

Foldede Formers Funksjonalitet

Konseptuell Design av Foldede
Platekonstruksjoner i Betong

Hans Petter Aakre
Alexander Haagensen
Fjelde

Master i Bygg- og miljøteknikk
Innlevert: juni 2017
Hovedveileder: Anders Rönquist, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2017

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 11.06.17	ANTALL SIDER: 151
------------------------------------	-------------------	----------------------

TITTEL:

Foldede Formers Funksjonalitet

The Functionality of Folded Forms

UTFØRT AV:

Hans Petter Aakre

Alexander Haagensen Fjelde



SAMMENDRAG:

Foldede platekonstruksjoner i betong kan visuelt sett beskrives som konstruksjoner sammensatt av en rekke plater med varierende helning, slik at det ser ut som konstruksjonen er foldet. For denne typen konstruksjoner er både arkitektoniske og konstruktive parametere tilfredsstillende, da konstruksjonens form definerer rom og estetisk uttrykk, og er samtidig lastbærende. Foldede platekonstruksjoner i betong var populære på midten av 1900-tallet, men har siden blitt mindre utbredt. Med utviklingen av moderne byggeteknikk, og avanserte modellering og analyseprogram, er det i dag mulig å bygge foldede platekonstruksjoner i betong med mer irregulær geometri. Samtidig er det et stort behov for kunnskap om og interesse for konseptuell design. Det stilles derfor større krav til ingeniørers evne til å håndtere funksjonelle og kontekstuelle parametere, i tillegg til de tradisjonelle prosjekteringsfaga. For å imøtekomme de nye kravene må de rette arbeidsmetodene velges. I konseptfasen er det ikke tid til avanserte analyser. I denne avhandlingen søkes en forståelse av foldede formers konstruktive funksjon. Foldede former blir studert slik at mer komplekse konsepter kan bli vurdert ved å ta i bruk kjente elementer, uten å måtte gjøre avanserte analyser. I tillegg til å studere mer eller mindre avanserte former blir det utarbeidet et enkelt konseptforslag hvor kjente former blir satt sammen til en ny konstruksjon. Resultatene tyder på at foldede former kan bli forstått ut ifra enkle konstruksjonskomponenter. Det er tydelig at en slik arbeidsprosess kan være til hjelp i konseptuell design av foldede platekonstruksjoner i betong.

FAGLÆRER: Anders Rönquist

VEILEDER(E): Anders Rönquist

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

Problemformulering

Ingeniørarkitektur- Konseptuell design av moderne konstruksjoner med fokus på foldede platekonstruksjoner i betong.

For å utvikle nye og gode konstruksjoner i et samfunn under stadig utvikling er det stort behov for kunnskap om, og interesse for konseptuell design og formgivning av ulike konstruksjoner. Dette betyr at det også stilles større krav til ingeniørers evne til å håndtere funksjonelle og kontekstuelle parametere, i tillegg til de tradisjonelle prosjekteringsfagene. For at ingeniøren skal bidra på best måte i dette må han også trene seg i å håndtere disse komplekse kravene.

Oppgaven skal fokusere på foldede platekonstruksjoner i betong som bærende element i bygninger hvor det er interaksjon mellom arkitektoniske og konstruktive funksjoner. Det skal kartlegges hvordan mer eller mindre brukte foldede former transporterer påkjenninger gjennom konstruksjonen, slik at nye konsepter kan bli håndtert ved å ta i bruk kjente elementer. Til slutt skal det bli vist et eksempel hvor et konsept blir utviklet ved å ta i bruk opparbeidet kunnskap.

I tillegg til tradisjonelle konstruktive styrke- og bruksegenskaper vil formens funksjonalitet med konstruksjonsformen som estetisk uttrykk stå sentralt i oppgaven. Det er derfor viktig å sette seg inn i realiserte bygningsprosjekter og sentral arkitektur innen konstruksjonstypen. I de konstruktive vurderingene av referansebygga, vil det bli lagt større vekt på gode overslagsberegninger og sammenligning av ulike konstruksjonsløsninger enn eksakt analyse og dimensjonering.

Litteraturstudie og numerisk modellering, State-of-the-art:

- Basis former og referansebygg og deres mekaniske funksjonalitet.
- Bruk av Abaqus til å evaluere former og vise responsfordelingen.
- Bruk av annen programvare for etablering av former og mesh.
- Muligheter for enkle kontroller i et tidlig stadium av skisse prosjekt.
- Samarbeidsprosjekt med tredjepart.

Forord

Denne masteroppgaven er utarbeidet som en del av det 5-årige masterstudiet Bygg- og miljøteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet (NTNU). Masteroppgaven er skrevet ved Institutt for konstruksjonsteknikk, våren 2017. Arbeidet tilsvarer 60 studiepoeng og er utført over en periode på 20 uker.

Gjennom det femårige sivilingeniørstudiet på NTNU har det vært lite fokus på reelle byggeprosjekter. Dette står i stor kontrast til arkitektstudiet hvor analyse av eksisterende byggverk er en viktig kilde til kunnskap og inspirasjon for arkitektstudentene. Det er en felles oppfattelse fra overordnede at ingeniører kan få en bredere konstruktiv forståelse, og samtidig gjøre seg mer attraktiv i samarbeid med arkitekter, om det blir viet mer tid til å studere referansebygg. Denne oppgaven er et eksempel på en prosess hvor en slik kunnskap blir bygget.

Foldede platekonstruksjoner har kvaliteter når det kommer til rom, formbarhet og styrke. I et funksjonelt design er både arkitektoniske og konstruktive funksjoner tjent. Tittelen "Foldede Formers Funksjonalitet" er derfor valgt. Tittelen og oppgaven forøvrig har hentet inspirasjon fra masteroppgaven til Harald Haakonsen fra 2013, " The Function of Form ", som tar for seg konseptuell design av moderne konstruksjoner med fokus på skallkonstruksjoner[17].

Arbeidet med masteren har vært krevende fordi denne type arbeidsprosess var ny for begge. I oppgaven har vi måttet være kreative for å finne og identifisere ulike foldede former. Vi håper at oppgaven kan være til inspirasjon for ingeniørstudenter, og at den kan være et eksempel på en alternativ arbeidsmetode.

Vi ønsker å takke Anders Rönquist ved Institutt for konstruksjonsteknikk for god veiledning gjennom semesteret.

Trondheim, 2017-11-06

Hans Petter Aakre

Alexander H Fjelde

Hans Petter Aakre

Alexander H Fjelde

Sammendrag

Foldede platekonstruksjoner i betong kan visuelt sett beskrives som konstruksjoner sammensatt av en rekke plater med varierende helning, slik at det ser ut som konstruksjonen er foldet. For denne typen konstruksjoner er både arkitektoniske og konstruktive parametere tilfredsstillende, da konstruksjonens form definerer rom og estetisk uttrykk, og er samtidig lastbærende. Foldede platekonstruksjoner i betong var populære på midten av 1900-tallet, men har siden blitt mindre utbredt. Med utviklingen av moderne byggeteknikk, og avanserte modellering og analyseprogram, er det i dag mulig å bygge foldede platekonstruksjoner i betong med mer irregulær geometri. Samtidig er det et stort behov for kunnskap om og interesse for konseptuell design. Det stilles derfor større krav til ingeniørers evne til å håndtere funksjonelle og kontekstuelle parametere, i tillegg til de tradisjonelle prosjekteringsfaga. For å imøtekomme de nye krava må de rette arbeidsmetodene velges. I konseptfasen er det ikke tid til avanserte analyser. I denne avhandlingen søkes en forståelse av foldede formers konstruktive funksjon. Foldede former blir studert slik at mer komplekse konsepter kan bli vurdert ved å ta i bruk kjente elementer, uten å måtte gjøre avanserte analyser. I tillegg til å studere mer eller mindre avanserte former blir det utarbeidet et enkelt konseptforslag hvor kjente former blir satt sammen til en ny konstruksjon. Resultatene tyder på at foldede former kan bli forstått ut ifra enkle konstruksjonskomponenter. Det er tydelig at en slik arbeidsprosess kan være til hjelp i konseptuell design av foldede platekonstruksjoner i betong.

Abstract

Concrete folded plate structures can visually be described as a series of plates with a varying degree of sloping. This type of structure has both its architectural and structural parameters satisfied, since the structure's shape defines both its load-carrying capacity and its spacial and esthetic expression. Concrete folded plate structures were popular in the 1990s, but have since gone out of fashion. Through the development of new building techniques, and modeling and analytical software, it is now possible to create folded plate structures, with more irregular geometry. At the same time there is both demand for knowledge about, and interest for, conceptual design. The situation sets new requirements for engineers ability to handle functional and contextual parameters, in addition to the traditional ways of engineering. To meet the new requirements it is important to pick the right methodological approach. In the conceptual design phase there is no time to undertake advanced analytical approaches. This theisis will search for a understanding on how folded plate structures function. Folded shapes are studied so that more complex concepts can be assessed by using known elements. Additionally it will be produced a simple conceptual suggestion, where known shapes are put together to form a new structure. The results indicate that folded shapes can be understood from simple structural components, and that this approach can be of help to conceptual design of concrete folded plate structures.

Disposisjon

- Kapittel 1** Tar for seg utfordringer innen ingeniørarkitektur med konseptuell design.
- Kapittel 2** Definerer og klassifiserer foldede platekonstruksjoner i betong. Forklarer hvorfor foldede platekonstruksjoner er en aktuell konstruksjonsform i dagens samfunn.
- Kapittel 3** Tar for seg framgangsmåten med hypotesetesting, og hvordan lastresponsen til foldede platekonstruksjoner kan bli forstått.
- Kapittel 4** Gir en innføring i basisteorien bak struktureller komponenter. Kapitlet er ment som en enkel innføring i strukturelle komponenter slik at sammensatte former enklere kan bli forstått.
- Kapittel 5** Tar for seg avhandlingens forutsetninger med valg av bygningsmateriale og laster, samt programvaren som er brukt.
- Kapittel 6** Ser på folding i planet. To bjelker er satt på skrå opp mot hverandre. Lastresponsen for tilfeller med forskjellige randbetingelser blir analysert.
- Kapittel 7** Går i dybden på foldede takkonstruksjoner. I hypotesetestingen blir det studert foldede former med geometrier hentet fra referansebygg.
- Kapittel 8** Tar for seg foldede veggkonstruksjoner. Formene er hentet fra referansebygg.
- Kapittel 9** Tar for seg foldede portalrammer. To grunnleggende momentstive forbindelser blir analysert.
- Kapittel 10** Opparbeidet kunnskap blir prøvd ut i utformingen av et fiktivt prosjekt.
- Kapittel 11** Avslutning med konklusjon og videre arbeid.

Referansebygg

Bygning	Arkitekt	Side
Ishavskatedralen	Jan Inge Hovig	25
H. W. More Equipment Co	Tom Moore	42
Kirke i Hoensbroek	ukjent	88
Kongsberg Kino	Ørnulf Ljøterdu og Erik Ødegård	95
Basel College of Art and Design	Hermann Baue	101
Proaza Hydroelectric Power Plant	Joaquim Vaquero Palacios	109
Mülimatt Sports Education and Training Centre	Studio Vacchini Architetti	117

Innholdsfortegnelse

Problemformulering	i
Forord	ii
Sammendrag	iv
Abstract	v
Disposisjon	vi
1 Om Ingeniørarkitektur	3
2 Om foldede konstruksjoner	5
2.1 Foldede platekonstruksjoner i betong	6
2.2 Klassifisering av foldede former	7
3 Framgangsmåte	9
3.1 Hvordan kan foldede platekonstruksjoner bli forstått?	9
3.2 Hypotesetesting	9
4 Strukturelle komponenter	11
4.1 Staven	11
4.2 Bjelken	12
4.3 Skiven	15
4.4 Platen	17
4.5 Skallet	19
5 Forutsetninger	21
5.1 Bygningsmateriale	21

5.2	Nyttelast	22
5.3	Programvare	23
6	Folding i planet	25
6.1	Ishavskatedralen	25
6.2	Enkel 2D-fold	26
6.3	Opplager og forbindelser	27
7	Foldede platetak	33
7.1	Enkelt V-formet tak	34
7.2	Bjelkerespons	40
7.3	H. W. Moore Equipment Co	42
7.4	Spennlengde	44
7.5	Randbjelker	51
7.6	Taktverrsnitt	57
7.7	Utkrager og mesanin	58
7.8	Utsparinger	64
7.9	Pyramideformet tak	67
7.10	Foldet kryssformet tak	74
7.11	W-formet tak	80
7.12	Diskusjon	85
8	Foldede Vegger	87
8.1	Kirke i Hoensbroek	88
8.2	V-formet veggelement (>+>)	88
8.3	Geometri og opplagerkriterier	93
8.4	Kongsberg Kino	95
8.5	Innsnevret veggelement (>+-)	96
8.6	Basel College of Art and Design	101
8.7	Utbrettede veggelementer (<+)	102
8.8	Proaza Hydroelectric Power Plant	109
8.9	Skiftet veggelement (>+<)	110

<i>INNHOLDSFORTEGNELSE</i>	1
8.10 Diskusjon	115
9 Foldede portalrammer	116
9.1 Mülimatt Sports Education and Training Centre	117
9.2 Rett-foldet forbindelse	119
9.3 Reversert-foldet forbindelse	123
9.4 Diskusjon	127
10 Konseptuell design av et galleri	128
11 Avsluttende kommentarer	140
11.1 Konklusjon	140
11.2 Videre arbeid	142
Bibliografi	144
A Vedlegg	151

Kapittel 1

Om Ingeniørarkitektur

I byggebransjen har arkitekter og ingeniører ofte en tendens å jobbe hver for seg. Arkitekten blir gjerne involvert tidligere, og følger ofte prosjektet tett fra start til slutt. Tidlig i prosjektet velges konseptet. Et konsept kan beskrives som et sett med regler som bestemmer hvordan prosjektet skal utvikle seg videre, og utgjør derfor selve rammen for videre utvikling. I prosjekteringen av en bygning kan dette innebærer at plan og volum er bestemt i det ingeniøren kommer på banen, og dermed blir ingeniørens oppgave med å designe bærekonstruksjonen låst til en bestemt geometri.

For å forbedre samarbeidet kan ingeniører og arkitekter jobbe tettere sammen i fra starten av prosjektet. Men for at dette samarbeidet skal være effektivt må de rette arbeidsmetodene velges. I tidlig prosjekteringsfase i konseptfasen tar gjerne prosjektet flere retninger. Arkitektene liker å prøve ut flere forskjellige konsepter. Det blir gjerne sagt at denne arbeidsfasen er "flytende". Konseptet som til slutt blir valgt må konkurrere ut alle de andre. For at ingeniøren skal kunne ha innvirkning på valg av konsept, må han kunne vurdere et stort antall konstruksjoner på kort tid. Det er ikke tid til omfattende kalkulasjoner. I tillegg til de vanlige konstruktive egenskaper står begreper som funksjonalitet, form og visuelt uttrykk sentralt. Dette betyr at det også stilles større krav til ingeniørers evne til å håndtere funksjonelle og kontekstuelle parametere, i tillegg til de tradisjonelle prosjekteringsfagene. For at ingeniøren skal bidra på beste måte må han også trene seg i å håndtere disse komplekse kravene [31].

I de fleste bygningsprosjekter skilles den konstruktive utformingen fra den geometriske utformingen. For noen konstruksjoner faller disse utformingene i større grad sammen, og kan i større grad samvirke. I slike bygninger definerer formen rom og estetisk uttrykk, og bærer samtidig kreftene. I et funksjonelt design er både arkitektoniske og ingeniørmessige funksjoner tjent. Med den teknologiske utviklingen har bruken av kraftige datamaskiner gjort det mulig å tegne og dimensjonere konstruksjoner med spenstige geometrier. Samtidig som at dette har bidratt til nye muligheter når det gjelder design, kan det argumenteres for at forståelsen av konstruksjoners virkemåte har blitt svekket. Særlig gjør dataprogram det vanskelig å se det store bildet av hvordan geometrien påvirker konstruksjonens lastrespons [6].

For at ingeniøren skal kunne forstå og vurdere flere konstruksjoner, og få innflytelse på valg av konsept kan han trene seg opp ved å studere eksisterende konstruksjoner innen den aktuelle bygningsformen. Gjennom å forstå sentrale former og referansebygg kan han ved senere anledninger være i stand til å gjøre konstruktive vurderinger av nye konsepter ved å ta i bruk kjente elementer. I konseptuelt design formes konstruksjonen i større grad ved å ta hensyn til både konstruktive og arkitektoniske parametere. I slike prosjekter kan den konstruktive og geometriske utformingen enklere bli optimalisert. I arbeidet med å designe foldede platekonstruksjon bør arkitekten og ingeniøren jobbe sammen i konseptfasen for å få til et funksjonelt design.

Kapittel 2

Om foldede konstruksjoner

Det finnes flere navn og definisjoner på hva som i denne avhandlingen vil bli kalt "foldede platekonstruksjoner". I litteraturen blir det blant annet brukt "folded plate structures", "folded slabs", "corrugated structures", "folded surface structures", "prismatic shell structures" og "hipped plates", og orginalt på tyske "faltwerke". Siden slike konstruksjoner visuelt gir uttrykk for å være sammensatt av en rekke plater, vil en direkte oversetting av det første navnet være å foretrekke i denne sammenhengen.

Foldede platekonstruksjoner kan visuelt beskrives som konstruksjoner sammensatt av plater med varierende helning, slik at det ser ut som konstruksjonen er foldet (brettet). Den oppnådde geometrien kan ha flere funksjoner. Arkitekter vil kanskje velge å folde for å oppnå et visst estetisk uttrykk eller en visjon [42]. Foldede konstruksjoner muliggjør blant annet rene linjer, som i manges øye kan være vakkert. For ingeniøren kan geometrien bli formet slik at den gir bygningen gunstige konstruktive egenskaper. Ved å folde kan bygningen få større stivhet og bedre materialutnyttelse. I denne avhandlingen defineres foldede platekonstruksjoner som konstruksjoner sammensatt av samvirkende plater med varierende helning som er forbundet sammen langs sine render med leddede eller stive forbindelser, og som former en geometri som gjør konstruksjonen lastbærende uten behov for understøttende bjelker langs platenes forbindelser.

Det er mulig å bygge foldede platekonstruksjoner av flere typer materialer [34]. Foldede konstruksjoner i metall blir gjerne bygget med tynne plater av aluminium som er festet sammen

med et mellomliggende fagverk av stålprofiler. I senere tid har moderne teknologi gjort det mulig å bygge foldede konstruksjoner av tre, men det har vist seg vanskelig å få til forbindelser med tilstrekkelig styrke [8]. Vanligst har det vært å bygge foldede konstruksjoner i armert betong [34].



Figur 2.1: Eksempler på foldede konstruksjoner i tre, metall og betong. Fra venstre: The chapel of St.Loup (2008) Epfl Ibois and Localarchitecture [1, b], United States Air Force Academy Cadet Chapel (1962) Walter Netsch [2, b], Mülimatt Sports Education and Training Centre (2010) Studio Vacchini Architetti [3, b].

2.1 Foldede platekonstruksjoner i betong

Foldede platekonstruksjoner i betong kan bli sett på som en form for skallkonstruksjoner. Skallkonstruksjoner kan overordnet defineres som konstruksjoner som virker både beskyttende og lastbærende, og som har liten tykkelse i forhold til øvrige dimensjoner [5]. Skall har stivhet både i og ut av planet. Konstruktivt vil det for tynne skall være gunstig å bruke krumning slik at kreftene i større grad blir båret av stivheten i planet. Krumme former kan imidlertid være krevende i praksis, da forskalingsarbeidet vil være utfordrende. Det kan dessuten i flere tilfeller være ønskelig å unngå krumning i det arkitektoniske uttrykket. Foldede platekonstruksjoner gir rom for innovative spenstige geometrier med et mer kantete uttrykk. Konstruksjonen krever større stivhet ut av planet, og dermed også noe større skalltykkelse enn for krummede skallkonstruksjoner, men er til gjengjeld noe enklere å forskale.

Foldede betongkonstruksjoner ble først utviklet og tatt i bruk på begynnelsen av 1900-tallet i forbindelse med utviklingen av armert betong [34]. Baktanken med å ta i bruk slike konstruksjoner var å oppnå større høyde og stivhet for lange spenn uten å øke materialbruken i for stor grad. Ingeniør Eudene Freyssinet designet den første foldede platekonstruksjonen av betong i 1923, en flyhangar på Orly Airport i Paris.

Rundt 1970- tallet stoppet interessen for skallkonstruksjoner i betong. Meyer and Sheer [28] hevdet at mye av årsaken til den dalende interessen var høye kostnader. Manglende interesse hos arkitekter bli også tatt fram som en forklaring. Den manglende interessen kan ha kommet av at store deler av formen på konstruksjonene var begrenset av ingeniørkunsten , og at bygnin- gene dermed fikk et overvektet strukturelt uttrykk [22]. Med utviklingen av kraftige numeriske modellering- og beregningsprogram, er det i dag større muligheter for arkitektene. I nyere tid har også bruken av prefabrikkerte elementer og utviklingen av bedre betong og armering, gjort det mulig å bygge mer spenstige geometrier. Det er derfor større muligheter for å bygge foldede betongkonstruksjoner enn det noen gang har vært. Byggekunsten følger dessuten også moter. Som den ameriakanske ingeniøren Milo S. Ketchum skrev [22]:

Some time in the future, the cost of structural steel will rise beyond reason, and some one will discover the utility and beauty of shell structures, will design them, find they are salable, publicize them, and will start the cycle of popularity again. Things are not built or done because they are economical, beautiful, or utilitarian. They are built or done because someone wants to build or do them, and in the process then become economical or beautiful or utilitarian [25].

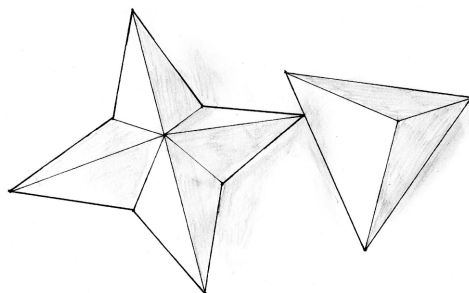
Med dette som utgangspunkt er det spennende å studere de ulike bruksområdene og egenska- pene til foldede platekonstruksjoner i betong.

2.2 Klassifisering av foldede former

Utviklede og ikke-utviklede konstruksjoner

Innenfor Foldede platekonstruksjoner kan det skilles mellom utviklede (developed) og ikke- utviklede (nondeveloped) konstruksjoner [5]. Utviklede konstruksjoner er formet med en geome- tri som kan foldes fra et plan. Innenfor dette segmentet finnes origamien (brettekunsten). Den- ne formen for folding er vanlig innenfor naturen. Blant annet kan det bli sett hvordan insekter folder sine vinger, eller planter folder seg ut når de spirer. Ikke- utviklede konstruksjoner har

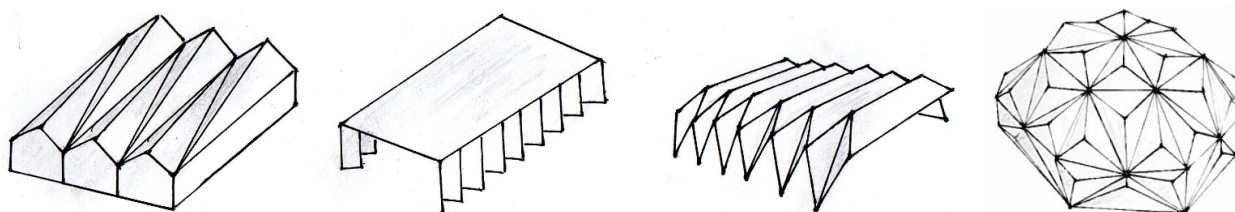
geometri som ikke kan foldes fra et plan. Disse konstruksjonene er bundet til sin form. Materialet må generelt revne for at geometrien skal falle flatt sammen [46].



Figur 2.2: Eksempler på utviklet og ikke- utviklet geometri. Stjernen til venstre kan enkelt foldes fra ett flatt ark. Tetraederen til høyre må klippes og limes sammen.

Klassifisering

Foldede platekonstruksjoner kan klassifiseres som foldede overflatekonstruksjoner, foldede rammerkonstruksjoner og foldede sfæriske konstruksjoner (Figur 2.3) Foldede overflatekonstruksjoner kan igjen deles inn i foldede takkonstruksjoner og foldede veggkonstruksjoner. Disse karakteriseres ved at de brer seg utover i planet. Foldede rammer er mer komplekse, da de brer seg utover i rommet. For begge tilfeller er det mest vanlig at foldemønsteret repiterer seg langs en akse. For mer komplekse konstruksjoner kan imidlertid foldene repetere seg langs flere akser, og også skifte retning. For foldede rammekonstruksjoner er det viktig å påpeke at både horisontale og vertikale komponenter samvirker. Foldede sfæriske konstruksjoner repeterer seg i sikler, og brer seg utover i rommet. Mer komplekse konstruksjoner kan være sammensatt som en kombinasjoner av tilfellene over.



Figur 2.3: Eksempler på foldet tak, vegg, ramme og sfærisk form.

Kapittel 3

Framgangsmåte

3.1 Hvordan kan foldede platekonstruksjoner bli forstått?

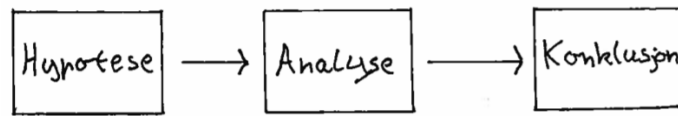
En måte å forstå geometriens virkning er å ta i bruk "rain flow". Hypotesen sier: "like a rain flow loads will flow along curves with the steepest ascent on the shell surface to its supports" [6]. Metoden har vist seg nyttig for krumme skallkonstruksjoner med liten momentbelastning. For foldede konstruksjoner kan det derfor tenkes at metoden først og fremst er nyttig å ta i bruk for å forstå hvor membrankreftene (skivekreftene) "tar veien".

En annen måte å forstå foldede platekonstruksjoner er å ta i bruk enkle strukturelle komponenter [24]. Ved å få innsikt i lastresponsen til mindre komplekse former, kan man bygge seg opp en verktøykasse som kan bli brukt til å forstå komplekse konstruksjoner.

3.2 Hypotesetesting

For å få innsikt i konstruksjoners funksjonalitet og å trene seg i å håndtere interaksjon mellom arkitektoniske og konstruktive funksjoner, er det i denne avhandlingen blitt brukt såkalt hypotesetesting. I hypotesetestingen blir former som er hentet fra utvalgte referansebygg utredet. For de aktuelle formene blir det først satt opp en hypotese for konstruksjonens respons. Deretter blir konstruksjonen analysert med et numerisk beregningsprogram (Abaqus). Til slutt konkluderes det med hvor godt hypotesen traff og hva som er viktig å ta hensyn til i konseptutviklingen. I hy-

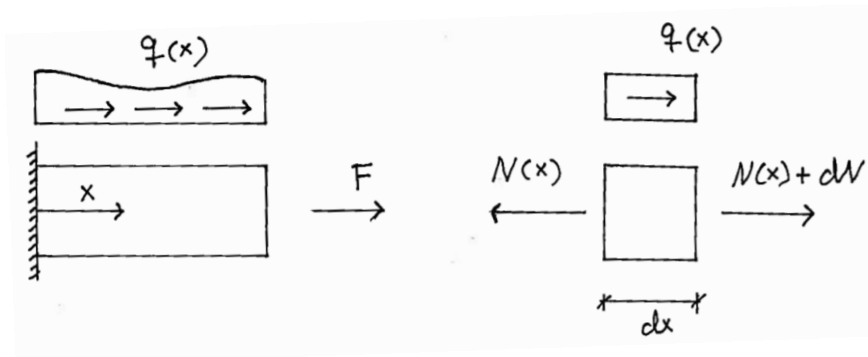
potesen er det lagt vekt på gode overslagsberegninger framfor eksakt analyse og dimensjonering av hver enkelt form.



Kapittel 4

Strukturelle komponenter

4.1 Staven



Figur 4.1: Stav utsatt for endekraft og jevnt fordelt last.

Staven er kanskje det enkleste, mest grunnleggende elementet i mekanikken. Den blir utsatt for aksialkrefter, og kan stå i strekk eller trykk. Stavens differensialligning kan utledes ved å ta utgangspunkt i likevektsligningen til et infinitesimalt element (Figur 4.1):

$$-N(x) + q(x)dx + N(x) + dN = 0 \quad (4.1)$$

Som gir ligningen:

$$\frac{dN}{dx} + q(x) = 0 \quad (4.2)$$

Dersom staven har konstant tverrsnittsareal A , settes $dN = Ad\sigma$. Ved å sette inn Hook's lov $\sigma = E\varepsilon$ og tøyning $\varepsilon = \frac{du}{dx}$, blir stavens differensialligning funnet:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{q(x)}{EA} = 0$$

Elastisitetsmodulen (Youngs modul) E gir materialets elastiske stivhet. Differensialligningen har generell løsning [33]:

$$u(x) = -\frac{1}{2} \frac{q}{EA} x^2 + C_1 x + C_2$$

Ved å sette inn initialbetingelsene $u(0) = 0$ og $N(L) = F$ oppnås spesiell løsning:

$$u(x) = -\frac{1}{2} \frac{q}{EA} x^2 + \frac{qL}{EA} x + \frac{F}{EA} x$$

Spenningsene i staven kan videre bli funnet fra:

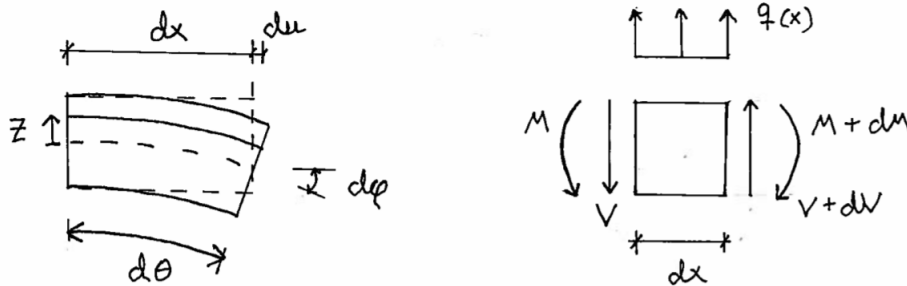
$$\sigma(x) = E \frac{du}{dx}$$

4.2 Bjelken

Bjelken er kanskje det mest vanlige konstruksjonselementet som blir brukt i tre-, stål- og betongkonstruksjoner [27]. Til forskjell fra staven bærer bjelken i hovedsak last vinkelrett på lengderetningen. Euler-Bernoulli bjelketeori er et kjent ingeniørverktøy som blir brukt til å beregne bjelkens stivhet og momentkapasitet. Teoremet dekker tilfeller hvor bjelken har liten nedbøyning [3]. Følgende forutsetninger ligger til grunn for Euler - Bernoulli bjeleketeori:

- Små forskyvninger.
- Linært elastisk og homogent materiale.
- Deformasjoner skjer seg i henhold til Naviers hypotese.
- Prosmatisk bjelke.
- Normalspenninger på tvers av bjelken neglisjeres.

Naviers hypotese sier at plane tverrsnitt som står normalt på bjelkeaksen forblir plane og normale på bjelkeaksen etter deformasjonen. Dette innebærer at skjærdeformasjonen blir neglisjert. Det vil si at vinkel $d\theta = d\phi$ i Figur 4.2. Differensialligningen forutsetter at høyden på bjelken er lav i forhold til spennet. Larsen [27] oppgir et høyde- lengdeforhold mindre enn 1/4. Overskrides dette forholdet vesentlig gjelder ikke Naviers hypotese lengre, og bjelken må betraktes som en skrive.



Figur 4.2: Bjelkeelement.

Bjelkens tøyning kan bli funnet fra Figur 4.2:

$$\epsilon = \frac{du}{dx} = z \frac{d\theta}{dx} = -z \frac{d^2 w}{dx^2}$$

Settes kinematikken inn i Hooks lov blir:

$$\sigma = E\epsilon = -zE \frac{d^2 w}{dx^2}$$

Videre kan tverrsnittsmomentet bli funnet fra:

$$M = \int_a \sigma z dA \implies M = -E \frac{d^2 w}{dx^2} \int_a z^2 dA \quad (4.3)$$

2. arealmoment (arealtrehetsmomentet) $I = \int z^2 dA$ gir tverrsnittsformens spesifikke stivhetsbidrag. Ved å betrakte Figur 4.2 kan det bli satt opp to likevektsligninger:

$$V + dV + q(x)dx - V = 0 \implies \frac{dV}{dx} = -q(x) \quad dM - Vdx = 0 \implies \frac{dM}{dx} = V \quad (4.4)$$

Kombineres ligningene oppnås uttrykket:

$$\frac{dM^2}{dx^2} + q(x) = 0 \quad (4.5)$$

Deriveres uttrykket 4.3 to ganger, for så og bli sett inn i Ligning 4.5 blir bjelkens differensialligning funnet:

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q(x)$$

Med konstant jevnt fordelt last har ligningen generell løsninmg:

$$w(x) = \frac{1}{24} \frac{q}{EI} x^4 + \frac{1}{6} C_1 x^3 + \frac{1}{2} C_2 x^2 + C_3 x + C_4$$

Med initialbetingelsene til en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last, $w(0) = w(L) = 0$ og $\left. \frac{d^2 w}{dx^2} \right|_0 = \left. \frac{d^2 w}{dx^2} \right|_L = 0$, er nedbøyningen gitt som:

$$w(x) = \frac{1}{24} \frac{q}{EI} x^4 - \frac{1}{12} \frac{qL}{EI} x^3 + \frac{1}{24} \frac{qL^3}{EI} x \quad (4.6)$$

Maksimal nedbøyning finner sted i midtsnittet $x = \frac{1}{2}L$:

$$w_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$$

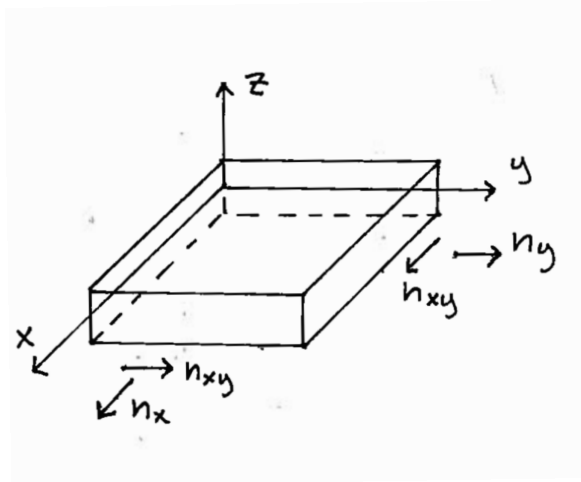
Videre er bjelkens momentfordeling og skjærfordeling gitt:

$$M(x) = -EI \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{2} qLx - \frac{1}{2} qx^2 \quad V(x) = -EI \frac{d^3 w}{dx^3} = \frac{1}{2} qL - \frac{1}{2} qx$$

Masimalt moment oppstår i midtsnittet, og maskialt skjær oppstår ved endesnitta. Absoluttverdiene er gitt:

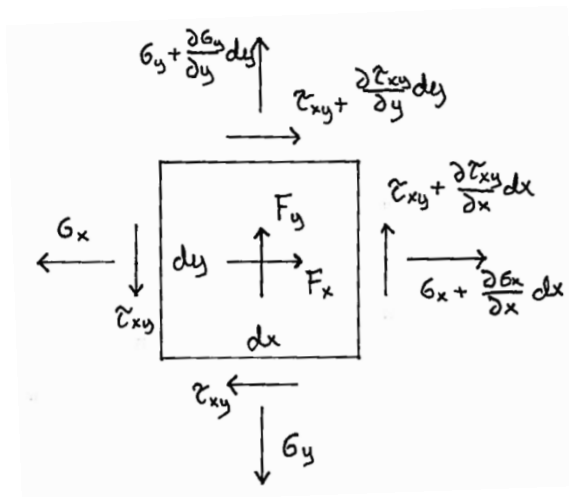
$$M_{max} = \frac{1}{8} qL^2 \quad V_{max} = \frac{1}{2} qL \quad (4.7)$$

4.3 Skiven



Figur 4.3: Skiven blir utsatt for krefter n_i i planet.

Skiver kan defineres som 2-dimensjonale konstruksjonselementer med liten tykkelse som er belastet med krefter som virker i eget plan [27]. I slike tilfeller er spenningene i planet dominerende og det kan da bli brukt en beregningsmodell som tar i bruk plan spenningstilstand [39].



Figur 4.4: Plan spenningstilstand.

Som med staven og bjelken, kan differensialligningen bli funnet ved å ta utgangspunkt i statisk

likevekt av et infinitesimalt element (Figur 4.4).

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx\right) dy - \sigma_x dy + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy\right) dx - \tau_{xy} dx + F_x dx dy = 0$$

$$\left(\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy\right) dx - \sigma_y dx + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx\right) dy - \tau_{xy} dy + F_y dx dy = 0$$

Som gir:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0,$$

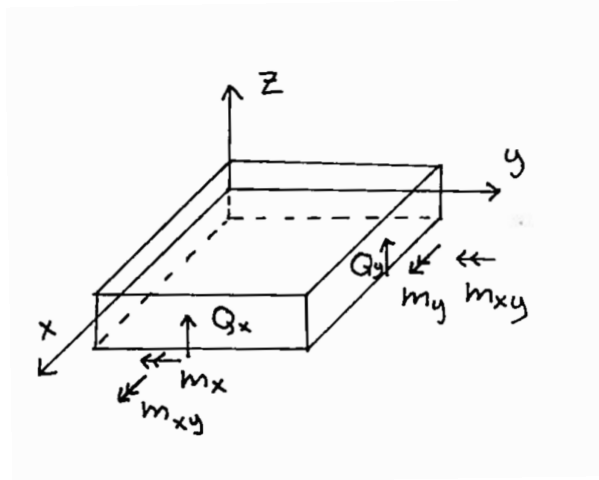
$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + F_y = 0$$

Som er tilsvarende likvektsligningen for en stav (Ligning 4.2). Siden spenningstilstanden er 2-dimensjonal, blir det hele mye mer komplisert, og til forskjell fra staven, oppstår det skjærspenninger. Skivens differensialligning kan videre utledes til:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$$

Hvor F er Airys spenningsfunksjon, og spenningskomponentene finnes som de 2. deriverte av F [9]. Analytiske løsninger for denne ligningen kan kun bestemmes for enkelte tilfeller med regelmessig geometri og belastning. I praksis vil det derfor måtte bli benyttet numeriske metoder for å finne løsningen [27].

4.4 Platen



Figur 4.5: Platen med momenter og krefter.

I likhet med skiven er platen et 2-dimensjonalt konstruksjonselement med liten tykkelse i forhold til øvrige dimensjoner. I motsetning til skiven er imidlertid platen belastet med krefter normalt på sitt eget plan [27]. Når en plate belastes blir det generelt krumning i begge lengderetningene. I tillegg blir det vridning (torsjon). For toveisplater er alle disse momentene signifikante. For plater med mye større utstrekning i den ene retningen, i praksis lengdeforhold på 1/3, kan platen bli betraktet som en enveisplate.

Enveisplaten

En enveisplate oppfører seg omtrent som en bjelke hvor belastningen blir overført i den korte retningen. Forhindret tverrkontraksjon gir likevel en noe stivere oppførsel i den korte retningen enn for en bjelke, slik at stivheten må korrigeres med en faktor $(1 - \nu^2)$. Stivheten settes derfor:

$$D = E'I = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)}$$

Dermed blir nedbøyningen til en fritt opplagt enveisplate med jevnt fordelt last:

$$w_{max} = \frac{5}{384} \frac{qL_{kort}^4}{D}$$

Toveisplaten

Differensialligningen til en toveisplate utledes ved å ta utgangspunkt i likevektsligningene til et infinitesimalt element (Figur 4.5):

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -q$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} = Q_x$$

$$\frac{\partial m_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} = Q_y$$

I likhet med bjelken blir det sett bort fra tøyninger over platens tykkelse, da deformasjonene er antatt små. Platens differensialligning for momentlikevekt kommer fram ved å substituere ligningene ovenfor:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q$$

Det er vert å merke seg at første og tredje ledd i ligningen tilsvarer første ledd i ligning 4.5, mens andre ledd tar hensyn til platens vridning. I forenklede beregninger av betongdekker med stripe-metoden blir det sett bort fra vridning. Dermed kan de to bæreretningene bli betraktet separat. Løsningen representerer en såkalt "nedre grense", og er derfor konservativ [36]. For tynne plater med høyde-lengdeforhold mindre enn 1/10 kan Kichhoff plateteori bli brukt [2]. I likhet med Euler- Bernoulli- bjelketeori blir det sett bort ifra skjærdeformasjoner. Dette innebærer at plane linjer gjennom platen forblir plane og vinkelrette etter deformasjon (Naviers hypotese). Substitueres moment-krumningsforholdet inn i ligningen, blir platens differensialligning for nedbøyning:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

I likhet med skivens differensialligning er platens differensialligning kun løselig for visse tilfeller. I praksis vil det derfor også her være nødvendig å ta i bruk numeriske analyser. For å gjøre forenklede overslagsberegninger kan det ofte være nyttig å ta i bruk bjelketeorien. Med stripe-

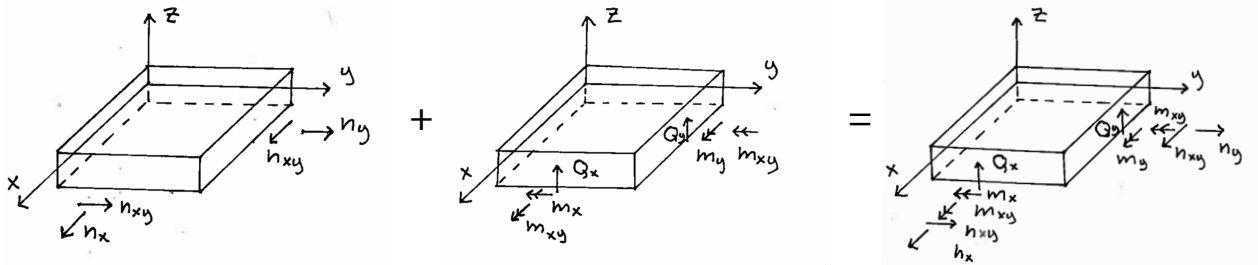
metoden blir platen sett på som to kryssende bjelker.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -\gamma q \quad \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -(1-\gamma)q$$

γ er en faktor som velges for å betemme hvor mye av lasten som bæres til opplegg i de to retningene [36].

4.5 Skallet

I mekanikken blir et skall definert som et enkelt- eller dobbelkrummet todimensjonalt element, hvor skalltykkelsen er liten i forhold til øvrige dimensjoner [27]. I små skallsegment kan det forenklet bli sett bort fra krumning (Figur 4.6). Skallelementet har stivehet mot bøyning og membrankrefter, og fungerer derfor som en kombinasjon av skiven og platen [45].



Figur 4.6: Skallet kan bli betraktet som en kombinasjon av skiven og platen.

Det er åtte spenningresultanter i et skallseksjon:

$$n_x, n_y \text{ og } n_{xy} \quad m_x, m_y \text{ og } m_{xy} \quad Q_x \text{ og } Q_y$$

En generell teori for skallkonstruksjoner ligger lang utenfor de begrensningene som er satt i denne avhandlingen. For å få en grundigere gjennomgang av skallteori anbefales det imidlertid å studere litteraturen [45].

Skallelement i elementmetoden

Det finnes flere måter å modellere en skallkonstruksjon. En vanlig måte er å bruke plane element. Elementa oppfører seg da som en kombinasjon av skive og plateelement hvor membrankreftene og momenta er uavhengige. Elementets stivhet kan bli funnet ved å superposisjonere skive og platestivheten, Bell [2].

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_m \\ \bar{\mathbf{S}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{k}}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{k}}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_m \\ \bar{\mathbf{v}}_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_m^0 \\ \bar{\mathbf{S}}_b^0 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{k}}\bar{\mathbf{v}} - \bar{\mathbf{S}}^0$$

Kapittel 5

Forutsetninger

5.1 Bygningsmateriale

I avhandlingen er det valgt å bruke en betongkvalitet C35. I de analyserte formene er modellene uarmert. Dette er gjort fordi formens konstruktive funksjon er vektlagt framfor "eksakt" analyse.

Tabell 5.1: Materialegenskaper betongkvalitet C35 [13].

Youngs modul (E)	34000MPa
Poissons tall (ν)	0,2
Tyngdetetthet (γ)	25kN/m ³

Betong er fordelaktig når det kommer til sin formbarhet, og er derfor også ideell i et studie hvor konstruksjoners lastrespons er vektlagt framfor dimensjonering av konstruksjonsdetaljer. Armert betong kan blant annet bli brukt til å lage stive forbindelser.

Betong er et materiale med lav strekkapasitet. For betongkonstruksjoner vil det derfor generelt være fordelaktig å bygge geometrier som gir minst mulig strekkspenning. I foldede platekonstruksjoner vil det imidlertid være vanskelig å unngå bøyespenninger som typisk oppstår i områder med store lokale krefter, opplager og i diskontinuiteter [46]. For å håndtere strekkspenninger og andre utfordringer har det tradisjonelt blitt brukt slakk og spennarmering i stål.

Overdekningskrav gir begrensning når det kommer til skalltykkelsen [13]. I de senere åra har det imidlertid blitt utviklet flere andre typer armering som muliggjør tynnere skall. Dette har uten tvil vært med på å stimulere utviklingen av skallkonstruksjoner i betong [8].

I analysene er formenes responsfordeling illustrert med hovedspenninger. De største hovedspenningene i strekk kan bli brukt til å beregne rissvinkler. Teoretisk sett er det også mulig å armere en betongkonstruksjon slik at armeringen følger hovedspenningsretningene. Hovedspenningene gir derfor et godt bilde på hvordan konstruksjonene oppfører seg under belastning, og hvor de kritiske spenningene oppstår [37].

5.2 Nyttelast

For å få et mer realistisk lastbilde blir det i tillegg til egenvekt brukt snølast og vindlast. For dimensjoneringsarbeid kan dimensjonerende laster bli funnet ved å ta i bruk partialfaktormetoden [14]. Ettersom studiet fokuserer på å sammenligne ulike former framfor detaljert analyse og dimensjoneringsarbeid, nyttes kun karakteristiske laster. Brukte lastkombinasjoner er nødvendigvis heller ikke de mest kritiske. Referansebyggenes lastener blir beregnet i Vedlegg 1.

Snølast

Karakteristisk snølast på flat mark i Trondheim for terreng opp til 150 m.o.h. er i henhold til Eurokoden gitt [11]:

$$S_{k0} = 3,5 \text{ kN/m}^2$$

Videre er vedvarende forbigående lastsituasjon for snølast på tak gitt som:

$$S_k = \mu_i C_e C_t S_{k0},$$

hvor C_e takets eksponeringsfaktor med tanke på vind, og C_t er takets termisk faktor for varme gjennomgang. Forenklet kan begge settes lik 1. μ_i er takets formfaktor, og avhenger av bygningens form. Her vil det være for tidkrevende å bestemme denne faktoren for hver bygning. Det er derfor valgt å bruke en faktor på 0,8. Denne verdien gjelder generelt for takvinkler lavere enn

30°. Det blir ikke tatt hensyn til dannelse av snøfonn (snødrive), da dette vil være spesifikt for hvert tilfelle. Snølasten er dermed gitt:

$$S = 2,8\text{kN/m}^2$$

Vindlast

Referansevindhastigheten for Trondheim er hentet fra Eurokoden [12], og er gitt som:

$$V_{b0} = 26\text{m/s}$$

B.Fallsen [4] oppgir at trykket - $q_p(z)$ - på grunn av kastvind kan skrives som følgende etter Eurokoden [12] :

$$V_p(z) = 0.625 \left(k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \right)^2 \left(1 + \frac{7}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \right) V_{b0}^2$$

Med terrenghetskategori 2 ($k_r = 0.19$ og $Z_0 = 0.05$) og en høyde på 10m:

$$V_p(z) = 0.995\text{kN/m}^2 \approx 1.0\text{kN/m}^2$$

Som en forenkling blir det sett bort ifra formfaktorer. Vindlasten mot alle bygningsdeler vil derfor være:

$$V = 1.0\text{kN/m}^2$$

5.3 Programvare

Abaqus

På grunn av stor kompleksitet er det for de fleste foldede konstruksjoner nødvendig å ta i bruk numeriske verktøy i dimensjoneringsarbeidet. I denne avhandlingen er beregninger fra elementmetodeprogrammet Abaqus sammenlignet med overslagsberegningne. I Abaqus blir det brukt en lineær analyse. Med små deformasjoner vil denne typen analyse ha tilstrekkelig nøyaktighet.

Med liten skalltykkelse sammenlignet med øvrige dimensjoner er S4 elementet et naturlig valg i analysene. S4 er et fleksibelt element som tilater tverrgående skjærdeformasjon. For tynne skall blir imidlertid disse deformasjonene svært små [35]. Det blir også brukt bjelkeelementet B23 og (solid) element i et fåtall av analysene. I analysene er spenningene S11, S22, S12 og Abs, og deformasjonene U1, U2, U3 hentet ut. I avhandlingen er det brukt følgende nye navnsetninger: σ_1 , σ_2 , τ , σ_{abs} , u , v , og w .

Andre dataverktøy

Til visualisering og illustrering av ulike formers geometri, og etablering av mesh, er modelleringsprogrammet Rhino 5 blitt brukt.

I hypotesen er det brukt et enkelt mathcad- program for å parameterisere beregningene, SMath Studio . Programmet er gratis tilgjengelig på nett [18].

Kapittel 6

Folding i planet

For å forstå mer komplekse foldede konstruksjoner vil det være naturlig å begynne med folding i planet. En enkel todimensjonal fold består av to bjelker som er bundet sammen i et felles knutepunkt. Denne folden kan enten ha leddet eller momentstive forbindelsespunkt.

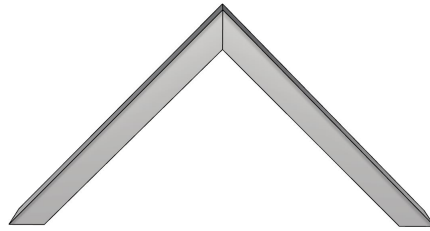
6.1 Ishavskatedralen



Figur 6.1: Ishavskatedralen (1965). Jan Inge Hovig. [4,b]

Tromsdalen kirke (1965) har med tiden blitt ett landemerke for Tromsø. Kirken fikk raskt tilnavnet Ishavskatedralen, mye på grunn av sitt særpreg. Bærekonstruksjonen består av 11 enkeltstående lameller som er sammensatt av betongskiver med varierende størrelse [19]. I overgangene mellom lamellene er det lagt inn lysspalter. Ved at lamellene trapper av i begge retninger får kirken et slags båthusformet eksteriør [38]. Forpartiet mot vest strekker seg 35m i høyden. De 11 lamellene brer seg over hele kirkerommet, et grunnareal på 900 m^2 [44].

6.2 Enkel 2D-fold



Figur 6.2: Enkel fold

Den fritt opplagte bjelken sitt maksimale moment og skjærkraft er som tidligere vist (Formel 4.7):

$$M_{max} = \frac{1}{8}qL^2 \quad V_{max} = \frac{1}{2}qL$$

Når helningen til en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last endres, vil den bli utsatt for trykk i tillegg til moment og skjær. De maksimale kreftene i en 45° fold med ledd i toppen er gitt fra [Vedlegg 2]:

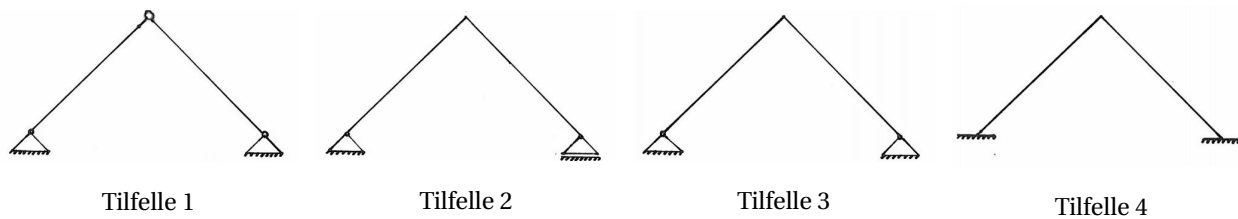
$$M_{max} = \frac{1}{32}qL^2 \quad V_{max} = \frac{1}{4\sqrt{2}}qL \quad N_{max} = \sqrt{2}\frac{3}{8}qL$$

Ved å folde oppstår det altså et moment som tilsvarer 25% av momentet til en fritt opplagt bjelke, og skjær som tilsvarer 35% av skjærkraften. Samtidig oppstår det trykkrefter. Det skrå trykket mot underlaget prøver å jevne ut folden, og for at konstruksjonen skal være stabil må den ha opplager som kan å stå i mot. For å forhindre utglidning, kan det foreksempel bli brukt strekkbånd. Estetisk sett vil det imidlertid for de fleste foldede platekonstruksjoner være å foretrekke å unngå dette. Et godt alternativ vil derfor være å bruke opplegg som forhindrer forskyvninger

langs konstruksjonens rand.

6.3 Opplager og forbindelser

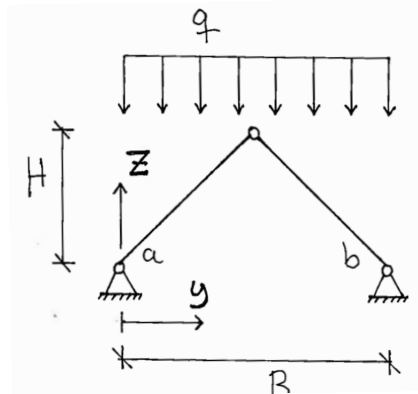
I foldede betongkonstruksjoner kan det bli brukt både leddede og innspendte forbindelser i opplegg og knutepunkt. Valget av forbindelser har ofte en praktisk grunn. Momentstive forbindelser er enklere å utføre for plasstøpte konstruksjoner [27]. For mer kompliserte geometrier kan imidlertid støpearbeidet bli for krevende. I slike tilfeller vil det være mer hensiktsmessig å bruke prefabrikkerte elementer. I moderne bygg blir det ofte brukt en kombinasjon hvor prefabrikkerte elementer støpes sammen på byggeplassen [48].



Figur 6.3: Ulike typer opplager og forbindelser.

Overføres dette til 2d-folden er det 4 statiske system som vil være av interesse å undersøke nærmere (Figur 6.3).

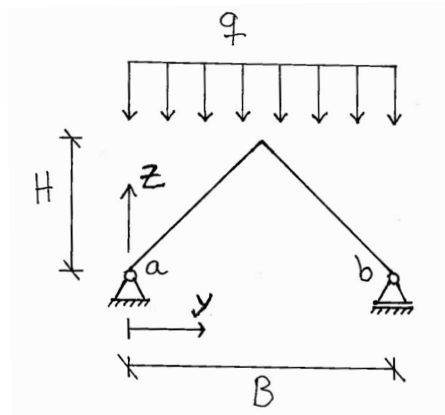
Likevektsbetraktninger



Figur 6.4: Tilfelle 1

For en enkel folde med leddet forbindelse i toppen gir likevekt opplagerkreftene:

$$F_{a,z} = q \frac{1}{2} B \quad F_{b,z} = q \frac{1}{2} B \quad F_{a,y} = q \frac{1}{8} \frac{B^2}{H} \quad F_{b,y} = -q \frac{1}{8} \frac{B^2}{H}$$



Figur 6.5: Tilfelle 2

For en enkel folde med stiv forbindelse i toppen og glidelager på høyre side gir likevekt opplagerkreftene:

$$F_{a,z} = \frac{1}{2} q B \quad F_{b,z} = \frac{1}{2} q B \quad F_{a,y} = 0 \quad F_{b,y} = 0$$

For begge tilfella kan snittkreftene i den venstre bjelken bli funnet fra:

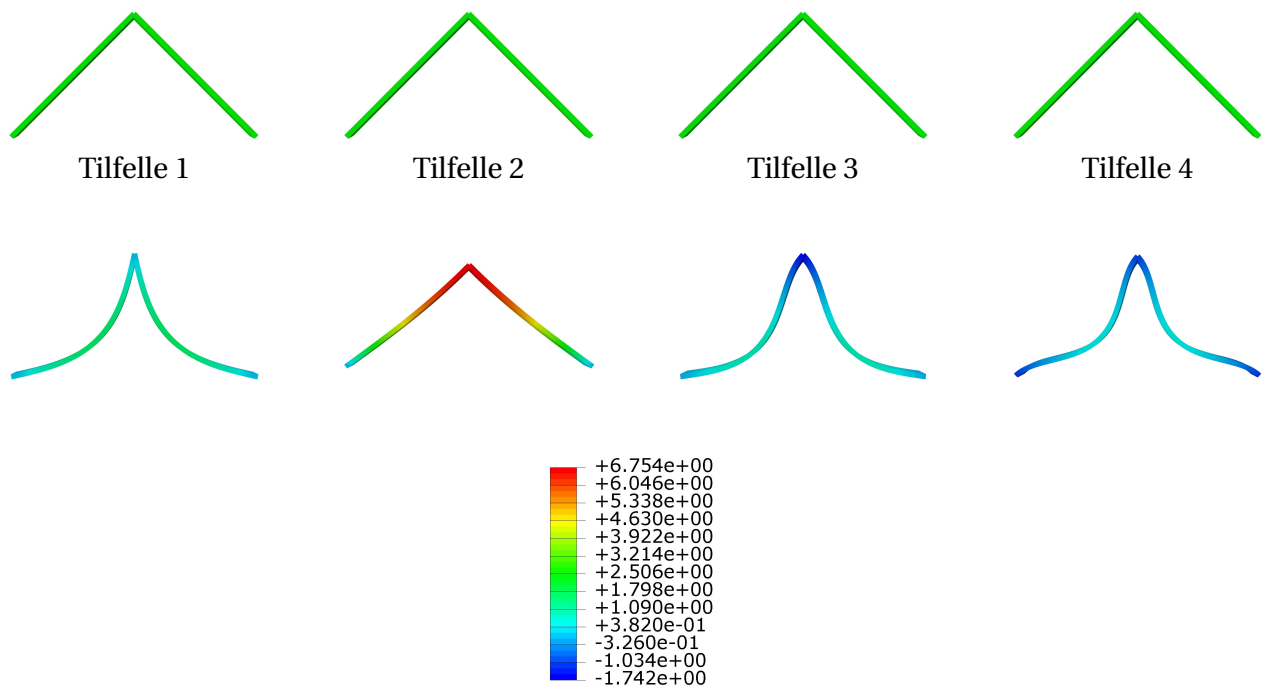
$$M(y) = \frac{1}{2}qBy - qHy - \frac{1}{2}qy^2$$

$$V(y) = F_{a,y} \frac{H}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + H^2}} - F_{a,z} \frac{\frac{1}{2}B}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + H^2}} + q \frac{\frac{1}{2}B}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + H^2}} y$$

$$N(y) = F_{a,y} \frac{\frac{1}{2}B}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + H^2}} - F_{a,z} \frac{H}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + H^2}} + q \frac{H}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + H^2}} y$$

Analyse

I Abaqus-analysen av den 2 dimensjonale folden bli det i første omgang brukt en geometri som spenner over $B = 5\text{m}$, har høyde $H = 2,5\text{m}$ og skalltykkelse $t = 150\text{mm}$. Foldens lengde innover i planet er satt til $L = 1\text{m}$. Lasten er beregnet til $8,10\text{kN/m}^2$ [Vedlegg 1].



Figur 6.6: Spenninger (S11) i underkant av foldens tverrsnitt.

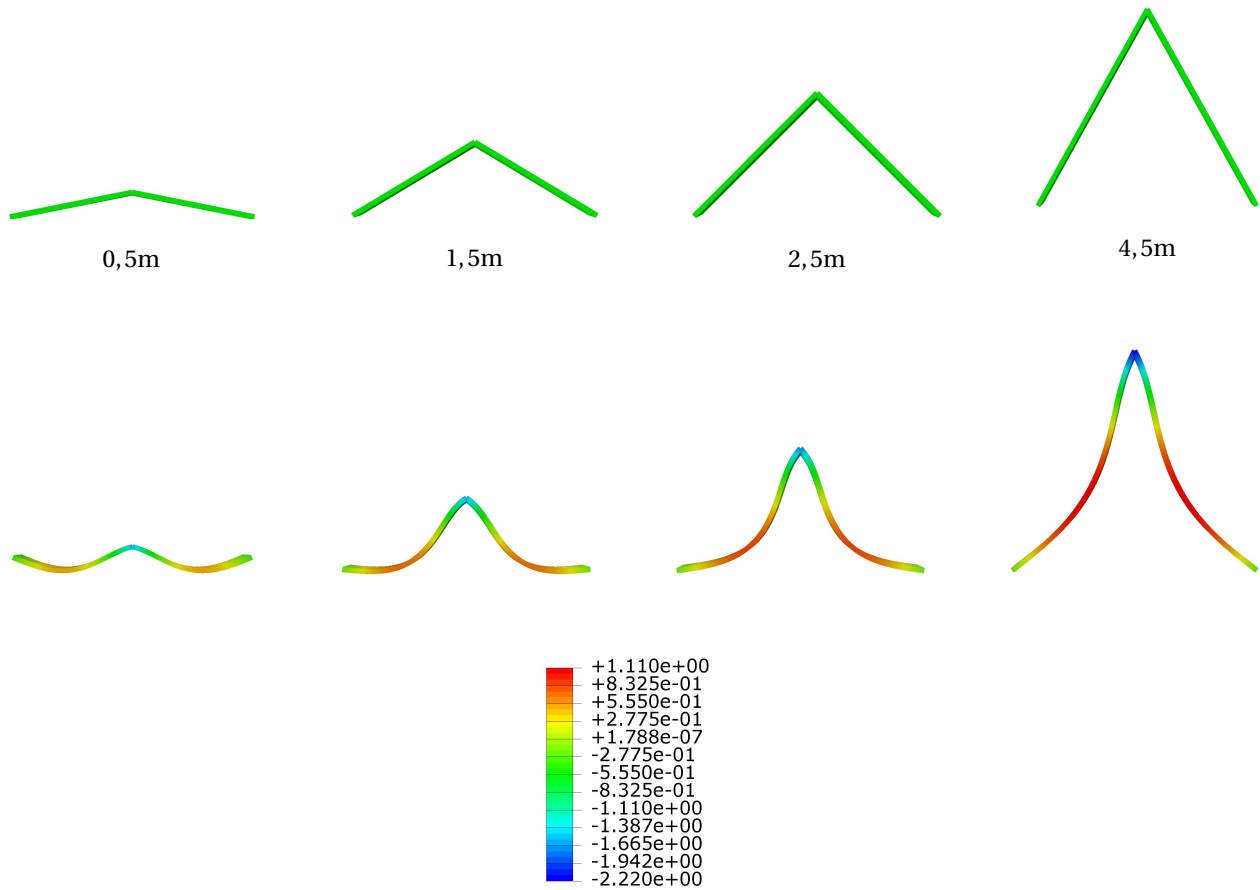
Av Figur 6.6 kommer det tydelig fram at opplagerbetingelsene har stor innvirkning på foldens oppførsel.

Tilfelle 2 får stort moment i foldekanten. Dette skyldes at folden glir ut i bunn (Tabell 6.1). Tilfelle 4 har den stiveste oppførselen, og det minste maksimale momentet, noe som skyldes at både forbindelse og opplager er momentstive. Tilfelle 3 har omtrent samme maksimale moment som Tilfelle 1, men har mindre nedbøyning. Siden Tilfelle 3 er fritt opplagt, og samtidig viser god stivhet, vil det være av interesse å se videre på Tilfelle 3.

Tabell 6.1: Resulterende krefter for tilfelle 1 til 4.

Tilfelle	M_{max} [kNm]	M_{bunn} [kNm]	M_{topp} [kNm]	V_{max} [kN]	V_{bunn} [kN]	N_{max} [kN]	w_{max} [mm]	v_{max} [mm]	σ_{11} [MPa]
1	6,33	0	0	7,02	7,02	21,49	0,62	0,62	1,59
2	25,32	0	25,32	14,25	14,25	14,32	9,76	19,5	6,75
3	6,30	0	6,30	8,80	5,31	23,27	0,25	0,26	1,74
4	4,26	4,26	4,17	7,11	7,11	21,46	0,12	0,12	1,28

I neste del av analysen er det tatt utgangspunkt i Tilfelle 3. Formålet med analysen er å undersøke hvordan høyden påvirker foldens oppførsel. Høyden H variert mellom 0,5m og 4,5m.



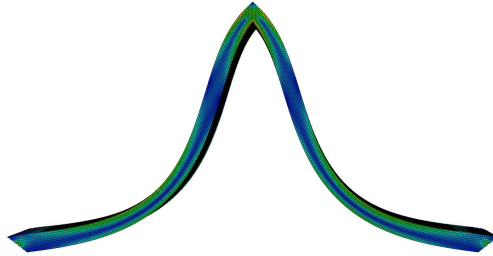
Figur 6.7: Spenninger (S11) i underkant av foldens tverrsnitt. Tilfelle 3 med høyde H variert mellom 0,5m og 4,5m.

Av resultatet kommer det fram at økt høyde gir større belastning. Når høyden øker blir de skrå bjelkenes spennlengde større, slik at både feltmoment og momentet i forbindelsen blir større. For alle høyder oppstår det største momentet i forbindelsepunktet i topp.

Tabell 6.2: Resultater tilfelle 3 med variert høyde.

Høyde	M_{max}	M_{bunn}	M_{topp}	V_{max}	V_{bunn}	N_{max}	w_{max}	v_{max}	σ_{11}
[m]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[mm]	[MPa]
0,5	4,61	0	4,61	9,81	6,20	52,86	0,03	0,23	1,56
1,5	5,54	0	5,54	9,22	5,70	25,21	0,11	0,20	1,58
2,5	6,30	0	6,30	8,80	5,31	23,27	0,25	0,26	1,74
4,5	8,21	0	8,21	7,63	4,75	27,40	0,86	0,49	2,22

For den plane folden er det hentet ut spenninger i underkanten av nøytralaksen på skallet. Siden det ofte er involvert både bøyespenninger og membranspenninger er det videre valgt å hente ut spenninger både i overkant og i underkant. Figuren under viser hvordan mises-spenningen varierer over skalltykkelsen for Tilfelle 3 (Figur 6.8).



Figur 6.8: Av figuren er det tydelig hvordan spenningene varierer over skalltykkelsen.

Oppsummering

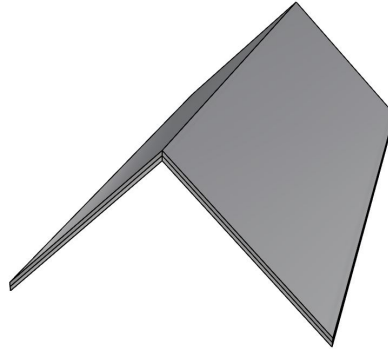
- I de todimensjonale foldene oppstår det både normalkrefter og moment. Bøyespenningene er dominerende.
- Randbetingelsene har stor innvirkning på foldens oppførsel.
- For å unngå store momenter i foldekanten må opplagra forhindre utglidning.
- Tilfelle 4 er mest gunstig når det kommer til stivhet og materialutnyttelse.
- Økt høyde gir større momenter for Tilfelle 3 og Tilfelle 4.
- Maksimalt moment for Tilfelle 3 og Tilfelle 4 oppstår i foldekanten.

Kapittel 7

Foldede platetak

Det finnes mange forskjellige typer foldede platetak, men felles for alle er at foldemønsteret brer seg horisontalt utover i planet. Når det gjelder foldemønsterets geometri er det omtrent bare fantasien som setter grenser. De realiserte byggverkens utforming har nok heller vært begrenset av praktisk utfordringer. I analysene av de todimensjonale foldene hadde opplagerbetingelsene stor innvirkning på lastresponsen. Det er derfor naturlig å se for seg at det samme vil være gjeldende for foldede platetak. I dette kapitlet vil det bli gjort hypotesetesting av V-formede tak, pyramide og krysshvelv. Disse konstruksjonene har ulike kvaliteter både konstruktivt og arkitektonisk. Det er grunn til å tro at lastresponsen kan bli forstått ved å ta i bruk lignende modeller og metoder som i forrige kapittel.

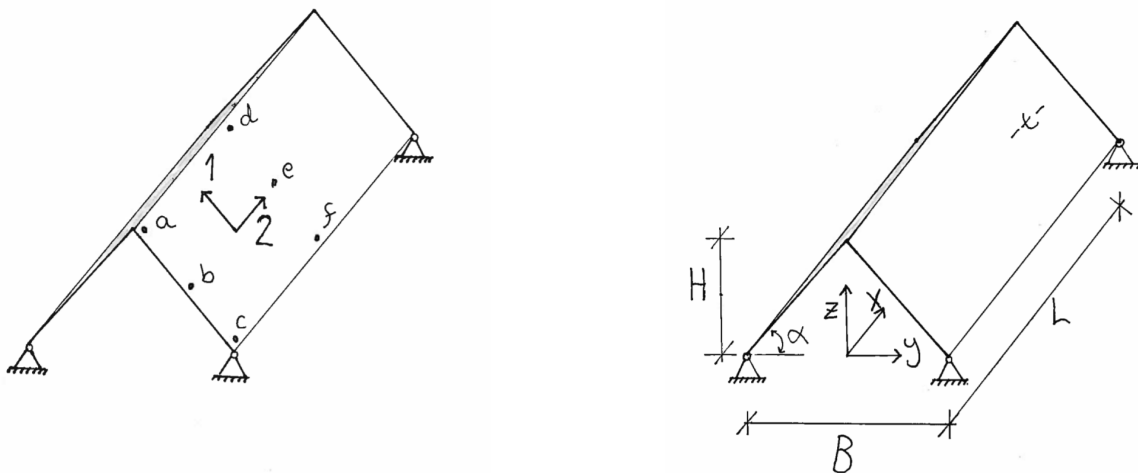
7.1 Enkelt V-formet tak



Figur 7.1: V-formet tak.

Kanskje det vanligste foldede platetaket som er bygget finnes i geometrien til et enkelt V-formet tak (Figur 7.1). Taket er formet som et saltak, men har ingen underliggende skjelett. Platene er forbundet i en foldekant som fungerer som en momentstiv forbindelse. Taket kan i ulik grad være støttet langs sine render. I det mest grunnleggende tilfellet vil taket være fritt opplagt med opplegg i hvert hjørne. Opplegga i den ene enden har glidelager som muliggjør forskyvning i lengderetning.

Hypotese



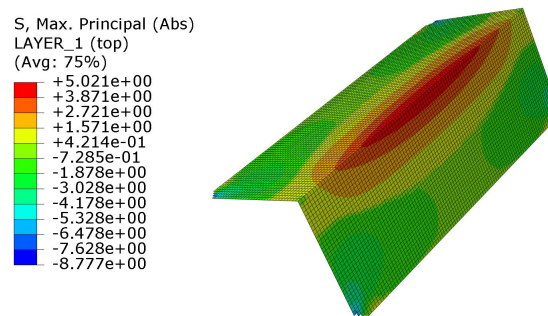
Figur 7.2: Geometri med lokalt og globalt aksesystem.

For et enkelt V-formet tak vil det være naturlig å forsøke å forstå konstruksjonen ved å ta i bruk de todimensjonale foldene som ble gjennomgått i forrige kapittel. I Figur 7.2 har endensnittet på taket (a,b og c) samme geometri og opplager i bunn som Tilfelle 3 (Figur 6.3). Det er derfor rimelig å anta at enden vil vise en liknende lastrespons. For midtsnittet (d, e og f) er det imidlertid ingen enkle gjenkjennelige todimensjonale folder. Med frie render i bunn er det likevel grunn til å tro at taket vil kunne gli horisontalt utover som Tilfelle 2.

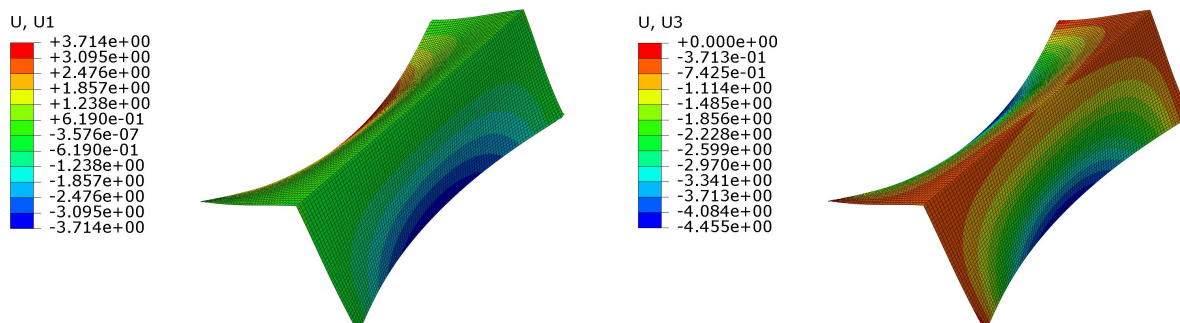
Analyse

I analysen er det brukt samme bredde ($B = 5\text{m}$), høyde ($H = 2,5\text{m}$) og skalltykkelse ($t = 150\text{mm}$) som for de todimensjonale foldene (Delkapittel 6.3). Videre er taklengden nå satt til $L = 10\text{m}$. Lasten er jevnt fordelt over hele taket, og har samme størrelse som tidligere 8, 10kN/m^2 [Vedlegg 1].

Opplagerene er satt i hver kantnode. Som følge av dette vil det oppstå store lokale spenninger ved opplegga. Disse spenningsene er ikke relevante for den globale oppførselen, og er derfor klippet bort fra fargeplottet. For å unngå randeffekter er punkta a, b og c plassert 0,3m fra enden av taket.



Figur 7.3: Grafisk plott av hovedspenningen i underkant.



Figur 7.4: Grafisk plott av global nedbøyning w og horisontal forskyvning v .

Abqus-analysen gir en nedbøyning på 0,45mm i toppunktet a (Tabell 7.1). Videre har endesnittet jevn nedbøyning, og liten krumning ned mot opplegget (Figur 7.4). Til sammenligning hadde Tilfelle 3 omtrent ingen nedbøyning i toppunktet. De skrå bjelkene hadde kraftig krumning, og den største nedbøyningen var i feltet.

Spenningsene i akseretning 1 er på $-0,56\text{MPa}$ i underkant i punkt a. Til sammenligning ble det funnet en spenning på $-1,74\text{MPa}$ for Tilfelle 3. Altså er det et større moment i toppunktet til den todimensjonale folden. Spenningsdifferansen viser at endesnittet responderer anderledes enn Tilfelle 3, noe som tyder på at endesnittet blir påvirket av takets respons i lengderetning.

Tabell 7.1: Forskyvninger og spenninger i endeplan.

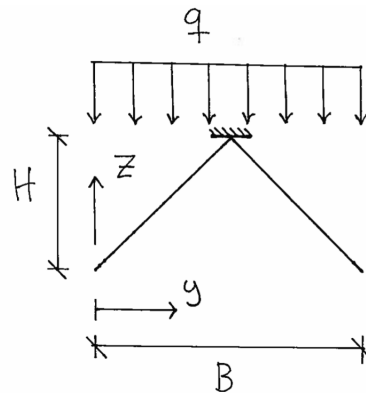
Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$	$\tau_{12,ok}/\tau_{12,uk}$	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
a	-0,45	0	0,62/-0,56	-0,04/-0,08	-0,29/0,26	0,68/-0,67
b	-0,65	-0,24	-1,01/-0,21	-0,20/0,14	-1,46/1,00	-2,12/-1,04
c	-0,66	-0,30	-0,75/-0,61	1,97/3,42	-1,24/2,00	-0,72/4,12

I hypotesen ble det antatt at midtsnittet (d, e og f) ville respondere på en lignende måte som Tilfelle 2 (Tabell 6.1). Figur 7.4 viser imidlertid at den horisontale deformasjonen gir innklidning i f, og ikke utklidning som først antatt. Tabell 7.2 viser en innklidning på 4,46mm, mens Tilfelle 2 hadde en utklidning på 19,5mm. Med denne forskjellen er det lite som tilsier at Tilfelle 2 kan bli brukt til å beskrive oppførselen til midtsnittet.

Tabell 7.2: Forskyvninger og spenninger i senterplan.

Punkt	w [mm]	v [mm]	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$ [MPa]	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$ [MPa]	$\tau_{12,ok}/\tau_{12,uk}$ [MPa]	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$ [MPa]
d	-0,75	0	5,02/-5,22	-0,17/2,02	0/0	5,02/-5,22
e	-2,36	-1,61	0,65/-0,90	-0,30/0,48	0/0	0,65/-0,90
f	-4,46	-3,71	-0,02/0,18	0,03/2,22	0/0	0,03/2,22

Ut ifra resultatene kan det tenkes at midtsnittet i større grad oppfører seg som modellen under (Figur 7.5). Modellen har frie rrender som muliggjør innglidning.



Figur 7.5: Forenklet statisk modell av midtsnittet d, e og f.

Med denne modellen kan snittkreftene bli funnet fra:

$$M(y) = \frac{1}{2} q y^2 \quad V(y) = q \frac{\frac{1}{2} B}{\sqrt{\frac{1}{4} B^2 + H^2}} y \quad N(y) = q \frac{H}{\sqrt{\frac{1}{4} B^2 + H^2}} y$$

Og spenningen i akseretning 1 kan uttrykkes:

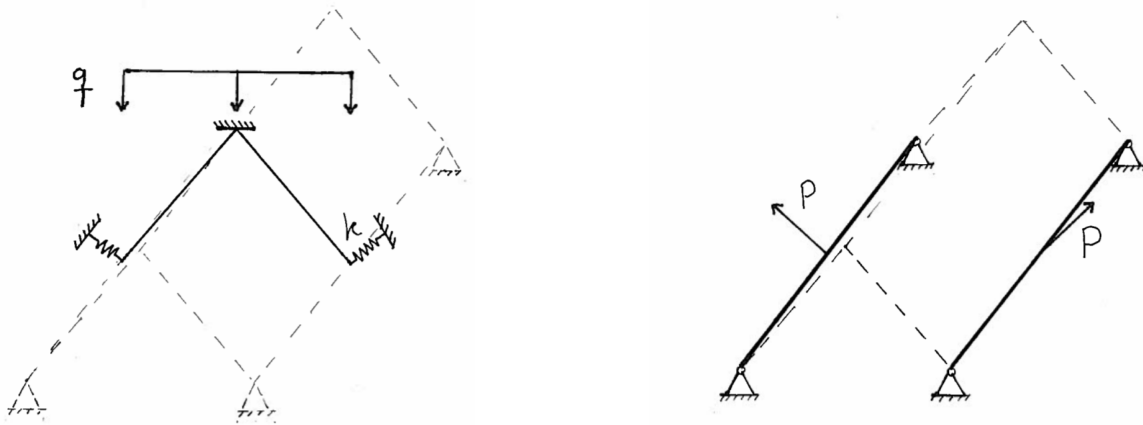
$$\sigma(y) = \frac{N(y)}{A} + \frac{M(y)}{W}$$

Arealet A og motstandmomentet W er funnet fra en vilkårlig bred platestripe [Vedlegg 3]. Strekk-

spenningen i overkant i punkt d er nå:

$$\sigma = 6,85\text{MPa}$$

Midtsnittet hadde en strekkspenning på 5,02MPa (Tabell 7.2). Altså er beregningsmodellen konservativ. Differansen må skyldes effekter som kommer fra foldens oppførsel innover i planet. Blant annet kan det tenkes at endeopplegga vil føre til motstand mot deformasjon i f, slik at momentet i midtsnittets topp blir mindre. For å ta hensyn til denne motstanden, kan modellen modifiseres ved å feste to fjærer i endene av utkragerne (Figur 7.6).



Figur 7.6: Midtsnittet blir trolig forhindret mot innglidning som følge av tilført stivhet fra opplegga.

Fjærene i Figur 7.6 får sin stivhet fra noen tenkte fritt opplagte bjelker. Fjærstivheten kan bli funnet fra nedbøyningsformelen til en fritt opplagt bjelke belastet med en sentrert punktlast P :

$$w = \frac{1}{48} \frac{PL^3}{EI} = \frac{P}{k} \implies k = 48 \frac{EI}{L^3}$$

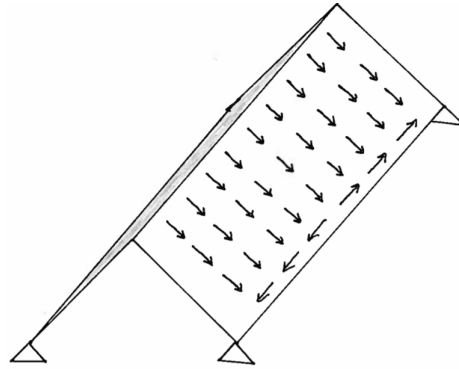
2. arealmoment kan bli funnet ved å anvende en 1m platestripe [Vedlegg 3]. Ved å inkludere denne stivheten bli strekkspenningen i topp redusert til:

$$\sigma = 4,11\text{MPa}$$

Altså gir modellen en noe for stiv oppførsel, men den viser at også midtsnittet blir påvirket av

takets respons innover i planet.

Med "rain flow", kan det bli sett hvordan membrankreftene følger takets tverretning ned til de frie rendene og videre bort til opplegga.



Figur 7.7: Flow av membrankrefter.

Fra figuren er det tydelig hvordan kreftene virker i både tverr- og lengderetning. Membrankreftene som strømmer i bunn vitner om strekkspenninger. Spenninger i lengderetningen sammen med økt nedbøyning mot midtsnittet gir takets lastrespons likhetstrekk med en bjelkes oppførsel.

Som for en bjelke er det relativt store skjærspenninger i endesnitta, og ingen skjær i midtsnittet (Tabell 7.1 og 7.2).

Oppsummering

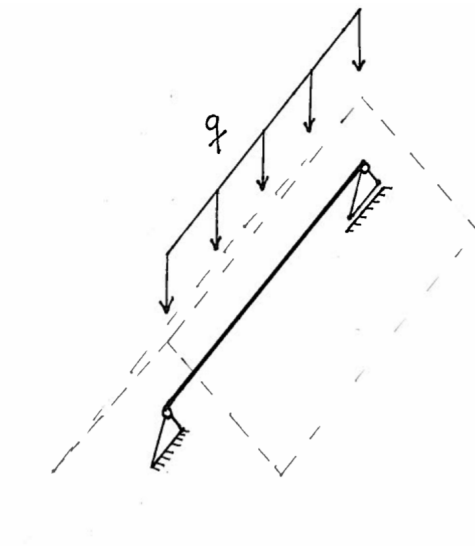
- Gode overslagsberegninger for takets virkemåte i tverretningen kan bli gjort ved å nytte enkle todimensjonale statiske modeller.
- Midtsnittet glir innover og nedover, og forårsaker i store momentspenninger i toppen.
- Ved opplegga vil det oppstå store lokale spenninger. I dimensjoneringsarbeidet må det bli tatt hensyn til gjennomlokking.
- Det er relativt store skjærspenninger ved endesnitta.

- Det er lite nedbøyning ved endesnitta.
- Økt nedbøyning mot midtsnittet og spenninger i lengdretningen gir takets lastrespons likhetstrekk med responsen til en bjelke.

7.2 Bjelkerespons

I foregående delkapittel ble det konkludert med at taket sin respons ikke kunne bli forstått direkte ut ifra de todimensjonale foldene (Figur 6.3). Det var likevel mulig å få en pekepinn på midtsnittets respons ved å ta i bruk modellen som ble drøftet frem etter analysen (Figur 7.6). Med denne modellen ble det gjort tydelig at takets respons ikke kunne forklares uten å ta hensyn til lengderetningen. Økt nedbøyning inn mot midtsnittet og spenninger i lengderetningen ga taket likhetstrekk med en bjelke.

Hypotese



Figur 7.8: Modell hvor taket blir betraktet som en bjelke.

Dersom taket blir betraktet som en bjelke kan nedbøyning bli funnet fra Formel 4.6. Takets stivhet avhenger av takets form, og andre arealmoment kan bli funnet fra:

$$I = \frac{1}{6} t \sqrt{\frac{1}{4} B^2 + H^2} \left(\left(\frac{1}{4} B^2 + H^2 \right) \cos^2(90^\circ - \alpha) + t^2 \sin^2(90^\circ - \alpha) \right)$$

Med gitt geometri får taket maksimal nedbøyning i midtsnittet [Vedlegg 4]:

$$w = -0.28 \text{ mm}$$

Og trykkspenning i lengderetningen (akseretning 2) i topp:

$$\sigma = -1,14 \text{ MPa}$$

Ved å betrakte takets som en bjelke blir det altså veldig liten nedbøyning.

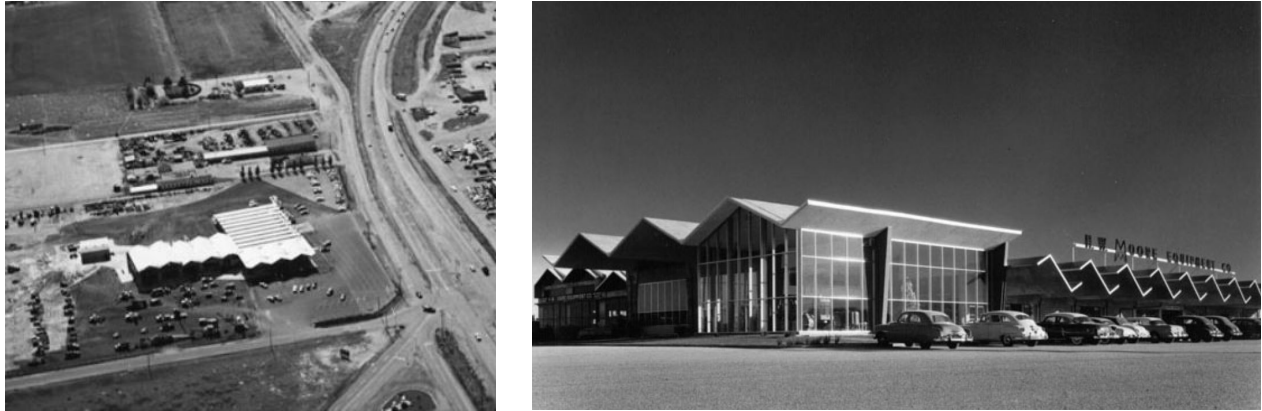
Analyse

Fra analysen ble det funnet en nedbøyning på $-0,75 \text{ mm}$, og en trykkspenning på $-0,17 \text{ MPa}$ i overkant og en strekkspenning på $2,02 \text{ MPa}$ i underkant i midtsnittets toppunkt (Tabell 7.2). Sammenlignet med verdiene funnet i hypotesen er det ganske ulik respons, og det er derfor lite som tyder på at taket oppfører seg som en bjelke. I teorien ble det nevnt at bjelketeorien først er anbefalt for bjelker som har et høyde- lengdeforhold mindre enn $1/4$. For gitt geometri faller taket hårfint innenfor denne anbefalingen. I tillegg er bredde- lengdeforholdet $1/2$. Med dette forholdet er det mulig taket bærer i både lengde- og bredderetningen, slik at det i realiteten oppfører seg mer som en plate enn en bjelke. Taket vil kanskje respondere mer som en bjelke for større spennlengder.

Oppsummering

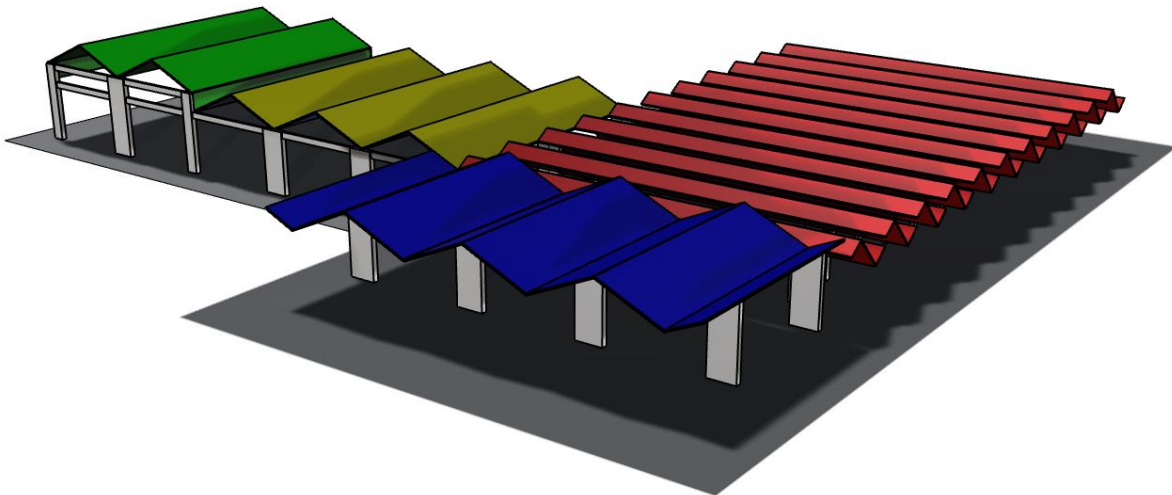
- Taket viser tendenser til bjelkerespons, men beregningene med bjelketeorien samsvarer ikke med resultatene fra Abaqus. Bredde- lengdeforhold på $1/2$ gjør muligens at taket bærer en betydelig andel av kreftene i bredderetningen.

7.3 H. W. Moore Equipment Co



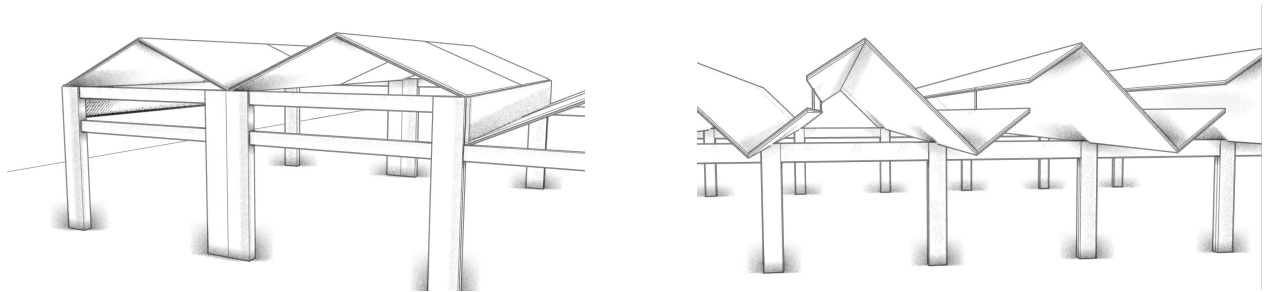
Figur 7.9: H. W. Moore Equipment Co. Arkitekt: Tom Moore, [5,b] [6,b].

Hovedbygningen til H. W. Moore Equipment Co ble bygget i Commerce City, et industriområde i utkanten av Denver i 1954. Arkitekten Tom Moore overtalte sin bror til å bruke foldede platekonstruksjoner som takkonstruksjon i sitt firmas hovedbygning. Firmaet leverte større anleggsmaskiner til Rocky Mountain regionen. Bygningen rommet veksted , kontorer, delelager og utstillingsområde. Bygningen ble revet for å gi plass til et større shoppingssenter etter at firmaet ble solgt [23].



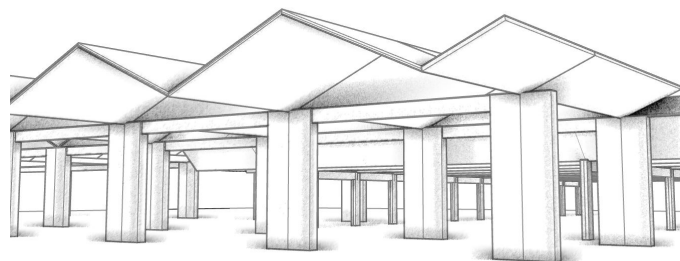
Figur 7.10: Skisse av hovedkonstruksjonen til bygningskomplekset H. W. Moore Equipment Co. Vekstedet er markert i grønt og gult, grønt område med traverskraner. Blått område inneholdt utstillingsområde. Rødt område inneholdt kontorer og delelager.

I bygningens takkonstruksjon ble det brukt to typer foldet platetak. Over kontordelen og delelageret ble det brukt Z-formet tak, såkalte nordlys tak, og over verkstedshallen og utstillingshallen ble det brukt V-format tak.



Figur 7.11: Til venstre: V-formet tak. Til høyre: Z-formet tak.

Konstruksjonen ble dels plasstøpt, dels bygget med prefabrikkerte elementer. Konstruksjonstypen ble hovedsaklig valgt med tanke på materialeffektivitet, og fordi bruken av brannsikket materiale ga billigere forsikring [23]. De ulike bygningsseksjonene stilte ulike krav til takkonstruksjonens utforming, men samtidig var det viktig at bygningen fikk et helhetlig estetisk uttrykk. Arkitekten ønsket å bygge en unik moderne bygning som ville være en investering for firmaet. Bygningens konstruksjon ble derfor integrert i det arkitektoniske designet. Deler av verkstedhallen inneholdt to traverskraner med løftekapasitet på 15 tonn hver. Ved å bruke V-formatet foldet platetak fikk taket tilstrekkelig styrke til at kranbjelkene kunne bli festet til taket, og de trengte dermed ikke å spenne over hele taklengden.



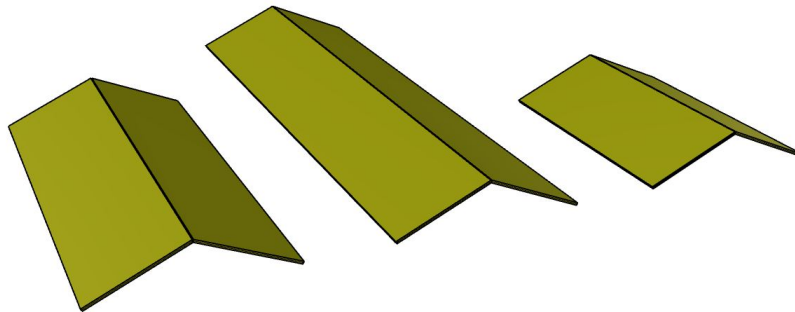
Figur 7.12: Takkonstruksjon over utstillingsområde.

Ved å velge den samme takkonstruksjonen over utstillingsområdet ble det mulig å bruke mesaninetasjer hengt opp etter strekkstag fra taket. Utstillingsområdet ble bygget med et større

takoverheng som ga bygningen en svevende effekt. Det Z- formende taket over kontorarealet og dellageret ble valgt for å slippe inn naturlig lys. Vinduene i det Z-formede taket peker mot nord for å unngå direkte solinnstråling.

7.4 Spennlengde

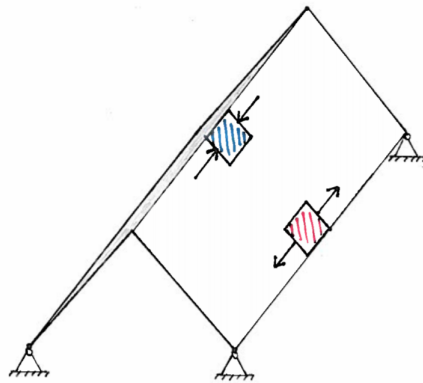
Store deler av bygningskomplekset H. W. Moore Equipment Co bestod av V-formede tak. Både grønn- og gul seksjon hadde samme geometri på takkonstruksjonen (Figur 7.10). Høyden til takene var på $H = 2,44\text{m}$ (8ft), spennbredden $B = 10,97\text{m}$ (36ft), og spennlengden $L = 24,38\text{m}$ (80ft). Skalltykkelsen var $t=152,4\text{mm}$ (6in). Som sett i Delkapittel 7.2 oppførte et V-formet tak med høyde- lengdeforhold på 1/4 seg i liten grad som en bjelke. I dette delkapittelet skal det bli sett på hva som skjer når taklengden endres.



Figur 7.13: Original spennlengde til venstre 24,38m, i midten 35,00m og til høyre 15,00m.

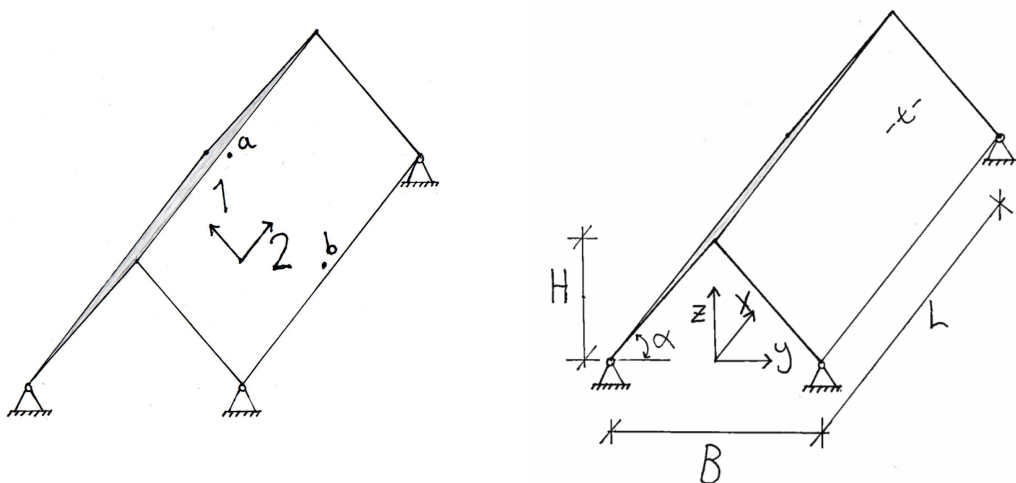
Hypotese

Dersom taklengden L er betydelig større enn takhøyden H er det naturlig å se for seg at taket i større grad vil oppføre seg som en bjelke. Kraftene vil da strømme gjennom taket på en slik måte at det blir trykk i topp og strekk i bunn (Figur 7.14).



Figur 7.14: En fritt opplagt bjelke som blir utsatt for jevnt fordelt last vil få trykkspenninger i overkant og strekkspenninger i underkant av tversnittets nøytralakse. Betraktes taket som en bjelke får den en trykksone i brettekanten og en strekksone nede ved skjørtekantene.

Som sett fra bjelketeorien anbefales Naviers hypotese som gyldig dersom høyde lengdeforholdet er mindre enn $1/4$. Med høyde $H=2,44\text{m}$ er minste anbefalte spennlengde $L=9,75\text{m}$. Spennlengden på takkonstruksjonen på verkstedlokalet til H. W. Moore Equipment Co (Figur 7.10, gult og grønt areal) var som tidligere nevnt $24,38\text{m}$, noe som er 10 ganger høyden på taket. Altså, godt innenfor anbefalingen. Utvides spennet ytterligere til 35m er det grunn til å tro at taket i større grad vil respondere som en bjelke, mens det motsatte vil skje dersom spennlengden reduseres til 15m .



Figur 7.15: En fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last vil ha maks moment og deformasjon ved $L/2$. I Analysen er det derfor valgt å hente ut data fra midtsnittet i punkt a og b.

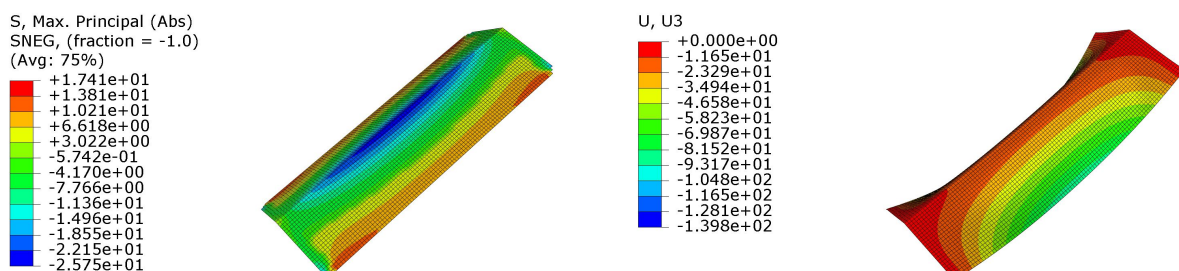
Bjerketeorien gir nedbøyning w og bøyesspenning σ_b [Vedlegg 5]. I beregningene er det brukt en last på $6,97\text{kN/m}^2$. Resulterende spenninger og nedbøyninger er presentert i Tabell 7.3:

Tabell 7.3: Beregnet forskyvninger og spenninger når taket betraktes som en fritt opplagt bjelke.

Spenn(L)	H/L	w_b	σ_b
[m]		[mm]	[MPa]
24,38	0,10	-11,38	$\pm 7,62$
35,00	0,07	-48,38	$\pm 15,69$
15,00	0,16	-1,63	$\pm 2,88$

Analyse

Første del av analysen tar for seg den opprinnelige spennlengden på 24,38m. Fra det grafiske plottet av w kan det bli sett hvordan det V-formede taket responderer på lasten (Figur 7.16). Abaqus-analysen gir en nedbøyning på 17,95mm i punkt a (Tabell 7.4). Til sammenligning ga beregningene i hypotesen en nedbøyning på 11,38mm (Tabell 7.3). Selv om nedbøyningen funnet fra Abaqus er forskjellig fra nedbøyningen funnet fra bjerketeorien viser krumningen i lengderetningen at taket i stor grad oppfører seg som en bjelke. Som for det V-formede taket i Delkappittel 7.1 blir sidekanten med punkt b presset ned og innover. Nedbøyningen i punkt b er derfor større enn den funnet i punkt a.



Figur 7.16: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.4: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 24,38m.

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	17,95	0	23,30/-24,37	-3,20/-11,76
b	89,42	31,82	-0,06/0,06	5,02/9,94

I hypotesen ble det skissert hvordan kreftene vil forårsake trykk i toppunktet a og strekk i bunnpunktet b. Hypotesen ga trykkspenning på $-7,62\text{MPa}$ i punkt a (Tabell 7.3). Til sammenligning ga Abaqus $-3,20\text{MPa}$ i overkant og $-11,75\text{MPa}$ i underkant i punktet (Tabell 7.4). Snittverdien av disse gir membranspenningen i lengderetningen (akseretning 2).

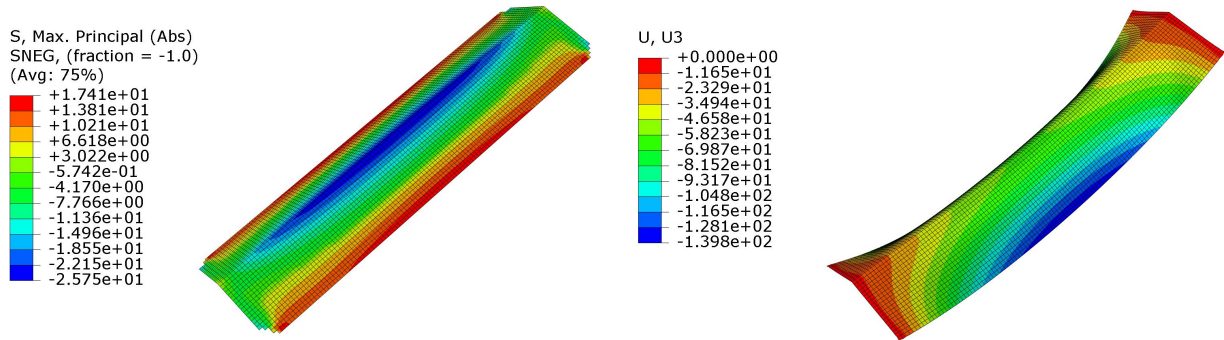
$$\frac{-3,20\text{MPa} - 11,75\text{MPa}}{2} = -7,48\text{MPa}$$

En verdi som er påfallende lik verdien fra beregningene i hypotesen. Punkt b får tilsvarende membranspenning, men med motsatt fortegn. Analysen vitner om at taket responderer som en bjelke. I motsetning til foregående analyse er det en fullstendig trykksone i punkt a, og en fullstendig strekksone i punkt b. Differansen over skalltykkelsen skyldes lokale bøyespenninger. I punkt a kan disse bli funnet som:

$$\pm(7,48 - 11,76)\text{MPa} = \pm 4,28\text{MPa}$$

Hvor dette momentet kommer fra blir det sett mer på senere.

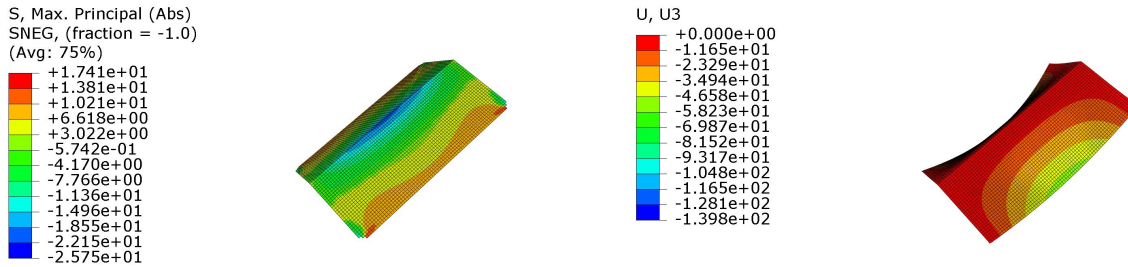
I andre del av analysen settes lengden til 35m. I hypotesen ble det antatt at at taket ville oppføre seg som en bjelke for lange spenn. Det ble funnet en bøyespenning på $\pm 15,69\text{MPa}$, og en nedbøyning på 48,38mm (Tabell 7.3). Analysen gir en membranspenning på $-15,19\text{MPa}$ og en nedbøyning på 59,08mm i punkt a (Tabell 7.5). Sammenlignet med tilfellet over er avviket mellom hypotese og Abaqus vesentlig mindre, og dermed oppfører taket seg enda mer som en bjelke.

Figur 7.17: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.5: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 35m

Punkt	w [mm]	v [mm]	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$ [MPa]	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$ [MPa]
a	59,08	0	24,69/-25,73	-11,10/-19,28
b	139,70	35,88	0,03/0	13,67/16,71

I siste del av analysen er spennlengden redusert til 15m. Med denne spennlengden samsvarer ikke nedbøyningene fra Abaqus like godt med nedbøyningene funnet i hypotesen. I punkt a er nedbøyningen over 3 ganger så stor som den beregnede nedbøydingen (Tabell 7.6). Til forskjell fra de to foregående spennlengdene har spenningene i akseretning 2 i punkt a og b forskjellig fortegn i overkant og underkant av skallet. Taket har dermed ikke en fullstendig trykksone og strekksone i topp og bunn. Dette skyldes at de lokale bøyespenningene i lengderetningen har større absoluttverdi enn membranspenningen. Figur 7.18 viser at platene nå krummer omtrent like mye i lengderetningen som i tverretningen, noe som viser at den lokale bøyespenningene i lengderetningen har fått større betydning.

Figur 7.18: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.6: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 15m

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	5,13	0	18,34/-19,43	0,71/-6,41
b	52,60	21,15	-0,27/0,27	-2,41/8,03

Som sett fra analysen får taket membranspenninger i lengderetningen som nærmer seg bjelke-teorien når spennlengden øker. Dette vitner om at taket i større grad responderer som en bjelke for store spennlengder. For alle spennlengder er det imidlertid også et lokalt moment som virker i lengderetningen. Dette momentet er av større betydning når spennlengden er liten. I Delkapittel 7.1 ble det sett hvordan endeopplegga har innvirkning på bøyespenningen i tverretningen. Disse spenningene er mindre når spennlengden er liten, og fjærene i beregningsmodellen er gjort stivere. Det er altså tydelig at platenes stivhet i lengde- og i tverretning nærmer seg hverandre for små spennlengder. I plateteorien er stripemetoden trukket fram som en løsningsmetode for toveisplater. Her er lasten fordelt mellom spennretningene med en faktor γ . Når spennlengden er stor settes $\gamma = 0$ slik at alt last blir båret i tverretningen. For dette tilfellet virker platen som en enveisplate. Når spennlengden er kort settes $\gamma = 0,5$ slik at lasten blir båret i begge retninger. Denne toveisvirkningen er grunnen til at det i tillegg til membranspenninger, som skyldes bjelkerespons, også oppstår lokale bøyespenninger i lengderetningen med betydelig størrelse når spennlengden er liten.

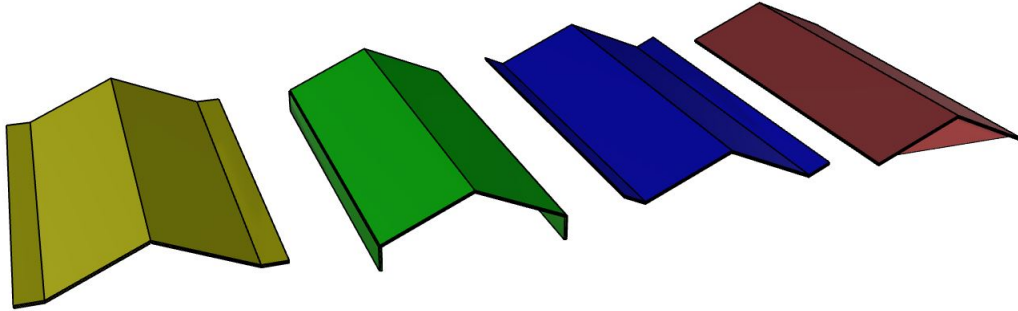
Som sett oppfører taket seg som en bjelke for større spennlengder. I alle tilfeller er det likevel spenningene i akseretning 1 som er dominerende. For å gjøre denne spenningen mindre kan det være en ide å øke skalltykkelsen i toppunktet ved foldekanten. En annen mulighet vil være å endre takets randbetingelser.

Oppsummering

- For større spennlengder responerer taket som en bjelke. Membranspenningene i lengderetningen i toppunktet a og i bunnpunktet b kan med god nøyaktighet bli funnet ved å ta i bruk bjelketeorien.
- For kortere spennlengder vil taket vise liten bjelkerespons. Samtidig vil platene bære lasten i to retninger. Lokale moment i lengderetningen vil dermed bli mer framtrædende.
- Randene i lengderetningen blir for alle spennlengder trykt ned og innover.
- Bøyespenningene i toppunktet a i tverretningen (akseretning 1) er mest kritiske, selv for lange spennlengder.

7.5 Randbjelker

I forrige delkapittel ble det sett hvordan det V-formede taket responderte som en bjelke for større spennlengder. Samtidig varierte nedbøying over tverrsnittet. Liten stivhet i bunnpunktet gjorde at folden ble presset ned og innover. I dette delkapittelet blir det undersøkt hvilken effekt randbjelker har på takets respons.

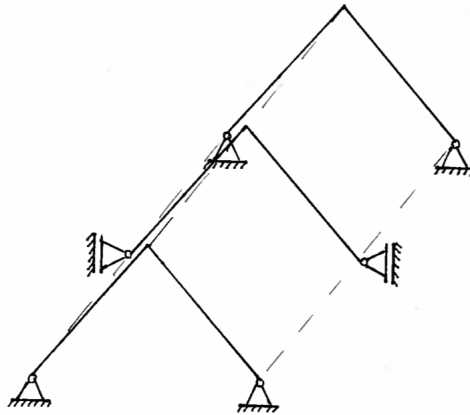


Figur 7.19: Bygningskomplekset H. W. Moore Equipment Co nyttet seg av ulike randbjelker. Tak med horisontale randbjelker er markert i gult. Grønt tak har vertikale randbjelker. Blått tak har skrå randbjelker. Brun har gavlvegger (Figur 7.10).

Hypotese

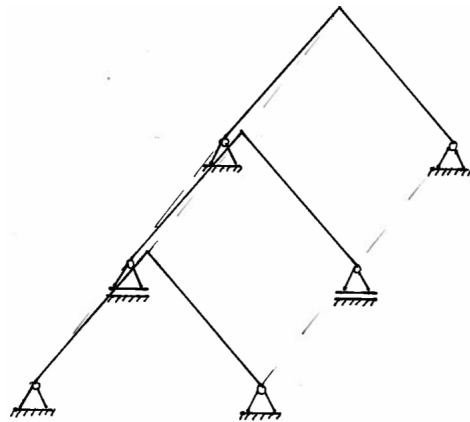
Ved å ta i bruk randbjelker endres opplagerbetingelsene til taket, og det er derfor grunn til å tro at taket endrer oppførsel. For å se hvilken effekt randbjelkene har kan de plane foldene som ble presentert i Delkapittel 6.3 bli tatt i bruk.

Med horisontale randbjelker kan en forenklet modell være som vist under (Figur 7.20). Bjelkene har her uendelig stor stivhet i det horisontale planet, og ingen stivhet i det vertikale planet. Med de nye randbetingelsene vil taket bli forhindre fra horisontal forskyvning. Som følge av dette er det rimelig å anta at toppunktet a og bunnpunktet b vil få lik nedbøying.



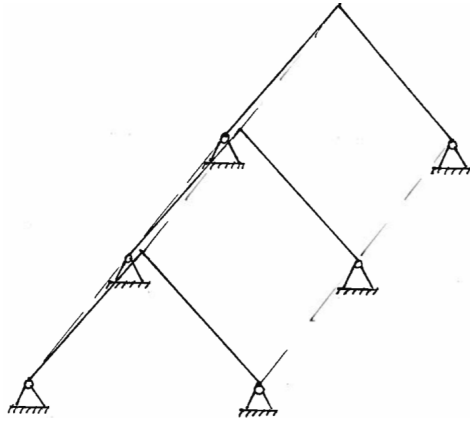
Figur 7.20: Hver ende har randbetingelser som tidligere (Tilfelle 3 fra plane folder).

Skiftes de horisontale randbjelkene med vertikale randbjelker kan en forenklet modell være som vist under (Figur 7.21). Med uendelig stor vertikal stivhet vil taket trolig oppføre seg som en kombinasjon av de plane foldene i Delkapittel 6.3. Lasten vil altså i større grad bli båret i tverretningen.



Figur 7.21: Endene har randbetingelser tilsvarende Tilfelle 3, mens midtsnittet har randbetingelser tilsvarende Tilfelle 2.

Dersom det blir benyttet skrå randbjelker vil det bli stivhet både i horisontal og vertikal retning. En forenklet modell vil kunne være som vist i figuren under (Figur 7.22). Med uendelig stor stivhet både vertikalt og horisontalt vil taket ha like opplagerbetingelser i alle snitt, slik at taket oppfører seg som Tilfelle 3 for de plane foldene (Delkapittel 6.3).



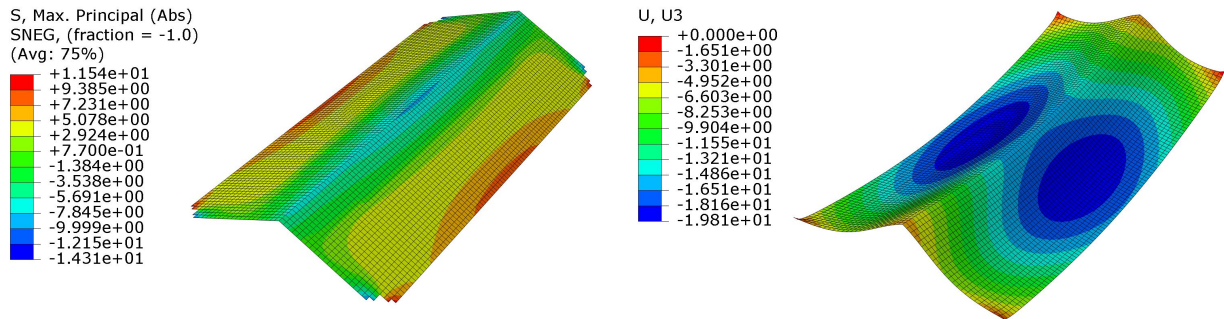
Figur 7.22: Både endesnitt og midtsnitt har ranbetingelser som Tilfelle 3.

I det siste tilfellet er det brukt uendelig stive randbjelker (eller uendelig stive gavlvegger) i endesnitta. Med uendelig stive endebjelker vil deformasjonen i endesnitta forsvinne. Tidligere analyser har vist at det oppstår store spenninger ved opplegga. Randbjelker ved endesnitta vil trolig fordele opplagerkreftene utover slik at disse spenningen bli mindre.

Analyse

I analysen blir det brukt en geometri tilsvarende H. W. Moore Equipment Co (24, 38m). Lasten er som tidligere $6,97\text{kN/m}^2$ [Vedlegg 1]. I likhet med modellene i hypotesen er randbjelkene modellert med uendelig stivhet i sin bæreretning. Dette er gjort for å tydeliggjøre randbjelkenes effekt.

I første del av analysen blir de horisontale randbjelkene analysert. Uten randbjelker var det stor forskjell mellom forskyvningene i toppunktet a og bunnpunktet b (Tabell 7.4). Med horisontale randbjelker responderer taket som forventet veldig likt som en bjelke. Tabell 7.7 viser at det er lik forskyvning i topp og bunn. I tillegg er spenningene i tverretningen vesentlig mindre enn tidligere. Dette kommer av at momentene i foldekanten har blitt mindre som følge av forhindret sammenfolding. Det er verdt å merke seg at den lokale bøyespenningene i lengderetningen også har blitt redusert.

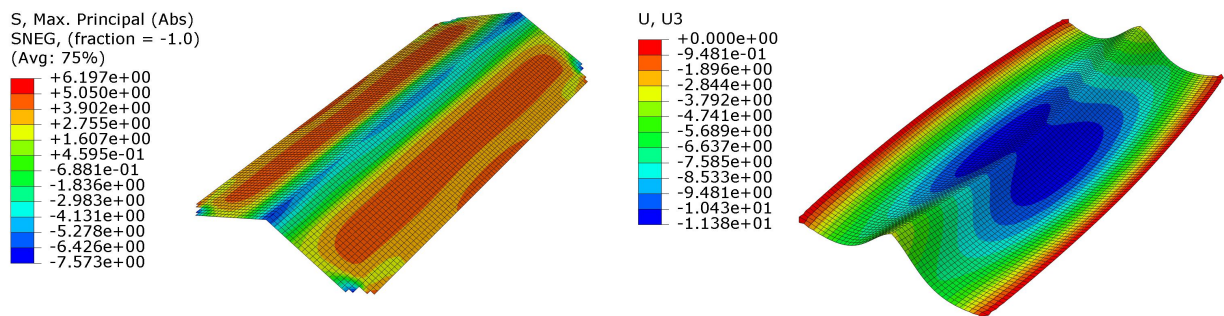


Figur 7.23: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.7: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 25m, uendelig stive horisontale randbjelker.

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	16,26	0	5,61/-6,25	-6,72/-8,14
b	16,23	0	-0,21/0,60	6,86/7,98

I neste del av analysen er det benyttet vertikale randbjelker. Fra Tabell 7.8 kommer det fram at den vertikale forskyvningen er redusert. Som forventet i hypotesen glir midtsnittet utover som for Tilfelle 2 (Figur 7.24). Spenningsplottet viser omtrent lik respons for alle tverrsnitt, og at dermed kreftene i større grad blir ført ned mot randbjelkene. Dette samsvarer bra med hypotesen hvor det ble antatt at taket ville vise mindre bjelkerespons. Selv om kreftene i større grad blir båret i tverretningen, er det fortsatt større nedbøyning i midtsnittet. Dette skyldes selvsagt at de to vertikale randbjelkene ikke forhindrer horisontale utglidningen, og at midtsnittet dermed glir utover.

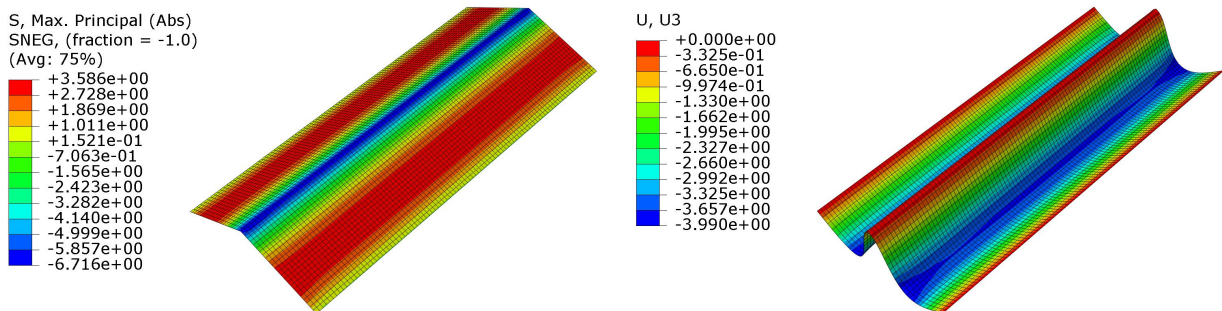


Figur 7.24: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.8: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 25m, uendelig stive vertikale randbjelker.

Punkt	w_{ned}	v_{ut}	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	10,59	0	3,03/-3,68	-3,85/-4,66
b	0	4,67	-0,50/-0,41	4,20/4,30

I analysen av den skrå randbjelken er bunnen forhindret mot både vertikal og horisontal forskyvning. Figur 7.25 viser at taket som forventet bærer kreftene i tverretningen tilsvarende Tilfelle 3. Største nedbøyning skjer et sted mellom topp og bunn. Spenningene i tverretningen er redusert drastisk sammenlignet med spenningene funnet ved bruk av vertikale og horisontale randbjelker.

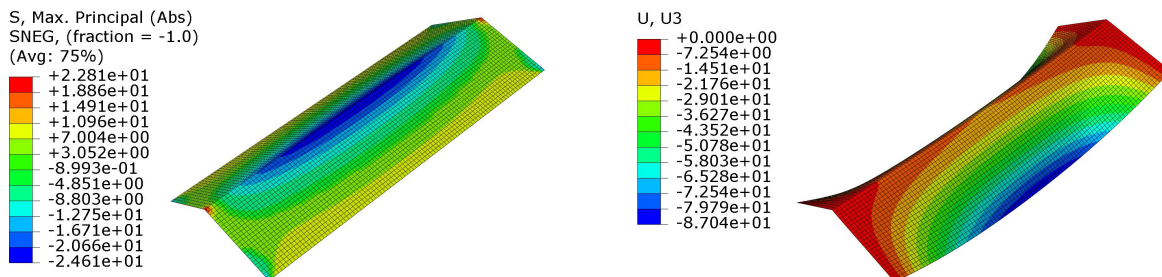
Figur 7.25: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.9: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 25m, uendelig stive skrå randbjelker.

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	0,16	0	5,75/-6,40	1,22/-1,21
b	0	0	-0,83/-0,02	0,09/0,07

Siste del av analysen tar for seg skrå forsterkingsbjelker i takets endenesnitt. Tabell 7.10 viser at takets respons i liten grad er endret. Spenningene i både lengderetning og tverretning er som

før. Som forventet fungerer endebjelkene avlastende for opplegga. Med uendelig stive bjelker oppfører endene på taket seg som et enkelt opplegg. Dette gjør at foldekanten får en noe stivere oppførsel (Figur 7.26).



Figur 7.26: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Tabell 7.10: Forskyvninger og spenninger i senterplan, 25m, uendelig stive forsterkningsbjelker.

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	14,50	0	23,54/-24,61	-3,16/-11,81
b	87,04	32,29	-0,05/0,05	5,14/9,83

Analysen viser at både horisontale, vertikale og skrå randbjelker reduserer tverrspenningene i toppunktet a. Randbjelker vil derfor være et godt alternativ framfor å øke skalltykkelsen i toppen.

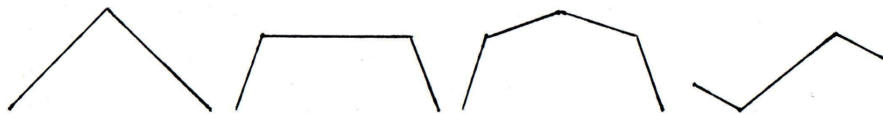
Oppsummering

- Randbjelker reduserer forskyvningen i bunn.
- Randbjelker reduserer de kritiske bøyespenningene i toppen.
- De todimensjonale foldene kan bli brukt til å forstå takets oppførsel i tverretningen.
- Horisontale randbjelker gir taket en mer bjelkelignende oppførsel.
- Vertikale ranbjelker gjør at kreftene i større grad blir båret i tverretningen.

- Skrå randbjelker gjør at taket oppfører seg som Tilfelle 3 for de todimensjonale foldene.
- Skrå forsterkningsbjelker eller gavevegger påvirker i liten grad takets oppførsel, men for-deler kreftene fra opplegg over ett større areal.

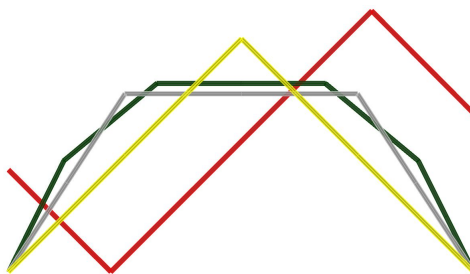
7.6 Taktverrsnitt

I foldede takkonstruksjoner kan det være av interesse å ta i bruk andre tverrsnittformer. I byg-ningskomplekset H. W. Moore Equipment Co ble det som tidligere sett også brukt Z-formet tak. I dette delkapittelet blir det sett hvordan takformen påvirker bjelkestivheten.



Figur 7.27: Eksempler på mulige taktverrsnitt.

2. arealmoment er beregnet for fire utvalgte tverrsnittsformer [Vedlegg 6]. Resultatene er gjen-gitt i Tabell 7.11. For hvert tverrsnitt er spennbredden lik ($B = 5\text{m}$), slik at grunnarealet er det samme. I tillegg er tverrsnittsarealet holdt konstant $A = 1,06\text{m}^2$ (som for det V-formede taket i Delkapittel 7.1). Tverrsnittstykkelse er satt $t = 150\text{mm}$. Dermed er materialmengden holdt kon-stant. 2. arealmoment bli beregnet om den horisontale nøytralaksen.



Figur 7.28: Plott av takformene. Takformene har likt bredde-spenn og tverrsnittsareal.

Av tabellen er det tydelig at takhøyden har stor innvirkning på takets stivhet. Med materialmeng-de som begrensning lønner det seg å putte størst mulig materialmengde lengst mulig fra nøy-tralaksen. Et Z-foldet tak gjør dette i større grad enn de andre takformene. Det viser seg at til

større vindusglipen er, til større høyde, og til større stivhet. Som følge av at materialmengden holdes konstant får taka med flere folder, utenom Z-folden, lavere stivhet enn det V-formede taket.

Tabell 7.11: 2. arealmoment for ulike taktverrsnitt. Tverrsnittsarealet (materialmengden) og bredden B er konstant.

	1-folde	2-folde	4-folde	z-folde
H [m]	2,50	1,91	2,02	2,80
I [10^{11}mm^4]	5,53	3,69	4,18	7,73

Som sett har det Z-formede taket stor stivhet om den horisontale nøytralaksen. Dette taket har imidlertid liten effektiv dybde (stivhet om en skrå akse). Det Z-formede taket er derfor likevel ikke like effektivt som det V-formede taket, og blir derfor ikke anbefalt å bruke over lange spenn [26]. Det V-formede tverrsnittet har større stivhet enn tverrsnitta med flere folder.

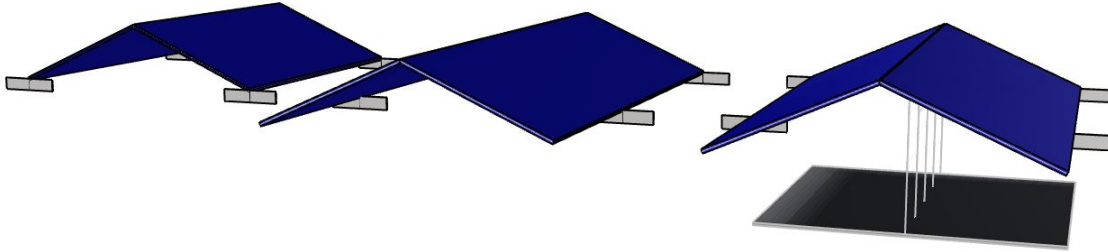
Oppsummering

- Takets stivhet om horisontal nøytralakse bli stor ved å putte mest mulig masse lengst mulig fra aksene.
- Det Z-formede taket har stort 2. arealmoment om den horisontale nøytralaksen. Takets form gjør imidlertid at stivheten er liten om skrå akse, og lønner seg derfor ikke å ta i bruk over lengre spenn.
- Det V-foldede taket har større tverrsnittstivhet om horisontal nøytralakse enn tak med 2 og 4 folder.

7.7 Utkrager og mesanin

I utstillingsarealet til H. W. More Equipment Co var det et større takoverheng. Deler av dette hang over et uteareal, mens resterende var dekket med større ikke-bærende glassvegger. I begge tilfeller bidrar overhenget til en visuell svevende effekt. I utstillingsarealet var det montert en

mesaninetasje som var hengt opp etter strekkstag fra møne. For å forstå den konstruktive virkningen av disse elementa vil det være av interesse å se nærmere på tilfella vist i figuren under.

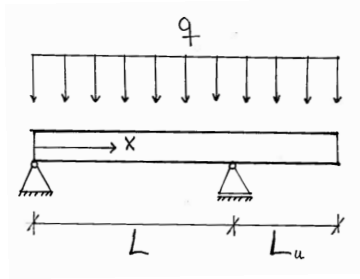


Figur 7.29: Taket til venstre har dimensjoner tilsvarende det som var brukt over utstillingsarealet. Taket i midten har samme geometri, men også overheng. Taket til høyre har overheng og bærer tyngden til deler av en mesanin.

Tidligere er det vist at det V- formede takets lastrespons kan bli forstått ved å betrakte taket som en bjelke. Med bjelketeorien viste beregnede spenninger og nedbøyning seg mest nøyaktige for større spennlengder.

Hypotese

Fra mekanikken er det kjent at en fritt opplagt bjelke får økt stivhet i midtspennet når den forlenges med en utkrager. Dette skyldes at utkragerens tyngde gir rotasjonstivhet over opplegget. En mindre utkrager vil derfor være gunstig med tanke på nedbøyning i midtspennet. Ved større utkragerer vil det imidlertid være store nedbøyninger ved utkragerens ende, og momentet over opplegget vil dessuten bli veldig stort.



Figur 7.30: Bjelke med utkrager.

For en fritt opplagt bjelke med utkrager kan nedbøyningen i spennet bli funnet fra:

$$w(x) = \frac{1}{24} \frac{qx}{EIL} (L^4 - 2L^2x^2 + Lx^3 - 2L_u^2L^2 + 2L_u^2x^2)$$

med maksimal nedbøyning i:

$$x = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{L_u^2}{L^2}\right)$$

Ved H. W. Moore Equipment Co var Spennlengden $L = 11,30\text{m}$, mens overhendet på $L_u = 7,30\text{m}$. Takformen var som for verkstedhallen $I = 9.0968 \cdot 10^{11} \text{mm}^4$. Lasten som tidligere $Q = 6,97\text{kN/m}^2$, som gir $q = 76,47\text{kN/m}$. Med disse tallverdiene er maksimal nedbøyning i midtspennet [Vedlegg 7]:

$$w_{max} = 0,067\text{mm}$$

En såpass liten nedbøyning vitner om at taket er fint ballansert, da nedbøyning uten utkrager blir $w = 0,58 \text{mm}$. Om nedbøyningen $w = 0\text{mm}$, må utkrageren ha lengde:

$$L_u = 7,96\text{m}$$

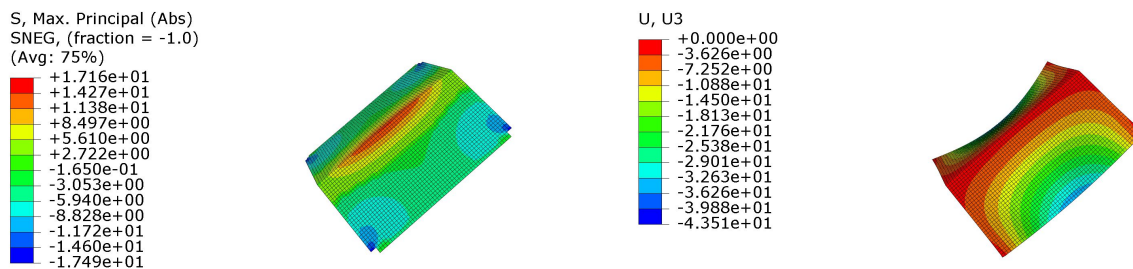
Altså vil en forlengelse av taket på kun $0,66\text{m}$ eliminere nedbøyningen i midtspennet om taket blir betraktet som en bjelke.

Mesaninetasjen i H. W. Moore Equipment Co var festet etter strekkstag forankret nært mønetoppen. I beregningene er tyngden til mesaninen fordelt som en jevnt fordelt stripelast. Dekket har en tyngde tilsvarende et 100mm betongdekke. Med denne lasten er nedbøyningen 0.208mm

i midtpunktet. Altså medfører mesaninetasjen, i henhold til bjelketeorien, veldig små nedbøyninger.

Som sett i Delkapittel 7.4 oppfører ikke taket seg som en bjelke når høyde lengdeforholdet nærmer seg $1/4$. Taket over utstillingsarealet er ikke så langt fra dette forholdet, selv når det blir tatt hensyn til utkrageren. Det er derfor ingen grunn til å tro at tallene fra beregningene treffer bra med Abaqus. Likevel vil trolig bjelketeorien gi et godt bilde på utkragerens effekt.

Analyse

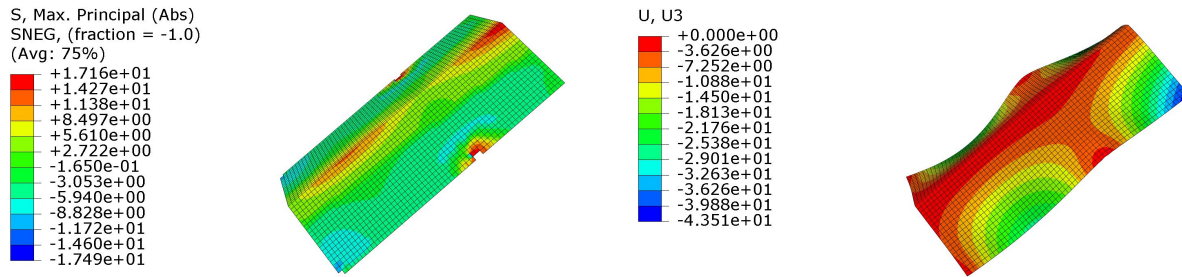


Figur 7.31: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Først ut i analysen er taket uten utkrager. Som forutsett i hypotesen treffer ikke beregningene med Abaqus. Bjelketeorien ga en nedbøyning på 0,58mm. Til sammenligning gir Abaqus en nedbøyning på 3,08mm i topp og 35,22mm i bunn (Tabell 7.12). Resultatet vil bli brukt videre som et sammenligningsgrunnlag.

Tabell 7.12: Forskyvninger og spenninger i senterplan, ikke utkrager.

Punkt	w [mm]	v [mm]	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$ [MPa]	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$ [MPa]
Topp	3,08	0	-15,55/14,52	-4,48/1,23
Bunn	35,22	14,33	0,16/-0,16	7,94/-4,54

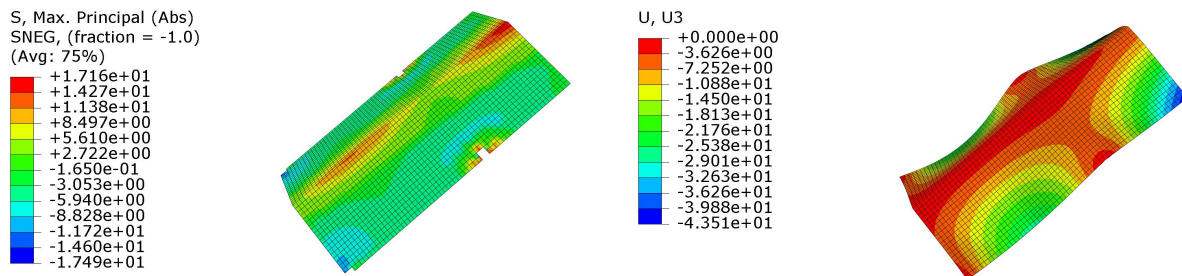


Figur 7.32: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

Med utkrager på 7,3m reduseres nedbøyningen i midtspennet (Tabell 7.13). I beregningene fra hypotesen ble nedbøyningen omtrent eliminert i midtspennet. I Abaqus er nedbøyningen omtrent halvert. Som følge av dette reduseres også spenningene i akseretning 2. I tillegg reduseres spenningene i akseretning 1. Dette skyldes trolig at platene i spennet får et "løft" som følge av lasten fra platene i utkrageren.

Tabell 7.13: Forskyvninger og spenninger i senterplan, tak med utkrager.

Punkt	w [mm]	v [mm]	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$ [MPa]	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$ [MPa]
Topp	1,69	0	-12,86/11,92	-2,81/1,97
Bunn	26,46	11,05	0,27/-0,27	6,30/-5,35



Figur 7.33: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w .

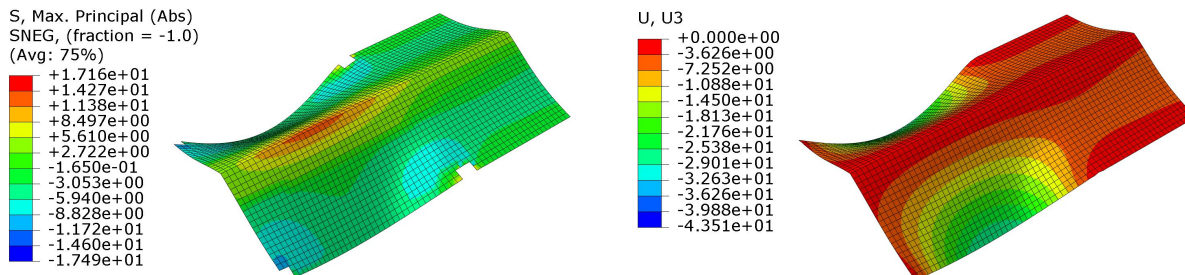
I siste del av analysen er lasten fra mesaninen tatt med i analysen. Som forventet gir Abaqus økt nedbøyning i topp (Tabell 7.14). Nedbøyningen i bunn har imidlertid blitt mindre. Dette skyldes

at lasten fra mesaninen ble plassert i toppen, noe som gjør at platene blir presset utover, og ikke innover som med den jevnt fordelte lasten.

Tabell 7.14: Forskyvninger og spenninger i senterplan, utkrager og mesanin.

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
Topp	2,20	0	-12,76/11,13	-2,63/1,37
Bunn	26,28	10,72	0,27/-0,26	6,21/-5,01

Som sett gjør utkrageren at taket får mindre nedbøyning i midtspennet. En utkrager bringer samtidig med seg nye utfordringer. Figur 7.33 viser at det oppstår store nedbøyninger i bunn ytterst på utkrageren. På H. W. Moore Equipment Co sin hovedbygning ble det brukt skrå randbjelker for å forhindre denne nedbøyningen. Figuren under viser hvilken effekt uendelig stive vertikale ranbjelker har på taket.



Figur 7.34: Nedbøyningen på utkrageren kan bli forhindret ved å ta i bruk randbjelker i bunn av utkrageren

Med ranbjelker får utkrageren omtrent ingen deformasjon. Samtidig beholdes effekten utkrageren har på midtspennet. Som tidligere vist vil ranbjelker ha positiv innvirkning på nedbøyningen og spenningene i spennet. For et tak med utkrager vil det være praktisk å forlenge disse ranbjelkene slik at de også støtter opp utkrageren.

Oppsummering

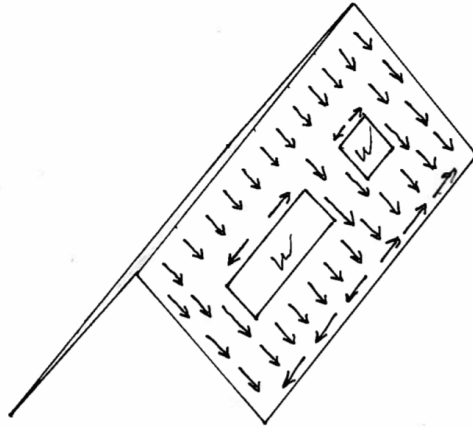
- For et kort tak med utkrager vil håndberegninger hvor taket betraktes som en bjelke gi uriktige membranspenninger i lengderetningen. Metoden vil nok gi mer korrekte spenninger for lengre spennlengder (som sett tidligere).
- En utkrager reduserer nedbøyningen i midtspennet. Samtidig oppstår det store nedbøyninger i bunn ytterst på utkrageren. Disse kan bli forhindrede ved å ta i bruk vertikale eller skrå randbjelker.
- En utkrager reduserer spenningene i lengde og tverrretning i midtspennet.
- Bjelketeorien kan bli brukt som en pekepinn på en utkragers balansepunkt.
- En mesaninetasje som er hengt opp i foldekanten gir økt nedbøyning i topp, men reduserer samtidig nedbøyningen i bunn.

7.8 Utsparinger

Ofte kan det være av interesse å ha vindusåpninger i taket. I H. W. Moore Equipment Co ble det brukt et repeterende Z-foldet tak for å bringe naturlig lys inn i kontorarealet. Et repeterende Z-foldet tak vil imidlertid være diskontinuerlig, og dermed vil ikke taket virke som en enhet [26]. For lengre spenn vil det derfor være mer aktuelt å bruke V-formet tak med utsparinger. I dette delkapittelet blir det sett hvilken virkning små og store utspringer har på taket.

Hypotese

Betraktes taket som en bjelke vil utsparinger redusere tverrsnittets 2. arealmoment. Plasseres utsparingene nært senter av platene er det imidlertid rimelig å anta at påvirkningen blir liten siden det ikke er bøyesspenning i nøytralaksen til en bjelke. For å få inntrykk av hvilken effekt utsparinger har på globalgeometrien kan det bli brukt "rain flow" som viser hvordan membrankreftene forplanter seg.

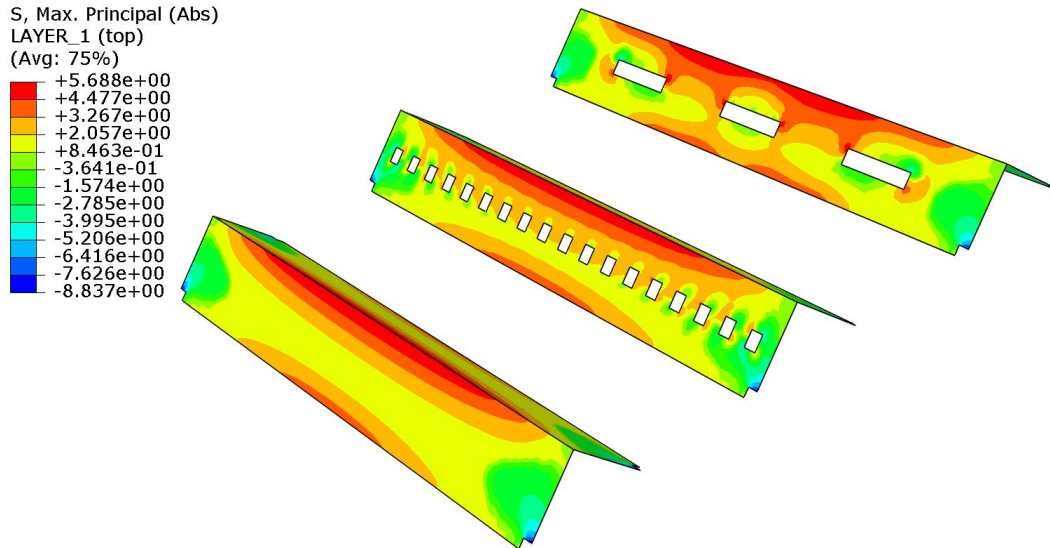


Figur 7.35: "rain flow" V-formet tak med stor og liten utsparing.

Fra figuren blir det sett hvordan membrankreftene samler seg over utsparingene, for så å følge den horisontale kanten og videre over enden til utsparingene. Siden overkanten til den store utsparingen er større enn den er for den lille, må det naturligvis også strømme mer membrankrefter forbi den store store utsparingen.

Analyse

I analysen er det modellert et tak med små utsparinger, og et med store. I begge tilfella er det totale arealet til utspringene $A = 4.5\text{m}^2$. De små utsparingene måler $0,5\text{m} \times 0,5\text{m}$, og de store måler $3,0\text{m} \times 0,5\text{m}$.



Figur 7.36:

Som forventet samler det seg mer krefter over de store utsparingene (Tabell 7.15), men membranspenningene er små sammenlignet med bøyespenningene. Det er også tydelig at store utsparinger i større grad påvirker takformens totale respons. Selv om det oppstår mindre spenninger rundt de små utsparingene, kan det være mer aktuelt å nytte store utsparinger i og med at det er mindre arbeidskrevende når det kommer til forskaling og armeringsarbeid.

Tabell 7.15: Spenninger rundt utsparinger

Hovedspenning	uten utsparinger	små utsparinger	store utsparinger
$\sigma_{max,ok}/\sigma_{max,uk}$ [MPa]	1,71/-1,81	3,34/-3,62	4,88/-5,27

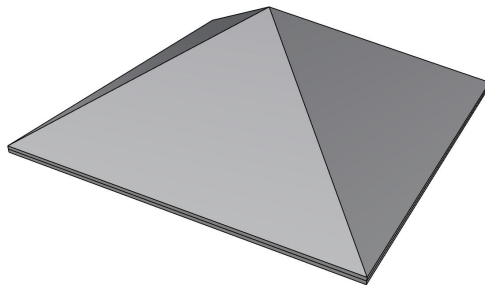
For både små og store utsparinger vil det være nødvendig å forsterke rundt åpningene for å kompensere for diskontinuitet av den langsgående og tverrgående armeringen. Hjørnene til utsparingene må armeres for å ta opp de lokale spenningskonsentrasjonene [47].

Oppsummering

- Små utsparinger påvirker i mindre grad den globale spenningsfordelingen enn hva store utsparinger gjør.

- Det oppstår lokale spenningskonsentrasjoner ved utsparingenes hjørner. Disse er størst for de store utsparingene.
- Det må forsterkes rundt utsparingene for å kompensere for diskontinuiteten til den langs-
gående og tverrgående armeringen.

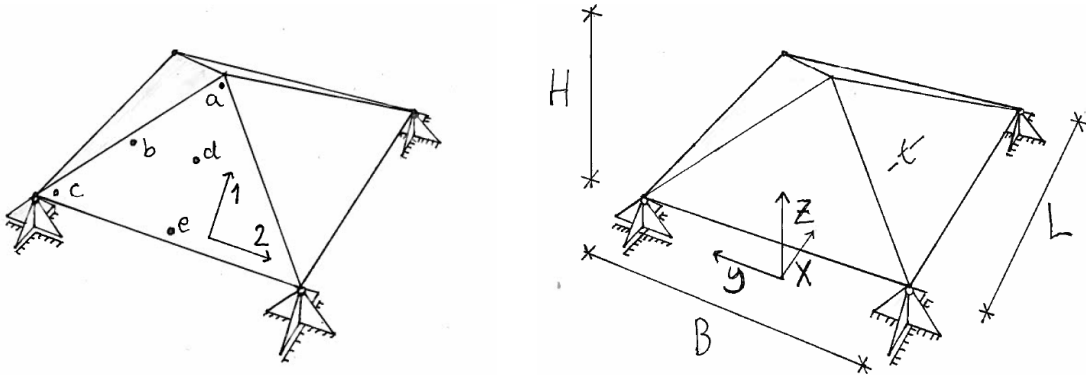
7.9 Pyramideformet tak



Figur 7.37: Pyramiden.

En pyramide er et eksempel på en foldet konstruksjon med ikke-utviklet geometri. Pyramideformede tak er vanlige å se i ulike bygninger, men da oftest med et underliggende skjelett. For moderne foldede konstruksjoner kan det tenkes at pyramider, eller former med lignende geometri, kan dukke opp i mer komplekse foldede konstruksjoner.

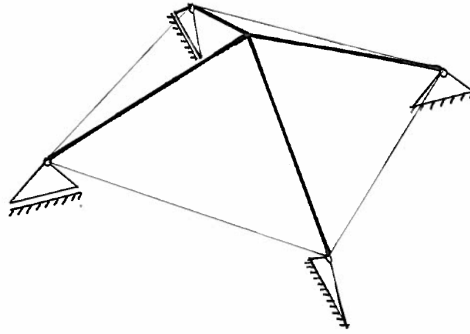
Hypotese



Figur 7.38: Videre er det brukt en bredde og lengde $B = L = 10,970\text{m}$, høyde $H = 2,44\text{m}$ og tykkelse $t = 152,4\text{mm}$, som for H. W. Moore Equipment Co. Lasten er som tidligere $6,97\text{kN/m}^2$. Pyramiden har glidelager som lar den forskyve seg i det horisontale planet.

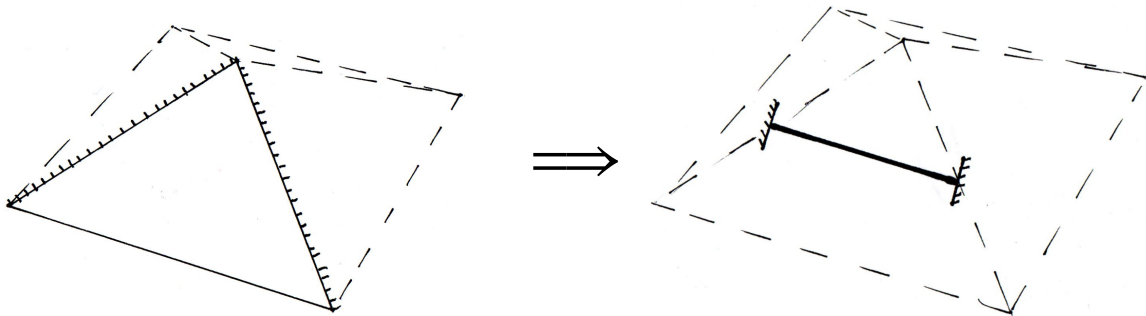
I likhet med det V-formede taket er pyramiden bygget opp som en kombinasjon av foldekanter og plater. For det V-formede taket ble responsen forstått ved å behandle lengderetningen og tverretningen separat, og ved å ta i bruk bjelketeori. På samme måte vil det for pyramiden være naturlig å betrakte foldekantene og plater hver for seg, og å ta i bruk en lignende metode.

For det V-formede taket ble responsen i lengderetning beregnet ved å modellere den foldede formen som en bjelke med 2. arealmoment beregnet fra taktverrsnittet. For pyramiden vil det da være naturlig å betrakte foldekantene som bjelker (Figur 7.39). Siden pyramidens geometri er ikke-utviklet må den revne fra hverandre for at den skal falle flatt sammen, og for at dette skal skje må det oppstå membrankrefter i platene. For å simulere denne effekten er det i modellen brukt strekkbånd som kan ta opp strekkrefter i bunn. På grunn av liten spennlengde, og bruk av strekkbånd vil modellen ha stor stivhet.



Figur 7.39: Bjelkemodell for foldekantene i pyramiden. Strekkbåndet i bunn hindrer bjelkene i å gli fra hverandre.

I likhet med det V-formede taket vil det være hensiktsmessig å forstå platene uavhengig av foldekantene. I modellen under blir en plate forenklet betraktet som en innspendte bjelke (Figur 7.40).



Figur 7.40: Platemodell hvor platene forenklet blir betraktet som en innspendte bjelke.

Endemomentet til den innspendte bjelken kan bli funnet som:

$$M = \frac{1}{12} qL^2$$

Med lengde tilsvarende halve pyramidens lengde $L = 5,49\text{m}$ blir momentet [Vedlegg 8]:

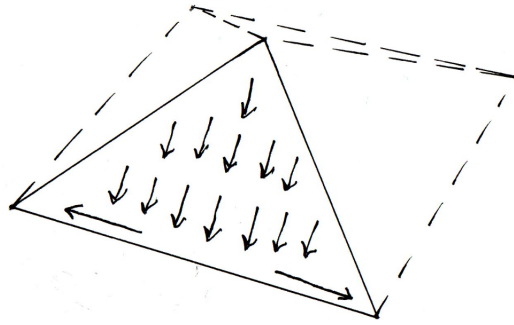
$$M = 87,6\text{kNm}$$

som gir bøyespenning over skalltykkelsen:

$$\sigma = \pm 3,77\text{MPa}$$

Ved å ta i bruk "rain flow" kan det bli sett hvor membrankrefter "tar veien" (Figur 7.41). Mem-

brankreftene følger platenes helning ned mot de frie rendene, for å så følge rendene mot opplegga. Kraftene langs rendene vitner om at det oppstår strekk i bunn. Disse kreftene forsøker å strekke pyramiden fra hverandre, men siden formen er ikke- utviklet vil den i seg selv forhindre forskyvningen. I den statiske bjelkemodellen sørger strekkbånda for å yte denne motstanden (Figur 7.39).

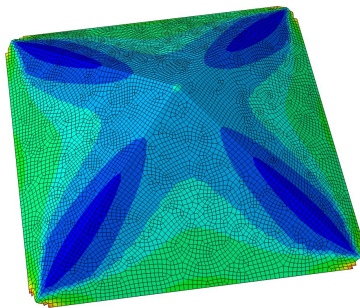


Figur 7.41: Modell for pyramidens membranspenninger.

Analyse

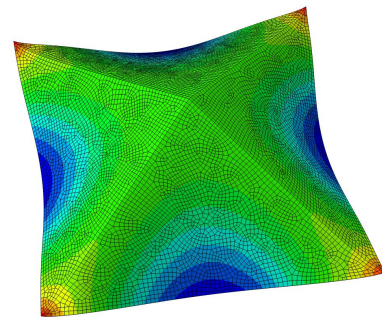
S, Max. Principal (Abs)
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)

+	2.564e+01
+	2.279e+01
+	1.994e+01
+	1.708e+01
+	1.423e+01
+	1.138e+01
+	8.530e+00
+	5.678e+00
+	2.827e+00
-	2.500e-02
-	2.877e+00
-	5.728e+00
-	8.580e+00



U, U3

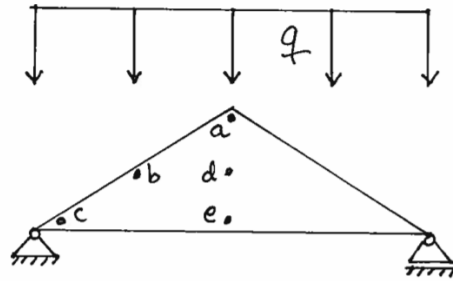
+	0.000e+00
-	9.333e-01
-	1.867e+00
-	2.800e+00
-	3.733e+00
-	4.667e+00
-	5.600e+00
-	6.533e+00
-	7.467e+00
-	8.400e+00
-	9.333e+00
-	1.027e+01
-	1.120e+01



Figur 7.42: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w . Pyramiden er ikke fastholdt mot horisontal glidning.

Som forventet har foldekantene stor stivhet. Figur 7.42 viser liten nedbøyning av foldekantene. Platenes forskyvning er tydeligere. I punkt b er det en strekkspenning på 2,07MPa i overkant, og en trykkspenning på -5,19MPa i underkant i akseretning 2 (Tabell 7.16). Disse gir en bøyepening på $\pm 3,63$ MPa. I hypotesen beregnet $\pm 3,77$ MPa. Altså ikke stor forskjell. Skjevheten i spenningen mellom overkant og underkant skyldes en membranspenning på -1,56MPa.

For å forstå hva denne spenningen kommer av kan pyramiden bli sett på som en enkel fritt opplagt bjelke (Figur 7.43).



Figur 7.43: Pyramiden betraktet som en fritt opplagt bjelke.

Bjelkens respons gir en spenningen i b [Vedlegg 8]:

$$\sigma = -1.46\text{MPa}$$

Membrankreftene kan altså skyldes at pyramidens totale geometri oppfører seg som en bjelke.

I hypotesen hintet "rain flow" om strekkspenninger i bunn. Fra bjelketeori kan disse spennin-
gene bli funnet som:

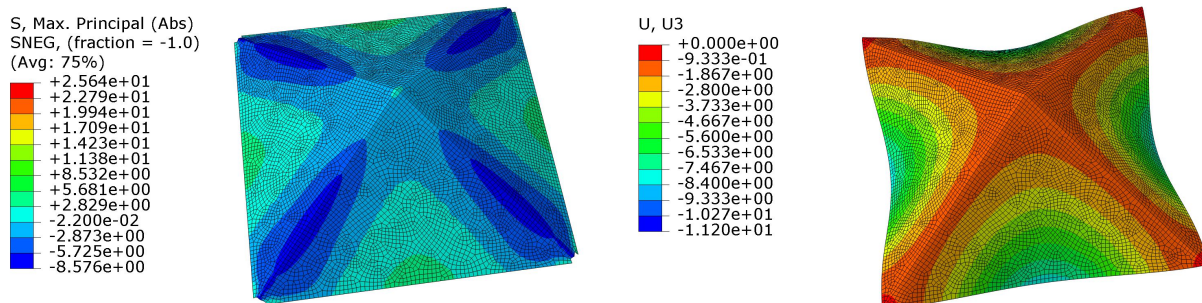
$$\sigma = 1,54\text{MPa}$$

Tabellen gir en membranspenning på 2,44MPa i e. Altså klarer ikke modellen å forklare alt av disse strekkspenningene. Tabellen viser imidlertid at det er svært lite spenninger i toppunktet a. Dette kan tyde på at tverrsnittet ikke er fullt utnyttet, og dermed at membranspenningene som skyldes bjelkerespons må beregnes med en effektiv tverrsnittshøyde $H' < H$.

Tabell 7.16: Pyramide, med glidelager.

Punkt	w	u	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$	τ_{ok}/τ_{uk}	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
a	-4,82	-0,87	0,87	0/0,02	0/0	0/0	0/0
b	-4,82	-0,81	0,81	-3,14/-5,78	2,07/-5,19	-4,00/1,72	6,64/-7,24
c	-0,00	-1,74	1,74	-14,80/22,30	-20,74/5,49	-25,75/10,47	-40,91/26,83
d	-6,02	-0,13	0,86	1,43/-0,67	-2,80/0,90	-0,09/-0,05	-2,80/0,90
e	-11,02	3,00	0,89	-0,33/0	-1,20/6,08	-0,16/0,20	-1,21/6,08

Som forventet greier pyramidens form i stor grad å forhindre horisontal glidning. Den horisontale forskyvningen i x-retningen er på bare 1,74mm (Figur 7.16). For å gjøre pyramidene enda stivere kan opplegga forhindres fra å gli. I analysen under er glidelagera blitt byttet ut med faste opplegg (Figur 7.44).

Figur 7.44: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global nedbøyning w . Pyramidene har faste opplegg.

Tabell 7.17: Pyramide, forhindret mot glidning.

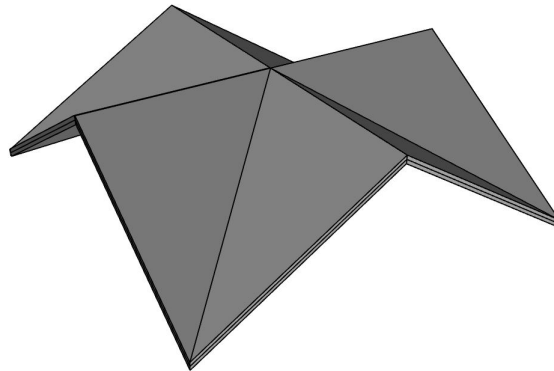
Punkt	w	u	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$	τ_{ok}/τ_{uk}	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
a	-1.56	0	0	0/0	0/0	-0,03/0,04	0,03/0,05
b	-1.62	0,05	-0,43	2,90/-4,44	3,77/-5,16	3,17/-2,30	6,54/-7,13
c	0	0	0	-14,83/-9,59	-30,72/-20,28	21,37/8,82	-45,58/-25,25
d	-3,16	1,00	0	0,95/-0,75	-2,83/1,36	-0,06/0,04	-2,83/1,36
e	-7,98	4,02	0	-0,04/0,05	-3,65/3,49	0/0	-3,64/3,49

Tabellen viser at pyramidens nedbøyninger og spenninger endrer seg lite. De nye randbetingelsene har altså ikke stor effekt på pyramidens respons som i seg selv forhindrer horisontal glidning.

Oppsummering

- Pyramidens respons kan i likhet med et V- formede tak bli forstått ved å betrakte foldekantene og platene separat.
- Foldekantene oppfører seg som bjelker med stor stivhet.
- Som for det V-formede taket oppstår de kritiske spenninger på tvers av foldekantene. Disse spenningene skyldes bøyemoment fra platene. Overslagberegninger kan bli gjort med å behandle platene som enveisplater, og å ta i bruk bjelketeori.
- Det oppstår relativt store membranspenninger. Disse spenningene kan med overslag bli funnet ved å betrakte hele pyramidens som en fritt opplagt bjelke.
- Formen i seg selv forhindrer horisontal forskyvning.

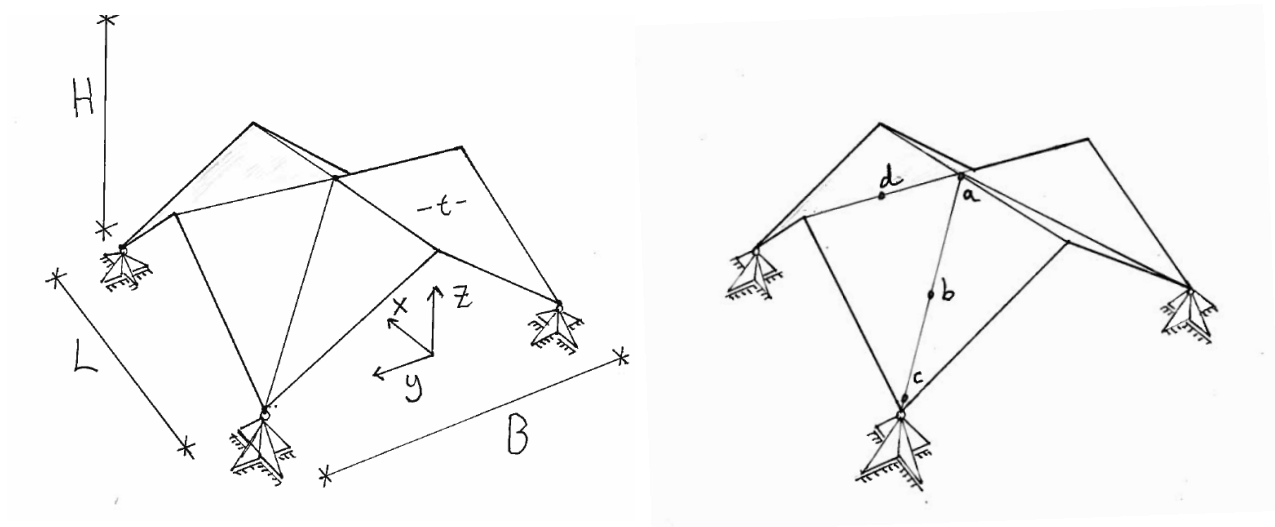
7.10 Foldet kryssformet tak



Figur 7.45: Foldet kryssformet tak.

Et foldet kryssformet tak har visuelle likhetstrekk med krysshvelv og hyperbolske paraboloider, men for det kryssformede taket er de krummede overgangene byttet ut med foldekanter.

Hypotese

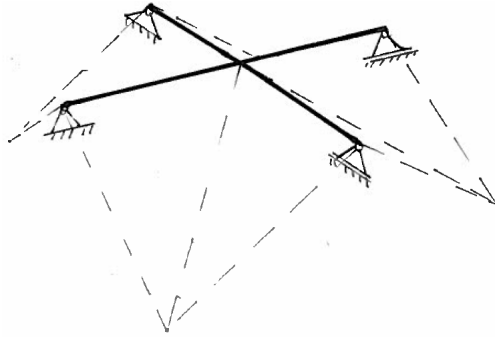


Figur 7.46: Videre er lengden og bredden satt $L = B = 10,97\text{m}$, høyden $H = 2,44\text{m}$ og skalltykkelsen $t = 152,4\text{mm}$. Lasten er som før $Q = 6,97\text{kN/m}^2$. Som for pyramiden er det brukt glidelager.

I likhet med pyramiden har et kryssformet tak fire skrå foldekanter som kan bli sett på som bjelker (Figur 7.39). Analyser av pyramiden viste at disse foldenekantene hadde stor stivhet. Det kan

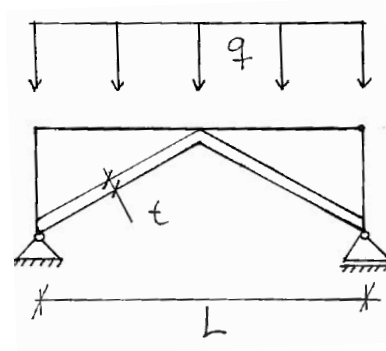
tenkes at det samme vil være gjeldene for det kryssformede taket. Som for pyramiden er geometrien til det kryssformede taket ikke-utviklet, slik at platene må revne fra hverandre for at taket skal falle flatt sammen.

Som for de skrå foldekantene vil det være naturlig å betrakte de horisontale foldekantene som bjelker (Figur 7.47).



Figur 7.47: Bjelkemodell for de horisontale foldekantene.

Bjelkenes horisontale tverrsnittshøyde blir gradvis mindre mot senter av taket. I senter er skalltykkelsen t (Figur 7.48), og dermed er bjelkenes stivhet $I = (1/12)Bt^3$.



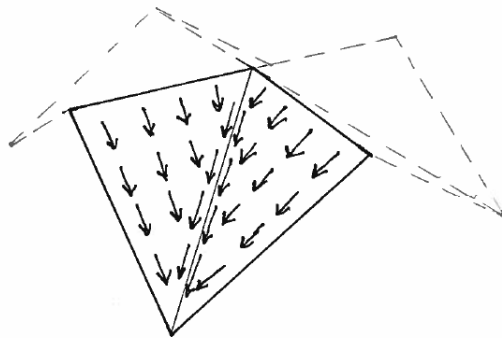
Figur 7.48: Modell for en enkelt horisontal foldekant. Foldekantens tverrsnittshøyde minker mot sentrum.

Med opplager i hvert hjørne vil hver bjelke bære hele taklasten ($q = QB = 76.47\text{kN/m}$). Bøyepening og nedbøyning i punkt a kan dermed beregnes [Vedlegg 9]:

$$\sigma = \pm 27,10\text{MPa} \quad w = -131,17\text{mm}$$

Platene i det kryssformede taket er mindre enn platene i pyramiden. Med mindre plater vil også momentene på tvers av foldekantene bli mindre. For pyramiden var bøyespenningen på tvers av foldekantene $\pm 3,63\text{MPa}$ (i punkt b). For det kryssformede taket vil disse spenningene være neglisjerbare sammenlignet med bøyespenningene funnet i punkt a.

Membrankreftene i det kryssformede taket går mot de diagonale foldekantene, for så å gå til opplegga (Figur 7.49). For pyramiden tydeliggjorde "rain flow" hvordan det oppstod strekkrefter i bunn. For det kryssformede taket er det tydelig at membrankreftene vil gi trykk i diagonalene.

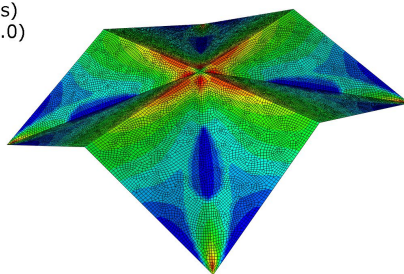


Figur 7.49: "rain flow" av det kryssformede taket.

Analyse

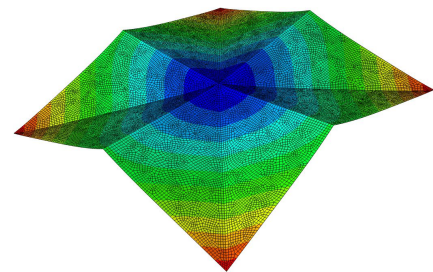
S, Max. Principal (Abs)
SNEG, (fraction = -1.0)
(Avg: 75%)

+	4.235e+01
+	3.794e+01
+	3.352e+01
+	2.911e+01
+	2.469e+01
+	2.028e+01
+	1.586e+01
+	1.145e+01
+	7.033e+00
+	2.618e+00
-	1.797e+00
-	6.212e+00
-	1.063e+01



U, U3

+	0.000e+00
-	8.901e+00
-	1.780e+01
-	2.670e+01
-	3.561e+01
-	4.451e+01
-	5.341e+01
-	6.231e+01
-	7.121e+01
-	8.011e+01
-	8.901e+01
-	9.791e+01
-	1.068e+02



Figur 7.50:

I x- og y-retning i punkt a oppstår det spenning på $-43,10\text{MPa}$ i overkant, og $12,29\text{MPa}$ i underkant. I begge retninger skyldes spenningene en membranspenning på $-15,41\text{MPa}$ og en bøyespennning på $\pm 27,70\text{MPa}$. I hypotesen ble det beregnet en bøyespennning på $\pm 27,10\text{MPa}$. Altså

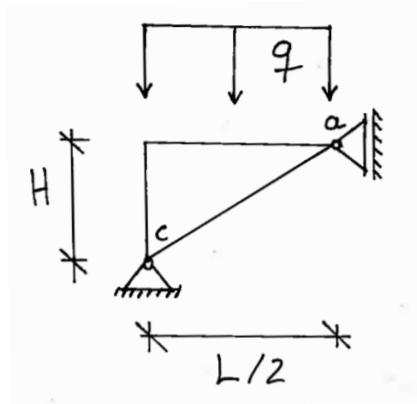
treffer hypotesen godt med resultatet i analysen. Som forventet er bidraget fra platene lite. Det er derfor tydelig at bjelkeresponsen til de horisontale foldekantene gir de mest kritiske spennin-
gene.

Tabell 7.18: Kryssformet tak. I toppunktet er det spenninger på -43,10 i overkant, og 12,29 i underkant (Hentet fra Abaqus).

Punkt	w [mm]	u [mm]	v [mm]	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$ [MPa]
a	-106,80	-25,20	25,20	-55,46/13,12
b	-63,89	-35,49	35,49	11,26/-8,96
c	-0	-49,90	49,90	-36,68/23,70
d	-8,54	-25,24	23,67	-26,58/28,07

I analysen av pyramiden ble det sett at formen i seg selv forhindret horisontale forskyvninger. For det kryssformede taket er de horisontale forskyvningene betydelig større (Tabell 7.18). Begge formene er ikke- utviklede, og kan derfor ikke foldes fra et plan. For at takene skal legges flatt, må platene revne fra hverandre. For det kryssformede taket vil imidlertid konstruksjonen kunne kollapse som følge av momentbelastningen i toppen før dette skjer.

Som sett oppstår det også membranspenninger på -15,41MPa i toppunktet a. Disse spennin-
gene kan kanskje bli forklart med at formen likevel gir en viss motstand mot horisontal forskyv-
ning, slik som pyramiden (med strekkbånd). I så tilfelle kan halve taket forenklet bli sett på som
modellen vist i Figur 7.51.



Figur 7.51: Forenkelt modell for å forklare trykkspenningene i toppen.

Momentlikevekt om punkt c gir trykkkraft i toppunktet a:

$$T = -\frac{1}{8}q\frac{L^2}{H}$$

Formen til det kryssformede taket gjør at størsteparten av trykkraften blir sentrert i punkt a (Tabell 7.18). Fordeles kraften over $A = t^2$, blir det funnet en trykkspenning:

$$\sigma = -20.32\text{MPa}$$

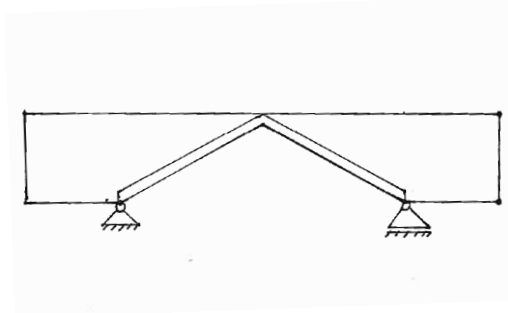
Denne er ikke langt fra den som ble funnet fra Abaqus ($-15,41\text{MPa}$). Store trykkspenninger kombinert med bøyepenninger er en ugunstig kombinasjon. Med store nedbøyninger i toppen oppstår det andreordens effekter som øker nedbøyningen ytterligere. Blir spenningene store nok, kan taket falle innover. Dette skjedde ved Tucker High School i Hennison Virginia i 1970 [21]. Et hyperbolsk paraboloid tak falt innover (Figur 7.52)



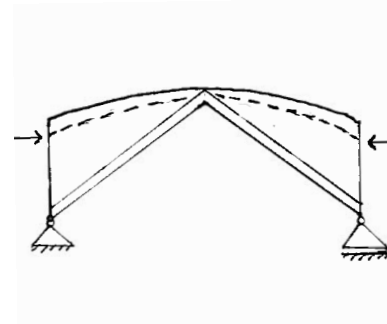
Figur 7.52: Bygning ved Tucker High School i Hennison Virginia før og etter kollaps (September 1970)[7,b][8,b].

For å motvirke disse effektene foreslo den amerikanske ingeniøren Milo S. Ketchum å kapsle

senteret oppover [21]. Dette kan bli gjort på flere måter. Ved å bruke utkragere kan nedbøyningen bli motvirket (Delkapittel 7.7). Det kan også bli brukt spennkabler. Et tredje alternativ er å støpe de horisontale foldekantene slik at de peker oppover i senter.

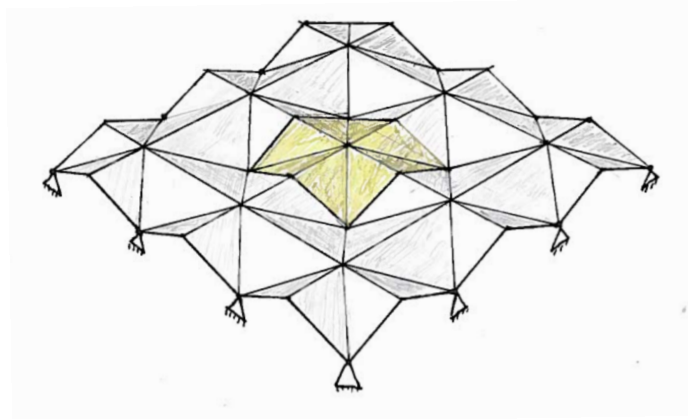


Utkragere



Spennkabler

En avstivende effekt kan også bli oppnådd ved å repetere det kryssformede taket i et nettverk (Figur 7.53). Fra figuren er det tydelig at det samme repeterende mønsteret kunne blitt oppnådd med en pyramide vendt på hodet (inverted umbrella structure [30]). Pyramiden viste større stivhet mot horisontal forskyvning.



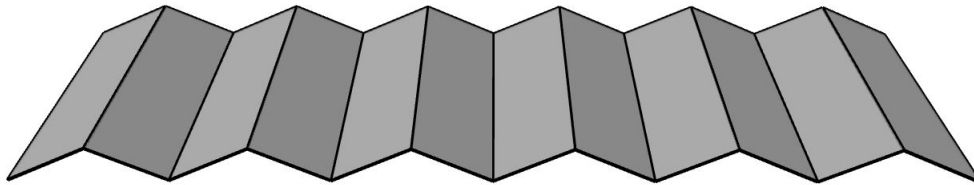
Figur 7.53: Repeterende kryssformet tak. Hver enhetene har fire opplegg.

Oppsummering

- Det kryssformede taket kan bli forstått ved å skille foldekantene og plantene.
- De horisontale foldekantene har liten stivhet i senter. Som følge av dette oppstår det store bøyespenninger i topp.

- I tillegg til bøyespenningene oppstår det tykkspenninger som følge av at taket vil falle innover. Disse gir ugunstige andreordens effekter. For å motvirke disse effektene kan taket kapsles oppover ved å foreksempel ta i bruk spennkabler eller ta i bruk overheng.
- Den horisontale forskyvningen er betydelig større enn for pyramiden. Det vil derfor være hensiktsmessig å nytte uforskyvelige leddlager. Dette vil også gjøre at spenningene i toppen blir betraktelig mindre (Delkapittel 6.3).

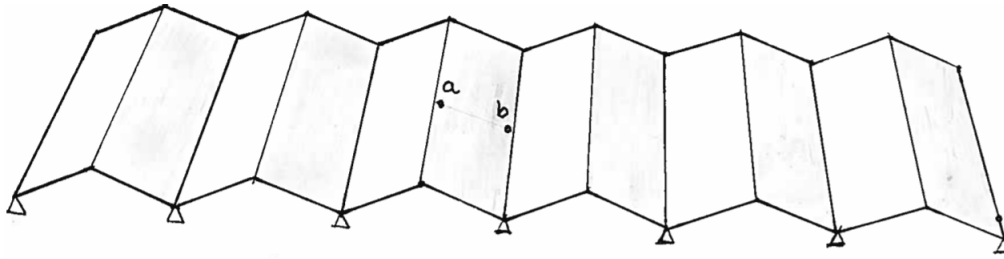
7.11 W-formet tak



Figur 7.54: W-formet tak: repeterende V-formet tak.

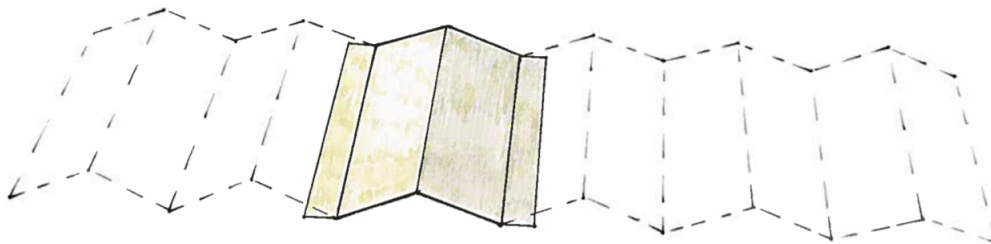
De enkle frittstående elementene sin respons ble forstått ved å ta i bruk todimensjonale folder og enkle strukturelle komponenter. Videre vil det være av interesse å studere repeterende tak ved å ta i bruk enkle frittstående elementer. Et W-formet tak er sammensatt av enkle V-formede takelementer. I valgt geometri er forbindelsene mellom elementene momentstive.

Hypotese



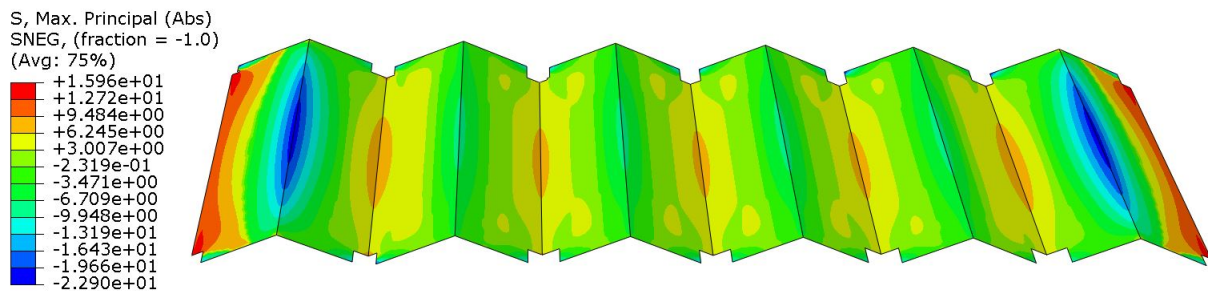
Figur 7.55: Repeterende V-formet tak med geometri som tidligere. $H=2,44\text{m}$, spennbredde $B=10,97\text{m}$, spennlengde $L=24,38\text{m}$ og skalltykkelse $t=152,4\text{mm}$.

I Delkapittel 7.5 ble det sett hvordan horisontale randbjelker forhindret horisontal forskyvning av rendene til et V-formet tak. For et W-formet tak vil hvert V-formet element, belastet med jevnt fordelt taklast, forsøke å gli innover på samme måte som et frittstående V-formet tak. Naboelementene vil imidlertid forhindre denne forskyvningen. Det er derfor naturlig å forsøke å forstå det W-formede taket ut ifra et V-formet tak med horisontale randbjelker (Tabell 7.7).

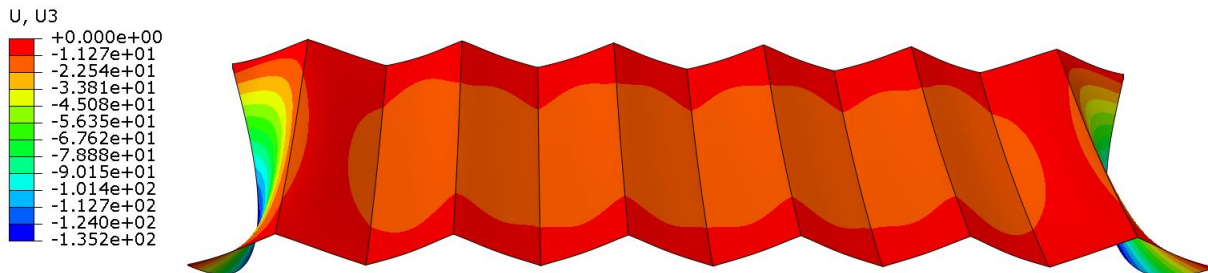


Figur 7.56: Et enkelt V-formet element er forhindret mot horisontal forskyvning.

Analyse



Figur 7.57: Hovedspenninger W-formede tak.



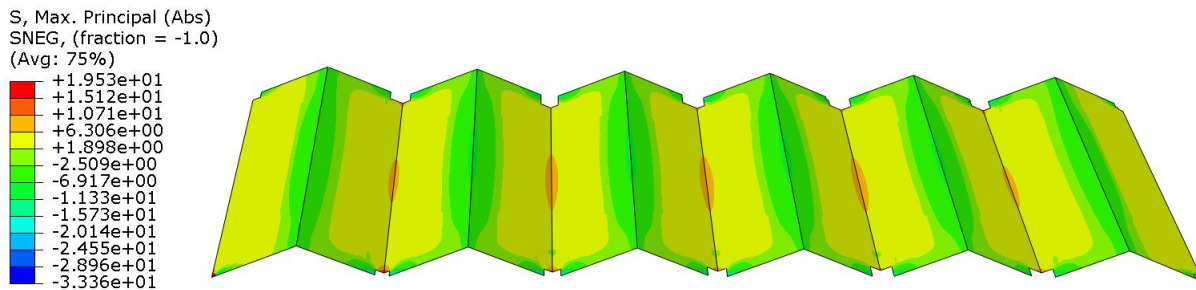
Figur 7.58: Nedbøyning W-formedet tak.

Som antatt i hypotesen viser det W-formede taket en lignende lastrespons som et V-formede tak med horisontale randbjelker 7.19. Nedbøyningene i punkt a og b er tilnærmet identiske. Spenningene i akseretning 2 treffer også bra. Likevel avviker spenningene i akseretning 1. Dette skyldes at de momentstive forbindelsene mellom de V-formede elementene avlaster momentet i toppen. Modellen med frittstående element vil derfor være konservativ i tolkningen av spenningene i akseretning 1.

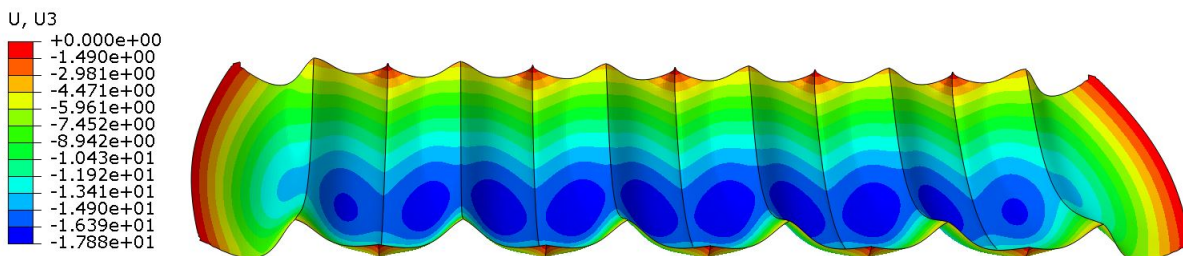
Tabell 7.19: Forskyvninger og spenninger i senterplan

Punkt	w	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]
a	-16,24	0	3,81/-4,33	-7,17/-7,83
b	-16,27	0	3,88/-3,39	7,42/7,28

I Figur 7.59 kommer det tydelig fram at det oppstår store deformasjoner ved de ytterste rendene. Med vertikale randbjelker blir nedbøyningen langs begge endene bli forhindret. Dette ble gjort i H. W. Moore Equipment Co (Figur 7.10, grønn seksjon).



Figur 7.59: Hovedspenninger W-formet tak med vertikale randbjelker.



Figur 7.60: Vertikal deformasjon W-formet tak med vertikale randbjelker.

I resulterende konstruksjon er forskyvningene små sammenlignet med et enkelt V-formet tak uten randbjelker. I en avansert globalgeometri må ingeniøren sikre at visse striper gjennom taket

i valgt bæreretning har tilstrekkelig stivhet. Her bør gjenkjennbare former som det V-formede taket velges.

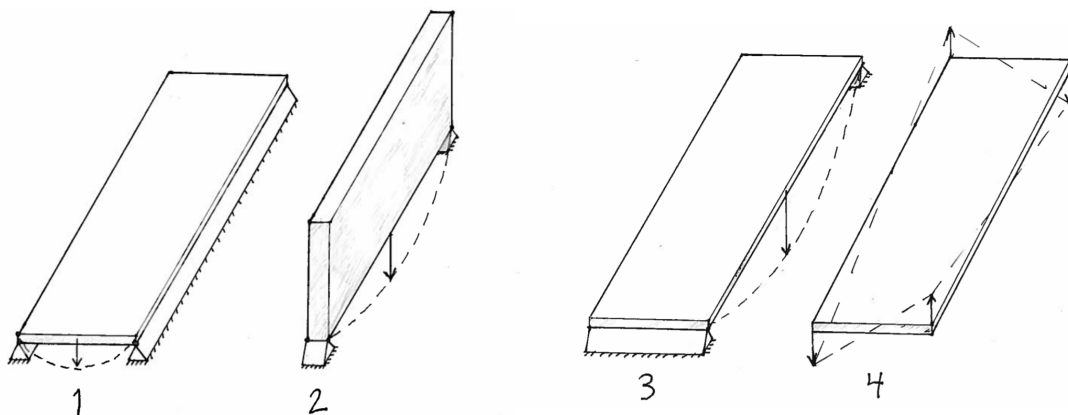
Oppsummering

- Et W-formet tak sin respons i lengderetningen kan bli forstått fra responsen til et enkelt V-formet tak med horisontale randbjelker.
- Indre V-formede elementer har en stivere respons i tverretningen enn V-formede tak med horisontale randbjelker. Dette skyldes at forbindelsene mellom elementene er momentstive. Et V-formet tak med randbjelker vil derfor gi for store bøyepenninger i tverretningen i toppunktet (konservativt).
- Vertikale randbjelker kan bli brukt til å forhindre de store deformasjonene ved de ytterste rendene.
- Et W-formet tak med randbjelker har små deformasjoner. De største nedbøyningene oppstår omtrent midt på platene.

7.12 Diskusjon

I kapitlet om foldede takkonstruksjoner er det blitt gjort hypotesetesting for å identifisere og å forstå foldede takformer sin funksjonalitet. Gjennom å studere ulike tak ble det sett at formens konstruktive funksjon i stor grad kunne bli forstått ved betrakte foldekanter og plater separat. Ved å ta i bruk forenklete statiske modeller av foldekantene og platene kunne også gode overslagsberegninger bli gjort. Foldekantene viste i flere tilfeller bjelkelignende respons, mens platenes responserte som skall med moment og membrankrefter.

Det har vist seg at et enkelt V-formet tak i stor grad kan bli forstått ut i fra responsene vist i Figur 7.61: Platerespons med bæring i kort retning (1), bjelke eller skiverespons (2), og platerespons med bæring i lengderetning (3). I tillegg vil en plate kunne vise torsjonsrespons (4) [16]:



Figur 7.61: 1: platerespons i kort retning, 2: bjelkerespons/skiverespons, 3: platerespons i lengderetning, 4: torsjon/vridning.

På grunn av liten skalltykkelse har et V-formet tak liten stivhet mot vridning, og derfor er de tre første responsene dominerende. Ved å variere spennlengden ble det sett at større spennlengder (omtrent $L > 4H$) gjør at taket får liten platestivhet i lengdretningen (3). For disse tilfellene kan takets spenninger og nedbøyninger med god nøyaktighet bli beregnet ved å ta i bruk en enkel beregningsmodell hvor lengdretningen og tverretningen til taket blir behandlet separat. I modellen blir lengdretningen behandlet som en bjelke med stivhet beregnet fra taktverrsnittet, mens platen i tverretningen blir behandlet som utkragende enveisplater (bjelker). For mindre spennlengder (omtrent $L < 4H$) viste takets plater større stivhet i lengdretningen (3). For slike

tilfeller gir ikke beregningsmodellen like nøyaktige overslag. Siden platene bærer lasten i begge retninger bør platene behandles som toveisplater. Overslagberegninger kan eksempelvis bli gjort med stripemetoden.

Det er altså tydelig at takets lastrespons kan bli forstått gjennom å identifiser og forstå de ulike responsenes relative stivhet. Stor stivhet relativt de andre responsene gjør at den aktuelle responsen bære en større andel av lasten. Takets form og randbetingelser styrer de ulike responsenes stivhet.

For det pyramideformede taket og det kryssformede taket ble det forsøkt å ta i bruk en lignende beregningsmodell som brukt for det V-formede taket. I modellene ble foldekantene behandlet som bjelker, mens platenes respons ble forstått ved å skille mellom platerespons og skiverepons. Beregningsmodellene ga gode overslagsberegninger, mens "rain flow" viste seg som et nyttig verktøy for å forstå sammenhengen mellom form og membrankrefter. Til forskjell fra det V-formede taket har pyramiden og krysstaket ikke-utviklet form. I slike konstruksjoner må platene generelt revne fra hverandre for at konstruksjonen skal falle flatt sammen. Det kan derfor argumenteres for at slike konstruksjoner også tåler mer. Pyramidens form viste blant annet god motstand mot horisontal deformasjon. For det kryssformede taket oppstod det imidlertid store bøyespenninger i toppunktet som følge av liten bøyestivhet, og konstruksjonen vil derfor falle sammen som følge av moment før platene faller fra hverandre.

Gjennom kapitlet har det vist seg at randbetingelsene til de ulike takene har stor innvirking på lastresponsen. For både det V-formede taket og det kryssformede taket er det nødvendig å låse av konstruksjonen horisontalt for å unngå store bøyespenninger i toppen. For det V-formede taket vil det være fordelaktig å ta i bruk randbjelker.

Det kan også se ut til at det lønner seg å ta i bruk små plater. For både det V-formede taket og for pyramiden var momentene på tvers av foldekantene kritiske. Det kan tenkes at det i mer komplekse konstruksjoner kan lønne seg å folde der hvor platene blir store.

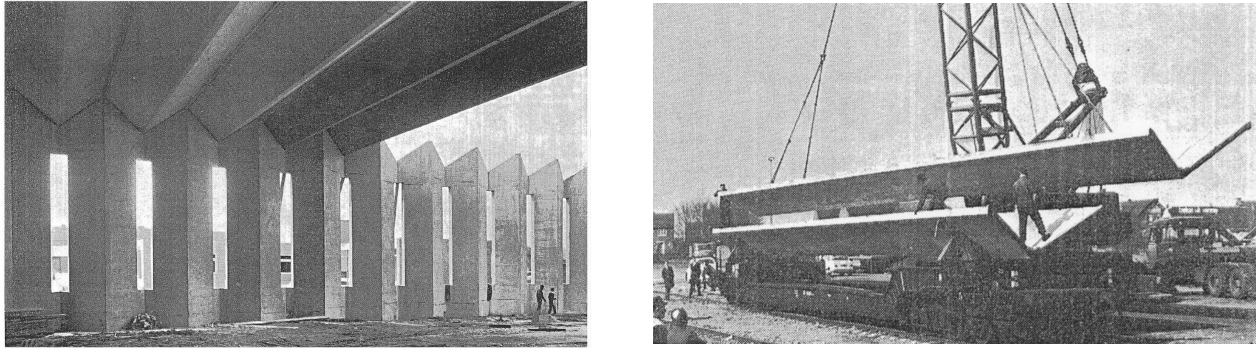
Kapittel 8

Foldede Vegger

Foldede veggelementer blir gjerne formet med en mer spenstig geometri. Dette kan skyldes at vegger er mer synlige fra bakkeplan, og at de dermed får større prioritet i den skulpturelle utformingen av bygningen. I foregående kapittel ble det sett at responsen til foldede tak kunne bli forstått og beregnet med å ta i bruk enkle statiske systemer sammensatt av bjelker. I dette kapitlet vil det være naturlig å forsøke å ta i bruk de samme metodene for ulike typer foldede veggelement.

Som i foregående kapittel er det brukt snølast og egenlast som vertikale laster. Disse blir overført som en jevnt fordelt kantlast i toppen av veggelementet fra en gitt takkonstruksjon [Vedlegg 1]. I tillegg er det tatt med vindlast. Denne angriper normalt på alle flater.

8.1 Kirke i Hoensbroek



Figur 8.1: Bildet til venstre viser monteringsfasen av veggelementene, mens bildet høyre gir et innblikk i hvordan elementene ble fraktet til byggeplassen [9,b][10,b].

Kirken i Hoensbroek i Nederland (1964) er et eksempel på en konstruksjon hvor det ble brukt foldede veggelementer [15]. I monteringsfasen ble elementene transportert med tog til byggeplassen. Veggene i kirken bestod av tolv 8,3m høye foldede veggelementer som repeterte seg langs byggets lengderetning. Langsidene på kirken var 33,6m, mens kortsidene var 25,5m. I sammenkoblingspunktene mellom veggelementene var det lagt inn lange vertikale vindusparti.

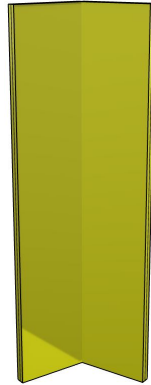


Figur 8.2: Skissert modell av hovedkonstruksjonen til kirken. Det repeterende foldede veggelementet er markert i gult.

8.2 V-formet veggelement (>+>)

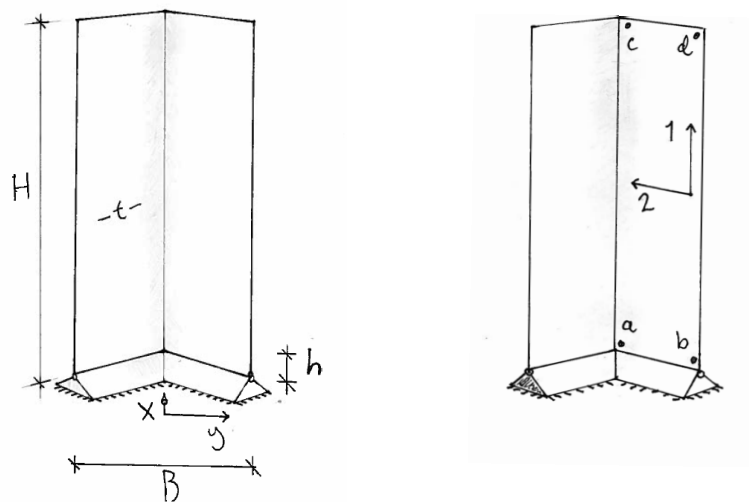
I Kapittel 7 ble det gjennomgått hvordan et V-formet tak responderte på laster som ble påført i vertikal retning. I dette delkapittelet skal det bli undersøkt hva som skjer når et V-formet vegg-

element blir utsatt for horisontale og vertikale laster. Veggelementene til kirken i Hoensbroek består av en enkel V-fold. Disse veggelementene har en høyde på $H = 8,3\text{m}$, tverrsnittshøyde $h = 1\text{m}$, skalltykkelse $t = 200\text{mm}$ og bredde $B = 2,8\text{m}$. Denne geometrien er utgangspunktet for kommende analyser.



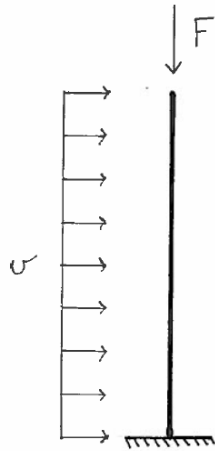
Figur 8.3: V-formet element tilsvarende elementet brukt i veggene i kirken i Hoensbroek.

Hypotese



Figur 8.4: Målepunktene i bunn og topp (a, b, c, og d) er valgt fordi de gir et godt bilde på veggelementets primære atferd.

Siden høyde- lengdeforholdet til veggelementet (h/H) er godt innenfor anbefalingen på $1/4$, er det som tidligere vist mulig å benytte seg av bjelketeorien (Delkapittel 7.4). Et frittstående veggelement kan da bli betraktet som en utkrager (Figur 8.5).



Figur 8.5: Statisk modell av et frittstående veggelement med vindlast v og topplast F .

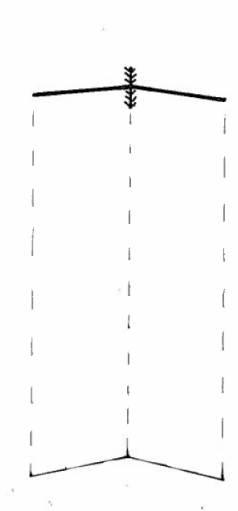
Forskyvningen i toppen til en utkrager med jevnt fordelt last kan bli funnet fra:

$$u = \frac{1}{8} \frac{vH^4}{EI}$$

Med dimensjonene til veggelementetene i kirken i Hoensbroek og et vindtrykk på $1,00 \text{ kN/m}^2$ (Delkapittel 5.2), får utkrageren en utbøyning på [Vedlegg 10]:

$$u = 0,83 \text{ mm}$$

Siden forholdet B/H er lite, kan platene forenklet bli sett på som enveisplater i toppsnittet (c og d). Med denne forenklingen kan modellen som ble gjennomgått i Delkapittel 7.1 bli brukt til å finne bøyepeningene i punkt c.



Figur 8.6: Modell for plateoppførsel i vegg.

Modellen gir en bøyespenning i akseretning 2 i punkt c på [Vedlegg 10]:

$$\sigma_c = \pm 0,22 \text{ MPa}$$

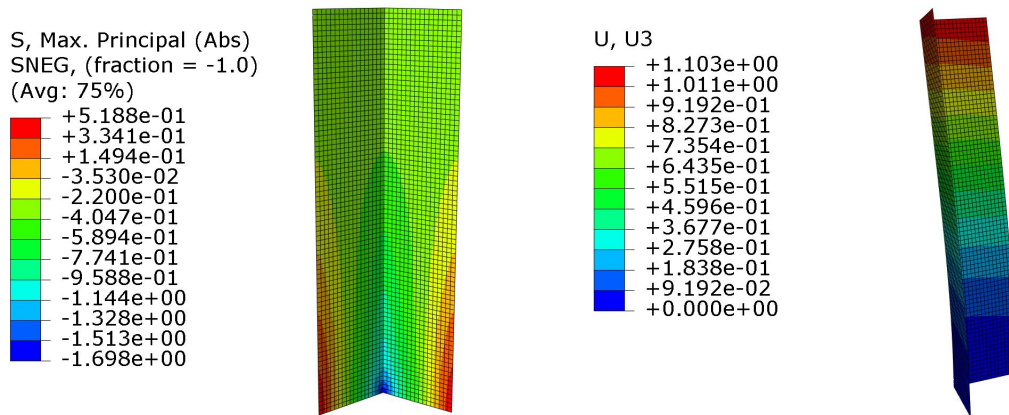
Spenningsene i a og b kan bli funnet ved å betrakte veggelementet som en enkel veggskive. Lasten fra taket og egenvekten til veggen gir normalspenninger, mens vinden forårsaker bøyespenninger i bunn. Med gitt geometri blir spenningsene i akseretning 2 [Vedlegg 10]:

$$\sigma_a = -1,30 \text{ MPa} \quad \sigma_b = 0,34 \text{ MPa}$$

Analyse

I hypotesen ble veggelementets forskyvning beregnet ved å ta i bruk en utkrager. Beregningene ga 0,83mm i forskyvning i x-retning, mens Abaqus fastslo 0,087mm i punkt c og 0,91mm i punkt d (Tabell 8.2). Disse verdiene samsvarer bra med hverandre. Det grafiske plottet av absoluttspenningsene bekrefter at de største spenningsene er i punkt a (Figur 8.7). Ut fra verdiene i Tabell 8.2 er membranspenningene gitt som $-1,47 \text{ MPa}$ i punkt a, og $0,36 \text{ MPa}$ i punkt b. Heller ikke her er det store avvik fra hypotesen. Altså er det mye som tyder på at veggelementet kan bli behandlet som en utkrager for å finne spenningsene i bunn i akseretning 1, og forskyvningene i

toppsnittet.



Figur 8.7: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global utbøyning u .

For å gjøre et enkelt overslag av tverrspenningene i punkt c ble modellen i hypotesen for todimensjonale folder (modifisert) tatt i bruk. Denne modellen ga bøyespenninger på $\pm 0,22$ MPa. Til sammenligning gir Abaqus bøyespenninger på $\pm 0,18$ MPa. Differansen skyldes nok at opplageret i bunn vil gi en viss stivhet til modellen. Om det skal bli tatt hensyn til denne, kan det bli tilført en fjærstivhet i modellen slik som i Delkapittel 7.1.

Tabell 8.1: V-formet veggelement (>+>).

Punkt	u	v	$\sigma_{1,ok}/\sigma_{1,uk}$	$\sigma_{2,ok}/\sigma_{2,uk}$	τ_{ok}/τ_{uk}	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[mm]	[MPa]
a	0	0	-1,46/-1,48	-0,17/-0,16	-0,13/-0,12	-1,48/-1,49
b	0	0	0,34/0,37	0,03/0,02	-0,04/-0,01	0,34/0,31
c	0,87	0	-0,27/-0,27	-0,18/0,18	0/0	-0,27/-0,27
d	0,91	0,03	-0,27/-0,27	0/0	0/0	-0,27/-0,27

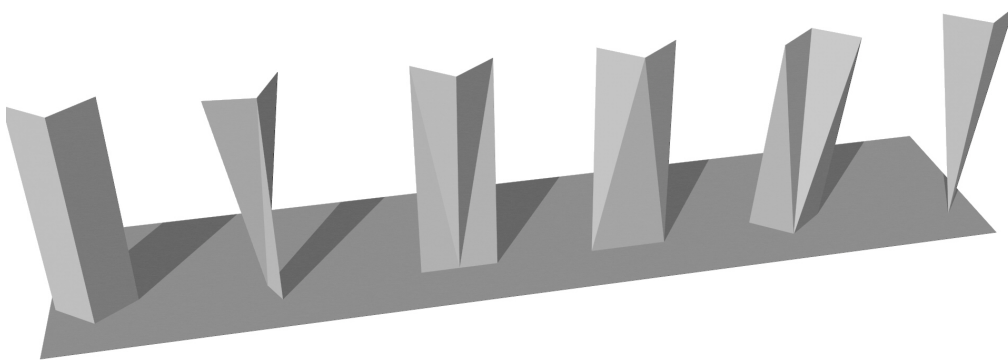
For å hindre at det oppstår deformasjoner i punkt d, kan det være hensiktsmessig å bruke en form for avstivning i toppsjiktet. I kirken i Hoensbroek går ikke utsparingene til vinduspartiene helt opp til takelementene, slik at veggelementene er sammenbundet. Forbindelsene får veggelementene til å virke som en enhet.

Oppsummering

- Veggelementet responderer som en bjelke i høyderetningen, og som plater i bredderetningen.
- Med relativt stor tverrsnitthøyde (men fortsatt $h/H < 1/4$) kan et V-formet veggelement forenklet bli sett på som en utkraget bjelke.
- Hvis tverrsnittbredden B er mye mindre en høyden H kan sideflatene til et V-formet veggelement bli sett på som enveisplater i toppsnittet. Spenningene i toppsnittet kan da bli funnet fra en vikårlig bred platestripe.
- Stor arealutbredelse (stor B og H) i bunn innbyr til en momentstiv forbindelse.

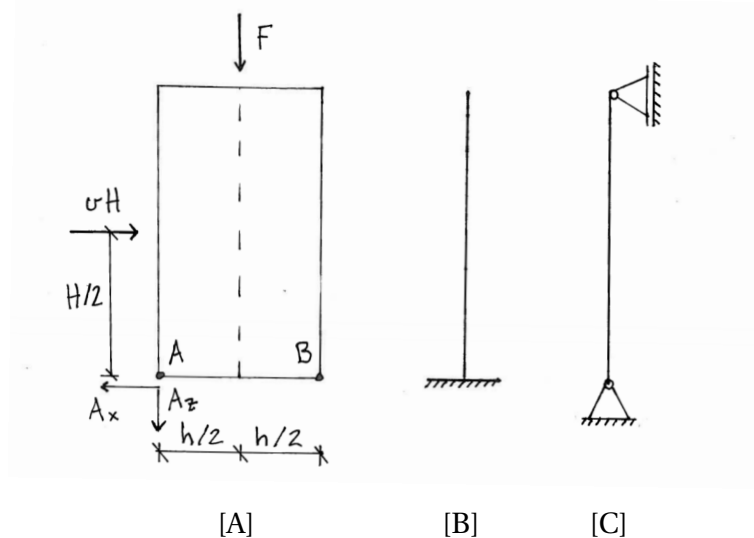
8.3 Geometri og opplagerkriterier

I delkapittelet ovenfor ble det sett at et enkelt V-formet veggelementet har stort 2. arealmoment. Et slik element har dermed stor motstand mot velting, og geometrien innbyr derfor til bruk av momentstivt opplegg.



Figur 8.8: Bildet ovenfor illustrerer ulike foldede veggelementer. Veggelementenes geometri innbyr til bruk av forskjellige opplagerbetingelser.

Veggelementene i Figur 8.8 har alle utviklet geometri som kan foldes fra et enkelt plan. De tilførte veggelementene kan derfor bli sett på som modifiserte varianter av det V-foldede veggelementet. Formen til de ulike veggelementene innbyr til bruk av forskjellige opplagerbetingelser.



Figur 8.9: Modellen til venstre illustrerer en vertikal veggskive som blir utsatt for vindkrefter, egenlast, og last fra tak. Den midterste modellen viser en innspendt søyle, mens modellen til høyre viser en søyle som er leddet i bunn.

Et veggelement kan bli sett på som en enkel veggskive med statisk modell som vist i Figur 8.9 [A]. Ved å summere opp alle vertikale laster (egenvekt og last fra tak) som virker på veggelementet blir kraftresultanten F funnet. Forenklet kan denne kraften bli plassert med en arm på $h/2$ fra skivens veltepunkt B. I horisontal retningen angriper vindlastens kraftresultant vH i høyde $H/2$. Denne kraften vil rotere veggskiven om veltepunktet B, mens kraften F vil motvirke dette. For å unngå velting må momentet fra F være større en momentet fra vH , sett fra vippepunktet. Hvis ikke må veggskiven vertikalt forankres i punkt A. Vertikal forankringskraft kan i så tilfelle bli funnet som:

$$A_z = \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} vH - F \right)$$

Er h stor nok i forhold til H vil veggelementet selv, eller med liten forankringskraft, motvirke den påførte vindbelastningen. Dette vil resultere i en oppførsel som sammenfaller bra med Figur 8.9 [B]. Reduseres h betraktelig vil den nødvendige forankringskraften bli for stor. Det er da mer naturlig å gi veggelementet en leddet forbindelse [C].

8.4 Kongsberg Kino



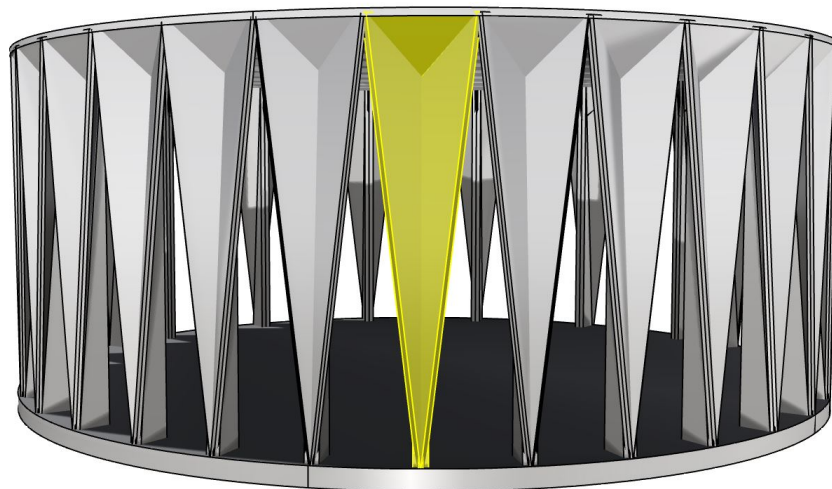
Figur 8.10: Kongsberg kino (1965). Arkitekt: Ørnulf Ljøterdu og Erik Ødegård [11, b].

Kongsberg kino ble ferdigstilt i 1965. Arkitektene bak konstruksjonen er Ørnulf Ljøterud og Erik Ødegård. De var begge studiekamerater ved Statens arkitekturs i Oslo (1947-1949). Dette var kullet etter det berømte Krisekurset som gikk etter andre verdenskrig. Krisekurset hadde som fokus å gjenoppbygge landet etter krigen ved å følge Knut Knutsens nasjonale linjer. 47-49 kullet var derimot preget av de internasjonale strømningene, mye på grunn av tilkomsten av Arne Korsmo[7]. Dette kan være noe av forklaringen på hvorfor bygningen er gitt en form som utstråler et slikt brutalt og ærlig uttrykk.

Konstruksjonen er plasstøpt, og bæres både visuelt og konstruktivt av de 32 foldede betongsøylene [7]. Søylene snevres inn mot opplegg, og har stor tverrsnittshøyde, noe som innbyr til et momentstivt opplager ut av veggplanet. Taket er frittstående og henger i kabler som er forankret til de 32 foldede betongsøylene.

Kongsberg kino sin sirkulære form og søyleplassering har visse likhetstrekk med den klassiske greske- og romerske arkitekturen. Likevel bryter det brutale uttrykket noe fra det klassiske. Kongsberg kino ble trukket fram i Byggekunst av Christian Norberg Schulz som et av de fem

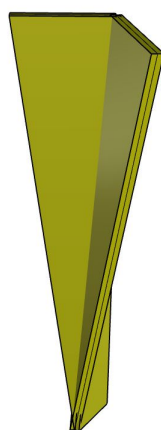
viktigste byggverkene i Norge fra sin årgang [7].



Figur 8.11: Skisse av de foldede søylene (veggelementer) til Kongsberg kino.

8.5 Innsnevret veggelement (>+-)

I Kongsberg kino snevres veggelementet inn mot opplegg ved å tillate en hvis krumning i sideflatene. Siden denne avhandling tar utgangspunkt i foldet geometri blir veggelementet heller foldet langs en diagonal fra topp til bunn (Figur 8.12). Det er sett bort fra endeplater.

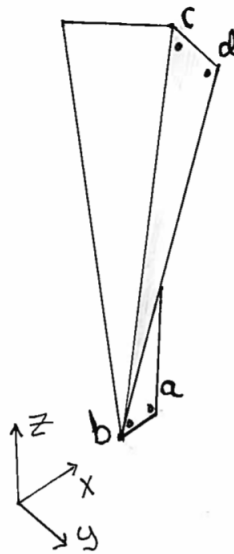


Figur 8.12: Et enkeltstående element fra Kongsberg kino.

Veggelementet til Kongsberg kino er formet på en slik måte at h fortsatt er stor i bunn, og som

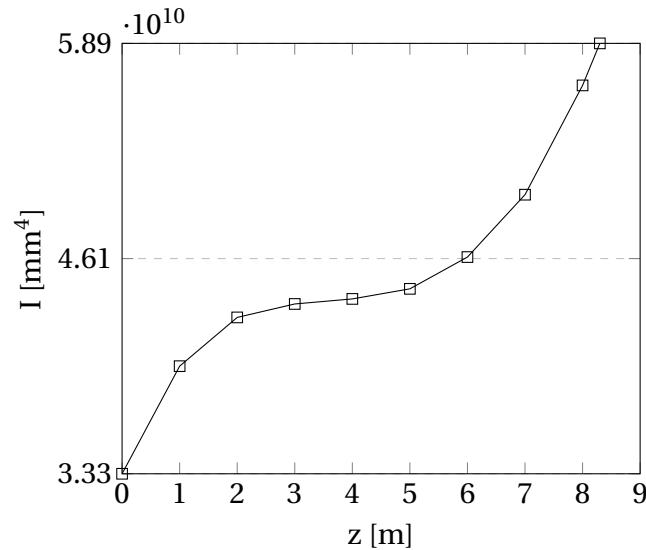
sett tidligere innbyr dette til bruk av innspendt opplager. Videre i delkapittelet er det brukt en vegghøyde $H = 8,3\text{m}$, tverrsnittshøyde $h = 1\text{m}$, skalltykkelse $t = 200\text{mm}$ og maksimal bredde $B = 2,8\text{m}$. Dette er gjort for å kunne sammenligne veggelementets oppførsel med det V-formede veggelementet (<+<).

Hypotese

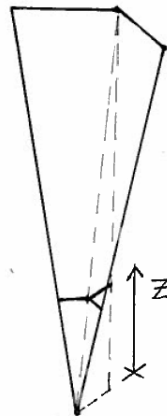


Figur 8.13: Innsnevret veggelement (>+-) med globalt koordinatsystem.

Siden høyden h i søyletverrsnittet holder seg konstant vil tverrsnittsarealet bli større oppover i veggelementet. 2. arealmoment om y-akse varierer med z [Vedlegg 11]:



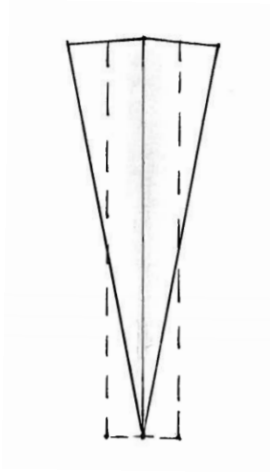
Sett fra grafen vil veggelementets 2. arealmoment varieres fra $3.33 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$ til $5.89 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$. For $z = 0\text{m}$ bidrar kun den stiplede delen til 2. arealmoment (Figur 8.14). Med større z , minker denne delens bidrag. For den heltrukne delen i forkant, skjer det motsatte. Rundt $z = 4\text{m}$ øker den heltrukne delens bidrag like mye som den stiplede delens bidrag synker, og grafen flater ut. Selv om 2. arealmoment vil variere noe med z , så er stivheten gjennomgående stor. Med dette som utgangspunkt er det grunn til å tro at dette veggelementet vil ha lignende deformasjon i y -retning som det V-formede veggelementet (Figur 8.5):



Figur 8.14: Veggelementets 2. arealmoment kan bli forstått ut i fra hvordan de ulike platenes tverrsnittsareal varierer med z .

Forskyvningen i toppunktet c kan bli funnet på samme måte som tidligere. Som en forenkling er

snittverdien av 2. arealmomentet i topp og bunn tatt i bruk. Denne er på $I=4.61 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$. Dette er ikke en konservativ forenkling, da stiveheten er mindre for nedre halvdel av veggelementet, og momentet er størst i bunn. Siden angrepsflaten for vinden er halvert sammenlignet med det V-formede veggelementet i Delkapittel 8.1, er vindtrykket nå satt dobbelt så stort, $\nu = 0,002 \text{ MPa}$. I håndberegningene blir det forenklet brukt en konstant lastbredde (Figur 8.15). Dette er heller ikke en konservativ forenkling. Kraftresultanten vil nå angripe i $H/2$. I realiteten vil den angripe noe høyere.



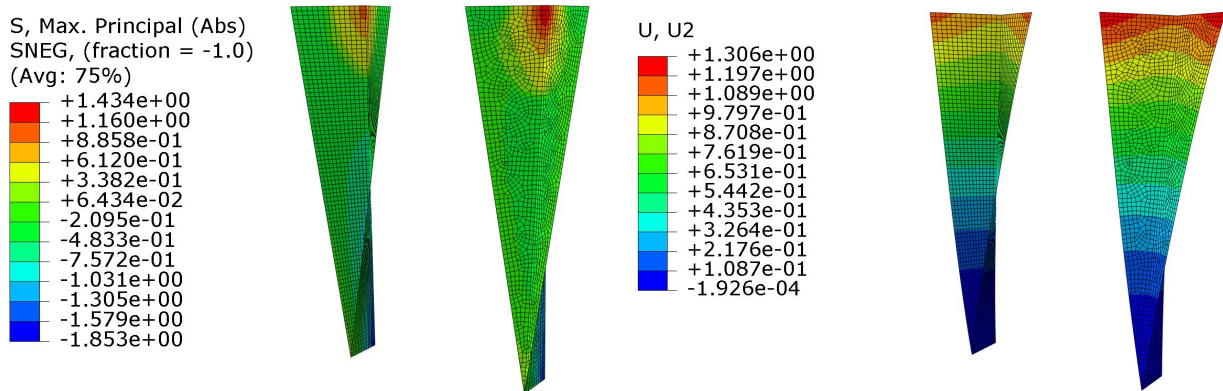
Figur 8.15: Det projeksjerte flatearealet til veggelementet i x-retning får en geometri som tilsvarende en trekant. Som en forenkling kan flatearealet bli sett på som et rektangel med tilsvarende areal.

Med geometri som tidligere oppgitt blir utbøyning i punkt c [Vedlegg 11]:

$$u = 1,06 \text{ mm}$$

De foldede veggelementene til Kongsberg kino har som tidligere nevnt en viss krumning på sideflatene. Denne krumningen ble byttet ut med en diagonal fold fra topp til bunn. Med denne modifikasjonen burde veggelementets visuelle uttrykk, og konstruktive funksjon, forbli omtrentlig det samme.

Analyse



Figur 8.16: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global utbøyning u .

Tabell 8.2 viser en nedbøyning på 1,13 mm i punkt c. Dette samsvarer bra med hypotesen hvor overslagsberegninger ga 1,06 mm. I hypotesen ble det nevnt at de forenklingene som ble gjort ikke ville være konservative. Dette bekrefter Abaqus. Likevel var det forventet et enda større avvik.

I hypotesen ble det antatt at veggelementet, med eller uten krumning, vil ha omtrent samme lastrespons. Antagelsen blir bekreftet fra Figur 8.16, hvor begge veggelementene har tilnærmet lik spenningsfordeling. Deformasjonen er også nokså sammenfallende (Tabell 8.2).

Tabell 8.2: Innsnevret folde (>+-)

Punkt	Uten krumning			Punkt	Med krumning		
	u [mm]	v [mm]	$\sigma_{abs,uk}$ [MPa]		u [mm]	v [mm]	$\sigma_{abs,uk}$ [MPa]
a	0	0	-1,74	a	0	0	-1,85
b	0	0	-0,06	b	0	0	0,08
c	1,13	0	1,37	c	1,00	0	0,98
d	1,3	0,14	-0,26	d	1,50	0,12	-0,27

For å beregne forskyvningen i punkt c ble veggelementet sett på som en utkrager. I praksis innebærer dette at opplageret i bunn må stå imot vindkreftene. Som sett i Delkapittel 8.3 har det innsnevrede veggelementet stor arealutbredelse om y-aksen, og derfor vil forankringskreftene

være små. Dette samsvarer bra med Tabell 8.2 hvor punkt b (med og uten kruming) har små spenninger.

Oppsummering

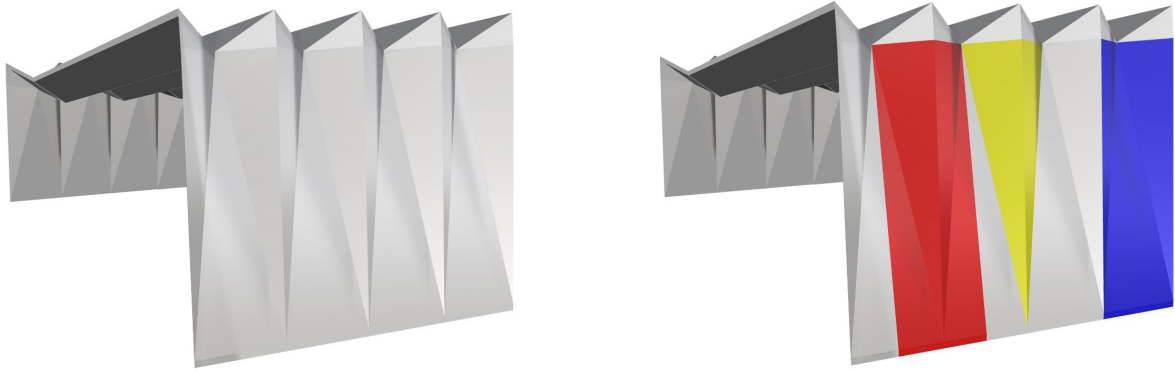
- Stor arealutbredelse i x-retningen innbyr til et momentstivt opplager om y-aksen.
- Med relativt stor tverrsnitthøyde (men fortsatt $h/H < 1/4$) kan et innsnevret veggelement forenklet bli sett på som en utkraget bjelke.
- I overslagsberegningene kan det forenklet bli brukt en snittverdi mellom største og minste 2. arealmoment (obs, ikke konservativt).
- Vindtrykket kan forenklet bli fordelt over en rektangulær flate med samme areal som den prosjekterte flaten til veggelementet (obs, ikke konservativt).

8.6 Basel College of Art and Design



Figur 8.17: Basel College of Art and Design (1961). Arkitekt: Hermann Bauer [12,b] [13,b].

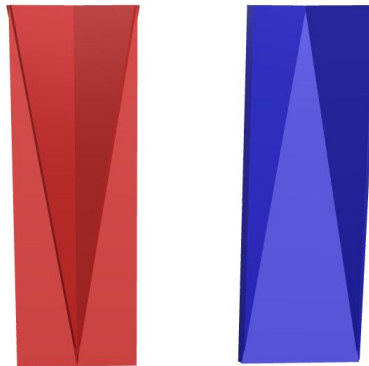
Ved Basel College of Art and Design i Sveits ble det i 1961 bygd en undervisningshall med utstrakt bruk av foldede veggelementer. Bygningen ble tegnet av arkitekten Hermann Bauer, og er lokalisert ved universitetets campus [43]. Foldene i vegglivet repeterer seg fire ganger, og fortsetter med en knekk over til takplanet. Bygningen blir omtalt som et godt eksempel på 50-tallets brutalisme [40]. Den har et spenn på omtrent 37,5m, bredde 28m og høyde 11m.



Figur 8.18: Skisse av bæresystemet til undervisningshallen ved Basel College of Art and Design. Det repeterende foldemønsteret kan bli delt opp i ulike foldede veggelementer, markert i rødt, gult og blått.

Det repeterende foldemønsteret i vegg kan gjenkjennes som forskjellige typer foldede veggelementer. I dette delkapittelet vil veggelementet markert i rødt, og veggelement markert i blått bli studert videre. Gult element går igjen i rødt veggelement, og trenger derfor ikke å bli behandlet alene. Det er likevel verdt å merke seg at et slik veggelement smalner inn mot et enkelt punkt ($<+ \cdot$), slik at det i praksis vil innby til bruk av leddlager både i og ut av veggplanet (Delkapittel 8.3).

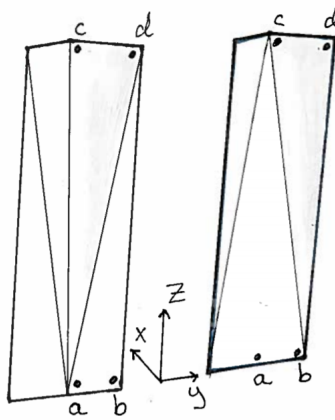
8.7 Utbrettede veggelementer ($<+|$)



Figur 8.19: Enkelstående veggelementer med former som kan bli funnet igjen i vegglivet til undervisningshallen ved Basel College of Art and Design.

Som tidligere nevnt er høyden $H = 8,3\text{m}$, bredden $B = 2,8\text{m}$ og skalltykkelsen $t = 200\text{mm}$. Tverrsnittshøyden øker med z , og den er på sitt største i topp med $h = 1\text{m}$. I bunn er høyden lik skalltykkelsen. Liten høyde innbyr til bruk av leddet forbindelse ut av veggplanet (Delkapittel 8.3). Siden begge tilfellene er leddet i bunn, må de ha et oppelegg i topp for at det statiske systemet skal være bestemt. De utbrettede veggelementene kan da bli betraktet som fritt opplagte bjelker. Siden veggelementene er hentet ut fra samme repeterende foldemønster vil de ha likt flateareal, og tyngde.

Hypotese



Figur 8.20: Utbrettede veggelementer med globalt koordinatsystem.

Spenningsene i veggelementene kan bli beregnet med samme metode som tidligere. Til forskjell fra det V-formede veggelementet vil topplasten/kantlasten gi et kraftbidrag som virker vinkelrett på platekanten. Dette skyldes at kantlastens angrepsvektor ikke følger veggflatenes helning. Ved å dekomponere kantlasten ut ifra sideplatenes helning blir det en normal- og en parallellkomponent i toppen av veggelementene.



Figur 8.21: Kantlastens angrepslinje angriper ikke parallelt med veggelementets plater.

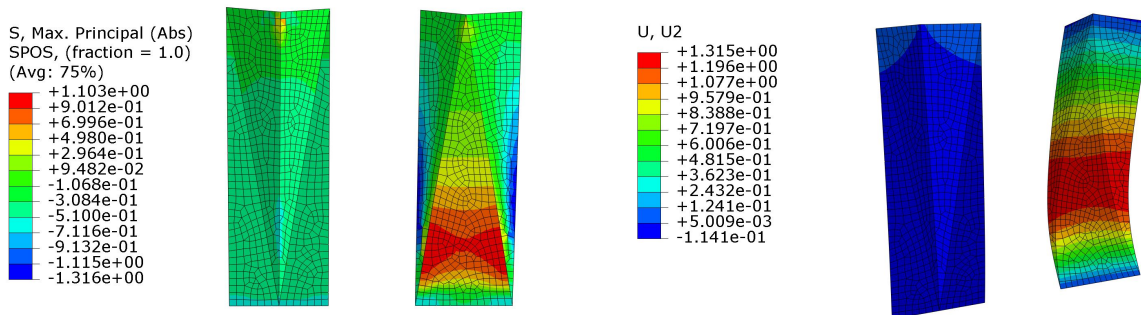
I beregningene av bøyespenningene i tverretningen i punkt c er det antatt en 1m feltstripe for den horisontale kantlasten. Responsten fra vindlasten blir beregnet som tidligere [Vedlegg 12]. Med disse forutsetningene får rødt- og blått veggelement følgende bøyespenninger i punkt c:

$$\sigma_{c,R} = \pm 0,82\text{MPa} \quad \sigma_{c,B} = \pm 0,37\text{MPa}$$

Spenningene i høyderetningen i punkt a og b beregnes med samme metode som tidligere [Vedlegg 12]:

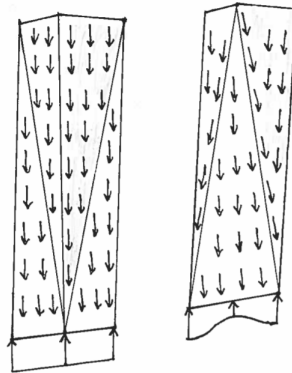
$$\sigma_a = \sigma_b = -0,57\text{MPa}$$

Analyse



Figur 8.22: Grafiske plott av hovedspenningene i overkant. Global utbøyning u er gitt til høyre.

Abaqus gir spenninger $-0,65\text{MPa}$ i punkt a og $-0,64\text{MPa}$ i punkt b i høyderetningen for rødt element (Tabell 8.3). Disse treffer bra med hypotesen. For blått element gir Abaqus $-0,51\text{MPa}$ i punkt a og $-1,17\text{MPa}$ i punkt b. Altså samsvarer ikke beregningene fra hypotesen og resultatene fra analysen like bra for blått element. Avviket kan muligens forklares ved å ta i bruk "rain flow" (Figur 8.23).



Figur 8.23: "rain flow": Kraftene følger platenes største retningsbestemte helning. Det kommer tydelig fram at en større andel av membrankraftene i blått element strømmer mot elementets ytterkanter.

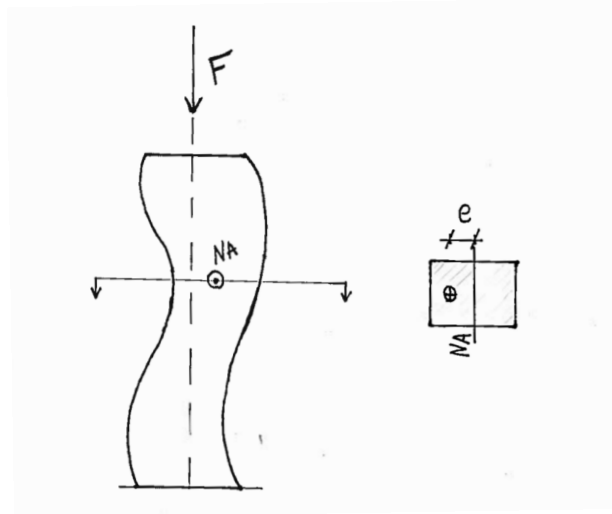
Figur 8.23 viser at membrankraftene i rødt element fordeler seg jevnt langs bunnlinjen, mens det for blått element blir kraftsamlinger ved ytterkantene. Ujevn kraftansamling vil gi ujevn spenningsfordeling i bunn [41].

Fra hypotesen ble bøyesspenningene i punkt c beregnet $\pm 0,82\text{MPa}$ i rødt element. Til sammenligning gir Abaqus en absoluttspenning på $-0,38\text{MPa}$. Altså er anslaget fra hypotesen konservativt. Årsaken til dette kan være at det ikke er tatt hensyn til de skrå foldekantene sin stivhet. På den andre siden har beregningene til blått element også store avvik (Tabell 8.3). Det kan derfor tenkes at modellen fra hypotesen blir for primitiv. Blant annet er det vanskelig å anslå riktig stripebredde i toppen. For mer nøyaktige beregninger anbefales det kun å bruke denne modellen når kantlasten er parallell med sideplatene i toppen.

Tabell 8.3: Utbrettede veggelementer (<+|).

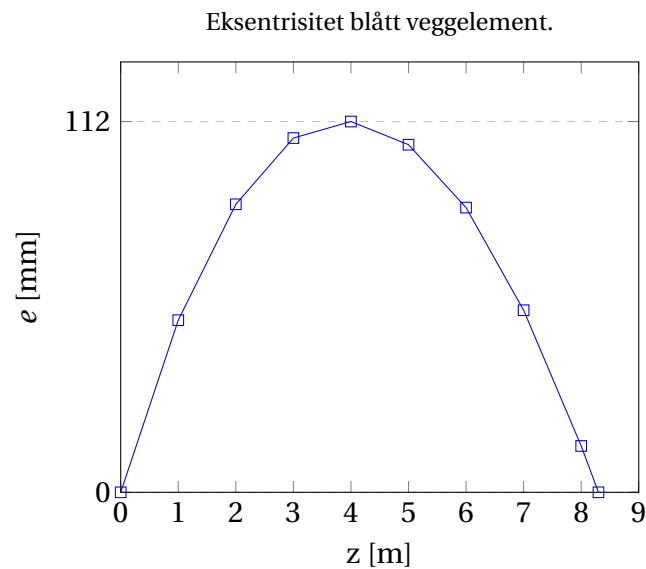
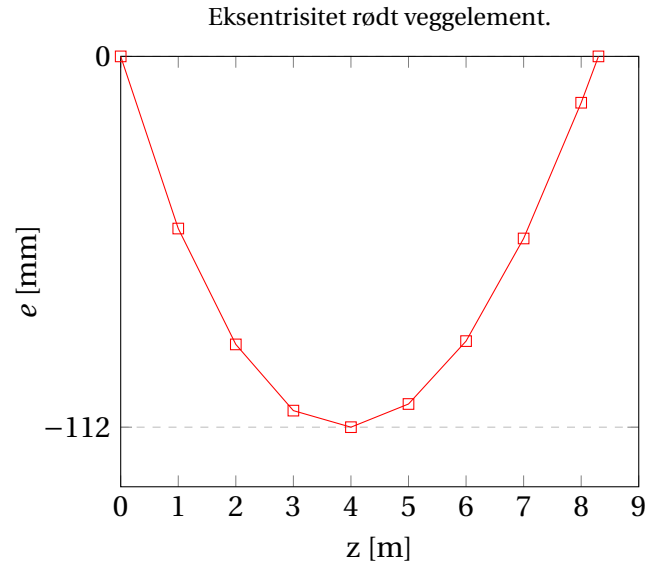
Rødt veggelement				Blått veggelement			
Punkt	u	v	$\sigma_{abs,uk}$	Punkt	u	v	$\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]		[mm]	[mm]	[MPa]
a	0	0	-0,65	a	0	0	-0,51
b	0	0	-0,64	b	0	0	-1,17
c	0	0	-0,38	c	0	0	-0,72
d	0,07	0,05	-0,30	d	0,03	0,03	-0,31

I Figur 8.22 kommer det fram at blått element har mye større deformasjon enn rødt element. Dette er uventet fordi begge elementene har samme 2. ordens arealmoment (hentet ut fra samme repeterende mønster). For å undersøke dette nærmere må det bli sett mer på elementenes geometri.



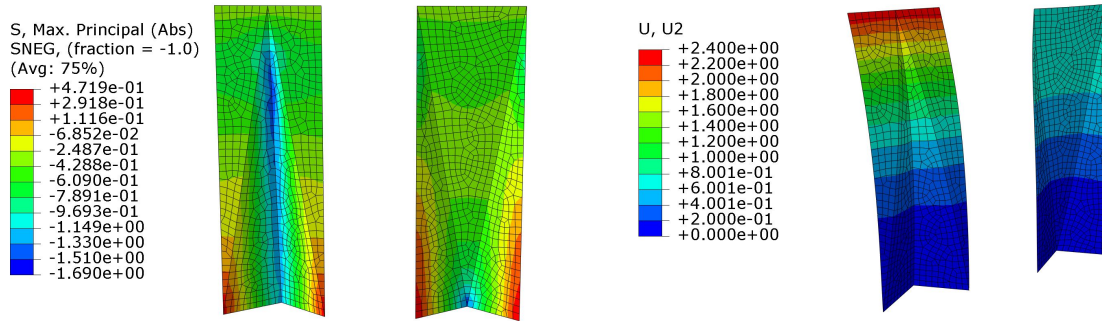
Figur 8.24: I en usymmetrisk søyle angriper kantlasten eksentrisert i forhold til nøytralaksen.

For begge veggelementene varierer arealsenteret med høyden. Forskyvningen av arealsenteret gjør at kantlasten får en eksentrisitet fra nøytralaksen, og dermed oppstår det momenter i de aktuelle snitta. De grafiske plottene på neste side viser eksentrisiteten for hver høydemeter i veggelementene. Fra grafene er det tydelig at begge elementene har lik gjennomgående eksentrisitet, men med motsatt fortegn. Blått veggelement er markert med blå graf, og rødt veggelement er markert i rød graf.



Retningen til eksentrisiteten gjør at rødt element får et moment som virker mot vinden, mens blått element får et moment som virker med vinden. Dette er nok årsaken til at blått veggelement får mye større deformasjon.

For å få en bedre forståelse av veggelementene er de snudd opp ned. I en ny analyse er veggelementene fast innspenne i bunn.



Figur 8.25: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global utbøyning u .

Fra analysen er det tydelig at denne løsningen er å foretrekke. På mange måter er begge vegg-elementene optimalisert for denne kraftpåkjenningen, da 2. arealmoment er stort der hvor momentet er størst i bunn.

Tabell 8.4: Utbredte veggelementer (<+|), innspendt.

Rødt veggelement				Blått veggelement			
Punkt	u	v	$\sigma_{abs,uk}$	Punkt	u	v	$\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[mm]	[MPa]		[mm]	[mm]	[MPa]
a	0	0	-1,23	a	0	0	-1,37
b	0	0	-0,34	b	0	0	-0,47
c	2,36	0	-0,33	c	0,71	0	-0,31
d	2,4	0,01	-0,32	d	0,76	0	-0,33

Med fast innspent opplegg i bunn er blått element mest gunstig når det gjelder forskyvning, mens rødt element er mest gunstig når det gjelder spenninger i bunn (Figur 8.25).

Oppsummering

- Liten arealutbredelse i x-retningen innbyr til et leddet opplager i bunn.
- Foldemønsteret ned mot opplegg kan få innvirkninger på spenningsfordelingen i bunn. "rain flow" er da et nyttig verktøy for å forstå hvordan membranspenningene fordeles seg.

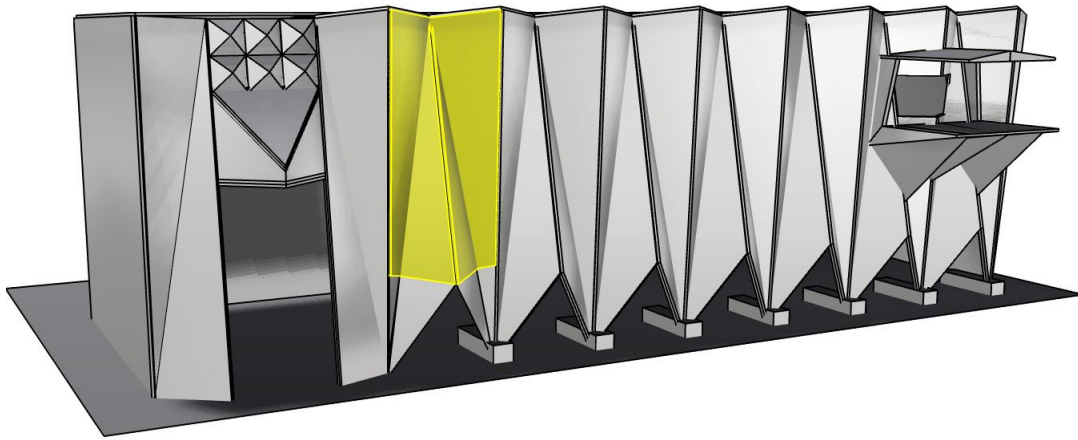
- Kantlasten angriper ikke parallelt med platene i toppen. Det bli dermed et kraftbidrag som virker vinkelrett på platene, og som gir et bøyemomentet i toppunktet c. For å finne denne spenningen må det bli antatt en stripebredde. Dette gjør det vanskelig å gjøre gode overslagsberegninger med tidligere metoder.
- Forskyvning av arealsenteret i veggelementet medfører eksentrisiteter. Dette må det bli tatt hensyn til i overslagsberegningene, da eksentrisitetene kan gi betydelig momentbidrag.

8.8 Proaza Hydroelectric Power Plant



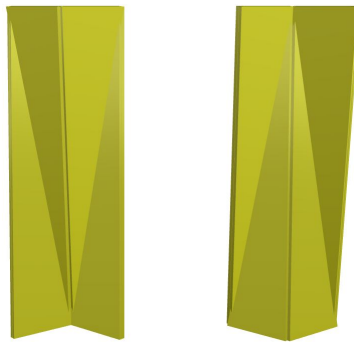
Figur 8.26: Proaza Hydroelectric Power Plant, av Joaquim Vaquero Palacios, 1965. Bilde til høyre viser bygningens hovedrom. De runde formene som stikker opp fra gulvet er hodene på kraftverkets generatorer. Den spesielle veggkunsten skal ikke bare være fin å se på, men også illustre hvordan magnetisme virker [14, b].

Proaza Hydroelectric Power Plant i Proaza i Spania (ferdigstilt 1965) kan bli trukket fram som et eksempel på en bygning hvor arkitektur, billedkunst og ingeniørkunst samvirker. Bygningen ble tegnet og planlagt av den spanske arkitekten Joaquín Vaquero Palacios. Arkitektens hovedfokus var å skape lyseffekter, og å integrere bygningen i omgivelsene. Den 36m lange og 12m brede bygningen er en del av et vannkraftanlegg som befinner seg i fjellet under bakken. Bygningens hovedrom fungerer også som et offentlig besøksområde, hvor folk kan beskue kraftverkets generatorer for å få innsikt i kraftverkets produksjon av elektrisitet. Bygningen har en brutalistisk stil, der foldemønsteret gir abstraksjon til landskapets fjellformasjoner [29].



Figur 8.27: Skisse av bygningets bærekonstruksjon med et enkelt veggelement markert i gult.

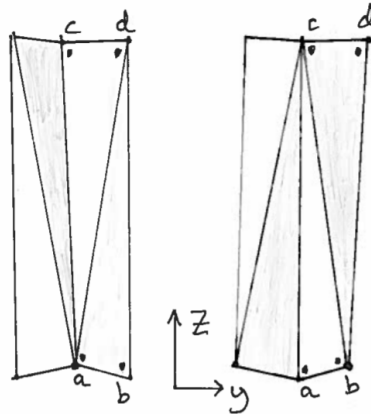
8.9 Skiftet veggelement (>+<)



Figur 8.28: To enkeltelement med form som veggelementene fra Proaza Hydroelectric Power Plant.

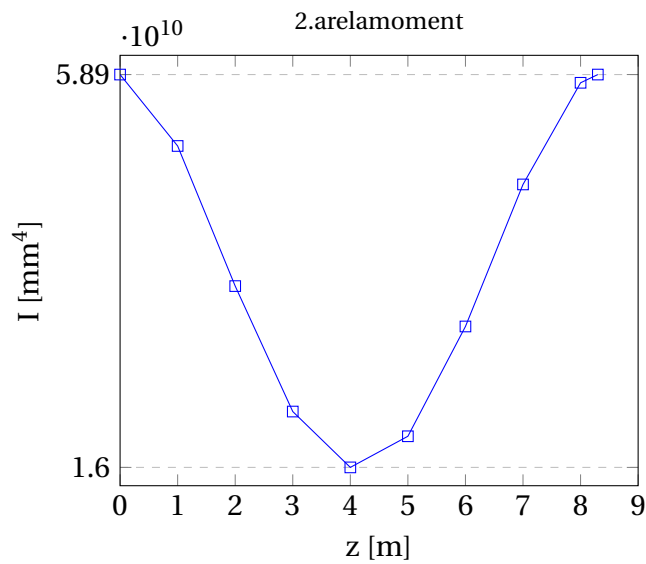
Som tidligere nevnt er høyden $H = 8,3\text{m}$, bredden $B = 2,8\text{m}$ og skalltykkelsen $t = 200\text{mm}$. Tverrsnittshøyden endrer seg med z , men $h = 1\text{m}$ både i topp og i bunn. Som sett tidligere, innbyr stor h til bruk av momentstiv forbindelse (Delkapittel 8.3). Veggelementetenes geometri innbyr derfor til bruk av momentsiv forbindelse i både topp og bunn. Videre er det kun valgt å studere veggelement som er innspent i bunn.

Hypotese

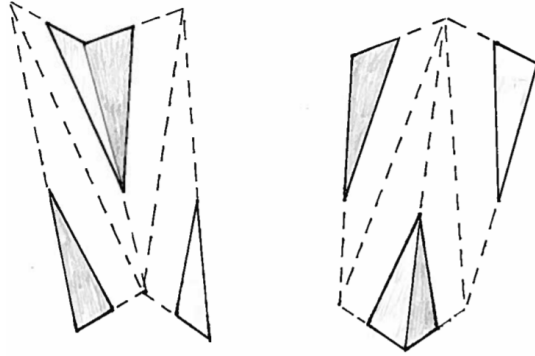


Figur 8.29:

Siden begge veggelementene er hentet ut fra et repeterende foldemønster har de likt gjennomgående 2. arealmoment. Med innsnevret h fra begge ender, reduseres 2. arealmomentet mot midten ($z = H/2$):

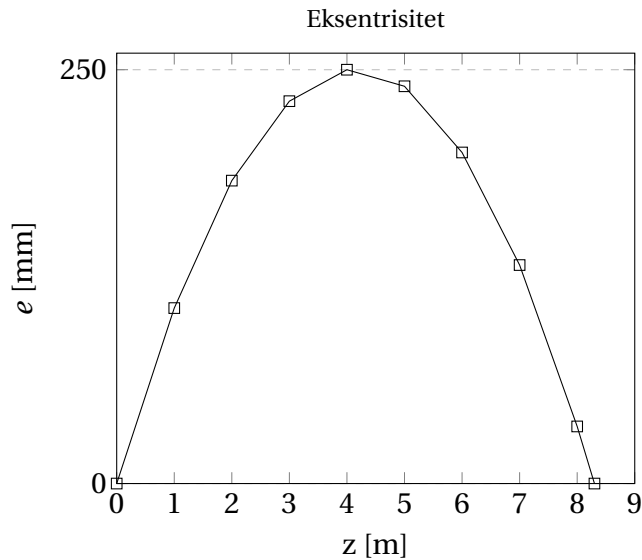


Som for det utbredte veggelement (<+|), har kantlasten i topp en økende eksentrisitet mot midten av veggelementet ($z = H/2$). Dette kommer tydelig fram av Figur 8.30, som viser at størsteparten av materiale ligger på den ene siden av angrepslinjen (illustrert med en flate).

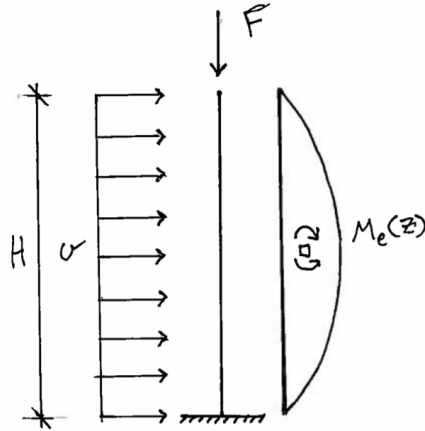


Figur 8.30: Ved å tegne kraftresultanten til den jevnt fordelte lasten, her illustrert som tenkt flate, kommer det tydelig fram at det vil oppstå størst eksentrisitet i midtsjiktet. De stiplede flatene viser den delen av veggelementet som ligger i bakkant, mens de heltrukne skyggelagde flatene er den delen av veggelementet som ligger i front.

Plottet under viser eksentrisiteten til veggelementene som en funksjon av z . Siden veggelementene er tatt ut fra det samme repeterende foldemønsteret har de lik eksentrisitet.



Skal det bli tatt hensyn til eksentrisiteten, kan det bli brukt en forenklet statisk modell, som vist i Figur 8.31. I modellen er veggelementet påført et eksentrisitetsmoment $M_e(z) = F \cdot e(z)$ som varierer kvadratisk over høyden H .



Figur 8.31: Både vindlasten og momentet gir en forskyvning mot høyre.

Forskyvningen i toppunktet c kan bli beregnet med kraftmetoden. Forskyvningen u_F skyldes eksentrisitetsmomentet til F , mens u_v skyldes vindkraften:

$$u_F = \frac{1}{3} \frac{F e_{max} H^2}{EI_F} \quad u_v = \frac{1}{8} \frac{v H^4}{EI_v}$$

Veggelementets maksimale eksentrisitet $e_{max} = 250\text{mm}$, kan bli sett av grafen. For eksentrisitetsmomentets bidrag kan det forenklet bli brukt et 2. arealmoment $I_F = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$ fra det kritiske snittet i $H/2$. For vindens bidrag kan det forenklet bli brukt et 2. arealmoment på $I_v = 3,74 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$, som er beregnet snittverdi mellom største og minste stivhet. Med superposisjon blir den totale forskyvningen [Vedlegg 13]:

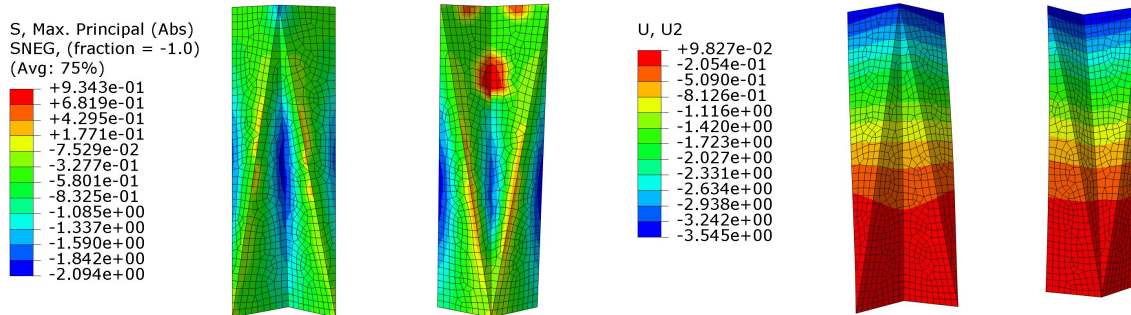
$$u = u_F + u_v = 1.98\text{mm} + 1.31\text{mm} = 3,29\text{mm}$$

Eksentrisiteten gir altså en forskyvning som er større enn vindens bidrag.

Analyse

Som Figur 8.32 viser, har veggelementene relativ lik respons. Spenningsplottene viser små lokale ulikheter, men når det gjelder den globale deformasjonen, har elementene omtrent identisk oppførsel.

Utbøyningen i toppunktet c samsvarer bra med beregningene fra hypotesen (Tabell 8.5). I hypotesen ble det gjort en del konservative forenklinger. Med disse forenklingene var det forventet et konservativt overslag. I beregningene ble det imidlertid ikke tatt hensyn til egenvekten. Denne vil angripe med en eksentrisitet som gir utbøyning i samme retning som topplasten. Selv om dette bidraget sannsynligvis er lite, er det nok med på å vekte opp for de konservative forenklingene som ble gjort.



Figur 8.32: Grafiske plott av hovedspenningen i underkant og global utbøyning u .

Tabell 8.5: Skiftet veggelement

Punkt	A (>+<)			Punkt	B (<+>)		
	u [mm]	v [mm]	$\sigma_{abs,uk}$ [MPa]		u [mm]	v [mm]	$\sigma_{abs,uk}$ [MPa]
a	0	0	-1,05	a	0	0	-0,05
b	0	0	-0,24	b	0	0	-1,08
c	3,34	0	-1,50	c	3,51	0	-0,41
d	3,54	0,15	-0,33	d	3,47	0,01	-0,31

Oppsummering

- Forskyvning av arealsenteret med høyden z gjør at det oppstår eksentrisitetsmomenter i de aktuelle tverrsnitta. Disse bør bli tatt hensynt til når kantlasten er stor. For mer nøyaktige beregninger bør det også bli tatt hensyn til egenvektens eksentrisitet.
- Et overslag av veggelementenes utbøyning kan bli gjort ved å superposisjonere utbøyningen til vindlasten og kantlasten.

8.10 Diskusjon

Gjennom kapitlet har det blitt sett at responsen til foldede veggelementer, i liket med foldede takelementer, i stor grad kan bli forstått og beregnet ved å skille mellom bjelkerespons og platerespons. Med forhold $h/H < 1/4$ kan foldekanten til det V-formede veggelementet bli modellert som en utragende bjelke, mens platene kan bli modellert som utragende bjelker/enveisplater. I motsetning til det V-formede taket, er det V-formede veggelementet belastet med en vertikal kantlast som dominerer lastbildet. Denne lasten gir relativt store membranspenninger. Disse kan bli forstått ved å ta i bruk "rain flow". Med denne metoden kan det bli sett hvordan foldekantene påvirker fordelingen av membrankrefter mot underlaget.

Geometrien til de ulike veggelementene gjør valget av opplagerbetingelser naturlig. Stort 2. arealmoment i bunn innbyr til bruk av innspendt forbindelse, da forankringskraften blir liten. Lite 2. arealmoment i bunn innbyr til bruk av leddet forbindelse. I kapitlet er det blitt sett på former som innbyr til begge typer forbindelser. I konseptuell design av en bygninger med foldede veggelementer vil sammenhengen mellom form og opplager være en grunnleggende men viktig observasjon som vil kunne ha stor innvirkning, både arkitektonisk og konstruktivt.

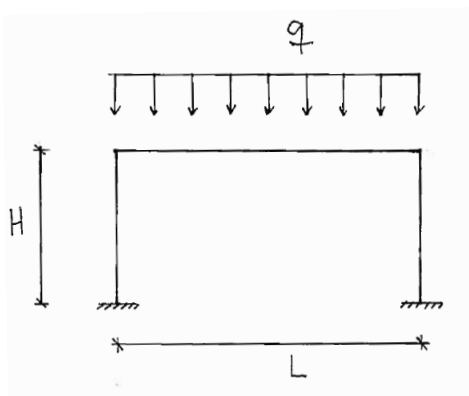
En vertikal kantlast som angriper med en retning som ikke er parallell med veggelementets plater vil gi et horisontalt kraftbidrag som må bli tatt hensyn til i beregningen av bøyesspenninger på tvers av foldekanten. Dette bidraget kan forhindres ved å endre veggelementets helning.

Veggelementene som er usymmetrisk om den vertikale taklastens angrepslinje få induisert eksentrisitetsmomenter som gir bøyesspenninger i veggelementenes høyderetning. For et bestemt tverrsnitt kan eksentrisitetsmomentet bli funnet ved å multiplisere snittets eksentrisitet med den vertikale kraftresultanten. Den totale forskyvningen kan bli funnet ved å ta i bruk kraftmetoden. For en bygningen kan det være hensiktsmessig å plassere veggelementet med en eksentrisitet som virker mot vindens bidrag. Former som er plukket ut fra det samme repeterende foldemønsteret har også lik eksentrisitetsfordeling.

Kapittel 9

Foldede portalrammer

Så langt i avhandlingen har det blitt sett på foldede tak og foldede vegger. I mange bygninger kan det være av interesse å sammenbinde tak og vegger med momentstive forbindelser. Den resulterende geometrien kan gjerne bli brutt ned i en enkel repeterende enhet, kjent som portalrammen (Figur 9.1). Siden portalrammen er sammensatt med momentstive forbindelser, har den stor stivhet. For bjelken og søylene blir momentet fordelt mellom opplegg og spenn, slik at materialutnyttelsen blir større. Portalrammer kan derfor være aktuelle å ta i bruk for store spennlengder. Samtidig som forbindelsene har en konstruktiv funksjon kan de bli brukt til å visuelt sammenbinde tak og vegger til en kontinuerlig overflate.



Figur 9.1: Statisk modell for en portalramme.

9.1 Mülimatt Sports Education and Training Centre



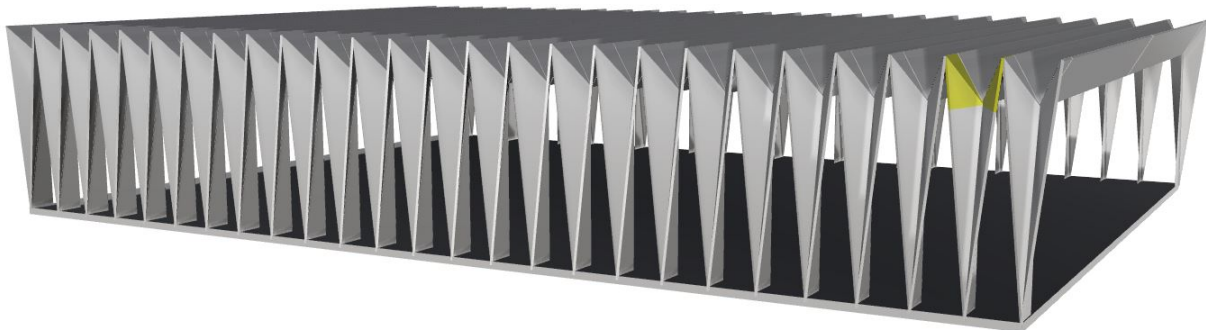
Figur 9.2: Mülimatt Sports Education and Training Centre (2010). Studio Vacchini Architetti [15,b].

Mülimatt Sports Education and Training Centre i Windisch i Sveits, bygget i 2010, er et eksempel på en moderne foldet konstruksjon hvor det er brukt foldede portalrammer. Sportssenteret er tegnet av Studio Vacchini Architetti, og Konstruksjonen er bygget opp av prefabrikkerte spennarmerte elementer som er støpt sammen på byggeplassen. Bygningen er 80m lang, 14m høy og 55,5m bred, og rommer to sportshaller. Innendørsarealet er søylefritt, slik at spennlengden til rammene er på hele 52,84m [10]. I bakkant av bygningen er det en forhøyning i terrenget som gjør taket synlig fra bakkeplan, blant annet fra en togbane som passer like i nærheten. Som følge av dette valgte arkitektene å behandle taket som en femte fasade.



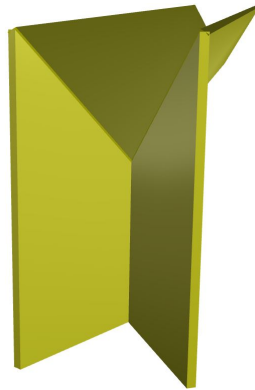
Figur 9.3: I veggene er det brukt innsnevrede veggelement som i Kongsberg kino [16,b].

De foldene elementene i tak og vegger har en største bredde på $B = 3\text{m}$, høyde $h = 2,66\text{m}$ og skalltykkelse $t = 160\text{mm}$ (Figur 9.3). De store dimensjonene sammen med den spesielle utformingen gir bygningen en skulpturell effekt. Glassfasadene står i stor kontrast til de tunge betongelementene. Det repeterende foldemønsteret kombinert med store glassfaser gir bygningen lys og skyggeeffekter. Tak og veggelement er forbundet med en stiv forbindelse som også skaper en visuelt jevn overgang mellom vegg- og takfasade.



Figur 9.4: Forenklet modell av hovedbæresystemet i Mülimatt Sports Education and Training Centre. En enkelt forbindelse er markert i gult.

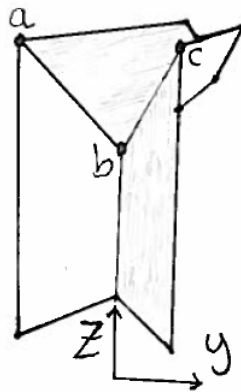
9.2 Rett-foldet forbindelse



Figur 9.5: Rett-foldet forbindelse.

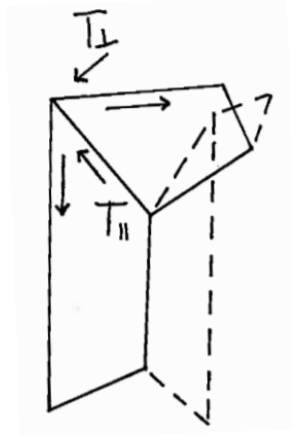
I Sportshallen i Windisch er den repeterende portalrammen satt sammen av V-formede takelement ($<+<$) og innsnevrede veggelement ($<+-$). Elementene er støpt sammen i en momentstiv forbindelse som i denne avhandlingen vil bli kalt rett-foldet forbindelse (Figur 9.6). Geometrien til forbindelsen er ikke-utviklet.

Hypotese



Figur 9.6: Forbindelse med aksesystem og punkt.

Som sett tidligere kan foldekantene bli betraktet som bjelker. Siden forbindelsen hovedsaklig blir utsatt for moment, skjær og aksialkraft fra søyle- og bjelkeelement vil en slik modell hovedsaklig bli utsatt for aksialkrefter. Forenklet kan foldekantene da bli sett på som staver [Vedlegg 14].



Figur 9.7: Stavmodell.

Som sett av modellen vil diagonalen være i trykk. Trykkraften er gitt:

$$T = -\frac{M}{h} \sqrt{2(1 - \sin(\varphi))}$$

hvor φ er takvinkelen. Videre kan kraften dekomponeres i en normal og en parallell komponent:

$$T_{\perp} = \frac{1}{4} \frac{B}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + h^2}} T \quad T_{\parallel} = \frac{1}{2} \frac{h}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + h^2}} T$$

T_{\perp} trykker punkt a og c fra hverandre, og forsøker dermed å åpne forbindelsen. Dette fører til et moment i punkt b. Den resulterende bøyespenningen kan bli funnet som:

$$\sigma_b = 6 \frac{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + h^2}}{bt^2} T_{\perp} = \frac{3}{2} \frac{B}{bt^2} T$$

Videre kan membranspenningen i diagonalen a-b bli funnet som:

$$\sigma_{a-b} = \frac{1}{bt} T_{\parallel}$$

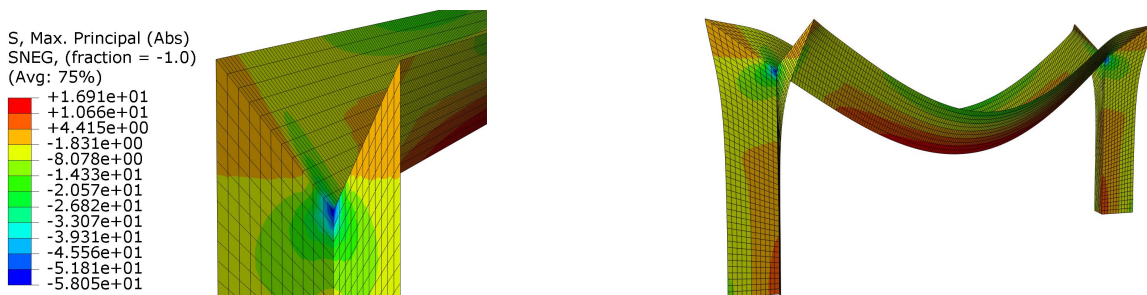
b er den diagonale stavens bredde. Med flatt tak ($\varphi = 0^\circ$) blir forbindelsen utsatt for et moment $M = 6742 \text{ kNm}$ [Vedlegg 14]. Velges en bredde som er det dobbelte av diagonalen (a-b) sin lengde

$b = 8,1\text{m}$, blir spenningene:

$$\sigma_b = \pm 103,16\text{MPa} \quad \sigma_{a-b} = -1,20\text{MPa}$$

Altså gir modellen et veldig stort bøyemoment i punkt b.

Analyse



Figur 9.8: Abs hovedspenninger, underkant.

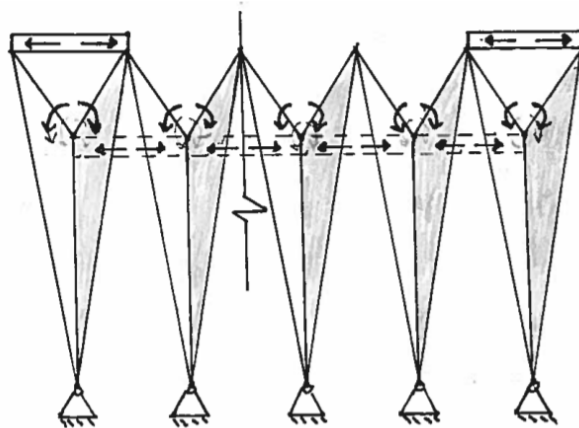
Sett av Figur 9.8, blir forbindelsen bøyd utover som forventet. Dette resulterer i store bøyepeninger i punkt b (Tabell 9.1). Selv om spenningene er store, er de halverte i forhold til bøyepeningene funnet i hypotesen. Feilen kan skyldes at det i modellen må bli antatt en lastbredde b . I tillegg fordeles lasten T_{\perp} i punkt a og c. I realiteten vil angrepspunktene være nærmere punkt b, siden bjelken og søylen fordeler last langs hele diagonalen a-b. Likevel gir modellen et godt bilde på forbindelsens oppførsel.

I hypotesen ga beregningsmodellen trykkspenning i diagonalen a-b. Dette bli bekreftet i Figur 9.8. I hypotesen var denne på $-1,20\text{MPa}$. I analysen er den anslagsvis $-1,80\text{MPa}$. Som for momentspenningen i punkt b blir det anslått en lastbredde b , og det er derfor vanskelig å finne en korrekt spenning. Denne spenningen er uansett liten sammenlignet med spenningen som oppstår i punkt b, selv med stor stavbredde.

Tabell 9.1: Rett foldet forbindelse

Punkt	ν	$\sigma_{abs,ok}/\sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[MPa]
a	-30,80	-1,84/1,88
b	0	46,5/-58,05
c	30,80	-1,84/1,88

For å redusere de store bøyespenningene i punkt b, vil det være nødvendig å forhindre at punkt a og c glir fra hverandre. I Mülimatt Sports Education and Training Centre er dette gjort ved å låse av de ytterste rammene med en plate mellom punkt a og c (Figur 9.9). Videre er den induserte horisontale forskyvningen forhindret med en kontinuerlig strekkstav som forbinder elementa sammen i punkt b. Denne løsningen gjør at den ytre fasaden beholder sitt uttrykk. Innsiden av bygningen får ikke det rene foldede uttrykket. Av hensyn til isolasjon og tekniske installasjoner er imidlertid taket fort ned med en lett trehimling, slik at forbindelsene er skjult [10].



Figur 9.9: System for å forhindre veggelementene i å folde seg ut.

Oppsummering

- Det er mulig å lage en beregningsmodell av en rett-foldet forbindelse ved å betrakte foldekantene som staver i en fagverkmodell. De beregnede spenningene er konservative, selv om det velges en stor stavbredde. Modellen gir et godt bilde på forbindelsens lastrespons.

- Det oppstår store bøyespenningene i forbindelsespunktet mellom trykkside i søyle og trykkside i bjelke (punkt b Figur 9.6).
- For å unngå de store bøyespenningene i punkt b er det nødvendig å forhindre punkt a og c i å forskyve seg. For å få til dette kan det bli brukt en plate mellom punkt a og c i de ytterste rammene, og påstøp i bakkant som forbinder punkt b mellom rammene.

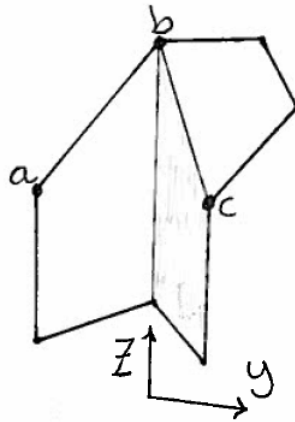
9.3 Reversert-foldet forbindelse



Figur 9.10: Reversert-foldet forbindelse.

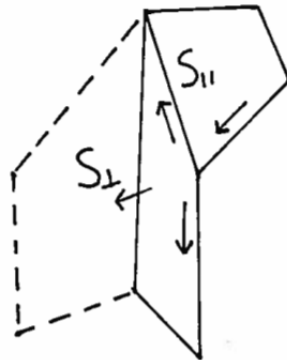
En reversert-foldet forbindelse (reverse fold) er foldet slik at vegg- og takelement er bundet sammen med en forbindelsen som skifter folderetning. Denne dukker svært ofte opp i brettekunsten hvor den er helt sentral i mange av de vanligste repeterende geometriene [8]. Som for alle geometrier innenfor brettekunsten er forbindelsen utviklet.

Hypotese



Figur 9.11: Forbindelse med globalt aksesystem og punkt.

På samme måte som for den rett-foldede forbindelsen er det brukt en stavmodell for å forstå hvordan den reversert-foldede forbindelsen oppfører seg [Vedlegg 15].



Figur 9.12: Stavmodell.

Av stavmodell blir det sett at det er strekk i diagonalen. Denne strekkraften kan bli funnet som:

$$S = \frac{M}{h} \frac{1}{\cos(\beta)}$$

hvor vinkelen β er avhengig av foldenes geometri h/B og takvinkelen φ [8]:

$$\beta = \arctan\left(\frac{45^\circ - \frac{1}{2}\varphi}{\sin(\arctan(2\frac{h}{B}))}\right)$$

Som for den rett-foldede forbindelsen kan kraften dekomponeres i en normal og en parallell komponent:

$$S_{\perp} = \frac{1}{4} \frac{B}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + h^2}} S \quad S_{\parallel} = \frac{1}{2} \frac{h}{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + h^2}} S$$

S_{\perp} trekker punkt a og c mot hverandre, og forsøker dermed å lukke forbindelsen. Dette gir et moment i punkt b. Den resulterende bøyespenningen kan bli funnet som:

$$\sigma_b = 6 \frac{\sqrt{\frac{1}{4}B^2 + h^2}}{bt^2} S_{\perp} = \frac{3}{2} \frac{B}{bt^2} S$$

Videre kan membranspenningen i diagonalen a-b bli funnet som:

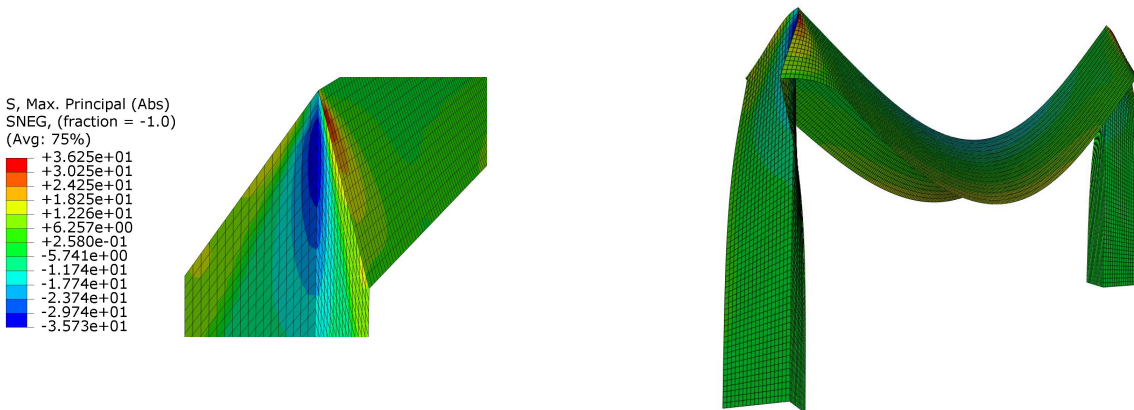
$$\sigma_{a-b} = \frac{1}{bt} S_{\parallel}$$

Med flatt tak ($\varphi = 0^\circ$), momentet som tidligere $M = 6742\text{kNm}$, og valgt bredde som tidligere $b = 8,1\text{m}$, bli spenningene:

$$\sigma_b = \pm 96,73\text{MPa} \quad \sigma_{a-b} = 1,30\text{MPa}$$

Akkurat som for den rett-foldede forbindelsen blir det et stort moment i punkt b. Men til forskjell fra tidligere blir det strekk i diagonalen.

Resultater



Figur 9.13: Abs hovedspenninger, underkant.

Som forventet forskyves punkt a og punkt c mot hverandre, og det er strekk i diagonalen. Forskyvningen gjør at det oppstår moment i punkt b. Dette momentet er mindre enn for den rett-foldede forbindelsen (Tabell 9.2). Større momenter i punkt a og c kan tyde på at kreftene fordeler seg jevnere over forbindelsen.

Tabell 9.2: Reversert-foldet forbindelse.

Punkt	v	$\sigma_{abs,ok} / \sigma_{abs,uk}$
	[mm]	[MPa]
a	18,27	-7,70/11,44
b	0	-36,10/33,80
c	-18,27	-7,70/11,44

Som for den rett-foldede forbindelsen kan bøyepeningene i punkt b blir redusert med å forhindre punkt a og c i å forskyve seg. I en repeterende rammekonstruksjon vil denne forskyvningen kunne bli forhindre med å forbinde sammen punkt a og c mellom rammene. Her vil det oppstå strekkspenninger som må bli tatt opp av armering. Som i Mülimatt Sports Education and Training Centre kan de ytterste rammene bli låst av med en plate. Påstøp som forbinde punkt b mellom rammen vil forhindre den horisontale forskyvningen som oppstår i veggplanet i toppen av søylene.

Oppsummering

- Det er mulig å lage en beregningsmodell av en reversert-foldet forbindelse ved å betrakte foldekantene som staver i en fagverkmodell. Det beregnede spenningen er konservative, selv om det velges en stor stavbredde. Modellen gir et godt bilde på forbindelsens lastrespons.
- Det oppstår store bøyespenningene i forbindelsespunktet mellom søyle og bjelke (punkt b Figur 9.6). Disse bøyespenningene er mindre enn for den rett-foldede forbindelsen.
- For å unngå de store bøyespenningene i punkt b er det nødvendig å forhindre takbjelken og søylen i å berette seg inn. For å få til dette kan punkt a og c forbindes mellom ramme- ne, ytterste rammer låses av med plater, og det kan bli brukt en påstøp i bakkant mellom punkt b som forhindrer horisontal forskyvning i veggplanet.

9.4 Diskusjon

Momentstive foldede forbindelser kan bli brukt til å forbinde foldede takelementer og foldede veggelementer sammen i foldede portalrammer. I dette kapitlet ble det brukt en stavmodell for å forstå hvordan momentene forplantet seg gjennom forbindelsene. Det viste seg at beregningene ga veldig konservative overslag, men var nyttige i forståelsen av forbindelsenens respons. Beregningen forutså blant annet store bøyespenninger i forbindelsespunktet b. Disse kan bli forhindret med å forhindre punkt a og c i å forskyve seg horisontalt.

Den reversert-foldede forbindelsen er en sentral brikke i repeterende mønster i brettekunsten, men har likevel vært lite brukt i byggekunsten [8]. I videre arbeid vil det kunne være interessant å studere slike mønster.

Kapittel 10

Konseptuell design av et galleri

Prosjektrammer

I dette kapittelet blir det utformet et enkelt fiktivt konsept. Prosjektet har som formål å teste ut opparbeidet kunnskap, hvor konstruktive vurderinger blir gjort uten å måtte ta i bruk analyseprogram. I forkant og underveis av arbeidet har det blitt gitt gode innspill fra bygg- og anleggsingeniør Arne Fjelde og arkitekt Vilde Aall Rosendahl.

Det fiktive prosjektet tar utgangspunkt i et tenkt galleri/museum hvor det er stilt krav om et stort uavbrutt rom. Konseptet skal designes med en foldet platekonstruksjon i betong. Minste romhøyde er satt til 4,0m , mens ønsket grunnareal er satt som 250m².

Innspill fra bygg- og anleggsingeniør

- Den komplekse geometrien til foldede platekonstruksjoner vil gjøre støpearbeidet komplisert. Det vil derfor være mest hensiktsmessig å bruke prefabrikkerte betongelementer.
- For at betongelementene skal bli mest mulig kostnadseffektive bør de være så breie som mulig. Likevel bør det unngås å overstige en bredde på 4,2m hvis elementene skal transporteres via veinettet.
- Det bør unngås å ha mange varierende former, da det vil føre til høyere kostnad. Stort gjenbruk av elementer er å foretrekke.

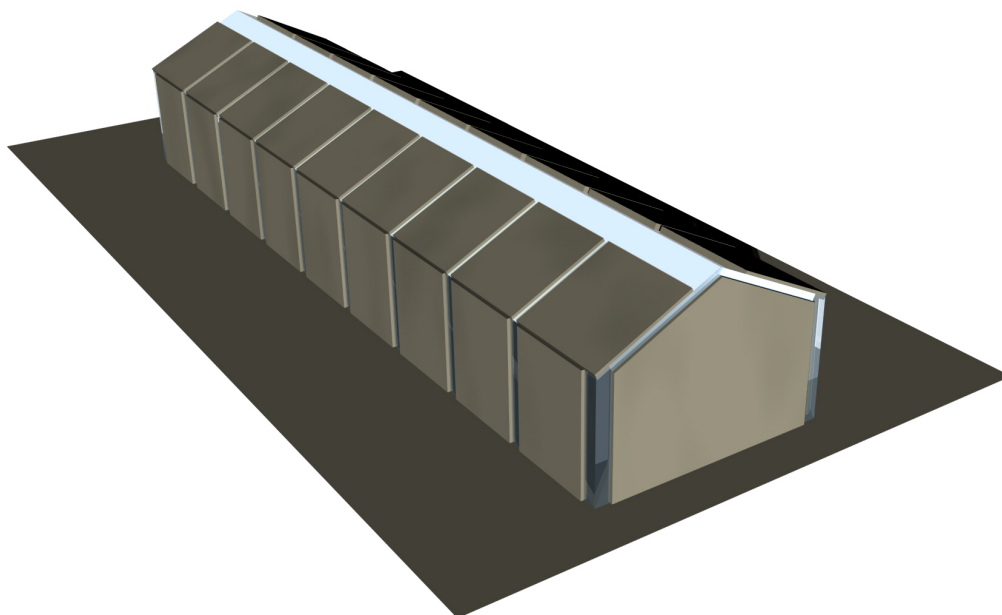
Innspill fra arkitekt

Arkitekt Vilde Aall Rosendahl mente at studie av referansebygg ville være til god nytte i design av denne typen konstruksjoner. I forkant av prosjektet ga hun noen gode innspill:

- For at en foldet platekonstruksjon skal virke helhetlig bør vegger og tak foldes på en måte som gjør at de samvirker estetisk. Foldemønster i tak og vegger bør derfor ikke utformes for ulikt.
- I foldede konstruksjoner er det mange detaljer, mye som skjer. Siden folding har en sterkt uttrykksform, må riktig foldemønster bli tatt i bruk på riktig sted. Det kan bli "for mye".
- Foldede konstruksjoner inneholder mange linjer. Disse linjene kan bli brukt til å skape kontinuitet gjennom bygningen.
- Foldemønster kan bli brukt til å skaper interessante lys og skyggeeffekter.

Form

Figur 10.1 viser et første utkast av konseptets globalgeometri. Konseptet er formet med å hensyn til innspillene fra bygg- og anleggsingeniør og arkitekt.



Figur 10.1: I første utkast er globalgeometrien formet med å ta hensyn til de primære begrensninger og innspill fra anleggsingeniør og arkitekt.

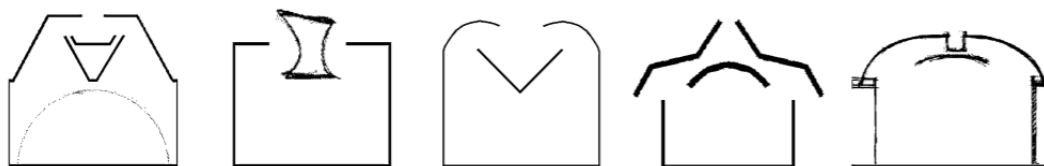
Konseptet har hentet inspirasjon fra Kimbell Art Museum. Museet er lokalisert i Fort Worth, Texas, og er designet av den amerikanske arkitekten Louis Kahn [20].



Figur 10.2: Kimbell Art Museum (1972). Arkitekt: Louis Kahn[17, b][18, b].

I Takkonstruksjonen i Kimbell Art Museum er det brukt en skallkonstruksjon bestående av repeterende buehvelv i betong. Lyssetting har vært en viktig parameter i takets utforming. I toppen

av takene er det lagt inn lysspalter som er designet for å infiltrere naturlig lys gjennom bygningen (Figur 10.2). Khan vurderte flere mulige løsninger (Figur 10.3).



Figur 10.3: Konseptisser av taket. Originalt laget av Louis Kahn i 1967. Skissene viser ulike løsninger for å infiltrere lyse inn gjennom bygningen [19,b].

I det fiktive konseptet er en lignende lyseffekt ønsket. Som sett fra tidligere referansebygg, og gitt som innspill fra arkitekt Rosendahl, vil foldede former sammen med naturlig lys kunne gi interessante lys- og skyggeeffekter i en foldet platekonstruksjon.

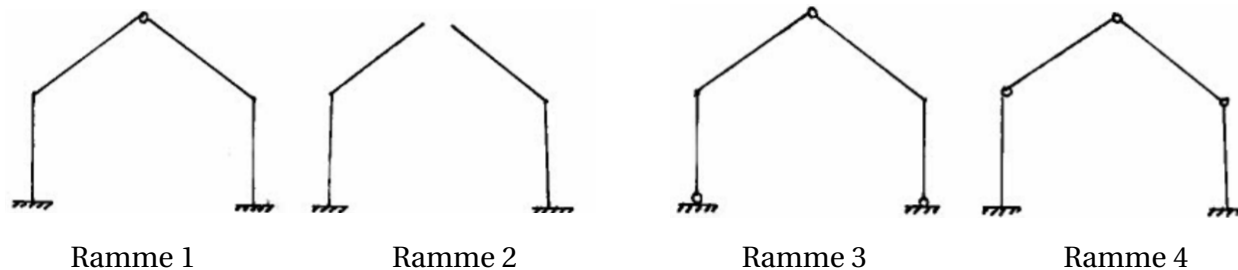
For å gjøre betongelementene minst mulig kompliserte, og mest mulig kostnadseffektive, vil det være ønskelig å unngå utsparinger. En mulig løsning vil da være å plassere vinduer og andre åpninger mellom betongelementene (Figur 10.1). Som sett tidligere vil større utsparinger kunne redusere konstruksjonens stivhet. Samtidig har det blitt sett at repeterende sammenbundne elementer vil redusere antall frie render, hvor det typisk oppstår større forskyvninger. Rent konstruktivt vil det derfor være å foretrekke en viss forbindelse mellom elementene.

Den valgte geometrien består av et sett med repeterende rammer (9 stk). Som i Kimbell Art Museum er det lagt inn en spalte mellom kortveggene og taket. Dette er gjort for å tydeliggjøre at konstruksjonen bærer kreftene som rammer i kortretningen. I foldede konstruksjoner etterstrebes løsninger hvor form og konstruksjon er sammenfallende. Det er derfor viktig å unngå at ikke-bærende elementer bærer konstruksjonen visuelt.

Valg av rammesystem

I valget av rammesystem er det flere parametere som spiller inn. For å forenkle monteringsfasen vil det være enklest å transportere rammene i to eller flere deler. Momentstive forbindelser vil kreve en større materialmengde. For å unngå stor egenvekt i midtspennet vil det være å foretrek-

ke en leddet forbindelse i topp.

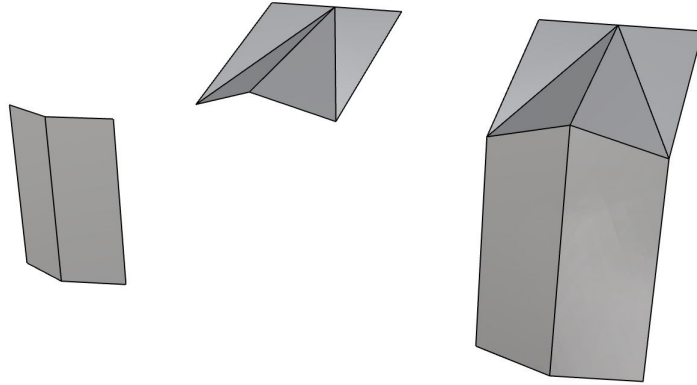


Figur 10.4: Mulige rammer.

I et stort åpent areal vil det være gunstig å ta i bruk momentstive opplegg. Løsning 3 er derfor valgt bort. Arkitekt Rosendahl mente at foldemønsteret i vegger og tak burde formes slik at de samvirker estetisk. For å få til dette kan det bli brukt en rett- foldet forbindelse som i Müli-matt Sports Education and Training Centre. Denne forbindelsen former en glidende overgang mellom vegger og tak. De to første rammeløsningene er derfor å foretrekke i videre arbeid. Ramme 2 muliggjør en kontinuerlig vindusspalte i toppen. For en slik løsning vil det oppstå store momenter i forbindelsene mellom vegg- og takelementer. Samtidig vil den gi bygningen en svevende effekt. Denne løsningen vil være interessant fordi den representerer en form hvor både arkitektoniske og konstruktive funksjoner får et sterkt uttrykk.

Valg av foldemønster

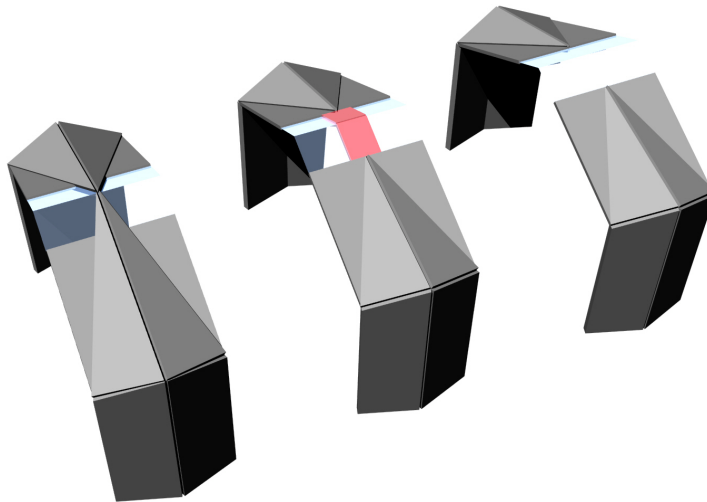
I de to rammesystemene vil det være fordelaktig å ha et kontinuerlig stivt veggelement. Det V-formede veggelementet tilfredsstiller dette kriteriet. Den enkle formen vil også gjøre produksjonen mindre krevende og mer kostnadseffektivt, og en slik form vil dessuten gi et foldemønster med et enkelt rent uttrykk. Takelementet bør ha stor stivhet i forbindelsepunktet mot veggelementet og samtidig liten egenvekt mot toppunktet. Som sett tidligere har det utbrettede veggelementet disse egenskapene.



Figur 10.5: Et V-foldet veggelement sett sammen med det utbrettede veggelement for å lage en momentstiv rammeforbindelse

For å få til en tilstrekkelig stiv forbindelse i knutepunktet mellom veggelement og takelement kan det V-formede elementet i veggen, og det utbrettede elementet i taket bli sammenkoblet med en rett-foldet forbindelse som vist over.

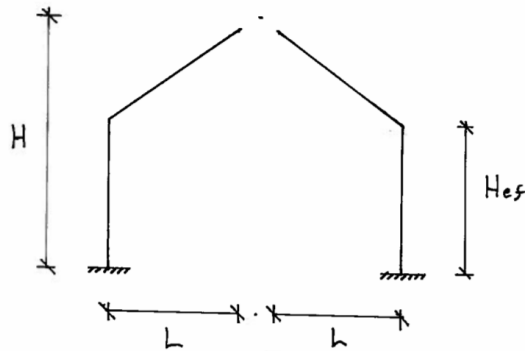
Toppforbindelse



Figur 10.6: Mulige forbindelser i toppunkt.

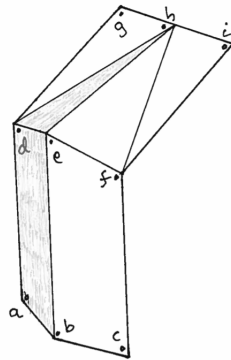
For ramme 1 er det brukt leddet forbindelse i toppunktet. For å få til en leddet forbindelse kan kjernen i takelementa bli ført helt opp i forbindelsespunktet, som vist til venstre i Figur 10.6.

Sideplatene nær knutepunktet er byttet ut med glassfelt. En annen løsning vil være å legge inn en leddet forbindende overgang, makert i rødt i den midterste illustrasjonen. Disse to løsningene vil bryte opp glassflaten langs møne. For å unngå dette kan ramme 2 tatt i bruk, illustrert til høyre. For et slikt system vil vindusfeltet i toppen være kontinuerlig. Et slikt system vil imidlertid ha mye mindre global stivhet en de to foregående løsningene. Den vil likevel være interessant. Ved å undersøke aktuelle spennlengder for denne rammen, kan det bli funnet en grensen for når ramme 2 må bli tatt i bruk.



Figur 10.7: Ramme 2 målsatt.

Overlagsberegninger



Ramme 2 vil få store deformasjonen og spenninger sammenlignet med ramme 1. Skal denne løsningen bli brukt bør ramens ytterpunkter bli funnet. For nedbøyning kan dette bli gjort med å sette nedbøyningen i punkt h opp mot et nedbøyningskrav på $L/250$.

Bredden på veggelementet til rammen er satt til $B=3,0\text{m}$. Denne bredden gjør det mulig å transportere veggelementet via veinettet, da den ikke overskrider $4,2\text{m}$. Samtidig vil en slik stor bredde trolig gjøre produksjonen av veggelementene noe mer kostnadseffektivt. Omtrent samme bredde ble brukt i kirken i Hoensbroek ($2,8\text{m}$). I prosjektets rammer ble minste romhøyde satt til $H_{cf}=4,0\text{m}$. Veggelementetenes høyde er valgt deretter. For at taket skal få en passende helning er høyden til mønet satt til $H=6,0\text{m}$. Videre er skalltykkelsen på rammen valgt til $t=160\text{mm}$. Dette er den samme tykkelsen som er brukt på tak- og veggelementene i Mülimatt Sports Education and Training Centre.

Med hensyn til nedbøyningskravet kan den lengste tillatte lengden til ramme 2 bli funnet for ulike tverrsnittshøyder. I overslagsberegningene blir det brukt bjelketeori for å rekne ut lastresponen til rammen [Vedlegg 16]:

Tverrsnittshøyde	Lengde overheng
$h[m]$	$L[m]$
0,20	1,6
0,30	2,5
0,40	3,2
0,50	3,9
0,60	4,5
0,70	5,2
0,80	5,8
0,90	6,4
1,00	6,9

Som sett i kapittelet om foldede portalrammer oppstod det horisontale forskyvinger i ramme-forbindelsene. Med vesentlig mindre momentbelastning, slik tilfellet vil være i konseptet, er det grunn til å tro at det vil bli små deformasjoner sammenlignet med i deformasjonene i Mülimatt Sports Education and Training Centre. I beregningene er det tatt utgangspunkt i at ramme-for-

bindelsen er fullstendig stiv. Små forskyvninger i forbindelsen vil imidlertid trolig kunne øke den globale nedbøyningen. For å forhindre dette kan det bli satt inn ett strekkstag mellom punkt f og d.

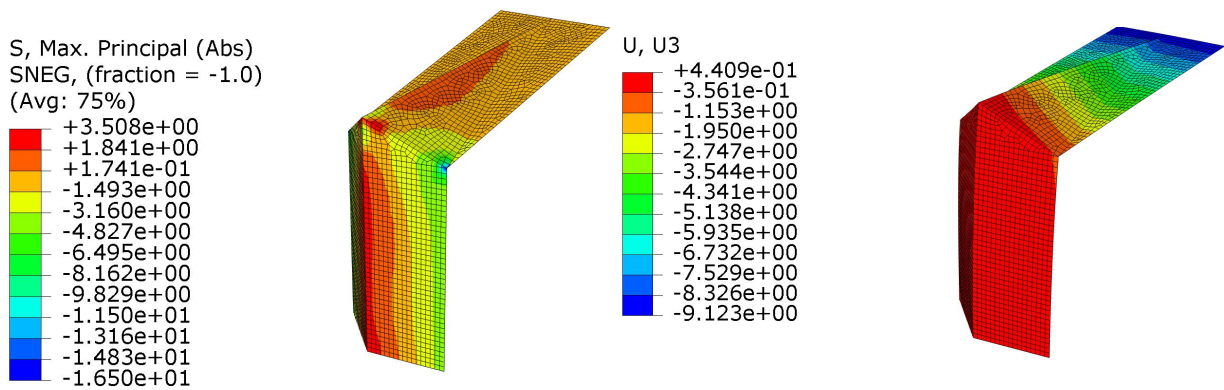
Det var et ønske at museum/galleriet skulle ha et åpent uavbrutt grunnareal på 250m^2 . Med 9 repeterende rammer med $B=3,0\text{m}$ og et glassfelt mellom hvert veggelement på $0,5\text{m}$, vil et uavbrutt vertikal spenn på 8m gi et grunnareal på 252m^2 . Ut ifra tabellen ovenfor vil en lengde på 4m måtte ha en tverrsnittshøyde på litt over $0,5\text{m}$ for å komme innefor nedbøyningskravet. For å være på den sikre siden settes tverrsnittshøyden til $h=700\text{mm}$ for denne spennlengden.

Ut ifra denne geometrien vil nedbøyningen i punkt h bli på $9,78\text{mm}$. Spenningene i punkt a og c er beregnet til $-4,13\text{MPa}$, mens punkt b får en strekkspenning på $3,55\text{MPa}$. Bøyespenningen langs diagonalen f-h er bereget til $\pm 1,70\text{MPa}$ [vedlegg 16]. Bøyespenningene langs diagonalen f-h er relativt små, og vitner derfor om liten nedbøyning langs den frie randen f-i. En horisontal forbindelse mellom elementene i taket vil derfor ikke være nødvendig. Med større bredde B er det imidlertid mulig at en slik forbindelse må bli tatt i bruk.

Analyse

For å kontrollere overslagsberegningene er det blitt gjennomført en Abaqus-analyse. I analysen er det satt inn et horisontalt opplegg i punkt d og f for å simulere et strekkstag.

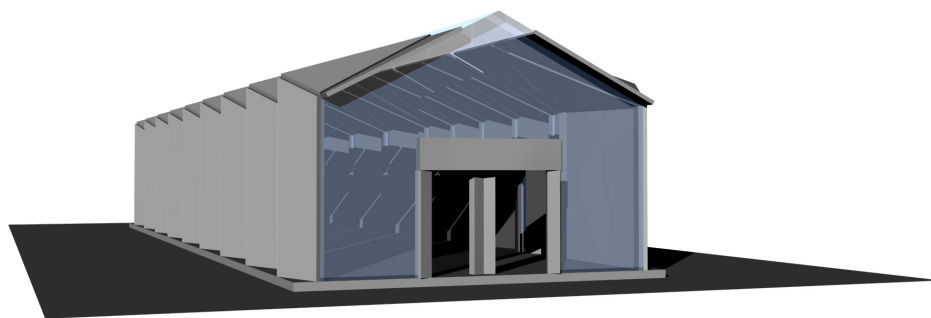
Ut ifra figuren nedenfor er den største nedbøyningen til utkrageren på 9,12mm i ytterkant. Hovedspennings-plottet viser at punkt a og c har trykkspenninger på $-4,21\text{MPa}$, mens punkt b har en strekkspenning på $3,51\text{MPa}$. Spenningsene i punkt h er på $0,81\text{MPa}$. Overslagsberegningene treffer altså nokså bra med Abaqus.



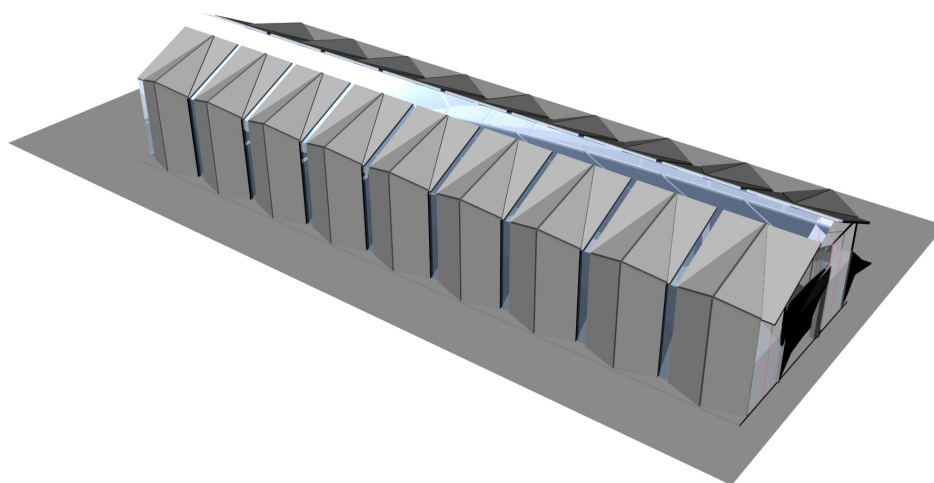
Figur 10.8:

Konseptforslag

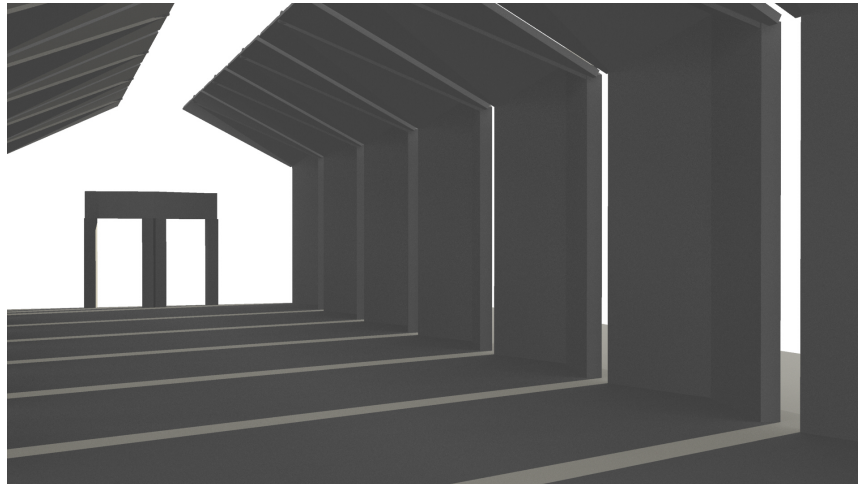
I det endelige konseptforslaget er det brukt en repeterende ramme, type 2. Denne løsningen kan forsvares for en bygning med en såpass kort spennlengde. For denne løsningen er konstruksjonsformen gjort til en viktig del av det estetiske uttrykket.



Figur 10.9: I forslaget er det brukt store glassflater i endeveggene. Med dette får bygningen et svevende uttrykk. Samtidig vil konstruksjonens virkemåte blir enklere lesbar.



Figur 10.10: Langs langsiden av bygningen er det brukt kontinuerlige glassfelt mellom rammene. Foldemønsteret skaper en glidende overgang mellom vegg og tak.



Figur 10.11: Innsiden av bygningen.

Kapittel 11

Avsluttende kommentarer

11.1 Konklusjon

Gjennom å studere et variert utvalg foldede konstruksjoner har forståelsen for konstruksjonstypens virkemåte blitt gradvis bedre. Det har vært stort fokus på å bygge kunnskap gjennom å bryte konstruksjoner ned til enkle strukturelle komponenter, og ta i bruk gode overslagsberegninger. De foldede formene har vist ulike funksjonelle egenskaper, og de vil derfor være nyttige i forskjellige bruksområder. I eksempelet med utformingen av et enkelt konsept ble en konstruksjonen designet med å ta i bruk opparbeidet kunnskap. I utformingen ble både arkitektoniske og konstruktive parametere vektlagt. Under er det listet opp generelle og mer spesifikke observasjoner som er gjort gjennom avhandlingen.

Generelle observasjoner

- Foldede platekonstruksjoner kan langt på vei bli forstått og beregnet som et sett med bjelker og plater. Foldekantene kan forenklet bli modellert som bjelker. De mellomliggende platene oppfører seg som skall med både plate og skiverespons.
- De ulike elementenes oppførsel kan bli forstått ved å studere de ulike responsenes relative stivhet.
- Globale deformasjoner med bjelkerespons gir lokale membranspenninger. Lokale deformasjoner med platerespons gir lokale bøyespenninger.

- Opplagerbetingelser har stor innvirkning på konstruksjonens respons. For å unngå store bøyespenninger på tvers av foldekanter vil det generelt være fordelaktig å forhindre horisontale forskyvninger som åpner eller lukker foldene.
- For foldede konstruksjoner er form og konstruktiv funksjon sammenfallende. Det bør etterstrebes å unngå forsterkninger som forurenses formen. Dersom formen er støttet opp visuelt, bør den også støttes opp konstruktivt.
- Intuisjon er viktig, men kan også villed. Enkle skisser og overslagsberegninger gjør det enklere å lese konstruksjonens oppførelse.
- "rain flow" er et godt verktøy som kan bli brukt til å forstå hvordan membrankreftene forplater seg gjennom konstruksjonen.

Foldede takkonstruksjoner

- Valg av opplagerbetingelser har generelt stor innvirkning på konstruksjonens respons. Ikke-utviklede former som pyramiden har en form som i seg selv forhindrer horisontale forskyvninger.
- V-formede tak med stor lengde sammenlignet med høyden, kan bli beregnet som en bjelke for å finne spenningene i lengderetningen.
- V-formede tak kan bære store punktlaster nært foldekanter.
- For V-formede tak vil større takhøyde gi større stivhet når det gjelder bjelkerespons. Større høyde vil imidlertid også gi større plater og større bøyemomenter på tvers av foldekantene.
- Ved å bruke ranbjelker i et V-formet tak forhindres store nedbøyninger ved rendene. De reduserer også bøyespenningene i toppen.
- Utkragere kan bli brukt til å redusere nedbøyningene i midtspenn ved å fungere som en motvekt. I foldede konstruksjoner er det mulig å bygge store overheng.
- Kryssformede tak bør kapsles oppover i toppen for å unngå uheldige andreordens effekter.
- Store utsparinger har større innvirkning på den globale responsen.

Foldede veggkonstruksjoner

- Formen gjør valget av opplagerbetingelser naturlig.
- Foldmønsteret i veggelementet kan gjøre at 2. arealmoment varierer over høyden.
- Foldemønsteret i veggene kan føre til eksentrisiteter som må bli tatt hensyn til i beregningene.
- Formen til foldede veggelementer kan gjøre at membrankreftene fordeler seg ujevnt i bunn mot opplegg. For å identifisere ujevnheter kan det bli brukt "rain flow".

Foldede rammer

- Responsen som føle av momentbelastning kan bli forstått ved å ta i bruk en stavmodell hvor foldekantene modelleres som staver.
- For å unngå store lokale bøyemomenter må forbindelsene forhindres i å åpne eller lukke seg.

11.2 Videre arbeid

Det er mye arbeid som kan bli gjort i fortsettelsen av denne avhandlingen. Arbeidet dekker bare et lite utvalg foldede former. Konstruksjonsformen bærer preg av liten aktivitet de siste 40 åra. I avhandlingen er det kun studert referansebygg med regulær geometri og repeterende mønster. I de senere åra har det blitt en økt interesse for foldede former. Mange arkitekter lar seg tydelig inspirere av brettekunsten. De realiserte bygningene har imidlertid ofte et underliggende skjelett. En mulighet vil være å se videre på former som dukker opp innenfor brettekunsten. I et slikt arbeid anbefales det å studere former som er å finne i boken "The Function of Form" [1]. I et studie med fokus på mer irregulære former vil det være viktig å studere hvordan den globale stivheten kan bli ivaretatt. Slike bygninger vil også være kompliserte når det gjelder detaljutførelsen av forbindelsene mellom platene.

I avhandlingen er det brukt lineær analyse. For å få en bredere forståelse av de ulike foremenes respons vil det være naturlig å gjøre ikke-lineære analyser i et videre arbeid. I mer detaljerte analyser kan det bli tatt hensyn til armering, og effekter som kryp, svinn og rissdannelse.

I dette studiet er det heller ikke tatt hensyn til instabilitet. Tidligere forskning har vist at lokal plateknekking kan være et problem i foldede platekonstruksjoner brukt over store spennlengder [32].

I analysen er det brukt jevnt fordelt snølast. I videre arbeid vil det være en mulighet å se hvordan formene responderer på skjevlast. Flere av formene vil i en repeterende takkonstruksjon kunne bli utsatt for store skjevlaster som vil ha stor innvirkning på konstruksjonens respons.

Bibliografi

- [1] Actar and Harvard Graduate School of Design (2009). The function of form.
- [2] Bell, K. (2014). *An engineering approach to FINITE ELEMENT ANALYSIS of linear structural mechanics problems*. Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS, Kanalveien 51 Bergen.
- [3] Bell, K. (2015). *Matrisestatikk Statiske beregninger av rammekonstruksjoner*. Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS, Kanalveien 51 Bergen.
- [4] B.Fallsen, H. (2013). *Lastberegning*. NTNU - Gjøvik, NY 10016, 1nd edition.
- [5] Biswas A, Agarwal P, Samanta P, S Das and Paul S (2014). Shell structures- advanced building construction. <https://www.slideshare.net/shwetamodi23/shell-structures-advanced-building-construction/17>. Hentet: 19 Mars, 2017.
- [6] BORGART, A. (2009). Computational structural form finding and optimization of shell structures. *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS)*.
- [7] Borge, A. O. G. (2011). *Kongsberg kino av arkitektene Ljøterud Ødegård : Et smykke av betong*. Master-thesis, Universitetet i Oslo.
- [8] BURI, H. U. (2010). *Origami - Folded Plate Structures*. Phd-thesis, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE.
- [9] Chennamsetti, R. (ukjent). *2D Theory of Elasticity*. R&DE (Engineers) DRDO, ukjent, 1nd edition.
- [10] DETAIL (2016). best of detail concrete. https://issuu.com/detail-magazine/docs/978-3-95553-286-4_bk_en_best_of_con. Hentet: 05 April, 2017.

- [11] European Committee for Standardization (2008a). Eurocode 1: Actions on structures. part 1-3: General actions snow loads.
- [12] European Committee for Standardization (2008b). Eurocode 1: Actions on structures. part 1-4: General actions wind loads.
- [13] European Committee for Standardization (2008c). Eurocode 2: Design of concrete structures. part 1-1: General rules and rules for buildings.
- [14] European Committee for Standardization (2008d). Eurocode: Basis of structural design.
- [15] García, R. (2006). Concrete folded plates in the netherlands. 93:1189–1208.
- [16] Graham, F. M. (1966). The behavior of a folded plate roof system. *Iowa State University*.
- [17] Haakonsen, H. (2013). *The Function of Form*. master-thesis, Norwegian University of Science and Technology (NTNU).
- [18] Ivashov, A. (2017). Smath studio. <http://en.smath.info/view/SMathStudio/summary>. Hentet: 1 Mai, 2017.
- [19] Jakhelln, G. (1990). Tromsdalen kirke ishavskatedralen. <http://www.ub.uit.no/utstilling/nnark/troms/tromsdalenkirke/>. Hentet: 28 mai, 2017.
- [20] J.H. Park, Y. Joo, and J.G. Yang (2011). Cycloids in louis i. kahn's kimbell art museum at fort worth, texas. http://d-lab.kr/prof/2007_01.pdf. Hentet: 31 Mars, 2017.
- [21] Ketchum, M. (1998). A significant failure. <http://www.ketchum.org/-milo/failure.html>. Hentet: 19 Mars, 2017.
- [22] Ketchum, M. (2005). *INTERESTING POSSIBILITIES FOR SHELL STRUCTURES*. Milo Ketchum.
- [23] Ketchum, M. S. (1955). Design and construction of a folded roof structure. *Journal Of The American Concrete Institute*.
- [24] Ketchum, M. S. (1999). Some basic concepts for shell structures. <http://www.ketchum.org/-milo/concept.html>. Hentet: 19 April, 2017.

- [25] Ketchum, M. S. (ukjent). What happened to shells ? <http://www.ketchum.org/-milo/what.html>. Hentet: 27 Mars, 2017.
- [26] Ketchum, M. S. and Ketchum, M. A. (1997). Types and forms of shell structures. <http://www.ketchum.org/ShellTandF/>. Hentet: 27 Mars, 2017.
- [27] Larsen, P. K. (2004). *Laster og Bæresystemer*. Tapir Akademiske Forlag, 7005, Trondheim, 1nd edition.
- [28] Meyer, C. and Sheer, M. H. (2005). *Do Concrete Shells Deserve Another Look?* Concrete international.
- [29] Moro, C. A. (2017). Proaza hydroelectric power plant. <http://www.hiddenarchitecture.net/2017/04/proaza-hydroelectric-power-plant.html>. Hentet: 15 Mai, 2017.
- [30] Prkic Lada (2017). Magnificent hyperbolic paraboloidl. <https://www.bebee.com/producer/@lada-prkic/magnificent-hyperbolic-paraboloid>. Hentet: 3 Mai, 2017.
- [31] Rønnquist, A. and Manum, B. Temaområde ingeniørarkitektur. *NTNU*.
- [32] S. A. Guralnick, S. E. Swartz, and A. Longinow (1981). Buckling of reinforced concrete folded plate structures. <https://www.concrete.org/publications/internationalconcreteabstractsportal.aspx?m=details&ID=6749>. Hentet: 19 Mars, 2017.
- [33] S. J. Fish and T. Belytschko (2007). Strong and weak forms for one-dimensional problems. <http://wp.kntu.ac.ir/snakhodchi/AFirstCourseFE44-77.pdf>. Hentet: 3 Mars, 2017.
- [34] Sekularac, N., Sekularac, J. I., and Tovarovic, J. C. (2012). Folded structures in modern architecture. <http://www.doiserbia.nb.rs/img/doi/0354-4605/2012/0354-46051201001S.pdf>. Hentet: 15 Mars, 2017.
- [35] Simulia. Abaqus bruker manual (6.14). <http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/books/usi/default.htm>.
- [36] Sørensen, S. I. (2013). *Betongkonstruksjoner*. Tapir Akademisk Forlag, Oslo Trondheim, 2nd edition.

- [37] Sørensen, S. I. (2014). *Betongkonstruksjoner. Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*. Fagbokforlaget.
- [38] Thune, N. A. (2015). Ishavskatedralen store norske leksikon. <https://snl.no/Ishavskatedralen>. Hentet: 28 mai, 2017.
- [39] Ugural, A. C. and Fenster, S. K. (2011). *Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity*. Prentice Hall, ukjent, 5nd edition.
- [40] ukjekt (ukjent). College-of-art-and-design. <https://www.mimoo.eu/projects/Switzerland/Basel/>. Hentet: 01 Mai, 2017.
- [41] ukjent. Analysis of connections: Transfer of direct tension or compression and shear. <http://fgg-web.fgg.uni-lj.si/~pmoze/esdep/master/wg11/10430.htm>. Hentet: 19 Mai, 2017.
- [42] ukjent (2011). Folded forms 2. <http://udis-tmc.blogspot.no/2011/12/folded-forms-2.html>. Hentet: 19 Mars, 2017.
- [43] ukjent (2013). Tag archives: basel college of art and design. <https://openhousebcn.wordpress.com/tag/basel-college-of-art-and-design>. Hentet: 18 Mai, 2017.
- [44] ukjent (2017). ishavskatedralen. <https://no.wikipedia.org/wiki/Ishavskatedralen>. Hentet: 28 mai, 2017.
- [45] Ventsel, E. (2011). *Theory Analysis and Applications*. Marcel Dekker, NY 10016, 1nd edition.
- [46] Ventsel, E. and Krauthammer, T. (2001). *Thin Plates and Shells*. Marcel Dekker.
- [47] Wilby, C. B. (1998). *Concrete Folded Plate Roofs*.
- [48] Zhenqiang, L. (1992). Precast prestressed concrete folded plate industrial building system. *PCI Journal*.

Referanser bilder

[1, b] Temporary chapel for the Deaconesses of St-Loup - Localarchitecture / Localarchitecture + Danilo Mondada.

<http://www.archdaily.com/9201/temporary-chapel-for-the-deaconesses-of-st-loup-localarchitecture/>
Hentet 04 Mai, 2017.

[2, b] Structural Elements in Pictures.

<https://archexamacademy.com/structural-elements-in-pictures/>. Hentet 04 Mai, 2017.

[3, b] Mültimatt sport education and training centre | Studio Vacchitetti.<http://dombre.esy.es/blog/sport/mulimatt-sports-education-and-training-centre-studio>. Hentet 07 Mai, 2017.

[4, b] Tromsdalen kirke / Ishavskatedralen. <http://www.kirken.tromso.no/Menighetene/Tromsdalen-Troms>. Hentet 03 Mai, 2017.

[5, b] H. W. Moore Equipment Co.<http://temoore.com/fifties/h-w-moore-equipment-company/>. Hentet 08 Mars, 2017.

[6, b] H. W. Moore Equipment Co.<http://temoore.com/fifties/h-w-moore-equipment-company/>. Hentet 08 Mars, 2017.

[7, b] A SIGNIFICANT FAILURE <http://www.ketchum.org/-milo/failure.html>. Hentet 24 Mai, 2017.

[8, b] A SIGNIFICANT FAILURE <http://www.ketchum.org/-milo/failure.html>. Hentet 24 Mai, 2017.

[9, b] Kirke i Hoensbrock. <http://www.arct.cam.ac.uk/Downloads/ichs/vol-2-1189-1208-garcia.pdf>. Hentet 26 Mai, 2017.

[10, b] Kirke i Hoensbrock. <http://www.arct.cam.ac.uk/Downloads/ichs/vol-2-1189-1208-garcia.pdf>. Hentet 26 Mai, 2017.

[11, b] Kongsberg Kino. <http://www.aftenposten.no/kultur/Ingen-kultur-i-dette-hus-35553b.html>. Hentet 26 Mai, 2017. [12, b] Basel College of Art and Design. <https://openhousebcn.wordpress.com/tag/basel-college-of-art-and-design/>. Hentet 26 Mai, 2017.

[13, b] Basel College of Art and Design.

<http://www.hochbauamt.bs.ch/projekte/abgeschlossene-projekte/allgemeine-gewerbeschule-sanierung.html>

Hentet 26 Mai, 2017.

[14, b] Proaza Hydroelectric Power Plant. <http://www.hiddenarchitecture.net/2017/04/proaza-hydroelectric-power-plant.html>. Hentet 27 Mai, 2017.

[15, b] Mültimatt sport education and training centre | Studio Vacchitetti. <http://dombre.esy.es/blog/sport/mulimatt-sports-education-and-training-centre-studio>. Hentet 07 Mai, 2017.

[16, b] Mülimatt Sports Education and Training Centre in Windisch, Brugg. <http://inspiration.detail.de/muelimatt-sports-education-and-training-centre-in-windisch-brugg-106156.html?lang=en>. Hentet 07 Mai, 2017.

[17, b] Kahn Films and Images.<https://www.kimbellart.org/architecture/kahn-building/kahn-films-and-images>. Hentet 25 Mai, 2017.

[18, b] Kahn Films and Images.<https://www.kimbellart.org/architecture/kahn-building/kahn-films-and-images>. Hentet 25 Mai, 2017.

[19, b] Cycloids in Louis I. Kahn's Kimbell Art Museum at Fort Worth, Texashttp://d-lab.kr/prof/2007_01.pdf. Hentet 25 Mai, 2017.

Tillegg A

Vedlegg

Vedlegg	Tittel
1	Taklast
2	2D-fold
3	2D-fold-modifisert
4	Bjelkerespons
5	Spennlengde
6	2. arealmoment
7	Utkrager og mesanin
8	Pyramide
9	Kryssformet tak
10	V-formet vegg
11	Innsnevret veggelement
12	Utbrettet veggelement
13	Skiftet veggelement
14	Rett-foldet forbindelse
15	Reversert-foldet forbindelse
16	Konsept-eksempel

Vedlegg 1

Taklast

Enkel 2D folde og enkelt V-foldet tak

Geometri

$$L := 10 \text{ m}$$

$$H := 2,5 \text{ m}$$

$$B := 5 \text{ m}$$

$$t := 150 \text{ mm}$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 3,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$Q := S \cdot \frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} + G = 0,0057 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ Loddrett parallellt med geometri}$$

$$Q := Q \cdot \left(\frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} \right)^{-1} = 0,0081 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ Loddrett over geometri}$$

H. W. More Equipment Co

V- folde

Geometri

$$L := 24,38400 \text{ m}$$

$$H := 2,4384 \text{ m}$$

$$B := 10,9728 \text{ m}$$

$$t := 152,4 \text{ mm}$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 3,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$Q := S \cdot \frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} + G = 0,0064 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ Loddrett parallellt med geometri}$$

Last mesanin

$$B := 10,9728 \text{ m}$$

$$L := 11,5824 \text{ m}$$

$$t := 100 \text{ mm}$$

$$F_{\text{tot}} := \gamma \cdot B \cdot L \cdot t = 317,7284 \text{ kN}$$

$$F := \frac{F_{\text{tot}}}{10} = 31,7728 \text{ kN}$$

z- folde

Geometri

$$L := 22860 \text{ mm}$$

$$H := 2743 \text{ mm}$$

$$B := 2 \cdot H = 5486 \text{ mm}$$

$$t := 102 \text{ mm}$$

Last

$$Q := S \cdot \frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} + G = 0,0058 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Mülilmatt Sports Education And Training Centre

V- folde

Geometri

$$L := 55,5 \text{ m}$$

$$H := 2660 \text{ mm}$$

$$B := 3000 \text{ mm}$$

$$t := 160 \text{ mm}$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

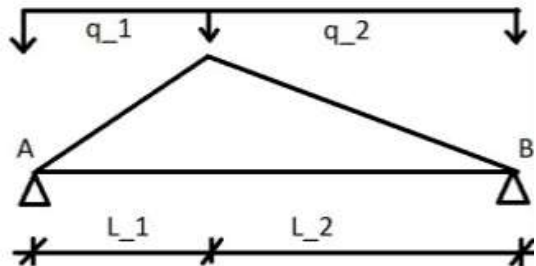
$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$Q := S \cdot \frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} + G = 0,0054 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$q := S \cdot B + G \cdot \frac{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}}{0,5 \cdot B} \cdot B = 32,8303 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{Linjelast}$$

Vedlegg 2

Enkel 2D fold, Tilfelle 1 og Tilfelle 2



Geometri

$$L_1 := 2,5 \text{ m}$$

$$L_2 := 2,5 \text{ m}$$

$$L := L_1 + L_2 = 5 \text{ m}$$

$$B := 1 \text{ m}$$

$$H := 2,5 \text{ m}$$

$$t := 0,15 \text{ m}$$

Last

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad G := 3,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_1 := - \left(B \cdot G \cdot \frac{\sqrt{H^2 + L_1^2}}{L_1} + B \cdot S \right) = -8,1033 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_2 := - \left(B \cdot G \cdot \frac{\sqrt{H^2 + L_2^2}}{L_2} + B \cdot S \right) = -8,1033 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Tilfelle 1: leddet i toppen

Opplagerreaksjoner

$$A_y := \frac{\left(-q_1 \cdot L_1 \cdot \left(L_2 + \frac{1}{2} \cdot L_1\right) - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot L_2^2\right)}{-\left(L_1 + L_2\right)} = -20,2583 \text{ kN}$$

$$B_y := q_1 \cdot L_1 + q_2 \cdot L_2 - A_y = -20,2583 \text{ kN}$$

$$A_x := \frac{-\frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot L_1^2 + A_y \cdot L_1}{H} = -10,1291 \text{ kN}$$

$$B_x := \frac{-\frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot L_2^2 + B_y \cdot L_2}{H} = -10,1291 \text{ kN}$$

Venstre bjelke $x := 0 \text{ m}$

$$M_1 := \left(\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot q_1 \cdot x^2 - \frac{H}{L_1} \cdot x \cdot A_x + A_y \cdot x\right) = 0 \text{ kN m}$$

$$V_1 := \left(q_1 \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x + A_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}\right) = 7,1624 \text{ kN}$$

$$N_1 := \left(q_1 \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x - A_x \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}\right) = 21,4871 \text{ kN}$$

$$\text{Max } x := \frac{A_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}}{(-q_1) \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}} = 1,25 \text{ m}$$

$$M_{\text{max}} := \left(\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot q_1 \cdot x^2 - \frac{H}{L_1} \cdot x \cdot A_x + A_y \cdot x\right) = -6,3307 \text{ kN m}$$

 $x := 0 \text{ m}$

$$V_{\text{max}} := \left(q_1 \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x + A_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}\right) = 7,1624 \text{ kN}$$

$$N_{\text{max}} := \left(q_1 \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x - A_x \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}\right) = 21,4871 \text{ kN}$$

 $L_1 = L_2, 45 \text{ grader}$

$$M_{\max} := \frac{1}{32} \cdot q_1 \cdot L^2 = -6,3307 \text{ kN m} \quad x=0.5L_1$$

$$V_{\max} := \frac{1}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot q_1 \cdot L = -7,1624 \text{ kN} \quad \text{Oppe og nede}$$

$$N_{\max} := \sqrt{2} \cdot \frac{3}{8} \cdot q_1 \cdot L = -21,4871 \text{ kN} \quad \text{Nede}$$

Høyre bjelke $x := 1,25 \text{ m}$

$$M_2 := \left(\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot q_2 \cdot x^2 - \frac{H}{L_2} \cdot x \cdot B_x + B_y \cdot x \right) = -6,3307 \text{ kN m}$$

$$V_2 := \left(q_2 \cdot \frac{L_2}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \cdot x + B_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} - B_y \cdot \frac{L_2}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \right) = 1,1425 \cdot 10^{-14} \text{ kN}$$

$$N_2 := \left(q_2 \cdot \frac{H}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \cdot x - B_x \cdot \frac{L_2}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} - B_y \cdot \frac{H}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

Tilfelle 2: Stiv forbindelse i toppen

Opplagerreaksjoner

$$A_y := \frac{\left(-q_1 \cdot L_1 \cdot \left(L_2 + \frac{1}{2} \cdot L_1 \right) - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot L_2^2 \right)}{\left(L_1 + L_2 \right)} = -20,2583 \text{ kN}$$

$$B_y := q_1 \cdot L_1 + q_2 \cdot L_2 - A_y = -20,2583 \text{ kN}$$

$$A_x := \frac{B_y \cdot L_2 - A_y \cdot L_1 + \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot L_1^2 - \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot L_2^2}{-H} = -1,9524 \cdot 10^{-14} \text{ kN}$$

$$B_x := 0 \text{ kN}$$

Venstre bjelke $x := 0 \text{ m}$

$$M_1 := \left(\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot q_1 \cdot x^2 - \frac{H}{L_1} \cdot x \cdot A_x + A_y \cdot x \right) = 0 \text{ kN m}$$

$$V_1 := \left(q_1 \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x + A_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

$$N_1 := \left(q_1 \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x - A_x \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

Høyre bjelke $x := 0 \text{ m}$

$$M_2 := \left(\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot q_2 \cdot x^2 + B_y \cdot x \right) = 0$$

$$V_2 := \left(q_2 \cdot \frac{L_2}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \cdot x - B_y \cdot \frac{L_2}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

$$N_2 := \left(q_2 \cdot \frac{H}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \cdot x - B_y \cdot \frac{H}{\sqrt{L_2^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

Max

$$x := \frac{A_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}}{(-q_1) \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}}} = 2,5 \text{ m}$$

$$M_{\max} := \left(\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot q_1 \cdot x^2 - \frac{H}{L_1} \cdot x \cdot A_x + A_y \cdot x \right) = -25,3228 \text{ kN m}$$

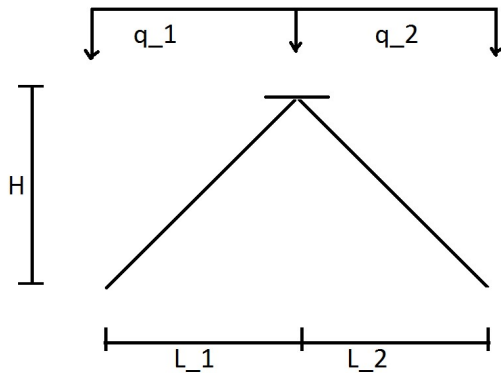
$x := 0 \text{ m}$

$$V_{\max} := \left(q_1 \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x + A_x \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

$$N_{\max} := \left(q_1 \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \cdot x - A_x \cdot \frac{L_1}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} - A_y \cdot \frac{H}{\sqrt{L_1^2 + H^2}} \right) = 14,3247 \text{ kN}$$

Vedlegg 3

2D fold modifisert



Geometri

$$L_1 := 2,5 \text{ m}$$

$$L_2 := 2,5 \text{ m}$$

$$L := L_1 + L_2 = 5 \text{ m}$$

$$B := 10 \text{ m}$$

$$H := 2,5 \text{ m}$$

$$t := 150 \text{ mm}$$

$$I := \frac{1}{12} \cdot t^3 \cdot B = 2,8125 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{L_1}\right) = 45 \text{ deg}$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad G := \gamma \cdot t = 3,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_1 := - \left(B \cdot G \cdot \frac{\sqrt{H^2 + L_1^2}}{L_1} + B \cdot S \right) = -81,033 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_2 := - \left(B \cdot G \cdot \frac{\sqrt{H^2 + L_2^2}}{L_2} + B \cdot S \right) = -81,033 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Krefter

$$x := 2,5 \text{ m}$$

$$A_y := q_1 \cdot L_1 + q_2 \cdot L_2 = -405,165 \text{ kN}$$

$$M := \frac{1}{2} \cdot q_1 \cdot x^2 = -253,2282 \text{ kN m}$$

$$V := q_1 \cdot \frac{L_1}{\sqrt{H^2 + L_1^2}} \cdot x = -143,2475 \text{ kN}$$

$$N := q_1 \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + L_1^2}} \cdot x = -143,2475 \text{ kN}$$

$$z := \frac{1}{2} \cdot t = 75 \text{ mm}$$

$$\sigma_M := M \cdot \frac{z}{I} = -6,7528 \text{ MPa}$$

$$\sigma_N := \frac{N}{B \cdot t} = -0,0955 \text{ MPa}$$

$$\sigma := \sigma_N + \sigma_M = -6,8482 \text{ MPa}$$

Med fjærer

l := 1 m Bjelkestripe

$$E := 34000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

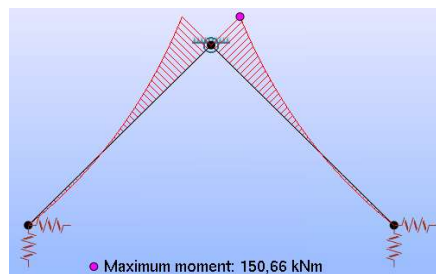
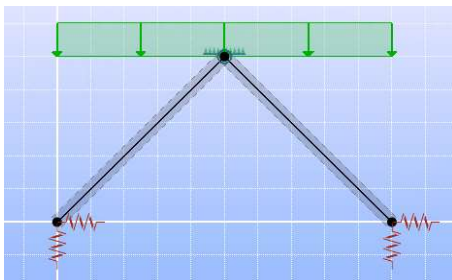
$$I_s := \frac{1}{12} \cdot t^3 \cdot l = 0,0003 \text{ m}^4$$

$$k := \frac{48 \cdot E \cdot I}{B^3} = 459 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_x := k \cdot \cos(\alpha) = 324,562 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_y := k \cdot \sin(\alpha) = 324,562 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

FAP2D, 10m fold, 45 grader



$$M := 150 \text{ kN m}$$

$$N := 165 \text{ kN}$$

$$\sigma_M := M \cdot \frac{z}{I} = 4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_N := \frac{N}{B \cdot t} = 0,11 \text{ MPa}$$

$$\sigma := \sigma_N + \sigma_M = 4,11 \text{ MPa}$$

Vedlegg 4

Bjelkerespons

Geometri

$$\begin{aligned} L &:= 10 \text{ m} \\ H &:= 2,5 \text{ m} \\ B &:= 5 \text{ m} \\ t &:= 150 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\alpha := \operatorname{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right) = 0,7854$$

Lastdata

$$\begin{aligned} \gamma &:= 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \\ G &:= \gamma \cdot t = 3,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ S &:= 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ q &:= G \cdot \sqrt{H^2 + (0,5 \cdot B)^2} \cdot 2 + S \cdot B = 40,5165 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\ P &:= 30000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 294,3 \text{ kN} \quad \text{Kranlast, 2X15tonn} \end{aligned}$$

Stivhet

$$E := 34 \text{ GPa}$$

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2 \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \operatorname{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \operatorname{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 \right) = 0,5534 \text{ m}^4$$

Nedbøyning

$$w := \frac{5}{384} \cdot q \cdot \frac{L^4}{E \cdot I} = 0,2804 \text{ mm}$$

Nedbøyning på grunn av kranlast P

$$w_P := \frac{1}{48} \cdot P \cdot \frac{L^3}{E \cdot I} = 0,3258 \text{ mm}$$

Total nedbøyning

$$w_t := w + w_P = 0,6062 \text{ mm} \quad w_{\max} := \frac{L}{(250)} = 40 \text{ mm}$$

Spenning

$$M := \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 = 506,4563 \text{ kN m}$$

$$z := 0,5 \cdot H = 1,25 \text{ m}$$

$$\sigma := M \cdot \frac{z}{I} = 1,1439 \text{ MPa}$$

Vedlegg 5

Spennlengde

Geometri

$$H := 2,4384 \text{ m}$$

$$B := 10,9728 \text{ m}$$

$$t := 152,4 \text{ mm}$$

$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right) = 0,4182$$

Lastdata

$$V := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := V \cdot t = 3,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q := G \cdot \sqrt{H^2 + (0,5 \cdot B)^2} \cdot 2 + S \cdot B = 76,4733 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P := 30000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 294,3 \text{ kN} \quad \text{Kranlast, 2X15tonn}$$

Stivhet

$$E := 34 \text{ GPa}$$

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2 \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 \right) = 0,9097 \text{ m}^4$$

Nedbøyning L := 24,38400 m

$$w := \frac{5}{384} \cdot q \cdot \frac{L^4}{E \cdot I} = 11,3815 \text{ mm}$$

Nedbøyning på grunn av kranlast P

$$w_P := \frac{1}{48} \cdot P \cdot \frac{L^3}{E \cdot I} = 2,8741 \text{ mm}$$

Total nedbøyning

$$w_t := w + w_P = 14,2556 \text{ mm} \quad w_{\text{max}} := \frac{L}{(250)} = 97,536 \text{ mm}$$

Spenninç L := 24,38400 m

$$M := \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 = 5683,6803 \text{ kN m}$$

$$z := 0,5 \cdot H = 1,2192 \text{ m}$$

$$\sigma := M \cdot \frac{z}{I} = 7,6176 \text{ MPa}$$

Nedbøyning L:= 35 m

$$w := \frac{5}{384} \cdot q \cdot \frac{L^4}{E \cdot I} = 48,3118 \text{ mm}$$

Nedbøyning på grunn av kranlast P

$$w_P := \frac{1}{48} \cdot P \cdot \frac{L^3}{E \cdot I} = 8,4993 \text{ mm}$$

Total nedbøyning

$$w_t := w + w_P = 56,8111 \text{ mm}$$

$$w_{\max} := \frac{L}{(250)} = 140 \text{ mm}$$

Spenninç L:= 35 m

$$M := \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 = 11709,9712 \text{ kN m}$$

$$z := 0,5 \cdot H = 1,2192 \text{ m}$$

$$\sigma := M \cdot \frac{z}{I} = 15,6943 \text{ MPa}$$

Nedbøyning L:= 15 m

$$w := \frac{5}{384} \cdot q \cdot \frac{L^4}{E \cdot I} = 1,6298 \text{ mm}$$

Nedbøyning på grunn av kranlast P

$$w_P := \frac{1}{48} \cdot P \cdot \frac{L^3}{E \cdot I} = 0,669 \text{ mm}$$

Total nedbøyning

$$w_t := w + w_P = 2,2989 \text{ mm}$$

$$w_{\max} := \frac{L}{(250)} = 60 \text{ mm}$$

Spenninç L:= 15 m

$$M := \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 = 2150,811 \text{ kN m}$$

$$z := 0,5 \cdot H = 1,2192 \text{ m}$$

$$\sigma := M \cdot \frac{z}{I} = 2,8826 \text{ MPa}$$

Vedlegg 6

2. Arealmoment

1-folde

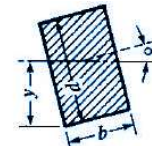
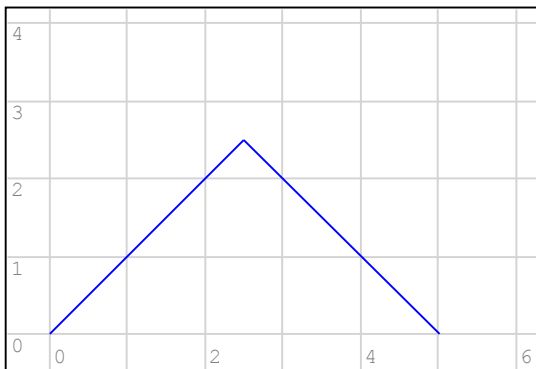
$$L := 1 \text{ m}$$

$$H := 2,5 \text{ m}$$

$$B := 5 \text{ m}$$

$$t := 0,15 \text{ m}$$

$$\text{Forml} := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \cdot B & H \\ B & 0 \end{bmatrix}$$



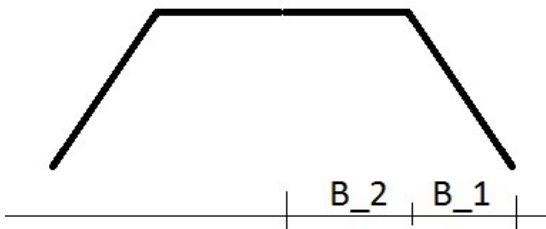
Open
Section Properties Case 9
Calculator

$$\frac{bd}{12}(d^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha)$$

$$A := 2 \cdot t \cdot \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} = 1,0607 \text{ m}^2 \quad \alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right) = 0,7854$$

$$I_{1\text{fold}} := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2 \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 \right) = 0,5534 \text{ m}^4$$

2-folde



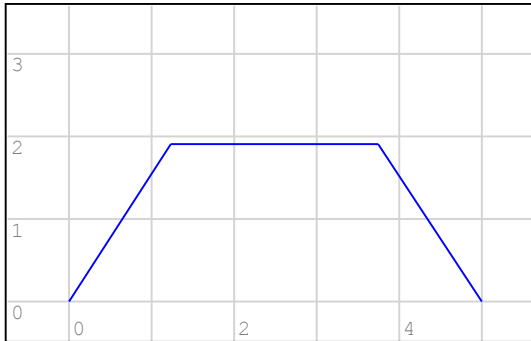
Velg en B₁ verdi mindre eller lik 0,5B. 0,5B gir spisst tak. 0 gir firkantet tak, men ugyldig resultat pga nøytralakse i flens

$$B_1 := \frac{B}{4} = 1,25 \text{ m}$$

$$B_2 := \frac{(B - 2 \cdot B_1)}{2} = 1,25 \text{ m}$$

$$H := \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot t} \cdot A - B_2\right)^2 - B_1^2} = 1,9134 \text{ m}$$

$$\text{Form2} := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_1 & H \\ (2 \cdot B_2 + B_1) & H \\ (2 \cdot B_2 + 2 \cdot B_1) & 0 \end{bmatrix}$$



$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{B_1}\right) = 0,9921$$

$$l_1 := \sqrt{H^2 + B_1^2} = 2,2855 \text{ m} \quad l_2 := B_2 = 1,25 \text{ m}$$

$$A_1 := t \cdot l_1 = 0,3428 \text{ m}^2 \quad A_2 := t \cdot l_2 = 0,1875 \text{ m}^2 \quad A := (A_1 + A_2) \cdot 2 = 1,0607 \text{ m}^2$$

$$I_1 := t \cdot l_1 \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(l_1^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha\right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha\right) \right)^2 \right) = 0,1048 \text{ m}^4$$

$$I_2 := \frac{1}{12} \cdot B_2 \cdot t^3 = 0,0004 \text{ m}^4$$

$$y_{NA} := \frac{A_1 \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (l_1^2) - \frac{1}{4} \cdot (B_1^2)} + A_2 \cdot \left(H - \frac{1}{2} \cdot t\right)}{A_1 + A_2} = 1,2684 \text{ m}$$

Nøytralaksen må ikke ligge inni Areal 2:

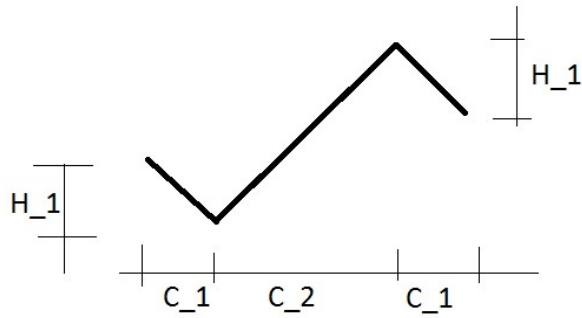
kontroll= "ok"

$$I_{2\text{fold}} := \left(I_1 + A_1 \cdot \left(y_{NA} - \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (l_1^2) - \frac{1}{4} \cdot (B_1^2)} \right) \right)^2 + I_2 + A_2 \cdot \left(H - t - y_{NA} \right)^2 \cdot 2 = 0,3688 \text{ m}^4$$

Stivhetsforhold

$$\frac{I_{2\text{fold}}}{I_{1\text{fold}}} = 0,6664$$

Z-tak



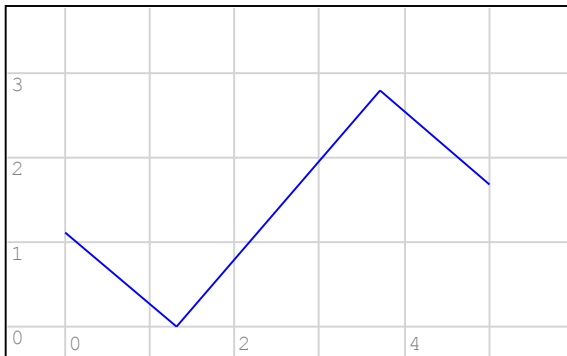
$$C_1 := 1,3 \text{ m}$$

$$H_1 := 1,1 \text{ m}$$

$$C_2 := B - 2 \cdot C_1 = 2,4 \text{ m}$$

$$H := \sqrt{\left(\frac{A - 2 \cdot t \cdot \sqrt{C_1^2 + H_1^2}}{t} \right)^2 - C_2^2} = 2,7701 \text{ m}$$

$$\text{Form3} := \begin{bmatrix} 0 & H_1 \\ C_1 & 0 \\ C_1 + C_2 & H \\ 2 \cdot C_1 + C_2 & H - H_1 \end{bmatrix}$$



$$l_1 := \sqrt{C_1^2 + H_1^2} = 1,7029 \text{ m}$$

$$l_2 := \sqrt{C_2^2 + H^2} = 3,6652 \text{ m}$$

$$A_1 := l_1 \cdot t = 0,2554 \text{ m}^2$$

$$A_2 := l_2 \cdot t = 0,5498 \text{ m}^2$$

$$A := 2 \cdot A_1 + A_2 = 1,0607 \text{ m}^2$$

$$\alpha_1 := \text{atan} \left(\frac{H_1}{C_1} \right) = 0,7023$$

$$\alpha_2 := \text{atan} \left(\frac{H}{C_2} \right) = 0,8569$$

$$I_1 := t \cdot \frac{l_1}{12} \cdot \left(l_1^2 \cdot \left(\cos \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_1 \right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_1 \right) \right)^2 \right) = 0,026 \text{ m}^4$$

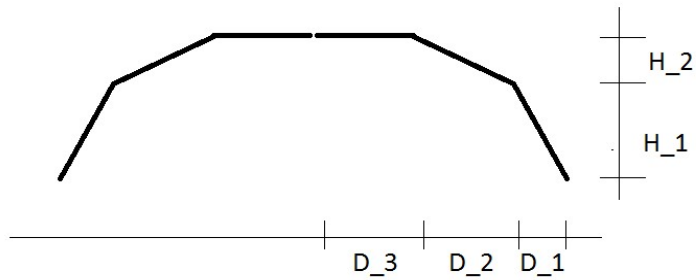
$$I_2 := t \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(1_2^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_2\right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_2\right) \right)^2 \right) = 0,352 m^4$$

$$I_{z, fold} := 2 \cdot I_1 + 2 \cdot A_1 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot H - \frac{1}{2} \cdot H_1 \right)^2 + I_2 = 0,7603 m^4$$

Stivhetsforhold

$$\frac{I_{z, fold}}{I_{1fold}} = 1,3739$$

4-folde



$$D_1 := 0,6 m$$

$$D_2 := 1 m$$

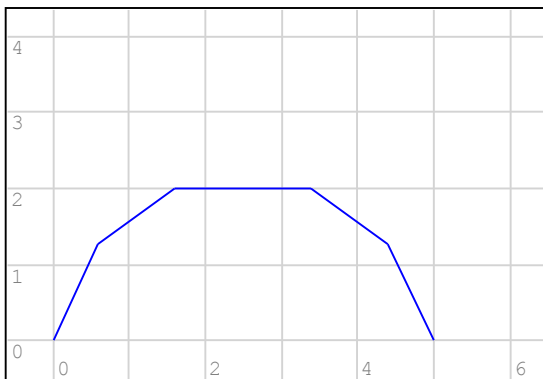
$$H_1 := 1,25 m$$

$$D_3 := \frac{1}{2} \cdot B - D_1 - D_2 = 0,9 m$$

$$H := \sqrt{\left(\frac{A - 2 \cdot t \cdot \sqrt{H_1^2 + D_1^2} - 2 \cdot D_3 \cdot t}{2 \cdot t} \right)^2 - D_2^2} + H_1 = 1,9983 m$$

$$H_2 := H - H_1 = 0,7483 m$$

$$\text{Form4} := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_1 & H_1 \\ (D_1 + D_2) & H_1 + H_2 \\ D_1 + D_2 + 2 \cdot D_3 & H \\ D_1 + 2 \cdot D_2 + 2 \cdot D_3 & H_1 \\ 2 \cdot D_1 + 2 \cdot D_2 + 2 \cdot D_3 & 0 \end{bmatrix}$$



$$l_1 := \sqrt{H_1^2 + D_1^2} = 1,3865 \text{ m} \quad l_2 := \sqrt{H_2^2 + D_2^2} = 1,249 \text{ m} \quad l_3 := D_3 = 0,9 \text{ m}$$

$$A_1 := t \cdot l_1 = 0,208 \text{ m}^2 \quad A_2 := t \cdot l_2 = 0,1873 \text{ m}^2 \quad A_3 := t \cdot l_3 = 0,135 \text{ m}^2$$

$$A := 2 \cdot (A_1 + A_2 + A_3) = 1,0607 \text{ m}^2$$

$$y_1 := \sqrt{\frac{1}{4} \cdot l_1^2 - \frac{1}{4} \cdot D_1^2} = 0,625 \text{ m} \quad y_2 := \sqrt{\frac{1}{4} \cdot l_2^2 - \frac{1}{4} \cdot D_2^2} + H_1 = 1,6242 \text{ m} \quad y_3 := H - \frac{1}{2} \cdot t = 1,9233 \text{ m}$$

$$y_{NA} := \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = 1,3085 \text{ m}$$

kontroll= "ikke ok"

Antar nøytralakse i A₁:

$$\alpha_1 := \text{atan}\left(\frac{H_1}{D_1}\right) = 1,1233 \quad \alpha_2 := \text{atan}\left(\frac{H_2}{D_2}\right) = 0,6424$$

$$I_1 := t \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(l_1^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_1\right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_1\right) \right)^2 \right) = 0,0272 \text{ m}^4$$

$$I_2 := t \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(l_2^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_2\right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \alpha_2\right) \right)^2 \right) = 0,009 \text{ m}^4$$

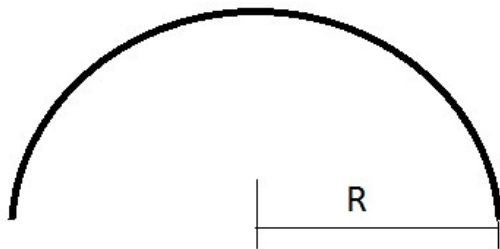
$$I_3 := \frac{1}{12} \cdot D_3 \cdot t^3 = 0,0003 \text{ m}^4$$

$$I_{4\text{fold}} := \left(I_1 + A_1 \cdot (y_{NA} - y_1)^2 + I_2 + A_2 \cdot (y_2 - y_{NA})^2 + I_3 + A_3 \cdot \left(H - \frac{1}{2} \cdot t - y_{NA} \right)^2 \right) \cdot 2 = 0,4065 \text{ m}^4$$

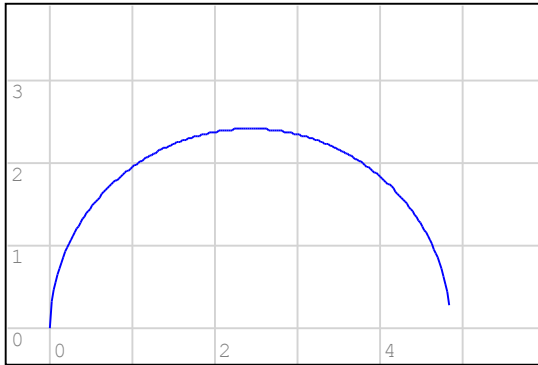
Stivhetsforhold

$$\frac{I_{4\text{fold}}}{I_{1\text{fold}}} = 0,7345$$

Bueformet tak



$$\text{Form5} := \sqrt{2,425^2 - (x - 2,425)^2}$$



$$R := \frac{A}{t \cdot \pi} = 2,2508 \text{ m}$$

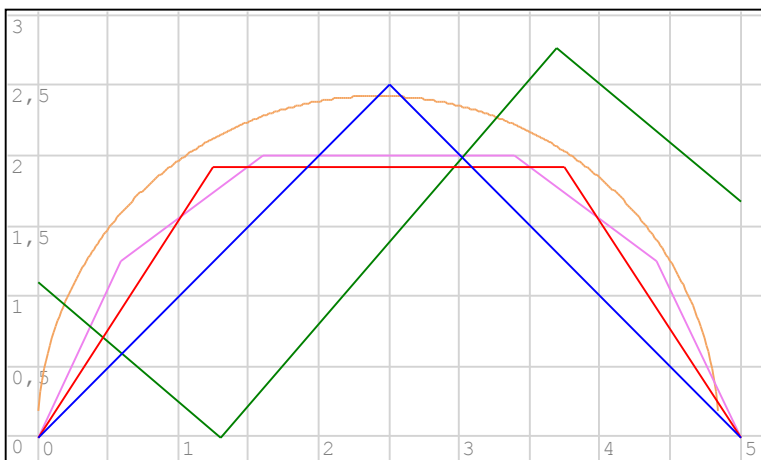
$$R := \frac{(B - t)}{2} = 2,425 \text{ m}$$

$$A := \pi \cdot R \cdot t = 1,1428 \text{ m}^2$$

$$I_{\text{bue}} := \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^3 \cdot t = 0,42 \text{ m}^4$$

Stivhetsforhold $\frac{I_{\text{bue}}}{I_{\text{1fold}}} = 0,7589$

$$I := \begin{cases} I_{\text{1fold}} \\ I_{\text{2fold}} \\ I_{\text{4fold}} \\ I_{\text{bue}} \\ I_{\text{z, fold}} \end{cases} = \begin{cases} 5,5342 \cdot 10^{11} \\ 3,6879 \cdot 10^{11} \\ 4,0647 \cdot 10^{11} \\ 4,2001 \cdot 10^{11} \\ 7,6034 \cdot 10^{11} \end{cases} \text{ mm}^4$$



Vedlegg 7

Utkrager og mesanin

Geometri

$$L := 11,5824 \text{ m}$$

$$L_u := 7,3152 \text{ m}$$

$$B := 10,9728 \text{ m}$$

$$t := 0,1524 \text{ m}$$

$$H := 2,4384 \text{ m}$$

$$L_b := L + L_u = 18,8976 \text{ m}$$

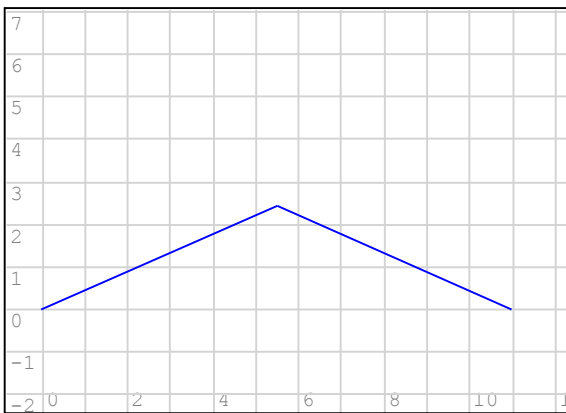
$$E := 34 \text{ GPa}$$

$$L_{\text{lim,mid}} := 7,4760 \text{ m}$$

$$L_{\text{lim,max}} := 7,962 \text{ m}$$

Grense for når det blir løft

$$\Delta L_{\text{merg}} := L_{\text{lim,max}} - L_u = 64,68 \text{ cm}$$



$$A := 2 \cdot t \cdot \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} = 1,83 \text{ m}^2 \quad \alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right) = 0,4182$$

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot B^2 + H^2 \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 \right) = 0,9097 \text{ m}^4$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 3,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q := G \cdot \sqrt{H^2 + (0,5 \cdot B)^2} \cdot 2 + S \cdot B = 76,4733 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$B_y := \frac{1}{2} \cdot q \cdot L + L_u \cdot q \cdot \frac{\left(L + \frac{1}{2} \cdot L_u\right)}{L} = 1178,9475 \text{ kN}$$

$$A_y := q \cdot (L + L_u) - B_y = 266,214 \text{ kN}$$

Mesanin

$$B_m := 10,9728 m$$

$$L_m := 11,5824 m$$

$$t_m := 100 mm$$

$$F_{tot} := \gamma \cdot B_m \cdot L_m \cdot t_m = 317,7284 kN$$

$$F := \frac{F_{tot}}{10} = 31,7728 kN$$

$$q_m := \frac{F_{tot}}{L} = 27,432 \frac{kN}{m}$$

Krefter

$$x := 11,58 m$$

$$M := A_y \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 = -2044,6382 kN m$$

$$x_u := L_b - x = 7,3176 m$$

$$M_u := \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot q \cdot x_u^2 = -2047,4677 kN m$$

$$M_b := \begin{cases} x \leq L & -2044,6382 kN m \\ \text{else} & M_u \end{cases}$$

$$V := A_y - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x$$

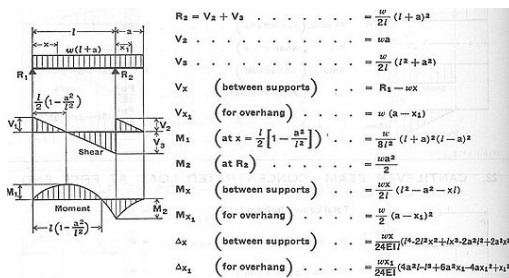
Nedbøyning

$$x := \frac{L}{2} \cdot \left(1 - \frac{L_u}{L}\right) = 3,4811 m$$

$$w_{max} := \left(L^4 - 2 \cdot L^2 \cdot x^2 + L \cdot x^3 - 2 \cdot L_u^2 \cdot L^2 + 2 \cdot L_u^2 \cdot x^2\right) \cdot \frac{q \cdot x}{24 \cdot E \cdot I \cdot L} = 0,0673 mm$$

$$w_{m,midt} := \frac{5}{384} \cdot \frac{q_m \cdot (L)^4}{E \cdot I} = 0,2078 mm$$

Utkrageren er omtrent akkurat i ballanse/ vektlikevekt med tak, noe som er gunstig med tanke på materialutnyttelse. Masin vil gi ekstra motvekt til overhenget, og sørge for at det aldri blir strekk i bakeste søyler.



<http://www.forestryforum.com/members/donp/oerhangbm.htm>

Vedlegg 8

Pyramide

Innspendte bjelke

Geometri

$$H := 2,4384 \text{ m}$$

$$B := 10,9728 \text{ m}$$

$$L := \frac{1}{2} \cdot B = 5,4864 \text{ m}$$

$$t := 152,4 \text{ mm}$$

$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right) = 0,4182$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 3,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$Q := S \cdot \frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} + G = 0,0064 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$q := Q \cdot \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} \cdot \cos(\alpha) = 34,9411 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Spenning

$$M := \frac{1}{12} \cdot q \cdot L^2 = 87,6456 \text{ kN m}$$

$$I := \frac{1}{12} \cdot \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} \cdot t^3 = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$\sigma := \frac{M}{I} \cdot \frac{1}{2} \cdot t = 3,7712 \text{ MPa}$$

Momentspenninger om man betrakter hele pyramiden som en fritt opplagt bjelke

$$A := \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} \cdot B \cdot 2 = 131,7584 \text{ m}^2$$

$$q := \frac{Q \cdot A}{B} = 76,4733 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_e := \frac{1}{8} \cdot q \cdot B^2 = 1150,9453 \text{ kN m}$$

$$M_b := \frac{1}{2} \cdot B \cdot q \cdot \frac{1}{4} \cdot B - \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{1}{16} \cdot B^2 = 863,2089 \text{ kN m}$$

$$I_e := 0,9097 \text{ m}^4$$

Bregnet fra Vedlegg 3

$$I_b := 0,2101 \text{ m}^4$$

$$\sigma_e := \frac{M_e}{I_e} \cdot \frac{1}{2} \cdot H = 1,5425 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b := \frac{M_b}{I_b} \cdot \left(\frac{H}{2} - 0,8643 \text{ m}\right) = 1,4581 \text{ MPa}$$

Vedlegg 9

Kryssformet tak

Geometri

$$H := 2,4384 \text{ m}$$

$$B := 10,9728 \text{ m}$$

$$L := B = 10,9728 \text{ m}$$

$$t := 152,4 \text{ mm}$$

$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{H}{0,5 \cdot B}\right) = 0,4182$$

$$A := B^2 = 120,4023 \text{ m}^2$$

Last

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 3,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$Q := S \cdot \frac{0,5 \cdot B}{\sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}} + G = 0,0064 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Toppbjelke

$$E := 34 \text{ GPa}$$

$$I := \frac{1}{12} \cdot B \cdot t^3 = 3,2366 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$A := \sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2} \cdot B \cdot 2 = 131,7584 \text{ m}^2$$

$$Q := G \cdot \frac{A}{B^2} + S = 6,9693 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q := Q \cdot B = 76,4733 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Moment

$$M := \frac{1}{8} \cdot q \cdot B^2 = 1150,9453 \text{ kN m}$$

Spenning

$$\sigma := \frac{M}{I} \cdot \frac{1}{2} \cdot t = 27,0968 \text{ MPa}$$

Nedbøyning

$$w := \frac{5}{384} \cdot q \cdot \frac{B^4}{E \cdot I} = 131,1742 \text{ mm}$$

Toppbjelke, ny modell

$$T := \frac{1}{8} \cdot q \cdot \frac{L^2}{H} = 472,0084 \text{ kN}$$

$$\sigma := \frac{T}{t \cdot t} = 20,3226 \text{ MPa}$$

Plater

$$L := \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(0,5 \cdot B)^2 + H^2}$$

$$b := \frac{B}{4} = 2,7432 \text{ m}$$

$$I := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t^3 = 0,0008 \text{ m}^4$$

$$R := Q \cdot L \cdot b$$

$$q := \frac{R \cdot \cos(\alpha)}{L} = 17,4705 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M := \frac{1}{12} \cdot q \cdot L^2 = 13,1198 \text{ kN m}$$

$$\sigma := \frac{M}{I} \cdot \frac{1}{2} \cdot t = 1,2355 \text{ MPa}$$

Vedlegg 10

V-formet vegg

Geometri av vegg

$$H := 8300 \text{ mm}$$

$$b := 2800 \text{ mm}$$

$$h := 1000 \text{ mm}$$

$$t := 200 \text{ mm}$$

$$A := \sqrt{\left((h)^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)} \cdot t \cdot 2 = 0,6882 \text{ m}^2$$

Geometri av tak

$$L_{\text{tak}} := 25500 \text{ mm}$$

$$b_{\text{tak}} := 2800 \text{ mm}$$

$$h_{\text{tak}} := 1000 \text{ mm}$$

$$t_{\text{tak}} := 80 \text{ mm}$$

$$A_{\text{tak}} := \sqrt{\left((h_{\text{tak}})^2 + \left(\frac{b_{\text{tak}}}{2} \right)^2 \right)} \cdot t_{\text{tak}} \cdot 2 = 2,7527 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

$$V_{\text{tak}} := A_{\text{tak}} \cdot L_{\text{tak}} = 7,0195 \text{ m}^3$$

Last fra tak

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad g := 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9810 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$\rho := \frac{\gamma}{g} = 2,5484 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$G_{\text{tak}} := \gamma \cdot V_{\text{tak}} = 175,4874 \text{ kN}$$

$$S_{\text{tak}} := S \cdot b_{\text{tak}} \cdot L_{\text{tak}} = 199,92 \text{ kN}$$

$$F := \frac{1}{2} \cdot (G_{\text{tak}} + S_{\text{tak}}) = 187,7037 \text{ kN}$$

$$G := A \cdot \gamma \cdot H = 142,7986 \text{ kN}$$

$$\sigma_N := \frac{F + G}{A} = 0,4803 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Vind

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot b^2 + h^2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot b^2 + h^2 \right) \cdot \left(\cos \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \operatorname{atan} \left(\frac{h}{0,5 \cdot b} \right) \right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \operatorname{atan} \left(\frac{h}{0,5 \cdot b} \right) \right) \right)^2 = 0,0589 \text{ m}^4$$

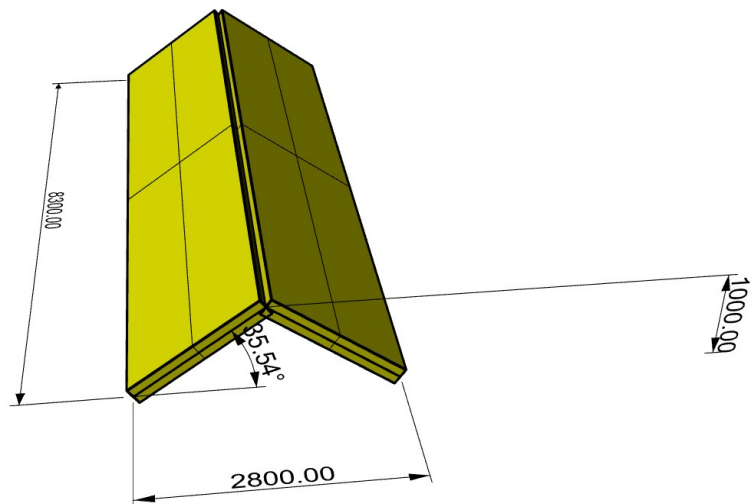
$$q := 0,001 \text{ MPa}$$

$$\alpha := \operatorname{atan} \left(\frac{h}{\frac{b}{2}} \right) = 35,5377 \text{ deg}$$

$$l := \sqrt{\left(\frac{b}{2} \right)^2 + h^2} = 1,7205 \text{ m}$$

$$F := l \cdot 2 \cdot q \cdot \cos(\alpha) = 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Bilde av veggelementet

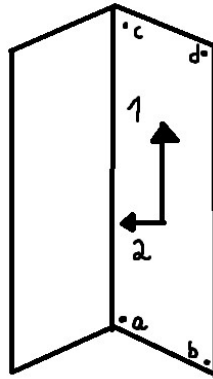


Spenninger i (a) og (b)

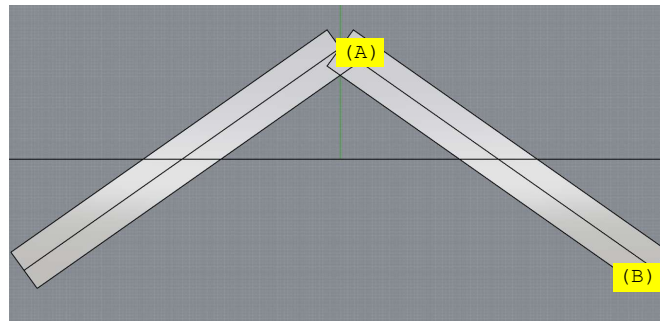
$$M := \frac{F \cdot H^2}{2} = 96,446 \text{ kN m}$$

$$W_1 := \frac{I}{\frac{h}{2}} = 0,1177 \text{ m}^3$$

$$\sigma_M := \frac{M}{W_1} = 0,8192 \text{ MPa}$$



Bilde: Skisse av V-foldet veggelement med de forskjellige målepunktene og spenningsretninge og 1.



$$\sigma_{1,a} := -(\sigma_M + \sigma_N) = -1,2994 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{1,b} := -(-\sigma_M + \sigma_N) = 0,3389 \text{ MPa}$$

Spenninger i (c)

(anttar 1m feltstripe)

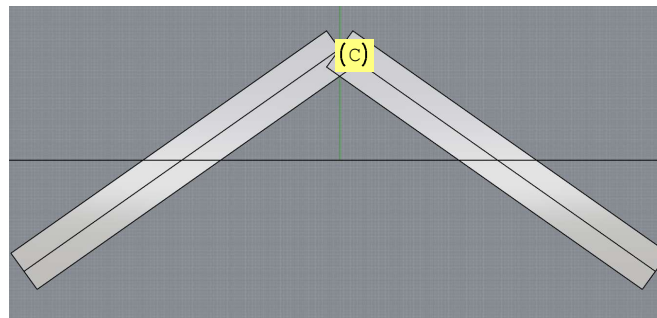
$$c := 1000 \text{ mm}$$

$$q_2 := q \cdot c = \frac{1}{m} \text{ kN}$$

$$l = 1,7205 \text{ m}$$

$$w_2 := \frac{1}{6} \cdot c \cdot t^2 = 0,0067 \text{ m}^3$$

$$M_c := \frac{q_2 \cdot l^2}{2} = 1,48 \text{ kN m}$$



$$\sigma_{M,2,c} := \frac{M_c}{w_2} = 0,222 \text{ MPa}$$

forskyvninger i topp (c)

$$E := 34000 \text{ MPa}$$

$$u_c := \frac{F \cdot H^4}{8 \cdot E \cdot I} = 0,8299 \text{ mm}$$

Vedlegg 11

Innsnevret veggelement

Geometri

$$h := 1 \text{ m}$$

$$H := 8,3 \text{ m}$$

$$B := 2,8 \text{ m}$$

$$t := 0,2 \text{ m}$$

$$z := 8,3 \text{ m}$$

$$h_1 := h - \frac{h}{H} \cdot z = 0 \text{ m}$$

$$A_1 := 2 \cdot t \cdot h_1 = 0 \text{ mm}^2$$

$$S_1 := \left(h - \frac{1}{2} \cdot h_1 \right) \cdot A_1 = 0 \text{ mm}^3$$

$$I_1 := \frac{1}{12} \cdot 2 \cdot t \cdot h_1^3 = 0 \text{ mm}^4$$

$$B_2 := \frac{B}{H} \cdot z = 2,8 \text{ m}$$

$$h_2 := h - h_1 = 1 \text{ m}$$

$$l_2 := \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot B_2 \right)^2 + (h - h_1)^2} = 1720,4651 \text{ mm}$$

$$A_2 := l_2 \cdot t \cdot 2 = 6,8819 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

$$S_2 := \frac{1}{2} \cdot \left((h - h_1) \cdot A_2 \right) = 3,4409 \cdot 10^8 \text{ mm}^3$$

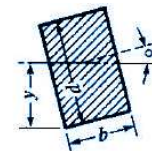
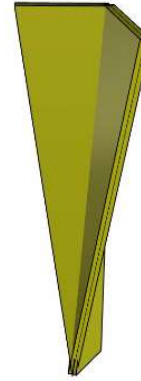
$$\alpha := 90 \text{ deg} - \text{atan} \left(\frac{h - h_1}{\frac{1}{2} \cdot B_2} \right) = 54,4623 \text{ deg}$$

$$I_2 := \frac{t \cdot l_2^3}{6} \cdot \left(l_2^2 \cdot (\cos(\alpha))^2 + t^2 \cdot (\sin(\alpha))^2 \right) = 5,8868 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$A := A_1 + A_2 = 6,8819 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

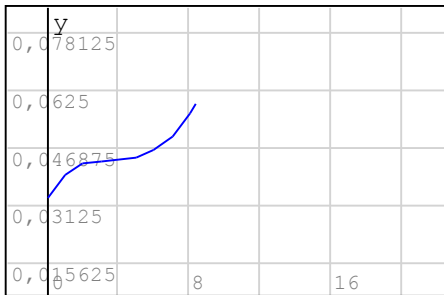
$$x_{NA} := \frac{S_1 + S_2}{A} = 500 \text{ mm}$$

$$I_a := I_1 + I_2 + A_1 \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot h_1 - x_{NA} \right)^2 + A_2 \cdot \left(x_{NA} - \frac{1}{2} \cdot h_2 \right)^2 = 5,8868 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$



Open
Section Properties Case 9
Calculator

$$\frac{bd^3}{12} (d^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha)$$

$$I := \begin{bmatrix} 0 & 0,0333 \\ 1 & 0,0397 \\ 2 & 0,0426 \\ 3 & 0,0434 \\ 4 & 0,0437 \\ 5 & 0,0443 \\ 6 & 0,0461 \\ 7 & 0,0499 \\ 8 & 0,0564 \\ 8,3 & 0,0589 \end{bmatrix}$$


I

Areal 1 minsker lineært, og 2. arealmoment minsker kvadratisk

Areal 2 øker lineært, og 2. arealmoment øker kvadratisk

$$E := 34000 \text{ MPa}$$

$$A := \sqrt{\left((h)^2 + \left(\left(\frac{B}{2} \right)^2 \right) \right)} \cdot t \cdot 2 = 0,6882 \text{ m}^2$$

Vind

$$I := 46100000000 \text{ mm}^4 \quad (\text{Snittverdi fra graf})$$

$$q := 0,001 \text{ MPa}$$

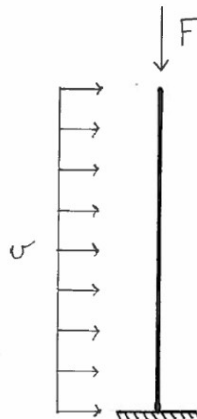
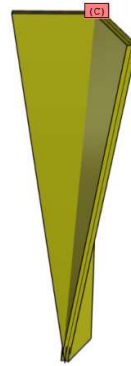
$$\alpha := \text{atan} \left(\frac{h}{\frac{B}{2}} \right) = 35,5377 \text{ deg}$$

$$l := \sqrt{\left(\left(\frac{B}{2} \right)^2 + h^2 \right)} = 1,7205 \text{ m}$$

$$F := l \cdot 2 \cdot q \cdot \cos(\alpha) = 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

forskyvninger i topp (c)

$$u_c := \frac{F \cdot H^4}{8 \cdot E \cdot I} = 1,0597 \text{ mm}$$



Vedlegg 12

Utbrettet veggelement

Geometri av vegg

$$H := 8300 \text{ mm}$$

$$b := 2800 \text{ mm}$$

$$h := 1000 \text{ mm}$$

$$t := 200 \text{ mm}$$

Geometri av tak

$$L_{\text{tak}} := 25500 \text{ mm}$$

$$b_{\text{tak}} := 2800 \text{ mm}$$

$$h_{\text{tak}} := 1000 \text{ mm}$$

$$t_{\text{tak}} := 80 \text{ mm}$$

$$A_{\text{tak}} := \sqrt{\left(h_{\text{tak}}\right)^2 + \left(\frac{b_{\text{tak}}}{2}\right)^2} \cdot t_{\text{tak}} \cdot 2 = 2,7527 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

$$V_{\text{tak}} := A_{\text{tak}} \cdot L_{\text{tak}} = 7,0195 \text{ m}^3$$

Last fra tak

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad g := 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9810 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$\rho := \frac{\gamma}{g} = 2,5484 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$G_{\text{tak}} := \gamma \cdot V_{\text{tak}} = 175,4874 \text{ kN}$$

$$S_{\text{tak}} := S \cdot b_{\text{tak}} \cdot L_{\text{tak}} = 199,92 \text{ kN}$$

$$F := \frac{1}{2} \cdot (G_{\text{tak}} + S_{\text{tak}}) = 187,7037 \text{ kN}$$

Spenninger i (a) og (b)

$$l := \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2} = 1,7205 \text{ m}$$

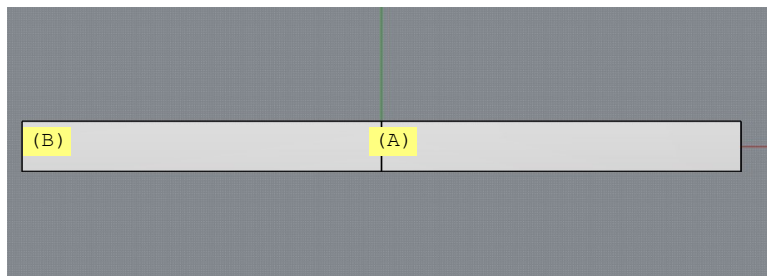
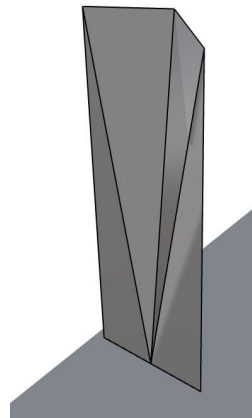
$$c := \sqrt{h^2 + H^2} = 8,36 \text{ m}$$

$$G := \gamma \cdot t \cdot \left(\left(\frac{2}{2} \cdot l \cdot c \right) + \left(\frac{2}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot H \right) \right) = 130,0156 \text{ kN}$$

$$A := b \cdot t = 0,56 \text{ m}^2$$

$$\sigma_{N, a, b} := \frac{F + G}{A} = 0,5674 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Bilde av veggelementet



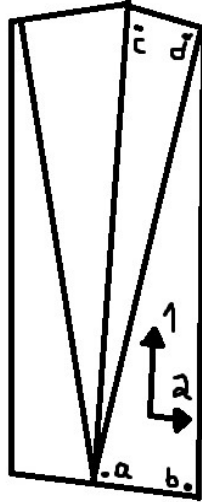
Vind

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot b^2 + h^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot b^2 + h^2 \right) \cdot \left(\cos \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \operatorname{atan} \left(\frac{h}{0,5 \cdot b} \right) \right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \operatorname{atan} \left(\frac{h}{0,5 \cdot b} \right) \right) \right)^2 \right) = 0,0589 \text{ m}^4$$

$$q := 0,001 \text{ MPa}$$

$$\alpha := \operatorname{atan} \left(\frac{h}{\frac{b}{2}} \right) = 35,5377 \text{ deg}$$

$$F_1 := 1 \cdot 2 \cdot q \cdot \cos(\alpha) = 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



Bilde: Skisse av V-folda veggelement med de forskjellige målepunktene og spenningsretninge og

Spenninger i (c)

(anntar 1m feltstripe)

$$c_1 := 1000 \text{ mm}$$

$$q_2 := q \cdot c_1 = \frac{1}{\text{m}} \text{ kN}$$

$$x_1 := 407 \text{ mm}$$

$$F_2 := \frac{F}{2 \cdot 1} = 54,5503 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\operatorname{atan}(\beta_1) := \frac{x_1}{H} = 2,8096 \text{ deg}$$

$$\beta_1 := \operatorname{atan}(\beta_1) = 2,8096 \text{ deg}$$

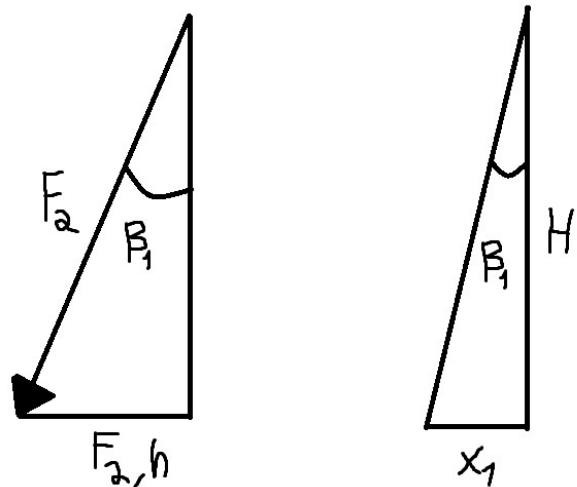
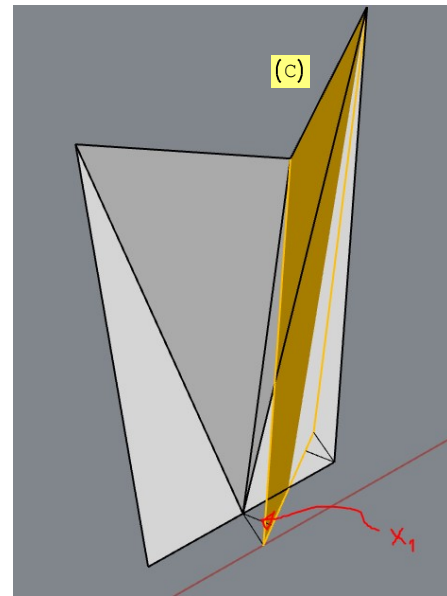
$$F_{2,h} := \sin(\beta_1) \cdot F_2 = 2,6739 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{\text{tot}} := q_2 + F_{2,h} = 3,6739 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$w_2 := \frac{1}{6} \cdot c_1 \cdot t^2 = 0,0067 \text{ m}^3$$

$$M_c := \frac{q_{\text{tot}} \cdot 1^2}{2} = 5,4373 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{M,2,c} := \frac{M}{w_2} = 0,8156 \text{ MPa}$$



Vedlegg 13

Skiftet veggelement

Geometri av vegg

$$H := 8300 \text{ mm}$$

$$b := 2800 \text{ mm}$$

$$h := 1000 \text{ mm}$$

$$t := 200 \text{ mm}$$

$$E := 34000 \text{ MPa}$$

$$I_{\text{eksentrisitet}} := 1,6 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4 = 0,016 \text{ m}^4$$

$$I_{\text{vind}} := 3,745 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4 = 0,0374 \text{ m}^4$$

Last fra tak

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad g := 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9810 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$\rho := \frac{\gamma}{g} = 2,5484 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$G_{\text{tak}} := \gamma \cdot V_{\text{tak}} = 175,4874 \text{ kN}$$

$$S_{\text{tak}} := S \cdot b_{\text{tak}} \cdot L_{\text{tak}} = 199,92 \text{ kN}$$

$$F := \frac{1}{2} \cdot (G_{\text{tak}} + S_{\text{tak}}) = 187,7037 \text{ kN}$$

$$l := \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2} = 1,7205 \text{ m}$$

Vind

$$q_1 := 0,001 \text{ MPa}$$

$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{h}{\frac{b}{2}}\right) = 35,5377 \text{ deg}$$

$$q := 1 \cdot 2 \cdot q_1 \cdot \cos(\alpha) = 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Geometri av tak

$$L_{\text{tak}} := 25500 \text{ mm}$$

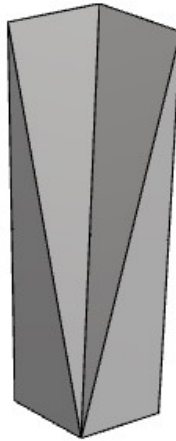
$$b_{\text{tak}} := 2800 \text{ mm}$$

$$h_{\text{tak}} := 1000 \text{ mm}$$

$$t_{\text{tak}} := 80 \text{ mm}$$

$$A_{\text{tak}} := \sqrt{\left(h_{\text{tak}}\right)^2 + \left(\frac{b_{\text{tak}}}{2}\right)^2} \cdot t_{\text{tak}} \cdot 2 = 2,7527 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

$$V_{\text{tak}} := A_{\text{tak}} \cdot L_{\text{tak}} = 7,0195 \text{ m}^3$$



vindtrykket er konstant i innoveretning

Forskyvning

$$e_{\text{kantlast}} := 0,25 \text{ m} \quad x := 1 = 1$$

$$\delta_e := \frac{1}{E \cdot I_{\text{eksentrisitet}}} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (e_{\text{kantlast}} \cdot F) \cdot (x \cdot H) \cdot H \right) = 1,9808 \text{ mm}$$

$$\delta_v := \frac{1}{E \cdot I_{\text{vind}}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot q \cdot H^2 \right) \cdot (x \cdot H) \cdot H = 1,3045 \text{ mm}$$

$$\delta := \delta_e + \delta_v = 3,2854 \text{ mm}$$

2. Arealmoment

$$h := 1 \text{ m}$$

$$H := 8,3 \text{ m}$$

$$B := 2,8 \text{ m}$$

$$t := 0,2 \text{ m}$$

$$z := 4 \text{ m}$$

$$h_1 := h - \frac{h}{H} \cdot z = 518,0723 \text{ mm}$$

$$B_1 := \frac{1}{2} \cdot B - \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{H} \cdot z = 0,7253 \text{ m}$$

$$l_1 := \sqrt{h_1^2 + B_1^2} = 0,8913 \text{ m}$$

$$A_1 := l_1 \cdot t = 0,1783 \text{ m}^2$$

$$S_1 := \frac{1}{2} \cdot h_1 = 0,259 \text{ m}$$

$$\alpha := \text{atan} \left(\frac{h_1}{B_1} \right) = 35,5377 \text{ deg}$$

$$\beta := 90 \text{ deg} - \alpha = 54,4623 \text{ deg}$$

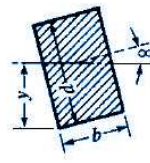
$$I_{11} := \frac{t \cdot l_1^3}{12} \cdot \left(l_1^2 \cdot (\cos(\beta))^2 + t^2 \cdot (\sin(\beta))^2 \right) = 4,3806 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$h_2 := \frac{h}{H} \cdot z = 481,9277 \text{ mm}$$

$$B_2 := \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{H} \cdot z = 0,6747 \text{ m}$$

$$l_2 := \sqrt{h_2^2 + B_2^2} = 0,8291 \text{ m}$$

$$A_2 := l_2 \cdot t = 0,1658 \text{ m}^2$$



Open
Section Properties Case 9
Calculator

$$\frac{bd}{12} (a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha)$$

$$s_2 := \frac{1}{2} \cdot h_2 = 0,241 \text{ m}$$

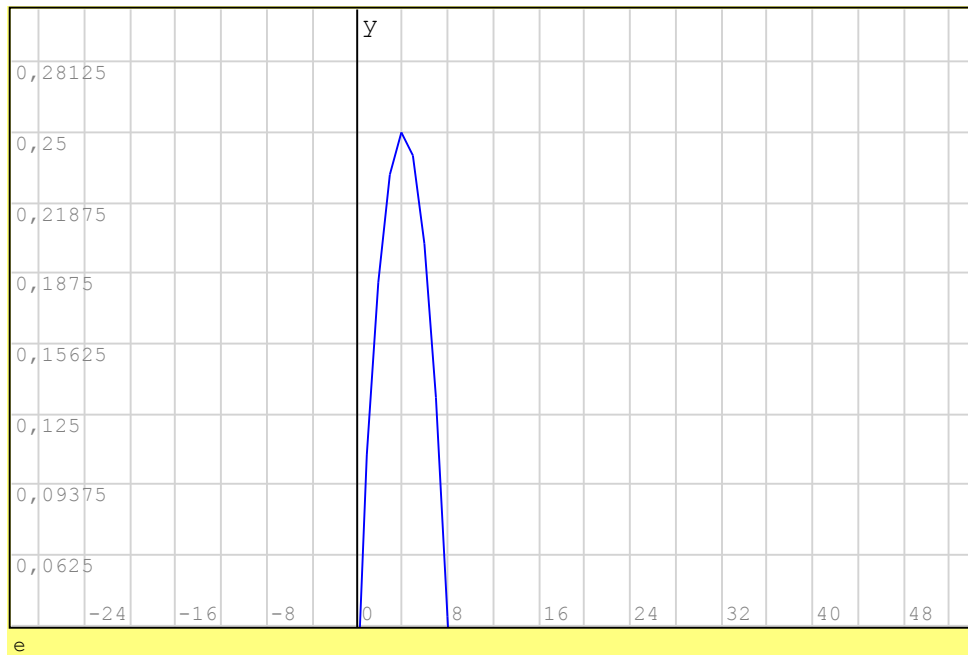
$$I_2 := \frac{t \cdot l_2}{12} \cdot \left(l_2^2 \cdot (\cos(\beta))^2 + t^2 \cdot (\sin(\beta))^2 \right) = 3,5755 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$x_{NA} := \frac{s_1 \cdot A_1 + s_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = 0,2503 \text{ m}$$

$$e := \frac{1}{2} \cdot h - x_{NA} = 0,2497 \text{ m}$$

$$I := \left(I_1 + I_2 + A_1 \cdot (s_1 - x_{NA})^2 + A_2 \cdot (x_{NA} - s_2)^2 \right) \cdot 2 = 1,5968 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

e :=	0	0
	1	0,106
	2	0,1829
	3	0,2308
	4	0,2497
	5	0,2395
	6	0,2003
	7	0,1321
	8	0,0348
	8,3	0



Vedlegg 14

Rett-foldet forbindelse

Geometri

$\varphi := 0 \text{ deg}$	Takvinkel/Takhelning
$H := 14 \text{ m}$	Høyde
$h := 2660 \text{ mm}$	Foldens høyde
$B := 3000 \text{ mm}$	Bredde folde
$t := 160 \text{ mm}$	Tykkelse skall
$L := 55,5 \text{ m} - h = 52,84 \text{ m}$	Spennlengde

$$l := \sqrt{h^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} = 3,0538 \text{ m}$$

$$\alpha := \text{atan}\left(2 \cdot \frac{h}{B}\right) = 1,0573$$

$$d := \sqrt{h^2 \cdot \left(\frac{1}{\cos(\varphi)} - \tan(\varphi)\right)^2 + h^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} = 4,0498 \text{ m}$$

$$\beta := \text{asin}\left(\frac{h}{\sqrt{h^2 \cdot \left(\frac{1}{\cos(\varphi)} - \tan(\varphi)\right)^2 + h^2}}\right) = 45 \text{ deg}$$

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B^2 + h^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot B^2 + h^2 \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{h}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{h}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 \right) = 0,5767 \text{ m}^4$$

$$A := 1 \cdot 2 \cdot t = 9,7721 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

Laster

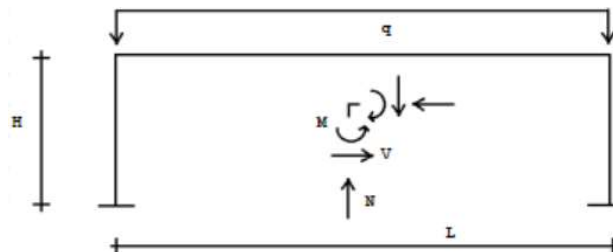
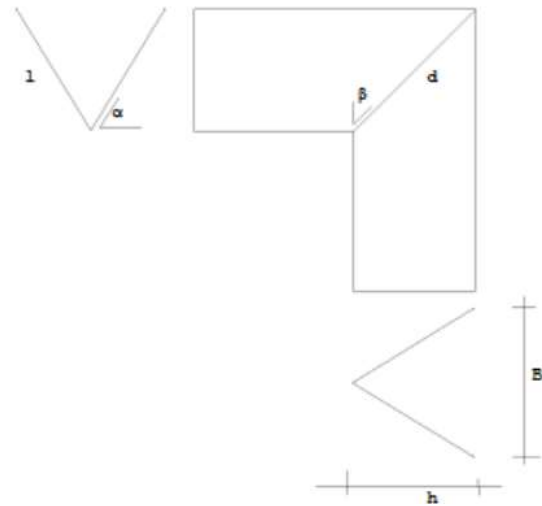
$$q := 32,83 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \text{Fra lastvedlegg}$$

Krefter ramme

$$M := 6741,91 \text{ kN m}$$

$$V := 850,02 \text{ kN} \quad \text{Fra Fap 2D}$$

$$N := 867,37 \text{ kN}$$



Krefter forbindelse

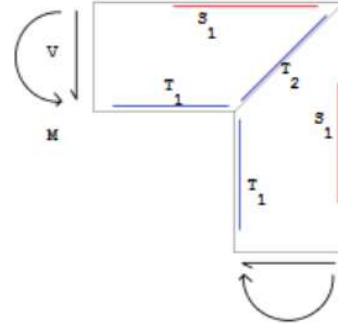
$$S_1 := \frac{M}{h} = 2534,5526 \text{ kN}$$

$$T_1 := \frac{M}{h} = 2534,5526 \text{ kN}$$

$$T_2 := T_1 \cdot \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\beta)} = 3584,3987 \text{ kN}$$

$$T_{2,II} := \frac{T_2}{2} \cdot \sin(\alpha) = 1561,0958 \text{ kN}$$

$$T_{2,I} := \frac{T_2}{2} \cdot \cos(\alpha) = 880,3172 \text{ kN}$$



Spenninger

$$\sigma_N := \frac{N}{A} = 0,8876 \text{ MPa}$$

Normalspenning i søyle

$$\sigma_1 := \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2} = 15,5484 \text{ MPa}$$

Bjelkespenning bjelke og søyle, strekkside og tykkside

$$\sigma_M := \frac{3 \cdot q \cdot B}{2 \cdot (t^2)} = 5,7709 \text{ MPa}$$

Tverrmoment i foldekant, bjelke og søyle

$$\tau := \frac{1}{2} \cdot \frac{S_1}{1 \cdot t} = 2,5937 \text{ MPa}$$

Skjærspenning forbindelse

$$c := 2 \cdot d = 8,0997 \text{ m}$$

Med antatt lastbredde

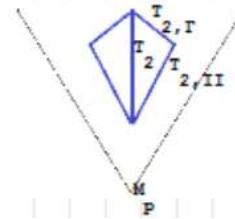
$$\sigma_2 := \frac{T_{2,II}}{c \cdot t} = 1,2046 \text{ MPa}$$

Trykkspenning diagonal forbindelse

$$\sigma_{M,p} := 6 \cdot \frac{T_{2,I} \cdot d}{c \cdot t^2} = 103,1622 \text{ MPa}$$

Tverrmoment i forbindelse Konservativt da vi antar alt last er plassert i punkt ytterst.

Trykker folden utover i forbindelsen



Vedlegg 15

Reversert foldet forbindelse

Geometri

$$\theta := 0 \text{ deg}$$

Takvinkel

$$\varphi := 90 \text{ deg} + \theta$$

$$h := 2660 \text{ mm}$$

$$B := 3000 \text{ mm}$$

$$t := 160 \text{ mm}$$

$$L := 55,5 \text{ m} - h = 52,84 \text{ m}$$

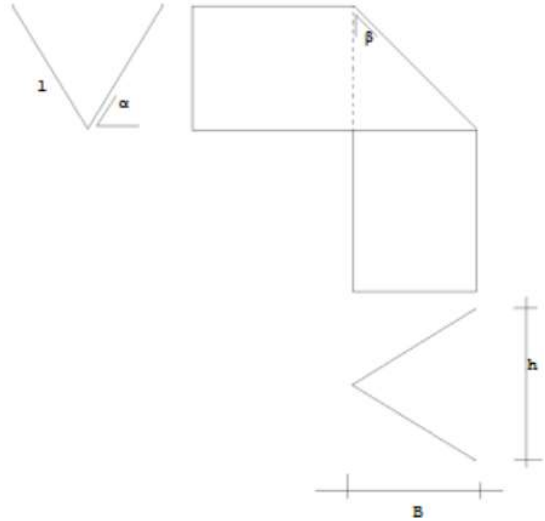
$$l := \sqrt{h^2 + \frac{1}{4} \cdot B^2} = 3,0538 \text{ m}$$

$$\alpha := \text{atan}\left(2 \cdot \frac{h}{B}\right) = 60,5809 \text{ deg} \quad \text{vinkel vegg}$$

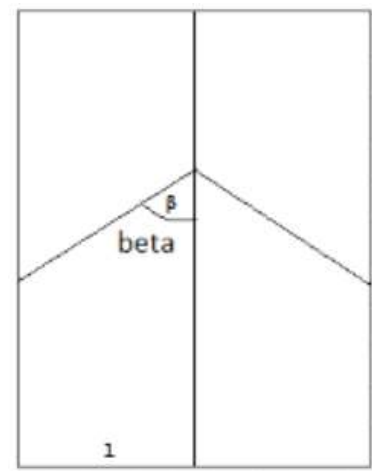
$$\beta := \text{atan}\left(\frac{\tan\left(\frac{\pi - \varphi}{2}\right)}{\sin(\alpha)}\right) = 48,9425 \text{ deg} \quad \text{vinkel forbindelse}$$

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B^2 + h^2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot B^2 + h^2\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{h}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{h}{0,5 \cdot B}\right)\right)\right)^2 = 0,5767 \text{ m}^4$$

$$A := 1 \cdot 2 \cdot t = 9,7721 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$



Utbrettet



Laster

$$q := 32,83 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

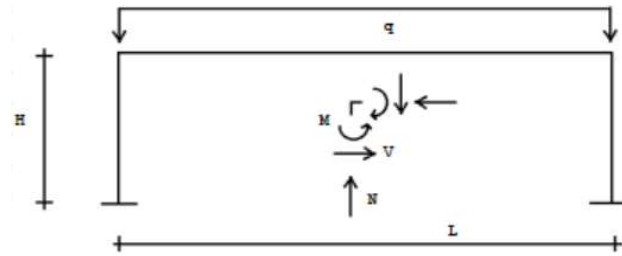
Fra lastvedlegg

Krefter ramme

$$M := 6741,91 \text{ kNm} \quad \text{Fra Fap 2D}$$

$$V := 850,02 \text{ kN}$$

$$N := 867,37 \text{ kN}$$



Krefter forbindelse

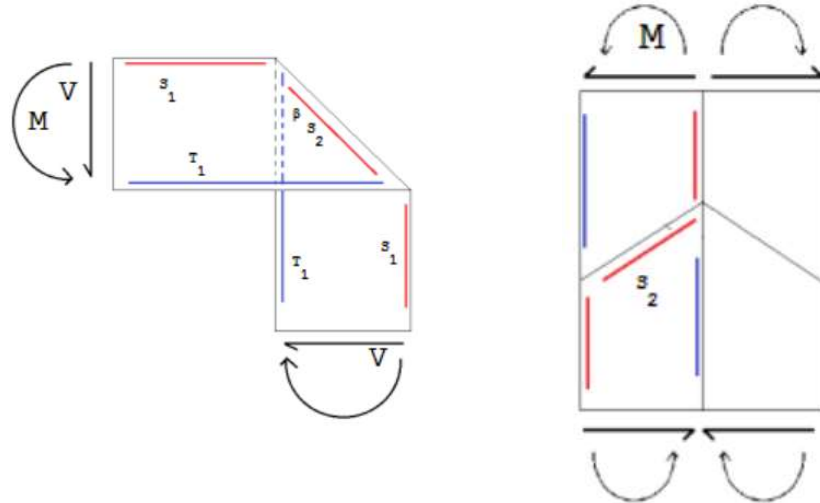
$$S_1 := \frac{M}{h} = 2534,5526 \text{ kN}$$

$$T_2 := \frac{M}{h} = 2534,5526 \text{ kN}$$

$$S_2 := \frac{S_1}{\cos(\beta)} = 3858,8464 \text{ kN}$$

$$S_{2,II} := \frac{S_2}{2} \cdot \sin(\alpha) = 1680,6247 \text{ kN}$$

$$S_{2,I} := \frac{S_2}{2} \cdot \cos(\alpha) = 947,7207 \text{ kN}$$



Spenninger

$$\sigma_N := \frac{N}{A} = 0,8876 \text{ MPa}$$

Normalspenningi søyle

$$\sigma_1 := \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2} = 15,5484 \text{ MPa}$$

Bjelkespenningbjelke og søyle, strekkside og trykkside

$$\tau := \frac{1}{2} \cdot \frac{S_1}{l \cdot t} = 2,5937 \text{ MPa}$$

Skjærspenningforbindelse

$$c := 8,0997 \text{ m}$$

Lastbredde

$$\sigma_2 := \frac{S_{2,II}}{t \cdot c} = 1,2968 \text{ MPa}$$

Strekkspenningi diagonal

$$\sigma_M := \frac{3 \cdot q \cdot B}{2 \cdot (t^2)} = 5,7709 \text{ MPa}$$

Tverrmoment i foldekant, bjelke og søyle

$$\sigma_{M,p} := 6 \cdot \frac{S_{2,I} \cdot \left(\frac{h}{\sin(\beta)} \right)}{c \cdot t^2} = 96,7395 \text{ MPa}$$

Tverrmoment i forbindelsens rotasjonspunkt

Ulemper: vil klemme seg sammen, strekki diagonalen

Vedlegg 16

Konsept- eksempel

Geometri av takelement

$$H := 4000 \text{ mm}$$

$$H_2 := 2,0 \text{ m}$$

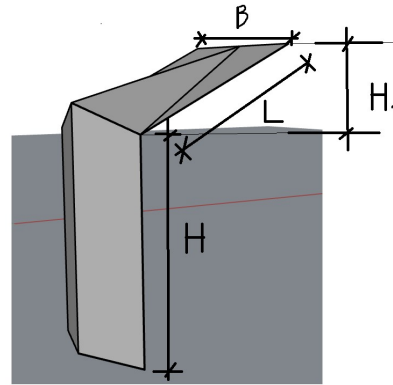
$$t := 160 \text{ mm}$$

$$B := 3 \text{ m}$$

$$E := 34000 \text{ MPa}$$

$$h := 700 \text{ mm}$$

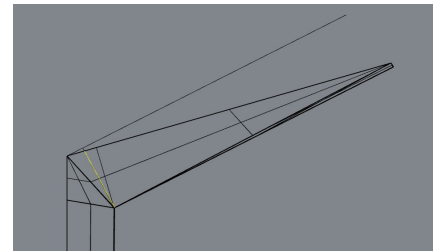
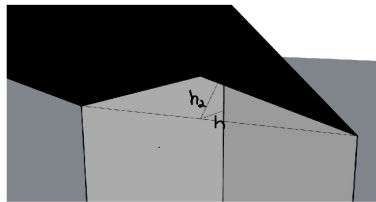
$$L_h := 4,0 \text{ m}$$



$$\alpha := \text{atan} \left(\frac{H_2}{L_h} \right) = 26,5651 \text{ deg}$$

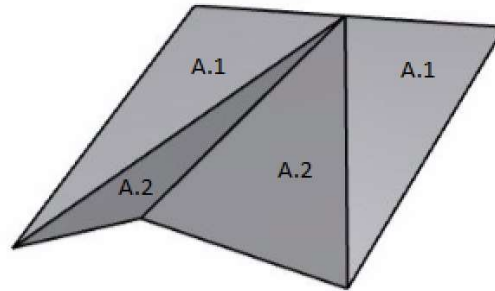
$$L := \sqrt{H_2^2 + L_h^2} + \cos(\alpha) \cdot h = 5,0982 \text{ m}$$

$$h_2 := h \cdot \frac{(\sin(\alpha) + \cos(\alpha))}{L + h \cdot \cos(\alpha)} \cdot L = 0,8364 \text{ m}$$



$$A_1 := \left(L \cdot \frac{B}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) = 3,8237 \text{ m}^2$$

$$A_2 := \left(\sqrt{\left(\frac{B}{2} \right)^2 + h_2^2} \right) \cdot \left(\sqrt{L^2 + h_2^2} \right) \cdot \frac{1}{2} = 4,4365 \text{ m}^2$$



Last

$$V := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := V \cdot t = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

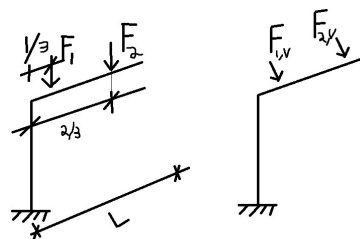
$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$F_{1,V} := A_1 \cdot G \cdot 2 = 30,5894 \text{ kN}$$

$$F_{2,V} := A_2 \cdot G \cdot 2 = 35,492 \text{ kN}$$

$$F_{1,V} := F_{1,V} \cdot \cos(\alpha) = 27,36 \text{ kN}$$

$$F_{2,V} := F_{2,V} \cdot \cos(\alpha) = 31,745 \text{ kN}$$



$$M_1 := F_{2,V} \cdot \frac{1}{3} \cdot L + \frac{2}{3} \cdot L \cdot F_{1,V} = 146,9396 \text{ kN m}$$

$$F_s := S \cdot B \cdot \cos(\alpha) \cdot L_h = 30,0528 \text{ kN}$$

$$M_2 := \frac{F \cdot L}{2} = 76,608 \text{ kN m}$$

$$M_{\text{tot}} := M_1 + M_2 = 223,5476 \text{ kN m}$$

Geometri av veggelement

$$b := B = 3 \text{ m}$$

$$I := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot b^2 + h^2} \cdot \left(\left(\frac{1}{4} \cdot b^2 + h^2 \right) \cdot \left(\cos\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{h}{0,5 \cdot b}\right)\right)\right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan}\left(\frac{h}{0,5 \cdot b}\right)\right)\right)^2 \right) = 0,0226 \text{ m}^4$$

$$A := \sqrt{\left(h \right)^2 + \left(\left(\frac{b}{2} \right)^2 \right)} \cdot t \cdot 2 = 0,5297 \text{ m}^2$$

Last

$$G := A \cdot \gamma \cdot H = 52,9694 \text{ kN}$$

$$F := F_1 + F_2 + S \cdot B \cdot L_h = 99,6814 \text{ kN}$$

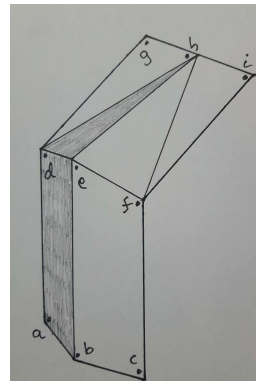
$$q_v := 0,001 \text{ MPa}$$

$$\alpha_1 := \text{atan}\left(\frac{h}{\frac{b}{2}}\right) = 25,0169 \text{ deg}$$

$$l_1 := \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2} = 1,6553 \text{ m}$$

$$F_v := l_1 \cdot 2 \cdot q_v \cdot \cos(\alpha_1) = 3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

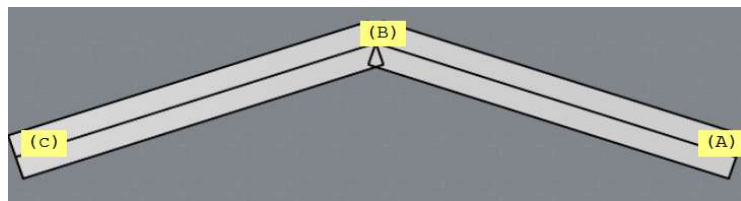
$$M_v := \frac{F_v \cdot H^2}{2} = 24 \text{ kN m}$$



Spenninger i (a), (b) og (c)

$$\sigma_N := \frac{F + G}{A} = 0,2882 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_1 := \frac{I}{\frac{h}{2}} = 0,0644 \text{ m}^3$$



$$\sigma_M := \frac{M_{\text{tot}} + M_v}{W_1} = 3,841 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{1,a} := -(\sigma_M + \sigma_N) = -4,1292 \text{ MPa} \quad \sigma_{1,b} := -(-\sigma_M + \sigma_N) = 3,5528 \text{ MPa} \quad \sigma_{1,c} := -(\sigma_M + \sigma_N) = -4,1292 \text{ MPa}$$

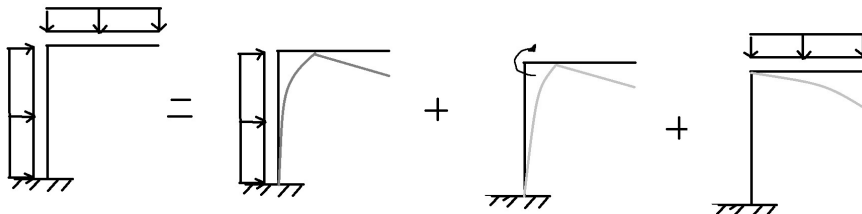
Nedbøyning

Del 1:

$$\delta_1 := \frac{F \cdot H^4}{8 \cdot E \cdot I} = 0,1252 \text{ mm}$$

$$\theta_1 := \frac{F \cdot H^3}{6 \cdot E \cdot I} = 0,0024 \text{ deg}$$

$$\Delta_1 := L \cdot \sin(\theta_1) = 0,2127 \text{ mm}$$



Del 2:

$$\delta_2 := \frac{M_{\text{tot}} \cdot H^2}{2 \cdot E \cdot I} = 2,3318 \text{ mm}$$

$$\theta_2 := \frac{M_{\text{tot}} \cdot H}{E \cdot I} = 0,0668 \text{ deg}$$

$$\Delta_2 := L \cdot \sin(\theta_2) = 5,9441 \text{ mm}$$

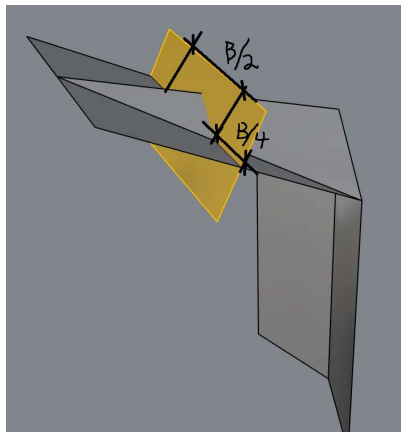
Del 3:

(finner først 2. Arealmoment)

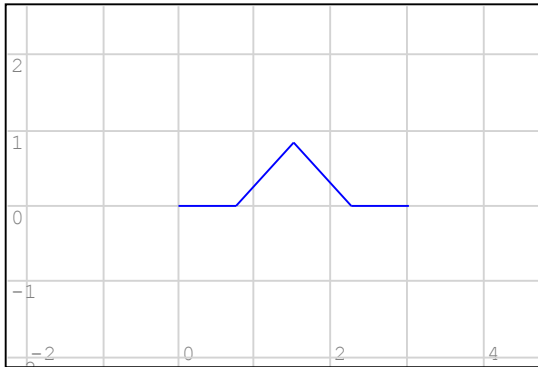
$$h_3 := \frac{h_2}{2}$$

$$B_1 := \frac{B}{2} = 1,5 \text{ m}$$

$$B_2 := \frac{B}{2} = 1,5 \text{ m}$$



$$\text{Form1} := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \cdot B_2 & 0 \\ \frac{1}{2} \cdot B_1 + \frac{1}{2} \cdot B_2 & h_2 \\ B_1 + \frac{1}{2} \cdot B_2 & 0 \\ B & 0 \end{bmatrix}$$



$$A_1 := 2 \cdot t \cdot \sqrt{h_3^2 + \frac{1}{4} \cdot B_1^2} = 0,2748 \text{ m}^2$$

$$I_1 := \frac{1}{6} \cdot t \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot B_1^2 + h_3^2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot B_1^2 + h_3^2 \right) \cdot \left(\cos \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan} \left(\frac{h_3}{0,5 \cdot B_1} \right) \right) \right)^2 + t^2 \cdot \left(\sin \left(\frac{1}{2} \cdot \pi - \text{atan} \left(\frac{h_3}{0,5 \cdot B_1} \right) \right) \right)^2 = 0,0045 \text{ m}^4$$

$$A_2 := B_2 \cdot t = 0,24 \text{ m}^2$$

$$I_2 := \frac{1}{12} \cdot B_2 \cdot t^3 = 0,0005 \text{ m}^4$$

$$y_{NA} := \frac{A_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot h_3 + A_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot t}{A_1 + A_2} = 148,9164 \text{ mm}$$

$$I_{\text{tot}} := I_1 + I_2 + A_1 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot h_3 - y_{NA} \right)^2 + A_2 \cdot \left(y_{NA} - \frac{1}{2} \cdot t \right)^2 = 0,0071 \text{ m}^4$$

$$F_{\text{tot}} := \frac{F_{1,V} + F_{2,V}}{L} = 11,5932 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\delta_3 := \frac{F_{\text{tot}} \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I_{\text{tot}}} = 4,0557 \text{ mm}$$

$$\delta_{3,v} := \cos(\alpha) \cdot \delta_3 = 3,6276 \text{ mm}$$

$$\theta_3 := \frac{F_{\text{tot}} \cdot L^3}{6 \cdot E \cdot I_{\text{tot}}} = 0,0608 \text{ deg}$$

Total nedbøyning for utkrager (w)

Krav:

$$\delta_{\text{TOT}} := \Delta_1 + \Delta_2 + \delta_{3,v} = 9,7844 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{L_h}{250}\right) = 16 \text{ mm}$$

$$\frac{\delta_{\text{TOT}}}{\left(\frac{L_h}{250}\right)} = 0,6115$$

Bøyepenninger i platene

$$\alpha_p := \text{atan}\left(\frac{0,5 \cdot B}{L}\right) = 16,3949 \text{ deg}$$

$$B_p := L \cdot \sin(\alpha_p) = 1,439 \text{ m}$$

$$\gamma := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G := \gamma \cdot t = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$A_p := L \cdot \frac{B}{2} \cdot \frac{1}{2} = 3,8237 \text{ m}^2$$

$$\alpha := \text{asin}\left(\frac{H_2}{L}\right) = 23,0972 \text{ deg}$$

$$p := A_p \cdot G = 15,2947 \text{ kN}$$

$$P_p := p \cdot \cos(\alpha) = 14,0687 \text{ kN}$$

$$S := 2,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$A_{\text{prosj}} := L_h \cdot \frac{B}{2} \cdot \frac{1}{2} = 3 \text{ m}^2$$

$$S_p := A_{\text{prosj}} \cdot S \cdot \cos(\alpha) = 7,7267 \text{ kN}$$

$$M_p := \frac{1}{3} \cdot B_p \cdot (S_p + P_p) = 10,4546 \text{ kN m}$$

$$I_p := \frac{1}{12} \cdot B_p \cdot t^3 = 0,0005 \text{ m}^4$$

$$\sigma_p := \frac{M_p}{I_p} \cdot \frac{t}{2} = 1,7028 \text{ MPa}$$

