

Kristin Amundsen

## **Instructional coherence i kinesisk matematikkundervisning**

En kvalitativ studie om en lærers bruk av instructional coherence i en undervisningsøkt om divisjon med brøk i en kinesisk 6. klasse

Masteroppgave i matematikdidaktikk

Veileder: Liping Ding

Trondheim, mai 2017

Kristin Amundsen

## **Instructional coherence i kinesisk matematikkundervisning**

En kvalitativ studie om en lærers bruk av instructional coherence i en undervisningsøkt om divisjon med brøk i en kinesisk 6. klasse

Masteroppgave i matematikdidaktikk  
Veileder: Liping Ding  
Trondheim, mai 2017

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning

 **NTNU**  
Kunnskap for en bedre verden

## Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på mine fem år som lærerstudent. Å skrive masteroppgave har vært en stor utfordring, og bestått av både oppturer og nedturer. Når jeg nå endelig er ved enden av prosjektet er det noen jeg ønsker å takke.

Først og fremst tusen takk til skolen, lærerne og elevene i Kina som lot meg ta av deres tid og gjøre undersøkelsene mine hos dem. En særlig takk til læreren jeg observerte og intervjuet på skolen i Shanghai som jeg har lært mye av, og som jeg håper å opprettholde et godt samarbeid med i tiden fremover.

Takk til Liping Ding for all god veiledning, for å fikse kontakt med skole, for å bli med på reisen til Kina og for å gi meg en fantastisk opplevelse og erfaring jeg ikke ville vært foruten. Du har vært svært tålmodig med meg på min reise fra å føle meg totalt avhengig av dine meninger til å bli selvstendig og ha tro på mitt eget arbeid.

Takk til NTNU for deres velvilje til å støtte prosjektet mitt og reisen til Kina økonomisk.

Takk til familien min for mye god hjelp og støtte, for å sette ting i perspektiv for meg og for å være mine profesjonelle «språkvaskere».

Takk til min fantastiske samboer, Even Kallevik, som har vært svært tålmodig, støttet meg og lagt til rette for at jeg skulle oppnå best mulig resultat.

Og ikke minst vil jeg rette en stor takk til alle mine medstudenter på masterstudiet, særlig den dyktige, morsomme og herlige gjengen jeg har vært så heldig å dele kontor med. Takk for gode lunsjavbrekk og alle de faglige diskusjonene som har bidratt til forbedring av oppgaven.

Kristin Amundsen

Trondheim, mai 2017



# Innholdsliste

<b>1.0 Innledning</b> .....	<b>1</b>
1.1 Bakgrunn og formål med studien.....	1
1.2 Avgrensning og forskningsspørsmål.....	3
1.3 Oppgavestruktur.....	4
<b>2.0 Teori</b> .....	<b>5</b>
2.1 Utvikling av matematisk forståelse gjennom undervisning og læring.....	5
2.2 Internasjonal forskning av undervisningspraksis.....	8
2.3 Forskningsstudier om undervisning i Kina.....	11
2.3.1 Variasjonspraksis.....	11
2.3.2 Forskningsstudier om instructional coherence.....	13
2.3.3 Kunnskapspakke.....	16
2.4 Divisjon med brøk i undervisningsbok og forskningsstudier.....	18
2.4.1 Algoritmer og misoppfatninger.....	19
2.4.2 Kinesisk undervisning av divisjon med brøk.....	20
2.4.3 Rikere forståelse ved bruk av fellesnevner-algoritme.....	22
2.5 Teoretisk rammeverk.....	22
<b>3.0 Metode</b> .....	<b>27</b>
3.1 Mål og forskningsdesign for oppgaven.....	27
3.2 Datainnsamling.....	28
3.2.1 Forarbeid i Norge.....	28
3.2.2 Feltarbeid i Kina.....	30
3.3 Analysemetode.....	33
3.3.1 Transkripsjon og etterarbeid.....	33
3.3.2 Utvikling av analysekoder.....	34
3.3.3 Analyseprosessen.....	36
3.4 Validitet og reliabilitet.....	38
3.5 Etske betraktninger.....	39
<b>4.0 Analyse</b> .....	<b>41</b>
4.1 Analyse av lærerens planleggingsdokument.....	41
4.1.1 Nøkkelkonseptet resiprok.....	42
4.1.2 Inverse operasjoner og standardalgoritmen.....	43

4.1.3	Konseptet resiprok legger grunnlag for divisjon med brøk .....	45
4.2	Observasjon av undervisningsprosessen .....	46
4.2.1	Oppfriskning av forkunnskaper .....	48
4.2.2	Fra det spesifikke til det generelle .....	49
4.2.3	Elevaktiv oppsummering .....	50
4.2.4	Aktiviteter viet til oppnåelse av læringsmål .....	51
4.3	Lærerens interaksjon med klassen .....	52
4.3.1	Tydelige og eksplisitte overganger mellom aktiviteter.....	52
4.3.2	Kobling av ny kunnskap til gammel .....	53
4.3.3	Elevenes begrunnelser og forklaringer av fremgangsmåter.....	55
4.3.4	Forklaring av målene for undervisningsøkten .....	56
4.3.5	Diskursen utdyper hensikten med aktivitetene .....	57
4.4	Lærerens holdninger til matematikk og undervisning .....	58
4.4.1	Matematikk som et hierarki .....	58
4.4.2	Viktigheten av begrunnelse og resonnering.....	59
4.4.3	Selvstendig læring som mål for undervisningen.....	60
<b>5.0</b>	<b>Diskusjon .....</b>	<b>63</b>
5.1	Forståelse av matematikk.....	63
5.2	Instructional coherence i kinesisk undervisning .....	64
5.3	Undervisning av divisjon med brøk .....	66
<b>6.0</b>	<b>Konklusjon og veien videre .....</b>	<b>69</b>
6.1	Karakteristiske trekk av instructional coherence .....	69
6.2	Studiens bidrag til forskningsfeltet og metodens innvirkning .....	71
6.3	Didaktiske implikasjoner .....	72
<b>Litteraturliste</b>	<b>.....</b>	<b>75</b>

## Figuroversikt

<b>Figur 1:</b> Kunnskapspakke for divisjon med brøk (Ma, 2010).....	<b>18</b>
<b>Figur 2:</b> Planleggingsdokument – Oppgaver om å finne det resiproke av et tall.....	<b>43</b>
<b>Figur 3:</b> Planleggingsdokument - Tabell som viser sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon med brøk som inverse operasjoner.....	<b>44</b>
<b>Figur 4:</b> Planleggingsdokument - Oppgaver som løses ved hjelp av standardalgoritmen for divisjon med brøk .....	<b>45</b>
<b>Figur 5:</b> Aktivitetene i undervisningsøkten .....	<b>47</b>

## Tabelloversikt

<b>Tabell 1:</b> Innhentet datamateriale.....	<b>33</b>
<b>Tabell 2:</b> Data som ble oversatt.....	<b>34</b>
<b>Tabell 3:</b> Data som ble brukt i analysen.....	<b>34</b>
<b>Tabell 4:</b> Koder for å analysere karakteristiske trekk av instructional coherence .....	<b>36</b>
<b>Tabell 5:</b> Sammenheng mellom aktiviteter .....	<b>52</b>
<b>Tabell 6:</b> Oversikt over diskurs brukt i aktiviteter .....	<b>58</b>





## 1.0 Innledning

Det første kapittelet har som hensikt å forklare hva leseren kan forvente å møte på i denne oppgaven. Bakgrunnen og formålet med studien vil forklares ut fra at dette er en internasjonal forskningsstudie, og hva som forventes å få ut av den. Deretter vil forskningsspørsmålet belyses i delkapittel 1.2. Her vil fagbegrepet *instructional coherence* defineres, og det vil bli gitt en forklaring på hvorfor det brukes på engelsk. Det siste delkapittelet i innledningen forklarer strukturen videre i oppgaven.

### 1.1 Bakgrunn og formål med studien

I 2012 toppet elevene i den kinesiske storbyen Shanghai resultatlistene til PISA-undersøkelsen på matematikkdelen (OECD, 2014), og i 2015 var de blant de seks beste (OECD, 2016). Dette ble jeg opplyst om på det første året av masterutdanningen ved NTNU, og det trigget interessen min for kinesisk matematikkundervisning. Spesielt ble jeg nysgjerrig på hva de gjør i Shanghai, og hvorfor de får så gode resultater i matematikk. Det rådende forskningsspørsmålet som har dominert forskning av matematikkundervisning de siste tiårene har vært nettopp «Hvorfor er elevene i Øst-Asia så gode i matematikk?» (Vistro-Yu, 2013). Vistro-Yu (2013) mener at det er hardt arbeid som er kjernen i de østasiatiske landenes matematiske prestasjoner, men at det fremfor alt er den dype forståelsen av mål, og mening, de innehar som gjør dem i stand til å oppnå så høye resultater i matematikk.

Cai og Lester (2008) skriver at fokuset innenfor internasjonale studier av undervisningspraksis må skiftes fra den internasjonale rangeringen av matematiske prestasjoner, til hva vi kan lære av hverandre på tvers av nasjoner for å forbedre elevenes læring. Når en får innsikt i alternative undervisningsmetoder, kan det stimulere til diskusjon og refleksjon om valgene som blir tatt innenfor et land (Hiebert et al., 2003). Det kan igjen føre til forbedring av den lokale undervisningspraksisen.

Nyere forskning har vist at erfarne kinesiske matematikklæreres syn på matematisk forståelse er unikt (Cai & Ding, 2017). De ser på matematisk forståelse som et nett av koblinger, som er basert på kontinuerlig konstruksjon av forbindelser. Bruk av elevers resonneringsferdigheter kan være en viktig metode for å forbedre deres evne til å konstruere disse forbindelsene (Richland, Stigler, & Holyoak, 2012). En av undervisningsmetodene kineserne bruker kalles variasjonspraksis, og målet med den er at elevene skal lære seg å forstå matematiske konsepter og prinsipper fra ulike perspektiv (Gu, Huang, & Marton, 2004). Det er nemlig forventet at de kinesiske elevene ikke bare skal kunne regne rett, men at de også skal kunne velge den mest hensiktsmessige måten å regne på. Ved hjelp av variasjonspraksis kan elevene få ulike innfallsvinkler å arbeide ut fra.

Instructional coherence er en grunnleggende og utbredt egenskap i kinesisk matematikkundervisning, som læreren, ifølge Wang og Murphy (2004), må inneha for å få til suksessfull kommunikasjon i klasserommet. Ved bruk av instructional coherence i undervisningen kan læreren hjelpe elevene med å danne sammenhenger mellom kunnskap (Chen & Li, 2010). For å få til instructional coherence i undervisningen, er det fordelaktig om læreren har en kunnskapspakke som grunnlag. Det vil si å vite hvilke konsepter som kan relateres til hverandre, og som bør inkluderes ved innlæring av et nytt konsept (Ma, 2010).

Ettersom instructional coherence ble fremhevet som karakteristisk for kinesisk matematikkundervisning i mange forskningsartikler, ønsket jeg gjennom denne oppgaven å utvikle dypere kunnskap om nettopp dette emnet. Gjennom denne oppgaven kan den norske skolen få kunnskap om et sentralt aspekt ved kinesisk undervisning av matematikk, og dette kan være med på å utvikle klasseromspraksisen i Norge. Det er fortsatt en del som er ukjent om emnet instructional coherence i den eksisterende forskningen, så jeg valgte å dra til Shanghai i Kina sammen med veilederen min for å få førstehåndsinformasjon der. Med det startet min reise mot en masteroppgave om kinesisk matematikkundervisning.

## 1.2 Avgrensning og forskningsspørsmål

Instructional coherence blir definert av Mok (2013) som *hvordan læreren utvikler undervisningsøkter for å hjelpe elever med å bygge sammenhengende forståelse av et emne*. Det kan oppnås gjennom tre ulike komponenter: tematiske koblinger, undervisningsrutiner og klasseromsdiskurs. I en del internasjonale forskningsartikler trekkes instructional coherence frem som et kjennetegn på kinesisk matematikkundervisning. Siden en passende oversettelse, som bevarer den fulle betydningen, ikke er funnet, brukes instructional coherence som fagbegrep i denne oppgaven.

For å utvikle en dypere forståelse av instructional coherence i kinesisk matematikkundervisning, har jeg valgt å formulere følgende forskningsspørsmål:

*Hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence benytter en lærer seg av i en undervisningsøkt om divisjon med brøk i en kinesisk 6. klasse?*

Gjennom dette forskningsspørsmålet er målet å finne ut hvordan en kinesisk lærer benytter seg av instructional coherence i en undervisningsøkt om divisjon med brøk, for å legge til rette for læringsmuligheter for elevene. Det teoretiske rammeverket som vil bli referert til for å besvare forskningsspørsmålet blir forklart i delkapittel 2.5.

Denne oppgaven er en kvalitativ forskningsstudie, hvor jeg har observert og filmet en undervisningsøkt i matematikk på en skole i Shanghai. Klassen var på omtrent 25 elever og de gikk i 6. klasse. I tillegg har jeg intervjuet læreren som hadde undervisningsøkten. Det ble også samlet inn undervisningsmateriale som planleggingsdokument, lysbildepresentasjon, lekseark med mer. All data måtte gjennom en transkriberings- og oversettelsesprosess, fordi de fleste var på kinesisk.

### **1.3 Oppgavestruktur**

Oppgaven er bygd opp av seks kapitler, inkludert dette innledningskapittelet. Neste kapittel inneholder det teoretiske perspektivet jeg bygger min oppgave på, og som vil benyttes videre i studien for å finne svar på forskningsspørsmålet. Tidligere forskning av undervisningspraksis, av matematisk forståelse og av hvordan divisjon med brøk undervises generelt i verden, og spesielt i Kina, er inkludert i dette kapittelet. I tillegg er noen karakteristiske trekk for kinesisk matematikkundervisning tatt med. I kapittel 3 demonstreres og begrunnes metodene for datainnsamling, og det forklares hvordan analyseprosessen ble utført. I tillegg belyses det hvordan oppgaven kan ses på som både valid og pålitelig. Ettersom min datainnsamling foregikk i et annet land er etiske betraktninger rundt dette også tatt med. I kapittel 4 presenteres og analyseres funn av instructional coherence i undervisningsøkten innenfor fire ulike aspekter. Kapittelet er delt inn i disse fire aspektene, og i slutten av hvert kapittel oppsummeres hovedfunnene. I kapittel 5 drøftes mine funn opp mot det teoretiske perspektivet som ble bygd opp i kapittel 2. Her vises det hvordan funnene samsvarer med tidligere forskning av bruk av instructional coherence. Oppgaven vil bli rundet av i kapittel 6 ved belysing av hovedfunnene i oppgaven og at den blir plassert i forskningsfeltet. I tillegg blir det nevnt noen didaktiske implikasjoner med tanke på forslag til bruk i den norske skole.

## 2.0 Teori

Hensikten med oppgaven er å finne ut hvilke trekk av instructional coherence en kinesisk lærer benytter seg av i en undervisningsøkt om divisjon med brøk. Forskningslitteratur om matematisk forståelse ble studert for å oppnå tilstrekkelig kompetanse til å besvare forskningsspørsmålet. Videre ble tidligere internasjonal forskning om undervisningspraksis, i tillegg til forskningsstudier om undervisning av temaet divisjon med brøk og undervisning generelt i Kina, studert for å bygge kompetansen videre. Til slutt vil det teoretiske rammeverket, som skal benyttes for å besvare forskningsspørsmålet, utvikles med utgangspunkt i Chen og Li (2010) sine studier av instructional coherence.

Nyere forskningsstudier har vist at kineserne har et annerledes syn på matematisk forståelse enn mange andre nasjoner (Cai & Ding, 2017). Hovedfokuset med tanke på det teoretiske perspektivet av matematisk forståelse er derfor kinesernes syn på matematikk. For å finne ut hvordan den internasjonale forskningen av undervisningspraksis foregår og hva som fokuseres på, har Vistro-Yu (2013) sin studie vært i fokus. Denne forskeren skriver at land må samarbeide for å lære av hverandre, og ikke fokusere så mye på hvordan andre land oppnår høye resultater. Fordi kinesisk matematikkundervisning er sentralt i forskningsspørsmålet, ble det naturlig å basere oppgaven på tidligere forskningsstudier om nettopp det. Variasjonspraksis, instructional coherence og kunnskapspakken til Ma (2010) ble vurdert som spesielt relevante aspekter i den kinesiske matematikkundervisningen for denne studien. For å få et innblikk i hvordan undervisningen i divisjon med brøk ofte foregår i Kina, var Ma (2010) sin studie også her sentral. Hun intervjuet kinesiske lærere om deres forståelse for matematikkfaget, og de viste frem tre ulike metoder for regning av divisjon med brøk.

## 2.1 Utvikling av matematisk forståelse gjennom undervisning og læring

Cai og Ding (2017) har forsket på erfarne kinesiske matematikklæreres syn på matematisk forståelse. Disse matematikklærerne mener, som nevnt i innledningen, at forståelse er et nett av koblinger, som igjen er et resultat av kontinuerlig konstruksjon av forbindelser. Videre kommer det frem at de kinesiske lærerne foretrekker å legge vekt på selve prosessen med å utvikle

konsepter. For å oppnå matematisk forståelse, legger de kinesiske lærerne vekt på strategier som å gjenoppdage et konsept, uttrykke et konsept verbalt og bruke eksempler og sammenligninger for analogisk resonnement.

De kinesiske lærerne som Cai og Ding (2017) forsket på forklarte at gjenopptagelse av matematiske konsepter handler om å bruke modellering med konkreter, for eksempel håndarbeid, tegning og bruk av hverdagslige situasjoner. Disse lærerne mener det er viktig å gi ulike muligheter til elevene for å utvikle implisitt kunnskap gjennom analogisk resonnering, blant annet ved å evaluere egen prestasjon. De forventer at elevene kan løse mer komplekse oppgaver som krever analogisk resonnering og fleksibel tenkning, og ikke bare standard regneoppgaver. Den siste strategien til Cai og Ding (2017) er å uttrykke konsepter muntlig. Det handler om å forklare eksempler, konsepter og prosedyrer, og vise koblingene mellom dem. Det er to mulige grunner til at de kinesiske lærerne mener at denne strategien er viktig. For det første gir det læreren en tydelig tilbakemelding på elevenes nett av koblinger, og for det andre kan det å bruke sitt eget språk føre til konstruksjon av koblinger mellom ny kunnskap og eksisterende kognitive strukturer. Selv om elevenes egne forklaringer av et konsept kan være mindre presis enn en definisjon i læreboka, blir det lettere for elevene å internalisere konsepter og begreper, og dermed reduseres behovet for pugging (Cai & Ding, 2017).

Hallett, Nunes og Bryant (2010) deler matematisk forståelse inn i to kategorier, *conceptual* og *procedural*. Conceptual forståelse, blir av forskerne, definert som egenskapen til å se koblinger mellom kunnskap, i likhet med den matematiske forståelsen de kinesiske lærerne i Cai og Ding (2017) arbeider for at elevene skal oppnå. Procedural forståelse blir derimot definert som å vite hvordan en skal gjøre noe. Ifølge Hallett et al. (2010) foreslår noen studier at barn bør lære conceptual kunnskap<sup>1</sup> før procedural kunnskap, noen mener motsatt og andre studier igjen foreslår at barn bør lære conceptual og procedural kunnskap parallelt. Hallett et al. (2010) fant ut at individuelle forskjeller mellom elever kan forklare disse motsigende studiene.

---

<sup>1</sup> Conceptual/procedural forståelse og conceptual/procedural kunnskap brukes synonymt i oppgaven.

De individuelle forskjellene mellom hvordan elevene bruker conceptual eller procedural kunnskap for å løse oppgaver er spesielt store når de arbeider med brøk (Hallett et al., 2010). Et eksempel i Hallett et al. (2010) sin studie viser at det er mulig for elever å løse oppgaven  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  på flere ulike måter. De kan enten løse den ved hjelp av conceptual kunnskap gjennom å forstå at en halv er det samme som to fjerdedeler, for så å legge sammen alle fjerdedelene. Alternativt kan de bruke procedural kunnskap ved å bruke algoritmen om minste felles multiplum, eller de kan prøve en kombinasjon av disse to tilnærmingene. Forskeren delte elevene inn i grupper etter hvilken type kunnskap de benytter seg av når de skal lære seg brøk. Tanken bak klassifisering basert på hvordan elevene kombinerer conceptual og procedural kunnskap, er at læreren kan skreddersy undervisningsmetoder ut fra elevenes profil av conceptual og procedural forståelse. Å vite hvilken gruppe et barn tilhører kan, ifølge Hallett et al. (2010), hjelpe lærere med å identifisere svakheter i deres forståelse. Disse svakhetene kan deretter få ekstra oppmerksomhet. I tillegg kan gruppene bidra til å identifisere styrker i ulike barns matematiske forståelse, noe læreren kan spille på i undervisningen. Resultatene fra Hallett et al. (2010) viser at læreren lettere kan tilrettelegge undervisningen dersom de får dypere innsikt i de individuelle forskjellene mellom elever.

Ifølge Richland et al. (2012) uteksamineres mange elever fra videregående opplæring uten en fleksibel og conceptual forståelse av matematikk. Disse forskerne har gjennomgått ulike forskningsstudier for å foreslå en endring av matematikkundervisningen på både grunnskole- og videregående nivå. Denne endringen har som mål å forbedre elevenes ferdigheter til å trekke relasjonelle koblinger og til å se sammenhenger i matematikken. Samlet sett antyder de at bruk av elevs resonneringsferdigheter i matematikkundervisningen kan være en viktig måte å forbedre deres evne til å utvikle nyttig og fleksibel kunnskap om matematikk. Videre nevnes det at kognitiv forskning på barns resonneringsferdigheter gir innsikt i strategier som kan støtte elevene til å danne mer fornuftige og meningsdrevne representasjoner av matematikk. For å avgjøre hvordan disse ideene kan integreres i klasseromsundervisningen trengs mer forskning (Richland et al., 2012).

Hiebert (1984) belyste i sin studie viktigheten med å få elevene til å konstruere koblinger mellom forståelsen de har og symbolene og reglene de har lært. *Form*<sup>2</sup> og forståelse er ifølge forskeren to typer kunnskap. Form inkluderer symboler som tall og symbolfraser. I tillegg inkluderer form regler, prosedyrer eller algoritmer for å manipulere symboler. Forståelse blir forklart som ideer om hvordan matematikk fungerer. Noen ganger konstrueres forståelse fra hverdagsopplevelser, mens i andre tilfeller oppstår den i undervisning på skolen (Hiebert, 1984). Det viktigste er, ifølge forfatteren, at forståelse er ideer elever har om matematikk som gir mening for dem.

Mange elever har ikke ervervet seg tilstrekkelig forståelse for symbolene de bruker (Hiebert, 1984). De forstår altså ikke prosedyrene de bruker for å manipulere symbolene, og de klarer ikke å teste hvor rimelige resultatene er. Videre skriver forskeren at det kritiske undervisningsproblemet er å få elevene til å se koblinger mellom delene av kunnskap de allerede har tilegnet seg. Hiebert (1984) sin løsning på problemet er å hjelpe elevene med å utvikle forståelse for symbolene, og lære dem å reflektere om løsninger på oppgavene kan stemme.

## **2.2 Internasjonal forskning av undervisningspraksis**

Vistro-Yu (2013) vil finne ut hva som skal gjøre videre med internasjonal forskning av undervisningspraksis. Forskeren understreker at hvert land har sin egen styrke med tanke på undervisningspraksis av matematikk, og at det ville være sløseri om vi ikke prøver å lære av hverandre. Det er på tide å fokusere mer på læring enn på konkurranse eller rangering, og ifølge Vistro-Yu (2013) er det viktigste formålet med internasjonale studier å lære fra hverandre. Å lære betyr, ifølge forskeren, å først akseptere egne feil og begrensninger, og så åpne opp for bedre ideer og metoder. Videre forklares det at læring betyr å anerkjenne andres styrker og svakheter, for så å være i stand til å velge hva som bør aksepteres og følges, og hva som bør forkastes og unngås. Internasjonale studier handler derimot ikke bare om å finne styrkene og svakhetene mellom kulturer, og å adaptere de praksisene som fungerer best (Vistro-Yu, 2013). Hensikten med disse studiene er ikke at land skal endre hele deres måte å undervise på, og gi opp det de verdsetter som en nasjon. Målet med internasjonale studier, ifølge Vistro-Yu (2013), er at

---

<sup>2</sup> Engelsk fagbegrep, en passende norsk oversettelse er ikke funnet.



ulike land vil arbeide for samarbeid, økt forståelse og dypere verdsettelse av individuelle lands unikheter, med sluttmaal om å forbedre kvaliteten av matematikkundervisning og læring for alle.

Rekkefølgen på når de ulike konseptene innenfor matematikk skal læres, og omfanget av konsepter på hvert klassetrinn, varierer fra land til land (Shimizu & Kaur, 2013). Derimot er, ifølge forskerne, det faglige innholdet i matematikk som skal læres likt for elever over hele verden. Fordi lærere i ulike land opptrer forskjellig når de underviser det samme temaet, lærer elever i ulike land det samme temaet på forskjellige måter (Shimizu & Kaur, 2013). Shimizu og Kaur (2013) sin studie har blant annet som hensikt å finne potensielle bidrag fra internasjonal forskning. Et av funnene er at internasjonal forskning ikke bare gir en mulighet til å bedre forstå hva som skjer i klasserommet i hvert utdanningssystem, men også til å stille spørsmål ved implisitte antagelser om undervisning og læringsprosesser.

Cai og Lester (2008) ville gjennom sin studie finne ut hva de internasjonale studiene kunne bidra med til internasjonaliseringen av matematikkutdanning. De diskuterte internasjonale studier som illustrerer hvordan kulturelle forskjeller i undervisningspraksisen og holdningene til kinesiske og amerikanske lærere påvirker elevenes matematiske prestasjoner. For å finne ut hvordan undervisningspraksisen fungerer i ulike land, skriver Cai og Lester (2008) at forskere fra ulike nasjoner som regel studerer sammen, og dermed lærer de gjennom samarbeid. Et av funnene i deres studie var at gjennom internasjonale studier introduseres kulturelle og sosiale dimensjoner av matematikkundervisning som ikke kan bli ervervet på noen annen måte. Videre funn viser at internasjonale studier kan bidra til at de viktige faktorene som spiller inn med tanke på faglig prestasjon blir generalisert og at evnen til å måle elevers faglige prestasjon kan forbedres. I tillegg var et funn at sannsynligheten for formidling av nye ideer til å forbedre kvaliteten i klasserommet kan øke gjennom internasjonal forskning. Cai og Lester (2008) konkluderte med at internasjonal forskning av undervisningspraksis tilbyr en verdifull kontekst for å kunne forstå de store aspektene i utdanningssystemene i forskjellige kulturer, og ut fra det kan vi finne ut hva som universelt ses på som viktig og nyttig i matematikk.

Ved å forstå de store aspektene i utdanningssystemene rundt om i verden og å vite hva som universelt ses på som viktig i matematikk, er det mulig for lærere å undersøke sin egen undervisningspraksis fra ett nytt perspektiv (Hiebert et al., 2003). Det kan, ifølge forskerne, hjelpe å se andre nasjoners undervisningspraksis for å kunne synliggjøre sin egen. Som nevnt i innledningen kan det stimulere til diskusjon og refleksjon om man blir opplyst om alternative undervisningsmetoder, og det kan videre føre til forbedring av lokal undervisningspraksis (Hiebert et al., 2003). Videre skriver forfatteren at det noen ganger er nødvendig å se utenfor sin egen kultur for å finne noe nytt og annerledes, og det foregår nettopp gjennom internasjonal forskning av undervisningspraksis. Hiebert et al. (2003) ville finne ut hva som er hovedfunnene fra undersøkelsen TIMSS 1999, og et av de var at det ikke ble observert en enkelt, gjennomgående undervisningsmetode i de høyt presterende landene som deltok i studien. Positive og negative sider ved de ulike landenes undervisningspraksis varierer altså såpass mye at det, ifølge undersøkelsen, ikke er mulig å si at en undervisningsmetode er bedre enn andre.

Det har blitt utført internasjonal forskning på norske elever, og en av forskerne som har gjort det er Pepin (2011). Denne forskeren har utført en sammenlignende studie av norske og engelske elever sine holdninger til matematikk. Hensikten var å utvikle dypere forståelse for faktorene som kan forme og påvirke elevers holdninger til matematikk. I tillegg ville forskeren argumentere for at holdninger til matematikk er noe sosiokulturelt som blir formet av elevenes miljø og konteksten de lærer matematikk i. Forskeren hadde utformet et spørreskjema som ble utgitt til både norske og engelske elever, hvor de ble spurt om de liker eller ikke liker matematikk, om de får til eller ikke får til matematikk og hva matematikk er for noe. I tillegg måtte elevene begrunne alle svarene sine. De mest betydningsfulle faktorene som kom frem med tanke på elevenes holdninger til matematikk var blant annet tanken om at de trengte matematikk i fremtidig arbeid, om de fikk støtte av venner eller hjemme hos familien og formell vurdering. Det viktigste funnet var at det ikke er nok å identifisere faktorene som kan forme eller påvirke elevers holdninger, men i tillegg må man studere hvordan de blir utøvd av elevene, hvilke meninger som blir gjort i klasserommene og i forskjellige kontekster, og hvordan faktorene forholder seg til hverandre og kan bli forstått.

## 2.3 Forskningsstudier om undervisning i Kina

Da jeg ifølge mitt forskningsspørsmål skulle finne ut hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence som ble benyttet av en kinesisk lærer, fant jeg det hensiktsmessig å få innsikt i hva som karakteriserer undervisningen i Kina. Dette kapittelet er delt i tre; variasjonspraksis, instructional coherence og kunnskapspakke. Med tanke på variasjonspraksisen er to studier av henholdsvis Gu et al. (2004) og Sun (2011) tatt med. De belyser hvordan variasjonspraksis karakteriserer kinesisk matematikkundervisning, og hvordan det kan være med på å involvere og engasjere elevene i undervisning av matematikk. Siden målet med oppgaven er å finne trekk av instructional coherence som blir benyttet i undervisning, har også forskningsstudier om det blitt inkludert; hvordan kinesiske læreres syn på instructional coherence er (Cai, Ding, & Wang, 2014) og hvilke strategier man kan benytte for å oppnå det (Mok, 2013; Wang & Murphy, 2004). I tillegg er det tatt med en studie fra Chen og Li (2010) om hvordan instructional coherence kom frem i en undervisningsøkt i Kina. Det siste delkapittelet handler om kunnskapspakken til Ma (2010) som er tett knyttet til instructional coherence fordi det handler om hvordan temaer kan relateres til hverandre og for å legge til rette for best mulig forståelse.

### 2.3.1 Variasjonspraksis

Gu et al. (2004) ville belyse at variasjonspraksis karakteriserer kinesisk matematikkundervisning og at ved å tilegne seg denne praksisen, kan elevene aktivt involvere seg selv i læringsprosessen og oppnå flotte resultater. Lærerne i Kina er, ifølge forskerne, godt utstyrt med matematisk fagkunnskap, og de kan bruke veldig effektive metoder for å undervise i det. Dette kommer godt med da det stilles krav av de kinesiske elevene at de både kan regne rett, og velge den mest hensiktsmessige måten å regne på. Variasjonspraksisen blir delt i to: *conceptual variation*<sup>3</sup> og *procedural variation*<sup>4</sup> (Gu et al., 2004). Conceptual variation handler om å variere betydningen av et konsept, altså bruke ulike representasjonsformer. Et eksempel på denne typen variasjonspraksis er å rotere en trekant slik at den ser annerledes ut enn det elevene er vant til, for så å få dem til å forstå på egenhånd at de samme reglene for å finne hypotenusen gjelder uansett hvordan trekanten er rotert.

---

<sup>3</sup> Engelsk fagbegrep, en passende norsk oversettelse er ikke funnet.

<sup>4</sup> Samme som fotnote 3.

Procedural variation handler om at elevene skal komme frem til løsninger av et problem, og danne forbindelser mellom ulike konsepter steg for steg eller fra ulike tilnærminger. Et eksempel fra Gu et al. (2004) på å danne et konsept gradvis ser slik ut:

(1) Representer de ukjente med konkrete.

(2) Symboliser de ukjente, gjerne med bokstaven  $x$ .

→ Forståelsen av det ukjente er fortsatt assosiert med konkrete objekter.

(3) Bytt ut de ukjente,  $x$ , med symbolske firkanter.

→ Gir mer generell mening og elevene får dypere forståelse for det ukjente og grunnideen om likevekt.

Den største forskjellen mellom procedural- og conceptual variation er at den første har som mål å drive en prosess der et konsept dannes steg for steg, altså utvikle en intern sammenheng mellom hva elevene vet fra før og det nye de skal lære (Gu et al., 2004). Den andre, derimot, har som mål å utforme forståelse for konsept fra ulike perspektiver. Målene med variasjonspraksis er, ifølge forskerne, å forstå matematiske konsepter og prinsipper fra ulike perspektiv ved å benytte seg av conceptual variation, og å utforske matematikkaktiviteter gradvis ved å bruke procedural variation.

På bakgrunn av variasjonspraksisen i Kina ville Sun (2011) finne ut hvilke forskjeller det er i oppgavesettene i amerikanske og kinesiske lærebokseksemplere, og hvilken rolle oppgavesettene spiller i kinesiske lærebøker. Den ene hensikten til forskeren var å belyse variasjonspraksisen og dens roller i tradisjonelle kinesiske lærebøker, mens den andre hensikten var å forsøke å utvikle en «linse» som kunne brukes for å sammenligne eksemplere, for så å identifisere nyttig informasjon med tanke på variasjonspraksis. Et av målene med variasjonspraksis er at elevene skal utvikle dypere forståelse av pensum, og ved hjelp av oppgavetyper nås ofte dette målet i Kina (Sun, 2011). Variasjonspraksis innebærer tre ulike oppgavetyper, men Sun (2011) valgte å fokusere mest på to av dem, *OPMC* og *OPMS*. *OPMC* står for *One Problem Multiple Changes*, og *OPMS* står for *One Problem Multiple Solutions*. Hensikten med *OPMC*, oppgavesett hvor flere ulike konsepter inngår, er at elevene skal forstå nye konsepter ved å lage forbindelser til

tidligere konsepter. I tillegg skal elevene lære å skille og sammenligne ulike konsepter. Oppgaver av typen OPMC er ifølge Sun (2011) bedre enn de som kun er rettet mot et enkelt konsept, fordi elevene gjennom disse oppgavene får internalisert en kunnskapspakke istedenfor bare et kunnskapspoeng. Elevene kan gjennom denne typen oppgaver oppnå en dypere forståelse for de ulike konseptene i matematikk.

Oppgaver av typen OPMS kan, ifølge Sun (2011), løses på ulike måter og kan ha ulike svar. De har som hensikt å lokke frem begrunnelse og løsningsmetoder som fungerer for flere typer oppgaver. Målet med OPMS og OPMC er å kunne skille og sammenligne ulike konsepter og løsninger. Et funn i studien var at kineserne ofte oppnår en mer relasjonell og dypere forståelse av matematikk enn amerikanerne ved å arbeide med disse utfordrende og komplekse oppgavene.

### **2.3.2 Forskningsstudier om instructional coherence**

Mange forskere (Cai et al., 2014; Chen & Li, 2010; Mok, 2013; Wang & Murphy, 2004) har studert bruk av instructional coherence i kinesiske undervisningsøkter i matematikk. Som nevnt i innledningen blir instructional coherence definert av Mok (2013) som hvordan læreren utvikler undervisningsøkter for å hjelpe elever med å bygge sammenhengende forståelse av et emne.

Chen og Li (2010) skrev en artikkel om bruk av instructional coherence i kinesisk matematikkundervisning. Forskningsspørsmålene deres var hvordan instructional coherence kom frem i individuelle undervisningsøkter og i en sekvens av undervisningsøkter, som en kinesisk lærer hadde konstruert fra pensum om divisjon med brøk. De utviklet et rammeverk for å fokusere på undervisningen i form av innhold og prosess i tillegg til lærerens bruk av klasseromsdiskurs. Funnene gikk utover tidligere studier som hovedsakelig har fokusert på en enkel undervisningstime, for å gi ytterligere bevis på kinesiske læreres undervisningspraksis og deres mulige påvirkning på elevenes læring. Et av funnene i studien var at læreren prøvde å hjelpe elevene med å danne sammenhenger mellom kunnskap og å bygge sammenheng gjennom undervisningen. I tillegg tydet resultatene på at sammenhengende pensum og lærerens

oppfatning av kunnskapssammenhengen tilrettela for lærerens konstruksjon av instructional coherence i undervisningsøkten.

Mok (2013) mente at instructional coherence kan oppnås i en undervisningsøkt gjennom tre ulike komponenter; tematiske koblinger, undervisningsrutiner og klasseromsdiskurs. Fokuset i denne studien var å finne ut hvilke strategier lærere i Kina tar i bruk for å danne instructional coherence både mellom undervisningsøkter og innenfor en enkel økt. Ved å utføre denne studien kom forskeren frem til et forslag for hvordan undervisningen og lærerens spørsmål kan struktureres for å skape instructional coherence. Mok (2013, s. 132) sine fem strategier for å oppnå instructional coherence kan bli oppsummert som:

- Tematisk kobling av innhold
- Bruk av repetisjon
- Klasseromsdiskurs
- Variasjon i eksempler og oppgaver
- Bruk av oppsummering

Den første strategien som kan brukes for å oppnå instructional coherence i en undervisningsøkt er tematisk kobling, og den handler om å ha sammenheng mellom læringsmål og innhold i undervisningsøkten. Ved at læreren lager seg en oversikt over mål med aktiviteter, kan læreren vise hvordan han eller hun har planlagt å koble sammen konsepter og algoritmer i undervisningsøkten. Den andre strategien er bruk av repetisjon, og ifølge Mok (2013) har repetisjon to viktige roller: å belyse tidligere undervisningsøkter og å forberede til ny læring. Den tredje strategien handler om klasseromsdiskurs, og den ses på som nødvendig fordi overgangsspråk i undervisningen spiller en viktig rolle for å danne en sammenhengende undervisningsøkt. Strategi nummer fire handler om å styrke undervisningspraksisen ved hjelp av variasjon i eksempler og oppgaver. Et eksempel på denne typen variasjon er at elevene i en undervisningsøkt arbeider litt individuelt, litt i grupper og så at de har klasseromsdiskusjon. Den siste strategien for å oppnå instructional coherence i en undervisningsøkt er bruk av oppsummering, og oppsummering blir definert av Mok (2013) som belysning av hovedinnholdet i undervisningsøkten.

Mens Mok (2013) skrev om strategiene lærerne benyttet seg av for å oppnå instructional coherence, spurte Cai et al. (2014) både amerikanske og kinesiske lærere om deres personlige syn på instructional coherence. Hensikten med deres studie var derav å forstå læreres syn på instructional coherence og måter å oppnå det på. De kinesiske lærerne som ble spurt mente at instructional coherence kunne oppnås ved bruk av planlegging av undervisningssekvenser, overgangsspråk og spørsmål basert på studier av lærebøker og elever på forhånd. I tillegg la de vekt på elevenes tenkning og hvordan de taklet spontane hendelser for å oppnå «ekte sammenheng».

Begrepet «ekte sammenheng» var et av de nye konseptene som Cai et al. (2014) bidro med til forskningsfeltet, ettersom de fokuserte på de kinesiske lærernes differensiering mellom overflate- og ekte sammenheng. Overflatesammenheng blir, ifølge Cai et al. (2014), skapt gjennom komplett start-, midt- og avslutningsstruktur, jevn undervisningsflyt og aktiviteter og temaer som henger sammen. Ekte sammenheng blir derimot skapt gjennom utfordring av elevenes tenkning, og at de sammenhengende matematiske konseptene kunne føre til elevenes sammenhengende og gradvis dypere tenkning. I tillegg konkluderte Cai et al. (2014) med at planlegging av undervisningsøkter er viktig for å skape instructional coherence. Til tross for at spontane hendelser, som elevspørsmål underveis, kan forstyrre overflatesammenhengen, er det også en atskillelig del av ekte sammenheng (Cai et al., 2014). Derfor arbeider de kinesiske lærerne for ekte sammenheng ved å vektlegge både planlegging av undervisning, og å takle de spontane hendelsene på en hensiktsmessig måte når de kommer (Cai et al., 2014).

Forskerne Wang og Murphy (2004) analyserte hvordan matematikk blir undervist i kinesiske klasserom ved bruk av instructional coherence. De forklarte at for å oppnå instructional coherence bør aktivitetene være relatert til hverandre, og undervisningen bør ha fokus på et eller to hovedtemaer. I tillegg påpekte de at hensikten med at en lærer peker på tematiske koblinger mellom et nytt og et gammelt konsept, er at elevene skal forstå bedre ved å utvikle en sammenhengende presentasjon. Wang og Murphy (2004) forklarer at innenfor en enkelt undervisningsøkt analyseres instructional coherence ved å se på hvordan matematiske emner

eller aktiviteter kan relateres til hverandre. Konklusjonen var at instructional coherence er en grunnleggende egenskap læreren må inneha for å få til suksessfull kommunikasjon i klasserommet, og at tydelig sammenheng i planleggingsdokumentet øker læringen.

### **2.3.3 Kunnskapspakke**

Ma (2010) beskriver hvilken kunnskap hun mener at lærere på 1.-7. trinn trenger for å bli dyktige matematikklærere. I tillegg foreslår hun hvorfor den viktige kunnskapen virker å være mer utbredt i Kina enn i USA, til tross for at de kinesiske lærerne har mindre formell utdanning enn den amerikanske motparten. De fleste kinesiske lærere har ifølge forskeren gått 11 til 12 år på skole, mens de amerikanske lærerne som regel har gått mellom 16 og 18 år. I boka til Ma (2010) kommer hun med en forklaring på dette paradokset; at kinesiske lærere starter deres lærerkarriere med en bedre forståelse av den grunnleggende matematikken enn de fleste amerikanske lærere. Videre belyser hun at de kinesiske lærernes forståelse for matematikken de underviser og måtene de presenterer matematikken for elevene fortsetter å utvikle seg gjennom deres karriere.

Ma (2010) intervjuet 72 lærere, både kinesiske og amerikanske, fordelt på fem barneskoler som var rangert fra høy til lav kvalitet. Spørsmålene som ble stilt skulle gi et bilde av lærernes forståelse for matematikkfaget innenfor fire forskjellige standardtemaer i grunnleggende matematikk: subtraksjon ved omgruppering, flersifret multiplikasjon, divisjon med brøk og omkrets og areal av en lukket figur.

De kinesiske lærerne Ma (2010) intervjuet i sin studie mente at hvis elevene lærer et konsept skikkelig den første gangen det blir introdusert, får en dobbelt så stort resultat med halvparten av anstrengelsen i senere læring. Disse kinesiske lærerne forklarte videre at det er viktig for en lærer å kunne hele pensum grundig, ikke bare hvordan læringsprosessen til elevene skal foregå. En av lærerne Ma (2010) intervjuet sa at som matematikklærer må en kunne lokasjonen til hver kunnskapsdel i hele det matematiske systemet, og forholdet dets til tidligere kunnskap. I tillegg må en vite hvilken kunnskap som vil bli bygd ved det en underviser i i dag.



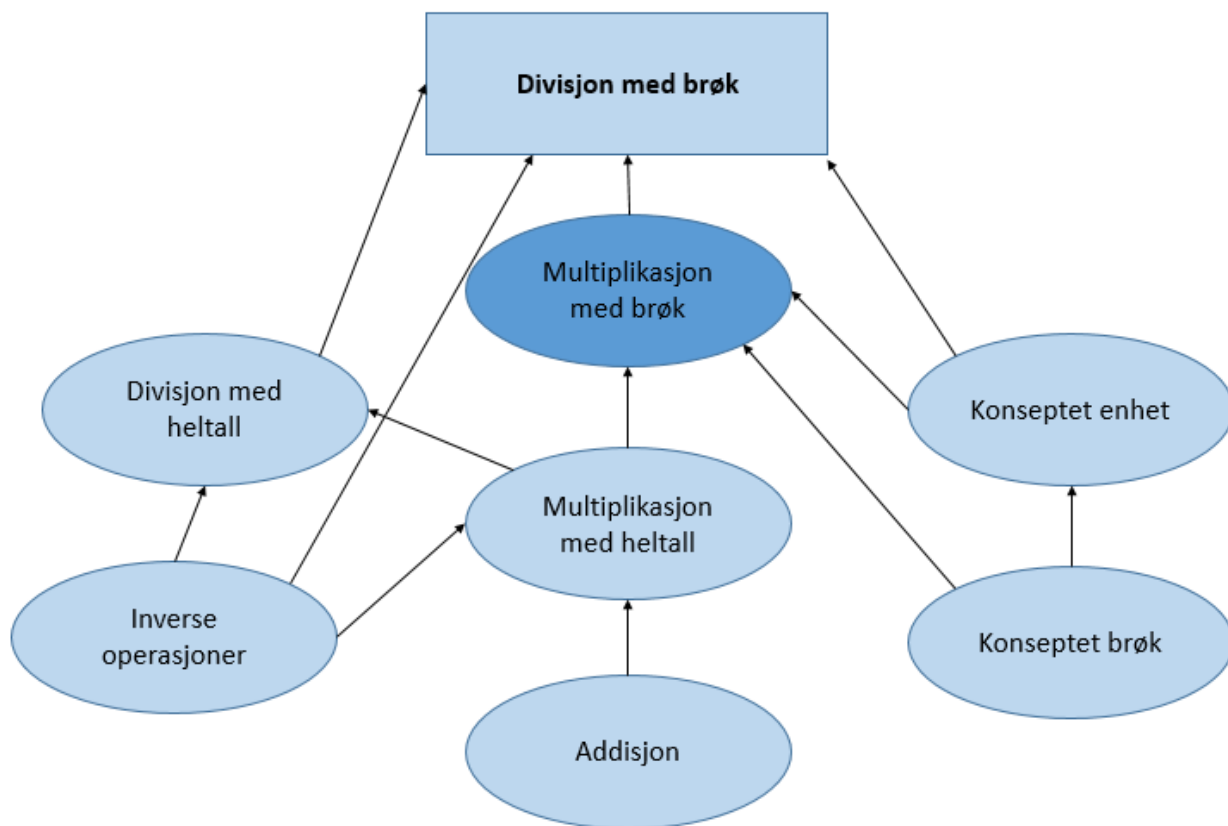
For at en lærer skal ha kontroll på hvilken kunnskap som vil bli bygd ved det en underviser, kan det være hensiktsmessig å se ulike konsepter sammen i en «kunnskapspakke» (Ma, 2010). Videre skriver forfatteren at ulike kunnskapsdeler i det matematiske systemet henger sammen, og ved at læreren vet hvilke konsepter som henger sammen kan det føre til at elevene får en dypere forståelse for matematikk. En kunnskapspakke defineres av Ma (2010) som en gruppe konsepter som bør inkluderes ved innlæring av et nytt konsept, fordi de kan relateres til hverandre. Videre forklarer forskeren at man kan utvikle dypere forståelse for konseptene ved å relatere et nytt konsept til tidligere lærte og relaterte konsepter.

Gjennom diskusjon kom de kinesiske lærerne i studien til Ma (2010) frem til en kunnskapspakke-modell for både temaet subtraksjon med omgruppering, flersifret multiplikasjon og divisjon med brøk. Alle deler den samme strukturen med en sekvens i midten og en «sirkel» av temaer som kan relateres til sekvensen i midten. Sekvensen i kunnskapspakken for divisjon med brøk ser slik ut (Ma, 2010):

*Addisjon – multiplikasjon med hele tall – multiplikasjon med brøk – divisjon med brøk.*

De kinesiske lærerne mener at disse sekvensene er hovedveien for å utvikle kunnskap og ferdigheter (Ma, 2010). Det vil si at for å lære divisjon med brøk bør man først ha forståelse for konseptene addisjon, multiplikasjon med hele tall og multiplikasjon med brøk for å kunne utvikle en dypere forståelse for divisjon med brøk.

De kinesiske lærerne som ble intervjuet i Ma (2010) sin studie kom frem til at konseptene som måtte være med i kunnskapspakken for divisjon med brøk var følgende: multiplikasjon med brøk, enhet, brøk, addisjon, multiplikasjon med heltall, inverse operasjoner og divisjon med heltall. I tillegg skrev forskeren at istedenfor at de kinesiske lærerne sa «snu og multipliser» så brukte de frasen «å dividere med et tall er det samme som å multiplisere med det resiproke». Dette henger tett sammen med vektleggingen i kinesisk matematikkpensum om forhold mellom operasjoner og deres inverse operasjoner (Ma, 2010). Dermed var konseptet resiprok også noe som ble sett på som nødvendig for å oppnå dyp læring av divisjon med brøk (Ma, 2010). Kunnskapspakken for divisjon med brøk ble illustrert slik (Figur 1):



Figur 1: Kunnskapspakke for divisjon med brøk (Ma, 2010)

## 2.4 Divisjon med brøk i undervisningsbok og forskningsstudier

Det matematiske temaet som skulle undervises i den observerte økten var divisjon med brøk. Derav ble det vurdert hensiktsmessig å inkludere noen studier og skrevne tekster om temaet divisjon med brøk som grunnlag til oppgaven. Først belyses to algoritmer som ofte blir brukt ved divisjon med brøk og hvilke misoppfatninger som gjerne dukker opp ved undervisning av temaet (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2015). Deretter nevnes ulike undervisningsmetoder som kinesiske lærere ofte tar i bruk ved undervisning av divisjon med brøk. For å finne ut det er studiene til Ma (2010) og Li (2008) sentrale. Til slutt er Zembat (2015) sin studie tatt med, hvor det blir lagt frem hvordan elevene kan utvikle en rikere forståelse ved å slutte å bruke «snu-og-multipliser»-algoritmen, og heller gå over til å bruke «fellesnevner»-algoritmen.

### 2.4.1 Algoritmer og misoppfatninger

Van de Walle et al. (2015) har skrevet en undervisningsbok for lærere og lærerstudenter om hvordan en kan benytte undervisningsstrategier for å støtte og utfordre alle elever. Hvert kapittel fokuserer på et stort område innenfor matematikkpensum, og de starter med å identifisere de store ideene for temaet. I tillegg tilbyr kapitlene veiledning til hvordan elever best lærer innholdet gjennom mange problembaserte aktiviteter, for å få dem interesserte i å forstå matematikk. I kapittel 16 «Utvikling av operasjoner med brøk» er noen av de store ideene følgende:

- Betydningen av hver operasjon med brøk er den samme som betydningen av operasjoner med heltall.
- Ved addisjon og subtraksjon er telleren den som forteller hvor mange deler det er og nevneren forteller hva enheten er. Delene blir lagt til eller trukket fra.
- Repeterende addisjon og arealmodeller støtter utvikling av konsepter og algoritmer for multiplikasjon med brøk. (Van de Walle et al., 2015, s. 395).

Van de Walle et al. (2015) legger vekt på to forskjellige algoritmer for divisjon med brøk; «fellesnevner-algoritmen» og «snu-og-multipliser-algoritmen». Den førstnevnte støtter seg på målings- eller repeterende subtraksjons-konseptet i divisjon, og algoritmen er slik: For å dividere med brøk må en først finne fellesnevner og så dividere tellerne. F.eks.  $\frac{5}{3} : \frac{1}{4} = \frac{20}{12} : \frac{3}{12} = 20 : 3 = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ . Den andre algoritmen handler om å multiplisere med nevner og dividere med teller. Ifølge Van de Walle et al. (2015) var det noen som på et punkt begrunnet at å snu brøken ville bli mer lettvisst – og slik lærte vi å «snu og multiplisere».

Det finnes mange misoppfatninger når det gjelder divisjon med brøk, og den største er ifølge Van de Walle et al. (2015) å ikke vite hva algoritmen betyr. En annen misoppfatning som blir nevnt av forfatteren er at elever tenker at når de dividerer med en brøk skal svaret bli mindre på grunn av deres erfaringer med heltallsdivisjon. Dette er sant hvis divisoren er en brøk større enn 1, men ellers ikke. En måte å hjelpe elever med denne misoppfatningen er, ifølge Van de Walle et al.

(2015), å be elevene om å anslå verdien av brøkene. På denne måten kan elevene selv bestemme om svarene kan stemme. I tillegg nevnes det at elevene kan ha problemer med å vite hva enheten er, og da får de gjerne feil når de løser oppgaver med divisjon med brøk.

#### **2.4.2 Kinesisk undervisning av divisjon med brøk**

Da de kinesiske lærerne i studien til Ma (2010) ble intervjuet om temaet divisjon med brøk kom det frem at de kunne danne representasjoner som brukte ulike typer konsepter og forskjellige modeller for divisjon med brøk. Dette kunne de mest sannsynlig gjøre takket være deres stabile kunnskap om temaet. Det kom da tydelig frem at for å kunne gi en pedagogisk sterk representasjon av et tema, bør læreren først ha en omfattende forståelse for temaet.

De kinesiske lærerne i studien til Ma (2010) kom med tre ulike metoder for regning av divisjon med brøk: bruk av desimaltall, bruk av den distributive lov og dividere en brøk uten å multiplisere med den inverse av divisoren. Den første metoden gikk ut på å dividere med brøk ved å bruke desimaltall:

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \rightarrow 1,75 \div 0,5 = 3,5$$

Her fungerer det veldig greit å bytte ut brøkene med desimaltall fordi det er forholdsvis enkelt å dividere med 0,5, siden det er det samme som å multiplisere med 2. Dermed kan vi tydelig se at svaret må være 3,5. Men det er ikke slik at det bare er desimaltall som kan gjøre en brøkoppgave lettere. Brøk kan også gjøre en oppgave med desimaltall lettere. Det som er viktig er å vite egenskapene til begge metodene, og å være i stand til å dømme hva som er best å bruke i henhold til konteksten (Ma, 2010).

Den andre metoden for regning av divisjon med brøk er bruk av den distributive lov. I stedet for å se på  $1\frac{3}{4}$  som et blandet tall og konvertere det til en uekte brøk, skrev de kinesiske lærerne det som  $1 + \frac{3}{4}$  og dividerte hver del med  $\frac{1}{2}$ . Videre la de sammen de to kvotientene:

$$1\frac{3}{4} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 2 + 1\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Den siste metoden for regning av divisjon med brøk de kinesiske lærerne i Ma (2010) kom med gikk ut på å dividere teller med teller og nevner med nevner. Multiplikasjon ble altså ikke brukt i det hele tatt:

$$\frac{1\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{7 \div 1}{4 \div 2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

De kinesiske lærerne forklarte at denne metoden kun kan brukes i oppgaver hvor både teller og nevner i dividend er delbare med teller og nevner i divisor (Ma, 2010). Denne prosedyren fungerer altså ikke i alle tilfeller, så kanskje det er derfor standardprosedyren inneholder multiplikasjon?

Elevene i Kina skal ikke bare kunne ulike måter å løse et problem på, men de skal også kunne evaluere hvilken metode som er den beste å bruke ved løsning av spesifikke oppgaver (Ma, 2010). Hvis en brøk skal divideres med  $\frac{1}{2}$  kan det noen ganger være lurt å gjøre om til desimaltall, mens andre ganger kan det være lurt å ta i bruk den distributive lov. Hvis teller og nevner i dividend er delbare med teller og nevner i divisor kan det kanskje være lurt å bruke den tredje metoden. Dette skal elevene selv klare å evaluere og finne ut av på egenhånd i Kina (Ma, 2010).

Li (2008) skrev en artikkel med hensikt om å belyse hva elever må lære om divisjon med brøk. Å utvikle en conceptual forståelse for algoritmen for divisjon med brøk blir, ifølge forfatteren, sett på som en vanskelig oppgave både for lærere og elever. Forfatteren forklarer at måten de kinesiske lærerne prøver å få elevene til å danne en conceptual forståelse for denne algoritmen på er at de ikke kun lærer seg regnereglene for divisjon med brøk, men også innholdet av regnereglene. Videre belyser forfatteren at for at elevene skal kunne lære innholdet av algoritmen for divisjon med brøk er det nyttig å bygge på elevenes kunnskap om multiplikasjon med brøk,

fordi det er en sentral del av selve algoritmen. Kinesiske lærebøker introduserer ikke temaet divisjon med brøk direkte som en algoritme, men ved at elevene først lærer seg at divisjon med brøk er en invers operasjon av multiplikasjon med brøk (Li, 2008).

### 2.4.3 Rikere forståelse ved bruk av fellesnevner-algoritme

Zembat (2015) sin studie gis som et argument for å nettopp endre pensum for divisjon med brøk ved å slutte å bruke snu-og-multipliser-algoritmen, og heller ta i bruk fellesnevner-algoritmen. Forfatteren skriver at den tradisjonelle snu-og-multipliser-algoritmen for divisjon med brøk gir få muligheter for elevene til å oppnå en rik forståelse for brøk, mens den alternative algoritmen, fellesnevner-algoritmen, har mange slike muligheter. Denne algoritmen har et konseptuelt grunnlag som avhenger av grunnleggende operasjoner som inndeling, sette sammen og telling, noe som gjør det tilgjengelig for elever. Prosessen med å utvikle fellesnevner-algoritmen består, ifølge forfatteren, av flere utviklingstrinn som er basert på elevenes aktiviteter. Først trengs en multiplikativ sammenligning, også kalt forhold, mellom de to gitte mengdene. Hvis de ikke enkelt kan sammenlignes med hverandre, må det skje en forenkling av de gitte mengdene. Hvis oppgaven er  $\frac{3}{4} \div \frac{3}{7}$  kan regnestykket etter forenklingsprosessen bli  $\frac{21}{28} \div \frac{12}{28}$  ved at teller og nevner multipliseres med nevner i motsatt brøk. Dette kan så føre til spørsmålet «Hvor mange  $\frac{12}{28}$  er det i  $\frac{21}{28}$ ?» som er det samme som «Hvor mange  $\frac{3}{7}$  er det i  $\frac{3}{4}$ ?». Et annet utviklingstrinn er at forholdet mellom  $\frac{21}{28}$  og  $\frac{12}{28}$  er det samme som forholdet mellom tellerne 21 og 12, siden begge forholdene er basert på det samme overordnede målet om å finne tall i 12-gangen og 21-gangen. Det neste steget er å dele tellerne, og da er poenget å prøve å finne ut hvor mange ganger vi kan finne 12 enheter innenfor 21 enheter av samme størrelse. For å utvikle fellesnevner-algoritmen kreves det altså at en tenker på begge brøkmengdene som objekter som skal sammenlignes multiplikativt, også kalt å finne forholdet mellom dem (Zembat, 2015).

## 2.5 Teoretisk rammeverk

Hovedfokuset i oppgaven vil være å finne ut hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence en kinesisk lærer tar i bruk i en undervisningsøkt om divisjon med brøk i en 6. klasse.

Bruken av instructional coherence vil analyseres ut fra hvilket matematisk innhold undervisningsøkten består av og hvordan innholdet kobles sammen. I tillegg vil bruken av instructional coherence ut fra prosessen analyseres, ved å finne ut hvilke aktiviteter som blir benyttet av læreren og hvordan de henger sammen. Deretter vil klasseromsdiskursen og holdningene læreren har til matematikk og undervisning bli analysert for å finne trekk av instructional coherence.

For å utvikle et rammeverk som kan benyttes til å analysere dataene har det blitt tatt utgangspunkt i rammeverket til Chen og Li (2010). Analysen deres fokuserer på de karakteristiske trekkene av instructional coherence både innenfor og mellom fire individuelle undervisningsøkter. Forskningsspørsmålet mitt handler om å finne trekk av instructional coherence i en enkeltstående undervisningsøkt. Som en følge av det valgte jeg å kun observere en undervisningsøkt, og ikke sammenhengen mellom flere. Chen og Li (2010) benyttet et todelt rammeverk basert på innholds- og prosessaspektet av undervisningen. I tillegg belyste disse forskerne bruk av instructional coherence gjennom undersøkelse av lærerens klasseromsdiskurs.

Chen og Li (2010) supplerte analysen av undervisningsøktene med undervisningsmateriale for å se hvordan temaet var strukturert i læreboka, og hvilket forhold som kan bli presentert mellom forskjellige emner. I tillegg til undervisningsmateriale var også intervjuene med læreren med for at forskerne skulle få en forståelse av lærerens holdninger til matematikk og undervisning. Siden lærerens holdninger gjerne vil påvirke måten han eller hun forbereder og utfører undervisningen sin på, gir dataene muligheten til å utforske hvordan læreren tenker om instructional coherence og hvorfor han eller hun utfører sin undervisning på en sammenhengende måte. Chen og Li (2010) analyserte altså lærerens bruk av instructional coherence ut fra følgende aspekter:

- Innhold
- Prosess
- Klasseromsdiskurs
- Intervju med lærer
- Undervisningsmateriell

Fire av de fem aspektene Chen og Li (2010) gikk ut fra når de analyserte bruk av instructional coherence, er videre benyttet i denne studien. På bakgrunn av forskningsspørsmålet ble det funnet hensiktsmessig å droppe det femte aspektet, undervisningsmateriell. Da var det mulig å gå mer i dybden på de andre aspektene innenfor en enkel undervisningsøkt. Videre i delkapittelet kommer en forklaring på hvordan analysen innenfor de fire aspektene vil foregå.

### **Innholdsaspektet**

Da Chen og Li (2010) analyserte innholdsaspektet ved undervisningsøktene ville de finne ut hvilket tematisk innhold som ble dekket og hvordan det ble organisert. I tillegg prøvde de å belyse hvordan kunnskapen, eller det tematiske innholdet, ble utviklet og satt sammen for elevenes læring. Chen og Li (2010) fokuserte på forholdet mellom læringsmålene, de viktige poengene og utfordringene i undervisningsøkten. Dette fokuset tas med i denne oppgaven, og som verktøy for å analysere disse tre punktene skal Ma (2010) sin kunnskapspakke om divisjon med brøk benyttes. Grunnen til at hennes kunnskapspakke vil bli brukt som et supplement til Chen og Li (2010) sitt rammeverk er fordi hun viser hvilke konsepter som kan relateres til divisjon med brøk og hvordan. Derav kan det bli interessant å se om det er sammenheng mellom Ma (2010) sin kunnskapspakke og temaene som blir brukt i den observerte undervisningsøkten.

### **Prosessaspektet**

Prosessaspektet ble av Chen og Li (2010) analysert ved å se på hvordan aktivitetene hang sammen, og de pedagogiske strategiene som læreren tok i bruk i løpet av undervisningsøktene. Forhold mellom ulike segmenter kan deles inn i følgende kategorier (Chen & Li, 2010, s. 719):

- (1) To segmenter er like med tanke på den grunnleggende matematiske ideen.
- (2) Det andre segmentet var avhengig av det første segmentet prosessuelt – elevene kunne benytte samme metode som de brukte i første segment for å danne eller løse oppgaver.
- (3) Det andre segmentet forlenget det første prosessuelt og konseptuelt etter hvert som kompleksiteten av oppgaven økte.



Ved å analysere mulige forhold mellom segmentene i den første undervisningsøkten ble sammenhengen i undervisningens struktur undersøkt (Chen & Li, 2010). Den ble videre belyst ut fra måten hele undervisningsøkten var viet til et klart mål eller tema, og koblinger av relevante konsepter, fakta og prosedyrer. I min analyse av instructional coherence med tanke på prosessaspektet i undervisningsøkten blir Chen og Li (2010) sitt rammeverk brukt som utgangspunkt, ved å finne ut hvilke aktiviteter som blir utført i undervisningen og hvordan de henger sammen.

### **Klasseromsdiskursen**

Chen og Li (2010, s. 720) mente at karakteristiske trekk av instructional coherence kunne avdekkes ved å analysere klasseromsdiskursen til læreren, og kodene de brukte for å analysere den var følgende:

- (1) Å danne eksplisitte overganger fra en aktivitet til en annen
- (2) Danne koblinger til tidligere kunnskap
- (3) Fremme elevenes refleksjoner av deres erfaringer ved å repetere hva de har gjort
- (4) Belyse eller oppsummere hovedpoengene i undervisningsøkten
- (5) Legge til rette for introduksjon av et nytt matematisk konsept eller begrep basert på elevenes tidligere erfaringer
- (6) Å gjøre eksplisitte uttalelser om undervisningens mål.

For å analysere de karakteristiske trekkene for instructional coherence med tanke på klasseromsdiskursen i undervisningsøkten brukes kodene til Chen og Li (2010) som utgangspunkt, men noen av punktene blir slått sammen. Punktene om (2) å danne koblinger til tidligere kunnskap og (5) å legge til rette for introduksjon av et nytt matematisk konsept eller begrep basert på elevenes tidligere erfaringer blir slått sammen til punktet *Forkunnskaper*. I tillegg blir punktene om (4) å belyse eller oppsummere hovedpoengene i undervisningsøkten og (6) å gjøre eksplisitte uttalelser om undervisningens mål slått sammen til punktet *Hovedpoeng og læringsmål*. Disse to sammenslåingene ble vurdert som hensiktsmessige ut fra

forskningsspørsmålet, og for å ha best mulig utgangspunkt for å kunne svare på det. De fire punktene som da skal benyttes for å analysere klasseromsdiskursen i undervisningsøkten er da følgende:

- Eksplisitte overganger
- Forkunnskaper
- Elevrefleksjoner
- Hovedpoeng og læringsmål

### **Lærerens holdninger til matematikk og undervisning**

Lærerens holdninger til matematikk og undervisning ble, som tidligere nevnt, også tatt med i analysen til Chen og Li (2010) for å finne karakteristiske trekk av instructional coherence i undervisningsøktene. Forskerne ville finne ut hvordan læreren tenker om instructional coherence, fordi lærerens holdninger naturligvis kan påvirke måten han eller hun forbereder og utfører undervisningen sin. På samme grunnlag valgte jeg i denne oppgaven å analysere den observerte lærerens holdninger til matematikk og undervisning, for å se om undervisningsøkten ble påvirket av dem.

## 3.0 Metode

Fokuset i dette kapittelet er hovedsakelig på å demonstrere mine metoder for datainnsamling og hvordan analyseprosessen foregikk. Først forklares målet, altså å finne ut hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence en lærer tar i bruk i en undervisningsøkt om divisjon med brøk. Videre kommer en begrunnelse for hvorfor det er valgt en kvalitativ tilnærming, før datainnsamlingen blir forklart i detalj. Før datainnsamlingen i Kina ble det utført forarbeid i Norge, som forklares videre i dette kapittelet. Deretter forklares det hvordan oversettelse, transkripsjon og annet etterarbeid foregikk. Dette var en sentral del av forarbeidet til analysen fordi en ekstern tolk oversatte dataene. Videre gis en forklaring på hvordan analyseverktøyet ble utviklet, og hvordan selve analyseprosessen foregikk. Til slutt belyses det hvorfor oppgaven kan ses på som valid og pålitelig, før kapittelet rundes av med noen etiske betraktninger.

### 3.1 Mål og forskningsdesign for oppgaven

Målet med oppgaven er å finne ut hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence en kinesisk lærer tar i bruk i en undervisningsøkt om divisjon med brøk. For å svare på forskningsspørsmålet ble feltarbeidet utført på en skole i Shanghai. På denne måten ble det samlet inn førstehåndsinformasjon om en kinesisk undervisningsøkt. Ifølge Postholm og Jacobsen (2011) er det typisk innenfor kvalitativ forskning at forskeren har et klart definert tema som skal belyses og da blir datainnsamlingen ressurskrevende, og mange nyanser fører til at datatilfanget ofte må begrenses. For å finne svar på forskningsspørsmålet ble det, som Postholm og Jacobsen (2011) beskriver, funnet hensiktsmessig å gå bredt ut når det gjaldt datainnsamlingen. Før undervisningsøkten startet ble læreren intervjuet. Den observerte undervisningsøkten ble dokumentert ved hjelp av videoopptak og feltnotater. Undervisningsdokumenter som lysbildepresentasjon, planleggingsdokument, utdrag fra læreboka og lekseark ble også samlet inn.

I denne studien ble det valgt å utføre en kvalitativ forskning for å sette forskningsdeltakeren i fokus, og målet var å løfte frem og forstå hennes meninger, oppfatninger, handlinger, holdninger, intensjoner og væremåter (Cohen, Manion, Morrison, & Bell, 2011). Siden fokuset i datainnsamlingen skulle være på læreren og hvordan hun strukturerte og utførte

undervisningsøkten sin, ble studien basert på kvalitativ forskning. Det er vanlig at forskeren starter med en vid problemstilling som blir endret etter hvert som forskningen utvikler seg, og på denne måten formes forskningsdesignet gjennom selve forskningsprosessen (Nilssen, 2012). Ved studiestart var målet å finne ut hvordan kinesiske lærere generelt bruker instructional coherence i undervisningssammenheng. Underveis i studiearbeidet ble det funnet ut at dette målet var for bredt. Fokuset ble derfor begrenset til å undersøke bruk av instructional coherence innenfor spesifikke aspekter av undervisning. På den måten har forskningsdesignet blitt endret underveis.

Det er som forsker viktig å ha et bevisst og refleksivt forhold til at man selv er med på å påvirke studien, både gjennom at man er tilstede i forskningssituasjonen og dermed vil ha innvirkning på informantens handlinger, og gjennom de forforståelsene man har av situasjonen og forskningsfeltet (Nilssen, 2012). Som den første studenten fra Norge som skulle observere den kinesiske lærerens undervisning, er det derfor viktig å ta hensyn til min innvirkning på hennes handlinger.

## **3.2 Datainnsamling**

### **3.2.1 Forarbeid i Norge**

Før reisen til Shanghai i oktober 2016 måtte det gjøres en del forhåndsarbeid hjemme i Norge for å forberede meg til reisen og datainnsamlingen. Det ble opprettet kontakt med en kinesisk skole og planlagt og utført et uformelt intervju med to norske lærere. I forarbeidet ble den aktuelle kinesiske læreboka studert, det ble laget en plan for datainnsamlingen og søkt om økonomisk støtte fra NTNU.

#### **Kontakt med kinesisk skole**

Måten jeg fikk tilgang på en kinesisk skole var gjennom min veileder, som tidligere har arbeidet på en skole i Shanghai. Det var til stor hjelp at veilederen min hadde kjennskap til både skoleleder og lærerne der, og ikke minst at hun kunne språket. Både skolelederen og lærerne på skolen var veldig samarbeidsvillige. De lot meg velge hvilket matematisk tema som skulle bli

undervist i den observerte økten. Dette var en stor fordel fordi det muliggjorde observasjon av et utfordrende tema fra den norske skolen.

### **Uformelt intervju med to norske lærere**

For å finne et passende tema ble to norske lærere intervjuet uformelt angående matematikkundervisning. De mente at divisjon med brøk var det mest utfordrende undervisningstemaet i Norge. Deres inntrykk var at norske elever gjerne får til standardalgoritmen for divisjon med brøk, og kan bruke den til å løse enkle regnestykker. Derimot mangler de ofte forståelse for hvorfor og hvordan algoritmen fungerer.

### **Læreboka**

Siden veilederen min tidligere hadde arbeidet i Shanghai, hadde hun den aktuelle læreboka tilgjengelig. Hun oversatte mesteparten av kapittelet om divisjon med brøk, og sammen så vi på oppgavene og oppsettet i boka. Ved hjelp av informasjonen jeg fikk fra å studere læreboka kunne jeg stille sterkere i henhold til observasjonen av undervisningsøkten. Ettersom økten foregikk på kinesisk var det en stor fordel å ha fått litt informasjon på forhånd for å forstå det som hendte underveis.

### **Plan for datainnsamling**

Etter å ha lest meg opp på temaet som skulle undervises i under mitt besøk av den kinesiske skolen, ble det laget en plan for datainnsamlingen. Det viktigste var å få observert en undervisningsøkt i divisjon med brøk, og få intervjuet læreren for å få vite hennes synspunkter om matematikk generelt som fag og undervisning av matematikk. I tillegg var det ønskelig å få kopier av undervisningsdokumentene som ble brukt, for eksempel lysbildepresentasjon, lekseark og lærerens planleggingsdokument. Det ville også være interessant å få se elevene og lærerne i andre situasjoner enn i undervisningssammenheng, for eksempel i lunsjen og i friminuttene.

### **3.2.2 Feltarbeid i Kina**

#### **Utvalg**

Den observerte klassen bestod av litt over 20 elever, og de gikk i 6. klasse på en privatskole i Shanghai i Kina. Temaet som skulle undervises var divisjon med brøk, og i Kina introduseres det vanligvis på 6. trinn. Derfor var det hensiktsmessig å observere nettopp det trinnet. Læreren som ble observert var nyutdannet, og hadde bare noen måneders arbeidserfaring.

#### **Møte før undervisningsøkten**

Før undervisningsøkten fikk jeg møte både læreren som skulle undervise, skolelederen og resten av matematikklærerne på 6. trinn. Vi hadde, sammen med min veileder, et møte om hva som skulle skje i undervisningsøkten og hvordan. Møtet ble filmet fordi da kan de se tilbake på hva som ble sagt når en av de andre matematikklærerne skal undervise i det samme temaet, og trenger tips til hvordan undervisningen skal foregå. Læreren som skulle ha undervisningen leste opp den siste versjonen av sitt planleggingsdokument, før vi andre som deltok i møtet kunne komme med konstruktiv kritikk. Hensikten med møtet var at læreren skulle få innspill på hvordan hun kunne forbedre undervisningen sin før økten startet. Denne måten å planlegge undervisning på var normal arbeidspraksis på skolen, og slike møter ble vanligvis avholdt 3-4 ganger til dagen. Jeg fikk tildelt en kopi av planleggingsdokumentet, som ble oversatt av veileder, for å få litt oversikt over hva som skulle skje i undervisningsøkten.

#### **Intervju av lærer**

Ifølge Postholm og Jacobsen (2011) skal en forskningsbasert dialog først og fremst bidra til å belyse en problemstilling, og det betyr at samtalen skal være målrettet og siktet inn mot å få en spesiell type informasjon. I mitt tilfelle var hensikten med intervjuet av læreren å få frem hennes holdninger til matematikk generelt, undervisning av matematikk og instructional coherence. Et semi-strukturert intervju blir ifølge Kvale, Brinkmann, Anderssen og Rygge (2009) utført i overensstemmelse med en intervjuguide som sirkler inn bestemte temaer, og som kan inneholde forslag til spørsmål. For å la læreren snakke litt fritt om sine tanker og holdninger til temaet

instructional coherence og undervisning av matematikk, ble det avholdt et slikt intervju. Intervjuguiden sørget for å holde samtalen innenfor rammene som var satt.

Spørsmålene i intervjuguiden var følgende:

- Hva er dine holdninger til matematikk og undervisning av matematikk?
- Hva tenker du om instructional coherence?
- Hvorfor praktiserer du undervisningen din på en sammenhengende måte?

Når det kinesiske læreren ikke kunne svare på engelsk under intervjuet, oversatte veilederen min. Det ble tatt lydopptak av intervjuet som senere ble transkribert. Etter at læreren hadde svart på spørsmålene fra intervjuguiden, spurte hun meg om mine erfaringer fra norsk skole. Nilssen (2012) skrev at evnen til å skape tillit, og å etablere og vedlikeholde gode relasjoner er av stor betydning for forskere. Den kinesiske læreren og jeg ble enige om å holde kontakt via mail, og at vi kunne utveksle erfaringer angående undervisningspraksis.

### **Observasjon av undervisningsøkten**

En systematisk innsamling av data ved hjelp av observasjon forutsetter at observasjonen har ett fokus, og det fokuset bestemmes i forskning ved problemstillingen (Postholm & Jacobsen, 2011). Det ble i min studie fokusert på hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence læreren tok i bruk for å oppnå instructional coherence. Fordi studien hadde et spesifikt fokus ble det vurdert hensiktsmessig å gjennomføre en semi-strukturert observasjon av undervisningsøkten i Shanghai. Ved bruk av semi-strukturerte observasjoner vil man gjennomgå dataene før man foreslår en forklaring på fenomenet som blir observert, i motsetning til en høyt strukturert observasjon hvor man på forhånd vet hva man ser etter og har observasjonskategoriene klare (Cohen et al., 2011). På grunn av kulturforskjeller og liten kjennskap til kinesisk matematikkundervisning ble det valgt å ha et åpent fokus, uten forhåndsbestemte kategorier, på instructional coherence under observasjonen.

I den observerte undervisningsøkten var vi sju personer totalt som ikke deltok i undervisningen, men bare satt og så på hva som ble sagt og gjort. Det at det var så mange i klasserommet om gangen som observerte var helt naturlig, og i likhet med møtet før undervisningsøkten var det noe som de gjorde hver dag. Grunnen til at det var så mange i klasserommet var at det var en del av lærernes læringsprosess å få observert andre. Elevene virket ikke å ense at noen av oss var i rommet sammen med dem, og det er kanskje fordi de er så vant med å ha mange folk rundt seg i undervisningen. For å kunne analysere undervisningsøkten var planen å filme med videokamera, og jeg var litt spent på om dette ville sette elevene litt ut. Men det å bli filmet var også en naturlig del av deres undervisning, og lærernes læringsprosess. Lærerne møttes vanligvis også etter undervisningen for å utpeke positive og negative hendelser i undervisningsøkten. Dermed ble det kanskje ikke så stor påvirkning på verken lærer eller elever som på forhånd antatt.

Min observatørrolle i datainnsamlingen var fullstendig observatør som Postholm og Jacobsen (2011) kaller det. Jeg satt bare og filmet undervisningen, og observerte hva som skjedde mens jeg skrev litt feltnotater underveis. Etter undervisningen ble feltnotatene utdypet fra hukommelsen, og det ble skrevet en mer sammenhengende tekst av dem for å tydeliggjøre det som ble observert. Underveis i undervisningsøkten tok jeg også noen bilder med mobiltelefonen av når elevene arbeidet med oppgaver.

### **Innhentet datamateriale**

I tillegg til observasjon og intervju ble det samlet inn ulikt undervisningsmaterieell, og i tabellen under er alle dataene som ble samlet inn i Kina listet opp (Tabell 1). Filmen av undervisningen varte i omtrent 45 minutter og det ble skrevet to A4-sider med feltnotater fra observerasjonen. Lysbildepresentasjonen som ble brukt i undervisningsøkten av læreren fikk jeg tilsendt av læreren, og den var på 17 sider. Planleggingsdokumentet fikk jeg utdelt på møtet før undervisningsøkten, og det var på sju sider. Etter undervisningsøkten ga læreren meg en fire siders kopi av leksene som elevene skulle arbeide med til neste gang de hadde matematikk. Siden veilederen min hadde den kinesiske læreboka, fikk jeg kopi av kapitteloversikten i boka og hele kapittelet om divisjon med brøk med oppsummering, som til sammen ble sju sider.



<b>Innhentet datamateriale</b>
Film av undervisningen
Feltnotater
Lysbildepresentasjon
Planleggingsdokument
Lærebokutdrag: Kapitlet om divisjon med brøk, kapitteloversikt og oppsummering av kapitlet
Intervju med lærer
Lekseark

*Tabell 1: Innhentet datamateriale*

### **3.3 Analysemetode**

#### **3.3.1 Transkripsjon og etterarbeid**

I tillegg til at det var normal prosedyre for de kinesiske lærerne å samles for å diskutere før undervisningen, observere hverandre og videofilme undervisningen, skrev de også transkript fra filmen om hva som ble sagt i undervisningsøkten. Læreren som ble observert tilbudte seg å sende sin versjon av transkriptet, siden hun uansett måtte gjøre det, så det takket jeg ja til.

Gjennom min veileder ble det opprettet kontakt med en oversetter i Trondheim som kunne oversette dataene mine fra kinesisk til engelsk. Fra feltarbeidet i Kina ble det samlet inn svært mye data (Tabell 1), og på grunn av begrensede ressurser kunne bare deler av det oversettes. Det ville blitt veldig dyrt å få oversatt alle dataene, og jeg måtte forholde meg til det godkjente budsjettet fra NTNU. Det var derfor en sentral del av etterarbeidet å velge ut hvilke data som var mest relevante for forskningsstudien, og som skulle bli sendt til oversetteren. Oversetteren gikk gjennom alle dataene og oversatte fra kinesisk til engelsk på veldig kort tid, så det samarbeidet fungerte veldig bra. Intervjuet av læreren var eneste datamateriale som ikke ble sendt til oversetteren, fordi veilederen min oversatte, som tidligere skrevet, til engelsk underveis når

læreren ikke kunne svare på engelsk. Transkriptet ble skrevet av meg selv på engelsk før det ble oversatt til norsk. Dataene som ble sendt til oversettelse var altså følgende (Tabell 2):

<b>Data som ble oversatt</b>
Transkript fra undervisningsøkten
Lysbildepresentasjon
Planleggingsdokument
Lærebokutdrag: Kapitlet om divisjon med brøk, kapitteloversikt og oppsummering av kapitlet

*Tabell 2: Data som ble oversatt*

Da de oversatte dataene kom tilbake, måtte et valg tas angående hvilke som skulle benyttes i analysen. På grunn av stort dataomfang måtte det som virket mindre relevant velges bort, så lysbildepresentasjonen og lærebokutdraget ble ikke brukt i analysen. Dataene som ble brukt var planleggingsdokumentet på 11 sider, transkriptet fra undervisningsøkten på 13 sider og intervjuet med læreren på litt over tre sider (Tabell 3):

<b>Data som ble brukt i analysen</b>
Transkript fra undervisningsøkten
Planleggingsdokument
Intervju av lærer

*Tabell 3: Data som ble brukt i analysen*

### **3.3.2 Utvikling av analysekoder**

For å synliggjøre hvordan analysen av undervisningsøkten skal foregå, har jeg valgt å lage en tabell som er inndelt i de fire aspektene; Innhold, prosess, diskurs og lærerens holdninger til matematikk og undervisning. For å analysere hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence som kommer frem innenfor innholdsaspektet har jeg, som nevnt i delkapittel 2.5, valgt

å fokusere på læringsmål, viktige poeng og utfordringer. Disse tre punktene i tillegg til kunnskapspakke er derav brukt som koder i analysen.

For å analysere trekk av instructional coherence ut fra prosessen med tanke på hvordan aktivitetene henger sammen, har jeg valgt å utvikle egne koder ut fra Chen og Li (2010) sin kategorisering innenfor prosessaspektet:

- (a) Likhet
- (b) Avhengighet
- (c) Økende kompleksitet

Koden (a) Likhet tilsvarer den første kategorien til Chen og Li (2010) som går ut på at to segmenter er like med tanke på den grunnleggende matematiske ideen. Den andre koden (b) Avhengighet handler om at det andre segmentet er avhengig av det første segmentet prosessuelt, altså at elevene kan bruke samme metode for å løse oppgaver i begge segment. Den siste koden (c) Økende kompleksitet innebærer at det andre segmentet forlenger det første prosessuelt og konseptuelt etter hvert som kompleksiteten av oppgaven øker.

Som beskrevet i delkapittel 2.5 har jeg valgt å benytte følgende koder til å analysere klasseromsdiskursen i undervisningsøkten i Shanghai:

- Eksplisitte overganger
- Forkunnskaper
- Elevrefleksjoner
- Hovedpoeng og læringsmål

I tillegg vil intervjuet med den kinesiske læreren analyseres for å få kunnskap om hennes syn på instructional coherence. Følgende koder brukes for å analysere dataene (Tabell 4):

## INSTRUCTIONAL COHERENCE

INNHOLD (Chen & Li, 2010 & Ma, 2010)	PROSESS (Chen & Li, 2010)	DISKURS (Chen & Li, 2010)	LÆRERENS HOLDNINGER (Chen & Li, 2010)
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Læringsmål</li> <li>▪ Viktige poeng</li> <li>▪ Utfordringer</li> <li>▪ Kunnskapspakke</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Likhet</li> <li>▪ Avhengighet</li> <li>▪ Økende kompleksitet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Eksplisitte overganger</li> <li>▪ Forkunnskaper</li> <li>▪ Elevrefleksjoner</li> <li>▪ Hovedpoeng og læringsmål</li> </ul>	Lærerens holdninger til matematikk og undervisning

*Tabell 4: Koder for å analysere karakteristiske trekk av instructional coherence*

### 3.3.3 Analyseprosessen

Å analysere handler om å finne mønstre i et uoversiktlig datamateriale, og for å gjøre det må dataene plukkes fra hverandre til mindre meningsbærende biter, som igjen blir satt sammen til å skape en ny helhet (Postholm & Jacobsen, 2011). Ved å plukke dataene fra hverandre, driver man med koding og kategorisering av materialet, og dette kalles deskriptiv analyse (Postholm & Jacobsen, 2011). Hensikten med analyseprosessen er å finne frem til funnene i studien (Nilssen, 2012). I analyseprosessen har det blitt gjort flere endringer både med tanke på utvikling av det teoretiske rammeverket, hvilke koder som skulle brukes og hva som skulle bli analysert hvordan. Etter mange forsøk på å finne det riktige analyseverktøyet for denne oppgaven, endte jeg til slutt opp med det teoretiske rammeverket som ble lagt frem i delkapittel 2.5 og kodene som er forklart i delkapittel 3.3.2.

Fire kategorier ble utviklet for å finne mønstre i dataene: innhold, prosess, diskurs og lærerens holdninger (Tabell 4). Deretter ble det bestemt hvilke koder (3.3.2) som skulle brukes for å analysere bruk av instructional coherence innenfor hvert av de fire aspektene. Videre i dette delkapittelet vil det, under hvert aspekt, komme en forklaring på hvordan analysen fungerte ved hjelp av de ulike kodene. Deretter vil det komme et sammendrag under hvert aspekt som oppsummerer funnene med tanke på lærerens bruk av instructional coherence i undervisningsøkten.

Dataene som ble brukt i analysen av innholdsaspektet var fra planleggingsdokumentet, og kodene var som beskrevet i 3.3.2; læringsmål, viktige poeng, utfordringer og kunnskapspakke. Analysen foregikk her ved at jeg så på hvordan læringsmålene, de viktige poengene og utfordringene kom frem i planleggingsdokumentet, med tanke på temaene som ble belyst og hvordan de hang sammen. I tillegg ble kunnskapspakken til Ma (2010) brukt for å se om noen av temaene som ble benyttet i undervisningsøkten også ble nevnt i hennes kunnskapspakke eller ikke.

Både diskursen og prosessen ble analysert basert på transkriptet fra undervisningsøkten. For å finne trekk av instructional coherence ut fra prosessaspektet benyttet jeg deler av Chen og Li (2010) sitt rammeverk, ved å finne ut hvilke aktiviteter som ble gjennomført i undervisningsøkten og hvordan de hang sammen.

Som forklart i delkapittel 2.5 valgte jeg å bruke en tilpasset versjon av rammeverket til Chen og Li (2010) for å finne funn av instructional coherence med tanke på bruk av diskurs. Lærerens bruk av eksplisitte overganger, hvordan hun la opp til at elevene skulle bruke sine forkunnskaper, hennes jakt etter elevenes refleksjoner og hvordan hun eksplisitt forklarte hovedpoengene og læringsmålene med undervisningsøkten ble undersøkt. De skriftlige sitatene fra transkriptet som ble valgt ut til analyse, i henhold til både prosess og diskurs, ble oversatt fra engelsk til norsk for å få bedre flyt i teksten.

Den siste kategorien, lærerens holdninger, ble analysert ut fra intervjuet med læreren før undervisningsøkten. Målet med intervjuet var å finne ut av hennes holdninger til matematikk og undervisning. I henhold til forskningsspørsmålet ble hennes svar analysert på bakgrunn av instructional coherence. For å få god flyt i oppgaven, og for å få frem funnene på en tydelig og god måte, ble utvalgte sitater fra intervjuet, også i denne delen av analysen, oversatt fra engelsk til norsk. I tillegg ble det gjort noen endringer i sitatene slik at elevenes og skolens navn ble

fjernet, veilederen sin «stemme» forsvant og derav kom lærerens egne meninger bedre frem. Fordi læreren som ble observert er veldig sentral og går mye igjen i analysen, har hun fått pseudonymet Jin for å få en bedre flyt i oppgaven. Hvordan analyseprosessen foregikk i detalj vil bli demonstrert i kapittel 4.

### 3.4 Validitet og reliabilitet

All ny forskning har et ansvar ovenfor sitt fagfelt om at de nye bidragene ivaretar visse krav om validitet og reliabilitet (Cohen et al., 2011). *Validitet*, eller gyldighet som Postholm og Jacobsen (2011) også kaller det, defineres etter om forskeren har dekning for sine fortolkninger av funn og resultater.

The distinctive feature of observation as a research process is that it offers an investigator the opportunity to gather 'live' data from naturally occurring social situations. In this way, the researcher can look directly at what is taking place *in situ* rather than relying on second-hand accounts. (Cohen et al., 2011, s. 456)

Ved bruk av dette sitatet forteller Cohen et al. (2011) at ved å benytte observasjon som forskningsmetode får forskeren muligheten til å samle inn data direkte fra naturlige oppstående situasjoner, og forskeren får observere med egne øyne og ikke gjennom noen andres. Dette var en av grunnene til at jeg ville dra til Kina; få observere fenomenet instructional coherence på egenhånd, og ikke kun lese meg opp på kunnskap fra tidligere skrevne artikler og bøker. På den måten fikk jeg førstehåndsinformasjon og slapp å måtte stole på andres opplevelser og erfaringer, men kunne få danne mine egne. Siden dataene er basert på direkte observasjoner, og ikke på andres subjektive gjenfortellinger, kan oppgaven ses på som valid.

*Reliabilitet*, også kalt pålitelighet, måles ut fra hvor stor tillit leserne har til at forskerens håndverk i forbindelse med undersøkelsen er godt (Postholm & Jacobsen, 2011). Med håndverk menes arbeidet med datainnsamling, renskrivning, analyse eller fremstilling av funn. Forskning som omhandler mennesker kan aldri bli fullstendig valid og pålitelig, men ved at forskeren reflekterer over og er oppmerksom på validitet og reliabilitet gjennom hele forskningsprosessen kan man strekke seg mot idealet (Cohen et al., 2011). For at oppgaven skal stå frem som mest

mulig pålitelig har jeg forsøkt å forklare datainnsamlingen og analyseprosessen så detaljert og tydelig som mulig i dette kapittelet.

Postholm og Jacobsen (2011) skriver at i en studie hvor ulike kilder kan understøtte og bekrefte hverandre, blir påliteligheten styrket og dermed også troverdigheten og kvaliteten på arbeidet. For å få mest mulig pålitelige resultater ble ulike metoder for datainnsamling kombinert med hensikt om å finne svar på forskningsspørsmålet; observasjon, intervju og innhenting av undervisningsmateriale. Denne måten å samle inn data på kalles triangulering, og ifølge Cohen et al. (2011) kan den defineres som bruk av to eller flere metoder for datainnsamling. Videre forklarer forskerne at det finnes ulike typer triangulering, og i denne studien ble det utført en *methodological triangulation*. Det vil si at ulike metoder ble benyttet for å studere samme objekt. Objektet i denne forskningsstudien var instructional coherence. Ved å samle inn data på ulike måter hadde var hensikten å styrke lesernes troverdighet til arbeidet.

### **3.5 Etiske betraktninger**

En etisk bevissthet er noe som, ifølge Postholm og Jacobsen (2011), bør gå gjennom i alt læreren gjør i sin yrkesutøvelse. Ettersom datainnsamlingen skulle skje ved å observere undervisning i en klasse, måtte jeg på forhånd tenke gjennom en del etiske dilemmaer som kunne oppstå. Ved observasjon er det nødvendig å få samtykke fra deltakerne, gi deltakerne retten til ikke å bli observert og å få godkjenning fra skolen og foreldrene (Cohen et al., 2011). I tillegg er det viktig, ifølge Postholm og Jacobsen (2011), informere om at hensikten med besøket er egen læring, men at det kan bli aktuelt å referere til funnene i studien i andre sammenhenger. Spørsmål om konfidensialitet og anonymitet må avklares før datainnsamlingen starter (Postholm & Jacobsen, 2011).

På skolen i Shanghai har de en kontinuerlig avtale mellom skole og hjem at det er greit å observere undervisningen. Flere ganger til dagen driver lærerne med å observere hverandres undervisning, og prater sammen både før og etter for å kunne forbedre egen undervisning. På grunn av denne avtalen var det ikke nødvendig å sende ut samtykkeskjema, fordi jeg allerede

hadde fått godkjenning fra skolen og foreldrene. Første dagen på skolen ble elevene informert om hvem jeg var, hvor jeg kom fra og hensikten med mitt besøk. Deretter ble de forklart at jeg kom til å observere undervisningen på samme måte som de andre lærerne pleide å gjøre, og at hvis det var noen som ikke ville være med på observasjonen kunne de så klart la være. I tillegg fikk elevene klar beskjed om at deres ekte navn ikke ville bli brukt i oppgaven, og at videofilmen av undervisningsøkten skulle slettes når oppgaven avsluttes. Dette var i tråd med NSDs retningslinjer ut fra søknaden som ble sendt til dem i god tid før datainnsamlingen startet. Oppgaven min fikk prosjektnr. 49969.



## 4.0 Analyse

Oppgavens hensikt er å finne ut hvilke trekk av instructional coherence en kinesisk lærer tar i bruk i sin undervisningsøkt av divisjon med brøk. For å finne svar på denne problemstillingen ble instructional coherence analysert ut fra fire ulike aspekter; innhold, prosess, diskurs og lærerens holdninger til matematikk og undervisning. Analysen er derav inndelt i de fire ulike aspektene. Deretter følger en oppsummering av trekk av instructional coherence som kommer frem i de ulike aspektene.

### 4.1 Analyse av lærerens planleggingsdokument

Undervisningsøkten som ble observert bestod av introduksjon av divisjon med brøk. Jin hadde på forhånd utarbeidet et planleggingsdokument som bestod av læringsmål, fokus for økten, potensielle utfordringer og hvordan undervisningen skulle foregå. Læringsmålene var følgende:

- (1) Ved observasjon av det generelle forholdet mellom to tall som gir produktet 1, lærer vi hvordan tenke «fra spesifikt til generelt» på en matematisk måte, og ut fra det forstå betydningen av resiprok.
- (2) Oppnå forståelse for «metoden med å koble tall med form» gjennom observasjon av divisjon med brøk. Gjennom utforskning av reglene for divisjon med brøk lærer vi hvordan det omgjøres til multiplikasjon med brøk.
- (3) Vi lærer å mestre algoritmen for divisjon med brøk gjennom forståelse for konseptet resiprok.

Ifølge planleggingsdokumentet til Jin skulle fokuset i undervisningsøkten være å forstå konseptet resiprok og å mestre algoritmen for divisjon med brøk. Forståelse for hvorfor man kan konvertere fra divisjon med brøk til multiplikasjon med brøk ble sett på som den største utfordringen i planleggingsdokumentet. I både læringsmålene, fokuset for undervisningsøkten og de potensielle utfordringene i undervisningen var det to konsepter som gikk igjen; inverse operasjoner og resiprok. Jin har planlagt å starte undervisningsøkten ved å gi elevene følgende oppgave:

«30. september 2016 hadde skolen en forestilling. Blant de deltakende elevene var 148 av dem fra vår klasse og det tilsvarte  $\frac{37}{224}$  av det totale antallet elever på skolen. Hvor mange elever deltok totalt i forestillingen?»

Oppgaven skulle løses ved hjelp av temaet for økten; divisjon med brøk. Etter en muntlig samtale sammen med elevene, er planen at de skal forstå at de har behov for mer kunnskap for å løse oppgaven. Planen videre er at elevene skal lære om resiprok og inverse operasjoner, for deretter å bruke disse konseptene som grunnlag når de skal lære seg algoritmen for divisjon med brøk. Denne algoritmen skal så brukes for å løse introduksjonsoppgaven.

#### 4.1.1 Nøkkelkonseptet resiprok

Konseptet resiprok finnes ikke i selve kunnskapspakken til Ma (2010), men den blir derimot nevnt i forbindelse med de kinesiske lærernes bruk av frase med tanke på standardalgoritmen for divisjon med brøk i hennes bok. Konseptet resiprok nevnes i to av tre læringsmål i planleggingsdokumentet ved at elevene skal forstå betydningen av resiprok, og at de skal mestre algoritmen for divisjon med brøk ved hjelp av forståelsen for nettopp dette konseptet. I tillegg ble det å forstå konseptet resiprok nevnt som fokuset for undervisningen. Ifølge planleggingsdokumentet skal Jin skrive ned noen setninger på tavla om resiprok, og det er følgende:

#### [TAVLESKRIVING]

##### 1 Konseptet resiprok

1.1 For å få det resiproke av et tall dividerer vi 1 med det tallet.

Uttrykt algebraisk:

Det resiproke av  $a$  er  $\frac{1}{a}$  ( $a \neq 0$ ), det resiproke av  $\frac{p}{q}$  er  $\frac{q}{p}$  ( $p \neq 0, q \neq 0$ )

1.2 Når produktet av to tall er lik 1 er de resiproke av hverandre.

Etter å ha definert resiprok skulle elevene løse følgende oppgaver som omhandlet dette temaet (Figur 2):

### 【Exercises】

- Reciprocal of 3 is \_\_\_\_\_;
- Reciprocal of 1 is \_\_\_\_\_; (reciprocal of 1 is itself)
- Reciprocal of  $\frac{1}{2}$  is \_\_\_\_\_;
- Reciprocal of  $\frac{3}{5}$  is \_\_\_\_\_;
- Reciprocal of 0.7 is \_\_\_\_\_;
- Reciprocal of  $\frac{9}{8}$  is \_\_\_\_\_;
- 
- Reciprocal of  $1\frac{1}{2}$  is \_\_\_\_\_;
- Reciprocal of  $2\frac{2}{3}$  is \_\_\_\_\_;
- Reciprocal of x is \_\_\_\_\_;

Figur 2: Planleggingsdokument – Oppgaver om å finne det resiproke av et tall

#### 4.1.2 Inverse operasjoner og standardalgoritmen

Inverse operasjoner er, i motsetning til resiprok, et av konseptene som finnes i kunnskapspakken til Ma (2010). Ifølge det andre læringsmålet skal elevene utforske reglene for divisjon med brøk, for å lære seg hvordan divisjon med brøk konverteres til multiplikasjon med brøk. I planleggingsdokumentet legger Jin opp til ulike fremgangsmåter for å hjelpe elevene med å oppnå læringsmålene, blant annet ved å vise sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon med brøk gjennom inverse regnestykker.

For å belyse sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon med brøk som inverse operasjoner, vil Jin gi elevene en tabell med oppgaver hvor hun viser sammenhengen på en annen måte. Ved hjelp av de oppsatte regnestykkene får elevene mulighet til å oppdage at ved å flytte et av leddene fra venstre side av likhetstegnet til høyre side, og dermed konvertere multiplikasjon til divisjon, blir det gjenstående leddet svaret i divisjonsstykket. Jin vil også vise elevene hvordan sammenhengen fungerer generelt ved algebrauttrykk (Figur 3):

Guess	Converse
$4 \times \frac{1}{4} = 1$	$1 \div \frac{1}{4} = 4$
$\frac{7}{11} \times \frac{11}{7} = 1$	$1 \div \frac{11}{7} = ?$
$2\frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = 1$	?
$\frac{q}{p} \times \frac{p}{q} = 1$ ( $p \neq 0, q \neq 0$ )	?

Figur 3: Planleggingsdokument - Tabell som viser sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon med brøk som inverse operasjoner

Etter at Jin har vist elevene at divisjon og multiplikasjon med brøk er inverse operasjoner, skal målet om å forstå overgangen fra divisjon med brøk til multiplikasjon med brøk være oppnåelig. Ved at elevene oppnår forståelse for sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon med brøk, skal de kunne komme frem til at å dividere et tall med en brøk er det samme som å multiplisere med det resiproke av brøken. Når dette målet er nådd, er planen å gi elevene følgende oppgaver som de skal arbeide med ved bruk av standardalgoritmen for divisjon med brøk (Figur 4):

**【 Example 】**

Calculate

$$\frac{15}{28} \div \frac{5}{7}$$

Solution: 
$$\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}} \times \frac{\boxed{1}}{\boxed{1}}$$
$$= \frac{3}{4}$$

**【 Exercises 】** 1.  $5 \div 1\frac{2}{5}$       2.  $1\frac{7}{15} \div 8$       3.  $\frac{1}{3} \div 3\frac{2}{13}$

1) Solution: 
$$= 5 \times \frac{5}{7}$$
$$= \frac{25}{7}$$

2) Solution: 
$$= \frac{22}{15} \div 8$$
$$= \frac{\boxed{11}}{15} \times \frac{1}{\boxed{8}}$$

$$= \frac{11}{60}$$

3) Solution: 
$$= \frac{1}{3} \div \frac{41}{13}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{13}{41}$$
$$= \frac{13}{123}$$

Figur 4: Planleggingsdokument - Oppgaver som løses ved hjelp av standardalgoritmen for divisjon med brøk

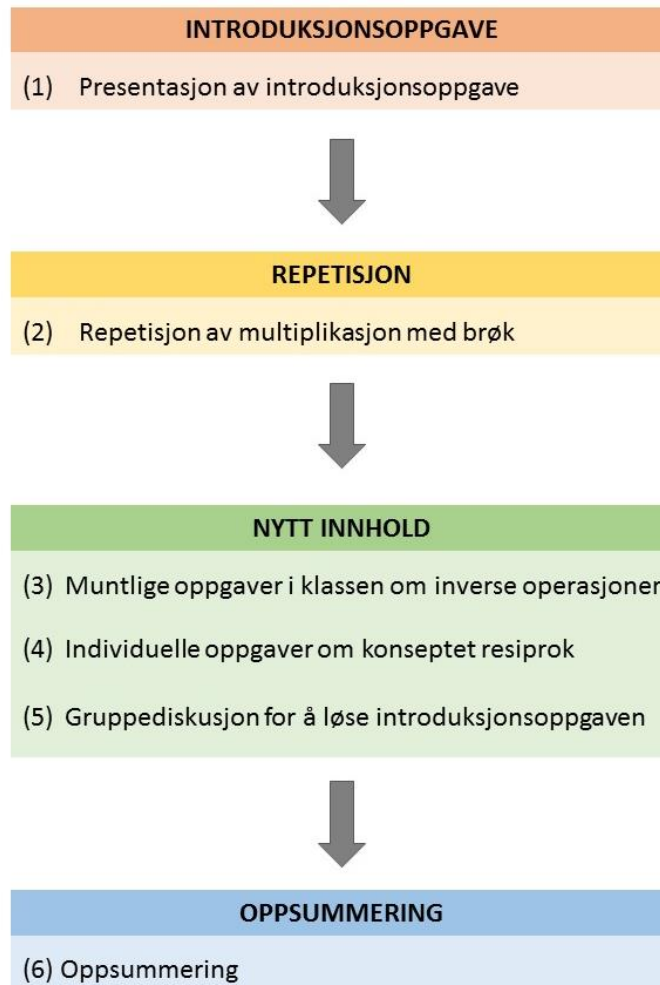
### 4.1.3 Konseptet resiprok legger grunnlag for divisjon med brøk

Ifølge planleggingsdokumentet til Jin var læringsmålene å lære seg konseptet resiprok og å kunne bruke det som grunnlag for å forstå algoritmen for divisjon med brøk. Den største utfordringen i undervisningsøkten var ifølge Jin sitt planleggingsdokument å få elevene til å forstå hvorfor man konverterer divisjon med brøk til multiplikasjon med brøk. Det er altså konseptene resiprok og inverse operasjoner som går igjen i planleggingsdokumentet, og sistnevnte hører til i kunnskapspakken til Ma (2010). Konseptet resiprok blir også nevnt i Ma (2010) sin bok med hensyn til algoritmen for divisjon med brøk. Hele undervisningsøkten er viet til læringsmålet om at elevene skal lære seg divisjon med brøk. Først skal elevene lære at multiplikasjon og divisjon med brøk er inverse operasjoner. Deretter skal Jin introdusere konseptet resiprok før standardalgoritmen for divisjon med brøk blir utledet fra det. Det er

tydelig sammenheng mellom læringsmålene og temaene som ble nevnt i planleggingsdokumentet, og dette er karakteristiske trekk av instructional coherence.

## **4.2 Observasjon av undervisningsprosessen**

Ifølge planleggingsdokumentet skulle undervisningsøkten være delt inn i fire deler; Starten av undervisningsøkten bestående av introduksjon av en gjennomgående oppgave, repetisjon av tidligere lært kunnskap, nytt undervisningsinnhold og oppsummering. Analysen av prosessaspektet er delt inn i nettopp disse fire delene, og under hver del av prosessen har jeg tatt med de tilhørende aktivitetene, hvilken hensikt de hadde og hvordan de hang sammen. Det ble benyttet sju ulike aktiviteter i løpet av undervisningsøkten, og de kommer til å bli referert til slik; (1) presentasjon av introduksjonsoppgave, (2) repetisjon av multiplikasjon med brøk, (3) muntlige oppgaver i klassen om inverse operasjoner, (4) individuelle oppgaver om konseptet resiprok, (5) gruppediskusjon for å løse introduksjonsoppgaven og (6) oppsummering (Figur 5). Forholdet mellom de forskjellige aktivitetene ble kodet som spesifisert i delkapittel 3.3.2.



Figur 5: Aktivitetene i undervisningsøkten

Undervisningsøkten startet, som planlagt, ved at Jin ga elevene denne (1) introduksjonsoppgaven:

«Nylig hadde vi en forestilling på vår skole. Blant de deltagende elevene var 148 av dem fra vår klasse, og det er  $\frac{37}{224}$  av det totale antallet elever på skolen. Så hvor mange elever deltok totalt i forestillingen? Kan dere løse denne oppgaven ved å lage en matematisk formel? Rekk opp hendene hvis dere vet svaret.»

Denne oppgaven kunne kun løses ved hjelp av divisjon med brøk, og det fant elevene ut etter en stund. Jin forklarte da elevene at i slutten av økten skulle de kunne klare å løse oppgaven ved hjelp av divisjon med brøk.

#### 4.2.1 Oppfriskning av forkunnskaper

I forrige undervisningsøkt hadde elevene lært om multiplikasjon med brøk, og for å danne et grunnlag for læring av det nye konseptet divisjon med brøk valgte Jin å spille videre på disse forkunnskapene ved hjelp av aktiviteten (2) repetisjon av tidligere lært kunnskap. Denne repetisjonsoppgaven er da (c) avhengig av introduksjonsoppgaven fordi elevene trenger å arbeide med repetisjon for å kunne klare denne oppgaven. Jin ga derfor elevene noen multiplikasjonsoppgaver som de svarte på muntlig sammen i klassen:

**Lærer:** La oss gå over til multiplikasjon med brøk som vi lærte i forrige undervisningsøkt. Jeg vil be dere om å svare muntlig på oppgavene i den første kolonnen.

**Elev:**  $\frac{3}{8} \times \frac{8}{3} = 1$ .

**Lærer:** Veldig bra. Sitt ned, vær så snill.

**Elev:**  $4 \times \frac{1}{4} = 1$ .

**Lærer:** Korrekt. Sitt ned er du snill.

**Elev:**  $\frac{5}{8} \times 1\frac{3}{5} = 1$ .

Ved at elevene arbeidet med disse oppgavene fikk de først repetert hvordan man multipliserer med brøk, og så fikk de muligheten til å danne grunnlaget for deres fremtidige forståelse av hva konseptet resiprok går ut på. Etter elevene har arbeidet med disse oppgavene spør Jin dem hva det generelle forholdet mellom de to multipliserte tallene er. Ved at hun leder elevene fra de spesifikke oppgavene om å finne det resiproke tallet til å forstå sammenhengen mellom faktorene etterpå, gir det en god innledning til konseptet resiprok. Det første læringsmålet handler om å



lære å tenke fra spesifikt til generelt, og denne måten å undervise på går igjen videre i undervisningsøkten.

#### **4.2.2 Fra det spesifikke til det generelle**

Den tredje delen av undervisningsøkten består av aktivitetene (3) muntlige oppgaver i klassen om inverse operasjoner, (4) individuelle oppgaver om konseptet resiprok og (5) gruppediskusjon for å løse introduksjonsoppgaven. For å visualisere sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon med brøk som inverse operasjoner viser Jin en tabell til elevene (Figur 3). Dette er aktiviteten (3) muntlige oppgaver i klassen om inverse operasjoner, og den utvider repetisjonsoppgaven om multiplikasjon med brøk med tanke på at (c) kompleksiteten øker. I forrige aktivitet var det kun fokus på temaet multiplikasjon med brøk, mens i (3) denne oppgaven blir også divisjon med brøk introdusert. Jin viser også hvordan sammenhengen fungerer generelt ved algebrauttrykk, igjen for å oppnå det første læringsmålet om å lede elevene fra å tenke spesifikt til generelt.

Elevene svarer på disse (3) oppgavene muntlig i klassen, og sammen med Jin definerer de konseptet resiprok som at når et tall divideres med 1 får vi det resiproke av tallet. Etter å ha definert konseptet resiprok sammen med elevene gir Jin dem oppgaver der de skal finne det resiproke av forskjellige tall (Figur 2). Dette er altså aktiviteten (4) individuelle oppgaver om konseptet resiprok og den er (b) avhengig av den forrige aktiviteten på grunn av at den bygger på forkunnskaper om inverse operasjoner.

Dette oppgavesettet har som hensikt at elevene skal få en dypere forståelse for konseptet resiprok, og for å få det til avslutter Jin også denne aktiviteten med en oppgave som skal gi generell forståelse ved hjelp av et algebrauttrykk. Deretter ber hun elevene om å prøve seg på (5) introduksjonsoppgaven på ny ved hjelp av konseptet resiprok. Denne aktiviteten henger sammen med den forrige både med tanke på (a) likhet, (b) avhengighet og (c) økende kompleksitet. For det første bygger disse to aktivitetene på samme matematiske ide som er konseptet resiprok. Aktivitet (5) er avhengig av (4) oppgaven om å finne det resiproke av ulike tall, fordi elevene må

bruke kunnskaper som de lærte i arbeidet med den i aktivitet (5). Ettersom elevene skal prøve å løse introduksjonsoppgaven på ny ved bruk av konseptet resiprok, øker kompleksiteten fra forrige aktivitet siden det er en åpnere oppgave enn den foregående. Jin legger opp til en gruppediskusjon angående introduksjonsoppgaven, og lurer på hvordan vi kan benytte konseptet resiprok for å løse den:

*«Gå tilbake til oppgaven vi akkurat nevnte. Etter å ha lært om konseptet resiprok, kan dere bruke det til å løse oppgaven?»*

Elevene arbeidet og diskuterte sammen i noen minutter før de gikk gjennom de ulike gruppens svar i klassen. Sammen kom de frem til en måte å bruke konseptet resiprok på for å løse introduksjonsoppgaven. Ved at elevene har fått forståelse for at divisjon med brøk er det samme som å multiplisere med det resiproke, kan Jin gå videre til standardalgoritmen for divisjon med brøk. Hun forklarer den som at å dividere tall A med tall B ( $B \neq 0$ ) er det samme som å multiplisere tall A med det resiproke av tall B. Som i de andre aktivitetene fokuserer Jin på det første læringsmålet for undervisningsøkten; å lede elevene fra å tenke spesifikt til generelt.

#### **4.2.3 Elevaktiv oppsummering**

Til slutt i undervisningsøkten går Jin, i samarbeid med elevene, gjennom hva de skal ha lært i løpet av den siste timen (6). Oppsummeringen er delt i to; en del med konseptet resiprok og en med standardalgoritmen for divisjon med brøk. Med tanke på at forrige aktivitet handlet om å komme frem til standardalgoritmen for divisjon med brøk gjennom konseptet resiprok, kan disse to aktivitetene knyttes til hverandre ut fra de to matematiske ideene som de hadde til felles. Jin introduserer oppsummeringen med at de i løpet av undervisningsøkten hovedsakelig har fokusert på å lære om temaet divisjon med brøk. Deretter spør hun hva elevene selv mener de har lært om konseptet resiprok:

**Lærer:** I dag skal vi hovedsakelig lære om divisjon med brøk, og i tillegg skal vi lære regelen for divisjon med brøk. Kan noen oppsummere hva vi har lært om konseptet resiprok i dag?

**Elev:** Om produktet av to tall er 1 er de to tallene resiproke av hverandre.

**Lærer:** Veldig bra. Om produktet av to tall er 1 så er de to tallene resiproke av hverandre. Noe mer?

**Elev:** Når vi dividerer 1 med et tall som ikke er lik 0 får vi det resiproke.

Noen av elevene svarer altså at to tall er resiproke av hverandre hvis produktet av dem blir 1, og at man får det resiproke av et tall om man dividerer 1 med et tall som ikke er null. Deretter spør Jin hva elevene har lært om standardalgoritmen for divisjon med brøk. Det kommer frem at elevens forståelse av algoritmen for divisjon med brøk har konseptet resiprok til grunn, noe som var et av læringsmålene for undervisningsøkten:

**Lærer:** Er det noen som kan forklare meg hva regelen for divisjon med brøk er?

**Elev:** Å dividere tall A med tall B er det samme som å multiplisere med det resiproke av tall B.

**Lærer:** Flott. Sitt ned. Vi kan uttrykke likningen algebraisk:  $\frac{m}{n} \div \frac{p}{q} = \frac{m}{n} \times \frac{q}{p}$  ( $n \neq 0, q \neq 0$ ). Ved divisjon med brøk må vi gjøre om blandede tall til uekte brøk først.

Dette utdraget viser igjen hvordan Jin vektlegger fokuset på å lære elevene divisjon med brøk gjennom spesifikke eksempler før de går over til det generelle ved hjelp av algebrauttrykk.

#### 4.2.4 Aktiviteter viet til oppnåelse av læringsmål

Undervisningsøkten bestod av de fire delene; presentasjon av introduksjonsoppgave, repetisjon, innlæring av ny kunnskap og oppsummering. Det ble fokusert på seks aktiviteter som ble brukt i undervisningsøkten, og da mest på de som ble brukt ved innlæring av ny kunnskap. I de fleste aktivitetene var det fokus på å lede elevene fra det spesifikke til det generelle for at elevene skulle oppnå undervisningsøktens læringsmål. Aktivitetene som ble utført stemte godt overens med de som var planlagt på forhånd av Jin. Måten de hang sammen på var enten ved at de bygde på samme matematiske ide, var avhengige av hverandre eller at kompleksiteten i oppgaven økte

fra den forrige. I Tabell 5 kan man se hvilke sammenhenger det er mellom to og to etterfølgende aktiviteter:

OVERGANG MELLOM AKTIVITETER		SAMMENHENG
(1) Introduksjonsoppgave	→ (2) Repetisjon	(b) Avhengighet
(2) Repetisjon	→ (3) Inverse operasjoner	(c) Økende kompleksitet
(3) Inverse operasjoner	→ (4) Resiprok	(b) Avhengighet
(4) Resiprok	→ (5) Gruppediskusjon	(a) Likhhet, (b) avhengighet, (c) økende kompleksitet
(5) Gruppediskusjon	→ (6) Oppsummering	(a) Likhhet, (b) avhengighet

Tabell 5: Sammenheng mellom aktiviteter

De ulike aktivitetene sto i et nært forhold til hverandre, og de ble satt sammen i en bestemt rekkefølge for å oppnå instructional coherence. Videre skulle denne måten å sette sammen aktivitetene på, legge til rette for at elevene skulle utvikle dyp forståelse for temaet divisjon med brøk.

## 4.3 Læreren interaksjon med klassen

### 4.3.1 Tydelige og eksplisitte overganger mellom aktiviteter

Jin hadde tydelige forklaringer i overgangene fra en aktivitet til en annen. I transkriptet fant jeg eksempler på eksplisitte overganger mellom aktivitetene som omhandlet (3) inverse operasjoner, (4) konseptet resiprok og at elevene skulle prøve seg på (5) introduksjonsoppgaven på ny. I det første eksempelet under forklarer Jin at multiplikasjon og divisjon med brøk er inverse operasjoner, akkurat som multiplikasjon og divisjon med heltall. Deretter forklarer hun at det neste de skal arbeide med er oppgaver med (3) konseptet inverse operasjoner:

*«Det neste jeg vil si er at akkurat som at heltallsdivisjon er det inverse av heltallsmultiplikasjon er multiplikasjon med brøk det inverse av divisjon med brøk. La oss se på noen eksempler med inverse.»*

Ettersom Jin forklarer overgangen eksplisitt og tydelig, vet elevene nøyaktig hva de skal gjøre videre i undervisningsøkten. Da klassen var ferdige med å se på eksempler med (3) inverse som fokus, forklarer Jin klart at de skal gå over til å lære om (4) konseptet resiprok og hva det er for noe:

*«La oss se hva konseptet resiprok og resiproke av hverandre er. For å få det resiproke av et tall dividerer vi 1 med tallet og tallet kan ikke være null.»*

Under delkapittelet om prosessen (4.2) kunne man se at det var en klar overgang fra arbeid med inverse operasjoner til konseptet resiprok, og videre til at elevene skulle prøve seg på ny på introduksjonsoppgaven. Jin er tydelig også i denne overgangen ved at hun forklarer hva elevene skal arbeide med, og at etter to minutter kommer hun til å velge en elev fra hver gruppe som skal svare på spørsmålet:

*«La oss tenke en stund om vi kan bruke konseptet resiprok. Nå er det på tide med gruppediskusjon, og etter to minutter vil jeg velge en elev fra hver gruppe til å svare på spørsmålet.»*

Siden elevene får god forklaring på hva som skal skje i løpet av hele undervisningsøkten, blir det sjelden spørsmål om hva de skal gjøre. De får hele tiden vite hva den enkelte skal gjøre, hva som skal gjøres og ofte hva som skal skje etter at en aktivitet er gjort. Jin legger opp til en jevn undervisningsflyt ved bruk av diskurs, som igjen fører til en sammenhengende undervisningsøkt.

#### **4.3.2 Kobling av ny kunnskap til gammel**

Forkunnskapene som var relevante i denne undervisningsøkten, og som elevene hadde lært i forrige undervisningsøkt, var, som tidligere nevnt, om multiplikasjon med brøk. Det første eksempelet på Jin sin bruk av diskurs med tanke på forkunnskaper skjer etter at hun har gitt elevene (1) introduksjonsoppgaven, da hun må forklare at de ikke kan bruke multiplikasjon med brøk til å løse den:

*«Vi har lært om multiplikasjon med brøk før, men i denne oppgaven må vi bruke divisjon med brøk. Det blir vanskelig å løse oppgaven med det vi har lært før. Kan noen bruke andre metoder for å løse denne oppgaven?»*

I følgende eksempel viser Jin igjen til at elevene lærte om multiplikasjon med brøk i forrige undervisningsøkt, og så bygger hun på dette konseptet for å få en grei overgang til konseptet divisjon med brøk. For at elevene skal få repetert det forrige temaet de lærte, får de arbeide med noen (2) oppgaver muntlig i klassen hvor de må benytte sine forkunnskaper om multiplikasjon med brøk:

*«La oss gå over til multiplikasjon med brøk som vi lærte i forrige undervisningsøkt. Jeg vil be dere om å forklare muntlig hvordan vi kan regne ut oppgavene i den første kolonnen.»*

Det siste eksempelet som er tatt med fra Jin sin klasseromsdiskurs i henhold til forkunnskaper omhandler også multiplikasjon med brøk. Dette eksempelet kommer frem i forbindelse med aktiviteten når elevene skulle (5) prøve å løse introduksjonsoppgaven på nytt. Jin viser til at ved divisjon med brøk endrer vi divisjon til multiplikasjon, og at multiplikasjon er noe de har arbeidet med før:

*«Det betyr at å dividere dividend med divisor er det samme som å multiplisere dividend med det resiproke av divisor, gjør det ikke? På denne måten endrer vi fra divisjon med brøk til multiplikasjon som vi har lært før.»*

Ved at Jin fremhever elevenes forkunnskaper om multiplikasjon med brøk flere ganger i løpet av undervisningsøkten, kan det gi elevene muligheten til å knytte det nye temaet, divisjon med brøk, til noe de kan fra før. Da er det gjerne lettere å huske det til senere anledninger, og elevene kan oppnå en conceptual forståelse for temaet divisjon med brøk.

### 4.3.3 Elevenes begrunnelser og forklaringer av fremgangsmåter

Elevene får kontinuerlig spørsmål om å svare spontant på muntlige oppgaver. Det er sjelden de får god tid til å arbeide med oppgavene før de må komme med svaret. Jin tar med elevene i tankeprosessen hele veien og spør dem hva de mener er svaret på ulike oppgaver. I tillegg til å få et forholdsvis raskt svar, forventer hun at elevene forklarer fremgangsmåten sin hver gang de svarer på et spørsmål. I det første eksempelet på Jin sin jakt etter elevrefleksjoner, som er fra aktiviteten (2) om multiplikasjon med brøk, spør hun hvorfor svaret blir 1, og hvordan eleven regner:

*«Hvorfor er resultatet lik 1? Hvordan regner du?»*

Dette kan få eleven til å tenke seg om hvorfor hun eller han svarte som de gjorde. I følgende eksempel, som også hører til aktiviteten om (2) multiplikasjon med brøk, spør Jin om elevene muntlig kan svare på oppgavene på tavla:

*«Så ifølge resultatene vi fikk i den første kolonnen, klarer dere å gjette hva jeg kan sette inn i den horisontale linjen her? Har noen lyst til å svare?»*

Videre i følgende to utdrag kommer det eksempler på at Jin spør om en forklaring på hvordan og hvorfor elevene kommer frem til de ulike svarene. Det første eksempelet kommer fra aktiviteten om (2) multiplikasjon med brøk, og handler om at Jin vil at eleven skal forklare hvorfor to tall som multipliseres blir tallet 1. Det andre kommer fra aktiviteten med (4) individuelle oppgaver om konseptet resiprok, og handler om at Jin vil få frem elevens fremgangsmåte:

*«Flott. Kan du forklare hvorfor  $2\frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = 1$ ?»*

*«Hvordan fikk du  $1\frac{3}{10}$ ?»*

Den eneste gangen elevene fikk litt lengre tid til å arbeide med en gitt oppgave var, som tidligere skrevet, når de hadde en gruppediskusjon om hvordan de kunne (5) løse introduksjonsoppgaven. Etter at elevene hadde sittet i grupper og diskutert oppgaven, spurte Jin hvem som ville forklare hva de kom frem til først:

*«Hvordan går det med diskusjonen? Nå vil jeg be dere om å svare på spørsmålet mitt. Hvilken gruppe vil være den første?»*

#### **4.3.4 Forklaring av målene for undervisningsøkten**

Læringsmålene som stod i planleggingsdokumentet ble ikke eksplisitt gitt til elevene. Derimot nevnte Jin i begynnelsen av undervisningsøkten at de skulle undersøke temaet divisjon med brøk. I tillegg viser hun til at de skal starte økten med en (1) introduksjonsoppgave:

*«I dag skal vi studere kapittel 2.6 – divisjon med brøk. Først skal vi se på en oppgave.»*

Elevene innså, som tidligere nevnt, etter hvert at (1) oppgaven som ble introdusert i starten av økten ikke kunne løses ved bruk av sine kunnskaper. Jin forklarte dermed at et mål med undervisningsøkten var at til slutt skulle elevene kunne løse oppgaven selv ved hjelp av divisjon med brøk:

*«Etter undervisningsøkten i dag kan vi løse oppgaven ved hjelp av divisjon med brøk.»*

Til slutt i undervisningsøkten (7) oppsummerte Jin sammen med elevene hva de skulle ha lært i løpet av den siste timen, og da forklarte hun at de hovedsakelig hadde arbeidet med divisjon med brøk og reglene for divisjon med brøk. Jin spurte så om elevene selv kunne forklare



hovedpoengene med økten, altså konseptet resiprok og standardalgoritmen for divisjon med brøk:

*«I dag skal vi hovedsakelig lære om divisjon med brøk, og så skal vi i tillegg lære regelen for divisjon med brøk. Kan noen oppsummere hva vi har lært om konseptet resiprok i dag?»*

*«Vel, er det noen som kan fortelle meg hva regelen for divisjon med brøk er?»*

#### **4.3.5 Diskursen utdyper hensikten med aktivitetene**

På grunn av Jin sin bruk av diskurs gjennom undervisningsøkten, opprettholdt hun en god struktur og tematisk sammenheng. Gjennom hele undervisningsøkten forklarer Jin hva elevene skal gjøre, prøver å få frem elevenes egne refleksjoner og belyser både bruk av forkunnskaper og hovedpoeng og læringsmål for undervisningsøkten. Elevene blir kontinuerlig forklart hva som skal skje, hvem som skal gjøre hva og hva som skal skje etter førstkommende aktivitet. Det oppstår derfor få spørsmål fra elevene om hva de skal gjøre. Ved at Jin knytter ny kunnskap til elevenes forkunnskaper gjennom hele økten, får elevene mulighet til å utvikle en mer conceptual forståelse. Det blir lettere for dem å lære seg noe nytt ved at de har et tidligere lært tema som grunnlag. Elevene blir spurt mange spørsmål hele veien for at Jin skal ha kontroll på at de henger med i undervisningsøkten. Det er ikke tilstrekkelig at elevene kun svarer på oppgavene. De må også kunne forklare sin fremgangsmåte, og utdype hvorfor de kommer frem til sine svar.

Temaet divisjon med brøk blir tidlig utpekt som målet i undervisningsøkten, og til slutt oppsummerer Jin, sammen med elevene, hovedpoengene som er konseptet resiprok og standardalgoritmen for divisjon med brøk. I oppsummeringen var elevene veldig aktive, og de fikk fortelle med egne ord hva de mente de hadde lært i løpet av økten. Aktivitetene som ble utført i undervisningsøkten ble tydeliggjort ved hjelp av Jin sin interaksjon med klassen. Hvilken type diskurs som ble brukt i hvilke aktiviteter vises i Tabell 6:

AKTIVITETER	DISKURS
(1) Introduksjonsoppgave	Forkunnskaper
(2) Repetisjon	Forkunnskaper og elevrefleksjoner
(3) Inverse operasjoner	Eksplisitte overganger
(4) Resiprok	Eksplisitte overganger og elevrefleksjoner
(5) Gruppediskusjon	Eksplisitte overganger og elevrefleksjoner
(6) Oppsummering	Hovedpoeng og læringsmål

Tabell 6: Oversikt over diskurs brukt i aktiviteter

Det var klar sammenheng mellom aktivitetene som ble benyttet og det som ble eksplisitt sagt av Jin i løpet av undervisningsøkten, og det førte til høy grad av instructional coherence.

## 4.4 Lærerens holdninger til matematikk og undervisning

### 4.4.1 Matematikk som et hierarki

Det første spørsmålet til Jin handlet om hennes tanker om instructional coherence, og da svarte hun følgende:

*«For meg er matematikk et hierarki som strekker seg fra lavt til høyt nivå. Det består av lag. Mange, mange lag som er koblet til hverandre. Hvis du vil komme deg opp på høyere nivå må du bygge på fra lavt nivå. Alle disse lagene henger sammen og det hjelper elevene med å forstå de høyere nivåene av tenkning. Når jeg underviser leser jeg læreboka og kapitlene. Hvert kapittel er sammenhengende, og det er også elevenes læring; både tidligere læring, fremtidige læring og pågående læring. De er alle knyttet sammen, så i matematikk er sammenheng veldig, veldig viktig.»*

Jin mener altså at elevene må starte fra et lavt matematisk nivå, og så må de bygge seg oppover og bygge på det de allerede kan, altså sine forkunnskaper. Alle temaene i matematikken henger, ifølge Jin, sammen på et vis, og det er viktig at elevene klarer å se disse sammenhengene for å få

en dypere forståelse for matematikk. I tillegg forteller Jin at hun leser i læreboka når hun skal undervise, fordi det er sammenheng både mellom og innad i hvert kapittel i den. Det at Jin ser på matematikk som et hierarki, henger tett sammen med måten hun i sin diskurs prøver å få elevene til å koble ny kunnskap til gammel. Det gjør hun ved å for eksempel repetere temaet multiplikasjon med brøk før hun går over til å lære dem om inverse operasjoner som forklart i kapittel 4.1. Måten undervisningsøkten er lagt opp ved at repetisjon av tidligere lært kunnskap gjennomgås før elevene lærer noe nytt, tydeliggjør Jin sin mening om at matematikk er et hierarki. Et annet eksempel på at matematikk ses på som et hierarki av Jin med tanke på hennes interaksjon med klassen, er at hun fokuserer på forkunnskaper som elevene skal ha som grunnlag for å lære ny kunnskap.

#### **4.4.2 Viktigheten av begrunnelse og resonnering**

Ifølge Jin finnes det en sammenheng mellom elevenes forkunnskaper, det de skal lære i fremtiden og det de holder på å lære. For Jin er sammenheng i matematikk viktig, og grunnen til det forklarer hun i neste sitat:

*«Jeg mener at det er nytteløst å lære matematikk ved å pugge. Hvis du pugger formuler kan du ikke løse en oppgave om den blir mer komplisert eller mer åpen. Om du derimot forstår prinsippene og det grunnleggende, kan du likevel komme frem til formelen selv hvis du har evnen til å begrunne steg for steg. Derfor mener jeg at sammenheng (coherence) handler om å bygge på begrunnelsesprosessen.»*

Jin mener at instructional coherence er viktig for at hierarkiet skal fungere. Hierarkiet fungerer nemlig ikke om elevene kun pugger matematikk, fordi da klarer de ikke å løse oppgaver som er mer kompliserte, fleksible eller åpne. Hun sier videre at instructional coherence er viktig for at elevene skal kunne bygge på begrunnelsesprosessen. Denne prosessen handler om at selv om elevene ikke husker formlene, men forstår prinsippene, kan de likevel klare å begrunne og løse en oppgave på egenhånd. Jin la til at hun ikke bare vil lære elevene ren matematisk kunnskap, men at elevene skal tilegne seg ferdigheten å lære matematikk på egenhånd:

*«Jeg ønsker å ikke bare lære elevene matematisk kunnskap, men hvordan de kan lære matematikk på egenhånd.»*

Dette svaret var en start på mitt andre spørsmål til henne som handlet om hvorfor hennes undervisning bygde på instructional coherence. Da var svaret at hun vil at elevene skal utvikle selvstendig læring, og at de skal lære seg å tenke matematisk. For å få til dette sier hun at det er viktig at elevene har forståelse for, og øver på, sammenhengende begrunnelse i matematikk:

*«Målet er å lede dem mot å utvikle deres egen selvstendige tenkning. Evnen til å tenke matematisk. Så derfor er det veldig viktig at elevene utvikler forståelse og at de ofte øver på sammenhengende matematisk resonnering.»*

Både begrunnelsesprosessen, Jin sitt syn på matematikk som et hierarki og hennes fokus på å lære elevene å være selvstendige henger tett sammen med diskursen hennes med tanke på jakten etter elevrefleksjoner. Som tidligere nevnt så er Jin ikke kun på jakt etter svar på spørsmålene hun stiller, men også etter hvordan elevene kommer frem til sine svar. Ved at hun stiller disse spørsmålene og forventer en fremgangsmåte fører det til at elevene etter hvert lærer seg å tenke over hvordan og hvorfor de kommer frem til sine svar. Dette fører så til at elevene bygger på sin begrunnelsesprosess, og blir tryggere på sin egen selvstendige læringsprosess.

#### **4.4.3 Selvstendig læring som mål for undervisningen**

Det var sammenheng mellom det Jin mente om undervisning og matematikk, og hvordan hun planla og utførte undervisningen sin. Jin meddelte i intervjuet at hun ser på matematikk som et hierarki, og dette kom frem i undervisningsøkten ved at hun prøvde å knytte ny kunnskap til gammel. I tillegg mente hun at begrunnelsesprosessen er veldig sentral i matematikkundervisning. Det kom særlig frem i hennes interaksjon med klassen ved at hun ba elevene om å forklare sin fremgangsmåte under hele undervisningsøkten. Denne måten å arbeide på kan føre til at elevene blir mer og mer selvstendige, og de kan utvikle en dypere forståelse for

matematikken. Et av de viktigste målene til Jin var ikke bare at elevene skal bli gode i matematikk, men at de skal bli selvstendige i egen læringsprosess og lære seg å tenke matematisk. Alle disse poengene som kom frem i intervjuet med Jin viser at hun er observant med tanke på å føre en undervisning som bygger på instructional coherence, for at elevene skal få best mulig forståelse for matematikkfaget. Det er klar sammenheng mellom det som kom frem i intervjuet med Jin, og det som ble sagt og gjort i selve undervisningsøkten.



## 5.0 Diskusjon

Grunnlaget for oppgaven er følgende forskningsspørsmål:

*Hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence benytter en lærer seg av i en undervisningsøkt om divisjon med brøk i en kinesisk 6. klasse?*

I dette kapittelet skal resultatene fra kapittel 4 diskuteres opp mot det teoretiske perspektivet som ble presentert i kapittel 2. Inndelingen av diskusjonen samsvarer med de tre delkapitlene 2.1, 2.3 og 2.4, som henholdsvis handler om matematisk forståelse, undervisning i Kina og undervisning av temaet divisjon med brøk.

### 5.1 Forståelse av matematikk

Hovedformålet med undervisningsøkten var at elevene skulle lære seg algoritmen for divisjon med brøk med konseptet resiprok som grunnlag. For å nå dette læringsmålet var elevenes forkunnskaper om multiplikasjon med brøk sentralt. Gjennom hele økten var fokuset å bygge videre på disse forkunnskapene. I intervjuet med Jin kom det frem at hun ser på matematikk som et hierarki. Hierarkiet består av flere lag som henger sammen, og de starter fra lavt matematisk nivå og øker til høyere nivå. Jin sitt syn på matematikk samsvarer med forventet holdning basert på Cai og Ding (2017) sin studie. Deres resultater viser at kinesiske lærere ofte definerer forståelse som et nett av koblinger, som igjen er et resultat av kontinuerlig konstruksjon av forbindelser.

Jin fokuserte gjennom hele undervisningsøkten på å skape refleksjoner ved å få elevene til å forklare hvordan de kom frem til svar på ulike spørsmål, og hvorfor metoden de brukte ga riktig resultat. Dette var bevisst for å få dem til å øve på kontinuerlig og sammenhengende begrunnelse av sine fremgangsmåter i matematikken. Jin uttrykte i intervjuet at instructional coherence handler om å bygge på begrunnelsesprosessen, og at å kunne resonnerer er nødvendig for å utvikle evnen til å tenke matematisk. Hovedfunnet i studien til Richland et al. (2012) var nettopp at bruk av elevenes resonneringsferdigheter i matematikkundervisningen er en viktig metode å forbedre elevenes evne til å utvikle nyttig og fleksibel matematikkunnskap. Det er vesentlig at elevene får utvikle egne forklaringer av matematiske konsepter til tross for at de kan bli mindre

presise enn de i læreboka. Ved at elevene forklarer konseptene med egne ord blir det lettere for dem å internalisere konsepter og begreper (Cai & Ding, 2017).

## **5.2 Instructional coherence i kinesisk undervisning**

Jin satte sammen en undervisningsøkt bestående av temaer som var relatert til hverandre og som kunne bygge på hverandre. Disse temaene fikk elevene arbeide med gjennom aktiviteter som hadde koblinger til hverandre, og diskursen som ble brukt var såpass klar at elevene kunne få forståelse for hensikten med undervisningsøkten. Det er vanlig at lærerens oppfatning av hvordan kunnskap henger sammen legger føringer for lærerens konstruksjon av instructional coherence i undervisningsøkten (Chen & Li, 2010). Resultatene fra feltarbeidet viser at undervisningsøkten var åpenbart påvirket av Jin sitt syn på matematisk forståelse som et hierarki, og hennes mening om at begrunnelsesprosess er viktig i læring av matematikk.

Resultatene fra Wang og Murphy (2004) sin studie viser at tydelig sammenheng i planleggingsdokumentet øker læringen, og et av funnene i Chen og Li (2010) sin studie var at alle aktivitetssegmentene var viet til å nå øktens læringsmål. Jin hadde laget et detaljert planleggingsdokument med både læringsmål, fokus for økten, potensielle utfordringer og hvordan økten skulle foregå. Ved hjelp av planleggingsdokumentet kan man se at økten var nøye planlagt ut fra læringsmålene og det førte videre til høy grad av instructional coherence i selve undervisningsøkten. Ifølge Wang og Murphy (2004) må aktivitetene være relatert til hverandre og ha fokus på ett eller to hovedtemaer for å oppnå høy grad av instructional coherence. Aktivitetene i Chen og Li (2010) sin studie hadde et nært forhold til hverandre og de ble satt sammen for å utforske divisjon med brøk. Sammenhengen mellom de ulike aktivitetene i undervisningsøkten til Jin kan plasseres i en av følgende kategorier: 1. basert på samme matematiske idé, 2. den ene aktiviteten bygger på den andre og 3. kompleksiteten i oppgaven økte fra første til andre aktivitet. I tillegg var hovedfokuset i alle aktivitetene på ett tema; divisjon med brøk.



Undervisningsøkten fortsatte, som tidligere nevnt, med repetisjon etter at introduksjonsoppgaven var presentert. Repetisjon har to viktige roller: belyse tidligere undervisningsøkter og forberede til læring av ny kunnskap (Mok, 2013). Repetisjon ble benyttet i undervisningsøkten ved at multiplikasjon med brøk ble repetert. Dette la grunnlaget for læring av algoritmen for divisjon med brøk. To andre strategier som ifølge Mok (2013) var sentrale for å oppnå instructional coherence i undervisningsøkten var klasseromsdiskurs og oppsummering. Jin forklarte elevene kontinuerlig hva de skulle arbeide med, hvordan og hvorfor, og det bidro til høy grad av instructional coherence ved at elevene fikk muligheten til å se hvordan undervisningsøkten hang sammen. Eksplosive forklaringer, både ved overganger, og ved kobling til forkunnskaper ble også gitt i undervisningsøkten som ble analysert av Chen og Li (2010). Oppsummeringen foregikk muntlig mellom elevene og Jin ved at elevene fikk forklare hva de mente de hadde lært i løpet av undervisningsøkten. Med det fikk de avsluttet undervisningsøkten ved å belyse hovedinnholdet. Ifølge begrunnelsesprosessen som Jin la vekt på i intervjuet er det veldig viktig at elevene får sette sine egne ord på det de har lært for å gjøre det lettest mulig å internalisere kunnskapen.

Cai et al. (2014) forklarte at ekte sammenheng blir skapt gjennom utfordring av elevenes tenkning. Videre skriver forfatterne at dersom de matematiske konseptene henger sammen kan det føre til gradvis dypere og sammenhengende forståelse hos elevene. Allerede i starten av undervisningsøkten, ved bruk av introduksjonsoppgaven, legger Jin opp til matematisk tenkning. Elevene må selv komme frem til hvordan de skal løse oppgaven fordi den er såpass åpen. Jin er, som tidligere nevnt, kontinuerlig på jakt etter elevenes refleksjoner ved at de må forklare sine fremgangsmåter når de svarer på spørsmål. For å oppnå ekte sammenheng er begrunnelsesprosessen som Jin nevner i intervjuet sentral. Elevene må bli utfordret til å bli selvstendige i sin egen læringsprosess. De kinesiske lærerne arbeider for å oppnå ekte sammenheng ved å vektlegge både planlegging av undervisning og å takle de spontane hendelsene som oppstår i undervisningsøkten på en hensiktsmessig måte (Cai et al., 2014). Selv om Jin hadde en klar plan for undervisningsøkten, oppsto det noen situasjoner som planen ikke hadde tatt høyde for. Disse spontane hendelsene var utsagn fra elevene, og de ble taklet av Jin på en god og profesjonell måte.

De kinesiske lærerne i Ma (2010) kom frem til at en kunnskapspakke for divisjon med brøk burde bestå av følgende konsepter; multiplikasjon med brøk, enhet, brøk, addisjon, multiplikasjon med heltall, inverse operasjoner og divisjon med heltall. Inverse operasjoner og multiplikasjon med brøk var veldig sentrale konsepter i økten som ble observert i Kina. Multiplikasjon og divisjon med heltall ble nevnt i forbindelse med at de er inverse av hverandre, og at denne sammenhengen også gjelder for multiplikasjon og divisjon med brøk. Konseptene brøk, enhet og addisjon ble implisitt forklart ved at de ligger til grunn for de andre konseptene. Resiprok ble nevnt i boka til Ma (2010) som relevant i forbindelse med divisjon med brøk, men var ikke plassert i kunnskapspakken.

### **5.3 Undervisning av divisjon med brøk**

Den observerte undervisningsøkten i Kina handlet om å introdusere elevene for temaet divisjon med brøk. Jin startet økten ved å gi elevene en åpen oppgave som de skulle løse. For å komme frem til svaret måtte de bruke divisjon med brøk, men det fikk ikke elevene vite. Dermed måtte de selv prøve å finne ut hvilken metode de kunne bruke. Det er forventet i Kina at elevene ikke bare skal inneha kunnskap om ulike måter å løse et problem på, men de skal også kunne evaluere hvilken metode som er den beste å bruke i enhver oppgave (Ma, 2010).

Ifølge Li (2008) er det nyttig å bygge på elevenes kunnskap om multiplikasjon med brøk når de skal lære om divisjon med brøk, fordi det er sentralt i selve algoritmen. Etter at introduksjonsoppgaven var gitt og elevene hadde funnet ut at de trengte ny kunnskap for å løse den, valgte Jin å repetere multiplikasjon med brøk. I flere tilfeller av undervisningsøkten viser Jin eksplisitt til hvordan multiplikasjon med brøk kan kobles til det nye de skal lære. Inverse operasjoner er det påfølgende temaet som blir belyst etter at elevene har fått repetert sin kunnskap om multiplikasjon med brøk. At inverse operasjoner belyses i sammenheng med innlæring av temaet divisjon med brøk, er i tråd med hvordan kinesiske lærebøker er satt sammen. Kinesiske lærebøker introduserer ikke temaet divisjon med brøk direkte som en

algoritme, men ved at elevene først lærer seg at divisjon med brøk er en invers operasjon av multiplikasjon med brøk (Li, 2008).

Jin sine holdninger til undervisning av matematikk skinner igjen i undervisningsøkten med tanke på sammenhenger mellom de ulike temaene. Undervisningsøkten kan ses på som et hierarki hvor man starter på et forholdsvis lavt nivå, med multiplikasjon med brøk. Deretter kommer et høyere nivå med inverse operasjoner og resiprok. Avslutningsvis undervises det høyeste nivået i undervisningsøkten; divisjon med brøk.

Et av målene med undervisningsøkten er, som tidligere nevnt, at elevene skal oppnå forståelse for algoritmen for divisjon med brøk. Algoritmen som elevene lærer i undervisningsøkten har resiprok som grunnlag. Metoden de bruker for å løse oppgaver ved hjelp av divisjon med brøk handler om å snu den bakerste brøken opp-ned for så å multiplisere de to brøkene. Zembat (2015) skriver at den tradisjonelle «snu og multipliser»-algoritmen for divisjon med brøk gir få muligheter for elevene til å oppnå en rik forståelse for brøk, og at den alternative algoritmen, «fellesnevner»-algoritmen, heller bør tas i bruk i matematikkundervisningen. Grunnen til at «fellesnevner»-algoritmen heller bør tas i bruk er at den bygger på grunnleggende operasjoner som inndeling, sammensetting og telling, noe som gjør det mer tilgjengelig for elever å forstå (Zembat, 2015). Et forslag til forbedring av undervisningen kan være å erstatte «snu og multipliser»-algoritmen med «fellesnevner»-algoritmen.



## **6.0 Konklusjon og veien videre**

Innledningsvis i dette kapittelet blir hovedfunnene fra studien oppsummert. Disse funnene brukes for å besvare forskningsspørsmålet. Videre vil studiens bidrag til forskningsfeltet bli belyst sammen med kritikk av metodevalg og forslag til fremtidig forskning. Masteroppgaven avsluttes med et delkapittel om didaktiske implikasjoner, der det blir forklart hvordan man kan benytte de karakteristiske trekkene fra kinesisk undervisning i norsk skole.

### **6.1 Karakteristiske trekk av instructional coherence**

Hensikten med oppgaven var å finne ut hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence en lærer benyttet i en undervisningsøkt om divisjon med brøk i en kinesisk 6. klasse. For å finne svar på forskningsspørsmålet ble undervisningsøkten analysert ut fra fire ulike synsvinkler; innhold, prosess, diskurs og lærerens holdninger til matematikk og undervisning. Det ble funnet trekk av instructional coherence innenfor hvert av de fire aspektene, og de underbygges av tidligere forskning (5.0).

#### **Innholdsaspektet**

Et av målene med undervisningsøkten var at elevene skulle lære om konseptet resiprok, for deretter å bruke det som grunnlag for å lære algoritmen for divisjon med brøk.

Undervisningsøkten startet med en introduksjonsoppgave som elevene ikke hadde tilstrekkelig kunnskap til å besvare. Ved øktens avslutning skulle elevene ha lært om resiprok, og være i stand til å løse introduksjonsoppgaven. Resultatene fra Wang og Murphy (2004) sin studie viser at tydelig sammenheng i planleggingsdokumentet øker læringen. Jin sitt fokus på planlegging førte til tett sammenheng mellom undervisningstemaene, og la til rette for instructional coherence i den observerte økten.

#### **Prosessaspektet**

Instructional coherence ble benyttet av læreren i henhold til hvordan undervisningsøkten ble strukturert i praksis ut fra planleggingsdokumentet. Økten var delt inn i introduksjon av en

oppgave, repetisjon, nytt innhold og oppsummering. Aktivitetene innenfor de ulike delene var satt sammen for å oppnå læringsmålene for økten. Dette var også et av funnene i Chen og Li (2010) sin studie; alle aktivitetssegmentene var viet til å nå øktens læringsmål. I tillegg hadde Jin fokus gjennom hele økten på å lede elevene fra det spesifikke til det generelle for å oppnå dypest mulig forståelse for divisjon med brøk.

### **Klasseromsdiskursen**

På lik linje med at de benyttede aktivitetene og temaene medførte instructional coherence, bidro også Jin sin interaksjon med klassen til nettopp dette. En av strategiene for å oppnå instructional coherence i en undervisningsøkt er, ifølge Mok (2013), nettopp gjennom klasseromsdiskursen. Jin forklarte kontinuerlig hva som skulle skje og hvorfor slik at elevene skulle se en sammenheng i undervisningsøkten. I tillegg er Jin på jakt etter elevenes refleksjoner, og prøver å få dem til å tenke over hvordan de kommer frem til sine svar. Disse metodene å benytte diskursen på la til rette for en dypere forståelse for temaet de arbeidet med.

### **Lærerens holdninger til matematikk og undervisning**

I intervjuet kom det frem at instructional coherence var svært viktig for Jin med tanke på hennes matematikkundervisning. Det er, ifølge Chen og Li (2010), vanlig at lærerens oppfatning av hvordan kunnskap henger sammen tilrettelegger for lærerens konstruksjon av instructional coherence i undervisningsøkten. Jin sine holdninger påvirket undervisningen innenfor alle de tre aspektene; innhold, prosess og diskurs. For det første mente hun at matematikk er et hierarki, og at det er nødvendig å mestre det grunnleggende før man lærer noe mer avansert. Dette har sammenheng med trekkene av instructional coherence som ble observert ut fra innholdsaspektet. I intervjuet uttrykte også Jin at målet er å få elevene til å bli selvstendige i sin egen læringsprosess. Et av trekkene av instructional coherence innenfor prosessaspektet var at Jin prøvde å lede elevene fra å tenke spesifikt til generelt, og dette kan føre til at hennes mål blir oppnådd. Innenfor diskursaspektet ble det lagt vekt på at Jin ville ha frem elevenes refleksjoner, noe som har sterk tilknytning til hun sin vektlegging av arbeid med resonneringsferdigheter for å utvikle matematisk forståelse.

På bakgrunn av de presenterte hovedfunnene konkluderes det med at flere trekk av instructional coherence finnes både innenfor innholds-, prosess- og diskursaspektet ved den observerte undervisningsøkten. I tillegg konkluderes det med at lærerens holdninger til matematikk og undervisning påvirket undervisningsøkten til å basere på instructional coherence, for igjen å legge til rette for dypest mulig forståelse for matematikk.

## **6.2 Studiens bidrag til forskningsfeltet og metodens innvirkning**

Denne oppgaven gir informasjon om hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence en kinesisk lærer benytter i en undervisningsøkt om divisjon med brøk. I tillegg bidrar den til forståelse for hva konseptet instructional coherence går ut på, og hvordan det fungerer i en undervisningsøkt for at elever skal utvikle dypere forståelse for matematikk. Resultatene i denne studien støtter tidligere internasjonal forskning som har vist at instructional coherence foregår i kinesiske matematikklasserom. I tillegg støtter resultatene tidligere forskning om at instructional coherence er en metode for å få elevene til å forstå matematikk på en sammenhengende måte. Det skjer både ved bruk av relaterte temaer, aktiviteter som henger sammen og bruk av diskurs i klasserommet som utdyper hensikten med disse temaene og aktivitetene.

Denne oppgaven kan bidra med førstehåndskunnskap om kinesisk undervisning, fra et norsk perspektiv, til forskningsfeltet. Ifølge Vistro-Yu (2013) er det viktigste formålet med internasjonale studier å lære fra hverandre, og min studie kan være en døråpner med tanke på samarbeid med den kinesiske skolen. Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg opprettet kontakt med flere ansatte på den kinesiske skolen, og denne kontakten kan benyttes til å utveksle erfaringer og tanker om undervisningspraksis.

I tillegg håper jeg å kunne motivere fremtidige studenter til å utforske videre i dette spennende forskningsfeltet ved å dra til andre land og observere matematikkundervisningen der. Man får et nytt og annerledes perspektiv på hvordan undervisning kan foregå, og man kan ta med seg disse

erfaringene i norsk skole for å få mer variasjon. I datainnsamlingen ble det kun observert én lærer på én privatskole, for å se hvordan undervisningen fungerte der. På bakgrunn av mitt begrensede datautvalg er ikke studien representativ for den kinesiske skolen, men vil likevel gi et innblikk i hvordan det kan fungere. Det hadde vært svært interessant å få sjekket om instructional coherence er like utbredt i matematikkundervisningen på andre skoler i Kina, generelt i offentlige skoler og spesielt i skoler i mindre urbane strøk. Internasjonal forskning gir, ifølge Shimizu og Kaur (2013), ikke bare en mulighet til å bedre forstå hva som skjer i klasserommet i hvert utdanningssystem, men også til å stille spørsmål ved våre lokale praksiser av undervisning og læringsprosesser. Man kan derfor ha stor nytte av å observere andre lands matematikkundervisning, så det anbefaler jeg samtlige fremtidige studenter å gjøre.

### **6.3 Didaktiske implikasjoner**

Denne oppgaven har illustrert hvilke karakteristiske trekk av instructional coherence en kinesisk lærer tok i bruk i løpet av en undervisningsøkt om divisjon med brøk. Det var flere trekk av instructional coherence både innenfor innholdet, prosessen og diskursen som ble brukt i undervisningsøkten, og det førte til en sammenhengende undervisning. I det uformelle intervjuet med de to norske lærerne, kom det frem at de synes at divisjon med brøk er det vanskeligste temaet å undervise i. I tillegg kom det frem at deres inntrykk var at elevene som oftest får til å regne ut regnestykker med divisjon med brøk, men de forstår ikke hvordan det fungerer. Kan instructional coherence være med på å endre dette, og gjøre det lettere for elevene å få en forståelse for hvordan standardalgoritmen for divisjon med brøk fungerer?

Når en lærer skal planlegge en undervisningsøkt er det essensielt å ha en tydelig sammenheng i planleggingsdokumentet (Wang & Murphy, 2004). Ved at læreren legger opp til et planleggingsdokument med sammenheng, legger han eller hun en god grobunn for instructional coherence i undervisningsøkten. De første årene som lærerstudent i Norge er det, etter min erfaring, vanlig å måtte lage et tydelig planleggingsdokument med både læringsmål og prosess for undervisningsøktene. Etter hvert som man kommer lengre ut i studiet, og ikke minst når man kommer ut i arbeid, virker det som om denne planleggingsfasen blir mindre prioritert. I den



observerte kinesiske skolen er det å lage planleggingsdokument for undervisningsøktene en helt vanlig del av arbeidshverdagen, om de er fast ansatte eller lærerstudenter. Dette er med på å bidra til høy grad av instructional coherence. Kanskje kan det være en fordel å fortsette dette planleggingsarbeidet videre i studiene og ut i arbeidslivet i Norge også?

I kinesiske lærebøker introduseres ikke temaet divisjon med brøk direkte som en algoritme, men ved at elevene først lærer seg at divisjon med brøk er en invers operasjon av multiplikasjon med brøk (Li, 2008). I den observerte undervisningsøkten var det kontinuerlig fokus på å bygge på relaterte temaer som grunnlag for å lære ny kunnskap. Jin forklarte at hun så på matematikk som et hierarki, noe som påvirket undervisningsøkten ved at hun startet med å repetere kunnskap om multiplikasjon med brøk, som var på lavt nivå i hierarkiet. Deretter fokuserte hun på å lære elevene om konseptet resiprok og inverse operasjoner. Disse konseptene ble så brukt som grunnlag for læring av divisjon med brøk, som var høyt oppe i hierarkiet. Et større fokus på å bygge videre på gammel kunnskap kan være fordelaktig i det norske skolevesenet.

Å lære fra hverandre er, som tidligere nevnt, det viktigste formålet med internasjonale studier (Vistro-Yu, 2013), og dette gjelder naturligvis også mellom lærere på samme skole. Da jeg var i Kina og fikk oppleve hvordan lærerne observerte hverandre, ga hverandre tips i møtet før undervisningsøkten og kom med konstruktiv kritikk etter undervisningsøkten, så jeg viktigheten med at lærerne er åpne og villige til å både lære av og lære til hverandre. Denne måten å både planlegge og vurdere undervisningsøkter på er noe som kunne vært interessant å prøve ut i den norske skolen, for å se om det kan legge bedre til rette for elevers forståelse av matematikk.

Når en blir klar over andre alternative undervisningsmetoder som eksisterer, kan det stimulere til diskusjon og refleksjon om valgene som blir tatt innenfor et land, og dette kan gjerne føre til forbedring av undervisningspraksisen (Hiebert et al., 2003). Jeg håper at resultatene fra min studie kan bidra til diskusjon i den norske skolen. Forhåpentligvis kan jeg få prøvd ut instructional coherence i praksis for å se om det kan ha innvirkning på elevenes læringsprosess. Til tross for de kinesiske elevenes svært gode resultater i matematikk på internasjonale tester

(OECD, 2014, 2016), vil ikke kopiering av kinesisk undervisningspraksis nødvendigvis gjøre underverker for prestasjonene i en annen nasjon (Vistro-Yu, 2013). Det er viktig å ta vare på det som verdsettes i en nasjon, men også være åpen for impulser utenfra.

## Litteraturliste

- Cai, J., & Ding, M. (2017). On mathematical understanding: perspectives of experienced Chinese mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(1), 5-29. doi: 10.1007/s10857-015-9325-8
- Cai, J., Ding, M., & Wang, T. (2014). How do exemplary Chinese and U.S. mathematics teachers view instructional coherence? *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 265-280.
- Cai, J., & Lester, F. (2008). Contributions from cross-national comparative studies to the internationalization of mathematics education: studies of Chinese and U.S. classrooms. I B. Atweh, A. Calabrese Barton, M. Borba, N. Gough, C. Keitel, C. Vistro-Yu & R. Vithal (Red.), *Internationalisation and Globalisation in Mathematics and Science Education* (s. 269-283). Dordrecht: Springer.
- Chen, X., & Li, Y. (2010). Instructional coherence in Chinese mathematics classroom - A case study of lessons on fraction division. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(4), 711-735. doi: 10.1007/s10763-009-9182-y
- Cohen, L., Manion, L., Morrison, K., & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). London: Routledge.
- Gu, L., Huang, R., & Marton, F. (2004). Teaching with variation: A Chinese way of promoting effective mathematics learning. I F. Lianghuo, W. Ngai-Ying & C. Jinfa (Red.), *How Chinese Learn Mathematics : Perspectives From Insiders* (s. 309-347). Singapore: World Scientific Publishing Company.
- Hallett, D., Nunes, T., & Bryant, P. (2010). Individual Differences in Conceptual and Procedural Knowledge when Learning Fractions. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 395-406. doi: 10.1037/a0017486
- Hiebert, J. (1984). Children's Mathematics Learning: The Struggle to Link Form and Understanding. *The Elementary School Journal*, 84(5), 497-513. doi: 10.1086/461380
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., . . . Stigler, J. (2003). Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study. *Education Statistics Quarterly*, 5(1), 7-15.
- Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M., & Rygge, J. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

- Li, Y. (2008). What Do Students Need to Learn about Division of Fractions? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(9), 546-552.
- Ma, L. (2010). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics : Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States* (2. utg.). New York: Routledge.
- Mok, I. A. C. (2013). Five strategies for coherence: lessons from a Shanghai teacher. I Y. Li & R. Huang (Red.), *How Chinese teach mathematics and improve teaching* (s. 120-133). New York: Routledge.
- Nilssen, V. L. (2012). *Analyse i kvalitative studier : den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results in focus: What 15-year-olds know and what they can do with what they know*. Hentet 14. november 2016, fra <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf>
- OECD. (2016). *PISA 2015 Results in focus*. Hentet 02. mars 2017, fra <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>
- Pepin, B. (2011). Pupils' attitudes towards mathematics: A comparative study of Norwegian and English secondary students. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 43(4), 535-546. doi: 10.1007/s11858-011-0314-9
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblick : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Richland, L., Stigler, J., & Holyoak, K. (2012). Teaching the Conceptual Structure of Mathematics. *Educational Psychologist*, 47(3), 189-203. doi: 10.1080/00461520.2012.667065
- Shimizu, Y., & Kaur, B. (2013). Learning from similarities and differences: a reflection on the potentials and constraints of cross-national studies in mathematics. *ZDM*, 45, 1-5. doi: 10.1007/s11858-013-0489-3
- Sun, X. (2011). "Variation problems" and their roles in the topic of fraction division in Chinese mathematics textbook examples. *An International Journal*, 76(1), 65-85. doi: 10.1007/s10649-010-9263-4

- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and middle school mathematics : teaching developmentally* (9. utg.). Essex, England: Pearson Education Limited.
- Vistro-Yu, C. P. (2013). Cross-national studies on the teaching and learning of mathematics: where do we go from here? *ZDM*, *45*, 145-151. doi: 10.1007/s11858-013-0488-4
- Wang, T., & Murphy, J. (2004). An Examination of Coherence in a Chinese Mathematics Classroom. I F. Lianghuo, W. Ngai-Ying & C. Jinfa (Red.), *How Chinese Learn Mathematics : Perspectives From Insiders* (s. 107-123). Singapore: World Scientific Publishing.
- Zembar, I. (2015). An Alternative Route to Teaching Fraction Division: Abstraction of Common Denominator Algorithm. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *7*(3), 399-421.