

**Masteroppgave**

**NTNU**  
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning

Elise Wolan

## **Skriving som grunnleggende ferdighet i matematikk**

En kvalitativ studie av elevers skriftlige  
forklaringer i matematikk

Masteroppgave i matematikdidaktikk 1-7

Veileder: Odd Tore Kaufmann

Trondheim, mai 2017

Elise Wolan

## **Skriving som grunnleggende ferdighet i matematikk**

En kvalitativ studie av elevers skriftlige forklaringer i matematikk

Masteroppgave i matematikdidaktikk 1-7  
Veileder: Odd Tore Kaufmann  
Trondheim, mai 2017

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap  
Institutt for lærerutdanning

 **NTNU**  
Kunnskap for en bedre verden

# FORORD

---

Det å skrive en masteroppgave er en omfattende prosess. Ved å skrive denne oppgaven har det bydd på ulike faglige utfordringer og åpnet for bruken av hele følelsesregisteret. Masteroppgaven markerer slutten på min lærerutdanning, der fem flotte og innholdsrike år nå kommer til en ende.

Nå når jeg har kommet i mål ser jeg betydningen av erfaringer jeg ikke kunne vært foruten, og det er flere som fortjener en stor takk. Tusen takk til Odd Tore Kaufmann for all god veiledning, og at du har vært tilgjengelig for små og store spørsmål. Tusen takk til den gode gjengen på matematikdidaktikk og på masterkontoret der vi sammen har holdt humøret oppe, hatt gode samtaler og litt for lange lunsjpauser. I tillegg vil jeg takke venner og familie som har støttet og oppmuntret meg, og spesielt min mor som stadig har mast om å få lese oppgaven min. Kristine og Madeleine som leste hele oppgaven, og hjalp meg med korrektur. Til sist vil jeg takke læreren og elevene som lot meg komme inn i deres klasserom.

Nå venter en ny og spennende hverdag i et veldig viktig yrke.

Rotvoll, mai 2017

Elise Wolan



# INNHALDSFORTEGNELSE

<b>1. INNLEDNING</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Å SKRIVE I MATEMATIKK</b>	<b>2</b>
<b>1.2 FORSKNINGSSPØRSMÅL</b>	<b>3</b>
<b>1.3 KONTEKSTEN RUNDT PROSJEKTET</b>	<b>4</b>
<b>1.4 OPPGAVENS DISPOSISJON</b>	<b>5</b>
<b>2. TEORIKAPITTEL</b>	<b>7</b>
<b>2.1 SOSIOKULTURELL LÆRINGSTEORI</b>	<b>7</b>
2.1.1 MEDIERING OG ARTEFAKTA	8
2.1.2 SKRIFTSPRÅKET SOM MEDIERENDE REDSKAP	8
<b>2.2 SKRIVING SOM GRUNNLEGGENDE FERDIGHET I MATEMATIKK</b>	<b>9</b>
2.2.1 LOGGSKRIVING	11
2.2.2 MULTIMODALE TEKSTER	12
2.2.3 MATEMATISKE FORKLARINGER OG SKRIFTLIGE FORKLARINGER	13
<b>2.3 BEGREPSFORSTÅELSE</b>	<b>15</b>
<b>2.4 SYMMETRI PÅ BARNETRINNET</b>	<b>16</b>
2.4.1 SYMMETRI OG MØNSTER I LÆREVERKET	18
2.4.2 ELEVERS BEGREPSFORSTÅELSE I SYMMETRI	19
<b>2.5 BRUK AV SKRIVING I ARBEID MED BEGREPSFORSTÅELSE I SYMMETRI OG MØNSTER</b>	<b>21</b>
<b>3. METODEKAPITTEL</b>	<b>23</b>
<b>3.1 FORSKNINGSDESIGN</b>	<b>23</b>
<b>3.2 FORSKNINGSDELTAKERE</b>	<b>24</b>
<b>3.3 METODE FOR DATAINNSAMLING</b>	<b>24</b>
3.3.1 OBSERVASJON	25
3.3.2 DOKUMENTANALYSE	26
<b>3.4 DATAINNSAMLINGSPROSESSEN</b>	<b>27</b>
3.4.1 OBSERVASJON AV UNDERVISNING	27
3.4.2 GJENNOMFØRING AV LOGGSKRIVING	28
<b>3.5 ANALYTISK TILNÆRMING</b>	<b>29</b>
<b>3.6 ETISKE BETRAKTNINGER</b>	<b>32</b>
<b>3.7 PÅLITELIGHET OG GYLDIGHET</b>	<b>33</b>
<b>3.8 METODEKRITIKK</b>	<b>34</b>

<b>4. ANALYSEKAPITTEL</b>	<b>37</b>
<b>4.1 VISUELLE KJENNETEGN</b>	<b>38</b>
4.1.1 METTE SIN TEKST	38
4.1.2 JULIE SIN TEKST	40
4.1.3 STIAN SIN TEKST	43
<b>4.2 BESKRIVENDE KJENNETEGN</b>	<b>45</b>
4.2.1 EMMA SIN TEKST	45
4.2.2 ADRIAN SIN TEKST	48
<b>4.3 VISUELLE OG BESKRIVENDE TEKSTER</b>	<b>50</b>
4.3.1 INGRID SIN TEKST	50
4.3.2 MONA SIN TEKST	53
4.3.3 MARTIN SIN TEKST	55
<b>5. DRØFTINGSKAPITTEL</b>	<b>57</b>
<b>5.1 ELEVENES TEKSTER</b>	<b>57</b>
5.1.1 HVA VISER FORKLARINGENE TIL ELEVENE?	57
5.1.2 HVILKEN SPRÅKLIG TILNÆRMING VISER ELEVENE?	59
5.1.3 HVILKEN BEGREPSFORSTÅELSE VISER ELEVENE?	60
<b>5.2 OPPSUMMERING AV SENTRALE FUNN</b>	<b>63</b>
<b>5.3 ELEVENES VIDERE ARBEID MED SYMMETRI OG MØNSTER</b>	<b>63</b>
<b>6. AVSLUTNING OG KONKLUSJON</b>	<b>67</b>
<b>6.1 DIDAKTISKE IMPLIKASJONER OG VIDERE FORSKNING</b>	<b>67</b>
<b>6.2 KONKLUSJON</b>	<b>69</b>
<b>7. LITTERATUR</b>	<b>71</b>
<b>8. VEDLEGG</b>	<b>74</b>
<b>8.1 INFORMASJONSSKRIV</b>	<b>74</b>
<b>8.2 KVITTERING FRA PERSONVERNOMBUDET FOR FORSKNING VED NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA</b>	<b>76</b>

# 1. INNLEDNING

---

I Norge har vi gode forutsetninger for å drifte gode skoler. Det brukes store økonomiske ressurser på skole og utdanning. Skolen er tilgjengelig for alle uansett bakgrunn og vi har god oppslutning på elever som fullfører videregående skole sammenlignet med andre land (Meld. St. 30. (2003-2004), 2004, s. 7). Regjeringen presenterte 24. mars 2017 Melding til Stortinget nr. 21, *Lærelyst – tidlig innsats og kvalitet i skolen*. I meldingen presenteres tidlig innsats som nøkkelen for at flere elever skal lykkes på skolen, og utjevne sosiale forskjeller i samfunnet (Meld. St. 21. (2016- 2017), 2017, s. 6). Sosial bakgrunn og bosted skal ikke være avgjørende for den enkeltes skjebne. Utdanning skal gi muligheter for alle.

I undersøkelsen *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) fra 2015 viser resultatene at femtetrinns elever ved norske skoler skårer høyere i matematikk enn jevnaldrende elever i andre nordiske land. På niende trinn derimot tilsier elevenes gjennomføring et middels godt resultat i et europeisk perspektiv (Bergem, 2016). Det er mange faktorer som kan spille inn for at prestasjonen til elevene forandrer seg fra femte til niende trinn. Motivasjon, skolemiljø, lærer, nivå eller syn på læring er noen viktige faktorer i norsk skole. TIMSS undersøkelsen fra 2015 viser at Norge skårer signifikant godt på skolemiljø og at god undervisningskvalitet er viktig for elevenes læringsutbytte (Nilsen, 2016). God og grundig opplæring for alle elever er en forutsetning i norsk skole. For å fortsette å styrke kvaliteten i opplæringen i realfag er det viktig med fokus på tidlig innsats og gode arbeidsmåter.

Faglige vansker som begynner i det små i de første årene, kan vokse og være store når ungdomsskolen nærmer seg. I verste fall kan det føre til at elever mister mestringsfølelse og motivasjon og dropper ut av skolen. Det er en av grunnene til at tidlig innsats er så viktig. (Meld. St. 21. (2016- 2017), 2017, s. 6).

I meldingen vektlegges kunnskapsskolen som det viktigste prosjektet, der fokuset er å gi like muligheter til hver enkelt elev og jevne ut sosiale forskjeller (Meld. St. 21. (2016- 2017), 2017, s. 6). Tidlig innsats handler om å gi grundig innlæring av grunnleggende ferdigheter i de første skoleår, og god trinnvis opplæring for å styrke faglig kunnskap (Meld. St. 31. (2007-

2008), 2008, s. 61; Meld. St. 21. (2016- 2017), 2017, s. 48). Gode arbeidsmåter gir grundig læring og relaterer ofte til varierte arbeidsmetoder for å kunne treffe flere læringsstiler i et klasserom.

I Melding til Stortinget nr. 30 (2004), *kultur for læring*, ble fem ferdigheter innført i revidert læreplan i 2006. De fem ferdighetene er å kunne: uttrykke seg muntlig, lese, skrive, regne og bruke digitale verktøy i alle fag. Disse fem ferdighetene blir definert som prioriterte ferdigheter i alle fag, og er en forutsetning for all læring og utvikling. At eleven behersker de fem ferdighetene er avgjørende for at den enkelte elev skal kunne vise kunnskap og kompetanse i alle fag (Utdanningsdirektoratet, 2015).

Å kunne skrive innebærer å planlegge, bearbeide, utforme, kommunisere, reflektere og vurdere. Skrivning i matematikk handler utelukkende om å kommunisere, ytre seg faglig og gjøre seg forstått på fagets diskurs (Utdanningsdirektoratet, 2015). Utviklingen av funksjonell skrivning henger tett sammen med den faglige utviklingen, og gjennom at eleven utvikler seg som skriver vil faglige ferdigheter utvikles. Den språklige opplæringen i matematikkundervisning i dag dreier seg i hovedsak om tradisjonelle metoder som føring av oppgaver, tolkning og avlesing av grafer. I tillegg til forklaringer av geometriske konstruksjoner og diagrammer. Den språklige opplæringen i matematikk blir derimot sjelden gjort eksplisitt (Lorentzen & Kringstad, 2014).

## 1.1 Å skrive i matematikk

Skriving i matematikk gir elevene mulighet til å vise matematisk forståelse og konstruere egne argumenter (Martin, 2015). I denne studien er det en målsetting at elevene skal få tid til refleksjon og tid til ettertanke om et tema som kan være vanskelig. Skrivning og læring har en direkte kobling. Skrivning kan engasjere elever til å aktivt delta i egen læring ved å organisere mening og umiddelbart vurdere eget produkt (Borasi & Rose, 1989). Ved å skrive kan elevene fokusere på holdninger, affektive problemer, forklare matematisk innhold eller prosesser (Kenney, Shoffner & Norris, 2014). Skrivning i matematikk er en mulighet for eleven til å vise matematisk forståelse og argumentere for egne refleksjoner og synspunkt (Martin, 2015). Det kan være utfordrende for elever å skrive sammenhengende eller lengre tekster i matematikk. For at elevene skal tenke, begrunne og vurdere løsninger skriftlig må skriveundervisningen gjøres eksplisitt (Lorentzen & Kringstad, 2014). Skrivning i matematikk kan være en god



arbeidsmetode for elevene til å underbygge en grundig forståelse for hvorfor svaret blir riktig. Hvorfor regnereglene fungerer og hva de ukjente begrepene betyr for faget. Læreren vil også yte en klar fordel av å lese elevens tekster, både ved lærer-elev relasjoner og innsikt i elevens forståelse av fagets innhold (Borasi & Rose, 1989).

I arbeidet med skriving i matematikk er det viktig å se på skrivingen som et verktøy for eleven til å kommunisere informasjon til andre. Elevenes skriving blir en sekundær aktivitet der teksten i hovedsak skal støtte elevenes læring, gi rom for at teksten kan hjelpe til å finne sammenhenger og fokusere på meninger (Håland, 2016). Skriftspråket skal ikke bare ses som en kommunikasjonskanal i smal forstand, bruken av skrift er med på å skape nye måter å tenke og resonnerer på (Säljö, 2001). Skriveferdigheter er en forutsetning for god faglig innlæring, og den kunnskapen er viktig for å kunne delta aktivt i samfunnslivet på en kritisk og reflektert måte (Utdanningsdirektoratet, 2015). I et sosiokulturelt perspektiv er skriftspråket et viktig medierende redskap for å ta del i, lagre og spre informasjon (Säljö, 2001). Skriving i matematikk bør derfor vurderes som et godt læringsverktøy for innlæring av ny kunnskap. Pugalee (2005) hevder at elever som får ta del i flere ulike skriveoppgaver i matematikk vil vise en vekst i sin matematiske forståelse og evne til å kommunisere matematikk.

## 1.2 Forskningsspørsmål

Forskingsspørsmålet har vært motivasjon i denne studien for å undersøke hvordan skriving kan være et nyttig læringsverktøy i matematikk. Elevens forklarende tekster i emnet symmetri og mønster har vært analyseenheten for å studere hvilken begrepsforståelse som kommer til uttrykk. Emnet symmetri og mønster i matematikk byr på flere matematiske begreper. *Parallellforskyvning*, *rotasjonssymmetri* og *speilsymmetri* er noen av begrepene som det kan være utfordrende å forstå. Ved å skrive forklarende tekster i matematikk er formålet at elevene skal formulere, klargjøre og tenke matematisk om begreper. Teksten som elevene produserer kan gi en dypere innsikt i elevenes forståelse for begreper, og vise deres eventuelle behov for grundigere innlæring av begreper knyttet til et emne.

For å få tilgang til elevenes skriftlige forklaringer av begreper ble det gjennomført en studie med loggskriving i matematikk som innsamlingsmetode. Grunnet fokus på tidlig innsats med skriving som grunnleggende ferdighet, ble undersøkelsen gjennomført med elever i fjerde

klasse. De kan betraktes som ferske i skriveinnlæringsprosessen. Forskning viser at flere elever går ut av den tiårige norske grunnskoleopplæringen uten å ha oppnådd god nok kompetanse innenfor de grunnleggende ferdighetene. En kompetanse som er vesentlig for å klare seg videre i samfunnslivet (Meld. St. 31. (2007-2008), 2008, s. 59).

Forskningsspørsmålet har tatt form på bakgrunn av interesse for skriving i matematikk som grunnleggende ferdighet, og nysgjerrighet på utforskende skriving som læringsverktøy i matematikk. Disse to premissene var viktige for arbeidet med studien og resulterte i forskningsspørsmålet: *Hvilken begrepsforståelse kommer til uttrykk i elevers tekster i emnet symmetri og mønster?*

Forskningsspørsmålet innebærer hvordan elevene tar i bruk loggskrivning som et medierende redskap for å vise sin forståelse for begreper i matematikk. Studien gir ikke anledning til å generalisere noen funn etter så kort tid med loggskrivning. Derimot gir datamaterialet en mulighet til å si noe om elevenes fremstilling av egen begrepsforståelse i matematikk, se kapittel 2.3.

### 1.3 Konteksten rundt prosjektet

Studien plasserer seg i samfunnsforskningen med et sosiokulturelt perspektiv på læring, der kommunikasjon og bruk av språk er viktige læringsverktøy. Säljö (2001) slår fast at språket er menneskets viktigste medierende redskap for kommunikasjon, og et avgjørende hjelpemiddel for innlæring og bruk av kunnskap. Skriftspråket er tilstede overalt rundt oss i samfunnet og er et viktig premiss for å kunne delta aktivt og kritisk.

Datainnsamlingen ble gjennomført på en landlig skole med elever fra 1-7 trinn. Skolen er et oppvekstsenter med tilknyttende SFO og barnehage, og skolemiljøet opplevdes som trygt og godt for elevene. Jeg har tidligere undervist på denne skolen via praksisperiode i tidligere år på lærerutdanningen og hadde fortsatt en relasjon til elever og lærer. Elevene som deltar er 9 og 10 år, og går nå på 4.trinn.

Elevene skrev to logger i uka etter endte matematikkøker i en periode på to uker. Det ble satt av ca. 10 minutter til skriving. I introduksjonen av loggskrivningen var jeg en deltakende forsker sammen med lærer, ved å introdusere skriving som metode i matematikk og forklare

elevene at skriveingen skulle fungere som et redskap for egne tanker. Underveis i loggskriveingen var jeg tilgjengelig for å svare på spørsmål fra elevene og var delaktig i samtale med elever som sto fast i skriveingen. Videre i datainnsamlingsprosessen skrev jeg spørsmål på tavla for at elevene skulle komme raskt i gang med skriveingen og for å sikre et faglig innhold i teksten.

I matematikkopplæringa etter endt 4.trinn er det kunnskapsmål innenfor geometri at eleven skal kunne tegne, utforske og beskrive geometriske figurer. Kjenne igjen, beskrive og bruke speilsymmetri og parallellforskyvning (Utdanningsdirektoratet, 2013). Ved loggskriveing i matematikk får elevene utfordring i å representere ulike begreper ved blant annet å tegne, beskrive geometriske figurer, forklare sammenhenger og beskrive begrepene speilsymmetri og parallellforskyvning. I tillegg har begrepene rotasjonssymmetri og symmetri vært sentrale i undervisningen i løpet av de to ukene og elevene har møtt på disse begrepene ved tidligere undervisning i geometri.

#### 1.4 Oppgavens disposisjon

Denne oppgaven består av seks kapitler, inkludert dette innledningskapittelet. Først følger teorikapittelet der viktige nøkkelbegreper og relevant teori knyttet til skriveing i matematikk, begrepsforståelse og symmetri og mønster bli gjort rede for. I det påfølgende metodekapittelet blir gjennomføringen av prosjektet, beskrivelse av kontekst og arbeidsmetoder det mest sentrale. Deretter følger analysekapittelet hvor analyse og tolkning av datamateriale ved bruk av teoretisk kontekst bli presentert. I drøftingskapittelet vil datamaterialet tolkes og refleksjoner om loggskriveing i matematikk vil være sentralt sammen med besvarelse av forskningsspørsmålet. Avslutningsvis vil didaktiske implikasjoner og videre forskning belyses før en konklusjon av studien.



## 2. TEORIKAPITTEL

---

I dette kapitlet presenteres de teoretiske hovedområdene som utgjør bakgrunnen for analysen i studien på bakgrunn av forskningsspørsmålet. Først vil det gjøres rede for det sosiokulturelle læringsperspektivet som forskningsstudien plasserer seg i. Påfølgende presenteres teori om hvordan skriving i matematikk kan brukes som læringsverktøy. Deretter symmetri og mønster på barnetrinnet, og til slutt gjøres det rede for begrepsforståelse i emnet symmetri og mønster knyttet til van Hieles didaktikk om forståelse i geometri.

### 2.1 Sosiokulturell læringsteori

I de siste tiårene har konstruktivistisk og sosiokulturelt læringsperspektiv vært dominerende som teorier på hvordan læring skjer og hva kunnskap er. Sentralt i sosiokulturelt perspektiv står sosial samhandling, kommunikasjon og språk. Læring omhandler sosial samhandling på bakgrunn av at mennesker er grunnleggende sosiale, og samspillet mellom mennesker er en del av konstruering av kunnskap (Rustad & Tønnessen, 2010). På en daglig basis bruker vi språket til å forstå og gjøre oss forstått. Vi reflekterer og samtaler i sosiale situasjoner. Fra vi er barn er det via å lytte, samtale, etterligne og samhandle med andre mennesker at vi tar del i kunnskap og ferdigheter for å lære (Dysthe, 2001). Den kommunikative prosessen er helt sentral i menneskets læring og utvikling. Språket blir et kollektivt, interaktivt og individuelt sosiokulturelt redskap (Säljö, 2001).

Vygotsky hevdet at mennesket tilegnet seg kulturen i en prosess ved først å delta i en sosial samhandling, og deretter gjøre oppdagelsen til eget eie gjennom en internaliseringsprosess (Rustad & Tønnessen, 2010). Ved å ta del i andres interaksjon og individers tenkning medføres det at vi indirekte kan ta del i hverandres erfaringer og hendelser ved bruk av språket. (Säljö, 2001). Ved bruk av kommunikasjon blir kunnskap skapt og ført videre. Säljö (2001) sier at «i en mer grunnleggende betydning handler læring om hva individer og kollektiver tar med seg fra sosiale situasjoner og bruker i fremtiden» (s. 13). Mennesket tar med seg erfaringer fra ulike sosiale situasjoner som de tar del i gjennom livet, slik blir kunnskap reproduisert av menneskelig virksomhet.

Redskap og verktøy er begreper som har spesiell betydning i sosiokulturellteori. Språklige og fysiske verktøy gjenspeiler ressurser som mennesket har tilgang på for å håndtere hverdagen (Rustad & Tønnessen, 2010; Säljö, 2001). Denne studien fokuserer på elevers redegjørelse av begreper, der mediering er sentralt for å se hvilke redskaper elevene tar i bruk for uttrykke egen begrepsforståelse.

### 2.1.1 Mediering og artefakta

Essensielt i det sosiokulturelle læringsperspektivet står begrepet *mediering*, som kommer fra det tyske ordet *vermittlung* som betyr å formilde (Säljö, 2001). Begrepet mediering, antyder at mennesket håndterer omverdenen og kommuniserer kunnskap ved bruk av ulike fysiske, tekniske eller semiotiske redskaper som vi har tilgang til (Dysthe, 2001). Vektlegging av redskaper, eller det Säljö (2001) kaller artefakta<sup>1</sup>, skiller sosiokulturelt perspektiv fra andre teoretiske perspektiver.

I sosiokulturell læringsteori er det av stor interesse å studere samspillet mellom artefakta og den lærende. Hvordan artefakta gir uttrykk til kunnskap og hva de gjør med læringskulturen (Dysthe, 2001). Et eksempel kan kobles til almanakken som tjener som hukommelsens og tenkningens erstatte. Der kan vi planlegge, lage huskeliste og skrive telefonnummer. Uten et slikt redskap kunne det raskt oppstått feil og sammenblandinger (Säljö, 2001). Artefakta som vi i dag tar i bruk inneholder erfaringer fra tidligere generasjoner, de har blitt overført via kommunikasjon og skal overføres videre til de neste generasjoner (Dysthe, 2001). Språket fungerer som et kulturelt medierende redskap innenfor sosiokulturell læringsteori. Det gjør oss delaktige i måter for å beskrive, gjøre rede for, betegne hendelser, begreper eller operasjoner. Ifølge Säljö (2001) er språklige utsagn meningsfulle artefakta for menneskelig kunnskapsbygging og det viktigste medierende redskapet mennesket har.

### 2.1.2 Skriftspråket som medierende redskap

«I vår kulturkrets er skrift en sentral og svært viktig medierende ressurs som har hatt avgjørende innflytelse på hele samfunnet og på hvordan vi lærer, utvikler kunnskaper og kommuniserer mer generelt» (Säljö, 2001, s. 160). Å kunne lese og skrive er i dag essensielt

---

<sup>1</sup> Begreperne artefakta og verktøy vil påfølgende brukes parallelt i oppgaven.

og helt avgjørende for å kunne delta i samfunnet og arbeidslivet. Skriftspråket anses som en sentral og viktig medierende ressurs for hvordan vi lærer, utvikler kunnskap og kommuniserer (Säljö, 2001). I sosiokulturell læringsteori understreker Vygotsky at det lærende mennesket er aktivt og handlende. Der handling kan dreie seg om praktiske, språklige og tankemessige læringssituasjoner (Rustad & Tønnessen, 2010). Tekster kan skapes, spres og brukes til mange ulike kommunikative formål, men det er viktig å vite at tale er språkets naturlige og opprinnelige form. Skriften som sosiokulturell teknikk i skolen bidrar til å skape er reproduksjon av kunnskap, og fungerer som et kunstig medium for kommunikasjon. Kommunikasjon via å skrive forutsetter en viss fysisk utrustning og intellektuelle innsikter (Säljö, 2001).

I arbeid med tekst omtaler Dysthe, Hertzberg og Hoel (2010) skriveprosessen som retrospektiv strukturering, som er viktig for å bevege seg videre og holde fast på resonnement der skriving er et effektivt hjelpemiddel. Skriving kan betraktes som en utømmelig teknikk til å lagre og spre informasjon, og det vil alltid kunne produseres flere tekster. For å senere kunne lete opp tanker og ideer, og følge en utvikling av et resonnement vil det praktisk gjøres mulig ved å skrive (Säljö, 2001).

## 2.2 Skriving som grunnleggende ferdighet i matematikk

I Melding til Stortinget nr. 30 (2004), *kultur for læring*, ble grunnleggende ferdigheter i alle fag innført i læreplanen. De fem ferdighetene er å kunne: uttrykke seg muntlig, lese, skrive, regne og bruke digitale verktøy i alle fag. Ferdighetene er integrerte i kompetansemålene for hvert enkelt fag, der de er viktige for å styrke utviklingen av fagkompetansen. Kunnskapsløftet (2015) beskriver fire ferdighetsområder for å kunne skrive i alle fag: planlegge og bearbeide, utforme, kommunisere, reflektere og vurdere. Å kunne skrive i matematikk skal resultere i at eleven kan beskrive og forklare egen tankegang, og sette ord på oppdagelser som oppstår. I all hovedsak er det et redskap for eleven til å utvikle egne tanker og egen læring (Utdanningsdirektoratet, 2013). Utviklingen av de ulike skriveferdighetene er en forutsetning for at eleven senere kan delta aktivt i samfunnslivet på en kritisk og reflektert måte.

For å sikre en grundig innlæring av matematikk hevder Kilpatrick, Swafford, & Findell (2001) at det er nødvendig med et samspill mellom fem kunnskapsområder. Lorentzen (in

press) har oversatt disse kunnskapsområdene til norsk og hevder at å kunne skrive vil inngå i alle de fem komponentene: begrepsmessig forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. Disse fem kunnskapsområdene er gjensidig avhengige av hverandre og illustreres som tråder vevd inn i hverandre for utvikling av matematiske ferdigheter (Kilpatrick et al., 2001). Niss og Højgaard Jensen (2002) definerer matematisk kompetanse med åtte ulike kunnskapsområder, der kommunikasjon er en egen kompetanse og omhandler evnen til å uttrykke seg skriftlig, muntlig og visuelt. Ved kommunikasjonskompetanse er det viktig at læreren underbygger elevenes evner til kommunikasjon, og støtter en kombinasjon mellom tekst, tale og visuelle illustrasjoner (Niss & Højgaard Jensen, 2002).

«Kunnskap er ikke noe som kan overføres fra læreren til elevenes hode, det er noe som eleven må konstruere gjennom sitt eget læringsarbeid» (Rustad & Tønnessen, 2010, s. 25). Skrivning i matematikk kan gi et metaperspektiv for egen læring. Ved å legge til rette for kritisk refleksjon, og hjelpe eleven til å se meningen med å kunne matematikk (Pugalee, 2001). Å skrive i alle fag er ikke et prosjekt som bare finnes i Norge, men er et internasjonalt satsningsområde. I New York har de et skriveprosjekt som heter WAC, «writing across curriculum», der skrivning i alle fag defineres med å vektlegge utforskning av ideer, argumentere, tenke med pennen og skrive for å lære (Flesher, 2003). Flesher (2003) har gjennomført skriveoppgaver i matematikk og hevder at matematikk bør behandles som innlæringen av et nytt språk for elevene. Der en god læringsstrategi er å skrive. Hun gjør rede for fire grunner til at skrivning i matematikk skal forekomme: skrivning gir elevene mulighet til å organisere tanker og evnen til å visualisere et innhold. Mange elever har dominant visuelt eller motorisk minne og ved muligheten til å gi komplette tilbakemeldinger til hver enkelt elev (Flesher, 2003). I likhet med Flesher (2003) har Pugalee (2005) en liste med positive sider ved å skrive i matematikk:

- Elever er engasjert i aktiv læring.
- Elevene oppnår eierskap til det de holder på med, ved at de selv må uttrykke seg om det språklige.
- Elevene får muligheter til å skrive til flere mottakere, både læreren og medelever.
- Elevene kan reflektere over det de kan eller holder på å lære.
- Elevene oppdager hva de ikke kan, eller hva de har problemer med å forstå.



- Aktivitetene kan foregå individuelt, i små grupper eller i hel klasse.
- Skrivning kan gi grunnlag både for formativ og summativ vurdering.
- Skrivning gir muligheter for dialog og diskusjon.

Oversettelse hentet fra (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 188)

For at utviklingen av matematisk forståelse skal finne sted innebærer det at elevene får ta del i refleksjon og kommunikasjon i matematikk, og at faglærer underviser eksplisitt i skriveopplæring på fagets premisser (Lorentzen & Kringstad, 2014). Skriveproduksjonen kan avdekke hvilke utfordringer den enkelte elev har og hva som står i veien for at eleven skal kunne lykkes.

### 2.2.1 Loggskrivning

Dysthe et al. (2010) deler skriveprosessen inn i to kategorier: tenkeskriving og prestasjonsskriving. Tenkeskriving er en uformell skrivemetode der formålet er å få ideer og utforske tankeprosessen omkring et tema. Prestasjonsskriving derimot har et mer formelt språk og har som formål å kommunisere og presentere et emne for en leser. Tenkeskriving og prestasjonsskriving er ikke to helt ulike skrivemetoder, men de har ulik hensikt som arbeidsmetode. I en utforskende og mer uformell skrivesjanger legges det vekt på å la tankene flyte, få ideer og forklare for seg selv. Dersom skrivingen for fort blir kritisk kan det ofte hemme den kreative prosessen (Dysthe et al., 2010).

Loggføring er en metode innenfor tenkeskriving som kan bidra til å befeste forståelsen for et begrep i en læringsprosess. Gjennom loggskrivning kan egen kunnskap utforskes og sette begreper i sammenheng (Lorentzen & Kringstad, 2014). For å øke elevens forståelse for et emne er det viktig at eleven får erfare betydningen av å forklare begrep både for seg selv og for andre (Fredheim, 2014). Skriveprosessen kan omfatte korte tekster underveis eller en del av en bearbeiding av en større tekst. Loggskrivning blir betraktet som en uformell skrivesjanger, der elevens videreutvikling av tanker er i fokus. Kjennetegn for all loggskrivning er at grammatikken i skrivingen ikke skal vurderes og loggen skal være et fristed for tanken (Maagerø & Skjelbred, 2010).

I sosiokulturell læringsteori skiller Vygotsky mellom tre former for språk: indre språk, tale og skriftspråk, der skriftspråket betraktes som mer eksplisitt og posisjonert fra kontekst (Krogh,

2009). Refleksjonsskriving i logg kan betraktes som et skriftlig medium som kan gi støtte til muntlige læreprosesser, der hensikten er å gi eleven et sted for egen refleksjon med faglig aktivitet (Krogh, 2009). Loggskrivning i matematikk skal fungere som et redskap for eleven til å samle, vurdere og organisere tanker om et emne i matematikk. Verktøyet kan hjelpe eleven til å utvikle personlig kunnskap og ny kunnskap på kritiske måter (Borasi & Rose, 1989). En slik prosess med utdypende skriving i matematikk kan gjøre nytt materiale mer meningsfylt, og gi muligheter for en mer effektiv innlæring av ideene med eksisterende kunnskap (Shield & Galbraith, 1998).

### 2.2.2 Multimodale tekster

Tekstbegrepet omfatter i dag så mye mer enn bare verbaltekst. Lyd, bilde og grafiske fremstillinger gjør skriftspråket vårt til et semiotisk system som åpner for nye kontekster (Sjøhelle, 2010). Sammensatte eller multimodale<sup>2</sup> tekster i realfag består som oftest av bilder, verbalspråk og symboler, som sammen skal skape mening til et uttrykk eller begrep (Maagerø & Skjelbred, 2010). Kress (2010) bruker begrepet design i analyse av grammatikk i multimodale tekster. Hensikten med en slik analyse er å innhente kunnskap om hvordan teksten best mulig kan kommuniserer et meningsinnhold for et bestemt formål. Ved bruk av begrepet tekst, er det både snakk om verbalspråk og visuelle illustrasjoner. Sammen vil de bli meningsskapende ressurser til den konteksten teksten produseres i (Maagerø & Skjelbred, 2010). Multimodalitet kan være enkel eller kompleks. Den digitale multimodaliteten er kompleks, og den enkle er derimot den vi finner i trykte tekster. Det er viktig å poengtere at trykte tekster er meningsbærende ressurser, og kan fremstå som komplekse med et vev av mening (Maagerø & Skjelbred, 2010).

Matematikkfaget tilbyr en høy grad av multimodalitet. I læremidler og undervisning finnes mange ulike meningsbærende ressurser. Tall, grafer, geometriske figurer, bokstaver som ikke lenger er en del av et ord, symboler og verbalspråket er sammen med på å generere mening i faget (Maagerø & Skjelbred, 2010). Visuell og verbal kommunikasjon inneholder elementer av ulike uttrykk, farger og fasonger som kan tolkes opp mot læreboka og lærebokas nettsider (Maagerø & Skjelbred, 2010). Kress (2003) bruker begrepet transformasjon for når elever tar i bruk formuleringer eller illustrasjoner som de har hørt eller lest i for eksempel lærebøker. I

---

<sup>2</sup> I kunnskapsløftet benyttes begrepet sammensatt tekst for det mer internasjonale begrepet multimodal tekst. I denne studien vil begrepene benyttes parallelt.

arbeid med å gjengi eller bearbeide fagstoff fra en modalitet til en annen, vil eleven ifølge Kress (2003) foreta en transduksjon. Ved å omforme kunnskap til en annen modalitet, kan kunnskapen i et godt utfall få en overføringsverdi der affordansen i større grad kan utspilles. En overføring kan også føre til at viktige element ved kunnskapen kan forsvinne (Rustad & Tønnessen, 2010).

Ulike modaliteter byr på ulike forståelser og fremstillinger. I forbindelse med valg av modaliteter for å uttrykke mening brukes begrepet modal affordans. For å fremstille et begrep i matematikk er det hensiktsmessig å vurdere hvilke modaliteter som best egner seg for å uttrykke mening (Kress, 2010). Når matematiske tekster skapes er det samspillet mellom de ulike modalitetene som generer mening til begrepet. For at affordansen skal kunne utnyttes vil det være en utfordring å velge modaliteter. Verbalspråk gjør seg nyttig som modalitet for å forklare og argumentere. Illustrasjoner vil derimot være formålstjenlig for å vise situasjoner i forhold til hverandre. Ved å utnytte ulike modaliteters affordans kan teksten både fange leserens oppmerksomhet og informere om et teoretisk emne (Maagerø & Skjelbred, 2010).

Ved bruk av verbalspråk og illustrasjoner i sammensatte tekster vil innholdet bli organisert. Den modaliteten som bærer størstedelen av informasjonen i teksten kaller Kress (2010) for den funksjonelle tyngden. I hovedsak bruker barn skrift til å fortelle om hendelser og involverte personer, og skrifta er ofte styrt av den muntlige tale eller tekster de tidligere har lest (Sjøhelle, 2013). Tegninger eller illustrasjoner kan være like meningsskapende som skrift, og elementer kan komplettere hverandre for å skape en tydelig sammenheng for den som skal lese (Kress, 2010).

Ved vurdering av elevers sammensatte tekster er det viktig at læringsutbytte til elevene skal stå i fokus, samtidig som motivasjon for videre læring skal finne sted. Utfordringen i å vurdere sammensatte tekster er å forene politiske krav for læringsutbytte og erfaringsbasert kunnskap om hvordan elever på best mulig måte lærer (Sjøhelle, 2010).

### 2.2.3 Matematiske forklaringer og skriftlige forklaringer

Forklaringer eller beskrivelser for andre er en menneskelig aktivitet som vi ikke kommer foruten. Enten det er å forklare veien til butikken for en fremmed, eller om det er å forklare et matematiskbegrep for en medelev eller lærer, er det en kunst å være god til å forklare. I denne

studien vil elevers matematiske forklaringer av begreper være sentralt for analyse. Yackel (2001) definerer matematiske forklaringer som en prosess der en forklaring benyttes når det er et ønske om å klargjøre egenskaper ved egen tenkning, som kanskje ikke virker innlysende for dialogens mottaker. Matematiske forklaringer utdypes av Levenson (2013) som en form for kommunikasjon og matematisk aktivitet. Hvor en person vil overbevise seg selv og andre ved å vise sin forståelse av et spørsmål som er stilt. I denne studien ble elevene stilt overfor eksplisitte spørsmål der de skulle forklare begreper i matematikk.

Å forklare er et logisk forhold mellom spørsmål og svar (Levenson, 2013). Ved innlæring av nye begreper og prosedyrer er elever nødt til å få gi mening til de for å kunne ta de i bruk, forklare og begrunne de. Hvordan en elev opplever og forstår et begrep avhenger av konteksten begrepet ble introdusert i og hvilken alder barnet hadde på daværende tidspunkt (Levenson, 2013). Begrepsforståelse gir mer enn fakta og metoder. Det støtter elevenes læring og bevaring av matematiske ideer som kan kobles sammen til en større forståelse (Kilpatrick et al., 2001).

Loggskrivning i matematikk er en ny måte for elevene å skulle representere et begrep på, noe som kan gjøre det vanskelig å skrive eller illustrere sine forklaringer i tekst. Vinner (2014) hevder at undervisningsmateriell og modeller som blir brukt i skolen ofte blir en stor del av de tolkningene elevene skaper. Det kan dermed være vanskelig for eleven å endre oppfatning og forståelse av et begrep, dersom den er låst til et begrepsbilde. De ulike matematiske modellene, læreboka, kontekstene, språket, konkretene eller digitale oppgavene som elevene blir introdusert for vil spille inn på hvordan elevenes begrepsbilde formes. Begrepsbilde vil deretter forme elevenes matematiske forklaringer (Levenson, 2013).

En god indikator på elevenes begrepsforståelse er evnen til å representere et begrep på ulike måter for ulike formål (Kilpatrick et al., 2001). Skrivning i matematikk er et verktøy for kommunikasjon som fremmer forståelse, og ikke bare en metode for å dele informasjon (Pugalee, 2005). I matematikk kan skrivning ha som mål å informere, forklare, beskrive eller overbevise. En forklarende skrivemetode som Pugalee (2005) kaller uttrykksskriving, har som mål å gjøre læring personlig og fremme begrepsforståelse. Slike forklarende tekster i matematikk kan inneholde eksempler, årsaker, sammenlikninger, kontraster, diagrammer, tabeller, fakta og illustrasjoner (Pugalee, 2005). Elevene i som deltar i studien skriver faglogg, som kan åpne for slike representasjoner.

Matematiske forklaringer som genereres via kommunikasjon inneholder ikke bare tanker og ideer som allerede eksisterer, men ifølge Nunokawa (2010) kan forklaringer bidra til å skape nye tanker og ideer. De forklaringene som produseres vil da kunne bidra til en dypere matematisk forståelse, som svarer til Yackel (2001) og Levensons (2013) definisjoner av matematiske forklaringer. Ved å verbalisere eller illustrere viktige matematiske problemer, begreper og ideer kan matematiske forklaringer styrkes ved bruk av skriving (Pugalee, 2005). Skriving har ofte større plass i andre fag enn i matematikk, men ved å uttrykke seg ved hjelp av språket vil muligheten til å delta i situasjoner i samfunnet der matematikk inngår åpne seg (Maagerø & Skjelbred, 2010).

### 2.3 Begrepsforståelse

Grundig innlæring av matematikk består av flere ulike komponenter. Kilpatrick et al. (2001) hevder at det er nødvendig med et samspill mellom fem kunnskapsområder. To av disse kunnskapsområdene er sentrale i studien: begrepsmessig forståelse og resonnering. Resonnering er limet som holder alt sammen i matematikk og omhandler evnen til å tenke logisk, reflektere og forklare forhold blant begreper og situasjoner (Kilpatrick et al., 2001). Kilpatrick et al. (2001) definerer begrepsforståelse som «...an integrated and functional grasp of mathematical ideas» (s. 118). De poengterer at begrepsforståelse er en dypere forståelse enn kunnskap om fakta og metoder. I matematikk handler begrepsforståelse om å se helheten og sammenhengen mellom de ulike kombinasjonene, som vil gi fortrinn i innlæring av nye metoder i stedet for å stole på memorering (Kilpatrick et al., 2001).

Innlæring av nye matematiske begreper kan være vanskelig på grunn av systemet av formelle regler som må innlæres ved matematisk tenkning (Vinner, 2014). Vinner (2014) beskriver to prosedyrer ved innlæringen av nye begrep i matematikk: å identifisere likheter og skille ulikheter. Innlæringen av et nytt begrep kan forklares ved at et barn skal lære seg hva en trekant er. Ordet trekant blir sammenbundet med et spesifikt utseende og blir pekt på i ulike kontekster. Etter hvert når barnet har hørt ordet og sett objektet sammen mange ganger, vil barnet utelukke andre objekter som ikke har riktig fasong eller utseende for å være en trekant (Vinner, 2014). For å unngå en konflikt mellom begrepsbilde og begrepsdefinisjonen er det viktig å introdusere et begrep fullstendig, en definisjon blir ofte meningsløs uten et eksempel og et eksempel kan bli fattig uten en tilhørende definisjon (Vinner, 2014).

Pugalee (2005) hevder at skriving i matematikk vil styrke evnen til å resonnerer og løse problemer i matematikk, samtidig som skriving vil støtte utviklingen av begrepsforståelse. Når elever skriver vil de få muligheten til å reflektere om kunnskap, prosesser og tanker i matematikk, samtidig som de kan håndtere negative opplevelser og blir oppmuntret til å tenke mer (Borasi & Rose, 1989). Noen ideer for å arbeide med begrepsforståelse i matematikk ved bruk av skriving kan være å skrive definisjoner med egne ord, summere opp dagens matematikktime i et referat eller hovedtemaet for en matematikktime (Pugalee, 2005). Ifølge Pugalee (2005) gir disse tre metodene muligheter til å reflektere over egen læring og utvikle evnen til å tenke over begreper og nøkkelementer i matematikk. Det vil være avgjørende for begrepsforståelsen å arbeide variert ved begreper i matematikk, og at definisjon og bilde av begrep forenes for å unngå misoppfatninger (Vinner, 2014).

I arbeidet med tekst tas det i bruk flere ulike uttrykksformer. Skriving i matematikk kan betraktes som en sammenfatning av ulike representasjonsformer, og vil føre til en bedre begrepsforståelse (Bossé & Faulconer, 2008). I læreplanen for matematikk fellesfag (2013) er det et formål å resonnerer og vurdere i faget for å oppnå god matematisk kompetanse, og arbeidet må både kommuniseres skriftlig, muntlig og digitalt. I dette prosjektet vil elevene få muligheten til å skrive for å resonnerer og utvikle egne tanker i et matematisk emne. Den sammensatte teksten vil preges av evnen til å sette ord på egne tanker.

## 2.4 Symmetri på barnetrinnet

I perioden elevene gjennomførte loggskriving var det matematiske emnet symmetri og mønster, dermed fører det til at kapittelet omhandler arbeid med symmetri på barnetrinnet. En formell forståelse for geometri starter med konkrete geometriske erfaringer fra den fysiske verden. De første begreper og konsepter dannes i skapende aktiviteter som igjen danner grunnmuren for undring og begrepsutvikling (Howse & Howse, 2015). Geometriundervisningen i skolen har tidligere vært preget av Euklid, med vekt på bruken av passer og linjal til å konstruere figurer (Rønning, 2008). Læreplanen i matematikk fellesfag har i dag lagt vekt på andre læringsområder i geometri:

Geometri i skolen handlar mellom anna om å analysere eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar og gjere konstruksjonar og berekningar. Ein studerer

dynamiske prosessar som spegling, rotasjon og forskyving. Hovedområdet omfattar òg å beskrive plassering og forflytting i rutenett, kart og koordinatsystem. (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 3).

Dynamiske prosesser som speiling, rotasjon og forskyving har fått sentrale plasser i hovedformålet for geometri. Ved en slik tilnærming vil geometri enklere kunne knyttes til andre matematiske områder (Rønning, 2008). Geometri er et av hovedområdene i læreplanen for matematikk fellesfag og emnet symmetri er innarbeidet i kunnskapsmålene allerede etter andre års trinn. I læreplanen for matematikk (2013) er det mål for opplæringa etter andre års trinn at elevene skal kunne kjenne igjen, bruke og samtale om speilsymmetri i praktiske situasjoner. Elevene skal også kunne lage og utforske geometriske mønstre. Utforskning av mønster er en gjennomgående del i geometri til syvende års trinn, og eleven skal kunne beskrive og gjennomføre speiling, rotasjon og parallellforskyvning (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Rinvold (2003) definerer symmetri på følgende måte: «En symmetri *for en figur* eller *for et mønster* er en kongruensavbildning som avbilder figuren eller mønsteret på seg selv» (s. 108). Definisjonen av symmetri referer til begrepet kongruensavbildninger som er en samlebetegnelse for parallellforskyvning, speilsymmetri og rotasjonssymmetri. Symmetri forveksles ofte med speilsymmetri i dagligtalen. Speilsymmetri er hvis en rett linje deler en figur i to deler slik at de er kongruente og kan sies å være speilbilde til hverandre (Rinvold, 2003). Et annet begrep som er sentralt i studien er rotasjonssymmetri. Når en figur omdreies om sitt sentrum og fremdeles dekker seg selv har en rotasjon forekommet (Rinvold, 2003). For eksempel kan en likesidet trekant roteres tre ganger rundt sitt eget sentrum. Rotasjon kan også knyttes til kjente erfaringer fra hverdagen med eksempler som klokke og hjul.

Det tredje begrepet som er sentralt i studien er: parallellforskyvning. Parallellforskyvninger en forflytning av en figur eller et mønster der ingen avstander eller former endres. Et eksempel kan være et tog som forflytter seg på en rett linje i en strekning, og figuren som forflyttes er kongruent med den forrige (Rinvold, 2003).

I denne studien er disse tre begrepene sentrale i elevenestekster som presenteres i analysekapittelet. Begrepene står sentralt i læreplanen for matematikk fellesfag (2013), og de ble gjennomgått og aktivisert i undervisningen til elevene i undersøkelsen.

#### 2.4.1 Symmetri og mønster i læreverket

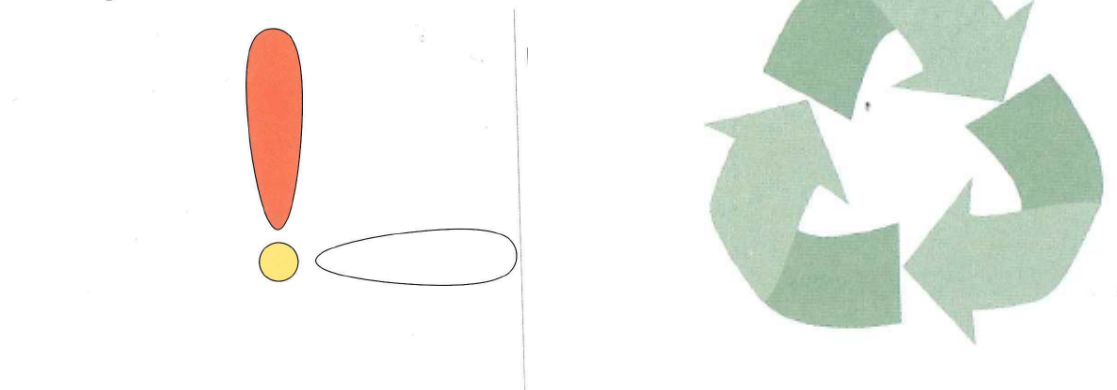
Elevene som deltar i undersøkelsen bruker *Matemagisk* (2014) som læreverk i matematikk. Læreverket blir brukt både av lærer, i undervisningssituasjoner på smarttavle og elevene har en egen oppgavebok i faget. Fremstillingene elevene presenterer i sine loggtekster kan knyttes til læreverket som de arbeider med aktivt. Maagerø og Skjelbred (2010) poengterer at verbal og visuell kommunikasjon kan knyttes opp mot læreverk. Det vil derfor være hensiktsmessig med tanke på analyse å fremstille *Matemagisk* (2014) sin presentasjon av de ulike begrepene som er sentrale for studien.

I kapittel 4, symmetri og mønster, i *Matemagisk* (2014) presenteres emnet med et tosidert kapittelbilde av to barn. De har ankommet en planet med mange ulike flagg. På den første siden presiseres det at forskyving, rotasjon og speiling er viktige begreper for kapittelet. Det fremheves at etter kapittelet skal eleven kunne lage og beskrive geometriske mønstre med de tre begrepene (Kroknes, Kavén, Persson, & Ødegaard, 2014). De første sidene i oppgaveboken omhandler å fortsette på et mønster med forskyving, der de ulike mønstrene er fremstilt i rutenett og har ulike farger og fasonger. «Når vi lager mønster med forskyving, kopierer og flytter vi en form uten at den forandrer seg» (Kroknes et al., 2014, s. 104) sier oppgaveteksten i boken, som også kan tolkes som en regel med et enklere språk.

I fremstillingen av rotasjon i læreverket vektlegges visualisering med ulike eksempler av symboler som roterer. I verbalteksten står det: «Viserne i en klokke er festet i midten. De roterer når de beveger seg. Hjulene til en bil er også festet i midten. Hjulene snurrer eller roterer når bilen beveger seg» (Kroknes et al., 2014, s. 107). Det er ikke en tilhørende illustrasjon for klokken og hjulet som beskrives, men andre mønstre med piler og fugler som illustrerer rotasjon. To illustrasjoner som viser seg å være inspirerende i elevers fremstillinger er en oppgave av å tegne ferdig en propell, og piler i sirkler som skal illustrere rotasjonssymmetri:



8 Tegn ferdig mønsteret med rotasjon.



Illustrasjoner av rotasjonssymmetri (Kroknes et al., 2014, s. 107)

Læreverket har to maskoter som heter Mats og Mathilde som ofte er illustrert på flere sider i kapittelet for å informere om oppgaver og ulike regler. I presentasjonen av speilsymmetri illustreres et kvadrat som er delt i to på midten av en symmetrilinje, og Mathilde sier: «Kvadratet er symmetrisk om symmetrilinja», Mats svarer: «Vi sier at kvadratet er speilsymmetrisk» (Kroknes et al., 2014, s. 110). Påfølgende kommer flere oppgaver der elevene skal speile figurer om en speilingslinje og navngi de ulike figurene de speiler. Det er også slik Rønning (2008) skriver at de fleste barn først møter speilsymmetri og at de begrepene blir knyttet sammen. Kapittelet om symmetri og mønster har i stor grad bruk av visuelle illustrasjoner for å fremvise de ulike begrepene, og for at elevene skal få øve og etterligne mønster for å utføre de ulike operasjonene.

#### 2.4.2 Elevers begrepsforståelse i symmetri

Elevers begrepsforståelse i geometri vil skille seg fra andre matematiske begreper ved at de er sterkt knyttet til visuelle fremstillinger, og kan i tillegg til bruk av språket representeres ved bruk av tegninger og modeller (Rønning, 2008). Likevel er det ofte vanskelig å skille mellom den figurative og den formelle resonneringen til et begrep, noe som ofte kan skape problemer for begrepsforståelsen (Fischbein, 1993). For å tilrettelegge best mulig geometriopplæring hevder Howse og Howse (2015) at bruk av konkrete modeller og tegninger er mest stimulerende på grunn av studiets fysiske egenskaper.

Ekteparet Pierre og Dina van Hiele hevder at forståelsen for geometri utvikles i stadier. De har utviklet en didaktikk for geometri som er utformet som et løst hierarki, hvor hvert nivå

bygger på det forrige for hvordan elevenes forståelse i geometri utvikles (Howse & Howse, 2015). De mest aktuelle nivåene for grunnskolen er de første tre nivåene: det visuelle, det beskrivende og det teoretiske (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Grunnlaget for teorien er at elevers utvikling skjer i form av ulike nivåer av tenkning og at geometriundervisningen kan formes ut i fra en slik oppbygning (Howse & Howse, 2015). Det er viktig å understreke at ulik kontekst og spørsmål vil kunne fremme ulik forståelse og dermed ulikt nivå i undervisningssammenheng. Elevene kan også bevege seg mellom ulike nivå flere ganger og det kan være vanskelig å velge mellom nivåer for ulike elever (Burger & Shaughnessy, 1986).

I denne studien vil det være hensiktsmessig å bruke van Hiele sin teori i analyse av elevers matematiske tekster for å kunne klassifisere og tydeliggjøre elevenes begrepsforståelse i arbeid med symmetri. Hvordan elevene velger å forklare et begrep i teksten vil synliggjøre deres kunnskap og forståelse for begrepet. I sosiokulturell læringsteori er undersøkelsen av utvikling et sentralt og interessant punkt, der Vygotsky mente at utvikling burde være ledestjernen i et pedagogisk arbeid for å nå nye intelligensnivåer (Strandberg, 2008).

På første nivå vil en elev basere seg på figuren som helhet og dens visuelle gjenkjennelse og ikke figurens enkeltegenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). For eksempel vil en elev kunne se ved bruk av en speilingslinje at to punkter er speilsymmetriske (Jess, Skott, Hansen, & Schou, 2008). Eleven vil muligens ta i bruk upresise egenskaper ved begrepet til å sammenligne tegninger, identifisere og karakterisere (Burger & Shaughnessy, 1986). I arbeidet med å komme seg til neste nivå vil det være en fordel å legge til rette for bruk av det matematiske språket, elevene bør få mulighet til å resonnerer om og tolke figurer (Howse & Howse, 2015).

På det beskrivende nivået har eleven mer fokus på å analysere figuren og resonnerer om figurens nødvendige egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Eleven kan nå organisere figurer og sette dem i sammenheng med hverandre på bakgrunn av deres egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986). En oppgavekontekst kan være at elevene får utgitt mange geometriske figurer og blir bedt om å finne speilingsaksen til hver figur, som kan gjøres ved å speile eller å brette. Da vil de straks oppdage at noen figurer kan speiles både to og tre ganger (Jess et al., 2008). I skillet mellom nivå 1 og 2 i tilfellet med speilsymmetri, må en elev være i stand til å dokumentere at to punkter er speilsymmetriske dersom avstanden

mellom de to punktene er den samme fra symmetrilinjen og forbindelseslinjen står vinkelrett på aksene (Rønning, 2008). Eleven vil, til fordel for å bruke lærebokens definisjoner, bruke egne personlige karakteriseringer på de ulike begrepene (Burger & Shaughnessy, 1986).

En form for generalisering der eleven beskriver hva som er felles for figurer med speilsymmetri vil kunne plasseres på nivå 3 (Rønning, 2008). På det tredje nivået, det teoretiske, blir egenskapene til figurene mer eksplisitte for eleven. Abstrakte definisjoner begynner å ta form og eleven nødvendiggjør viktige egenskaper for konsepter (Burger & Shaughnessy, 1986). For at eleven nå skal kunne lære viktige ord for å kunne uttrykke for eksempel ulike isometrier, er det viktig at det arbeides med forskjellige måter å oppdage og verbalisere geometriske figurer som har speilbilder (Howse & Howse, 2015).

Ved å bruke van Hieles didaktiske nivåer er formålet å undersøke elevers evne til å beskrive ulike begreper. Burger og Shaughnessy (1986) hevder i sin undersøkelse, *characterizing the van Hiele levels of development in geometry*, at i arbeid med polygoner er van Hieles nivåer nyttige for å beskrive elevers tankeprosess. Nivåene kan også brukes for emnet symmetri slik som Rønning (2008) i studien, *Barns språk for å uttrykke former for symmetri*. I dette forskningsprosjektet vil nivåene fungere som en indikator for å analysere og beskrive elevenes skriftlige forklaringer av begreper i symmetri og mønster.

## 2.5 Bruk av skriving i arbeid med begrepsforståelse i symmetri og mønster

Formålet med matematiske tekster, især loggskriving, er at eleven skal få mulighet til å resonnerer, klargjøre begreper og matematiske ideer for seg selv for å utdype egen forståelse. Vygotsky fremmet skriving som en krevende prosess, som en form for begrepsdannelse hvor tanker og betydninger blir klargjort, og forstås tydeligere gjennom skriften (Krogh, 2009).

Skriving i matematikk gir muligheter for eierskap av begreper og ideer som blir presentert i klasserommet. Bruken av skriftspråket er ment for å skape mening og bygge forståelse (Pugalee, 2005). Forståelse i matematikk handler i hovedsak om begreper og prinsipper relatert til prosedyrer og meningen med forbindelsene i faget (Shield & Galbraith, 1998). For å bygge opp sin egen forståelse og sin egen stemme er skriving på tvers av fag en metode som bærer med seg mange muligheter til videre utforskning og tenkning (Flesher, 2003). Ifølge Pugalee (2005) vil elever som skriver ofte og mye i matematikk få en betydelig vekst i sin

matematiske forståelse og innta en større evne til å kommunisere matematisk. Utforskende skriving i matematikk har som formål å beskrive og forklare. Skrivingen som elevene i denne undersøkelsen deltar i tilbyr muligheten til å utvikle en dypere forståelse av matematikken de lærer (Shield & Galbraith, 1998).

For å støtte elevenes læringsutvikling utviklet van Hiele et rammeverk med fem faser for å styrke progresjonen mellom de geometriske nivåene: informasjon, direkte orientering, forklare, fri orientering og integreringsfasen (Howse & Howse, 2015). Tre av fasene er direkte knyttet til denne studien. Informasjonsfasen vektlegger dialog mellom elev og lærer om de geometriske objektene, formålet med denne dialogen er å undersøke forståelse og kunne tilrettelegge for aktiviteter (Howse & Howse, 2015). Det er i denne fasen begrepsforståelse og vokabularet utvikles, læreren evaluerer og fastslår hvordan arbeidet for videre utvikling vil forekomme (Howse & Howse, 2015).

Forklaringsfasen lar elevene ytterligere få verbalisere sin forståelse for geometriske objekter og begreper (Howse & Howse, 2015). Yackel (2001) hevder at forklaring i det matematiske klasserommet fører til en innlæring som vil styrke resonneringsevnen. Resonneringsevnen er nødvendig for å flette sammen og skape forbindelser mellom ulike emner og representasjoner i matematikk (Bossé & Faulconer, 2008). I den siste fasen som van Hiele kaller integreringsfasen er formålet at elevene skal oppsummere hva de har lært og skape en oversikt over konsepter i emnet (Howse & Howse, 2015). På det siste nivået vil elevene skape et metaperspektiv for egen læring. Skriving kan være et godt verktøy for å etablere et slikt metaperspektiv (Pugalee, 2001). De ulike fasene bidrar til å promotere en klasseromsdiskurs i matematikk, og åpner for muligheten til å resonnerere og kommunisere egen forståelse (Howse & Howse, 2015). I sosiokulturell læringsteori påpeker Vygotsky at læring skal rettes mot det som er i utvikling, og undervisning som rettes mot allerede nådde utviklingsnivå vil være ineffektivt med tanke på kunnskapsutvikling (Dysthe & Igland, 2001).

Elevene som deltar i denne undersøkelsen er ferske skrivere og skrev logg i fire matematikktimer. Det var en kort skriveperiode med et formål om at elevene skulle vise hva de kunne og prosesser de hadde fått erfaringer med. Med tanke på forskningsspørsmålet vil det senere i analysekapittelet være relevant å belyse verbaltekst og tegninger som like store meningsskapende ressurser.

## 3. METODEKAPITTEL

---

Dette kapitlet skal redegjøre for valg av design og metode som har til hensikt å besvare forskningsspørsmålet og hvilke vurderinger som har forekommet. Først vil forskningsdesignet for studien presenteres, deretter utdyping av metodevalg og beskrivelser av gjennomføringen av prosjektet. Avslutningsvis vil analytisk tilnærming til datamaterialet belyses, og til sist etiske betraktninger, påliteligheten i denne studien og metodekritikk.

### 3.1 Forskningsdesign

På bakgrunn av fokus på språk og skriving som medierende redskap i forskningsspørsmålet, plasserer denne studien seg i et sosiokulturelt læringsperspektiv i feltet med samfunnsforskning. Sentralt i det sosiokulturelle læringssynet er evnen til å lære av erfaringer og kommunisere lærdom til hverandre ved bruk av språket som den mest unike faktoren i menneskelig kunnskapsbygging (Säljö, 2001). I samfunnsforskning studeres mennesker i en verden av mangfold med meninger og oppfatninger om alt rundt oss i verden, og forskningsfeltet er komplekst og stadig i endring (Johannessen, Tuft & Christoffersen, 2016). For at prosjektet skal fremstilles i en grundig kontekst kreves det bruk av ulike metoder og fremgangsmåter i studien. Ved å ta utgangspunkt i metodetriangulering mellom observasjon og dokumentanalyse vil et mer nøyaktig bilde av studien kunne fremstilles (Gibbs, 2007).

Når det skal gjennomføres datainnsamling til en studie skiller forskning seg fra andre hverdagslige vurderinger ved at det samles inn et empiri, og det materialet skal gjenspeile virkeligheten som forskeren undersøker (Johannessen et al., 2016). I samfunnsvitenskapen skiller det mellom kvantitative og kvalitative datainnsamlingsmetoder. Kvantitative forskningsmetoder betraktes som induktive med innsamling av et stort materiale, som ofte fremstilles ved bruk av tall og statistikk. Kvalitativ metode ses derimot på som deduktiv, og besvarer andre typer spørsmål enn ved kvantitative studier (Postholm & Jacobsen, 2011). I stedet for å undersøke at noe skjer, kan en ved kvalitative metoder undersøke hvorfor noe skjer. Skillet mellom de to forskningsmetodene er ikke absolutt, men de fungerer som komplementære i forhold til hverandre.

Denne studien har på bakgrunn av forskningsspørsmålet et kvalitativt forskningsdesign. Oppgaven har til hensikt å undersøke om loggskrivning er et nyttig læringsverktøy i matematikk for å undersøke elevers begrepsforståelse. Skriftspråket er interessant i læringssammenheng fordi det er et tydelig eksempel på en teknikk som både er intellektuell og fysisk av karakter (Säljö, 2001). For å kunne gi et tydelig svar på forskningsspørsmålet har metodetriangulering med observasjon og dokumentanalyse forekommet. Observasjon er hensiktsmessig for å gi en bred kontekst til studien og forskerens valg underveis i undersøkelsen. Dokumentanalysen gjennomføres for å besvare forskningsspørsmålet i større grad og analysere elevenes arbeid.

### 3.2 Forskningsdeltakere

Deltakerne i denne undersøkelsen består av to elevgrupper på til sammen tjuelfem elever. Alle elevene går i fjerdeklasse, er 9-10 år, ved et oppvekstsenter i Midt-Norge. Kjønnfordelingen i utvalget er ca. lik, med et snevert overtall av jenter. På grunn av studiens tema, forskningsspørsmål og ønsket om å forske på elever i tidlig skriveutvikling var det nødvendig å velge elever på lavt klassetrinn som var skrivekytne.

Valget av skole for undersøkelsen kom på grunn av at jeg hadde tidligere kjennskap til skolen og lærere ved oppvekstsenteret grunnet praksisperiode ved lærerutdanningen. Det var også derfor at undersøkelsen ble gjennomført i denne klassen. For å ha mest mulig datamateriale til analyse ble alle elevene i gruppa innlemmet i prosjektet. Etter innhenting av samtykke fra foreldre (se vedlegg 1) hadde jeg tjuelfem logghefter til videre undersøkelse, der åtte elevtekster vil utgjøre hovedanalyse. Samtykke fra foreldre er av etiske grunner som vil belyses nærmere i kapittel 3.6.

### 3.3 Metode for datainnsamling

For å belyse forskningsspørsmålet har to ulike datainnsamlingsmetoder blitt brukt for å fremskaffe, bearbeide og analysere relevant informasjon. Valget av forskningsmetode sies å formes av forskningsspørsmålet og studiens formål. På bakgrunn av forskningsspørsmålet har perspektivene på kommunikasjon og skriving vært sentrale i valg av observasjon og dokumentanalyse.

### 3.3.1 Observasjon

Ved å observere en gruppe mennesker vil informasjon om menneskers handlinger og væremåte oppdages, men det utelukker en forståelse av hvorfor de opptrer som de gjør (Postholm & Jacobsen, 2011). Observasjon er en innsamlingsmetode som ofte kombineres med andre metoder for at forskeren skal få et bredere perspektiv på prosjektet. Det er tre spørsmål en observatør må ta stilling til: hvem er det som skal observeres, hvilken observatørrolle skal forskeren selv innta og hvordan skal observasjonen planlegges (Postholm & Jacobsen, 2011).

Som forsker i et klasserom var det interessant å observere lærer og elever i samtale om begreper i emnet symmetri og mønster. I datainnsamlingsperioden var jeg tilstede i undervisningen til læreren og utførte åpen observasjon av matematikktimene. Observasjonsmetoden kan kalles åpen eller ustrukturert når forskningsspørsmålet ikke står klart i fokus for selve observasjonen (Postholm & Jacobsen, 2011). Ved åpen observasjon kan forskeren ta i bruk kvalitative verktøy som koding og kategorisering av datamaterialet for å se etter tematiske mønster og sammenhenger (Cohen, Manion, & Morrison, 2011).

Observasjon vil aldri helt være fri for førforståelse, men hovedsaken med metoden er at forskningsspørsmålet er åpent og forskeren er åpen for det som skjer innenfor gitte rammer. For å få svar på forskningsspørsmålet var det hensiktsmessig å få innsyn i faginnholdet i lærerens undervisning. Ved bruk av observasjon fikk jeg innblikk i hvordan læreren tok i bruk ulike begreper i undervisningen og hvordan elevene kommuniserte muntlig ved å bruke de matematiske begrepene. Observasjonen foregikk i den tiden læreren hadde undervisning med hele elevgruppen som varte i ca. 20 minutter hver økt og var tilnærmet lik for alle de fire dagene jeg var tilstede. Valg av tidsrom for observasjonen ble gjort bevisst for å gjøre undersøkelsen representativ og gjennomgående lik for hver observasjon.

Etter å ha registrert hva som foregikk i undervisningssituasjonen og metoder som ble tatt i bruk, kunne jeg formulere spørsmål til loggskrivningen som fant sted i slutten av hver matematikktime. Den åpne observasjonen blir et tilleggsværktøy for å kunne gi en grundig kontekst til forskningsstudien.

### 3.3.2 Dokumentanalyse

Dokumentanalyse, også kalt innholdsanalyse, er en teknikk eller en tilnærming for å systematisk beskrive muntlig, skriftlig eller visuell kommunikasjon. Et dokument deles ofte inn etter type, form og innhold (Johannessen et al., 2016). I denne studien er type dokument flere skriftlige elevtekster som betegnes som en primærkilde fra elever som skildrer egen kunnskap. Formen for dokumentanalysen er skriftlige dokumenter der elevtekstene er nedskrevet i logghefter av hver enkelt elev. Innholdet som skildres er fagkunnskap fra elever som kan betraktes som objektet for selve forskningen.

Analysens viktigste oppgave er å skape mening til tekstmassen på en slik måte at et mønster vil komme til syne og danne et system (Gibbs, 2007; Postholm & Jacobsen, 2011). Cohen et al. (2011) beskriver 11 faser i en dokumentanalyse, forenklet kan disse kategoriseres i en tredeling. Først bearbeides et forskningsspørsmål og arbeide med hva slags datamateriale som skal innhentes. Deretter gjennomføres en statistisk analyse ved hjelp av å kode datamaterialet og sette dataene i et system ved å kategorisere og se etter mening. I tillegg er det viktig å bli godt kjent med datamaterialet, for å kunne vurdere relevans og kvalitet på arbeidet (Johannessen et al., 2016). Til slutt samler forskeren trådene i analysen, ved å beskrive funn og gjøre dem forståelige og oversiktlige.

I denne studien analyseres elevtekster på bakgrunn av interesse for hvilken begrepsforståelse som kommer til uttrykk i skriftlige forklaringer. Ved å skape meningssammenheng til tekst er det i tillegg til kilder nyttig å bruke teori, som her vil fungere som et analyseverktøy sammen med kildene (Johannessen et al., 2016). For å kunne betegne hvilken begrepsforståelse som kommer til uttrykk i elevenes multimodale tekster vil en innholdsanalyse av materiale være hovedmetoden i denne forskningen. Innholdsanalysen omfatter en prosess for å utvikle en forståelse for elevtekstene. I denne studien vil teori foreligge som et tankeredskap, (Postholm & Jacobsen, 2011), og er grunnlaget for videre analytiske verktøy for å kunne besvare forskningsspørsmålet. I arbeidet med faglige tekster vil analysen ha som formål å beskrive hovedtrekkene i tekstens innhold på en nøytral måte (Johannessen et al., 2016).



### 3.4 Datainnsamlingsprosessen

Her vil innsamlingsmetodene av datamateriale til studien presenteres. Først ble undervisningssekvenser observert og deretter ble loggskrivning gjennomført med to elevgrupper i en periode på to uker.

#### 3.4.1 Observasjon av undervisning

I løpet av to uker var jeg tilstede fire dager og observerte åtte matematikkøker. De samme øktene ble gjennomført i et todelingsprogram med halvklasse. Slik ble undervisningsøktene observert to ganger med begge elevgruppene. Undervisningssekvensene var planlagte og ble gjennomført av faglærer i matematikk med fokus på et begrep for hver økt. Begrepene som sto i fokus var: parallellforskyvning, rotasjonssymmetri, speilsymmetri og symmetrilinje. Ved å bruke observasjon som sekundær metode for datainnsamlingen ble informasjon fra lærerens undervisning brukt til å stille elevene spørsmål i loggskrivningen. Her ble både spørsmål skrevet på tavla og stilt direkte til elever som slet med å skrive. Ved å ta utgangspunkt i elevenes undervisning ble spørsmålene aktualisert i den pågående undervisningen.

Hver undervisningssøkt ble gjennomført i lyttekrok med halv klasse, som tilsier 12-13 elever. Læreren styrte en samtale som omhandlet oppgaver fra nettressursen til læreverket, som ble vist på smarttavle og elevene satt på benker tett ved. I elevgruppen oppsto det ofte mye uro og prat rundt hendelser fra tidligere friminutt, så sekvensen i lyttekrok ble ofte lengre enn planlagt. Under observasjonen av undervisningen var jeg som forsker plassert utenfor situasjonen og var kun en tilhører som noterte felldata.

I alle de fire undervisningssekvensene var undervisningen i lyttekrok sterkt knyttet til smarttavle. Elevene fikk etter tur komme opp på tavlen for å gjennomføre oppgaver som enten omhandlet parallellforskyvning, rotasjonssymmetri eller speilsymmetri. Læreren holdt seg bevisst til begrepsbruken som tilsvarte læreverket, *Matemagisk* (2014), for å unngå misoppfatninger blant elevgruppen. I samtlige økter var det god muntlig aktivitet fra de fleste elever, og en oppfatning om at emnet var fengende.

### 3.4.2 Gjennomføring av loggskrivning

I en periode på to uker skrev alle elevene i gruppen logg etter endt matematikktime, som tilsvarte to loggøkter hver uke og resulterte i fire logger fra hver elev. Elevene fikk ca. 10 minutter til å skrive eller tegne for å gjøre rede for ulike begreper som de hadde arbeidet med i den fullførte matematikktimen. Underveis opplevdes tiden som begrenset med tanke på elevenes skifte av aktivitet midt i en time, og det ble ofte mye spørsmål omkring skrivingen. For den første økta var det avsatt tid til å presentere prosjektet og forklare elevene hvordan og hvorfor de skulle skrive logg i matematikk. Elevene ble oppfordret til å forsøke å gjøre rede for egne tanker og huske at skrivingen var et redskap for egen læring.

Undersøkelsen ble gjennomført i elevenes klasserom, sittende ved sine egne pult, ved siden av hverandre to og to. Dette var for at elevene kunne komme effektivt i gang med skrivingen som var siste aktivitet for timen. Underveis var jeg tilgjengelig for elevene i klasserommet og svarte på spørsmål fra de som sto fast med skrivingen. Noen logger bærer preg av lite tid og forekomne hendelser som bød på avbrytelser i timen.

Den første skriveøkten skulle forekomme som en åpen loggskrivning, der elevene skulle skrive hva de visste om emnet symmetri og mønster. Deretter hva de hadde lært denne dagen og til sist skrive eventuelle spørsmål til emnet. Skriveøkten skulle fungere som en førskrivning eller innskriving til emnet symmetri og mønster. Det ble observert at flere elever syntes det var vanskelig å komme i gang med skrivingen, og ville ha konkrete svar på hva de skulle skrive. Flere elever uttalte at de ikke skjønnte hva de skulle skrive og hvorfor de skulle skrive en slik tekst i matematikktimen.

I de neste matematikktimene ble spørsmål til elevene skrevet opp på tavla før loggskrivningen. Slik kunne de komme effektivt i gang med å skrive og kunne støtte seg til spørsmålene. Spørsmålene ble utformet for at elevene skulle forklare og begrunne ulike begrep i emnet symmetri og mønster som de møtte i løpet av arbeidet. Begrepene som elevene skrev om gjenspeilet undervisningen som læreren hadde gjennomført samme dag, om parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. Fortsatt var det mange elever som syntes det var vanskelig å uttrykke skriftlig hva de trodde de ulike begrepene betydde.

### 3.5 Analytisk tilnærming

Etter å ha gjennomført undersøkelsen ble datamaterialet studert for å bli kjent med funn og for å danne et system for koding og kategorisering av innholdet. Fremgangsmåten representerer en metode som kan være tjenlig for forskeren for å få en grundig forståelsesramme om datamaterialet sitt (Postholm & Jacobsen, 2011). Første del av struktureringen av datamaterialet besto av å notere sekvenser i tekster som virket interessante med tanke på forskningsspørsmålet. Ved bruk av åpen koding av datamaterialet identifiseres kjerne kategorier i ulike deler av teksten for å beskrive og kategorisere en del av materialet (Cohen et al., 2011). I arbeidet med åpen koding er det essensielt å stille spørsmål til teksten underveis i kodingsprosessen: hva, når, hvor, hvordan og hvorfor, det vil være nyttig for å oppdage de teoretiske problemstillingene som ligger bak teksten og gå dypere inn i det teoretiske (Gibbs, 2007).

Det kan være en utfordring i kvalitative undersøkelser å forske med store mengder av datamaterialet (Johannessen et al., 2016). Ved å kategorisere datamaterialet velges tekster som er interessante og som ved analyse kan belyse forskningsspørsmålet. I arbeidet med kategorisk inndeling, også kalt indeksering, var identifisering av ulike setninger eller avsnitt i teksten elementært for å finne utmerkelse i datamaterialet (Johannessen et al., 2016). Kjennetegn fra læreverket *Matemagisk* (2014) med illustrasjoner og begrepsbeskrivelser var en av utmerkelsene ved kategorisk inndeling. Ved tolkende lesing av datamaterialet brukes teksten som en døråpner inn til elevenes meningsinnhold. Tolkende lesing av tekst vil si at elevenes tekst blir analysert på bakgrunn av hva forsker tror ulike elementer betyr og representerer, for å se hva eleven er påvirket av (Johannessen et al., 2016). Hensikten ved å redusere antall elevtekster var for å gjøre informasjonsmengden håndterlig å arbeide med, og etter behov for å tilpasse analysen til forskningsspørsmålet (Johannessen et al., 2016). I tillegg var det viktig for å kunne presentere en grundig analyse av noen elevtekster.

Når kodene har blitt tildelt og gruppert i et hierarki av kategorier vil neste fase begynne med å skape mening til datamaterialet. Gibbs (2007) anbefaler å etablere et overfladisk hierarki, med få kategorier slik at det blir lettere for forskeren å ha forståelse for alle kodene og hierarkiet vil bli mer håndterlig. På bakgrunn av forskningsspørsmålet og fokuset på skrivning i emnet symmetri og mønster hentet jeg inspirasjon fra Flesher (2003) sin analyse av elevtekster i matematikk, og van Hiele sin didaktikk om geometri (Burger & Shaughnessy, 1986; Howse & Howse, 2015; Rønning, 2008) for utarbeiding av analytisk tilnærming. Kategoriseringen ut

i fra den analytiske tilnærmingen ble koder for elevenes tekster, som kan sammenlignes med aksial koding. Aksial koding er når forskeren strukturer materialet ytterligere etter en prosess med åpen koding ved å stille flere spørsmål, ser etter sammenhenger og forhold, og i et inngående analysearbeidet vil underkategorier utvikles (Cohen et al., 2011). Kategoriene kan sammenliknes med overskrifter i en bok, som gir en større beskrivelse for hva hver tekst omhandler og styrer leseren gjennom teksten (Johannessen et al., 2016).

Et viktig og kjent teoretisk grunnlag for arbeid med utvikling i geometri er Van Hieles didaktiske nivåer. Nivåene er benyttet i mange ulike studier og kontekster som gjør at de fremstår solide for forskningen. De tre første nivåene, det visuelle, beskrivende og teoretiske er de mest aktuelle i grunnskolesammenheng (Burger & Shaughnessy, 1986).

	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3
Van Hiele	Eleven vil basere seg på et visuelt inntrykk og oppfatte et begrep som en helhet uten å være i stand til å analysere hvilke enkeltegenskaper som ligger til grunn for begrepet	Eleven vil til en viss grad være i stand til å gi en uformell analyse av komponenter og egenskaper som ligger til grunn for begrepet	Eleven er i stand til å ordne egenskapene til et begrep på en logisk måte og danne abstrakte definisjoner.

**Tabell 1. Koding for begrepsforståelse (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).**

For at en elev plasseres på første nivå, *det visuelle*, vektlegges det visuelle i verbalteksten eller ved illustrasjonen. En logg som baserer seg på begrepenes visuelle gjenkjennelse, vil for eksempel beskrive elementer i utseende til et mønster som speiles og ikke figurens egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

Elever på andre nivå, *det beskrivende*, er i større grad i stand til å uttrykke begrepets nødvendige egenskaper og organisere figurer i grupper (Burger & Shaughnessy, 1986).

På tredje nivå, *det teoretiske*, vil en teoretisk fremstilling synliggjøres ved at eleven gjør egenskapene ved begrepet mer eksplisitt. For eksempel vil verbalteksten eller illustrasjonen vise og uttrykke et mer abstrakt og faglig bilde av elevens forståelse.

I analyse av de matematiske tekstene vil i tillegg til van Hieles didaktikk, også Flesher (2003) sin analysetilnærming brukes som inspirasjon til utvikling av et rammeverk. Rammeverket vil brukes for å kommentere elevenes evne til å uttrykke begrepsforståelse via illustrasjoner og verbalspråk. For å ha muligheten til å danne egne kategorier i et analytisk verktøy tas analysemetoden «directed content analysis» i bruk, slik kan tidligere teorier støttes og utvikles videre (Hsieh & Shannon, 2005). I arbeidet med videre koding vil organisering i tabeller eller diagram være nyttig for å ha oversikt over hva som blir kodet og hvilke spørsmål som besvares (Gibbs, 2007).

Flesher (2003) analyserer kun verbaltekst i sin undersøkelse, dermed har den analytiske tilnærmingen for denne studien kun tatt i bruk hennes form for kategorisering, og systematisert egne beskrivelser for hvert nivå. Studien vil analysere både verbaltekst og illustrasjoner som like meningsbærende modaliteter.

Verbalteksten gir ikke mening og avslører mangel på begrepsforståelse, eleven forstår ikke prosessen.	Verbalteksten viser hvilke poeng som skal sentraliseres, men ikke hvorfor.	Verbalteksten viser forståelse av begrepet og hvordan det brukes, viser med bruk av illustrasjon	Verbalteksten eller illustrasjonen viser en forståelse for begrepet og hvordan det brukes.
Illustrasjon som ikke synliggjør prosessen.	Illustrasjon som synliggjør prosessen, men ikke hvordan den gjennomføres.		

**Tabell 2. Språklig tilnærming, inspirert av Flesher (2003)**

For å kunne besvare forskningsspørsmålet for denne studien vil elevtekstene som analyseres bli kodet i henhold til disse to kodingsapparatene. Kodene er ment å kunne brukes på et stort dokumentmateriale, det er derfor viktig at kodene er enkle å identifisere.

Kodingsapparatet for elevenes språklige tilnærming i tekstene er utarbeidet med inspirasjon fra Flesher (2003) for å kunne gi grundige analyser av elevenes meningsinnhold i verbaltekst og illustrasjoner. Apparatet fungerer som en indikator på elevenes uttrykk av begrepsforståelse. I samarbeid med van Hieles didaktiske nivåinndeling blir den språklige tilnærmingen et støtteapparat for å kunne gjøre en omfattende analyse av hver elevtekst.

I arbeidet med kodingen ble teoretisk grunnlag brukt for å identifisere nøkkelobjekter i elevtekstene. Ved å analysere undersøker forskeren deler av datamaterialet for å finne mønster og avdekke budskap i teksten (Johannessen et al., 2016). I tillegg til å analysere datamaterialet vil det bli tolket på bakgrunn av teori. I tolkningsprosessen blir materialet sett i en større sammenheng, for å forstå og forklare funn for å oppnå formålet med undersøkelse (Johannessen et al., 2016). Førsteintrykket av en tekst ble først analysert ut i fra funksjonell tyngde av multimodalitet. Deretter begrepsforståelse på bakgrunn av van Hieles nivåer der det visuelle og det beskrivende nivåene står sterkt i flere av elevenes tekster. For å skille eller betegne nærmere nivå må flere spørsmål stilles av forsker for å komme dypere inn i teksten. Deretter analyseres nøkkelobjekter i den språklige tilnærmingen, verbaltekstens og illustrasjonenes uttrykkelse av forståelse fra eleven. Etter at datamaterialet er analysert og fortolket vil forsker konkludere og forsøke å gi svar til forskningsspørsmålet (Johannessen et al., 2016).

### 3.6 Etiske betraktninger

I arbeid med kvalitative undersøkelser er det viktig med etisk bevissthet overfor forskningsdeltakerne. Som forsker var den første etiske handlingen å informere foreldre og elever om forskningsstudien, for å etablere samarbeid og tillit. Ved bruk av innsamlingsmetoder som observasjon og dokumentinnsamling fra elever er det hovedsakelig tre etiske retningslinjer som skal følges: informert samtykke, konfidensialitet og konsekvenser for forskningsdeltakerne (Cohen et al., 2011). Denne forskningsstudien har fått godkjenning av Personvernombudet for forskning ved Norsk senter for forskningsdata (NSD) før det ble opprettet kontakt med skolen (se vedlegg 2). Her har studien min fått prosjektnummer: 50249. I henhold til NSDs retningslinjer ble elever og foresatte informert om forskningsprosjektet gjennom et informasjonsskriv (se vedlegg 1). Informasjonsskrivet ble delt ut av læreren og det

åpnet for at foresatte kunne kontakte meg eller veileder dersom de hadde noen spørsmål angående studien. Samtykke til deltakelse ble gitt ved fysisk innlevering av samtykkeskjema.

På bakgrunn av forskningsspørsmålet i denne studien betraktes undersøkelsen som en kilde til kunnskap hos respondentene. Med kunnskap menes at elevene får ved skriving utviklet forståelse ved å gjøre rede for begreper som krever matematiske formuleringer som kan gi meningsfull læring. For å opprettholde loven om personvern har alle elever i undersøkelsen blitt gitt pseudonymer og innsamlingsmaterialet vil i henhold til NSDs retningslinjer kun være tilgjengelig for forsker og veileder.

I gjennomføringsprosessen var jeg bevisst på at elevene skulle oppleve å bli behandlet med respekt, og at de hadde utbytte av å delta i forskningsstudien. Elevene ble derfor godt informert om min studie og at all informasjon skulle bli behandlet konfidensielt. Hvor mye elevene deler og kommuniserer er avhengig av at forsker informerer de godt og forteller hvorfor det rettes et systematisk blick på undervisningen (Postholm & Jacobsen, 2011).

### 3.7 Pålitelighet og gyldighet

Kvaliteten på all ny forskning vurderes og stilles krav til, for å påse at den utføres på en pålitelig måte som oppfattes å være troverdig. Å forske i den sosiale virkeligheten vil på mange områder være kompleks og vanskelig. Virkeligheten er stadig i utvikling, så for forskeren er det viktig å reflektere grundig over svakheter og styrker om informasjonen til studien, og måten den er samlet inn og behandlet på (Postholm & Jacobsen, 2011). Krav på kvaliteten i kvalitativ forskning omhandler begrepene: *pålitelighet*, *gyldighet* og *generaliserbarhet* (Tjora, 2012).

I samfunnsforskning vil det være umulig å ikke vise et engasjement for egen forskning, ofte betraktes dette som støy og kan påvirke studiens pålitelighet (Tjora, 2012). Begrepet pålitelighet, også kalt reliabilitet, vil referere til spørsmålet om en annen forsker som anvender samme metoder vil kunne komme frem til samme forskningsresultat (Thagaard, 2009). Å være helt nøytral vil påses å være umulig og for en kvalitativ studie kan påliteligheten aldri bli 100%, men for å styrke studien kan forskeren reflektere grundig over problem knyttet til valg i eget prosjektet (Postholm & Jacobsen, 2011). Videre kan forskeren

eksplisitt gjøre rede for hensikten med studien, teoretisk kontekst og for eksempel gjennomføring av datainnsamling.

Gyldighet, også kalt validitet i kvantitative undersøkelser, er knyttet til tolking av datamaterialet. Enkelt sagt omhandler gyldighet om vi får svar på de spørsmålene som blir stilt i forskningsprosjektet (Tjora, 2012). Åpenhet og redegjørelser for valg underveis i forskningen vil være viktig for gyldigheten til studien. For å styrke undersøkelsens gyldighet ytterligere brukes ofte begrepet gjennomsiktighet, som tydeliggjør viktigheten av forskerens tolkninger og begrunnelser i analyse arbeid (Thagaard, 2009).

Generalisering, eller overførbarhet, som benyttes mer som et begrep i kvalitativ forskning er ofte et mål innenfor samfunnsforskningen. Overførbarhet av en studie krever at tolkningen som utvikles innenfor et prosjekt kan være relevant i videre eller andre sammenhenger som en teoriutvidelse (Thagaard, 2009). For å fremvise troverdige resultater av studien kreves det at forsker tydeliggjør valg og endringer underveis i prosjektet, en systematisk framstilling vil være essensielt for å skape gjennomsiktighet i studien (Tjora, 2012).

Med et lite utvalg elever på fjerdetrinn vil det ikke være mulig å trekke konklusjoner og generalisere bevisforståelser fra denne studien generelt. Derimot vil det være mulig å styrke undersøkelsens troverdighet ved bruk av grundig refleksjon og metodetriangulering (Postholm & Jacobsen, 2011). I samsvar med tidligere forskning gjort på området kan studien imidlertid bidra deduktivt med nye tolkninger, og gi et større bilde av skriving som læringsverktøy i matematikk. Resultatene fra denne forskningsstudien kan derfor sies å ha en viss overførbarhet. For at studien skal beskrives etter beste evne gis det god innsikt i undersøkelsens kontekst og rammene rundt prosjektet.

### 3.8 Metodekritikk

Gjennomføringen av loggskrivning med elevene i innsamlingsperioden bød på ulike utfordringer. For mange elever var det unaturlig å skulle skrive lange tekster i matematikk. Det meste av skriving i matematikk gjennomføres med føring av oppgaver, geometriske beskrivelser eller regnefortellinger (Lorentzen & Kringstad, 2014). Elevene fikk i første økt beskjed om å skrive hva de visste om emnet symmetri og mønster, deretter hva de hadde lært denne dagen og til sist skrive eventuelle spørsmål til emnet. Den første skriveøkten skulle



fungere som en førskriving i emnet symmetri og mønster. Jeg observerte at flere elever syntes det var vanskelig å komme i gang med skrivingen og ville ha konkrete svar på hva de skulle skrive. Flere elever uttalte at de ikke skjønnte hva de skulle skrive og hvorfor de skulle skrive slik tekst i matematikktimen.

På grunn av mye spørsmål i første skriveøkt og frustrasjon fra flere elever ble det utarbeidet eksplisitte spørsmål for de neste matematikkøktene. Spørsmålene ble utformet for at elevene skulle få en tydeligere instruks for skrivingen. Målet for loggskrivingen var fremdeles at elevene skulle forklare og begrunne ulike begrep i emnet symmetri og mønster som de møtte i løpet av arbeidet. Begrepene som elevene skrev om gjenspeilet undervisningen som læreren hadde gjennomført om parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. Fortsatt var det mange elever som syntes det var vanskelig å uttrykke skriftlig hva de trodde de ulike begrepene betydde, selv om det hadde blitt observert at elevene kunne svare på spørsmål angående begrepene i muntlig sammenheng.

Elevenes produksjoner av tekst er korte og de fleste har ikke tatt i bruk mer enn en side på hver loggskriving. I ettertid ser jeg at det hadde vært nyttig med en grundigere gjennomgang av hvordan loggskriving i matematikk var ment å fungere, og hvordan skrivingen skulle være et læringsverktøy for eleven selv. Ved en grundigere gjennomgang av skriving i matematikk og hensikten for arbeidsmetoden ville det ikke nødvendigvis vært behov for å skrive spørsmål på tavlen, og elevene selv ville klart å utformet en egen tekst. Dersom forskningsprosessen ikke hadde hatt behov for eksplisitte spørsmål til elevene, ville muligens tekstene hatt et ganske annet innhold og en annen oppbygging.



## 4. ANALYSEKAPITTEL

---

Innledningsvis i denne oppgaven ble det stilt et forskningsspørsmål som omhandlet elevers uttrykkelse av begrepsforståelse i loggtekster i emnet symmetri og mønster. I dette kapitlet vil elevenes multimodale og modale tekster analyseres og drøftes opp mot teoretisk kontekst. Målet med kapitlet er å fremstille elevenes begrepsforståelse, og på hvilke ulike måter elever gjorde uttrykk for sin forståelse av begrepene: parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri.

I tekstene har elevene tatt i bruk læreverkets omtale av begrep, derfor vil forskyvning og rotasjonsmønster eller bare rotasjon brukes hyppig for benevning av parallellforskyvning og rotasjonssymmetri. For å kunne fremstille en tolkning på best mulig måte vil en analyse av den tredje loggskrivingsøkta hos elevene tas som utgangspunkt for grundig analysearbeid. I den økta hadde elevene i oppgave å forklare alle de tre forestående begrepene i samme tekst. Den tredje loggskrivingsøkta ble utgangspunkt for analyse av åtte elevtekster. Med et ønske om å analysere elevtekster fra en skriveøkt var den tredje økta den med mest variert innhold fra elevene. Der var både tegninger, verbaltekst og ulike fremstillinger av tekst aktuelle for analyse. En av grunnene til at tekstene var så innholdsrike kan være at elevene denne timen fikk bedre tid til loggskrivning enn i de forestående øktene. De hadde i tillegg allerede gjennomført skriving om to av begrepene i tidligere matematikktimer.

I denne studien fikk elevene velge fritt hvilke modaliteter de ville ta i bruk for å fremstille matematiske begreper, og hvordan de ville organisere sin tekst. Elevene fikk tildelt hvite ark og hadde tilgang til skrivesaker. For at affordansen skal utnyttes er det ofte vanskelig for elever å velge hvilke modaliteter til å uttrykke best mening (Kress, 2010). I dette delkapitlet vil elevtekstene som presenteres både inneholde illustrasjoner og verbaltekst. Både visuell og verbal kommunikasjon brukes for å forklare og vise hvordan begrepene brukes i matematikk, og en kan ofte se at elementer fra læreboka gjentar seg i elevenes tekster. De tekstene som presenteres i kapitlet viser elevproduksjoner med ulik funksjonell tyngde, der både verbaltekst og illustrasjoner fungerer som meningsbærende elementer.

De ulike elevtekstene er valgt for å kunne fremstille bredden av besvarelser fra elever, og hvilke begrunnelsesformer elevene benyttet seg av. Samtidig var det ulikt hvordan elevene tok i bruk verbalspråk og illustrasjoner for å forklare de ulike begrepene.

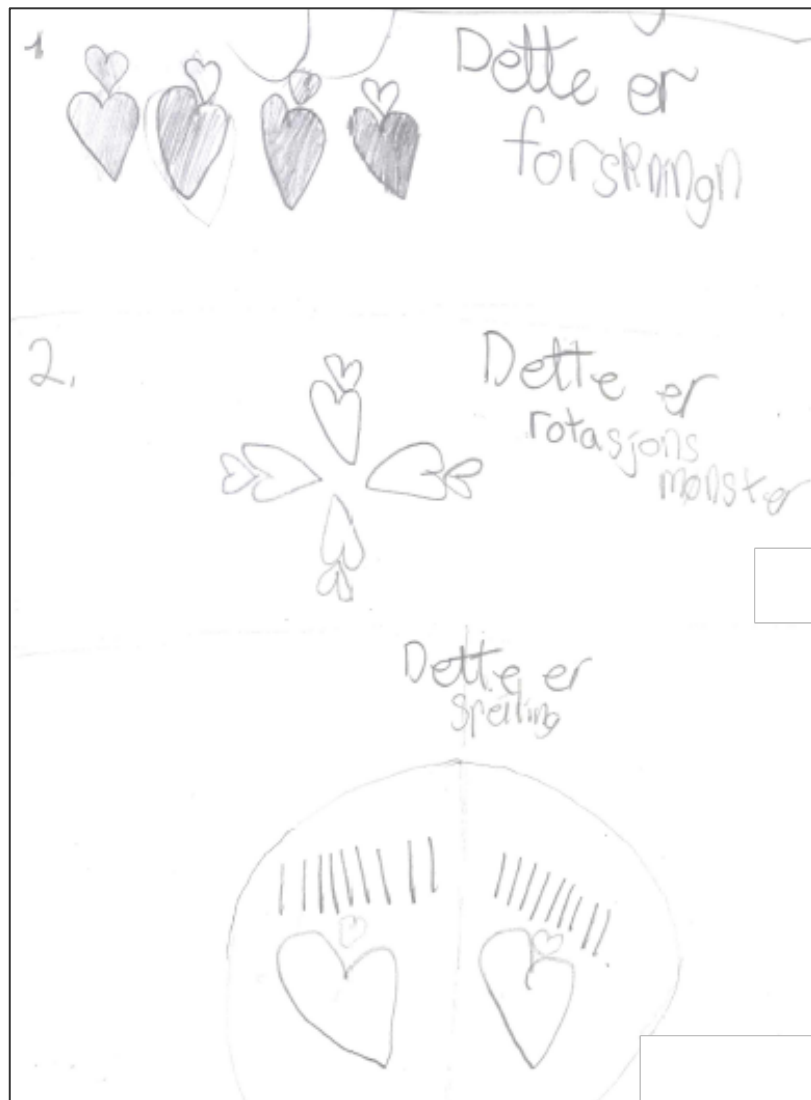
## 4.1 Visuelle kjennetegn

Kategorien visuelle kjennetegn viser til van Hieles nivå for visuell begrepsforståelse (Burger & Shaughnessy, 1986), for å vise elevtekster med et dominant visuelt begrepsuttrykk. Det kan være vanskelig å skille elevenes tekster mellom kategoriene visuelle og beskrivende kjennetegn. En visuell tekst kan ha funksjonell tyngde på illustrasjoner i teksten eller en verbaltekst som baserer seg på visuelle inntrykk. Mette, Julie og Stian som presenteres her, har tekster med en sterk visuell fremstilling.

### 4.1.1 Mette sin tekst

Mettes tekst inneholder både verbaltekst og illustrasjoner av begrepene parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. Ved å se på Mette sin tekst er førsteinntrykket at det er lite verbal tekst. Hun har lagt hovedtrykk på tegninger for å beskrive begrepene. Den funksjonelle tyngden i teksten ligger i illustrasjonene som bærer mesteparten av innholdet i Mettes tekst. Før hver tegning skriver hun: «Dette er...» for å forklare hvilket begrep hun skal illustrere. Mette har delt opp arket i tre deler som gir en ryddig fremstilling av loggskrivningen hennes, der hun har nummerert de ulike forklaringene av begrep. På alle de tre illustrasjonene tegner hun de samme type hjertene som kan være et virkemiddel for å vise mønsteret i ulike situasjoner.

I den første beskrivelsen av parallellforskyvning har Mette tegnet fire hjertes, der to og to er like fargelagt, og viser kopiering av de to hjertene bortover. Hun forklarer ikke ytterligere hva som skjer eller hvordan, men hun synliggjør den ferdige prosessen for begrepet (Flesher, 2003). I likhet med første besvarelse bruker Mette samme type mønster for å gjøre uttrykk for rotasjonssymmetri, men nå er hjertene plassert rundt et sentrum, slik at de kan roteres rundt. Mette fremviser her en ny type gjennomføring og visualiserer rotasjonssymmetri.



**Elevtekst 1: Mette**

Når Mette illustrerer speilsymmetri har hun plassert to hjertemønster i en sirkel med en strek i midten, som viser til symmetrilinjen mellom hjertene og ni streker over hvert mønster. Hun synliggjør igjen med tegning hvordan en speilsymmetri ser ut, men ikke hvordan den skal gjennomføres (Flesher, 2003).

Språklig har ikke Mette skrevet mye verbaltekst til analyse. Hun henviser til illustrasjonene via verbaltekst, og teksten viser derfor hvilket poeng som skal sentraliseres, men ikke noe mer forklarende utover det åpenbare. Mette synliggjør en hendelse, og ikke selve prosessen som skjer i forkant av forskyvingen, rotasjonen eller speilingen. Ut i fra van Hiele sine nivåer er Mette opptatt av det visuelle inntrykket for begrepene og beskriver ikke ut i fra deres egenskaper, men utseende (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Illustrasjoner kan

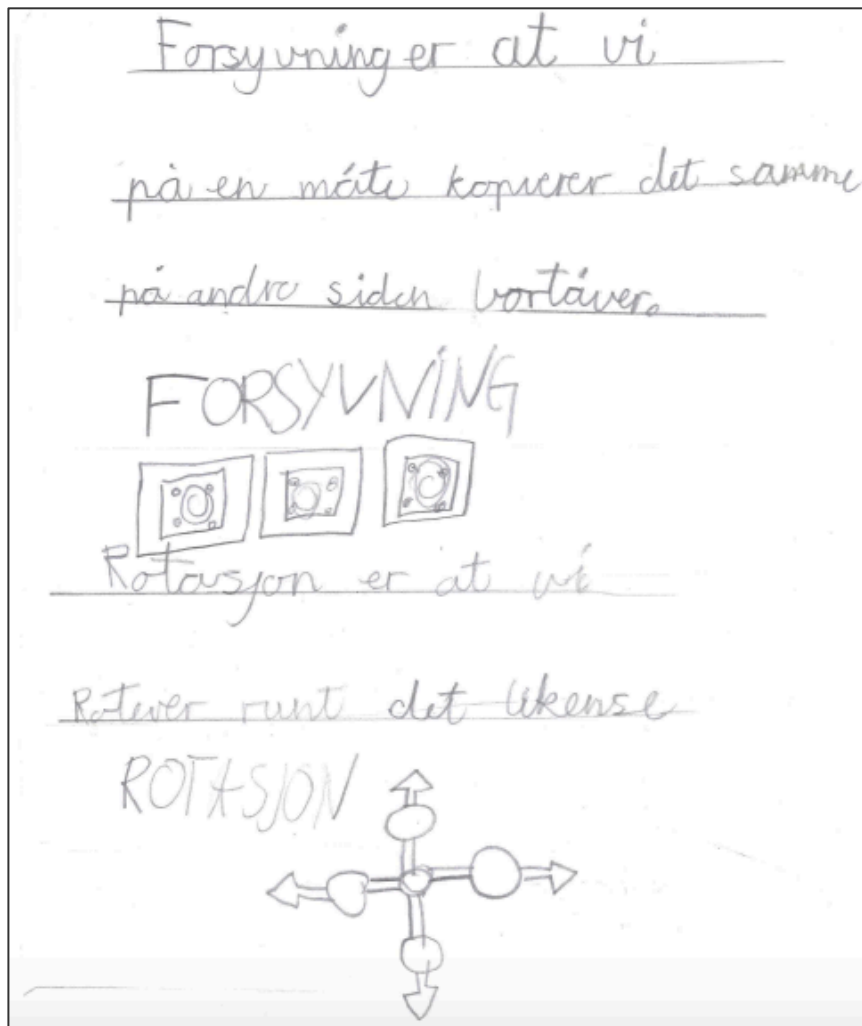
være like meningsskapende som verbal tekst (Kress, 2010). Mette har valgt å visualisere begrepene ved å tegne, men fremstillingen blir vanskelig for å vise en helhetlig forståelse av egenskapene som ligger til grunn. Det blir derfor vanskelig å konstatere om hun har en bredere forståelse for de tre begrepene innenfor symmetri og mønster, eller om hun har kopiert en tegnemetode.

Loggskrivningen til Mette bærer i grunn lite spor av prosessen bak begrepene og hva som er egenskapene til de ulike begrepene. Hun er svært visuell i sine beskrivelser, og forsøker å vise mottakeren egenskapene til begrepene ved bruk av samme mønsteret hele veien. Hun har et visuelt uttrykk med tanke på van Hieles didaktiske nivåer (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Illustrasjonene og verbalteksten til Mette viser hva hun vil sentralisere og hun forsøker å synliggjøre begrepenes prosesser (Flesher, 2003).

#### 4.1.2 Julie sin tekst

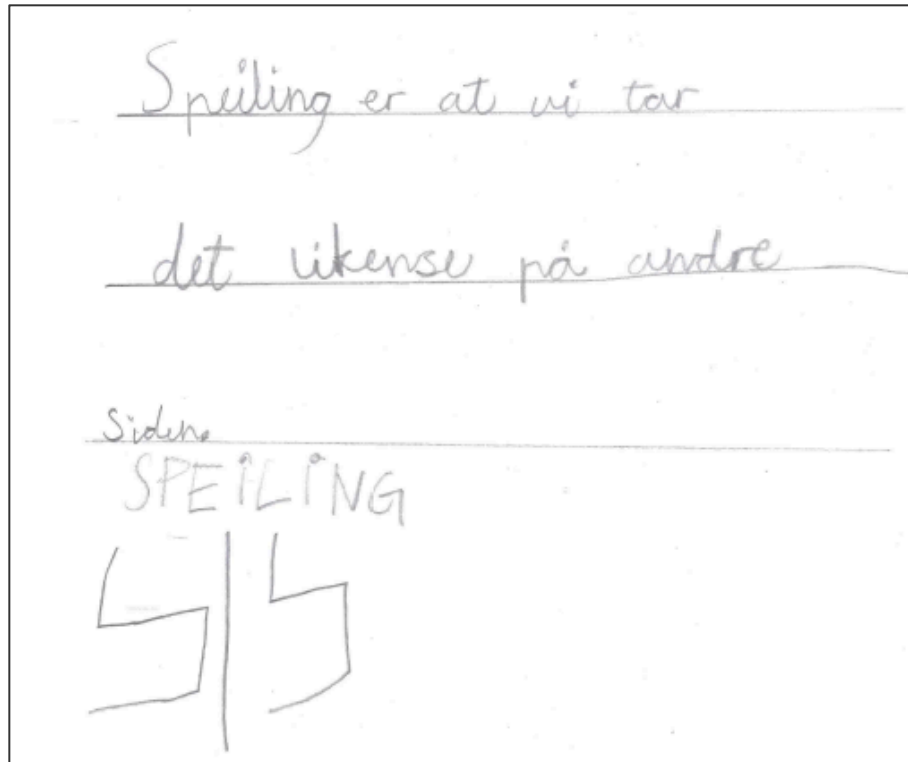
Teksten til Julie er på én og én halv side, og inneholder både verbaltekst og tegninger. Hun har en fin og oversiktlig logg med linjer til verbalteksten og små overskrifter til hver tegning. Tegningene hun illustrerer er ikke kopiert fra et læreverk eller undervisning, og de står komplementerende til verbalteksten som har den funksjonelle tyngden i teksten. Den sammensatte teksten er organisert med verbaltekst, underoverskrift til tegning og tegning for alle begrepene. I teksten til Julie henvender hun seg hele tiden til «vi» når hun skal forklare et begrep. Som viser til at hun har en mottakerbevissthet for loggskrivningen, og at hun skriver om begrepene for en leser og seg selv.

Julie skriver i første besvarelse om forskyving der hun henviser i verbalteksten til hun og leseren ved å bruke «vi». Sammen vil Julie at vi skal «kopiere det samme på andre siden bortover». I likhet med mange andre bruker Julie ordet å «kopiere», og hun illustrerer ved en tegning av tre like symboler på en horisontallinje nedenfor. Ved å skrive «det samme» mener Julie at mønsteret eller symbolet må være helt likt ved forskyving, som Rinvold (2003) viser til ved at ingen former eller avstander endres. At forskyvingen skjer bortover er et visuelt inntrykk Julie muligens har fra undervisning og oppgaver i læreverket. Mange av oppgavene som ble gjennomført i undervisning omhandlet å flytte en figur horisontalt til høyre.



Elevttekst 2: Julie

«Rotasjon er at vi roterer rundt det likense» skriver Julie når hun skal forklare begrepet rotasjonssymmetri. Julie har her fokus på den viktigste egenskapen ved rotasjon, og skriver at «det» som tolkes som mønsteret som skal flyttes likt rundt, slik at mønsteret omdreies rundt eget sentrum for å dekke seg selv (Rinvold, 2003). På tegningen til Julie illustreres et mønster med piler og sirkler som kan omdreies om sitt sentrum for å gjennomføre en rotasjonssymmetri. Det kan også se ut til at Julie har prøvd å illustrere et sentrum i midten av tegningen for hvordan figuren roteres for å dekke seg selv.



**Elevtekst 2: Julie**

I forklaringen av speilsymmetri har Julie skrevet en kort verbaltekst og tegnet en speiling med symmetrilinjen i midten. Julie skriver om speilsymmetri: «vi tar det likense på andre siden». Det er riktig som Julie skriver at det skal være likt på begge sider av symmetrilinjen, som tolkes som den andre siden, hun spesifiserer derimot ikke hvordan det skal være likt. Ved tegningen har hun illustrert hva hun forklarer i verbalteksten og selv om tegningen viser et symbol som er likt på begge sider er det ikke speilsymmetri hun viser. Tegningen viser to like symboler, men de er ikke kongruente eller kan ses som speilbildene til hverandre (Rinvold, 2003). Mange forveksler begrepene symmetri og speilsymmetri, og det kan være at Julie her har denne misforståelsen.

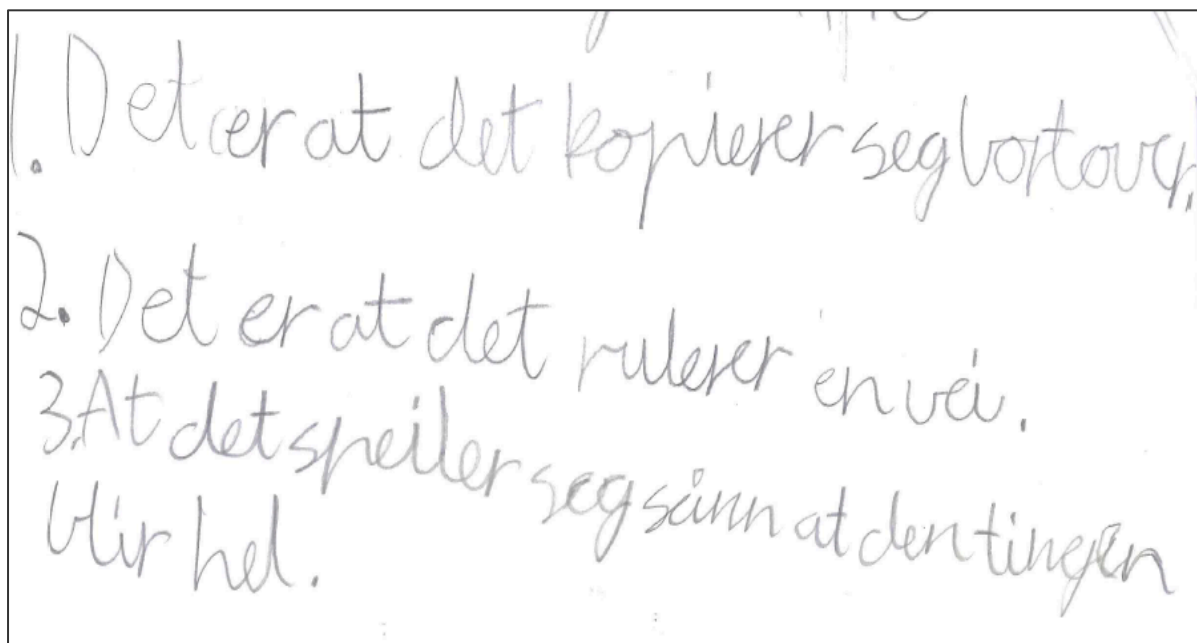
I beskrivelsene av begrepene parallellforskyvning og rotasjonssymmetri bruker Julie ord som «kopiere» og «rotere», som viser en forståelse for egenskapene som ligger til grunn for begrepene (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). I tillegg vil utsagnet «å kopiere» henvende seg til begrepsbruken i læreverket *Matemagisk* (2014). Tegningene hennes viser også en visuell forståelse av hvordan begrepenes helhet ser ut. Ved bruk av både verbaltekst og illustrasjoner sammen viser Julie en god forståelse for begrepenes funksjon og bruksmåte (Flesher, 2003). I teksten om speilsymmetri gir både verbalteksten og illustrasjonen et



inntrykk av at Julie har en mangel på begrepsforståelse og ikke forstår prosessen (Flesher, 2003). Inntrykket hennes er visuelt, uten å helt kunne gi uttrykk for viktige egenskaper som ligger til grunn for begrepets funksjon (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

#### 4.1.3 Stian sin tekst

Stian har produsert en kort tekst om begrepene: parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. Teksten er ryddig med nummerte besvarelser i form av verbaltekst som blir hans funksjonelle tyngde i teksten, og er den eneste modaliteten han tar i bruk. Stian har tatt i bruk et halvt ark for loggskrivningen sin, og enten sett seg fornøyd med forklaringene uten å bruke illustrasjoner eller ikke hatt tid til å tegne.



Elevttekst 3: Stian

Besvarelsene til Stian er enkle og konkrete i form av verbaltekst til hvert begrep. I første setning skriver han: «det er at det kopierer seg bortover». Stian referer til mønster eller symbol som «det» også i de to andre beskrivelsene av begreper. Noe som kan tilsi at han mangler et matematisk begrep eller ord for hva han prøver å forklare, eller at han stoler på at leseren vet hva han mener. At noe kopierer seg bortover gir en visuell fremstilling av hvordan Stian forstår forskyving.

I andre besvarelse bruker Stian ordet «rulerer» for å beskrive hvordan rotasjonssymmetri foregår eller ser ut. Her gir ikke verbalteksten helt mening ut i fra begrepsdefinisjonen, at figuren omdreies eller roteres (Rinvold, 2003). Med tanke på at Stian kun har en verbaltekst til å gjøre uttrykk for rotasjonssymmetri er det vanskelig å si om han har misforstått bruken av rotasjon, eller om han ikke har riktig ord for å forklare prosessen.

Når Stian gir en beskrivelse av speilsymmetri er forklaringen basert på et visuelt inntrykk. I den siste forklaringen gir han uttrykk av å forklare et visuelt bilde som han har, ved at noe blir helt eller fullstendig ved bruk av speiling. Bakgrunnen for at Stian henviser til at noe, muligens et mønster, blir helt kan være oppgaver som har blitt gjennomført i undervisningsøker eller i lærebok.

Stian presenterer et enkelt språk når han bruker ord som «det» og «tingen» i sine besvarelser. Likevel gir språket til Stian mening til innholdet, selv om innblandingen av tomme ord gjør beskrivelsene svake. Det kan være vanskelig å gi mening til ordene «det» og «tingen» for en utenforstående i en slik kommuniserende tekst. Når Stian har svart på spørsmål i loggskrivningen har han trolig spart seg bryet med å skrive begrepene han skal forklare på grunn av mottakerbevissthet. Hovedpoenget i en logg er uansett ikke grammatikken, men språket til Stian kan likevel kommenteres ved at han burde skrevet mer utfyllende setninger for å formidle sin kunnskap.

Stian viser en delvis forståelse for prosessene som utføres ved parallellforskyvning og speilsymmetri. Han baserer seg på en generell visuell forståelse for begrepene i teksten (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Selv om språket som tas i bruk består av enkle ord, inneholder det en matematisk forståelse i det Stian skriver, og han får formidlet en forståelse til mottakeren av det han har lært (Flesher, 2003). Angående rotasjonssymmetri er det mer usikkert om Stian innehar en riktig forståelse, da beskrivelsen hans er svak og kan misforstås av leser. Stian innehar et sterkt visuelt inntrykk for de ulike begrepene, og befinner seg på nivå 1 i van Hieles didaktiske nivåer (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

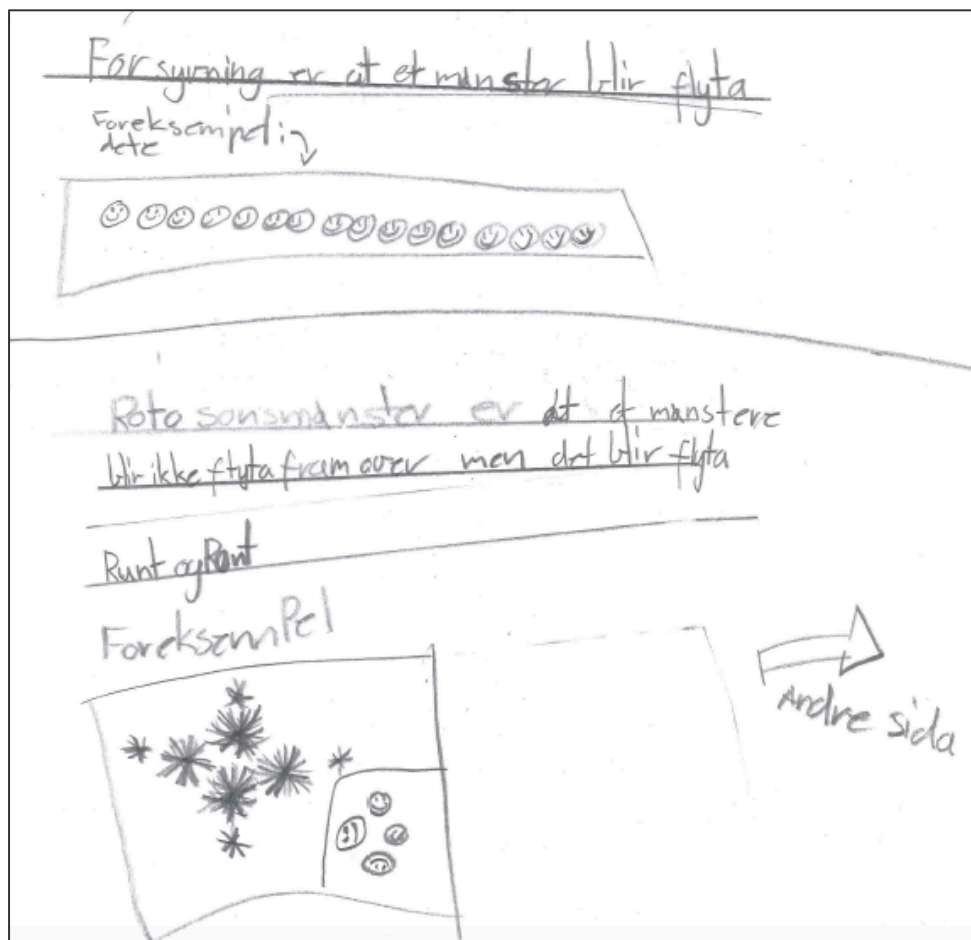
## 4.2 Beskrivende kjennetegn

Tekster med beskrivende kjennetegn tar utgangspunkt i van Hieles nivå 2 (Burger & Shaughnessy, 1986). Koder har blitt opprettet på bakgrunn av analytisk tilnærming, der en elev på nivå 2 vil være i stand til å gi en uformell analyse av komponenter og egenskaper som ligger til grunn for begrepet (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). En elevtekst som har et beskrivende begrepssyn har fokus på egenskaper ved begrepene, og beskriver en generell prosess heller enn hvordan den visuelt ser ut. Emma og Adrian sine tekster har verbaltekst og illustrasjoner til analyse, og de har begge et fokus på egenskaper ved begrepene i sine forklaringer.

### 4.2.1 Emma sin tekst

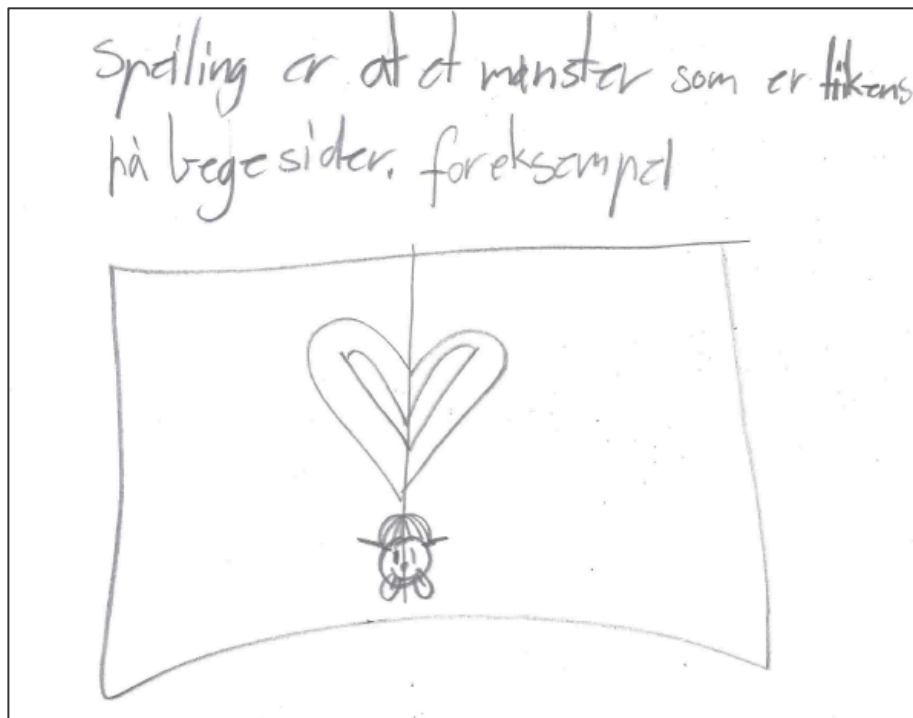
Emma sin tekst er i likhet med flere andre elever beriket av både verbaltekst og illustrasjoner som komplementerer hverandre. Emma har brukt to sider for å beskrive de tre begrepene for leseren. Verbalteksten er synlig plassert med linjer under teksten og illustrasjonene er plassert i egne bokser ved siden av verbalteksten. Slik har den multimodale teksten et samlet organisert førsteinntrykk. Illustrasjonene til Emma er tydelig etter fri fantasi og ikke styrt av lærebok eller felles arbeid fra undervisning, da det ikke er gjenkjennbart fra observasjon. Den funksjonelle tyngden i Emmas tekst ligger i illustrasjonene da de er bevilget god plass på begge arkene (Kress, 2010).

Når Emma beskriver parallellforskyvning forklarer hun begrepet ut i fra en handling som skjer, «...et mønster blir flytta». At et mønster blir flytta på er synonymt med Rinvolds (2003) beskrivelse som sier at en forflytning forekommer ved parallellforskyvning. Verbalteksten står sammen med en tegning som viser flere smiletegn bortover på en linje, som er et eksempel på denne handlingen. Emma visualiserer her en ferdig gjennomføring av forskyvning ved en tegning og egenskapene blir forsøkt synliggjort, selv om prosessen ikke beskrives i tegningen blir den sammen med verbalteksten tydelig (Flesher, 2003).



#### Elevtekst 4: Emma

Videre i teksten forklarer Emma rotasjonsmønster ved å skrive «...at det mønstere blir ikke flytta framover men det blir flytta rundt og rundt». Emma beskriver egenskaper som begrepet rotasjon ikke har. Vinner (2014) betegner en slik forklaring som å skille likheter og ulikheter ved innlæring av nye begreper. Hun gjør det klart at mønsteret beveger seg ikke fremover, men det skal flyttes rundt og rundt ved rotasjon. Emma har i tillegg to illustrasjoner som viser til hvordan rotasjonsmønsteret skal se ut. Hun har valgt å igjen vise med det samme mønsteret med smiletegn, som ved parallellforskyvning, og gir et ytterligere eksempel med et annet mønster. Illustrasjonene er komplementerende til verbalteksten og er med på uttrykke en dypere mening.



**Elevttekst 4: Emma**

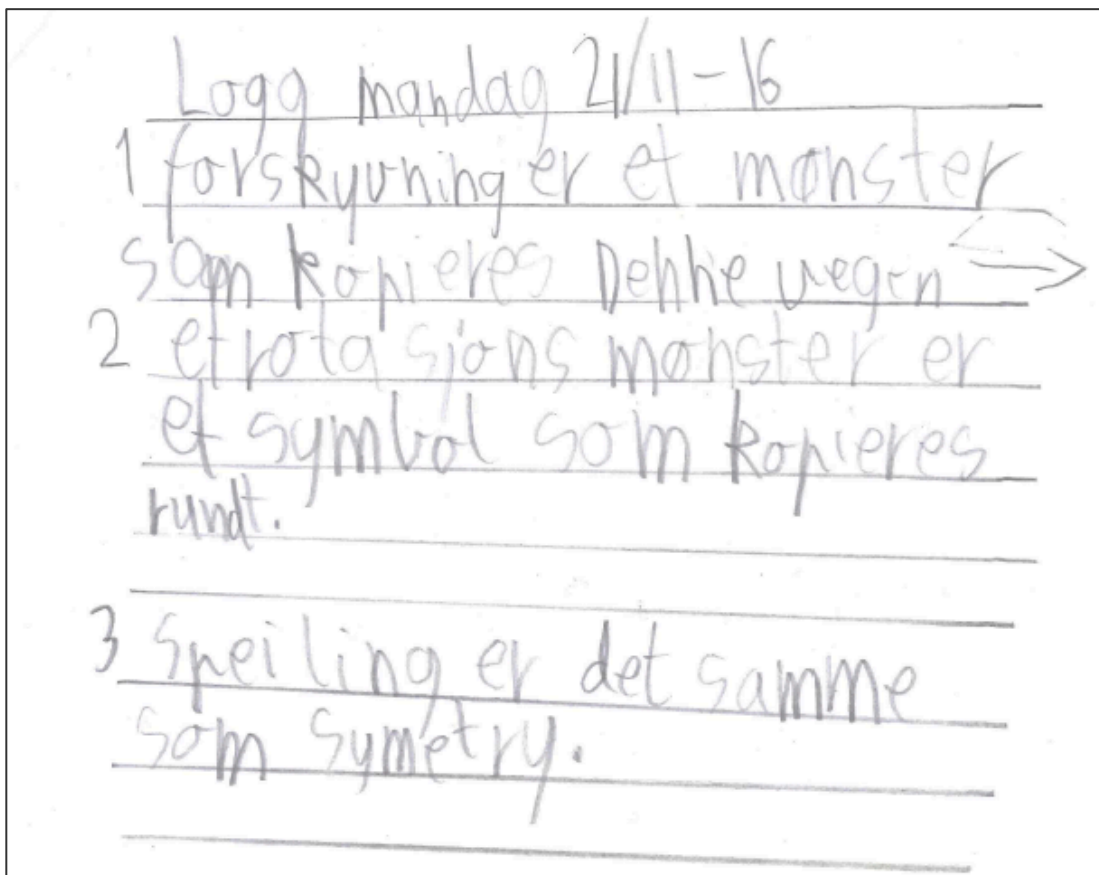
Så ber Emma oss om å bla om til neste side der hun har skrevet og tegnet for å forklare speilsymmetri. «Spelling er at et mønster som er likens på begge sider» skriver Emma og henviser til en tegning der hun har speilet et hjerte og en tegning av et barn med caps. Når Emma skriver «...likens på begge sider» antar jeg at hun mener likt på begge sider av symmetrilinja, og hun har illustrert kongruente bilder i tegningen som hun bruker som eksempel. Det er likevel vanskelig, som mange andre elever, å konstatere om hun vet at symmetrilinja skal fungere som et speil, selv om hun har en egenkomponert tegning. Verbalteksten til Emma blir i helhet avhengig av illustrasjonen for å være meningsbærende i henhold til begrepsforståelsen, der verbaltekst og illustrasjon sammen viser forståelse og bruksmetode. Ved at Emma skriver «for eksempel» ved hver illustrasjon kan det vise at hun forstår at det er ulike måter å vise hvordan begrepet fremstilles, men hun velger denne måten.

I likhet med mange andre er Emmas beskrivelser fokusert på både det visuelle og egenskapene til begrepene hun skal forklare. Når Emma beskriver rotasjonsmønster er hun opptatt av å både forklare hvilke egenskaper begrepet har og ikke har, slik er hun i stand til å gjøre en uformell analyse av egenskapene som ligger til grunn (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Emma kan betraktes som å være på et beskrivende nivå, og opptatt av egenskapene ved de ulike begrepene. I verbalteksten til Emma sentraliserer hun hva som er

viktig ved å henvise til den meningsbærende ressursen som hun helst vil forklare med. Illustrasjonene gir innblikk i en ferdig prosess hos begrepene, men viser ikke gjennomføringen av verken parallellforskyvning, rotasjonssymmetri eller speilsymmetri (Flesher, 2003).

#### 4.2.2 Adrian sin tekst

Adrian sin tekst gir et ryddig og organisert førsteinntrykk der verbalteksten er skrevet på linjer, og begrepene er nummererte etter hva som skal beskrives for å skape en oversiktlig tekst. Beskrivelsene er korte og består av en setning for hvert enkelt begrep på ca. et halvt A4 ark. Adrian har som de andre elevene gjort rede for begrepene parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. Teksten til Adrian har hovedvekt på verbaltekst, som er meningsbæreren og har den funksjonelle tyngden i teksten (Kress, 2010). I tillegg har Adrian et symbol, en pil, med i sin første besvarelse. Bruken av symbolet gjør at teksten hans blir multimodal.



**Elevtekst 5: Adrian**

«Forskyvning er et mønster som kopieres denne vegen» skriver Adrian, og viser ved å illustrere hvilken vei han mener med ei pil. Flere elever poengterer at forskyvning skjer kun horisontalt. Noe som mest sannsynlig kommer fra undervisningsøktene og oppgaver gjennomført i lærebok. Det er ikke feil av elevene å forklare at en forskyvning skjer bortover, men det viser til en begrenset begrepsforståelse. En parallellforskyvning kan forekomme alle veier så lenge ingen avstander eller former endres (Rinvold, 2003).

I motsetning til parallellforskyvning skriver Adrian at rotasjonsmønstre er symboler som kopieres rundt. Adrian er opptatt av prosessen, og synliggjør en forståelse av hvordan begrepene tas i bruk (Flesher, 2003). Beskrivelsene i teksten bygger på logisk forklaringer uten å bruke illustrasjoner for å uttrykke mening ytterligere. Forklaringene er ikke fullstendige, og mangler enkeltheter for å være gode. Likevel er Adrian i stand til å vise en grad av forståelse for egenskapene til de to første begrepene (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

For å beskrive speilsymmetri skriver Adrian: «speiling er det samme som symmetry». Adrians beskrivelse av speilsymmetri er en av de vanligste misforståelsene i arbeide med symmetri, da mange ofte omtaler speilsymmetri kun som symmetri. Dersom beskrivelsen til Adrian hadde vært riktig, hadde det uansett ikke vært tilstrekkelig å kun skrive at det er det samme som noe annet. Det vil bare være en metode for å skyve spørsmålet videre. Det er vanskelig å si hvorfor Adrian ikke tok seg tid til å forklare speilsymmetri på en annen måte, men denne sammenlikningen ble for tynn.

Adrian har en kort tekst, der han har lagt vekt på bruken av verbaltekst for å beskrive og har minimalt bruk av illustrasjoner i sin logg. Likevel er det en tekst med mye informasjon om begrepene som Adrian har lært noe om. Han beskriver parallellforskyvning og rotasjonssymmetri på en god måte ut i fra deres funksjoner som begreper, og hvordan de oppfører seg. Adrian viser forståelse for egenskapene ved begrepene som tilsier et beskrivende nivå (Burger & Shaughnessy, 1986). Selv om han viser forståelse er ikke beskrivelsene fullstendige i teksten og Adrian viser noen svakheter. Videre oppdages det at Adrian har en mulig misforståelse når det kommer til begrepet speilsymmetri. Noe som ikke behøver å komme til syne i muntlig aktivitet eller individuelt arbeid med oppgaver. Verbalteksten som Adrian presenterer viser en forståelse av begrepene, men ikke fullstendig hvordan de brukes (Flesher, 2003).

### 4.3 Visuelle og beskrivende tekster

I likhet med Burger og Shaughnessy (1986) oppleves noen elevtekster som vanskelige å plassere innenfor et enkelt nivå. En elev kan innfri beskrivelsen for nivå 1, og samtidig vise en forståelse for enkle kjennetegn for nivå 2, og være i stand til å resonnerer om egenskaper og begrepsbruk. Det er ikke ukjent at elever pendler mellom ulike nivå. Det er kjent at i en fase vil elevene bevege seg frem og tilbake mellom nivå i en forståelsesprosess (Burger & Shaughnessy, 1986). Ingrid, Mona og Martin har alle tre tekster som skimter et skifte mellom visuelt og beskrivende nivå.

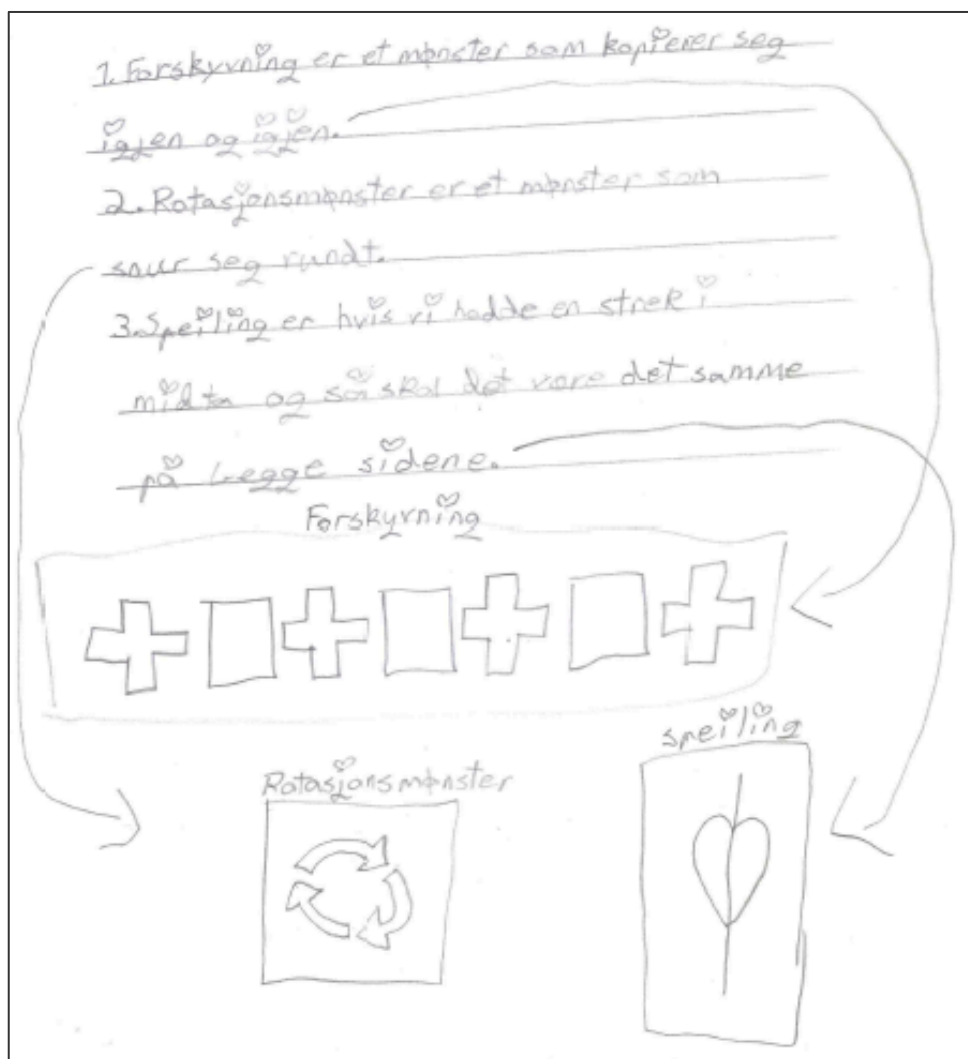
#### 4.3.1 Ingrid sin tekst

Det første elevbidraget viser Ingrid sin tekst om begrepene parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. Ingrid har tatt i bruk verbalspråk og illustrasjoner for å forklare mottakeren funksjonen med de ulike begrepene. Ved første blick gir teksten et ryddig og organisert inntrykk, der hele arket er tatt i bruk for å beskrive de matematiske begrepene. Ingrid bruker rammer rundt illustrasjonene og små overskrifter for å skille de godt. Den funksjonelle tyngden i teksten er i hovedsak plassert i tegningene, ettersom de er de første det legges merke til. Affordansen mellom de ulike modalitetene spiller på hverandre for at leseren skal få et større bilde av begrepene, og sammen blir de like store bærere av meningsinnhold (Kress, 2010). Ingrid forklarer alle de tre begrepene og komplementerer de verbale beskrivelsene sine ved bruk av illustrasjoner som geleides ved bruk av piler.

Den verbale teksten som Ingrid har produsert er nummerert etter hvilke begreper hun skal forklare. Når Ingrid først skal beskrive parallellforskyvning skriver hun «1. Forskyvning er et mønster som kopierer seg igjen og igjen». At mønsteret kopierer seg viser til flere av oppgavekontekstene elevene har arbeidet med i undervisning og samsvarer med hvordan Matemagisk (2014) beskriver forskyvning. I tillegg gjentar det seg ofte i flere av elevenes beskrivelser. Rinvold (2003) bruker begrepet forflytning istedenfor kopierer som Ingrid gjør her. Ingrid skriver at forskyvningen skjer «...igjen og igjen», her kan det være at Ingrid tror at forflytningen må skje mange ganger på grunn av tidligere oppgaver utført i klasserommet. For at det skal være en parallellforskyvning behøver forflytningen bare å skje en gang med et mønster. Det er vanskelig å si om Ingrid har en misoppfatning her, men den er ikke



avgjørende for store følgefeil. Den tilhørende illustrasjonen synliggjør hva hun forklarer i verbalteksten, men ikke hvordan handlingen utføres.



**Elevtekst 6: Ingrid**

I beskrivelsen av rotasjonssymmetri er Ingrid kort og konsis i beskrivelsen sin og har igjen en tilhørende tegning som viser et rotasjonsmønster. «2. Rotasjonsmønster er et mønster som snur seg rundt» skriver Ingrid. At mønsteret snur seg rundt er språklig likt som begrepet «omdreies» som brukes av Rinvold (2003). Illustrasjonen som Ingrid har valgt å tegne er gjenkjennbar fra elevenes læreverk i matematikk, se delkapittel 2.4.1, og synliggjør en forståelse av rotasjonssymmetri.

I forklaring av det siste begrepet, speilsymmetri skriver Ingrid: «3. Speiling er hvis vi hadde en strek i midta og så skal det være det samme på begge sidene». Streken i midten som Ingrid referer til er symmetrilinja, som hun viser til på den tilhørende illustrasjonen. Verbalteksten bærer preg av noe usikkerhet når hun skriver: «...samme på begge sidene», da behøver det ikke å vise til at to deler skal være kongruente (Rinvold, 2003). Tegningen til Ingrid viser riktig bruk av speilsymmetri, noe som gjør det vanskelig å betegne et nivå ut i fra Van Hieles didaktiske nivåer.

Ingrid gir en uformell beskrivelse av egenskapene for begrepene og forklarer egenskapene til de ulike operasjonene. Illustrasjonene fungerer som tilleggsopplysninger sammen med verbalteksten for leseren, og skaper en tydelig sammenheng. I henhold til van Hieles didaktiske nivå har Ingrid både visuelle og beskrivende egenskaper i sin tekst (Burger & Shaughnessy, 1986), noe som kan gjøre det vanskelig å stadfeste et nivå.

Språket som Ingrid tar i bruk for å forklare er enkelt og beskrivende, og hun viser en forståelse for begrepene og hvordan de skal brukes. Ved bruk av verbaltekst forklarer Ingrid hovedegenskapene til de ulike begrepene, som viser at hun er i stand til å se hvilke poeng som skal sentraliseres (Flesher, 2003). Illustrasjonene er derimot litt ulike av karakter, der Ingrid viser tydelig hvordan hun mener parallellforskyvning ser ut når den er gjennomført. At rotasjonssymmetri foregår i sirkel og snur seg rundt. Med speilsymmetri derimot er det vanskelig å vite om hun har forstått hva som ligger til grunn i begrepet. Den språklige tilnærming hos Ingrid viser at hun legger mest vekt på sentrale poeng og å synliggjøre prosessen ved bruk av illustrasjoner (Flesher, 2003).

I Ingrids tekst kommer det til uttrykk at hun har forstått de grunnleggende egenskapene til de tre begrepene. Hun gir inntrykk av å ha fulgt med i undervisningen, i tillegg til at det er tydelig at illustrasjonene hun har tatt i bruk er inspirert fra undervisningen. Det blir derfor vanskelig å bekrefte hvor mye som er av egen kunnskap eller kopiert av Ingrid. Det hadde vært interessant å spurt Ingrid om hun kunne beskrive speilsymmetri ytterligere. Det kunne synliggjort om hun hadde innarbeidet en liten misforståelse for begrepet, eller om hun kunne gitt mer informasjon til egen forståelse for begrepene. Verbalteksten synliggjør at hun ikke har utarbeidet et bredt matematisk språk, men samtidig er det ikke forventet på fjerde trinn.




### 4.3.2 Mona sin tekst

Mona har en ryddig fremstilt tekst der hun har tatt i bruk verbaltekst og illustrasjoner for å beskrive de ulike begrepene. Teksten gir et ryddig førsteinntrykk der Mona har lagd linjer på arket til verbalteksten og nummerert de ulike begrepene hun skal beskrive. I tillegg har hun innledet besvarelsene sine med spørsmål som for eksempel ”hva er forskyving?”, for deretter å svare på hva forskyving er. Ved å fremstille teksten slik gir Mona et inntrykk av å henvise seg til en mottaker for å vise hva hun kan. Mona har tatt i bruk hele arket i loggskrivningen, og nederst på arket i rammer finner vi illustrasjoner av de ulike begrepene med egne overskrifter som gjør teksten fin og organisert.

1. Hva er forskyvning? Forskyving er at du kopierer det bortover på en måte.

2. Hva er rotasjonsmønster? Rotasjon er at det går rundt og rundt igjen og igjen.

3. Hva er speiling? Speiling er at hvis du ville hatt et speil og satt det i midten så ville det vært likt på begge sider.

Forskyvning	rotasjon	speiling
		

Elevttekst 7: Mona

Når Mona skal beskrive begrepet parallellforskyvning gjør hun som mange andre elever, å skriver «forsyving er at du kopierer det bortover på en måte». I likhet med i Ingrids tekst skriver Mona at mønsteret kopieres bortover. Språket hennes viser en forståelse av begrepet. Hun forklarer også hvordan begrepet brukes ved at hun forteller mottakeren hvordan parallellforskyvning skal gjennomføres, og henvender seg til mottakeren ved å skrive «du». Illustrasjonen viser fire strekmenn som er tegnet helt like og bortover på en linje. Her synliggjør hun hvordan en gjennomføring av en forskyvning ser ut, uten å vise hvordan den gjennomføres.

I beskrivelsen av rotasjonssymmetri skriver Mona «...det går runt og rundt igjen og igjen». Mona har en forståelse av hvordan rotasjonssymmetri foregår, men det er vanskelig å si om hun forstår at figuren skal avbildes på seg selv når den går rundt og rundt (Rinvold, 2003). Beskrivelsene viser et enkelt matematisk språk der Mona referer til mønster eller symboler som «det». Det kan bety at hun mangler matematiske ord for å forklare hva som skal forskyves og roteres, eller at hun er usikker på prosessen som gjennomføres. Beskrivelsene viser samtidig at Mona har forstått grunnprinsippet for de to første operasjonene, som blir en beskrevet som uformelle analyser (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Illustrasjonen som komplementerer beskrivelsen av begrepet gir mer informasjon om Monas forståelse. Hun har tegnet en gjennomført rotasjonsprosess, som er inndelt i fire med like symboler i hver rute. Det kan tolkes som at Mona mener at denne rotasjonen kan gjennomføres fire ganger rundt sentrum.

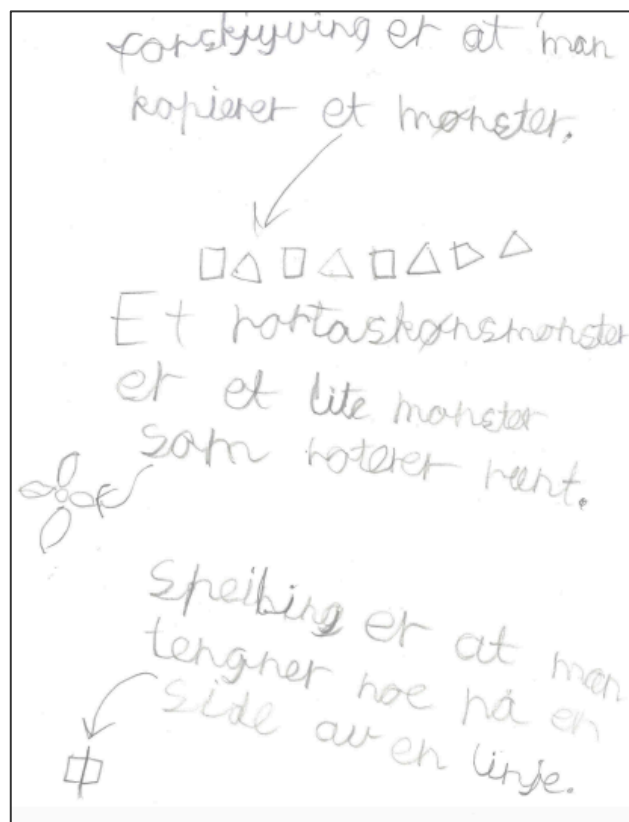
I likhet med den første beskrivelsen av parallellforskyvning, skriver Mona igjen en forklaring til mottakeren, ved å referere til «du» når hun beskriver hvordan speilsymmetri kan utføres. At Mona henvender seg slik til mottakeren viser en bevissthet på hvem hun skriver til, og at hun ikke i like stor grad skriver for sin egen del. Hun gir en visuell beskrivelse av hvordan speiling kan gjennomføres ved bruk av speil for å se at noe er likt på begge sider. Speilet blir i forklaringen til Mona brukt som et medierende redskap (Säljö, 2001). I tillegg har hun tegnet en illustrasjon av speilsymmetri der vi kan se at symmetrilinjen skiller et bilde som er likt på begge sider. Mona viser i beskrivelsen en forståelse for prosessen bak begrepet, likevel er forklaringen hennes svært visuelle.

Mona viser en bevissthet overfor egenskapene de ulike begrepene innehar, ved å forklare mottakeren hvordan en prosess skal utføres når hun refererer til «du» i tekstene sine (Flesher,

2003). Verbalteksten står alene som en meningsbærende ressurs, men komplementeres av illustrasjoner nederst på arket. Monas begrepsforståelse har fokus på både prosesser og egenskaper ved alle de tre begrepene for å utføre en handling. Det viser at hun er på vei mot et beskrivende nivå innenfor van Hieles didaktikk (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Beskrivelsene til Mona er også visuelle, noe som er vanskelig å unngå i geometri. Det tilsier at beskrivelsene hun gir deler hennes bevissthet mellom det visuelle og det beskrivende nivå (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

#### 4.3.3 Martin sin tekst

Martin har tatt i bruk hele arket i sin loggskrivning og presenterer en fin og ryddig tekst. Fremstillingen presenterer en tekst med funksjonell tyngde på verbaltekst som hoved modalitet, da verbalteksten er mest iøynefallende for leseren og tar mest plass på arket (Kress, 2010). De små illustrasjonene til Martin kompletterer verbalteksten av hvert begrep og henvises til ved bruk av piler. Teksten er fint og enkelt fremstilt med annenhver verbaltekst og bilde.



Elevttekst 8: Martin

Martin begynner som mange av de andre elevene med å forklare parallellforskyvning. Forskyvning blir beskrevet ved å: «...kopierer et mønster» og er i tråd med Rinvolds (2003) forklaring om forflytning av symbol. I tillegg viser Martin med tegning av firkanter og trekkanter i et mønster som gjentar seg horisontalt. Martin viser en visuell forståelse ved å forklare en enkeltegenskap som ligger til grunn for prosessen av begrepet. Tegningen illustrerer en lignende oppgave som elevene har gjennomført i felles undervisning, noe som kan ha ført til at Martin har produsert en multimodaltekst.

For å beskrive rotasjonssymmetri skriver Martin at det: «...er et lite mønster som roterer rundt». At Martin skriver at mønsteret er lite viser til en begrenset begrepsforståelse for begrepet rotasjonssymmetri. Han kan muligens ha et inntrykk av rotasjon fra et visuelt eksempel. Martin bruker i tillegg faguttrykket «roterer» som kan vise en større forståelse for prosessen bak begrepet, og at han innehar et bredt matematisk språk (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). I likhet med illustrasjonen av parallellforskyvning gjenkjennes eksemplet som Martin tegner for å beskrive rotasjonssymmetri fra lærebok, se delkapittel 2.4.1. Det er ikke unormalt at slike illustrasjoner dukker opp på grunn av konteksten teksten produseres i (Maagerø & Skjelbred, 2010). I beskrivelsen av speilsymmetri viser Martin en snever forståelse for betydningen av begrepet. At en tegner noe på en side av en linje er verken en fullstendig beskrivelse eller instruks for begrepet. Verken verbalteksten eller illustrasjonen viser godt nok hva som foregår ved speilsymmetri, og det avslører mangel på forståelse hos Martin og at han ikke forstår prosessen (Flesher, 2003).

Martin viser i sin loggskrivning en begrenset forståelse for de tre begrepene, men han har fokus på utseende og egenskaper ved begrepene. I beskrivelsen av forskyvning blir verbaltekst og tegning sammen en god indikator på at Martin forstår de nødvendige egenskapene for begrepet. Martin viser både et visuelt og beskrivende nivå i begrepene han beskriver, som for eksempel ved å skrive «et lite mønster som roterer rundt». Da ser han på figuren som helhet og gjenkjennelse, samtidig som han har fokus på begrepets nødvendige egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). I forklaringen av speilsymmetri kan det være at Martin ikke fikk god nok tid til å forklare ferdig, og forklare grundigere hva som skjer når han har tegnet noe på den ene siden av linjen. Uten eventuelt den siste delen gir ikke verbalteksten mye mening og avslører begrepsmangel (Flesher, 2003).

## 5. DRØFTINGSKAPITTEL

---

Hovedtemaet i denne studien er begrepsforståelse og skriving i matematikk. Gjennom analyse av åtte elevlogger har fokuset vært å gjøre rede for hva elever uttrykker av begrepsforståelse i sine tekster. Dette drøftingskapittelet består av to deler. Den første delen vil drøfte forskningsspørsmålet og oppsummere funn. Den andre delen vil reflektere og drøfte elevenes videre arbeid med symmetri og mønster, og vurdere skriving som læringsverktøy i matematikk.

### 5.1 Elevenes tekster

Gjennom denne kvalitative studien har jeg skaffet meg innsikt til å gi svar på forskningsspørsmålet «*Hvilken begrepsforståelse kommer til uttrykk i elevers tekster i emnet symmetri og mønster?*». Oppsummeringen av funn og svar på forskningsspørsmålet vil kun gjelde for de åtte elevene som ble grunnlaget for videre analyse, da studien og undersøkelsens omfang ble begrenset.

Forskningsspørsmålet vil bli drøftet gjennom analyser av elevenes tekster i forestående kapittel. Van Hieles nivåer blir brukt for å analysere elevenes begrepsforståelse i geometri. For å gi en grundig analyse av elevenes meningsinnhold var ikke van Hieles didaktiske nivåer tilstrekkelige. Et rammeverk for språklig tilnærming blir derfor også tatt i bruk i analysekapittelet, og vil være sentralt i dette kapitlet. Til sist vil drøftingen fremheve hvordan elevene kan komme seg til neste nivå i van Hieles- didaktiske nivåer og utfordringer de eventuelt kan møte i prosessen.

#### 5.1.1 Hva viser forklaringene til elevene?

I denne studien var ønsket å undersøke hva faglogger i matematikk forteller om en gruppe elevers begrepsforståelse. Elevene sine logger inneholder både likheter og ulikheter som viser til at de har deltatt i lik undervisningskontekst. Undervisningsmateriell og modeller som blir brukt på skolen blir ofte en del av elevenes begrepsbilde (Levenson, 2013; Vinner, 2014). Innlæringsmetoden og konteksten som begrepet ble introdusert i vil også ha mye å si for hvordan en forståelse av et begrep dannes (Levenson, 2013). I både Ingrid og Martin sine illustrasjoner av rotasjonssymmetri, er fremstillingen av modaliteter fra læreverket

transformert (Kress, 2003). Med frie tøyler fikk elevene selv velge modaliteter for sine fremstillinger av begreper, som har resultert i tekster med både verbaltekst og tegninger.

Ved analyse av multimodaltekst har den funksjonelle tyngden i teksten hatt betydning for hvordan fremstillingen av teksten har blitt tolket. Bruken av illustrasjoner kan være like meningsbærende som verbaltekst i slike tekster (Kress, 2010). Elever med funksjonell tyngde på illustrasjoner har i større grad blitt tolket som visuelle, for eksempel Mette og Julie som begge har synliggjort og lagt stor vekt på tegninger i sine forklaringer. Det er en indikator på begrepsforståelse å ha evnen til å representere et begrep på ulike måter (Kilpatrick et al., 2001). Forklaringene vil bidra til en dypere matematisk forståelse, modaliteten som velges for å uttrykke mening vil være den eleven selv vurderer som mest hensiktsmessig (Kress, 2010). At flere elever velger å støtte seg til illustrasjoner i forklaringer av begreper i geometri skyldes at de matematiske begrepene i emnet er sterkt knyttet til visuelle fremstillinger (Rønning, 2008). For at elevene i tillegg til en figurativ forståelse av begrepet skal inneha en abstrakt resonnering, kan det være nyttig for eleven med variert innlæring med ulike modaliteter i geometri for å styrke begrepsforståelsen.

Stian hadde i sin tekst kun verbalspråk som modalitet, som da har den funksjonelle tyngden i teksten (Kress, 2010). Forklaringene til Stian ble i stor grad tolket som visuelle forklaringer, der verbalteksten var enkel og begrepene lett forklart. Loggskrivning er en ny aktivitet for disse elevene, som kan gjøre det vanskelig å forklare og representere egen kunnskap skriftlig. Det kan virke som Stian har plukket opp begrep og ord fra undervisning, men har ikke helt evnen til å gi mening til begrepene på egen hånd (Levenson, 2013). Ved valget av modalitet kan det vurderes slik at Stian hadde vært mer formålstjenlig med å velge å illustrere i tillegg til å skrive sine forklaringer. På denne måten kunne han utnyttet den modale affordansen slik at leseren ville fått mer informasjon om Stians begrepsforståelse (Maagerø & Skjelbred, 2010).

Illustrasjoner har i elevenes tekster både vært komplementære til verbaltekst og fungert som utfyllende informasjon. Både Mona og Martin sine loggskrivninger viser tekster med funksjonelltyngde på skrift, der tegningene er tilleggsinformasjon til mottakeren. Verbalspråket gjør seg nyttig som tyngde i teksten, da modaliteten egner seg godt for å forklare og argumentere til andre.



Forklaringene til elevene viser et bredt spekter av muligheter for å fremstille og beskrive begreper i matematikk. Oppsett, illustrasjoner og verbaltekst har mye å si for analyse av elevtekster for å forstå elevenes forklaringer. Kress (2010) hevder at ulike modaliteter byr på ulike forståelser og fremstillinger, der elementene kan komplettere hverandre. Elevenes tekster i denne studien viser at illustrasjoner og verbaltekst står sterkt sammen som meningsbærende representasjoner, og gjør forklaringene rike og skaper tydelig sammenheng. Matematikkfaget består av en blanding av mange ulike modaliteter (Maagerø & Skjelbred, 2010), det er dermed viktig at elevene får erfaring med varierte modaliteter i eget arbeid ved ulike fremstillinger i matematikk.

### 5.1.2 Hvilken språklig tilnærming viser elevene?

De språklige tilnærmingene elevene har til begrepene ble analysert og tolket med inspirasjon fra Flesher (2003). Hun har forsket via *writing across curriculum* (WAC) på elevers skriving i matematikk for å argumentere og tenke med pennen. Tilnærmingen har blitt brukt i samsvar med van Hieles didaktikk for å kunne tolke og undersøke elevenes tekster på en grundig måte.

I Mettes tekst er det lite skriftlig materiale, men i teksten befinner hun seg på nivå 2 ut ifra den analytiske tilnærmingen. Verbalteksten viser hvilke poeng som skal sentraliseres, men ikke hvorfor, og hun har illustrasjon som synliggjør prosessen, men ikke hvordan prosessen skal gjennomføres. Hun viser til hvert enkelt begrep, med tekst og tegning. I liket med Mette er det flere elever som har tegnet de ulike begrepene som ikke forklarer gjennomføringen bak prosessen, men illustrerer en ferdig parallellforskyvning eller rotasjonssymmetri. For eksempel så har Emma tegnet mange smiletegn vannrett i sin tekst for å illustrere forskyving, og deretter brukt like smiletegn rundt i en sirkel for å illustrere rotasjonssymmetri og endring i mønsteret. Jæmførbart med Emma som har illustrert en ferdig prosess, men ikke selve gjennomføringen av operasjonen, viser også andre elever illustrasjoner av mønster der det kan gjennomføres for eksempel rotasjonssymmetri.

Illustrasjonene besto av ferdige gjennomføringer, men verbalteksten til flere elever viste forståelse av begreper og hvordan de brukes. For eksempel bruker flere elever begrepet «å kopiere» og Emma skriver for eksempel at mønsteret blir «flytta» for å utføre en forskyving. Begrepene elevene tar i bruk er å kjenne igjen fra læreverket Matemagisk (2014) sin definisjon av forskyvning som sier at «når vi lager mønster med forskyving, kopierer og

flytter vi en form uten at den forandrer seg» (Kroknes et al., 2014). I likhet med forklaringene av rotasjonssymmetri der elevene skriver at det er noe som kopieres eller roteres rundt, gjenspeiler det ordvalget i læreboka til elevene. Skriftspråket som produseres av elever er ofte styrt av muntlig tale eller tekster de har lest for å fortelle om hendelser (Sjøhelle, 2013), som kommer til syne her ved ordvalget til flere av elevene i studien.

I flere av tekstene er det lagt fokus på at speilsymmetri har en strek i midten og det må være likt på begge sider av streken. Forklaringen gir et visuelt bilde av begrepet, men avslører mangel på forståelse om prosessen og egenskaper ved hvordan speilsymmetri brukes. Stian skriver «at det speiler seg sånn at den tingen blir hel», uttalelsen henvender seg til en oppgave som ble utført i klasseromskontekst, som ofte kan påvirke begrepsbildet (Levenson, 2013; Vinner, 2014).

### 5.1.3 Hvilken begrepsforståelse viser elevene?

Ved analyse av begrepsforståelse i elevtekster ble van Hiele sine nivåer som er beskrevet i delkapittel 2.4.2 i teorikapittelet tatt i bruk. I de åtte elevtekstene som blir presentert i analysekapittelet viser det at elevene er på ulike nivå for begrepsforståelse og at det var vanskelig å konstatere et bestemt nivå for en elev, da ulike begreper fremviser ulik forståelse. Elevers begrepsforståelse i geometri vil skille seg fra andre matematiske områder da beskrivelsene vil være sterkt knyttet til visuelle fremstillinger (Rønning, 2008), som kan gi utfordringer med å kartlegge nivå (Burger & Shaughnessy, 1986).

Mette, Julie og Stian som blir presentert tidlig i analysekapittelet med visuelle kjennetegn i sine tekster med både verbaltekst og illustrasjoner betegnes som elever på nivå 1, som er beskrevet slik i teorikapittelet:

På første nivå vil en elev basere seg på figuren som helhet og dens visuelle gjenkjennelse og ikke figurens enkeltegenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Eleven vil muligens ta i bruk upresise egenskaper ved begrepet til å sammenligne tegninger, identifisere og karakterisere (Burger & Shaughnessy, 1986).

I de tre tekstbidragene som er ganske ulikt fremstilt, blir tegningene tydelig store meningsbærende ressurser for jentene og verbaltekst står i fokus hos Stian. Begrepsforståelsen

som kommer til uttrykk er i hovedsak visuell. Det som gjør at elevene ikke er på nivå 2, som kjennetegnes som det beskrivende nivået, er at egenskapene til begrepene ikke er tydelig uttrykt. Både Julie og Stian oppfattes som noe usikker og upresis i sine verbale beskrivelser. Julie skriver for eksempel «forskyving er at vi på en måte...» (se delkapittel 4.1.2), og i likhet med Julie har Stian et svakt språk i sine tekster, og han er upresis i sine forklaringer. Både Julie og Stian har også en misoppfatning på forklaringen om speiling som forsterker antagelsen om at de har et visuelt inntrykk av begrepene de forklarer.

Mette overlater forklaringene sine til illustrasjonene når hun skriver: «dette er rotasjonsmønster» og tegner begrepet ved siden av (se delkapittel 4.1.1), hun gir kun et visuelt inntrykk av begrepet og utelater viktige egenskaper ved begrepene. Burger og Shaughnessy (1986) hevder at en elev på nivå 2 i van Hieles didaktiske nivåer er i stand til å angi en uformell analyse av viktige egenskaper ved begrepene. Verken Mette, Julie eller Stian viser en grundig nok forståelse til å bli plassert på et beskrivende nivå.

Tekstbidragene til Emma og Adrian har blitt analysert og beskrevet ut i fra nivå 2 i van Hieles didaktikk i delkapittel 4.2. Nivå 2, det beskrivende, blir beskrevet slik i teorikapittelet:

På det beskrivende nivået har eleven mer fokus på å analysere figuren og resonnere om figurens nødvendige egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Eleven kan nå organisere figurer og sette dem i sammenheng med hverandre på bakgrunn av deres egenskaper (Burger & Shaughnessy, 1986).

De to elevene beskriver parallellforskyvning ut i fra at det er noe som kopieres bortover, som er i likhet med Rinvold (2003) sin beskrivelse en forflytning av en figur eller mønster. Selv om de ikke har alle begrepene helt på plass viser de to evnen til å forklare begrepene ut i fra deres viktige egenskaper og illustrerer de på bakgrunn av egen kunnskap. Beskrivelsene til elevene betegnes ennå ikke som abstrakte, som ville tilsagt et nivå 3, men de har heller en tilhørighet mot det visuelle og egenskapene til noe bestemt de beskriver. For at en elev skal kunne befinne seg på et nivå 3, som betegnes som teoretisk, vil eleven være i stand til å i større grad redegjøre for begreper på en abstrakt måte (Burger & Shaughnessy, 1986). Noen av beskrivelsene har for mangelfull informasjon for å kunne betraktes som abstrakte. For eksempel poengterer Emma både hva rotasjonssymmetri ikke er og hva det er når hun beskriver (se delkapittel 4.2.1). Det viser et tegn på begrepsforståelse (Vinner, 2014). Adrian

har en svak forklaring av begrepet speilsymmetri, når han skriver at det er det samme som symmetri (se delkapittel 4.2.2). Elevene plasseres likevel på et beskrivende nivå som tilsier at de gir uttrykk for begrepens egenskaper som ligger til grunn (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

I likhet med Burger og Shaughnessy (1986) ble det oppdaget vanskeligheter med å beskrive noen elever ut i fra et nivå, som mest sannsynlig befinner seg i en overgang mellom to ulike nivåer. Ingrid, Mona og Martin har tekster som er visuelle, men som kan betraktes som uformelle analyser av egenskaper av begrepene. Alle de tre elevene beskriver parallellforskyvning ut i fra betegnelsen «kopiere et mønster». I likhet med Rinvold (2003) som skriver at parallellforskyvning omhandler en forflytning av et mønster. Ingrid, Mona og Martin er også enige om at rotasjonssymmetri er mønster som roterer rundt. I tillegg beskriver Martin mønsteret som lite som tilsier et visuelt inntrykk av begrepet (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Mona skriver at speilsymmetri omhandler bruken av et speil, som et medierende redskap (Säljö, 2001), for å få noe til å være likt på begge sider. Mona beskriver her en fremgangsmåte til å gjennomføre speiling, og med en tilknyttende tegning blir beskrivelsen mer visuell enn beskrivende for egenskaper av begrepet. Ingrid, Mona og Martin blir beskrevet både som visuelle og beskrivende på bakgrunn av sine tekster. Ved en overgang mellom to nivåer kan det være vanskelig å betegne et enkelt nivå og de vil dermed bli plassert ut i fra at de er i en overgang mellom visuell og beskrivende forståelse.

Van Hiele sine nivåer har i denne studien forekommet som en indikator på elevenes begrepsforståelse i symmetri og mønster. Ved å ta i bruk de didaktiske nivåene har elevenes tekster fått en dypere mening og et begrunnelsesgrunnlag for analyse. Selv om det kan være vanskelig å identifisere et konkret nivå for en elev, har nivåene fungert som gode pekepinner for elevenes forståelse og videre arbeid. Denne studien plasserer seg i et sosiokulturelt perspektiv som i hovedsak ikke karakteriserer utvikling i stadier, som i van Hieles didaktikk. I et sosiokulturelt læringsperspektiv er utvikling i pedagogisk arbeid å beherske nye intelligensnivåer (Strandberg, 2008). For å kunne analysere og tolke elevenes tekster på et grundig nivå har studien beskrevet begrepsforståelse ved bruk av van Hieles didaktiske nivåer som et analytisk rammeverk.

## 5.2 Oppsummering av sentrale funn

I henhold til forskningsspørsmålet: *Hvilken begrepsforståelse kommer til uttrykk i elevers tekster i emnet symmetri og mønster?* Viser analyse og drøfting av åtte elevtekster at forståelsen for symmetri baserer seg i hovedsak på visuelle inntrykk med innflytelse av undervisningsmateriell. I tillegg har flere elever gjentakende mønster i sine illustrasjoner, som viser en bevissthet for hvordan et mønster endres for å oppfylle en begrepsdefinisjon.

De sammensatte tekstene bærer preg av modaliteter som verbaltekst og illustrasjoner som generer mening til begrepene parallellforskyvning, rotasjonssymmetri og speilsymmetri. I den språklige tilnærmingen er begrepene sentralisert ved verbaltekst, og illustrasjonene viser i hovedsak en ferdig prosess av begrepet. Elevene viser en forståelse for begrepenes viktigste funksjoner ved bruk av både verbaltekst og illustrasjoner.

Denne studien har hatt et mål om å avdekke nytten av bruken av skrijving og spesielt refleksjonsskriving som læringsverktøy i matematikk. Presenterte funn viser at skrijving kan fungere som et verktøy for læring og vurdering både for eleven selv og læreren. I tekstene er det synlig at elevene presenterer egen kunnskap og kommuniserer sin forståelse av de ulike begrepene. For å gi elever rom til ettertanke og refleksjon om et emne som kunne være vanskelig viste observasjoner at skriveoppgaver må presenteres tydelig.

Det var ønskelig i gjennomføring av loggskrijving å få mer omfattende tekster fra elevene. Mer konkret var det ønskelig med mer utdypende tekster om egne tolkninger og tanker om de ulike begrepenes funksjon og bruksmåte i matematikk. I håp om at skrijvingen skulle fungere som en læringsaktivitet der elevene fikk tid til å tenke, reflektere og organisere egen kunnskap ble det vanskelig da skriveoppgaven ikke hadde vært gjennomført tidligere. Funn viser at elevene har skrevet oversiktlige tekster, men bærer tydelig preg av spørsmål som ble stilt fra forsker både ved nummerering av svar og rekkefølge. Ved gjentakelse av aktiviteten og ved å gjøre skrijving til en rutine på fagets premisser vil nok elevene få større utbytte av aktiviteten og etter hvert se nytten av skrijving som læringsverktøy.

## 5.3 Elevenes videre arbeid med symmetri og mønster

Med et mål om å undersøke elevenes begrepsforståelse er hensikten å kunne si noe om hvordan læreren kan tilrettelegge for videre læring. I van Hieles rammeverk for

læringsutvikling for å styrke progresjonen mellom de geometriske nivåene, ble det i delkapittel 2.5 beskrevet tre faser som er aktuelle i denne studien med skriving som utgangspunkt som læringsverktøy. Informasjon, forklaring og integreringsfasen omhandler kommunikasjon av kunnskap (Howse & Howse, 2015).

De fleste elevene har en sterk visuell fremstilling i sine tekster (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008), og innehar faglig språk for å forsøke å beskrive egenskapene ved de ulike begrepene. For å kunne utarbeide en overgang fra det visuelle nivået vil et nettverk av relasjoner mellom ulike egenskaper ved begrepene være nødvendig for å få en dypere forståelse (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008). Mette, Julie og Stian som betegnes som visuelle. Ingrid, Mona og Martin betraktes å være mellom to nivåer i sine tekster. De vil alle ha behov for å systematisere egenskaper ved ulike begreper, og betrakte viktigheten av egenskapene til de enkelte begrepene. Emma og Adrian betraktes å være på nivå 2, det beskrivende. De vil bli nødt til å abstrahere sine beskrivelser ytterligere (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

For at elevene skal utvikle seg og nå et nytt nivå innenfor van Hieles didaktikk må styrking mellom de geometriske nivåene få fokus. De tre utviklingsfasene vil her være sentrale, og med skriving som læringsverktøy vil det etter en slik informasjonsfase med skriving av logg, være nyttig å få arbeide ytterligere med å verbalisere sin forståelse, som betegnes som forklaringsfasen (Howse & Howse, 2015). Videre arbeid med forklaringsfasen kan styrke resonneringsevnen til elevene, og skriving vil fungere som et effektivt hjelpemiddel for retrospektiv strukturering (Dysthe et al., 2010). Skriftspråket vil fungere som en teknikk for å bevare informasjon og fremme mening (Säljö, 2005). Når elevene når integreringsfasen vil de kunne oppsummere hva de har lært og ha en god oversikt over begreper i emnet (Howse & Howse, 2015).

En utfordring i arbeid med geometriske begreper kan være at fremstillingen er sterkt knyttet til det visuelle, og et begrepsbilde knyttet til en bestemt figur kan for flere være vanskelig å gjøre abstrakt i senere arbeid. En konflikt mellom begrepsbilde og begrepsdefinisjonen vil ikke være hensiktsmessig for å nå et teoretisk nivå, dermed vil det være nødvendig å ta hensyn til elevenes utvikling i van Hiles nivåer. Visualisering kan i tillegg gi en svært positiv effekt med at matematikken blir mer levende og det gir store muligheter for å utforske, studere og oppdage matematikken i ulike figurer.

Etter fjerde årstrinn sier kunnskapsmålene i læreplanen at elevene blant annet skal kunne kjenne igjen, bruke og beskrive speilsymmetri og parallellforskyvning i konkrete situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2013). Rotasjonssymmetri nevnes ikke i kunnskapsmålene før etter syvende års trinn, men i likhet med Rønning (2008) viser denne studien at elever på langt lavere trinn er i stand til å beskrive begrepet rotasjon. Rotasjonssymmetri kunne dermed godt vært oppført som et kunnskapsmål etter fjerde års trinn.

Geometri er et hovedområde innenfor matematikk fellesfag og symmetri nevnes allerede etter andre års trinn i kunnskapsmålene. Det er gjennomgående helt til syvende års trinn at mønster skal utforskes i geometriundervisningen, og ved et mål om å kunne beskrive og gjennomføre de ulike operasjonene innenfor symmetri (Utdanningsdirektoratet, 2013). For at elevene som har deltatt i denne studien skal få utviklet egne ferdigheter vil varierte metoder i fremtidig undervisningen være viktig. Ved bruk av varierte metoder for innlæring vil elevene kunne trekke tråder mellom ulike matematiske emner og se større sammenhenger som gir dypere begrepsforståelse (Kilpatrick et al., 2001). I denne studien ble skriving brukt som et verktøy både for elev og lærer. Skrivingen kan bidra til å støtte begrepsforståelse (Pugalee, 2005), avdekke misforståelser og bli brukt som et læringsverktøy til variert undervisning for å forstå symmetri og mønster.





## 6. AVSLUTNING OG KONKLUSJON

---

Forskningsstudien har presentert åtte elevtekster i arbeidet med begreper i symmetri og mønster. Resultater viser at elever på fjerde trinn er svært visuelle i sine multimodale tekster, både ved bruk av verbaltekst og illustrasjoner. I tillegg viser tekstene læreverkets innvirkning på illustrasjoner og ordforråd i verbaltekst. Elevtekstene har blitt analysert og tolket opp mot teoretiske rammeverk, og har gitt mye informasjon for å avdekke begrepsforståelse hos den enkelte elev. I dette kapittelet vil didaktiske implikasjoner og videre forskning omtales, og til sist konkluderende tanker for studien.

### 6.1 Didaktiske implikasjoner og videre forskning

Matematikk og skriving er to emner som ikke alltid assosieres med hverandre. En grunntanke for mange elever er at i matematikk løser vi oppgaver, og skriving av lengre tekster foregår i norskfaget. For at arbeid med elevtekster skal forekomme i større grad i matematikk er det nødvendig med en bevisstgjøring om at varierte sammensatte tekstformer vil synliggjøre elevens implisitte tekstkompetanse (Sjøhelle, 2010). Med tanke på videre forskning og arbeidet i skolen vil en større vurderingskompetanse til multimodale tekster i matematikk være formålstjenlig. For å knytte ulike multimodaliteter sammen og styrke forståelsen for ulike begreper er det viktig at læreren fungerer som et språkforbilde i klasserommet.

I denne studien har van Hieles didaktiske nivå blitt brukt i analyseringen av åtte elevtekster. Nivåene har en fundamental rolle for å beskrive forståelse i geometri, og brukes og utvikles til stadighet. I likhet med min studie, som mange andres, har det vært av interesse å undersøke hvilket geometrisk nivå elever befinner seg på. Det har tidligere vært forsket mye på begreper, men i arbeidet med analysen av elevtekstene var ikke van Hieles nivåer tilstrekkelige. Derfor ble det utviklet et rammeverk for språklig tilnærming ved inspirasjon fra Flesher (2003). Rammeverket fungerte som en støtte i arbeidet med analyse av elevtekstene.

Resultater fra denne studien viser at elevenes begrepsforståelse i symmetri og mønster kommer til syne gjennom loggskrivning. Elevene får delta aktivt i egen læring som gir grunnlag for vurdering både av eleven selv og lærer (Maagerø & Skjelbred, 2010; Pugalee, 2005). Det kan dermed tyde på at loggskrivning i emnet symmetri og mønster i matematikk

kan være styrkende for elevers begrepsforståelse. Begrepsforståelse er mer enn bare viten om fakta og metoder, det er et nødvendig steg for bevaring av matematiske ideer og sammenkobling for en større forståelse (Kilpatrick et al., 2001). For at loggskrivning skal fungere som et godt læringsverktøy i matematikk bør det være et større fokus på skrivelæring i faget. Flere forskere mener at skriving er en god strategi for å tilegne seg kunnskap, utforske, aktivisere læring og gir mulighet for refleksjon (Dysthe et al., 2010; Flesher, 2003; Fredheim, 2014; Pugalee, 2005; Shield & Galbraith, 1998).

Utforskende skriving i matematikk ble observert som uvanlig og vanskelig i starten av datainnsamlingsprosessen. Ved å skrive faglogg med så unge elever var det en utfordring å forklare elevene hva det faglige innholdet skulle være i teksten og hvorfor de skulle skrive slike forklarende tekster i matematikk. Etter hvert var det flere spørsmål fra elever om de skulle få skrive logg snart og hva de skulle skrive om. Hvor mye elevene skrev og hvordan elevene utformet sin tekst var veldig forskjellig, ut i fra hvordan de ville samle egne tanker om de ulike begrepene. Selv om det ikke er store tegn på at elevene skriver mer i de siste loggene enn de første var det et større engasjement som ble vist i klasserommet. I ettertid ser jeg at målet om å få utfyllende forklaringer av elevene var litt for ambisiøst. Elevene betraktes som ferske skrivere, og hadde ikke erfaring med loggskrivning fra før. I etterpåkløskap ser jeg at formuleringen av oppgaven og oppgavespørsmålene kunne vært bearbeidet mer for å fremme ytterligere refleksjon.

Det er et krav om at elever skal skrive i alle fag. Loggskrivning i matematikk ses på som hensiktsmessig for å kunne organisere, vurdere og samle egne tanker innenfor et emne. Ved at elevene får en forståelse for at skriving skal fungere som et læringsgrunnlag, og et verktøy for å styrke egen begrepsforståelse, vil muligens elever få en større interesse av å skrive logg. Skrivning kan fungere som en viktig ressurs for læring, utvikling av ny kunnskap og en metode for å kommunisere den tillærte kunnskapen (Säljö, 2001). I tillegg kan skrivingen bidra til økt begrepsforståelse og variasjon i undervisningsmetoder, som igjen kan gi motivasjon for den enkelte elev.

Forskningens betydning for skole og utdanning er å belyse en kreativ og utforskende læringsmetode i matematikk. Ved å skrive faglogg vil det være rom for å aktualisere eleven i egen læring. Studiens fokus på skriving i matematikk gir kunnskap og innsikt i bruken av utforskende skriving i fag som læringsverktøy, som viser at matematiske begreper kan være

vanskelig å forstå. Det vil være viktig å reflektere over eget språk i undervisningen og hvordan læreren omtaler begreper i matematikk. Informasjonen som avdekkes ved å lese elevenes logger i matematikk gir lærer kunnskap og erfaring til å analysere deres forklaringer. Faglogger kan bistå som viktige hjelpemidler for å tilpasse videre undervisning.

For å lære av egne erfaringer ønsker jeg å fortsette å være en fremtredende skrivelærer i matematikk i fremtiden, der innføring av loggbok i matematikk kan bli verdifullt i en lengre periode. Elever kan oppdage en vekst i sin matematiske forståelse og tilegne seg en grundig evne til å kommunisere i matematikk (Pugalee, 2005).

## 6.2 Konklusjon

Innledningsvis i dette prosjektet ble studienes formål presentert som: et ønske om å bidra til økt innsikt og undersøke om refleksjonsskriving i matematikk har et potensiale for å avdekke begrepsforståelse. Fokuset var å gi elevene tid til refleksjon og tid til ettertanke om et tema som kunne være vanskelig. For å søke svar har et forskningsspørsmål ledet veien gjennom prosjektet. Spørsmålet var som følger: «*Hvilken begrepsforståelse kommer til uttrykk i elevers tekster i emnet symmetri og mønster?*». Studien viser at elever på fjerde trinn uttrykker ulik begrepsforståelse i forklarende tekster. Både på visuelt og beskrivende nivå med en analytisk tilnærming av van Hiele sin didaktikk i geometri (Burger & Shaughnessy, 1986; Rønning, 2008).

Refleksjonsskriving i matematikk har vist seg å være en verdifull og kreativ arbeidsmetode for å avdekke kunnskap hos den enkelte elev. De åtte elevtekstene som presenteres i denne studien viser variasjonen av ulike fremstillinger og forståelser av begreper. I loggene forsøker elevene å formidle sin begrepsforståelse på best mulig måte, både ved å bruke verbaltekst og illustrasjoner som gjør tekstene svært multimodale. Mottakeren av teksten får en kunnskap om eleven og dens begrepsforståelse, som både kan undervurderes og overvurderes. Lærers tolkning av informasjon, i dette tilfellet tekst, fremkommer ikke alltid korrekt. Formidling av kunnskap ved bruk av skrift kan for mange være komplisert. Det matematiske språket er utfordrende, og for elevene som deltok i studien var ikke loggskrivning en kjent aktivitet i matematikkfaget. I likhet med Flesher (2003) ser jeg at matematikk bør behandles som et nytt språk, der skriveinnlæringen bør gjøres eksplisitt.

Det er viktig at læreren støtter en kombinasjon mellom tekst, tale og visuelle illustrasjoner for å styrke kommunikasjonskompetansen (Niss & Højgaard Jensen, 2002). For å kunne være en tydelig skriveopplærer i alle fag vil det være nødvendig å innføre varierte skriveoppgaver, og en større vurderingspraksis av multimodale tekster. Elevtekstene i denne studien har vist seg å være innholdsrike og gitt store tolkningsmuligheter. I arbeidet ble det utformet spørsmål opp mot et undervisningsopplegg med tanke på innsamling av forskningsmateriale. Det ble også gjennomført med tanke på anvendelse i andre matematikklasserom for å gi en variert undervisning.

Sammenfattende har i hovedsak arbeidet med utforskende skriving i matematikk vist seg viktig for å fremme multimodalitet og kommunikasjon om kunnskap. Bruken av tekst og visuelle illustrasjoner bør fremmes for å styrke kommunikasjonskompetansen. For den enkelte elev vil det bidra til å få et eierskap til læring og gjøre læringen mer personlig. Ved å skrive utforskende tekster i matematikk gis det rom for refleksjon, utforsking og organisering av egne tanker, som er viktig for faglig utvikling. Loggskrivning og annen refleksjonsskriving kan fungere som en mer kreativ inngangsvinkel for variert innlæring av matematikk. Refleksjonsskriving vil tilrettelegge for styrking av resonneringsevnen ved å forklare og legge til rette for begrepsforståelse.

## 7. LITTERATUR

---

- Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (red.), *Vi kan lykkes i realfag - Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 22-43). Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra <https://www.idunn.no/file/pdf/66911876/vi-kan-lykkes-i-realfag.pdf>.
- Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal Writing and Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 347-365. doi:10.1007/BF00315606
- Bossé, M. J., & Faulconer, J. (2008). Learning and assessing mathematics through reading and writing. *School Science and Mathematics*, 108(1), 8-19. doi:10.1111/j.1949-8594.2008.tb17935.x
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 17(1), 31-48. doi:10.2307/749317
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). London: Routledge.
- Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dysthe (red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 33-72). Oslo: Abstrakt forlag.
- Dysthe, O., Hoel, T. L., & Hertzberg, F. (2010). *Skrive for å lære : skriving i høyere utdanning* (2. utg.). Oslo: Abstrakt.
- Dysthe, O., & Iglund, M.-A. (2001). Vygotskij og sosiokulturell teori. I O. Dysthe (red.), *Dialog, samspel og læring* (s. 73-90). Oslo Abstrakt forlag.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139-162. doi:10.1007/BF01273689
- Flesher, T. (2003). Writing to learn in mathematics. *The WAC Journal*, 14, 37-48. Hentet fra <https://wac.colostate.edu/journal/vol14/vol14.pdf>
- Fredheim, G. (2014). Tekststykker i matematikk. *Bedre skole*, (3), 45-49. Hentet fra [https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre\\_Skole/BS\\_3\\_2014/BS-0314-WEB\\_Fredheim.pdf](https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre_Skole/BS_3_2014/BS-0314-WEB_Fredheim.pdf)
- Gibbs, G. (2007). *Analyzing qualitative data*. London: SAGE.
- Howse, T. D., & Howse, M. E. (2015). Linking the Van Hiele Theory to Instruction. *Teaching Children Mathematics*, 21(5), 304-313. Hentet fra doi:10.5951/teachilmath.21.5.0304
- Hsieh, H.-F., & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative health research*, 15(9), 1277-1288. doi:10.1177/1049732305276687
- Håland, A. (2016). *Skrivedidaktikk : korleis støtta elevane si skriving i fag?* Oslo: Universitetsforlag.
- Jess, K., Skott, J., Hansen, H. C., & Schou, J. (2008). *Matematik for lærerstudierende : Epsilon : 1.-6. klasse*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.
- Johannessen, A., Tufte, P. A., & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (5. utg.). Oslo: Abstrakt.

- Kenney, R., Shoffner, M., & Norris, D. (2014). Reflecting on the Use of Writing to Promote Mathematical Learning: An Examination of Preservice Mathematics Teachers' Perspectives. *The Teacher Educator*, 49(1), 28-43.  
doi: 10.1080/08878730.2013.848002
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (red.). (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kress, G. (2003). *Literacy in the new media age*. London: Routledge.
- Kress, G. (2010). *Multimodality : a social semiotic approach to contemporary communication*. London: Routledge.
- Krog, E. (2009). Potensialer og utfordringer i refleksjonsskrivning I O. K. Haugaløkken, L. S. Evensen, F. Hertzberg & H. Otnes (red.), *Tekstvurdering som didaktisk utfordring* (s. 106-116). Oslo: Universitetsforlaget.
- Kroknes, T.-E., Kavén, A., Persson, H., & Ødegaard, E. (2014). *Matemagisk 4a - Grunnbok* (Bokmål. utg.). Oslo: Aschehoug.
- Levenson, E. (2013). Exploring one student's explanations at different ages: the case of Sharon. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 181-203. doi: 10.1007/s10649-012-9447-1
- Lorentzen, V. (2017). Skrivning i matematikk. Upublisert arbeid, Matematikksenteret, Trondheim.
- Lorentzen, V., & Kringstad, T. (2014). Skrivning i matematikk og naturfag. *Bedre skole* (4), 60-65. Hentet fra [https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre Skole/BS\\_4\\_2014/BS-0414-WEB\\_Lorentzen\\_og\\_Kringstad.pdf](https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre_Skole/BS_4_2014/BS-0414-WEB_Lorentzen_og_Kringstad.pdf)
- Martin, C. L. (2015). Writing as a tool to demonstrate mathematical understanding. *School Science and Mathematics*, 115(6), 302-313. doi:10.1111/ssm.12131
- Meld. St. 30. (2003-2004). (2004). *Kultur for læring*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/988cdb018ac24eb0a0cf95943e6cdb61/no/pdfs/stm200320040030000dddpdfs.pdf>
- Meld. St. 31. (2007-2008). (2008). *Kvalitet i skolen*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/806ed8f81bef4e03bccd67d16af76979/no/pdfs/stm200720080031000dddpdfs.pdf>
- Meld. St. 21. (2016- 2017). (2017). *Lærelyst - tidlig innsats og kvalitet i skolen*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/71c018d2f5ee4f7da7df44a6aae265bc/no/pdfs/stm201620170021000dddpdfs.pdf>
- Maagerø, E., & Skjelbred, D. (2010). *De mangfoldige realfagstekstene : om lesing og skrivning i matematikk og naturfag*. Bergen: Fagbokforlag.
- Nilsen, T. (2016). Skolemiljø. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (red.), *Vi kan lykkes i realfag - Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 78-95). Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra <https://www.idunn.no/file/pdf/66911876/vi-kan-lykkes-i-realfag.pdf>.
- Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring : ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Vol. nr 18 - 2002). København: Undervisningsministeriet.
- Nunokawa, K. (2010). Proof, mathematical problem-solving, and explanation in mathematics teaching. I G. Hanna, H. N. Jahnke & H. Pulte (red.), *Explanation and Proof in*

- Mathematics (s. 223-236): Springer. doi:10.1007/978-1-4419-0576-5\_15
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlag.
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics, 101*(5), 236-245. doi:10.1111/j.1949-8594.2001.tb18026.x
- Pugalee, D. K. (2005). *Writing to develop mathematical understanding*. Norwood, Massachusetts: Christopher-Gordon.
- Rinvold, R. A. (2003). *Avbildninger og symmetri*. Bergen: Caspar forlag.
- Rustad, B. S., & Tønnessen, E. S. (2010). Tekster og læring. I E. S. Tønnessen (red.), *Sammensatte tekster - barns tekstpraksis* (s. 23-36). Oslo: Universitetsforlaget.
- Rønning, F. (2008). Barns språk for å uttrykke ulike former for symmetri. I I. T. M. Guldal, G. Løkken, N. Naastad & F. Rønning (red.), *FoU i praksis 2007. Rapport fra konferanse om praksisrettet FoU i lærerutdanning* (s. 321-331). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Shield, M., & Galbraith, P. (1998). The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 36*(1), 29-52. doi:10.1023/A:1003109819256
- Sjøhelle, D. K. (2010). Å vurdere sammensatte elevtekster. I J. Smidt (red.), *Skriving i alle fag - innsyn og utspill* (s. 321-342). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Sjøhelle, D. K. (2013). Multimodal tekstforming - en nøkkel til økt leseforståelse? I D. Skjelbred & A. Veum (red.), *Literacy i læringskontekster* (s. 109-119). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Strandberg, L. (2008). *Vygotsky i praksis : blant pugghester og fuskelapper*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Säljö, R. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk.
- Säljö, R. (2005). *Lärande och kulturella redskap : om lärprocesser och det kollektiva minnet*. Stockholm: Norstedts akademiska förlag.
- Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitativ metode* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlag.
- Tjora, A. H. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04>
- Utdanningsdirektoratet. (2015). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/>
- Vinner, S. (2014). Concept development in mathematics education. I S. Lerman (red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 91-96). Nederland: Springer.
- Yackel, E. (2001). *Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms*. Paper presented at the Proceedings of the 25th conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education, Utrecht, The Netherlands.

## 8. VEDLEGG

### 8.1 Informasjonsskriv

## **Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet**

### *Loggskrivning i matematikk*

#### **Bakgrunn og formål**

I forbindelse med mine studier ved NTNU, fakultet lærer og tolk, skal jeg skrive en masteroppgave i matematikdidaktikk. Undersøkelsen går ut på dokumentasjon av skriftlig elevarbeid i matematikk.

#### **Hva innebærer deltakelse i studien?**

Deltakelsen innebærer at elevene skriver to logger i uka i faget matematikk, ca. 10 min. Jeg ønsker å undersøke elevenes forståelse av begreper, og bruke skriving som et arbeidsverktøy til å studere begrepsutviklingen. Skrivningen skal være et redskap for eleven til å utvikle egne tanker og egen læring.

#### **Hva skjer med informasjonen om ditt barn?**

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt og opplysninger kan ikke tilbakeføres til enkeltpersoner i sluttrapporten. Deltagelse i forskningen krever samtykke fra elevens foresatte. Kontaktlærer i gruppen vil få muntlig orientering om resultatene av prosjektet ved prosjektslutt. Det er kun student og veileder som har tilgang til personopplysninger, konfidensialiteten ivaretas ved at alle elever blir anonymisert via pseudonym.

Deltakere vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 20 mai 2017.



### **Frivillig deltakelse**

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke for ditt barn uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker ditt samtykke, vil alle opplysninger om ditt barn bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Elise Wolan, 99 43 14 96 eller wolanelise@gmail.com. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres. Veileder er Odd Tore Kaufmann, kan kontaktes på mail odd.t.kaufmann@hiof.no.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

### **Samtykke til deltakelse i studien**

Vi har mottatt informasjon om prosjektet og samtykker til at

.....kan delta/ikke delta i forskningsprosjektet (stryk det som ikke passer)

(Elevens navn)

Underskrift og dato.....

## 8.2 Kvittering fra Personvernombudet for forskning ved Norsk senter for forskningsdata



Svein Arne Sikko  
Institutt for grunnskolelærerutd. 1-7 og bachelor i arkiv og samlingsforvaltning NTNU

7491 TRONDHEIM

Vår dato: 02.11.2016

Vår ref: 50249 / 3 / ASF

Deres dato:

Deres ref:

### TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 27.09.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

50249	<i>Loggskrivning i matematikk</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>NTNU, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Svein Arne Sikko</i>
<i>Student</i>	<i>Elise Wolan</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstillende kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 20.05.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Amalie Statland Fantoft

Kontaktperson: Amalie Statland Fantoft tlf: 55 58 36 41

Vedlegg: Prosjektvurdering

*Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.*