NTNU
Det skapende universitet

Tekstoppgaver i matematikk

Betydningen av oppgavetekstens utforming
for elevenes mestring

Ingrid Vee Kastet

Master i realfag
Innlevert: januar 2017
Hovedveileder: Frode Rønning, IMF

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Forord

Denne masteroppgaven markerer min avslutning på lektorutdanningen i realfag ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU). Selv om jeg i arbeidet med denne oppgaven har møtt på flere store utfordringer, har det vært en spennende og lærerik prosess. Jeg vil benytte anledningen til å takke gode støttespillere som har bidratt til at jeg har fått fullført arbeidet.

Først ønsker jeg å trekke frem min veileder, Frode Rønning, som har hjulpet meg med utformingen av prosjektet, gitt meg grundige tilbakemeldinger og lagt til rette for at jeg har kunnet fullføre utdannelsen etter å ha flyttet fra Trondheim. Takk til Fokus Rådgivning som har lånt meg en kontorplass i deres lokaler der jeg har kunnet arbeide med oppgaven min. Jeg vil også vise en takknemlighet ovenfor Fredrik Jensen og Marit Kjærnsli ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) ved Universitet i Oslo. Jeg har både fått omfattende svar på spørsmål angående PISA-prosjektet og tilsendt oppgaver som har blitt brukt i undersøkelsene. Jeg vil også takke elevene som deltok i studien og min kontaktperson ved skolen som gjorde det mulig for meg å gjennomføre den empiriske undersøkelsen.

Avslutningsvis vil jeg takke familien min som har vist både interesse og støtte gjennom hele prosessen. Jeg vil også takke Fredrik for å ha delt av sin erfaring, hatt stor tålmodighet, og for å ha hjulpet meg med små og store utfordringer i arbeidet med oppgaven.

Sandvika, januar 2017

Ingrid Vee Kastet

Sammendrag

I denne studien har det blitt utført forskning på betydningen av oppgavetekstens utforming i tekstbaserte matematikkoppgaver. Det har blitt utført en småskala kvalitativ undersøkelse med elever i en klasse på 10. trinn som har arbeidet med oppgaver i to runder, og blitt intervjuet om opplevelsen av dette arbeidet. I første runde arbeidet elevene med én oppgave, «Skritt», hentet fra de frigjorte oppgavene fra Programme for International Student Assessment (PISA). I den andre runden arbeidet de med et sett av oppgaver som jeg utarbeidet delvis som modifikasjoner av PISA-prosjektets oppgave. Denne undersøkelsen ble utført for å kunne besvare forskningsspørsmålet som er utgangspunktet for denne masteroppgaven:

Hvordan påvirker oppgavetekstens utforming hvordan elevene behandler et gitt algebraisk objekt?

Begrepet utforming sikter til litterære elementer som setningsstrukturer, antall setninger, tekstens plassering, det visuelle inntrykket, formuleringer, språkbruk og andre faktorer som ikke påvirker handlingen, miljøet eller situasjonen som beskrives. Det algebraiske objektet som brukes i denne studien er strukturelt identisk med $\frac{a}{b} = c$, og forekommer både i oppgaven «Skritt» og de modifiserte versjonene av denne. Modifikasjonene av «Skritt» er gjort på bakgrunn av datamaterialet fra første runde, og et teoretisk rammeverk der blant annet Susan Gerofskys (1996) funn har spilt en vesentlig rolle.

Resultatene av studien viser at de litterære elementene av en tekstoppgave har betydning for hvordan elevene oppfattet informasjonen som ble formidlet om det algebraiske objektet. Kortere og færre setninger, symbolspråk separert fra naturlig språk og linjeskift mellom de forskjellige opplysningene er noen av faktorene som viste seg å være til fordel for at elevene oppfattet og behandlet informasjonen som ble gitt om det algebraiske objektet mer korrekt. I samsvar med tidligere forskning på området, viste denne studien at informasjonen om det algebraiske objektet anvendes mer korrekt av elevene jo mer lik utformingen av oppgaveteksten er den utformingen som de vanligvis møter i undervisningen.

Summary

In this thesis, the role of the text in mathematic word problems has been studied. A small scale, qualitative study has been conducted, in two rounds. The same group of students, from a class in 10th grade, have been working with tasks and later been interviewed about their experience with solving the tasks. In round one, the students have been working with one problem, «Walking», which has been collected from released tasks from Programme for International Student Assessment (PISA). In the other round, the students worked with a set of tasks created by modifying the original PISA problem. This study done in this thesis was conducted to answer the following research question, which is the foundation for this master thesis:

How does the presentation of the task influence the approach of the students to a given algebraic object?

"Presentation" refers to the sentence structure of the word problem, the number of sentences, the layout of the text, the visual expression, formulations, language and other factors that does not influence the story, environment or the situation that is described. The algebraic object used in this study is structurally identical to $\frac{a}{b} = c$, and appears both in «Walking» and the modified versions of it. The modifications of «Walking» is done based on the data from the first round of the study and a theoretical framework where among others Susan Gerofsky's (1996) work has played an essential role.

The results of the study shows that the literary element of the word problems influences how the group of students understood the information that was given about the algebraic object. Shorter and fewer sentences, symbolic language separated from the natural language and line spacing between the different pieces of information are some of the factors that showed to be advantageous for the group of students in terms of perceiving and processing the information that was given about the algebraic object more correctly. In conformity with previous research done in this field, this study showed that the students apply the information about the algebraic object more correctly when the presentation of the task resembles what the students meet in their everyday education.

Innhold

1 Innledning

Norske elevers matematikkprestasjoner i den internasjonale undersøkelsen som gjennomføres av Programme for International Student Assessment (PISA) har fått relativt stor mediedekning og politisk oppmerksomhet i Norge (Utdanningsdirektoratet, 2011). Dette er en undersøkelse som gjennomføres hvert tredje år og er igangsatt av The Organistation for Economic Co-operation and Development (OECD) (Kjernsli og Olsen, 2013). I alle PISA-undersøkelsene, siden oppstarten i 2000 og frem til 2012, har norske elever prestert under gjennomsnittet i matematikk. Denne prestasjonen har fått mye negativ omtale i norske medier, og har ført til flere politiske endringer (Utdanningsdirektoratet, 2011). I løpet av min studietid har jeg blitt interessert i hva som ligger bak de store medieoverskriftene om norske elevers lite tilfredsstillende matematikkresultater i PISA-undersøkelsene.

Etter å ha lest og satt meg inn i rammeverket til PISA fattet jeg mer og mer interesse for oppgavene som brukes i disse undersøkelsene. Disse er såkalte tekstoppgaver, utviklet av internasjonalt anerkjente fagdidaktikere for internasjonal distribusjon, og er uavhengig av nasjonale læreplaner. Ideen bak PISA er å vurdere hvor godt skolesystemene i ulike land forbereder elevene til videre studier, arbeidsliv og reflektert deltagelse i samfunnet gjennom å teste 15-åringers ferdigheter innenfor utvalgte områder. Blant annet inngår matematikk som et av områdene, og matematikkoppgavene er designet med hensyn på dette overordnede formålet (Kjærnsli og Olsen, 2013). På disse oppgavene har norske elever scoret under gjennomsnittet frem til og med undersøkelsen i 2012, og høsten 2016 bestemte jeg meg for å se nærmere på tekstoppgavene som brukes i PISA. Nå er det på sin plass å nevne at da resultatene for undersøkelsen i 2015 lå klart, i desember 2016, viste det seg at norske elever for første gang hadde prestert over gjennomsnittet i matematikk (Kjærnsli og Jensen, 2016).

I prosjektet mitt ønsket jeg å forske på hvordan utformingen av på tekstoppgaver påvirker hvordan informasjonen i oppgaveteksten oppfattes. Med utgangspunkt i en oppgave som er utviklet og tidligere anvendt i PISA-prosjektet, vil jeg i dette prosjektet arbeide med å lage modifikasjoner av denne oppgaven som kan synliggjøre hvilke komponenter av oppgaveteksten som elever finner utfordrende. Oppgaven jeg har valgt å arbeide med heter «Skritt» og denne oppgaven baserer seg på algebraiske utfordringer ved å bruke og behandle en formel. For å la modifikasjonene av oppgaveteksten være fokus har jeg valgt å beholde det samme algebraiske objektet i alle oppgavene som blir utarbeidet i prosjektet. Disse vil alle sammen bli brukt som oppgaver i en 10. klasse, og resultatene av besvarelsene vil bli brukt i min forskning.

De siste tiårene har det blitt rettet et større fokus mot lingvistisk forskning i matematikken (Morgan, 2006). Innenfor dette feltet forskes det blant annet på språkets betydning for kommunikasjonen av matematisk kunnskap. Den tidligere forskningen på dette feltet har spilt en stor rolle for mitt arbeid med dette prosjektet. Blant annet vil jeg nevne Susan Gerofsky (1996) og Carolyn Kierans (1992) arbeid som svært viktig for mitt forskningsarbeid. Kieran (1992) går grundig til verks i sin utredning om algebra i skolen. Jeg har dratt spesielt nytte av hennes teorier rundt ligninger og tekstoppgaver. Gerofskys (1992) arbeid ga meg god støtte til å utføre analysen av elevbesvarelsene, og ta teoretisk begrunnede valg under konstruksjonen av nye oppgaver. Det var gjennom å lese om hennes arbeid at jeg fikk inspirasjon til den lingvistiske innfallsvinkelen, og til å formulere forskningsspørsmålet mitt.

1.1 Forskningsspørsmål

Mitt forskningsspørsmål i dette prosjektet har vært:

Hvordan påvirker oppgavetekstens utforming hvordan elevene behandler et gitt algebraisk objekt?

Med «utforming» sikter jeg til elementer som setningsstrukturer, antall setninger, tekstens plassering, det visuelle inntrykket, formuleringer, språkbruk og andre faktorer som ikke påvirker handlingen, miljøet eller situasjonen som beskrives. Det algebraiske objektet jeg har valgt å bruke i denne studien er strukturelt identisk med $\frac{a}{b} = c$. Dette objektet er valgt fordi det forekommer i PISA-prosjektets «Skritt», og det er denne oppgaven jeg i dette prosjektet har valgt som utgangspunkt for forskningsarbeidet mitt.

1.2 Oppgavens oppbygning

Innledningen utgjør oppgavens første kapittel. I det påfølgende kapittelet, kapittel 2, presenteres det teoretiske rammeverket for prosjektet. I dette kapittelet finnes teori om ulike representasjoner av matematiske objekter med hovedtyngde på Duvals (2006) beskrivelse av ulike former for matematisk representasjon. Deretter følger teori som omhandler tekstoppgaver i matematikk. I denne delen kommer spesielt teorien fra forskningsarbeid på lingvistikk frem. Videre følger en del om utfordringer ved algebra. I denne delen har jeg brukt Margrethe Naalsunds (2012) doktoravhandling ved navn «Why is algebra so difficult?» som inspirasjonskilde for flere av komponentene som inngår. Til slutt kommer en del som handler om PISA-prosjektet. I denne delen presenteres informasjon om PISA-undersøkelsene og matematikkoppgavene som brukes i disse.

I kapittel 3 blir valg av metode for forskningsarbeidet og beskrivelse av analysemetoder som er tatt i bruk i presentert og begrunnet. I dette kapittelet presenteres også oppgaven «Skritt» og de oppgavene som er utviklet i dette prosjektet. Avslutningsvis i dette kapittelet legges det frem hvilke etiske betraktninger som er gjort med hensyn på utformingen av undersøkelsen. Etter dette følger analysen i kapittel 4. Her presenteres resultatene av studien, og resultatene blir analysert med forankring i det teoretiske rammeverket. Deretter følger konklusjonen i kapittel 5. Her blir hovedresultatene oppsummert og sett opp imot annen forskning gjort på området. Avslutningsvis, i kapittel 6, blir det nevnt noen forslag til videre forskning som kan gjøres i forlengelsen av denne studien.

2 Teori

I denne delen av oppgaven vil jeg presentere det teoretiske rammeverket som skal støtte opp under mitt arbeid med å finne svar på problemstillingen som jeg har valgt å arbeide med i dette prosjektet. Den første delen av teorien er knyttet til selve forskningsspørsmålet mitt. Til slutt kommer en del som handler om PISA-prosjektet. I denne delen presenteres informasjon om PISA-undersøkelsene og matematikk-oppgavene som brukes i disse. Dette er for å sette PISA-prosjektets oppgave «Skritt» inn i en kontekst.

2.1 Representasjoner

Matematiske begrep kan ikke sanses, men må forstås på andre måter enn materialistiske objekter. Så selv om for eksempel våre øyne kan se en grafisk representasjon, kan vi ikke dermed se den matematiske ideen som er representert (Sfard, 1991). For å kunne kommunisere om den ikke-sansbare matematikken og ha en felles forståelse av resonnementer, brukes representasjoner (Duval, 2006). Representasjonene er ingen fullverdig kopi av den matematiske ideen, og det finnes mange ulike typer representasjoner av samme begrep. Representasjoner av matematiske objekt varierer avhengig av hvilke egenskaper som er ønsket å fremheve (Duval, 2006). Representasjonene kan fremheve ulike egenskaper, på samme måte som de også kan skjule aspekter ved begrepet.

Duval (2006) presenterer en beskrivelse av matematiske representasjoner og en forståelse av hvordan overgangen mellom disse kan finne sted. For å klassifisere de ulike representasjonsformene, tar Duval (2006) i bruk fire begreper: monofunksjonal, multifunksjonal, nondiskursiv og diskursiv. I tillegg brukes begrepet register. Med register menes et semiotisk system som tillater en transformasjon, en overgang fra én semiotisk representasjon til en annen (Duval, 2006). Monofunksjonale representasjoner representerer det matematiske objektet kun ved bruk av matematiske symboler og struktur. Disse representasjonsformene baserer seg veldig ofte på en algoritmisk fremstilling. En multifunksjonal representasjon derimot formidler informasjonen om det matematiske objektet løsrevet fra matematikkens særegne symboler og språk. En nondiskursiv representasjon er en fremstilling i form av en figur uten nevneverdig mye tekst. Det er det visuelle som er i fokus, og det er figuren som innehar informasjonen om det matematiske objektet. Diskursive representasjoner formidler informasjonen med språket. En diskursiv representasjon kan være både muntlig og skriftlig, med eller uten matematiske symboler (Duval, 2006). Skjemaet i Figur 1 er en oversikt jeg har laget basert på Duvals (2006) oppfatning av sammenhengen mellom ulike registre, representasjoner og matematiske prosesser.

	Diskursive representasjoner	**Non-diskursive representasjoner**
Multi-funksjonale registre Prosesser kan ikke bli omgjort til algoritmer	**Naturlig språk** - Muntlig (Forklaringer) - Skriftlig (Teoremer, bevis)	**Ikonisk** (Tegning, skisse, mønster) **Non-ikonisk** (Geometriske figurer som krever verktøy for å konstrueres)
Mono-funksjonale registre De fleste prosessene er algoritmiske	**Symbolspråk** - Kun skriftlig. Kan ikke kommuniseres muntlig uten direkte avlesning.	**Kombinasjon** - Grafer - Diagrammer

Figur 1 Klassifisering av de registrene som kan mobiliseres i matematiske prosesser

I 1.kvadrant i Figur 1 finner vi det Duval (2006) kaller en nondiskursiv multifunksjonal representasjon, f.eks. en geometrisk figur eller skisse som opptrer uten algebraiske komponenter eller algoritmiske sammenhenger. 2. kvadrant symboliserer en diskursiv multifunksjonal representasjon. Dette kan være en muntlig eller skriftlig beskrivelse av et matematisk objekt gitt ved naturlig språk. Den 3. kvadranten, en monofunksjonal diskursiv representasjon, beskriver således det matematiske objektet ved symbolspråk. Sist men ikke minst finner vi den nondiskursive monofunksjonale representasjonen i 4.kvadrant. Denne kvadranten består av representasjoner der figurer er tilegnet en algoritmisk dimensjon eller satt inn i matematiske systemer.

Matematiske prosesser, vist ved de horisontale og de vertikale pilene i Figur 1, beskrives av Duval (2006) som en omdannelse, en overgang fra én semiotisk representasjon til en annen.

Arbeid med manipulasjon innenfor en av kvadrantene kalles behandling av det matematiske objektet, vist ved de buede pilene i hver av kvadrantene i Figur 1.

Lesh et al. (1987b) vektlegger at det på lik linje med å beherske de ulike representasjonssystemene i matematikken også er vesentlig å beherske omdannelser mellom disse. I deres forskning fremkom det at svakheter på nettopp dette området hadde betydning for elevenes problemløsningsevne og matematikkforståelse. Lesh et al. (1987a) forsøker å gjenkjenne og kategorisere strukturerer for en elevs opplevelse av arbeid med matematiske representasjoner. Blant annet er et av funnene at det generelt er mer utfordrende å arbeide med matematikk som er skrevet som symbolspråk fremfor matematikk som er skrevet med innslag av ren tekst (Gagatsis og Shiakalli, 2004).

2.2 Tekstoppgaver

I matematikkundervisningen brukes et spesialisert vokabular. Det brukes ord som er unike for det matematiske språket, og det brukes ord som har blitt redefinert til å bety noe annet i en matematisk sammenheng enn det ville ha betydd i det hverdagslige språket (Chapman, 1993). Studier viser også at elever har et tillært forhold til det matematiske språket, formuleringene og vokabularet de presenteres for i matematikkundervisningen. Gerofsky (1996) viser til en storskala studie utført av Lave der elever som ble utfordret i å lage en vanskelig tekstoppgave, skrev oppgavetekster som var påfallende like de tekstene elevene selv hadde møtt i undervisningen.

Skriftlig matematisk språk inneholder også et unikt symbolsystem som kombineres med et naturlig språk med ord fra det daglige språket og det matematiske vokabularet. Setninger som inneholder en blanding av symbolspråk og naturlig språk er vanskelig å kommunisere muntlig. Vanskeligheten med høytlesning av tekst som inneholder symbolspråk, fører til at elever ofte oppfatter at det å snakke matematisk følger en lignende struktur som det skrevne språket de blir møtt med i bøkene (Chapman, 1993). Det å kunne bruke språket til å kommunisere strukturer og oppdagelser i matematikken viser seg å være en stor fordel, men det finnes liten innsikt i hvilken påvirkning språket det kommuniseres på har for elevens forståelse av begrepet (Meyer, 2016).

Tekstoppgaver i matematikkundervisning har ofte en setning som fungerer som en instruksjon til leserne av teksten. Det kan være for eksempel: «Finn X!» (Gerofsky, 1996). Dette utropet vil, for en mer eller mindre erfaren elev, fungere som en retningslinje til hvordan oppgaven skal løses. Ikke bare fungerer utropet som en retningslinje, det kommuniserer underliggende antagelser. Gerofsky (1996) synliggjør en del av disse antagelse en elev kan trekke ut fra et slikt utrop som «Finn X!»:

- Oppgaven er løsbar
- «X» kan bli funnet
- Det er gitt tilstrekkelig med informasjon i denne teksten til at oppgaven kan løses
- Det trengs ikke å søke etter utenforliggende informasjon
- Oppgaven kan løses med de matematikkunnskapene eleven allerede besitter
- Ved å løse denne oppgaven skal eleven ta i bruk algoritmer som nylig er arbeidet med
- Det er en unik korrekt matematisk tolkning av problemet
- Det er kun ett riktig svar
- Læreren kan vurdere et svar på oppgaven til å være riktig eller galt
- Problemet i oppgaven kan bli redusert til en matematisk form

(Gerofsky, 1996, s. 39)

2.2.1 Oppgaveteksten som en fortelling

Susan Gerofsky (1996) har sett på tekstoppgaver i matematikkundervisning som litterær sjanger. Hun fremhever tre komponenter som går igjen i slike tekstoppgaver. Først kommer en beskrivelse av en situasjon, et miljø eller en tematikk. Deretter presenteres informasjonen som trengs for å løse problemet. Det kan også presenteres irrelevant informasjon. Helt til slutt kommer et spørsmål. Disse tre komponentene er ikke nødvendigvis skilt fra hverandre i forskjellige setninger, men bidrar med tre ulike aspekt til teksten (Gerofsky, 1996). Hun finner denne trekomponent-oppbygningen uhensiktsmessig fordi den ikke gjenspeiler en naturlig måte å fortelle på, men baserer seg på strukturer som er tilpasset matematiske algoritmer.

Gerofsky (1996) problematiserer ytterligere at tekstoppgavene ikke har rot i en naturlig fortellermåte. Hun poengterer videre at fortellingene, situasjonene, og karakterene som presenteres i tekstoppgavene som regel er fiktive. Ordene som brukes gir som regel inntrykk av at historien er løsrevet fra tiden, og dermed har vanskelig for å sameksistere med den opplevede virkeligheten. Et eksempel som trekkes frem er: «En stein som slippes fra toppen av det skjeve tårnet i Pisa lander 6m fra basen på tårnet. Hvis høyden av tårnet er 59m, hvilken vinkel lener tårnet seg med?» Her påpeker hun at det i teksten blir brukt ordet «hvis» for å informere om høyden av tårnet, selv om det skjeve tårnet i Pisa faktisk finnes og at høyden av tårnet er målt (Gerofsky, 1996). Dette litterære grepet underbygger det faktum at oppgaveteksten er konstruert med hensikt å brukes i matematikkundervisningen og ikke annet. Hun mener det er grunnlag for å stille spørsmål ved hvorvidt slike oppgaver er hensiktsmessige å bruke i undervisningen som en øvelse i å løse reelle problemer. Studier viser at folk som er dyktige med matematisk problemløsning i hverdagen, det vil si utenfor situasjoner i matematikkundervisningen, i mange tilfeller ikke er i stand til å løse problemer i tekstoppgaver til tross for at problemet skal ligne hverdagsproblemer (Lave, 1992). Det er nærliggende å tenke seg til at oppgavetekstens mangel på tilhørighet i tid og rom kan være en medvirkende årsak til dette. Videre viser det seg at historieaspektet ved oppgaveteksten, fiktivt eller ikke, kan være med på å gi eleven motivasjon til å arbeide med problemet (Gerofsky, 1996).

Reed (1987) påpeker at elever i mange tilfeller har vanskeligheter med å oppdage strukturelle likheter mellom to tekstoppgaver som er situert i ulikt miljø. I tillegg spesifiserer Chaiklin (1989) at kognitive studier i algebraisk problemløsning viser at elever har problemer med å forstå sammenhengen mellom ulike variabler som presenteres i en oppgavetekst. Dermed kan små forskjeller i oppgaveteksten ha stor innvirkning på elevenes evne til å konstruere korrekte ligninger. Kieran (1992) hevder at den mest vanlige metoden for å undervise elever hvordan tekstoppgaver skal løses, er å starte med å formulere en ligning ut fra informasjonen som blir gitt i teksten, og deretter isolere den ukjente og løse ligningen.

2.2.2 Tilnærmingsstrategier

I følge studier viser det seg at elever som regel velger en av to metoder for å angripe utfordringen ved å formulere en ligning fra informasjonen i en tekst (Chaiklin, 1989). Enten velger de en direkte oversettelse der ligningen formuleres etter en oversettelse av teksten frase for frase eller en prinsippdreven tilnærming (Kieran, 1992). Sistnevnte metode er en tilnærming der matematiske prinsipp blir brukt til å organisere informasjonen som oppgis i teksten. En prinsippdreven tilnærming baserer seg på tidligere erfaring. Ved denne tilnærmingen tolkes situasjonen som blir beskrevet i teksten slik at informasjonen behandles etter et system som av tidligere erfaring har passet til denne typen situasjon (Kieran, 1992). For eksempel vil en elev som møter en oppgave som handler om en syklist på tur, med en prinsippdreven tilnærming raskt innse at dette er et problem som dreier seg om forholdet mellom strekning fart og tid, og løse problemet med de verktøy og kunnskap eleven besitter om slike typer situasjoner.

De samme to typene angrepsstrategi er også beskrevet som fundament i arbeidet til Alexander Meyer (2016) som fokuserer på de strukturelle forskjellene i overgangen mellom naturlig språk og algebraisk notasjon. I hans arbeid er det derimot referert til studier utført henholdsvis av Duru og Koklu (2011) og Clement (1982). Det å sette opp ligninger som representerer informasjonen som blir gitt i tekstoppgaver har elever på ungdomstrinnet store vanskeligheter med å få til (Kieran, 1992). Altså å gå fra en multifunksjonal til en monofunksjonal diskursiv representasjon, etter Duvals (2006) kategorisering. Gerofsky (1996) påpeker at for mye fokus på fortellingen i oppgaveteksten vil kunne distrahere elevene fra å utføre tolkningen og omdannelsen mellom det multifunksjonale til det monofunksjonale registeret (Duval, 2006).

2.3 Utfordringer med algebra

Alle typer symbolsystem må læres, også det algebraiske (MacGregor og Stacey, 1997). Sammen med begrepet om ekvivalens er forekomsten av bokstaver som tegn to fundamentale komponenter som utgjør et algebraisk uttrykk (Naalsund, 2012). Anna Sfard (1991) mener at abstrakte matematiske begrep kan oppfattes på to ulike måter, enten strukturelt som objekter eller operasjonelt som prosesser. Til tross for de fundamentale forskjellene mellom de to måtene å forstå et matematiske begrep på, viser det seg at begge innfallsvinklene spiller en viktig rolle i utviklingen av begrepsforståelsen. I følge Sfard (1991) begynner de fleste med en operasjonell forståelse av nye begrep. Deretter, etterhvert som det skaffes mer innsikt i det abstrakte, går forståelsen over til å bli mer strukturell. Dermed går altså det som ble forstått som en matematisk prosess over til å bli forstått som et matematisk objekt.

2.3.1 Likhetstegnet

Det å arbeide med ligninger i matematikken handler mye om å respektere verdien av likhetstegnet. I aritmetikken blir ofte likhetstegnet assosiert med et signal om å utføre en operasjon, noe Margrethe Naalsund (2012) blant annet problematiserer i sin avhandling. Kaput og Blanton (2001) beskriver en annen type feilaktig tolkning av likhetstegnet, nemlig at likhetstegnet forstås som noe som skiller operasjonene fra resultatet. Begge disse to tolkningene som er presentert vil føre til et problem i behandling av algebraiske uttrykk. Når likhetstegnet forstås som Naalsund (2012) eller Kaput og Blanton (2001) beskriver, fjernes restriksjonen om at det skal finnes ekvivalens mellom høyre og venstre side, og nye operasjoner kan legges til i forlengelsen av resultatet av en regneoperasjon. Dette fører til at det kan bli skrevet lengre resonnement som ikke følger logiske prinsipper om de leses mot venstre. For å eliminere utfordringene ved å ikke ha ekvivalens på begge sider, argumenterer Naalsund (2012) for at det er svært fordelaktig å unngå en feilaktig tolkning av likhetstegnet når det arbeides med algebraiske ligninger.

2.3.2 Bokstaver

Bokstaver er, i algebraisk sammenheng, tegn som refererer til noe annet (Chapman, 1993). Dermed har bokstavene i algebraiske uttrykk en annen betydning enn de ville hatt om de sto skrevet i en setning. Nettopp forekomsten av bokstaver, som ikke representerer benevninger eller lignende, er det som skiller algebraiske uttrykk fra aritmetiske. Bokstavene i algebraiske uttrykk representerer en ukjent tallverdi, eller de kan representere en variabel. Dette siste aspektet, det at en bokstav kan representere en variabel, viser seg å være vanskelig for elevene å forstå (Booth, 1988).

Fra aritmetikken er elevene vant til å arbeide med uttrykk der bokstaver står som benevninger, og på den måten ikke blir påvirket av operasjonene i uttrykket. For mange elever skaper dette forvirring ved innføringen i algebra fordi de fra tidligere er vant til å lese bokstavene som en enhet eller en beskrivelse av et objekt. Feiltolkning av betydningen av bokstaver i algebraisk sammenheng som en angivelse av et objekt, og ikke at bokstaver har en numerisk betydning, er til stort hinder for å kunne være i stand til å produsere algebraiske uttrykk og ligninger (MacGregor og Stacey, 1997).

2.3.3 Strategier for å finne en ukjent

Å finne en ukjent i algebraiske ligninger involverer formelle prosedyrer der samme operasjon utføres på hver side av likhetstegnet. Likevel viser det seg at elever heller velger andre metoder enn den formelle for å komme frem til en løsning i arbeid med ligninger i matematikken (Kieran, 1992). Carolyn Kieran (1992) lister opp sju ulike strategier som elever velger for å finne en ukjent i algebraiske ligninger. Under følger en fri oversettelse av disse sju strategiene:

1. Bruk av konkrete tall
2. Bruk av telleteknikker
3. Tilsløring
4. Arbeide bakover
5. Prøve-og-feile
6. Bytte side - bytte tegn
7. Utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet
   (Kieran, 1992, s. 400)

De to første strategiene er som regel strategier som ikke læres bort i forbindelse med algebra, men som elevene selv har med seg fra tidligere (Kieran, 1992). Tilsløringsstrategien, nr. 3, er en strategi der det ikke tas i bruk en formell struktur. Ligningen blir plukket fra hverandre for å så bli satt sammen igjen. Kieran (1992) viser ved eksempelet: «2x + 9 = 5x. Altså er 2x + 9 det samme som 5x, 9 er dermed det samme som 3x fordi 2x + 3x =5x, så derfor er x = 3». Eksempelet viser at løsningen fremkommer ved at ligningen blir plukket fra hverandre. Selv om denne strategien ikke inneholder en formell struktur, viser det seg, ifølge Kieran (1992), at elever som arbeider på denne måten utvikler sin forståelse av begrepet bedre enn elever som kun arbeider med formelle metoder.

«Å arbeide bakover», strategi 4, innehar litt mer struktur enn den foregående strategien. I denne strategien tas det tak i det numeriske resultatet på høyre side og det utføres inversoperasjoner på dette tallet helt til den ukjente står fri på venstre side. En mulig årsak til at elever velger denne strategien er at eleven da kun arbeider med konkrete tall, og i tillegg unngår arbeid med ekvivalensstrukturen i det matematiske objektet (Kieran, 1992).

Strategi 5, «prøve-og-feile», er en strategi som handler om å forsøke å approksimere en løsning. Eleven tester et tall ved å sette det inn for den ukjente i ligningen og se om resultatet stemmer, hvis ikke det stemmer testes et nytt tall. På den måten vil eleven før eller siden komme frem til en korrekt løsning (Kieran, 1992). Hun påpeker også fordelen med at elever bruker denne strategien, nemlig at det er svært sannsynlig at det styrker deres forståelse av begrepet om likhet mellom høyre og venstre side i ligningen. Denne innsikten og forståelsen av likhetstegnet viser seg å være svært fordelaktig i arbeid med å finne en ukjent i en ligning (Kieran, 1992).

De to siste strategiene blir ofte referert til som formelle metoder. I mange sammenhenger kan det være vanskelig å skille disse to metodene fra hverandre fordi «bytte side – bytte tegn» ofte blir referert til som en forenkling av det å utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet (Kieran, 1992). Når elever bruker en av disse strategiene er det nærliggende å anta at de også ha en strukturell forståelse (Sfard, 1991), altså at de oppfatter ligningen som et matematisk objekt. Likevel vekker en del resultater mistanke om at noen elever som utfører «bytte side – bytte tegn», utfører denne operasjonen blindt på ligningen uten å ha strukturell forståelse av det matematiske objektet (Kieran, 1992).

Det kan på mange måter tolkes dithen at Sfards (1991) operasjonelle forståelse sammenfaller med en tilbøyelighet til bruk av Kierans (1992) ikke-formelle strategier. Overgangen til en strukturell forståelse, vil med denne tolkningen, gi tilgang til hensiktsmessig bruk av de formelle strategiene. Til tross for at det er ønskelig at elevene til slutt skal mestre en strategi med formell struktur, viser forskning at det er svært styrkende for forståelsen av det matematiske konseptet at elever tar i bruk strategiene 2-5 ved innlæringen av konseptet (Kieran, 1992).

2.4 PISA

Den overordnede ideen bak PISA er å vurdere hvor godt skolesystemene i ulike land forbereder elevene til videre studier, arbeidsliv og reflektert deltakelse i samfunnet (Kjærnsli og Olsen, 2013). PISA søker å kartlegge 15-åringers nivå i definerte nøkkelkompetanser som OECD antar er essensielle for å kunne delta fullverdig i morgendagens samfunn (OECD, 2009). Dette er en omfattende undersøkelse som gjennomføres individuelt i deltakerlandene hvert tredje år. Kompetansene som måles er hovedsakelig innenfor fagene lesing, matematikk og naturfag. Matematikk har vært hovedområde ved to anledninger, i 2003 og 2012. Testingen av kompetanser innenfor hovedområdet går mer i dybden enn i de andre fagområdene (UiO, udatert).

PISA-undersøkelsen tar ikke utgangspunkt i landenes læreplaner, men tar i hovedsak sikte på å måle elevenes evne til å bruke kunnskaper og erfaringer i aktuelle situasjoner. Rammeverkene for de tre fagområdene, som ligger til grunn for utvikling av oppgaver, er utviklet av ekspertgrupper sammensatt av internasjonalt anerkjente forskere og fagdidaktikere innenfor hvert av fagområdene (Kjærnsli og Olsen, 2013).

2.4.1 Deltagere og gjennomføring

Første gang undersøkelsene ble gjennomført var i år 2000, og de har siden blitt gjennomført hvert tredje år (Kjærnsli og Olsen, 2013). Blant deltagerne finner man både OECD`s medlemsland og andre land/økonomier. I Norge er prosjektet finansiert av Kunnskapsdepartementet, og Utdanningsdirektoratet har utnevnt Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) som ansvarlig for gjennomføringen (UiO, udatert)

Testen distribueres til mellom 4500 og 10 000 tilfeldig utvalgte 15-åringer på skoler i hvert deltakerland. Besvarelsene er anonyme. Bakgrunnen for at det er 15-åringer som blir testet er fordi denne alderen i de fleste land representerer avslutningen på den obligatoriske skolegangen (OECD, 2013). Resultatene fra deltakerlandene blir sammenlignet og rangert etter OECD`s standarder (OECD, 2009). Fordi undersøkelsen er anonym og basert på et tilfeldig trukket utvalg elever kan ikke PISA si noe om enkeltelever eller hver enkelt skole, men den kan gi kunnskap om norske elever samlet (Universitetet i Oslo, udatert).

2.4.2 Matematikkoppgavene i PISA

Matematikk er ett av tre fagområder som testes i PISA. Forståelsen av matematikk som fagområde baseres i PISA på anerkjente forskere og fagdidaktikeres arbeid (Kjærnsli og Olsen, 2013). I definisjonen av matematikk i PISA beskrives elever som aktive problemløsere. Det fortelles om elever som ser muligheter til å bruke matematikk for å analysere, regne og tolke. Det vektlegges å kunne bruke matematikk til å modellere og forstå verden og samfunnet. Matematikken, i denne definisjonen, er på mange måter et verktøy for å kunne ta beslutninger og delta i samfunnet som konstruktive, engasjerte og reflekterte borgene (OECD, 2013). I rapporten fra PISA-undersøkelsen i 2012 knyttes matematikk i PISA til å anvende matematikk. Ikke bare til å løse oppgaver, men også til å forstå hvilken rolle matematikken spiller i samfunnet, til demokratisk deltakelse og til å treffe beslutninger (Kjærnsli og Olsen, 2013).

Matematikkoppgavene som brukes i PISA er alle tekstoppgaver, og er utarbeidet slik at de skal kunne kategoriseres etter flere ulike strukturer. Alle oppgavene kan kategoriseres innenfor fire ulike innholdsområder som beskriver det matematiske innholdet i oppgavene. De tilhører ulike kompetanseklasser, eller problemløsningsprosesser som beskriver hvilke ferdigheter innenfor matematikken som oppgavene er tilsikter å teste. I tillegg til dette er alle oppgavene i PISA knyttet til en av fire kontekster: «personlig», «yrkesrelatert», «sosial» og «vitenskapelig». Både oppgavene i PISA og elevenes prestasjoner kan plasseres på seks ulike prestasjonsnivåer. Kriteriene strekker seg helt fra det å kunne gjennomføre enkle rutinemessige prosedyrer ved en klar, gjenkjennbar og velformulert oppgavetekst, nivå 1, til det å kunne sette seg inn i komplekse matematiske sammenhenger, knytte sammen informasjon fra flere kilder, bevege seg fleksibelt mellom representasjonsformer og modellere komplekse sammenhenger som da tilsvarer det høyeste nivået, nivå 6 (Kjærnsli og Olsen, 2013).

3 Metode

For å kunne drive forskningsarbeid må det tas en rekke avgjørelser med hensyn på design, datainnsamling og analyse for å besvare forskningsspørsmålet. I forskningsarbeid som krever menneskelig interaksjon er det også nødvendig å gjøre etiske betraktinger for å ivareta forskningsdeltagernes rettigheter og personvern (Robson, 2011). I denne delen av oppgaven ønsker jeg å presentere og begrunne ulike valg jeg har gjort i utarbeidelsen av en metode jeg mener kan brukes til å besvare mitt forskningsspørsmål: Hvordan påvirker oppgavetekstens utforming hvordan elever på 10. trinn behandler et gitt algebraisk objekt?

I min forskning på denne problemstillingen har jeg valgt å forholde meg til et gitt algebraisk objektet, og latt oppgaveteksten variere. Det har blitt utført en empirisk undersøkelse der elever fra 10. trinn har arbeidet med oppgaver som inneholder samme algebraiske objekt. Det algebraiske objektet som er brukt i dette prosjektet er strukturelt identisk med objektet, som heretter refereres til som ligning 1:

$$\frac{a}{b} = c$$

Dette objektet opptrer i en av de frigitte matematikkoppgavene fra PISA-prosjektet ved navn «Skritt», men da med andre navn på variablene a, b og c (UiO, udatert). «Skritt» er, i likhet med de andre matematikkoppgavene i PISA, en tekstoppgave som er situert i et fortrinnsvis gjenkjennelig miljø for 15-åringer (Kjærnsli og Olsen, 2013). Konteksten for denne oppgaven er satt innenfor innholdsområdet «personlig», og omhandler en matematisk sammenheng mellom skrittlengden og gangfarten til menn (OECD, 2013). Det har i dette prosjektet blitt tatt utgangspunkt i den algebraiske strukturen fra «Skritt», og denne er beholdt i alle oppgaven som forskningsdeltagerne har arbeidet med. Det har blitt gjort endringer på variablenes betydning, tekstens struktur og kontekst i flere andre oppgaver som deltagerne har arbeidet med.

Studien har som formål å skaffe innsikt i hvordan oppgaveteksten utforming påvirker hvordan elevene behandler det algebraiske objektet strukturelt identisk med ligning 1. Jeg har utført en kvalitativ undersøkelse med hensikt å skaffe innsikt i dette. Fordelen med kvalitativ forskning er nettopp det å kunne skaffe innsikt i forskningsdeltagerens oppfatning av fenomenet. Jeg har brukt denne innfallsvinkelen, ved å intervjue deler av elevgruppen for å skaffe empirisk informasjon om bakenforliggende årsaker til det observerbare i det skriftlige materialet. I denne studien har beretninger om deltagernes subjektive opplevelse vært viktig. Dermed kan denne studien klassifiseres som en fenomenologisk studie (Robson, 2011).

Det har blitt gjennomført to runder med feltarbeid. Den første runden fungerte som en bakgrunnsundersøkelse der en klasse med elever fikk prøve seg på «Skritt». Denne oppgaven innebærer manipulasjon og arbeid med et algebraisk objekt. Seks elever ble valgt ut til individuell samtale i etterkant av oppgavearbeidet. Basert på resultatene fra denne undersøkelsesrunden, utarbeidet jeg egne oppgaver til neste runde i et ønske om å skaffe bedre innsikt i elevenes strategier. Oppgavene i den andre runden var modifikasjoner av PISA-prosjektets oppgave «Skritt», og var tilpasset elevenes besvarelser og uttalelser under intervjuene ved den første runden. I etterkant av dette gjennomførte jeg to gruppeintervju med de samme seks elevene, 3+3 elever. I dette kapittelet vil jeg forklare nærmere detaljer rundt datainnsamlingen og begrunne de valg som er gjort i forbindelse med dette arbeidet.

3.1 Deltagere

Jeg har valgt å jobbe med en gruppe elever på 10. trinn fordi PISA-undersøkelsene er rettet mot 15-åringer (OECD, 1999), som i Norge tilsvarer elever på 10. trinn. For å begrense dataomfanget har jeg valgt å arbeide med en gruppe elever tilsvarende én klasse. Elevene som deltok i dette prosjektet er alle hentet fra samme klasse i 10. trinn på samme skole. Klassen besto av nærmere 20 elever, men av ulike årsaker var det kun 13 av disse som deltok i den første runden og 17 i den andre. Det har blitt samlet inn skriftlige besvarelser fra alle elevene som ønsket å delta. Videre har jeg samlet en gruppe på seks elever fra denne klassen som sa seg villige til å uttale seg om sine opplevelser og erfaringer. Det ble valgt tre jenter og tre gutter, med skriftlig samtykke fra både seg selv og sine foreldre, som intervjuobjekter. Valget ble tatt forsøksvis tilfeldig med eneste kriterium at jeg ønsket lik fordeling av kjønn. Dette var fordi mitt fokus i dette prosjektet er rettet mot hvordan oppgavetekstens utforming påvirker hvordan *elever* behandler det algebraiske objektet, og jeg mener derfor at en overrepresentasjon av et av kjønnene ville ha vært uheldig i et såpass lite utvalg som skulle representere «elever» og ikke et av kjønnene. De samme seks elevene i denne gruppen har jeg intervjuet både individuelt (i runde 1) og i grupper på tre (i runde 2).

3.2 Datamaterialet

I dette avsnittet av metodekapittelet ønsker jeg å rette fokus mot mitt datamateriale i dette prosjektet. Datamaterialet består både av skriftlige elevbesvarelser og videoopptak fra intervjusituasjon med en gruppe på seks elever. Jeg hadde to møter med elevene. Ved begge anledningene arbeidet alle elevene med oppgaver. Flere metoder for datainnsamling, slik denne undersøkelsen baserer seg på, kalles datatriangulering (Robson, 2011). Ved å ha flere innsamlingsmetoder reduseres trusler for undersøkelsens validitet (Robson, 2011). Det er viktig at forskningsdesignet fremmer validitet. Intern validitet, slik flere innsamlingsmetoder fremmer, styrker studiens kredibilitet og er med på å opprettholde den kvalitative forskningens troverdighet (Guba, 1981).

3.2.1 Skriftlig besvarelse fra elever

Jeg har samlet inn alle de skriftlige besvarelsene av oppgavene jeg distribuerte til elevene. Felles for disse oppgavene var som nevnt den algebraiske strukturen presentert i ligning 1. Til tross for at oppgaveløsning i seg selv er en kunstig arena, er en situasjon der oppgaver skal besvares, en kjent situasjon for elever på 10. trinn. Det å drive forskning i en naturlig setting vil kunne ha fordeler for studiens validitet (Robson, 2011). I PISA brukes også skriftlige besvarelser av matematikkoppgaver som en stor del av datamaterialet (Kjærnsli og Olsen, 2013). Matematikkoppgavene er utviklet med hensyn på at de skal brukes til individuelt arbeid med oppgaveløsning. Fordi det er endringene i oppgaveteksten som tilhører oppgaven «Skritt» fra PISA-prosjektet som er utgangspunkt for oppgavene i mitt prosjekt, mener jeg det faller seg naturlig å forske videre i samme setting som den opprinnelige oppgaven er ment for.

Besvarelsene av oppgavene har hatt som formål å være med på gi meg en forståelse av hvordan endringene i oppgaveteksten har påvirket hvordan elevene behandlet det algebraiske objektet. De har også gitt meg en indikator på hvordan elevene kan ha tenkt, og har fungert som utgangspunkt for samtalene med de seks elevene i etterkant. Datamaterialet mitt fra denne delen av undersøkelsen er elevenes skriftlige besvarelser, og disse har blitt analysert i etterkant for å skaffe oversikt og oppdage sammenhenger.

3.2.2 Samtale med elevene

Ved hver av de to anledningene samtalte jeg med de seks tilfeldig utvalgte elevene etter at de hadde arbeidet med oppgavesettene. I første runde hadde jeg individuelle intervju, og ved neste runde hadde jeg to gruppeintervju med tre elever i hver gruppe. Fordi jeg utførte intervjuene alene, hadde jeg behov for å gjøre opptak slik at jeg kunne dokumentere det som foregikk mest mulig nøyaktig. Derfor ble alle intervjusituasjonene ved begge anledningene filmet. I utgangspunktet var det et lydopptak jeg var mest interessert i å få gjort, men valget falt på videoopptak slik at jeg kunne få med eventuelle gestikuleringer og lignende. Kameraet var plassert på et stativ og var rettet i en slik vinkel at kun oppgaveheftet, gestikulering og peking var synlig. Ansiktet til intervjuobjektene ble ikke filmet. Intervjuet foregikk på et lite rom uten forstyrrelser. I tillegg til at dette gjorde samtalene fokuserte og private, gav det også gode forhold for lydkvaliteten. Kvaliteten på lyden i videoopptakene var helt avgjørende for at jeg har kunnet gjennomføre en transkripsjon og analyse av materialet. Videoopptakene har blitt transkribert for å videre kunne analysere datamaterialet fra samtalene med elevene.

3.3 Første runde av undersøkelsen

I denne delen av kapittelet vil jeg presentere hvordan første runde av undersøkelsen foregikk og begrunne de valg som ble tatt.

3.3.1 Første runde med oppgaver til elevene

Den første gangen jeg var i kontakt med elevene i klassen fra 10. trinn, arbeidet de med oppgaven «Skritt» fra PISA-prosjektet. Oppgaven var hentet fra de frigitte oppgavene som er publisert på Institutt for lærerutdanning og skoleforskning sine nettsider (UiO, udatert). Jeg ønsket å presentere elevene for en oppgave fra PISA-prosjektet, fordi det finnes mye tilgjengelig bakgrunnsinformasjon om opphavet til selve oppgaveteksten og det foreligger analyser og resultater fra PISA som kan relateres til mitt arbeide. I tillegg er oppgavene i PISA-prosjektet konstruert med tanke på at de skal være tilpasset 15-åringer, noe som er fordelaktig for meg i min forskning på hvilken betydning oppgaveteksten har for behandling av det algebraiske objektet, fordi denne oppgavetekstens utforming skal være tilpasset 15-åringers tankesett og erfaring. «Skritt» er utarbeidet for en internasjonal målgruppe, separat fra norske læreplaner (Regjeringen, 2006). Forskjellen på oppgaveteksten i «Skritt» og oppgaver hentet fra lærebøker i matematikk er dermed at oppgaveteksten i «Skritt» ikke er tilpasset den matematikkundervisningen som forskningsdeltagerne har hatt i den norske skolen. På bakgrunn av Gerofsky (1996) og Lave (1992) teorier som viser at elever har et nært forhold til det matematiske språket som blant annet brukes i tekstoppgaver, er det interessant for meg å ta i bruk en oppgavetekst som antagelig skiller seg fra det elevene møter i matematikkundervisningen. Jeg valgte å bruke en oppgavetekst som var på elevenes hovedmål fordi jeg ønsket å bruke samme rammeverk som det PISA-prosjektet selv benytter seg av (OECD, 2009). Oppgaven ble besvart skriftlig.

3.3.2 Første runde med intervju

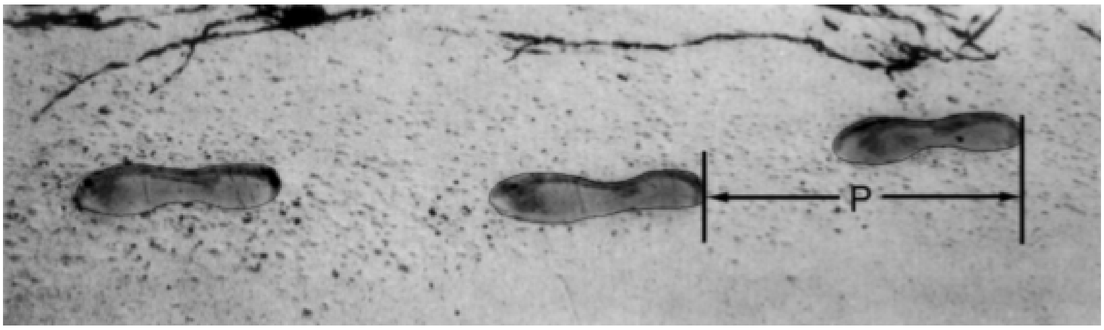
I etterkant av det individuelle arbeidet med «Skritt» fra PISA-prosjektet snakket jegmed hver av elevene individuelt. Disse samtalene dreide seg om deres opplevelse av møtet med oppgaven, og deres tanker om arbeidet med denne. Elevene fikk fortelle om sin opplevelse av møtet med «Skritt», og det ble fokusert på at elevene skulle få presentere sine synspunkter og strategier. Jeg brukte oppgaveteksten som et utgangspunkt for samtalen slik at elevene lettere kunne huske tilbake til hva de tenkte under arbeidet. En slik teknikk har Calderhead (1981) kalt for «stimulated recall».

Intervjuet hadde en løs struktur. Under samtalen med hver av elevene forsøkte jeg å finne gode overganger slik at nye spørsmål som kom opp umiddelbart kunne bli tatt tak i. Lengden intervjuet var satt til 10 minutter pr. elev.

3.3.3 Oppgaven i den første runden

«Skritt» var både med i undersøkelsen som ble gjennomført i 2000 (OECD, 2009) og i 2003 (Kjærnsli et al., 2004). En gjengivelse av oppgaveteksten er vist under i Figur 2.

SKRITT



Bildet viser fotavtrykkene til en mann som går. Skrittlengden *P* er avstanden mellom bakre kant av to påfølgende fotavtrykk.

For menn gir formelen $\frac{n}{P} = 140$ et tilnærmet forhold mellom *n* og *P*

hvor,

n = antall skritt pr. minutt, og

P = skrittlengde i meter.

Spørsmål 1: SKRITT *M124Q01- 0 1 2 9*

Hvis formelen gjelder for Haralds måte å gå på og Harald tar 70 skritt pr. minutt, hva blir Haralds skrittlengde? Vis hvordan du fant svaret.

Spørsmål 2: SKRITT *M124Q03- 00 11 21 22 23 24 31 99*

Bjarte vet at hans skrittlengde er 0,80 meter. Formelen gjelder for hans måte å gå på.

Regn ut hvor fort Bjarte går i meter pr. minutt og i kilometer pr. time. Vis utregningene dine.

Figur 2 Oppgaven "Skritt" hentet fra PISA-prosjektets frigitte oppgaver (UiO, udatert). I dette prosjektet omtalt som «skrittoppgaven» i runde 1

Figur 2 viser oppgaven som elevene arbeidet med i runde 1. Oppgaven handler om den daglige aktiviteten ved det å gå, og er plassert i kategorien «personlig kontekst» (OECD, 2013). Arbeid med denne oppgaven krevde for det meste en intramatematisk manipulasjon av det matematiske objektet som allerede var uttrykt i oppgaveteksten (OECD, 2013).

Spørsmål 1 dreide seg om å finne skrittlengden til en navngitt mann etter å ha fått oppgitt antall skritt han tar pr. minutt. For å få godkjent svar i PISA-prosjektet ble det forventet at elevene satte opp formelen, isolerte den ukjente og deretter oppga et svar i meter eller centimeter.

Spørsmål 2 dreide seg om å finne en manns gangfart, både i $^{m}/_{min}$ og $^{km}/_{t}$, ut fra hans oppgitte skrittlengde. Denne oppgaven krevde flere utregninger. For å få full score i PISA-prosjektet var det påkrevd å ha med en utregning som viste en verdi for n, altså antall skritt *Bjarte* tok pr. minutt. Videre var det forventet en utregning som viste antall meter gått pr. minutt. Sist, men ikke minst, var det forventet en omgjøring fra $^{m}/_{min}$ til $^{km}/_{t}$. Avrunding av svaret var godtatt, og benevning var ikke nødvendig å ha med så lenge tallsvaret var korrekt. Delvis korrekt svar ble godtatt av PISA hvis problemet var multiplikasjonen med skrittlengen for å finne antall $^{m}/_{min}$, hvis konverteringen mellom $^{m}/_{min}$ og $^{km}/_{t}$ var feil, hvis det var tydelig vist korrekt metode med små kalkulasjonsfeil eller hvis kun et av svarene var oppgitt. Det ble også gitt litt scorepoeng for besvarelser der det kun var utført den første delen av oppgaven, altså å finne antall steg denne mannen gikk pr. minutt. Høyeste score på denne oppgaven var 708 poeng, noe som plasserer oppgaven høyt på prestasjonsnivå 6 (Kjærnsli og Olsen, 2013).

3.4 Andre runde av undersøkelsen

I denne delen av kapittelet vil jeg presentere hvordan andre runde av undersøkelsen foregikk og begrunne de valg som ble tatt.

3.4.1 Andre runde med oppgaver til elevene

Ved denne anledningen arbeidet elevene med oppgaver som jeg selv hadde produsert etter både å ha snakket med elevene og sett hvordan de presterte i runde 1. Disse oppgavene var rettet mot å skaffe innsikt i hvordan oppgavetekstens utforming påvirker måten elevene behandler det algebraiske objektet gitt i ligning 1. Jeg hadde satt sammen tre ulike oppgavesett ut fra ti oppgaver. Oppgavene baserte seg på modifikasjoner av PISA-prosjektets «Skritt» fra første runde. Elevene som deltok, arbeidet individuelt med ett sett hver.

Informasjon om innholdet i disse oppgavene og fordelingen i de tre settene finnes henholdsvis i avsnitt 3.4.3 og i avsnitt 0. Til dette arbeidet fikk elevene 30 minutter. Oppgavene ble besvart skriftlig.

3.4.2 Andre runde med intervju

Som nevnt i avsnitt 3.4.1 hadde jeg i denne runden delt ut tre ulike oppgavesett. Med bakgrunn i dette valgte jeg å gjennomføre to gruppeintervju, med tre elever i hver gruppe, fordi jeg ønsket at elevene skulle få diskutere seg imellom om forskjellene i oppgavesettene og dele erfaringer om utfordringene de selv hadde møtt på i det individuelle arbeidet. Derfor gjorde jeg det slik at av de seks elevene fikk to og to av dem like sett med oppgaver slik at jeg fikk to grupper med tre elever som alle hadde arbeidet med forskjellig oppgavesett. På den måten ble alle de ti oppgavene representert i diskusjonen under de to gruppeintervjuene.

Under gruppeintervjuene var det jeg som ledet samtalen. Jeg brukte «stimulated recall» (Calderhead, 1981) også denne gangen ved å ta utgangspunkt i oppgavetekstene fra et ubesvart oppgavehefte der alle de ti oppgavene var samlet. På grunn av tidsbegrensninger varte hvert av gruppeintervjuene i underkant av et kvarter. Fordi videoopptaket av intervjuene er en del av mitt datamateriale, var det viktig for meg at elevene fikk tid til å uttrykke seg om sine opplevelser i løpet av denne tiden. Derfor var min intensjon at jeg forsøksvis lot være å stille ledende spørsmål (Robson, 2011), men styrte samtalen slik at alle de ti oppgavene ble brakt opp til diskusjon. Store deler av samtalen ble brukt til å diskutere oppgave 6. Dette var en ren omskrivning av oppgaveteksten til PISA-prosjektets «Skritt», og fikk naturligvis relativt stor plass i diskusjonen. Begge versjonene av oppgavene ble vist, og elevene fikk forklare og argumentere for forskjellene og likhetene de opplevde i møte med de to versjonene.

3.4.3 Oppgavene i den andre runden

«Skritt» viste seg i den første runden å være en svært utfordrende oppgave. De ti oppgavene jeg utarbeidet for å forsøksvis skaffe meg innsikt i hvilke komponenter av «Skritt» som hindret elevene i å få løst problemet er presentert videre i dette avsnittet. Alle oppgavene fra undersøkelsen er vedlagt i vedlegg 1.

3.4.3.1 Oppgave 1-5

Oppgave 1-5 var oppgaver som testet elevenes regneteknikk for å finne en ukjent teller eller nevner. Oppgave 1-3 handlet om å finne en ukjent X eller Y, mens oppgave 4-5 handlet om å finne en ukjent m eller T. Disse oppgavene var uten kontekst, og var ment å skaffe direkte innsikt i hvilke løsningsstrategier elevene velger i møte med et algebraisk uttrykk der den ukjente står oppstilt i en brøk. Figur 3 viser to eksempler på oppgaver uten kontekst som ble gitt til elevene i denne runden.

Oppgave 1

$$\frac{X}{Y} = 2$$

Finn verdien av X når Y=6

Oppgave 4

$$\frac{m}{T} = 180$$

Finn verdien av T når m=90

Figur 3 To eksempler på oppgaver uten kontekst hentet fra oppgavesamlingen som elevene arbeidet med i runde 2

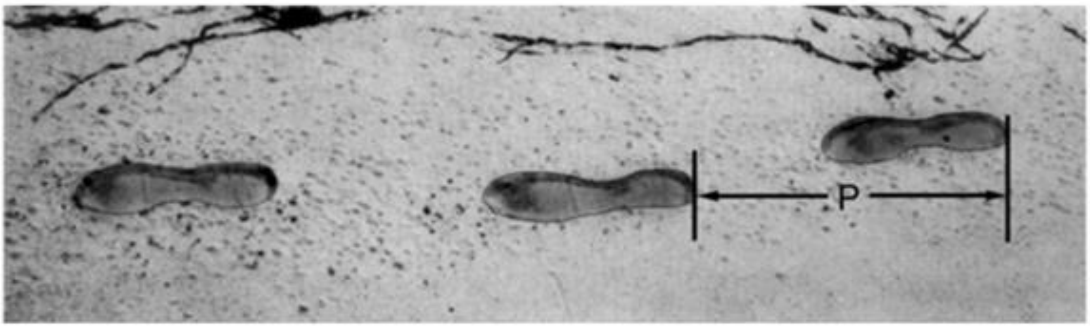
Figur 3 viser både et eksempel på en oppgave som inneholdt variablene X og Y (oppgave 1) og et eksempel med variablene m og T (oppgave 4). Som det fremkommer av Figur 3 var det brukt minimalt med tekst i disse oppgavene. Det meste av teksten var skrevet med symbolspråk med unntak av de få ordene med naturlig språk som var med på å kommunisere målet for oppgaven.

X og Y er et sett av variabler som ofte opptrer i matematikkoppgaver. Under intervjuene etter den første runden ble det sagt av eleven at noen av de trivdes best med oppgaver der X og Y var variabler, altså ikke n og P slik der var i «Skritt». Derfor valgte jeg å bruke to forskjellige variabelsett i disse oppgavene uten kontekst. Disse oppgavene var derfor også ment å kunne gi meg en indikasjon på om navnene på variablene var til hinder for elevene i arbeid med å finne en løsning på problemet.

3.4.3.2 Oppgave 6

Oppgave 6 var en ren omskrivning av PISA-prosjektets «Skritt», omtalt i avsnitt 3.3.1 og gjengitt i Figur 2. Bildet i Figur 2 som viste fotavtrykkene og avstanden *P* ble beholdt i den nye versjonen, og oppgaveteksten inneholdt den informasjonen som var nødvendig for å løse PISA-prosjektets «Skritt», men jeg hadde gjort flere endringer. Endringene var både strukturelle og litterære. Fullstendig gjengivelse av min redigerte versjon av «Skritt» er gjengitt under i Figur 4.

Oppgave 6



Bildet over viser fotavtrykkene til en mann som går. Avstanden P viser steglengden til mannen.

Formelen under viser forholdet mellom antall steg pr. minutt og steglengden:

$$\frac{n}{P} = 140$$

n står for antall steg pr. minutt

P står for steglengden oppgitt i meter

Bruk formelen til å svare på spørsmålene nedenfor

Spørsmål 1: Arne tar 70 steg pr minutt. Hva blir steglengden til Arne?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Spørsmål 2: Bjarne vet at steglengden hans er 0,8 meter. Hvor mange steg tar Bjarne pr. minutt?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Figur 4 Den redigerte versjonen av PISA-prosjektets "Skritt". I dette prosjektet omtalt som «skrittoppgaven» i runde 2.

Figur 4 viser nøyaktig hvordan «skrittoppgaven» elevene ble presentert for i runde 2 så ut. Sammenlignet med PISA-prosjektets «Skritt» (Figur 2) kan det spores flere endringer. På bakgrunn av de individuelle samtalene jeg hadde med de seks elevene om PISA-prosjektets «skrittoppgave» ble det fjernet setninger som omhandlet eventualiteter og informasjon om formelens gyldighet. Informasjonen om at formelen gjelder for menn ble oppfattet av elevene som unyttig informasjon, og jeg øynet muligheten til å fjerne denne fordi de ikke får prøvd seg på å løse et problem der tilfellet er at formelen ikke gjelder. Overflødig informasjon og for mye fokus på selve fortellingen i oppgaveteksten kan virke som er distraksjon for elevene når de skal trekke ut relevant informasjon (Gerofsky, 1996). I tillegg til dette satte jeg formelen på en linje for seg selv og fjernet teksten som opprinnelig sto rundt. Dette ble gjort også gjort med hensyn på det elevene fortalte under de individuelle samtalene i runde 1 om at dette var et forstyrrende element. Til sist la jeg til en instruerende setning som forklarte formelens rolle: «Bruk formelen til å svare på spørsmålene nedenfor». Denne siste setningen er en slik setning som, ifølge Gerofsky (1996), kommuniserer flere hint til elevene. Blant annet anmoder denne setningen elevene til å ha tro på at oppgaven er løsbar med den informasjonen som er gitt i teksten.

Slik Figur 4 viser hadde jeg i spørsmål 1 fjernet en setning om gyldigheten av formelen i den konkrete situasjonen, men beholdt informasjonen som blir gitt om antall skritt pr. min. Jeg valgte å dele opp teksten i tre setninger, ikke to slik den opprinnelige oppgaven hadde, i et forsøk på å strukturere informasjonen for elevene. I den første setningen ble det gitt informasjon om antall skritt pr. min. Deretter fulgte et spørsmål om å finne steglengden. Videre valgte jeg å beholde setningen som ber eleven vise fremgangsmåte slik den sto i den opprinnelige oppgaven, men jeg la til et linjeskift slik at denne setningen ble plassert under spørsmålet i oppgaven. Endringen ble gjort i et forsøk på å skape en mer virkelighetsnær setting uten å endre ordstilling eller bøyninger av verb. Jeg fjernet den første delsetningen som handlet om gyldighet fordi jeg oppfattet den som en setning som gav inntrykk av at situasjonen var fiktiv, noe som kan være med på å distrahere elevene i arbeid med å trekke ut informasjonen teksten gir (Gerofsky, 1996). Endringen som har blitt gjort ellers er tegnsetting, der komma er byttet ut med punktum for å skille spørsmålet fra setningen som gir informasjonsopplysninger, og linjeskiftet som skiller selve oppgaven fra invitasjonen om å vise fremgangsmåte. Alle endringene ble gjort på bakgrunn av uttalelsene elevene kom med under intervjurunden etter arbeidet med PISA-prosjektets oppgave.

Spørsmål 2 i den nye «Skrittoppgaven» skilte seg vesentlig fra versjonen fra PISA-prosjektet. Jeg valgte å fjerne spørsmålet i oppgaven der det ble spurt om å finne en gangfart ut fra oppgitt skrittlengde og erstatte det med et spørsmål om å finne antall skritt pr. min ut fra den oppgitte skrittlengden. Som det fremkommer ved sammenligning, var dette opprinnelig en deloperasjon i spørsmål 2 fra PISA sin «skrittoppgaven». Denne deloperasjonen ble valgt som hovedspørsmål i den andre runden, fordi jeg ønsket at hovedfokuset skulle være å finne den ukjente i ligningen. Spørsmål 1 og 2 utfylte da hverandre med å spørre etter henholdsvis en ukjent nevner og teller. Det viste seg fra den første runden at svært få hadde utført deloperasjonen der den ukjente telleren skulle bli funnet korrekt, og det var dermed interessant å se nærmere på hvilke faktorer ga elevene vanskeligheter med å behandle det algebraiske objektet slik at de kunne finne verdien av telleren.

Selve teksten i det nye spørsmål 2 var redigert på samme måte som det nye spørsmål 1. Jeg fjernet setningen som informerte om at formelen gjelder for tilfellet som ble beskrevet i spørsmål 2. På grunn av den instruerende setningen jeg hadde lagt inn i teksten over, oppfattet jeg det som overflødig informasjon for elevene da det med denne instruerende setningen allerede hadde blitt kommunisert at oppgaven var løsbar uten annet enn informasjonen som var gitt i oppgaveteksten (Gerofsky, 1996). Jeg beholdt ordstillingen fra den opprinnelige «skrittoppgaven» i setningen der informasjonen om skrittlengden blir gitt, men isolerte denne med et punktum. Deretter fulgte et spørsmål om å finne antall skritt som blir gått pr. minutt.

3.4.3.3 Oppgave 7-9

Oppgave 7-9 var oppgaver der elevene ble bedt om å finne en ukjent i forholdet mellom strekning, fart og tid. Dette var, i likhet med PISA sine oppgaver, også tekstoppgaver. Fordi det viser seg, ifølge Reed (1987), at elever sliter med å oppdage strukturelle likheter mellom tekstoppgaver som er situert i ulikt miljø, ønsket jeg å ha med flere typer tekstoppgaver for å kunne studere hvilke komponenter av oppgaveteksten som har betydning for elevenes tilnærming til oppgaven. Jeg ønsket å ha med tekstoppgaver med strekning, fart og tid fordi elevene antagelig hadde arbeidet med lignende situasjoner i matematikken tidligere, og antok dermed at formelen som var oppgitt og dens variabler kunne være kjent for mange av elevene. Jeg håpet med dette at elever som har en prinsippdreven tilnærming (Kieran, 1992), kunne få vist sin styrke i arbeidet med oppgaver som vekket minner fra tidligere erfaring. På den måten var de to typene tekstoppgaver, «skrittoppgaven» og oppgavene med strekning, fart og tid, ment å kunne synliggjøre forskjeller i elevenes tilnærming til teksten. Oppgave 7-9 fra runde 2 er gjengitt nedenfor i Figur 5.

Formelen under viser sammenhengen mellom strekning (S), fart (V) og tid (t):

$$\frac{S}{t} = V$$

Oppgave 7

En bil kjører i 60 km/t. Hvor lang tid vil det ta for denne bilen å kjøre 90 km?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Oppgave 8

En biltur på 140 km varte i 2 timer. Hva var gjennomsnittshastigheten på denne turen?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Oppgave 9

En bil kjørte i konstant fart på 60 km/t i et kvarter. Hvor mange kilometer kjørte bilen på denne tiden?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Figur 5 Eksempel på en oppgaver fra runde 2 som omhandlet forholdet mellom strekning, fart og tid

Som Figur 5 viser ble oppgavene som omhandlet forholdet mellom strekning, fart og tid innledet med en gjennomgang av formelen som representerer det matematiske forholdet. Videre fulgte en oppgave der det ble beskrevet en situasjon og stilt et spørsmål som skulle besvares. Også i disse oppgavene forsøkte jeg å imøtekomme elevens behov ved å ha korte setninger, linjeskift og utelukke unødvendig informasjon. Slik det fremkommer av Figur 5 var oppgave 7 tilsiktet å finne en ukjent nevner (t), og oppgave 8 og 9 var ute etter de to andre variablene V og S som inngår i formelen.

3.4.3.4 Oppgave 10

I den siste oppgaven av de ti, var verken formel eller variabler oppgitt. Elevene måtte selv dermed bruke informasjonen i oppgaveteksten til å finne ut av den matematiske sammenhengen mellom tallene som var oppgitt. Oppgaven dreide seg om å finne pris pr. kg for noen epler som var kjøpt. Videre i dette prosjektet vil derfor denne oppgaven bli referert til som «epleoppgaven». Oppgaveteksten til «epleoppgaven» er gjengitt i Figur 6 nedenfor.

Oppgave 10

Du har kjøpt 0,6 kg med epler for 20 kr.

Hvor mye kostet eplene pr kg?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Figur 6 Oppgaveteksten til "Epleoppgaven" fra runde 2

Figur 6 viser oppgaveteksten til «epleoppgaven». Denne oppgaven skilte seg ut fra de andre oppgavene i runde 2 både fordi det algebraiske objektet ikke var presentert med symbolspråk, og fordi det var den eneste oppgaven som var situert i det miljøet som beskrives i Figur 6. Min intensjon bak valget av miljø og situasjon for oppgaven var å unngå kjennemerker og kontekster, slik at muligheten for at elever med en prinsippdreven tilnærming til problemløsning (Kieran, 1992) skulle komme til å plassere oppgaven inn i feilaktige kjente systemer ble redusert. Den algebraiske strukturen som blir beskrevet i forholdet mellom pris, vekt og kilopris tilsvarer strukturen i formelen fra «skrittoppgaven» og oppgavene med strekning, fart og tid.

Selv om utfordringen ved å konstruere det algebraiske objektet ikke opprinnelig inngikk i PISA-prosjektets «skrittoppgave» ønsket jeg likevel å inkludere «epleoppgaven» i oppgavesettet i runde 2 av flere grunner. Jeg ønsket blant annet å legge frem et alternativ til de andre tekstoppgavene som allerede delte mye av den samme litterære strukturen. Et annet poeng var å bruke denne oppgaven som en indikator på om elevene gjenkjente den algebraiske strukturen som de ble bedt om å bruke i de andre oppgavene. Ved å se om de anvendte den algebraiske strukturen i ligning 1 uten å spesifikt bli bedt om å gjøre det i oppgaveteksten, eller om de valgte andre strategier i forsøk på å løse problemet, var tanken å kunne si noe om elevenes evne til å gjenkjenne samsvarende matematiske strukturer situert i ulikt miljø.

Fordi jeg i dette prosjektet ser på hvordan oppgavetekstens utforming påvirker hvordan elevene behandler det algebraiske objektet, så jeg det som svært lønnsomt å inkludere «epleoppgaven». «Epleoppgaven» angriper min problemstilling fra en annen vinkel ved at det algebraiske objektet ikke eksplisitt er uttrykt med symbolspråk. Kieran (1992) har påpekt at elever på ungdomstrinnet viser seg å ha store vanskeligheter med å sette opp ligninger som representerer informasjonen som blir gitt i tekstoppgaver. Jeg forventet dermed at elevene skulle finne det utfordrende å oversette det naturlige språket i oppgaveteksten til symbolspråk, for å kunne synliggjøre og behandle det algebraiske objektet i «epleoppgaven». Besvarelsene fra denne oppgaven kunne dermed være med på å skaffe innsikt i hvilke utfordringer elevene møtte i arbeidet med å finne en løsning på oppgaven når det algebraiske objektet ikke var eksplisitt presisert i oppgaveteksten. Samtidig har jeg valgt å la «skrittoppgaven» fra PISA-prosjektet være utgangspunkt for min empiriske undersøkelse, og siden «epleoppgaven» angriper min problemstilling fra en annen vinkel valgte jeg å tone ned fokuset på dette ved å redusere omfanget av distribusjonen av oppgaven til en tredjedel av elevene.

3.4.3.5 Fordeling av oppgavene

Som nevnt tidligere i avsnitt 3.2.1.2 ble disse ti oppgavene fordelt på tre oppgavesett som ble utdelt til elevene. Tabellen under viser hvordan oppgavene ble fordelt på hvert av de tre oppgavesettene.

Tabell 1 Fordeling av oppgaver på de tre oppgavesettene som ble gitt til elevene

Sett 1	Sett 2	Sett 3
Oppgave 6	Oppgave 6	Oppgave 6
Oppgave 1	Oppgave 2	Oppgave 3
Oppgave 5	Oppgave 4	Oppgave 10
Oppgave 7	Oppgave 8	Oppgave 9

Som det fremkommer av Tabell 1 inneholdt alle oppgavesettene oppgave 6, den nye omskrivningen av oppgaveteksten i «Skritt». Deretter ble oppgave 1-3 fordelt utover på ulike sett. Videre valgte jeg å ha oppgave 4 og 5 plassert slik at eleven møtte samme utfordring som i oppgave 1-3. Tanken bak dette var å synliggjøre betydningen av navnet på variablene. Oppgave 10 ble plassert på det gjenværende settet. Deretter fordelte jeg oppgavene slik at alle settene inneholdt èn oppgave med strekning, fart og tid (oppgave 7-9). Fordi oppgave 6 testet både det å kunne finne en ukjent teller og en ukjent nevner fikk alle elevene prøve seg på minst én oppgave med ukjent teller og minst én oppgave med ukjent nevner.

3.5 Analysemetode

Postholm (2010) beskriver datainnsamling og dataanalyse som gjentatte dynamiske prosesser. Analysen av datamaterialet mitt har bestått av flere slike prosesser. I denne delen av kapittelet ønsker jeg å redegjøre for forløpet av analysen. Det kvalitative datamaterialet fra de to rundene med feltarbeid har blitt bearbeidet og redusert til en oversiktlig mengde av informasjon ved transkripsjoner, kategorisering, systematisering osv. Jeg har valgt å gjennomføre en deskriptiv analyse med koding og kategorisering (Nilssen, 2012). Deskriptive analyser innebærer prosesser der materialet blir plukket fra hverandre, analysert og satt sammen igjen til en helhet. I løpet av denne prosessen blir datamaterialet både strukturert, redusert og gjort oversiktlig (Postholm, 2010).

Fordi analysen begynner allerede under innsamlingsprosessen med de første data som samles inn (Postholm, 2005), var det viktig for meg å raskt skaffe en oversikt over datamaterialet jeg hadde. Den første runden startet med at elevene arbeidet med oppgaver. Direkte etter at denne økten var avsluttet satte jeg i gang med å se gjennom besvarelsene og forsøke å skaffe meg et overblikk over elevenes tilnærmingsmetoder og metoder for å behandle det algebraiske objektet. Dette ble gjort før intervjuene for å kunne ha mulighetene til å lede samtalen inn på områder jeg fant interessante i det skriftlige materialet. I etterkant av gjennomføringen av runde 1, ble det satt i gang med en mer omfattende prosess der jeg forsøkte å gjengi hver av besvarelsene med ord. Beskrivelsene av løsningene ble systematisert og forsøksvis kategorisert etter gjentagende mønstre i måten det algebraiske objektet ble behandlet. De seks intervjuene ble analysert ved bruk av videoopptaket som var blitt gjort. Det ble skrevet et sammendrag fra hvert av intervjuene. Informasjon om utfordringene ved «skrittoppgaven» fra de seks sammendragene ble samlet og systematisert slik at dette, sammen med analysen av oppgavebesvarelsene og det teoretiske rammeverket, kunne være med på å forme oppgavene i runde 2.

Samme strategi ble valgt under gjennomføringen av runde 2. Mellom oppgavearbeidet og intervjurunden ble det skaffet en rask oversikt over besvarelsene slik at jeg fikk mulighet til å lede samtalen inn på temaer som virket interessante ved første øyekast i det skriftlige materialet. Etter gjennomføringen av runde 2 satte jeg i gang med videre analyse. Dette ble gjort på samme måte som for besvarelsene fra runde 1. Gruppeintervjuene ble analysert basert på transkripsjonen av videoopptaket som ble gjort av de to intervjusituasjonene. Det ble skrevet et sammendrag fra hvert av intervjuene. Intervjuobjektene ble nummerert og utsagnene ble gruppert etter denne nummereringen for å synliggjøre enkeltelevers synspunkter.

Metoden jeg brukte for å analysere elevbesvarelsene er beskrevet av Postholm (2005) som såkalt åpen koding, der hensikten blant annet er å oppdage mønster i datamaterialet. På den måten fikk jeg samlet, gruppert og kategorisert ulike typer behandlingsmetoder og dermed sortert datamaterialet mitt til mindre enheter. Analysen av datamaterialet er en prosess som skaffer oversikt over dataene og gir mening til datainnholdet (Postholm, 2005). Etter å ha redusert materialet til kvantifiserbare enheter hadde jeg god oversikt. For å videre kunne tillegge mening til innholdet utførte jeg deretter en aksial koding (Postholm, 2005). I denne prosessen så jeg på sammenhenger mellom kategoriene og forsøkte å danne meg et bilde av bakenforliggende årsaker til funnene mine basert på et teoretisk rammeverk og analysen fra runde 1. Videre brukte jeg en selektiv koding (Postholm, 2005) til å utvikle modeller ut fra mitt materiale som kunne besvare min problemstilling i dette prosjektet.

Med de skriftlige besvarelsene ønsket jeg å ta i bruk for å finne ut hvordan elevene forholdt seg til og brukte informasjonen som ble gitt i oppgavetekstene i oppgavene de arbeidet med. For min del var det viktig at kategoriseringen av oppgavene ble konstruert på en slik måte at det ikke ga overlapp mellom kategoriene, og at hver enkelt besvarelse dermed kunne knyttes til én kategori. Kategoriene jeg tilslutt valgte å bruke for å kategorisere de skriftlige besvarelsene var: «riktig forbindelse mellom variabel og verdi», «feil forbindelse mellom variabel og verdi», «ignorert formel» og «ikke besvart». Alle besvarelser av alle oppgavene ble kategorisert innenfor en av disse fire kategoriene. Nedenfor i Tabell 2 er en oversikt over hva som kjennetegner hver av de fire kategoriene.

Tabell 2 Oversikt over innholdet i de fire kategoriene som beskriver hvordan elevene forholdt seg til det algebraiske objektet i de ulike oppgavetekstene

KATEGORI	**BESKRIVELSE AV INNHOLD**
Riktig forbindelse mellom variabel og verdi	- Alle besvarelser der det ble vist korrekt innsetting av verdier i formelen. - Alle besvarelser der det ble stilt opp et uttrykk for den ukjente i ligningen der den ukjente var navngitt korrekt.
Feil forbindelse mellom variabel og verdi	- Alle besvarelser der det ble vist feil i innsettingen av verdier i formelen. - Alle besvarelser der det ble stilt opp et uttrykk for den ukjente der den ukjente var navngitt feil.
Ignorert formel	- Alle besvarelser som ble besvart uten å vise tegn til å ha brukt den algebraiske strukturen $\frac{a}{b} = c$. - Alle besvarelser der det ble vist tegn til å ha brukt andre matematiske sammenhenger enn de som var beskrevet i oppgaveteksten.
Ikke besvart	- Alle besvarelser uten innhold

I Tabell 2 synliggjøres hvilke kriterier som skal til for at en besvarelse av en enkeltoppgave skal kunne klassifiseres innenfor hver av de fire kategoriene. Etter å ha sortert alle besvarelsene i disse fire kategoriene ble det også utført en klassifisering av de besvarelsene der det ble funnet tegn til videre arbeid med å finne den ukjente variabelen. Jeg forsøkte å kategorisere disse besvarelsene etter de syv strategiene fra Kierans (1992) teori om hvilke strategier elever bruker i arbeid med å finne en ukjent. Disse er gjengitt i avsnitt 2.3.3 i teoridelen. Fullstendig oversikt over denne klassifiseringen av besvarelsene innenfor de ulike strategiene finnes i vedlegg 2.

3.6 Undersøkelsens validitet

Det er viktig at forskningsdesignet fremmer validitet (Guba, 1981). Jeg har gjort flere valg i utviklingen av designet av prosjektet mitt som påvirker studiens validitet. Jeg har arbeidet med et kvalitativt forskningsdesign. Dermed er det fire kriterier som bør være oppfylt for at studien skal kunne fremstå som troverdig og pålitelig: intern validitet, ekstern validitet, reliabilitet og objektivitet (Guba, 1981). Den interne validiteten er forsøksvis ivaretatt blant annet ved at jeg i dette prosjektet har forsket i en forholdsvis naturalistisk situasjon og tilstrebet minimal inngripen. Dette begrunner jeg med at til tross for at oppgaveløsning i seg selv er en kunstig arena, er en situasjon der oppgaver skal besvares en kjent situasjon for elever på 10. trinn. Robson (2011) fremhever at det å drive forskning i en naturlig setting vil kunne ha fordeler for studiens validitet. Jeg har også tatt i bruk flere metoder for datainnsamling, såkalt datatriangulering (Robson, 2011). Disse er begge faktorer som styrker studiens indre validitet og er med på å gi studien kredibilitet (Guba, 1981).

Den eksterne validiteten er forsøkt ivaretatt i denne studien ved at jeg har nøye beskrevet feltarbeidet og metodene for analyse av datamaterialet. Jeg har beskrevet deltagerne, situasjonen det er forsket i, og valgene som er gjort basert på teoretisk kunnskap. Robson (2011) skriver at den eksterne validiteten ofte ikke er så relevant å holde på et svært høyt nivå for kvalitative småskalastudier, slik som i dette tilfellet. Dette er på grunn av at en ekstern validitet fører med seg en overførbarhet (Guba, 1981), noe som er vanskelig å få gjennom en slik småskala studie som jeg har utført, på grunn av mangelen på generaliserbarhet og et representativt utvalg (Robson, 2011). Det at jeg likevel har vært opptatt av å beskrive miljøet, deltagerne, situasjoner og valg som er tatt i forskningsarbeidet er med på å styrke den eksterne validiteten, og da også utfallet av studien sin overførbarhet til andre forskningsarbeid.

Studier som har resultater som er lett å reprodusere har høy reliabilitet. Reliabiliteten i mitt prosjekt er forsøkt ivaretatt ved å beskrive prosesser, metoder og forløp gjennom hele arbeidet. På den måten har jeg synliggjort mitt arbeid og dermed skal det være mulig å gjennomføre undersøkelsen på nytt. Problemet er at dette er en småskala kvalitativ studie, noe som fører med seg redusert generaliserbarhet (Robson, 2011), så om andre forskere ved en senere anledning ville fått de samme resultatene som jeg har fått, er vanskelig å si. Objektiviteten i studien er ivaretatt ved at jeg forsøksvis har forholdt meg nøytral og fordomsfri i samtalene med deltagerne. Jeg har forsøkt å holde meg unna ledende spørsmål slik at svarerne deltagerne har gitt meg er fortrinnsvis basert på deltagernes oppfatninger, og ikke mine egne.

3.7 Etiske betraktninger

Hovedtyngden av datamaterialet ligger i denne undersøkelsen på de anonyme skriftlige besvarelsene og videoopptaket av intervjuene. Når det registreres videoopptak i forbindelse med et slikt forskningsprosjektet, skal dette meldes inn til Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste, NSD (NSD, udatert). Dette prosjektet har blitt meldt inn til NSD. I tråd med deres retningslinjer har det blitt sendt ut et skriv med informasjon om prosjektet sammen med et samtykkeskjema til de aktuelle forskningsdeltagerne ved skolen. Fordi elevene på 10. trinn ikke er myndige, er det ikke bare elevene, men også deres foresatte som skriftlig har samtykket i deltagelsen. Det har blitt opplyst om at deltagelse i studien er frivillig og at elevene når som helst kan velge å trekke seg.

Av hensyn til personvern er både skolen og alle forskningsdeltagerne anonymisert. På den måten forblir forskningsdeltagerne anonyme. Elevbesvarelsene har blitt nummerert for organiseringens skyld. Transkripsjonen av videoopptakene av de enkelte intervjuene har ikke blitt koblet sammen med noen av elevbesvarelsene. Under intervjusituasjonene var kameraet vinklet slik at ansiktet til intervjuobjektene ikke ble filmet.

4 Analyse

I denne delen av oppgaven vil jeg presentere og analysere resultatene fra undersøkelsen jeg har gjennomført med elever fra en klasse på 10. trinn for å besvare min problemstilling:

Hvordan påvirker oppgavetekstens utforming hvordan elever på 10. trinn behandler et gitt algebraisk objekt?

Jeg kommer til å presentere flere funn som er gjort, og analysere disse i lys av det teoretiske rammeverket jeg tidligere har presentert i oppgaven.

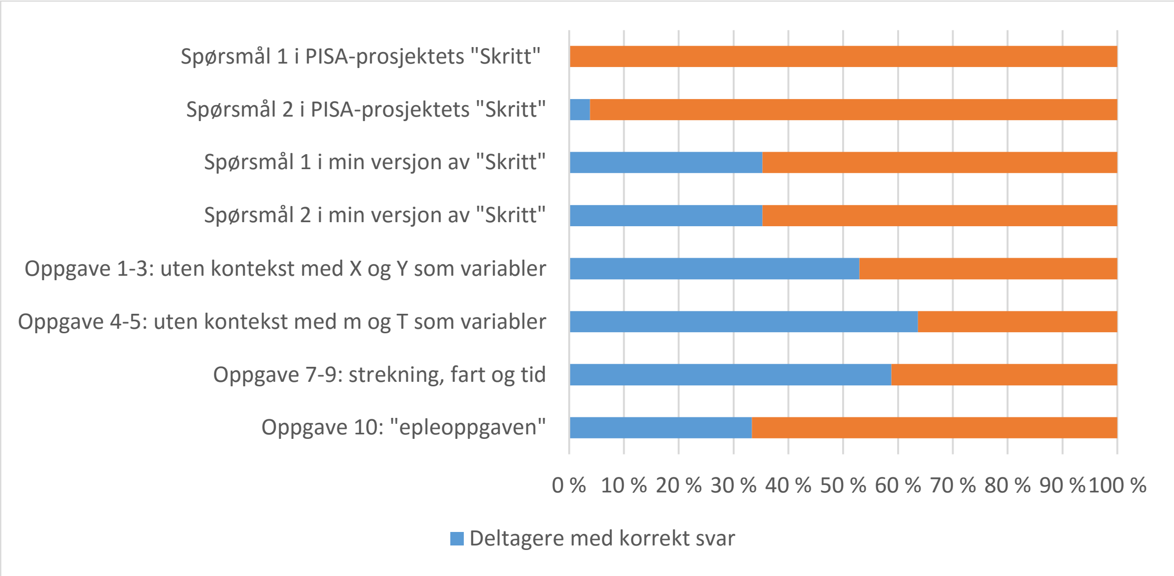
Først av alt i dette kapittelet ønsker jeg å presentere en oversikt over elevenes suksessrate i arbeid med oppgavene. Deretter følger en grundig gjennomgang av de respektive oppgavene der jeg analyserer interessante funn som er gjort i datamaterialet mitt. Analysen av «skrittoppgaven» vil være av betydelig større omfang enn analysen av hver av de resterende oppgavene. Dette mener jeg faller seg naturlig ettersom det er PISA-prosjektets «Skritt» som det i dette prosjektet er tatt utgangspunkt i. Intervjuene vil også bli diskutert i forbindelse med de to versjonene av «skrittoppgaven». Resultatet av hver av oppgavene som elevene arbeidet med vil bli presentert i form av et sektordiagram som viser fordelingen av besvarelsene innenfor de fire kategoriene jeg har konstruert (Tabell 2): «riktig forbindelse mellom variabel og verdi» (blå sektor), «feil forbindelse mellom variabel og verdi» (oransje sektor), «ignorert formel» (lilla sektor) og «ikke besvart» (gul sektor). Strategiene elevene valgte på den enkelte oppgave blir omtalt i analysen, og fullstendig oversikt finnes i vedlegg 2. Hva de ulike kategoriene omfatter er beskrevet i metodekapittelet under avsnitt 3.5.

Jeg har valgt å dele opp analysen etter de ulike oppgavene som elevene arbeidet med. Jeg kommer til å starte med en grundig analyse og presentasjon av resultatet fra skrittoppgaven, både PISA-prosjektets versjon (avsnitt 4.2.1) og den redigerte versjonen jeg selv har laget, oppgave 6 (avsnitt 4.2.2). Jeg har valgt å dele opp analysen av begge disse oppgavene i spørsmål 1 og spørsmål 2. Selv om det i begge spørsmålene handler om manipulasjon på det samme algebraiske objektet, så har spørsmålene naturligvis en unik formulering og det er også ulike regnetekniske ferdigheter som testes. Videre, i avsnitt 4.3, kommer presentasjon av resultater og analysen av oppgavene der den algebraiske utfordringen ble gitt uten kontekst, oppgave 1-5 i runde 2. Oppgavene uten kontekst besto av en ligning som var strukturelt identisk med formelen i skrittoppgaven, men variablene var byttet ut med X og Y eller m og T. Deretter kommer oppgave 7-9 fra runde 2 som omhandlet den antatt kjente situasjonen med strekning, fart og tid (avsnitt 4.4). Disse tekstoppgavene baserte seg også på et algebraisk objekt som var strukturelt identisk med formelen i skrittoppgaven. Den siste oppgaven som analyseres er oppgave 10, «epleoppgaven» (avsnitt 4.5). Dette var en tekstoppgave situert i et annet miljø enn de foregående oppgavene. Oppgaven dreide seg om å strukturere informasjonen som ble gitt, og forme et algebraisk objekt, og bruke dette til å finne pris pr/kg for noen epler som var blitt kjøpt. For å være i stand til å finne en løsning av «epleoppgaven» måtte elevene behandle informasjonen i oppgaveteksten og forbinde elementene ved å bruke sin kjennskap til den algebraiske strukturen. Tilslutt, i avsnitt 0, følger en del der jeg diskuterer noen gjentagende strategier og problemer som fremkom av elevbesvarelsene, og diskuterer betydningen av disse.

4.1 Oversikt over elevenes suksessrate i arbeid med oppgavene

Det første jeg ønsker å presentere av resultater er en oversikt over elevens suksessrate i arbeid med oppgavene som ble gitt. Dette er en delmengde innenfor kategorien «riktig forbindelse mellom variabel og verdi», beskrevet i Tabell 2. Suksess er her definert ved besvarelser der det er presentert korrekt løsning av oppgaven, altså korrekt verdi av den ukjente variabelen. Suksessraten i seg selv har ikke så stor betydning for mitt prosjekt, men jeg ønsker likevel å synliggjøre disse resultatene av flere grunner. Blant annet fordi lav suksessrate kan synliggjøre hvilke oppgaver elevene kan ha hatt størst utfordringer med, og motsatt. Et annet argument er at det skaper en oversikt for leseren over generelle trender, og omfanget av problemene som diskuteres senere i analysen. Presentasjonen gir meg også en mulighet til å kunne henvise tilbake til denne oversikten slik at analysen fremstår mer helhetlig.

Fordi det var ulikt antall elever i runde 1 og runde 2, og fordi ikke alle elevene i runde 2 arbeidet med samme oppgavesammensetning, har jeg måttet ta hensyn til dette i min grafiske fremstilling. Valget falt på å vise andelen elever, av de som arbeidet med de ulike oppgavene, som lykkes med arbeidet i form av korrekt svar på hver enkelt oppgave, altså suksessraten. Figur 7 viser en oversikt over elevenes suksessrate i arbeid med «Skritt» fra PISA-prosjektet, den redigerte og omformulerte versjonen av «Skritt», oppgavene uten kontekst med ulike variabelkombinasjoner, oppgavene med strekning, fart og tid, og tekstoppgaven situert i et annet miljø, «epleoppgaven».



Figur 7 Elevenes suksessrate i arbeid med oppgavene

Figur 7 viser et liggende stolpediagram der hver av stolpene representerer hver av oppgavekategoriene som blir omtalt i dette prosjektet. Andelen av hver stolpe som er farget blå indikerer andelen elever som leverte besvarelser der verdien av den ukjente var funnet i de respektive oppgavene. Av Figur 7 kommer det frem at det var relativt vanskelig for elevene å presentere en akseptabel løsning av problemet i «skrittoppgaven», spesielt i PISA-prosjektets, men også min egen versjon. Jeg brukte PISA sine egne retningslinjer for hva som ble godkjent som akseptabel løsning for dette problemet. Disse retningslinjene er gjengitt i avsnitt 3.3.3. Figur 7 viser at suksessraten på PISA-prosjektets versjon av «skrittoppgaven» er ekstremt lav. Ingen elever leverte en godkjent løsning på spørsmål 1, og det var kun én elev som leverte en løsning på spørsmål 2 som var innenfor det som krediteres i PISA-prosjektet. Dette var den delløsningen som ikke besvarte selve spørsmål 2 av «Skritt», men som, etter endringene jeg gjorde med «skrittoppgaven» i runde 2, kvalifiserte som en fullverdig løsning av spørsmål 2 i runde 2. Essensen av problemet i spørsmål 1 var den samme ved begge rundene av undersøkelsen. Med denne innsikten, fremkommer det da tydelig av Figur 7 at det var vesentlig flere av elevene som mestret å finne akseptable løsninger av problemene i «skrittoppgaven» i runde 2 enn det var i runde 1. På de andre oppgavene, med unntak av «epleoppgaven», var suksessraten vesentlig høyere enn for «skrittoppgavene». Suksessraten på «epleoppgaven» var omtrent tilsvarende suksessraten på skrittoppgaven i runde 2. For at løsningene av disse oppgavene skulle bli kreditert krevdes det at eleven fant en gyldig verdi av den ukjente variabelen. Korrekt variabelnavn måtte kobles sammen med korrekt verdi, og besvarelsen måtte også inneholde en henvisning til at verdien av den ukjente tilsvarte løsningen av oppgaven.

4.2 Skrittoppgaven

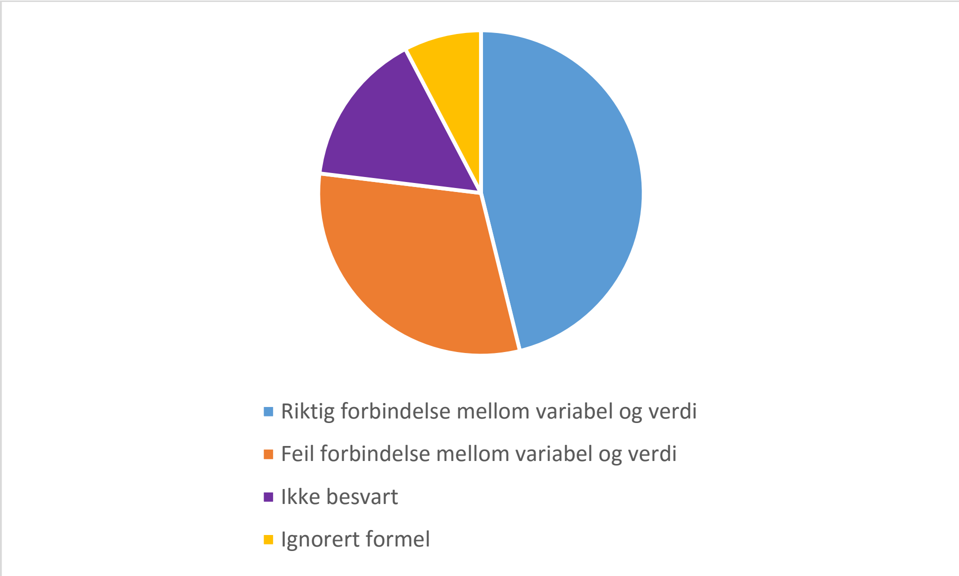
I denne delen av oppgaven ønsker jeg å presentere, analysere og diskutere interessante funn som er gjort i den delen av datamaterialet mitt som angår «skrittoppgaven». Med «skrittoppgaven» mener jeg både PISA-prosjektets oppgave «Skritt» som elevene arbeidet med i runde 1 og min omskrivning av denne oppgaven som elevene arbeidet med i runde 2. Jeg har valgt å dele opp analysen av denne i flere deler. Jeg ønsker å analysere dataene fra runde 1 og 2 hver for seg før jeg senere under avsnitt 0, som omhandler gjentagende funn, kommer inn på interessante momenter som angår oppgaven i begge rundene.

4.2.1 Skrittoppgaven i runde 1

Innholdet i «skrittoppgaven» i runde 1 er omtalt under i metodekapittelet under avsnitt 3.3.3. Denne trekomponent-oppbygningen som beskrives i dette avsnittet, med situasjon, nødvendig informasjon for å løse problemet og et avsluttende spørsmål, er noe av det Gerofsky (1996) problematiserer fordi strukturen i en slik trekomponent-oppbygning er tilpasset matematiske algoritmer og ikke gjenspeiler en naturlig måte å fortelle på. PISA-prosjektets «skrittoppgave» inneholder også en eventualitet i spørsmål 1 der det innledes med at: «Hvis formelen gjelder for….». Denne formuleringen tydeliggjør at situasjonen er løsrevet fra tid og rom (Gerofsky, 1996). Spørsmål 2 inneholder ikke eventualiteter, men inneholder til gjengjeld en setning som presiserer formelens gyldighet i situasjonen.

4.2.1.1 Spørsmål 1 runde 1

Hvordan elevene forholdt seg til informasjonen i oppgaveteksten og brukte denne til å løse spørsmål 1 er fremstilt grafisk i Figur 8 under.



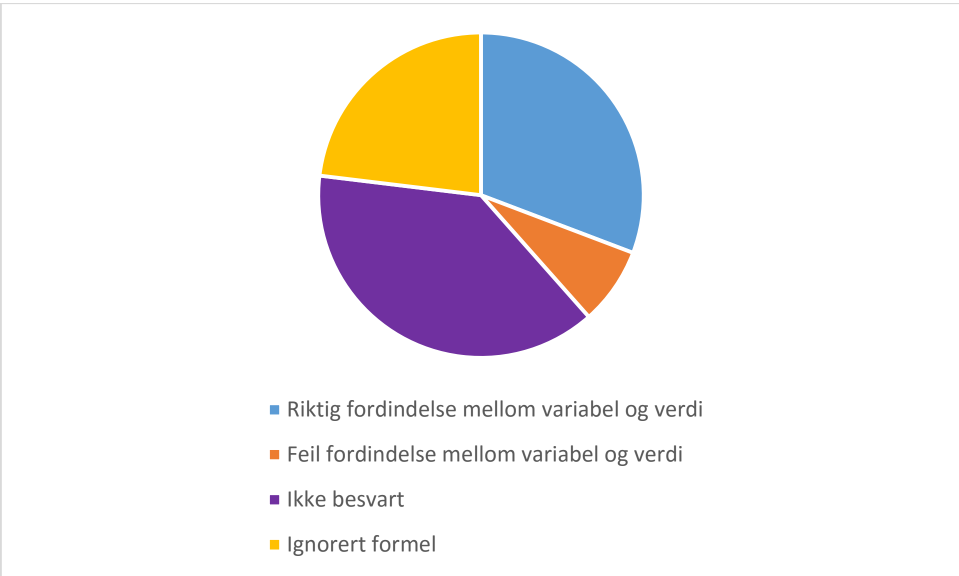
Figur 8 Resultat av elevenes arbeid med spørsmål 1 i PISA-prosjektets "Skritt"

Figur 8 viser resultatet, sett i forhold til min problemstilling i dette prosjektet, av elevenes arbeid med spørsmål 1 i runde 1. I besvarelsene har jeg sett etter elevenes evne til å tolke og bruke informasjonen som gis i oppgaveteksten. De fire sektorene tilsvarer andelen besvarelser innenfor de fire kategoriene jeg har definert i avsnitt 3.5 for å beskrive ulike tilnærminger og måter elevene forholdt seg til informasjonen som blir gitt. Av Figur 8, og den blå sektoren, fremkommer det at nesten halvparten av elevene koblet riktig variabel til verdien som var oppgitt i teksten, mens omtrent en tredjedel av elevene satte verdien inn for feil variabel (oransje). En mindre andel elever (lilla) leverte en blank besvarelse på denne oppgaven. Betydningen av blanke besvarelser blir omtalt i avsnitt 4.6.4 senere i analysekapittelet. Den minste sektoren (gul) viser andelen besvarelser der eleven tilsynelatende har oversett formelen som sto oppgitt i teksten og konstruert nye ikke-eksisterende sammenhenger.

Av elevene som viste en riktig forbindelse mellom verdiene som var oppgitt i oppgaveteksten og variablene i formelen, var det svært få som klarte å finne korrekt løsning på problemet. I halvparten av disse besvarelsene var det ikke vist noe tegn til videre behandling av det algebraiske objektet. Den resterende halvparten hadde brukt ulike strategier for å finne den ukjente i ligningen, og det ble i hovedsak tatt i bruk de to formelle strategiene til Kieran (1992). En av elevene som hadde brukt strategien «bytte side – bytte tegn» utførte dette korrekt, men presenterte ikke denne løsningen som løsningen av problemet i oppgaven. En annen, den eneste av elevene som forsøkte seg på strategien «utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet» kom heller ikke frem til en akseptabel løsning. For å finne den ukjente utførte flere av elevene uhensiktsmessige operasjoner i de formelle strategiene hvorav ingen av disse kvalifiserte som korrekt behandling av det algebraiske objektet. Blant annet ble det utført multiplikasjon med den ukjente p og dividert med feil divisor. Den sistnevnte av de to operasjonene, dividert med feil divisor, ble også oppdaget i besvarelsene der det ikke ble vist riktig forbindelse mellom verdiene og variablene. Denne feilen i behandlingen av det algebraiske objektet ble observert i nærmere en tredjedel av alle besvarelsene av denne oppgaven og blir diskutert og eksemplifisert i avsnitt 4.6.2.

4.2.1.2 Spørsmål 2 runde 1

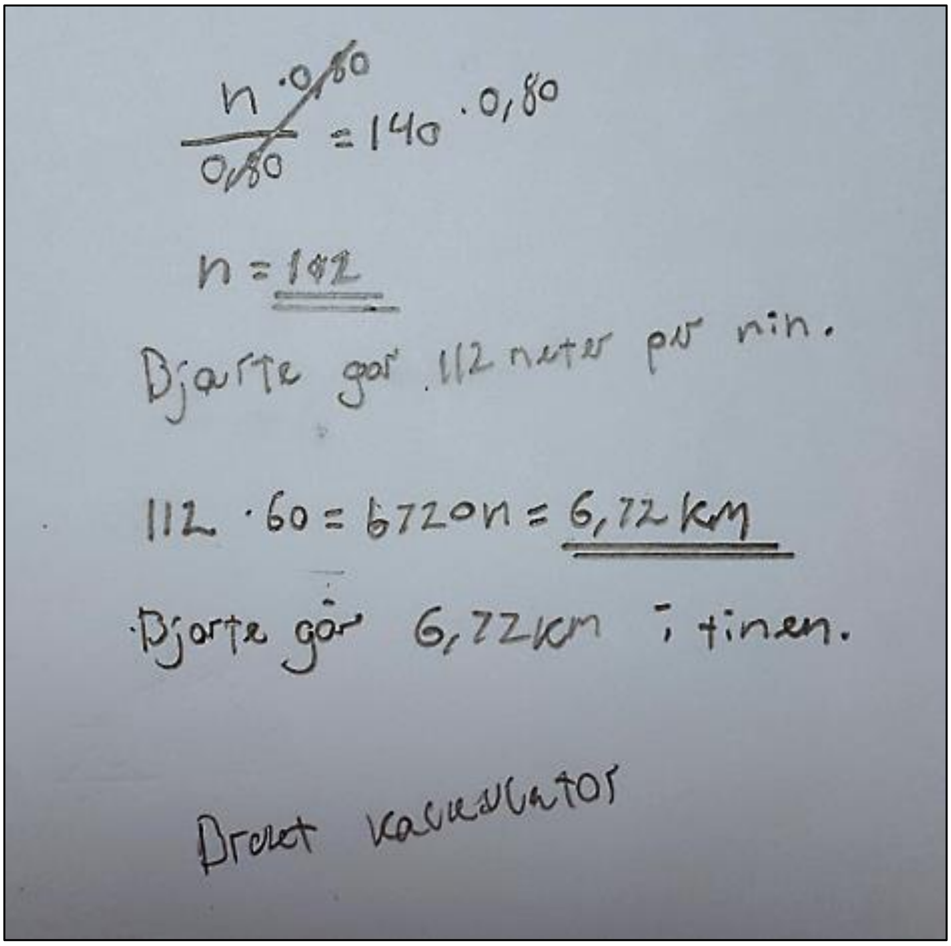
Hvordan elevene forholdt seg til informasjonen som ble gitt i spørsmål 2 av PISA-prosjektets «Skritt», og brukte denne til å løse problemet er fremstilt grafisk i Figur 9 under.



Figur 9 Resultat av elevenes arbeid med spørsmål 2 i PISA-prosjektets "Skritt"

Figur 9 viser fordelingen innenfor de fire kategoriene jeg har definert for å beskrive hvordan elevene oppfatter og bruker informasjonen som blir gitt om det algebraiske objektet i spørsmål 2 i runde 1. Som Figur 9 viser med den største av sektorene (lilla), var det en relativt stor andel elever som leverte blankt på denne spørsmålet. Som nevnt i forbindelse med spørsmål 1 i avsnitt 4.2.1.1 blir blanke besvarelser diskutert videre i avsnitt 4.6.4 senere i analysekapittelet. Den nest største sektoren (blå) representerer besvarelser der det ble vist riktig forbindelse mellom informasjon i teksten og den oppgitte formelen. Videre i størrelse følger så sektoren som representerer besvarelser der eleven tilsynelatende har oversett formelen (gul). I denne gruppen av besvarelser viser det seg et gjentagende mønster ved at elevene har en oppfatning av at lengden av et minutt er vesentlig for å løse oppgaven. Denne misoppfatningen ble observert i besvarelsene av begge spørsmålene i «skrittoppgaven», både i runde 1 og 2, og blir diskutert omfattende i avsnitt 4.6.5 senere i analysedelen. Den minste av sektorene (oransje) representerer andelen besvarelser der eleven forvekslet variablene i formelen. Sammenlignet med Figur 8, som viser resultatet fra spørsmål 1 i denne runden, var det en nedgang i både andelen besvarelser med korrekt oppsett av formelen og andelen besvarelser med feil i oppsett av formelen. Andelen elever som ignorerte formelen var betraktelig større på spørsmål 2 enn for spørsmål 1 denne runden.

Av elevene som viste en riktig forbindelse mellom verdien som var oppgitt og variablene i formelen viste det seg, i likhet med besvarelsene fra spørsmål 1, at svært få kom frem til en løsning på problemet i spørsmål 2. I denne gruppen av besvarelser ble det brukt svært ulike strategier for å finne den ukjente. Det var kun én av elevene som lot være å bearbeide den korrekt oppstilte ligningen. En elev trakk inn den ugyldige sammenhengen med lengden av et minutt, og satte inn 60 som verdi av den ukjente variabelen, noe som kan minne om Kierans (1992) strategi «bruk av konkrete tall». En annen forsøkte seg på strategien «prøve-og-feile» (Kieran, 1992), uten hell. Ut i fra besvarelsen tolker jeg det som at eleven har forsøkt å sette inn et tall som kan passe inn som verdi for den ukjente n, og viser ingen tegn til å innse at innsetting av denne verdien ikke gir likhet på begge sider av likhetstegnet. Som det fremkommer av Figur 7, som viser en oversikt over elevenes suksessrate, var det en liten prosentandel av elevene som hadde fått uttelling for arbeidet sitt etter PISA-prosjektets retningslinjer på spørsmål 2 denne runden. Denne lille prosentandelen tilsvarte én elevbesvarelse der det ble funnet en delløsning av spørsmålet. Denne delløsningen krevde behandling av det algebraiske objektet for å finne den ukjente telleren, og eleven valgte å bruke strategien «utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet» (Kieran, 1992). Besvarelsen er gjengitt i Figur 10 under.



Figur 10 Eksempelbesvarelse av spørsmål 2 i runde 1

Figur 10 viser besvarelsen der det ble brukt strategien «utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet» (Kieran, 1992) for å finne verdien av den ukjente telleren n. Eleven viser tydelig at det multipliseres med 0,80 på begge sider av likhetstegnet for å videre kunne isolere n på venstre side og verdien av n på høyre side. Eleven presiserer tydelig sine tanker om hva denne verdien tilsvarer ved å skrive: «Bjarte går 112 meter pr min». Denne konklusjonen er ikke korrekt, verdien av n tilsvarer som kjent fra oppgaveteksten, antall steg per minutt. Denne misoppfatningen gjør videre arbeid med å finne svar på spørsmål 2 svært problematisk for eleven. Resultatet som er presentert etter en multiplikasjon av n med 60 (antagelig antall minutter i en time) er ikke korrekt. Til tross for den tydelige misoppfatningen som fremkommer av setningen, har jeg likevel valgt å godkjenne denne besvarelsen som delløsningen PISA-prosjektet beskriver (OECD, 2009) som er gjengitt i avsnitt 3.3.3. Jamfør dette eksempelet, viste det seg også i dette spørsmålet at elevene som tok i bruk formelle strategier for å finne en løsning av problemet lengst i arbeidet med å finne verdien av den ukjente.

4.2.1.3 Samtale med elevene om «skrittoppgaven» i runde 1

Under intervjuene kom det frem at flere av elevene syntes at PISA-prosjektets «skrittoppgave» var formulert vanskelig. Komponenter som ble trukket frem var blant annet at oppgaven inneholdt for mye tekst, informasjonen som skulle brukes for å løse oppgaven var ikke tydelig presentert, formuleringene gjorde det vanskelig å forstå hva spørsmålene spurte etter og det var vanskelig å skille ut hvilken informasjon som var uvesentlig for selve problemløsningen. En av elevene påpekte spesielt at setningen fra spørsmål 1, den som ble innledet med «Hvis formelen gjelder for…», var vanskelig å forstå. Eleven forsto ikke hensikten med å stille spørsmål ved hvorvidt formelen som var presentert i oppgaveteksten var gyldig for situasjonen som ble beskrevet. Samme elev påpekte også at informasjonen som ble gitt i spørsmål 2 om gyldigheten av formelen gjorde eleven usikker på sitt eget arbeid. Eleven forklarte at h*n bare hadde sett bort fra opplysningen og håpet at løsningen var korrekt. Tre av de andre elevene påpekte også at informasjonen om gyldighetene og eventualiteter i spørsmålene gjorde det vanskelig å forstå hva oppgaven spurte etter. For meg gir dette et signal om at elevene ikke forstår situasjonen som er beskrevet i oppgaven som en reell situasjon, men som en tekst som er strukturert som å avdekke et algoritmisk mønster. Dette er i tråd med Gerofskys (1996) teori om tekstoppgavenes betydning og hensikt i matematikkundervisningen. Gerofsky (1996) problematiserer hvordan fortellermåten i tekstoppgaver som brukes i matematikkundervisningen har formuleringer som isolerer historien fra virkelighetens tid og rom, og at den litterære strukturen gjenspeiler den algoritmiske oversettelsen og ikke en naturlig fortellermåte.

Hovedproblemet for elevene, ifølge elevgruppen jeg intervjuet, med PISA-prosjektets «skrittoppgave» var formelen som var oppgitt i oppgaveteksten. Fem av de seks elevene fortalte at de var usikre på hvordan de skulle bruke formelen som var gitt i oppgaveteksten. Både dens algebraiske struktur, hvordan den var presentert, og informasjonen som ble gitt om den, viste seg å være utfordrende for elevene. I den algebraiske strukturen påpekte elevene spesielt brøkstreken som utfordrende. To av de seks elevene kommenterte spesielt at de var usikre på hvordan ligninger som inneholdt brøk skulle behandles. Under intervjuene kom det også frem at det var vanskelig å forstå formelen når den sto plassert midt i en setning. Chapman (1993) omtaler denne utfordringen med å kommunisere og forstå tekst som er skrevet som en blanding av naturlig språk og symbolspråk, men slik Meyer (2016) skriver, er det lite forsking som gir noe innsikt i hvilken påvirkning språket det kommuniseres på har for forståelsen av det matematiske innholdet. Akkurat for denne elevgruppen, representert av elevene jeg intervjuet, virket det som om sammenblandingen av naturlig språk og symbolspråk bød på utfordringer for dem når det gjaldt å forstå det matematiske innholdet.

Elevene jeg snakket med syntes også at det var utfordrende å løse problemet i «skrittoppgaven» når de ikke på forhånd visste hvilket tema i matematikken det dreide seg om. Hvis de hadde fått presentert tematikken på forhånd mente disse elevene at de hadde vært var mer forberedt på hvordan oppgavene skulle løses. Flere av elevene påpekte at de var vant til å få presentert tematikken for matematikkprøver enten som kapitler i læreboka eller som pensumoversikt ved de større prøvene. Gjennomgangen av besvarelsene viste at en stor andel av elevene feiltolket oppgaveteksten, leverte blankt eller overså formelen som var oppgitt. For meg virker det som om Kierans (1992) tilnærmingsstrategier kan brukes til å forklare begge disse tilfellene. Fordi tematikken ikke var presentert på forhånd, ble elevene utfordret i sitt valg av metode for å løse problemene. Elevene som brukte en prinsippdreven tilnærming til oppgaven (Kieran, 1992) kan ha vært mer tilbøyelige til å anta at oppgaven tilhørte en feilaktig sjanger som de hadde kjennskap til, og plasserte den dermed inn i tilhørende, men feilaktig, algoritmisk struktur. Elever som bruker denne tilnærmingsstrategien kan også ha oppfattet det som om de ikke hadde nok kjennskap til sjangeren til å kunne plassere løsningen av oppgaven inn i en algoritmisk struktur, og har dermed levert blankt. Ved den andre tilnærmingen, som beskrives av Kieran (1992), angripes teksten frase for frase og ligningen konstrueres ut fra informasjonen som oppgis. Fordi det algebraiske objektet som skulle manipuleres allerede var oppgitt i PISA-prosjektets «skrittoppgave», kan elever som er vant til at tekstoppgaver løses ved å oversette informasjonen til symbolspråk for deretter å bearbeide uttrykket, ha blitt forvirret og dermed misforstått hensikten med formelen eller levert blankt. Andre elever med denne tilnærmingen kan ha sett det som påkrevd å konstruere en ny ligning for å løse oppgaven.

Jeg kan ikke vite om noe av dette som er beskrevet i slutten av avsnittet ovenfor har vært tilfelle for elevene det gjelder, men av besvarelsene, intervjuene og det teoretiske rammeverket har jeg vist at det er en realistisk mulighet for at Kierans (1992) tilnærmingsstrategier kan ha slått uheldig ut for enkelte elever som ikke har fått med seg all informasjonen i oppgaveteksten. Antagelig har disse elevene funnet «skrittoppgaven» vanskelig formulert, slik jeg nevnte innledningsvis. Komponenter som ble trukket frem under intervjuene var blant annet at oppgaven inneholdt for mye tekst, informasjonen som skulle brukes for å løse oppgaven var ikke tydelig presentert, formuleringene gjorde det vanskelig å forstå hva spørsmålene i «skrittoppgaven» spurte etter og det var vanskelig å skille ut hvilken informasjon som var uvesentlig for selve problemløsningen. Disse komponentene kan helt klart ha hatt betydning for at tilnærmingsstrategiene (Kieran, 1992) for store deler av elevgruppen, ikke ledet frem til en anvendbar metode for å løse problemet.

4.2.2 Skrittoppgaven i runde 2

«Skrittoppgaven» i runde 2 var en omarbeidet versjon av «Skritt» fra PISA-prosjektet. Denne versjonen hadde jeg selv laget etter gjennomgangen av resultatene fra runde 1. Valgene som ble tatt i denne prosessen og hvilket teoretisk grunnlag jeg hadde for å gjøre disse er nøye begrunnet i avsnitt 3.4.3.2 i metodekapittelet.

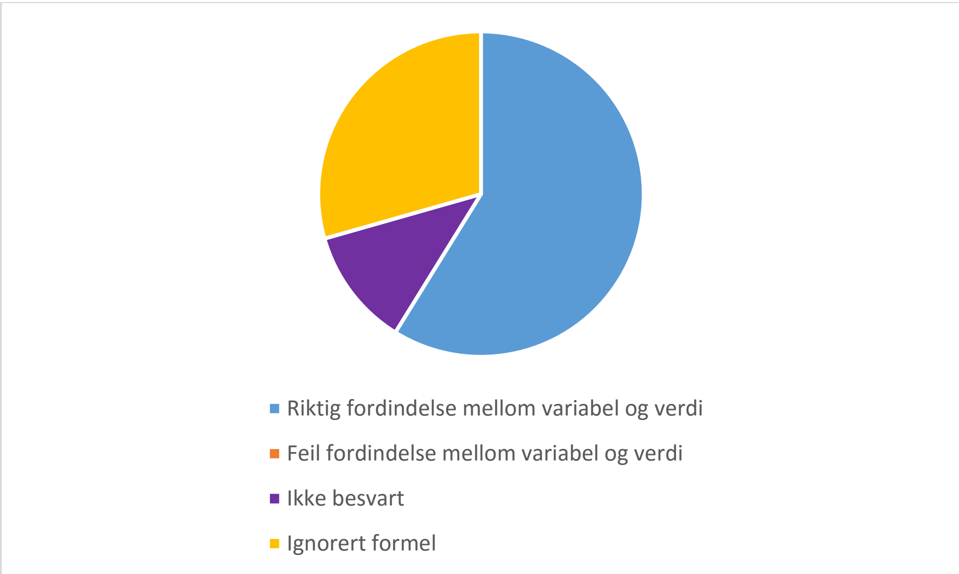
Dette er i grove trekk endringene som ble gjort med «skrittoppgaven» etter runde 1:

- Strekene som skilte spørsmålene fra teksten ble fjernet
- Formelen ble satt på en linje for seg selv
- Symbolspråket i setningene som forklarte variablenes betydning ble erstattet med naturlig språk
- Setninger som inneholdt informasjon og gyldighet og eventualiteter ble fjernet
- Det ble lagt til en instruerende setning (Gerofsky, 1996)
- Lengre setninger ble delt opp i mindre setninger
- Navnene på personene i oppgaveteksten ble byttet ut fra Harald og Bjarte til henholdsvis Arne og Bjarne av opphavsrettslige årsaker
- Selve problemet i spørsmål 2 ble redusert til å finne verdien av den ukjente telleren n

Den største forskjellen er endringen som ble gjort i spørsmål 2 der jeg har endret på hva oppgaven spør etter. Jeg valgte i denne runden å tydeliggjøre den delen av PISA-prosjekts spørsmål 2 som det ikke eksplisitt ble spurt etter i den opprinnelige oppgaven (Figur 2), men som var påkrevd som delløsning for å kunne løse selve problemet. Slik jeg i avsnitt 4.2.1.2 og Figur 10 viste at det var en elev i runde 1 som fikk til. Delen av spørsmål 2 som krevde videre bearbeiding og konvertering mellom enheter var altså fjernet i runde 2. Slik «skrittoppgaven fremstår i runde 2 utfyller de to spørsmålene i hverandre ved å henholdsvis spørre etter å finne en nevner (spørsmål 1) og å finne en teller (spørsmål 2).

4.2.2.1 Spørsmål 1 runde 2

Fordelingen av besvarelsene innenfor de fire kategoriene jeg har definert for å beskrive hvordan elevene oppfatter og bruker informasjonen som blir gitt om det algebraiske objektet i oppgaveteksten til spørsmål 1 i runde 2 er vist i Figur 11 under.

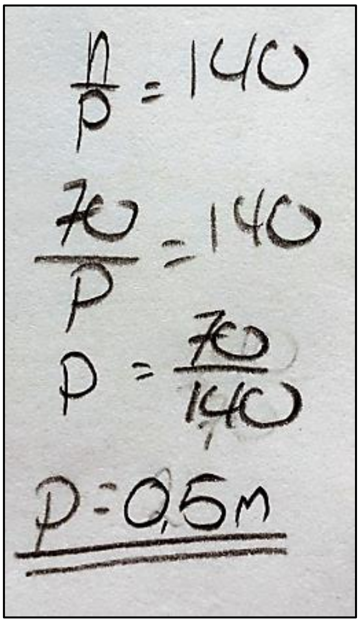


Figur 11 Resultat av elevenes arbeid med spørsmål 1 av "skrittoppgaven" i runde 2

Figur 11 viser resultatet av spørsmål 1 i «skrittoppgaven» som jeg hadde laget på bakgrunn informasjonen jeg fikk i runde 1. Det fremkommer av den blå sektoren at en betydelig andel av elevene (tilnærmet 60 %) i denne runden hadde klart å koble informasjonen i teksten med den gitte variabelen, og ingen elever hadde gjort dette feil (oransje). Dette samsvarte svært godt med min intensjon da jeg redigerte oppgaveteksten. Noe som derimot ikke var min intensjon var at andelen elever som ignorerte formelen (gul) og konstruerte egne forhold skulle vise seg å øke betraktelig sammenlignet med resultatene fra spørsmål 1 i runde 1 (Figur 8 i avsnitt 4.2.1.1), en økning fra 8 % til hele 29 %. Samtlige av disse besvarelsene i runde 2 viser tegn til at eleven oppfattet det som at lengden av ett minutt var vesentlig for å løse oppgaven, og dette fenomenet blir, som nevnt tidligere, diskutert senere i analysen i avsnitt 4.6.5. Den lilla sektoren representerer andelen besvarelser der eleven leverte blankt. Blanke besvarelser blir også diskutert senere i analysen i avsnitt 4.6.4.

Av Figur 7 fra avsnitt 4.1, som viser en oversikt over elevenes suksessrate, fremkommer det at omtrent en tredjedel av elevene leverte besvarelser med godkjent løsning av problemet i spørsmål 1 runde 2. Disse besvarelsene befinner seg i sektoren «Riktig forbindelse mellom variabel og verdi» i Figur 11. Slik det fremkommer ved sammenligning av størrelsen på sektoren i Figur 11 og andelen i Figur 7, inngår det også besvarelser der det ikke er funnet en korrekt løsning av problemet i denne sektoren. Ved en granskning av besvarelsene i denne gruppen ble det ikke funnet noen besvarelser der eleven lot være å bearbeide den korrekt oppstilte ligningen i arbeid med problemet i dette spørsmålet. Besvarelsene innenfor denne gruppen kunne i all hovedsak kategoriseres etter Kierans (1992) sju strategier med unntak av én besvarelse der det kun var presentert en korrekt verdi som løsning på oppgaven, ingen mellomregninger eller tegn til fremgangsmåte.

I de resterende besvarelsene var det en klar overvekt av elever som hadde brukt strategien «bytte side – bytte tegn» (Kieran, 1992). Kun to besvarelser falt utenfor denne kategorien. Av disse var det en som ble kategorisert under «utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet» og den andre falt inn under strategien «tilsløring» med innslag fra «prøve-og-feile» (Kieran, 1992). Den sistnevnte besvarelsen, altså den som inneholdt komponenter fra to strategier, viste tegn til å høre til «tilsløring» ved at ligningen var plukket fra hverandre og satt sammen på nytt samtidig som det tilsynelatende var brukt strategien «prøve-og-feile» ved at verdien for den ukjente dukket opp uten å bli funnet ved regning. En eksempelbesvarelse der eleven viser tegn til Kierans (1992) strategi «bytte side – bytte tegn» er vist nedenfor i Figur 12.

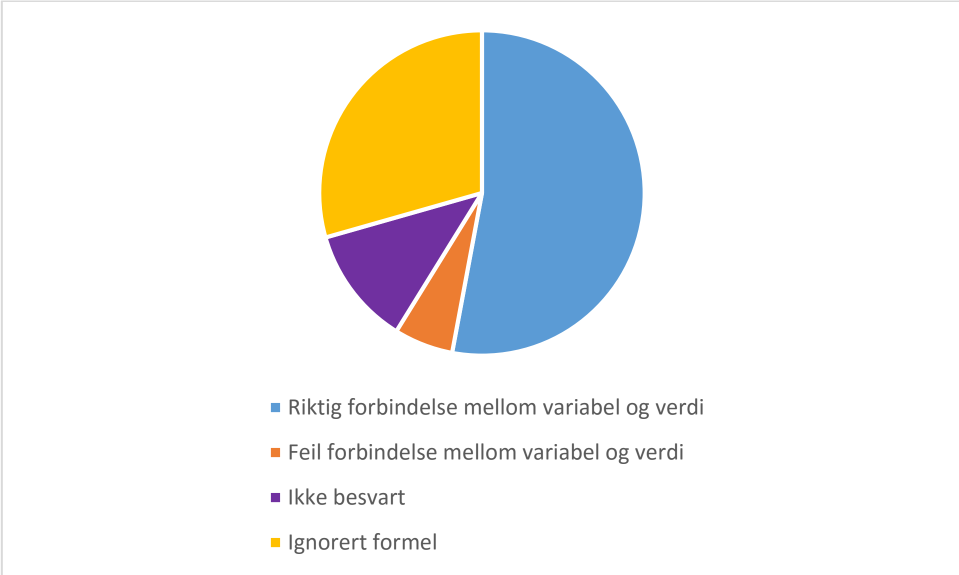


Figur 12 Eksempelbesvarelse på "skrittoppgaven" spørsmål 1 runde 2

Figur 12 viser en eksempelbesvarelse av «skrittoppgavens» spørsmål 1 i runde 2 der jeg har tolket det som at eleven har brukt strategien «bytte side – bytte tegn». Det fremkommer tydelig at eleven isolerer den ukjente P ved å stokke om på den opprinnelige ligningen. Fordi det er en nevner som skal isoleres inngår det flere operasjoner i et slikt bytte av side og tegn, men Figur 12 fremkommer bare det endelige resultatet der 140 er blitt plassert som nevneren i et forhold der 70 er telleren. Denne metoden for å isolere og finne verdien av den ukjente var som nevnt den hyppigst observerte strategien i besvarelsene av denne spørsmål 1 i denne runden.

4.2.2.2 Spørsmål 2 runde 2

Fordelingen av besvarelsene innenfor de fire kategoriene jeg har definert for å beskrive hvordan elevene oppfatter og bruker informasjonen som blir gitt om det algebraiske objektet i oppgaveteksten til spørsmål 2 i min versjon av PISA-prosjektets «skrittoppgave» er vist i Figur 13 under.

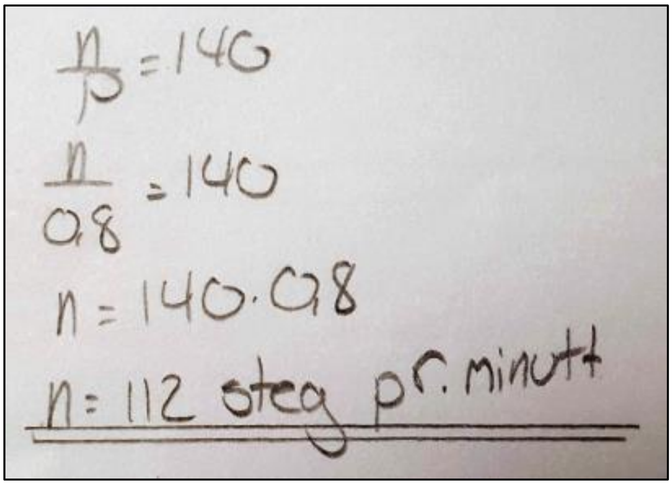


Figur 13 Resultat av elevenes arbeide med spørsmål 2 av "skrittoppgaven" i runde 2

Som det fremkommer av Figur 13 og dens oransje sektor, var det en liten andel av elevene som feilkoblet variablene med informasjonen i oppgaveteksten på spørsmål 2 i denne runden. Den blå sektoren, som representerer besvarelser der dette ble gjort riktig, viser at det var over halvparten av elevene som viste at de mestret dette. Sammenlignet med resultatene fra runde 1, omtalt i avsnitt 4.2.1.2, viser dette en kraftig økning i andelen besvarelser innenfor den blå sektoren. Dette er helt i tråd med min intensjon bak produksjonen av den nye «skrittoppgaven» elevene arbeidet med i runde 2. Det er derimot ikke omfanget av den gule sektoren som representerer andelen besvarelser der eleven tilsynelatende overser forholdet som er oppgitt i oppgaveteksten. Denne grupperingen av besvarelser gjør seg altså gjeldene også i resultatene fra spørsmål 2 i runde 2. Fordi besvarelsene er anonyme har jeg ikke kunnet koble sammen en enkelt elevs besvarelse fra de to rundene for å se hvilke strategier elevene som havnet i denne gruppen i runde 2 brukte i arbeidet med dette spørsmålet i runde 1. Fordi den lilla sektoren er vesentlig mindre i Figur 13 enn i Figur 9, viser det seg altså en reduksjon i andelen blanke besvarelser i runde 2 sammenlignet med runde 1. Det kan være rimelig å anta at en del av elevene som feiltolket informasjonen og ignorerte formelen (gul sektor) i runde 2 kan ha levert blankt (lilla) på dette spørsmålet den første runden. Begge de sistnevnte kategoriene blir som kjent omtalt nærmere henholdsvis i avsnitt 4.6.5 og avsnitt 4.6.4.

For spørsmål 2 i denne runden viste Figur 7 i avsnitt 4.1 en suksessrate på omtrent en tredjedel. Alle besvarelser med korrekt løsning på denne oppgaven befinner seg innenfor sektoren «Riktig forbindelse mellom variabel og verdi» i Figur 13. Denne sektoren omfatter følgelig også besvarelser der eleven tilsynelatende har satt opp riktig forhold mellom de oppgitte verdiene, men likevel ikke mestret å finne en korrekt løsning av problemet. Blant annet ble det funnet en besvarelse der eleven lot være å bearbeide den korrekt oppstilte ligningen, og det ble også i denne gruppen funnet en besvarelse der elevene satte inn lengden av ett minutt for den ukjent variabelen n. Den samme eleven, som brukte en blanding av strategiene «tilsløring» og «prøve-og-feile» (Kieran, 1992) i arbeidet med spørsmål 1 i runde 2, (omtalt i avsnitt 4.2.2.1), brukte tilsynelatende den samme strategien i arbeidet med spørsmål 2 også. Denne gangen uten å finne frem til korrekt verdi for den ukjente n. I tillegg ble det også funnet en besvarelse der eleven kun hadde brukt strategien «prøve-og-feile» uten å lykkes med å finne korrekt verdi for den ukjente (Kieran, 1992).

På samme måte som beskrevet i avsnitt 4.2.2.1 ble strategiene i de resterende besvarelsene innenfor sektoren «Riktig forbindelse mellom variabel og verdi» fra Figur 13 kategorisert innenfor Kierans (1992) sju kategorier, med unntak av en besvarelse der det kun var oppgitt en verdi for den ukjente. Samme elev som sto bak en tilsvarende besvarelse av spørsmål 1, omtalt i avsnitt 4.2.2.1, presenterte heller ingen mellomregning eller tegn til fremgangsmåte på spørsmål 1. Samtlige av strategiene som ble observert i bruk i de resterende besvarelsene var de formelle strategiene: «bytte side – bytte tegn» og «utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet» (Kieran, 1992), hvorav den første var hyppigst brukt. Av den grunn har jeg, i likhet med for spørsmål 1 i denne runden, også valgt å legge ved en eksempelbesvarelse der eleven tar i bruk strategien «bytte side – bytte tegn» (Kieran, 1992) i Figur 14.



Figur 14 Eksempelbesvarelse på "skrittoppgaven" spørsmål 2 i runde 2

Figur 14 viser en eksempelbesvarelse der den hyppigst observerte strategien for spørsmål 2 denne runden, «bytte side – bytte tegn» (Kieran, 1992) er brukt. De fire linjene i Figur 14 utgjør elevens besvarelse av dette spørsmålet. Til å begynne med har eleven har tydelig presentert formelen som skal behandles i linje 1 og markert at 0,8 settes inn i for variabelen P i linje 2. I linje 3 er det det klare tegn til bruk av strategien «bytte side – bytte tegn» (Kieran, 1992). For å isolere den ukjente n, og finne dens verdi, blir 0,8 flyttet over fra å være en nevner på venstre side, til å bli en faktor på høyre side. I besvarelsen er n både uttrykt som et produkt i linje 3 og en verdi med tilhørende benevning i linje 4.

4.2.2.3 Samtale med elevene om «skrittoppgaven» i runde 2

Under samtale med de seks elevene om «skrittoppgaven» de ble presentert for i runde 2 kom det frem flere interessante aspekter. Først og fremst hadde ingen av de seks elevene merket seg at det var blitt gjort endringer i oppgaveteksten. Alle antok at oppgaven var så å si identisk med oppgaven de hadde arbeidet med noen uker tidligere. Fem av de seks fortale at de opplevde å forstå mer av oppgaveteksten i «skrittoppgaven» i denne runden enn i den forrige. Til tross for at flere av disse elevene i runde 1 ikke hadde forstått hva oppgaven spurte etter, meldte flere av elevene i gruppe-intervjusituasjonen om at arbeidet denne runden var mer vellykket. En av elevene mente at det kanskje kunne være endringer i variablenes verdier som gjorde det algebraiske objektet lettere å behandle i denne runden sammenlignet med den forrige, mens resten mente at årsaken måtte være at det var en klar fordel at de hadde arbeidet med oppgaven tidligere. Dette ble altså brukt som deres egen forklaringsmodell for hvorfor arbeidet med «skrittoppgaven» i runde 2 opplevdes annerledes enn arbeidet med «skrittoppgaven» i runde 1 inntil de fikk innsyn i endringene som var blitt gjort. I følge Chaiklin (1989) viser kognitive studier at små forskjeller i oppgaveteksten har stor innvirkning på elevenes evne til å konstruere korrekte ligninger. Med utgangspunkt i at de endringene jeg gjorde på PISA-prosjektets «skrittoppgave» defineres som små endringer, kan det se ut til at disse endringene reduserte vanskelighetsgraden på «skrittoppgaven» for denne elevgruppen uten endringer av det algebraiske objektet og dets funksjon.

Jeg la frem begge oppgavetekstene av de to variasjonene (Figur 2 og Figur 4) slik at elevene fikk sammenligne dem og diskutere de endringene som var blitt gjort. Elevene virket svært overraskende av å se at det var gjort endringer i oppgaveteksten. Etter bare et raskt blikk på de to versjonene var det flere av elevene som påpekte at den nyeste versjonen så mye mer innbydende ut å arbeide med. Jeg ba dem utdype hvorfor de mente dette, og forklaringen som ble gitt var at omfanget av tekst var mindre og mer oversiktlig presentert i den nyeste versjonen. En annen av elevene mente at mangelen på linjeskift i oppgaveteksten fra runde 1 (Figur 2) gjorde den mindre oversiktlig enn teksten fra runde 2 (Figur 4). Spesielt linjeskiftene mellom setningene i de to spørsmålene ble trukket frem som viktige faktorer for å oppfatte informasjonen for denne eleven. En annen av elevene var svært enig i dette utsagnet og tilføyde at det også var lettere å tolke formelen i runde 2 fordi den sto alene på en linje uten tekst rundt. Dette samsvarer med Chapmans (1993) teori om vanskeligheten med kommunikasjon der naturlig språk er blandet med symbolspråk.

Den instruerende setningen (Gerofsky, 1996) jeg la inn i oppgaveteksten foran de to spørsmålene i «skrittoppgaven» fra runde 2, var det flere av elevene som trakk frem som vesentlig for deres løsningsstrategi. Med den instruerende setningen: «Bruk formelen til å svare på spørsmålene nedenfor», forsto disse elevene at tilstrekkelig med informasjon var gitt i oppgaveteksten og at oppgaven var løsbar. Dette er i samsvar med Gerofskys (1996) funn. Som nevnt tidligere hadde jeg fjernet informasjonen om formelens gyldighet i oppgaveteksten fra runde 2. Dette ble oppdaget av en av elevene under sammenligningen av oppgavetekstene. Eleven sa at selv om det føltes ut som om oppgaveteksten i runde 1 ga mer informasjon, så var oppgaveteksten i runde 2 mer forståelig. Dermed mente denne eleven at det var til hjelp at jeg hadde fjernet det som, av elevene selv, ble referert til som «unødvendig informasjon» altså setninger med informasjon og gyldighet og eventualiteter. For meg var dette et interessant synspunkt nettopp fordi jeg, basert på Gerofskys (1996) problematisering av tekstoppgaver som er adskilt fra virkelighetens tid og rom, hadde gjort et bevisst valg om å fjerne disse setningene i håp om å redusere elevenes forvirring.

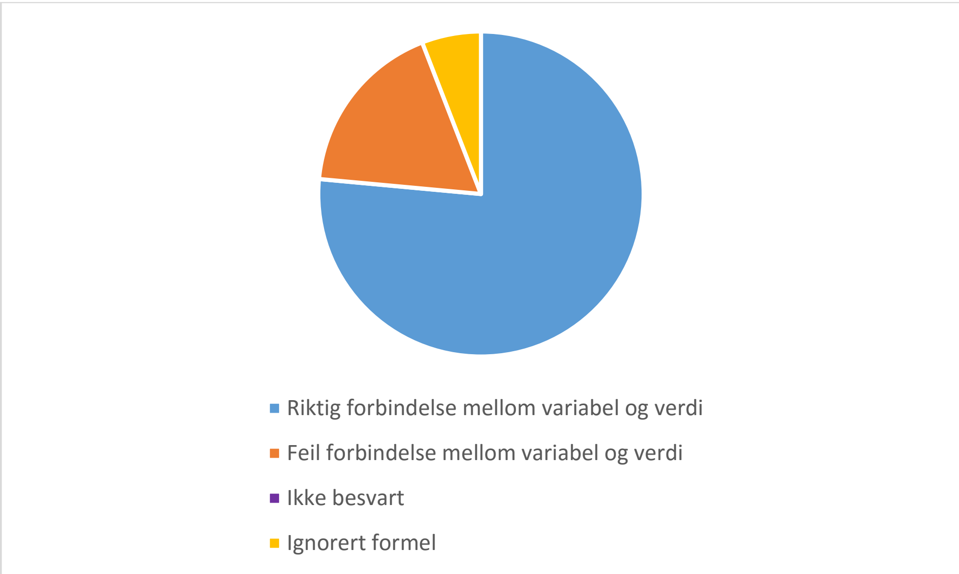
I løpet av de to gruppesamtalene sa flere av elevene at den redigerte versjonen av «skrittoppgaven» inneholdt et språk som de var vant til å lese og at dette kan ha vært årsaken til at denne versjonen var lettere å forstå enn den første. Ingen av elevene klarte å vise andre eksempler enn at den «unødvendige informasjonen» var tatt bort. Dette tolker jeg som at elevene har et nært forhold til det matematiske språket de er vant til å lese, og at de har vanskeligheter med å forestille seg andre strukturer, spørsmålstillinger og språklige vendinger. Dette er vist gjennom studier der elever skulle lage egne oppgaver og at disse viste seg å være påfallende like de oppgavene elevene selv hadde møtt i undervisningen (Gerofsky, 1996). En av elevene uttalte også at oppgaven fra runde 2 ser ut som en vanlig oppgave fra læreboken, mens oppgaven fra runde 1 ser ut som en «skummel eksamensoppgave eller noe sånt». Dette underbygger min teori om at elevgruppen finner det utfordrende å arbeide med tekstlige strukturer som de ikke er vant med.

4.3 Oppgavene uten kontekst

Oppgavesamlingen i runde 2 inneholdt også oppgaver uten kontekst, oppgave 1-5. I hvert av de tre ulike oppgavesettene fantes det minst én slik oppgave. Dermed fikk alle elevene prøvd seg på minst én oppgave uten kontekst. Disse oppgavene var ment å skulle synliggjøre elevenes kjennskap til regnetekniske ferdigheter i møte med det algebraiske objektet som skrittoppgavene inneholdt. Her var det algebraiske objektet fjernet fra all hverdagslig sammenheng, og ligningen var presentert som en vedtatt sannhet. Informasjonsteksten med nødvendig forklaring for å forstå oppgavens mål var konstruert slik at den inneholdt minimalt med tekst. Det var kun oppgitt en setning og denne var i hovedsak formulert i naturlig språk. Setningen har store likhetstrekk med den instruerende setningen fra Gerofskys (1996) setningskarakteristikk i tekstoppgaver, til tross for at oppgave 1-5 ikke klassifiseres som tekstoppgaver på samme måte. Setningen oppga verdien av den ene variabelen, teller eller nevner, og ba elevene finne den ukjente.

Det har vist seg at noen elever kan distraheres av historieaspektet i oppgaveteksten (Gerofsky, 1996), og at dette kan være med på å hindre eleven fra å omdanne informasjonen i teksten til et algebraisk objekt, altså å utføre omdannelsen mellom det multifunksjonale og det monofunksjonale diskursive registeret (Duval, 2006). Oppgavene uten kontekst var dermed tiltenkt å imøtekomme denne utfordringen slik at de regnetekniske ferdighetene kunne stå i fokus. Slik som vist i Figur 7 i begynnelsen av analysedelen var suksessraten på disse oppgavene relativt høy i forhold til de andre oppgavene.

Figur 15 og Figur 16 nedenfor viser resultatet av elevenes arbeid med oppgavene uten kontekst. Figur 15 viser resultatene for oppgave 1-3 der X og Y ble brukt som variabler i oppgaveteksten, mens Figur 16 viser resultatet for oppgave 4-5 der variablene som ble brukt het m og T.



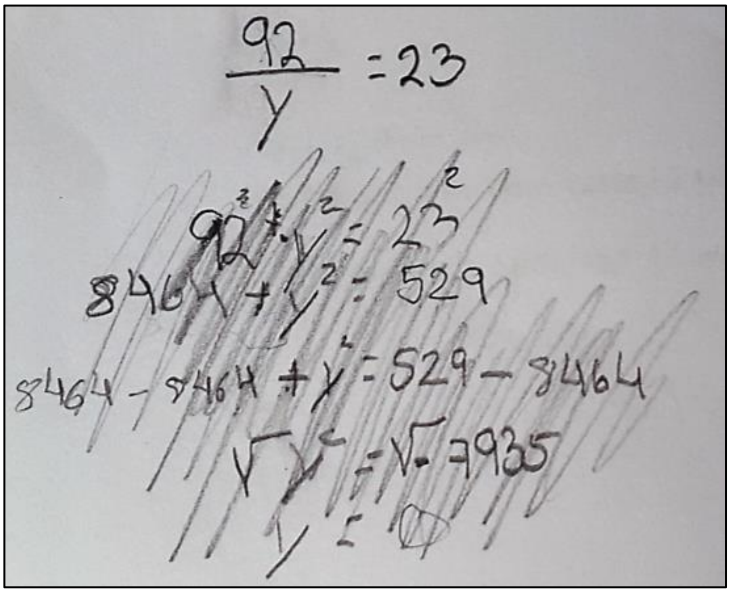
Figur 15 Resultat av elevenes arbeid med oppgave 1-3 der X og Y ble brukt som variabler

Som det fremkommer av Figur 15 og den blå sektoren, viste over tre fjerdedeler av besvarelsene at eleven forsto hvordan formelen og innholdet i teksten hørte sammen. Den oransje sektoren representerer besvarelser der det ikke ble vist en korrekt forståelse av dette. Denne sektoren er relativt liten, men fordi alle elevene arbeidet med disse oppgavene, utgjør denne andelen fortsatt en betydelig del av besvarelsesmengden. Den minste sektoren (gul) representerer andelen besvarelser der eleven tilsynelatende har oversett formelen. Som størrelsen på den gule sektoren viser var det få besvarelser innenfor denne kategorien i denne gruppen av oppgaver, og det viste seg at elever som hadde oversett formelen i disse oppgaven også hadde oversett formelen i arbeidet med skrittoppgaven i runde 2. Ingen elever leverte blankt på denne oppgavetypen (lilla sektor). Nedenfor, i Figur 16, er en tilsvarende grafisk fremstilling av resultatene for oppgavene uten kontekst med m og T som variabler.

Figur 16 Resultat av elevenes arbeid med oppgavene uten kontekst der m og T ble brukt som variabler

Av Figur 16 fremkommer at ingen elever leverte blankt (lilla) eller misforsto forholdet mellom formelen og informasjonen i oppgaveteksten (oransje) i arbeid med denne gruppen av oppgaver. Bortsett fra den lille andelen av elever som ignorerte formelen, representert ved gul sektor, viste resten av besvarelsene en korrekt forbindelse mellom variabel og verdi (blå). Fordi kun to tredjedeler av elevene arbeidet med denne oppgavegruppen, ser andelen besvarelser der formelen er ignorert større ut i Figur 16 enn i Figur 15. Sannheten er at de to gule sektorene representerer ikke bare samme antall besvarelser, men også nøyaktig de samme besvarelsene.

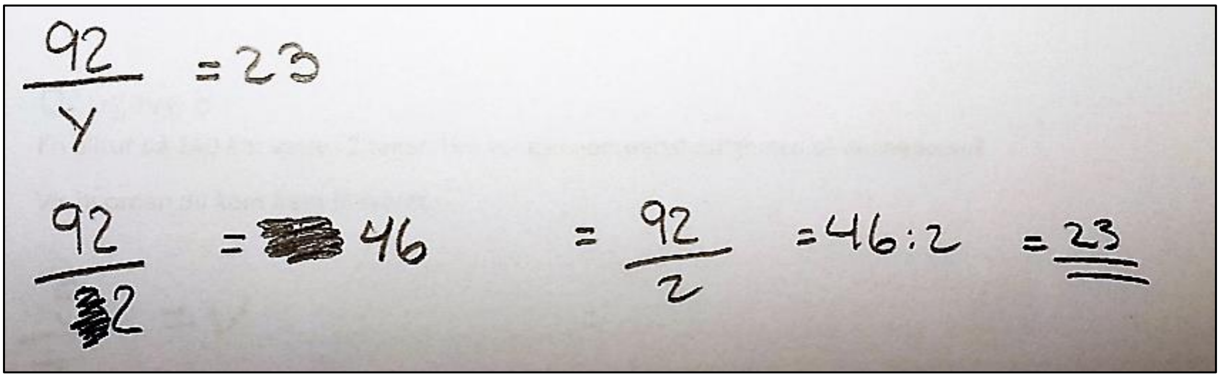
Som det fremkommer av Figur 7 i avsnitt 4.1, som viser elevenes suksessrate i arbeid med oppgavene, var det en relativt stor andel elever som presenterte korrekt svar på oppgavene uten kontekst, men ikke like høy som de blå sektorene i Figur 15 og Figur 16 viser. I besvarelsene der det ble vist riktig forbindelse mellom variabel og verdi var det stort sett besvarelser som viste fremgangsmåter som kan klassifiseres innenfor de formelle strategiene til Kieran (1992) som lykkes med å finne korrekt løsning av oppgaven. I likhet med de få besvarelsene som inneholdt fremgangsmåter for å finne den ukjente som kunne klassifiseres som strategien «bruk av konkrete tall», kom heller ikke elever som viste en fremgangsmåte utenfor kategoriene til Kieran (1992) frem til korrekt løsning. Flere av disse besvarelsene inneholdt utprøvde strategier for å finne den ukjente der det ble brukt uhensiktsmessige operasjoner, og ugyldige matematiske forhold og sammenhenger. Dog strøket over, har jeg i Figur 17 vist et tydelig eksempel på en utprøvd uhensiktsmessige strategi for å komme frem til verdien av den ukjente variabelen.



Figur 17 Eksempelbesvarelse på en oppgave uten kontekst med uhensiktsmessig løsningsmetode

I Figur 17 vises en elevbesvarelse av oppgave 2 der eleven ble bedt om å finne verdien av Y i forholdet mellom X og Y som var satt til å være 23 når X hadde verdien 92. Eleven har, i første linje, satt inn korrekt verdi for X i formelen. Deretter er det en utregning det er strøket over hvor eleven, i tillegg til å ha kvadrert ligningen, har brukt både addisjon og subtraksjon for å isolere den ukjente. Som avslutning på dette forsøket har eleven kommet frem til at verdien av Y blir 0, og har antagelig innsett at dette ikke kan være tilfellet. Nettopp fordi verdien av X er korrekt innsatt i ligningen, viser Figur 17 en besvarelse der eleven som står bak tydelig er usikker og/eller har feil oppfattelse av hvordan det algebraiske objektet skal behandles.

En av besvarelsene viste tegn til å ta i bruk strategien «tilsløring» (Kieran, 1992), og i denne besvarelsen kom aldri verdien av den ukjente frem. Besvarelsen er vist i Figur 18.



Figur 18 Eksempelbesvarelse på en oppgave uten kontekst der eleven ikke presenterer resultatet av oppgaven

Figur 18 viser en elevbesvarelse der resultatet av oppgaven angivelig blir presentert til å være 23, altså verdien som står oppgitt på høyre side av formelen som oppgis i denne oppgaven (oppgave 2). Sett bort fra at likhetstegnet blir brukt som et signal om at en operasjon skal utføres, ikke en betegnelse på ekvivalens mellom høyre og venstre side (Naalsund, 2012), er utregningene som blir presentert i og for seg korrekte. Det største problemet med besvarelsen i Figur 18 er at verdien av Y aldri presenteres. På grunn av at ligningen blir plukket fra hverandre og forsøksvis satt sammen igjen viser eleven tegn til å bruke strategien «tilsløring» (Kieran, 1992), men samtidig mener jeg også at det finnes tydelige innslag av strategien «prøve-og-feile» (Kieran, 1992) på grunn av at tallet 2 er satt inn for Y i en andre linjen. I denne linjen arbeides det med å finne tall som kan passe inn i strukturen for å få 23 som resultat på høyre side. Utregninger blir utført, og 23 blir «funnet på nytt», men verdien av Y blir aldri presentert. Fordi det ikke ble vist tegn til at eleven skjønte at de to divisorene multiplisert med hverandre, $2 \cdot 2$, ville gitt verdien av Y, antar jeg dermed at denne eleven ikke var klar over hva oppgaven var ute etter.

Sammenlignet med resultatet av elevenes arbeid med skrittoppgaven både i runde 1 og runde 2 viser det seg at en større andel både har fått til oppgavene uten kontekst (Figur 7) og viste riktig forbindelse mellom variabel og verdi (blå sektor i de respektive sektordiagrammene). Dette kan tyde på at mangelen på kontekst har vært til fordel for en del av elevene i arbeidet med å tolke informasjonen i oppgaveteksten. De aller fleste elevene som mestret «skrittoppgaven» i runde 2, mestret også oppgavene uten kontekst, og de aller fleste av elevene som ikke mestret å finne den ukjente i oppgavene uten kontekst mestret heller ikke dette i «skrittoppgaven».

4.4 Oppgavene med strekning, fart og tid

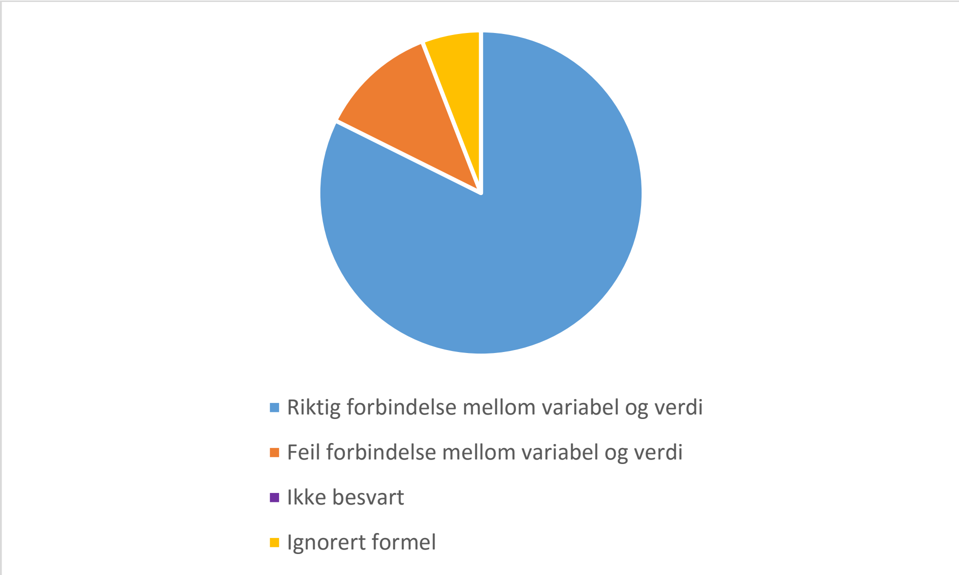
I oppgavesamlingen elevene fikk utdelt i runde 2 inkluderte jeg et problem som omhandlet forholdet mellom strekning (S), fart (V) og tid (t). Jeg utarbeidet tre ulike oppgavetekster som inviterte elevene til å arbeide med dette forholdet. I de tre oppgave ble det spurt etter å finne en av de tre komponentene S, V og t. På den måten søkte hver av oppgavene en unik bearbeidelse av formelen for det matematiske forholdet mellom strekning, fart og tid som var listet i oppgavesettet. Hver av de tre ulike settene inneholdt bare én slik oppgave. Dermed fikk elevene bare vist én bearbeidelse av det matematiske objektet. Disse oppgavene er presentert i Figur 5 i avsnitt 3.4.3.3, og som det fremkommer av Figur 5, var dette oppgave 7, 8 og 9.

Fordi elevene kun ble presentert for én av oppgavene, var det følgelig bare én av oppgavene som var presentert i hvert av settene, men informasjonen om det algebraiske objektet som representerer forholdet mellom strekning, fart og tid ble likt presentert over selve oppgaveteksten til hver av de tre oppgavene. Av Figur 5 fremkommer det at i alle oppgavene blir informasjon om to av variablene oppgitt, og oppgavene spør etter å finne den tredje. Oppgave 7 søker en angivelse av tid som løsning, altså å finne en ukjent nevner. Oppgave 9 søker å finne et mål på en strekning, altså å finne telleren i formelen. Selve strukturene i det algebraiske arbeidet etter innsetting av de kjente verdiene i oppgave 7 og 9 tilsvarer arbeidet med det algebraiske objektet i henholdsvis «skrittoppgavens» spørsmål 1 og 2. Oppgave 8, derimot søker å finne en gjennomsnittshastighet, altså å finne verdien av høyresiden i formelen. Dette ble det ikke spurt om i «skrittoppgaven» fordi høyresiden i formelen som var oppgitt der var en konstant og ikke en variabel.

Oppgavene med strekning, fart og tid ble inkludert i oppgavesettet etter å ha observert at det var flere elever i den første runden som forsto «skrittoppgaven» i denne runden som et slikt problem. Denne sammenligningen er forståelig med tanke på den strukturelle likheten mellom det algebraiske objektet i «skrittoppgaven» og det algebraiske objektet som viser forholdet mellom strekning, fart og tid. I tillegg til denne åpenbare strukturelle likheten dreier også skrittoppgaven seg om noe som er i bevegelse, og forholdet mellom det som er i bevegelse (mannen som går) og en strekning (skrittlengden). En elev som har en prinsippdreven tilnærming til tolkningen av en tekstoppgave (Kieran, 1992), vil etter dette å dømme være tilbøyelig for å kunne trekke en konklusjon om at «skrittoppgaven» er et problem som omhandler forholdet mellom strekning, fart og tid. Ved å sammenligne «skrittoppgaven» med oppgave 7-9, som omhandler forholdet mellom strekning, fart og tid, kan jeg se at det er mulighet for sammenblanding av de to situasjonene. Både variabelen P (skrittlengde i meter) og variabelen n (antall skritt pr. minutt) i formelen oppgitt i «skrittoppgaven» har en betydning som kan minne om noe som en vanligvis får oppgitt i oppgaver som omhandler forholdet mellom strekning, fart og tid, altså henholdsvis strekning og fart. Til tross for likhetene er det også flere forskjeller som skiller de to situasjonene drastisk i fra hverandre.

Formelen i «skrittoppgaven» inneholdt en konstant på høyre side, og denne konstanten var ikke oppgitt til å være en angivelse av strekning, fart eller tid. Med denne tydelige forskjellen, og informasjonen som både var presisert i oppgavetekstene til de to spørsmålene og synliggjort i det algebraiske objektet var jeg, som nevnt tidligere i kapittel 4.2, overrasket over mengden elever som tolket «skrittoppgaven» til å inkludere formelen for forholdet mellom strekning (S), fart (V) og tid (t), gitt ved $\frac{S}{t} = V$. Slektskapet mellom oppgave 7-9 og «skrittoppgaven» blir diskutert videre i avsnitt 4.6.5. Ved å ha med oppgave 7-9 i oppgavesettet i runde 2 ønsket jeg å synliggjøre forskjellen mellom disse to situasjonene for elevene.

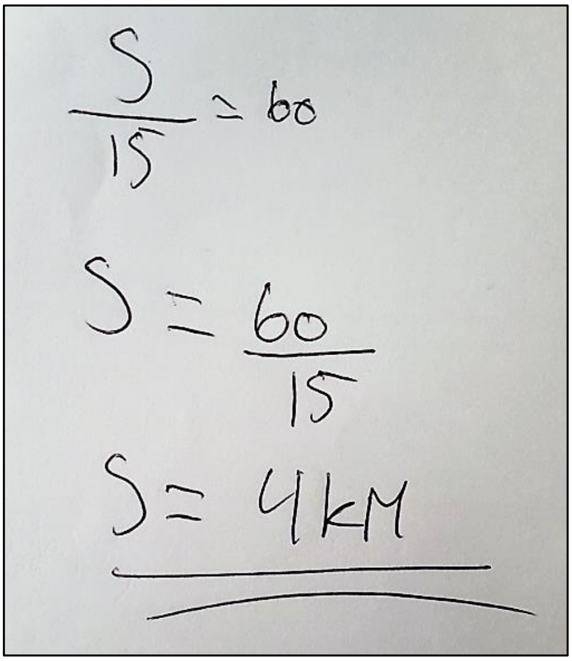
Resultatene av elevenes arbeid med oppgavene som omhandlet forholdet mellom strekning, fart og tid er vist nedenfor i Figur 19.



Figur 19 Resultat av elevenes arbeide med oppgavene som omhandlet forholdet mellom strekning, fart og tid

Som Figur 19 viser ved fraværet av den lilla sektoren, var det ingen elever som ikke besvarte oppgaven som omhandlet forholdet mellom strekning, fart og tid. Store deler av elevgruppen viste korrekt forbindelse mellom variabler og verdier (blå sektor), men det var også noen som ikke fikk til dette (oransje sektor). Det var en besvarelse der eleven tilsynelatende hadde oversett formelen, representert ved den gule sektoren, og heller hadde forsøkt å resonnere med naturlig språk. Dette førte ikke frem til korrekt løsning av oppgaven.

Elevene viste flere ulike strategier i arbeidet med å finne den ukjente. De fleste valgte strategien «bytte side – bytte tegn» (Kieran, 1992), men noen få av disse mislyktes med å finne den ukjente til tross for at ligningen var korrekt stilt opp. Det ble også funnet en besvarelse der den andre formelle strategien «utføre samme operasjon på begge sider av likhetstegnet» ble tatt i bruk. Årsaken til at noen få av elevene som brukte de formelle strategiene ikke kom frem til korrekt verdi av den ukjente, var at disse elevene arbeidet med oppgave 9, og overså at tidsenheten som var oppgitt i oppgaveteksten ikke var oppgitt i timer slik formelen krevde. I Figur 20 under er det vist et eksempel på en besvarelse der eleven hadde oversett tidsenheten.



Figur 20 Eksempelbesvarelse på oppgave 9 der eleven så bort fra enheten for variabelen t

Figur 20 viser en besvarelse av oppgave 9 der det ble spurt etter å finne antall kilometer en bil med konstant fart på 60 km/t hadde kjørt på et kvarter. Som Figur 20 viser har eleven brukt den formelle strategien «bytte side – bytte tegn» (Kieran, 1992) for å isolere en ukjente S, uten å følge korrekt prosedyre. Denne strukturfeilen i behandlingen av det algebraiske objektet blir diskutert i avsnitt 4.6.2. Etter å ha satt inn 15 minutter istedenfor 0,25 timer for t i formelen presenteres en verdi for S som ikke er korrekt.

Elevene som brukte strategien «bruk av konkrete tall» mislyktes, i likhet med elever som bare presenterte en løsning uten tegn til fremgangsmåte, også på denne oppgavetypen. Elevene som brukte strategien «prøve-og-feile» presenterte korrekt løsning av denne oppgaven, til tross for at den ene av disse elevene mislyktes med den samme strategien i oppgaven uten kontekst. Elevene som arbeidet med oppgave 8 og hadde satt opplysningene korrekt inn i formelen hadde ikke behov for å ta i bruk en av Kierans (1992) strategier fordi oppgave 8 spurte etter forholdet mellom S og t og krevde dermed ingen videre behandling av det algebraiske objektet.

4.5 Epleoppgaven

Den siste oppgaven jeg inkluderte i oppgavesettet i runde to, «epleoppgaven», skilte seg fra de andre på flere måter. «Epleoppgaven» ble bare distribuert til en tredjedel av elevene, altså var den bare representert i ett av de tre settene. I likhet med både «skrittoppgaven» og oppgavene med strekning, fart og tid var dette en tekstoppgave. I motsetning til de andre tekstoppgavene var det ikke oppgitt en formel, noe som førte til at elevene ble utfordret til selv å konstruere det algebraiske objektet som skulle manipuleres ut fra informasjonen som ble gitt i teksten. De ble altså utfordret til å gjøre en overgang fra det multifunksjonale til det monofunksjonale registeret (Duval, 2006). Oppgaveteksten formidlet informasjon om et forhold mellom pris og vekt. Oppgaven spurte etter hvor høy kiloprisen var for eplene som ble kjøpt. Den algebraiske strukturen som ble beskrevet i forholdet mellom pris, vekt og kilopris tilsvarte strukturen i formelen fra både «skrittoppgaven» og oppgavene med strekning, fart og tid. Fullstendig gjengivelse av oppgaveteksten til «epleoppgaven» finnes i Figur *6* i avsnitt 3.4.3.4.

Som jeg beskrev i avsnitt 3.4.3.4, var min intensjon bak valget av miljø og situasjon for oppgaven å unngå kjennemerker og kontekster slik at muligheten for at elever med en prinsippdreven tilnærming til problemløsning (Kieran, 1992) skulle komme til å plassere oppgaven inn i feilaktige kjente systemer ble redusert. Dette tok jeg spesielt hensyn til med tanke på besvarelsene fra første runde på «skrittoppgaven», der flere elever plasserte oppgaven innenfor feilaktig system. Figur 21 under viser resultatet av elevenes arbeid med «epleoppgaven».

Figur 21 Resultat av elevenes arbeid med "epleoppgaven"

Som Figur 21 viser var det ingen elever som leverte blankt på denne oppgaven (lilla). Fordi det ikke var oppgitt en formel i oppgaveteksten til «epleoppgaven» er kategorien «ignorert formel» uvesentlig for denne oppgaven og er dermed fjernet fra diagrammet i Figur 21. Som det fremkommer av figuren, representert ved den blå og den oransje sektoren, var det en større andel av elevene som arbeidet med denne oppgaven som konstruerte et algebraisk objekt som representerte det matematiske forholdet som teksten beskrev, enn andelen som ikke mestret dette. En ting å merke seg var at kun en tredjedel av elevene som besvarte denne oppgaven konstruerte et algebraisk objekt som var strukturelt identisk med objektet de arbeidet med i de andre oppgavene i denne undersøkelsen. Dette underbygger Reeds (1987) uttalelse om at elever i mange tilfeller har vanskeligheter med å oppdage strukturelle likheter mellom tekstoppgaver situert i ulikt miljø.

4.6 Gjentagende funn

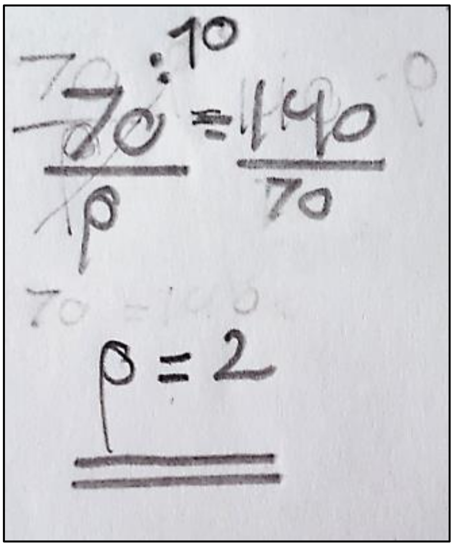
I denne delen vil jeg presentere noen funn som gjentok seg i besvarelsene i begge rundene av undersøkelsen.

4.6.1 Navneskift på variablene

Under intervjuene i den første runden fortalte noen av elevene at de trivdes best med å behandle og manipulere algebraiske uttrykk der X og Y inngikk som variabler. Det ble bare funnet i én besvarelse i runde 1 at variablenes navn hadde blitt skiftet fra n og P til X og Y. Uttalelsene fra intervjuene var en av årsakene til av oppgavene uten kontekst i runde 2 var delt inn i to grupper etter variabelnavn. Hvis variabelnavnene hadde hatt betydning for elevenes behandling av det algebraiske objektet, var oppgavene uten kontekst ment å fungere som en indikator på dette problemets omfang. I runde 2 ble det igjen bare funnet en besvarelse der eleven hadde endret variablene i oppgaven til X og Y. Endringen var bare blitt gjort på «skrittoppgaven» og ingen andre oppgaver i runde 2. Resultatet av oppgavene uten kontekst omtalt i avsnitt 4.3 viste ingen tegn til at elevene opplevde at behandlingen av det algebraiske objektet var lettere i oppgavene der variablene het X og Y enn i oppgave med m og T som variabler.

4.6.2 Regnetekniske utfordringer, feilbehandling av det algebraiske objektet

I besvarelsene viste det seg flere steder at elevene hadde regnetekniske utfordringer. Med regnetekniske utfordringer mener jeg en feilbehandling av det algebraiske objektet. Selv om det tilsynelatende så ut til at flere av disse elevene hadde forstått betydningen av variablene ved å sette korrekt inn i formelen ble resultatet likevel feil fordi elevene behandlet objektet feil. Dette resulterte i at korrekt verdi av den ukjente ikke ble funnet. Et eksempel på en slik situasjon var besvarelser der eleven forsøksvis hadde brukt strategien «bytte side – bytte tegn», men endte opp med feil divisor/faktor i uttrykket som ga verdien av den isolerte ukjente. Dette forekom i besvarelser av alle oppgavegrupper med unntak av oppgavene som omhandlet forholdet mellom strekning, fart og tid, men hyppigst forekomst var i besvarelsene av spørsmål 1 av «skrittoppgaven» i runde 1 (omtalt i avsnitt 4.2.1.1). I denne oppgaven var den ukjente variabelen en nevner, og nesten en tredjedel av alle elevene som besvarte denne oppgaven hadde stokket om dividend og divisor i forholdet som skulle gi verdien av den ukjente. Et eksempel på en slik besvarelse et vist under i Figur 22.



Figur 22 Eksempelbesvarelse der eleven har stokket om på forholdet mellom dividend og divisor

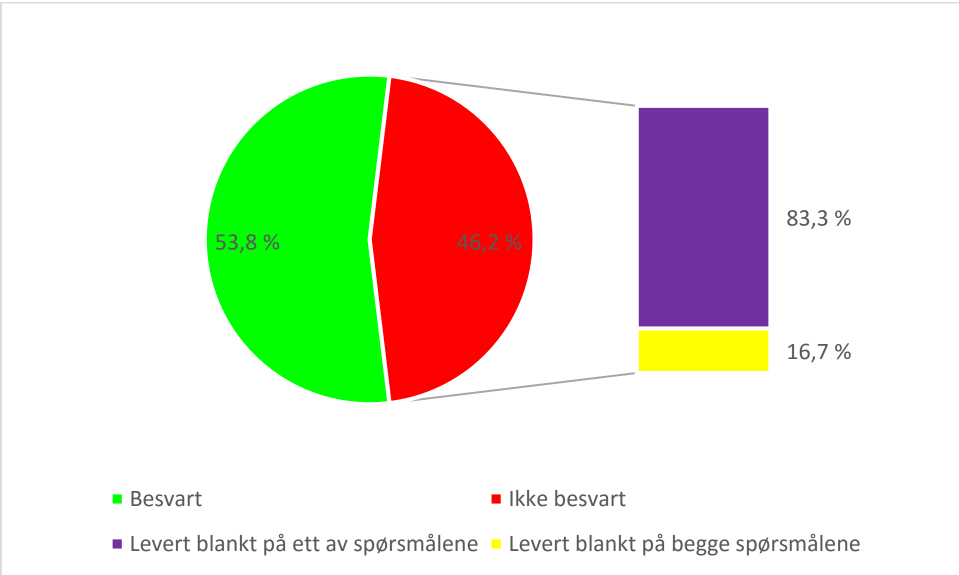
Figur 22 viser en elevbesvarelse av «skrittoppgavens» spørsmål 1 i runde 1 der eleven har endt opp med invers av P istedenfor P som resultat. Som tidligere nevnt var det flere av elevene, i tillegg til eleven som står bak besvarelsen i Figur 22, som fant feil verdi av P etter å ha satt inn korrekt verdi for n i formelen på grunn av strukturfeil i en av de formelle strategiene (Kieran, 1992). Eleven som står bak besvarelsen i Figur 22 dividerer med 70 på begge sider av likhetstegnet etter å ha satt inn korrekt verdi for n. Ut fra besvarelsen ser det ikke ut til at eleven forstår at dette tilsvarer å finne verdien av $\frac{1}{P}$, siden resultatet av divisjonen $\frac{140}{70}$ presenteres som verdien av P og løsningen av oppgaven.

4.6.3 Problemer med å presentere løsningen på oppgaven

Et av de gjentagende funnene som ble gjort da jeg gjennomgikk besvarelsene fra elevene var problemer med å presentere et resultat av arbeidet som hadde blitt gjort. Dette fenomenet fremkom både i ulike besvarelser og i noen tilfeller også flere ganger i samme besvarelse. Eksempler på slike besvarelser er besvarelser der en korrekt oppstilt ligning ikke ble videre behandlet eller besvarelser der verdien av den ukjente tilsynelatende hadde blitt funnet, men at dette ikke ble presentert som løsningen av oppgaven. I den sistnevnte type besvarelse var det som regel brukt strategien «tilsløring» (Kieran, 1992) slik det er vist i Figur 18 på side 59.

4.6.4 Blanke besvarelser på «skrittoppgaven»

I gjennomgangen av elevbesvarelsene ble det oppdaget at flere av elevene hadde levert blanke besvarelser på hele eller deler av skrittoppgaven i begge rundene. Det ble ikke funnet blanke besvarelser på noen av de andre oppgavene. Blanke besvarelser er for meg vanskelig å tolke fordi de mangler innhold. Jeg har likevel valgt å se på blanke besvarelser som en viktig del av mine resultater, blant annet fordi eventuelle endringer mellom de to rundene kan gi meg en indikasjon på hvilke faktorer som kan spille en rolle for hyppigheten av blanke besvarelser. Jeg har valgt å fremstille andelen blanke besvarelser av skrittoppgaven i runde 1 og 2 henholdsvis i Figur 23 og Figur 24 nedenfor. I Figur 23 presenteres runde 1, mens Figur 24 presenterer runde 2.

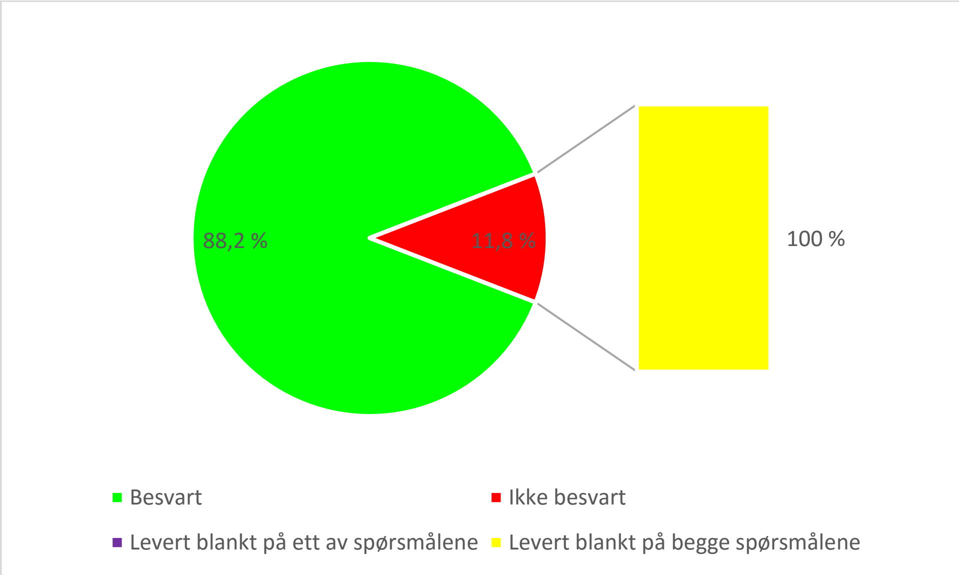


Figur 23 Andelen elever som leverte blankt på skrittoppgaven i runde 1

Figur 23 viser andelen elever som leverte en blank besvarelse på hele eller deler av skrittoppgaven i runde 1. Sektordiagrammet til venstre viser forholdet mellom andelen elever som besvarte og andelen elever som leverte blankt. Stolpen til høyre viser fordelingen mellom andelen elever som leverte blankt på begge spørsmålene og andelen elever som kun leverte blankt på ett av spørsmålene. I runde 1 viste det seg at blanke besvarelser forekom relativt hyppig. Som det fremkommer av Figur 23 leverte omtrent halvparten av elevene blankt på hele eller deler av skrittoppgaven, nærmere bestemt 46 %. Av disse viste det seg av nesten alle bare hadde levert blankt på ett av spørsmålene. Det er en svært lav prosentandel som hadde levert blankt på begge spørsmålene.

Med en så stor andel elever som hadde levert blankt på hele eller deler av oppgaven ga dette meg signaler om at elevene ikke hadde forstått matematikken i oppgaven. Dette var en av årsakene til at jeg ønsket å arbeide videre med nyanser av denne oppgaven i runde 2, nettopp for å finne ut årsaker til at denne oppgaven fremsto som en stor utfordring å besvare. Fordi jeg i dette prosjektet er interessert i å se på hvordan oppgavetekstens utforming påvirker måten elever på 10. trinn behandler et gitt algebraisk objekt, og blanke besvarelser gir meg lite informasjon om dette, var det svært viktig for meg å gjøre et forsøk på å redusere andelen blanke besvarelser med teoretisk begrunnede grep i oppgavetekstens sammensetning. Samtidig var det også viktig for meg å finne ut om årsaken til hyppigheten av blanke besvarelser lå i selve det algebraiske objektet som skrittoppgaven inneholdt.

I runde 2 valgte jeg blant annet å inkludere en instruerende setning (Gerofsky, 1996): «Bruk formelen til å svare på spørsmålene nedenfor». Dette var et bevisst valg som ble gjort med tanke på elever som ikke kom i gang med oppgaven fordi de ikke forsto hvordan de skulle starte. For disse var denne setningen ment å fungere som en retningslinje, slik Gerofsky (1996) beskriver. Videre valgte jeg å fjerne uvesentlig informasjon. Dette var også med bakgrunn i Gerofskys (1996) teori om at for mye fokus på historiefortellingen, situasjonen og miljøet, vil kunne distrahere elevene fra å sile ut informasjonen fra det multifunksjonale registeret, naturlig språk, og omdanne dette til tilsvarende informasjon i det monofunksjonale registeret, formler og symbolspråk (Duval, 2006). Andelen elever som leverte blankt på skrittoppgaven i runde 2 er presentert under i Figur 24.



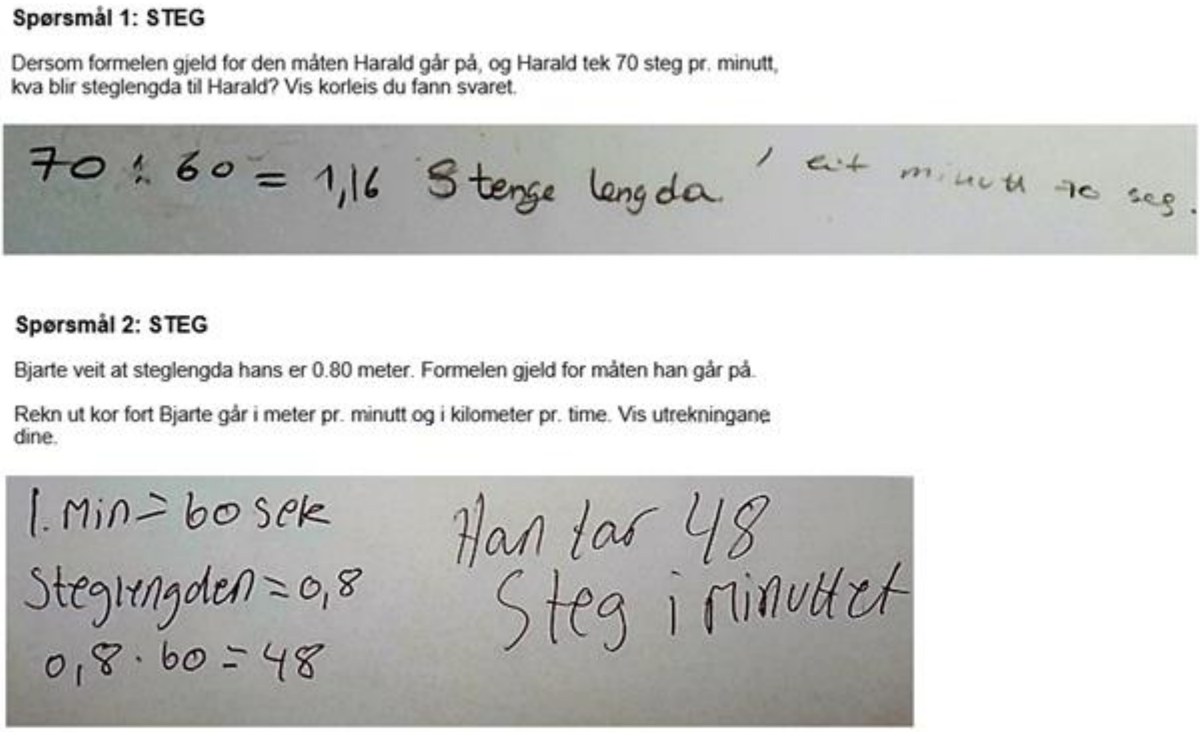
Figur 24 andelen elever som leverte blankt på skrittoppgaven i runde 2

Figur 24 viser andelen elever som leverte blankt på skrittoppgaven i runde 2. I likhet med Figur 23 viser også sektordiagrammet til venstre i Figur 24 forholdet mellom andelen elever som besvarte og andelen elever som leverte blankt. Stolpen til høyre viser igjen fordelingen mellom andelen elever som leverte blankt på begge spørsmålene og andelen elever som kun leverte blankt på ett av spørsmålene. Som det fremkommer av Figur 24 var det er kraftig reduksjon i andelen blanke besvarelser i runde 2, sett i forhold til runde 1. Nærmere bestemt leverte 11 % blankt i runde 2 mot 46 % i runde 1. Slik Figur 24 viser, leverte alle disse elevene blankt på både spørsmål 1 og 2 i runde 2.

For meg som forsker er det et interessant resultat i seg selv at elevene bak de blanke besvarelsene hadde levert blankt på begge spørsmålene i skrittoppgaven. Dette viser et gjentagende mønster i elevenes løsningsstrategi, noe som underbygger betydningen av blanke besvarelser i mitt prosjekt der jeg har sett på hvordan oppgaveteksten påvirker hvordan elevene forholder seg til og bruker informasjonen som oppgis om et algebraisk objekt. En blank besvarelse kan tyde på at eleven ikke har mestret å tolke informasjonen i oppgaveteksten. Dermed ønsket jeg å se videre på løsningsstrategiene disse elevene hadde valgt i de andre oppgavene. Det viste seg at blant disse få elevene var det kun én som hadde klart en oppgave i oppgavesettet. Dette var oppgave 8, en oppgave der alle som arbeidet med denne fikk den til. Dette viser at elevene som leverte blankt i runde 2 hadde problemer med å mestre de andre oppgavene også. Ved gjennomgang av de blanke besvarelsene kom det frem at elevene hadde store problemer også med oppgavene som var gitt uten kontekst. Elevene viste store mangler i sine regnetekniske ferdigheter, og det ble også gjort merkelige valg, som å sette den ukjente lik 0 og det ble funnet flere uhensiktsmessige prosedyrer for å finne den ukjente. Alle de fire regneartene var representert, til tross for at en løsning av disse oppgavene kun trengte å involvere multiplikasjon og divisjon. Selv om disse elevene ikke fikk løst problemene, var tallene faktisk i de fleste tilfellene satt korrekt inn i formelen, altså kategorisert innenfor «riktig forbindelse mellom variabel og verdi».

4.6.5 Feiltolkning av oppgaveteksten i skrittoppgaven

Under gjennomgangen av resultatene fra de skriftlige besvarelsene i runde 1 var det spesielt én feiltokning av oppgaveteksten i oppgaven fra PISA-prosjektet, «Skritt» som gjorde seg gjeldene. Feiltolkningen som elevene gjorde, var at de overså forholdet mellom n og P som var gitt i formelen. n er satt til å stå for «antall skritt pr. minutt», mens P står for skrittlengden oppgitt i meter. Formelen som er oppgitt lyder som følger: $\frac{n}{P} = 140$. Det er altså i denne oppgaven snakk om et gitt forhold mellom n og P, og i spørsmål 1 og 2 får elevene opplysninger om den ene variabelen slik at det skal være mulig å finne den andre ved å manipulere det algebraiske uttrykket. Ved denne feiltolkningen konstruerte elevene dermed nye, ikke eksisterende, sammenhenger der n og P ble satt i forhold til lengden av et minutt. For å illustrere denne tolkningen har jeg valgt å legge ved utklipp fra elevbesvarelser. Figur 25 viser en eksempelbesvarelse av både spørsmål 1 og 2. Den viser et utklipp fra to ulike besvarelser i runde 1 der begge de to elevene hadde tolket beskrivelsen av variablene til å ha sammenheng med lengden av ett minutt.



Spørsmål 1: STEG

Dersom formelen gjeld for den måten Harald går på, og Harald tek 70 steg pr. minutt, kva blir steglengda til Harald? Vis korleis du fann svaret.

70 : 60 = 1,16 Stenge lengda / eit minutt 70 seg.

Spørsmål 2: STEG

Bjarte veit at steglengda hans er 0.80 meter. Formelen gjeld for måten han går på.

Rekn ut kor fort Bjarte går i meter pr. minutt og i kilometer pr. time. Vis utrekningane dine.

1. Min = 60 sek

Steglengden = 0,8

0,8 · 60 = 48

Han tar 48 Steg i minuttet

Figur 25 To ulike eksempelbesvarelser der begge har sett bort fra sammenhengen mellom variablene oppgitt i teksten

Figur 25 viser en eksempelbesvarelse både av spørsmål 1 og spørsmål 2. Det er to ulike elever som er opphavet til eksemplene som vises. Slik jeg tolker det har eleven som er brukt som eksempel i spørsmål 1 valgt å dele antall skritt pr. minutt på antall sekunder pr minutt. Videre antar eleven at svaret, 1,16, er steglengeden til Harald, altså det oppgaven spør etter å finne. Både tallene som er brukt i utregnignen og det lille notatet øverst til høyre er med på å styrke min antagelse om elevens feiltolkning av informasjonen gitt i oppgaveteksten. Det samme vurderingsgrunnlaget er lagt til grunn for min oppfattelse av feiltolkning av informasjonen i oppgaveteksten hos eleven som står bak eksempelbesvarelsen av spørsmål 2, nederst i Figur 25. Denne eleven har vært mer omstendig i beskrivelsen av tankegangen sin. Det står tydelig skrevet i starten av ressonnementet at 1 min = 60 sek. Videre gjentas det at steglengden er satt til å være 0,8. Deretter utføres en uhensiktsmessig multiplikasjon med mellom steglengden og antall sekunder pr. minutt som angivelig gir antall steg pr. minutt.

Begge elevene som står bak de to eksempelbesvarelene i Figur 25 har tilsynelatende oversett formelen som står oppgitt som beskriver hvordan n forholder seg til P og omvendt. Dette kommer frem blant annet ved at de begge har valgt å ekskludere både den andre variabelen og tallet 140 fra sine utregninger. I følge Kieran (1992) er den mest vanlige måten å undervise hvordan en skal angripe en slik tekstoppgave på; først å formulere en ligning, isolere den ukjente, og deretter løse ligningen. I «Skritt» var ikke det første steget nødvendig for å løse oppgaven (OECD, 2009), men slik jeg har omtalt tidligere, var det en betydelig andel av elevene som formulerte en egen formel. «Skritt» er tilsynelatende en oppgave som innebærer en overgang mellom et multifunksjonalt og et monofunksjonalt register innenfor de diskursive representasjonene (Duval, 2006). Når formelen må konstrueres innlemmes prosessen å gå fra beskrivelse til formel, altså modellering, noe denne oppgaven i utgangspunktet ikke krevde (OECD, 2009).

Denne feiltolkningen av oppgaveteksten medførte på mange måter en større kompleksitet til problemet som var gitt. PISA har klassifisert sin oppgave «Skritt» til å være innenfor kompetanseklasse 1, altså reproduksjon, definisjoner og begreper. Denne kompetanseklassen innholder utførelse av rutinemessige prosedyrer og standardalgoritmer (Kjærnsli et al, 2004). Ved at elevene selv konstrerte en sammenheng mellom variablene og tidligere erfaring om lengden av et minutt bevegde de seg lenger unna det å utføre rutinemessige prosedyrer og standardalgoritmer. Fordi elevene som gjorde denne feilen brukte en sammeheng de så mellom definisjonen av lengden på et minutt og variablene som var oppgitt, mener jeg at deres tolkning av «sSkritt» nærmer seg en beskrivelse av en oppgave innenfor kompetanseklasse 2, altså se forbindelser og kunne integrere informasjon som grunnlag for problemløsning (Kjærnsli et al, 2004). Når en ser de to forskjellige tolkningene av «Skritt» i lys av PISA-prosjektets kategorisering med de tre kompetanseklassene fremkommer det at den feilaktige tolkningen har et potensiale til å inneha en større kompleksitet enn en oppgave innefor kompetanseklasse 1 (Kjærnsli et al, 2004).

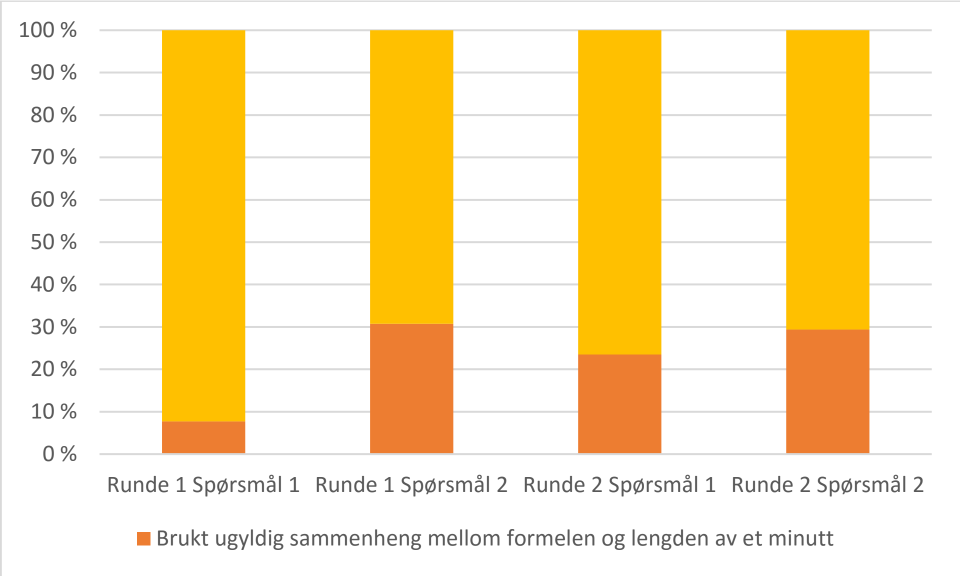
4.6.5.1 Runde 1 sett i forhold til runde 2

Denne feiltolkningen av oppgaveteksten var uheldig for elevene, og jeg ønsket å minimere andelen av elever som forsto oppgaven på denne måten i runde 2. Hvorfor elevene har gjort denne feiltokningen i utgangspunktet, og er vanskelig for meg å vite med sikkerhet, men basert på det teoretiske rammeverket gjorde jeg spesifikke endringer i oppaveteksten som kunne påvirke hvordan informasjonen ble oppfattet. Fullstendig oversikt over endringer finnes i metodekapittelet i avsnitt 3.4.3.2. Begge versjonene av oppgaven finnes i sin helhet i vedlegg 1 og i Figur 2 og Figur 4.

I forsøk på å tydeliggjøre variablenes betydninger og eksistensen av formelen som beskrev forholdet mellom dem, fjernet jeg setninger der symbolspråk og naturlig språk var blandet. Disse ble erstattet med setninger som inneholdt enten bare naturlig språk eller bare symbolspråk. Det medførte at formelen i oppgaveteksten i runde 2 sto på en linje for seg selv, og likhetstegnet som forbandt n og P med sin respektive forklaring, ble erstattet med et kolon, «:». Denne blandingen av ulike typer språk er svært vanlig i tekst som blir brukt i matematikkundervisningen, og er noe elevene bør være vant til etter flere år i skolesystemet (Chapman, 1993). Likevel valgte jeg å fokusere på å skille det matematiske språket så mye som mulig fra det naturlige språket fordi det viser seg at det matematiske språket skaper utfordringer når det gjelder å kommunisere om teksten. En blanding av de to registrene kan dermed føre til vanskeligheter med å forstå og oppdage matematiske strukturer (Chapman,1993). Med kommunikasjon i denne sammenhengen, tenker jeg på indre samtalen som finner sted hos hver enkelt elev i tankeprosessen.

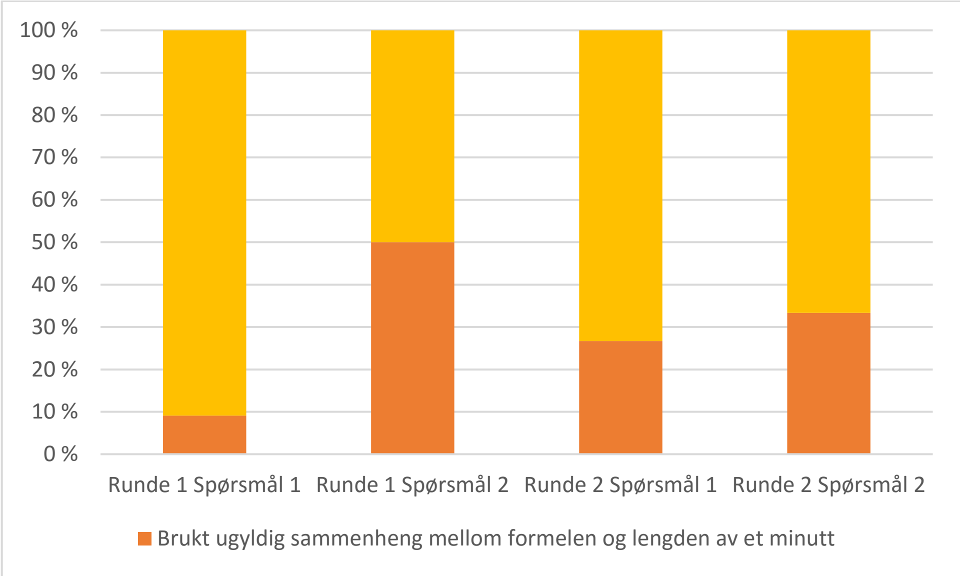
Med tanke på elevene som feiltolket informasjonen i oppgaveteksten og konstruerte nye forhold mellom variablene, valgte jeg å sette inn en instruerende setning. Dette var noe oppgaveteksten fra PISA i utgangspunktet ikke hadde. Dette er en svært vanlig komponent i en standard oppbygning av en tekstoppgave i matematikk (Gerofsky, 1996). Med bakgrunn i Gerofskys (1996) teori om hvordan en slik instruerende setning kan både fungere som retningslinje i problemløsningsprosessen og kommunisere visse antagelser om oppgavens løsbarhet, valgte jeg å legge inn setningen: «Bruk formelen til å svare på spørsmålene nedenfor». Denne setningen var også rettet mot elevene som hadde besvart blankt og elevene som feilbehandlet det algebraiske objektet i runde 1.

Til tross for at jeg hadde skrevet om oppgaveteksten med omhu, ga det lite utslag med hensyn på denne feiltolkningen. I runde 2 var det også en betydelig andel av elevene som tolket beskrivelsen av variablene dithen at de hadde en sammenheng med lengden av et minutt, og tilsynelatende blindt overså informasjonen i formelen som oppga hvordan variablene forholdt seg til hverandre. Figur 26 viser andelen av elevene som feiltolket oppgaven på denne måten i begge rundene.



Figur 26 Andelen elever som brukte sammenheng mellom variablene og lengden av et minutt i sin løsning fordelt på spørsmål 1 og 2 i begge rundene.

Figur 26 viser andelen elever som brukte sammenheng mellom variablene og lengden av et minutt i sin løsning. Ut fra figuren fremkommer en økning av andelen elever som brukte denne tolkningen på spørsmål 1 i runde 2 enn i runde 1, mens andelen som brukte denne tolkningen på spørsmål 2 forholder seg relativt stabil i begge rundene. Den store økningen av andelen elevene som har tolket spørsmål 1 i oppgaven på denne måten fant jeg svært interessant. Min første tanke var at det måtte ha sammenheng med at andelen elever som leverte blankt i første runde var høyere enn i andre runde. Dermed kunne det tenkes at selv om det tilsynelatende så ut til at det var få elever som hadde brukt denne tolkningen på spørsmål 1 i runde 1, kunne det likevel vise seg at av de som faktisk hadde besvart hadde en større andel tolket teksten feil. Derfor gikk jeg inn i datamaterialet på nytt og satte opp samme plott der jeg ekskluderte elevene som leverte blankt fra tellingen. Plottet er vist under i Figur 27.



Figur 27 Andelen av elevene som har besvart oppgaven som har brukt feil sammenheng mellom variablene og lengden av et minutt

Av Figur 27 fremkommer den rake motsetningen av min hypotese. Andelen elever som har oversett forholdet mellom variablene oppgitt i formelen viste seg å forbli relativt lav på runde 1 spørsmål 1 sammenlignet med Figur 26, dette til tross for at blanke besvarelser er fjernet fra tellingen i Figur 27. Det kommer også frem av Figur 27 at halvparten av de som faktisk leverte en besvarelse på spørsmål 2 i runde 1 gjorde denne feiltolkningen. Blanke besvarelser og denne feiltolkningen står dermed frem som de største grupperingene av strategier elevene valgte i møte med utfordringen i spørsmål 2 i runde 1.

4.6.5.2 Konsekvens av ulike tilnærminger

I runde 1 var det en betydelig lavere andel som hadde brukt denne sammenhengen i arbeid med spørsmål 1 enn i spørsmål 2. Det at spørsmål 2 i denne runden var mer omfattende enn spørsmål 1 kan ha hatt betydning for elevenes tilbøyelighet til å tolke oppgaveteksten på en annen måte enn det som var tiltenkt. Spørsmål 1 dreide seg om å finne verdien av variabelen P, antall skritt pr. minutt, når verdien av variabelen n, skrittlengde i meter, var oppgitt. Denne oppgaven, altså spørsmål 2 av «Skritt» fra PISA-prosjektet, kan tolkes som å være oppbygd av to deler. Den første delen handler om å bruke formelen som står oppgitt til å finne en ukjent teller. Denne løsningen tilsvarer å finne antall skritt pr. minutt, men det er ikke dette det spørres etter i spørsmål 2 i runde 1. Det spørres å finne en ganghastighet oppgitt både i

m/min og km/t. Dermed består den andre delen av å finne dette ved hjelp av delsvaret som angir antall skritt pr. minutt.

Både for elever som benytter seg av en prinsippdreven tilnærming til problemløsning og en direkte oversettelse fra tekst til ligning vil denne oppgaveteksten skape utfordringer (Kieran, 1992). En prinsippdreven tilnærming til oppgaven kan bidra til en oppfattelse av at variablene har sammenheng med lengden av ett minutt. Det er komponenter i oppgaveteksten som hinter til at dette er en variasjon av vei-fart-tid-problemer. Blant annet er beskriver situasjonen en mann som beveger seg, det spørres eksplisitt etter å finne en hastighet hans oppgitt i m/min og km/t og det er oppgitt en strekning, et lengdemål, altså skrittlengden. Alt dette er faktorer som kan gjenkjennes som en variant av vei-fart-tid-problemer. «Strekningen» er oppgitt. Det spørres etter å finne hastighet. Altså er det en tidsmål som mangler, for eksempel lengden av ett minutt. Hvorfor elevene valgte nettopp dette tidsmålet kan ha sammenheng med at svaret skulle blant annet oppgis i m/min, og at den kjente variabelen P sto for skrittlengden oppgitt i meter. Dermed «manglet» antall minutter for å få en løsning som deretter kunne konverteres til km/t.

For elever som bruker den andre tilnærmingen, en direkte oversettelse fra tekst til symbolspråk (Kieran, 1992), kan det også være vanskelig å hente ut korrekt informasjon fra oppgaveteksten. Det er vanskelig å oversette oppgaveteksten frase for frase fordi det spørres ikke etter å finne antall skritt pr. minutt, et resultat som er avgjørende å ha med for å kunne løse oppgaven. En direkte oversettelse av denne oppgaveteksten kan enkelt føre til en misforståelse om at det dreier seg om en variant av vei-fart-tid-problemer på grunn av det eksplisitte spørsmålet etter å finne en hastighet i m/min og km/t og det faktum at et lengdemål allerede er oppgitt. Dermed kan også disse elevene enkelt havne i den samme fella som eleven som bruker en prinsippdreven tilnærming.

5 Konklusjon

I denne prosjektet har jeg forsøkt å finne svar på hvordan oppgavetekstens utforming påvirker hvordan elever på 10. trinn behandler et gitt algebraisk objekt. Den algebraiske strukturen jeg har valgt å ta utgangspunkt i tilsvarer $\frac{a}{b} = c$. Denne strukturen finnes i den frigitte matematikkoppgaven fra PISA-prosjektet ved navn «Skritt», som elevene arbeidet med i den første runden. Denne oppgaven var mitt utgangspunkt for de empiriske undersøkelsene. Til runde to av undersøkelsene utarbeidet flere modifikasjoner av oppgaveteksten til «Skritt», basert på informasjon fra runde 1 og det teoretiske rammeverket for prosjektet. Dette innebar både en ny utforming av tekstoppgaven «Skritt», tekstoppgaver situert i et annet miljø og oppgaver uten kontekst. Felles for alle oppgavene var forekomsten av den samme algebraiske strukturen. På den måten ønsket jeg å bruke elevenes besvarelser som indikasjon på hvordan de ulike oppgavetekstenes utforming påvirket hvordan elevene behandlet det algebraiske objektet tilsvarende $\frac{a}{b} = c$.

Resultatene fra runde 1, da elevene arbeidet med PISA-prosjektets «Skritt», viste at få elever mestret å behandle det algebraiske objektet på en slik måte at de kom frem til en korrekt løsning av selve problemet i oppgaven. På spørsmål 1 viste det seg, ved at nesten en tredjedel av elevene forsøkte å finne feil variabel, at elevene hadde problemer med å få strukturert informasjonen i oppgaveteksten. Ingen besvarelser av dette spørsmålet kvalifiserte til poengutdeling etter PISA-prosjektets rammeverk (OECD, 2009). Som jeg diskuterte i avsnitt 4.2.1.2 viste besvarelsene av spørsmål 2 tegn til at informasjonen i teksten hadde blitt misforstått. En fjerdedel av elevene lot være å bruke forholdet som var oppgitt i formelen, og valgte heller å løse problemet ved å inkludere lengden av et minutt i utregningen. Denne andelen av elever nærmet seg halvparten etter å ha sett bort fra alle de blanke besvarelsene omtalt i avsnitt 4.6.5. Som det fremkommer og problematiseres i avsnitt 4.6.5, ble denne andelen på ingen måte redusert etter omskrivningen jeg gjorde i runde 2.

«Skrittoppgaven» som jeg lagde til runde 2 var basert på det teoretiske rammeverket for prosjektet, elevenes besvarelser av PISA-prosjektets «Skritt» og uttalelser under intervjuene i runde 1. Suksessraten på begge spørsmålene av denne oppgaven var merkbart høyere enn suksessraten på de to spørsmålene i PISA-prosjektets «skrittoppgave». I runde 2 var det vesentlig flere av elevene som viste «riktig forbindelse mellom variabel og verdi» enn i runde 1, og nesten en dobling av andelen innenfor denne kategorien i spørsmål 2. Det var også en nedgang i andelen elever som viste «feil forbindelse mellom variabel og verdi». Dette kan tolkes som at endringen som ble gjort i oppgavetekstens utforming før runde 2, hjalp elevene til å forstå hvordan det algebraiske objektet skulle behandles riktig. Likevel er det viktig å huske på at det kan finnes andre årsaker. Blant annet, som elevene også påpekte under gruppeintervjuene i runde 2, kan årsaken til at de behandlet det algebraiske objektet mer hensiktsmessig i runde 2, være at elevene allerede hadde arbeidet med problemet i runde 1 noen uken tidligere.

De andre oppgavene var konstruert som et supplement for å avdekke mulige utfordringer elevene hadde i arbeid med behandling av den algebraiske strukturen, og tydeliggjøre mønstre i løsningsstrategiene. Ved å sammenligne stolpene i Figur 7, som viser elevenes suksessrate i arbeid med oppgavene, kan det tyde på at mangelen på kontekst (oppgave 1-5) har vært til fordel for en del av elevene i behandlingen av det algebraiske objektet. Det viste seg et klart mønster ved at elever som tok i bruk formelle strategier, strategi nr. 6 og 7 (Kieran, 1992) på omtalt i kapittel 2.3.3 side 12, generelt kom lengst i arbeidet med å finne den ukjente i alle oppgavene. Dette samsvarer med både Kierans (1992) og Sfards (1991) teori om fordelen ved å forstå den algebraiske strukturen som et objekt fremfor en prosess. Ut fra resultatene ser det også ut til at oppgavetekstens utforming har lite å bety for en enkeltelevs valg av strategi for å finne det ukjente i de tilfellene der besvarelsen ble kategorisert innenfor «riktig forbindelse mellom variabel og verdi». Fullstendig oversikt over klassifiseringene av den enkelte elevs strategier finnes i vedlegg 2.

I denne oversikten fremkommer det også at elever som brukte andre enn de formelle strategiene i arbeid med «skrittoppgaven» i runde 2 også brukte andre strategier i arbeid med resten av oppgavene i oppgavesettet. Dette kan ha sammenheng med hvor langt den enkelte elev er kommet i prosessen med å bli kjent med det algebraiske objektet. I følge Kieran (1992) styrker det elevens forståelse av begrepet likhet om eleven bruker strategien «prøve-og-feile», slik de flere av besvarelsene viste tegn til at eleven gjorde. Ved å støtte seg til andre strategier enn de formelle, kan dette være tegn på at eleven ikke enda har utviklet en forståelse av den algebraiske strukturen som et objekt, men oppfatter arbeid med denne fortsatt som prosesser (Sfard, 1991). «Prøve-og-feile» er dermed en strategi som styrker elevens forhold til det algebraiske objektet.

Korte og færre setninger, symbolspråk separert fra naturlig språk og linjeskift mellom de forskjellige opplysningene er noen av faktorene som viste seg å være til fordel for at denne gruppen med elever oppfattet og behandlet informasjonen som ble gitt om det algebraiske objektet mer korrekt. Gerofskys (1996) instruerende setning virket å ha hatt betydning for elevenes trygget i behandlingen av det algebraiske objektet. I samsvar med tidligere forskning på området, viste denne studien at informasjonen om det algebraiske objektet anvendes mer korrekt av elevene jo mer lik utformingen av oppgaveteksten er den utformingen som de vanligvis møter i undervisningen. Resultatene fra «epleoppgaven» tydet på at oversettelsen fra det naturlige språket til symbolspråk, overgangen fra en multifuksjonal til den monofunsksjonal diskursiv representasjon (Duval, 2006), var utfordrende for denne elevgruppen. Dette er i tråd med Kierans (1992) teori om at elever på ungdomstrinnet har vanskeligheter med å sette opp ligninger som representerer informasjon oppgitt i naturlig språk. Det ble også funnet tegn til at flere elever hadde vanskeligheter med å oppdage de strukturelle likhetene i oppgavene situert i ulikt miljø.

Halvparten av elevene påpekte, under intervjuene den første runden, at informasjon om gyldigheten av formelen i situasjonene som ble beskrevet i begge spørsmålene av «Skritt» var et unødvendig og forstyrrende element. Jeg forstår det dermed som at store deler av elevgruppen ikke forstår situasjonen som er beskrevet som en reell stiuasjon. PISA-prosjektets oppgaver er tilpasset PISA-prosjektets mål, nemlig å kartlegge 15-åringers kompetanser innenfor nøkkelområder som anses som essensielle for å kunne delta fullverdig i morgendagens samfunn (OECD, 2009). For at PISA skal kunne måle hvordan elevene er forberedt på videre studier, arbeidsliv og reflektert deltagelse i samfunnet, er alle matematikkoppgavene konstruert slik at problemet er satt i sammenheng med en kontekst (Kjærnsli og Jensen, 2013). Nettopp omfanget av denne konteksten, fortellingen i tekstoppgaven, problematiseres blant annet av Gerofsky (1996), Chapman (1993) og Meyer (2016). Gerofsky (1996) går så langt som å revurdere bruken av tekstoppgaver i matematikkfaget på grunn av en standard tekstoppgaves litterære virkemidler som løsriver historien fra virkeligheten. Både Chapman (1993) og Meyer (2016) kommenterer språkets betydning for kommunikasjonen av matematikken og utfordringene som fremkommer i kommunikasjonen av matematikken når det naturlige språket blandes med symbolspråk slik det blir gjort i tekstoppgaver.

Med tilpasningene som ble gjort fra runde 1 til runde 2 i «skrittoppgavenes» form og innhold og resultatene fra elevenes arbeid med disse, viste det seg at ved å tilpasse språk, formuleringer og spørsmålstillinger til det elevene er vant med å møte i matematikkundervisning, økte andelen elevbesvarelsen innenfor kategorien «riktig forbindelse mellom variabel og verdi». I resultatene etter den storskala studien, omtalt i Gerofsky (1996), konkluderes det med at språket i tekstoppgaver er noe som læres å forstå og at elever selv konstruerer tekstoppgaver som ligner det de vanligvis møter i matematikkundervisningen. Ut fra dette velger jeg å forstå det som at elevene behandler det algebraiske objektet mer korrekt og med større sjanse for suksess når oppgaveteksten utforming minner om det de tidligere har møtt i matematikkundervisningen. Denne konklusjonen underbygger på mange måter Gerofskys (1996) tanke om at tekstoppgaver i matematikkundervisning som regel er konstruert for å løse det matematiske problemet, slik jeg forsøkte å fremme ved endringene som ble gjort, ikke det reelle problemet, slik PISA søker å utfordre 15-åringene til å vise sine ferdigheter ved.

6 Videre arbeid

I dette prosjektet har jeg utført en småskala kvalitativ undersøkelse med elever fra en klasse på 10. trinn. Resultatene fra denne undersøkelsen samsvarer i stor grad med det teoretiske rammeverket, men det ville likevel være givende å utføre en kvantitativ undersøkelse med et større utvalg elever for å kunne presentere statistisk signifikante data. Utfallet av en slik undersøkelse ville være av stor interesse for videre arbeid innenfor dette temaet. Det ville også vært interessant å distribuere oppgavene som er utarbeidet i dette prosjektet på samme måte til flere ulike elevgrupper. Da ville en kunne hatt muligheten til å si noe om hvorvidt resultatet av modifikasjonene som er gjort på «Skritt» har generell gyldighet, eller om tilpasningen som ble gjort kun er fordelaktig for de elevene de nye oppgavetekstene er tilpasset til. Det ville i tillegg kunne vært interessant å arbeide videre med årsaker til fenomenene som er presentert som gjentagende funn i avsnitt 4.6.

7 Referanser

Aubert, K. E. (2014). Algebra. *Store norske leksikon.* Hentet fra https://snl.no/algebra

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. *The Ideas of Algebra, K-12,* 20-32.

Calderhead, J. (1981). Stimulated recall: A method for research on teaching. *The British Journal of Educational Psychology*. *51*(2), 211-217.

Chaiklin, S. (1989). Cognitive studies of algebra problem solving and learning. *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra,* 93-114.

Chapman, A. (1993) Language and learning in school mathematics: A social semiotic perspective. *Issues in Educational Research, 3*(1), 35-46.

Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education, 13,* 16–30.

Duru, A., & Koklu, O. (2011). Middle school students' reading comprehension of mathematical texts and algebraic equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 42,* 447–468.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*, 103-131.

Gagatsis, A. & Shiakalli, M. (2004). Ability to Translate from One Representation of the Concept of Function to Another and Mathematical Problem Solving. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 24*(5), 645-657.

Gerofsky, S. (1996). A Linguistic and Narrative View of Word Problems in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics, 16*(2), 36-45.

Guba, E. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. Educational Communication and Technology Journal, 29, 75-92.

Kaput, J. J., & Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. Part I: Transforming task structures. I H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Red.), *The future of the teaching and learning of algebra. Proceedings of the 12th ICMI*

Study Conference (Vol I, s. 344-351). Melbourne, Australia: The University of Melbourne.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. Lester, K. (Red.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 390-419. Scottsdale: IAP.

Kjænsli, M. Lie, S., Olsen, R., Roe, A., Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier?: Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*. Oslo: Universitetsforlaget

Kjærnsli, M., & Olsen, R. (2013). *Fortsatt en vei å gå : Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.

Kjærnsli, M. & Jensen, F. (2016). *Stø kurs : Norske elevers kompetanse i naturfag, matematikk og lesing i PISA 2015.* Oslo: Universitetsforlaget.

Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. P. Light & G. Butterworth (Red.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing*, 74-92. Routledge: Somerset

Lesh, R., Behr, M., & Post, T. (1987a). Rational number relations and proportions. Janvier, C. (Red.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 41-58. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987b). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. Janvier, C. (Red.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 33-40. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics, 33*(1), 1-19. Hentet fra http://www.jstor.org/stable/3483002

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. I N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Red.), *Approaches to algebra* (ss. 65-86). Dordrecht: Kluwer.

Meyer, A. (2016*).* Sharing structures of algebraic expressions through language: A transformation gap. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1440-1446.

Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathemathics education research? *Education studies in mathematics, 61,* 219-245

Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency.* Oslo: Universitetsforlaget.

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: Den skrivende forskeren.* Oslo: Universitetsforlaget.

NSD (udatert). Krav til samtykke. Hentet fra: http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/samtykke.html

OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris: OECD Publishing. DOI: http://dx.doi.org/10.1787/9789264181564-en

OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework : Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD Publishing. DOI: http://dx.doi.org/10.1787/9789264101739-en

OECD (2009). *Take the Test: Sample Questions from OECD's PISA Assessments*. Paris: OECD Publishing. DOI: http://dx.doi.org/10.1787/9789264050815-en

OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD Publishing. DOI: http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en

Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier.* Oslo: Universitetsforlaget.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg. ed.). Oslo: Universitetsforlaget.

Reed, S. K. (1987). A structure-mapping model for word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 13*, 124-139.

Regjeringen. (2006). Kunnskapsløftet. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/tema/utdanning/grunnopplaring/kunnskapsloftet/id534689/

Robson, C. (2011). *Real world research: A resource for social scientists and practitionerresearchers* (3. utg.). Oxford: Blackwell.

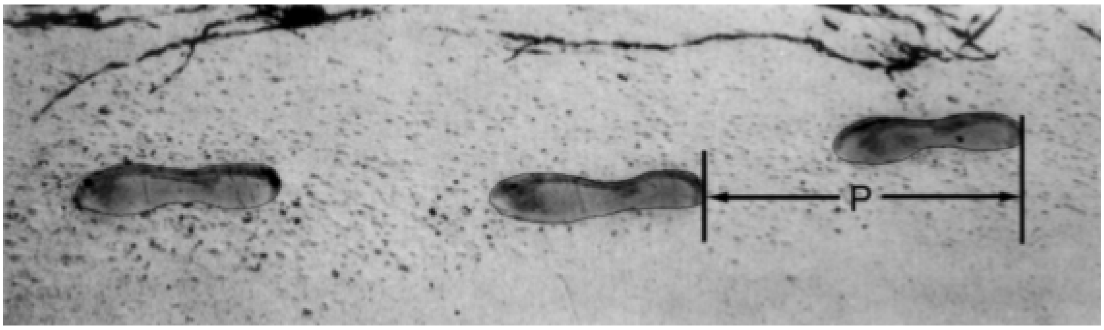
Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1-36.

Universitetet i Oslo (UiO). (Udatert). Om PISA. Hentet fra http://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekt-sider/pisa/om-pisa/

8 Vedlegg 1

Runde 1

SKRITT



Bildet viser fotavtrykkene til en mann som går. Skrittlengden *P* er avstanden mellom bakre kant av to påfølgende fotavtrykk.

For menn gir formelen $\frac{n}{P} = 140$ et tilnærmet forhold mellom *n* og *P*

hvor,

n = antall skritt pr. minutt, og

P = skrittlengde i meter.

Spørsmål 1: SKRITT *M124Q01- 0 1 2 9*

Hvis formelen gjelder for Haralds måte å gå på og Harald tar 70 skritt pr. minutt, hva blir Haralds skrittlengde? Vis hvordan du fant svaret.

Spørsmål 2: SKRITT *M124Q03- 00 11 21 22 23 24 31 99*

Bjarte vet at hans skrittlengde er 0,80 meter. Formelen gjelder for hans måte å gå på.

Regn ut hvor fort Bjarte går i meter pr. minutt og i kilometer pr. time. Vis utregningene dine.

Runde 2

Oppgave 1

$$\frac{X}{Y} = 2$$

Finn verdien av X når Y=6

Oppgave 2

$$\frac{X}{Y} = 23$$

Finn verdien av Y når X=92

Oppgave 3

$$\frac{X}{Y} = 2$$

Finn verdien av X når Y=8

Oppgave 4

$$\frac{m}{T} = 180$$

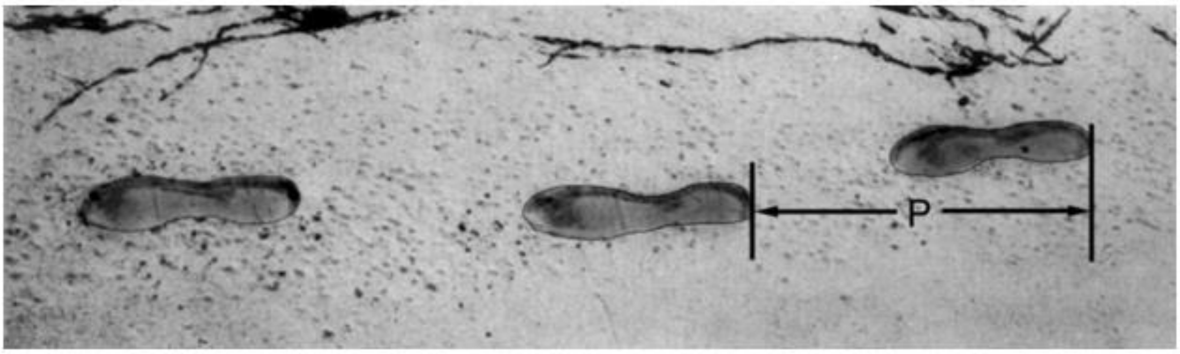
Finn verdien av T når m=90

Oppgave 5

$$\frac{m}{T} = 180$$

Finn verdien av m når T=0,6

Oppgave 6



Bildet over viser fotavtrykkene til en mann som går. Avstanden P viser steglengden til mannen.

Formelen under viser forholdet mellom antall steg pr. minutt og steglengden:

$$\frac{n}{P} = 140$$

n står for antall steg pr. minutt

P står for steglengden oppgitt i meter

Bruk formelen til å svare på spørsmålene nedenfor

Spørsmål 1: Arne tar 70 steg pr minutt. Hva blir steglengden til Arne?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Spørsmål 2: Bjarne vet at steglengden hans er 0,8 meter. Hvor mange steg tar Bjarne pr. minutt?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Formelen under viser sammenhengen mellom strekning (S), fart (V) og tid (t):

$$\frac{S}{t} = V$$

Oppgave 7

En bil kjører i 60 km/t. Hvor lang tid vil det ta for denne bilen å kjøre 90 km?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Oppgave 8

En biltur på 140 km varte i 2 timer. Hva var gjennomsnittshastigheten på denne turen?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

Oppgave 9

En bil kjørte i konstant fart på 60 km/t i et kvarter. Hvor mange kilometer kjørte bilen på denne tiden?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

0ppgave 10

Du har kjøpt 0,6 kg med epler for 20 kr.

Hvor mye kostet eplene pr kg?

Vis hvordan du kom frem til svaret.

9 Vedlegg 2

Runde 1

	Skritt spm 1	Skritt spm 2
A	X	ignorert
B	ingen	ingen
C	ingen	X
D	6.	X
E	X	X
F	ingen	X
G	6.	ignorert
H	7.	7.
I	ignorert	ignorert
J	6.	ingen
K	7.	ignorert
L	6.	5.
M	ingen	X

1.-7.: Kierans (1992) strategier for å finne en ukjent ignorert: ignorert formelen X: ubesvart

Kun svar: ikke vist fremgangsmåte ikke behov: oppgaven krevde ingen behandling av objektet

Ingen: ikke vist noen strategi for å finne den ukjente etter å ha stilt opp utrykket

Runde 2

	oppg6 spm 1	oppg6 spm2	x og y	m og T	s, v, t	epleoppgaven
α	X	X	1.	6.	6.	
β	7.	ingen	7.	1.	1.	
γ	6.	6.	6.	6.	6.	
δ	7.	7.	7.	7.	6.	
ε	ignorert	ignorert	7.	7.	6.	
ζ	kun svar	kun svar	6.	kun svar	kun svar	
η	6.	6.	6.	6.	ikke behov	
θ	ignorert	ignorert	ignorert	ignorert	ikke behov	
ι	X	X	ingen	X	ikke behov	
κ	6.	5.	3.	ingen	ikke behov	
λ	3./5.	3./5.	5.	5.	ikke behov	
μ	ignorert	ignorert	7.		7.	ikke behov
ν	6.	ignorert	7.		6.	ikke behov
ξ	ignorert	ignorert	1.		6.	ikke behov
ο	6.	6.	ingen		5.	7.
π	6.	6.	ingen		5.	5.
ρ	ignorert	ignorert	7.		ignorert	ikke behov

1.-7.: Kierans (1992) strategier for å finne en ukjent   ignorert: ignorert formelen   X: ubesvart

Kun svar: ikke vist fremgangsmåte   ikke behov: oppgaven krevde ingen behandling av objektet

Ingen: ikke vist noen strategi for å finne den ukjente etter å ha stilt opp utrykket