finansierer deler av sin metallbeholdning gjennom et metallån. I tillegg er det nødvendig at bedriftene har tilgjengelig informasjon for predikering av mengde og priser, enten innad i bedriften eller gitt eksternt.

Optimeringsmodellen er basert på en diskretisering av tidshorisonten, og dette gjennom bruk av et endelig antall tidsperioder. Alle kontantstrømmer i målfunksjonen fremføres til sluttidspunktet T . Valg av antall tidsperioder og planleggingshorisont er svært viktig ved bruk av modellen. Dette skyldes at jo lenger frem i tid man ønsker å predikere, jo større blir usikkerheten i de stokastiske variablene. Ofte vil det ikke være tilgjengelig informasjon om mulige fremtider, og modellens kvalitet vil avhenge av kvaliteten på estimatene til de stokastiske variablene. Likevel bør modellen ha en tilstrekkelig lang horisont for å unngå suboptimale kortsiktige beslutninger. Denne modellen er ment for sikring, som ofte tas kontinuerlig, og tidshorisonten bør derfor være relativt kort. I modellen vil beslutninger om terminkontrakter medføre at eventuelle gevinster eller tap, vil komme i senere tidsperioder. For å inkludere alle kontantstrømmene fra beslutninger i planleggingshorisonten, vil tidshorisonten i modellen fortsette etter endt planleggingshorisont. Det vil si at modellen kun inkluderer kontantstrømmer fra beslutninger som allerede er tatt etter planleggingshorisonten. Her vil det tas hensyn til at prisene er stokastiske, men ingen nye beslutninger tas.

6.1.4 Data i modellen

Basert på introduksjonen ovenfor, gis det en kort presentasjon av data som benyttes i modellen.

I modellen er fokuset rettet mot sikring av råvare- og valutarisiko, og da er det naturlig å behandle prisene som stokastiske variabler. Dette vil gjelde for både spot- og kontraktspriser for edelmetall og valuta. Årsaken bak behovet for sikring kommer fra usikkerhet i inn- og utstrømninger av edelmetall. Vi ser det derfor hensiktsmessig å behandle disse som stokastiske.

På grunn av en relativt kortsiktig tidshorisont, behandles flere av variablene i modellen som deterministiske parametere. Dette fordi de antas å være relativt stabile på kort sikt. Parameterne vil være bedriftsspesifikke, og må dermed bestemmes innad i hver bedrift. I

modellen har vi inkludert de variablene som anses å ha størst betydning i valg av en sikringsstrategi. Det vil alltid være kostnader knyttet til finansiell sikring. For at en optimal sikringsstrategi skal være realistisk, har vi inkludert transaksjonskostnader både for terminkontrakter og metallån. Videre vil det også påløpe rentekostnader på metallånet, samt renteinntekter og –kostnader på henholdsvis bankkonto og kassekreditt. Den største andelen av en bedrifts kontantstrøm vil imidlertid komme fra den operasjonelle driften. Marginene ved kjøp og salg av rent edelmetall og edelmetallrelaterte produkter vil derfor ha stor betydning for bedriftens endelige resultat. I tillegg vil andre kontantstrømmer i bedriften kunne påvirke en sikringsstrategi. Dette med tanke på å ha et helhetlig perspektiv, og ta hensyn til konkurssannsynlighet. For at sikringen best mulig skal tilpasses en beslutningstakers risikopreferanse, inkluderes maksimumsbegrensninger på terminkontraktene, samt maksimums- og minimumsbegrensninger for metallånet. En bedrifts valg av mål for sluttsaldo vil også ta hensyn til bedriftens risikoholdning.

6.1.5 Viktige egenskaper ved modellen

Beslutninger angående sikring tas kontinuerlig i den virkelige verden. Dette er ikke mulig å inkludere i modellen, og forenklinger er derfor nødvendig. Beslutninger angående metallån og terminkontrakter tas i begynnelsen av hvert steg. Videre antar vi at markedet for valuta og edelmetall er svært likvid.

I modellen har vi valgt å inkludere et metallån, da dette er mye brukt i industrien. Hensikten med et metallån er å finansiere metallbeholdningen til bedriften, samt at det fungerer som en naturlig sikring. Et metallån er et lån hvor man låner en avtalt mengde av et edelmetall. Verdien av lånet i et gitt tidspunkt tilsvare verdien målt etter fixingprisen. Verdien vil dermed variere ettersom både fixingpris og valutakurs fluktuerer. Metallånet har mange likhetstrekk med et kredittlån, der bedriften kan justere mengden metaller etter behov. Dette gjelder likevel ikke på en daglig basis, men justeringer skjer gjennom reforhandling av låneavtalen. Dermed er det relativt enkelt å tilpasse metallånet etter bedriftens metallbeholdning. Et metallån er kortsiktig av natur, og kan ha en tidshorisont på 1 måned til 3 år (Agarwal, u.å). Videre har metallån likhetstrekk med et vanlig lån, der renter belastes for hver periode. Imidlertid er regelmessige nedbetalinger typisk erstattet med reforhandlinger av størrelsen på metallånet. Vi kan si at metallånet representerer en mer stabil form for sikring,

mens terminkontrakter kan ses på som mer fleksible. Dette fordi beslutninger angående terminkontrakter ofte vil skje på en mer kontinuerlig basis i denne industrien.

Valg av sikringsstrategi kan i stor grad påvirkes av hvilken holdning man har til risiko. Et godt risikomål kan reflektere nyttefunksjonen og risikoholdningen til en beslutningstaker. Standardavvik, som er kvadrert avvik fra forventningen, er trolig det mest brukte risikomålet. Innenfor finansiell risikostyring eksisterer det likevel alternativer som bedre tar hensyn til at beslutningstakere ikke vektlegger pessimistiske og optimistiske avvik likt. For å ta hensyn til at en bedrift ønsker å minimere nedsiderisikoen, benyttes det finansielle risikomålet nedsiderisiko, som introdusert i kapittel 5.1.6. Et tilsvarende risikomål er eksempelvis benyttet i stokastisk programmeringssammenheng i Park, *et al.* (2009). Ved å kun vurdere de negative avvikene, er fokuset rettet mot å unngå at kontantstrømmen blir for lav. I vår modell er risiko inkludert i målfunksjonen. Dermed kan en beslutningstaker bestemme en terskel for kontantstrømmen etter sin egen risikopreferanse. Dette gjelder både med tanke på valg av en målverdi, og størrelsen på en vektingsfaktor for risiko. Dermed maksimeres sluttsaldoen samtidig som nedsiderisikoen minimeres. Dette er løst på samme måte som i ligning (5.28) i kapittel 5.1.6. Eventuelle negative avvik fra det valgte målet, vil påvirke målfunksjonen ved at forventet sluttsaldo påføres en straff. Vi har valgt å uttrykke risikoen på denne måten, da det gir et mer realistisk bilde av virkeligheten. Ved å vekte forventning mot risiko, har en beslutningstaker mulighet til å tilpasse modellen etter egen risikopreferanse.

I stokastiske optimeringsproblemer kan det ofte oppstå problemer ved håndtering av siste tidsperiode. Den operasjonelle driften vil i de fleste tilfeller fortsette etter planleggingshorisonten, og da må man ta hensyn til at en optimal løsning ikke forringer senere perioder. Dette kalles «End of horizon problem». I vår modell vil ikke den operasjonelle driften påvirkes av at sikringsplanleggingen avsluttes. Hovedutfordringen ligger i håndteringen av metallånet. Opptak av lån vil alltid medføre utbetalinger. Da et metallån ikke nedbetales i vanlig forstand, må man sikre at en optimal løsning ikke vil ta opp maksimalt tillatt lån i enhver situasjon. Dette håndteres ved at lånet tilbakebetales i tidsperioden etter planleggingshorisonten. I realiteten vil man imidlertid ikke ende opp med en netto utbetaling lik verdien på metallånet. Dette fordi bedriften vil reforhandle lånet på samme tidspunkt. Dermed vil kontantstrømmen kun påvirkes av verdien i endringen av størrelsen på metallånet. Imidlertid vil størrelsen på opptak av metallån besluttet utenfor planleggingshorisonten være ukjent, og dermed kan ikke endringen inkluderes i modellen.

Siden verdien på et metallån varierer i takt med fluktuasjoner i fixingpris og valutakurs, vil endringer i størrelsen resultere i gevinst eller tap. Imidlertid må en beslutningstaker være oppmerksom på at eventuelle gevinster eller tap i siste tidsperiode, vil ligge på et litt for høyt nivå. Dette på grunn av hvordan metallånet håndteres i modellen. Metallånet anses som et viktig element i modellen gjennom å fungere som en naturlig sikring. Dette kan redusere behovet av finansielle derivater til en viss grad. Hovedfokuset ligger derimot på optimal bruk av finansielle derivater, og dermed anses ikke dette som et problem av stor betydning.

6.2 Modellformulering

Vi vil nå presentere en detaljert matematisk formulering av sikringsproblemet. Først beskrives notasjonen, deretter målfunksjon og de ulike restriksjonene. Modellen er formulert som et deterministisk ekvivalent problem på implisitt form, som forklart i kapittel 5.1.2. Dette betyr at det komplette problemet består av et sett med delproblemer for hver node. Modellen sikrer dermed konsistens i beslutningen. Dette fordi den implisitte formuleringen sikrer at beslutninger tas på grunnlag av valg i foreldernodene. Man trenger dermed ikke å inkludere non-anticipativity-restriksjoner.

6.2.1 Notasjon

Før vi introduserer modellen, presenterer vi formelt alle sett, indekser, stokastiske parametere og beslutningsvariabler inkludert i modellen. Sett betegnes med kalligrafiske storbokstaver med tilhørende indekser. Deterministisk data uttrykkes med store bokstaver, beslutningsvariabler uttrykkes i latinske småbokstaver, mens greske bokstaver brukes til å uttrykke stokastiske data. Råvareprisene er målt i USD per troy ounce (toz), og mengde edelmetall er uttrykt i toz. En toz tilsvarer 31,1034768 gram.

Sett

J	Sett av edelmetall
\mathcal{P}	Sett av produkttyper
Q	Sett av inputkvalitet
\mathcal{D}	Sett av forfallsperioder for terminkontrakter
\mathcal{S}	Sett av sluttnoder
\mathcal{N}	Sett av hendelsesnoder i scenariotreet
\mathcal{T}	Sett av tidsperioder

Indekser

j	Indeks for edelmetall
\mathcal{p}	Indeks for produkttype
q	Indeks for inputkvalitet
d	Indeks for terminkontraktens forfallsperiode
s	Indeks for sluttnode
n	Indeks for hendelsesnode
t	Indeks for tidsperioder

Deterministisk data

$F_{j,q}$	Fradrag i pris ved innkjøp. Margin for analyse og raffinering av edelmetall j , med inputkvalitet q samt et lite fradrag i fixingpris for edelmetall j
$G_{j,p}$	Påslag i pris ved salg. Margin for kompleksitet for edelmetall j i produkttype p , samt et lite påslag i fixingpris for edelmetall j
TK_j^M	Transaksjonskostnader ved opptak av metallån i edelmetall j . Proporsjonal i forhold til størrelse på metallån
TK_j^R	Transaksjonskostnader ved handel av terminkontrakt i edelmetall j . Proporsjonal i forhold til størrelse på kontrakten
TK^V	Transaksjonskostnader ved handel av terminkontrakt i valuta. Proporsjonal i forhold til størrelse på kontrakten
cf^{rest}	Resterende kontantstrømmer
FK	Faste kontantstrømmer i resterende kontantstrømmer
$BEH_{1,j}$	Beholdning av edelmetall j for alle noder n i tidsperiode $t = 1$
$BANK_1$	Beløp på bankkonto for alle noder n i tidsperiode $t = 1$

$KREDITT_1$	Beløp trukket fra kassekreditt for alle noder n i tidsperiode $t = 1$
R^m	Rente for metallån
R^b	Rente for bankkonto
R^k	Rente for kassakreditt
H_j^R	Maksimal størrelse på terminkontrakter i edelmetall j
H^V	Maksimal størrelse på terminkontrakter i valuta
$H_j^{M min}$	Minimumsstørrelse på metallånet i edelmetall j
$H_j^{M maks}$	Maksimal størrelse på metallånet i edelmetall j
λ	Vektingsfaktor ved å inkludere risiko
Ω	Mål for sluttsaldo på bankkonto i sluttnodene

Stokastisk data

$\alpha_{j,n}^{spot}$	Spotpris i USD per toz for edelmetall j , i node n
$\alpha_{j,n}^{fixing}$	Fixingpris i USD per toz for edelmetall j , i node n
$\beta_{j,d,n}$	Terminkontraktspris i USD per toz for edelmetall j , med forfallsperiode d , inngått i node n
φ_n	Valutakurs for USD/«bedriftens valuta» i node n
$\gamma_{d,n}$	Terminkontraktspris for USD/«bedriftens valuta» med forfallsperiode d , inngått i node n
$\delta_{j,q,n}^{kj\ddot{o}p}$	Innkjøpspris i USD per toz for edelmetall j med inputkvalitet q , i node n
$\delta_{j,p,n}^{salg}$	Salgspris i USD per toz for edelmetall j , for produkttype p , i node n
$\eta_{j,q,n}^{inn}$	Mengde innstrømning i toz av edelmetall j , med inputkvalitet q i node n
$\eta_{j,p,n}^{ut}$	Mengde utstrømning i toz av edelmetall j , i produkttype p , i node n
$\theta_{j,n}$	Metallbeholdning i edelmetall j , i node n
v_s	Negativt avvik fra Ω , i sluttnode s
ρ_s	Sannsynligheten for sluttnode s

Beslutningsvariabler

$l_{j,d,n}^{Råvare}$	Antall toz solgt i terminkontrakt i edelmetall j , med forfallsperiode d , inngått i node n , til prisen $\beta_{j,d,n}$
$l_{j,d,n}^{Valuta}$	Antall USD solgt i terminkontrakt med forfallsperiode d , inngått i node n , til prisen $\gamma_{d,n}$
$k_{j,d,n}^{Råvare}$	Antall toz kjøpt i terminkontrakt i edelmetall j , med forfallsperiode d , inngått i node n , til prisen $\beta_{j,d,n}$
$k_{j,d,n}^{Valuta}$	Antall USD kjøpt i terminkontrakt med forfallsperiode d , inngått i node n , til prisen $\gamma_{d,n}$
$m_{j,n}$	Antall toz av edelmetall j finansiert med metallån i node n
$\Delta m_{j,n}^+$	Antall toz av edelmetall j som metallånet økes med i node n
$\Delta m_{j,n}^-$	Antall toz av edelmetall j som metallånet reduseres med i node n
$Sluttsaldo_s$	Sluttsaldo på bankkonto i sluttnode s
$bank_n$	Beløp på bankkonto i node n
$kreditt_n$	Beløp trukket fra kassekreditt i node n

6.2.2 Målfunksjonen

Målet med modellen er å maksimere forventet sluttsaldo på bankkonto.

$$\max \sum_{s \in \mathcal{S}} \rho_s \cdot Sluttsaldo_s, s \in \mathcal{S} \quad (6.1)$$

$Sluttsaldo_s$ uttrykker sluttsaldo på bankkonto i sluttnode s . Det vil si for noder n i siste tidsperiode av tidshorizonten. ρ_s er sannsynligheten for sluttnode s . Dette vil indirekte si at man ønsker å maksimere netto kontantstrøm i løpet av tidshorizonten.

6.2.3 Restriksjoner

I modellen er det tre ulike typer restriksjoner. Dette er restriksjoner knyttet til netto kontantstrøm, restriksjoner for størrelsen på både terminkontrakter og metallån og ikke-negativitetsrestriksjoner. Netto kontantstrøm inneholder mange elementer, og disse vil gjennomgås først. Deretter følger de resterende restriksjonene.

Restriksjonene vil gjelde for ulike deler av tidshorisonten i modellen. Beslutninger tas i planleggingshorisonten, og gjelder for alle noder n i tidsperiodene $t = 1, \dots, \mathcal{T} - d^{maks}$. d^{maks} er lengden på terminkontrakten med lengst tid til forfall. Tidsperioden gjelder for alle $t = 1, \dots, \mathcal{T}$. Ofte vil kontantstrømmen avhenge av verdien til en variabel i noder fra tidligere tidsperioder. For å ta hensyn til dette, benyttes indeksen $p_x(n)$, som uttrykker verdien til variabelen i foreldernoden, x tidsperioder tilbake i tid.

Netto kontantstrøm

I hver node n vil man ha et beløp stående på bankkonto eller kassekreditt.

$$\begin{aligned} bank_n - kreditt_n &= bank_{p1(n)} \cdot (1 + R^b) - kreditt_{p1(n)} \cdot (1 + R^k) \\ &+ cf_{j,p,q,n}^{bto.fortj} + cf_{j,n}^{metallån} + cf_{j,d,n}^{kontrakter} + cf_{j,p,q,n}^{rest} \\ j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, p \in \mathcal{P}, q \in \mathcal{Q}, n \in \mathcal{N} \end{aligned} \quad (6.2)$$

$bank_n$ er beløpet på bankkonto i node n , og $kreditt_n$ er beløpet på kassekreditt i node n . Disse vil avhenge av beløp fra forrige tidsperiode, enten på bankkonto eller kassekreditt, gitt ved henholdsvis $bank_{p1(n)}$ og $kreditt_{p1(n)}$. Disse forrentes til henholdsvis rente på bankkonto R^b og rente på kassekreditt R^k . Netto kontantstrøm i node n enten medføre en endring i beløpet på bankkonto, eller trekk fra kassekreditt. Dette er vist i ligning (6.2). For hver node er det fire hovedkilder av kontantstrømmer: bruttofortjeneste, inn- og utbetalinger knyttet til metallån, kontantstrømmer ved bruk av terminkontrakter og en samlepost for resterende kontantstrømmer. Disse kontantstrømmene vil forklares ytterligere før vi setter opp restriksjonene for netto kontantstrøm. Sammenhengen vist i ligning (6.2) vil gjelde for alle noder, bortsett fra noder i tidsperiode 1 og \mathcal{T} . I tidsperiode 1 vil beløpet på bankkonto eller kassekreditt fra forrige tidsperiode være deterministisk, og er henholdsvis gitt ved $BANK_1$ og $KREDITT_1$. I tidsperiode \mathcal{T} vil beløpet stående på bankkonto eller kassekreditt uttrykkes ved $Sluttsaldo_s$, som skal maksimeres i modellen.

Bruttofortjeneste

Kontantstrømmen knyttet til bruttofortjenesten består av salgsinntekt og varekostnad.

$$\begin{aligned} cf_{bto.fortj} &= \varphi_n \cdot \sum_{j \in \mathcal{J}} \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \delta_{j,p,n}^{salg} \cdot \eta_{j,p,n}^{ut} - \sum_{q \in \mathcal{Q}} \delta_{j,q,n}^{kjøp} \cdot \eta_{j,q,n}^{inn} \right), \\ j \in \mathcal{J}, p \in \mathcal{P}, q \in \mathcal{Q}, n \in \mathcal{N} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Ligning (6.3) består av to ledd. Den første er salgsinntekten, hvor $\eta_{j,p,n}^{ut}$ uttrykker mengde i toz solgt av edelmetall j , i produkttype p , i node n med tilhørende salgpris $\delta_{j,p,n}^{salg}$. Salgsprisen består videre av prisgrunnlaget $\alpha_{j,n}^{fixing}$ som er fixingprisen for edelmetall j i node n , samt en margin $G_{j,p}$. Marginen avhenger av kompleksiteten til produkttype p , for produkter av edelmetall j . I tillegg er det et lite påslag i fixingprisen til edelmetall j . Det andre leddet er varekostnaden, hvor $\eta_{j,q,n}^{inn}$ uttrykker mengde i toz kjøpt av edelmetall j , med inputkvalitet q , i node n , med tilhørende innkjøpspris $\delta_{j,q,n}^{kjøp}$. Innkjøpsprisen består videre av fixingprisen $\alpha_{j,n}^{fixing}$, og en margin $F_{j,q}$ for analyse og raffinering av edelmetall j . Marginen avhenger av inputkvalitet q til edelmetall j . I tillegg er det et lite fradrag i fixingprisen til edelmetall j . Salgsinntekten og varekostnaden avhenger av valutakursen i node n , φ_n (USD/«bedriftens valuta»). Dette fordi fixingprisen for edelmetall j oppgis i USD, mens inn- og utbetalinger i bedriften skjer i bedriftens valuta. Kontantstrømmer fra bruttofortjenesten vil gjelde i planleggingshorisonten. Det vil si for alle noder n i tidsperiode $t = 1, \dots, T - d^{maks}$.

Metallån

Metallånet påvirker kontantstrømmen først ved endring i opplånt mengde, foruten rentekostnader.

$$cf^{metallån} = \varphi_n \cdot \sum_{j \in J} (\Delta m_{j,n}^+ \cdot (1 - TK_j^M) - \Delta m_{j,n}^- \cdot (1 + TK_j^M) - m_{j,p1(n)} \cdot R^m) \cdot \alpha_{j,n}^{fixing},$$

$$j \in J, n \in \mathcal{N} \quad (6.4)$$

$\Delta m_{j,n}^+$ representerer en økning i metallånet for edelmetall j , i node n målt i toz, og $\Delta m_{j,n}^-$ en reduksjon. Da vil en innbetaling/utbetaling i node n avhenge av endringen i opplånt mengde av edelmetall j i node n , samt $\alpha_{j,n}^{fixing}$ som er fixingpris for edelmetall j i node n . Dette er en rimelig antagelse da bedriften vil foreta en beslutning om mengden som skal belånes når informasjonen i node n er tilgjengelig. Rentekostnadene tilsvarer renten for metallånet R^m multiplisert med størrelse på lånet forrige tidsperiode $m_{j,p1(n)}$ målt i toz, og fixingpris. Ved endring av størrelsen på metallånet vil det oppstå transaksjonskostnader. Transaksjonskostnadene avhenger av mengden metallånet endres med ($\Delta m_{j,n}^+$ eller $\Delta m_{j,n}^-$), fixingpris $\alpha_{j,n}^{fixing}$ og transaksjonskostnader per toz, TK_j^M . I tillegg vil

kontantstrømmer fra endring i belånt mengde, rentekostnadene og transaksjonskostnadene påvirkes av valutakursen φ_n . Kontantstrømmer fra metalllånet vil kun påvirke netto kontantstrøm til og med tidsperioden etter planleggingshorisonten. Det vil si for alle noder n i tidsperiode $t = 1, \dots, \mathcal{T} - d^{maks} + 1$. I påfølgende tidsperioder er kontantstrømmen fra metalllånet lik null. Sammenhengen vist i ligning (6.4) vil gjelde for alle noder n , bortsett fra noder i tidspunktene 1 og $\mathcal{T} - d^{maks} + 1$. Som nevnt i kapittel 6.1.5, betales lånet tilbake i tidsperioden etter planleggingshorisonten ($\mathcal{T} - d^{maks} + 1$). Dermed vil man ha en reduksjon i metalllånet lik størrelsen på metalllånet i forrige tidsperiode: $\Delta m_{j,n}^- = m_{j,p1(n)}$. Størrelsen på metalllånet i node n vil tilsvare: $m_{j,n} = m_{j,p1(n)} + \Delta m_{j,n}^+ - \Delta m_{j,n}^-$. Kontantstrømmer i denne tidsperioden er nedbetaling av lånet og rentekostnader fra forrige tidsperiode. I tidspunkt 1 vil man ta opp metalllånet i sin helhet for å samsvare med hvordan metalllånet tas hensyn til tidsperioden etter planleggingshorisonten. Dette gir $\Delta m_{j,n}^+ = m_{j,n}$, der $n=1$. De eneste kontantstrømmene er utbetaling fra metalllånet og transaksjonskostnader.

Terminkontrakter

Kontantstrømmen ved bruk av terminkontrakter deles inn etter underliggende eiendel, og hvilken posisjon man kan ta. Dette vises i ligning (6.5).

$$cf^{kontrakt} = cf_{lang}^{råvare} + cf_{kort}^{råvare} + cf_{lang}^{valuta} + cf_{kort}^{valuta} \quad (6.5)$$

Den underliggende eiendelen i modellen er enten edelmetall j eller valutakurs USD/«bedriften valuta».

$$cf_{lang}^{råvare} = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{d \in \mathcal{D}} (\varphi_n \cdot (\alpha_{j,n}^{spot} - \beta_{j,p_d(n)}^d) \cdot l_{j,d,p_d(n)}^{Råvare} - TK_j^R \cdot l_{j,d,n}^{Råvare}),$$

$$j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.6)$$

$$cf_{kort}^{råvare} = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{d \in \mathcal{D}} (\varphi_n \cdot (\beta_{j,p_d(n)}^d - \alpha_{j,n}^{spot}) \cdot k_{j,d,p_d(n)}^{Råvare} - TK_j^R \cdot k_{j,d,n}^{Råvare}),$$

$$j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.7)$$

$$cf_{lang}^{valuta} = \sum_{d \in \mathcal{D}} ((\varphi_n - \gamma_{p_d(n)}^d) \cdot l_{d,p_d(n)}^{Valuta} - TK^V \cdot l_{d,n}^{Valuta}), \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.8)$$

$$cf_{kort}^{valuta} = \sum_{d \in \mathcal{D}} ((\gamma_{p_d(n)}^d - \varphi_n) \cdot k_{d,p_d(n)}^{Valuta} - TK^V \cdot k_{d,n}^{Valuta}), \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.9)$$

Ligning (6.6) viser kontantstrømmer for en lang posisjon i edelmetall j . $\alpha_{j,n}^{spot} - \beta_{j,p_d(n)}^d$ uttrykker differansen mellom spotpris for edelmetall j i node n , og terminkontraktpris for edelmetall j i node $p_d(n)$, for kontrakt inngått i tidsperiode $p_d(n)$. Det vil si eventuell gevinst eller tap fra terminkontrakten ved forfall, målt per toz. Transaksjonskostnadene påvirker kontantstrømmen i noden man inngår en terminkontrakt. TK_j^R er transaksjonskostnadene per toz som er kjøpt av edelmetall j i terminkontrakt, og er derfor proporsjonal med handelsvolumet. Transaksjonskostnadene påvirker kontantstrømmen i noden terminkontrakten inngås. For å sikre at kontantstrømmene kommer i riktig tidsperiode, multipliseres gevinst/tap med $l_{j,d,p_d(n)}^{Råvare}$ og transaksjonskostnadene med $l_{j,d,n}^{Råvare}$. Disse er henholdsvis mengde toz i terminkontrakten inngått i node $p_d(n)$ og i node n . I tillegg vil eventuelle gevinster eller tap avhenge av valutakursen φ_n , da både spot- og terminkontraktpris er notert i USD.

Ligning (6.8) viser kontantstrømmen for en lang posisjon i valuta. $\varphi_n - \gamma_{p_d(n)}^d$ uttrykker differansen mellom valutakurs i node n og prisen på terminkontrakten i node $p_d(n)$, for kontrakt inngått i node $p_d(n)$. Det vil si eventuell gevinst eller tap for valutakursen USD/«bedriftens valuta» ved forfall. TK^V er transaksjonskostnadene per USD som er kjøpt i terminkontrakten. Transaksjonskostnadene håndteres på samme måte som med råvarer. Som ved lange kontrakter, vil eventuell gevinst eller tap multipliseres med $l_{d,p_d(n)}^{Valuta}$ og transaksjonskostnadene med $l_{j,d,n}^{Valuta}$.

Ligningene (6.7) og (6.9) viser kontantstrømmer for korte posisjoner, i henholdsvis råvarer og valuta, $k_{j,d,p_d(n)}^{Råvare}$ og $k_{d,p_d(n)}^{Valuta}$. Her vil tilsvarende sammenhenger gjelde som for lange posisjoner. Eneste forskjell er at eventuelle gevinster og tap regnes ut fra prisen på terminkontrakten i node $p_d(n)$, fratrukket spotpris i node n .

Resterende kontantstrømmer

Resterende kontantstrømmer inkluderer alle andre inn- og utbetalinger som påvirker kontantstrømmen. Dette er kontantstrømmer som ikke har stor påvirkning i valget av en sikringsstrategi.

$$cf_{j,p,q,n}^{rest} = f(\eta_{j,q,n}^{inn}, \eta_{j,p,n}^{ut}) + FK, \quad j \in \mathcal{J}, p \in \mathcal{P}, q \in \mathcal{Q}, n \in \mathcal{N} \quad (6.10)$$

Ligning (6.10) viser en generell formulering for andre kostnader og inntekter. Disse kan i stor grad variere fra bedrift til bedrift, og kan dermed tilpasses av bedriften. $f(\eta_{j,q,n}^{inn}, \eta_{j,p,n}^{ut})$ viser til variable kontantstrømmer, og beskrives her som en funksjon f av nivået på produksjonen gitt ved henholdsvis mengde inn- og utstrømninger ($\eta_{j,q,n}^{inn}$ og $\eta_{j,p,n}^{ut}$). FK er faste kontantstrømmer. $cf_{j,p,q,n}^{rest}$ er ofte representert gjennom kostnader, og blir derfor uttrykt som kostnader. Resterende kontantstrømmer vil gjelde i planleggingshorisonten. Det vil si for alle noder n i tidsperiode $t = 1, \dots, T - d^{maks}$.

Restriksjoner for netto kontantstrøm

Nå som de ulike delene av netto kontantstrømmen er forklart, setter vi opp restriksjonene for netto kontantstrøm på forenklet form. På grunn av ulik håndtering av beløp på bankkonto/kassekreditt, og at noen kontantstrømmer kun gjelder for ulike tidsperioder, må vi ha fire ligninger for restriksjonene. Restriksjonene i fullstendig form vises i kapittel 6.2.5.

for alle n i tidsperiode $t = 1$:

$$cf_{j,n}^{metall\lambda\ddot{a}n} + cf_{j,d,n}^{kontrakter} - bank_n + kreditt_n = -cf_{j,p,q,n}^{bto.fortj} + cf_{j,p,q,n}^{rest} - BANK_1 + KREDITT_1, \quad j \in J, d \in D, p \in P, q \in Q, n \in N \quad (6.11)$$

for alle n i tidsperiode $t = 2, \dots, T - d^{maks}$:

$$cf_{j,n}^{metall\lambda\ddot{a}n} + cf_{j,d,n}^{kontrakter} + bank_{p_1(n)} \cdot (1 + R^b) - bank_n - kreditt_{p_1(n)} \cdot (1 + R^k) + kreditt_n = -cf_{j,p,q,n}^{bto.fortj} + cf_{j,p,q,n}^{rest}, \quad j \in J, d \in D, p \in P, q \in Q, n \in N \quad (6.12)$$

for alle n i tidsperiode $t = T - d^{maks} + 1, \dots, T - 1$:

$$cf_{j,n}^{metall\lambda\ddot{a}n} + cf_{j,d,n}^{kontrakter} + bank_{p_1(n)} \cdot (1 + R^b) - bank_n - kreditt_{p_1(n)} \cdot (1 + R^k) + kreditt_n = 0, \quad j \in J, d \in D, n \in N \quad (6.13)$$

for alle n i tidsperiode $t = T$:

$$cf_{j,d,n}^{kontrakter} + bank_{p_1(n)} \cdot (1 + R^b) - kreditt_{p_1(n)} \cdot (1 + R^k) - Sluttsaldo_s = 0, \quad j \in J, d \in D, n \in N \quad (6.14)$$

Restriksjoner for størrelse på terminkontraktene:

Her vil vi sette opp to alternativer. Dette er i forhold til størrelsen og posisjonen i terminkontrakter som tillates i node n i planleggingshorisonten.

Alternativ 1– Driftsmessig sikring med størst handlingsrom:

Her settes det en restriksjon der størrelsen på kontraktene begrenses av en fastsatt mengde. Dette gjelder for både lange og korte terminkontrakter i edelmetall j og valuta.

$$l_{j,d,n}^{Råvare} \leq H_j^R, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.15)$$

$$k_{j,d,n}^{Råvare} \leq H_j^R, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.16)$$

$$l_{d,n}^{Valuta} \leq H^v, \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.17)$$

$$k_{d,n}^{Valuta} \leq H^v, \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.18)$$

H_j^R er maksimal størrelse på terminkontrakter i edelmetall j , og H^v er maksimal størrelse på terminkontrakter i valuta. $l_{j,d,n}^{Råvare}$ og $k_{j,d,n}^{Råvare}$ er henholdsvis størrelsen på lang og kort posisjon i edelmetall j . $l_{d,n}^{Valuta}$ og $k_{j,d,n}^{Råvare}$ er henholdsvis størrelsen på lang og kort posisjon i valuta. Beslutninger angående terminkontrakter, tas innenfor planleggingshorisonten. Det vil si for alle noder n , i tidspunkt $t = 1, \dots, T - d^{maks}$.

Alternativ 2 – Driftsmessig sikring:

Her settes det en restriksjon der størrelsen på summen av kontraktene for alle forfallsperioder d i node n , begrenses til endring i metallbeholdningen, men kun den delen som ikke er sikret ved endring i størrelsen på metalllånet. Det betyr at endringen som ikke er sikret av metalllånet, enten er eksponert for spotpris eller sikret ved bruk av en terminkontrakt. Valget av en lang eller kort posisjon må tas med utgangspunkt i metallbeholdnings økning- eller reduksjon i løpet av tidsperioden. Dette gjelder både for edelmetall- og valutakontrakter. Imidlertid vil eksponeringen mot USD tilsvare summen av verdien av endringen i metallbeholdningen for alle edelmetall j . Dermed begrenses størrelsen på terminkontrakten til nettoeksponeringen. Disse restriksjonene kan uttrykkes som:

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} l_{j,d,n}^{Råvare} \leq (\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)}), \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.19)$$

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} k_{j,d,n}^{Råvare} \leq -(\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)}),$$

$$j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.20)$$

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} l_{d,n}^{Valuta} \leq \sum_{J \in \mathcal{J}} (((\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)})) \cdot \alpha_{j,n}^{fixing}),$$

$$J \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.21)$$

$$\sum_{\mathcal{D} \in \mathcal{d}} k_{d,n}^{Valuta} \leq - \sum_{\mathcal{J} \in \mathcal{j}} (((\theta_{j,n} - \theta_{j,p_1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p_1(n)})) \cdot \alpha_{j,n}^{fixing}),$$

$$\mathcal{J} \in \mathcal{j}, \mathcal{d} \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad (6.22)$$

$\theta_{j,n}$ og $\theta_{j,p_1(n)}$ er henholdsvis metallbeholdningen for edelmetall j i node n og i forrige tidsperiodes node $p_1(n)$. $m_{j,n}$ og $m_{j,p_1(n)}$ er henholdsvis størrelsen på metalllånet for edelmetall j i node n og i forrige tidsperiodes node $p_1(n)$. $\alpha_{j,n}^{fixing}$ er fixingpris for edelmetall j i node n . Metallbeholdningen for edelmetall j i node n kan uttrykkes som:

$$\theta_{j,n} = BEH_1 + \eta_{j,q,n}^{inn} - \eta_{j,p,n}^{ut}, \quad j \in \mathcal{J}, \mathcal{d} \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad \text{for alle } n \text{ i tidsperiode } t = 1$$

$$\theta_{j,n} = \theta_{j,p_1(n)} + \eta_{j,q,n}^{inn} - \eta_{j,p,n}^{ut}, \quad j \in \mathcal{J}, \mathcal{d} \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad \text{for alle } n \text{ i tidsperiode } t = 2, \dots, \mathcal{T}$$

I alle noder n i henholdsvis tidsperiode $t = 1$ og $t = 2, \dots, \mathcal{T}$, uttrykkes metallbeholdningen ved inngående metallbeholdning (BEH_1 og $\theta_{j,p_1(n)}$), samt mengde inn- og utstrømning i edelmetall j , i node n ($\eta_{j,q,n}^{inn}$ og $\eta_{j,p,n}^{ut}$).

Restriksjon for metallån:

$$m_{j,n} \geq H_j^{M \min}, \quad j \in \mathcal{J}, n \in \mathcal{N} \quad (6.23)$$

$$m_{j,n} \leq H_j^{M \max}, \quad j \in \mathcal{J}, n \in \mathcal{N} \quad (6.24)$$

For hver node n , må metalllånet for edelmetall j ikke overskride maksimumsstørrelsen $H_j^{M \max}$ for metalllånet for edelmetall j . Metalllånet for edelmetall j må heller ikke være lavere enn minimumsstørrelsen $H_j^{M \min}$ for metalllånet for edelmetall j .

6.2.4 Risiko i modellen

Risiko inkluderes i modellen ved å se på avvik mellom sluttsaldo i sluttnode s og en valgt målverdi Ω . Dette kan uttrykkes som:

$$Sluttsaldo_s - u_s + v_s = \Omega, \quad s \in \mathcal{S}$$

u_s måler positivt avvik i sluttnode s , der $u_s \geq 0$. v_s måler negativt avvik i sluttnode s , der $v_s \geq 0$. Imidlertid ønsker vi kun å inkludere nedsiderisiko i målfunksjonen. Dette oppfylles ved å inkludere en restriksjon der $Sluttsaldo_s$ må være større eller lik det valgte målet for sluttsaldoen på bankkontoen.

$$Sluttsaldo_s \geq \Omega, \quad s \in \mathcal{S} \quad (6.25)$$

Målfunksjon med vektet forventet sluttsaldo og nedsiderisiko uttrykkes som:

$$\max Z = \sum_{s \in \mathcal{S}} \rho_s \cdot (\lambda \cdot \text{Sluttsaldo}_s - (1 - \lambda) \cdot v_s), s \in \mathcal{S} \quad (6.26)$$

der λ er vektingsfaktoren. Store verdier av λ vil vektlegge maksimering av sluttsaldoen, mens lave verdier av λ vil vektlegge minimering av risiko.

6.2.5 Fullstendig modell

Til slutt presenteres den fullstendige modellen.

$$\max Z = \sum_{s \in \mathcal{S}} \rho_s \cdot (\lambda \cdot \text{Sluttsaldo}_s - (1 - \lambda) \cdot v_s), s \in \mathcal{S}$$

s.t

for alle n i tidsperiode $t = 1$:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} (m_{j,n} \cdot (1 - TK_j^M)) \cdot \alpha_{j,n}^{fixing} \right. \\ & + \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\alpha_{j,n}^{spot} - \beta_{j,p_d(n)}^d) \cdot l_{j,d,p_d(n)}^{Råvare} - TK_j^R \cdot l_{j,d,n}^{Råvare} + (\beta_{j,p_d(n)}^d - \alpha_{j,n}^{spot}) \right. \\ & \left. \left. \cdot k_{j,d,p_d(n)}^{Råvare} - TK_j^R \cdot k_{j,d,n}^{Råvare} \right) \right) \cdot \varphi_n \\ & + \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\varphi_n - \gamma_{p_d(n)}^d) \cdot l_{d,p_d(n)}^{Valuta} - TK^V \cdot l_{d,n}^{Valuta} + (\gamma_{p_d(n)}^d - \varphi_n) \cdot k_{d,p_d(n)}^{Valuta} \right. \\ & \left. - TK^V \cdot k_{d,n}^{Valuta} \right) - \text{bank}_n + \text{kreditt}_n \\ & = -\varphi_n \cdot \sum_{j \in \mathcal{J}} \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \delta_{j,p,n}^{salg} \cdot \eta_{j,p,n}^{ut} - \sum_{q \in \mathcal{Q}} \delta_{j,q,n}^{kjøp} \cdot \eta_{j,q,n}^{inn} \right) + f(\eta_{j,q,n}^{inn}, \eta_{j,p,n}^{ut}) + FK \\ & - \text{BANK}_1 + \text{KREDITT}_1 \end{aligned}$$

$j \in \mathcal{J}, p \in \mathcal{P}, q \in \mathcal{Q}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$

for alle n i tidsperiode $t = 2, \dots, \mathcal{T} - d^{maks}$:

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} (\Delta m_{j,n}^+ \cdot (1 - TK_j^M) - \Delta m_{j,n}^- \cdot (1 + TK_j^M) - m_{j,p_1(n)} \cdot R^m) \cdot \alpha_{j,n}^{fixing} \right. \\
& + \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\alpha_{j,n}^{spot} - \beta_{j,p_d(n)}^d) \cdot l_{j,d,p_d(n)}^{R\grave{a}vare} - TK_j^R \cdot l_{j,d,n}^{R\grave{a}vare} + (\beta_{j,p_d(n)}^d - \alpha_{j,n}^{spot}) \right. \\
& \left. \left. \cdot k_{j,d,p_d(n)}^{R\grave{a}vare} - TK_j^R \cdot k_{j,d,n}^{R\grave{a}vare} \right) \right) \cdot \varphi_n \\
& + \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\varphi_n - \gamma_{p_d(n)}^d) \cdot l_{d,p_d(n)}^{Valuta} - TK^V \cdot l_{d,n}^{Valuta} + (\gamma_{p_d(n)}^d - \varphi_n) \cdot k_{d,p_d(n)}^{Valuta} \right. \\
& \left. - TK^V \cdot k_{d,n}^{Valuta} \right) + bank_{p_1(n)} \cdot (1 + R^b) - bank_n - kreditt_{p_1(n)} \cdot (1 + R^k) \\
& - kreditt_n \\
& = -\varphi_n \cdot \sum_{j \in \mathcal{J}} \left(\sum_{p \in \mathcal{P}} \delta_{j,p,n}^{salg} \cdot \eta_{j,p,n}^{ut} - \sum_{q \in \mathcal{Q}} \delta_{j,q,n}^{kj\ddot{o}p} \cdot \eta_{j,q,n}^{inn} \right) + f(\eta_{j,q,n}^{inn}, \eta_{j,p,n}^{ut}) + FK \\
& \qquad \qquad \qquad j \in \mathcal{J}, p \in \mathcal{P}, q \in \mathcal{Q}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}
\end{aligned}$$

for alle n i tidsperiode $t = \mathcal{T} - d^{maks} + 1, \dots, \mathcal{T} - 1$:

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} (m_{j,p_1(n)} \cdot (1 + R^m)) \cdot \alpha_{j,n}^{fixing} \right. \\
& + \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\alpha_{j,n}^{spot} - \beta_{j,p_d(n)}^d) \cdot l_{j,d,p_d(n)}^{R\grave{a}vare} - TK_j^R \cdot l_{j,d,n}^{R\grave{a}vare} + (\beta_{j,p_d(n)}^d - \alpha_{j,n}^{spot}) \right. \\
& \left. \left. \cdot k_{j,d,p_d(n)}^{R\grave{a}vare} - TK_j^R \cdot k_{j,d,n}^{R\grave{a}vare} \right) \right) \cdot \varphi_n \\
& + \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\varphi_n - \gamma_{p_d(n)}^d) \cdot l_{d,p_d(n)}^{Valuta} - TK^V \cdot l_{d,n}^{Valuta} + (\gamma_{p_d(n)}^d - \varphi_n) \cdot k_{d,p_d(n)}^{Valuta} \right. \\
& \left. - TK^V \cdot k_{d,n}^{Valuta} \right) + bank_{p_1(n)} \cdot (1 + R^b) - bank_n - kreditt_{p_1(n)} \cdot (1 + R^k) \\
& + kreditt_n = 0, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}
\end{aligned}$$

for alle n i tidsperiodet $t = \mathcal{T}$:

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\alpha_{j,n}^{spot} - \beta_{j,p_d(n)}^d) \cdot l_{j,d,p_d(n)}^{R\grave{a}vare} - TK_j^R \cdot l_{j,d,n}^{R\grave{a}vare} + (\beta_{j,p_d(n)}^d - \alpha_{j,n}^{spot}) \right. \right. \\
& \left. \left. \cdot k_{j,d,p_d(n)}^{R\grave{a}vare} - TK_j^R \cdot k_{j,d,n}^{R\grave{a}vare} \right) \right) \cdot \varphi_n \\
& + \sum_{d \in \mathcal{D}} \left((\varphi_n - \gamma_{p_d(n)}^d) \cdot l_{d,p_d(n)}^{Valuta} - TK^V \cdot l_{d,n}^{Valuta} + (\gamma_{p_d(n)}^d - \varphi_n) \cdot k_{d,p_d(n)}^{Valuta} \right. \\
& \left. - TK^V \cdot k_{d,n}^{Valuta} \right) + bank_{p_1(n)} \cdot (1 + R^b) - kreditt_{p_1(n)} \cdot (1 + R^k) \\
& - Sluttsaldo_s = 0, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}, s \in \mathcal{S}
\end{aligned}$$

$$\text{der } m_{j,n} = m_{j,p1(n)} + \Delta m_{j,n}^+ - \Delta m_{j,n}^-, \quad j \in \mathcal{J}, n \in \mathcal{N}$$

De to alternative restriksjonene for restriksjon på kontraktene

Enten:

$$l_{j,d,n}^{\text{Råvare}} \leq H_j^R, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$k_{j,d,n}^{\text{Råvare}} \leq H_j^R, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$l_{d,n}^{\text{Valuta}} \leq H^v, \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$k_{d,n}^{\text{Valuta}} \leq H^v, \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

Eller:

$$\sum_{\mathcal{D} \in d} l_{j,d,n}^{\text{Råvare}} \leq (\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)}), \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$\sum_{\mathcal{D} \in d} k_{j,d,n}^{\text{Råvare}} \leq -(\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)}), \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$\sum_{\mathcal{D} \in d} l_{d,n}^{\text{Valuta}} \leq \sum_{j \in \mathcal{J}} (((\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)})) \cdot \alpha_{j,n}^{\text{fixing}}),$$

$$j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$\sum_{\mathcal{D} \in d} k_{d,n}^{\text{Valuta}} \leq - \sum_{j \in \mathcal{J}} (((\theta_{j,n} - \theta_{j,p1(n)}) - (m_{j,n} - m_{j,p1(n)})) \cdot \alpha_{j,n}^{\text{fixing}}),$$

$$j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$\text{der } \theta_{j,n} = BEH_1 + \eta_{j,q,n}^{\text{inn}} - \eta_{j,p,n}^{\text{ut}}, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad \text{for alle for } n \text{ i tidsperiode } t = 1$$

$$\theta_{j,n} = \theta_{p1(n),j} + \eta_{j,q,n}^{\text{inn}} - \eta_{j,p,n}^{\text{ut}}, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N} \quad \text{for alle for } n \text{ for } t = 2, \dots, \mathcal{T}$$

$$\text{Sluttsaldo}_s \geq \Omega, \quad s \in \mathcal{S}$$

$$l_{j,d,n}^{\text{Råvare}}, k_{j,d,n}^{\text{Råvare}} \geq 0, \quad j \in \mathcal{J}, d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$l_{d,n}^{\text{Valuta}}, k_{d,n}^{\text{Råvare}} \geq 0, \quad d \in \mathcal{D}, n \in \mathcal{N}$$

$$m_{j,n}, \Delta m_{j,n}^+, \Delta m_{j,n}^- \geq 0, \quad j \in \mathcal{J}, n \in \mathcal{N}$$

$$v_s \geq 0, \quad s \in \mathcal{S}$$

7. Anvendelse av modellen

I dette kapittelet ser vi på anvendelse av den foreslåtte beslutningsmodellen presentert i kapittel 6. I kapittel 7.1 presenteres bedriften vi velger å benytte modellen på, K. A. Rasmussen. Kapittel 7.2 beskriver hvordan implementeringen gjennomføres, mens vi i 7.3 vil presentere modellens forenklinger. Kapittel 7.4 presenterer strukturen til den stokastiske flerstegsmodellen. Vi avslutter i kapittel 7.5 med en gjennomgang av de valgte deterministiske og stokastiske parameterne i modellen. Formålet med å implementere modellen med utgangspunkt i K. A. Rasmussen, er å demonstrere hvordan verktøyet kan benyttes for å løse et realistisk sikringsproblem. For å gjennomføre implementeringen har vi hatt en dialog med økonomidirektør Sturla Berg, samt styreleder Pål Tajet. Disse samtalen ble gjennomført i januar, mars og april 2017. I tillegg til dette har vi hatt sporadisk mailkorrespondanse. Ut over dette har vi innhentet informasjon fra deres hjemmesider (K. A. Rasmussen, u.å.-a), samt at vi tar utgangspunkt i K. A. Rasmussens årsregnskaper. Videre ser vi på hele konsernet, og benytter data deretter.

7.1 K. A. Rasmussen

Før vi presentere implementeringen av modellen, vil vi gi en kort gjennomgang av bedriften. Gullsmed Knut Andreas Rasmussen etablerte K. A. Rasmussen i 1872. K. A. Rasmussen, heretter forkortet til KAR, har videre vokst til å bli en internasjonal bedrift som resirkulerer, raffinerer, produserer og selger ulike produkter av edelmetall. Hovedkontoret og største delen av driften er lokalisert på Hamar. Bedriften har to divisjoner: konsumentvaredivisjonen, som består av bestikk, og halvfabrikata, som for det meste består av katalysatorer og dentallegeringer. Vi vil fokusere på halvfabrikatadivisjonen.

KAR resirkulerer produkter fra både industri- og privatkundemarkedet, men har ikke per dags dato investert i utstyr for å resirkulere elektronisk avfall. Imidlertid er dette et marked som kan være naturlig for KAR å gå inn i fremtiden. Per dags dato eier de datterselskaper i landene Sverige, Danmark, Estland, Finland og Belgia, og er en av de største sekundærprodusentene av edelmetall i Norden.

KAR har en risikoavers holdning, noe som vises gjennom deres nåværende sikringsstrategi. Tidligere hadde de en mer spekulativ sikringsstrategi, men når prisen på både gull, sølv og platina gikk ned i 2013, endte de med store tap. Over de siste 30 årene har KAR kun hatt to år som har endt med tap. Dette viser godt at året 2013 var langt fra et normalår. Etter tapet i 2013 har de fått en mer risikoavers holdning, hvor det å sikre alle tap verdsettes høyere enn eventuelle gevinster fra fluktuasjoner i råvareprisen. Dagens sikringsstrategi er tilnærmet det som i litteraturen kalles en naiv sikringsstrategi. Dette betyr at de sikrer sin nettoposisjon i et 1:1 forhold. Oppfølgingen skjer gjennom å føre et metallregnskap for hvert enkelt edelmetall, til enhver tid. Dette regnskapet skal alltid være i balanse, slik at de følger et prinsipp hvor de skal kjøpe og selge den samme mengden hver dag. I praksis medfører dette at i tilfeller med netto kjøp, skal de selge tilsvarende mengde. Dersom de har rene metaller stående på konto, kan disse selges. Eksempelvis selges en betydelig andel av overskuddsgull til Sveits. Om dette ikke gir balanse, selger de en forwardkontrakt. Det motsatte gjelder i tilfeller med netto salg ved endt dag. Ved å følge en slik sikringsstrategi vil eksponeringen for råvareprisen utlignes. En slik strategi vil si at de i prinsippet sikrer marginene, som nevnt kapittel 3.1. Den samme naive sikringsstrategien følges også for sikring mot valutarisiko. Videre benytter KAR et metallån. Dette fungerer som en naturlig sikring. Metalllånet reduserer relativt store deler av risikoeksponeringen, ettersom det dekker mye av metallbeholdningen. Dermed står KAR igjen med en lavere eksponering for fluktuasjoner i råvarepriser og valutakurser. Likevel er det fortsatt viktig å sikre andelen som ikke dekkes av metalllånet, ettersom små mengder utgjør store verdier.

Vi har valgt å benytte KAR som et utgangspunkt for å få en praktisk tilnærming til hvordan en bedrift tar hensyn til risiko i sin sikringsstrategi. Det er essensielt å ta hensyn til det bedriftsspesifikke, og ikke kun benytte en teoretisk generell modell for å utarbeide en effektiv sikringsstrategi. Dette fordi hver bedrift er unik, og modeller må dermed tilpasses for at en sikringsstrategi faktisk skal fungere i praksis.

7.2 Modellimplementering

Vi vil presentere en stokastisk flerstegsmodell, og denne benyttes for tre ulike sikringsstrategier. Gjennom å studere de ulike sikringsstrategiene, samt sammenligne opp mot økonomisk teori og praksis, vil vi få et bedre bilde av usikkerheten som ligger i resirkulerings- og raffineringsindustrien. Det å benytte et realistisk problem vil også bidra til å vurdere hvordan modellen i sin helhet fungerer i praksis. Modellen er formulert som et deterministisk ekvivalent problem formulert på implisitt form.

Modellen er i sin helhet implementert i MATLAB, Optimization Toolbox, Econometrics Toolbox og Statistics and Machine Learning Toolbox utgivelse 2016b, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States (MATLAB). Det vil si at alle algoritmer er skrevet på MATLAB-språk, og den innebygde solveren linprog benyttes for å løse det lineære optimeringsproblemet. Data kan enkelt importeres og eksporteres inn i eksempelvis Excel, som er en mye brukt plattform for bedrifter. Sikringsproblemet kan utføres uten kjennskap til optimering eller stor kunnskap i programmering. Gjennom beskrivelser i MATLAB-koden kan man uten store problemer endre parametere for å tilpasse modellen til bedriften. Datamaskinen som er benyttet er beskrevet nedenfor.

Operativsystem	OS X El Capitan version 10.11.6
Prossessor	Intel Core CPU i5 2.5 GHz
Minne (RAM)	4 GB 1600 MHz DDR3

7.3 Forenklinger i modellen

I kapittel 6 presenterer vi den generelle modellen. Modellen er konstruert basert på at bedrifter innenfor edelmetallindustrien skal kunne tilpasse modellen til sine bedriftsspesifikke forhold. Det er derfor nødvendig å tilpasse modellen til KAR. I tillegg er det nødvendig å gjøre visse forenklinger for at optimeringsproblemet skal være gjennomførbart. En modell klarer ikke å fange opp alle de komplekse aspektene ved virkeligheten. Likevel er det viktig at forenklingene er forenelig med virkeligheten slik at modellen er et verktøy som faktisk kan benyttes.

Det edelmetallet med størst betydning for KAR, er gull. KAR opererer også med andre edelmetaller, men likevel er de i størst grad eksponert for gullprisen. Over de siste årene har bedriftens eksponering mot sølvprisen minket, sett i forhold til de andre edelmetallene, og da spesielt gull. Dette skyldes i hovedsak at sølvbestikkproduksjonen i datterselskapet Gense har hatt en nedgang, samt at prisen på sølv er desidert den laveste av alle edelmetall. Vi mener derfor at det er rimelig å anta at denne tendensen vil være gjeldende i nærmeste fremtid. Videre har en betydelig andel av platinabeholdningen blitt solgt til KAR sin største kunde, Yara International ASA. Dermed er store deler av risikoen som ligger i platinaprisen overført til kunden. Vi vurderer derfor at KAR er mindre eksponert mot fluktuasjoner i platinaprisen, enn mot gullprisen. Palladium er det viktigste biproduktet som kommer fra resirkulering av andre edelmetaller, men sammenlignet med de andre edelmetallene er andelen betydelig lavere. Likevel er palladium til god nytte ettersom råvareprisen er høy. Vi har dermed vurdert at bedriften i aller størst grad er eksponert for gullprisen, og velger videre å se på bedriftens risiko knyttet til gull. Dette er også i samsvar med hva økonomidirektør Sturla Berg anser som den største risikoen.

Futureskontrakter er, som tidligere forklart, spesifisert og omsatt på børs. Dette begrenser optimale løsninger til kun å gjelde for de spesifiserte størrelsene på futureskontrakter. Futureskontrakter vil typisk gjelde for 100 toz. Ved å benytte futureskontrakter begrenses dermed handlingsrommet til en bedrift, da man ikke alltid kan handle den prefererte mengden. Dette er en av årsakene til at bedrifter benytter forwardkontrakter, selv om de er forbundet med høyere transaksjonskostnader. Fra kapittel 4.6, vet vi at futures- og forwardprisene er like dersom den risikofrie renten er konstant. På grunn av at sikringshorisonten bør være forholdsvis kort, er dette en antagelse som er realistisk i implementeringen av modellen. Priser på forwardkontrakter vil kunne variere fra bedrift til bedrift, og KAR har ikke tilgjengelige historiske data på disse. Vi tar derfor utgangspunkt i historiske futurespriser for å generere de stokastiske forwardprisene.

Modellen vi har implementert har tre forgreininger fra hver node. Modellen øker dermed eksponentielt for hver tidsperiode, noe som betyr at vi får 3280 noder til sammen, samt 2187 sluttnoder for 8 tidsperioder. Dette er valgt for å sikre en tidsmessig akseptabel løsning for gjentatte kjøring av modellen, og for å sikre at problemet løselig med tanke på datakapasitet. Alle noder antas å ha samme sannsynlighet for å inntreffe.

7.4 Den stokastiske flerstegsmodellen

I vårt caseeksempel vil tidsperioder og steg være like lange. Dette kommer av den korte tidshorizonten, samt at informasjon om priser gis fortløpende i den virkelige verden. Den stokastiske flerstegsmodellen inkluderer 8 steg, noe som betyr at ny informasjon blir tilgjengelig 8 ganger gjennom tidshorizonten i modellen. Dette gjelder imidlertid kun for prisene. Beslutninger er avgrenset til å tas for tidsperiodene $t = 1, \dots, 4$. Tidsperiodene $t = 5, \dots, 8$ tas med i modellen for å inkludere kontantstrømmer fra beslutninger gjort i de første tidsperiodene.

KAR finansierer en betydelig andel av metallbeholdningen i kortsiktige metallån. Disse lånene har en løpetid på 1 til 12 måneder, og blir løpende fornyet. Videre benytter de seg av relativt korte forwardkontrakter, typisk 1-månedskontrakter. Dette viser hvorfor et langsiktig sikringsperspektiv ikke vil være like hensiktsmessig. Valg av tidsperioder og planleggingshorisont velges derfor deretter. For å løse dette caseeksempelen, i tillegg til at modellen i større grad skal samsvare med virkeligheten, har vi derfor valgt ulike intervaller for beslutninger, metallån og kontrakter. Vi har valgt å beslutte størrelsen på metallånet i $t = 1$, metallånet holdes dermed fast frem til tidsperiode $t = 5$, hvor det betales tilbake. Da modellen er ment til å benyttes med en rullerende horisont, kan det besluttes en ny størrelse på metallånet på et senere tidspunkt. Beslutninger som omhandler forwardkontrakter gjøres ukentlig, altså for $t = 1, \dots, 4$. I tidsperiodene $t = 5, \dots, 8$, ser vi på eventuelle gevinster eller tap fra beslutningene tatt i tidsperiodene $t = 1, \dots, 4$. Kontantstrømmer fra første forwardkontrakt kommer i tidsperiode 5. Videre i $t = 6, \dots, 8$ kommer kontantstrømmene fra forwardkontrakter besluttet i $t = 2, \dots, 4$.

7.5 Datasett

Dataene som er valgt for implementering av modellen er basert på offentlig tilgjengelig informasjon, samt informasjon innhentet i samtaler med økonomidirektør Sturla Berg og styreleder Pål Tajet. Alle priser og valutakurser er hentet fra Thomson Reuters Datastream (Datastream), og er ukentlige data. Spotkurs og 1-månedskontrakter forwardkurs referer til WM/Reuters FX (foreign exchange) kurser, og dette er for valutaparet USDNOK. Spotprisen for gull referer til Handy og Harman base, mens gullfutures er fra New York Mercantile

Exchange (NYMEX) - COMEX-divisjonen. Dataene er hentet for perioden 04.01.02 – 31.03.17. Antall observasjoner ender derfor opp med å være 796. Videre har vi hentet årsrapportene til KAR fra både Proff (u.å.) og bedriften selv (K. A. Rasmussen, u.å.). Vi har også fått tilgang til månedsrapporter, som vi har fått direkte fra KAR.

7.5.1 Planleggingshorisont

Vi har valgt tidsperiodene til å være på 1 uke, samt en planleggingshorisont på fire uker. Vi har valgt dette på bakgrunn av at beslutninger omkring sikring tas fortløpende. Likevel vil totale steg i modellen være åtte, ettersom vi ønsker å inkludere alle kontantstrømmer som påvirker bedriften i beslutninger som tas i løpet av de fire ukene. Vi vil dermed generere scenarier for prisene for en tidsperiode på to måneder, mens planleggingshorisonten er på en måned. De stokastiske mengdene genereres for en måned, da disse påvirker bruttofortjenesten. Bruttofortjenesten vil ikke gi noen kontantstrømmer etter endt planleggingshorisont.

7.5.2 Deterministiske data

Vi vil nå gjennomgå de deterministiske dataene i modellen. Flere av parameterne er basert på forenklinger, grunnet manglende eller begrenset tilgang på informasjon.

Metallbeholdning og metallån

I modellen må det bestemmes en verdi for metallbeholdning i første tidsperiode. Gjennom samtaler med økonomidirektør Sturla Berg, har vi fått vite mengden gull i beholdningen til KAR per 31.12.16. Vi tar derfor utgangspunkt i denne verdien, for å bestemme metallbeholdningen for første tidsperiode. Metallbeholdningen per 31.12.16 var på 531,205 kg eller 17 078 toz. Videre fikk vi også størrelsen på metallånet i gull, denne var på 482, 104 kg eller 14 995 toz. Banken som stiller garanti for dette metallånet, har et krav om at metallånet ikke skal overstige bedriftens egenbeholdning. Vi har derfor satt et maksimumsbeløp for metallånet til 85% av metallbeholdningen. Dette kunne vært noe høyere ettersom beregninger viser at forholdet varierer mellom 80% til litt over 90%. Likevel mener vi at 85% begrenser lånet på en god måte. Videre er det ikke realistisk at kun en liten andel av metallbeholdningen finansieres gjennom metallån. Dersom en bedrift først benytter seg av

metallån, vil det være realistisk at minst 70% av metallbeholdningen dekkes, og dette representerer en nedre grense.

Bankkonto og kassekreditt

I modellen må det bestemmes en verdi på bankkontoen i første tidsperiode. Det er vanskelig å forutsi hva som vil stå på en bankkonto til enhver tid. En slik saldo vil variere mye og spesielt innenfor denne industrien. Vi har valgt å sette en startsaldo på NOK 250 000, spesielt for å unngå at kassekredittkontoen må benyttes allerede fra første tidsperiode. Videre kan man ikke ta opp en ubegrenset sum i kassekredittgjeld. KAR har en grense på NOK 150 millioner, og vi velger derfor å sette vår grense til dette beløpet.

Begrensninger for størrelsen på forwardkontraktene

For å hindre at en optimal løsning inngår en urealistisk høy kontraktsstørrelse har vi valgt å sette en grense for maksimal størrelse på forwardkontraktene. Vi har satt grensen for kontrakter på gull til 150 toz. Dette fordi det generelt er få tilfeller av der differansen i inn- og utstrømning av gull, overgår denne mengden. Som en følge av det foregående valget, vil det være naturlig å sette en grense for valutaforwards til USD 186 000. Dette kommer som en følge av differansen i inn- og utstrømninger av gull, der gull er notert i USD. Dette tilsvarer verdien av 150 toz i USD. Vi har tatt utgangspunkt i spotprisen på gull den 31.3.17 og var på USD 1244, dette gir et anslag på USD 186 000.

Marginer

KAR, og andre bedrifter i denne industrien, skiller seg relativt mye fra andre tradisjonelle produksjonsbedrifter. Med dette tenker vi på de små marginene til bedriften. Marginen er viktige for å bestemme salgsinntekten og varekostnaden. Marginen for salgsinntekten består av et lite tillegg i gullprisen, samt en margin for kompleksiteten av produktet. Marginen for varekostnaden består av et lite fradrag i gullprisen og en margin for analyse, raffinering og resirkulering. Gjennom samtaler med økonomidirektør Sturla Berg, fikk vi et anslag på hvor store disse marginene typisk vil være. Metaller som kjøpes inn i ren form får et fradrag på ca. 3,5%, mens metaller som kjøpes som resirkulerbart materiale får et fradrag på ca. 4%, der 0,5% er et fradrag for raffinering, resirkulering og analyse. Metaller som selges i ren form får et tillegg på ca. 3,5%, mens produkter får et tillegg på ca. 5%, hvor 1,5% er fremstillingskostnaden for et typisk gullprodukt. Vi anser disse marginene som faste på kort sikt, men ved en lengre horisont vil disse kunne variere noe.

Renter

Ettersom planleggingshorisonten for sikring i bedriften er forholdsvis kort, antar vi at rentene i modellen er konstant gjennom hele planleggingshorisonten. Renten på et metallån er i teorien definert som USD-renten fratrukket forwardrenten i den aktuelle låneperioden. I praksis kan renten derimot avvike fra den teoretiske størrelsen. I tidligere år har metallånsrenten vært svært høy, men i følge økonomidirektør Sturla Berg, er denne renten redusert betydelig over de to siste årene. Gjennom samtaler med Sturla Berg i april 2017, har vi regnet et gjennomsnitt for renten på metallånet til å være 1,21%. Videre benytter vi en bankkonto som skal maksimere sluttsummen. Denne bankkontoen kan ses som en brukskonto for bedrifter. Per dags dato ligger denne renten på 0,1%, og det er denne renten vi benytter. Kassekredittrenten for ulike bedrifter er svært varierende. Det står sjeldent noe om hvordan kassekredittrenten beregnes. I samtale med Margrete Bjelde, regionbanksjef for bedriftsmarkedet i Hedmark, fikk vi vite at bankene ofte pleier å benytte NIBOR pluss et antall basispunkter, samt provisjon. NIBOR ligger for tiden rundt 1% (Oslo Børs, 2017). For en bedrift som KAR, som er relativt stor og har forhandlingskraft, er det realistisk at bedriftens rente vil være lavere enn for mindre bedrifter. For en virksomhet som KAR vil det være realistisk å ligge på rundt 200 basispunkter, samt 0,5% provisjon. Dette vil tilsvare en kassekredittrente på 3,5%, som også er realistisk i forhold til dagens marked.

Transaksjonskostnader

KAR har per dags dato relativt høye transaksjonskostnader i forbindelse med sin sikringsstrategi. Transaksjonskostnader for forwardkontrakter og metallån, er derfor viktig å inkludere i modellen for å få et realistisk bilde av kontantstrømmen. Ved opptak av metallån oppstår det transaksjonskostnader ettersom hovedbanken til KAR ikke har fysiske metaller, men stiller med garanti for bankene som gir KAR muligheten til det. For garantien kreves det en garantiprovisjon. Garantiprovisjonen har vært relativt stabil over en lengre periode for KAR, og ligger på 0,45% av verdien på metallånet. Likevel kan det komme tilleggskostnader ut over dette, eksempelvis fornyelseskostnader for garanti. Vi legger derfor til 0,2% i tilleggskostnader, slik at den totale transaksjonskostnaden for metallånet blir på 0,65%. Dette legger vi til i renten for metallånet, slik at metallånets rente og transaksjonskostnader til sammen ender på 1,86%.

Transaksjonskostnader ved bruk av forwardkontrakter vil variere mye i forhold til hvilken råvare det er snakk om, og løpetiden til kontrakten. I tillegg vil også kredittkvaliteten til en

bedrift kunne påvirke kostnaden. Dette gjør det utfordrende og fastsette en spesifikk verdi for transaksjonskostnader på forwardkontrakter. Vi beregnet transaksjonskostnadene ved å ta utgangspunkt i bid-ask spread på futures for valuta og råvare, samt en kommisjon. For valuta fant vi en gjennomsnittlig spread på 0,08% og for råvare på 2,3%. Etter samtaler med økonomidirektør, Sturla Berg, har vi kommet frem til at transaksjonskostnadene for valuta kan være realistisk, men at den beregnede transaksjonskostnaden for gull er i høyeste laget. Dette skyldes at futureskontrakter på gull er svært likvide, ettersom gull nærmest er å betrakte som valuta, og vi vurderer 2,3% som for høyt. Imidlertid vil transaksjonskostnader for forwardkontrakter være noe høyere enn for futureskontrakter. Vi har derfor justert ned transaksjonskostnadene for kontrakter på gull til å ligge på 0,5%. Med en antatt kommisjon på 0,5%, vil transaksjonskostnaden for valuta og gull ligge på henholdsvis 0,58% og 1%.

Målverdi for sluttsaldo på bankkonto

Ved å inkludere risiko i modellen, er det viktig å ha et fornuftig anslag på målverdien. Dermed må målverdien gi et realistisk bilde på den typiske kontantstrømmen til KAR på en månedlig basis. Kontantstrømmen til KAR varierer svært mye over tid, og dette vises godt gjennom tilgjengelig data. Dette viser at inkludering av risiko er viktig, samtidig som valg av målverdi blir noe utfordrende. Normalmåneder ser ut til å ligge mellom NOK 1 000 000 og NOK 5 000 000, men ekstremverdier kan forekomme. Vi har dermed satt en målverdi på NOK 3 000 000.

Andre kostnader og inntekter

Vi har fått tilgang på resultatregnskap for annenhver måned for andre driftsinntekter, lønnskostnader og andre kostnader fra 2015 til 2016. Andre driftsinntekter kommer som oftest ikke fra den operasjonelle driften, samt at denne posten er marginal sammenlignet med andre poster. Vi velger derfor å se bort fra andre inntekter. De resterende postene varierer selvfølgelig noe fra periode til periode, men vi velger likevel å holde de konstant over planleggingshorisonten. Beregning av disse kostnadene er basert på å ta gjennomsnittet av de månedlige periodene, for så å fordele de på en ukentlig basis. Videre behandles kostnadene som en samlepost. Kostnadene er ikke fordelt etter hva som forårsaker de ulike kostnadene. Vi må derfor ta en antagelse om hvor stor andel gull kan sies å stå for. Vi har fått oppgitt metallbeholdningsoversikten for 31.12.2016, og tar derfor utgangspunkt i disse tallene. Dette er tall som er slutført i nær tid, og det antas derfor at de fortsatt vil være representative. Andelsmessig utgjør gull 55% av verdien på metallbeholdningen, og 54% av metallånet per

31.12.16. Likevel kan man ikke si at 55% av disse kostnadene er forårsaket av gull. De viktigste edelmetallene for KAR er gull, sølv og platina. Sølv er det edelmetallet som står for desidert mest av metallbeholdningen, og kan antas å være noe mer kostnadsintensiv enn gull og platina. Gull og platina virker å ha tilnærmet samme kostnadsintensivitet. Videre er det også kostnader som kan tilskrives andre metaller, administrasjon, med videre. Derfor har vi kommet frem til at gull kan tilskrives ca. 25% av kostnadene. Lønnskostnadene blir derfor på NOK 645 082 per uke og andre kostnader ender på NOK 511 183 per uke. Dette gir en totalsum på NOK 1 156 265 per uke, som er estimatet på resterende kontantstrømmer i modellen.

7.5.3 Stokastiske variabler og scenariogenerering

De stokastiske variablene i modellen er spot- og forwardpris for både gull og USDNOK, samt inn- og utstrømninger av gull. Som nevnt i kapittel 4.5, representerer både gullprisen og valutakursen USDNOK en stor usikkerhet. Fluktuasjoner i spotprisene kan gi gevinster, men samtidig skal det ikke store endringer til før marginene «spises opp». Det er disse fluktuasjonene en bedrift ønsker å sikre seg mot dersom de benytter terminkontrakter. Usikkerheten er igjen en direkte følge av at både inn- og utstrømninger av gull er usikre. Store endringer i metallbeholdningen i en gitt tidsperiode vil derfor forsterke usikkerheten.

De stokastiske variablene genereres ved å benytte scenario-basert modellering. Vi vil i det påfølgende beskrive de stokastiske prosessene som ligger til grunn for scenariogenereringen. Alle statistiske tester og parameterestimeringer er utført i MATLAB.

Predikering av spotpris for gull og USDNOK

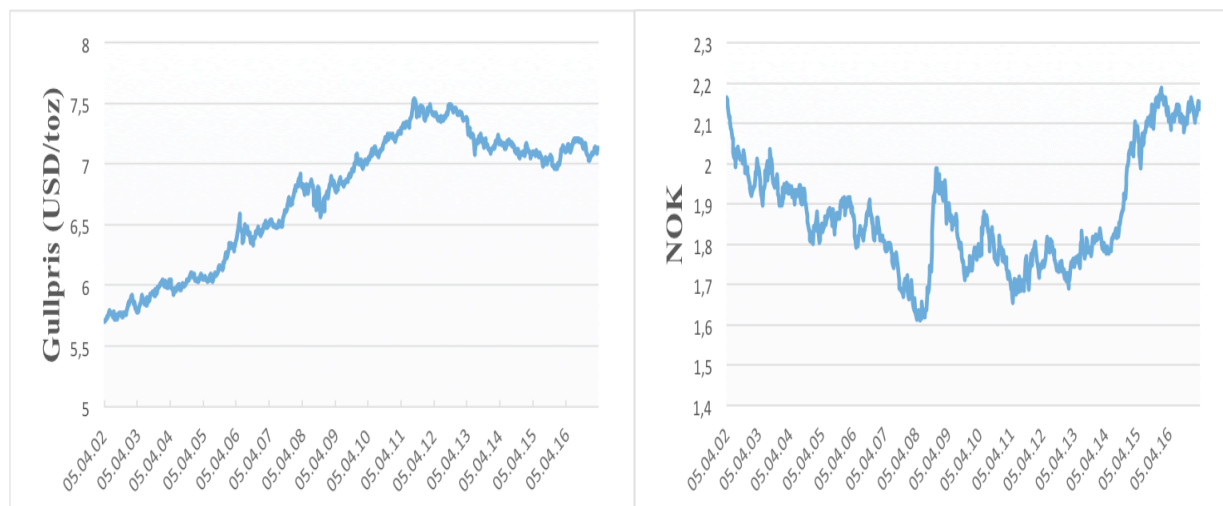
Det å predikere råvarepriser og valutakurs er utfordrende, da markedsdynamikken ofte vil variere over tid. For å generere fremtidig spotpris, har vi valgt å benytte en prediksjonsmetode basert på univariat tidsserieanalyse. Tidsseriemodeller kan gi gode prediksjoner dersom utviklingen i en tidsserie er relativt stabil. For en mellomlanghorisont vil en slik antagelse ikke være urealistisk. Hovedfokuset i oppgaven er ikke rettet mot å finne den best egnede prediksjonsmodellen. Imidlertid vil en stokastisk prosess bidra til å gi en realistisk tilnærming til virkeligheten.

Innledningsvis bemerkes det at vi benytter spotpris på gull, selv om prisgrunnlaget for metallånet, salgssinntekt og varekostnad er basert på fixingprisen. Dette fordi spot- og fixingprisen i ytterst få tilfeller avviker fra hverandre, og om dette er tilfellet er det snakk om marginale forskjeller.

For å predikere fremtidig spotpris, benyttes ukentlige, nominelle spotpriser for henholdsvis gull og USDNOK. Vi ser det hensiktsmessig å benytte samme lengde som stegene i modellen. Videre benyttes den naturlige logaritmen (logaritmeform) for å stabilisere tidsseriene. Vi benytter historiske data for et tidsspenn på 15 år. Dette gjelder perioden 04/01-02 til 31/03-17. Videre er perioden delt inn i tre delperioder:

Pre-periode	04/01-02 – 29/03-02
Estimeringsperiode	05/04-02 – 01/04-16
Prediksjonsperiode	08/04-16 – 31/03-17

Pre-perioden sikrer likt antall observasjoner i modellene som sammenlignes. Neste periode benyttes til å estimere parametere, og prediksjonsperioden benyttes til å beregne out-of-sample prediksjonsfeil. Tidsperioden er valgt med utgangspunkt i at vi ønsker å inkludere perioder med ulike makroomgivelser, og for å fange opp langtidstendensen. Samtidig er det viktig at data er representativt i forhold til dagens situasjon. Siden 2013 har gullprisen generelt hatt en negativ utvikling. Likevel antas ikke denne trenden å vedvare. Den viktigste årsaken til dette er at gullprisen er etterspørselsdrevet. En sammensetning av at det ikke vil være mangel på etterspørsel, og at det har blitt vanskeligere å hente ut gull, tilsier at gullprisen forventes å stige på lengre sikt. Vi mener derfor at et kortere tidsspenn vil legge for stor vekt på nedgangen over de siste årene. Utviklingen i spotpris for USDNOK viser ingen klare mønstre, og vi har også her valgt å benytte data over samme tidsperiode.



Figur 7.1: Historisk utvikling i spotpris for gull og USDNOK

Til venstre vises spotpris for gull målt i USD/toz. Til høyre vises spotpris til valutakursen USDNOK. Perioden er fra 05/04-02 til 31/03-17. Begge variablene er uttrykt på logaritmeform. Datakilde: Handy & Harman Base og WM/Reuters (2017).

Historisk utvikling for logaritmisk spotpris for gull i Figur 7.1 viser en generell økning frem til årsskiftet 2012-2013. Fra 2013 har spotpris opplevd en generell nedgang. Imidlertid har spotprisen de siste årene flatet noe ut. Historisk utvikling for logaritmisk spotpris for USDNOK viser å være noe mer uforutsigbar. Likevel viser den tendens til å ligge på et lavt nivå i perioder kjennetegnet av økonomiske nedgangstider. Dette ser vi eksempelvis i perioden 2007-09 under finanskrisen, og da oljeprisen kollapset i juni 2014. Disse periodene er etterfulgt av en kraftig prisoppgang. Dette indikerer strukturelle brudd i prisseriene.

	<i>Gull (USD/toz)</i>		<i>USDNOK</i>	
	Nivå	Differanse	Nivå	Differanse
Observasjoner	783	783	783	783
Gjennomsnitt	6,7429	0,0018	1,8720	-0,000036
Standardavvik	0,5351	0,0263	0,1375	0,0169
Skjevhet	-0,4907	-0,4085	0,5276	0,3711
Kurtose	1,8546	6,0692	2,4304	3,7600
Minimum	5,7049	-0,1379	1,6125	-0,0701
Maksimum	7,5365	0,1469	2,1861	0,0640
Median	6,9197	0,0036	1,8435	-0,0013
Jarque-Bera	74,2291***	329,1020***	46,9137***	36,8176***
p-verdi	(>0,001)	(>0,001)	(>0,001)	(>0,001)
ADF				
Antall lags	2	1	0	0
K, T	K, T	-	K	-
t-statistikk	-0,9200	-21,1134***	-1,7821	-29,1995***
p-verdi	(0,9517)	(>0,001)	(0,3932)	(>0,001)
Kritiske verdier	-3,4166	-1,9414	-2,8662	-1,9414
Resultat	I(1)	I(0)	I(1)	I(0)

Tabell 7.1: Deskriptiv statistikk av ukentlig logaritmisk spotpris for gull og USDNOK

Deskriptiv statistikk for variablene både på nivå- og differanseform. Perioden er fra 05/04-02 til 31/03-17. Alle variablene er uttrykt på logaritmeform. ***, **, og * står for henholdsvis 1%, 5% og 10% signifikansnivå. Jarque-Bera tester om fordelingen er normalfordelt, der kritisk verdi = 5,9077. ADF er utvidet Dickey-Fuller enhetsrottest, der nullhypotesen er at variabelen inneholder enhetsrot mot alternativhypotesen om stasjonærhet. Antall lags i modellen er testet ned fra 20 lags ved å se på informasjonskriteriet Bayesian information criterion (BIC), samt gjenværende autokorrelasjon med Ljung-Box test for autokorrelasjon. K og T refererer til konstant og trend. Kritisk verdi er for 5% signifikansnivå. I(1) indikerer enhetsrot og I(0) ingen enhetsrot.

Tabell 7.2 viser deskriptiv statistikk for de logaritmiske priseneseriene (nivå) og logaritmiske avkastningsseriene (differanse) i perioden 04/05-02 til 31/03-17. Finansielle data vil ofte avvike fra antagelsen om normalfordeling (Tamvakis, 2015), og dette stemmer for spotpris på både gull og USDNOK. Videre kjennetegnes de fleste finansielle avkastninger av å være leptokurtiske med en asymmetrisk fordeling (Lechner og Ovaert, 2010). Leptokurtiske serier vil si at de har en spissere fordeling med fete haler, sammenlignet med en standard normalfordeling (Alexander, 2008b). Både avkastningsserien for gull og valuta er leptokurtiske da kurtose er høyere enn 3. Dette indikerer at variablene bedre kan beskrives ved å benytte en t-fordeling. Avkastningsserien for gull viser signifikant negativ skjevhet, mens avkastningsserien for valuta viser signifikant positiv skjevhet.

Gjennom å se på utviklingen i logaritmisk spotpris, fremstår verken gull eller USDNOK som stasjonære tidsserier (for definisjon se vedlegg A.1.1). Dette er formelt testet ved en ADF-test (se vedlegg A.1.2). Testverdiene er presentert i Tabell 7.1. Resultatene viser at både

logaritmisk spotpris for gull og USDNOK er ikke-stasjonær, mens førstedifferansen er stasjonær. Videre benyttes logaritmisk avkastning i spotprisene for både gull og USDNOK. Det vil si at vi tester ulike $ARIMA(p,1,q)$ modeller, både med og uten estimering av variansen.

Variabel Modell	Gull (USD/toz)		Valuta (USDNOK)	
	ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1)		ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1)	
	Verdi	T-statistikk	Verdi	T-statistikk
Konstant(M)	0,00209212**	2,46576	-0,000553092	-0,904464
Konstant(V)	0,0000379971*	1,87694	0,0000169324	1,58845
GARCH{1}	0,845792***	15,4722	0,878148***	15,087
ARCH{1}	0,0969382***	3,28355	0,0638219**	2,17265
DoF	12,9753**	2,32297	12,1919***	2,57681
Observasjoner	731		731	
RRMSE	RW	RWD	RW	RWD
	1,2230	1,0493	1,4925	1,4313
Variabel Modell	Gull (USD/toz)			
	ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1)			
	Verdi	T-statistikk		
Konstant(M)	0,000442641	1,12367		
AR{1}	0,770331***	4,34941		
MA{1}	-0,809191***	-5,0118		
Konstant(V)	0,0000380937*	1,92305		
GARCH{1}	0,843***	15,7067		
ARCH{1}	0,0992318***	3,36853		
DoF	14,3881**	2,16375		
Observasjoner	731			
RRMSE	RW	RWD		
	1,1773	1,0101		

Tabell 7.2 Resultat fra modellestimering og- prediksjon for spotpris på gull og USDNOK

Tabellen viser parametere fra modellestimering. Modellene er valgt ved bruk av Box-Jenkins metode. Disse er ARFIMA(0,1,0)-GARCH(1,1) for både gull og valuta, og ARFIMA(1,1,1)-GARCH(1,1) gull. Alle modellene er estimert med Student t-fordeling. Konstant(M) med påfølgende parametere tilhører forventningsligningen, mens konstant(V) med påfølgende parametere tilhører variansligningen. DoF er den estimerte t-fordelingen. ***, ** og * står for henholdsvis 1%, 5% og 10% signifikansnivå. Alle variablene er uttrykt på logaritmeform. RRMSE relative root mean square error, og er et relativt mål for prediksjonsnøyaktighet. Her sammenlignes modellens RMSE mot referansemodellene random walk (RW) og random walk med drift (RWD).

Vi har estimert ulike kombinasjoner av ARIMA-modeller, både med og uten estimering av variansen. Alternative ARIMA-modeller er valgt ved å benytte Box-Jenkins metode. Det er viktig at en modell gir en god tilpasning, men samtidig er det lagt vekt på at modellen skal være parsimonisk. Dette betyr at man ønsker en modell med så få forklaringsvariabler som mulig. En parsimonisk modell med liten parameterusikkerhet kan ofte gi bedre prediksjoner enn en modell med best mulig tilpasning til data (Enders, 2015). Tabell 7.2 viser estimatene

til de best egnede modellene. For logaritmisk spotpris på gull gjelder dette modellene ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1), og ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1). For logaritmisk spotpris på USDNOK gjelder dette modellen ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1). Alle modellene er estimert med Student t- fordeling. Modellene viser tilfredsstillende resultater in-sample, med unntak av noe gjenværende heteroskedastisitet for begge modellene for gull. Dette gjelder for lag 8 og 9, se vedlegg A.2.2. Den gjenværende heteroskedastisiteten er imidlertid relativt lav, og som nevnt er ikke formålet med oppgaven å finne den beste prisprosessen. Vi velger derfor å gå videre med modellene for test av prediksjonsnøyaktighet. For diagnosetester, se vedlegg A.2.1.

De estimerte parameterne er videre benyttet til å generere prediksjoner. I modellimplementeringen skal vi predikere spotpriser over en tidshorison på to måneder. For å få et godt anslag på prediksjonsnøyaktigheten, bør imidlertid out-of-sample prediksjon ses over en lengre periode. Vi har derfor benyttet en periode på 52 uker. Prediksjonsfeilene er beregnet ved å benytte «one-step-ahead»-prediksjoner over hele prediksjonsperioden. RMSE fra modellene er sammenlignet opp mot referansem modellene, random walk og random walk med drift. Dette for å ha et mål på RRMSE. Fra Tabell 7.2, ser vi at $RRMSE > 1$ for alle modellene. Dette indikerer at ingen av modellene innenfor den gitte perioden kan gi bedre prediksjoner enn random walk. Dette stemmer overens med at man ofte antar at priser tilnærmet følger en random walk. Dermed er vår beste prediksjon for både gull og USDNOK en enkel random walk. Vi har valgt å ikke inkludere drift i gullprisen, da vi mener at den estimerte parameterverdien ikke er representativ for dagens situasjon. I tillegg gir en enkel random walk den laveste prediksjonsfeilen.

Forwardpriser

Som nevnt i kapittel 7.3 benyttes historiske futurespriser i beregningene for forwardprisene. En sammenligning av spot- og futuresprisene viser at det er marginale forskjeller. Dette gjelder spesielt for kontrakter med kort løpetid. Teorien tilsier at futuresprisen vil konvergere mot spotprisen desto nærmere det er til kontraktens forfall (Ritchken, Boyle og Pennacchi, 1999). I modellen vil vi benytte oss av 1-måned forwardkontrakter, og dermed vil det være nærliggende å ta utgangspunkt i spotprisen for å predikere forwardprisene. En slik antagelse vil også sikre at prisen på kontraktene sjeldent vil ligge urealistisk langt fra spotpris. For å generere de stokastiske forwardprisene har vi derfor valgt å ta utgangspunkt i henholdsvis spotpris for gull og USDNOK. En enkel metode ville vært å sette prisene lik hverandre, men

vi mener at ved å legge til et støyledd vil dette bedre mekanismene i markedet. Denne sammenhengen kan formuleres på følgende måte:

$$f_{j,n} = s_{j,n} + \tilde{u}_n \quad \tilde{u}_n \sim iid(0, \sigma^2) \quad (7.1)$$

hvor $f_{j,n}$ er forwardkontrakt j i node n , og $s_{j,n}$ er spotpris j i node n . \tilde{u}_n er et normalfordelt støyledd i node n .

Mengde inn- og utstrømninger av gull

Vi er interessert i mengden gull som kommer inn og går ut av KAR for en gitt periode. Imidlertid har ikke KAR en detaljert oversikt over de data vi er interessert i. Dette fordi metallbeholdning, metallån, salgsinntekt, og varekostnad bærer med seg mange ulike komponenter som gullpris, valutakurs og marginer. Disse størrelsene er derfor uttrykt i verdier og ikke i mengde. I tillegg rettes fokuset mot å vise utvikling i verdier i bedriftens rapporter. Likevel har vi fått tilgang til netto mengde inn i bedriften, samt månedsrapporter. Gjennom disse får vi et inntrykk av nivået på inn- og utstrømning av gull, samt hvordan de har endret seg over perioden. KAR har også gitt uttrykk for at de ønsker å redusere metallbeholdningen i de kommende årene. Den faktiske nettoinngangen for gull i 2016 var på 2 900 kg, og vi bruker dette som et utgangspunkt for mengdeberegningene i vår modell. Dette gir et gjennomsnitt for innstrømning av gull på 55,77 kg (2 900 kg / 52 uker) på en ukentlig basis. Imidlertid er det mindre tilgjengelig data for utstrømning av gull, dette gjør det vanskeligere å finne en fornuftig størrelse. Ettersom målet fremover er å redusere metallbeholdningen, vil typiske måneder og uker kjennetegnes av at utstrømningen vil ligge på et noe høyere nivå. Fra månedsrapporten for desember 2016 ser vi at bedriften har redusert metallbeholdningen med en verdi på 10 millioner i løpet av året. Dette benyttes som et utgangspunkt for et mål på differansen mellom inn- og utstrømning av gull per uke. Per 31.12.16 var gullprisen på \$1140 per toz, hvor en toz er 31,1034768 gram. USDNOK lå på NOK 8,62. Med utgangspunkt i de nevnte verdiene, ga det oss en reduksjon i metallbeholdningen på 17,408 kg [(10 000 000 / 1140) / 8,62) * 31,1034768]. For en måned tilsvarer dette 1,4507 kg, og for en uke vil det i snitt gå ut 0,3348 kg mer enn hva som kommer inn. Dette gir et anslag på at det kommer inn 55,77 kg (1 793 toz), og ut 56,104 kg (1 803,8 toz) på en ukentlig basis. Det vil selvfølgelig være variasjoner for mengden, avhengig av tilbud og etterspørsel. Vi velger å inkludere et normalfordelt støyledd i scenariogenereringen for mengde. Gjennomsnittet settes lik 0, og tilhørende standardavvik for de fire ulike mengdene vises i Tabell 7.1. Tilbud av resirkulert materiale og etterspørsel etter gullrelaterte produkter kan variere mye fra uke til uke. Dermed er det naturlig å inkludere

dette i modellen. Gjennom tilgang på data fra K. A. Rasmussen har vi funnet ut at ca. 24% av innkjøpt gull er i tilnærmet ren form, mens 76% resirkuleres og raffineres. Videre vil ca. 60% av det som går ut selges til tradisjonelle kunder, mens ca. 40% av salget går til kunder som ønsker rene metaller. Tabell 7.1 oppsummerer de antatte sammenhengen for usikkerheten som ligger i mengden. Gjennom samtaler med økonomidirektør Sturla Berg og styreleder Pål Tajet ses disse på som representative størrelser for bedriften. Typisk variasjon for både mengde inn og ut er antatt å ligge på ca. 2 kg gull per uke.

Mengdevariabler	Kg		Toz	
	Gjennomsnitt	standardavvik	Gjennomsnitt	Standardavvik
Inn resirkulerbart materiale	41,8275	1,5	1344,78535	48,2261199
Inn rent	13,9425	0,5	448,261784	16,0753733
Ut produkt	33,6624	1,2	1082,274194	38,5808959
Ut rent	22,4416	0,8	721,51419	25,7205973

Tabell 7.3 Parametere for å generere stokastisk mengde

Tabellen viser parameterne som benyttes for å generere stokastiske data for inn- og utstrømning av gull. Dette gjelder gjennomsnitt og standardavvik til et normalfordelt støyledd. Parameterne er vist i både kilogram og toz. Det er beregnet parametere for innstrømning av resirkulerbart materiale og rent gull, og utstrømning i form av produkter og rent gull.

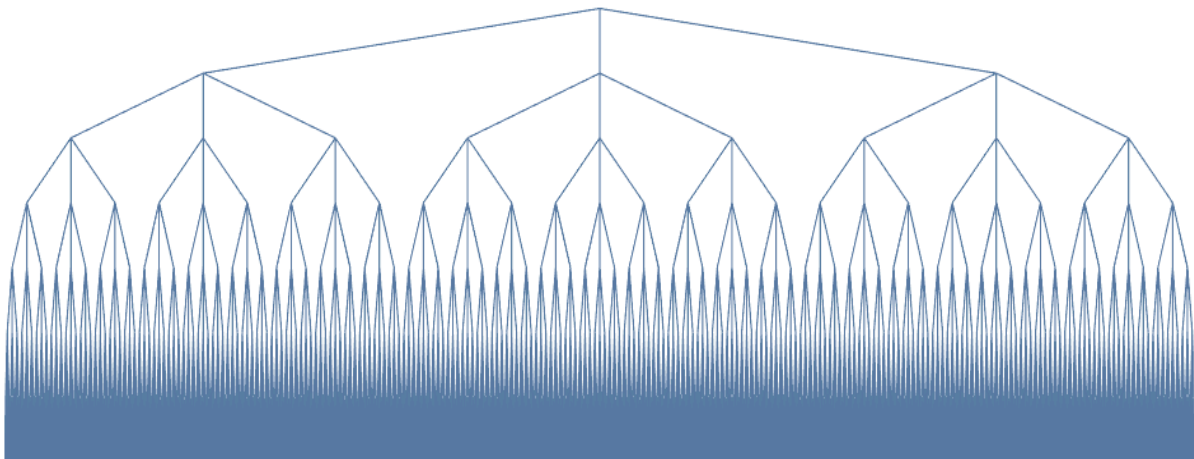
Scenariogenerering

For å generere scenarier for alle de stokastiske variablene, har vi benyttet oss av betinget sampling, som beskrevet i kapittel 5.2.3. For spotprisen for gull og valuta, benyttes en random walk. For spotpris på henholdsvis gull og USDNOK, genereres det ukentlige priser for to måneder. Det vil si for alle noder i tidsperiodene $t = 2, \dots, 8$, der prisen i første node i tidsperiode $t = 1$, behandles som kjent. Forwardprisene tar utgangspunkt i de predikerte spotprisene, da de ved 1-månedskontrakter nærmer seg spotpris. Det legges til et tilfeldig støyledd for de predikerte forwardprisene, for å ta hensyn til at spot- og forwardpris sjeldent er like. Ved predikering av inn- og utstrømninger av gull er det beregnet parametere fra KAR sin edelmetallbeholdning. For forwardpriser og mengder har vi generert verdier på en ukentlig basis for en måned. Det vil si for alle noder i tidsperiodene $t = 1, \dots, 4$. I scenariotreet benyttes tre forgreninger, noe som gir 2187 scenarier for spotpriser, og 40 scenarier for forwardpriser og mengder.

For alle de stokastiske prisene er støyleddet trukket tilfeldig fra en Gaussian fordeling, $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. For spotprisene vil støyleddene representeres av differansen til prisene ($\Delta y_t = \varepsilon_t$). Fra kapittel 5.2.2 vet vi at fordelingen til feilleddet i en random walk følger en hvit støy

prosess, der $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Parameterverdien for standardavviket estimeres ved å beregne standardavviket til differansen i prisen. Prediksjonen av prisene vil dermed bestå av forrige tidsperiodes pris (y_{t-1}) og det predikerte støyleddet. For terminkontraksprisene estimeres parameterne μ og σ^2 ved å beregne gjennomsnitt og standardavvik til differansen mellom spot- og futurespris. Gjennomsnittet er imidlertid tilnærmet null, og benyttes som verdi på μ . Prediksjonen av terminkontraksprisene vil dermed bestå av spotprisen i tilhørende scenario, og det predikerte tilfeldige støyleddet. Prediksjon av inn- og utstrømninger av gull er trukket fra en Gaussian fordeling. For parameterne for gjennomsnitt μ og standardavvik σ^2 , benyttes verdiene oppgitt i Tabell 7.3, og dette for mengder målt i toz. Prediksjonen vil dermed bestå av en normalfordelt mengde gitt fra disse parameterverdiene.

Prediksjonen av de stokastiske variablene genereres i form av et scenariotre. Gjennom å knytte sammen forelder- og barnnoder, sikres denne strukturen. For å illustrere hvordan genereringen av prisene vil utarte seg, er det i Figur 7.2 vist til trestrukturen i spotprisene. Dette gjelder for åtte tidsperioder og tre forgreninger.



Figur 7.2 Scenariotre med tre forgreninger

Figuren viser et scenariotre med tre forgreninger fra hver node. Ved å predikere ukentlige spotpriser for to måneder, gir dette totalt 3280 noder og 2187 sluttnoder.

8. Resultater og diskusjon

I dette kapittelet presenteres resultatene fra implementeringen av modellen. Som introdusert i kapittel 7.1, er modellen benyttet på K. A. Rasmussen. I kapittel 8.1 vil de viktigste funnene bli presentert, og vi vil videre gå inn i detaljene i påfølgende delkapitler. I delkapittel 8.2 vil vi presentere tre ulike sikringsstrategier, som hver setter ulike restriksjoner for kontraktsinngåelse. Alle sikringsstrategiene er basert på den operasjonelle driften, men forskjellen ligger i begrensninger av handlingsrommet. En sikringsstrategi begrenser størrelsen på terminkontraktene, en begrenser både størrelse og posisjon, og den siste er en naiv sikringsstrategi som eliminerer alle valg. I kapittel 8.3 sammenlignes de ulike sikringsstrategiene, mens vi i kapittel 8.4 vil se på hvordan beslutninger påvirkes ved å endre noen av parameterne i modellen. Til slutt vil vi i kapittel 8.5 diskutere mulige svakheter ved modellen.

8.1 Hovedfunn

I dette delkapitlet deler vi hovedfunnene i to. Det viktigste vi ønsker svar på, er om verktøyet fungerer slik det er tiltenkt. For å besvare dette spørsmålet, må verktøyet først testes på KAR. Vi tar dermed først for oss implementeringen av verktøyet på KAR, for så å ta for oss verktøyets funksjonalitet.

Fra resultatene ser vi at beslutningene kjennetegnes av en «alt eller ingenting»-løsning for inngåelse av forwardkontrakter. I svært få tilfeller besluttes det en andel mellom maksimalt antall eller ingen forwardkontrakter. Resultatene viser videre at det er forskjeller mellom ulike risikoprofiler. I enkelte tilfeller vil det for ulike verdier λ være optimalt å gå inn i motsatt posisjon. Det er også forskjeller mellom de ulike sikringsstrategiene. Resultatene tilsier at modellen med størst handlingsrom, har høyest forventet sluttsaldo, samtidig som den har lavest risiko. Dette gjelder spesielt ved høy grad av risikoaversjon. Ved å benytte en driftsmessig sikringsstrategi med begrenset handlingsrom, fører dette til noe økt risiko. Dermed ser en slik sikringsstrategi ut til å gi et svakere resultat. En naiv sikringsstrategi vil for lave verdier av λ gi høyest risiko, med tilhørende lav forventet sluttsaldo. For høye verdier av λ vil imidlertid en naiv sikringsstrategi gi den laveste forventede sluttsaldoen, samt lavest risiko. Denne sikringsstrategien gir dermed de svakeste resultatene. Ut fra disse resultatene

kan vi si at desto større handlingsrom en sikringsstrategi har, desto høyere forventet sluttsaldo og lavere risiko.

Ved å øke maksimal tillatt størrelse på forwardkontraktene, vil ikke valg av posisjon påvirkes. Derimot vil optimale løsninger oftere gi en kontraktsstørrelse lavere enn maksimumsstørrelsen, men høyere enn null. Dette gjelder for alle risikopreferanser. Videre ser vi at valg av mål for sluttverdi på bankkonto er av stor betydning for risikoaverse beslutningstakere. Dette skyldes at beslutninger om posisjon påvirkes i stor grad av dette valget.

Med utgangspunkt i disse resultatene, ser det ut til at verktøyet fanger opp viktige problemstillinger man møter i den virkelige verden. Dette gjelder både for risikoaverse og risikosøkende aktører. Likevel må en risikoavers aktør vurdere målverdien i større grad enn en risikosøkende. Videre må subjektive vurderinger, som er problematisk å formulere i verktøyet, tas av beslutningstakeren selv. Vi mener at verktøyet kan benyttes som et godt utgangspunkt for aktører med ulik risikopreferanse.

8. 2 Sammenligning for ulik risikoeksponering

Modellen er ment som et verktøy for å bestemme optimal bruk av forwardkontrakter i en bedrift, samt at vi inkluderer et metallån. Dette valget vil naturligvis avhenge av hvilken risikoprofil bedriften har. Vi ønsker derfor å se på hvordan forventet sluttsaldo og beslutninger angående størrelsen på metallån og forwardkonter endrer seg ved ulike risikoprofiler. Dette gjøres ved å optimere målfunksjonen for ulike verdier av vektingsfaktoren, λ . λ angir hvor hardt negative avvik fra en målverdi for sluttsaldo på bankkonto, straffes i målfunksjonen. For å oppnå sammenlignbare størrelser, er alle beregningene gjort med utgangspunkt i de samme stokastiske data.

I analysen vil vi se på tre ulike sikringsstrategier. Modell 1 er den modellen med størst handlingsrom, den gir rom for noe spekulasjon ut over kun driftsmessig sikring, og er den modellen vi vil se mest detaljert på. Videre representerer modell 2 og 3 alternative sikringsstrategier, der sikringens formål er direkte knyttet opp mot drift. De alternative

sikringsstrategiene presenteres, men i hovedsak inkluderes disse som et sammenligningsgrunnlag opp mot modell 1.

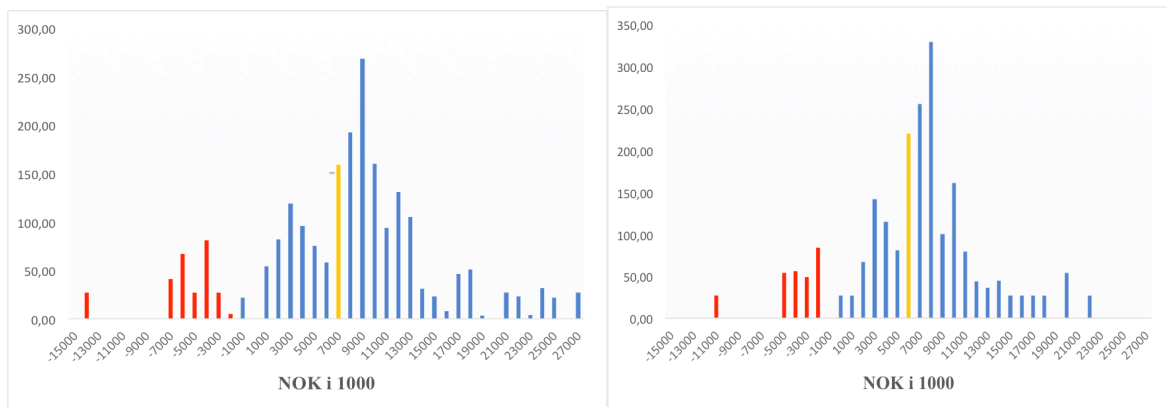
Det er en gjennomgående tendens i alle sikringsstrategiene at ulikt valg av λ , gir ulike optimale løsninger, og dermed også forventet sluttsaldo med tilhørende risiko. Dette er som forventet, da det er i samsvar med porteføljeteori (Markowitz, 1952). I analysen har vi lagt mindre vekt på ekstremverdiene $\lambda = 1$ og $\lambda = 0$. Imidlertid er målfunksjonsverdiene et godt sammenligningsgrunnlag, da de henholdsvis angir maksimal forventet sluttsaldo og et minimum for risiko. Risikoen ved å kun maksimere sluttsaldo er svært høy, og er derfor ikke ideell å benytte som et direkte sammenligningsgrunnlag. Dette skyldes at all nedsiderisiko ignoreres. Samtidig vil bedrifter, i ytterst få tilfeller, kun fokusere på å maksimere sluttsaldo på bankkonto eller minimere risikoen. Det som varierer mellom bedrifter er derimot vektingen mellom disse to målene, og dermed ligger hovedfokuset på verdier av λ mellom 1 og 0.

8.2.1 Modell 1 – Driftsmessig sikring med størst handlingsrom

Modell 1 tillater for spekulasjon ut over kun driftsmessig sikring, men dette begrenses til et maksimum for størrelse på forwardkontraktene. Dette for å bedre ta hensyn til hva som vil være realistisk for KAR. Forwardkontrakter på gull er begrenset til 150 toz, og tilsvarende USD 186 000 for valutakontrakter. Begrensningen er tatt med utgangspunkt i at det er få tilfeller der differansen i inn- og utstrømninger av gull overgår 150 toz. Størrelsen på valutakontraktene er også bestemt som en følge av dette. Da modellen gir rom for spekulasjon, vil forventninger om fremtidige priser få betydning for beslutninger som tas. Dette åpner handlingsrommet for bedriften både med tanke på valg av størrelse, samt hvilken posisjon på forwardkontraktene. Som en følge av dette, har bedriften mulighet til å oppnå gevinst utenfor drift, men samtidig vil spekulasjon begrenses til et realistisk nivå. Dette begrunnes i at hovedfokuset i en ikke-finansiell bedrift bør ligge på driften.

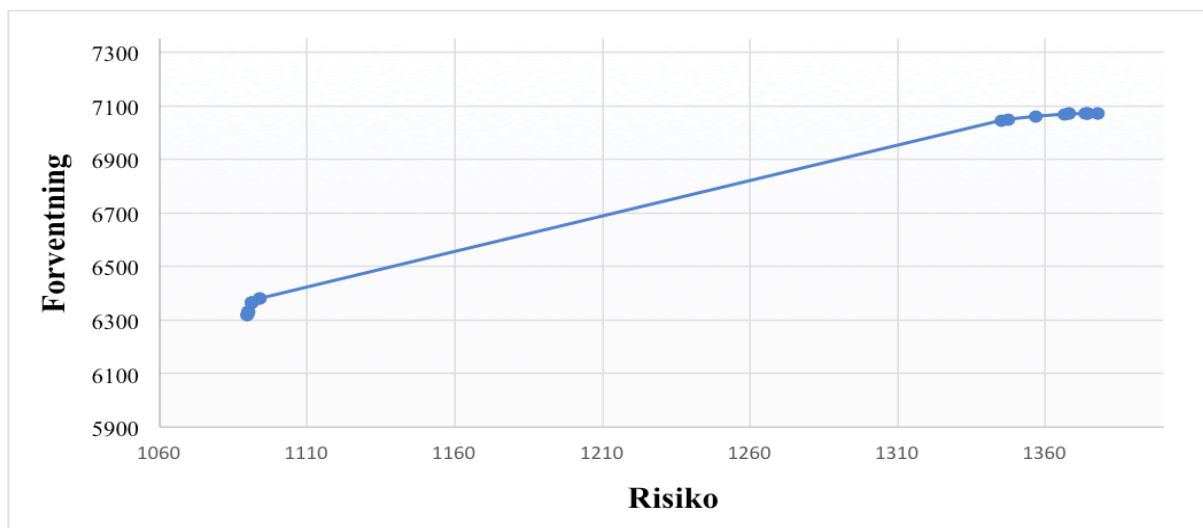
Ved å variere vektingsfaktoren, λ , mellom 0 og 1, vil forventet sluttsaldo ligge i intervallet NOK 6 138 422 og NOK 7 070 622. Tilhørende risiko ligger mellom NOK 1 089,58 og NOK 1 386,05. $\lambda = 1$ er ikke inkludert i intervallet da den er på 482 452,87. Som teorien tilsier, viser resultatene at lave verdier for λ gir lav risiko og tilsvarende lav forventet sluttsaldo. Det motsatte gjelder ved høy verdi for λ . Dette er å forvente da en høy λ impliserer at man

maksimerer forventet sluttsaldo, mens en lav λ tilsier at man minimerer risikoen. Denne sammenhengen er illustrert i Figur 8.1, som viser fordelingen av forventede sluttverdier for 2187 sluttscenarier. Videre ser vi at forventet sluttsaldo har en relativt mindre prosentvis endring enn risikoen fra $\lambda = 0,04$ til $\lambda = 0,96$. Forventet sluttsaldo har økt med 11%, mens risikoen har økt med 26%. Tilsvarende beregning ved å sammenligne $\lambda = 0$ og $\lambda = 1$, gir en økning i forventet sluttsaldo på 15% og risiko øker med 44 179%.



Figur 8.1: Fordeling av sluttsaldo ved å maksimere forventet sluttsaldo og minimere risiko
 Figuren viser fordelingen over 2187 forventede sluttsaldoer for henholdsvis maksimering av sluttbeløpet til venstre, og minimering av nedsiderisiko til høyre. Figuren illustrerer at økt risiko gir en økt forventet sluttsaldo. De røde søylene viser negative verdier for sluttsaldoen, mens de blå viser positive. Den gule søylen angir punktet der gjennomsnittet befinner seg.

Som nevnt i kapittel 5.1.6, kan man finne en effisient front ved å benytte ulike verdier for λ , men man kan også havne på punkter som ikke er gunstige. Det vil si løsninger hvor man kan oppnå en høyere forventet sluttsaldo med lavere eller tilsvarende risiko. Hvert punkt viser forventet sluttsaldo med tilhørende risiko for optimale løsninger. I disse punktene vil man ha en portefølje hvor man i ulik grad vil være eksponert mot henholdsvis spotpris og forwardpris for henholdsvis gull og USDNOK. Den effisiente fronten for modell 1 består av to oppsplittede klynger. Dette illustreres i Figur 8.2. Årsaken til dette er at modellen ser ut til å gi relativt ulike strategier for henholdsvis høye og lave verdier av λ . Samtidig ser vi en tendens til at modellen gir omtrent de samme beslutningene dersom man vektet sluttsaldo og risiko forholdsvis likt. I tilfeller der λ er svært lav, vil strategiene ligge i nærheten av det globale minimumspunktet. Dette gjelder for tilfeller der man legger størst vekt på å minimere risikoen.

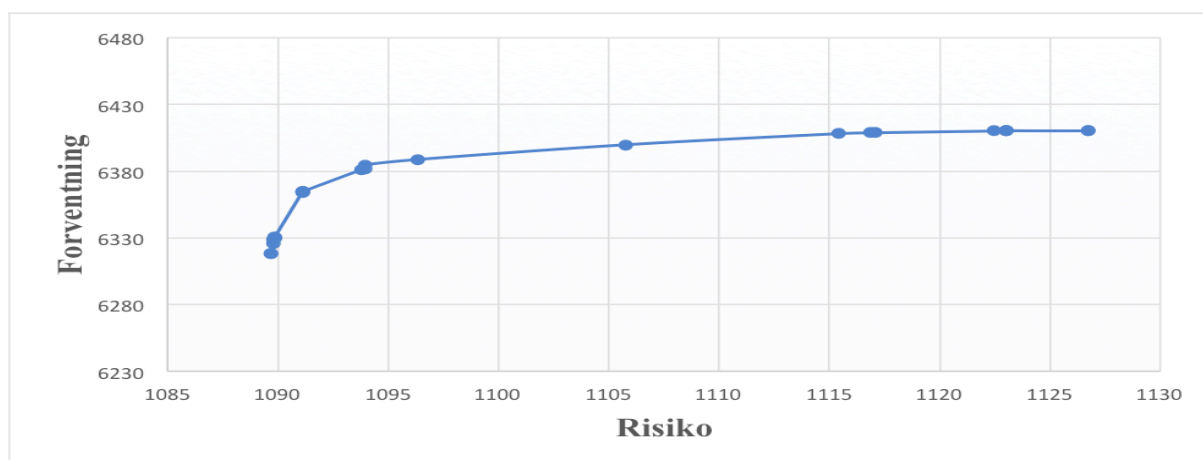


Figur 8.2: Effisient front for modell 1

Figuren viser sammenhengen mellom forventet sluttsaldo og tilhørende risiko. Ved å vekte forventning og risiko i ulik grad, vil man få ulike verdier som til sammen utgjør den effisiente fronten.

I Figur 8.2 vises det tydelig at porteføljene har samlet seg i to klynger. I tilfeller der risiko vektlegges mest, vil man ta opp et mindre metallån. Dette gjelder for lave verdier av λ til og med 0.25. For høye verdier av λ tar man opp maksimalt metallån. Forventet sluttsaldo vil dermed øke, da våre stokastiske data gir en lavere forventet spotpris på tidspunktet for nedbetaling. Dette vil gi en gevinst ved å benytte et metallån. I modellen vil metallånet tas opp i første tidsperiode, men må tilbakebetales i tidsperiode fem. Det vil si ved endt planleggingshorisont. KAR vil derimot alltid ha et metallån, og dette vil reforhandles på omtrent en månedlig basis. Når man maksimerer forventet sluttsaldo vil det lønne seg å ta opp metallån, og da vil et maksimeringsproblem alltid ta opp maksimumsbeløpet. Dette er årsaken til at vi har valgt å behandle metallånet på en slik måte. Imidlertid vil en slik løsning gi unormalt høye kontantstrømmer, fordi man vil oppnå en gevinst på metallånet i sin helhet. I virkeligheten vil det inngås en ny avtale i samme tidsperiode. Derfor må man se resultatet i lys av virkeligheten, og ikke tolke det dithen at bedriften realiserer gevinsten av den totale størrelsen på metallånet. Den faktiske gevinsten KAR vil realisere, vil avhenge av størrelsen på metallånet som inngås i $t = 5$. Imidlertid vil denne beslutningen ligge utenfor modellens planleggingshorisont. Likevel mener vi at beslutninger som tas innenfor planleggingshorisonten ikke vil påvirkes av at fremtidig opptak av metallån utelukkes. Metallånet har en viktig funksjon som finansiell dekning for metallbeholdningen og som en naturlig sikring. Likevel ligger hovedfokuset på beslutninger angående forwardkontrakter. For å bedre kunne sammenligne effekten av å benytte forwardkontrakter for alle verdier av λ , har vi justert for mergevinsten av å ta opp et større metallån. Forventet sluttsaldo er justert ned med den forventede gevinsten som kan tilskrives økningen i størrelsen på metallånet.

Dette tilsvarer NOK 660 370. For å justere risikoen er det benyttet en forenkling, der differansen i risiko mellom $\lambda = 0,25$ og $\lambda = 0,30$ gir et anslag for økt risiko. Dette fordi det er først for $\lambda > 0,25$ at man tar opp maksimalt lån.

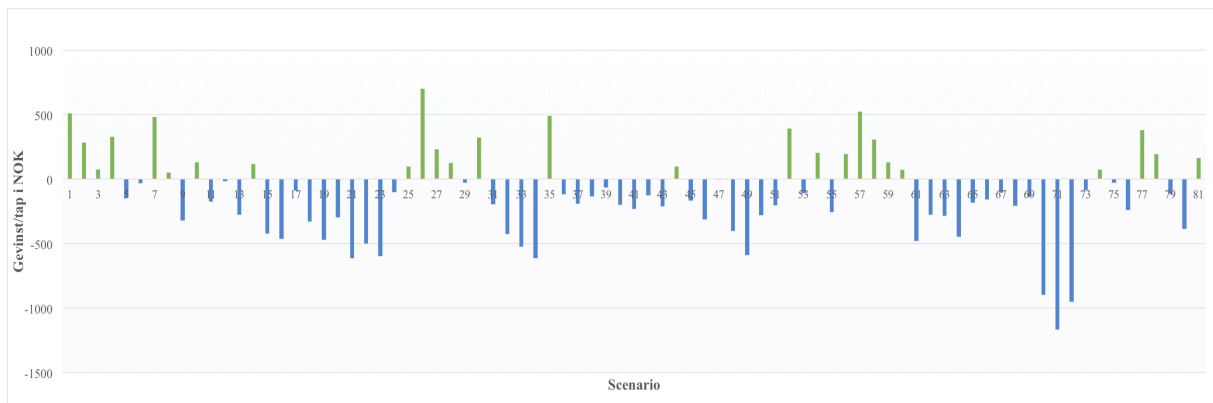


Figur 8.3: Justert effisient front for modell 1

Figuren illustrerer en forenkling av hvordan den effisiente fronten vil se ut dersom vi justerer for forventet gevinst ved å ta opp et større metallån. Dette for å bedre kunne sammenligne effekten av å benytte forwardkontrakter for alle verdier av λ . Forventet sluttsaldo er justert ned med den forventede gevinsten som kan tilskrives økningen i størrelsen på metallånet. For justering av risikoen er det benyttet en forenkling, der differansen i risiko mellom $\lambda = 0,25$ og $\lambda = 0,30$ gir et anslag for økt risiko. Dette fordi det er først for $\lambda > 0,25$ at man tar opp maksimalt lån.

Som nevnt, gir verktøyet forskjellige løsninger for ulike risikopreferanser, men de største forskjellene ligger i ytterpunktene. For å vise til noen av de viktigste forskjellene, tar vi utgangspunkt i to verdier for lambda. Dette er $\lambda = 0,04$ og $\lambda = 0,96$. Vi ønsker å vise til disse verdiene av λ , da det gir et godt bilde på hvordan ulike risikopreferanser kan påvirke beslutningene som tas. Den mest utslagsgivende forskjellen for både forventet sluttsaldo og risiko, er noder der de to optimale løsningene velger ulik posisjon. For gull skjer dette i sju noder, og for valuta i åtte. Dette kan fremstå som en inkonsistens i modellen, men det er ikke tilfellet. Årsaken til at man velger ulik posisjon kan forklares med utgangspunkt i en slik node. På tidspunkt 1 er den optimale løsningen for $\lambda = 0,96$ å selge 150 toz forward, mens det for $\lambda = 0,04$ er å kjøpe 150 toz forward. Den mest intuitive forklaringen ligger i førstnevnte tilfelle. Her vil den optimale løsningen i hovedsak fokusere på å maksimere forventet sluttsaldo. Forventet gevinst er NOK 120,55, med tilhørende standardavvik på 34%. I 55 av 81 mulige fremtidige noder, i tidsperiode 5, forventes det gevinst ved å inngå en kort posisjon. Denne fordelingen er illustrert i Figur 8.4. Derfor vil en kort posisjon være den beste løsningen, da forventet gevinst er høyest med den begrensede informasjonen man har i node 1. Forklaringen bak en lang posisjon, for $\lambda = 0,04$, er imidlertid mer sammensatt. Her vil den optimale løsningen fokusere på å minimere nedsiderisikoen. Fokuset rettes dermed mot å

reduere de negative avvikene. Dermed vil eventuelle fremtidige gevinster ha større betydning i enkelte noder. I sluttnodene, der målverdien for sluttsaldo ikke nås, vil eventuelle gevinster eller tap fra tilhørende foreldernode ha større betydning. Poenget er at beslutningen i større grad vil avhenge av hvilke tidsperioder det forventes en gevinst, og man ser at valget vil avhenge av andre kontantstrømmer enn kun kontantstrømmen forbundet med kontrakten. Gjennom å sammenligne beslutninger for alle verdier av λ , ser vi at ved å øke λ , så vil man gå over til å velge samme posisjon som når man maksimerer forventet sluttsaldo. Imidlertid vil ikke denne overgangen skje for samme verdi av λ i alle noder der posisjonen i utgangspunktet avviker fra hverandre. Dette vil avhenge av størrelsen på forventede fremtidige avvik som påvirkes av den spesifikke beslutningen.



Figur 8.4: Fordeling av gevinst og tap ved forwardkontrakter inngått i node 1

Figuren viser fordelingen over gevinster og tap for en lang forwardkontrakt for gull inngått i tidsperiode 1. Grønne søyler viser gevinst, mens de blå viser tap. Dette gjelder for alle 81 noder, der man forventer tap i 55 av disse. Forventningen er på NOK -120 , med et standardavvik på 34%.

Videre kan optimale løsninger kjennetegnes av at man enten velger en kort eller lang posisjon. Dette viser til at det ikke er arbitrasjemuligheter i modellen. Valget av posisjon vil være basert på hvilke beslutninger som gir høyest forventet målverdi med tanke på fremtidige gevinster eller tap. Et unntak er imidlertid for $\lambda = 0$. Her vil en optimal løsning i flere tilfeller gi beslutninger der man både inngår en lang og kort posisjon, hvor summen av kontraktene er tilnærmet lik maksimumsstørrelsen. Som tidligere nevnt, vil risikominimering ha en mer sammensatt forklaring. Løsningen kan gi en indikasjon på at det eksisterer arbitrasjemuligheter, men bør ikke tolkes slik. Her er alt fokus rettet mot å redusere risikoen, og dermed vil man ha en løsning der man i stor grad helgarderer seg mot negative avvik.

En siste forskjell verdt å påpeke, er at en risikosøkende beslutningstaker totalt sett forventes å handle flere kontrakter. Dette kan forklares ved at økt grad av spekulasjon vil øke forventet

sluttsaldo, samtidig som risiko øker. Imidlertid er ikke forskjellen spesielt stor i våre resultater. Modellen har derimot en tendens til å velge en «alt eller ingenting»-løsning. Dette betyr at man enten velger å ikke inngå noen kontrakt, eller inngår en kontrakt lik maksimumsstørrelsen. Vi mener at dette i hovedsak kommer av at man begrenser størrelsen på kontraktene. Samtidig har vi en formening om at det å inkludere enda flere scenarier, vil gi endringer i disse tendensene. Dette fordi man i større grad vil få en bedre representasjon av usikkerheten som ligger i de fremtidige prisene. Ved å utvide modellen fra to forgreninger til tre, ser vi allerede at disse tendensene er noe mindre fremtredende.

8.2.2 Modell 2 – Driftsmessig sikring med begrenset handlingsrom

I modell 2 settes maksimalt antall kontrakter lik endring i metallbeholdningen for hver node. Dette betyr at beslutninger angående forwardkontraktene begrenses til nodeavhengige størrelser, samt posisjonen man kan innta. Begrensning i forhold til posisjon betyr at dersom innstrømninger av gull i en periode er større enn utstrømningen, begrenses sikringsvalget til å gjelde en kort posisjon. I motsatt tilfelle er eneste mulighet lange kontrakter. Tilsvarende vil også gjelde for valuta, da eksponeringen er en direkte følge av en metallbeholdningsendring. Her ser man at handlingsrommet for spekulasjon begrenses ytterligere i forhold til modell 1. I våre stokastiske data ligger endringen i metallbeholdningen under +/- 150 toz i alle tilfeller, bortsett fra en node der metallbeholdningen reduseres med 232,92 toz. En betydelig forskjell fra modell 1, er at beslutninger angående forwardkontrakter begrenses til å samsvare både med størrelsen og retningen i metallbeholdningsendringen. Kort fortalt har bedriften mulighet til å bestemme andelen av endringen de ønsker å sikre.

Som i modell 1 vil størrelsen på metalllånet ligge på et lavere nivå for lave verdier av λ til og med lambdaverdier nær 0,3. For høye verdier av λ tar man opp maksimalt metallån. Ved å variere vektingsfaktoren mellom 0 og 1, vil forventet sluttsaldo ligge i intervallet NOK 6 145 533,2 og NOK 6 944 852,4. Tilhørende risiko ligger mellom NOK 1 122,92 og NOK 1375, 99. Ved å inkludere $\lambda = 1$ øker risikoen til NOK 492 706,26. Lave verdier for λ gir lav risiko og tilsvarende lav forventning, samt at det motsatte gjelder ved høy verdi for λ . Forventet sluttsaldo har en relativt mindre prosentvis endring enn risikoen, hvor forventet sluttsaldo har økt med 10,4%, mens risikoen har økt med 22,5%. Dette gjelder for $\lambda = 0,04$ til $\lambda = 0,96$. Ved å sammenligne beslutninger for vektingsfaktorer svært nær ytterpunktene (0,04 og 0,96), ser vi at risikoaverse beslutningstakere handler flere kontrakter. Ved å summere

forventet størrelse på forwardkontraktene i hver tidsperiode, handles det 139 toz mer i gullkontrakter og 183 084 USDNOK i valutakontrakter. Årsaken til dette er at risikosøkende aktører vil handle færre kontrakter, dersom forventningene om fremtidige priser ikke samsvarer med den posisjonen man er begrenset til.

Videre er det en tendens til at man i flere noder velger å ikke inngå forwardkontrakter. Dette gjelder for alle risikopreferanser. Fra de stokastiske dataene vil det i halvparten av tilfellene være større innstrømning av gull. Dette betyr at begge posisjonene er begrenset til å være lik null i halvparten av nodene. I tillegg vil det ikke alltid være lønnsomt å ta den posisjonen man er begrenset til, da forventningen om fremtidige priser tilsier motsatt posisjon. Videre ser vi en tendens til at man i optimale løsninger vil gå maksimalt i forwardkontraktene, dersom posisjonen gir en forventning om gevinst. Det er kun et tilfelle hvor den optimale løsningen er å handle mindre enn begrensningen.

8.2.3 Modell 3 – Naiv sikringsstrategi

Som nevnt i kapittel 4.3 går en naiv sikringsstrategi ut på å sikre seg i et 1:1 forhold. Dermed reduseres forwardkontraktene fra å være beslutninger, til å bli gitte størrelser i modellen. Dette betyr at den eneste beslutningen som tas er størrelsen på metallånet i tidsperiode 1. Som i de tidligere modellene gjelder samme tendensene for beslutning av metallån. I tillegg vil bankkonto og kassekreditt, samt det negative avviket variere. Dermed reduseres handlingsrommet kraftig siden beslutninger angående forwardkontraktene er eliminert.

Ved å variere vektingsfaktoren mellom 0 og 1, vil forventet sluttsaldo ligge i intervallet NOK 6 143 075,7 og NOK 6 895 004,2. Tilhørende risiko ligger mellom NOK 1132,78 og NOK 1369,36. Ved å inkludere $\lambda = 1$ øker risikoen til NOK 450924,16. Dette viser at lave verdier for λ gir lav risiko og tilsvarende lav forventet sluttsaldo, det motsatte gjelder ved høy verdi for λ . Forventet sluttsaldo har hatt en relativt mindre prosentvis endring enn risikoen, hvor forventet sluttsaldo har økt med 9,95%, mens risikoen har økt med 20,88%. Dette gjelder for $\lambda = 0,04$ til $\lambda = 0,96$.

8.3 Sammenligning av sikringsstrategiene

Nå som vi har presentert de ulike sikringsstrategiene, vil vi sammenligne modellen med størst handlingsrom opp mot både den driftsmessige og den naive sikringsstrategien. Vi er interessert i å undersøke om KAR kan hente fordeler ved å benytte en sikringsstrategi som er mindre restriktiv enn den naive sikringsstrategien de følger per dags dato. Vi sammenligner ulike risikopreferanser innenfor de tre sikringsstrategiene. Her tar vi for oss to ytterpunkter, to litt mindre ekstreme verdier og en midtverdi. I Tabell 8.1 har vi inkludert et mer helhetlig bilde av resultatene. Imidlertid vil vi i analysen fokusere mest på resultatene med en lav verdi av λ . Dette fordi det er viktig å huske at KAR er en risikoavers bedrift.

Lambda	Modell 1		Modell 2		Modell 3	
	Forventning	Risiko	Forventning	Risiko	Forventning	Risiko
0	6138,4219	1089,57852	6145,5332	1122,92031	6143,07467	1132,78332
0,01	6318,4693	1089,6909	-	-	-	-
0,02	6329,7075	1089,8371	-	-	6271,18731	1132,78332
0,03	6330,5027	1089,8578	6279,4987	1122,9223	6271,18731	1132,78332
0,04	6364,2507	1091,10678	6289,09726	1123,28761	6271,18731	1132,78332
0,05	6364,4066	1091,1134	6289,0973	1123,2876	6271,18731	1132,78332
0,1	6364,9687	1091,1574	6292,64241	1123,49057	6271,1973	1132,7833
0,2	6381,01039	1093,77288	6294,3317	1123,80951	6271,18731	1132,78332
0,25	6381,65989	1093,93763	6295,46997	1124,09678	6895,00418	1369,35998
0,3	7045,03473	1344,94166	6934,99527	1366,85791	6895,00418	1369,35998
0,4	7049,16622	1347,35987	6935,98438	1367,41732	6895,00418	1369,35998
0,5	7060,20952	1356,79167	6944,6035	1374,79497	6895,00418	1369,35998
0,6	7068,51614	1366,44391	6944,6035	1374,79497	6895,00418	1369,35998
0,7	7069,13388	1367,85212	6944,6035	1374,79497	6895,00418	1369,35998
0,8	7069,19777	1368,11041	6944,6035	1374,79497	6895,00418	1369,35998
0,9	7070,46646	1373,49536	6944,83228	1375,75887	6895,00418	1369,35998
0,95	7070,5146	1374,03991	6944,85238	1375,98617	6895,00418	1369,35998
0,96	7070,5146	1374,03991	6944,85238	1375,98617	6895,00418	1369,35998
0,97	7070,5146	1374,03991	6944,85238	1375,98617	6895,00418	1369,35998
0,98	7070,62185	1377,7600	6944,85238	1375,98617	6895,00418	1369,35998
0,99	7070,6219	1377,7600	6944,85238	1375,98617	6895,00418	1369,35998
1	7070,62185	482452,868	6944,85238	492706,261	6895,00418	450924,163

Tabell 8.1: Forventet sluttsaldo og risiko for alle sikringsstrategiene

Tabellen viser forventet sluttsaldo og risiko for de tre ulike modellene. Dette for ulike risikopreferanser. I tabellen er det inkludert kortere intervaller for ekstremverdiene av λ , da det her er størst forskjeller. Bemerk hoppet i forventet sluttsaldo og risiko for $\lambda = 0,3$, grunnet økt opptak av metallån.

Tabell 8.1 viser verdier av forventet sluttsaldo og tilhørende risiko for noen utvalgte verdier av λ . Mellomverdier fra 0,1 til 0,25 og 0,3 til 0,9 er relativt stabile. Små endringer i lambdaverdier utgjør ikke de store forskjellene. Vi inkluderer dermed hver tiendedel for

mellomverdiene, mens vi i ytterpunktene inkluderer hver hundredel. Det må påpekes at ikke alle tenkelige verdier av λ nødvendigvis gir en optimal løsning. Dette kommer av at noen verdier av λ medfører at det lineære problemet ikke har nok restriksjoner til å bestemme en optimal løsning. Dette gjelder for alle sikringsstrategiene. Da vi ikke kan stole på disse løsningene, er de sett bort fra i analysen.

Lambda	Modell 1		Modell 2		Prosentvis endring	
	Forventning	Risiko	Forventning	Risiko	Forventning	Risiko
0,04	6364,2507	1091,10678	6289,09726	1123,28761	-1,18 %	2,95 %
0,2	6381,01039	1093,77288	6294,3317	1123,80951	-1,36 %	2,75 %
0,5	7060,20952	1356,79167	6944,6035	1374,7950	-1,64 %	1,33 %
0,8	7069,19777	1368,11041	6944,6035	1374,7950	-1,76 %	0,49 %
0,96	7070,5146	1374,03991	6944,85238	1375,98617	-1,78 %	0,14 %

Tabell 8.2: Sammenligning av forventet sluttsaldo og risiko for modell 1 og 2

Tabellen viser forventet sluttsaldo og risiko for både modell 1 og 2. Videre vises den prosentvise endringen ved å gå fra modell 1 til modell 2. Her inkluderes to ytterpunkter, to litt mindre ekstreme verdier og en midtverdi for verdier av λ .

Ved å sammenligne forventet sluttsaldo og risiko for modell 1 og 2, ser vi at risikoen øker for lave verdier av λ , samtidig som forventet sluttsaldo reduseres. Dette er gjennomgående for alle lambdaverdier. Vi ser at økningen i risiko avtar ved å legge større vekt på å maksimere forventet sluttsaldo. Samtidig vil nivået på reduksjonen i forventet sluttsaldo øke. Ved å begrense både størrelsen og posisjon på kontraktene, vil man oppnå en lavere forventet sluttsaldo til en økt risiko. Forklaringen ligger i at et økt handlingsrom øker mulighetene for å nå målverdien. Resultatene viser at modell 2 gir en suboptimal løsning i forhold til modell 1.

Lambda	Modell 1		Modell 3		Prosentvis endring	
	Forentning	Risiko	Forventning	Risiko	Forventning	Risiko
0,04	6364,2507	1091,10678	6271,18731	1132,78	-1,46 %	3,82 %
0,2	6381,01039	1093,77288	6271,18731	1132,78	-1,72 %	3,57 %
0,5	7060,20952	1356,79167	6895,00418	1369,36	-2,34 %	0,93 %
0,8	7069,19777	1368,11041	6895,00418	1369,36	-2,46 %	0,09 %
0,96	7070,5146	1374,03991	6895,00418	1369,36	-2,48 %	-0,34 %

Tabell 8.3: Sammenligning av forventet sluttsaldo og risiko for modell 1 og 3

Tabellen viser forventet sluttsaldo og risiko for både modell 1 og 3. Videre vises den prosentvise endringen ved å gå fra modell 1 til modell 3. Her inkluderes to ytterpunkter, to litt mindre ekstreme verdier og en midtverdi for verdier av λ .

Videre sammenlignes forventet sluttsaldo og risiko for modell 1 og modell 3. Resultatene viser de samme tendensene som ved å sammenligne med modell 2. Imidlertid ser vi at

endringene i absoluttverdi ved å gå fra modell 1 til modell 3, generelt er høyere. Forventet sluttsaldo reduseres dermed i større grad for alle verdiene av λ . Det samme gjelder også for risiko, men kun for lave verdier av λ . Dersom man legger større vekt på å maksimere forventet sluttsaldo, vil økningen i risiko være minimal. Ved å i hovedsak fokusere på maksimering av forventet sluttsaldo, vil risikoen knyttet til modell 3 være lavere enn ved modell 1. En risikosøkende aktør vil i størst grad bry seg om forventet sluttsaldo. Forventet sluttsaldo reduseres betraktelig ved å gå fra modell 1 til modell 3. En risikoavers aktør vil bry seg mest om å minimere risiko. Risikoen øker betraktelig fra modell 1 til modell 3 for lave verdier av λ . Dette betyr at modell 3 verken gagnar risikosøkende eller risikoaverse aktører. Vi ser derfor at en naiv sikringsstrategi vil være en suboptimal løsning sett opp mot modell 1.

Gjennom å sammenligne den mer spekulative sikringsstrategien, modell 1, mot alternativstrategiene, modell 2 og modell 3, ser vi at det å tillate for spekulasjon øker forventet sluttsaldo, samtidig som risiko reduseres. Dette gjelder for alle risikopreferanser, med unntak av å benytte modell 3 der maksimering av forventet sluttsaldo veier tyngst. Forventet sluttsaldo vil her reduseres mest, men risikoen vil være lavere. For en risikosøkende beslutningstaker vil verken modell 2 eller modell 3 være bedre enn modell 1. Dette kan begrunnes i at de ønsker å maksimere forventet sluttsaldo, og tar svært lite hensyn til risiko. Begge alternativstrategiene vil dermed ikke være en god løsning, da de reduserer forventet sluttsaldo.

På papiret ser modell 1 ut til å være den beste sikringsstrategien. Den har generelt både lavest risiko og høyest forventet sluttsaldo. For en risikoavers bedrift som KAR, vil det å benytte seg av denne sikringsstrategien føre til at de kan plassere seg mer gunstig enn de tidligere har gjort. Likevel er det flere aspekter som kan tale for at en annen sikringsstrategi kan fungere bedre. Den stokastiske prosessen som benyttes for å predikere prisene, vil ikke kunne gi store, uventete fluktasjoner i prisene. Imidlertid er dette vanskelig å modellere, da fremtiden er usikker og prisene uforutsigbare. Det er slike tilfeller bedrifter i størst grad ønsker å sikre seg mot. I resirkulerings- og raffineringindustrien vil dette, i motsetning til en vanlig produksjonsbedrift, både gjelde hopp og fall i prisene. Dette har vært tilfellet de siste årene for KAR. Tidligere hadde de en mer spekulativ sikringsstrategi. Dette fungerte godt inntil gullprisen falt i 2013, noe som resulterte i et stort tap for bedriften. Dette var en av grunnene til at KAR gikk over til sin nåværende sikringsstrategi. Derfor kan det tenkes at formålet med bedriftens sikringsstrategi, per dags dato, ikke samsvarer like godt med en sikringsstrategi

som inkluderer spekulasjon ut over driftsmessig sikring. Likevel forventes gullprisen å stige på lang sikt. Det er en sammensatt årsak til denne forventningen. Som nevnt i kapittel 3.1, vil gruvene møte flere utfordringer i fremtiden, spesielt med tanke på at det blir vanskeligere å få ut det resterende gullet. Samtidig er gull, i motsetning til de fleste andre råvarer, etterspørselsdrevet. I tillegg er gull også ansett som en trygg havn i dårlige tider. Med tanke på at det blir mindre nytt gull tilgjengelig, samt at befolkningsvekst kan øke etterspørselen, vil man kunne forvente en stigende gullpris. En slik forventning kan tilsi at det å inkludere en viss grad av spekulasjon kan bidra positivt på resultatet.

Videre er det flere komplekse sammenhenger i den virkelige verden som ikke fanges opp i modellen. En beslutningstaker vil vurdere både bedrifts- og markedsmessige forhold. Eksempler på dette kan være om det er positive eller negative forventninger i markedet, hvilken situasjon bedriften er i, samt andre skjønnsmessige vurderinger som vil påvirke valget til en beslutningstaker. Da det er umulig å inkludere alle forhold som kan påvirke valg av sikringsstrategi, kan det som ser best ut på papiret avvike fra den sikringsstrategien som i realiteten fungerer best. Likevel mener vi at verktøyet inkluderer de mest essensielle forholdene som er med på å påvirke valg av sikringsstrategi. En bedrift kan derfor benytte verktøyet som en beslutningsstøtte, i tillegg til den informasjonen som vanskelig lar seg gjøre å inkludere i modellen. Avslutningsvis må vi påpeke at resultatene fra analysen kommer fra ett sett av stokastiske data. Likevel mener vi at mange av de nevnte sammenhengene i forhold til beslutninger fortsatt vil være gjeldene, samt at de stemmer overens med teori og fornuft.

8.4 Endring av parameterverdier

For å kunne benytte verktøyet, må en beslutningstaker i første omgang ta stilling verdier for de ulike parameterne. Noen parametere er enkle å fastsette for en beslutningstaker, mens andre vil i større grad avhenge av vurderinger knyttet opp mot formålet med sikringsstrategien. Vi ønsker derfor å se hvordan beslutningene påvirkes av å endre de parameterne vi antar en beslutningstaker kan finne vanskelig å fastsette. Vi tester disse endringene på modell 1.

8.4.1 Endring av maksimal kontraktsstørrelse

Vi er interessert i å se hvordan valg av maksimal kontraktsstørrelse kan påvirke beslutninger i modellen. For å undersøke om dette valget kan påvirke beslutningene i stor grad, har vi valgt å se på både en liten og en stor økning i maksimal kontraktsstørrelse. Dette gjelder for både forwardkontrakter på gull og USDNOK. Vi har valgt en maksimal kontraktsstørrelse på 200 toz med tilhørende 248 000 USDNOK, samt 600 toz med tilhørende 744 000 USDNOK. For å ha likviditeten til å gjennomføre disse strategiene, endres også startverdien på bankkontoen. Dette gir henholdsvis en verdi på NOK 333 000 og NOK 1 000 000.

Ved å sammenligne resultatene opp mot de opprinnelige optimale løsningene, ser vi ingen endringer i valg av posisjon. Dette er å forvente da utfallet i en bestemt node vil være de samme. Videre ser vi at man for alle verdier av λ fortsatt tenderer mot å velge en «alt-eller-ingenting»- løsning. Likevel ser vi at for lave verdier av λ , vil det være flere tilfeller der man inngår kontrakter mellom den maksimale størrelsen og 0. Denne tendensen er sterkere, etter hvert som den maksimale kontraktsstørrelsen økes. Dette medfører at forventet sluttsaldo øker og at risiko reduseres. Dette betyr at vi ser nøyaktig de samme tendensene. En beslutningstaker må derfor vurdere hvor stor grad av spekulasjon som tillates i valget av sin sikringsstrategi.

8.4.2 Endring av målverdi for forventet sluttsaldo

Det vil alltid være utfordrende å sette et mål for en bedrifts prestasjon, da det er mange forhold som kan påvirke det endelige resultatet. Derfor ønsker vi å se hvordan et slikt valg kan ha betydning for beslutninger i modellen. Vi vil se på to endringer i målverdi. Den ene målverdien reduserer vi til NOK 1 000 000, mens den andre øker vi til NOK 5 000 000.

I tilfeller der man kun maksimerer forventet sluttsaldo, vil man for begge endringene fortsatt innta samme posisjon som i modell 1. Dette skyldes at risiko ignoreres, slik at målet for forventet sluttsaldo ikke har en funksjon. For høye verdier av λ , har ikke endringer i målverdi noen effekt.

For lave verdier av λ er det markante forskjeller. Dersom man sammenligner beslutninger for høye og lave verdier av λ , vil man i enkelte tilfeller gå inn i ulik posisjon. Som tidligere

nevnt, vil man ved å øke λ , gå over til å velge samme posisjon som når man maksimerer forventet sluttsaldo. Dette gjelder uavhengig av den valgte målverdien. Størrelsen på valgt målverdi vil påvirke hvor mye man må vektlegge maksimering av forventet sluttsaldo, før det er optimalt å gå inn i samme posisjon som ved å kun maksimere sluttsaldoen. Ved en lav målverdi vil overgangen skje for en lavere eller tilsvarende verdi av λ , enn for en høy målverdi. Dette fordi man naturligvis vil ha et lavere avvik, og dermed lavere risiko. Dermed blir ikke straffen i målfunksjonen like fremtredende. Dette betyr at jo høyere målverdi, jo mer må λ øke for at man skal ta samme posisjon som en risikosøkende aktør. Sagt på en annen måte vil virkningen av å minimere risiko vedvarer lengre.

Disse resultatene samsvarer med hvordan verktøyet er tiltenkt å fungere. Imidlertid må en risikoavers aktør vurdere nøye valget av målverdi. Det vises tydelig at beslutninger kan endres betraktelig for ulike valg av målverdier. For risikosøkende aktører vil dette valget være av minimal betydning, da avvikene ikke har stor påvirkning i målfunksjonen.

8.5 Svakheter ved modellen

Når man benytter stokastiske modeller, vil antall scenarier øke eksponentielt ved å inkludere flere forgreininger. Dermed blir modellen raskt stor, og da er det lett å miste oversikten. Dette kan medføre at små feil ikke blir plukket opp, noe som kan være en mulig feilkilde. Utslagsgivende feil er derimot enklere å legge merke til. Gjennom kontinuerlig revidering av modellen, samt å benytte støttetabeller for å sikre at strukturen i modellen stemmer, mener vi at de mulige feilkildene er små.

For risikoaverse aktører, vil risiko inkludert i modellen ha stor betydning. Vi har sett at modellen kan gi ulike beslutninger avhengig av om man vektlegger forventet sluttsaldo eller risiko mest. Risiko i modellen er målt som negative avvik fra en selvvalgt målverdi. Det finnes mange ulike risikomål, og hvilket man velger kan påvirke resultatene. Ved å tillate for økt spekulasjon, vil man i mange tilfeller lettere kunne oppnå den valgte målverdien. Ved å velge en fornuftig målverdi, sikrer man at målet for risiko gjenspeiler den faktiske risikoen i sikringsstrategien.

Å predikere fremtiden er ingen enkel oppgave, og vil alltid innebære usikkerhet. Stokastiske variabler kan bidra til å gi et bedre bilde av risikoen en bedrift er utsatt for. Et stort antall

fremtidige scenarier vil gi et mer helhetlig bilde, og dermed vil det å øke antallet grener fra hver node gi en bedre representasjon av fremtiden. Samtidig vil det være umulig å inkludere et uendelig antall scenarier. Dette for at modellen skal være håndterbar. Vi har benyttet tre grener for å implementere verktøyet på KAR. Dette ga 2187 sluttnoder. Vi mener dette gir en god representasjon av virkeligheten. Likevel kan det tenkes at det å inkludere flere scenarier kan bidra til å forbedre modellen ytterligere. For at modellen fortsatt skal være håndterbar er det nødvendig å benytte scenarioreduksjonsalgoritmer for en eventuell økning av antall scenarier.

Videre er det viktig å påpeke at antakelsene som ligger bak de stokastiske dataene, kan påvirke resultatene i modellen. Dette vil alltid være tilfelle når man benytter modeller som predikerer fremtiden. Likevel mener vi at mange av tendensene vi har funnet, vil gjelde ved å benytte andre stokastiske prosesser.

9. Avsluttende kommentarer

Formålet med oppgaven har vært å utvikle et optimeringsverktøy for valg av sikringsstrategi for resirkulerings- og raffineringsbedrifter i edelmetallindustrien. Et sentralt fokus i oppgaven har vært hvordan stokastisk programmering kan bidra dette. Hovedfokuset i verktøyet består av beslutninger angående inngåelse av terminkontrakter, samt beslutning av størrelse på metallånet. Målet er at en beslutningstaker med en spesifikk risikopreferanse kan maksimere forventet sluttsaldo på bankkonto, samtidig som risiko minimeres.

9.1 Konklusjon

Den beste måten å teste verktøyets funksjonalitet på, er å se hvordan verktøyet presterer i et virkelig sikringsproblem. Verktøyet er derfor implementert på K. A. Rasmussen, der vi har sett på tre ulike sikringsstrategier. Alle sikringsstrategiene er basert på den operasjonelle driften, men forskjellen ligger i begrensninger av handlingsrommet. En sikringsstrategi begrenser størrelsen på terminkontraktene, en begrenser både størrelse og posisjon, og den siste er en naiv sikringsstrategi som eliminerer alle valg. Resultatene tilsier at dersom man tillater et større handlingsrom, kan man oppnå en høyere forventet sluttsaldo på bankkonto og lavere risiko. Dette gjelder i de fleste tilfeller. Det betyr at ved å tillate for noe spekulasjon i en sikringsstrategi, vil man kunne plassere seg mer optimalt enn ved å utelukke all spekulasjon. Med utgangspunkt i disse resultatene, ser det ut til at verktøyet fanger opp viktige problemstillinger fra den virkelige verden. Det betyr imidlertid ikke at en slik sikringsstrategi stemmer overens med praksis. Dette skyldes subjektive vurderinger, samt andre bedriftsspesifikke faktorer som er problematisk å formulere i verktøyet. Verktøyet kan dermed benyttes som en beslutningsstøtte for valg av sikringsstrategi for beslutningstakere med ulik risikopreferanse. Vi mener at resultatet gir en god indikasjon på hvordan resirkulerings- og raffineringsbedrifter kan benytte seg av verktøyet.

9.2 Videre forskning

Når man benytter stokastiske modeller, vil antall scenarier øke eksponentielt ved å inkludere flere forgreininger. I modellen har vi valgt å inkludere tre forgreininger fra hver node. Dette gir et godt risikobilde, men samtidig vil det å øke antall forgreininger bidra til å gi et enda bedre bilde av risikoen som ligger i en usikker fremtid. Imidlertid vil dette øke kompleksiteten ved modellen. For at modellen fortsatt skal være håndterbar, kan det å benytte scenarioreduksjonsalgoritmer være en god løsning.

I implementeringen av modellen har vi valgt å fokusere på fluktuasjoner i spotpris på gull og valutakursen USDNOK. Likevel kan KAR, være eksponert for flere råvarer og valutakurser. Ved å inkludere flere risikofaktorer, kan dette bidra til å øke forståelsen av det totale risikobildet til en bedrift, og kan dermed gi en mer helhetlig sikringsstrategi.

Ved å inkludere risiko, bidrar dette til at verktøyet er mer virkelighetsnært. Samtidig kan valg av risikomål påvirke hvordan risiko håndteres i modellen. Vi har valgt å benytte nedsiderisiko i verktøyet, men det eksisterer mange ulike risikomål. Det kan dermed være interessant å se om verktøyet vil gi andre beslutninger ved å benytte et annet risikomål.

Fokuset i oppgaven har vært rettet mot finansiell sikring. Likevel finnes det flere typer risiko i en bedrift. Ved å inkludere flere andre former for risiko i modellen, kan man få et mer helhetlig bilde av risikoen i en bedrift. Eksempelvis vil det å integrere sikring- og produksjonsplanlegging, gi et mer integrert verktøy. Dette kan bidra til å redusere både finansiell- og operasjonell risiko, og dermed gi en mer helhetlig risikostyring for bedriften.

I oppgaven har vi utviklet et verktøy for resirkulerings- og raffineringssbedrifter i edelmetallindustrien. Verktøyet ble implementert på KAR, men kan også implementeres på andre bedrifter i samme industri. Selv om fokuset i oppgaven har vært rettet mot denne industrien, vil de fleste industrier være eksponert for fluktuasjoner i både råvarepris og valutakurs. Med noen få tilpasninger, kan verktøyet være relevant for andre industrier. Det kan derfor være interessant å se hvordan verktøyet fungerer, samt hvilke resultater dette vil gi, for andre industrier.

Referanser

- Agarwal, S. (u.å) *How certain changes in the gold metal loan facility would benefit RBI, banks and jewellers*. Tilgjengelig fra:
http://www.gematlas.com/Content/NewsletterMay2015/Article_Gold_Metal_Loan_Facility.pdf (Hentet: 5. mai 2017).
- Alexander, C. (2008a) *Practical financial econometrics*. Chichester, England: John Wiley & Sons Inc.
- Alexander, C. (2008b) *Quantitative Methods in Finance*. Hoboken: Wiley.
- Atherton, J. (2007) Declaration by the metals industry on recycling principles, *The International Journal of Life Cycle Assessment*, 12(1), s. 59-60.
- Barned, J. (2012) *Guide to managing commodity risk*. Tilgjengelig fra:
https://www.cpaaustralia.com.au/~/_media/corporate/allfiles/document/professional-resources/business/managing-commodity-risk.pdf?la=en (Hentet: 5. mai 2017).
- Baur, D. G. og McDermott, T. K. (2016) Why is gold a safe haven?, *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 10, s. 63-71. Tilgjengelig fra:
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2773395.
- Beale, E. M. (1955) On minimizing a convex function subject to linear inequalities, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, s. 173-184.
- Bertisen, J. og Davis, G. A. (2008) Bias and Error in Mine Project Capital Cost Estimation, *The Engineering Economist*, 53(2), s. 118-139. doi:
10.1080/00137910802058533.
- Birge, J. R. og Louveaux, F. (2011) *Introduction to stochastic programming*. Springer Science & Business Media. Tilgjengelig fra:
https://books.google.no/books?id=Vp0Bp8kjPxUC&printsec=frontcover&hl=no&source=gbs_ge_summary_r&cad=0 - v=onepage&q&f=false.
- Bjerkgård, T. og Ihlen, P. M. (2015) *Edelmetaller*. Tilgjengelig fra:
<https://www.ngu.no/fagomrade/edelmetaller> (Hentet: 3. mai 2017).
- Black, F. (1976) The pricing of commodity contracts, *Journal of Financial Economics*, 3(1)(1-2), s. 167-179.

- Bodnar, G. M., *et al.* (2011) Managing risk management. Tilgjengelig fra:
<https://poseidon01.ssrn.com/delivery.php?ID=058084070020009114103066124106102011060015026002060023096117116071064092064095116111057059022025049040037107117108095099114100017070059022001120113024116118015041019055125120124064117089025108080013084067109017123010117116087096126110119114030064&EXT=pdf>.
- Bollerslev, T. (1986) Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of econometrics*, 31(3), s. 307-327.
- Box, G. E. P. og Jenkins, G. M. (1976) *Time series analysis: forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- Brealey, R. A. og Myers, S. C. (2000) *Principles of Corporate Finance*. 6. utg. Boston: Irwin/McGraw-Hill
- Brockwell, P. J. og Davis, R. A. (1991) *Time Series: Theory and Methods*. 2. utg. New York: Springer
- Brown, G. W. og Toft, K. B. (2002) How firms should hedge, *Review of Financial Studies*, 15(4), s. 1283-1324. doi: 10.1093/rfs/15.4.1283.
- Bullionvault (u.å.) *Gold Fix, The London Gold Fix*. Tilgjengelig fra:
<https://www.bullionvault.com/gold-guide/gold-fix> (Hentet: 3. mai 2017).
- Carneiro, M. C., Ribas, G. P. og Hamacher, S. (2010) Risk Management in the Oil Supply Chain: A CVaR Approach, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49(7), s. 3286-3294. doi: 10.1021/ie901265n.
- Casassus, J. og Collin-Dufresne, P. (2005) Stochastic convenience yield implied from commodity futures and interest rates, *The Journal of Finance*, 60(5), s. 2283-2331. doi: 10.1111/j.1540-6261.2005.00799.x.
- Chancerel, P., *et al.* (2009) Assessment of Precious Metal Flows During Preprocessing of Waste Electrical and Electronic Equipment, *Journal of Industrial Ecology*, 13(5), s. 791-810. doi: 10.1111/j.1530-9290.2009.00171.x.
- Cheung, H. (2016) *Gold and International Finance: The Gold Market under the Internationalization of RMB in Hong Kong*. Taylor & Francis.
- Crowley, K. (2016) *Gold Miners Are Running Out of Metal: Five Charts Explaining Why*. Tilgjengelig fra: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2016-12-21/gold-miners-are-running-out-of-metal-five-charts-explaining-why> (Hentet: 3. mai 2017).

- Dahl, A. I. G. og Lyng, K.-A. (2011) *Elektrisk og elektronisk avfall: En litteraturstudie*. (AR.06.11). Tilgjengelig fra:
<https://www.ostfoldforskning.no/media/1184/ar0611.pdf>.
- Dantzig, G. B. (1955) Linear Programming Under Uncertainty, *Management Science*, 1(3-4), s. 197-206. doi: 10.1287/mnsc.1.3-4.197.
- De Gruijter, J., et al. (2006) *Sampling for natural resource monitoring*. Berlin: Springer
- Derivater (u.å.) *Finans Norge*. Tilgjengelig fra:
<https://www.finansnorge.no/tema/kapitalforvaltning/Derivater/> (Hentet: 3. mai 2017).
- Dickey, D. A. og Fuller, W. A. (1979) Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), s. 427-431. doi: 10.2307/2286348.
- Draper, P., Faff, R. og Hillier, D. (2006) Do Precious Metals Shine? An Investment Perspective, *Financial Analysts Journal*, 62(2), s. 98-106.
- Dubofsky, D. A. og Miller, T. W. (2003) *Derivatives: Valuation and Risk Management*. New York: Oxford University Press.
- Ekstrand, C. (2011) *Financial derivatives modeling*. Springer Science & Business Media.
- Enders, W. (2015) *Applied Econometrics and time series*. 4. utg. Hoboken, NJ: Wiley.
- Engle, R. F. (1982) Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, 50(4), s. 987-1007.
- Eppen, G. D., Martin, R. K. og Schrage, L. (1989) OR practice—a scenario approach to capacity planning, *Operations research*, 37(4), s. 517-527.
- Eydeland, A. og Wolyniec, K. (2003) *Energy and power risk management: New developments in modeling, pricing, and hedging*. Hoboken, N.J: Wiley.
- Fama, E. F. og Burton, M. G. (1970) Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *The Journal of Finance*, 25(2), s. 383-417. doi: 10.2307/2325486.
- Farstad, A. (2003) *Helhetlig risikostyring*. Tilgjengelig fra:
<https://www.magma.no/helhetlig-risikostyring> (Hentet: 5. mai 2017).
- Fisher, I. (1930) *The theory of interest*. New York: The Macmillan Co.
- Fleten, S.-E., Wallace, S. W. og Ziemba, W. T. (2002) Hedging electricity portfolios via stochastic programming *Decision making under uncertainty*. New York: Springer, s. 71-93.

- Fleten, S.-E. og Kristoffersen, T. K. (2008) Short-term hydropower production planning by stochastic programming, *Computers & Operations Research*, 35(8), s. 2656-2671.
- Froot, K. A., Scharfstein, D. S. og Stein, J. C. (1993) Risk management: Coordinating corporate investment and financing policies, *The Journal of Finance*, 48(5), s. 1629-1658.
- Fuller, W. A. (1976) *Introduction to statistical time series*. New York: Wiley.
- Gaustad, G., Li, P. og Kirchain, R. (2007) Modeling methods for managing raw material compositional uncertainty in alloy production, *Resources, Conservation & Recycling*, 52(2), s. 180-207. doi: 10.1016/j.resconrec.2007.03.005.
- Geman, H. (2005) Commodities and commodity derivatives, *Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy, Chichester (Grande-Bretagne): Wiley Finance*.
- Granger, C. W. og Newbold, P. (1974) Spurious regressions in econometrics, *Journal of econometrics*, 2(2), s. 111-120.
- Grennes, T. og Sande, J. (2010) *Valutarisiko og risikostyring*. Master, Universitetet i Agder. Tilgjengelig fra:
[https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/135538/Jeanett Sande %26 Tine Grennes.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/135538/Jeanett_Sande_%26_Tine_Grennes.pdf?sequence=1&isAllowed=y).
- Hammoudeh, S., Malik, F. og McAleer, M. (2011) Risk management of precious metals, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 51(4), s. 435-441. doi: 10.1016/j.qref.2011.07.002.
- Hammoudeh, S. M., *et al.* (2010) Precious metals–exchange rate volatility transmissions and hedging strategies, *International Review of Economics & Finance*, 19(4), s. 633-647. doi: 10.1016/j.iref.2010.02.003.
- Hedging (u.å) *Accounting Tools*. Tilgjengelig fra:
<http://www.accountingtools.com/dictionary-hedging> (Hentet: 5. mai 2017).
- Hewitt, A., *et al.* (2015) The ups and Downs of Gold Recycling, *Boston Consulting Group*.
- Higle, J. L. (2005) Stochastic programming: optimization when uncertainty matters *Emerging Theory, Methods, and Applications*. Informs, s. 30-53.
- Hillier, F. S. og Lieberman, G. J. (2001) *Introduction to Operations Research*. 7. utg. Boston: McGraw-Hill.
- Hull, J. (2012) *Risk management and financial institutions*,. 3. utg. Hoboken, N.J: Wiley.
- Hæreid, M. B. (2011) *Allocating sales in the farming of atlantic salmon*

- Maximizing profits under uncertainty*. Master, Norwegian University of Science and Technology. Tilgjengelig fra:
https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/265975/473594_FULLTEXT01.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
- Høidal, G. B. og Korsvold, P. E. (2012) *Finansiell risikostyring*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Jarrow, R. A. og Oldfield, G. S. (1981) Forward contracts and futures contracts, *Journal of Financial Economics*, 9(4), s. 373-382.
- Johansen, I. S. (2016) *Risikobasert tilsyn: Modul for operasjonell risiko*. (1.1). Tilgjengelig fra:
<https://www.finanstilsynet.no/contentassets/4fd11f06085f47c5bd9756a2e42e563f/modul-for-operasjonell-risiko---evaluering-av-styring-og-kontroll-og-eksponering.pdf>
 (Hentet: 5. mai).
- Johnsen, L. G. W. (2005) *Balansert risikostyring*. Gyldendal Akademisk.
- Johnson, L. L. (1960) The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures, *The Review of Economic Studies*, 27(3), s. 139-151. doi: 10.2307/2296076.
- K. A. Rasmussen (u.å.) *Årsrapport*. Tilgjengelig fra: <http://www.ka-rasmussen.no/om-k-a-rasmussen/arsrapport/> (Hentet: 3. mai 2017).
- Kall, P. og Wallace, S. W. (1994) *Stochastic programming*. Springer.
- Kall, P. og Mayer, J. (2011) *Stochastic Linear Programming: Models, Theory, and Computation*. 2. utg. Springer US.
- Kaut, M. (2003) *Scenario tree generation for stochastic programming: Cases from finance*, Norwegian University of Science and Technology.
- Kaut, M. og Wallace, S. W. (2003) Evaluation of scenario-generation methods for stochastic programming.
- Kavussanos, M. G. og Visvikis, I. D. (2006) Derivatives and risk management in shipping, *Maritime Policy & Management*. doi: 10.1080/03088830600783152.
- Larkin, N. (2016) *How London's Gold Market, the World's Largest, Evolved Over Time*. Tilgjengelig fra: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2016-10-14/how-london-s-gold-market-the-world-s-largest-evolved-timeline> (Hentet: 3. mai 2017).
- LBMA (u.å.-a) *ICE Benchmark Administration (IBA) operates the new LBMA Gold Price*. Tilgjengelig fra: <http://www.lbma.org.uk/lbma-gold-price> (Hentet: 3. mai 2017).

- LBMA (u.å.-b) *London is the home to the international prices for Gold, Silver, Platinum and Palladium*. Tilgjengelig fra: <http://www.lbma.org.uk/pricing-and-statistics> (Hentet: 5. mai 2017).
- Lechner, L. A. og Ovaert, T. C. (2010) Value-at-risk: Techniques to account for leptokurtosis and asymmetric behavior in returns distributions, *The Journal of Risk Finance*, 11(5), s. 464-480. doi: 10.1108/15265941011092059.
- Lester, K. (2010) *Commodity and FX Risk Management- An Integrated Approach*. Tilgjengelig fra: <https://www.treasury-management.com/article/1/163/1451/commodity-and-fx-risk-management-%C2%96-an-integrated-approach.html> (Hentet: 3. mai 2017).
- Makin Metals (u.å.) *Infographic: History of Metals Timeline*. Tilgjengelig fra: <http://www.makin-metals.com/about/history-of-metals-infographic/> (Hentet: 3. mai 2017).
- Manhattan Gold and Silver Refining (2013) *Why we don't accept mined materials from Africa*. Tilgjengelig fra: <https://www.mgsrefining.com/blog/post/2013/12/24/Why-we-dont-Accept-Mined-Materials-from-Africa.aspx> (Hentet: 3. mai 2017).
- Marker, S. (2013) *Risikostyring av jetfuelprisen med futureskontrakter En studie av hedgingstrategier for flyselskaper*. Master, Universitetet for miljø- og biovitenskap. Tilgjengelig fra: [https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/187532/Masteroppgave Sebastian Marker 2013.pdf?sequence=1](https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/187532/Masteroppgave%20Sebastian%20Marker%202013.pdf?sequence=1).
- Markowitz, H. (1952) Portfolio selection, *The Journal of Finance*, 7(1), s. 77-91. doi: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x.
- Mayers, D. og Smith, C. W. (1982) On the corporate demand for insurance, *Journal of Vusiness*, 55, s. 281-296.
- McCarl, B. A. og Spreen, T. H. (1997) *Applied mathematical programming using algebraic systems, Cambridge, MA*.
- Meese, R. A. og Rogoff, K. (1983) Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample?, *Journal of international economics*, 14(1-2), s. 3-24.
- Mitra, S. (2006) *A white paper on scenario generation for stochastic programming, Optimrisk systems: white paper series, ref. No. OPT004*.

- Modigliani, F. og Miller, M. H. (1958) The cost of capital, corporation finance and the theory of investment, *The American Economic Review*, 48(3), s. 261-297.
- Neuberger, A. (1999) Hedging long-term exposures with multiple short-term futures contracts, *Review of Financial Studies*, 12(3), s. 429-459.
- OECD (2013) *Due Diligence Guidance for REsponsible Supply Chains of Minerals from Conflict-Affected and High-Risk Areas*. Tilgjengelig fra: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264185050-en>.
- Oslo Børs (2017) *NIBOR (Norwegian Interbank Offered Rate)*. Tilgjengelig fra: <https://www.oslobors.no/markedsaktivitet/-/list/nibor/quotelist> (Hentet: 3. mai 2017).
- Park, J., et al. (2009) Integrated model for financial risk management in refinery planning, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 49(1), s. 374-380.
- Philpott, A. (2011) What is stochastic programming?
- Pindyck, R. S. (2001) The dynamics of commodity spot and futures markets: a primer, *The Energy Journal*, 22(3), s. 1-29.
- Pongsakdi, A., et al. (2006) Financial risk management in the planning of refinery operations, *International Journal of Production Economics*, 103(1), s. 64-86. doi: 10.1016/j.ijpe.2005.04.007.
- Proff (u.å.) *KA Rasmussen AS*. Tilgjengelig fra: <http://www.proff.no/selskap/k-a-rasmussen-as/hamar/metallurgisk-industri/PN4808083I421/> (Hentet: 3. mai 2017).
- Recycling and the Future of Mining* (2012). Tilgjengelig fra: <https://thebusinessofmining.com/2012/04/15/recycling-the-future-of-mining/> (Hentet: 3. mai 2017).
- Reider, R. (2009) Volatility forecasting I: GARCH models, *New York*.
- Ritchken, P., Boyle, P. og Pennacchi, G. (1999) *Advances in Futures and Options Research*. Greenwich, Connecticut: JAI press.
- Sen, S. og Higle, J. L. (1999) An introductory tutorial on stochastic linear programming models, *Interfaces*, 29(2), s. 33-61. doi: 10.1287/inte.29.2.33.
- Sethi, S. og Sorger, G. (1991) A theory of rolling horizon decision making, *Annals of Operations Research*, 29(1), s. 387-415.
- Shapiro, A. og Philpott, A. (2007) A tutorial on stochastic programming, *Manuscript*. Available at www2.isye.gatech.edu/ashapiro/publications.html, 17.

- Shapiro, A., Dentcheva, D. og Ruszczyński, A. (2009) *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. Philadelphia, Pa: SIAM.
- Smith, C. W. og Stulz, R. M. (1985) The determinants of firms' hedging policies, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20(04), s. 391-405. doi: 10.2307/2330757.
- Spanò, M. (2012) *A survey of the theoretical models of corporate hedging*. Department of Economics, University of Insubria.
- Strategic risk (u.å.) *Businessdictionary*. Tilgjengelig fra:
<http://www.businessdictionary.com/definition/strategic-risk.html> (Hentet: 3. mai 2017).
- Stulz, R. (1990) Managerial discretion and optimal financing policies, *Journal of Financial Economics*, 26(1), s. 3-27. doi: 10.1016/0304-405X(90)90011-N.
- Tamvakis, M. (2015) *Commodity trade and finance*. CRC Press.
- Tufano, P. (1996) Who Manages Risk? An Empirical Examination of Risk Management Practices in the Gold Mining Industry, *The Journal of Finance*, 51(4), s. 1097-1137. doi: 10.2307/2329389.
- World Gold Council (2017a) *Gold demand Trends Full Year 2016*. Tilgjengelig fra:
<http://www.gold.org/supply-and-demand/gold-demand-trends/back-issues/gold-demand-trends-full-year-2016/supply> (Hentet: 3. mai 2017).
- World Gold Council (2017b) *Gold Demand Trends Q1 2017*. Tilgjengelig fra:
<http://www.gold.org/supply-and-demand/gold-demand-trends/back-issues/gold-demand-trends-q1-2017/supply> (Hentet: 5. mai 2017).
- World Gold Council (u.å.) *How much gold has been mined?* Tilgjengelig fra:
<http://www.gold.org/gold-mining/what-gold-mining-companies-produce/how-much-gold-has-been-mined> (Hentet: 3. mai 2017).
- Wu, J. og Sen, S. (2000) A stochastic programming model for currency option hedging, *Annals of Operations Research*, 100(1), s. 227-249. doi: 10.1023/A:1019296422231.
- Zenios, S. A. (2007) *Practical financial optimization: decision making for financial engineers*. Cambridge: Blackwell.
- Aas, L.-E. (2006) *Hvorfor strategisk risikostyring?* Tilgjengelig fra:
<https://www.magma.no/hvorfor-strategisk-risikostyring> (Hentet: 3. mai 2017).

Vedlegg

A.1 Stasjonærhet

A.1.1 Definisjon av stasjonærhet

En tidsserie Y_t er stasjonær dersom sannsynlighetsfordelingen ikke endres over tid. Dette (kan) uttrykkes som:

$$(Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_T) = (Y_{t_1+s}, Y_{t_2+s}, \dots, Y_{T+s}) \quad (\text{A.1})$$

Dette er en sterk antagelse, og vanskelig å verifisere empirisk. Imidlertid antas svak stasjonærhet i tidsserier (De Gruijter, *et al.*, 2006) kanskje finne en vi allerede har brukt). For at en tidsserie skal oppfylle kriteriene for svak stasjonærhet må tidsserien ha endelig og tidsuavhengig gjennomsnitt og varians, samt at autokorrelasjonen mellom observasjoner med et gitt tidsintervall ikke endres over tid (Enders, 2015). Dette kan uttrykkes som:

$$E(Y_t) = E(Y_{t-s}) = \mu \quad (\text{A.2})$$

$$E[(Y_t - \mu)^2] = E[(Y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma_y^2 \quad (\text{A.3})$$

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-s} - \mu)] = E[(Y_{t-j} - \mu)(Y_{t-j-s} - \mu)] = \gamma_s \quad (\text{A.4})$$

Å benytte ikke-stasjonære data i en regresjon kan gi spuriøse regresjonsresultater. En Spuriøs regresjon har god tilpasning, med t-statikk som fremstår signifikant, men det er ingen kausal sammenheng mellom dataene (Granger og Newbold, 1974).

A.1.2 Tester for stasjonærhet

Dickey-Fuller-testen (DF) er en metode som tester om en tidsserie inneholder enhetsrøtter, og ble foreslått av (Dickey og Fuller, 1979). Dette vil si at testen kan benyttes for å identifisere ikke-stasjonærhet. Dickey og Fuller (1979) vurderte tre ulike regresjonsligninger som kan benyttes for å teste for enhetsrøtter:

$$\Delta Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.6})$$

$$\Delta Y_t = a_0 + \beta_1 Y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \quad (\text{A.7})$$

I alle disse testligningene er det parameteren β_1 som testes. Det som skiller ligning (A.5)–(A.7) er de deterministiske elementene a_0 og $a_2 t$. Disse representerer henholdsvis drift og en lineær trend. Testligningen velges etter den antatte (stokastiske) prosessen til tidsserien.

Metoden er den samme, uavhengig av hvilken form på testligningen som benyttes, bortsett fra kritiske verdier til t-statistikken (Enders, 2015).

For å illustrere tas det utgangspunkt i en førsteordens autoregressiv modell:

$$Y_t = a_0 + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.8})$$

Denne prosessen differensieres ved å trekke fra Y_{t-1} på begge sider, slik at man får en Dickey-Fuller regresjonsligning, tilsvarende som vist i ligning (A.6).

$$\Delta Y_t = a_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

der $\beta_1 = (1 - \rho)$, og ε_t antas å følge en hvit støy prosess. Nullhypotesen er at prosessen inneholder en enhetsrot, og dermed at prosessen er ikke-stasjonær. Alternativhypotesen er at prosessen er stasjonær. Hypotesene er formulert som:

$$H_0: \beta_1 = 0 \quad \text{mot} \quad H_1: \beta_1 < 0$$

og er ekvivalent med:

$$H_0: \rho = 1 \quad \text{mot} \quad H_1: \rho < 1$$

DF-testen er kun gyldig dersom residualene inneholder autokorrelasjon. Da vil ikke test-statistikken være gyldig (Alexander, 2008a). Dette kan imidlertid løses ved å benytte en Augmented Dickey-Fuller test (ADF). Her inkluderes en autoregressiv prosess for å ta hensyn til autokorrelasjon i residualen. Den utvidede testligningen er formulert som:

$$\Delta Y_t = a_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (\text{A.9})$$

der p angir antall lags. Det samme gjelder også for de to andre formene av testligningen.

En svakhet med ADF-testen er at man må identifisere korrekt antall lags i modellen. Dette kan gjøres ved å teste ned lengden av inkluderte lags, ved å starte med et relativt høyt antall lags (Enders, 2015). Dette ved å benytte en vanlig t-test og/eller F-tester. Man kan også benytte informasjonskriteriene Schwarz Bayesian Information criterion (BIC) og/eller Akaike Information criterion (AIC).

Det er viktig å være klar over at test-statistikken ikke følger en normal t-fordeling, da man under nullhypotesen antar en ikke-stasjonær prosess (Dickey og Fuller, 1979). Imidlertid kan man benytte egne kritiske verdier gitt av (Fuller, 1976).

A.2 Diagnosetester for de stokastiske prisene

A.2.1 Residualtester for de estimerte modellene for logaritmiske spotpriser

Variabel Modell	Gull (USD/toz)		Valuta (USDNOK)	
	ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1)		ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1)	
	<i>F</i> -statistikk	<i>P</i> -verdi	<i>F</i> -statistikk	<i>P</i> -verdi
<i>LB Q-test (e)</i> [5,10,15]	5,4369 7,6076 10,2582	0,3649 0,6671 0,8032	1,2276 4,8253 13,8461	0,9422 0,9025 0,5372
<i>LB Q-test (e²)</i> [5,10,15]	6,5442 23,5027*** 25,9192**	0,2568 0,0090 0,0389	1,8085 2,4293 4,2912	0,8750 0,9919 0,9966
<i>LM-ARCH-test</i> [5,10,15]	6,2346 21,5011** 24,6195*	0,2841 0,0179 0,0553	1,7590 2,4280 4,1411	0,8814 0,9919 0,9972
<i>JB-test</i>	29,2090***	>0,001	55,0712***	>0,001
<i>ADF-test</i>	-26,8969***	>0,001	-27,6808***	>0,001
<i>Observasjoner</i>	731		731	
<i>BIC</i>	-3321,5842		-3889,5121	

Variabel Modell	Gull (USD/toz)	
	ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1)	
	<i>F</i> -statistikk	<i>P</i> -verdi
<i>LB Q-test (e)</i> [5,10,15]]	5,9495 8,0140 10,5914	0,3112 0,6275 0,7810
<i>LB Q-test (e²)</i> [5,10,15]	6,3505 22,6326** 24,9386*	0,2736 0,0122 0,0508
<i>ARCH-test</i> [5,10,15]	6,0617 21,0697** 24,0823*	0,3003 0,0206 0,0637
<i>JB-test</i>	23,3644***	>0,001
<i>ADF-test</i>	-27,0870***	>0,001
<i>Observasjoner</i>	731	
<i>BIC</i>	-3309,7738	

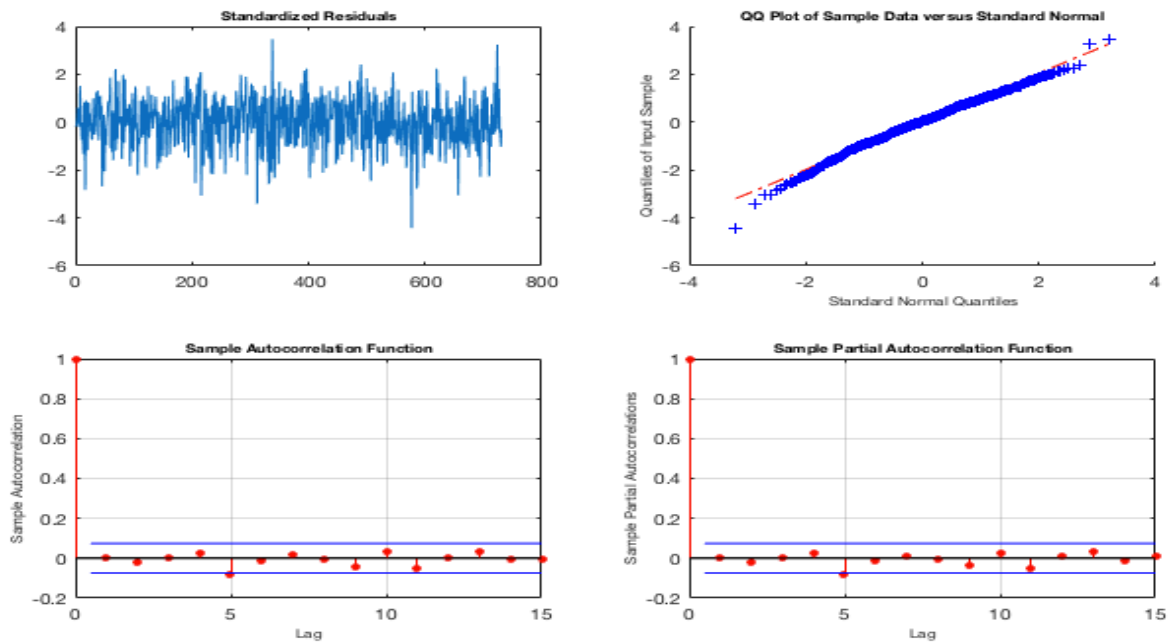
Tabell A.2.1 Residualtester for de estimerte modellene for logaritmiske spotpriser

Tabellen viser residualtester fra de estimerte modellene for logaritmisk spotpris for gull og USDNOK. Testene er utført på de standardiserte residualene. ***, ** og * står for henholdsvis 1%, 5% og 10% signifikansnivå. *LB Q-test* er en Ljung-Box *Q-test* som er en fellestest for gjenværende autokorrelasjon, der nullhypotesen alle autokorrelasjoner er lik 0 opp til antall testede lags (5,10,15). Ved å benytte *LB Q-test* på kvadrerte residualer, testes gjenværende heteroskedastisitet tilsvarende. *ARCH-test* er Engle's test for gjenværende heteroskedastisitet, der nullhypotesen er ingen betinget heteroskedastisitet. *JB-test* er Jarque-Bera test som tester for normalitet, der nullhypotesen er at residualene er normalfordelte. *ADF-test* er en Augmentet Dickey-Fuller test for enhetsrot, Testen er uten konstant, og trend, og testen er kjørt for null lags. Der nullhypotesen er at prosessen inneholder enhetsrot. *BIC* er Bayesian information criterion, og kan benyttes til å sammenligne modeller, der man ønsker lavest mulig verdi.

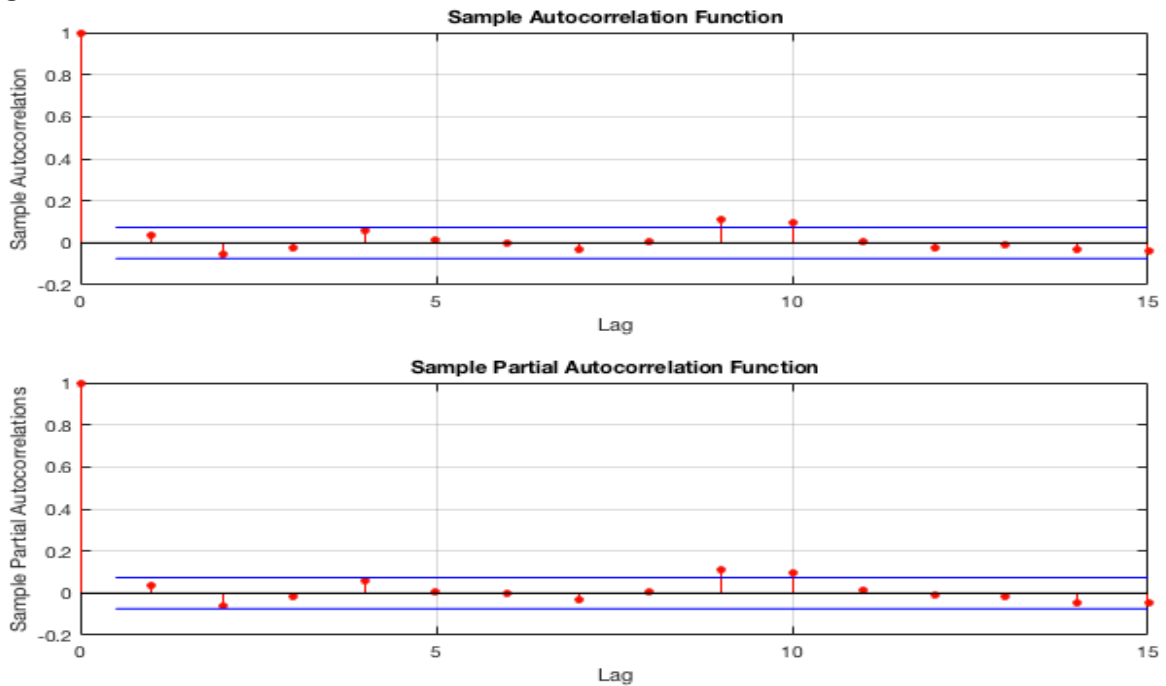
Tabell A.2 viser residualtester fra de estimerte modellene ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1) og ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1) for logaritmisk spotpris for gull, og ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1) for logaritmisk spotpris for USDNOK. Alle modellene er estimert med Student t-fordeling. Alle testene er på de standardiserte residualene. Generelt viser residualtestene tilfredsstillende resultater for alle de tre modellene. Dette med unntak av noe gjenværende heteroskedastisitet i begge modellene for gull. Dette gjelder for lag 8 og 9 (se vedlegg A.2.2 for ACF og PACF på kvadrerte standardiserte residualene). Estimaten vil være forventningsrette, men har ikke lengre minimum varians blant de unbiased estimatorene. Imidlertid er de signifikante laggene nær båndene for +/- 2 standardavvik, og dermed antas forvrengningen av standardfeilene å være minimale, slik at signifikanstestene ikke er påvirket i stor grad. Videre er ingen av de standardiserte residualene normalfordelte. Den felles Jarque-Bera testen forkaster nullhypotesen om normalfordelte residualer. Dersom utvalget er tilstrekkelig stort, vil sentralgrenseteoremet tilsi at test-statistikken vil følge tilnærmet normalfordeling for estimatene, uavhengig av fordelingen til residualene. Vi anser vårt utvalg som tilstrekkelig stort, og dette anses derfor ikke som et problem. I tillegg er de standardiserte residualene stasjonære for alle modellene. Vi går dermed videre med disse modellene for å teste prediksjonsnøyaktigheten.

A.2.2 Grafisk analyse av residualene i de estimerte modellene for spotpriser

Her vises de standardiserte residualene, QQ-plot og ACF og PACF på standardiserte residualer og kvadrerte standardiserte residualene. Dette for de estimerte modellene ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1) og ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1) for logaritmisk spotpris for gull, og ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1) for logaritmisk spotpris for USDNOK

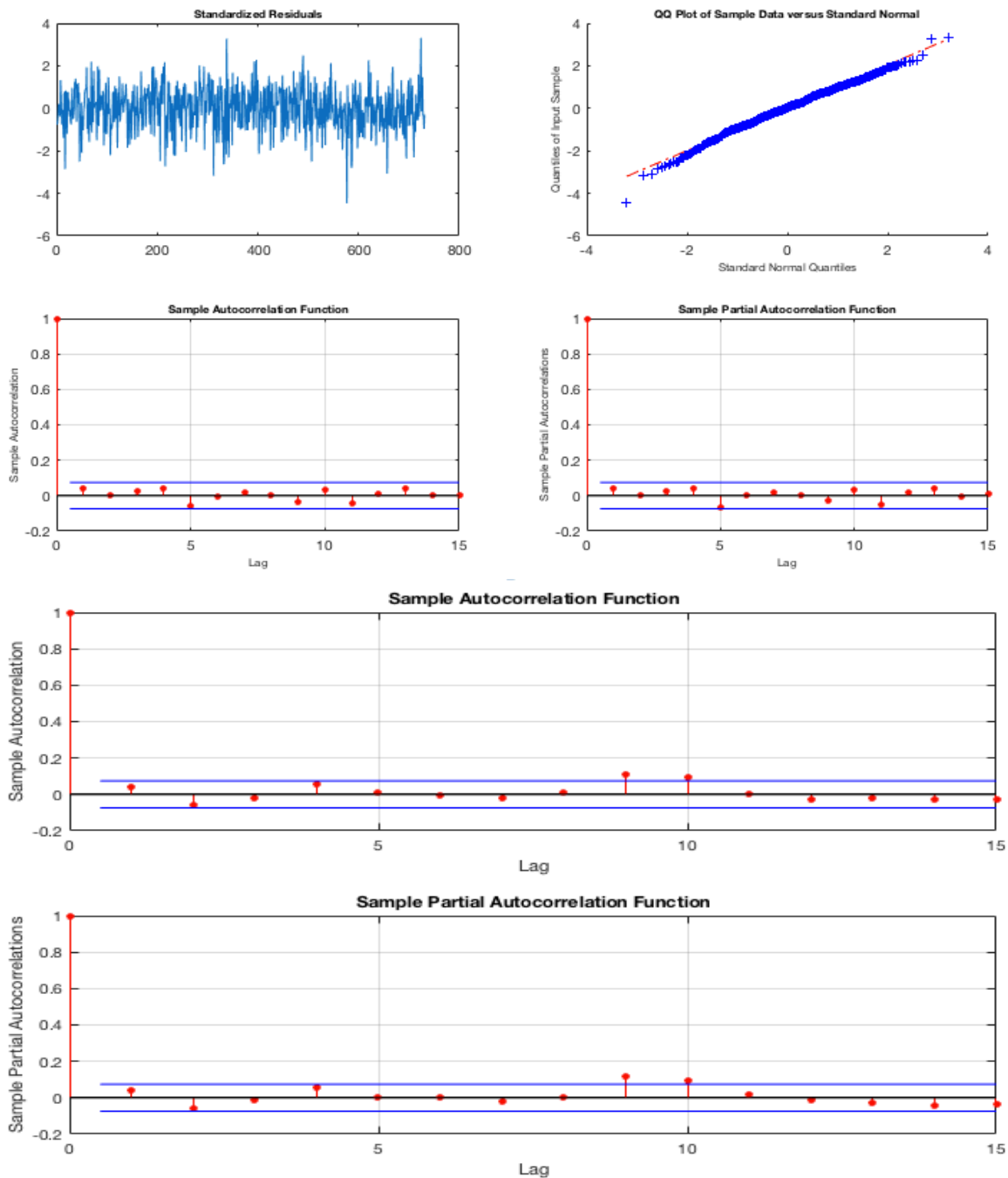


Figur



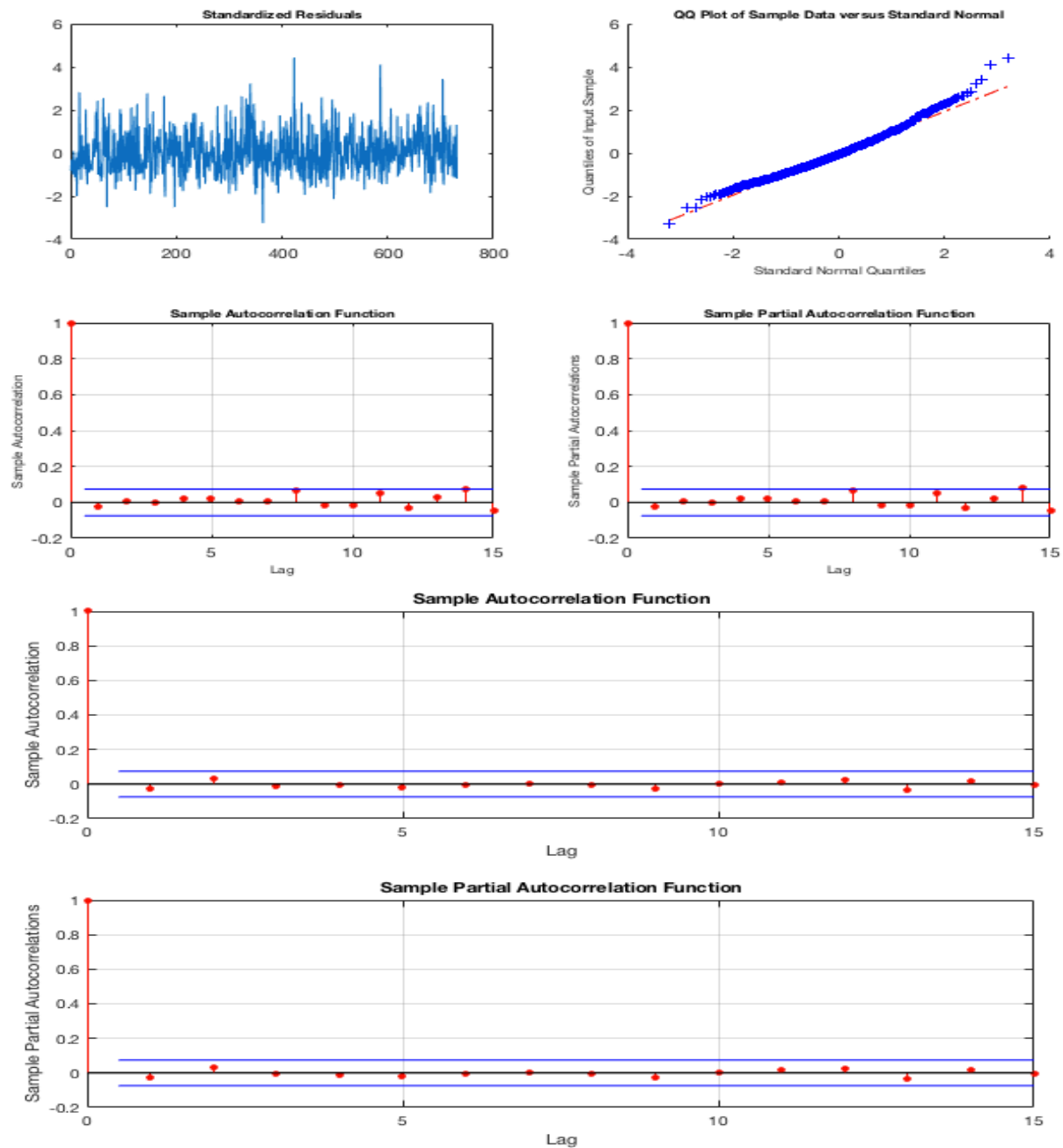
A.2.1 Grafisk analyse av residualene for modell 1 for spotpris på gull

Figuren viser en grafisk analyse av de standardiserte residualene for estimert modell $ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1)$ med Student t -fordeling. Øverst venstre vises plott for de standardiserte residualene. Øverst til høyre vises QQ -plott, som viser hvor godt residualene er normalfordelte. På andre linje til venstre vises ACF, og andre linje til høyre vises PACF, dette for de standardiserte residualene. Her vises det om det er gjenværende autokorrelasjon. På tredje linje vises ACF, og på fjerde linje vises PACF, dette for kvadrerte standardiserte residualer. Her vises det om det er gjenværende heteroskedastisitet.



Figur A.2.2 Grafisk analyse av residualene for modell 2 for spotpris på gull

Figuren viser en grafisk analyse av de standardiserte residualene for estimert modell $ARIMA(1,1,1)$ - $GARCH(1,1)$ med Student t -fordeling. Øverst venstre vises plott for de standardiserte residualene. Øverst til høyre vises QQ -plott, som viser hvor godt residualene om residualene er normalfordelte. På andre linje til venstre vises ACF , og andre linje til høyre vises $PACF$, dette for de standardiserte residualene. Her vises det om det er gjenværende autokorrelasjon. På tredje linje vises ACF , og på fjerde linje vises $PACF$, dette for kvadrerte standardiserte residualer. Her vises det om det er gjenværende heteroskedastisitet.



Figur A.2.3 Grafisk analyse av residualene for modellen for spotpris på USDNOK

Figuren viser en grafisk analyse av de standardiserte residualene for estimert modell $ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1)$ med Student t -fordeling. Øverst venstre vises plott for de standardiserte residualene. Øverst til høyre vises QQ -plott, som viser hvor godt residualene om residualene er normalfordelte. På andre linje til venstre vises ACF, og andre linje til høyre vises PACF, dette for de standardiserte residualene. Her vises det om det er gjenværende autokorrelasjon. På tredje linje vises ACF, og på fjerde linje vises PACF, dette for kvadrerte standardiserte residualer. Her vises det om det er gjenværende heteroskedastisitet.

B. Syntax MATLAB

Syntax i MATLAB er forklart på engelsk. Dette for å ta hensyn til potensielle brukere fra flere land. Edelmetallindustrien er som nevnt internasjonal. Ved å forklare koden på engelsk kan verktøyet nå ut til flere.

B.1 Estimering og predikering av de stokastiske spotprisene

```
%-----%
%--ESTIMATION AND FORECAST ---%
%--OF LOGARITMIC SPOTPRICES--%
%--INCLUDING DIAGNOSTIC SHECK-%
%--FOR STANDARDIZED RESIDUALS-%
%-----%

% load the data for spotprices on gold and USDNOK
filename = 'Dataspot.xlsx';
data1=xlsread('Ddataspot');
Gold=data1(:,2);
Val=data1(:,3);
Dates=data1(:,1);
Tid=Dates(14:end);
dates=datetime(Tid,'ConvertFrom','Excel');

% To save space, we only include the code for gold.
% The same syntax is used for USDNOK, excluding
% the ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1) model.

% We now create the data for the pre-period, estimation period
% and forecast period, and transform the data.
% (for USDNOK, use Val instead of Gold)
lny=log(Gold(14:end));           %whole sample
dlny=diff(log(Gold(13:end)));    % whole sample, in difference
y0=log(Gold(1:13));             %pre-period
yestim=log(Gold(14:end-52));    %estimation period
yforc=log(Gold(end-51:end));    %forecasting period

%-----%
% DESCRIPTIVE STATISTICS %
%-----%
% This is for the logarithmic spot price in levels.
% For difference use dlny
mean(lny)
std(lny)
skewness(lny)
kurtosis(lny)
min(lny)
max(lny)
median(lny)
%Jarque-Bera test (normality)
[H,P,JBSTAT,CRITVAL] = jbstest(lny);
%ADF-test (stationarity)
[h,pValue,stat,cValue,reg]=adftest(lny, 'model','TS', 'lags',0:20);
% TS is for constant and trend. Use ARD if constant, and AR without constant and trend
% Test the residuals from adftest for autocorrelation for the one with
% lowest BIC (big sample), until no autocorrelation
[h,pValue,stat,cValue,reg]=adftest(lny, 'model','TS', 'lags',2);
lbqtest(reg.res,[5,10,15])

%-----%
% MODEL ESTIMATION %
%-----%

% Models with the best fit, in-sample
% Run one of the model, and then the diagnostic check for the std.residuals.
% Then run the other model, and following diagnostic checks.
```



```

%ARIMA(1,1,1)-GARCH(1,1) with Student t-distribution
mdl1=arima('ARLags',1,'D',1,'MALags',1,'Distribution','t','Variance',garch(1,1))
[estmdl1,EstParamCov1,logL1,info1]=estimate(mdl1,yestim,'y0',y0)
numParams1 = sum(any(EstParamCov1));
[res1,v1,logL1]=infer(estmdl1,yestim,'y0',y0);
[aic,bic] = aicbic(logL1,numParams1-1,731);

%ARIMA(0,1,0)-GARCH(1,1) with Student t-distribution
mdl1= arima('D',1,'Distribution','t','Variance',garch(1,1))
[estmdl1,EstParamCov1,logL1,info1]=estimate(mdl1,yestim,'y0',y0);
numParams1 = sum(any(EstParamCov1));
[res1,v1,logL1] = infer(estmdl1,yestim,'y0',y0);
[aic,bic] = aicbic(logL1,numParams1-1,731);

%-----%
% DIAGNOSTIC CHECK %
% STD.RESIDUALS %
%-----%

stdres1=res1./sqrt(v1);

% Figure: standardized residuals, QQ-plot,
% ACF and PACF
figure
subplot(2,2,1)
plot(res1./sqrt(v1))
title('Standardized Residuals')
subplot(2,2,2)
qqplot(res1./sqrt(v1))
subplot(2,2,3)
autocorr(res1./sqrt(v1),15)
subplot(2,2,4)
parcorr(res1./sqrt(v1),15)
hvec = findall(gcf,'Type','axes');
set(hvec,'TitleFontSizeMultiplier',0.8,...
'LabelFontSizeMultiplier',0.8);

% Figure: ACF and PACF on squared std.residuals
figure
subplot(2,1,1)
autocorr(stdres1.^2,15)
subplot(2,1,2)
parcorr(stdres1.^2,15)

% LB Q-test on std.residuals (autocorrelation)
ACF=autocorr(stdres1);
PACF=parcorr(stdres1);
[h1,pvalue1,stat1,cvalue1]=lbqtest(stdres1,[5,10,15]);

% LB Q-test on squared std.residuals (heteroscedasticity)
ACF=autocorr(stdres1.^2);
PACF=parcorr(stdres1.^2);
[h2,p,fStat,crit]=lbqtest(stdres1.^2,[5,10,15]);

%ARCH-test on squared std.residuals (heteroscedasticity)
[h,p,fStat,crit] = archtest(stdres1,'Lags',[5,10,15]);
%Jarque-Bera test on std.residuals (normality)
[H,P,JBSTAT,CRITVAL]=jbstest(stdres1);
%ADF-test on std.residuals (stationarity)
[h,pValue,stat,cValue,reg]=adftest(stdres1,'model','AR','lags',0);
lbqtest(reg.res,[5,10,15]);
% The number of lags to include are teste the same way as in
% descriptives

%-----%
% MODEL FORECAST %
%-----%

[yf,ymse,v] = forecast(estmdl1,52,'y0',yestim,'E0',res1,'V0',v1)
mse = mean((yforc-yf).^2)
rmse=sqrt(mse)

```

B.2 Generering av stokastisk data

```

%-----%
%---SCENARIO GENERATION---%
%-----%

clear all
clc

% We assume the same branching in each period of time
B=3;

% The planning horizon, i.e. the number of time periods.
% Assume that the first period of time is t=1, and the last period of time
% is t=T.
T=8;

% From this information we can calculate the number of nodes of the
% corresponding tree. Note that the total number of nodes is:
%  $V = 1 + B + B*B + B*B*B + \dots + B^{(T-1)}$ 
% We can multiply with B:  $V*B = B^2 + B^3 + \dots + B^{(T-1)} + B^T$ 
% If we take:  $V * B - V$ , It follows:  $V = (B^T - 1)/(B - 1)$ 
V=(B^T-1)/(B-1);

%-----%
% INITIAL PARAMETER VALUES %
%-----%

%Cash Flows, which is the same in every period
RestCF = 1165.265;

%%Margins:
%We have four different margins:
%1. deduction in spot price for cost of goods
%2. deduction for analysis and refining
%3. markup in spot price for sales
%4. markup for complexity in product
Margin01 = 0.04; % 1+2 - for recyclable materials bought
Margin02 = 0.035; % 1 - pure gold bought
Margin03 = 0.05; % 3+4 - products sold
Margin04 = 0.035; % 3 - pure gold sold

% Here we specify the lags and initial values of the stochastic model.
PVal = zeros(1,V);
PVal(1) = 8.5889;

ForwLength = 4;
PForwGold = zeros(1,V);
PForwVal = zeros(1,V);
NetCF = zeros(1,V);
DiffBuySell = zeros(1,V);

PGold = zeros(1,V);
PGold(1) = 1244.85;

uGoldStDev =27.2392872527505;
uValStDev = 0.112249970923126;
uDiffGoldStDev = 8.63750643451740;
uDiffValStDev = 0.010178697751104;

QuantStDev01=68.8945; %Recyclables in
QuantStDev02=22.9648; %Pure in
QuantStDev03=55.1155; %Product out
QuantStDev04=36.7437; %Pure out

MeanQuant01=1344.79;
MeanQuant02=448.26;
MeanQuant03=1082.27;
MeanQuant04=721.51;

```

```

%-----%
% TREE STRUCTURE %
%-----%

% We now define the scenario tree structure.
% first line/row in matrix are first order predecessors, second line second
% degree predecessors etc.
% The number of degrees is given by D
D=5;
P=zeros(D,V);

% Note that we have assumed constant branching in all time periods.
% We start with predecessors of first degree
counter=0;
for v=2:B:V
    counter=counter+1;
    for b=0:B-1
        P(1,v+b)=counter;
    end
end

% The formula for the number of Nodes from t=1 to some t=T
%  $(B^{t-1})/(B-1)$ 

% First degree predecessors unambiguously determine higher degree
% predecessors as follows:
for d=2:D
    for v=(B^d-1)/(B-1)+1:V
        P(d,v)=P(1,P(d-1,v));
    end
end

treeplot(P(1,:));

%-----%
% SIMULATION OF TREE %
%-----%

% For our N hedging decisions we now generate the prices and quantities for all the nodes.

% Exchange Rates: Note that exchange rate in first node v=1 is given, hence
% we start at node v=2
for v=2:V
    uVal=normrnd(0,uValStDev);
    PVal(v)=PVal(P(1,v))+uVal;
end

% Gold prices: Note that gold price in first node v=1 is given, hence
% we start at node v=2
for v=2:V
    uGold=normrnd(0,uGoldStDev);
    PGold(v)=PGold(P(1,v))+uGold;
end

%Gold forward prices: Prices are calculated for the time during the same
% period a contract is entered into. This means that we will have
%  $(B^{(T-ForwLength)}-1)$  different prices since we only can enter into
% contracts for  $t= T-ForwLength$ . However, there will be no impact from the payoff
% on the cash flow until the end of the forwardcontract (except transaction costs).
% Hence there will be no payoff before the end
% of the contract period; specified by forward length.

%GOLD FORWARD
for v= 1:(B^ForwLength-1)/(B-1)
    uForwGold(1,v)=normrnd(0,uDiffGoldStDev);
end

for v=(B^ForwLength-1)/(B-1)+1:V
    PForwGold(v)=PGold(P(ForwLength,v))+uForwGold(P(ForwLength,v));
end

% We make the prices into a scale of 1000.
PGold=PGold./1000;
PForwGold=PForwGold./1000;

```

```

%% EXCHANGE FORWARD
for v= 1:(B^ForwLength-1)/(B-1)
    uForwVal=normrnd(0,uDiffValStDev);
end

for v=(B^ForwLength-1)/(B-1)+1:V
    PForwVal(v)=PVal(P(ForwLength,v))+uForwVal;
end

PVal1000=PVal./1000;
PForwVal1000=PForwVal./1000;
% Note that this price is only used for foreign exchange forwards. All the other
% terms are multiplied with the gold price (which are in a scale of 1000).

%% QUANTITIES
for v=1:(B^ForwLength-1)/(B-1)
    Quant01=normrnd(MeanQuant01,QuantStDev01);
    Quant02=normrnd(MeanQuant02,QuantStDev02);
    Quant03=normrnd(MeanQuant03,QuantStDev03);
    Quant04=normrnd(MeanQuant04,QuantStDev04);
    NetCF(v)=PVal(v)*PGold(v)*((1-Margin01)*Quant01...
    + (1-Margin02)*Quant02-(1+Margin03)*Quant03-(1+Margin04)*Quant04)+RestCF;
    DiffBuySell(v) = Quant01+Quant02-Quant03-Quant04;
end

%Save the stochastic variables to compare with different values of lambda between
%expected cash flow and risk
save('pris_1.mat','PForwGold','PForwVal','PForwVal1000','PGold','PVal','PVal1000','NetCF','DiffBuySell');

% Now we plot the scenario tree
figure(1)
treeplot(P(1,:))
[x,y] = treelayout(P(1,:));
for i=1:length(x)
    text(x(i),y(i),num2str(PGold(i)))
end

```

B.3 Optimizing av modell 1

```

%-----%
%-----CODE OPTIMIZATION PROBLEM-----%
%-----%

clear all
clc

% The weighting factor for terminal wealth/risk
lambda=0;

% We assume the same branching in each period of time
B=3;

% The planning horizon, i.e. the number of time periods.
% Assume that the first period of time is t=1, and the last period of time
% is t=T.
T=8;

% From this information, we can calculate the number of nodes of the
% corresponding tree. Note that the total number of nodes is:
%  $V = 1 + B + B^2 + B^3 + \dots + B^{(T-1)}$ 
% We can multiply with B:  $V*B = B^2 + B^3 + \dots + B^{(T-1)} + B^T$ 
% Then  $V * B - V = \dots$ 
% It follows:  $V = (B^T - 1)/(B - 1)$ 

V=(B^T-1)/(B-1);

```

```

%-----%
% INITIAL PARAMETER VALUES %
%-----%

%We measure the cash flow in NOK 1 000

StartBank = 250.000;           %Bank account at t=1
StartInventory = 17 078;       %Inventory at t=1
MaxLoan = 0.85*StartInventory; %Maximum metal loan.
MinLoan = 0.7*StartInventory; %Minimum metal loan.
MaxCredit = 150 000;          %Maximum credit
BankInterest = 0.00001922;    %Interest rate for the bank account
CreditInterest=0.00066178;    %Interest rate for the credit account
LoanInterest=0.00035447;     %Interest rate for the metal loan
TransCGold=0.01/1000;        %Proportional transaction costs for gold forward contracts
TransCVal=0.0058/1000;       %Proportional transaction costs for foreign exchange forward contracts

Goal = 3000.000;             % Goal for the amount on the bank account in T.
MaxForwardGold = 150;        %Maximum amount for gold forward contracts
MaxForwardVal = 186 000;     %Minimum amount for foreign exchange forward contracts
ForwLength = 4;

%-----%
% TREE STRUCTURE %
%-----%

% We now define the scenario tree structure.
% first line/row in matrix are first order predecessors, second line second
% degree predecessors etc.
% The number of degrees is given by D
D=5;
P=zeros(D,V);

% Note that we have assumed constant branching in all time periods.
% We start with predecessors of first degree
counter=0;
for v=2:B:V
    counter=counter+1;
    for b=0:B-1
        P(1,v+b)=counter;
    end
end

% The formula for the number of Nodes from t=1 to some t=T
%  $(B^t-1)/(B-1)$ 

% First degree predecessors unambiguously determine higher degree
% predecessors as follows:
for d=2:D
    for v=(B^d-1)/(B-1)+1:V
        P(d,v)=P(1,P(d-1,v));
    end
end

% -----%
% TRANSLATION TO LINEAR PROGRAM %
% -----%

%If we want to compare the expected value of the bank account in T with
%different sizes of lambda, we need to use the same stochastic data.
load('Pris_1.mat','PForwGold','PForwVal','PForwVal1000','PGold','PVal','PVal1000','NetCF','DiffBuySell');

% We now translate our model into matrix-form as required by the linprog solver.
% The matrix consists of the financial balances in each node for points in
% time t=1 to t=T-1.
% In t=T we do not have the usual financial balance constraint.

% In the following we define the matrices that represent the left-hand sides
% of the constraints of the problem
% We have one block with equality constraints, denoted by L1, and another with
% inequalities, denoted by L2

```

```

BlockSizeForw=(1-B^(T-ForwLength))/(1-B);
BlockSizeBank=(1-B^(T-1))/(1-B);
BlockSizeCredit=(1-B^(T-1))/(1-B);
BlockSizeDev=B^(T-1);
NumForwards=4;

NumCol=NumForwards*BlockSizeForw+BlockSizeBank+BlockSizeCredit+BlockSizeDev+1;

% We put all the financial constraints into the matrix L1. Later we may have
% to differentiate equality and inequality constraints

L = zeros(V,NumCol);

% METAL LOAN
% t=1
L(1,1) = PGold(1)*PVal(1); %Multiplied with exchange rate t=1
% all other t
LoanLenght=4;

for v=2:(B^LoanLenght-1)/(B-1)
    L(v,1)=-PGold(1,v)*PVal(1,v)*(LoanInterest); % Only pay interest.
end

% We have to pay back the metal loan
for v=(B^LoanLenght-1)/(B-1)+1:(B^LoanLenght+1-1)/(B-1)
    L(v,1)=-PGold(v)*PVal(v)*(1+LoanInterest);
end

% FORWARD GOLD PURCHASE
% we begin with the Foward after Loan, BlockStart actually refers to end of Last Block
BlockStart=1;

% In all periods from t=1 to t=T-1 we have the equalities

%Payoff
for t=ForwLength+1:T-1
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=(PGold(v)-PForwGold(v))*PVal(v);
    end
end

%Transaction costs
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    L(v,BlockStart+v)=-TransCGold*PVal(v);
end

% In the last period we have a reversed sign
for t=T
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=(-PGold(v)+PForwGold(v))*PVal(v);
    end
end

% FORWARD GOLD SALE (Same as above but reversed sign)
BlockStart=1+BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block

%Payoff
for t=ForwLength+1:T-1
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=(PForwGold(v)-PGold(v))*PVal(v);
    end
end

%Transaction costs
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    L(v,BlockStart+v)=-TransCGold*PVal(v);
end

% The last periods forward results are put into the matrix L2
for t=T
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=(-PForwGold(v)+PGold(v))*PVal(v);
    end
end

```

```

% FORWARD EXCHANGE PURCHASE
BlockStart=1+2*BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block
% we begin with the forward after loan plus two gold forward

%Payoff
for t=ForwLength+1:T-1
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=PVal1000(v)-PForwVal1000(v);
    end
end

%Transaction costs
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    L(v,BlockStart+v)=-TransCVal;
end

% In the last period we have a reversed sign
for t=T
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=-PVal1000(v)+PForwVal1000(v);
    end
end

% FORWARD EXCHANGE SALE (Same as above but reversed sign)
BlockStart=1+3*BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block

%Payoff
for t=ForwLength+1:T-1
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=PForwVal1000(v)-PVal1000(v);
    end
end

%Transaction costs
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    L(v,BlockStart+v)=-TransCVal;
end

% The last periods forward results are put into the matrix L2
for t=T
    for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
        L(v,BlockStart+P(ForwLength,v))=-PForwVal1000(v)+PVal1000(v);
    end
end

% LIQUIDITY ACCOUNT
BlockStart=1+4*BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block

L(1,BlockStart+1)=-1;

for v=2:(B^(T-1)-1)/(B-1)
    L(v,BlockStart+v)=-1;
    L(v,BlockStart+P(1,v))=(1+BankInterest);
end

for v=(B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V
    L(v,BlockStart+P(1,v))=-(1+BankInterest);
end

% CREDIT ACCOUNT
BlockStart=1+4*BlockSizeForw+BlockSizeBank; % BlockStart actually refers to end of Last Block

L(1,BlockStart+1)=1;

for v=2:(B^(T-1)-1)/(B-1)
    L(v,BlockStart+v)=1;
    L(v,BlockStart+P(1,v))=-(1+CreditInterest);
end

for v=(B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V
    L(v,BlockStart+P(1,v))=(1+CreditInterest);
end

```

```

% DEVIATIONS
% We only include the negative deviations (downside risk). This means it
% is an inequality
BlockStart=1+4*BlockSizeForw+BlockSizeBank+BlockSizeCredit; % BlockStart actually refers to end of Last Block

counter=0;
for v=(B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V
    counter=counter+1;
    L(v,BlockStart+counter)=-1;
end

% We will here split up the matrix L into L1 (equality constraints) and
% L2 (inequalities)

L1=L(1:(B^(T-1)-1)/(B-1),:); % Equality Constraints
L2=L((B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V,:); % Inequality Constraints

% In the following we generate the objective coefficients for period t=T
% We go through all the nodes in the last period and add
% probability * outcome to the parent node

c=zeros(1,NumCol);
Prob=1/(B^(T-1));

% We use the same block structure as above

% FORWARD GOLD PURCHASE
% The first forward begins after loan.
% Note that BlockStart actually refers to end of Last Block
BlockStart=1;

%Here, t is already 8, so we only look at cash flow from the last period. (no transaction cost in last period)
for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
    c(BlockStart+P(ForwLength,v))=c(BlockStart+P(ForwLength,v))-Prob*lambda*(PGold(v)-PForwGold(v))*PVal(v);
end

% FORWARD GOLD SALE
% This forward begins after loan & forward gold purchase
% Note that BlockStart actually refers to end of Last Block

BlockStart=1+BlockSizeForw;
for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
    c(BlockStart+P(ForwLength,v))=c(BlockStart+P(ForwLength,v))-Prob*lambda*(-PGold(v)+PForwGold(v))*PVal(v);
end

% FORWARD EXCHANGE PURCHASE
% This forward begins after loan & forward gold purchase & sale
% Note that BlockStart actually refers to end of Last Block

BlockStart=1+2*BlockSizeForw;
for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
    c(BlockStart+P(ForwLength,v))=c(BlockStart+P(ForwLength,v))-Prob*lambda*(PVal1000(v)-PForwVal1000(v));
end

% FORWARD EXCHANGE SALE
% This forward begins after loan & two gold forwards and forward exchange
% purchase
% Note that BlockStart actually refers to end of Last Block

BlockStart=1+3*BlockSizeForw;
for v=(B^(t-1)-1)/(B-1)+1:(B^t-1)/(B-1)
    c(BlockStart+P(ForwLength,v))=c(BlockStart+P(ForwLength,v))-Prob*lambda*(-PVal1000(v)+PForwVal1000(v));
end

% LIQUIDITY ACCOUNT
BlockStart=1+4*BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block

for v=(B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V
    c(BlockStart+P(1,v))=c(BlockStart+P(1,v))-Prob*lambda*(1+BankInterest);
end

% CREDIT ACCOUNT
BlockStart=1+4*BlockSizeForw+BlockSizeBank; % BlockStart actually refers to end of Last Block

```



```

for v=(B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V
    c(BlockStart+P(1,v))=c(BlockStart+P(1,v))+Prob*lambda*(1+CreditInterest);
end

% DEVIATIONS
BlockStart=1+4*BlockSizeForw+BlockSizeBank+BlockSizeCredit; % BlockStart actually refers to end of Last Block

for counter=1:B^(T-1)
    c(BlockStart+counter)=Prob*(1-lambda);
end

% GENERATION OF R.H.S
% Again we have to differentiate inequalities (b2) and equalities (b1)

LastOtherCF=4;
% CFs until this period (we include other CFs
%for the period which we make decisions (t=1,...,4)

b(1)=NetCF(1)-StartBank;

for v=2:(B^LastOtherCF-1)/(B-1)
    b(v)=NetCF(v);
end

for v=(B^LastOtherCF-1)/(B-1)+1:V
    b(v)=0;
end

% Split b like L

b1=b(1:(B^(T-1)-1)/(B-1)); % Equality Constraints
b2=b((B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V); % Inequality Constraints

%Goal for the bank account last period. We only include negative
%deviations, so it is an inequality
for v=1:B^(T-1)
    b2(v)=-Goal;
end

% OTHER CONSTRAINTS
NumRows=2+4*(B^4-1)/(B-1);
L3=zeros(NumRows,NumCol);

%METAL LOAN
L3(1,1)=1; %max
L3(2,1)=-1; %min

% FORWARD GOLD PURCHASE
% we begin with the Foward after Loan, BlockStart actually refers to end of Last Block
BlockStart=1;
RowStart=2;

% In all periods from t=1 to t=T-ForwLength we have the inequalities

for v=1:(B^4-1)/(B-1)
    L3(RowStart+v,BlockStart+v)=1;
end

% FORWARD GOLD SALE
BlockStart=1+BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block
RowStart=RowStart+(B^4-1)/(B-1);

for v=1:(B^4-1)/(B-1)
    L3(RowStart+v,BlockStart+v)=1;
end

% FORWARD EXCHANGE PURCHASE
BlockStart=1+2*BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block
% we begin with the Foward after Loan plus two gold forward
RowStart=RowStart+(B^4-1)/(B-1);

for v=1:(B^4-1)/(B-1)
    L3(RowStart+v,BlockStart+v)=1;
end

```

```

% FORWARD EXCHANGE SALE (Same as above but reversed sign)
BlockStart=1+3*BlockSizeForw; % BlockStart actually refers to end of Last Block
RowStart=RowStart+(B^4-1)/(B-1);

for v=1:(B^4-1)/(B-1)
    L3(RowStart+v,BlockStart+v)=1;
end

%CREDIT ACCOUNT
BlockStart=1+4*BlockSizeForw+BlockSizeBank;
RowStart=RowStart+(B^4-1)/(B-1);
for v=1:(B^(T-1)-1)/(B-1)
    L3(RowStart+v,BlockStart+v)=1;
end

sizeb3=size(L3);
sizeb3=sizeb3(1);

b3=zeros(1,sizeb3);
b3(1)=MaxLoan;
b3(2)=-MinLoan;

%We divide between maximum contract size for Gold and Foreign exchange

for i=3:(2+2*BlockSizeForw)
    b3(i)=MaxForwardGold;
end

for i=(2+2*BlockSizeForw+1):(2+4*BlockSizeForw)
    b3(i)=MaxForwardVal;
end

%CREDIT ACCOUNT
for i= (2+4*BlockSizeForw+1:sizeb3)
    b3(i)=MaxCredit;
end

%Join L2 with L3 and b2 with b3 (inequalities)

L2=[L2
    L3];
b2=[b2 b3];

% Now we solve the linear programming problem.
% Note that all decision variables are non-negative.
% Notation is: x = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)

lb=c*0;

options=optimoptions('linprog','maxiterations',1000)

[x,afval,aexitflag,output]=linprog(c,L2,b2,L1,b1,lb,[], [], options);

xtrans=x';
b1trans=b1';
b2trans=b2';
ax= [xtrans
    c];

```

B.4 Optimizing av modell 2

```

%-----%
%----CODE OPTIMIZATION PROBLEM---%
%--- DIFFERENT RESTRICTIONS ON -----%
%-----FORWARD CONTRACTS -----%
%-----%

% To save space, we will here include the differences from the original optimization in model 1.
% This is almost the same code, but instead of using a fixed maximum amount
% for the forward contracts, we limit the size of the contracts to the change in
% inventory. For gold, this will be the difference between the purchase and sales
% measured in toz (troy ounces). For the foreign exchange, the maximum is equal to
% the change in inventory multiplied with the gold price in the same period.
% This means that the restrictions for forward contracts in the code in B.2 is replaced
% by this syntax

% We divide between maximum contract size for Gold and Foreign exchange
% MAX is the change in inventory in the same node for gold contracts,
% and for foreign exchange it is equal to the difference*price of gold in the period
% which we sign the contract
% We have to divide between periods in which the amount sold is greater
% than the amount bought for gold, vice versa
Purchase = zeros(1,(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    if DiffBuySell(1,v) < 0
        Purchase(1,v) = 1;
    else
        Purchase(1,v)=0;
    end
end
Purchase=Purchase.*DiffBuySell(1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));

Sell = zeros(1,(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    if DiffBuySell(1,v) > 0
        Sell(1,v) = 1;
    else
        Sell(1,v)=0;
    end
end
Sell=Sell.*DiffBuySell(1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));

% Restrictions for the size and position in forward contract
counter=0;
for i=3:(2+BlockSizeForw)
    counter=1+counter;
    for v=counter
        b3(i)=Purchase(1,v)*(-1);
    end
end

counter=0;
for i=(3+BlockSizeForw):(2+2*BlockSizeForw)
    counter=1+counter;
    for v=counter
        b3(i)=Sell(1,v);
    end
end

counter=0;
for i=(3+2*BlockSizeForw):(2+3*BlockSizeForw)
    counter=1+counter;
    for v=counter
        b3(i)=Purchase(1,v)*PGold(1,v)*(-1000);
    end
end

counter=0;
for i=(3+3*BlockSizeForw):(2+4*BlockSizeForw)
    counter=1+counter;
    for v=counter
        b3(i)=Sell(1,v)*PGold(1,v)*1000;
    end
end

```

B.5 Optimizing av modell 3

```

%-----CODE OPTIMIZATION PROBLEM -%
%-- with fixed forward sizes equal-----%
%-----to the change in inventory-----%
%-----%

% To save space, we will here include the differences from the original optimization in model 1.
% All the codes for forwards is eliminated since the size of the contracts
% is fixed. Instead the cash flows are included in the right hand side

% GENERATION OF R.H.S
% Again, we have to differentiate inequalities (b2) and equalities (b1)
LastOtherCF=4;

% CFs until this period (we include other CFs
% for the period which we make decisions, t=1,...,4)

% Must ensure that we take the right position in forward contracts
Purchase = zeros(1,(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));
for v=1:(B^LastOtherCF-1)/(B-1)
    if DiffBuySell(1,v) < 0
        Purchase(1,v) = 1;
    else
        Purchase(1,v)=0;
    end
end
Purchase=Purchase.*DiffBuySell(1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));

Sell = zeros(1,(B^LastOtherCF-1)/(B-1));
for v=1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1)
    if DiffBuySell(1,v) > 0
        Sell(1,v) = 1;
    else
        Sell(1,v)=0;
    end
end
Sell=Sell.*DiffBuySell(1:(B^(T-ForwLength)-1)/(B-1));

%Both CF from operations and CF from forwards
%NetCF is defined negatively (costs of goods sold - sales + RestCF)

b(1)=NetCF(1)-StartBank+(TransCGold*PVal(1)*+TransCVal*PGold(v))*(-Purchase(1)+Sell(1));

for v=2:(B^LastOtherCF-1)/(B-1)
    b(v)=NetCF(v)+(TransCGold*PVal(v)+TransCVal*PGold(v))*(-Purchase(v)+Sell(v));
end

% Will split into inequalities and equalities afterwards.
% Note:The first term is actually negative.
for v=(B^LastOtherCF-1)/(B-1)+1:V
    b(v) = ((PGold(v)-PForwGold(v))*PVal(v) + (PVal(v)-PForwVal(v))*PGold(P(ForwLength,v))*Purchase(P(ForwLength,v))...
        -((PForwGold(v)-PGold(v))*PVal(v) + (PForwVal(v)-PVal(v))*PGold(P(ForwLength,v))*Sell(P(ForwLength,v)));
end

% Split b like L

b1=b(1:(B^(T-1)-1)/(B-1)); % Equality Constraints
b2=b((B^(T-1)-1)/(B-1)+1:V); % Inequality Constraints
b2=b2.*-1; %Multiply by -1 to have the right sign for the last period

```