



MASTEROPPGAVE I FINANSIELL ØKONOMI

---

SAMMENLIKNING AV MODELLER FOR OPTIMAL  
SIKRINGSRATE

*En empirisk studie i kryss-sikring av Jet Kerosene*

---

ERLEND NICKELSEN OG MARKUS SNELLINGEN

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR SAMFUNNSØKONOMI

JUNI 2017



# Forord

Med denne oppgaven fullfører vi det toårige masterstudie i finansiell økonomi ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Arbeidet med oppgaven har vært spennende og svært lærerikt, og til tider krevende. Vi ønsker å takke vår veileder Gunnar Bårdsen for forslag av oppgave og Trine Nickelsen for korrekturlesing. Vi vil også rette en stor takk til Kalle Moene for gode, konstruktive tilbakemeldinger underveis.

Masteroppgaven er i sin helhet et felles arbeid utført av Erlend Nickelsen og Markus Snellingen.



# Sammendrag

I denne oppgaven undersøker vi hvordan kryss-sikring kan benyttes for å redusere risiko for prisendringer på Jet Kerosene. Som sikringsinstrument har vi benyttet futureskontrakter på: Brent, fyringsolje og WTI, med 1, 3 og 6 måneder løpetid. Det er benyttet daglige data i tidsrommet 1. jan. 2009 – 31. des. 2016, hvor de to siste årene er brukt som *out-of-sample*. Vi har benyttet tre ulike regresjonsmodeller: Minste kvadraters metode (OLS), *Vector Error Correction Model* (VECM) og *Error Correction Multivariate Generalized Conditional Heteroskedasticity* (EC-MGARCH) for å beregne minimum-varians-sikringsrater. Sikringseffektiviteten brukes som sammenlikningsgrunnlag for å besvare to spørsmål: *Hvilken modell er best egnet til å estimere optimal sikringsrate?* og *hvilken kontrakt er best egnet til å redusere risiko?*

Våre resultater viser at fyringsolje-kontraktene er best egnet for kryss-sikring av Jet Kerosene *in-sample*. For syv av ni kontrakter oppnår vi høyest sikringseffektivitet når vi beregner sikringsraten med en EC-MGARCH-modell. OLS og VECM gir tilnærmet like sikringsrater, men VECM gir en marginal forbedring i sikringseffektivitet for samtlige kontrakter. *Out-of-sample*-perioden er preget av høy basisrisiko, noe som medfører at samtlige modeller overestimerer sikringsraten i denne perioden.



# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
1.1	Motivasjon . . . . .	1
1.2	Flybransjen . . . . .	2
1.3	Utvalg av eksisterende sikringsstrategier . . . . .	4
1.4	Oljemarkedet . . . . .	5
1.5	Forutsetninger . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Hvorfor sikre?</b>	<b>8</b>
2.1	Derivater . . . . .	8
2.2	Forward . . . . .	8
2.3	Futures . . . . .	9
2.4	Opsjoner . . . . .	9
2.5	Swaps . . . . .	10
2.6	Basis . . . . .	10
2.7	Lagerkostnadshypotesen . . . . .	11
2.8	Hvorfor kjøpe derivater . . . . .	12
2.9	Sikring . . . . .	13
2.10	Kryss-sikring . . . . .	15
2.11	Sikringseffektiviteten . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Metode</b>	<b>17</b>
3.1	Empirisk metode i lignende undersøkelser . . . . .	17
3.2	Minste kvadraters Metode (OLS) . . . . .	18
3.3	Vector Error Correction Model (VECM) . . . . .	20
3.4	Error Correction Generalized Multivariate Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (EC-MGARCH) . . . . .	23
3.5	Out of sample . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Testprosedyrer</b>	<b>27</b>
4.1	Stasjonaritet . . . . .	27
4.2	ARCH-TEST . . . . .	28
4.3	Asymmetri i volatilitet . . . . .	29
4.4	Informasjonskriteriene . . . . .	29

<b>5</b>	<b>Data</b>	<b>31</b>
5.1	US Gulf Coast Kerosene-Type Jet Fuel (Jet Kerosene) - Spot . . . . .	31
5.2	Brent Light Sweet Crude oil (Nordsjøolje) - Futures . . . . .	33
5.3	New York Harbor Ultra-low sulfur no 2 diesel (Heating Oil) - Futures . . . . .	34
5.4	West Texas Intermediate Light Sweet Crude oil (WTI) - Futures . . . . .	35
5.5	Øvrige data . . . . .	36
5.6	Basis . . . . .	36
5.7	Stasjonaritet . . . . .	37
5.8	Deskriptiv statistikk . . . . .	38
5.9	Oppsummering av data . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Resultater</b>	<b>42</b>
6.1	OLS . . . . .	42
6.2	VECM . . . . .	43
6.3	EC-MGARCH . . . . .	45
6.4	In sample resultater . . . . .	47
6.5	Out of sample resultater . . . . .	50
6.6	Oljemarkedet etter 2014 . . . . .	53
<b>7</b>	<b>Avslutning</b>	<b>55</b>
<b>A</b>	<b>Tabeller</b>	<b>64</b>
A.1	Deskriptiv statistikk . . . . .	64
A.2	OLS . . . . .	65
A.3	VECM . . . . .	66
A.4	EC-MGARCH . . . . .	72
<b>B</b>	<b>Figurer</b>	<b>76</b>



## Figurer

1.1	Brent-WTI - prisutvikling og prisforskjell . . . . .	5
1.2	Oljeproduksjon - 2000 – 2016 . . . . .	6
2.1	Porteføljefronten . . . . .	15
5.1	Jet Kerosene futures (\$/Fat) . . . . .	32
5.2	Brent futures (\$/Fat) . . . . .	33
5.3	Fyringsolje futures (\$/Fat) . . . . .	34
5.4	WTI futures (\$/Fat) . . . . .	35
5.5	Basis (\$/Gallon) . . . . .	36
5.6	12M rullerende standardavvik . . . . .	39
5.7	12M rullerende korrelasjon . . . . .	40
6.1	Dynamisk sikringsrate - In sample . . . . .	48
6.2	Endring i basis . . . . .	52
6.3	Lagerbeholdninger . . . . .	53
B.1	Avkastning - Jet Kerosene (In/Out of Sample) . . . . .	76
B.2	Avkastning - Futures (In sample) . . . . .	77
B.3	Avkastning - Futures (Out of sample) . . . . .	77
B.4	Fordeling - Jet Kerosene return . . . . .	78
B.5	Fordeling - Futurekontrakter . . . . .	78
B.6	Prisutvikling - Jet Kerosene mot Futures (In sample) . . . . .	79
B.7	Prisutvikling - Jet Kerosene mot Futures (Out of sample) . . . . .	79
B.8	Betinget varians - In sample . . . . .	80
B.9	Betinget korrelasjon - In sample . . . . .	80

## Tabeller

1.1	Sikringsstrategier hos et utvalg av flyselskaper . . . . .	4
5.1	Deskriptiv Statistikk - log-avkastning . . . . .	38
6.1	Sikringsrate - In sample . . . . .	47
6.2	Sikringseffektivitet - In sample . . . . .	49
6.3	EC-MGARCH sikringsrate - Out of sample . . . . .	50
6.4	Sikringseffektivitet - Out of sample (12M Horisont) . . . . .	50
6.5	Sikringseffektivitet - Out of sample (24M Horisont) . . . . .	51

A.1	ADF test for stasjonaritet . . . . .	64
A.2	Fordeling - log-avkastning . . . . .	64
A.3	OLS . . . . .	65
A.4	OLS-tester . . . . .	65
A.5	OLS - Standardavvik til sikret portefølje . . . . .	65
A.6	Valg av lag-lengde . . . . .	66
A.7	Rang-test . . . . .	66
A.8	WTI - Rangtest 2007-2017 . . . . .	66
A.9	Nullhypotese: $\alpha_{21} = 0$ . . . . .	66
A.10	Nullhypotese: $\alpha_{11} = 0$ . . . . .	67
A.11	Nullhypotese: $\beta_{12} = -1$ . . . . .	67
A.12	VECM - Brent 1M . . . . .	67
A.13	VECM - Brent 3M . . . . .	68
A.14	VECM - Brent 6M . . . . .	68
A.15	VECM - Heating 1M . . . . .	69
A.16	VECM - Heating 3M . . . . .	69
A.17	VECM - Heating 6M . . . . .	70
A.18	VECM - WTI 1M . . . . .	70
A.19	VECM - WTI 3M . . . . .	70
A.20	VECM - WTI 6M . . . . .	71
A.21	VECM - Log-likelihood . . . . .	71
A.22	VECM - Strukturelle Residualer . . . . .	71
A.23	VECM - Standardavvik til sikret portefølje . . . . .	72
A.24	Testresultat for asymmetri i volatilitet . . . . .	72
A.25	Scalar-BEKK mot Diagonal-Bekk . . . . .	72
A.26	EC-MGARCH - Brent . . . . .	73
A.27	EC-MGARCH - Heating . . . . .	73
A.28	EC-MGARCH - WTI . . . . .	74
A.29	Stasjonærhetskriterier for Varians . . . . .	74
A.30	EC-MGARCH - Log Likelihood . . . . .	75
A.31	EC-MGARCH - Normalitetstest . . . . .	75
A.32	EC-MGARCH - Min/Maks Hedge Ratio . . . . .	75
A.33	EC-MGARCH - Gjennomsnittlig standardavvik til sikret portefølje . . . . .	75

# 1 Innledning

I denne oppgaven ønsker vi undersøke hvordan flyselskaper best kan sikre seg mot prisendringer i flybensin. Vi ser på en portefølje bestående av Jet Kerosene<sup>1</sup> og en andel i futureskontrakter for å finne den kombinasjonen av de to som minimerer porteføljens volatilitet. Fordi futureskontrakter på Jet Kerosene ikke aktivt handles på børs, benytter vi futureskontrakter på Brent, WTI og fyringsolje (Heating oil) med løpetid på 1, 3 og 6 måneder horisont. For å avgjøre den optimale andelen flyselskaper må plassere i futureskontrakter for å minimere risiko, har vi valgt å benytte tre modeller Minste Kvadrats Metode *Ordinary Least Squares* (OLS), *Vector Error Correction Model* (VECM) og *Error Correction Multivariat Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (EC-MGARCH). Vi har tatt utgangspunkt i tidsperioden 2009 – 2017, hvor 2009 – 2015 benyttes som *in-sample* og 2016 – 2017 benyttes som *out-of-sample*. For å bedømme hvilken modell og hvilken kontrakt som egner seg best til å redusere risiko, bruker vi sikringseffektivitet som et mål. Sikringseffektiviteten måler i prosent hvor mye av variansen som fjernes ved å sikre porteføljen, sammenliknet med en usikret portefølje. Oppgavens problemstilling er todelt, siden det er to faktorer som spiller inn: valg av modell og valg av kontrakt. Spørsmålene vi ønsker å besvare er:

- Hvilken økonometrisk modell er best egnet til å beregne optimal sikringsrate?
- Hvilken kontrakt er best egnet til å redusere risiko?

## 1.1 Motivasjon

I løpet av de tre første semestrene på master i finansiell økonomi, har vi tilegnet oss mye teoretisk kunnskap innen finansteori og økonometri. Valget falt på en oppgave hvor vi får muligheten til å anvende teori i praksis innenfor feltene: finansielle instrumenter, sikring og porteføljesammensetning i en kombinasjon med økonometri, primært tidsserieøkonometri. Vi fant tidlig ut at vi ønsket en empirisk oppgave hvor vi ser på sikring av en råvare, og valgte flybensin fordi vi vet at flybransjen benytter sikring aktivt. Dessuten er fly-og oljebransjen to næringer vi ønsker mer kunnskap om, og denne oppgaven har gitt oss muligheten til å lære mer om begge bransjer.

---

<sup>1</sup>Jet Kerosene er en type parafin som benyttes som drivstoff i fly.

## 1.2 Flybransjen

Flybransjen er en av de mest utfordrende markedene i dagens økonomi, med mer enn 1000 kommersielle flyselskaper internasjonalt. Overkapitalisering, priskrig og økt press på lønnsomhet kjennetegner bransjen. Med høye operative kostnader og lave profittmarginer, er god risikostyring essensielt for å opprettholde en lønnsom virksomhet (Vasigh et al., 2014).

Historisk sett kan vi dele flyindustrien inn i to perioder, før og etter deregulering i 1979 (USA) og 1999 (Europa). Før dereguleringen hadde myndighetene full eller delvis kontroll over flyselskaperens fly-destinasjoner og billettpriser. Billettprisene ble satt ut ifra en *cost-plus-formel*, som går ut på at selskapene rapporterer til myndighetene hva det kostet å fly en rute, på dette grunnlaget satte så staten en profittmargin for selskapene. Dereguleringen for nærmere 40 år siden bidro til sterk konkurranse i markedet. Med etablering av lavprisselskaper som SouthWest (1967), JetBlue (1998), Ryanair (1984) og Norwegian (1993) medførte at flere tradisjonelle selskaper slet med å holde seg lønnsome. Nettopp dårlig lønnsomhet var en viktig grunn til at Pan American World Airways (Pan Am) gikk konkurs i 1991. Før var selskapet et av bransjens største<sup>2</sup>. Etter dereguleringen av flyindustrien, utviklet bransjen seg fra et system av langsiktige statseide selskaper til et dynamisk frimarked.

I et forsøk på å opprettholde en profitabel virksomhet, har flere flyselskaper utviklet forretningsmodellen i retning av en hybridmodell (Daft & Albers, 2015). Et av de beste eksemplene på et hybridselskap er Air Berlin, selskapet opererer med en forretningsmodell som en kombinasjon av typiske elementer både fra lavprisselskaper og tradisjonelle selskaper (Abrantes, u.d.). For å forstå denne nye tilpasningen av hybridselskaper, må vi se på hva som karakteriserer lavprisselskapene.

Lavprisselskapene selger flystrekningene sine enkeltvis slik at billettprisene kan holdes kunstig lave. Når strekningene selges enkeltvis bærer passasjerene risikoen forbundet med forsinkelser og innsjekking ved flybytte. De må selv betale ekstra for servicen, mens disse godene i større grad er inkludert i billettprisen hos de tradisjonelle flyselskapene. Lavprisselskapenes modell består av lavere service, kombinert med lavere pris, enn hos konkurrentene. Forretningsmodellen har et større fokus på holde kostnader nede, for å opprettholde en lønnsom virksomhet (Abrantes, u.d.).

---

<sup>2</sup>Pan Am gjenoppstod to ganger etter 1991. Det andre Pan Am (Pan Am II) var i drift fra 1996 – 1998 og Pan Am III (1998 – 2004).

For å forstå hvorfor flyselskaper sikrer seg mot variasjon i flybensin, må vi se på kostnadsstrukturen til flyselskapene. Flyselskapenes kostnadsstrukturen kan deles inn i operative og ikke-operative kostnader. Operative kostnader kan igjen deles inn i direkte og indirekte kostnader. Direkte kostnader omfatter elementer som vedlikehold, lønninger og flybensin, mens indirekte kostnader er de som ikke direkte kan knyttes til flyoperasjonen. En rapport gjort av IATA (*International Air Transport Association*) i 2013 viser at ca. 60.5% av driftskostnadene er knyttet opp mot flybensin og olje, noe som utgjør omlag 33% av flyselskapenes totale kostnader (Klemen, August 30, 2013). Bransjen er derfor en av de største forbrukerne av oljebaserte produkter i økonomien. Siden flyselskapene ikke kan lagre store mengder flybensin og høye priser vanskelig kan belastes kundene, er finansielle instrumenter et verktøy for å sikre seg mot fluktueringer i flybensinprisen.

I likhet med prisene på andre råvarer, er også flybensinprisen svært volatil. Store prisendringer i innsatsfaktoren kan være katastrofalt for selskapenes profittmarginer. Siden det ikke aktivt handles<sup>3</sup> finansielle derivater på flydrivstoff på børs, blir handel av derivater gjort *over the counter*<sup>4</sup>. Problemet med handel på OTC markedet, er at selskapene må betale inn store illikviditetspremier<sup>5</sup>. Det gjør at en rekke flyselskaper benytter en alternativ løsning: kryss-sikring i futureskontrakter (Adams & Gerner, 2012).

Kryss-sikring er en utbredt metode i flybransjen. Selskapene søker nært korrelerte petroleumsprodukter med Jet Kerosene, som omsettes på børs i stort kvantum, som kryss-sikringsinstrumenter. Produkter som råolje, fyringsolje og ulike typer drivstoff tas i bruk som kryss-sikringskontrakter. Gjolberg & Johnsen (1999) finner at prisen på fyringsolje følger prisutviklingen til Jet Kerosene godt, fordi begge produktene er raffinert fra råolje og innehar mange likheter. Siden Jet Kerosene er et raffinert produkt av råolje vil det også være nærliggende å tro at disse to petroleumsbaserte produktene vil følge hverandre tett. Vasigh et al. (2014) viser at råoljeproduktene tradisjonelt benyttes som kryss-sikringsprodukter mot flybensin. Selv om sikring i flybensin ofte representerer den største sikringsmuligheten for flyselskaper, er det likevel vanlig praksis med valuta- og rentesikring for å minimere effekten av ugunstige endringer i det respektive markedet.

---

<sup>3</sup>Se kapittel 2.10

<sup>4</sup>Over The Counter (OTC) er handel som ikke foregår på en børs, men direkte mellom to parter

<sup>5</sup>Kompensasjon for risikoen for en investeringsverdi hvis en investering må konverteres raskt til kontanter.

### 1.3 Utvalg av eksisterende sikringsstrategier

Vi har undersøkt et utvalg av flyselskaper for å få et innblikk i hva slags strategier som benyttes. Flyselskapene vi har valgt å se på er i hovedsak europeiske, men vi har óg inkludert selskaper fra USA, Afrika og Midtøsten. Utvalget viser også til tradisjonelle selskaper og typiske lavprisselskaper. Informasjon om de ulike flyselskapenes sikringspraksis er hentet fra selskapenes årsrapporter. En god del av selskapene vi undersøkte oppga midlertidig ikke disse tallene. Derfor har tilgjengelig informasjon vært en betydelig faktor i valg av selskaper. Tabellen under viser resultatene vi fant i de ulike årsrapportene. Alle instrumentene er beskrevet i kapitelet om sikring.

Tabell 1.1: Sikringsstrategier hos et utvalg av flyselskaper

Flyselskap	Sikringsrate	Horisont	Instrumenter	Underliggende
EasyJet (Storbritania)	65%-85% 45%-65%	0-12 mnd 12-24 mnd	Futures	
El Al (Israel)	60%-75% -5%/mnd <sup>6</sup>	1 mnd 2-12 mnd	Opsjoner (> 20%) Swap	Råolje (uspesifisert) Jet Kerosene
Emirates (UAE)	0%			
Icelandair (Island)	40%-60%	9-12 mnd	Swap Opsjoner	
KLM (Nederland)	≤ 65%	24 mnd	Swap Opsjoner	Brent Jet CIF
Lufthansa (Tyskland)	≤ 85%	24 mnd	Futures Opsjoner	Brent
Norwegian (Norge)	≤ 100%	24 mnd	Forward	
Ryanair (Irland)	≤ 95%	12 mnd	Forward	Jet Kerosene
SAS (Skandinavia)	40%-60% ≤ 50%	12 mnd 12-18 mnd	Opsjoner Swaps	
South African Airways (Sør-Afrika)	≤ 60%	18 mnd	Opsjoner Swaps	Jet Kerosene Råolje (flere typer)
Southwest Airlines (USA)	20%	12 mnd	Futures Opsjoner Swaps	Jet Kerosene Heating Oil Råolje (flere typer)
Turkish Airlines (Tyrkia)	50%	24 mnd	Opsjoner Swaps	

Det er tydelig at det ikke er en dominerende sikringsstrategi bransjen benytter, men heller et utvalg av ulike sikringsrater og instrumenter. Samtidig noterer vi oss to ting: Det første er at selskapene som benytter seg av opsjoner og swaps, sikrer en lavere andel av forbruket sammenlinket med selskapene som benytter seg av forward- og futureskontrakter. Det andre er at lavprisselskaper som EasyJet, Norwegian og Ryanair sikrer nesten hele forbruket sitt.

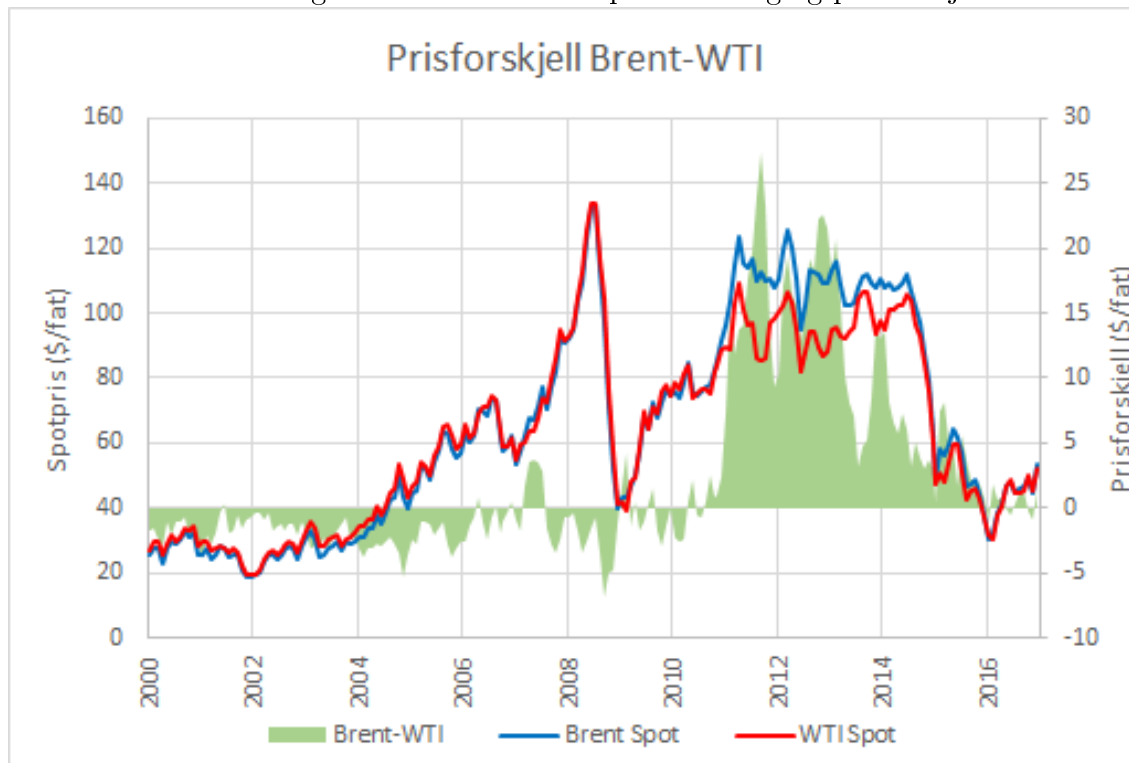
<sup>6</sup>Reduserer opsjonsbeholdningen 5% pr mnd.

## 1.4 Oljemarkedet

Vi har allerede snakket om at Jet Kerosene prisen er volatil og at flyselskapene i stor grad velger å sikre seg mot svingninger i prisen. For å forstå hvorfor prisen på Jet Kerosene varierer, må vi forstå hva som skjer i oljemarkedet.

I første halvdel av 2000-tallet, ligger prisen nokså stabilt under \$40 fatet, før den begynner å stige drastisk. Ustabile forhold i Midtøsten, regionen hvor mye av verdens olje produseres, kombinert med økt etterspørsel i Kina og India, sendte oljeprisen stadig opp over (Mouawad, 2017). Markedet når en topp i juli 2008. Da er oljeprisen på \$147,27 fatet, før prisen raser ned til rundt \$40 fatet i kjølvannet av finanskrisen. Deretter stiger prisen, før den igjen kollapser mot slutten av 2014. Vi kommer mer inn på årsaker og konsekvenser av dette prisetilfallet senere. Først ønsker vi å belyse prisforskjellen mellom Brent og WTI.

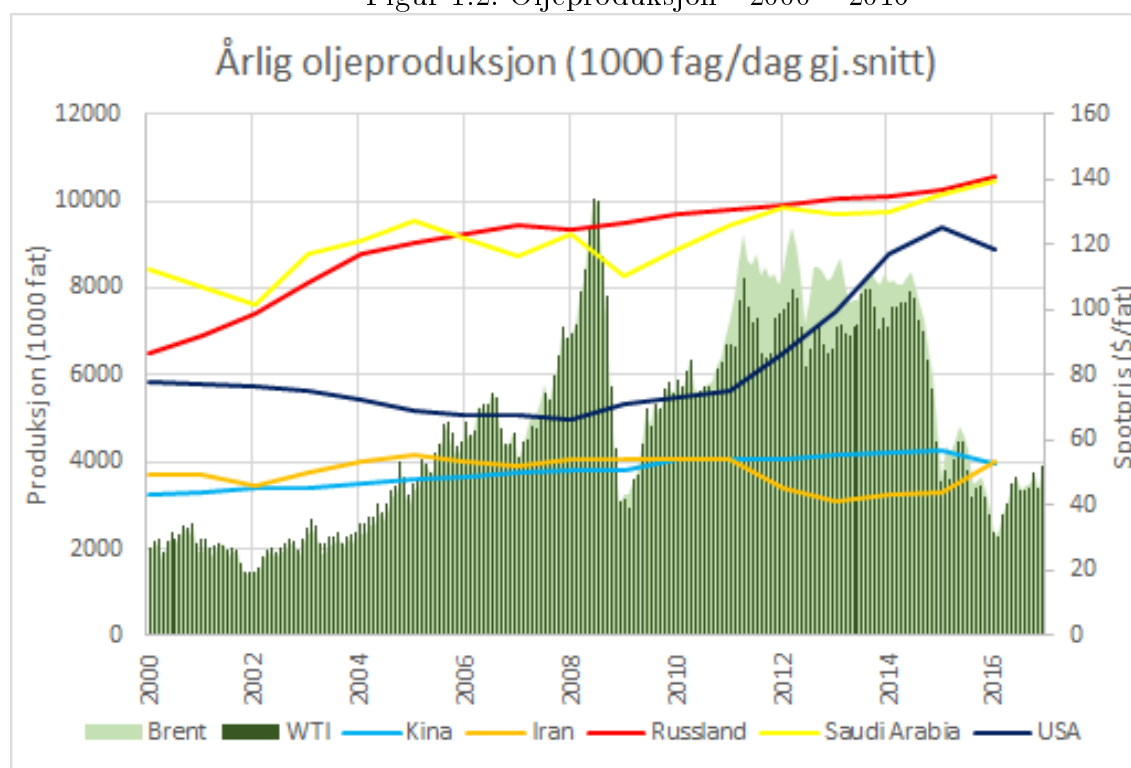
Figur 1.1: Brent-WTI - prisutvikling og prisforskjell



I oppgaven tar vi for oss to typer råolje: Brent (Nordsjøolje) og WTI (*West Texas Intermediate*). Dette er to av de mest brukte referansene på global oljepris. Det er viktig å presisere at WTI og Brent ikke perfekte substitutter. Historisk sett har WTI-prisen ligget over Brent.

Dette skyldes at WTI er enklere å raffinere enn Brent (House & Wasson, 2015). I 2011 går det motsatt vei, og det oppstår en markant forskjell i pris mellom WTI og Brent, som på det meste er på rundt 27\$ per fat. Asghedom (2013) trekker fram tre årsaker til dette: Borgerkrigen i Libya, økt produksjon av råolje i USA og det amerikanske eksportforbudet på olje<sup>7</sup>. Kombinasjonen av økt produksjon og eksportforbud sørget for et tilbudsoverskudd av ikke-eksporterbar råolje i USA. Mellom 2008 og 2014 økte den samlede produksjonen av råolje i Nord-Amerika med 70% (Clifford, 2014). Prisforskjellen mellom Brent og WTI er størst mellom 2011 – 2013, men fremdeles relativt stor i 2014. Vi må helt til 2016 før prisforskjellen forsvinner.

Figur 1.2: Oljeproduksjon - 2000 – 2016



Grafen over viser utviklingen i produksjon hos de fem største produsentene i verden. Som vi ser, har USA en voldsom økning i produksjon fra 2011, omtrent samtidig som prisforskjellen mellom Brent og WTI stater å øke. Den økte produksjonen i USA skyldes i hovedsak en enorm vekst i produksjonen av skiferolje. I 2014 var den samlede produksjonen av skiferolje i overkant av 3,5 millioner fat per dag, opp fra ca 0,5 millioner fat per dag i 2008 (Fawzi et al., 2014). Teknologiske innovasjoner har og hjulpet til med å kutte prisen på utvinning drastisk.

<sup>7</sup> Det amerikanske eksportforbudet ble opphevet i desember 2015



I følge en rapport fra Rystad Energy i 2017, har gjennomsnittskostnaden per fat skiferolje i 2013 til \$35 i 2016 (Mlada, 2016).

I juli 2015 fikk Iran, landet med omtrent 10% av verdens oljereserver, tilgang til oljemarkedet etter mange år med embargoer (Clifford, 2015). I et forsøk på å beholde markedsandeler har Saudi-Arabia opprettholdt et høyt produksjonsnivå (Sharma, 2015). Samtidig har Russland, verdens største produsent av råolje i 2015, gjort det samme som en følge av lavere oljepriser (CIA, u.d.). Til tross for lav oljepris, nådde russisk produksjon det høyeste nivået på 30 år (Soldatkin, 2017). Lavere oljepris fører ikke nødvendigvis til mindre produksjon, snarere tvert imot. Land som Russland og Saudi-Arabia er avhengig av oljeeksport. CIA anslår at 87% av Saudi-Arabias inntekter er fra olje og petroleum (CIA, 2017). Det er mange faktorer som påvirker oljepris, men prisraset i 2014 kan oppsummeres med et ord: Tilbudsoverskudd.

## 1.5 Forutsetninger

Vi har valgt å legge til grunn noen forutsetninger for oppgaven. Dette er gjort for å avgrense oppgaven til to hovedproblemstillinger. Vi ønsker også å redusere antall faktorer vi må ta høyde for.

- Ingen valuta, transaksjon eller rebalanseringskostnader
- Ser bort ifra nytteverdi

I praksis vil det være forbundet kostnader ved å kjøpe futureskontrakter i form av kurtasje til meglerhus. Rebalansering av porteføljen medfører at man selger eller kjøper futureskontrakter, men ikke nødvendigvis til samme pris som kontrakten ble kjøpt for. Olje og petroleumsprodukter omsettes i dollar, noe som medfører at valutakurs i realiteten må medberegnes når futureskontrakter handles. Vi har valgt å ikke se på nytteverdi, men implisitt antar vi en uendelig risikoavers aktør når vi benytter minimum varians sikring (Casillo, 2004). Formålet til aktørene er å redusere risiko, ikke tjene penger på spekulasjon.

## 2 Hvorfor sikre?

For å forstå hvorfor flyselskaper vil sikre seg, må vi både forstå hva sikring er, formålet med sikringen og hvilke instrumenter som kan benyttes. Vi beskriver derfor ulike derivattyper og formål med kjøp og salg av derivater. Videre går vi inn på futuresprising. Det vil bidra til en større forståelse av hvilke elementer vi må ta hensyn til i vår analyse. Til slutt ser vi på optimale sikringsstrategier flyselskaper benytter når de velger å gå inn i futuresmarkedet.

### 2.1 Derivater

Et instrument eller et derivat, er i henhold til McDonald (2014), en kontrakt mellom to parter der framtidig kontantstrøm bestemmes av verdien til underliggende aktivum. Derivatmarkedet ble i all hovedsak opprettet for å imøtekomme bøndernes behov for å låse inn en fremtidig pris for sine avlinger. I 1848 ble Chicago Board of Trade (CBOF) etablert for kjøp og salg av forward-futureskontrakter. Allerede i 1864 lanserte CBOF den aller første standardiserte “børsnoterte” futureskontrakten (Kummer & Pauletto, 2012). Siden den tid har markedet for derivater ekspandert og det trekkes gjerne et skille mellom fire typer derivater; swap, opsjoner, forward og futures. Som vist i tabell 1.1, er det ingen bestemt derivattype flyselskaper benytter. For å kunne forstå hvilke muligheter flyselskaper står ovenfor er det hensiktsmessig å klargjøre de ulike derivattypene.

### 2.2 Forward

En forwardkontrakt er en bindende avtale mellom to parter om å kjøpe/selge et underliggende aktivum til en bestemt pris på et fremtidig tidspunkt. Investoren, som tar en lang posisjon (*long*), forplikter seg til å kjøpe underliggende aktivum til den forhåndsbestemte prisen. Investoren som tar en kort posisjon (*short*), forplikter seg til å selge underliggende aktivum til den forhåndsbestemte prisen. Å inngå i en forwardkontrakt er kostnadsfritt, og det vil normalt ikke forekomme noen ut-eller innbetalinger før kontraktslutt. Ved inngåelse i en forwardkontrakt, må begge parter stille sikkerhet til sine forpliktelser. Om motparten av en eller annen grunn misligholder avtalen, vil det oppstå rettslige søksmål. Om motpartneren

erklærer seg konkurs, vil partneren stå på lik linje med andre kreditorer (*Varederivater*, 1999). Forwardkontrakten handles generelt på OTC-markedet som vil si at kontrakten ikke omsettes på børs, men inngås mellom to parter.

## 2.3 Futures

Futureskontrakter er på lik linje med forwardkontrakter en bindende avtale mellom to parter om å kjøpe/selge et underliggende aktivum til en forhåndsbestemt pris på et fremtidig tidspunkt. Både futures og forwards er et nullsumspill, som vil si at det en tjener, må en annen tape. Forskjellen mellom dem ligger i oppgjøret. Futureskontrakter har daglige oppgjør. På slutten av en handledag overføres gevinsten/tapet mellom kjøper og selgers marginkonto og omtales som *mark to market*. En åpenbar fordel er at kjøper og selger ikke i like stor grad står ovenfor risikoen for mislighold. Futureskontrakter er standardiserte kontrakter hvor det forhandles om prisen til underliggende i motsetning til forwardkontrakter hvor det kan forhandles fram til en spesifikk kontraktsstørrelse.

Oppgjør for futureskontrakter er spesifisert i kontrakten. For fysisk levering av en vare skal partene avtale tid og sted under spesifiserte regler for overleveringen. De fleste futureskontrakter tillater kontantoppgjør på forfallsdatoen, noe som oftest vil være mer praktisk for begge parter, enn fysisk overlevering. Ved bytte mot råvare avtaler de to aktørene tid og sted for byttehandelen av råvaren og futureskontraktene. Aktøren som er lang, kjøper råvaren av aktøren som er kort, som utsteder varen. Videre må partene sende en forespørsel til børsen om at de to kontraktene skal kanselleres (Pareto Securities AS, 2016). Den vanligste oppgjørsmetoden er midlertidig utlikning. Futures handleren avslutter sin posisjon før forfallsdatoen ved å benytte motsatt handel. Det vil si om aktøren er lang i futureskontrakten kan aktøren ta motsatt posisjon (kort) i samme underliggende. Den lange og korte posisjonen utlikninger hverandre og posisjonen vil nulles ut (McDonald, 2014).

## 2.4 Opsjoner

En opsjon er en rett, men ikke en plikt til å kjøpe/selge et aktivum på et forhåndsbestemt fremtidig tidspunkt, til en forhåndsbestemt pris. Som innehaver av en opsjon har du en rett til å innløse opsjonen. Utstederen av opsjonen plikter seg til å levere innehaveren av opsjonen om han/hun utøver opsjonen. Den klare fordelene med opsjoner er at det er mulig å

tjene penger uavhengig om markedet faller, stiger eller står stille (Oslo Børs, 2010). Ved å kombinere opsjoner kan investoren justere risikoen etter eget personlig ønske. Opsjoner er, som terminkontraktene, også et nullsumspill, hvor alle kontrakter regnes mot hverandre. En kjøpsopsjon (*call*) gir innehaveren en rett, men ikke en plikt til å kjøpe et bestemt aktivum til en forhåndsbestemt framtidig tidspunkt til en forhåndsbestemt pris. En salgsopsjon *put* er det motsatte og gir innehaveren en rett, men ikke en plikt til å selge et bestemt aktivum til en forhåndsbestemt pris på et bestemt tidspunkt. Det finnes flere typer opsjoner, men de to vanligste er europeiske og amerikanske opsjoner. En amerikansk opsjon kan innehaveren innløse opsjonen på et hvert tidspunkt frem til forfall, mens en europeisk opsjon kan kun innløses på forfallsdatoen. Opsjoner skiller seg midlertidig ut fra terminkontraktene ved at det er knyttet kostnader til å eie en opsjon ved kontraktinngåelse.

## 2.5 Swaps

Swap er en finansiell transaksjon hvor to parter avtaler å bytte kontantstrømmer over tid. Det finnes ulike swapkontrakter som valuta, rente og råvareswaper. Swapkontrakter kan ses på som en serie av forwardkontrakter på en eventuell underliggende råvare med forskjellig forfallsdatoer og lik leveringspris<sup>8</sup>. På den andre siden kan en forwardkontrakt ses på som en singel swapkontrakt. De fleste swapene handles på OTC-markedet sammen med forwardkontraktene, der partene avgjør strukturen på swapkontrakten. Fra den første swapkontrakten ble forhandlet frem på tidlig 80-tallet har markedet vokst i popularitet (McDonald, 2014).

## 2.6 Basis

For flyselskaper som sikrer seg i futureskontrakter, er basisrisiko en type systematisk risiko som selskapene må ta hensyn til. Basis er forskjellen mellom spotpris  $S_0$  og futurespris  $F_0$  som vist i Hull et al. (2013). Om  $S_0 - F_0 > 0$  sier vi at basisen er *over* og positiv, og *under* om  $S_0 - F_0 < 0$ . Årsaker som lokal tilbud-etterspørsel, transportkostnader og lagerkostnader kan være med på å påvirke basisen. Om basisen er positiv har vi backwardation, og motsatt om basisen er negativ, har vi contango. For flyselskaper som vil være lang i futureskontraktene,

---

<sup>8</sup>Leveringsprisen, er prisen som en part er enig i å levere den underliggende varen, og hvor motparten godtar levering.

vil en brå styrking av basisen medføre at posisjonen forverres, og motsatt om basisen svekkes og posisjonen forbedres. Basisrisiko er risikoen forbundet med at verdiendringene på en sikringshandel ikke fullstendig motsvarer verdiendringene på den underliggende posisjonen som sikres. Om sikringen gjelder for samme type vare vil spot og futuresprisen konvergere mot null ved forfallsdatoen. Siden vi ser på kryss-sikring vil det være nærliggende å tro at flyselskapene står ovenfor basisrisiko, siden sammenhengen mellom spot og futuresprisen ikke er konstant gjennom hele sikringsperioden.

## 2.7 Lagerkostnadshypotesen

Teoretisk prising av derivater bygger på konseptet om replikering og at arbitrasjemuligheter ikke kan vedvare over tid. Den teoretiske metoden for prising av futures-og forwardkontrakter er fremdeles under debatt blant forskere. I følge Farma og French (1987) er det to populære syn på prising av futures, lagerkostnadshypotesen og risikopremie-hypotesen. Den mest utbredte teorien er lagerkostnadshypotesen utarbeidet av Kaldor (1939), Working (1949) og Telser (1958). Teorien bygger på et såkalt *ikke-arbitrasje argument*, hvor spotprisen må være lik futuresprisen pluss *carrying cost*<sup>9</sup>. Den andre teorien utarbeidet av Hicks (1946), Breeden (1980) og Jagannathan (1985), går kortfattet ut på å se på futuresprisen bestående av en prognose av fremtidig spotpris og forventet risikopremie. Vi har valgt å fokusere på lagerkostnadsmodellen da denne er mest utbredt og brukt i praksis. Den teoretiske sammenhengen mellom spot og futuresprisen er representert som

$$F_{t,T} = S_t e^{(r_f + u - y)(T-t)} \quad (2.1)$$

I denne likningen er:  $r_f$  = Risikofri rente,  $u$  = Lagerkostnaden,  $y$  = Eierfordeler (*convenience yield*),  $(T - t)$  = Tid til kontrakts forfall. Teorien forteller oss at å kjøpe varen på tidspunkt (t) og holde varen til forfall, må være ekvivalent med å kjøpe futureskontrakten på tidspunkt (T). Disse to strategiene bør gi identiske svar om det ikke skal eksistere arbitrasjemuligheter i markedet. Vi kan tolke modellen ved å se på et futures-kjøp som et substitutt for den underliggende varen i spotmarkedet. Om det er forbundet eierfordeler (renteinntekter, dividende) ved å holde den underliggende varen, vil dette reflekteres i en lavere futurespris. Dersom kjøp av underliggende vare medfører en kostnad i form av forsikring eller lagerkostnader frem til forfall, vil denne kostnaden overføres i form av en høyere futurespris (Bodie et al., 2011).

---

<sup>9</sup> Refererer til den totale kostnaden ved å holde beholdningen.

Om vi tar logaritmen til likning 2.1 og omformulerer uttrykket, får vi:

$$\ln F_t - \ln S_T = (r_f + u - y)(T - t) \quad (2.2)$$

Likningen over gir oss en kobling mellom futures og spotprisen. Som Baillie & Myers (1991a) og Brenner & Kroner (1995) poengterer, er egenskapene til lagerkostnadene avgjørende for den langsiktige sammenhengen mellom spot- og futuresprisene. Om lagerkostnadene ikke er stasjonære vil ikke spot og futureprisene kointegrere. Dersom lagerkostnaden er stasjonære vil futures og spotprisen kointegrere. Med andre ord: om spot- eller futuresprisen fluktuerer uten grenser vil det oppstå en arbitrasjemulighet som aktører i markedet vil kunne dra nytte av. Siden kointegrasjon er den økonometriske måten å identifisere en sammenheng mellom ikke stasjonære data, vil det være nærliggende å tro at spot- og futuresprisen kointegrer, siden det er prisen på samme vare — bare på forskjellig tidspunkt (Casillo, 2004). Dette vil vi gå nærmere inn på i videre analyse i kapitlet om Testprosedyrer og Metode, men foreløpig noterer vi at i henhold til lagerkostnadshypotesen vil det kunne eksistere en langsiktig sammenheng mellom spot- og futuresprisen.

## 2.8 Hvorfor kjøpe derivater

Årsaker til at derivatmarkedet har vokst seg så stort, poengterer McDonald (2014) at markedet har tiltrukket seg flere ulike aktører. Vi går gjennom ulike formål aktørene har når de går inn i derivatmarkedet:

- **Risikostyring:** Vi kan se på et derivat som et verktøy for finansielle intuisjoner for å sikre seg mot prissvingninger i markedet. Derivatet kan sees på som et sikringsinstrument for en investor som ønsker å sikre en fremtidig posisjon mot kurssvingninger i underliggende. Flyselskaper vil primært operere som risikostyrere, slik at kjøp/salg av derivater vil ses på som en forsikring forbundet med fluktueringer i flybensinprisene.
- **Spekulasjon:** Et derivat kan benyttes til spekulering i markedet. Det kjøpes eller selges derivater på bakgrunn av forventinger til bevegelser i underliggende aktivum. Aktører kan dermed inngå veddemål ut ifra sine forventinger i markedet (Oslo Børs, 2010). Flyselskaper vil primært ikke operere som spekulanter i markedet, men i noen tilfeller vil midlertidig enkelte selskaper operere som spekulanter ved unnlåte å låse inn sin posisjonen i håp om lavere drivstoffpriser i fremtiden.

- **Låse inn arbitrasjegevinster:** Derivater kan benyttes til å utnytte arbitrasjemuligheter med å konstruere syntetiske posisjoner. Om det eksiterer prisskjevhet mellom opsjonspriser og underliggende, kan investoren oppnå risikofri gevinst ved å konstruere syntetiske posisjoner. Investoren kan oppnå arbitrasje ved å kjøpe aksjen og samtidig selge den syntetiske aksjen dyrere i aksjemarkedet (Oslo Børs, 2010).
- **Redusere transaksjonskostnader:** Derivater kan bidra til en lavere transaksjonskostnader for spesifikk finansiell transaksjon. Om en investor ønsker å selge aksjer og kjøpe obligasjoner kan han ved hjelp av derivathandel oppnå samme eksponering som om aksjen var blitt solgt og byttet ut mot en obligasjon. Ved å benytte derivater kan denne strategien bidra til å redusere transaksjonskostnader for investoren (McDonald, 2014).

## 2.9 Sikring

Når formålet bak et derivatkjøp er blitt gjort klart, er det naturlig å ta for seg hvordan flyselskaper sikrer seg å benytte futureskontrakter, og hvordan vi kan måle sikringseffektiviteten ved å holde en portefølje med optimal sikringsrate. Bodie et al. (2011) omtaler hedging eller sikring som å investere i et aktiva for å redusere den samlede volatiliteten til porteføljen. Mer spesifikt vil det si å ta en motsatt posisjon i et derivat for å redusere prisrisikoen. Siden en stor andel av flyselskapenes totale kostand er forbeholdt flybensin kan en uventet kostnadsøkning i drivstoffet være katastrofal for selskaper som operer med små profittmarginer.

Vi kan se på sikringen som en portefølje bestående av én enhet (fat) spot, samt en andel motsatt posisjon i futures. Fra flyselskap sitt perspektivet innebærer det at flyselskapet holder en kort posisjon i Jet Kerosene spot og samtidig holder en lang posisjon i futures.  $R_t^H$  er den sikrede porteføljens prosentvise avkastning,  $h$  er sikringsraten,  $\Delta S_t$  og  $\Delta F_t$  er log-avkastningen for henholdsvis spot og futures.  $R_t^U$  er den usikrede porteføljen ( $h=0$ ). Disse to kan skrives som:

$$R_t^H = h_{t-1}\Delta F_t - \Delta S_t \quad (2.3)$$

$$R_t^U = -\Delta S_t \quad (2.4)$$

Negativt fortegn forran  $\Delta S_t$  indikerer at flyselskapet tjener penger dersom endringen i spotpris er negativ. I en modell med dynamisk sikringsrate, benyttes forrige periodes optimale

sikringsrate. I modeller med statisk sikringsrate, vil  $h_t = h \forall t \in [1, T]$  være gjeldene. Variansen til henholdsvis den sikrede og den usikrede porteføljen vil være:

$$\text{var}(H) = \sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\sigma_{FS} \quad (2.5)$$

$$\text{var}(U) = \sigma_S^2 \quad (2.6)$$

Her er  $\sigma_S^2$ ,  $\sigma_F^2$ ,  $\sigma_{FS}$  henholdsvis variansen til avkastningene på spot og futures, samt kovariansen mellom avkastningen på spot og futures (Turner & Lim, 2015). Variansen til porteføljen kan deles opp i to deler, systematisk og usystematisk risiko. Den systematiske risikoen når vi sikrer en portefølje med futures, er risikoen for at prisendring i spot og futures ikke er perfekt korrelert. Dette kaller vi basisrisiko, og lav korrelasjon gir høy basisrisiko. I likning 2.5 er basisrisiko forbeholdt kovariansen mellom spot og futures. Usystematisk risiko er risikoen forbundet med en enkel bransje eller råvare, og er den komponenten vi kan sikre oss mot. I likning 2.5 er variansen til spot og futures den usystematiske risikoen (Bodie et al., 2011).

For å implementere en sikring er det nødvendig å beregne sikringsraten ( $h$ ) som er definert i (Hull et al., 2013). Forskning skiller gjerne mellom to ulike strategier for å beregne sikringsraten, vist i Figlewski (1984). Naiv<sup>10</sup>-og minimum-varians-sikring (MVH). Begge strategiene krever at vi bestemmer optimal sikringsrate ( $h$ ) og er i utgangspunktet svært like.

Den naive strategien tar utgangspunkt i å holde lang eller kort posisjon i spot, samt en motsatt posisjon i futures. Sikringsraten fremkommer som en fast rate, og definert som  $h = 1$ . Om futuresmarkedet og spotmarkedet svinger nøyaktig likt vil strategien være nok til å redusere all prisrisiko, men i praksis vil dette ikke være tilfellet ifølge Figlewski (1984).

Som tidligere foreslått av Johnson (1960), er MVH et alternativ til den tidligere nevnte sikringsmetoden. Figlewski (1984) viste at MVH var den klart dominerende strategien for å minimere porteføljevariansen. MVH ser på forholdet mellom futuresposisjonen i forhold til spotposisjonen som minimerer variansen til porteføljen. Om vi lar  $\sigma_{FS}$  uttrykke kovariansen mellom spot og futures,  $\sigma_S$  og  $\sigma_F$  uttrykke standardavviket til henholdsvis spot og futures viser Johnson(1980) at MVH kan skrives som:

$$h = \frac{\sigma_{FS}}{\sigma_F^2} = \rho_{FS} \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \quad (2.7)$$

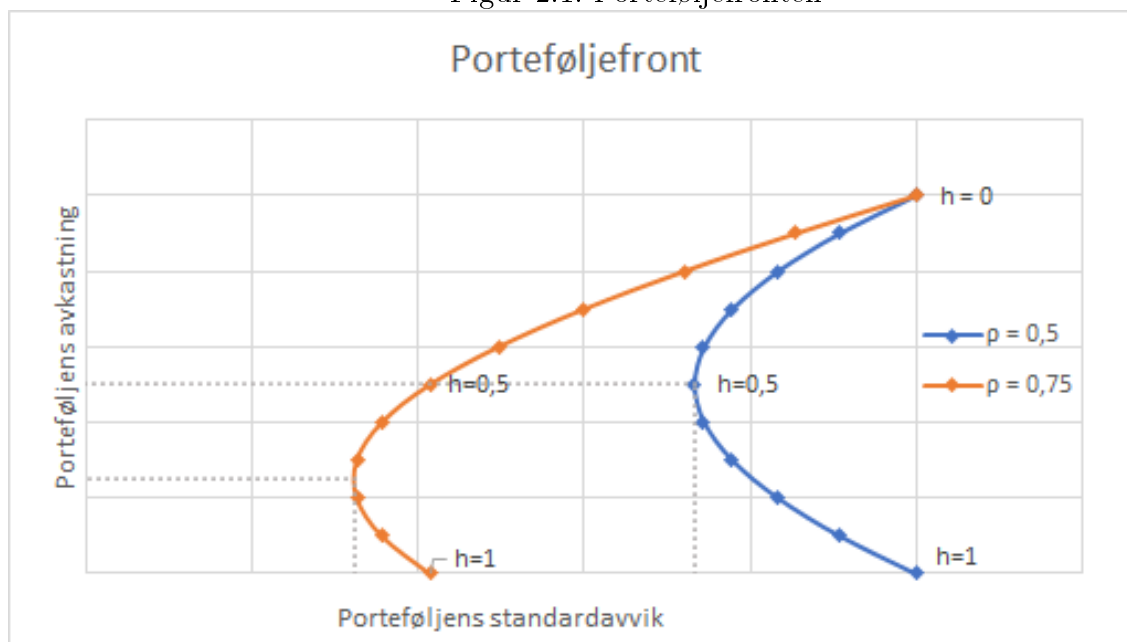
Vi kan illustrere grafisk avkastning og standardavvik til en portefølje bestående av spot og futures, med ulike sikringsrater.

---

<sup>10</sup>Tradisjonell sikring blir ofte referert som en-til-ensikring eller naiv sikring



Figur 2.1: Porteføljefronten



(For illustrasjonens skyld har vi satt  $E[S_t] = E[F_t]$  og  $\sigma_S = \sigma_F$ )

De to hyperbelkurvene viser sammenheng mellom risiko og avkastning for porteføljer med ulik sikringsrate. Kurvene kalles porteføljefronten, og for ordenskyld har vi inkludert to stykker, med ulik struktur. Endringer i kurvens form vil avhenge av volatiliteten og korrelasjonen til spot og futures. Punktet lengst til venstre på kurven som er markert med de stiplede linjene, indikerer den kombinasjonen av spot og futures som minimerer porteføljens standardavvik. Dette omtales som minimum-varians-porteføljen, og det er denne vi oppnår ved å benytte en minimum-varians-sikringsrate. Til sammenlikning er den naive sikringen punktet hvor  $h = 1$ .

## 2.10 Kryss-sikring

For å sikre en posisjon ved hjelp av futureskontrakter må det være mulig å kjøpe disse kontraktene i markedet. Foruten Tokyo Commodity Exchange (TOCOM) i Japan, eksisterer det ikke noen derivater på flydrivstoff på børs. Problemet med TOCOM er at det er en liten børs med lavt kvantum av Jet Kerosene (TOCOM, 2017). Selskaper må derfor søke sikring i nært korrelerte varer. Futureskontrakten for de nært korrelerte varene benyttes da som en *proxy* for det ønskede sikringsproduktet og omtales i litteraturen som kryss-sikring<sup>11</sup>.

<sup>11</sup>I litteraturen omtales proxy-sikring og kryss-sikring om hverandre

## 2.11 Sikringseffektiviteten

For å måle kontraktene opp mot hverandre, benyttes den tradisjonelle måling av sikrings-effektivitet utviklet av Ederington (1979). Sikringseffektiviteten ( $\tau$ ) viser til variasjonen i futureskontraktene som forklarer endringene i spotprisen. Sikringseffektiviteten måler den prosentvise reduksjonen i variansen til den sikrete porteføljen sammenlignet med den usikrete porteføljen. Sikringseffektiviteten kan måles ved å sammenligne risikoen for en usikret mot en sikret portefølje. Sikringseffektiviteten kan derfor uttrykkes som:

$$\tau = 1 - \frac{VAR(H)}{VAR(U)} \quad (2.8)$$

$1 - \tau$  viser variasjon som ikke kan forklares ut fra futureskontraktene. Om det eksisterer perfekt korrelasjon mellom de to aktivaene, vil naturlig nok  $\tau$  være lik 1. Brown (1985) forklarer midlertidig at siden spot-og futuresprisen sjelden beveger seg likt, fordi den systematiske tendensen til basisen minker over tid, er det umulig å oppnå en perfekt  $\tau$  lik 1, bortsett fra på veldig korte intervaller. Selv om  $\tau$  ofte blir benyttet i litteraturen, understreker Lindahl (1989) at en høy sikringseffektivitet ikke nødvendigvis er synonymt med økt variansreduksjon. Når vi sammenlikner sikringseffektiviteten må det brukes samme spotvare mot forskjellige futureskontrakter. Om dette ikke er tilfelle kan sikringseffektiviteten være misvisende.

## 3 Metode

### 3.1 Empirisk metode i lignende undersøkelser

Det foreligger mye litteratur om optimal sikring med spot og futureskontrakter ved hjelp av økonometriske modeller. I studiet til Alexander et al. (2013) kommer det fram at økonometriske modeller er best i å estimere optimal sikringsrate, sammenliknet med naiv sikringstrategi<sup>12</sup>. De første studiene om minimum varians sikringsrate (MVHR) eller optimal sikringsrate ble gjort av Johnson (1960), Stein (1961) og videreført av Ederington (1979) og Hill & Schneeweis (1982). Studiene viser til en enkel sikret portefølje bestående av to aktivaer vil optimal sikringsrate fremstå som kovariansen mellom futures og spotprisen, dividert på variansen til futureskontrakten<sup>13</sup>. På den tiden var det vanlig prosedyre å estimere optimal sikringsrate med en lineær regresjon (OLS). Brooks (2008) og Lence (1995) fastslår at en OLS regresjon er å foretrekke siden dynamiske og mer kompliserte modeller er av liten nytte. Videre undersøker Lien et al. (2002) ulike futuresmarkeder ved å benytte OLS-og en MGRARCH modell<sup>14</sup> for å modellere optimal sikringsrate. Lien et al oppsummerer med at den lineære OLS modellen utkonkurrerer den tidssvarierende MGARCH-modellen og viser samtidig at GARCH-strategien tilfører i enkelte tilfeller mer risiko enn én OLS-strategi. Selv om OLS-metoden er velkjent og mye brukt blir likevel metoden kritisert for å glatte over essensielle problemer som heteroskedasitet og kointegrasjon mellom variablene.

I 1986 introduserte Bollerslev den anerkjente GARCH-modellen<sup>15</sup>. Modellen tar hensyn til at variansen til restleddet ikke er konstant over tid, men at den betingete variansen avhenger av sine tidligere etterslep. Metoder som baserer seg på GARCH-familien er stadig mer brukt for å estimere optimal sikringsrate. Disse tidsvarierende sikringsratene blir derfor ofte uttrykt som betingete sikringsrater fordi de er betinget av informasjonssettet som er tilgjengelig i forrige periode. Baillie & Myers (1991b) undersøkte optimal sikringsrate i det amerikanske råvaremarkedet og konkluderer med at den bivariate GARCH modellen var overlegen i å hente ut optimal sikringsrate. Videre viser Baillie & Myers at antakelsen om en konstant sikringsrate er utilstrekkelig siden statistiske modeller ikke tar hensyn til at restleddsvariansen

---

<sup>12</sup>Naiv-sikring kommer vi tilbake til i kapitlet om sikring.

<sup>13</sup>Utrykket vil være beta-koeffisienten i en regresjonsanalyse

<sup>14</sup>MGARCH står for *Multivariate Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity*

<sup>15</sup>(Bollerslev, 1986)

varier over tid. Chang et al. (2011) undersøkte råoljemarkedet med ulike varianter av multivariate GARCH-modeller. Chang et al kommer fram til at en Diagonal Bekk modell er best egnet til estimering av optimal sikringsrate. Flere studier av GARCH-baserte sikringsrater er blitt gjort av blant andre Lien & Yang (2008), Lee (2010) og Ji & Fan (2011). Samtlige studier konkludere med at GARCH-modeller overgår andre statiske modeller.

Et problem som dukker opp i mange studier, er betydningen av kointegrasjon mellom spot og futuresmarkedet. Teorien om effisiente markeder og fravær av arbitrasjemuligheter, impliserer at spot-og futuresmarkedet kointegrerer og at en feilkorrigerings representasjon må eksistere (Casillo, 2004). Å neglisjere det langsiktige forholdet mellom spot og futures kan gi en feilspesifisert modell mener Kroner & Sultan (1993), noe som støttes av da Hsiang (1996). Videre studier om dette er gjort av blant andre Gagnon & Lypny (1995) og Engle & Kroner (1995)- som begge understreker betydningen av kointegrering.

Selv om det er gjennomført mye forskning på optimal sikringsrate er det fremdeles ingen bred enighet om hvilke metoder som bør benyttes. Basert på våre funn i kapittel 5 og tidligere forskning, har vi valgt tre modeller: OLS, VECM og EC-MGARCH. I resten av kapitlet vil vi gjennom teori som omfatter de tre modellene.

### 3.2 Minste kvadraters Metode (OLS)

Vi bruker minste kvadraters metode (heretter kalt OLS) som en av flere metoder for å finne optimal sikringsrate. Metoden er valgt på bakgrunn av tidligere forskning av blant andre Lence (1995) og Lien et al. (2002). OLS er en forholdsvis enkel modell som gir et godt sammenligningsgrunnlag for den videre analysen. La  $\Delta S = LnS_{t-1} - LnS_{t-1}$  og  $\Delta F_t = LnF_{t-1} - LnF_t$  slik at vi ser på log-avkastningen for henholdsvis spot og futures. Vi antar at porteføljens avkastning og varians er gitt som:

$$R_t = h\Delta F_t - \Delta S_t, \quad R_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= var(h\Delta F_t - \Delta S_t) \\ &= \sigma_S^2 + h^2\sigma_F^2 - 2h\sigma_{FS} \end{aligned} \quad (3.2)$$

I denne spesifikasjonen, kan  $R_t$ , altså porteføljens avkastning sees på som restleddet  $u_t$  i regresjonen. Med andre ord, å minimere restleddsvariansen er det samme som å minimere

variansen til porteføljens avkastning. For å finne  $h$ -verdien (sikringsraten) som minimerer porteføljevarians, deriveres porteføljevarians mhp  $h$ :

$$\min_{\{h\}} \sigma_R^2 = \frac{d\sigma_R^2}{dh} = 2h\sigma_F^2 - 2\sigma_{FS} = 0 \quad (3.3)$$

$$h = \frac{\sigma_{FS}}{\sigma_F^2} \quad (3.4)$$

### OLS - Forutsetninger:

1. Linearitet. Den stokastiske prosessen,  $\{(F_{1,t}, F_{2,t}, \dots, F_{k,t}, S_t) : t \in [1, T]\}$  følger en lineær modell:

$$S_t = \beta_0 + \beta_1 F_{1,t} + \dots + \beta_k F_{k,t} + u_t \quad (3.5)$$

Her er  $\{u_t : t \in [1, T]\}$  sekvensen av feilledd i modellen.  $T$  er antall tidspunkt/observasjoner i utvalget.

2. Ingen perfekt kollinearitet i utvalget og den underliggende tidsserieprosessen. Ingen variabler er konstante, eller en perfekt lineær kombinasjon av de andre variablene.
3. For hver  $t$ , er forventningsverdien til feilleddet  $u_t$  lik null.  $E(u_t|\mathbf{X}) = 0, t \in [1, T]$
4. Homoskedastisitet. Variansen til feilleddet  $u_t$  er konstant for alle  $t$ :  $var(u_t|\mathbf{X}) = var(u_t) = \sigma^2, t \in [1, T]$
5. Ingen seriekorrelasjon. For et gitt informasjonssett  $\mathbf{X}$ , er feilleddene mellom to perioder ukorrelert:

$$cov(u_t, u_s|\mathbf{X}) = 0, \forall t \neq s$$

6. Normalitet. Feilleddene  $u_t$  er uavhengige fra  $\mathbf{X}$  og er uavhengig og identisk normalfordelt:

$$u_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Under forutsetningene 1-5 vil OLS estimatene være beste lineære forventingsrette estimatører.<sup>16</sup>

Når vi benytter OLS til å bestemme sikringseffektivitet og sikringsrate er det viktig å være klar over svakheter med metode. En klar fordel med OLS, er at den er enkel å estimere.

---

<sup>16</sup>Omtales i litteraturen som BLUE *Best Linear Unbiased Estimator*

Problemet med tidsserieregresjon er at forutsetningene om homoskedastisitet (4) og fravær av seriekorrelasjon (5) ikke nødvendigvis holder. Positiv korrelasjon mellom to nærliggende feilledd (eks:  $cov(u_t, u_{t-1}) > 0$ ) er ikke uvanlig. Det vil føre til at standardfeilen i OLS-estimatet underestimerer den "sanne" usikkerheten i parameter-estimatene. Kriteriet om normalitet (6) er også en antakelse som ikke nødvendigvis holder empirisk. Vi har valgt å benytte (HACSE) *Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Standard Errors*-estimerer for å håndtere problemet rundt 4. og 5. forutsetning. Ved å bruke HACSE estimerer vil vi få konsistente standardfeil i estimeringen, om residualene er autokorrelerte-og hetroskedastiske. En annen svakhet med OLS er at alle observasjoner vektet like mye. Dette kan medfører at estimatene inneholder utdatert informasjon fra starten av utvalget.

### 3.3 Vector Error Correction Model (VECM)

Casillo (2004) fremhever at det er viktig å undersøke fravær eller tilstedeværelse av kointegrasjonforhold mellom variabler siden standard inferensmetoder ikke gjelder for regresjoner der den avhengige variabelen og forklaringsvariabelen er I(1)-prosesser. Kroner & Sultan (1993) viser at problemet rundt standard, enkel regresjon er at det langsiktige forholdet mellom spotpris og futurespris utelates. På lang sikt er det naturlig å tro at spot og futuresprisen vil følge hverandre, selv om de ikke er stasjonære. Med bakgrunn i tidligere forskning og lagerkostnadsteorien velger vi derfor å benytte en *Vector Error Correction Model* (Heretter kalt VECM). Styrken til VECM sammenliknet med en OLS, er at den tar høyde for at det er en langsiktig likevektforhold mellom variablene som kointegrerer. Dette kan illustreres ved å ta utgangspunktet i en VAR (*Vector Autoregressive*)-modell:<sup>17</sup>

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{e}_t, \quad \mathbf{e}_t \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \Sigma) \quad (3.6)$$

En vesentlig forskjell fra OLS, er at alle variablene er endogene i en VAR-modell. Verdien blir med andre ord bestemt innad i modellen. En VAR-modell tar også høyde for at det er kovarians mellom restleddene i likningene, noe som ikke plukkes opp dersom vi estimerer likningene hver for seg. Dersom systemet ikke er stasjonært, men et system av I(1)-prosesser, kan det differensieres én gang, slik at systemet blir I(0)-prosesser. Da er modellen på VECM-

---

<sup>17</sup>Bokstaver i fet skrift refereres til vektor/matriser

form ( $\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t-1}$ ):

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{\Pi} \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Gamma}_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + \mathbf{e}_t \quad (3.7)$$

$$\mathbf{\Gamma}_i = -(\mathbf{A}_{1+i} + \dots + \mathbf{A}_p), \quad i \in [1, p-1]$$

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{I} - \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_i \quad (3.8)$$

En forskjell mellom VAR og VECM modellen er at VAR modellen antar en konstant sammenheng mellom variablene. VECM modellen tillater at variablene ikke har en konstant sammenheng mellom seg over tid, og er derfor i stand til å fange opp variablene når de bryter ut av likevektsforholdet.

For å analysere hvorvidt det eksisterer et kointegrasjonsforhold mellom variablene, tester vi rangen til  $\mathbf{\Pi}$ -matrisen via egenvektorer. Her er det viktig å presisere at rangen ikke er beregnet på basis av egenverdiene til  $\mathbf{\Pi}$ , men på en transformasjon av dataene som maksimerer stasjonaritet (Enders, 2015). Denne matrisen er gitt som: ( $\mathbf{\Pi} = \alpha\beta'$ ), hvor  $\beta$  er en en matrise med kointegrerende forhold og  $\alpha$  er en matrise med feilkorrigeringsforhold. I litteraturen blir  $\alpha$  omtalt som justeringshastigheten. Både  $\alpha$  og  $\beta$  er  $n \times r$ -matriser, hvor  $n$  er antall likninger og  $r$  rangen til systemet ( $n \geq r \geq 0$ ). For å bestemme rangen til systemet, benyttes Johansens *trace-test*. Egenverdiene rangeres etter fallende rekkefølge. Deretter tester vi hypotesen  $H_0 : r = 0$  mot  $H_A : r > 0$ . Hvis denne forkastes, tester vi  $H_0 : r = 1$  mot  $H_A : r > 1$ . Fortsetter å legge til én rang, helt til nullhypotesen beholdes. Testene er gitt som :

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (3.9)$$

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (3.10)$$

(3.9) tester nullhypotesen om at antallet unike kointegrasjonsforhold er mindre eller lik  $r$ . Den andre testen, (3.12), undersøker hvorvidt det eksisterer  $r$  kointegrasjonsforhold mot alternativhypotesen om at det eksisterer  $r+1$  kointegrasjonsforhold.

- $\text{Rang}(\mathbf{\Pi}) = 0$ : Ingen rang, alle lineære kombinasjoner av  $\mathbf{y}_t$  har ikke-stasjonære enhetsrøtter. Dette medfører at  $\mathbf{y}$  er en *random walk*-prosess.
- $\text{Rang}(\mathbf{\Pi}) = r$ : Dette betyr at det eksisterer to  $n \times r$ -matriser  $\alpha, \beta$ . Systemet har  $r$  lineære kombinasjoner av  $\mathbf{y}$  som er stasjonære, og vi har  $r$  kointegrerte vektorer.

- Rang( $\mathbf{\Pi}$ ) =  $n$ : Full rang. Alle lineære kombinasjoner av  $\mathbf{y}$  er stasjonære AR(p)-prosesser.

Det neste steget i kointegrasjonsanalysen er å teste restriksjoner på kointegrasjonsforholdet  $\beta$  og feilkorrigeringsleddet  $\alpha$ . For å illustrere fremgangsmåten i testingen, tar vi utgangspunkt i en modell bestående av to likninger, spot og futures, med rang,  $r = 1$  som er normalisert rundt  $\beta_{11} = 1$ . Fordi det eksisterer et uendelig antall mulige kombinasjoner  $\alpha$ ,  $\beta$  som oppfyller kriteriet  $\mathbf{\Pi} = \alpha\beta'$ , vil ikke denne normaliseringen påvirke resultatet.

$$\begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta F_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha_{11} \\ \alpha_{21} \end{bmatrix} [S_{t-1} - \beta_{12}F_{t-1}] + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_{t-1} \\ \Delta F_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

I langsiktig likevekt er  $S_{t-1} = \beta_{12}F_{t-1}$ . Kointegrasjonsforholdet forteller oss dermed at 1 endring i futurespris, vil gi oss en  $\beta_{12}$  endring i spotpris. I det enkleste eksemplet hvor  $\beta_{12} = -1$ , medfører det at en 1 endring i futurespris, gir 1 endring i spotpris. Hvor raskt modellen justeres til likevekt, avhenger av verdiene på  $\alpha$ . Når  $\alpha_{11} > \alpha_{21}$ , har spotprisen et større *ansvar* for å justere tilbake til forrige periodes likevekt. Hvis  $\alpha_{21} = 0$ , er det kun spotprisen som driver modellen mot likevekten, og futuresprisen kan sies å være svakt eksogen (Enders, 2015). For at det skal eksistere et kointegrasjonsforhold, kreves det at minst én av  $\alpha$ -verdiene må være ulik null. I vårt tilfelle er det med andre ord ikke mulig å innføre restriksjonen  $\alpha_{11} = \alpha_{21} = 0$ , fordi det vil implisere at vi ikke har noe kointegrasjonsforhold. For å teste om en restriksjon på kointegrasjonsforholdet eller justeringshastigheten er bindende, benyttes testen:

$$\lambda_{trace} = T \sum_{i=1}^r [\ln(1 - \hat{\lambda}_i^*) - \ln(1 - \hat{\lambda}_i)] \sim \chi^2(m) \quad (3.12)$$

Her er  $m, r$  henholdsvis antall restriksjoner og rangen til systemet.  $\lambda_i$ ,  $\lambda_i^*$  er eigenverdiene til den ubegrensede og den begrensede modellen. Intuisjonen bak testen er at dersom en restriksjon er bindende, vil  $\hat{\lambda}_i \approx \hat{\lambda}_i^*$ , og nullhypotesen beholdes. Dersom nullhypotesen beholdes, vil kointegrasjonsvektorene forandre seg lite når vi innfører restriksjonene.

For å regne ut sikringsraten, benyttes varians-kovariansmatrisen mellom residualene til spot og futures i VECM-systemet Casillo (2004):

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{SS} & \sigma_{FS} \\ \sigma_{FS} & \sigma_{FF} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$h = \frac{\sigma_{FS}}{\sigma_{FF}} = \rho_{FS} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{SS}}{\sigma_{FF}}} \quad (3.14)$$

En VECM modell vil nå kunne gi et mer presist estimat sammenliknet med OLS fordi vi nå tar høyde for den langsiktige relasjonen mellom variablene. Men denne modellen, i likhet med



OLS, tar ikke høyde for at vi har seriekorrelerte restledd, og at restleddene ikke har konstant varians gjennom hele utvalget.

### 3.4 Error Correction Generalized Multivariate Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (EC-MGARCH)

Svakheten med de tidligere nevnte modellene er at de tar høyde for at volatiliteten er konstant over tid. I realiteten viser det seg ofte ikke å være tilfellet med tidsseriedata, som er blant andre poengtert av Bollerslev (1990) og Baillie & Myers (1991b). Den åpenbare fordelene med å benytte en GARCH-modell er den tillater å modellere den betinget variansen/kovariansen for hver periode. Kenourgios et al. (2008) nevner imidlertid at å ignorere kointegrasjonsforholdet mellom spot-og futures vil MVHR underestimeres, som følge av manglende spesifisering av prisutviklingen mellom spot-og futuresmarkedet. Som en løsning på problemet velger vi å inkludere feilkorrigerings-leddet vi fant i VECM-modellen, slik at vi får en EC-MGARCH-modell. Dette gir oss *Conditional mean*-likningene:

$$\Delta S_t = c_{10} + \alpha_{11}(S_{t-1} - \beta_{12}F_{t-1}) + \varepsilon_{1,t} \quad (3.15)$$

$$\Delta F_t = c_{20} + \alpha_{21}(S_{t-1} - \beta_{12}F_{t-1}) + \varepsilon_{2,t} \quad (3.16)$$

$$(3.17)$$

I en bivariat GARCH-spesifikasjon, vil feilleddene være spesifisert som:

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{1,t}\sqrt{\eta_{11,t}} \\ v_{2,t}\sqrt{\eta_{22,t}} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_t \sim N(0, H_t) \quad (3.18)$$

Her er  $\eta_{ij,t}$ <sup>18</sup> gitt som den betingende variansen, og  $v_{i,t}$  er en hvit støy-prosess. Vi tillater også korrelasjon i sjokkene mellom variablene:  $\eta_{12,t} = E_{t-1}[\varepsilon_{1,t}\varepsilon_{2,t}]$ . Den betingede kovariansen er gitt som:

$$\mathbf{H}_t = \varepsilon_t \varepsilon_t' = \begin{bmatrix} \eta_{11,t} & \eta_{12,t} \\ \eta_{21,t} & \eta_{22,t} \end{bmatrix} \quad ij = ji \quad \forall i \neq j \quad (3.19)$$

Denne matrisen er symmetrisk, noe som gjør at vi kan bruke halvvektoriseringsoperatoren

---

<sup>18</sup>I litteraturen benyttes ofte  $h_{ij,t}$  som betinget varians. Fordi vi benytter  $h$  som sikringsrate, benytter vi  $\eta_{ij,t}$  som betinget varians

*vech* som transformerer øvre/nedre triangulæren om til en symmetrisk kolonnevektor.

$$\mathit{vech}(\mathbf{H}_t) = \begin{bmatrix} \eta_{11,t} \\ \eta_{21,t} \\ \eta_{22,t} \end{bmatrix}, \quad \mathit{vech}(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t}^2 \\ \varepsilon_{1,t} \varepsilon_{2,t} \\ \varepsilon_{2,t}^2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Dette gir oss den generelle Multivariate GARCH(1,1)-modellen:

$$\mathit{vech}(\mathbf{H}_t) = \underset{3 \times 1}{\mathbf{C}} + \underset{3 \times 1}{\mathbf{A}} \underset{3 \times 3}{\mathit{vech}(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}')} + \underset{3 \times 3}{\mathbf{B}} \underset{3 \times 1}{\mathit{vech}(\mathbf{H}_{t-1})} \quad (3.21)$$

Denne modellen tillater at betinget varians/kovarians avhenger av forrige periodes: varians/kovarians, kvadrerte feilledd og kryssprodukt av feilledd. I tilfellet med to forklaringsvariabler, har vi totalt  $3 + 3^2 + 3^2 = 21$  parametere å estimere. Selv om modellen er lett å konseptualisere, kan multivariate GARCH-modeller være veldig vanskelig å estimere (Engle & Kroner, 1995). En annen svakhet er at  $\mathbf{H}_t$  matrisen ikke er positiv definit. Med andre ord, modellen kan i teorien gi oss negativ varians som ikke er et gyldig svar fordi per definisjon, er varians gitt som:  $\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Engle & Kroner (1995) foreslår en parametrisering som sørger for at  $\mathbf{H}$ -matrisen er positiv definit, en såkalt BEKK-modell:

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{C}'\mathbf{C} + \mathbf{A}'\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{H}_{t-1}\mathbf{B} \quad (3.22)$$

hvor<sup>19</sup>,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

For at dette skal være en stasjonær prosess forutsetter det at:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{B} &< \mathbf{1} \\ \mathbf{A}'\mathbf{A} &\geq \mathbf{0} \\ \mathbf{B}'\mathbf{B} &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Estimeringen av parameterne i en GARCH-modell er ikke basert på å minimere restleddsvariens, slik som OLS. Istedenfor beregnes parameterne ved hjelp av *maximum likelihood*. Kort forklart baserer dette seg på å finne de parameterverdiene som gir høyest *log-likelihood* (Brooks, 2008).

---

<sup>19</sup>I litteraturen benyttes som regel  $\alpha, \beta$  i GARCH-modellen, men fordi vi benytter det som parameter i VECM-modellen, bruker vi  $a, b$  for å skille mellom disse to.

To vanlige forenklinger av modellen er Skalar-BEKK og Diagonal-BEKK. Ved å sette kryssleddene lik null, reduserer vi antall estimerte parametre til 11, men fjerner kryssseffekten, slik at  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  reduseres til:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Dette vil da være en Diagonal-BEKK, og som navnet impliserer har vi kun parametre langs diagonalen. Dersom  $a_{11} \approx a_{22}$  og  $b_{11} \approx b_{22}$  kan vi gjøre enda en forenkling og benytte oss av en Skalar-BEKK-modell:

$$\mathbf{A} = a\mathbf{I}_n, \quad \mathbf{B} = b\mathbf{I}_n \quad (3.26)$$

I dette tilfellet kan vi redusere antall estimerte parametre fra elleve til ni, noe som gir oss en enda mer parsimonisk modell. For å teste hvorvidt Scalar-BEKK er en gyldig forenkling av Diagonal-BEKK, kan vi benytte en *likelihood-ratio*-test, hvor  $\ln(L_R)$ ,  $\ln(L_{UR})$  er *log-likelihood*-verdiene til henholdsvis den begrensede (Scalar-BEKK) og ubegrensede (Diagonal-BEKK) modellen, og  $m$  er reduksjonen i antall frihetsgrader i den begrensede modellen.

$$D = 2[\ln(L_{UR}) - \ln(L_R)] \sim \chi^2(m) \quad (3.27)$$

Dersom nullhypotesen beholdes, er Scalar-BEKK en gyldig forenkling av Diagonal-BEKK.

En vesentlig forskjell fra både OLS og VECM, er at en bivariate-GARCH-modell gir oss en tidsvarierende varians/kovarians. Dette gjør at vi får en dynamisk, tidsvarierende sikringsrate:

$$h_t = \frac{\eta_{FS,t}}{\eta_{F,t}} = \rho_{FS,t} \sqrt{\frac{\eta_{S,t}}{\eta_{F,t}}} \quad (3.28)$$

### 3.5 Out of sample

Ved å holde igjen all informasjon etter en gitt dato  $t$ , kan vi dele opp datasettet i to deler, *in-sample* og *out-of-sample*. Førstnevnte benytter vi til å estimere modellene. Sistnevnte bruker vi til å teste hvor godt modellen vår presterer. At en modell har høy forklaringskraft og føyning *in-sample*, er ingen garanti for at modellen presterer godt *out-of-sample* (Inoue & Kilian, 2005). Vi er interessert i å finne ut i hvilken grad sikringsraten vi har estimert bidrar til å redusere porteføljens volatilitet. Sikringseffektiviteten blir brukt som et mål på hvor godt modellene våre presterer (se likning (2.8)). For OLS og VECM-modellene gjennomfører vi *out-of-sample* analysen ved å finne porteføljens avkastning og varians, gitt den konstante

sikringsraten vi estimerte *in-sample*:

$$R_{t+j} = \Delta S_{t+j} - h\Delta F_{t+j} \quad (3.29)$$

$$\sigma_R^2 = \sigma_S^2 + h^2\sigma_F - 2h\sigma_{FS} \quad (3.30)$$

For EC-MGARCH-modellen, har vi som kjent ikke en konstant sikringsrate. Derfor har vi heller ikke en konstant sikringseffektivitet. For å få et sammenlikningsgrunnlag, benytter vi gjennomsnittlig sikringsrate-og effektivitet. Vi har derfor benyttet en prognose av betinget varians/kovarians for *out-of-sample*-perioden. For illustrasjonens skyld tar vi utgangspunkt i Diagonal-BEKK matrisenotasjon fra tidligere og estimerer 1-J perioder fremover ved hjelp av rekursjon:

$$E[\mathbf{H}_{t+j}] = \mathbf{C} + \mathbf{A}'E[(\varepsilon\varepsilon')_{t+j-1}]\mathbf{A} + \mathbf{B}'E[(\mathbf{H}\mathbf{H}')_{t+j-1}]\mathbf{B} \quad (3.31)$$

$$= \mathbf{C} + (\mathbf{A}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{B})E[(\mathbf{H}'\mathbf{H})_{t+j-1}]$$

$$\vdots$$

$$= \mathbf{C}[\mathbf{I} + (\mathbf{A}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{B}) + (\mathbf{A}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{B})^2 + \dots$$

$$+ (\mathbf{A}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{B})^{j-1} + (\mathbf{A}'\mathbf{A} + \mathbf{B}'\mathbf{B})^j(\mathbf{H}'\mathbf{H})_t \quad (3.32)$$

Når  $j \rightarrow \infty$ , gitt at  $(\mathbf{I} - \mathbf{A}'\mathbf{A} - \mathbf{B}'\mathbf{B}) < \mathbf{1}$ , vil modellen konvergere mot langsiktig varians:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \mathbf{H}_{t+j} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}'\mathbf{A} - \mathbf{B}'\mathbf{B})^{-1}\mathbf{C} \quad (3.33)$$

Resultatene fra prognosen av betinget varians/kovarians, kan deretter benyttes til å estimerte den fremtidig forventede sikringsraten:

$$\hat{h}_{t+j} = \frac{\hat{\eta}_{FS,t+j}}{\hat{\eta}_{F,t+j}} \quad (3.34)$$

## 4 Testprosedyrer

Før vi begynner å gå gjennom datamaterialet ønsker vi å presentere testene som vil være relevante å bruke i vår analyse. Det første vi ønsker å teste er hvorvidt observasjonene våre er stasjonære eller ikke. Senere i oppgaven vil det være relevant å teste hvorvidt vi har konstant volatilitet i utvalget (homoskedastisitet) eller om volatiliteten varierer over tid (heteroskedastisitet). Hvis det siste viser seg å være tilfelle, er det ønskelig å teste om den tidsvarierende volatiliteten er asymmetrisk eller ikke. Til slutt vil vi gå gjennom informasjonskriteriene og hva de forteller oss om valg av modell. Johansens rang-test og *likelihood-ratio*-testen er presentert i henholdsvis VECM og EC-MGARCH-kapitlene fordi testene benyttes spesifikt for disse modellene.

### 4.1 Stasjonaritet

Stasjonaritet er et fundamentalt konsept innen tidsserieanalyse. Vi skiller mellom streng og svak stasjonaritet. Vi har en strengt stasjonær prosess om den simultane sannsynlighetsfordelingen ikke endres over tid.

$$F(x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+s}) = F(x_{t+s+1}, x_{t+s+2}, \dots, x_{t+s+k}), \quad t \in [1, T] \quad (4.1)$$

En streng stasjonær variabel har lik fordeling på et hvert tidspunkt. Vi har svak stasjonaritet om gjennomsnittet, variansen og kovariansen ikke avhenger av tid. (Bjørnland & Thorsrud, 2014).

$$E[y_t] = \mu \quad (4.2)$$

$$E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = cov(y_t, y_{t-j}) \quad \forall t, j \quad (4.3)$$

$$var(y_t) = \sigma^2 < \infty \quad (4.4)$$

Ettersom fravær av stasjonaritet kan bety at variablene ikke har noen klar tendens til å vende tilbake til en konstant verdi, vil fravær av stasjonaritet kunne skape problemer for analysen. For å teste om serien er stasjonær benyttes en Dicky Fuller test (DF). Testen går ut på å teste om den autoregressive prosessen inneholder en enhetsrot. Dette kan illustreres med en enkel AR(1) prosess.

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.5)$$

$$y_t - y_{t-1} = \alpha + (\rho - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.6)$$

Dette kan omskrives til:

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.7)$$

Under nullhypotesen om  $\gamma = 0$  er serien ikke stasjonær og integrert av første orden,  $I(1)$ , serien vil med det inneholder en enhetsrot. Hvis serien må differensieres flere ganger for å bli stasjonær, vil den være integrert av orden  $I(d)$  (Engle & Granger, 1987). Under alternativhypotesen om  $\gamma < 0$  er serien stasjonær og  $I(0)$ . En stasjonær prosess vil følge en *mean revertin*-prosess som vil si at et sjokk i variabelen vil serien vende tilbake til sin opprinnelig verdi, og fluktuere rundt denne med en konstant varians. Dickey Fuller testen er kun gyldig om restleddet er hvit støy. Det benyttes derfor en Utvidet Dickey-Fuller (ADF). ADF testen vil kontrollere for restleddet i likning 4.7 ved å inkludere laggete variabler (førstedifferensierte).

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (4.8)$$

Vi har samme hypotese som nevnt over, men det må benyttes kritisk verdi fra Dicky-Fuller fordelingen. Årsaken til dette er at testobservatoren under null hypotesen ikke er asymptotisk normalfordelt (Bjørnland & Thorsrud, 2014). For å avgjøre hvor mange lags som bør inkluderes kan vi ta utgangspunkt Swart's, Aiken's og Hannan-Quinn informasjonskriterier som beskrives lenger ned i kapitlet.

## 4.2 ARCH-TEST

En vanlig prosedyre i tidsserie data er å teste for ARCH *autoregressive conditional heteroskedasticity* effekter. Det blir derfor utført en ARCH-test for å teste om variansen til restleddet er konstant og derav homoskedastisk. Om testen forkastes har vi heteroskedasitet og vi trenger en ikke-lineær modell som for eksempel en GARCH modell, for å kunne estimere den tidsvarierende variansen.

For å teste om serien innehar heteroskedasitet benytter vi Engle (1982) sin ARCH-test. Testen går i hovedtrekk ut på å gjennomføre en lineær regresjon for så å lagre residualene ( $\hat{\varepsilon}$ ) fra denne regresjonen. Det benyttes så en ny regresjon med kvadrerte residualer som vist under.

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t \quad (4.9)$$

Deretter benyttes  $R^2$  fra likningen 4.9, og vi kan formulere nullhypotesen  $H_0 : \alpha_0 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{t-q} = 0$  mot alternativhypotesen at minst en av parameterne er signifikant forskjellig fra null. Teststatistikken  $TR^2$  kovegerer mot en  $k$  kvadrat fordeling med  $q$ -frihetsgrader.  $T$  står for utvalgsstørrelsen, og testobservatoren er dermed gitt som  $TR^2 \sim \chi^2(q)$ . Testen vil være sentral for å avgjøre hvorvidt vi er nødt til å ta høyde for at variansen ikke er konstant over tid (Enders, 2015).

### 4.3 Asymmetri i volatilitet

Dersom det viser seg at variansen ikke er konstant over tid, kan vi undersøke om vi har asymmetriske bevegelser i volatiliteten. Et problem med GARCH modeller er at den behandler all ny informasjon symmetrisk og tar ikke høyde for noen *leverage* effekt. Tidligere forskning som Black (1976), Christie (1982) og Nelson (1991) viser at negative sjokk påvirker volatilitet i større grad enn positive sjokk. Engle & Ng (1993) utformet en test på hvordan vi kan teste for fortegnsbias, positive og negative sjokk ved hjelp av en enkel regresjon:

$$\varepsilon_t^2 = \delta_0 + \delta_1 d_{t-1} + \delta_2 d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_3 (1 - d_{t-1}) \varepsilon_{t-1}^2, \quad d_{t-1} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0, & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Deretter kan hypotesen  $H_0 : \delta_i = 0$  testes mot hypotesen  $H_A : \delta_i \neq 0, \forall i = 1, 2, 3$ . Her kan vi formulere og teste hypoteser om at en enkel  $\delta_i$  er signifikant forskjellig fra null ved hjelp av en t-test. Alternativt kan vi teste hele systemet med en F-test. Hvis nullhypotesen beholdes, tyder det på at vi ikke har asymmetri i volatiliteten. Hvis det avdekkes asymmetri, kan vi ta høyde for dette i estimeringen av betinget varians ved å innføre dummyvariabler, noe som kan gi et mer presist estimat.

### 4.4 Informasjonskriteriene

For å evaluere modeller benytter vi oss av Akaike's (1974), Schwarz's (1978) og Hannan og Quinn (1979) informasjonskriterier. Disse omhandler to faktorer, den ene er en funksjon av SSR (sum of square residuals), og den andre er en straff for tap av frihetsgrader når vi tilføyer en ekstra parameter. I en regresjonsmodell ønsker vi å minimere SSR, samtidig som vi ønsker oss en parsimonisk modell. Problemet er at disse to kriteriene motsier hverandre. Selv om innføring av flere parametere kan redusere SSR, risikerer vi å få en over spesifisert modell.

Ved å benytte en modell som minimerer informasjonskriteriene, får vi en modell som vektet ønsket om lavest mulig SSR mot ønsket om færrest mulig parametere. Om vi lar  $\hat{\sigma}^2$  være restledsvariansen,  $T$  være antall observasjoner og  $k$  stå for antall frihetsgrader,  $k = p + q + 1$ , får vi at informasjonskriteriene er gitt som:

$$\begin{aligned} AIC &: \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} \\ HQ &: \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} \ln(T) \\ SC &: \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T} \ln(T) \end{aligned}$$

Forskjellen mellom de tre informasjonskriteriene er at SC har en "strengere" straff enn AIC for innføring av parametere, mens HQ er en mellomting mellom SC og AIC (Lütkepohl & Krätzig, 2004). Dersom vi har et system av likninger, erstatter vi  $\hat{\sigma}^2$  med  $|\Sigma|$ , hvor  $\Sigma$  er systemets varians/kovariansmatrise.



## 5 Data

I dette delkapitlet gjengir vi futureskontraktene som vi har benyttet i oppgaven, samt deskriptiv statistikk for de ulike kontraktene. Vi har valgt å se på to kontrakter på råolje (WTI og Brent) og en kontrakt på fyringsolje (Heating oil). Råoljekontraktene er valgt på bakgrunn av at kontraktene er anse som svært likvide (CME Group, 2013)<sup>20</sup>. De kan handles i stort volum for ulike horisonter. Ulempen er at begge kontraktene er på råolje som har mindre likheter med Jet Kerosene. Fyringsolje er i likhet med Jet Kerosene et raffinert produkt. Til tross for at de ikke er perfekte substitutter, har de mange prismessige likheter. Ulempen med fyringsolje er at prisene er følsomme for sesongmessige svingninger i etterspørselen, noe som kan gi opphav til høyere priser i vintersesongen (CME Group, 2010).

Vi vil nå foreta en beskrivelse av råvarene og futureskontraktene, som er blitt brukt i vår oppgave. Dataen som er blitt benyttet er hentet fra Thomson Reuters Datastream. Når det gjelder futureskontraktene, er seriene kontinuerlige, der kontraktene rulleres til neste posisjon. Med det menes at 1.-posisjons front-serie som løper ut til forfall, vil rulleres videre til neste 1-posisjon kontrakt. Vi har valgt å ta utgangspunkt i perioden 1. januar 2009—31. desember 2016, hvor de to siste årene benyttes som *out-of-sample*. Dette gir oss mulighet til å se på 12 og 24 måneders sikringshorisonter, slik som enkelte flyselskap gjør (se tabell 1.1). Valget av januar 2009 som starttidspunkt, skyldes at oljemarkedet nådde en bunn etter den enorme veksten i oljepris i 2007/2008, og påfølgende prisras i 2008. I metodekapittelet argumenterer vi for at en svakhet med OLS er at all informasjon behandles symmetrisk. Vi tror derfor at parameterestimeringen blir mer presis hvis vi dropper ”ekstremåret” 2008.

### 5.1 US Gulf Coast Kerosene-Type Jet Fuel (Jet Kerosene) - Spot

Jet Kerosene er en type flybensin basert på parafin (kerosene) som må overholde svært strenge internasjonale krav. Flyselskapene bruker hovedsakelig 2—3 ulike typer: Jet A, Jet A-1 og Jet-B, hvor de to førstnevnte er mest brukt. Forskjellen mellom produktene ligger i kombinasjonen av tilsetningsstoffer og frysepunktet. Jet A har et frysepunkt på  $-40^{\circ}\text{C}$ , Jet A-1  $-47^{\circ}\text{C}$  og Jet B  $-51^{\circ}\text{C}$ . Jet A benyttes primært i USA som følge av lavere pris enn Jet A-1. Årsaken til prisdifferansen er at raffineringprosessen for Jet-A er noe mer effektiv. Jet A-1 benyttes stort sett i resten av verden. På grunn av det lave frysepunktet til Jet A-1 benyttes

---

<sup>20</sup>WTI kontraktene er de mest likvide futureskontraktene på olje i markedet

produktet i større grad til langdistanse ruter nær polområdene. Jet B skiller seg fra Jet A-1 ved at den brenner mer effektivt under ekstremt lave temperaturer. Jet B benyttes for det meste i Alaska og Canada. (Hemighaus et al., 2007).

Flybensin er et produkt av råolje, og blir utvunnet ved at råoljen går igjennom en raffineringssprosess og destilleres til parafin. Fra ett fat råolje (42 gallon) blir i snitt ca 8% (4 gallon) utvunnet til parafintypen Jet Kerosene<sup>21</sup>(EIA, 2017). I denne oppgaven benyttes US Gulf Coast Kerosene spotpris, hvor vi har gjort om prisene til dollar per barrel for å få et bedre sammenlikningsgrunnlag.

Figur 5.1: Jet Kerosene futures (\$/Fat)



Figur 5.1 viser utviklingen i pris på Jet Kerosene gjennom hele utvalget. Som vi ser er det store endringer i prisene på få år. Fra en topp på rundt \$140 i 2011, til en kort periode i 2016 hvor prisen er rett under \$40 per fat. Dette forteller oss at prisen på Jet Kerosene er forholdsvis volatil, og det er ikke vanskelig å forstå hvorfor elleve av tolv selskaper vi har undersøkt benytter seg av sikring.

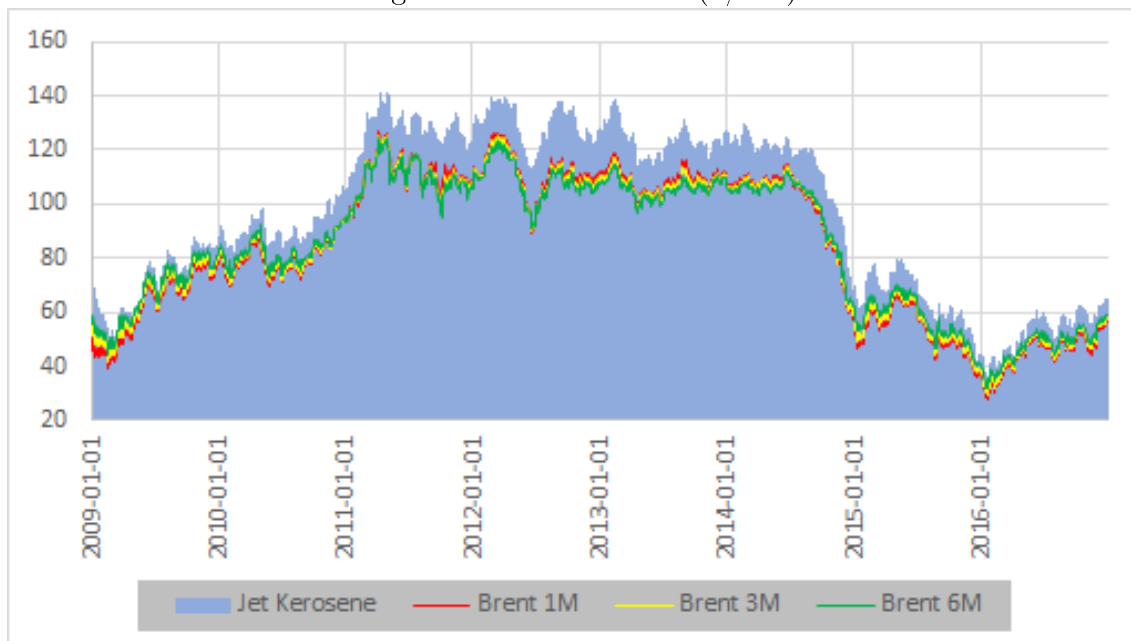
<sup>21</sup>Fra 1 barrel (42 gallon) råolje utvinnes 45 gallon petroleumsprodukter

## 5.2 Brent Light Sweet Crude oil (Nordsjøolje) - Futures

Kontraktene handles på *Intercontinental Exchange* (ICE). Hver kontrakt består av 1000 fat nordsjøolje og er basert på EFP<sup>22</sup>-levering med mulighet for kontant oppgjør mot ICE Brent indekspris for den siste børsdagen i futureskontrakten. Kontraktene har løpetid fra 1–96 måneder.

Handel opphører på slutten av den angitte oppgjørsperioden på den siste handelsdagen i den andre måneden foruten den aktuelle kontraktsmåneden (for eksempel: mars-kontrakten utløper på den siste handelsdagen i januar).

Figur 5.2: Brent futures (\$/Fat)



Figur 5.2 viser utviklingen i pris for alle Brent-kontraktene, samt Jet Kerosene for hele utvalget. Det er ingen store avvik i pris på de ulike futureskontraktene gjennom utvalget. Samtidig ser vi at prisen på Jet Kerosene følger futureskontraktene på Brent, pluss et raffineringsspåslag.

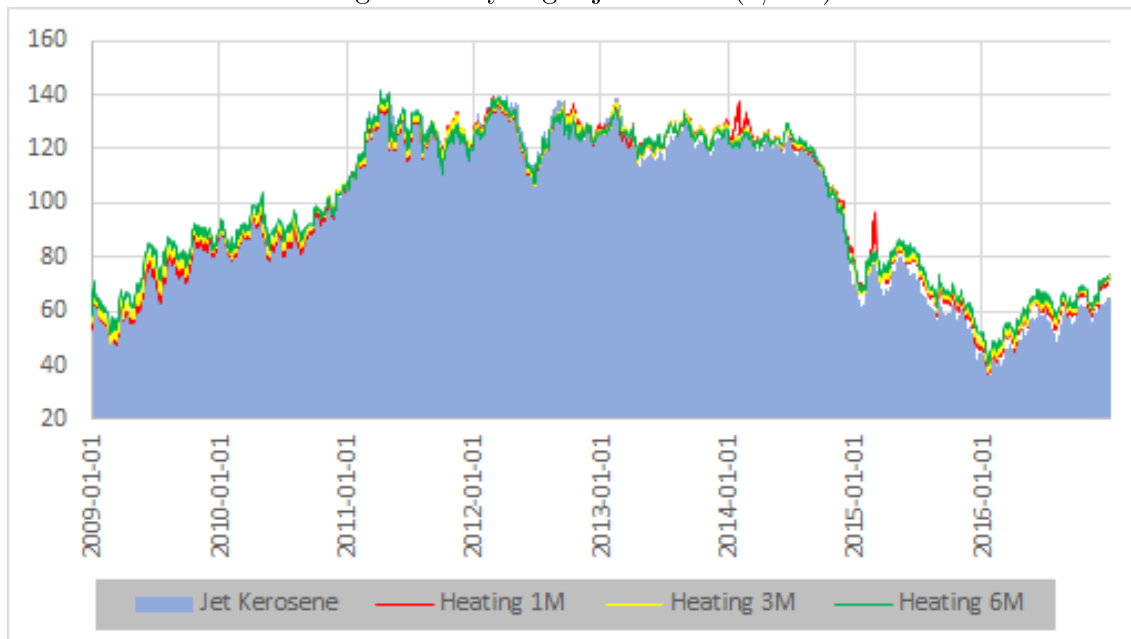
<sup>22</sup>Exchange of Futures for Physical (EFP) er en alternativ metode for prisen av fysisk råolje. Dette gjør det mulig for deltakerne å bytte sine futures posisjoner for en fysisk posisjon og dermed skille prisingen fra den fysiske forsyningen

### 5.3 New York Harbor Ultra-low sulfur no 2 diesel (Heating Oil) - Futures

Futureskontraktene på fyringsolje (Heating oil) er hentet fra New York Merchantile Exchange (NYMEX). Produktet har blitt omfavnet av sikrere fordi det har kjemiske likheter med andre raffinerte petroleumsprodukter. Fra og med 01.05–2013 endret fyringsolje-kontraktene navn til *Ultra-low sulfur diesel* (ULSD). Navnendringen kommer av at CME Group Inc endret sine standarder for svovelinnhold for fyringsproduktet. Fyringsolje hadde opp til 2000 ppm svovel, mens ULSD er et destillat som inneholder mindre enn 15 ppm svovel. I forkant av nye miljøforskrifter i USA i 2012 sa Gary Morsches som er administrerende direktør for global energi på CME Group i en uttalelse at de ønsket en myk overgang til nye standarder for fyringsolje. Som følge av denne endringen kan det være verdt å merke seg at for mai levering for ULSD steg prisen med 0,7 prosent (Powell, 2013).

Kontrakten for ULSD består av 42 000 gallon (1000 fat) og er basert på levering i New York-havnen. Handelen for disse kontraktene avsluttes ved slutten av siste handledag i slutten av måneden, før leveringmåneden. I oppgaven vil vi benytte navnet Heating når vi henviser til fyringsolje i tabellene.

Figur 5.3: Fyringsolje futures (\$/Fat)



Figur 5.3 viser utviklingen i pris på fyringsolje-kontraktene. Vi ser at disse kontraktene følger

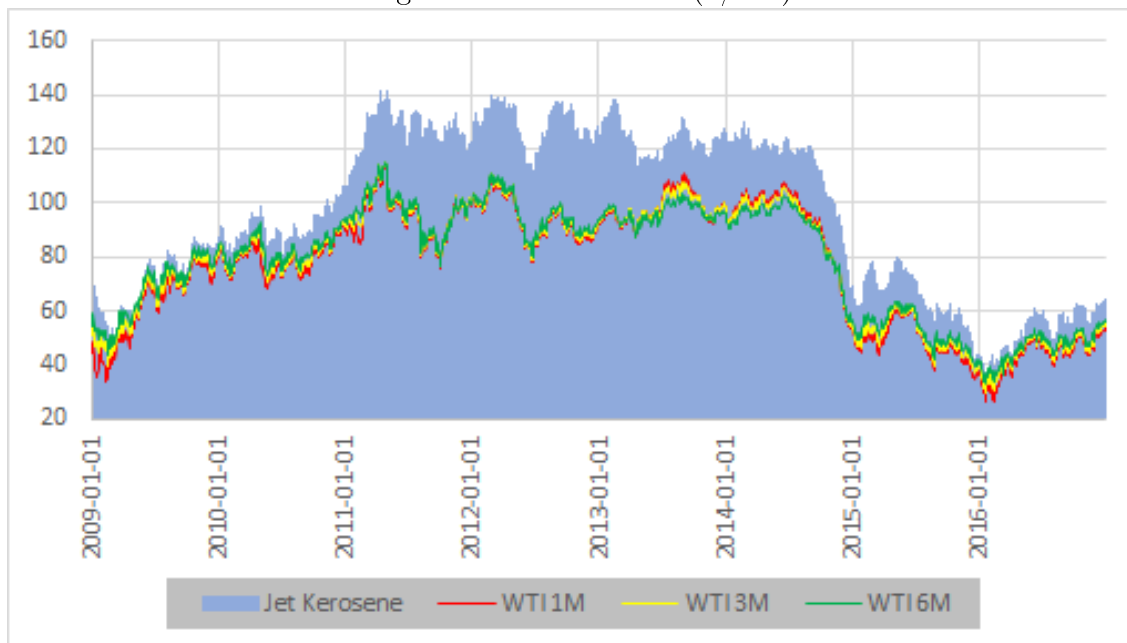
hverandre nokså jevnt, men at 1M-kontraktene for fyringsolje tidvis gjør noen hopp, eksempelvis i 2014 og 2015. Vi noterer også at fyringsolje og Jet Kerosene følger hverandre godt og har forholdsvis lik pris, selv om fyringsoljekontraktene ligger noe over Jet Kerosene mot slutten av utvalget.

## 5.4 West Texas Intermediate Light Sweet Crude oil (WTI) - Futures

Kontraktene som benyttes handles på NYMEX. Hver kontrakt består av 1000 fat råolje og er basert på levering i Cushing i Oklahoma. Kontraktene har en løpetid fra 1 – 72 måneder

Kontraktene avsluttes den tredje handledagen før den tjudefemte kalenderdagen i måneden. Om den tjudefemte kalenderdagen ikke er en handelsdag, opphører handelen på den tredje virkedagen før den siste virkedag før den tjudefemte kalenderdagen.

Figur 5.4: WTI futures (\$/Fat)



Figur 5.4 viser utvikling i pris på WTI-kontraktene. Også her noterer vi at futureskontraktene følger hverandre tett gjennom hele utvalget. Men her ser vi at samtlige WTI-kontrakter ligger forholdsvis langt under Jet Kerosene i perioden 2011-2016. I innledningen har vi tatt opp prisforskjellen mellom Brent og WTI, og det kan se ut som Jet Kerosene følger prisen på Brent, ikke på WTI.

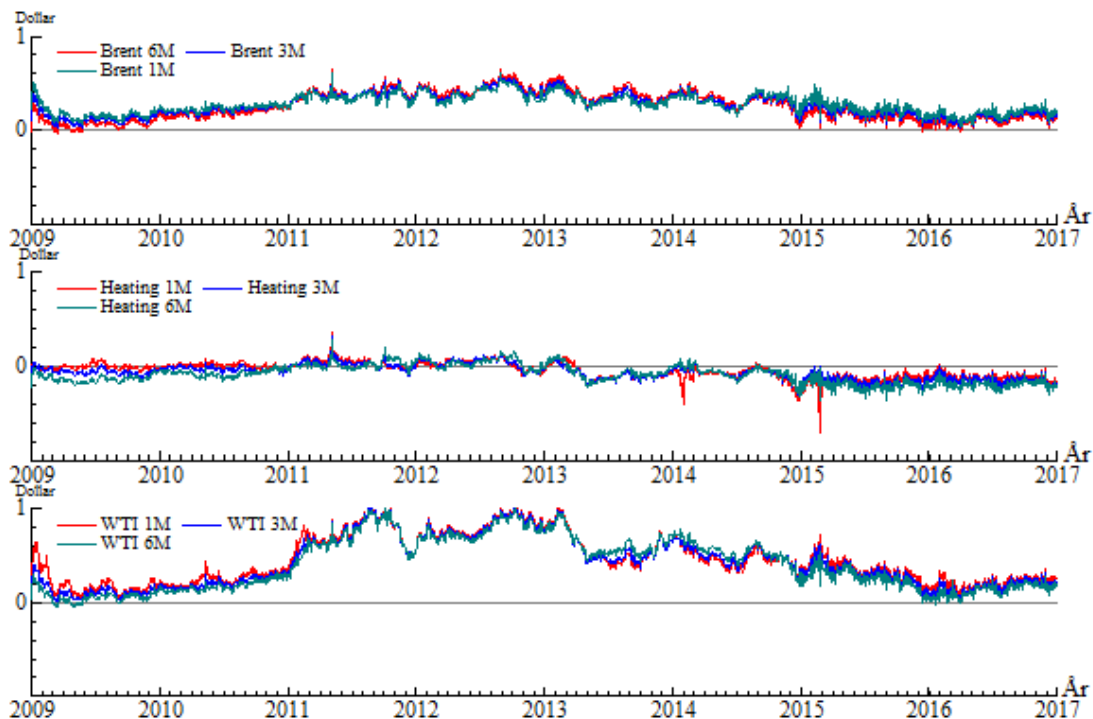
## 5.5 Øvrige data

I tillegg til daglige data på spot og futureskontraktene, har vi funnet data på global produksjon, netto import og lagerbeholdninger fra *U.S. Energy Information Administration* (EIA). Fra den åpne databasen til EIA, har vi og funnet data for spotsprisen på Jet Kerosene. Dette settet brukte vi for å kryss-sjette at datamaterialet vi hadde fra Datastream var korrekt. Disse to datasettene viste seg å være nesten identiske, men datasettet fra Datastream inneholdt noen ekstremobservasjoner som vi luket ut til fordel for tilsvarende data fra EIA på samme dato.

## 5.6 Basis

Basis viser prisdifferansen mellom spot og futureskontraktene. Figur 5.5 viser historisk basis mellom spot- og futuresprisen på Brent, fyringsolje og WTI kontraktene med 1,3 og 6 måneders horisont<sup>23</sup>, oppgitt i \$/Gallon<sup>24</sup>

Figur 5.5: Basis (\$/Gallon)



<sup>23</sup>Basisen er vist som spot pris på Jet Kerosene mot futureskontraktene som blir benyttet i kryss-sikringen

<sup>24</sup>Et fat med olje = 42 gallon

Vi konstaterer at begge råoljekontraktene ligger i *backwardation* igjennom hele perioden, mens kontraktene på fyringsolje svinger fra *backwardation* i første periode, til *contango* i siste periode. Raffineringskostnad er den mest åpenbare årsaken til at basisen mellom Jet Kerosene og råoljekontraktene stort sett er positiv gjennom hele utvalget. Fyringsolje er i likhet med Jet Kerosene et raffinert produkt. Det er derfor ikke uventet av basisen mellom disse to er lavere enn basisen mellom Jet Kerosene og råoljekontraktene. Samlet sett viser frontkontraktene i *in-sample*-perioden å avvike mindre fra spot enn for de lengre kontraktene, mens denne sammenhengen blir mindre tydelig de to siste årene.

Det er tydelig at ingen av futureskontraktene har en konstant basis. Dette forteller oss at kryss-sikring vil medføre basisrisiko. Når vi sammenlikner *in-sample* og *out-of-sample*-perioden, ser vi at svingingene i basis på kort sikt er forholdsvis små *in-sample*, sammenliknet med *out-of-sample*-perioden. Vi kan derfor forvente at basisrisikoen vil være høyere i *out-of-sample*-perioden enn i *in-sample*. Basisen mellom fyringsolje og Jet Kerosene ligger forholdsvis jevnt rundt null på lang sikt. Det samme kan ikke sies om basisen mellom WTI og Jet Kerosene, hvor vi ser at basisen er relativt ustabil over tid. Basisen mellom Brent og Jet Kerosene er mer stabil på lang sikt enn WTI, men mer ustabil enn fyringsolje. Forventningene til *in-sample*, er at fyringsolje vil ha den laveste basisrisikoen. I samme periode forventer vi at WTI vil ha den høyeste basisrisikoen.

## 5.7 Stasjonaritet

Vi ønsker å undersøke hvorvidt spot og futureskontraktene er stasjonære eller ikke. For å bedømme om variablene er stasjonære benytter vi ADF-testen, som vist i kapittelet 4.1. Dette gir oss hypotesene:

$$H_0 : \gamma = 0 \Rightarrow y \sim I(1)$$

$$H_A : \gamma < 0 \Rightarrow y \sim I(0)$$

Resultatene fra ADF-testen er gjengitt i tabell A.1 i appendiks. Om variablene er på prisform, beholder vi nullhypotesen for samtlige kontrakter. Med andre ord,  $y \sim I(1)$ , noe som medfører at systemet ikke er stasjonært. Ved å ta logaritmen av variablene og differensiere systemet én gang ( $\Delta y_t = \ln(y_t) - \ln(y_{t-1})$ ), ser vi at nullhypotesen forkastes for samtlige variabler og  $\Delta y_t \sim I(0)$ . Med andre ord: for at systemet skal være stasjonært, må vi benytte log-differensierte variabler.

## 5.8 Deskriptiv statistikk

Fordi vi har valgt å konkludere med at vi må benytte log-differensierte variabler for å oppnå stasjonaritet, oppgir vi derfor deskriptiv statistikk på log-differensierte form. Utviklingen i avkastning er gjengitt i figur - i appendiks.

Tabell 5.1: Deskriptiv Statistikk - log-avkastning

Kontrakt	In Sample			Out of sample		
	Gj.Snitt	Std. Avvik.	Korrelasjon <sup>25</sup>	Gj.Snitt	St.Avik	Korrelasjon
Jet Kerosene	0.0001	0.0175	-	-0.0001	0.0302	-
Brent 1M	0.0001	0.0177	0.7658	0.0000	0.0277	0.0987
Brent 3M	0.0001	0.0168	0.74	0.0000	0.0264	0.0970
Brent 6M	0.0001	0.0158	0.7782	-0.0001	0.0244	0.0953
Heating 1M	0.0002	0.0172	0.8544	-0.0001	0.0264	0.0465
Heating 3M	0.0001	0.0162	<b>0.8569</b>	-0.0001	0.0230	<b>0.1260</b>
Heating 6M	0.0001	<b>0.0151</b>	0.8419	-0.0001	<b>0.0213</b>	0.1147
WTI 1M	0.0001	0.0205	0.6911	0.0000	0.0291	0.1063
WTI 3M	0.0000	0.0184	0.7492	0.0000	0.0269	0.0879
WTI 6M	0.0000	0.0169	0.7548	0.0000	0.0260	0.0725

Tabell 5.1 viser at standardavviket til de ulike kontraktene ligger rundt 1,5% – 2% in sample. Kontrakten på 6M fyringsolje har det lavest standardavvik, mens WTI har det høyeste. Jet Kerosene har et standardavvik på 1,75% og plasseres derfor midt i intervallet. Generelt noterer vi en sammenheng mellom standardavvik og lengde på kontrakten. Kontraktene på 1M er mer volatile enn 6M-kontraktene for samme underliggende. I *out-of-sample*-perioden ser vi at standardavvikene har økt for samtlige kontrakter og ligger i intervallet 2,1% - 3%. I denne perioden er det Jet Kerosene som har høyest volatilitet. Foruten dette, ser vi at trenden fra *in-sample*-perioden om at de korte kontraktene er mer volatile enn de lengre kontraktene fremdeles er tilstedeværende.

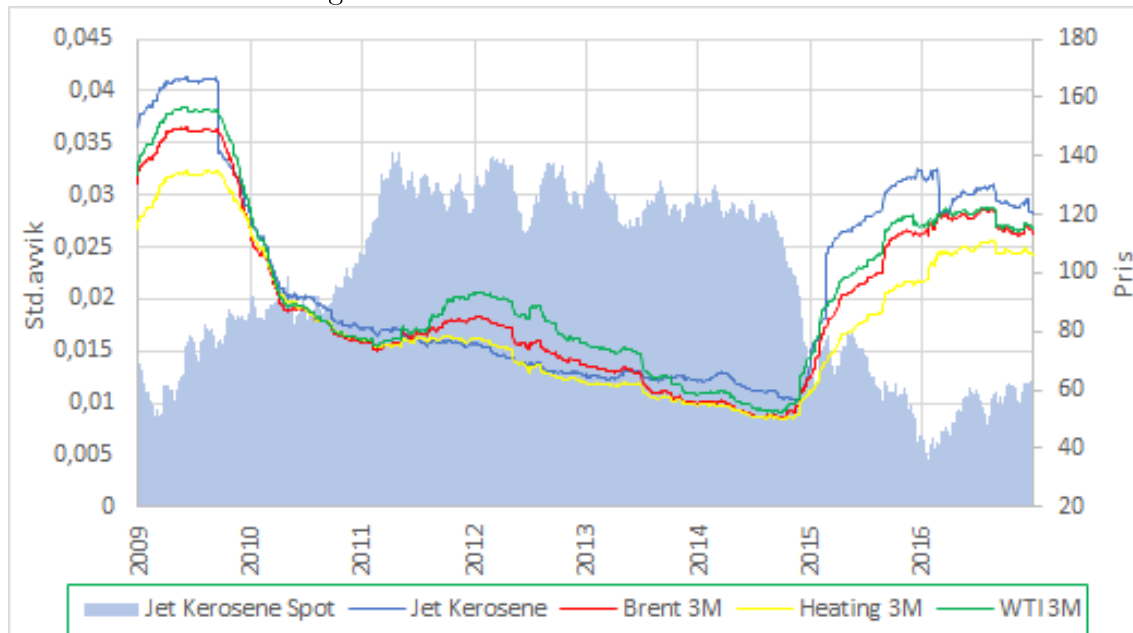
I tabell A.2 i appendiks ser vi ganske klart at ingen av kontraktene er normalfordelt. Samtlige kontrakter har høye topper og fete haler. Ut fra figuren kommer det tydelig fram at alle kontraktene er leptokurtic fordelt. I figur B.4-B.5 i appendiks ser vi at samtlige futureskontrakter har negativ skjevhet, men at Jet Kerosene har positiv skjevhet. Under vil det bli gjort

<sup>25</sup>Korrelasjon mot Jet Kerosene



en nærmere beskrivelse av forskjellen i korrelasjonen mellom *in* og *out of sample*.

Figur 5.6: 12M rullende standardavvik

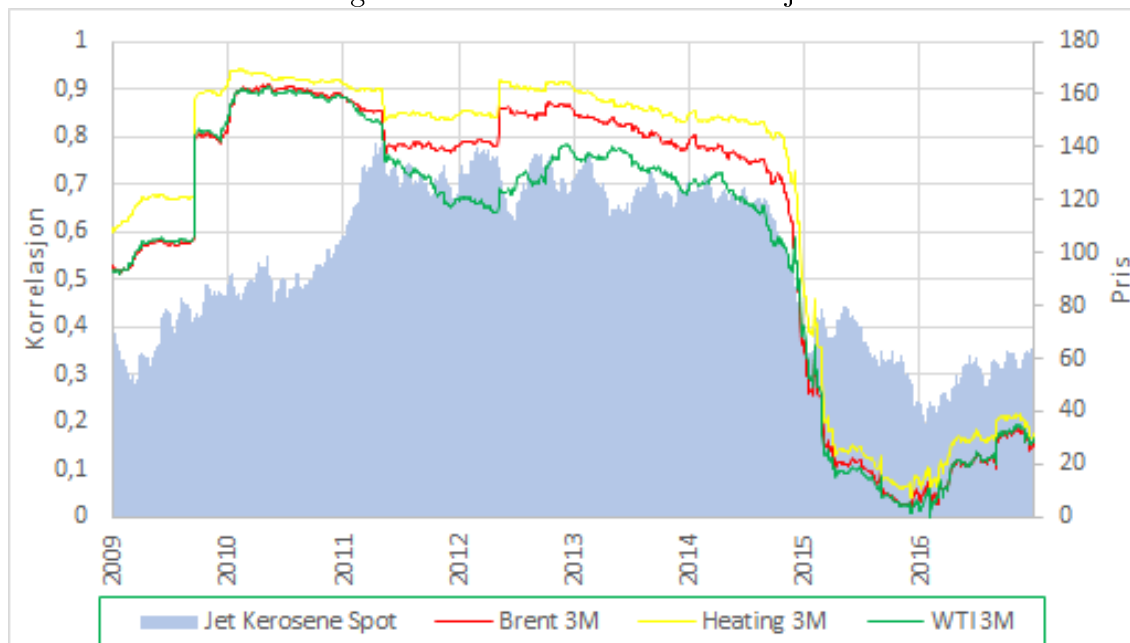


Figur 5.6 viser tolv måneders rullende standardavvik. Vi benytter 3M-kontraktene som en ”referanse” for å ikke inkludere alt for mange serier i grafen. På høyreaksen har vi inkludert spotpris på Jet Kerosene for å illustrere prisutviklingen i samme periode. Her ser vi tydelig at volatiliteten er høy i starten av utvalget, i kjølvannet av prisfallet i 2008. Fra 2010 er endringen i volatiliteten nokså jevnt under 2%, og fortsatt fallende helt til slutten av 2014. Etter prisfallet i 2014, ser vi at standardavvikene igjen skyter i været. Det kommer dermed klart fram at volatiliteten ikke er konstant gjennom utvalget for samtlige serier.

Korrelasjonen mellom Jet Kerosene og de ulike futureskontraktene er forholdsvis sterk i hele *in-sample*-perioden og ligger mellom 0,65–0,85. Her ser vi at underliggende vare har mer å si enn kontraktens løpetid. Fyringsolje-kontraktene har klart høyest korrelasjon mot Jet Kerosene, og 3M fyringsolje har såvidt sterkere korrelasjon enn 1M og 6M-kontraktene. Brent-kontraktene følger etter som de med nest høyest korrelasjon mot Jet Kerosene, og også her er det 3M-kontrakten som er best. Sist kommer WTI-kontraktene, hvor vi ser at 1M-kontrakten har dårligst korrelasjon mot Jet Kerosene. Vi har tidligere i dette kapitlet vært inne på at Jet Kerosene ser ut til å følge Brent-prisen mer enn WTI-prisen. Den relativt sett høyere korrelasjonen mellom Jet Kerosene og Brent, sammenliknet med Jet Kerosene og WTI kan tyde på det er tilfellet. Samtidig ser vi at det ikke er stor forskjell i korrelasjon

mellom Brent og WTI 6M-kontraktene. I *out-of-sample*-perioden noterer vi at korrelasjonen for samtlige kontrakter stuper. Det forventes derfor at modellene vi benytter vil overestimere sikringsraten i *out-of-sample* perioden som følge av lav korrelasjonen.

Figur 5.7: 12M rullerende korrelasjon



Figur 5.7 viser tolv måneders rullerende korrelasjon. I starten av utvalget er korrelasjonen forholdsvis lav. Dette kan skyldes det voldsomme prisraset i 2008. I løpet av 2009, er korrelasjonen mot fyringsolje på over 0,9. Generelt ligger kontrakten på 3M fyringsolje høyt gjennom mesteparten av utvalget, før den stuper mot slutten av 2014 som følge av prisetallet i 2014. Brent-kontrakten ligger gjennom hele utvalget rett under fyringsolje, mens WTI-kontrakten følger Brent og fyringsolje-kontrakten nokså godt frem til 2011, før den ligger betraktelig lavere. Dette kan sees i sammenheng med prisforskjellen mellom Brent-WTI som oppstår i 2011.

## 5.9 Oppsummering av data

I dette kapitlet har vi tatt for oss praktisk informasjon om datamaterialet og presentert utvikling i pris, avkastning, volatilitet og korrelasjon over tid. Vi har gjort noen bemerkninger om dataen som er sentral for den videre analysen:

- Prisen på Jet Kerosene og futureskontraktene følger hverandre. Vi konkluderer derfor

med at det sannsynligvis eksisterer en langsiktig sammenheng mellom prisene på Jet Kerosene, Brent, fyringsolje og WTI. Ved å bruke en "Vector Error Correction Model" (VECM), tar vi høyde for denne langtidssammenhengen.

- Alle kontraktene våre er  $I(1)$ -prosesser, noe som medfører at vi ikke har stasjonaritet med mindre vi differensierer én gang. I analysen benytter vi derfor log-differensierte variabler.
- Volatiliteten er ikke konstant over tid. Fordi sikringsraten estimeres ved bruk av varians og kovarians, bør vi ta endringer i volatiliteten med i betraktningen. Dette motiverer bruk av en GARCH-modell, nærmere bestemt en EC-MGARCH, hvor vi i tillegg til å estimere betinget, tidsvarierende varians, tar høyde for langtidssammenhengen mellom variablene.
- I hele *out-of-sample*-perioden noterer vi at korrelasjonen er forsvinnende liten.

## 6 Resultater

I denne delen av oppgaven presenterer vi steg for steg hvordan vi har gått frem for å estimere de ulike modellene og hvilke modellspesifikke antakelser vi har gjort. Istedenfor å presentere sikringsrate og effektivitet for hver modell, har vi valgt å presentere resultatene fra alle modellene etter at vi har gått gjennom hver regresjonsmodell. Vi diskuterer først resultatene *in-sample*, før vi ser på hvor godt de ulike modellene har prestert *out-of-sample*, både med 12 og 24 måneders horisont. Til slutt diskuterer vi resultatene i lys av de makroøkonomiske driverne i oljemarkedet.

### 6.1 OLS

Regresjonsanalysen er gjort på logavkasting. Dette er fordi serien på prisform er en ikke-stasjonær, men en  $I(1)$ -prosess (se tabell A.1). I tabell A.3 er resultatene fra OLS gjengitt. Den ene parameteren vi har estimert<sup>26</sup>,  $\beta$  er klar signifikant for alle variablene når vi tester med robuste standardfeil (HACSE). Selv om OLS gir oss en god indikasjon på hvilke kontrakter som er å foretrekke har estimeringen endel svakheter. En test for autokorrelasjon, heteroskedastisitet og normalitet er blitt gjort, se tabell A.4 i appendiks. Testresultatene for AR-testen viser at alle kontraktene innehar seriekorrelasjon i restleddet, foruten WTI 1M. Seriekorrelasjon vil påvirke standardfeilene til de estimerte koeffisientene. Med upresise estimater bryter 4. forutsetningen i OLS og modellen kan ikke lenger ses på som BLUE. Vi har også testet for heteroskedastisitet ved hjelp av en ARCH test. Resultatene viser til klar heteroskedastisitet for samtlige kontrakter. Eventuelle beslutninger som trekkes på bakgrunn av estimatorene kan dermed være feilaktige. Det bør nevnes at siden det er seriekorrelasjon i modellen, vil ARCH-testen kunne gi ugyldige resultater. I tabell A.4 er alle resultatene presentert. Fordi vi benytter finansielle tidsseriedata, er disse resultatene ikke uventet. Som en tilnærming for å håndtere problemet er det blitt benyttet HACSE estimater som tar hensyn til autokorrelasjon og heteroskedastisitet.

---

<sup>26</sup>I OLS er  $\beta = h$

## 6.2 VECM

Figur B.6 i vedlegget viser sammenhengen mellom de ulike kontraktene og Jet Kerosene. Vi ser at alle Brent-kontraktene ligger litt under Jet Kerosene, men at dette forholdet er nokså konstant. Samtidig ser vi at Jet Kerosene og Brent-kontraktene følger hverandre nokså jevnt gjennom hele utvalget. Det er derfor naturlig å tro at disse kointegrerer. Resultatet er ikke uventet, ettersom Jet Kerosene er et raffinert produkt av råolje. I tilfellet med fyringsolje mot Jet Kerosene, ser vi at disse følger hverandre svært tett. I motsetning til Brent-kontraktene, ser vi at seriene til tider krysser hverandre. At disse to produktene følger hverandre tettest er heller ingen overraskelse. Begge er raffinerte produkter. Når det gjelder WTI-kontraktene, er resultatet kanskje mer overraskende. Her ser vi at de følger hverandre nokså godt i starten av utvalget, men at WTI etterhvert ligger relativt langt under Jet Kerosene. Vi har allerede vært innom årsaker til dette i kapittel 1.4. Det er ingen åpenbar tidstrend for hele utvalget og vi har valgt å se bort ifra det.

Før vi startet med kointegrasjonsanalysen, måtte vi bestemme oss for hvor mange lags vi skulle inkludere i modellen. Vi kjørte mange ulike tester med ulike lag-lengder. Et problem vi møtte på, var mange signifikante lags og dermed en uparsimonisk modell. Vi testet derfor ulike VAR-modeller for alle kontraktene med 1-7 lags. Informasjonskriteriene ble benyttet for å avgjøre optimal lag lengde.

Fra tabell A.6, ser vi at både SC og HQ velger tre lags for alle Brent og fyringsolje-kontraktene. AIC velger seks lags for alle kontrakter, foruten fyringsolje 1M. Basert på tabellen over, har vi valgt tre lags på både Brent og fyringsolje. Valget av "riktig" lag-lengde på WTI-kontraktene er ikke like åpenbart, særlig for tre og seks månederskontraktene. Vi velger tre lags for WTI 3M og WTI 6M og én lag på WTI 1M kontrakten. Dette innebærer at når vi differensierer WTI 1M-modellen én gang, vil det kun være den langsiktige likevekten + støy som forklarer endringer i pris. Vi tar utgangspunkt i likning 3.6, hvor  $p$  = antall lag inkludert. Deretter differensierer vi én gang, slik at modellen er som i likning (3.8).

Det neste vi må gjøre, er å finne rangen til systemet bestående av futures og spot, slik som forklart i 3.9. Resultatene er gjengitt i tabell A.7. Rang-testen for Brent og fyringsolje viser klart at systemet innehar en rang. For Brent 1M, fyringsolje 3M og fyringsolje 6M er resultatene fra rangtesten ikke like entydige på om systemet innehar én eller full rang. Når det gjelder WTI-kontraktene, får vi enda mindre entydige resultater for 3M og 6M-kontraktene.

Resultatet viser at vi kan ha alt fra null eller full rang, avhengig av hvilket signifikansnivå vi velger. En test av rang for et større utvalg (2007 – 2017) gir oss entydig én rang for alle WTI-kontraktene (tabell A.8). Vi konkluderer derfor med at det eksisterer en langtidssammenheng mellom WTI og Jet Kerosene, noe tidligere forskning antyder (se Adams & Gerner (2012) og Adam-Müller & Nolte (2011)), men at det ikke fremkommer like klart i vårt utvalg. Basert på resultatene fra rangtestene, tar vi i den videre analysen utgangspunkt i at vi har én langtidssammenheng mellom Jet Kerosene og de ulike kontraktene. Videre tester vi ulike restriksjoner på modellene ved å sammenlikne egenverdiene til en begrenset og ubegrenset modell, slik som vist i likning 3.12.

Den første restriksjonen vi ønsker å teste er justeringshastighetene. Vi innfører først restriksjonen  $\alpha_{21} = 0$ , altså om det er Jet Kerosene som står for all justering i likevektskorrigeringen. Deretter tester vi hvorvidt det er futureskontraktene som står for all justeringen ( $\alpha_{11} = 0$ ).

$$H_0 : \alpha_{21} = 0$$

$$H_A : \alpha_{21} \neq 0$$

$$H_0 : \alpha_{11} = 0$$

$$H_A : \alpha_{11} \neq 0$$

Resultatene fra hypotesetestingen finner vi i tabell A.9 og A.10. For Brent-kontraktene, er det tydelig at prisendring på Jet Kerosene står for all korrigering mot langsiktig likevekt. Dette gir mening, da det er naturlig å anta at Jet Kerosene, som er et raffinert produkt av råolje, påvirkes av prisendringer i råolje. Men at en endring i pris på Jet Kerosene skal påvirke prisen på Brent, er derimot tvilsomt. Fordi Brent ikke gjør noe av korrigeringen, kan vi si at Brent er svakt eksogent. For WTI 1M er det ganske klart at vi beholder den første nullhypotesen. For den andre testen ser vi at valget av signifikansnivå avgjør hvorvidt vi beholder hypotesen eller ikke. Resultatene for de to øvrige WTI-kontraktene er ikke like entydige som for Brent. For WTI 3M og WTI 6M, kan nullhypotesen isolert sett beholdes i begge tilfeller. Men, det observeres at nullhypotesen ikke er langt unna forkastelse i den andre testen, relativt til den første testen. I den videre analysen tar vi derfor utgangspunkt i at WTI er svakt eksogent, og at det er Jet Kerosene som står for all justeringen mot likevekt.

Når det gjelder fyringsolje mot Jet Kerosene, er ikke tolkningen av justeringen like enkel.

Både Jet Kerosene og fyringsolje er begge raffinerte produkter. Når vi tester for  $\alpha_{21} = 0$ , beholdes nullhypotesen for 6M-kontrakten og forkastes for 1M-kontrakten. 3M-kontrakten beholdes eller forkastes, litt avhengig av signifikansnivået. Vi ser óg at hypotesen  $\alpha_{11} = 0$  beholdes for alle kontraktene. At disse to produktene påvirkes av råoljeprisen er innlysende, men at det er noe direkte forhold mellom fyringsolje og Jet Kerosene er heller tvilsomt. Vi har valgt å ikke legge for mye vekt på tolkningen av resultatene for justeringshastighet mellom Jet Kerosene og fyringsolje.

Vi ónsker så å normalisere rundt  $\beta_{11} = 1$  og teste hvorvidt  $\beta_{12} = -1$  eller ikke. For Brent og WTI-kontraktene innfører vi ógså restriksjonen om at  $\alpha_{12} = 0$ , men utelater denne restriksjonen for fyringsolje.

$$H_0 : \beta_{12} = -1$$

$$H_A : \beta_{12} \neq -1$$

Resultatene fra hypotesetestene er gjengitt i tabell A.11. Felles for alle 1M-kontraktene, er at en 1 endring i pris på futureskontrakten gir 1 endring i spot i likevekt. Felles for alle 6M-kontraktene er at en 1 endring i pris på futureskontrakten, gir mer enn 1 endring i spot i likevekt. Alle resultatene i sin helhet er gjengitt i tabell A.12 - A.20. Fra A.22 i appendiks, finner vi den strukturelle korrelasjonen og standardavvikene til spot og futures, slik at vi kan regne ut optimal sikringsrate for hver kontrakt, samt sikringseffektiviteten.

### 6.3 EC-MGARCH

I den videre analyse har vi tatt utgangspunkt i ARCH-testen, se A.4 i appendiks. Testen viser tydelig at dataene innehar ARCH-effekter. Det bør derfor brukes en ikke-lineær modell for å fange opp variansen til restleddet. Før vi går videre i analysen av betinget varians, ónsker vi å teste om det er asymmetri i volatiliteten. Eksisterende litteratur om diagnosetest for multivariat GARCH-modeller er begrenset slik Kroner & Ng (1998) fremhever. Som en tilnærming på problemet benytter vi en enkel univariat GARCH-modell for å teste asymmetri i volatiliteten. Årsaken er at GARCH-spesifikasjonen vi bruker ikke tillater å teste for asymmetri. Testen gir en indikasjon på om vi bør ta høyde for asymmetri eller ikke. I tabell A.24 er resultatene fra asymmetritesten rapportert. Testen viser klart at vi beholder nullhypotesen om ingen asymmetri for både Brent og fyringsolje-kontraktene. For WTI-kontraktene er ikke resultatene like innlysende. Resultatene viser at vi kan ha asymmetri for 3M og 6M

WTI-kontraktene, gitt 5% signifikans, men ikke til 1% signifikans. Vi ser bort fra asymmetri i volatiliteten i resten av analysen, da resultatene ikke viser noen klare asymmetriske effekter i volatiliteten.

Neste steg i analysen er å avgjøre hvorvidt vi skal benytte en Diagonal-BEKK eller en Scalar-BEKK som definert i likning 3.25 - 3.26.

Vi tester om Scalar-BEKK er en gyldig forenkling av Diagonal-BEKK, og formulerer hypotesen:

$$H_0 : a_{11} = a_{22}$$

$$H_A : a_{22} \neq a_{11}$$

Fra tabell A.25, beholdes kun nullhypotesen for Brent 1M, om at Scalar-BEKK er en gyldig forenkling til 5% signifikans. Vi konkluderer derfor med at vi bør bruke Diagonal-BEKK fremfor en Scalar-BEKK.

Resultatene fra estimeringen av de ulike EC-MGARCH-modellene ved bruk av en Scalar-BEKK er gjengitt i tabell A.26 - A.28. I *conditional mean*-likningene ser vi at Brent-kontraktene gjenspeiler resultatene fra VECM. Jet Kerosene står for all korrigering mot likevekt, og prisendringen på futureskontraktene er redusert til en *random walk*. Fyringsolje-kontraktene gjenspeiler også resultatene fra VECM-modellen, selv om modellen impliserer at det er fyringsolje som står for all justeringen og Jet Kerosene er redusert til en *random walk*. Når det gjelder WTI-kontraktene er ingen av variablene i *mean*-likningen signifikant større enn null og begge likningene er redusert til en *random walk*.

Det neste vi ønsker å undersøke er hvorvidt GARCH-prosessen er stasjonær eller ikke i henhold til kriteriene i 3.24. Fra tabell A.29, ser vi at stasjonaritetkriteriet for alle kontraktene er oppfylt. Vi ser også at  $b_{ii}$  ligger mellom 0,92—0,98 for alle kontraktene, noe som tyder på at forrige periodes varians i stor grad påvirker varians perioden etter. I figur B.8- B.9 ser vi utviklingen i betinget varians og korrelasjon for de ulike futureskontraktene.

I starten av utvalget ser vi at betinget varians er høy, relativt til resten av utvalget. En kontrakt som peker seg ut i denne perioden er WTI 1M, som har en volatilitetshopp langt over de øvrige kontraktene. I 2011 observerer vi at det er stor bevegelse i volatiliteten for samtlige råoljekontrakter, samt fyringsolje-1M. Svingningene for 6 måneders fyringsolje-kontrakten er derimot svært begrenset relativt sett. Vi har i innledningen snakket om hva som skjer i



denne perioden. Sett i lys av dette, er det ikke veldig overraskende at volatiliteten svinger i denne perioden. Bortsett fra en liten periode mot slutten av 2012, ligger volatiliteten forholdsvis stabil etter 2011, helt frem til slutten av 2014. I siste kvartal 2014, observerer vi at volatiliteten for samtlige kontrakter begynner å øke, omtrent på samme tid som oljeprisen stuper. Også dette har vi vært innom i oppgavens innledning, og vi kommer mer inn på dette i drøftingen av resultatene.

Når det gjelder den betingede korrelasjonen, ser vi av figur B.9 at betinget korrelasjon er forholdsvis lav for alle kontraktene i starten av utvalget, men at den ganske kjapt kommer opp på over 0,8. Vi ser at fyringsolje-kontraktene ligger litt over Brent-kontraktene gjennom mesteparten av utvalget. Både Brent og fyringsolje har et midlertidig fall i betinget korrelasjon i 2011, men dette blir korrigert tilbake. Fyringsolje 1M-kontrakten har et voldsomt fall i 2014, og korrelasjonen mellom Jet Kerosene og fyringsolje 1M er i en periode helt fraværende. Når det gjelder WTI-kontraktene, følger korrelasjonen samme mønster som Brent og fyringsolje, men etter 2011 har alle WTI-kontraktene lavere korrelasjon mot Jet Kerosene sammenliknet med Brent og fyringsolje. Felles for alle kontraktene er at korrelasjonen stuper mot slutten av utvalget vårt

I motsetning til OLS og VECM, får vi nå en dynamisk, tidsvarierende sikringsrate. Vi ser derfor på gjennomsnittlig, minimum og maksimumsverdier i utvalget vårt.

## 6.4 In sample resultater

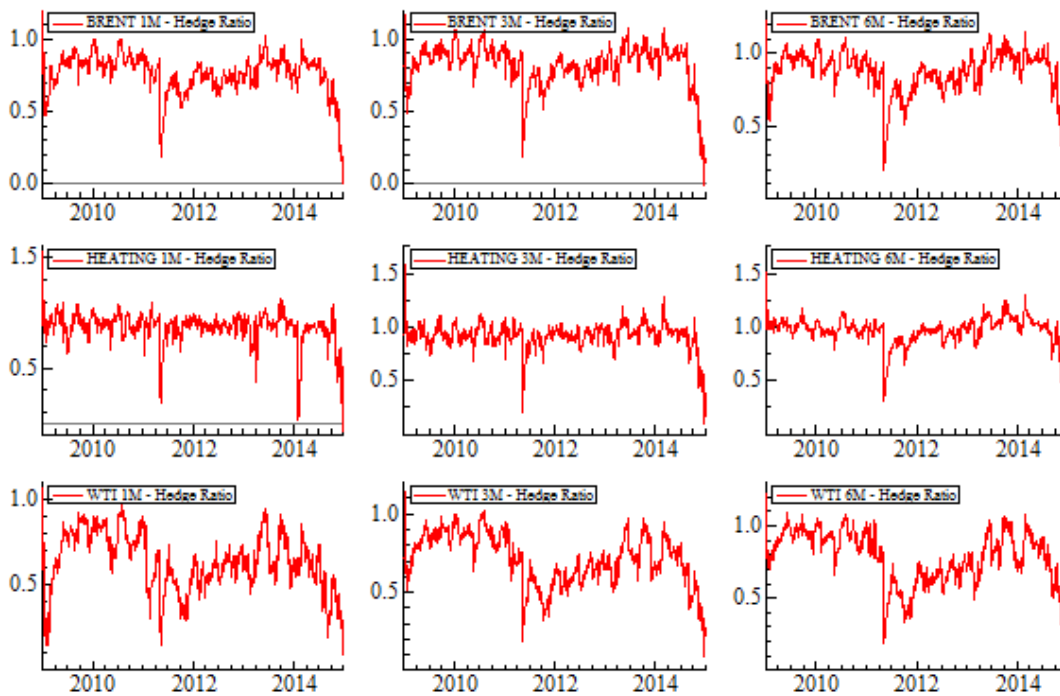
Tabell 6.1: Sikringsrate - In sample

Kontrakt	OLS	VECM	EC-MGARCH <sup>27</sup>
Brent 1M	0.7577	0.7668	0.7616
Brent 3M	0.8151	0.8209	0.8209
Brent 6M	0.8637	0.8687	0.8685
Heating 1M	0.8720	0.8876	0.8648
Heating 3M	0.9274	0.9380	0.9159
Heating 6M	0.9770	0.9847	0.9617
WTI 1M	0.5927	0.5921	0.6366
WTI 3M	0.7154	0.7141	0.7118
WTI 6M	0.7836	0.7855	0.7816

Tabell 6.1 viser en klar sammenheng mellom sikringsraten og lengde på futureskontrakten. Lengre løpetid gir høyere sikringsrate, siden de korte kontraktene har høyere volatilitet enn de lengre kontraktene (se tabell 5.1). VECM predikerer noe høyere sikringsrate sammenliknet med OLS for alle kontraktene, bortsett fra WTI 1M og WTI 3M. Det største avviket mellom OLS og VECM finner vi for fyringsolje 1M kontrakten.

Totalt sett ser vi liten forskjell i estimert sikringsrate mellom OLS og VECM. EC-MGARCH-modellen gir oss heller ingen store endringer i sikringsrate for samtlige Brent-kontrakter. Derimot er det relativt sett større endringer for fyringsolje-kontraktene. EC-MGARCH estimerer noe lavere enn både VECM og OLS, og den største forskjellen er mellom VECM og EC-MGARCH. For WTI 1M ser vi at det er forholdsvis stor endring når vi benytter en EC-MGARCH-modell. For WTI 3M og WTI 6M er endringen i sikringsrate forholdsvis liten.

Figur 6.1: Dynamisk sikringsrate - In sample



Vi har også funnet perioder hvor EC-MGARCH-modellen gir oss sikringsrate større enn én, og sikringsrate mindre enn null. Førstnevnte kan oppstå i perioder hvor korrelasjonen

<sup>27</sup>For EC-MGARCH benytter vi gjennomsnittet for perioden. Vi har og inkludert minimum og maksimumverdier i appendiks.

mellom spot og futures er nær én, og spoten har høy volatilitet relativt til futureskontrakten. Sistnevnte kan oppstå i perioder der korrelasjonen mellom spot og futures er negativ, altså at de beveger seg i motsatt retning. Fra figur 6.1 ser vi hvordan den dynamiske sikringsraten utvikler seg over tid. Tabellen viser at periodene med sikringsrate større enn én og lavere enn null forekommer, men at sikringsraten nokså fort justeres tilbake mot mer normale verdier.

Tabell 6.2: Sikringseffektivitet - In sample

Kontrakt	OLS	VECM	EC-MGARCH <sup>28</sup>	naiv
Brent 1M	0.5864	0.5866	0.6103	0.5265
Brent 3M	0.6091	0.6094	0.6439	0.5778
Brent 6M	0.6056	0.6059	0.6394	0.5906
Heating 1M	0.7299	0.7299	<b>0.7528</b>	0.7142
Heating 3M	<b>0.7342</b>	<b>0.7344</b>	0.7467	<b>0.7298</b>
Heating 6M	0.7088	0.7090	0.7134	0.7085
WTI 1M	0.4776	0.4780	0.5130	0.2522
WTI 3M	0.5613	0.5617	0.5538	0.4726
WTI 6M	0.5696	0.5700	0.5664	0.5263

I tabellen over har vi også inkludert naiv sikring, dvs.  $h = 1$ . Sikringseffektiviteten for en usikret portefølje vil åpenbart være lik null for alle kontrakter, og er derfor ikke inkludert i tabellen. Naiv, OLS, VECM-modellene estimerer at fyringsolje 3M bidrar til størst varians-reduksjon. EC-MGARCH-modellene estimerer derimot at fyringsolje 1M gir høyest varians-reduksjon. Uansett hvilken modell vi benytter for å estimere optimal sikringsrate, kommer det klart fram at samtlige fyringsolje-kontrakter kommer best ut. Fra tabellen ser vi og at VECM kun gir en helt marginal forbedring over OLS for samtlige kontrakter. EC-MGARCH-modellen gir en mer merkbar reduksjon i varians sammenliknet med OLS/VECM for samtlige kontrakter med unntak av WTI 3M og WTI 6M.

Selv om EC-MGARCH-modellen ikke gir store forskjeller i sikringsrater sammenliknet med de andre modellene, ser vi likevel en klar forskjell i effektivitet. Dette skyldes at porteføljen rebalanseres hyppig når vi har en dynamisk sikringsrate. Det er verdt å nevne at det i praksis vil være kostnader forbundet med å rebalansere porteføljen hyppig. Dette betyr at gevinsten ved å rebalansere kan bli spist opp av rebalanseringskostnader i form av kurtasje til megler-

<sup>28</sup>For EC-MGARCH har vi benyttet gjennomsnittet av den tidsvarierende sikringseffektiviteten.

hus. Men fordi vi har lagt til grunn at vi ser bort ifra disse kostnadene, påvirker ikke dette vår bedømmelse av hvilken modell som er best.

## 6.5 Out of sample resultater

Fra en investors perspektiv er det først og fremst hvor godt modellen presterer *out-of-sample*. Vi har derfor testet hvor godt modellene våre presterer i en tidsperiode mellom 1. jan. 2015—30. des. 2016. Deretter har vi valgt å se på sikring med 12 og 24 måneders horisont.

Tabell 6.3: EC-MGARCH sikringsrate - Out of sample

Kontrakt:	12M horisont			24M horisont		
	1M	3M	6M	1M	3M	6M
Brent	0.4335	0.45857	0.43392	0.5162	0.5463	0.5216
Heating	0.75984	0.74238	0.61082	0.7747	0.7728	0.7008
WTI	0.39393	0.38493	0.38134	0.4358	0.4471	0.4449

Tabell 6.3 gir oss sikringsrate *out-of-sample* basert på en prognose av betinget varians/kovarians, slik som vist tidligere i likning 3.32. Sammenlikner vi disse med de vi fant *in-sample*, ser vi at EC-MGARCH-modellen vår predikerer adskillig lavere sikringsrate for *out-of-sample*-perioden enn *in-sample*. Dersom vi ser på korrelasjonene *out-of-sample*, er ikke dette så overraskende, da denne har blitt betraktelig lavere sammenliknet med korrelasjonen *in-sample*.

Tabell 6.4: Sikringseffektivitet - Out of sample (12M Horisont)

	OLS	VECM	EC-MGARCH	naiv
Brent 1M	-0.3763	-0.3861	-0.0843	-0.6794
Brent 3M	-0.3991	-0.4052	-0.0911	-0.6148
Brent 6M	-0.3880	-0.3928	-0.0709	-0.5267
Heating 1M	-0.6526	-0.6740	-0.5088	-0.8383
Heating 3M	-0.3064	-0.3146	-0.1820	-0.3639
Heating 6M	-0.3276	-0.3333	-0.1141	-0.3447
WTI 1M	-0.2357	-0.2353	-0.0922	-0.7330
WTI 3M	-0.3477	-0.3465	-0.0959	-0.6900
WTI 6M	-0.3474	-0.3492	-0.0780	-0.5719

Resultatene fra tabell 6.4 forteller oss at vi oppnår negativ sikringseffektivitet. Modellen vi har estimert *in-sample* har med andre ord ikke vært spesielt god til å predikere optimal sikringsrate *out-of-sample*. Ingen av sikringsratene vi har funnet for de ulike kontraktene gir positiv sikringseffektivitet. Dette betyr med andre ord at vi har påført porteføljen mer varians enn vi har greid å redusere, noe som impliserer at en usikret portefølje i perioden er bedre å holde enn en sikret portefølje i 2015.

Tabell 6.5: Sikringseffektivitet - Out of sample (24M Horisont)

	OLS	VECM	EC-MGARCH	naiv
Brent 1M	-0.3463	-0.3537	-0.1309	-0.6610
Brent 3M	-0.3681	-0.3717	-0.1349	-0.5923
Brent 6M	-0.3520	-0.3542	-0.0966	-0.4960
Heating 1M	-0.5049	-0.5215	-0.3915	-0.6758
Heating 3M	-0.3215	-0.3284	-0.1985	-0.3887
Heating 6M	-0.3175	-0.3211	-0.1313	-0.3364
WTI 1M	-0.2042	-0.2013	-0.0868	-0.7216
WTI 3M	-0.2938	-0.2900	-0.0885	-0.6362
WTI 6M	-0.3556	-0.3549	-0.0907	-0.6134

I tabell 6.5 har vi resultatene for en 24 måneders horisont. Resultatene her er enda dårligere enn resultatene vi fikk for 12 måneders horisont. Det blir ikke lengre meningsfullt å snakke om hvilken modell som presterer best, men heller hvilken som presterer minst dårlig. Fellesnevneren for både 12 og 24 måneder er at EC-MGARCH-modellen har den minst negative sikringseffektiviteten, og er klart bedre enn OLS og VECM. Naiv sikring gir desidert dårligst sikringseffektivitet, mens OLS og VECM gir nokså like resultater.

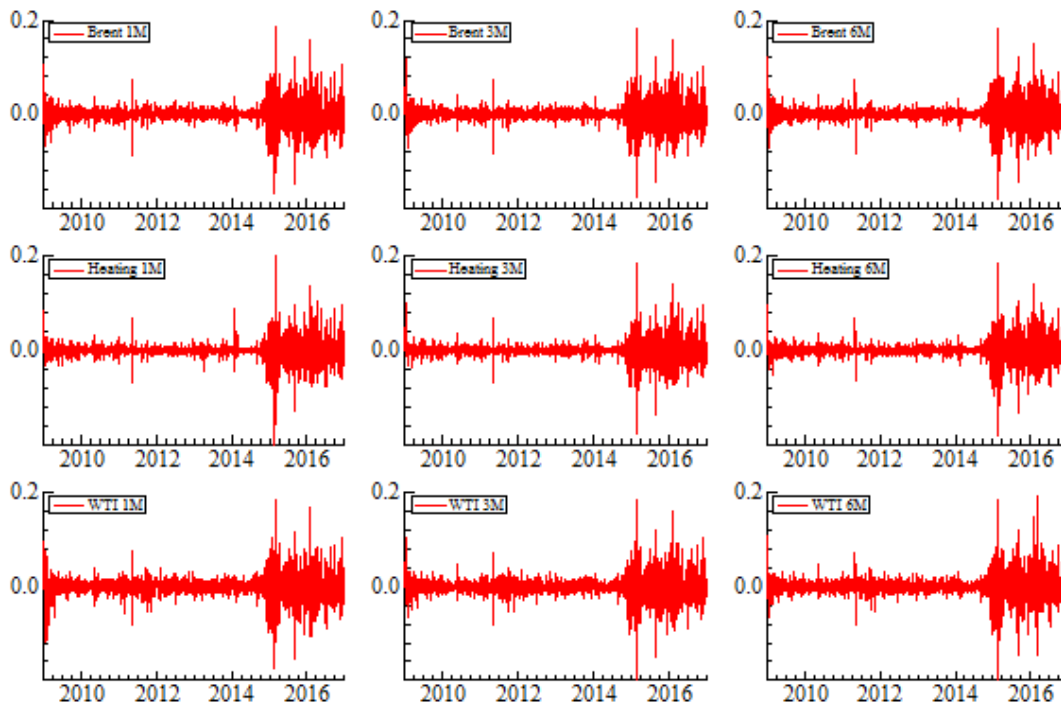
Når det gjelder valg av kontrakter, er alt snudd på hodet sammenliknet med *in-sample*-resultatene i tabell 6.2. Fyringsolje-kontraktene går fra å gi høyest sikringseffektivitet *in-sample* til å gi desidert dårligst resultater *out-of-sample*. Særlig ser vi at kontrakten for 1 måneders fyringsolje presterer dårlig, både med 12 og 24 måneders horisont. Forklaringen på hvorfor fyringsolje-kontraktene går fra best til verst er nokså enkel. Fyringsolje har høyere korrelasjon mot Jet Kerosene *in-sample* sammenliknet med de øvrige kontraktene. Dersom vi tar et tilbakeblikk på likning 2.7, ser vi at en endring i korrelasjon gir en endring i sikringsrate

tilsvarende:

$$\frac{dh}{d\rho_{FS}} = \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \quad (6.1)$$

Fra den deskriptive statistikken ser vi at standardavvikene til spot og futureskontraktene har økt betraktelig i *out-of-sample*-perioden sammenliknet med *in-sample*-perioden. Samtidig ser vi at korrelasjonen har gått fra å være forholdsvis høy til nesten ikke-eksisterende, noe som betyr at basisrisikoen har økt. Så lenge økningen i volatilitet er forholdsvis lik for spot og futures-kontraktene, slår dette i liten grad inn på optimal sikringsrate. Det er først og fremst den enorme reduksjonen i korrelasjonen som gjør at *in-sample*-modellen bommer totalt på å redusere volatilitet *out-of-sample*.

Figur 6.2: Endring i basis



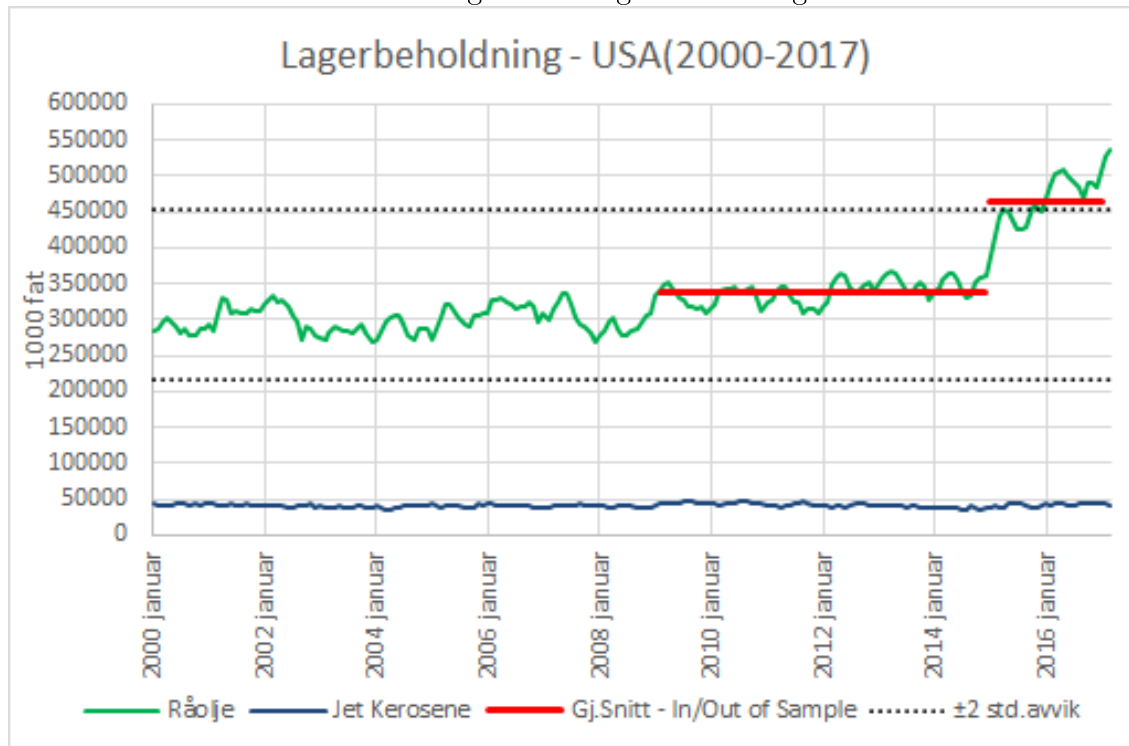
Figur 6.2 viser endring i basis:  $\Delta S_t - \Delta F_t$ . Hvis avkastningen på spot og futures følger hverandre, bør denne være tilnærmet lik null, og basisrisikoen er lav. I perioden 2009 – 2014 noterer vi at endring i basis stort sett ligger rundt null og basisrisikoen er lav. Gjennom hele *out-of-sample*-perioden ser vi at endringen i basis svinger voldsomt sammenliknet med *in-sample*-perioden. Ved å benytte en EC-MGARCH spesifikasjon, får vi heller ikke positiv sikringseffektivitet. Imidlertid presterer EC-MGARCH relativt sett bedre enn både OLS og VECM. Dette skyldes primært at modellen klarer å plukke opp priset og medfølgende

endringene i betinget korrelasjon/varians, selv om den overvurderer betinget korrelasjon *out-of-sample*.

## 6.6 Oljemarkedet etter 2014

Tidligere oppgaven har vi vært innom det store prisraset på olje i 2014 som en følge av et globalt tilbudsoverskudd. At overskuddet var større i USA skyldtes forbudet mot råoljeeksport som varte frem til desember 2015. I denne delen av drøftingen ønsker vi å se nærmere på hvordan dette har påvirket prisen på Jet Kerosene. Vi gir også noen mulige forklaringer på hvorfor korrelasjonen mellom råolje og Jet Kerosene er så svak etter 2014. Vi ser først og fremst på det amerikanske markedet av en enkel grunn: Med unntak av Brent-kontraktene, handles alle kontraktene på NYMEX med levering i USA.

Figur 6.3: Lagerbeholdninger



Figur 6.3 viser amerikansk lagerbeholdning av råolje og Jet Kerosene siden 2000, ekskludert SPR<sup>29</sup>. Vi har i tillegg inkludert gjennomsnittsbeholdningen av råolje for både *in-sample*

<sup>29</sup> *Strategic Petroleum Reserve* - Amerikanske myndighetenes reservelagre for drivstoff (Clifford, 2014)

og *out-of-sample*-periodene, samt  $\pm 2$  standardavvik for hele utvalget. Råoljelageret ligger forholdsvis stabilt gjennom hele *in-sample*-perioden, før beholdningen skyter i været rundt årsskiftet 2014/2015. Gjennomsnittsbeholdningen i *out-of-sample*-perioden ligger i overkant av 2 standardavvik over gjennomsnittet for hele perioden. Gjennom hele utvalget, ser vi at lagerbeholdningen av Jet Kerosene ligger nesten helt stabilt på rundt 50 millioner fat. Den enorme veksten i lagerbeholdning av råolje skjer omtrent på samme tid som korrelasjonen mellom råoljekontraktene og Jet Kerosene stuper.

Om det er noen direkte årsakssammenheng mellom økningen i lagerbeholdningen av råolje og basisrisikoen vi observerer i samme tidsperiode, skal vi ikke si for sikkert. Men dersom lagerbeholdningen på råolje og Jet Kerosene er en indikator på produksjon, kan det se ut som det økte tilbudet av råolje ikke har ført til særlig økning i raffinering av Jet Kerosene. Dette kan skyldes at det er problemer med kapasitet på levering og/eller raffinering. En annen mulighet er at eierne av oljeraffinerier ikke ønsker å raffinere mer enn det markedet etterspør, men heller velger å lagre overskudd av råolje for senere bruk.



## 7 Avslutning

I denne oppgaven drøfter vi hvordan flyselskapene best kan sikre seg mot usikkerhet knyttet til drivstoffkostnadene. Det er to spørsmål vi ønsker å finne svar på: *Hvilken modell er best egnet til å estimere optimal sikringsrate?* og *hvilken kontrakt er best egnet til å redusere risiko?* Vi tar utgangspunkt i tre ulike regresjonsmodeller: OLS, VECM og EC-MGARCH for å estimere optimal sikringsrate. I oppgaven benytter vi tre ulike futureskontrakter: Brent, fyringsolje og WTI, med 1,3 og 6 måneders løpetid. Datautvalget strekker seg fra 1. jan. 2009 – 31. des. 2016, hvor de to siste årene benyttes som *out-of-sample*. Fra resultatene er det tre punkter vi ønsker å fremheve:

- Tidsvarierende sikringsrate presterer bedre enn konstant sikringsrate.
- Fyringsolje gir størst variansreduksjon *in-sample*.
- Det er betydelig basisrisiko *out-of-sample*.

Når vi sammenlikner de tre modellene, benytter vi sikringseffektiviteten som et mål på hvor godt modellene presterer. For syv av ni kontrakter gir EC-MGARCH modellen høyest sikringseffektivitet. OLS og VECM modellene gir forholdsvis like resultater, men for samtlige kontrakter gir VECM modellen en marginal forbedring. Vi konkluderer med at en tidsvarierende sikringsrate presterer bedre enn en konstant sikringsrate *in-sample*. Det er derimot vanskelig å komme til en entydig konklusjon om modellene i *out-of-sample*-perioden utover at EC-MGARCH-modellen er bedre egnet til å fange opp endringer i volatilitet og korrelasjon.

Våre resultater viser at fyringsolje er best egnet til sikring av Jet Kerosene, uavhengig av hvilken modell som benyttes *in-sample*. Fyringsolje 3M er favorisert av samtlige modeller, utenom EC-MGARCH som har favorisert 1M-kontrakten. Den enkle forklaringen på dette er at fyringsolje korrelerer mer med Jet Kerosene, sammenliknet med råoljekontraktene. Når vi sammenlikner råoljekontraktene viser det seg at Brent-kontraktene fjerner mer risiko enn WTI-kontraktene, men ingen av de gir høyere sikringseffektivitet enn fyringsolje.

De to siste årene av datautvalget er preget av en betydelig økning i basisrisiko sammenliknet med årene før. En økning i volatilitet kombinert med en svak korrelasjon gjør at ingen av modellene klarer å redusere risiko *out-of-sample*. Samtlige modeller overestimerer optimal sikringsrate. Det gjør at vi påfører porteføljen mer risiko enn vi fjerner, som igjen fører til at

sikringseffektiviteten er negativ. Dette betyr at en usikret portefølje med 12 og 24 måneder sikringshorisont bør foretrekkes. Analysen vår viser hvor følsom en kryss-sikringsstrategi er når basisrisikoen øker. Instrumenter med Jet Kerosene som underliggende, fremstår derfor mer attraktivt. Siden Jet Kerosene knapt eksisterer på børs, er alternativet til kryss-sikring å gå inn i OTC-markedet, til tross for de ulemper det medfører.

Vi kan selvsagt ikke utelukke at perioden som vi har data for, kan ha påvirket resultatene og at vi kunne ha fått andre resultater med en annen periode. For eksempel, dersom vi hadde benyttet 2015 som en del av vår *in-sample*-periode, tror vi modellene kunne ha gitt bedre resultat i *out-of-sample*-perioden. Ulempen med dette er at vi ikke hadde hatt mulighet til å se på en 24-måneders sikringshorisont. Det er òg en svakhet at vi ikke har kunnet ta hensyn til valutausikkerhet og kostnader knyttet til transaksjoner og rebalansering. I realiteten er dette noe flyselskapene må ta i betraktning.

Vi har observert at perioder med stort prisfall på olje etterfølges av en periode med høy basisrisiko og volatilitet. Dersom vi skulle ha arbeidet videre med dette spørsmålet, ville vi ha undersøkt en modell som tillater regimeskifter, for eksempel en *Threshold Autoregressive Model* (TAR) eller en *Markov Switching Model*.

## Referanser

- Abrantes, J. (u.d.). Low cost carriers and full service carriers: Evidences (or not?) of competition in lisbon and oporto cities. *TOURISMS PECTRUM*, 20.
- Adam-Müller, A.F. & Nolte, I. (2011). Cross hedging under multiplicative basis risk. *Journal of Banking & Finance*, 35(11), 2956–2964.
- Adams, Z. & Gerner, M. (2012). Cross hedging jet-fuel price exposure. *Energy Economics*, 34(5), 1301–1309.
- Alexander, C., Prokopczuk, M. & Sumawong, A. (2013). The (de) merits of minimum-variance hedging: Application to the crack spread. *Energy Economics*, 36, 698–707.
- Asghedom, A. (2013). *Libyan crude oil production levels influence international crude oil markets*. U.S Energy Information Administration. Hentet fra <https://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=13951>
- Baillie, R.T. & Myers, R.J. (1991a). Bivariate garch estimation of the optimal commodity futures hedge. *Journal of Applied Econometrics*, 6(2), 109–124.
- Baillie, R.T. & Myers, R.J. (1991b). Bivariate garch estimation of the optimal commodity futures hedge. *Journal of Applied Econometrics*, 6(2), 109–124.
- Bjørnland, H.C. & Thorsrud, L.A. (2014). *Applied time series for macroeconomics*. Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes, proceedings of the 1976 meetings of the business and economic statistics section. 177-191. I *American statistical association*.
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A.J. (2011). *Investment and portfolio management*. McGraw-Hill Irwin.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307–327.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized arch model. *The review of economics and statistics*, 498–505.
- Breeden, D.T. (1980). Consumption risk in futures markets. *The Journal of Finance*, 35(2), 503–520.

- Brenner, R.J. & Kroner, K.F. (1995). Arbitrage, cointegration, and testing the unbiasedness hypothesis in financial markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 30(01), 23–42.
- Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance*. Cambridge university press.
- Brown, S.L. (1985). A reformulation of the portfolio model of hedging. *American Journal of Agricultural Economics*, 67(3), 508–512.
- Casillo, A. (2004). Model specification for the estimation of the optimal hedge ratio with stock index futures: an application to the italian derivatives market. I *Conference on derivatives and financial stability in rome*.
- Central Intelligence Agency. (u.d.). *Country comparison:crude oil-production*. Hentet fra <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/rankorder/2241rank.html>
- Central Intelligence Agency. (2017, 09). *Saudi arabia*. Hentet fra <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/geos/sa.html>
- Chang, C.-L., McAleer, M. & Tansuchat, R. (2011). Crude oil hedging strategies using dynamic multivariate garch. *Energy Economics*, 33(5), 912–923.
- Christie, A.A. (1982). The stochastic behavior of common stock variances: Value, leverage and interest rate effects. *Journal of financial Economics*, 10(4), 407–432.
- Clifford, K. (2014, 11). *U.s. oil prices fall below \$80 a barrel*. The New York Times. Hentet fra [https://www.nytimes.com/2014/11/04/business/energy-environment/us-oil-prices-fall-below-80-a-barrel.html?\\_r=0](https://www.nytimes.com/2014/11/04/business/energy-environment/us-oil-prices-fall-below-80-a-barrel.html?_r=0)
- Clifford, K. (2015, 07). *A new stream of oil for iran, but not right away*. The New York Time. Hentet fra <https://www.nytimes.com/2015/07/15/business/international/iran-nuclear-deal-oil-prices.html>
- CME-Group. (2010). *"crude oil, natural gas, heating oil and gasoline futures and options"*. hentet fra. Hentet fra [https://www.cmegroup.com/trading/energy/files/EN-171\\_EnergyRetailBrochure\\_LowRes.pdf](https://www.cmegroup.com/trading/energy/files/EN-171_EnergyRetailBrochure_LowRes.pdf)

- CME-Group. (2013). *the world's most liquid crude oil benchmark".* Hentet fra <https://www.cmegroup.com/trading/energy/files/light-sweet-crude-oil-futures-options.pdf>
- Daft, J. & Albers, S. (2015). An empirical analysis of airline business model convergence. *Journal of Air Transport Management*, 46, 3–11.
- da Hsiang, D.L. (1996). The effect of the cointegration relationship on futures hedging: a note. *The Journal of Futures Markets (1986-1998)*, 16(7), 773.
- Ederington, L.H. (1979). The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, 34(1), 157–170.
- EIA. (2017). *Refining crude oil*. US Energy Information Administration. Hentet fra [https://www.eia.gov/energyexplained/index.cfm?page=oil\\_refining](https://www.eia.gov/energyexplained/index.cfm?page=oil_refining)
- Enders, W. (2015). *Applied econometric time series, fourth edition*. John Wiley & Sons, Inc.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987–1007.
- Engle, R.F. & Granger, C.W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251–276.
- Engle, R.F. & Kroner, K.F. (1995). Multivariate simultaneous generalized arch. *Econometric theory*, 11(01), 122–150.
- Engle, R.F. & Ng, V.K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The journal of finance*, 48(5), 1749–1778.
- Fawzi, A., Ford, M. & Coleman, M. (2014, 03). *Tight oil production pushes u.s. crude supply to over 10world total*. U.S Energy information Administration. Hentet fra <https://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=15571>
- Figlewski, S. (1984). Hedging performance and basis risk in stock index futures. *The Journal of Finance*, 39(3), 657–669.

- Gagnon, L. & Lypny, G. (1995). Hedging short-term interest risk under time-varying distributions. *Journal of Futures Markets*, 15(7), 767–783.
- Gjolberg, O. & Johnsen, T. (1999). Risk management in the oil industry: can information on long-run equilibrium prices be utilized? *Energy Economics*, 21(6), 517–527.
- Hemighaus, G., Boval, T., Bacha, J., Barnes, F., Franklin, M., Gibbs, L., . . . others (2007). Aviation fuels technical review. *Chevron Products Company*.
- Hicks, J.R. (1946). Value and capital, 1939. *Mathematical Appendix*, 311–2.
- Hill, J. & Schneeweis, T. (1982). The hedging effectiveness of foreign currency futures. *Journal of Financial Research*, 5(1), 95–104.
- House, B. & Wasson, E. (2015, 12). *Congress passes u.s. spending bill to end oil export ban*. Bloomberg: Hentet fra <https://www.bloomberg.com/politics/articles/2015-12-18/house-passes-u-s-spending-bill-that-ends-crude-oil-export-ban>
- Hull, J., Treepongkaruna, S., Colwell, D., Heaney, R. & Pitt, D. (2013). *Fundamentals of futures and options markets*. Pearson Higher Education AU.
- Inoue, A. & Kilian, L. (2005). In-sample or out-of-sample tests of predictability: Which one should we use? *Econometric Reviews*, 23(4), 371–402.
- Jagannathan, R. (1985). An investigation of commodity futures prices using the consumption-based intertemporal capital asset pricing model. *The Journal of Finance*, 40(1), 175–191.
- Ji, Q. & Fan, Y. (2011). A dynamic hedging approach for refineries in multiproduct oil markets. *Energy*, 36(2), 881–887.
- Johnson, L.L. (1960). The theory of hedging and speculation in commodity futures. *The Review of Economic Studies*, 27(3), 139–151.
- Kaldor, N. (1939). Speculation and economic stability. *The Review of Economic Studies*, 7(1), 1–27.
- Kenourgios, D., Samitas, A. & Drosos, P. (2008). Hedge ratio estimation and hedging effectiveness: the case of the s&p 500 stock index futures contract. *International Journal of Risk assessment and management*, 9(1-2), 121–134.

- Klemen, F. (August 30, 2013). Airline cost conference geneva. *International Air Transport Association*.
- Kroner, K.F. & Ng, V.K. (1998). Modeling asymmetric comovements of asset returns. *Review of Financial Studies*, 11(4), 817–844.
- Kroner, K.F. & Sultan, J. (1993). Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures. *Journal of financial and quantitative analysis*, 28(04), 535–551.
- Kummer, S. & Pauletto, C. (2012). The history of derivatives: A few milestones. I *Efta seminar on regulation of derivatives markets*.
- Lee, H.-T. (2010). Regime switching correlation hedging. *Journal of Banking & Finance*, 34(11), 2728–2741.
- Lence, S.H. (1995). The economic value of minimum-variance hedges. *American Journal of Agricultural Economics*, 353–364.
- Lien, D., Tse, Y.K. & Tsui, A.K. (2002). Evaluating the hedging performance of the constant-correlation garch model. *Applied Financial Economics*, 12(11), 791–798.
- Lien, D. & Yang, L. (2008). Asymmetric effect of basis on dynamic futures hedging: Empirical evidence from commodity markets. *Journal of Banking & Finance*, 32(2), 187–198.
- Lindahl, M. (1989). Measuring hedging effectiveness with r2: A note. *Journal of Futures Markets*, 9(5), 469–475.
- Lütkepohl, H. & Krätzig, M. (2004). *Applied time series econometrics*. Cambridge university press.
- McDonald, R.L. (2014). *Derivatives markets*. Pearson Education Limited, third edition.
- Mlada, S. (2016, 02). *North american shale breakeven prices: What to expect from 2017*. Rystad Energy. Hentet fra <https://www.rystadenergy.com/NewsEvents/PressReleases/shale-breakeven-prices-2017>
- Mouawad, J. (2017, 11). *Rising demand for oil provokes new energy crisis*. The New York Time. Hentet fra [http://www.nytimes.com/2007/11/09/business/worldbusiness/09oil.html?\\_r=1&hp&oref=slogin](http://www.nytimes.com/2007/11/09/business/worldbusiness/09oil.html?_r=1&hp&oref=slogin)

- Nelson, D.B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347–370.
- Oslo.Børs. (2010). *Alt du trenger å vite om opsjoner, forwards & futures*. Oslo Børs. Hentet fra [www.oslobors.no/Oslo-Boers/Produkter-og-tjenester/Publikasjoner](http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Produkter-og-tjenester/Publikasjoner)
- Pareto-Securities.AS. (2016). "alminnelige forretningsvilkår, retningslinjer for ordreførelse, særlige vilkår knyttet til internetthandel og informasjon om finansielle instrumenter og andeler i deltakerlignede selskaper ". Pareto Securities AS. Hentet fra <http://www.paretosec.com/download/compliance/Alminneligeforretningsvilkaar.pdf>
- Powell, B. (2013, 01. 04). *Ultra-low sulfur diesel futures contract replaces heating oil*, hentet fra: Bloomberg. Hentet fra <https://www.bloomberg.com/news/articles/2013-04-01/ultra-low-sulfur-diesel-futures-contract-replaces-heating-oil>
- Sharma, G. (2015, 12). *Oil market rout: Winners, losers and cost implications for 2016*. Forbes. Hentet fra <https://www.forbes.com/sites/gauravsharma/2015/12/11/oil-market-rout-winners-losers-and-cost-implications-for-2016/#64ac71264ac7>
- Soldatkin, V. (2017, 05). *Russian oil output declines, almost at global pact target*. Reuters. Hentet fra <http://www.reuters.com/article/us-russia-energy-production-idUSKBN17Y0EQ>
- Stein, J.L. (1961). The simultaneous determination of spot and futures prices. *The American Economic Review*, 51(5), 1012–1025.
- Telser, L.G. (1958). Futures trading and the storage of cotton and wheat. *Journal of Political Economy*, 66(3), 233–255.
- TOCOM. (2017). Tokyo Commodity Exchange :. Hentet fra <https://www.tocom.or.jp/>
- Turner, P.A. & Lim, S.H. (2015). Hedging jet fuel price risk: The case of us passenger airlines. *Journal of Air Transport Management*, 44, 54–64.
- Varederivater. (1999, 11). Norges Offentlige Utredninger (NOU). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-1999-29/id116779/sec3>
- Vasigh, B., Fleming, K. & Humphreys, B. (2014). *Foundations of airline finance: Methodology and practice*. Routledge.



Working, H. (1949). The theory of price of storage. *The American Economic Review*, 39(6), 1254-1262.

# A Tabeller

## A.1 Deskriptiv statistikk

Tabell A.1: ADF test for stasjonaritet

Kontrakt	Log-avkastning	Prisform
Jet Kerosene	60,75**	-1.818
WTI-1mnd	53,86**	-2.250
WTI-3mnd	54,73**	-2.111
WTI-6mnd	55,53**	-2.095
Brent-1mnd	54,67**	-1.866
Brent-3mnd	54,49**	-1.763
Brent-6mnd	54,26**	-1.757
Heating-1mnd	53,57**	-1.894
Heating-3mnd	52,97**	-1.790
Heating-6mnd	53,16**	-1.758

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.2: Fordeling - log-avkastning

Kontrakt:	Excess kurtosis	Skewness	Min	maks
Jet Kerosene	5.4382	0.11758	-0.1168	0.1345
Brent 1M	3.7235	-0.13015	-0.0969	0.0924
Brent 3M	3.2488	-0.25068	-0.0898	0.0819
Brent 6M	3.3799	-0.27061	-0.0894	0.0778
Heating 1M	3.9566	-0.24867	-0.0949	0.0791
Heating 3M	3.6668	-0.15117	-0.0913	0.0732
Heating 6M	3.3429	-0.17055	-0.0826	0.0632
WTI 1M	6.1190	-0.04081	-0.1306	0.1313
WTI 3M	3.9429	-0.35073	-0.1057	0.0880
WTI 6M	3.8924	-0.3901	-0.0986	0.0862

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

## A.2 OLS

Tabell A.3: OLS

Kontrakt	$\beta$	Log-likelihood	$R^2$	S.E HACSE	T-HACSE
BRENT 1M	0.7577	4798.15	0.586429	0.031349	24.173
BRENT 3M	0.8151	4842.28	0.609104	0.033823	24.099
BRENT 6M	0.8637	4835.34	0.605623	0.037634	22.950
HEATING 1M	0.8720	5131.61	0.72993	0.030864	28.255
HEATING 3M	0.9274	<b>5144.29</b>	<b>0.734271</b>	0.027679	33.509
HEATING 6M	0.9770	5072.8	0.708851	0.033545	29.127
WTI 1M	0.5927	4615.47	0.477676	0.031811	22.490
WTI 3M	0.7154	0.561367	0.561367	0.030249	24.883
WTI 6M	0.7836	4767.09	0.569683	0.037551	20.868

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.4: OLS-tester

Kontrakt	AR 1-2 test	ARCH-test	Nomal-test
Brent 1M	16.160 **	15.122**	2189.1**
Brent 3M	18.089**	12.992**	3067.9**
Brent 6M	18.390 **	13.822**	3158.3**
Heating 1M	50.461**	41.470**	3125.6**
Heating 3M	39.276**	22.278**	3763.2**
Heating 6M	29.121**	24.632**	3263.5**
WTI 1M	0.35132	68.718 **	1328.9**
WTI 3M	4.8020**	19.844**	1697.0**
WTI 6M	8.5740**	14.355**	1960.9 **

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.5: OLS - Standardavvik til sikret portefølje

Kontrakt	In Sample			Out of sample		
	1M	3M	6M	1M	3M	6M
Brent	0.0113	0.0110	0.0110	0.0351	0.0353	0.0351
Heating	0.0091	<b>0.0090</b>	0.0095	0.0371	0.0347	0.0347
WTI	0.0127	0.0116	0.0115	<b>0.0332</b>	0.0344	0.0352

### A.3 VECM

Tabell A.6: Valg av lag-lengde

Brent:	SC	HQ	AIC	Heating:	SC	HQ	AIC	WTI:	SC	HQ	AIC
1M	3	3	6	1M	3	3	4	1M	1	1	6
3M	3	3	6	3M	3	3	6	3M	1	3	6
6M	3	3	6	3M	3	3	6	6M	1	3	6

Tabell A.7: Rang-test

Rang	BRENT 1M	BRENT 3M	BRENT 6M
0	37.684 [0.000] **	35.229 [0.000] **	33.984 [0.000] **
1	5.3924 [0.020] *	3.8359 [0.050]	3.4243 [0.064]
Rang	HEATING 1M	HEATING 3M	HEATING 6M
0	22.198 [0.003] **	32.901 [0.000] **	38.788 [0.000] **
1	3.7996 [0.051]	4.0861 [0.043] *	3.9177 [0.048] *
Rang	WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
0	24.809 [0.001] **	15.966 [0.041] *	16.783 [0.030] *
1	5.6465 [0.017] *	4.3117 [0.038] *	4.2359 [0.040] *

\*Forkastes til 5% signifikans, \*\*forkastes til 1% signifikans

Tabell A.8: WTI - Rangtest 2007-2017

Rang	WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
0	64.310 [0.000] **	31.065 [0.000] **	28.563 [0.000] **
1	2.1508 [0.142]	2.6943 [0.101]	2.4923 [0.114]

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.9: Nullhypotese:  $\alpha_{21} = 0$

BRENT 1M	BRENT 3M	BRENT 6M
0.62348 [0.7322]	0.85240 [0.3559]	0.14339 [0.7049]
HEATING 1M	HEATING 3M	HEATING 6M
8.2175 [0.0041]**	5.0966 [0.0240]*	3.2519 [0.0713]
WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
0.42088 [0.5165]	0.11870 [0.7305]	0.050454 [0.8223]

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.10: Nullhypotese:  $\alpha_{11} = 0$

BRENT 1M	BRENT 3M	BRENT 6M
14.706 [0.0001]**	15.097 [0.0001]**	12.175 [0.0005]**
HEATING 1M	HEATING 3M	HEATING 6M
1.4739 [0.2247]	0.068499 [0.7935]	1.5491 [0.2133]
WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
4.6776 [0.0306]*	2.2842 [0.1307]	2.8892 [0.0892]

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.11: Nullhypotese:  $\beta_{12} = -1$

BRENT 1M	BRENT 3M	BRENT 6M
0.62348 [0.7322]	6.6188 [0.0365]*	15.539 [0.0004]**
HEATING 1M	HEATING 3M	HEATING 6M
1.1955 [0.2742]	5.6609 [0.0173]*	19.088 [0.0000]**
WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
2.9479 [0.2290]	4.1246 [0.1272]	6.5151 [0.0385]*

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.12: VECM - Brent 1M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0138552	0.03912**	0.151077	0.03977
$\Delta F_{t-1}$	0.0222226	0.03857**	-0.145127	0.03921
$\Delta S_{t-2}$	-0.127117	0.03938	-0.0549007	0.04003**
$\Delta F_{t-2}$	0.160299	0.03847	0.00541369	0.03910**
CI	-0.0512928	0.01254	-0.00904773	0.01275**
Const	0.00652943	0.001629	0.00129083	0.001656**
$\alpha$	-0.044355	0.0078533	0.0000	-
$\beta$	1.0000	-	-1.0000	-

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.13: VECM - Brent 3M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0194024	0.04009**	0.125701	0.03874
$\Delta F_{t-1}$	0.0278152	0.04165**	-0.120542	0.04025
$\Delta S_{t-2}$	-0.137968	0.04027	-0.0280186	0.03891**
$\Delta F_{t-2}$	0.179048	0.04149	-0.00244809	0.04010**
CI	-0.0549168	0.01353	-0.0112739	0.01307**
Const	-0.00957475	0.002429	-0.00189547	0.002347**
$\alpha$	-0.045661	0.0082361	0.00000	-
$\beta$	1.0000	-	-1.0658	0.025255

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.14: VECM - Brent 6M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0268132	0.03996**	0.103623	0.03637
$\Delta F_{t-1}$	0.0387378	0.04417**	-0.0988617	0.04020
$\Delta S_{t-2}$	-0.142253	0.04011	-0.0229271	0.03650**
$\Delta F_{t-2}$	0.196729	0.04400	0.00706803	0.04005**
CI	-0.0481346	0.01312	-0.00425420	0.01194**
Const	-0.0289123	0.007929	-0.00250015	0.007216**
$\alpha$	-0.044439	0.0080336	0.0000	-
$\beta$	1.0000	-	-1.1589	0.028566

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.15: VECM - Heating 1M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0804833	0.05033**	0.163869	0.04910
$\Delta F_{t-1}$	0.0970354	0.05089**	-0.147255	0.04964
$\Delta S_{t-2}$	-0.131360	0.05053	0.0210115	0.04929**
$\Delta F_{t-2}$	0.151613	0.05065	-0.00411139	0.04941
CI	0.0123503	0.01591**	0.0420856	0.01552
Const	0.000189188	0.0004530**	0.000438226	0.0004419**
$\alpha$	0.012350	0.015908**	0.042086	0.015518
$\beta$	1.0000	-	-1.0000	-

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.16: VECM - Heating 3M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0763173	0.05015**	0.113509	0.04635
$\Delta F_{t-1}$	0.0993941	0.05363**	-0.0974484	0.04957
$\Delta S_{t-2}$	-0.174250	0.05027	-0.0372740	0.04647**
$\Delta F_{t-2}$	0.217259	0.05339	0.0619482	0.04935**
CI	-0.00526866	0.01869**	0.0420416	0.01728
Const	-0.00124130	0.004829**	0.0109472	0.004463
$\alpha$	-0.0052675	0.018693**	0.042042	0.017278
$\beta$	1.0000	-	-1.0522	0.018602

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.17: VECM - Heating 6M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0483225	0.04744**	0.0951603	0.04101
$\Delta F_{t-1}$	0.0728459	0.05449**	-0.0855556	0.04710**
$\Delta S_{t-2}$	-0.177433	0.04758	-0.0494795	0.04113**
$\Delta F_{t-2}$	0.244377	0.05429	0.0887797	0.04692**
CI	-0.0240026	0.01821**	0.0300686	0.01574
Const	-0.0155156	0.01187**	0.0196832	0.01026**
$\alpha$	-0.024002	0.018209**	0.030069	0.015740
$\beta$	1.0000	-	-1.1341	0.018738

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.18: VECM - WTI 1M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
CI	-0.0148540	0.004685	-0.00205792	0.005480**
Const	0.00329876	0.001088	0.000550240	0.001273**
$\alpha$	-0.013635	0.0033784	0.00000	-
$\beta$	1.0000	-	-1.0000	-

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.19: VECM - WTI 3M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.00344841	0.03763**	0.0944358	0.03963
$\Delta F_{t-1}$	0.00865123	0.03566**	-0.103220	0.03755
$\Delta S_{t-2}$	-0.142546	0.03789	-0.0986955	0.03990
$\Delta F_{t-2}$	0.179434	0.03573	0.0811461	0.03762
CI	-0.0119052	0.004641	-0.00492102	0.004888**
Const	0.00249780	0.001020	0.00101856	0.001074**
$\alpha$	-0.0083908	0.0030580	0.00000	-
$\beta$	1.0000	-	-1.0000	-

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans



Tabell A.20: VECM - WTI 6M

	$\Delta S$		$\Delta F$	
	Koeffesient	Standardfeil	Koeffesient	Standardfeil
$\Delta S_{t-1}$	-0.0165464	0.03813**	0.0995579	0.03690
$\Delta F_{t-1}$	0.0236155	0.03943**	-0.111444	0.03815
$\Delta S_{t-2}$	-0.141565	0.03836	-0.0659223	0.03712**
$\Delta F_{t-2}$	0.189254	0.03942	0.0708540	0.03814*
CI	-0.0113164	0.005244	0.000925501	0.005074**
<i>Const</i>	-0.0199649	0.009327	0.00166154	0.009026
$\alpha$	-0.012043	0.0034065	0.00000	-
$\beta$	1.0000	-	-1.4402	0.13877

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.21: VECM - Log-likelihood

	1M	3M	6M
Brent:	8960.16887	9086.93164	9170.57442
Heating:	9348.04899	9447.34405	<b>9477.30298</b>
WTI:	8490.5811	8819.851	8970.24765

Tabell A.22: VECM - Strukturelle Residualer

<b>Brent</b>	1M	3M	6M
$\sigma_S$	0.017352	0.017337	0.017344
$\sigma_F$	0.017638	0.016754	0.015785
$\rho_{FS}$	0.77946	0.79336	0.79068
<b>Heating</b>	1M	3M	6M
$\sigma_S$	0.017512	0.017465	0.017428
$\sigma_F$	0.017083	0.016143	0.015065
$\rho_{FS}$	0.86589	0.86708	0.85123
<b>WTI</b>	1M	3M	6M
$\sigma_S$	0.017493	0.017383	0.017407
$\sigma_F$	0.020461	0.018306	0.016846
$\rho_{FS}$	0.69263	0.75208	0.76023

Tabell A.23: VECM - Standardavvik til sikret portefølje

	In Sample			Out of Sample		
	1M	3M	6M	1M	3M	6M
<b>Brent</b>	0.0113	0.0110	0.0110	0.0352	0.0354	0.0352
<b>Heating</b>	0.0091	<b>0.0090</b>	0.0095	0.0373	0.0348	0.0347
<b>WTI:</b>	0.0127	0.0116	0.0115	<b>0.0331</b>	0.0343	0.0352

## A.4 EC-MGARCH

Tabell A.24: Testresultat for asymmetri i volatilitet

BRENT 1M	BRENT 3M	BRENT 6M
0.6258	0.4808	0.3758
HEATING 1M	HEATING 3M	HEATING 6M
0.6970	0.3223	0.2974
WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
0.0864	0.0403**	0.0200**

(\*\*Forkaster  $H_0$  hvis  $p < 0,05$ )

Tabell A.25: Scalar-BEKK mot Diagonal-Bekk

BRENT 1M	BRENT 3M	BRENT 6M
5.8259 [0.0543]	10.902 [0.0043] **	12.461 [0.0020] **
HEATING 1M	HEATING 3M	HEATING 6M
14.959 [0.0006] **	10.215 [0.0061] **	7.4278 [0.0244] *
WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
7.9896 [0.0184] *	9.8205 [0.0074] **	14.801 [0.0006] **

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.26: EC-MGARCH - Brent

	Brent 1M		Brent 3M		Brent 6M	
Mean.	Koeff.	Std.feil	Koeff.	Std.feil	Koeff.	Std.feil
$C_S$	0.00635	0.00221	-0.00709	0.00291	-0.01904	0.00868
$C_F$	0.00089	0.00249**	0.00002	0.00284**	0.00285	0.00791*
$CI_{S,t-1}$	-0.05139	0.01809	-0.04042	0.01607	-0.03170	0.01435
$CI_{F,t-1}$	-0.00639	0.02024**	-0.00035	0.01582**	0.00467	0.01314**
<b>Varians</b>						
$c_{11}$	0.00165	0.000442	0.00169	0.00063	0.00157	0.00049
$c_{12}$	0.00125	0.000585	0.00133	0.00086**	0.00111	0.00060*
$c_{22}$	0.00110	0.000321	0.00101	0.00040	0.00086	0.00030
$b_{11}$	0.97535	0.008128	0.97479	0.01174	0.97672	0.00865
$b_{22}$	0.96949	0.013788	0.96673	0.02147	0.96957	0.01484
$a_{11}$	0.19022	0.029323	0.19108	0.03800	0.18591	0.02997
$a_{22}$	0.22459	0.044632	0.23497	0.06357	0.22891	0.04631

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.27: EC-MGARCH - Heating

	Heating 1M		Heating 3M		Heating 6M	
Mean	Koeff.	Std.feil	Koeff.	Std.feil	Koeff.	Std.feil
$C_S$	0.00043	0.00044**	0.00071	0.00567**	-0.00746	0.01131**
$C_F$	0.00088	0.00054**	0.01416	0.00586	0.01911	0.00953
$CI_{S,t-1}$	0.01067	0.01989**	0.00140	0.02145**	-0.01167	0.01724**
$CI_{F,t-1}$	0.06559	0.02250	0.05306	0.02153	0.02909	0.0144
<b>Varians</b>						
$c_{11}$	0.00275	0.00048	0.00237	0.00064	0.00179	0.00058
$c_{12}$	0.00300	0.00066	0.00229	0.00105	0.00119	0.00069
$c_{22}$	0.00148	0.00032	0.00119	0.00036	0.00085	0.00034
$b_{11}$	0.94815	0.01116	0.96192	0.01365	0.97455	0.01097
$b_{22}$	0.92789	0.01959	0.94531	0.02936	0.97109	0.01742
$a_{11}$	0.26926	0.03091	0.22324	0.03458	0.18857	0.03641
$a_{22}$	0.32063	0.04499	0.28068	0.06595	0.21559	0.05478

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.28: EC-MGARCH - WTI

	WTI 1M		WTI 3M		WTI 6M	
Mean	Koeff.	Std.feil	Koeff.	Std.feil	Koeff.	Std.feil
$C_S$	0.00144	0.00101**	0.00171	0.00108**	-0.01204	0.00937**
$C_F$	0.00014	0.00102**	0.00064	0.00098**	0.00460	0.00984**
$CI_{S,t-1}$	-0.00584	0.00428**	-0.00746	0.00449**	-0.00685	0.00527**
$CI_{F,t-1}$	0.00044	0.00478**	-0.00221	0.00451**	0.00250	0.00550**
<b>Varians</b>						
$c_{11}$	0.00163	0.00030	0.96951	0.00028	0.00150	0.00027
$c_{12}$	0.00137	0.00037	0.18914	0.00031	0.00106	0.00028
$c_{22}$	0.00126	0.00023	0.23045	0.00022	0.00092	0.00020
$b_{11}$	0.97261	0.00450	0.97697	0.00388	0.97773	0.00363
$b_{22}$	0.96381	0.00757	0.96951	0.00601	0.96944	0.00557
$a_{11}$	0.20912	0.01769	0.18914	0.01731	0.18488	0.01672
$a_{22}$	0.25195	0.02537	0.23045	0.02241	0.23210	0.02134

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.29: Stasjonærhetskriterier for Varians

	Brent 1M	Brent 3M	Brent 6M
$a_{11}^2 + b_{11}^2$	0.9875	0.9867	0.9886
$a_{22}^2 + b_{22}^2$	0.9904	0.9898	0.9925
$a_{11}a_{22} + b_{11}b_{22}$	0.9883	0.9873	0.9896
	Heating 1M	Heating 3M	Heating 6M
$a_{11}^2 + b_{11}^2$	0.9715	0.9751	0.9853
$a_{22}^2 + b_{22}^2$	0.9638	0.9724	0.9895
$a_{11}a_{22} + b_{11}b_{22}$	0.9661	0.9720	0.9870
	WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
$a_{11}^2 + b_{11}^2$	0.9897	0.9903	0.9901
$a_{22}^2 + b_{22}^2$	0.9924	0.9931	0.9937
$a_{11}a_{22} + b_{11}b_{22}$	0.9901	0.9908	0.9908

Tabell A.30: EC-MGARCH - Log Likelihood

Kontrakt	1M	3M	6M
Brent	9325.903	9471.473	9552.016
Heating	9707.575	9793.781	<b>9818.31</b>
WTI	8976.62	9171.523	9325.61

Tabell A.31: EC-MGARCH - Normalitetstest

Brent 1M	Brent 3M	Brent 6M
1474.3 [0.0000]**	1555.9 [0.0000]**	1505.9 [0.0000]**
Heating 1M	Heating 3M	Heating 6M
263.9 [0.0000]**	2323.3 [0.0000]**	2043.5 [0.0000]**
WTI 1M	WTI 3M	WTI 6M
983.15 [0.0000]**	991.27 [0.0000]**	1040.6 [0.0000]**

\* forkaster  $H_0$  til 5% signifikans, \*\* - forkaster  $H_0$  til 1% signifikans

Tabell A.32: EC-MGARCH - Min/Maks Hedge Ratio

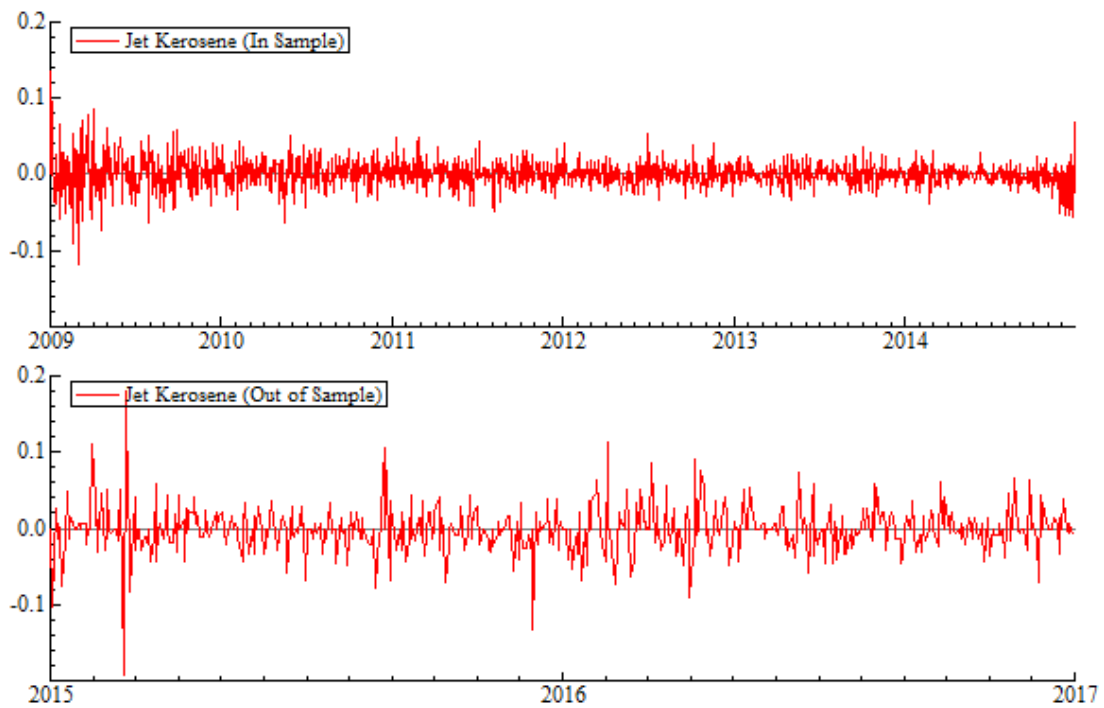
Kontrakt:	1M		3M		6M	
Brent:	-0.0010	1.1918	-0.0077	1.1619	0.0067	1.2332
Heating:	-0.06714	1.5542	0.09297	1.5845	0.1887	1.5010
WTI:	0.0928	1.0693	0.0904	1.1366	0.0840	1.2293

Tabell A.33: EC-MGARCH - Gjennomsnittlig standardavvik til sikret portefølje

Kontrakt	In Sample			Out of sample		
	1M	3M	6M	1M	3M	6M
Brent:	0.0102	0.0097	0.0098	0.0321	0.0322	0.0316
Heating:	0.0082	0.0081	0.0084	0.0356	0.0331	0.0321
WTI:	0.0116	0.0106	0.0104	0.0315	0.0315	0.0316

## B Figurer

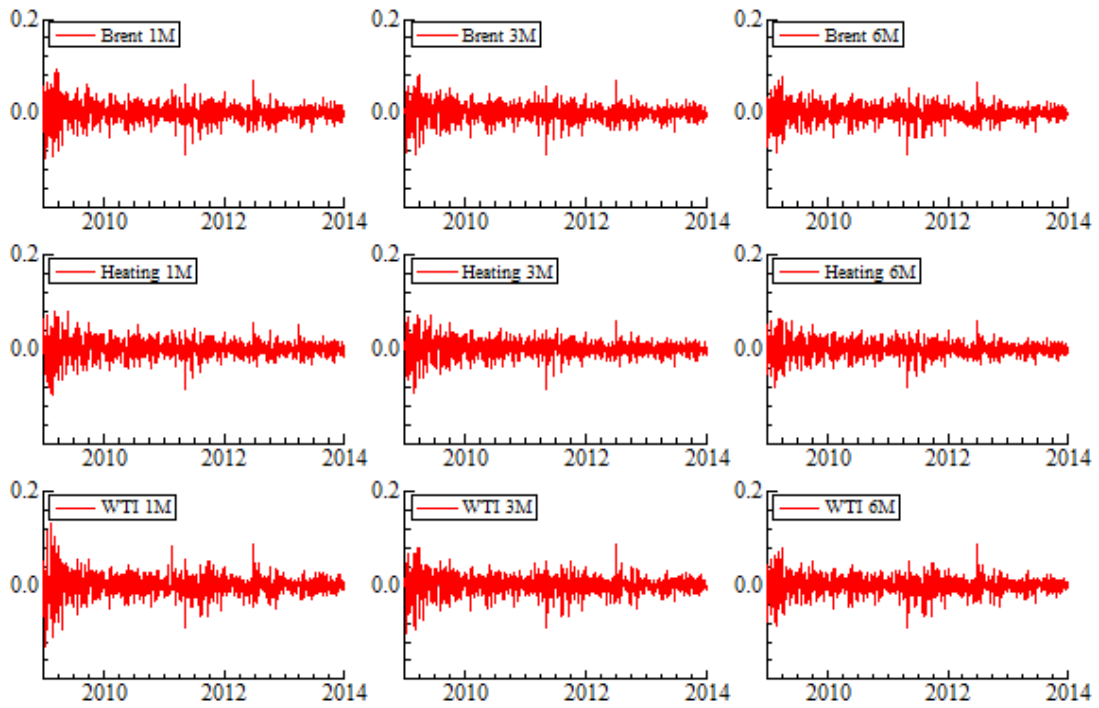
Figur B.1: Avkastning - Jet Kerosene (In/Out of Sample)



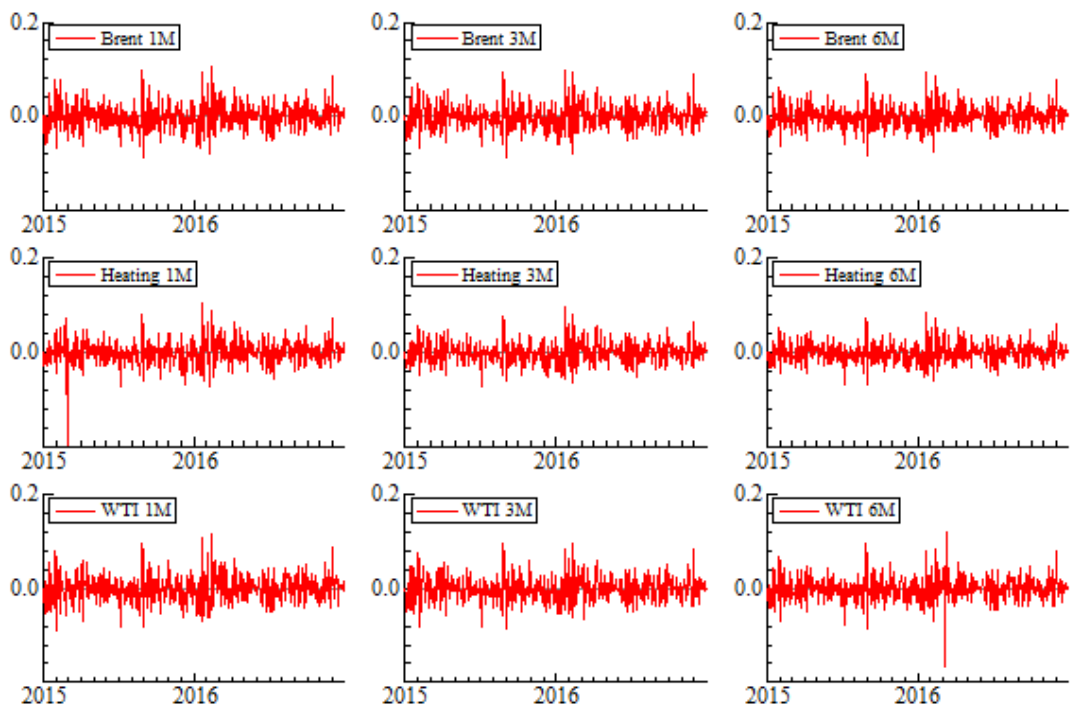
---

<sup>29</sup>Basert på periodens gjennomsnitt

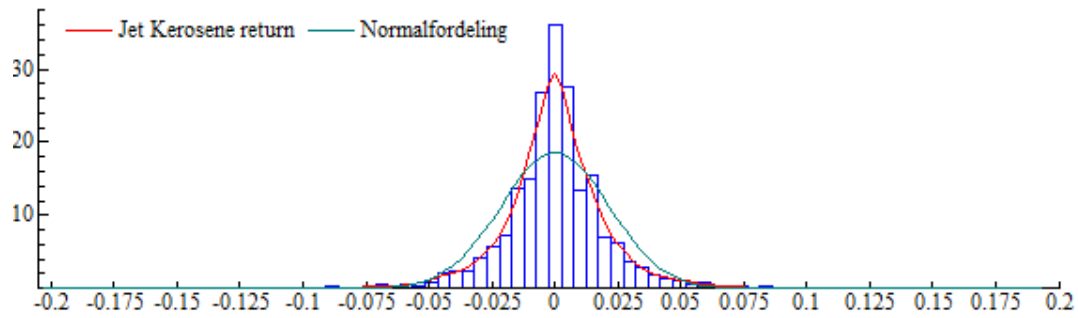
Figur B.2: Avkastning - Futures (In sample)



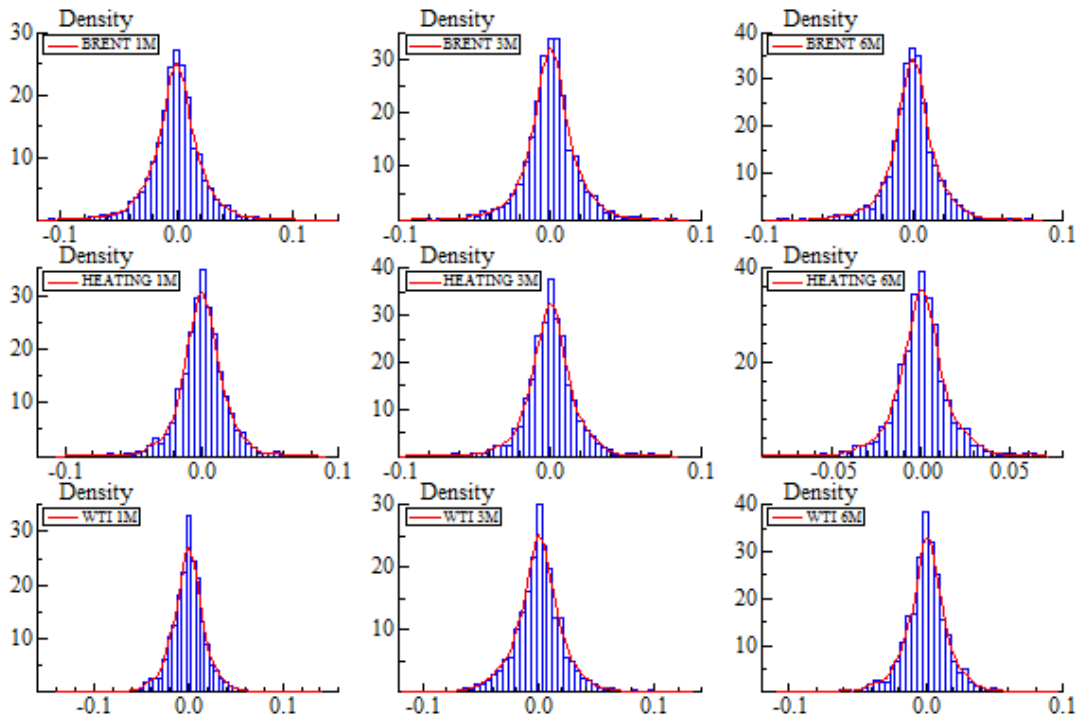
Figur B.3: Avkastning - Futures (Out of sample)



Figur B.4: Fordeling - Jet Kerosene return

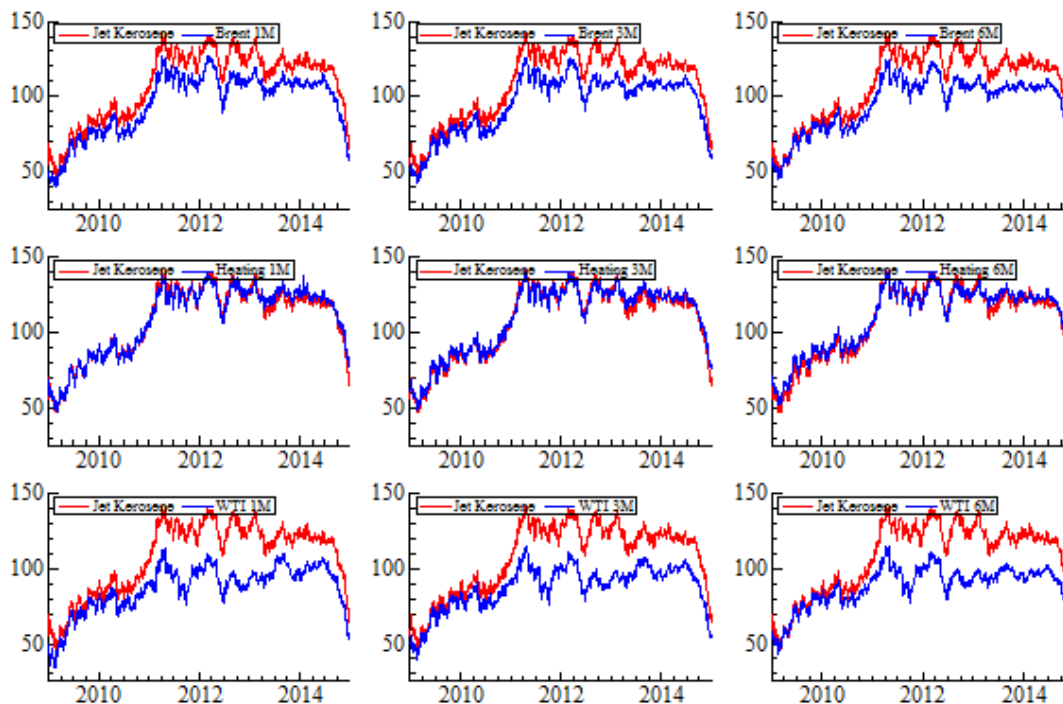


Figur B.5: Fordeling - Futurekontrakter

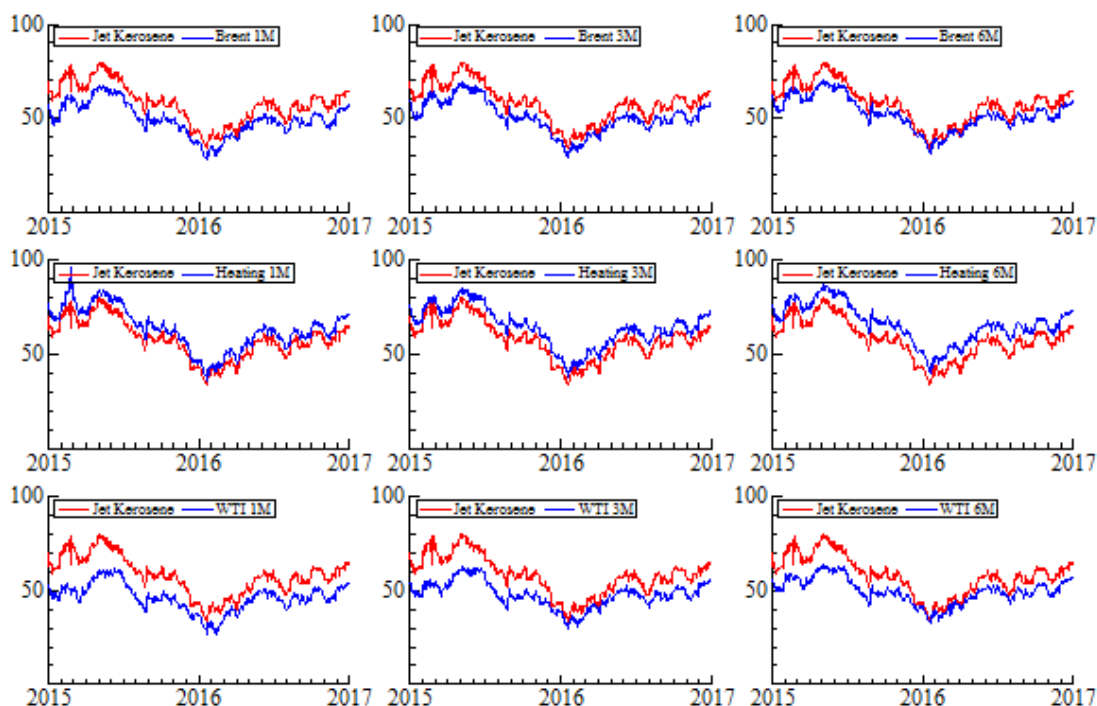




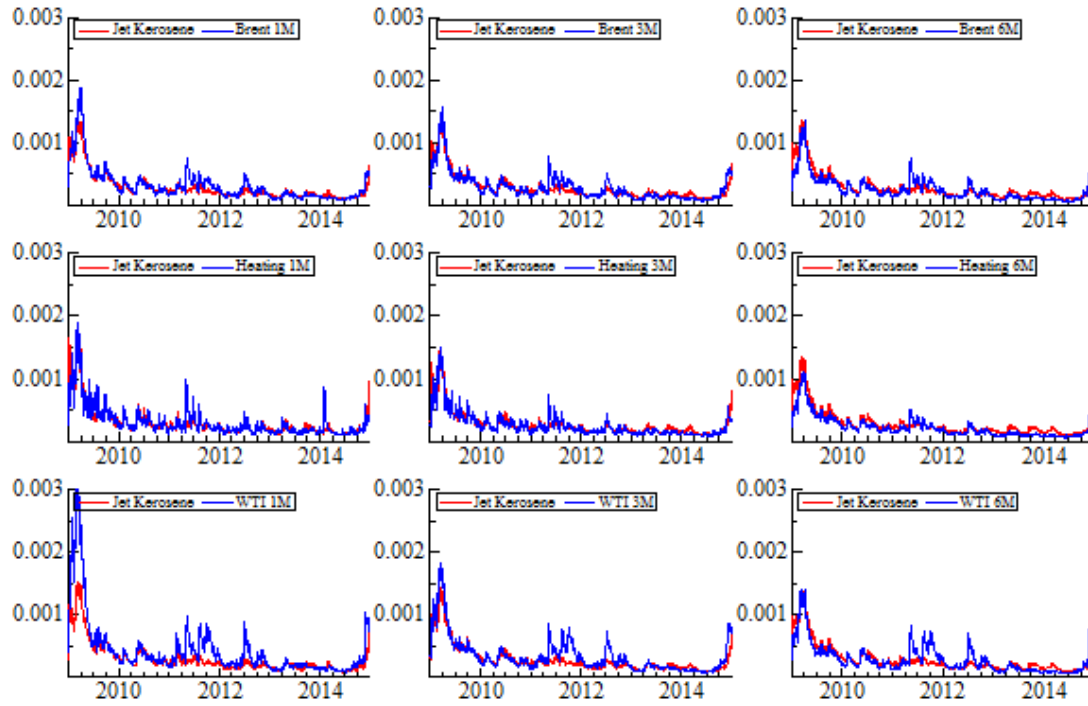
Figur B.6: Prisutvikling - Jet Kerosene mot Futures (In sample)



Figur B.7: Prisutvikling - Jet Kerosene mot Futures (Out of sample)



Figur B.8: Betinget varians - In sample



Figur B.9: Betinget korrelasjon - In sample

