

Validering av postproessor for
probabilistisk utmattingsvurdering med
anvendelse på gjenget
stigerørsforbindelse

Øyvind Mobeck
Henrik Abelsen Sagfossen

Master i produktutvikling og produksjon
Innlevert: juni 2014
Hovedveileder: Gunnar Härkegård, IPM

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for produktutvikling og materialer

**MASTER THESIS SPRING 2014
FOR
STUD.TECHN. ØYVIND MOBECH
STUD.TECHN. HENRIK SAGFOSSEN**

**VALIDATION OF PROBABILISTIC FATIGUE POST-PROCESSOR WITH APPLICATION
TO THREADED RISER CONNECTION**

**Validering av postprosessor for probabilistisk utmattingsvurdering med anvendelse
på gjenget stigerørsforbindelse**

The FEA based postprocessor LINKpfat offers deterministic and probabilistic S-N and da/dn models for fatigue life prediction based on peak-stress or weakest-link analysis as well as analyses of crack growth from prescribed or randomly distributed material defects. It is of great practical importance to determine the validity range of these models.

The following Master Assignment comprises the validation of the weakest-link module of LINKpfat and its application to a threaded riser connection.

- Stress analysis of smooth tensile and bend specimens (optional: torsion specimens) of rectangular (optional: circular or annular) cross-section using a variety of 2D, tri, quad (optional: 3D, tet, hex) elements (1st and 2nd order) and mesh sizes
- Fatigue assessment of smooth specimens
 - Using the (i) peak-stress and (ii) weakest-link [1] modules of LINKpfat with suitably chosen S-N data, e.g., DNV-RP-C203 [2], and Weibull parameters
 - Comparison with analytical predictions of (P-)S-N curves
- Axisymmetric stress analysis of threaded riser connection investigated by Wittenberghe [3] (optional: FMC connection)
 - Make a clear distinction between (due to plasticity and contact phenomena possibly non-linear) 'make-up' pre-stressing and (generally linear elastic) cyclic stressing due to external loading
 - Compare with stress fields obtained by Wittenberghe [3] and Braun [4]
- Fatigue assessment of threaded riser connection
 - Using the (i) peak-stress and (ii) weakest-link modules of LINKpfat with suitably chosen S-N data and Weibull parameters
 - Comparison of predicted (P-)S-N curves with experimentally observed fatigue lives due to Wittenberghe (optional: FMC connection [5])

References

1. A. Wormsen, B. Sjödin, G. Härkegård, A. Fjeldstad, Non-local stress approach for fatigue assessment based on weakest-link theory and statistics of extremes. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 30, No. 12, 2007, pp. 1214-1227.
2. Recommended practice DNV-RP-C203, *Fatigue Design of Offshore Steel Structures*, October 2012,
http://exchange.dnv.com/publishing/Codes/ToC_edition.asp#Standards.

3. J. Van Wittenberghe, Experimental Analysis and Modelling of the Fatigue Behaviour of Threaded Pipe Connections, PhD Thesis.
4. M. Braun. Fatigue of threaded riser connections. 2013. Project Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Dept. of Engineering Design and Materials.
5. A. Fjeldstad, A. Wormsen, F. Kirkemo, Fatigue assessment of threaded segment specimens based on the weakest link theory. Proceedings of *OMAE2013*.


Three weeks after start of the thesis work, an A3 sheet illustrating the work is to be handed in. A template for this presentation is available on the IPM's web site under the menu "Masteroppgave" (<http://www.ntnu.no/ipm/masteroppgave>). This sheet should be updated one week before the Master's thesis is submitted.

Performing a risk assessment of the planned work is obligatory. Known main activities must be risk assessed before they start, and the form must be handed in within 3 weeks of receiving the problem text. The form must be signed by your supervisor. All projects are to be assessed, even theoretical and virtual. Risk assessment is a running activity, and must be carried out before starting any activity that might lead to injury to humans or damage to materials/equipment or the external environment. Copies of signed risk assessments should also be included as an appendix of the finished project report.

The thesis should include the signed problem text, and be written as a research report with summary both in English and Norwegian, conclusion, literature references, table of contents, etc. During preparation of the text, the candidate should make efforts to create a well-arranged and well-written report. To ease the evaluation of the thesis, it is important to cross-reference text, tables and figures. For evaluation of the work, a thorough discussion of results is appreciated.

The thesis shall be submitted electronically via DAIM, NTNU's system for Digital Archiving and Submission of Master's thesis.

Contact persons are:
Prof. B. Haugen NTNU/IPM
V. Osen LINKftr AS
Dr.ing. A. Wormsen FMC Kongsberg


for Torgeir Welo
Head of Division


Gunnar Härkegård
Professor/Supervisor

Sammendrag

Enkle geometrier har blitt brukt til å validere postprosessoren LINKpfat med bruk av den probabalistiske utmattingsmetoden weakest link. De enkle modellene har blitt utsatt for et utvalg av lasttilfeller og elementnett. LINKpfat ga gode resultater for heksaedriske 3D-elementer, men samtidig feilaktige resultater for de tetraedriske. En enkel aksesymmetrisk modell har blitt analysert for å validere LINKpfat for arbeid med stigerørsforbindelsen. Det er observert at de lineære, aksesymmetriske, triangulære elementene gir de beste resultatene og er dermed brukt i videre analyser.

Den aksesymmetriske stigerørsforbindelsen ble modellert og analysert i Abaqus. Stigerøret har blitt utsatt for en forspenning av gjengeforbindelsen, et innvendig overtrykk og en syklisk strekkspenning som simulerer bøyemomentene det utsettes for. Resultatene stemte godt overens med tidligere utmattingsforsøk av gjengede stigerørsforbindelser. Stigerøret fikk plastiske deformasjoner i gjengebunnen under forspenningen, disse høye spenningene gjorde at stigerøret gikk til brudd ved lave spenningsamplituder. Det har medført at LINKpfat ikke har blitt validert for høye spenningsamplituder. Resultatene fra utmattingsforsøkene utført i LINKpfat har blitt sammenliknet med fullskala utmattingsforsøk og SN-kurver. Det er konkludert med at weakest link metoden gir levetider som stemmer med forsøk. Weakest link gir lengre levetider enn local stress som er en mer konservativ utmattingsmetode.

Abstract

Smooth specimens have been used to validate the post processor LINKpfat for the probabilistic fatigue method weakest link. A selection of loads and meshes were applied to the specimens. LINKpfat provided reasonable results for hexagonal 3D elements, while the results calculated for the tetrahedral elements have been proven faulty. A smooth, axisymmetric model has been used to validate LINKpfat for further analyses on the threaded riser connection. Based on these analyses it was decided that a triangular 2D mesh would give the best results, and it was therefore applied to succeeding analyses.

The axisymmetric model of the threaded riser connection was created and analyzed in Abaqus. Make-up stress was applied to the riser connection, together with internal pressure and cyclic stress amplitude that would simulate the bending moment subjected to the riser. The results from the FE analyses were in good comparison with previous analyses. During the FE analyses plastic deformation occurred at the thread root, the high stresses leading to the riser connection not being able to handle large stress amplitudes before failing. As a result LINKpfat has not been validated for high stress amplitudes. By comparing results from the weakest link method in LINKpfat with full scale fatigue tests and SN curves, it was concluded that LINKpfat provides accurate fatigue life estimates. Furthermore it is observed that the local stress method gives a more conservative lifetime estimate than weakest link.

Forord

Masteroppgaven ”Validering av postprossessor for probabilistisk utmattingsvurdering med anvendelse på gjenget stigerørsforbindelse” har blitt utformet av Gunnar Härkegård ved instituttet for produktutvikling og materialer, IPM, våren 2014. Oppgaven skrives ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU, i Trondheim. Oppgaven bygger på prosjektoppgaven ”utmattingsvurdering av gjengede stigerørsforbindelser” som høsten 2013 ble forfattet ved NTNU. Masteroppgaven er skrevet i samarbeid med oljeserviceselskapet FMC Technologies i Kongsberg. Modellene blir modellert og analysert i Abaqus 6.13.1. Utmattingsanalysene utføres med postprosessoren LINKpfat.

Vi takker Anders Wormsen fra FMC Technologies, Vidar Osen fra Sintef, vår kontaktperson Bjørn Hauge og vår veileder Gunnar Härkegård for viktig og god veiledning.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning	1
1.1. Problemstilling	1
1.2. Begrunnelse av arbeid	1
1.3. Tidligere undersøkelser	1
1.4. Informasjon fra litteratur	1
1.4.1. Utmattingsteori	1
1.4.2. Utmatningsanalyser	3
1.4.3. Weakest link metoden	3
1.4.4. Local stress metoden	5
1.4.5. Utforming av SN og MN-kurver	5
1.5. Håndberegning av Weibullamplitude	8
1.5.1. Aksialt strekk	8
1.5.2. Trepunkts bøyning	9
1.5.3. Firepunkts bøyning	10
1.5.4. Trepunkts roterende bøyning	11
1.5.5. Firepunkts roterende bøyning	12
1.5.6. Håndberegning av Weibullamplitude for Torsjon	14
1.5.7. Resultater fra håndberegning av Weibullamplitude	14
1.6. Elementer brukt under FE-analyser	16
2. Undersøkelse av enkle modeller	19
2.1. Aksialt strekk	19
2.2. Bøyemoment	23
2.3. Trepunkts bøyning	30
2.4. Firepunkts bøyning	35
2.4. Torsjon	40
2.5. Innvendig trykk	46
2.6. Trepunkts roterende bøyning	52
2.7. Firepunkts roterende bøyning	56
2.8. Konklusjon av undersøkelser gjort på enkle modeller	60
3. Undersøkelse av gjenget stigerørsforbindelse	61
3.1. Geometri	61
3.2. Materialelegenskaper	63
3.3. Belastninger	64
3.3.1. Belastninger fra vind og bølger	64
3.3.2. Innvendig trykk i stigerør	65
3.3.3. Forspenning av gjengeforbindelsen	66

3.4. Forhold som påvirker levetiden til stigerør	68
3.4.1. Svakheter i sveis	68
3.4.2. Korrosjon	68
3.4.3. Forenklinger i denne oppgaven	68
3.5. FE-analyse	68
3.5.1. Elementvalg	68
3.5.2. Beregning av forspenning i gjengeforbindelsen	71
3.5.3. Spenningsanalyser	75
3.6. Utmattingsanalyse	84
4. Diskusjon	92
4.1. FE-analyse	92
4.2. Utmattingsanalyse	94
5. Konklusjon	96
6. Kilder	97
Vedlegg A: Utledning av Weibullamplitude for aksialt strekk	i
Vedlegg B: Utledning av Weibullamplitude for 3PB	ii
Vedlegg C: Utledning Weibullamplitude for 4PB	iii
Vedlegg D: Utledning av Weibullamplitude for 3PRB	iv
Vedlegg E: Utledning av Weibullamplitude for 4PRB	vi
Vedlegg F: Utledning av Weibullamplitude for torsjon	viii
Vedlegg G: Tabeller for bjelke utsatt for aksialt strekk	x
G-1. Weibullamplituder fra LINKpfat sammenliknet med håndberegninger	x
G-2. Levetider fra WL sammenliknet med LS	xi
Vedlegg H: Tabell til Figur 71	xiii
Vedlegg I: Tabell til Figur 73	xiv
Vedlegg J: Tabell til Figur 74	xv
Vedlegg K: Tabell for Figur 75	xvi
Vedlegg L: Risikovurdering	xvii

Liste over tabeller

Tabell 1. Utmattingsanalyser i LINKpfat	3
Tabell 2. Tabell over verdier for SN-kurver fra DNV-RP-C203 [2]	7
Tabell 3. Transformasjon fra kartesiske koordinater til sylinderkoordinater	11
Tabell 4. Sammenfatning av resultater for håndberegning av Weibullamplituden	15
Tabell 5. Verdier for Weibullamplituden ved grensetilfellene av formfaktoren	16
Tabell 6. Oversikt over elementtyper	18
Tabell 7. Materialparametere i LINKpfat	19
Tabell 8. Resultat av FE-analyse på bjelke utsatt for en uniform strekkspenning	21
Tabell 9. Resultat fra FE-analyse på sylindrisk stav	25
Tabell 10. Sammenlikning av Weibullamplitude fra LINKpfat med resultater fra håndberegninger	28
Tabell 11. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden	29
Tabell 12. Resultat av FE-analyse på bjelke utsatt for 3PB	32
Tabell 13. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 3PB	33
Tabell 14. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 3PB	34
Tabell 15. Resultat av FE-analyse på bjelke utsatt for 4PB	37
Tabell 16. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 4PB	38
Tabell 17. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 4PB	39
Tabell 18. Resultater fra FE-analyse for sylindrisk stav utsatt for torsjon	42
Tabell 19. Sammenlikning av Weibullamplitude fra LINKpfat med håndberegninger	44
Tabell 20. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden	45
Tabell 21. Resultat av FE-analyse på 3D-modell av sylindrisk rør	49
Tabell 22. Resultat av FE-analyse på aksesymmetrisk modell av sylindrisk rør sammenliknet med 3D-modell	50
Tabell 23. Resultat av utmattingsanalyse på 3D-modell av sylindrisk rør	51
Tabell 24. Resultat av utmattingsanalyse på aksesymmetrisk modell av sylindrisk rør sammenliknet med 3D-modell	51
Tabell 25. Resultater av FE-analyse ved 3PRB	53
Tabell 26. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 3PRB	54
Tabell 27. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 3PRB	55

Tabell 28. Resultater av FE-analyse ved 4PRB	58
Tabell 29. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 4PRB	58
Tabell 30. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 4PRB	59
Tabell 31. Dimensjoner på 4.5" API stigerør	62
Tabell 32. Materialdata for F22-stål brukt i stigerøret	63
Tabell 33. Elementstørrelser på FE-modell av stigerør	68
Tabell 34. Parametere brukt under postprosessanalyse av stigerør i LINKpfat	84
Tabell 35. Inkremitter for levetidsanalyse	85

Liste over figurer

Figur 1. Spenningsyklus.....	2
Figur 2. Sannsynligheten for brudd ved forskjellige formfaktorer plottet mot forholdet mellom Weibullamplitude og karakteristisk utmattingsstyrke.....	5
Figur 3. SN-kurver i luft fra DNV-RP-C203 [2]	7
Figur 4. Rektangulær bjelke utsatt for strekk	8
Figur 5. Rektangulær bjelke utsatt for 3PB med tilhørende momentdiagram.....	9
Figur 6. Rektangulær bjelke utsatt for 4PB med tilhørende momentdiagram.....	10
Figur 7. Transformasjon fra kartesiske koordinater til sylindriske koordinater.....	11
Figur 8. Sylindrisk stav utsatt for 3PRB med tilhørende momentdiagram.....	12
Figur 9. Sylindrisk stav utsatt for 4PRB med tilhørende momentdiagram.....	13
Figur 10. Sylindrisk stav utsatt for torsjon med tilhørende skjærspenninger	14
Figur 11. Eksempel på lineært element (t.v.) og kvadratisk element (t.h.)	16
Figur 12. Lineært element (t.v.) og kvadratisk element (t.h.) på en kurvet overflate.....	17
Figur 13. Full integrasjon (t.v.) og redusert integrasjon (t.h.) i et element.....	17
Figur 14. Illustrasjon av todimensjonale, aksesymmetriske elementer	18
Figur 15. Koordinatsystem for rektangulær bjelke.....	20
Figur 16. Oppspenning av rektangulær bjelke med påført strekklast	20
Figur 17. Resultat av FE-analyse for rektangulær bjelke utsatt for en uniformt strekkspenning i MPa	22
Figur 18. Resultat av FE-analyse på sylindrisk stav utsatt for en uniform strekkspenning i MPa	22
Figur 19. SN-kurve for aksialt strekk	23
Figur 20 koordinatsystem for sylindrisk stav	25
Figur 21. Sylindrisk stav med grensebetingelser og bøyemoment om et referansepunkt merket RP-1	25
Figur 22. Resultat fra FE-analyse på sylindrisk stav utsatt for et bøyemoment over tverrsnittet i MPa	26
Figur 23. Sammenlikning av teoretisk løsning for bøyespennning med resultater fra FE-analyse.....	27
Figur 24. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for bøyemoment sammenliknet med DNV B1 [2]	30
Figur 25. Skisse av en rektangulær bjelke utsatt for 3PB.....	31
Figur 26. Spenninger i en rektangulær bjelke utsatt for 3PB i MPa	32
Figur 27. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 3PB sammenliknet med DNV B1 [2]	35

Figur 28. Skisse av rektangulær bjelke utsatt for 4PB.....	36
Figur 29. Spenninger i en rektangulær bjelke utsatt for 4PB i MPa	36
Figur 30. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 4PB sammenliknet med DNV B1 [2]	40
Figur 31. Sylindrisk stav utsatt for torsjon om et referansepunkt merket RP-1	41
Figur 32. Spenninger i en sylindrisk stav utsatt for torsjon i MPa	42
Figur 33. Sammenlikning av teoretiske skjærspenninger med resultat fra FE-analyse.....	43
Figur 34. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for torsjon sammenliknet med DNV B1 [2]	46
Figur 35. Tverrsnitt av sylindrisk rør utsatt for innvendig trykk.....	47
Figur 36. Radialspenning (t.v.) og tangentialspenning (t.h.) for et rør utsatt for innvendig trykk på $34.5 MPa$, og tilhørende sammenlikning mellom teori og FE-analyse plottet i graf.....	48
Figur 37. Radialspenning (t.v.) og tangentialspenning (t.h.) for et rør utsatt for innvendig trykk på $69 MPa$, og tilhørende sammenlikning mellom teori og FE-analyse plottet i grafene	48
Figur 38. Radialspenning (t.v.) og tangentialspenning (t.h.) for et rør utsatt for innvendig trykk på $103.5 MPa$, og tilhørende sammenlikning mellom teori og FE-analyse plottet i grafene	49
Figur 39. Sammenlikning av hovedspenningene for elementtypene brukt på sylindrisk rør plottet mot innvendig trykk	50
Figur 40. SN-kurver for rør utsatt for innvendig trykk.....	52
Figur 41. Spenninger i en sylindrisk stav utsatt for 3PRB i MPa	53
Figur 42. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 3PRB sammenliknet med DNV B1 [2].....	56
Figur 43. Spenninger i en sylindrisk stav utsatt for 4PRB i MPa	57
Figur 44. Spenningskonsentrasjon i kontaktområdet for 4PRB i MPa	57
Figur 45. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 4PRB sammenliknet med DNV B1 [2].....	60
Figur 46. Stigerør og sammenføringsring som utgjør stigerørsforbindelsen.....	61
Figur 47. Snitt av stigerørsforbindelsen med stiptet symmetrilinje.....	61
Figur 48. Illustrasjon av gjengegeometrien	62
Figur 49. Mål og dimensjoner på gjengene i mm	63
Figur 50. Spennings- og tøyingskurve for F22 stål definert av ASME VIII Div.2 [13]	64
Figur 51. Modell av stigerøret med stiptet symmetrilinje, grensebetingelser og strekkspenning	65
Figur 52. Modell av stigerøret med stiptet symmetrilinje, grensebetingelser og innvendig trykk	66
Figur 53. Forspenning gjengene, modellert som et overlapp	67
Figur 54. Statiske og sykliske spenninger som virker på stigerøret	67

Figur 55. CAX3 Elementnett på aksesymmetrisk modell	69
Figur 56. Opplagring av sammenføringsring	69
Figur 57. Sammenlikning av spenningsfelt med kvadratiske, triangulære (t.v.) og rektangulære (t.h.) elementer i <i>MPa</i>	70
Figur 58. Sammenlikning av spenningsfelt med lineære, triangulære (t.v.) og rektangulære (t.h.) elementer i <i>MPa</i>	70
Figur 59. Plastiske tøyningen plottet mot det radielle overlappet av gjengene	71
Figur 60. Stigerørsforbindelse med <i>0.1 mm</i> radielt overlapp i <i>MPa</i>	72
Figur 61. Spenninger i gjengebunnen ved <i>0.1 mm</i> radielt overlapp <i>MPa</i>	73
Figur 62. Plastisk deformasjon i gjengebunn ved <i>0.1 mm</i> radielt overlapp	74
Figur 63. Plastisk deformasjon i gjengebunn ved <i>0.1 mm</i> overlapp og <i>150 MPa</i> strekk	74
Figur 64. Plastisk deformasjon i gjengebunn ved <i>0.1 mm</i> overlapp, <i>150 MPa</i> strekk og <i>34.4 MPa</i> innvendig trykk	75
Figur 65. Stigerørsforbindelse av et elastisk materiale påsatt <i>150 MPa</i> strekk i <i>MPa</i>	77
Figur 66. Stigerørsforbindelse av et elastisk-plastisk materiale påsatt <i>150 MPa</i> strekk i <i>MPa</i>	79
Figur 67. Stigerør av et elastisk-plastisk materiale med <i>0.1 mm</i> radielt gjengeoverlapp påsatt <i>150</i> <i>MPa</i> strekk i <i>MPa</i>	81
Figur 68. Spenninger i gjengebunnen ved radielt overlapp på <i>0.1 mm</i> og en strekkspenning på <i>150</i> <i>MPa</i> i <i>MPa</i>	82
Figur 69. Stigerør av et elastisk-plastisk materiale med <i>0.1 mm</i> radielt gjengeoverlapp påsatt <i>150</i> <i>MPa</i> strekk og <i>34.5 MPa</i> indre overtrykk i <i>MPa</i>	83
Figur 70. Spenningsfeltene som ligger til grunn for analysen i LINKpfat med en spenningsamplitude på <i>50 MPa</i> i <i>MPa</i>	85
Figur 71. SN-kurver for WL og LS-metoden for et stigerør uten indre overtrykk sammenliknet med resultater fra utmattingstest gjort i Wittenberghe [3]	87
Figur 72. Fullskala utmattingstest utført på 4.5" API stigerør i Wittenberghe [3]	87
Figur 73. Levetider fra utvalgte standarder med både WL og LS-metode plottet mot bøyemomentvidde. 89	
Figur 74. Spenningsvidde plottet mot levetid kalkulert med WL for tilfellene med og uten indre overtrykk	90
Figur 75. Sannsynlighet for brudd plottet mot forholdet mellom den karakteristiske utmattingsstyrken og Weibullamplituden ved <i>1.0E+06</i> sykler	91
Figur 76. Resultater fra Wittenberghe's spenningsanalyse [3]: a) Med forspenning og b) Med forspenning og <i>150 MPa</i> strekk	93

Figur 77. Resultater fra Brauns spenningsanalyse [4]. Modell utsatt for kun forspenning (t.v.), og modell utsatt for forspenning og aksialt strekk på *100 MPa* (t.h.).....93

Nomenklatur

B	<i>Bredde</i>
D_b	<i>Ytre diameter på sammenføringsring</i>
D_n	<i>Nominell gjengediameter</i>
D_p	<i>Ytre diameter på API 4.5" stigerør</i>
E	<i>Elastisitetsmodul</i>
F	<i>Punktlast</i>
H	<i>Høyde</i>
I	<i>Annet arealmoment</i>
$I_{rør}$	<i>Annet arealmoment for rør</i>
I_{syl}	<i>Annet arealmoment for sylindere</i>
J	<i>Torsjonskonstant</i>
K	<i>Spenningskonsentrasjonsfaktor</i>
K_t	<i>Spenningskonsentrasjonsfaktor ved lineært elastisk materiale</i>
K_σ	<i>Spenningskonsentrasjonsfaktor ved elastisk-plastisk materiale</i>
L	<i>Lengde</i>
M	<i>Moment</i>
M_b	<i>Bøyemoment</i>
M_r	<i>Bøyemomentvidde</i>
N	<i>Antall sykler</i>
N_f	<i>Antall sykler til brudd</i>
P_f	<i>Sannsynlighet for brudd</i>
P_i	<i>Indre trykk</i>
P_y	<i>Ytre trykk</i>
R	<i>Forhold mellom minimum og maksimum spenningsamplitude</i>
R_i	<i>Indre radius</i>
R_o	<i>Radius ved overflate</i>
S	<i>Nominell spenning</i>
S_{11}	<i>Normalspenning i x-retning</i>

S_{12}	<i>Skjærspenninger i x-planet i y-retning</i>
S_{22}	<i>Normalspenning i y-retning</i>
S_{22_maks}	<i>Maksimal normalspenning i y-retning</i>
S_{23}	<i>Skjærspenninger i y-planet i z-retning</i>
S_{31}	<i>Skjærspenninger i z-planet i x-retning</i>
S_{33}	<i>Normalspenning i z-retning</i>
S_a	<i>Nominell spenningsamplitude</i>
S_r	<i>Spenningsvidde</i>
T	<i>Torsjonsmoment</i>
V	<i>Volum</i>
V_0	<i>Referansevolum</i>
WT	<i>Veggtykkelse for API 4.5" stigerør</i>
a	<i>Avstand fra punktlast til opplager</i>
b	<i>Formfaktor</i>
h	<i>Avstand fra gjengebunn til gjengetopp</i>
\log_{10}	<i>Logaritme med grunntall 10</i>
$\log_{10}(a)$	<i>Krysningspunktet mellom gjennomsnitts SN-kurven og $\log_{10}(N)$-aksen</i>
$\log_{10}(\bar{a})$	<i>Krysningspunktet mellom SN-kurven korrigert for standardavvik og $\log_{10}(N)$-aksen</i>
m	<i>Stigning til SN-kurve</i>
p	<i>Gjengestigningstall</i>
r	<i>Radius</i>
$s_{\log N}$	<i>Standardavviket til $\log_{10}(N)$</i>
y	<i>Avstand fra massesentrum</i>
Φ	<i>Funksjon av gitte parametere, $0 \leq \Phi \leq 1$</i>
α	<i>Gjengevinkel</i>
β	<i>Stigningsvinkel</i>
ε	<i>Tøyning</i>
ε_e	<i>Elastisk tøyning</i>
ε_p	<i>Plastisk tøyning</i>

ϑ	<i>Rotasjonsvinkel</i>
ν	<i>Tverrkontraksjonstall</i>
σ_a	<i>Spenningsamplitude</i>
σ_{a_maks}	<i>Maksimal spenningsamplitude</i>
σ_b	<i>Bøyespennning</i>
σ_f	<i>Utmattingsgrense</i>
σ_m	<i>Middelspenning</i>
σ_{maks}	<i>Maksimal spenning</i>
σ_{min}	<i>Minimal spenning</i>
σ_r	<i>Radialspenning</i>
σ_{uts}	<i>Bruddstyrke</i>
σ_v	<i>Von Mises spenning</i>
σ_{ys}	<i>Flytespenning</i>
σ_φ	<i>Tangentialspenning</i>
$\bar{\sigma}_a$	<i>Weibullamplitude</i>
σ^*_{A0}	<i>Karakteristisk utmattingsstyrke som gir sannsynligheten for brudd lik 63.2 %</i>
σ^*_{AN}	<i>Karakteristisk utmattingsstyrke</i>
σ^*_{AN50}	<i>Karakteristisk utmattingsstyrke gir sannsynligheten for brudd lik 50 %</i>
τ	<i>Skjærspenning</i>
τ_{a_maks}	<i>Maksimal skjærspenningsamplitude</i>

Akronymer og definisjoner

3PB	Trepunkts bøying
3PRB	Trepunkts roterende bøying
4PB	Firepunkts bøying
4PRB	Firepunkts roterende bøying
DNV GL	Det norske Veritas
FE	Finite element
LS	Local stress
MN	Sammenheng mellom nominelt bøyemoment og antall sykler til brudd
SN	Sammenheng mellom nominell spenning og antall sykler til brudd
TPI	Threads per inch
WL	Weakest link

1. Innledning

1.1. Problemstilling

Masteroppgaven består av to hoveddeler. I den første delen analyseres enkle modeller med sirkulære og kvadratiske tverrsnitt. De enkle modellene analyseres i Abaqus med strekkspenning, bøyemoment, indre overtrykk og torsjonsmoment. Under sammenlikningen blir det brukt en variasjon av elementtyper og elementstørrelser. Modellene blir analysert i LINKpfat med utmattingsmetodene weakest link (WL) og local stress (LS). Resultatene fra WL og LS-analysene sammenliknes med håndberegninger for å kunne verifisere LINKpfat for videre arbeid.

I den andre delen av oppgaven modelleres det gjengede stigerøret som en aksesymmetrisk modell i Abaqus. Modellen analyseres i LINKpfat med WL-metoden for deretter å bli sammenliknet med LS-metoden og gjeldende standarder. Gjengene i stigerørsforbindelsen vil være utsatt for et forspenn, og modellen belastes med et indre overtrykk og en syklisk strekkspenning.

1.2. Begrunnelse av arbeid

Masteroppgaven er en fortsettelse av prosjektoppgaven som ble skrevet høsten 2013 [1]. I prosjektoppgaven ble levetiden vurdert med LS-metoden. Denne oppgaven tar analysen videre fra LS til WL-metoden. I oppgaven blir LINKpfat validert for WL-metoden med ulike lasttilfeller, geometrier og elementnett. Resultatene fra levetidsanalysen gjort med WL-metoden blir sammenliknet med resultater fra LS-analyser. Det utføres sammenlikninger med SN-kurver som beskriver forholdet mellom nominell spenning og antall sykler til brudd. Disse kurvene er designet av blant annet Det norske Veritas (DNV GL) som innehar standarden DNV-RP-C203 [2].

1.3. Tidligere undersøkelser

Jeroen Van Wittenberghe utførte i 2012 undersøkelser på gjengede stigerørsforbindelser ved Universitetet i Gent, Belgia [3]. Wittenberghe gjennomførte fullskala utmattingsforsøk på gjengede stigerør med firepunkts bøyning og aksialt strekk. Han sammenliknet resultatene fra forsøkene med egenmodellerte 2D og 3D-modeller, samt DNV B og ASME-B31 SN-kurver. Wittenberghe konkluderte med at DNV B kurven er en god designkurve, men at både den og ASME-B31 er for konservative.

Moritz Braun skrev høsten 2013 en prosjektoppgave som validerte resultater fra Wittenberghe med LINKpfat [4]. Resultater fra FE-analyser i Braun vil sammen med resultater fra Wittenberghe bli brukt som sammenlikningsgrunnlag for FE-analyser gjort i denne oppgaven.

1.4. Informasjon fra litteratur

1.4.1. Utmattings teori

Utmattning kan oppstå når et materiale er utsatt for en varierende spenningsamplitude over tid. Utmattningen kan skje selv om spenningene i materialet er under flytegrensen. Det er tre faser i et utmattingsbrudd: Initiering av mikroskopiske sprekker, sprekkevækst og restbrudd. Et restbrudd er når materialet rives fra hverandre på ett eller flere punkter. Restbruddet kan oppstå raskt og uten forvarsel.

Det er flere forskjellige måter å beregne utmattingslevetiden på. Det eksisterer metoder basert på bruddmekanikk, der man studerer sprekkeveksten per syklus, $\frac{da}{dN}$, og metoder som vurderer utmattingen i forhold til SN-kurver.

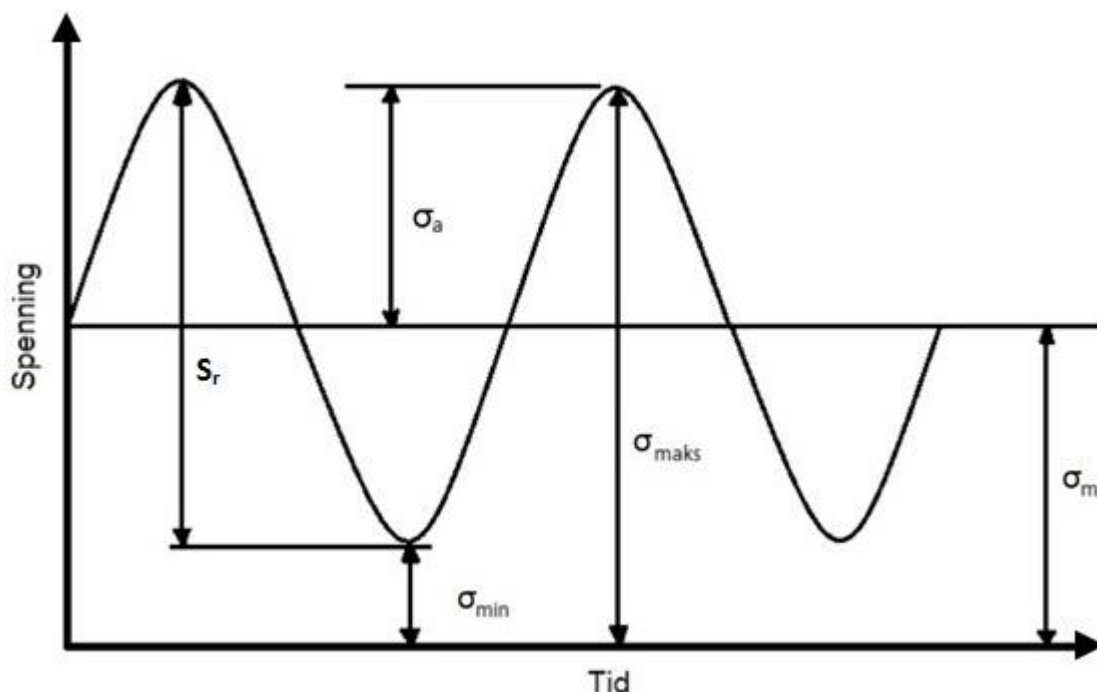
Utmattingslevetiden blir påvirket av blant annet skarpe kjerver, defekter i materialet, korrosjon og spenningsamplitude. Det vil utredes grundigere for disse utfordringene i seksjon 3.3. Belastninger.

Figur 1 viser en enkel spenningsyklus bestående av kun strekk, altså positiv spenninger. Ofte vil spenningsyklusler gå fra strekk til trykk, for eksempel ved en roterende aksel med en konstant last. Det resulterer i en R lik -1 ved likning (1), der R er forholdet mellom minste og største nominelle spenning. Likningene (1) til (3) er hentet fra læreboken Mechanical Behavior of Materials [5]. σ_{maks} og σ_{min} er henholdsvis den maksimale og den minimale spenningen, σ_m er middelspenningen, σ_a er spenningsamplituden og S_r er spenningsvidden. Middelspenningen vil være den gjennomsnittlige spenningen konstruksjonen utsettes for.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{maks}} \quad (1)$$

$$\sigma_{maks} = \sigma_m + \sigma_a \quad (2)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (3)$$



Figur 1. Spenningsyklus

1.4.2. Utmatningsanalyser

For å estimere levetiden til en konstruksjon brukes postprosessorer som LINKpfat til å analysere resultater fra FE-analyser. LINKpfat skiller mellom deterministiske metoder, der man finner maksimale spenninger eller faktiske defekter, mot probabilistiske der sannsynlighetsregning anvendes. Sammenhengen mellom de forskjellige analysemetodene sees i Tabell 1. I denne oppgaven fokuseres det primært på WL-metoden. LS-metoden vil brukes som et sammenlikningsverktøy mot WL-metoden.

Tabell 1. Utmatningsanalyser i LINKpfat

	Deterministisk	Probabilistisk
SN	Local stress (LS)	Weakest link (WL)
$\frac{da}{dN}$	Single defect (SD)	Random defect (RD)

1.4.3. Weakest link metoden

WL-metoden anvender Weibulls sannsynlighetsfordeling. Dette er en probabilistisk utmatningsanalyse som baserer seg på SN-kurvedata. Likning (4) viser Weibullamplituden for en geometri med volum, V , og referansevolum, V_0 , utsatt for en syklisk spenningsamplitude, σ_a . Spenningsfeltet er definert i likning (5). Weibullamplituden, $\bar{\sigma}_a$, vil være uavhengig av middelspenningen, σ_m . Formfaktoren, b , beskriver spredningen i modellen [6].

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_V \sigma_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (4)$$

$$\sigma(t) = \sigma_m \pm \sigma_a \quad (5)$$

Sannsynligheten for overlevelse, P_s , bestemmes av likning (6). Likning (6) forenkles til likning (7) Ved å bruke likning (4). Sannsynlighet for brudd, P_f , vil være 1 minus sannsynligheten for overlevelse slik det er vist i likning (8).

$$P_s = e^{-\left(\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{A0}^*} \right)^b dV \right)} \quad (6)$$

$$P_s = e^{-\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_{A0}^*} \right)^b} \quad (7)$$

$$P_f = 1 - P_s = 1 - e^{-\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_{A0}^*} \right)^b} \quad (8)$$

σ_{A0}^* vil være den karakteristiske utmattingsstyrken som gir en sannsynlighet for brudd lik 63.2 %. Denne sannsynligheten er bestemt fra likning (9), der den karakteristiske utmattingsstyrken er satt lik Weibullamplituden.

$$P_f = 1 - e^{-1} = 1 - 0.368 = 0.632 = 63.2 \% \quad (9)$$

Den karakteristiske utmattingsstyrken, σ_{AN}^* , kan også defineres slik at sannsynligheten for brudd er 50 %, og refereres da til som σ_{AN50}^* .

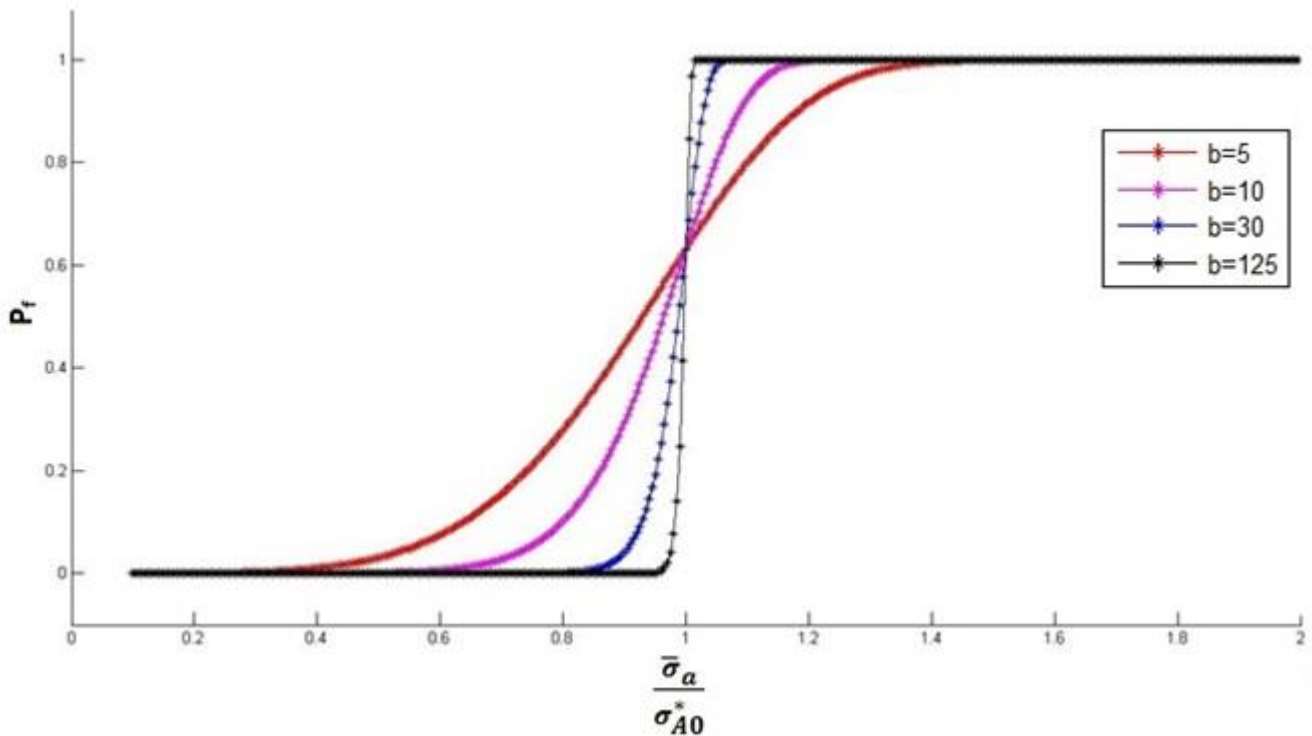
Formfaktoren vil påvirke størrelsen på Weibullamplituden og dermed også sannsynligheten for brudd slik det kommer frem av likning (4) og (8). Formfaktoren beskriver spredning i resultatene for et gitt materiale og geometri utsatt for en spenningscyklus over et visst antall sykler. Et uniformt materiale med få defekter og nøye maskinert geometri vil typisk ha en høyere formfaktor enn et materiale med et større antall defekter og en mindre nøyaktig maskinert geometri. Det er naturlig at resultatene fra tester gjort på eksemplarer som er svært like hverandre blir mer sammenfallende enn resultater fra tester gjort på eksemplarer med delvis forskjellige materialeegenskaper og geometri.

For en høy formfaktor vil spredningen være liten, og overgangen fra 0 til 100 % sannsynlighet for brudd vil være brå, se Figur 2 for $b = 125$. En komponent med en uendelig stor formfaktor sies å være uten spredning. Slik Figur 2 viser vil sannsynligheten for brudd øke ettersom forholdet mellom Weibullamplitude og karakteristisk utmattingsstyrke øker.

Når formfaktoren blir stor kommer det frem fra likning (10) og (11) at sannsynligheten for brudd vil konvergere mot 0 eller 100 % for svært små differanser mellom Weibullamplituden og den karakteristiske utmattingsstyrken.

$$\lim_{b \rightarrow \infty} P_f = \lim_{b \rightarrow \infty} 1 - e^{-\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_{A0}^*}\right)^b} = 1 - 0 = 1 = 100 \% , \text{ for } \bar{\sigma}_a > \sigma_{A0}^* \quad (10)$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} P_f = \lim_{b \rightarrow \infty} 1 - e^{-\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_{A0}^*}\right)^b} = 1 - 1 = 0 = 0 \% , \text{ for } \sigma_{A0}^* > \bar{\sigma}_a \quad (11)$$



Figur 2. Sannsynligheten for brudd ved forskjellige formfaktorer plottet mot forholdet mellom Weibullamplitude og karakteristisk utmattingsstyrke

1.4.4. Local stress metoden

LS er en spenningsbasert metode for utmatting hvor den største spenningen i emnet lokaliseres. Levetiden kalkuleres med bakgrunn i det punktet hvor denne spenningen inntreffer. LS-metoden vil følgelig gi konservative levetidsanalyser. LS vil i likhet med WL ta i bruk SN-kurvedata for å kalkulere levetid. I emner med kjerver eller liknende bruker man en spenningskonsentrasjonsfaktor, K , for å regne om den nominelle spenningen, S , til den maksimale spenningen i kjervbunnen, σ_{maks} . Utrykket for K vises i likning (12). Resultater fra LS-analyser i LINKpfat blir sammenliknet med resultater fra levetidsanalyser gjort med WL-metoden.

$$K = \frac{\sigma_{maks}}{S} \quad (12)$$

1.4.5. Utforming av SN og MN-kurver

Standarden DNV-RP-C203 brukes for å beregne levetid fra spenninger i modellen [2]. Den inneholder blant annet SN-kurver som er konstruert ved å gjennomføre utmattingsforsøk på prøvestaver. SN-kurvene i standarden er gitt av likning (13) og (14), hvor \log_{10} er logaritmen basert på grunntall 10 og m er stigningstallet. $\log_{10}(\bar{a})$ er krysningpunktet mellom SN-kurven og $\log_{10}(N)$ -aksen etter at det er trukket fra to ganger standardavviket, $s_{\log N}$. $\log_{10}(a)$ er krysningpunktet mellom SN-kurven og $\log_{10}(N)$ -aksen for en gjennomsnittlig SN-kurven. Disse verdiene er oppgitt i Tabell 2.

LINKpfat kalkulerer levetid fra spenningsamplitude, σ_a , mens i DNV-RP-C203 brukes spenningsvidde, S_r . Det er nødvendig å bruke sammenhengen vist i likning (15) når resultater fra LINKpfat skal sammenliknes med SN-kurver fra DNV-RP-C203. I denne oppgaven brukes SN-kurver som følger likning (13)

(design-kurver). Ved å bruke design-kurver vil sannsynligheten for brudd, P_f , i området under SN-kurven være på 4.6 % [3].

$$\log_{10}(N) = \log_{10}(\bar{a}) - m \cdot \log_{10}(S_r) \quad (13)$$

$$\log_{10}(\bar{a}) = \log_{10}(a) - 2 \cdot s_{\log N} \quad (14)$$

$$S_r = 2 \cdot \sigma_a \quad (15)$$

DNV-RP-C203 standarden er gyldig for materialer med flytespenning, σ_{ys} , lavere enn 960 MPa i luft og 550 MPa i sjøvann. Materialet brukt i denne oppgaven vil ha en flytespenning godt innenfor kravet fra standarden. Standarden er gyldig for temperaturer opp til 100 °C. I denne oppgaven antas det at dette temperaturkravet overholdes og at det dermed ikke trengs å bruke en temperaturkorrigeringsfaktor.

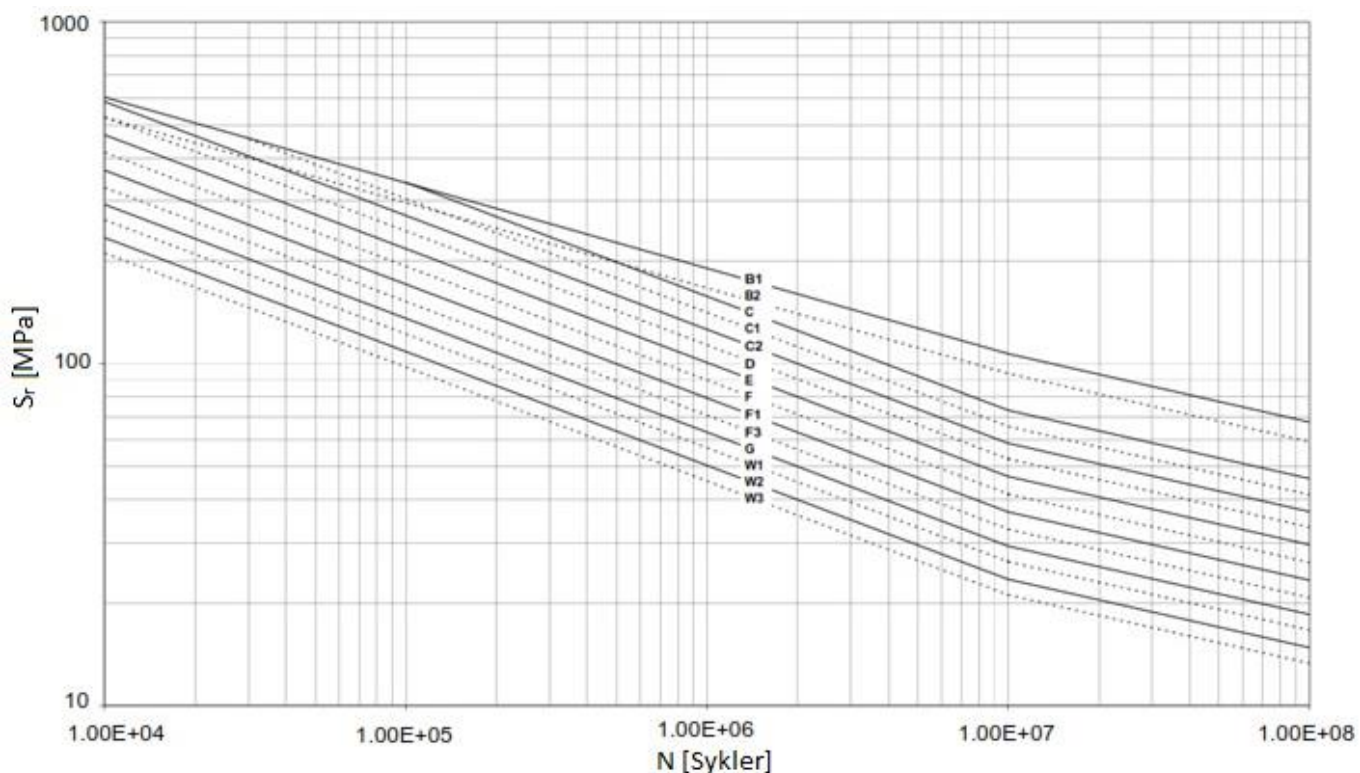
Standarden er utviklet for høysyklus utmatting. Høysyklus utmatting er spenningsbasert og det er normalt med $1.0E+04$ eller flere sykler per år, samt at spenningene ligger godt under flytegrensen. For eksempel er bølgelaster typisk $5.0E+06$ sykler per år. Lavsyklus utmatting er tøyingsbasert, mindre enn $1.0E+04$ sykler per år og med spenninger nær flytegrensen til materialet. Slik Figur 3 viser er SN-kurven kun plottet for utmatting med mer enn $1.0E+04$ sykler i løpet av et år.

I denne oppgaven er det brukt SN-kurven i luft, dette er de samme forholdene Wittenberghe hadde under sine forsøk [3]. DNV-RP-C203 gir data om utmattingsgrenser og antall sykler til brudd [2]. Data fra B1 og HS SN-kurvene brukes i analysen. I følge standarden er det bølge- og vindlaster i regionen under $1.0E+06$ sykler som gir det største bidraget til utmatting.

Utmattingsgrensen, σ_f , bestemmes gjerne ved $1.0E+07$ sykler. Dette er et naturlig antall sykler å velge for et materiale som ikke har en veldefinert og tydelig utflating av SN-kurven. Utmattingsgrensen er definert som den høyeste spenningsamplituden som gir uendelig antall sykler til brudd. Verdiene i Tabell 2 er plottet som SN-kurver i Figur 3 med likning (13).

Tabell 2. Tabell over verdier for SN-kurver fra DNV-RP-C203 [2]

SN-kurve	$N \leq 10^7$ sykler		$N \geq 10^7$ sykler $\log_{10}(\bar{a}_2) m_2 = 5$	Utmatningsgrense ved 10^7 sykler
	m_1	$\log_{10}(\bar{a}_1)$		
B1	4	15.117	17.146	106.97
B2	4	14.885	16.856	93.59
C	3	12.592	16.320	73.10
C1	3	12.449	16.081	65.50
C2	3	12.301	15.835	58.48
D	3	12.164	15.606	52.63
E	3	12.010	15.350	46.78
F	3	11.855	15.091	41.52
F1	3	11.699	14.832	36.84
F3	3	11.546	14.576	32.75
G	3	11.398	14.330	29.24
W1	3	11.261	14.101	26.32
W2	3	11.107	13.845	23.39
W3	3	10.970	13.617	21.05



Figur 3. SN-kurver i luft fra DNV-RP-C203 [2]

MN-kurver designes på samme måte som SN-kurver. De skiller seg fra hverandre ved at *y-aksen* i MN-diagrammet vil bestå av det bøyemomentet som kreves for å gi opphav til den nominelle spenningsamplituden som SN-diagrammet baserer seg på. Antall sykler til brudd kalkuleres på samme måte for begge diagrammene.

1.5. Håndberegning av Weibullamplitude

For å kunne validere resultater fra LINKpfat sammenliknes Weibullamplituder med resultater fra håndberegninger, som utledes fra likning (4). Denne likningen forenkles for flere spesifikke tilfeller.

I alle tilfellene er modellen utsatt for sykliske laster slik at utmattingsbrud er mulig. Spenningsamplituden som oppstår fra disse sykliske lastene brukes til å regne ut Weibullamplituden. Modellene har last og geometri utformet slik at de får samme nominelle spenningsamplitude, S_a . Den nominelle spenningsamplituden vil for alle tilfeller være den største spenningen som oppstår i modellen.

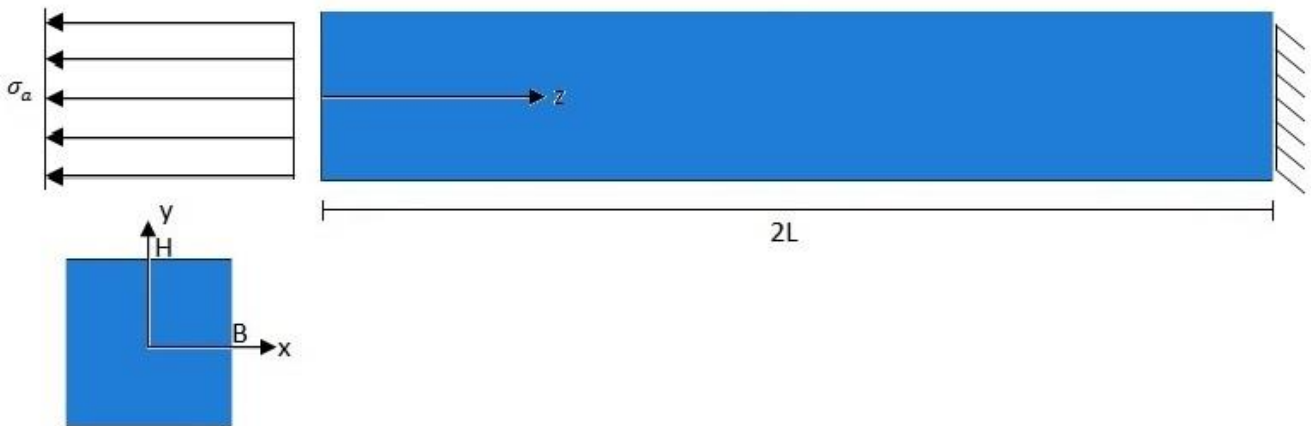
For å kunne integrere over spenningsamplituden settes spenningsamplituden, σ_a , lik den maksimale spenningsamplituden, σ_{a_maks} , multiplisert med en funksjon, Φ . Slik det fremstår i likning (16). Funksjonen, Φ , vil være avhengig av hvilket tilfelle som observeres.

$$\sigma_a = \sigma_{a_maks} \cdot \Phi, \text{ for } \leq \Phi \leq 1 \quad (16)$$

1.5.1. Aksialt strekk

I tilfelle med aksialt strekk er en rektangulær bjelke innspent i den ene enden og påsatt en syklisk strekkspenning på den motsatte endeflaten. Oppspenning og last vises i Figur 4. Spenningene i bjelken vil være homogene. Volumet av bjelken kan kalkuleres etter likning (17).

$$V = 2B \cdot 2H \cdot 2L = 8BHL \quad (17)$$



Figur 4. Rektangulær bjelke utsatt for strekk

Utleddning av Weibullamplituden for en rektangulær bjelke utsatt for uniformt strekk vises i sin helhet i vedlegg A. Det endelige resultatet vises i likning (18).

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot S_a \quad (18)$$

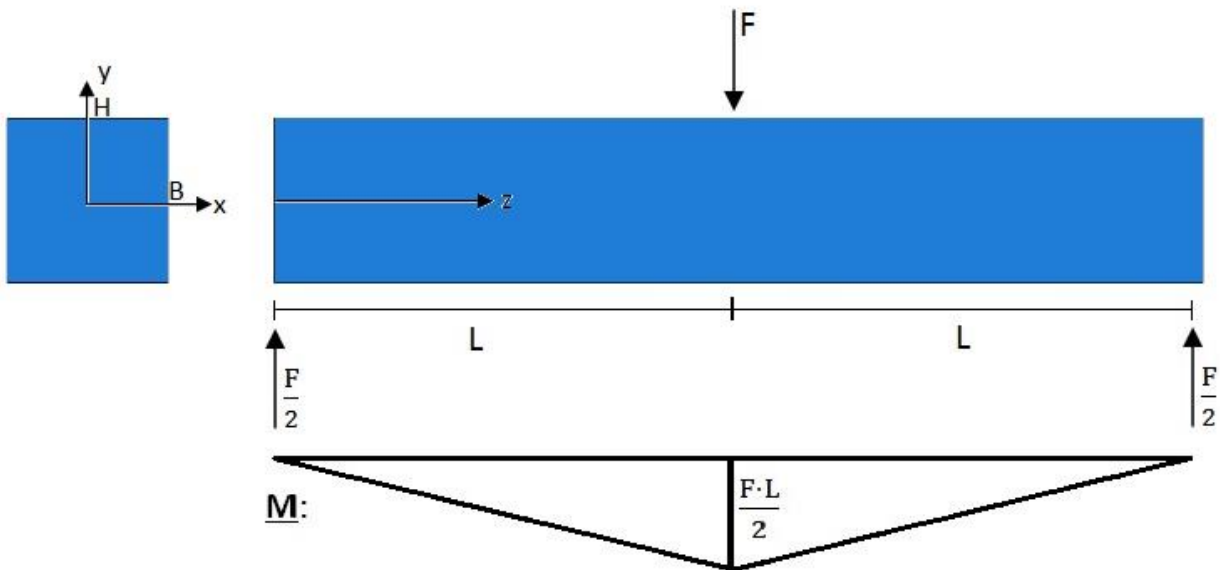
1.5.2. Trepunkts bøyning

For tilfelle med trepunkts bøyning (3PB) er en rektangulær bjelke fritt opplagret i begge ender og påsatt en punktlast, F , som virker midt på bjelken i negativ y -retning. Opplager og punktlast samt tilhørende momentdiagram vises i Figur 5. Absoluttverdien av spenningsamplituden er symmetrisk om xz -planet og punktlasten. For å forenkle problemet regnes derfor Weibullamplituden ut for et volum begrenset av disse symmetriplanene, fra $y = 0$ til $y = H$, fra $z = 0$ til $z = L$ og fra $x = -B$ til $x = B$. Volumet gitt av denne begrensningen beskrives i likning (19).

$$V = 2B \cdot H \cdot L \quad (19)$$

Spenningsamplituden vil variere over tverrsnittet avhengig av både z og y -koordinatene. Derfor er ϕ avhengig av både y og z slik likning (20) viser. Spenningsamplituden vil gå fra null ved opplageret og langs bøyeaksen, hvor $z = 0$ eller $y = 0$, til sin maksimale verdi under punktlasten ved overflaten av bjelken, der $z = L$ og $y = H$.

$$\Phi = \Phi(y, z) \quad (20)$$



Figur 5. Rektangulær bjelke utsatt for 3PB med tilhørende momentdiagram

Utledning av Weibullamplituden for en rektangulær bjelke utsatt for 3PB vises i sin helhet i Vedlegg B. Det endelige resultat vises i likning (21).

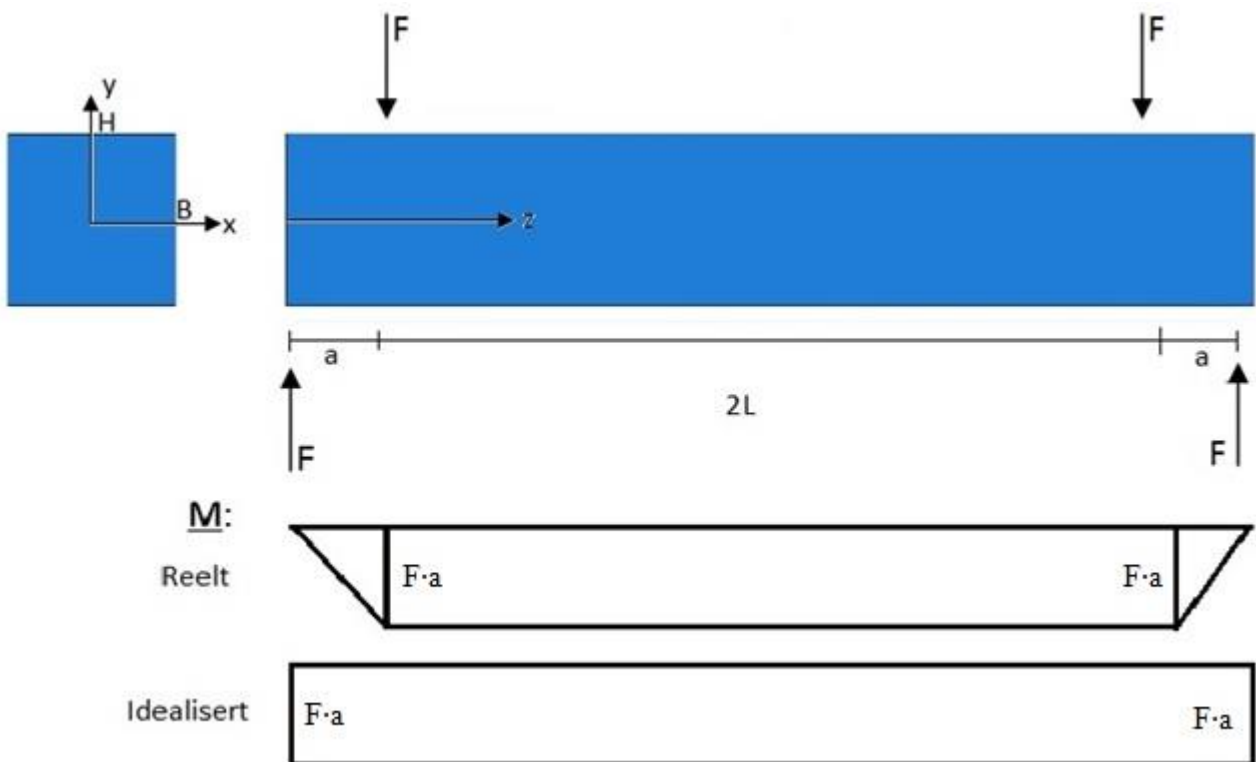
$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{S_a}{(b+1)^{\frac{1}{b}}} \quad (21)$$

1.5.3. Firepunkts bøyning

For tilfelle med firepunkts bøyning (4PB) er en rektangulær bjelke fritt opplagret i begge ender og påsatt to punktlaster plassert en avstand, a , fra opplagrene. Dette fører til et lineært økende moment fra opplager til last samt et konstant moment mellom lastene slik Figur 6 viser. Ved å neglisjere momentet mellom opplager og last og anta at hele lengden av bjelken er påsatt et konstant moment, vil spenningsfeltet i 4PB tilsvare en fast innspent bjelke påsatt et bøyemoment. Disse to tilfellene vil ha samme spenningsfordeling over tverrsnittet. Spenningsamplituden vil ikke variere i lengderetning, men den vil variere over høyden av bjelken. Φ blir slik likning (23) viser en funksjon av y . Utrekningene forenkles ved å se på kun øvre halvdel av bjelken, fra $y = 0$ til $y = H$, absoluttverdien av spenningsamplituden vil som for 3PB være symmetrisk om xz -planet. Volumet gitt av denne begrensningen beskrives i likning (22).

$$V = 2B \cdot H \cdot 2L = 4BHL \tag{22}$$

$$\Phi = \Phi(y) \tag{23}$$



Figur 6. Rektangulær bjelke utsatt for 4PB med tilhørende momentdiagram

Utleddning av Weibullamplituden for en rektangulær bjelke utsatt for 4PB vises i sin helhet i Vedlegg C. Det endelige resultat vises i likning (24).

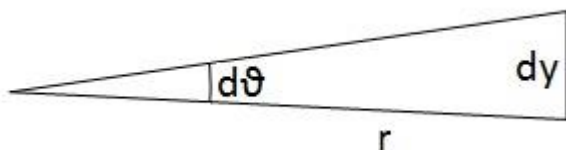
$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{S_a}{(b+1)^{\frac{1}{b}}} \quad (24)$$

1.5.4. Trepunkts roterende bøying

Ved trepunkts roterende bøying (3PRB) påføres en sylindrisk stav en punktlast mens den roteres om sin egen akse. Forholdet mellom minimum og maksimum spenningsamplitude, R , blir -1 i følge likning (1). For tilfellene med roterende bøying brukes en sylindrisk stav i stedet for en bjelke med kvadratisk tverrsnitt. Staven roteres slik at punktlasten i løpet av en rotasjon vil ha virket på hele omkretsen av staven. Spenningsfeltet går fra sin maksimale positive verdi til sin maksimale negative verdi og tilbake til den maksimale positive verdien for et gitt punkt i løpet av en omdreining av staven. Siden staven roteres er det hensiktsmessig å transformere til sylinderkoordinater. Transformasjonen til sylinderkoordinater vises stegvis i likning (25), (26), (27) og (28).

$$\sin \vartheta = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}} \quad (25)$$

$$\text{for } \vartheta \ll 1 \text{ rad, så vil } \sin \vartheta \approx \vartheta \quad (26)$$



Figur 7. Transformasjon fra kartesiske koordinater til sylinderkoordinater

Argumentet fra likning (26) holder for likning (27). Figur 7 brukes til å bestemme *motstående katet* og *hypotenus* slik at likning (25) er definert. Videre kan sylindertransformasjonen bestemmes slik likning (28) viser. Den endelige transformasjonen fra kartesiske til sylindriske koordinater vises i Tabell 3.

$$d\vartheta \ll 1 \text{ rad} \quad (27)$$

$$dy = r \cdot d\vartheta \quad (28)$$

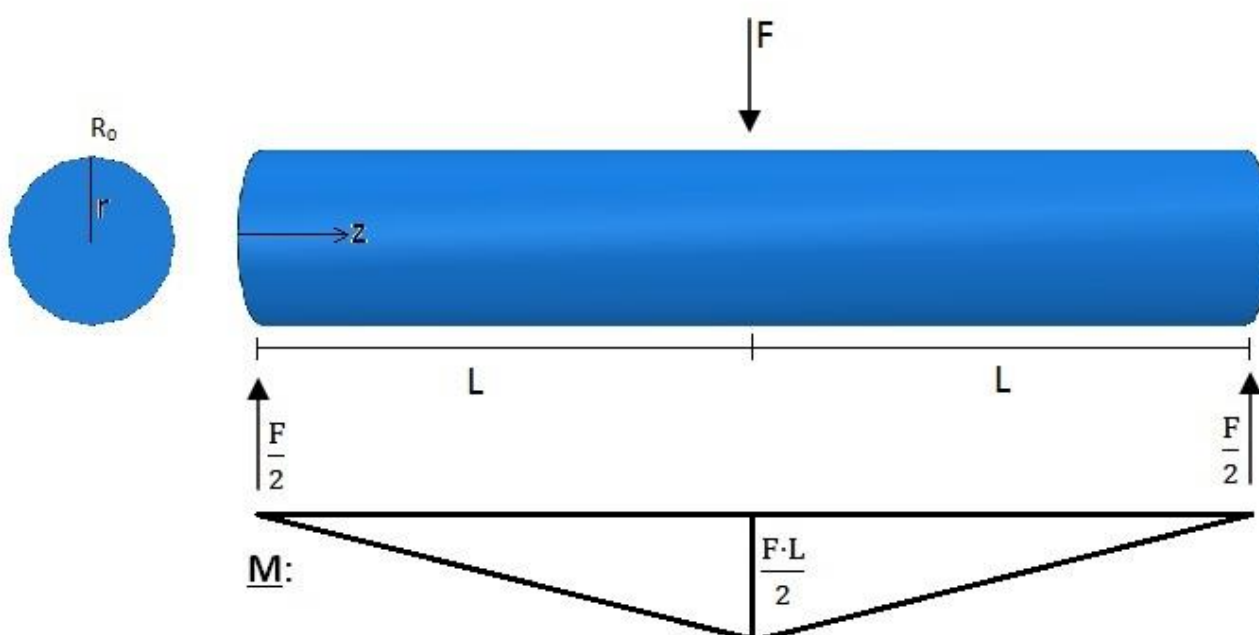
Tabell 3. Transformasjon fra kartesiske koordinater til sylinderkoordinater

Kartesiske koordinater	Sylindriske koordinater
dx	dr
dy	$r \cdot d\vartheta$
dz	dz

For tilfellet med 3PRB vil staven være fritt opplagret i begge ender samt være påsatt en punktlast som virker midt på bjelken i negativ y -retning. Spenningsamplituden er symmetrisk om punktlasten og utregningene kan dermed forenkles ved kun å se på halve staven, fra $z = 0$ til $z = L$. ϕ blir dermed en funksjon av r og z slik likning (30) viser. Volumet med disse begrensningene er gitt i likning (29), her er R_0 radius ved overflaten av staven. Koordinatsystem, krefter som virker på staven og tilhørende momentdiagram vises i Figur 8.

$$V = R_0^2 \cdot \pi \cdot L \quad (29)$$

$$\Phi = \Phi(r, z) \quad (30)$$



Figur 8. Sylindrisk stav utsatt for 3PRB med tilhørende momentdiagram

Utleddning av Weibullamplituden for en roterende sylindrisk stav utsatt for 3PRB vises i sin helhet i vedlegg D, der θ er rotasjonsvinkelen til staven. Det endelige resultat vises i likning (31).

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{((b+2)(b+1))^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a \quad (31)$$

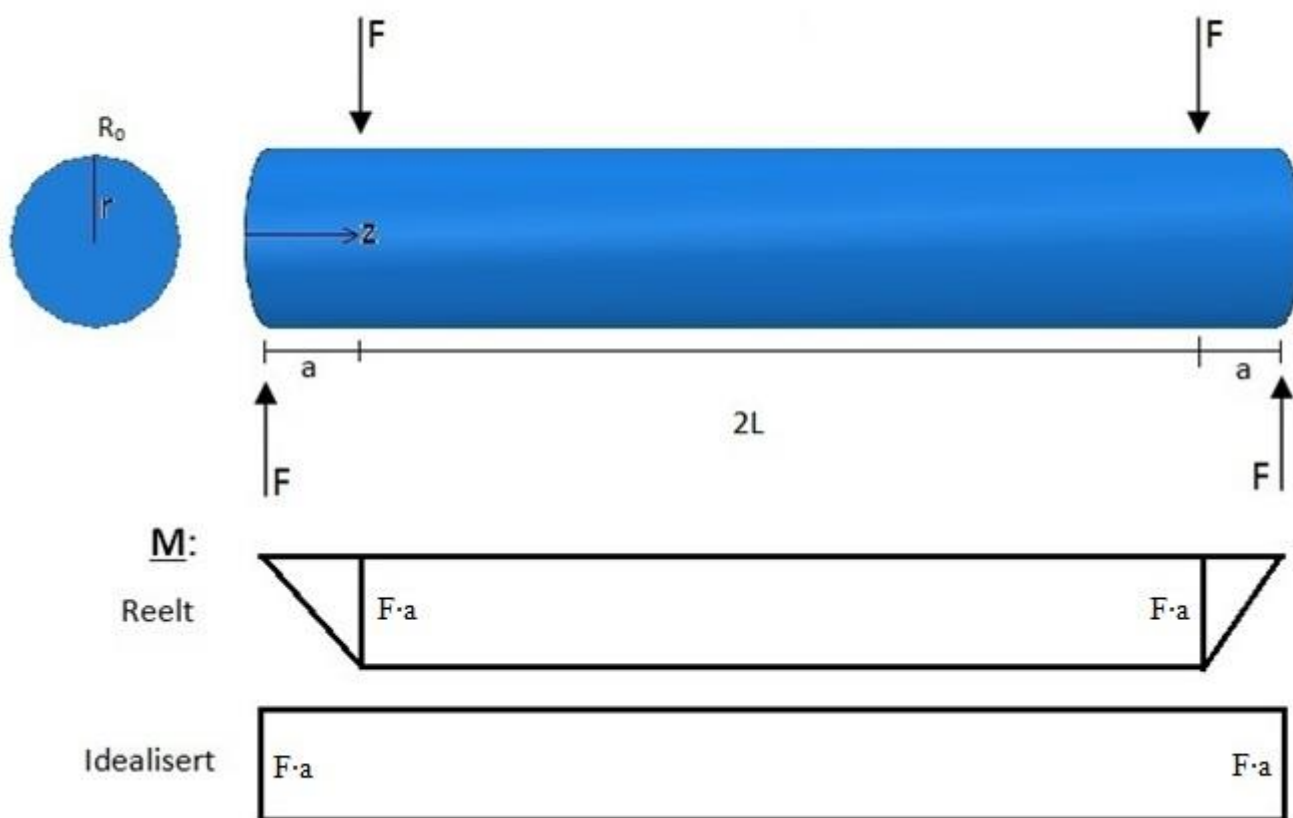
1.5.5. Firepunkts roterende bøyning

Firepunkts roterende bøyning (4PRB) simuleres ved at en sylindrisk stav er fritt opplagret i begge ender samt påsatt to punktlaster ut mot hvert sitt opplager. Staven vil roteres mens punktlastene holdes fast. Det

lineært avtagende momentet fra punktlastene til opplagene neglisjeres slik at spenningsamplituden antas konstant over lengden av staven. Φ er en funksjon av r slik likning (33) viser. Volumet av hele staven blir vist i likning (32). Koordinatsystem, krefter som virker på staven og tilhørende momentdiagrammer vises i Figur 9.

$$V = R_0^2 \cdot \pi \cdot 2L \quad (32)$$

$$\Phi = \Phi(r) \quad (33)$$



Figur 9. Sylindrisk stav utsatt for 4PRB med tilhørende momentdiagram

Utleddning av Weibullamplituden for en roterende sylindrisk stav utsatt for 4PRB vises i sin helhet i vedlegg E. Det endelige resultat vises i likning (34).

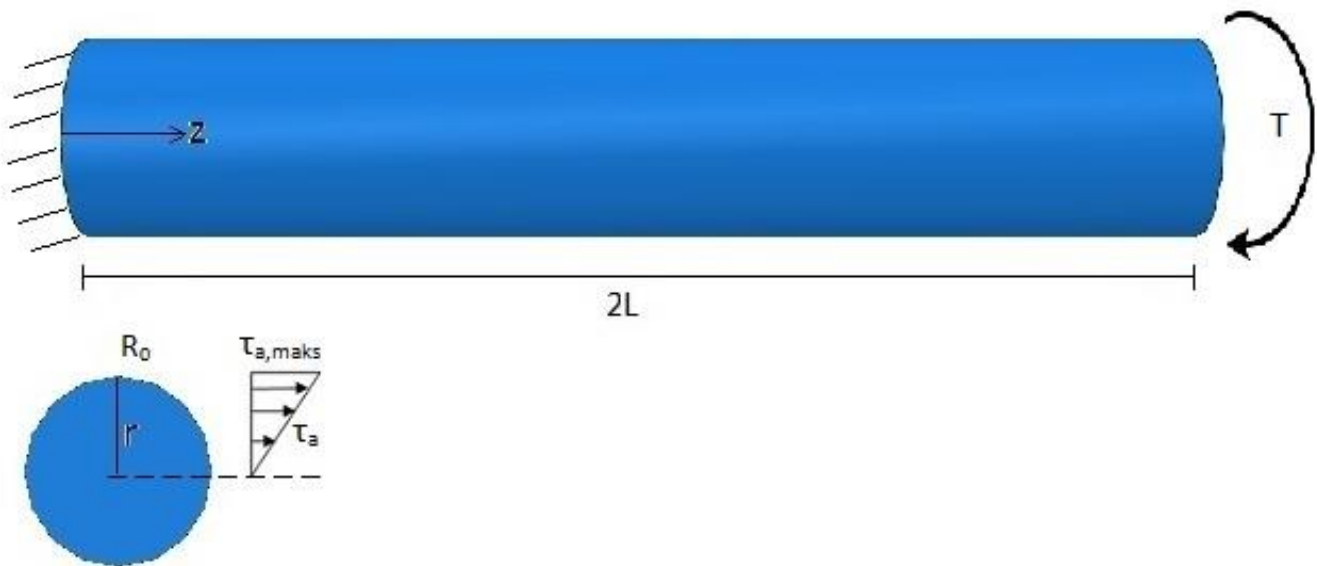
$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a \quad (34)$$

1.5.6. Håndberegning av Weibullamplitude for Torsjon

Det siste tilfellet som undersøkes er en sylindrisk stav utsatt for torsjon. Staven er fast oppspent i den ene enden og påsatt et syklisk torsjonsmoment, T , på den andre enden. Oppspenning og last vises sammen med koordinatsystem og skjærspenning, τ , i Figur 10. Torsjonsmomentet skaper skjærspenninger som går fra null ved senterlinjen og opp til sin maksimale verdi ved overflaten av staven der, $r = R_o$. For en gitt r vil skjærspenningen være konstant uavhengig av rotasjonsvinkelen og konstant langs lengden av staven. Φ er en funksjon av r , slik likning (36) viser. Størrelsen på Torsjonsmomentet er slik at den skalare størrelsen til τ_{a_maks} vil være lik S_a . Volumet av staven vises i likning (35)

$$V = R_o^2 \cdot \pi \cdot 2L \quad (35)$$

$$\Phi = \Phi(r) \quad (36)$$



Figur 10. Sylindrisk stav utsatt for torsjon med tilhørende skjærspenninger

Utleddning av Weibullamplituden for en sylindrisk stav utsatt for torsjon vises i sin helhet i vedlegg F. Det endelige resultat vises i likning (37).

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a \quad (37)$$

1.5.7. Resultater fra håndberegning av Weibullamplitude

Resultatene fra disse seks tilfellene sammenfattes i Tabell 4. Volumet, V , av den belastede modellen vil avvike svært lite fra referansevolumet, V_0 . Det vil av den grunn kun medføre en ubetydelig feilkilde ved å anta at disse to volumene er like [7]. Resultatene gitt av denne forenklingen vises også i Tabell 4.

Tabell 4. Sammenfatning av resultater for håndberegning av Weibullamplituden

Tilfelle	Weibullamplitude, $\bar{\sigma}_a$	For $V = V_0$
Aksialt strekk	$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot S_a$	S_a
3PB	$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{S_a}{(b+1)^{\frac{2}{b}}}$	$\frac{S_a}{(b+1)^{\frac{2}{b}}}$
4PB	$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{S_a}{(b+1)^{\frac{1}{b}}}$	$\frac{S_a}{(b+1)^{\frac{1}{b}}}$
3PRB	$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{((b+2)(b+1))^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$	$\frac{2^{\frac{1}{b}}}{((b+2)(b+1))^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$
4PRB	$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$	$\frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$
Torsjon	$\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$	$\frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$

Resultatene som er sammenfattet i Tabell 4 er som funksjoner av formfaktoren, b . Det vil senere i oppgaven bli gjort utmattingsanalyser på disse tilfellene i LINKpfat med forskjellige formfaktorer. Resultatene av håndberegninger for grensetilfellene når formfaktoren går mot 1 eller ∞ er sammenfattet i Tabell 5. Grensetilfellene kan brukes som en referanse for hva Weibullamplituden skal konvergere mot for svært små eller svært store formfaktorer. Når formfaktoren blir uendelig stor, og det ikke lenger er noe spredning vil Weibullamplituden for alle tilfellene konvergere mot den maksimale spenningsamplituden. Den maksimale spenningsamplituden vil for de tilfellene som er undersøkt i denne oppgaven, være den nominelle spenningsamplituden, S_a .

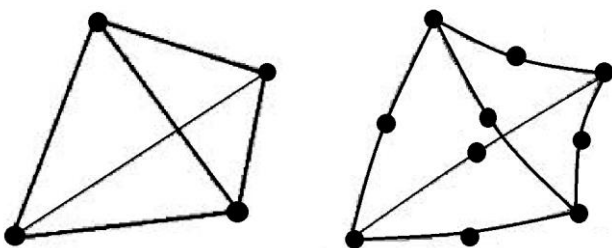
Tabell 5. Verdier for Weibullamplituden ved grensetilfellene av formfaktoren

Tilfelle	Weibullamplitude, $\bar{\sigma}_a$ For $V = V_0$	$b = 1$	$\lim_{b \rightarrow \infty} \bar{\sigma}_a$
Aksialt strekk	S_a	S_a	S_a
3PB	$\frac{S_a}{(b+1)^{\frac{2}{b}}}$	$\frac{S_a}{4}$	S_a
4PB	$\frac{S_a}{(b+1)^{\frac{1}{b}}}$	$\frac{S_a}{2}$	S_a
3PRB	$\frac{2^{\frac{1}{b}}}{((b+2)(b+1))^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$	$\frac{S_a}{3}$	S_a
4PRB	$\frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$	$\frac{2 \cdot S_a}{3}$	S_a
Torsjon	$\frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a$	$\frac{2 \cdot S_a}{3}$	S_a

1.6. Elementer brukt under FE-analyser

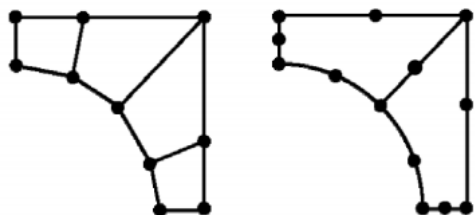
Det er et bredt utvalg av elementtyper tilgjengelig i Abaqus for FE-analyser. Elementtyper velges på bakgrunn av lasttilfelle og geometri. I første del av oppgaven blir det brukt 3D-elementer og plane, akse-symmetriske 2D-elementer for å verifisere enkle geometrier.

Det skiller mellom lineære og kvadratiske elementer, der de lineære er av første orden og de kvadratiske er av annen orden. Det er fordeler og ulemper med både de lineære og de kvadratiske. Et lineært element vil ikke klare å beskrive en kurvet overflate like nøyaktig som et kvadratisk element, da det kun er to noder per linje slik Figur 11 viser. Brukes det et lineært elementnett kreves det et finere nett for å få samme nøyaktighet på en kurvet overflate enn ved et kvadratisk.



Figur 11. Eksempel på lineært element (t.v.) og kvadratisk element (t.h.)

Figur 12 viser hvordan det blir brukt færre kvadratiske elementer til å lage en jevn overflate, sammenliknet med lineære elementer.



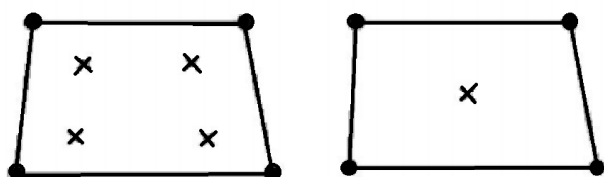
Figur 12. Lineært element (t.v.) og kvadratisk element (t.h.) på en kurvet overflate

Lineære elementer har en tendens til å bli stivere enn kvadratiske fordi en større del av energien går over til skjærspenninger i stedet for bøyespenninger [8].

Fordelen med å bruke et lineært elementnett er at det krever mindre datakraft. For en geometri uten små radier og komplisert geometri vil det være lønnsomt å bruke lineære elementer i stedet for kvadratiske, da resultatet vil ha tilnærmet samme nøyaktighet. Kvadratiske elementer er mer følsomme for forvrenginger enn lineære, og kan derfor gi dårlige resultater ved for eksempel kontakt.

Det skilles også mellom heksagonale og tetraedriske elementer. Heksagonale elementer er kubeformet med åtte hjørner, og en node i hvert hjørne. Tetraeder elementer har fire hjørner, med en node i hvert hjørne. For en enkel geometri anbefales det å bruke heksagonale, da de bruker mindre datakraft [8].

For å redusere bruken av datakraft bruker Abaqus redusert integrasjon. Dette blir brukt som en standard innstilling for mange av elementene. Redusert integrasjon vil si at programmet ikke integrerer over alle Gauss-punktene. Abaqus bruker formfunksjoner mellom punktene for å få riktig form og for å kompensere for reduksjonen av antall punkter. Figur 13 viser hvordan antall Gauss-punktene blir redusert fra fire punkter til bare ett punkt i midten av elementet.



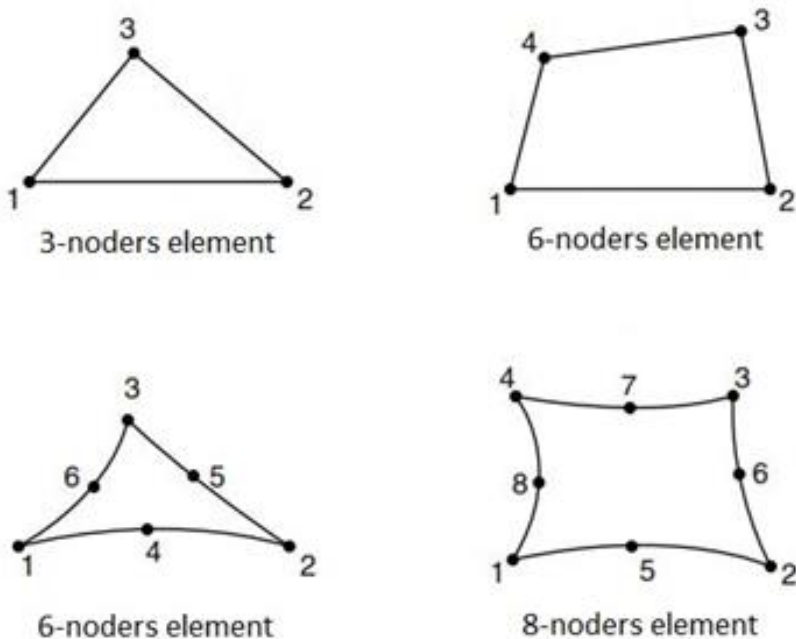
Figur 13. Full integrasjon (t.v.) og redusert integrasjon (t.h.) i et element

Ved kontakttilfeller er det anbefalt å bruke lineære elementer [8]. Men ved bøyning av en komplisert geometri er det anbefalt å bruke kvadratiske heksagonale elementer. Disse to påstandene blir motsigende i noen av tilfellene i denne oppgaven, flere elementer er derfor undersøkt for å etablere hva som gir best resultat. I Tabell 6 finnes en oversikt over elementtypene som er brukt i denne oppgaven.

Tabell 6. Oversikt over elementtyper

Elementnavn	Elementtype	Antall noder	Orden	Annet
C3D8R	3D, Heksagonale	8	Lineært	Redusert integrasjon
C3D20R	3D, Heksagonale	20	Kvadratisk	Redusert integrasjon
C3D4	3D, Tetraeder	4	Lineært	
C3D10	3D, Tetraeder	10	Kvadratisk	
C3D10M	3D, Tetraeder	10	Kvadratisk	Kontaktmodifisert
CAX4R	Aksesymmetrisk rektangulært	4	Bilineært	Redusert integrasjon, Timeglass-kontroll
CAX8R	Aksesymmetrisk rektangulært	8	Bilineært	Redusert integrasjon, Timeglass-kontroll
CAX3	Aksesymmetrisk triangulær	3	Lineært	
CAX6M	Aksesymmetrisk triangulær	6	Kvadratisk	Modifisert, timeglass-kontroll

I den aksesymmetriske modellen av stigerøret er det brukt aksesymmetriske elementer. Elementene er kvadratiske eller lineære, og har enten fire eller tre hjørner. En illustrasjon av de plane aksesymmetriske elementene er vist i Figur 14. For en gitt analyse vil det kun brukes én elementtype fordi LINKpat ikke kan håndtere flere elementtyper i samme modell.



Figur 14. Illustrasjon av todimensjonale, aksesymmetriske elementer

2. Undersøkelse av enkle modeller

Enkle modeller som brukes til å verifisere WL-metoden i LINKpfat undergår en FE-analyse i Abaqus. Disse modellene vil være utformet i et lineært elastisk materiale med en elastisitetsmodul, E , på $205\,000\text{ MPa}$ og et tverrkontraksjonstall, ν , på 0.3 . Spenningsanalysene inkluderer undersøkelser av utvalgte elementtyper i varierende størrelser. Belastningene som er påført modellene vil være aksialt strekk, bøymoment, tre- og firepunkts bøying, torsjon, innvendig overtrykk og tre- og firepunkts roterende bøying. Spenningsanalysen valideres med håndberegninger.

De utvalgte elementnettene gir en mulighet til å observere hvordan LINKpfat håndterer lineære og kvadratiske elementer, av heksagonal og tetraedrisk form. Det brukes varierende elementstørrelser slik at resultater fra et finere elementnett kan sammenliknes et grovere. Det er av interesse å kunne sammenlikne hvor lang tid de forskjellige analysene tar. I denne oppgaven er det kun tilgang til begrenset datakapasitet og det vil være viktig å redusere analysetiden mest mulig uten at det går ut over nøyaktigheten til resultatene.

Modellene blir analysert i LINKpfat med LS og WL-metoden, og resultatene blir sammenliknet med håndberegninger. Det er ønskelig å validere resultatene fra LINKpfat for flere formfaktorer, b . LINKpfat kan ikke håndtere formfaktorer noe særlig over 100 og vil gi en uendelig Weibullamplitude for disse tilfellene samt at analysen blir svært tidkrevende. Også små formfaktorer under 10 kan medføre at LINKpfat ikke klarer å kalkulere et resultat. Det velges av den grunn å validere LINKpfat for formfaktorer på 10 , 30 , 60 og 100 .

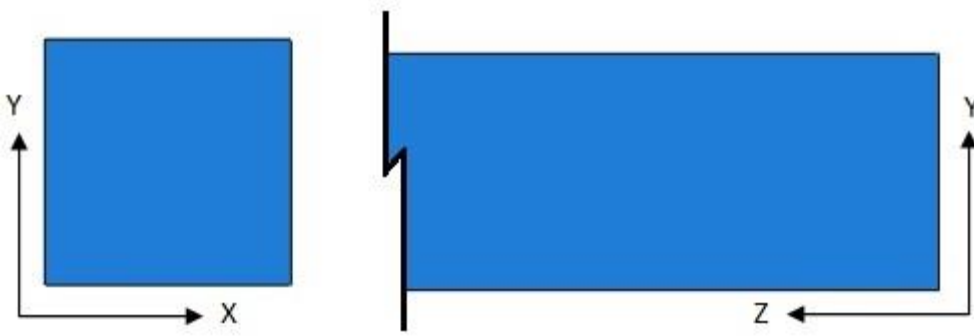
Før analysen startes i LINKpfat lastes materialegenskaper inn. Referansevolumet settes lik volumet av modellen slik den er skapt i Abaqus. LINKpfat tar hensyn til volumet av modellen når Weibullamplituden kalkuleres. Det antas for alle tilfellene som undersøkes i oppgaven at volum, V , av den belastede geometrien er likt som referansevolumet, V_0 . Materialparameterne i LINKpfat er sammenfattet i Tabell 7.

Tabell 7. Materialparametere i LINKpfat

Parameter	Verdi
Flytespenning [MPa]	414
Bruddstyrke [MPa]	571
SN-kurve	DNV-B1
Utmattingsgrense normalspenninger [MPa]	225
Utmattingsgrense skjærspenninger [MPa]	130
Karakteristisk utmattingsstyrke [MPa]	192.5
Spenningsforhold, R	-1
Formfaktor, b	30
Referansevolum, V_0 [mm ³]	Volum, V

2.1. Aksialt strekk

LINKpfat vil i dette avsnittet bli validert for en rektangulær bjelke og en sylindrisk stav utsatt for en uniform strekkspenning. Strekkspenningen vil tilsvare den nominelle spenningen, S . Det blir gjort validering av bjelker med forskjellige volum, geometri og last.



Figur 15. Koordinatsystem for rektangulær bjelke

Koordinatsystemet til bjelken kommer frem av Figur 15. Den geometriske formen i hvert enkelt tilfelle beskrives under *Volum* i Tabell 8. Spenningene som brukes i håndberegningene er påsatt på *z-planet* i *z-retning*, altså S_{33} -spenninger. Det er S_{33} -spenningene som brukes for å kalkulere Weibullamplituden for hånd. LINKpfat baserer analysene sine på hovedspenningene i modellen. For en modell utsatt for S_{33} -spenninger vil hovedspenningene tilsvare S_{33} -spenningene. Det er derfor mulig å sammenlikne resultater fra LINKpfat med håndberegninger. Oppspenning og påføring av last på bjelken kommer frem av Figur 16.



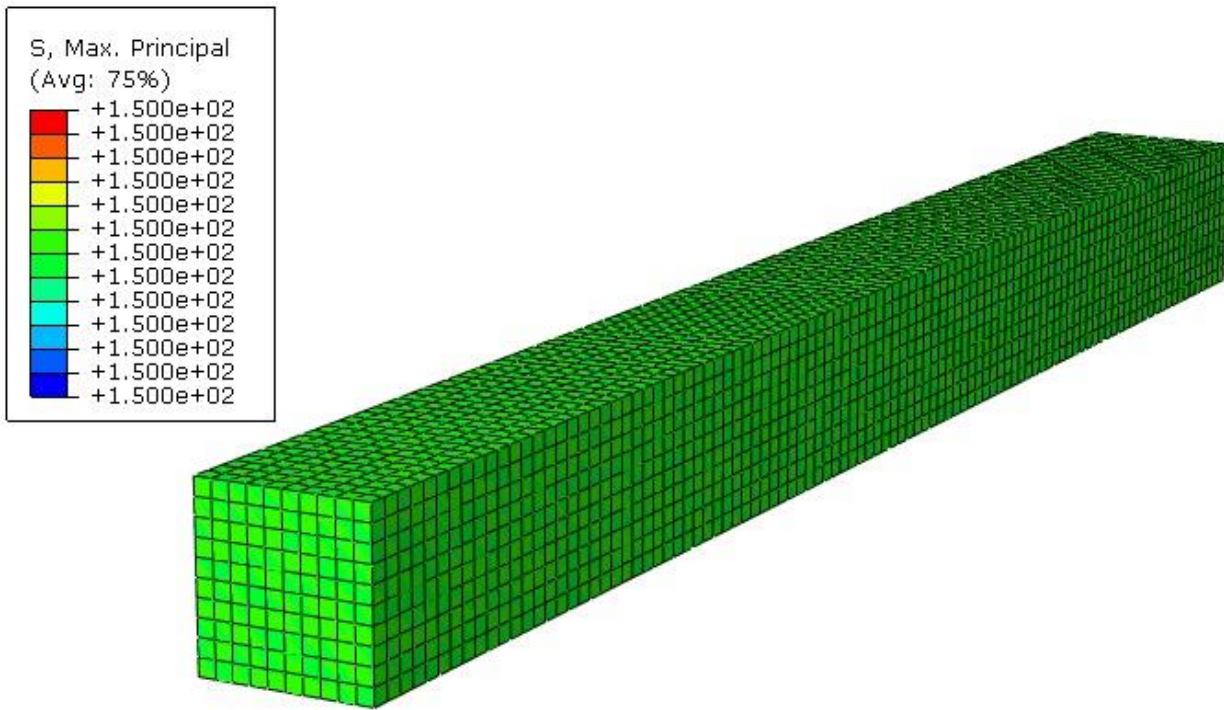
Figur 16. Oppspenning av rektangulær bjelke med påført strekklast

Tabell 8. Resultat av FE-analyse på bjelke utsatt for en uniform strekkspenning

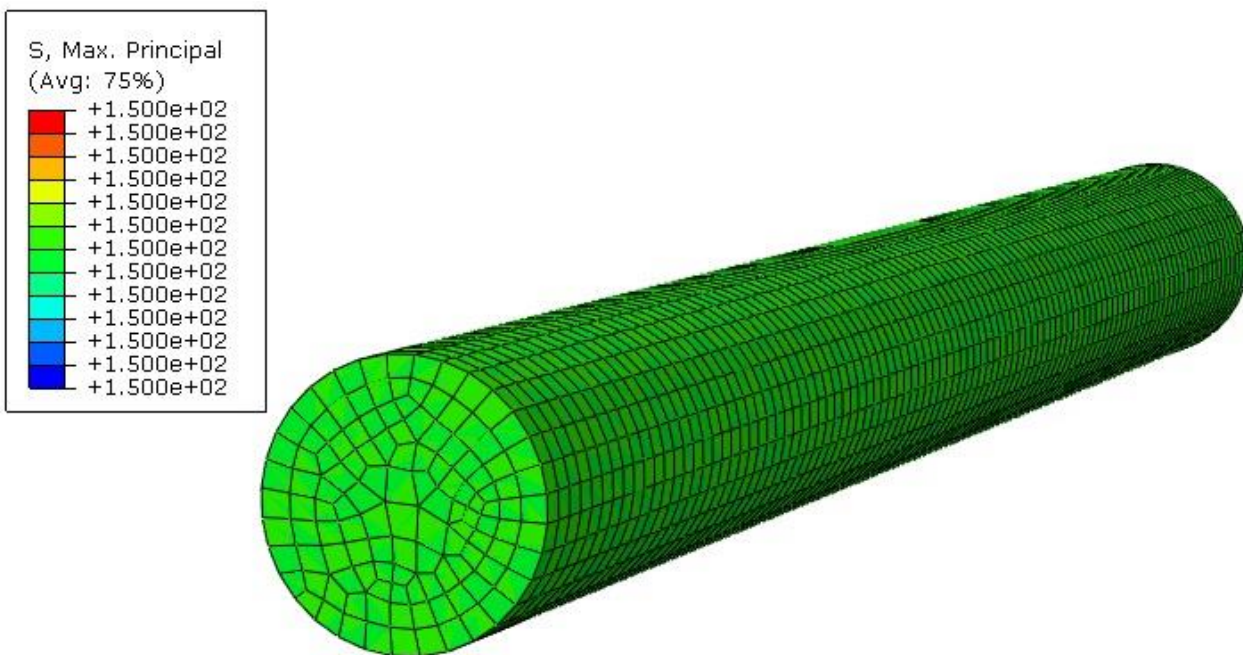
#	Strekk [MPa]	Volum [mm ³]	Elementtype	Elementstørrelse	Analysetid [s]	Hovedspenninger [MPa]
1	150	10·10·100	C3D8R	1.0	5	150
2	150	1·1·10	C3D8R	0.1	5	150
3	150	100·100·1000	C3D8R	10.0	5	150
4	150	10·10·100	C3D8R	5.0	1	150
5	150	10·10·100	C3D8R	0.5	110	150
6	150	10·10·100	C3D10	1.0	105	150
7	50	10·10·100	C3D8R	1.0	5	50
8	450	10·10·100	C3D8R	1.0	5	450
9	150	10·10·100	C3D20R	1.0	50	150
10	150	10·10·100	C3D10M	1.0	120	150
11	150	5·5·50	C3D8R	1.0	1	150
12	150	20·20·200	C3D8R	1.0	185	150
13	150	5·5·400	C3D8R	1.0	10	150
14	150	$\pi \cdot 5^2 \cdot 127.3$	C3D8R	1.0	7	150

Fra Tabell 8 konkluderes det med at for en bjelke utsatt for en uniform strekkspenning vil FE-analysen gi ut hovedspenninger som er lik den påsatte strekkspenningen uavhengig av elementnett. Et finere elementnett vil kreve mer datakraft, dette sammen med elementtype påvirker analysetiden. Det er de lineære heksagonale elementene, C3D8R, som gir den raskeste analysen. Brukes det tetraedriske eller kvadratiske elementer vil analysen ta vesentlig lengre tid. Å bruke en modell med et annet volum påvirke ikke resultatene gitt at modellen er påført samme elementtype og at modellene har samme antall elementer. Et større antall elementer vil gjøre analysen mer tidkrevende, men resultatet forblir det samme.

Det blir i tillegg utført en analyse på en sylindrisk stav, dette er tilfelle 14. Staven vil ha lik innspenning og vil være påført samme strekkspenning som den rektangulære bjelken. Dette gjøres for å verifisere at resultatene fra Abaqus i LINKpfat er uavhengig av geometri og vil holde for andre geometrier enn en rektangulær bjelke. Resultater fra FE-analyser på bjelke og stav er vist i Figur 17 og Figur 18.



Figur 17. Resultat av FE-analyse for rektangulær bjelke utsatt for en uniformt strekkspanning i MPa



Figur 18. Resultat av FE-analyse på sylindrisk stav utsatt for en uniform strekkspanning i MPa

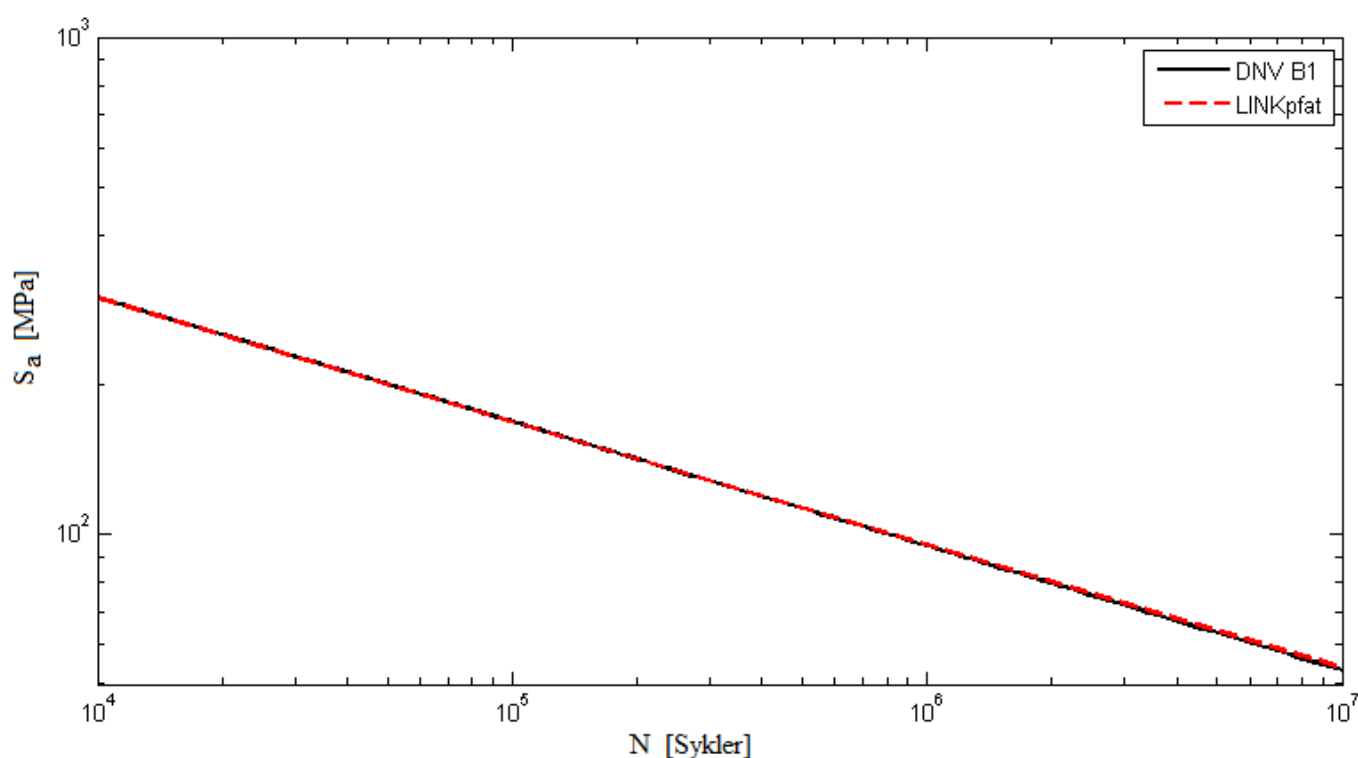
FE-analysene lastes inn i LINKpfat for å sammenlikne Weibullamplituden som er beregnet for hånd i Tabell 4 med den LINKpfat kalkulerer. Utrykket for Weibullamplituden ved en uniform strekkspanning vil være lik den maksimale spenningsamplituden. Dette er bekreftet ved håndberegninger.

Resultater fra analysene gjort for forskjellige formfaktorer i LINKpfat vises i vedlegg G-1. For alle tilfeller uavhengig av elementstørrelse, geometri og last vil de heksagonale elementene gi resultater som stemmer med håndberegninger for de formfaktorene som er undersøkt her.

Tetraedriske elementer gir unøyaktige resultater i LINKpfat i tillegg til at analysetiden blir vesentlig forlenget med denne elementtypen. Spesielt for lave formfaktorer vil de tetraedriske elementene gi Weibullamplituder langt under forventede resultater. For en formfaktor på 10 vil Weibullamplituden kun være 70 % av Weibullamplituden kalkulert for hånd. Det gjelder for både de kvadratiske og de lineære varianter av de tetraedriske elementene.

Vedlegg G-2 inneholder sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metode for de valgte formfaktorene. WL-metoden bruker blant annet Weibullamplituden til å kalkulere antall sykler til brudd, det er derfor naturlig at når de tetraedriske elementene gir for lave Weibullamplituder i LINKpfat vil samtidig antall sykler til brudd øke. For et homogent spenningsfelt vil WL og LS-metoden kalkulere samme spenningsamplitude. Det fører til at begge metodene gir samme antall sykler til brudd.

Resultatene fra levetidsanalysen gjort på en rektangulær bjelke utsatt for en strekkspenning tilsvarende en nominell spenning på henholdsvis 50, 150 og 450 MPa er brukt til å generere en SN-kurve. Antall sykler til brudd for de gitte belastningene er hentet fra tabell i vedlegg G-2. SN-kurven er plottet mot SN-kurven fra DNV B1 i Figur 19 [2].



Figur 19. SN-kurve for aksialt strekk

2.2. Bøyemoment

I dette avsnittet valideres LINKpfat for en sylindrisk stav utsatt for et bøyemoment. Koordinatsystemet til staven fremkommer av Figur 20. Abaqus kan kun påføre moment om en node, ikke over en overflate. Det må av den grunn defineres et referansepunkt som låses til endeflaten slik det er vist i Figur 21. Momentet vil påføres om x -aksen, og staven vil være låst i x , y , og z -retning ved x , y og z lik null.

For å finne bøyemoment fra bøyespenning skrives likning (38) om til likning (39). Likningen brukes til å kalkulere hvor stort bøyemoment, M_b , som må påføres staven for å oppnå ønsket bøyespenning, σ_b . Likningen (39) tar inn annet arealmoment, I , og avstanden, y , fra massesentrum. Utrykket for annet areal-

moment for en sylinder, I_{syl} , er vist i likning (40) [9]. Den maksimale bøyespenningen vil oppstå på overflaten av staven, der radiusen, r , er lik R_o . Denne maksimale bøyespenningen skal tilsvare den nominelle spenningen, S . Det skal for tilfelle med sylindrisk stav være en teoretisk nominell spenning på 150 MPa .

Den sylindriske staven skal ha et volum på $10\,000 \text{ mm}^3$ og en radius på 5 mm . Staven får da en lengde, l , på 127.3 mm , slik det er kalkulert i likning (41). Med den gitte geometrien og en nominell spenning på 150 MPa kan størrelsen på bøyemomentet kalkuleres slik det er vist i likning (42). Det vil også gjøres analyser på en stav påsatt et moment tilsvarende nominelle spenninger på 50 og 450 MPa . Størrelsen på momentet kalkuleres i likning (43) og (44), disse resultatene brukes til å utforme en SN-kurve for den sylindriske staven.

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot y}{I} \quad (38)$$

$$M_b = \frac{S \cdot I_{syl}}{R_o} \quad (39)$$

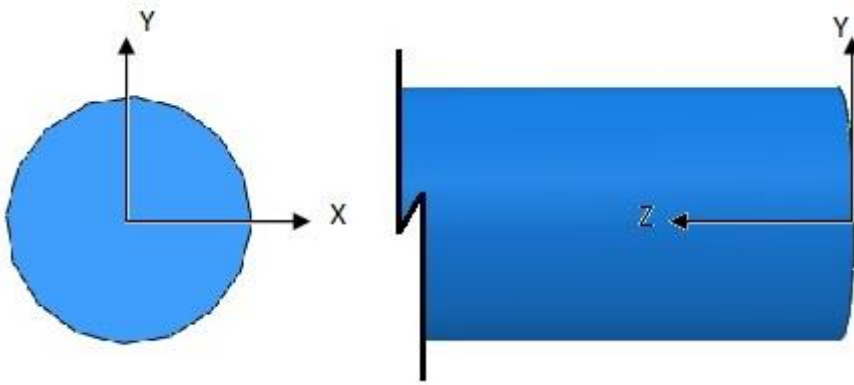
$$I_{syl} = \frac{\pi \cdot r^4}{4} \quad (40)$$

$$l = \frac{V}{r^2 \cdot \pi} = \frac{10\,000 \text{ mm}^3}{(5 \text{ mm})^2 \cdot \pi} \approx 127.3 \text{ mm} \quad (41)$$

$$M_b = \frac{150 \text{ MPa} \cdot \frac{(5 \text{ mm})^4 \cdot \pi}{4}}{5 \text{ mm}} = 14726.2 \text{ Nmm} \quad (42)$$

$$M_b = \frac{50 \text{ MPa} \cdot \frac{(5 \text{ mm})^4 \cdot \pi}{4}}{5 \text{ mm}} = 4908.7 \text{ Nmm} \quad (43)$$

$$M_b = \frac{450 \text{ MPa} \cdot \frac{(5 \text{ mm})^4 \cdot \pi}{4}}{5 \text{ mm}} = 44178.6 \text{ Nmm} \quad (44)$$



Figur 20 koordinatsystem for sylindrisk stav



Figur 21. Sylindrisk stav med grensebetingelser og bøyemoment om et referansepunkt merket RP-1

Resultater fra FE-analyser på staven er vist i Tabell 9, disse resultatene lastes inn i LINKpfat. Verdier for Weibullamplituden kalkulert i LINKpfat sammenliknes med håndberegninger for 4PRB slik det er vist i Tabell 4. Denne sammenlikningen er vist i Tabell 10.

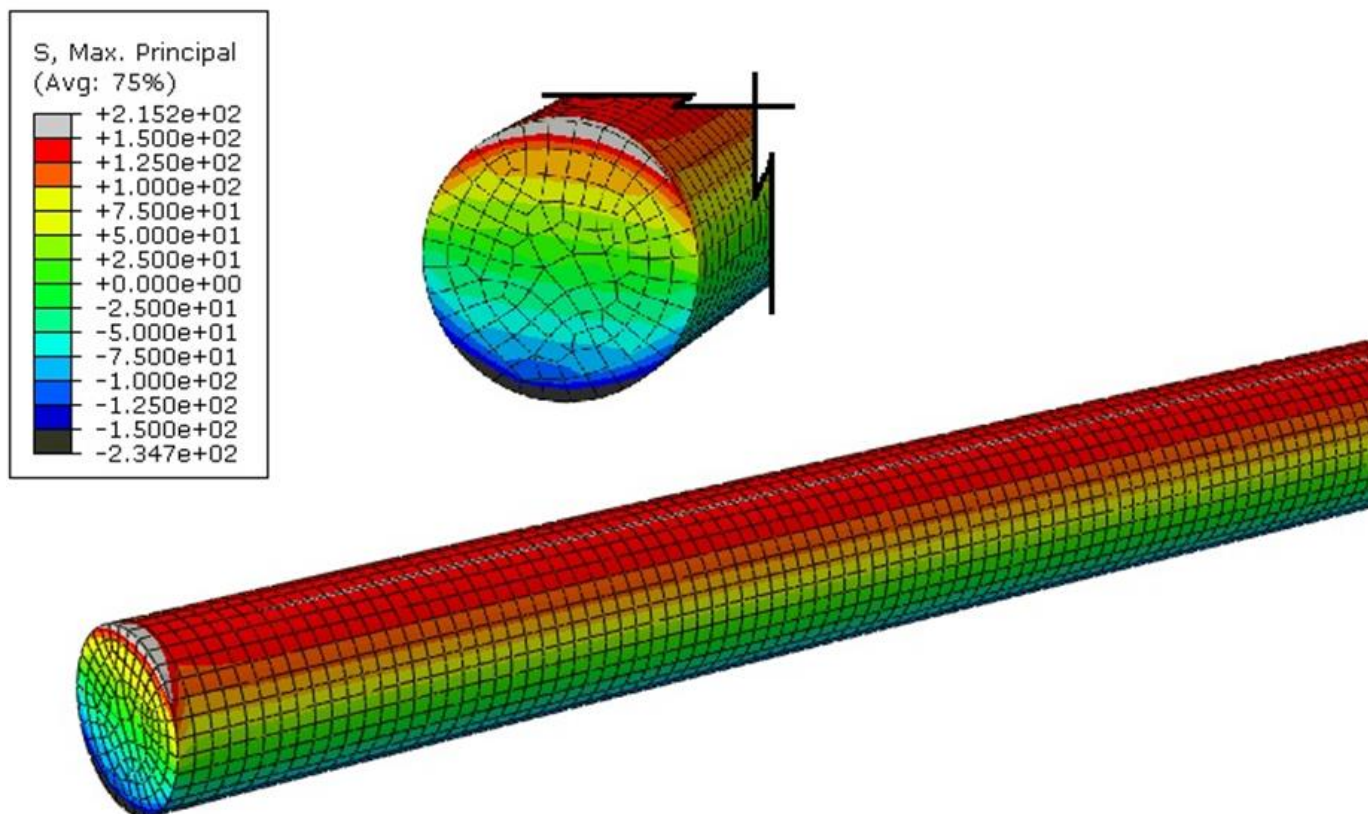
Tabell 9. Resultat fra FE-analyse på sylindrisk stav

#	Moment [Nmm]	Volum [mm ³]	Element-type	Element-størrelse	Analysetid [s]	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	14 726	10 000	C3D8R	1.0	10	145	-153
2	14 726	10 000	C3D20R	1.0	170	215	-234
3	14 726	10 000	C3D10M	1.0	160	215	-209
4	14 726	10 000	C3D8R	0.5	450	169	-168
5	14 726	10 000	C3D8R	2.0	1	127	-137
6	4 909	10 000	C3D8R	1.0	10	48	-51
7	44 179	10 000	C3D8R	1.0	10	436	-462

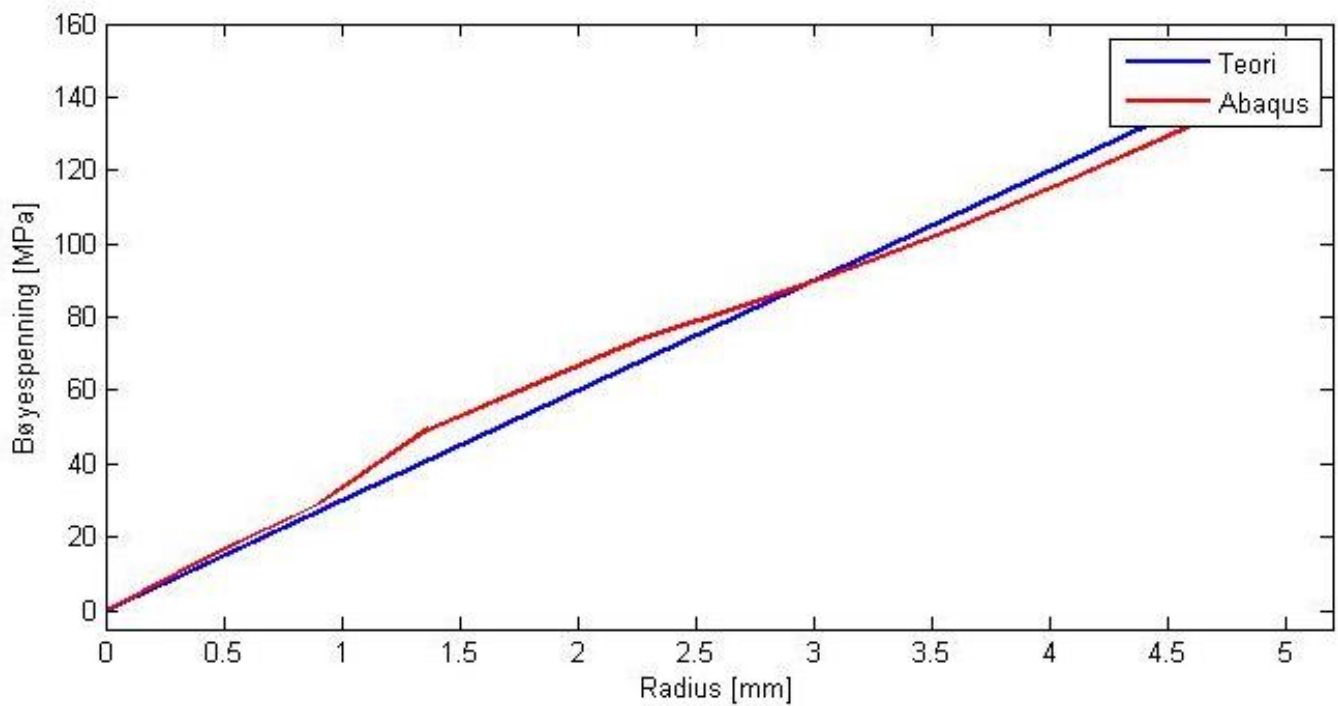
Det kommer frem av Figur 22 at selv om hovedspenningene i flere av tilfellene Tabell 9 er høyere enn den forventende nominelle spenningen, så er det bare tilfellet for små utsatte punkter på modellen. De grå feltene viser områder på modellen med spenninger over 150 MPa. De høye spenningene kommer fra spenningskonsentrasjoner i sammenheng med innfestning av modellen samt påføring av moment.

Ved å betrakte hovedspenningene i Tabell 9 konkluderes det med at C3D8R er den elementtypen som gir best resultater og korteste analysetiden. Ved å bruke en elementstørrelse på 1, som i tilfelle 1, oppnås det

et godt kompromiss mellom nøyaktighet og tidsbruk. Brukes det større elementer blir elementnettet for grovt, som i tilfelle 5. Det fører til at ikke alle spenningene i modellen fanges opp av FE-analysen. Forde- len med et grovt elementnett er at analysen kan utføres svært raskt. Ved å bruke et finere elementnett, som i tilfelle 4, elimineres problematikken med at spenninger ikke fanges opp av analysen. Det oppleves at det fanges opp større og større spenninger i spenningskonsentrasjoner jo finere elementnettet blir. Et finere elementnett betyr også at analysetiden går opp.



Figur 22. Resultat fra FE-analyse på sylindrisk stav utsatt for et bøyemoment over tverrsnittet i *MPa*



Figur 23. Sammenlikning av teoretisk løsning for bøyesspenning med resultater fra FE-analyse

Figur 23 viser hvordan bøyesspenninger fra FE-analysen i Abaqus forholder seg til bøyesspenninger kalkulert fra likning (38). Som figuren viser er det god overensstemmelse mellom teori og FE-analyse. Det konkluderes med at Abaqus gir korrekte resultater for dette tilfellet og at resultatene fra denne FE-analysen kan brukes i en utmattingsanalyse. I denne sammenlikningen er tilfelle 1 brukt da dette element-nettet gir de mest nøyaktige resultatene.

Tabell 10. Sammenlikning av Weibullamplitude fra LINKpfat med resultater fra håndberegninger

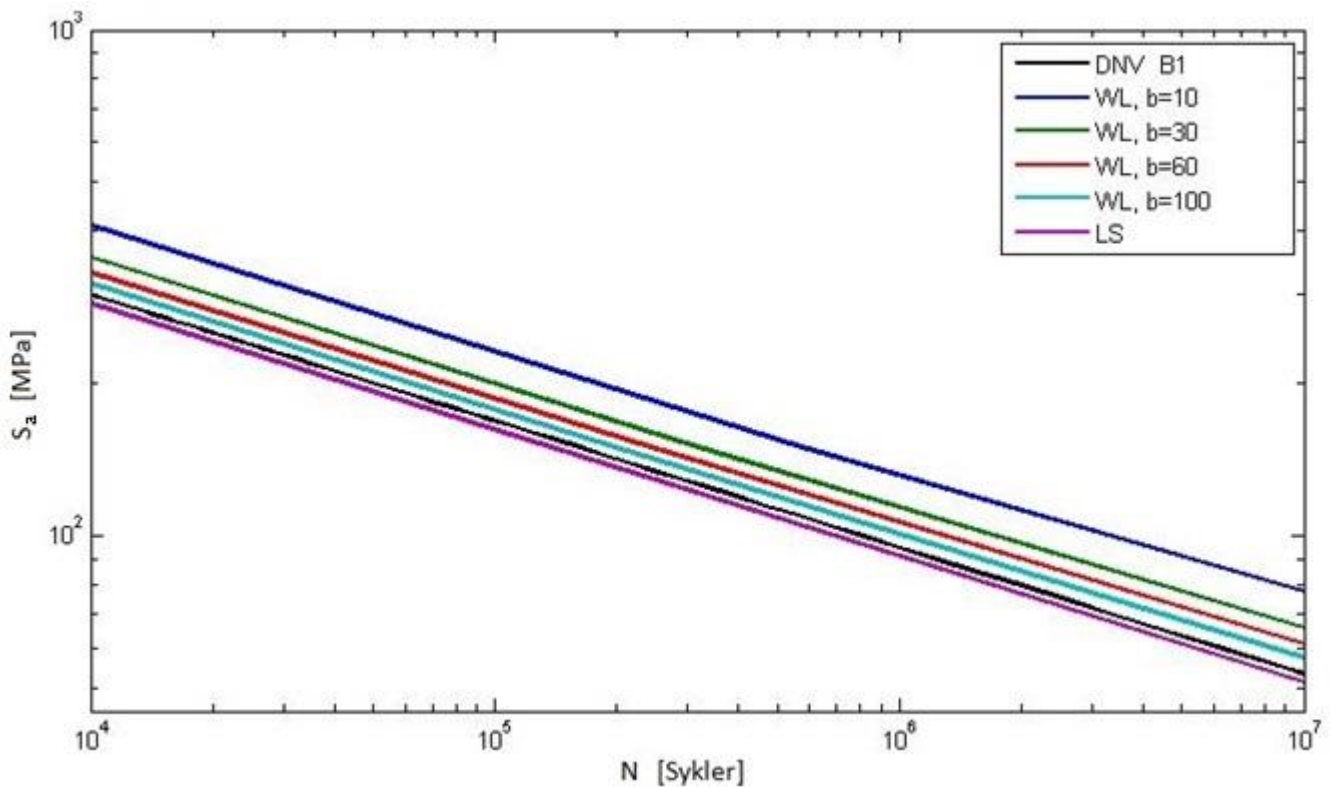
#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra LINKpfat [MPa]	LINKpfat / Håndberegninger
1	10	125	109	0.87
	30	137	127	0.93
	60	142	136	0.96
	100	144	143	0.99
2	10	125	109	0.87
	30	137	146	1.07
	60	142	178	1.25
	100	144	196	1.36
3	10	125	76	0.61
	30	137	128	0.93
	60	142	166	1.17
	100	144	187	1.30
4	10	125	109	0.87
	30	137	130	0.95
	60	142	146	1.03
	100	144	155	1.08
5	10	125	107	0.86
	30	137	130	0.95
	60	142	146	1.03
	100	144	155	1.08
6	10	42	36	0.86
	30	46	42	0.91
	60	47	45	0.96
	100	48	48	1.00
7	10	376	328	0.87
	30	410	386	0.94
	60	425	407	0.96
	100	433	428	0.99

Ved å tolke resultatene fra Tabell 10 konkluderes det med at for en formfaktor på 30 gir LINKpfat gode resultater for alle elementtyper og elementstørrelser. Feilen er aldri større enn 10 % for denne formfaktoren. For en liten formfaktor gir LINKpfat lavere Weibullamplituder enn håndberegningene. Det er tilfelle 3 med C3D10M elementer som gir dårligst samsvar med håndberegninger. Når formfaktoren blir større er resultatene fra LINKpfat varierende avhengig av både elementtype og elementstørrelse. Tilfelle 1 gir resultater fra LINKpfat som stemmer best med håndberegninger. Tilfelle 2 gir den Weibullamplituden som stemmer dårligst overens med håndberegninger ved en høy formfaktor. Også C3D10M elementene skiller seg negativt ut.

Tabell 11. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden

#	<i>b</i>	Weakest link (WL) [Sykler]	Local stress (LS) [Sykler]	Differanse (WL – LS) [Sykler]	WL/LS
1	10	5.74E+05	1.37E+05	4.37E+05	4.18
	30	3.18E+05	1.37E+05	1.81E+05	2.32
	60	2.43E+05	1.37E+05	1.06E+05	1.77
	100	1.98E+05	1.37E+05	6.04E+04	1.44
2	10	5.73E+05	2.68E+04	5.46E+05	21.40
	30	1.80E+05	2.68E+04	1.53E+05	6.73
	60	8.14E+04	2.68E+04	5.46E+04	3.04
	100	5.57E+04	2.68E+04	2.90E+04	2.08
3	10	2.36E+06	2.19E+04	2.34E+06	107.97
	30	3.04E+05	2.19E+04	2.82E+05	13.91
	60	1.06E+05	2.19E+04	8.46E+04	4.86
	100	6.65E+04	2.19E+04	4.46E+04	3.04
4	10	5.76E+05	9.88E+04	4.77E+05	5.83
	30	2.83E+05	9.88E+04	1.84E+05	2.87
	60	1.79E+05	9.88E+04	8.06E+04	1.82
	100	1.43E+05	9.88E+04	4.44E+04	1.45
5	10	6.33E+05	9.89E+04	5.35E+05	6.41
	30	2.87E+05	9.89E+04	1.89E+05	2.91
	60	1.79E+05	9.89E+04	8.06E+04	1.82
	100	1.43E+05	9.89E+04	4.44E+04	1.45
6	10	6.82E+07	1.14E+07	5.68E+07	5.98
	30	3.26E+07	1.14E+07	2.12E+07	2.86
	60	2.33E+07	1.14E+07	1.19E+07	2.04
	100	1.80E+07	1.14E+07	6.59E+06	1.58
7	10	7.08E+03	1.69E+03	5.39E+03	4.18
	30	3.92E+03	1.69E+03	2.23E+03	2.32
	60	3.00E+03	1.69E+03	1.30E+03	1.77
	100	2.44E+03	1.69E+03	7.46E+02	1.44

Resultatene i Tabell 11 viser at LS-metoden gir et konservativt estimat for levetiden til en komponent uavhengig av formfaktoren. Dette er et naturlig resultat for en modell uten et homogent spenningsfelt, da LS-metoden baserer hele analysen på den høyeste spenningen som opptrer i komponenten. WL ser på spenningene som opptrer i hvert enkelt volumsegment og integrerer over disse. WL-metoden vil alltid ha en lik, eller lavere spenningsamplitude enn LS og gi like mange eller flere sykler til brudd. Når formfaktoren blir større blir også Weibullamplituden høyere hvilket fører til at levetiden kalkulert med WL-metoden nærmer seg levetiden kalkulert med LS-metoden.



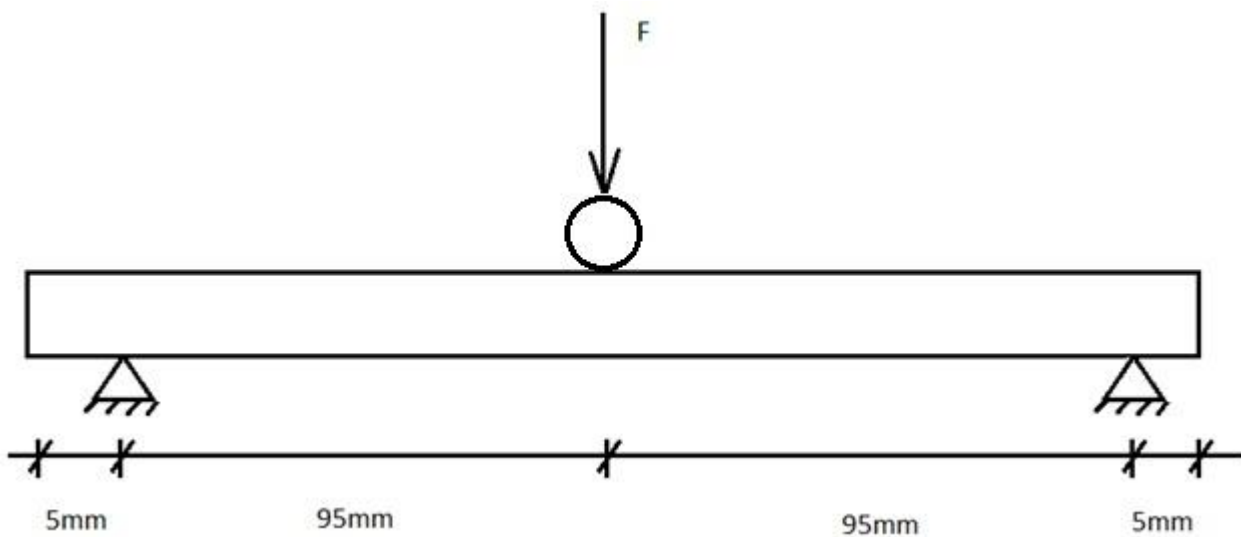
Figur 24. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for bøyemoment sammenliknet med DNV B1 [2]

Ved å studere SN-kurvene i Figur 24 konkluderes det med at WL-metoden vil gi lengre levetid ved en gitt nominell spenningsamplitude enn DNV B1 og LS-metoden [2]. Det stemmer med forventningene om at DNV B1 og LS-metoden gir mer konservative levetidsestimater enn WL-metoden. Når formfaktoren øker vil WL-metoden gi kortere levetid, og nærme seg DNV B1. Dette stemmer med data fra Tabell 5 som viser at når formfaktoren går mot uendelig vil Weibullamplituden gå mot den maksimale nominelle spenningsamplituden.

2.3. Trepunkts bøyning

LINKpfat valideres for tilfelle der en rektangulær bjelke utsettes for trepunkts bøyning slik det er vist i Figur 25. Bjelken har en høyde og bredde på 10 mm og en lengde på 200 mm . Det er påført en punktlast på 526.3 N midt på bjelken, som gir et maksimalt bøyemoment på 25000 Nmm og en maksimal bøyespenning på 150 MPa etter likning (45) og likning (38).

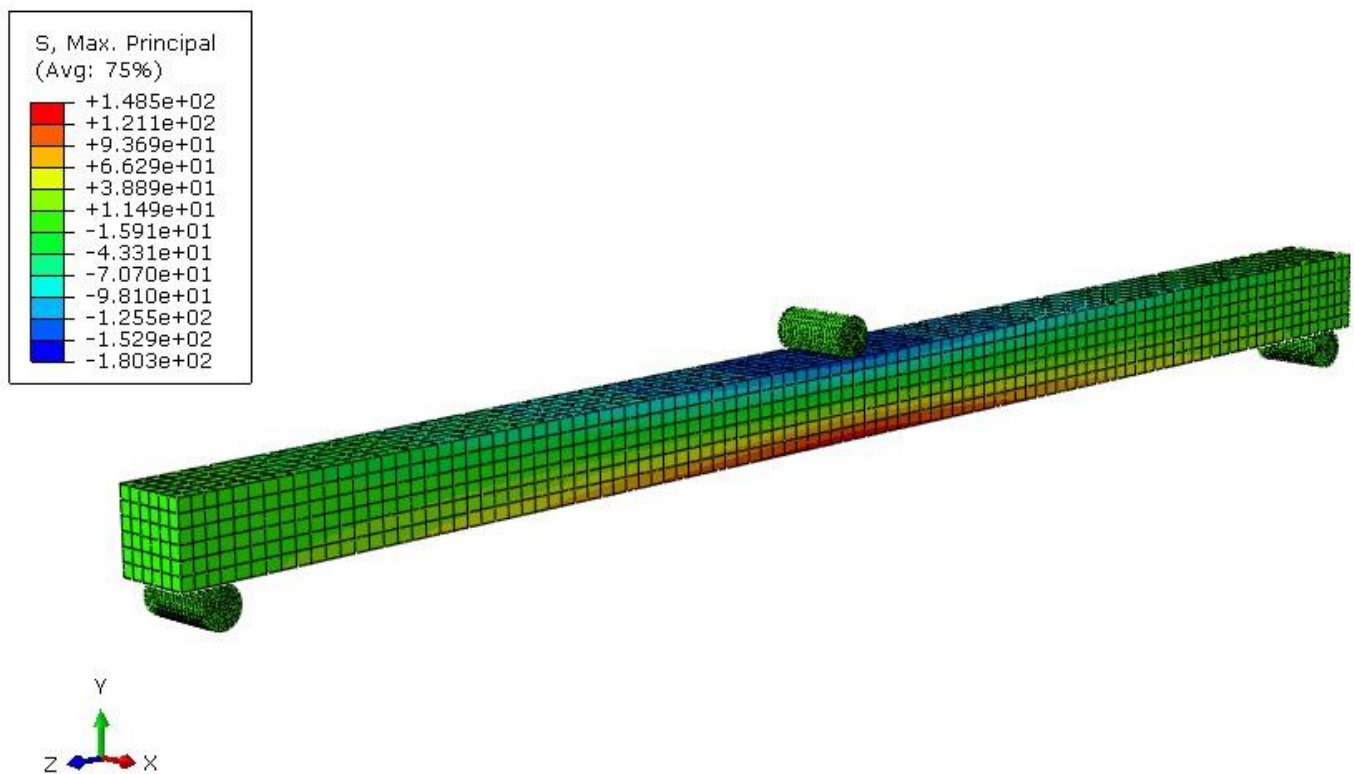
$$M_b = F \cdot L \quad (45)$$



Figur 25. Skisse av en rektangulær bjelke utsatt for 3PB

Bjelken er modellert i Abaqus med to opplagerpunkter og en punktlast på midten av bjelken. Punktlasten blir overført ved hjelp av en sylinder for å gjøre kraftoverføringen mest mulig realistisk. Sylindren som overfører punktlasten har fått en stivhet som er 100 ganger høyere enn den i bjelken. Dette er for å unngå at spenninger blir tatt opp i sylindren i stedet for i bjelken. Resultatet av FE-analysen er vist i Figur 26.

I Tabell 12 sammenfattes resultatene av FE-analysene for de forskjellige elementtypene. C3D20R elementene i tilfelle 3 gir best resultater når det kommer til den maksimale bøyespenningen i modellen. I motsetning til C3D8R elementene i tilfelle 1 og 2 gir tilfelle 3 høye spenninger i kontaktpunktet mellom bjelken og sylinder. C3D10M og C3D10 elementene i tilfelle 4 og 5 gir maksimale bøyespenninger som stemmer med teori, men bruker lengre tid på analysen.



Figur 26. Spenninger i en rektangulær bjelke utsatt for 3PB i MPa

Tabell 12. Resultat av FE-analyse på bjelke utsatt for 3PB

#	Elementtype	Elementstørrelse	Analysetid [s]	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	C3D8R	2	60	126	-134
2	C3D8R	1	240	134	-150
3	C3D20R	2	120	148	-180
4	C3D10M	2	410	153	-189
5	C3D10	2	350	148	-183

Weibullamplitudene kalkulert i LINKpfat sammenliknes med håndberegninger fra Tabell 4. Denne sammenlikningen er vist i Tabell 13.

Levetiden som er beregnet med WL-metoden er sammenliknet med levetiden beregnet med LS-metoden. Denne sammenlikningen er vist i Tabell 14.

Tabell 13. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 3PB

#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra LINKpfat [MPa]	LINKpfat/ Håndberegninger
1	10	93	90	0.97
	30	119	111	0.93
	60	131	121	0.92
	100	137	126	0.92
2	10	93	92	0.99
	30	119	119	1.00
	60	131	133	1.02
	100	137	140	1.03
3	10	93	86	0.93
	30	119	116	0.97
	60	131	129	0.99
	100	137	135	0.99
4	10	93	66	0.71
	30	119	120	1.00
	60	131	152	1.16
	100	137	168	1.23
5	10	93	65	0.70
	30	119	117	0.98
	60	131	148	1.13
	100	137	164	1.20

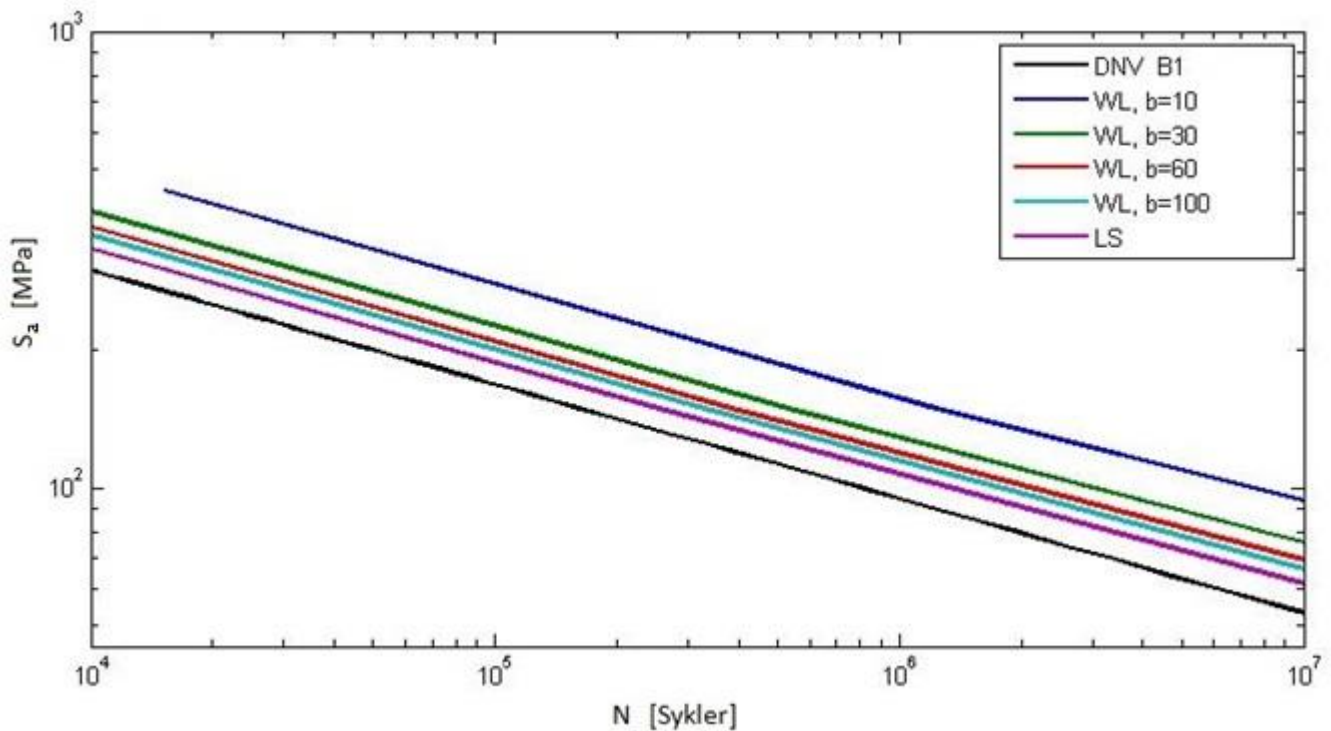
Resultatene fra sammenlikningen av Weibullamplitudene stemmer med tidligere analyser i denne oppgaven. Det observeres en feil på mindre enn 10 % i resultatene kalkulert i LINKpfat i forhold til håndberegningene for tilfelle 1, 2 og 3. De tetraedriske elementene i tilfelle 4 og 5 vil for både lav og høy formfaktor gir de svært unøyaktige resultater. For en formfaktor på 30 vil de tetraedriske elementene i likhet med de heksagonale gi gode resultater.

Tabell 14. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 3PB

#	<i>b</i>	Weakest link [sykler]	Local stress [sykler]	Differanse WL-LS [Sykler]	WL/LS
1	10	1.23E+06	2.53E+05	9.79E+05	4.88
	30	5.32E+05	2.53E+05	2.79E+05	2.10
	60	3.86E+05	2.53E+05	1.34E+05	1.53
	100	3.29E+05	2.53E+05	7.67E+04	1.30
2	10	1.14E+06	1.53E+05	9.87E+05	7.47
	30	4.05E+05	1.53E+05	2.52E+05	2.65
	60	2.59E+05	1.53E+05	1.06E+05	1.70
	100	2.11E+05	1.53E+05	5.86E+04	1.38
3	10	1.48E+06	1.68E+05	1.31E+06	8.81
	30	4.47E+05	1.68E+05	2.79E+05	2.66
	60	2.97E+05	1.68E+05	1.28E+05	1.76
	100	2.45E+05	1.68E+05	7.66E+04	1.46
4	10	4.43E+06	2.53E+05	4.18E+06	17.54
	30	3.99E+05	2.53E+05	1.47E+05	1.58
	60	1.55E+05	2.53E+05	-9.78E+04	0.61
	100	1.02E+05	2.53E+05	-1.51E+05	0.40
5	10	4.61E+06	2.53E+05	4.36E+06	18.26
	30	4.33E+05	2.53E+05	1.81E+05	1.71
	60	1.71E+05	2.53E+05	-8.20E+04	0.68
	100	1.13E+05	2.53E+05	-1.39E+05	0.45

LS-metoden gir lave levetider sammenliknet med WL, spesielt ved lave formfaktorer. Når formfaktoren øker vil levetiden kalkulert ved hjelp av WL-metoden nærme seg levetiden kalkulert med LS-metoden. Dette stemmer godt med teori og andre forsøk på enkle geometrier. Tilfellene 4 og 5 vil få en estimert levetid med WL-metoden som er lavere enn LS-metoden for en formfaktor på 100. Dette skyldes at det kalkuleres en svært høy Weibullamplitude for denne formfaktoren. Dette resultatet stemmer dårlig med forventningene om at WL skal gi like lang eller lengre levetid enn LS. De tetraedriske elementene gir altså feilaktige resultater i denne analysen.

Tilfelle 2 gir resultater som stemmer best med håndberegningene og dette tilfellet er derfor brukt til å konstruere SN-kurvene i Figur 27.



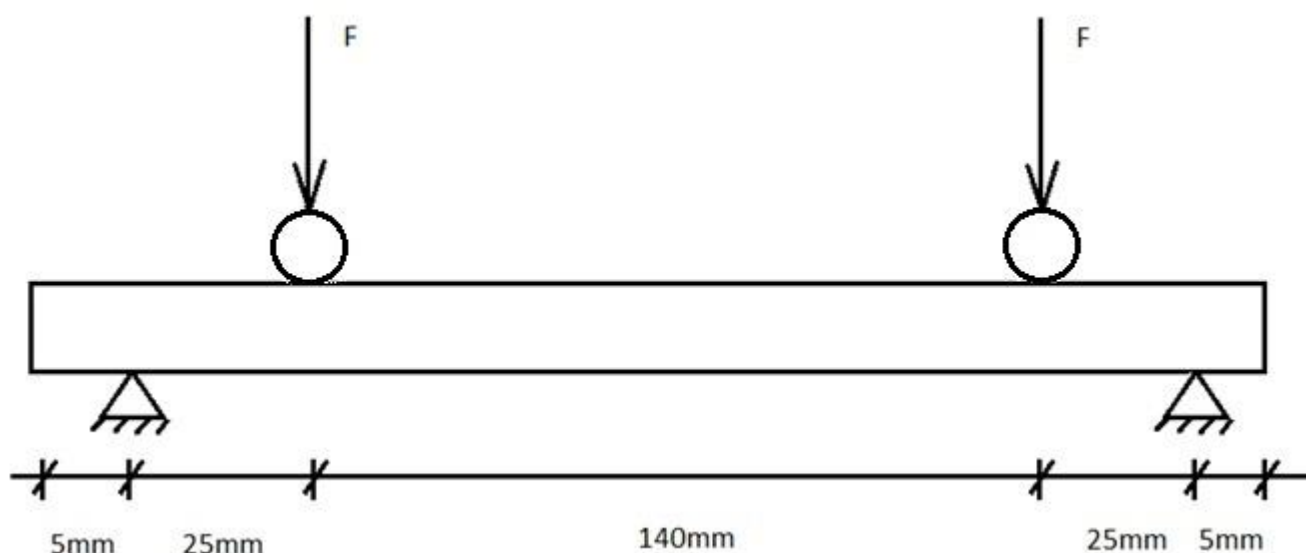
Figur 27. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 3PB sammenliknet med DNV B1 [2]

SN-kurvene i Figur 27 viser at levetiden regnet med WL-metoden ligger høyere enn både DNV B1 og levetid regnet ut med LS-metoden [2]. Ved en høyere formfaktor vil levetiden med WL-metoden nærme seg LS og DNV B1.

2.4. Firepunkts bøyning

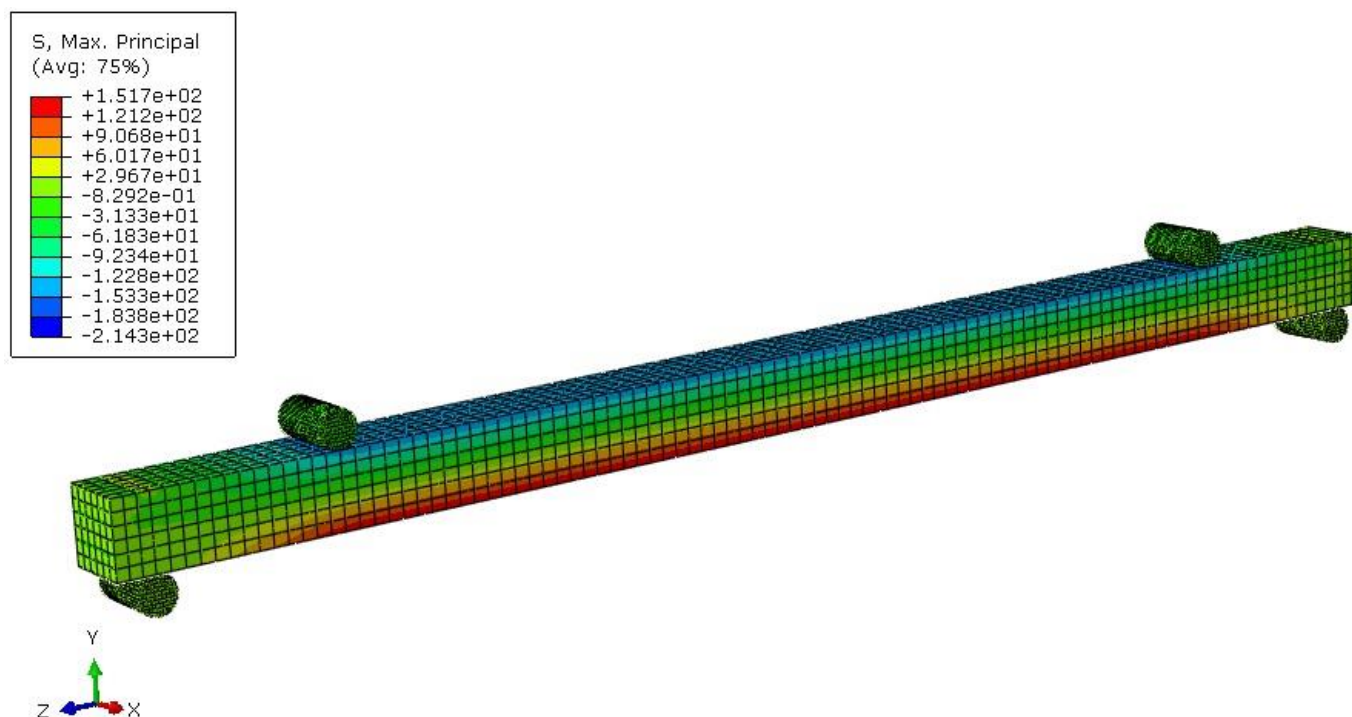
Ved validering av modell med 4PB blir en bjelke utsatt for to punktlaster, hver på 1000 N , for å få en maksimal bøyespenning på 150 MPa . Geometrien er lik som for 3PB, bjelken har en høyde og bredde på 10 mm og en lengde på 200 mm . Det er brukt flere elementtyper samt forskjellige elementstørrelser. Plassering av punktlaster kommer frem av Figur 28. Punktlastene er overført ved hjelp av to sylindere. Modellen blir påført et utvalg av elementtyper og størrelser for validering av LINKpfat.

Med hver av punktlastene på 1000 N blir det maksimale bøyemoment mellom de to punktlastene 25000 Nmm . Maksimum og minimum bøyespenning blir henholdsvis 150 og -150 MPa .



Figur 28. Skisse av rektangulær bjelke utsatt for 4PB

C3D20R-elementer i tilfelle 4 ga de beste resultatene sammenliknet med håndberegningene. En elementstørrelse på 2 gir gode resultater og relativt rask analysetid. Ved bruk av mindre elementer vil spenningene i kontaktflaten mellom bjelke og sylinder bli langt høyere enn det som er forventet fra teori. Resultater med de forskjellige elementene er vist i Tabell 15. Spenningene som opptrer i bjelken etter fullført FE-analyse er vist i Figur 29. Det observeres at det oppstår trykkspenninger i tilfelle 3, 4, 5 og 6 som er høyere enn de teoretiske håndberegningene tilsier. De høye negative spenningene lokaliseres i kontaktområdet mellom bjelke og sylinder.



Figur 29. Spenninger i en rektangulær bjelke utsatt for 4PB i MPa

Tabell 15. Resultat av FE-analyse på bjelke utsatt for 4PB

#	Elementtype	Elementstørrelse	Analysetid [s]	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	C3D8R	1	120	138	-158
2	C3D8R	2	60	130	-136
3	C3D20R	1	660	152	-238
4	C3D20R	2	120	152	-214
5	C3D10	2	360	152	-320
6	C3D10M	2	300	156	-366

Weibullamplituden er kalkulert med likning vist i Tabell 4. Beregninger gjort for hånd sammenliknes med analysene gjort i LINKpfat i Tabell 16. Levetiden med WL-metoden er sammenliknet med levetiden kalkulert med LS-metoden i Tabell 17.

Tabell 16. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 4PB

#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra LINKpfat [MPa]	LINKpfat / Håndberegninger
1	10	118	114	0.96
	30	134	132	0.99
	60	140	146	1.04
	100	143	152	1.06
2	10	118	112	0.95
	30	134	123	0.92
	60	140	127	0.90
	100	143	130	0.91
3	10	118	114	0.96
	30	132	343	2.60
	60	146	457	3.14
	100	152	521	3.42
4	10	118	106	0.90
	30	134	129	0.96
	60	140	138	0.98
	100	143	142	0.99
5	10	118	209	1.77
	30	134	654	4.89
	60	140	914	6.53
	100	143	444	3.10
6	10	118	245	2.08
	30	134	835	6.25
	60	140	1171	8.36
	100	143	-----	-----

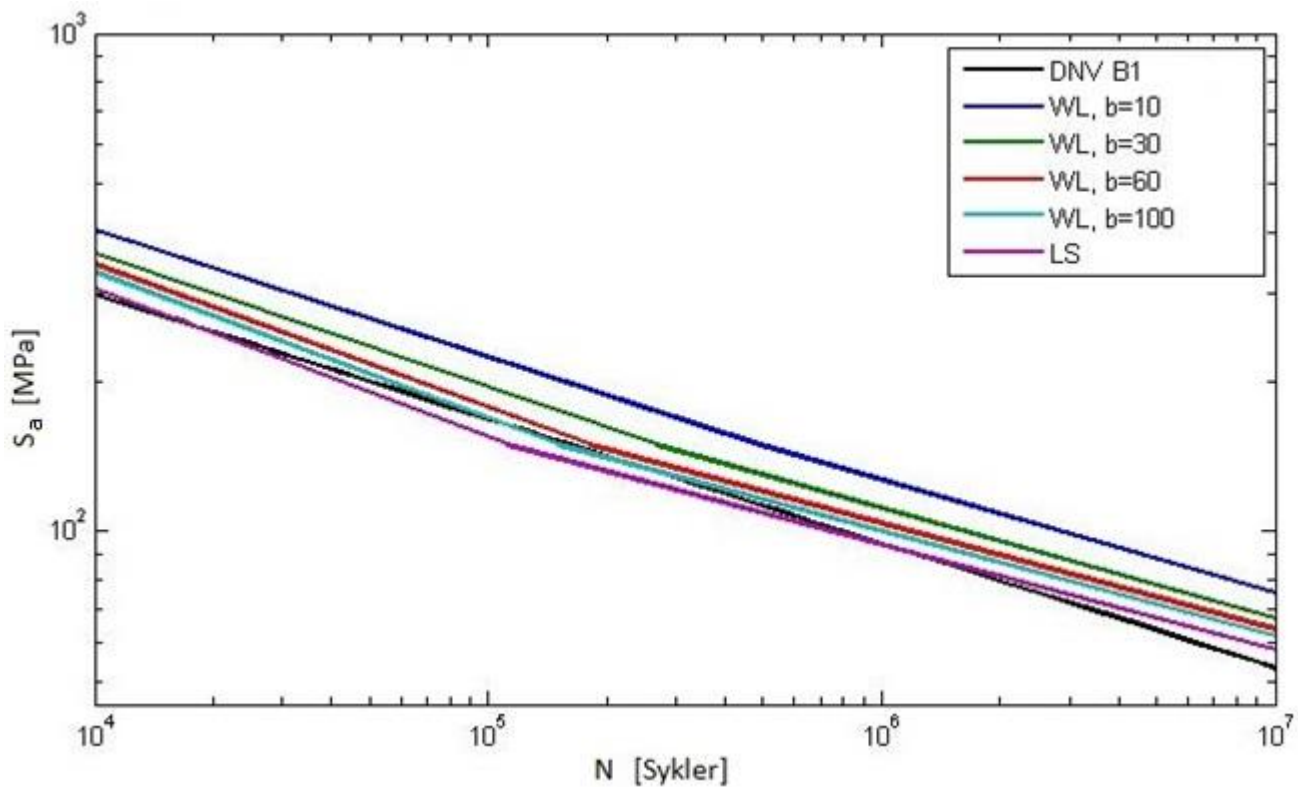
For tilfelle 1 og 2 vil LINKpfat gi Weibullamplituder som stemmer overens med håndberegningene med en feil på under 10 %. Tilfellet 1 har sammen med tilfelle 3 de resultatene som ligger nærmest håndberegningene. Tilfelle 1 skiller seg ut ved å ha en Weibullamplitude svært nær håndberegningene for en formfaktor på 30. I tilfellene 3, 5 og 6 kalkulerer LINKpfat Weibullamplituder som er langt høyere enn tilsvarende resultater fra håndberegninger. Når formfaktoren øker kalkuleres Weibullamplituder som åpenbart er feilaktige. I tilfelle 6 kalkuleres en Weibullamplitude som er uendelig stor for en formfaktor på 100.

Tabell 17. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 4PB

#	<i>b</i>	Weakest link [Sykler]	Local stress [Sykler]	Differanse (WL-LS) [Sykler]	WL/LS
1	10	4.92E+05	1.12E+05	3.80E+05	4.38
	30	2.69E+05	1.12E+05	1.57E+05	2.39
	60	1.82E+05	1.12E+05	6.99E+04	1.62
	100	1.51E+05	1.12E+05	3.91E+04	1.35
2	10	5.28E+05	2.20E+05	3.08E+05	2.40
	30	3.61E+05	2.20E+05	1.41E+05	1.64
	60	3.18E+05	2.20E+05	9.76E+04	1.44
	100	2.85E+05	2.20E+05	6.46E+04	1.29
3	10	4.92E+05	1.12E+05	3.80E+05	4.38
	30	2.69E+05	1.12E+05	1.57E+05	2.39
	60	1.82E+05	1.12E+05	6.99E+04	1.62
	100	1.51E+05	1.12E+05	3.91E+04	1.35
4	10	6.38E+05	1.25E+05	5.13E+05	5.10
	30	2.95E+05	1.25E+05	1.70E+05	2.36
	60	2.29E+05	1.25E+05	1.04E+05	1.83
	100	2.03E+05	1.25E+05	7.84E+04	1.63
5	10	4.30E+04	1.12E+05	-6.94E+04	0.38
	30	4.48E+02	1.12E+05	-1.12E+05	0.00
	60	1.17E+02	1.12E+05	-1.12E+05	0.00
	100	2.10E+03	1.12E+05	-1.10E+05	0.02
6	10	2.25E+04	1.58E+00	2.25E+04	14247.05
	30	1.68E+02	1.58E+00	1.67E+02	106.63
	60	4.34E+01	1.58E+00	4.18E+01	27.54
	100	0.00E+00	1.58E+00	-1.58E+00	0.00

LS-metoden gir lave levetider i forhold til antall sykler til brudd beregnet med WL-metoden. Som ved tidligere undersøkelser vil antall sykler til brudd kalkulert med WL-metoden nærme seg antall sykler til brudd regnet med LS-metoden når formfaktoren øker.

Det konkluderes med at tilfelle 1 gir de beste resultatene og er derfor brukt til å lage SN-kurvene i Figur 30. Som forventet vil levetidsanalysene basert på de feilaktige Weibullamplitudene kalkulert for tilfelle 3, 5 og 6 gi resultater som ikke stemmer med forventninger. Både tilfelle 5 og 6 har estimerte levetider med WL-metoden som er kortere enn LS-metoden. Dette strider med teorien bak WL og det konkluderes med at LINKpfat ikke gir sannsynlige levetidsanalyser for tetraedriske elementer.

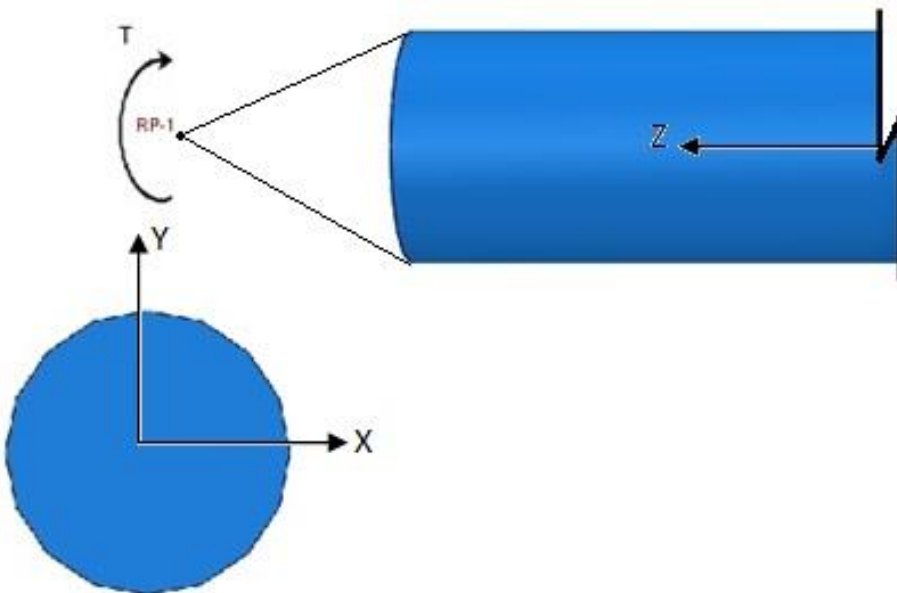


Figur 30. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 4PB sammenliknet med DNV B1 [2]

Figur 30 viser at LS-metoden og DNV B1 gir konservative resultater sammenliknet med WL [2]. SN-kurvene beregnet med WL-metoden vil for en høyere formfaktor nærme seg LS og DNV B1. DNV B1 og LS-metoden gir som forventet nesten identisk SN-kurve.

2.4. Torsjon

LINKpfat valideres for en sylindrisk stav utsatt for torsjon om z -aksen. Når en modell utsettes for torsjon vil det oppstå skjærspenninger, disse skjærspenningene vil øke lineært i radiell retning ut i fra z -aksen. De maksimale skjærspenningene oppstår langs overflaten av staven. Torsjonsmomentet påføres om et referansepunkt på z -aksen og er låst til endeflaten av staven. Hvordan torsjonsmomentet er påført samt koordinatsystem til staven er vist i Figur 31.



Figur 31. Sylindrisk stav utsatt for torsjon om et referansepunkt merket RP-1

Staven påsettes et torsjonsmoment som gir en maksimal skjærspenning i modellen tilsvarende på 150 MPa . For å finne størrelsen på torsjonsmomentet, T , brukes likning (46), hvor r er radiusen, τ er skjærspenningen og J er torsjonskonstanten. Torsjonskonstanten for en massiv sylinder er definert i likning (47) [9].

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \quad (46)$$

$$J = \frac{\pi \cdot r^4}{2} \quad (47)$$

Staven vil være massiv, med sylindrisk tverrsnitt og rette endeflater. Staven har en lengde, l , på 127.3 mm og en radius, r , på 5 mm . En maksimal skjærspenning på 150 MPa vil oppstå langs overflaten av staven hvor radiusen er lik 5 mm . Størrelsen på torsjonsmomentet kalkuleres ut i fra disse betingelsene i likning (48). Det vil også gjøres analyser på en stav påsett et torsjonsmoment tilsvarende henholdsvis en nominell spenning på 50 og 450 MPa , størrelsen på disse torsjonsmomentene kalkuleres etter likning (49) og (50). Resultater fra FE-analysene ved disse torsjonsmomentene brukes til å utforme SN-kurver.

$$T = \frac{\tau \cdot \pi \cdot r^4}{2 \cdot r} = \frac{150 \text{ MPa} \cdot \pi \cdot (5 \text{ mm})^4}{2 \cdot 5 \text{ mm}} = 29\,452 \text{ Nmm} \quad (48)$$

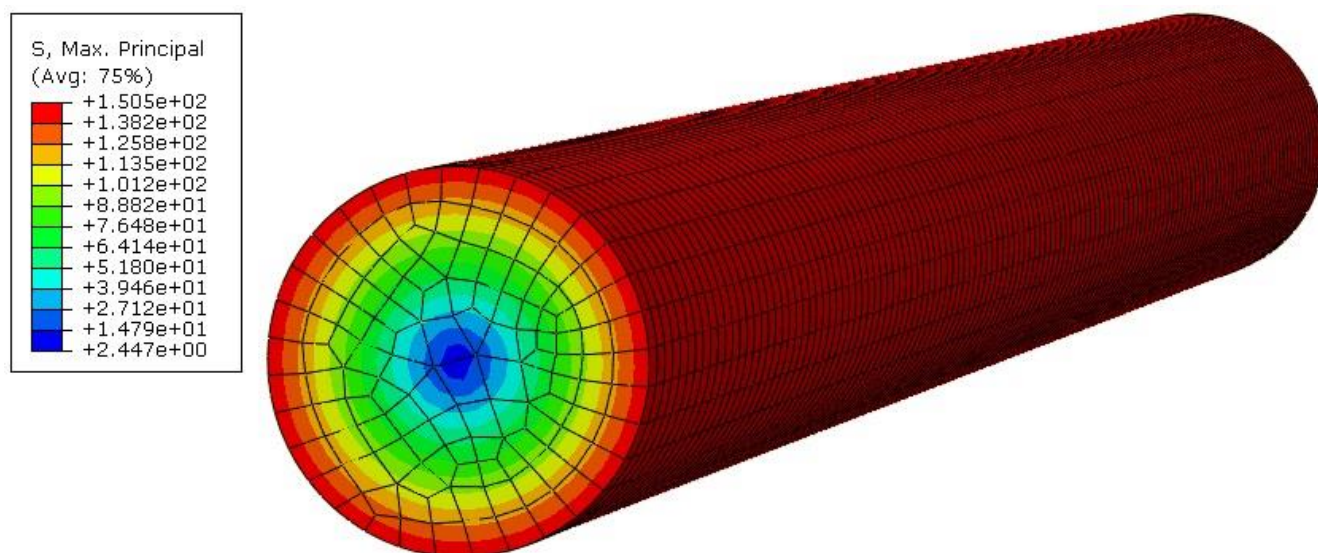
$$T = \frac{\tau \cdot \pi \cdot r^4}{2 \cdot r} = \frac{50 \text{ MPa} \cdot \pi \cdot (5 \text{ mm})^4}{2 \cdot 5 \text{ mm}} = 9\,818 \text{ Nmm} \quad (49)$$

$$T = \frac{\tau \cdot \pi \cdot r^4}{2 \cdot r} = \frac{450 \text{ MPa} \cdot \pi \cdot (5 \text{ mm})^4}{2 \cdot 5 \text{ mm}} = 88\,357 \text{ Nmm} \quad (50)$$

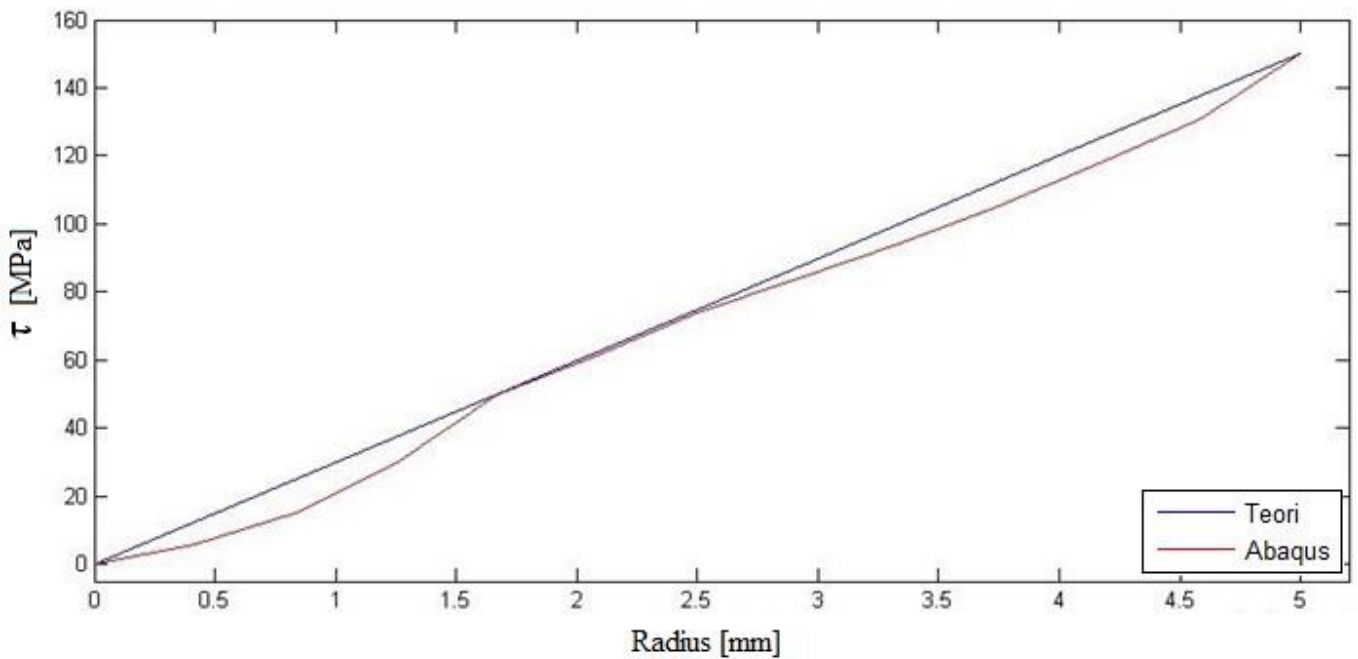
Tabell 18. Resultater fra FE-analyse for sylindrisk stav utsatt for torsjon

#	Torsjon [Nmm]	Volum [mm ³]	Element-type	Element-størrelse	Analysetid [s]	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	29 452	10 000	C3D8R	1	10	144	28
2	29 452	10 000	C3D20R	1	95	150	2
3	29 452	10 000	C3D10M	1	80	156	2
4	29 452	10 000	C3D8R	0.5	190	144	11
5	29 452	10 000	C3D8R	2	1	143	49
6	9818	10 000	C3D8R	1	10	48	9
7	88 357	10 000	C3D8R	1	10	431	84

Resultater fra FE-analysen kjørt i Abaqus vises i Tabell 18. Det er C3D20R elementene i tilfelle 2 som gir de beste resultatene. Den bruker en lengre tid enn C3D8R elementene i tilfelle 1, men gir til gjengjeld et svært nøyaktig svar. Resultatene fra analysen fraviker lite fra den teoretiske maksimale og minimale spenningen på henholdsvis 150 og 0 MPa. Grafen i Figur 33 viser en god overensstemmelse mellom teoretiske beregninger og kalkulasjoner utført under FE-analysen i Abaqus. Figur 32 viser at spenningene øker jevnt fra torsjonsaksen og ut mot overflaten av staven. Det er heller ingen tydelige spenningskonsentrasjoner i modellen.



Figur 32. Spenninger i en sylindrisk stav utsatt for torsjon i MPa



Figur 33. Sammenlikning av teoretiske skjærspenninger med resultat fra FE-analyse

I Tabell 19 sammenliknes resultatene fra håndberegning med Weibullamplitudene kalkulerer av LINK-pfat. Likningen for å beregne Weibullamplitude for hånd er hentet fra Tabell 4. For de fleste tilfeller er det en svært god overensstemmelse. Det er tilfelle 2 som gir best resultater, med disse elementene er resultatene fra LINK-pfat identiske med kalkulasjoner gjort for hånd. Analysene gjort i LINK-pfat blir mer tidkrevende for de kvadratiske elementtypene C3D20R og C3D10M. Analyser gjort på de lineære C3D8R elementene tar bare noen få sekunder, mens analyser på de kvadratiske elementtypene kan ta over ett minutt. C3D10M elementene i tilfelle 3 gir de Weibullamplitudene som stemmer dårligst med håndberegninger, spesielt for en lav formfaktor avviker resultatet mye fra det som er forventet. For alle elementtyper vil analysen ta lengre tid når formfaktoren blir større, det kommer av at spenningsamplituden er opphøyd i formfaktoren. Når formfaktoren økes vil uttrykket for Weibullamplituden bli eksponentielt mye større.

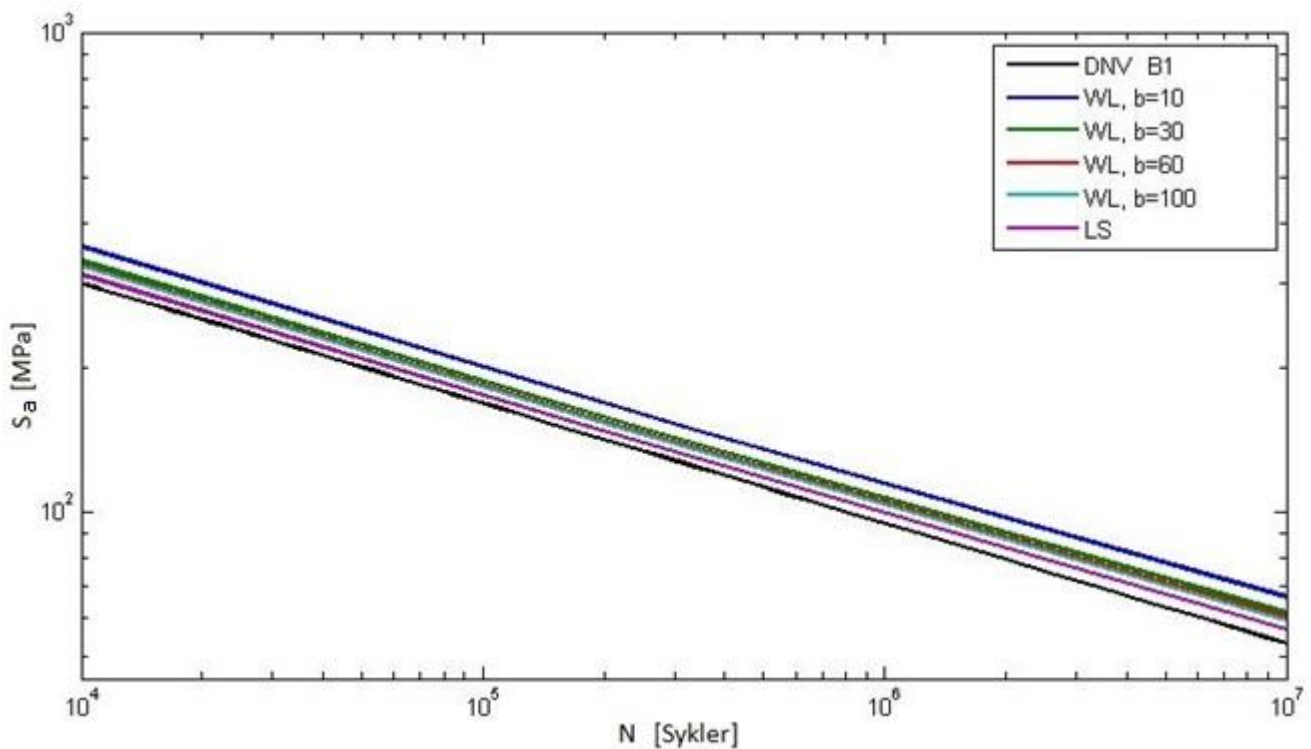
Tabell 19. Sammenlikning av Weibullamplitude fra LINKpfat med håndberegninger

#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra LINKpfat [MPa]	LINKpfat/ Håndberegninger
1	10	125	126	1.01
	30	137	134	0.98
	60	142	137	0.96
	100	144	139	0.97
2	10	125	125	1.00
	30	137	137	1.00
	60	142	142	1.00
	100	144	144	1.00
3	10	125	88	0.70
	30	137	124	0.91
	60	142	139	0.98
	100	144	148	1.03
4	10	125	125	1.00
	30	137	136	0.99
	60	142	140	0.99
	100	144	141	0.98
5	10	125	127	1.02
	30	137	133	0.97
	60	142	136	0.96
	100	144	138	0.96
6	10	42	42	1.00
	30	46	45	0.98
	60	47	46	0.98
	100	48	46	0.96
7	10	376	377	1.00
	30	410	403	0.98
	60	425	411	0.97
	100	433	416	0.96

LS-metoden gir en mer konservativ levetid enn WL slik som forventet. Sammenlikningen mellom resultater fra LS og WL-metoden for de valgte formfaktorene vises i Tabell 20. I Figur 34 er SN-kurvene for disse formfaktorene sammenliknet med resultater fra LS-metoden og med DNV B1 [2]. SN-kurven utformet fra DNV B1 og LS-metoden er de mest konservative. En høyere formfaktor føre til at WL kalkulerer et mer konservativt levetidsestimat.

Tabell 20. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden

#	<i>b</i>	Weakest link (WL) [Sykler]	Local stress (LS) [Sykler]	Differanse (WL – LS) [Sykler]	WL/LS
1	10	3.28E+05	1.91E+05	1.38E+05	1.72
	30	2.52E+05	1.91E+05	6.14E+04	1.32
	60	2.32E+05	1.91E+05	4.16E+04	1.22
	100	2.22E+05	1.91E+05	3.15E+04	1.17
2	10	3.31E+05	1.59E+05	1.72E+05	2.08
	30	2.34E+05	1.59E+05	7.45E+04	1.47
	60	2.03E+05	1.59E+05	4.38E+04	1.27
	100	1.89E+05	1.59E+05	2.97E+04	1.19
3	10	1.35E+06	1.25E+05	1.23E+06	10.77
	30	3.48E+05	1.25E+05	2.23E+05	2.78
	60	2.20E+05	1.25E+05	9.42E+04	1.75
	100	1.72E+05	1.25E+05	4.68E+04	1.37
4	10	3.30E+05	1.90E+05	1.40E+05	1.74
	30	2.40E+05	1.90E+05	4.99E+04	1.26
	60	2.15E+05	1.90E+05	2.48E+04	1.13
	100	2.05E+05	1.90E+05	1.50E+04	1.08
5	10	3.11E+05	1.87E+05	1.24E+05	1.66
	30	2.59E+05	1.87E+05	7.20E+04	1.39
	60	2.38E+05	1.87E+05	5.10E+04	1.27
	100	2.24E+04	1.87E+05	-1.64E+05	0.12
6	10	3.39E+07	1.72E+07	1.67E+07	1.97
	30	2.44E+07	1.72E+07	7.19E+06	1.42
	60	2.20E+07	1.72E+07	4.81E+06	1.28
	100	2.08E+07	1.72E+07	3.63E+06	1.21
7	10	4.05E+03	2.35E+03	1.70E+03	1.72
	30	3.11E+03	2.35E+03	7.59E+02	1.32
	60	2.87E+03	2.35E+03	5.14E+02	1.22
	100	2.74E+03	2.35E+03	3.89E+02	1.17



Figur 34. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for torsjon sammenliknet med DNV B1 [2]

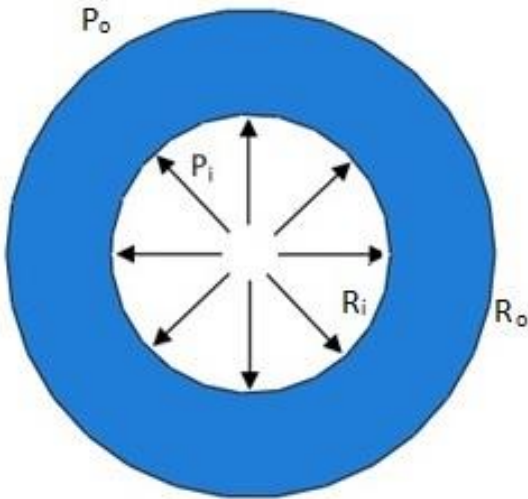
2.5. Innvendig trykk

LINKpfat valideres for et sylindrisk rør utsatt for et innvendig overtrykk. Resultatene valideres med teoretiske håndberegninger av radial- og tangentialspenninger. En hul sylinder utsatt for innvendig trykk brukes til å simulere det innvendige trykket stigerørsforbindelsen utsettes for. Realistisk sett må et rør ha lukkede ender for å kunne utsettes for et innvendig overtrykk. Når det indre trykket virker på endeflatene vil det resultere i en strekkspenning i rørveggen. I dette avsnittet er røret modellert med åpne ender og uten strekkspenning, dette gjøres for å kunne observere effekten av trykket som virker normalt på rørveggen isolert fra strekkspenningene.

Resultater fra FE-analyser utført på aksesymmetriske og 3D-modeller sammenliknes for å bestemme nøyaktigheten til den aksesymmetriske modellen i forhold til 3D-modellen. Sammenlikningen vil i tillegg gi informasjon om hvilket elementnett som er å foretrekke. En tilsvarende sammenlikning vil også bli gjort på resultater fra analysene fra LINKpfat.

En skisse av rørets tverrsnitt er vist i Figur 35. Røret er som det er antydnet her utsatt for et innvendig trykk, P_i . Et utvendig trykk, P_o , virker normalt på den ytre veggen av røret. Røret har en indre radius, R_i , på 4 mm og en ytre radius, R_o , på 7 mm. Det totale volumet, V , av denne modellen vil være 10 000 mm³, fra likning (51) gir det en lengde, l , på 96.5 mm.

$$l = \frac{V}{\pi \cdot (R_o^2 - R_i^2)} = \frac{10000 \text{ mm}^3}{\pi \cdot ((7 \text{ mm})^2 - (4 \text{ mm})^2)} = 96.458 \text{ mm} \approx 96.5 \text{ mm} \quad (51)$$



Figur 35. Tverrsnitt av sylindrisk rør utsatt for innvendig trykk

I denne oppgaven undersøkes røret for innvendige overtrykk på 34.5 , 69.0 og 103.5 MPa [10]. For å verifisere at resultatene fra FE-analysene gjort på 3D-modellene er korrekte vil tangentialspenningene, σ_ϕ , og radialspenningene, σ_r , fra analysen sammenliknes med likning (54) og (55). Disse likningene kan utledes fra Lamés likning [11]. Resultatene av FE-analysen på 3D-modellen brukes som sammenlikningsgrunnlag for den aksesymmetriske modellen og resultater fra LINKpfat.

Det blir gjort en forenkling ved å anta at røret ikke er belastet av et ytre trykk. P_o vil dermed være null. Denne antagelsen gjøres også for analysen av stigerøret. For tilfellet uten ytre trykk kan likning (52) og (53) forenkles til likning (54) og (55). De teoretiske løsningene blir for hvert tilfelle plottet sammen med resultatene fra FE-analysen. Resultatene vil bli plottet mot radiusen, r , fra sentrum av røret, alle andre parametere vil bli holdt konstante for hvert enkelt tilfelle.

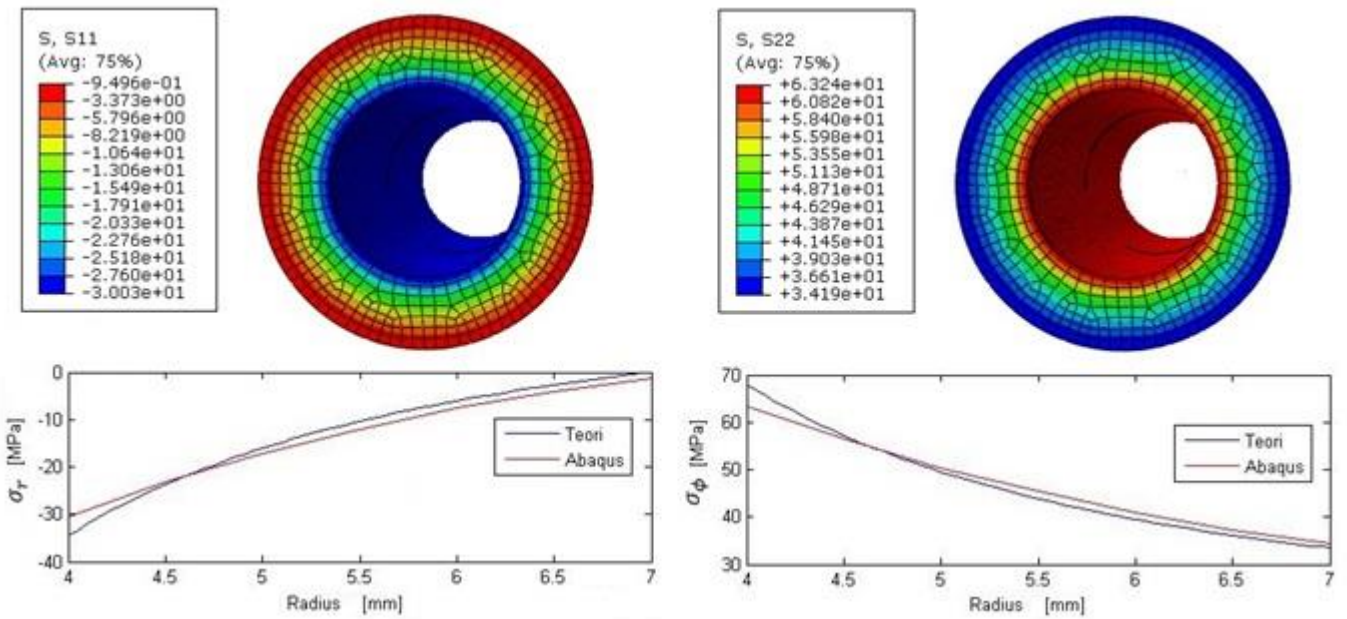
$$\sigma_r = \frac{P_i \cdot R_i^2 - P_o \cdot R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{(P_o - P_i) \cdot R_i^2 \cdot R_o^2}{(R_o^2 - R_i^2) \cdot r^2} \quad (52)$$

$$\sigma_\phi = \frac{P_i \cdot R_i^2 - P_o \cdot R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} - \frac{(P_o - P_i) \cdot R_i^2 \cdot R_o^2}{(R_o^2 - R_i^2) \cdot r^2} \quad (53)$$

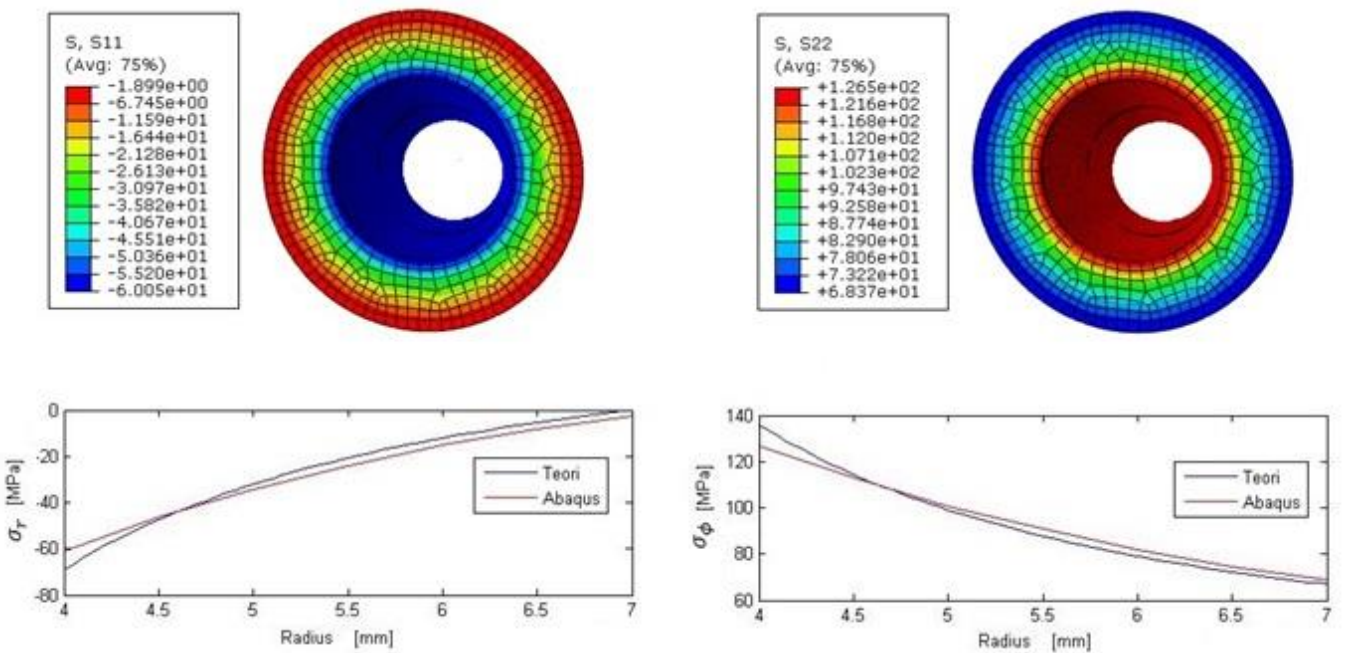
$$\sigma_r = \frac{P_i \cdot R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} - \frac{P_i \cdot R_i^2 \cdot R_o^2}{(R_o^2 - R_i^2) \cdot r^2} \quad (54)$$

$$\sigma_\phi = \frac{P_i \cdot R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{P_i \cdot R_i^2 \cdot R_o^2}{(R_o^2 - R_i^2) \cdot r^2} \quad (55)$$

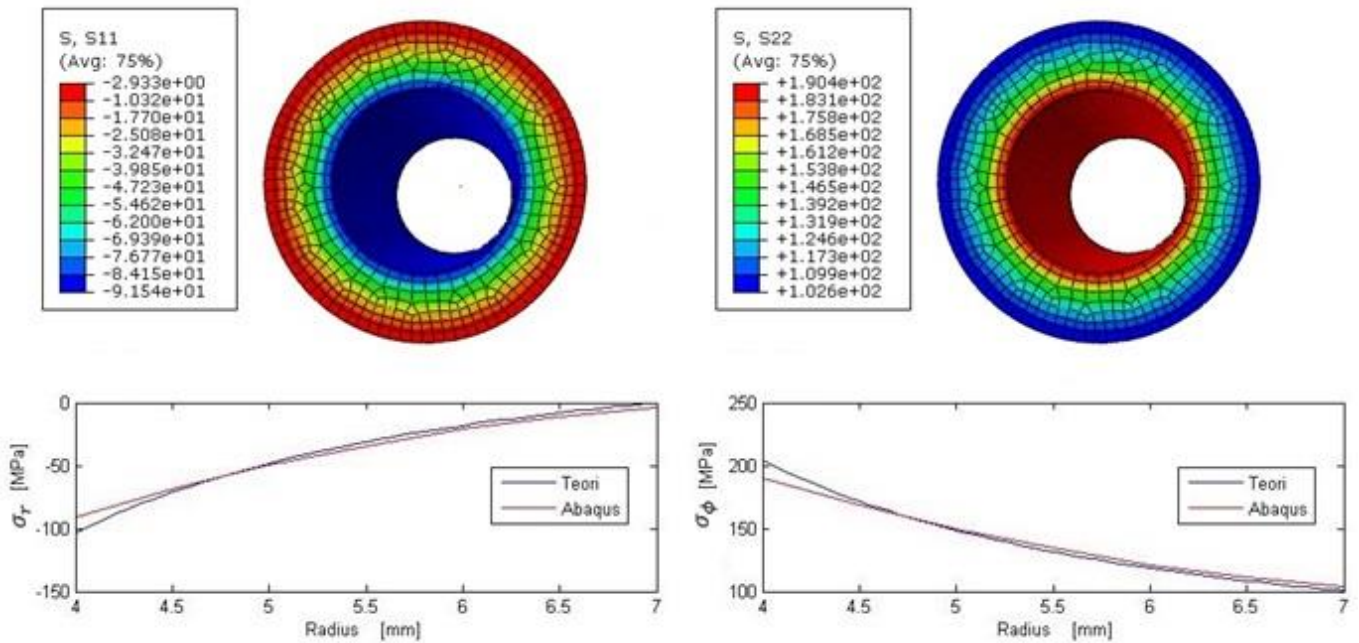
Fra Figur 36, Figur 37 og Figur 38 konkluderes det med at resultatene fra Abaqus stemmer med håndberegninger. Figur 36, Figur 37 og Figur 38 representerer et rør utsatt for innvendig trykk på henholdsvis 34.5 , 69.0 og 103.5 MPa .



Figur 36. Radialspenning (t.v.) og tangentialspenning (t.h.) for et rør utsatt for innvendig trykk på 34.5 MPa, og tilhørende sammenlikning mellom teori og FE-analyse plottet i graf



Figur 37. Radialspenning (t.v.) og tangentialspenning (t.h.) for et rør utsatt for innvendig trykk på 69 MPa, og tilhørende sammenlikning mellom teori og FE-analyse plottet i grafene



Figur 38. Radialspenning (t.v.) og tangentialspenning (t.h.) for et rør utsatt for innvendig trykk på 103.5 MPa, og tilhørende sammenlikning mellom teori og FE-analyse plottet i grafene

Fra tidligere undersøkelser er det observert at elementtypen C3D8R gir gode resultater for 3D-modeller. Denne elementtypen er derfor valgt brukt på 3D-modellen som den aksesymmetriske modellen skal sammenliknes med. Det er valgt et finere elementnett med elementstørrelse 0.5 i disse analysene for å få et mer nøyaktig resultat. Resultatene fra FE-analysen på 3D-modellen er vist i Tabell 21.

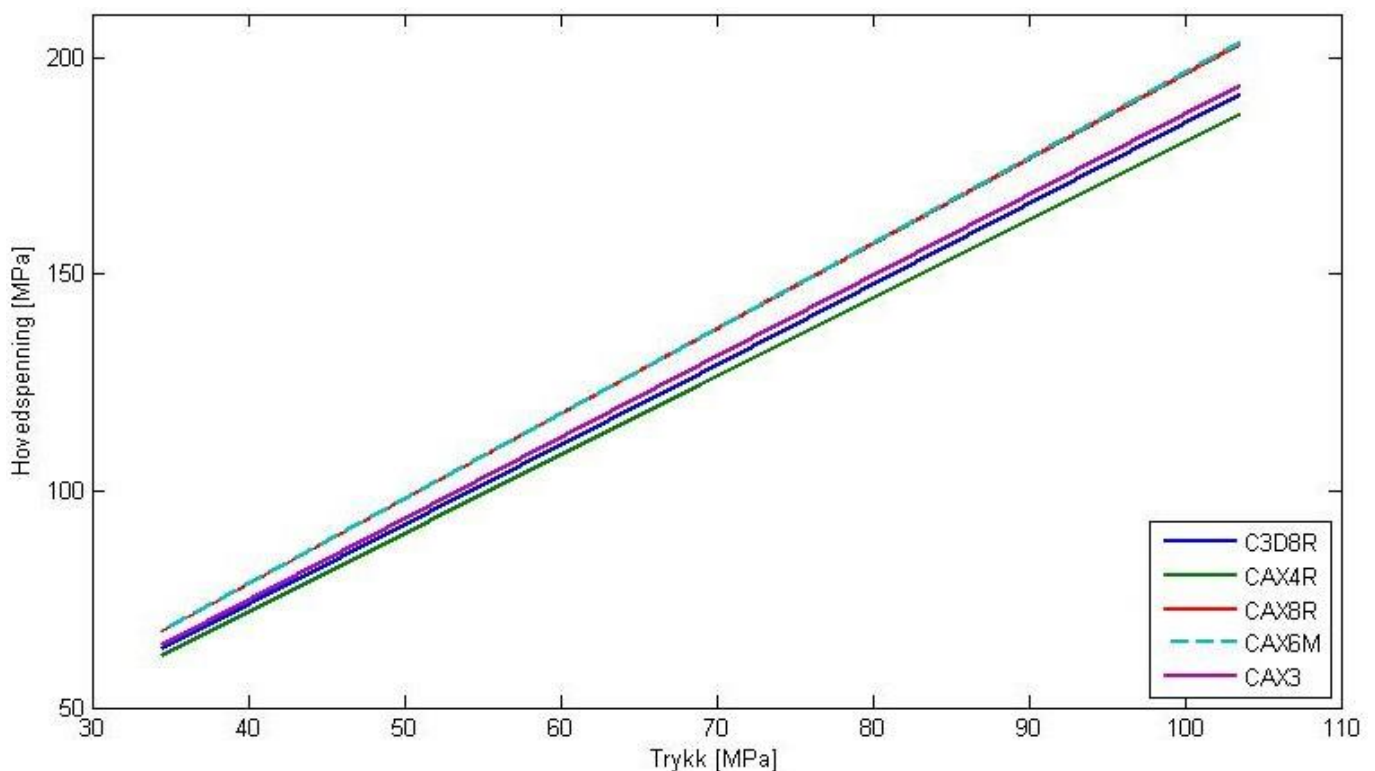
Tabell 21. Resultat av FE-analyse på 3D-modell av sylindrisk rør

#	Innvendig trykk [MPa]	Element-type	Element-størrelse	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	34.5	C3D8R	0.5	64	34
2	69.0	C3D8R	0.5	127	69
3	103.5	C3D8R	0.5	192	103

Den aksesymmetriske modellen blir påført forskjellige elementnett for å kunne konkludere med et elementnett som vil gi gode resultater for FE-analysen på stigerørsforbindelsen. Resultatene fra FE-analysene på den aksesymmetriske modellen, og sammenlikningen med resultatene fra FE-analysen gjort på 3D-modellen, er sammenfattet i Tabell 22. Ved å tolke resultatene i Tabell 22 konkluderes det med at både elementtypene CAX4R og CAX3 gir gode resultater med en elementstørrelse på 0.5. Når den aksesymmetriske modellen blir påført et finere elementnett med elementstørrelse på 0.1 oppstår det høyere spenningskonsentrasjoner i modellen og hovedspenningene varierer i større grad fra 3D-modellen. Dette er tilfellet uavhengig av hva slags elementnett som brukes. Figur 39 viser de forskjellige elementtypene plottet i samme graf. Det er CAX8R og CAX6M som gir de høyeste spenningene mens CAX4R gir de laveste. Rørene vil ikke være analysert for kontaktproblemer og det kan dermed ikke konkluderes med sikkerhet at elementene som gir best resultater i denne analysen også vil gjøre det for stigerøret.

Tabell 22. Resultat av FE-analyse på aksesymmetrisk modell av sylindrisk rør sammenliknet med 3D-modell

#	Innvendig trykk [MPa]	Element-type	Element-størrelse	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]	Maksimale hovedspenninger Aks./3D	Minimale hovedspenninger Aks./3D
4	34.5	CAX4R	0.5	62	35	0.97	1.03
5	69.0	CAX4R	0.5	125	70	0.98	1.01
6	103.5	CAX4R	0.5	187	104	0.97	1.01
7	103.5	CAX4R	0.1	200	101	1.04	0.98
8	34.5	CAX8R	0.5	68	33	1.06	0.97
9	69.0	CAX8R	0.5	135	67	1.06	0.97
10	103.5	CAX8R	0.5	204	100	1.06	0.97
11	103.5	CAX8R	0.1	204	100	1.06	0.97
12	34.5	CAX6M	0.5	68	33	1.06	0.97
13	69.0	CAX6M	0.5	135	67	1.06	0.97
14	103.5	CAX6M	0.5	203	100	1.06	0.97
15	103.5	CAX6M	0.1	204	100	1.06	0.97
16	34.5	CAX3	0.5	65	34	1.02	1.00
17	69.0	CAX3	0.5	129	68	1.02	0.99
18	103.5	CAX3	0.5	193	102	1.01	0.99
19	103.5	CAX3	0.1	202	100	1.05	0.97



Figur 39. Sammenlikning av hovedspenningene for elementtypene brukt på sylindrisk rør plottet mot innvendig trykk

Resultatene fra FE-analysene lastes inn i LINKpfat for en utmattingsanalyse. Tabell 23 viser resultatene fra denne analysen for 3D-modellen. Det brukes en formfaktor på 30 i alle WL-analysene. Det er allerede blitt validert at LINKpfat gir gode resultater for andre formfaktorer enn 30. Ved å kunne se på én form-

faktor kan størrelsen på undersøkelsen reduseres kraftig uten at muligheten til å bestemme den mest nøyaktige aksesymmetriske elementtypen mistes. 30 er formfaktoren til materialet i stigerøret, og det er hensiktsmessig å bruke denne formfaktoren når det skal konkluderes med hvilket elementnett som er mest gunstig. Resultatet av analysen gir en levetid med WL-metoden som er 1.57 til 1.58 ganger lengre enn med LS-metoden.

Tabell 23. Resultat av utmattingsanalyse på 3D-modell av sylindrisk rør

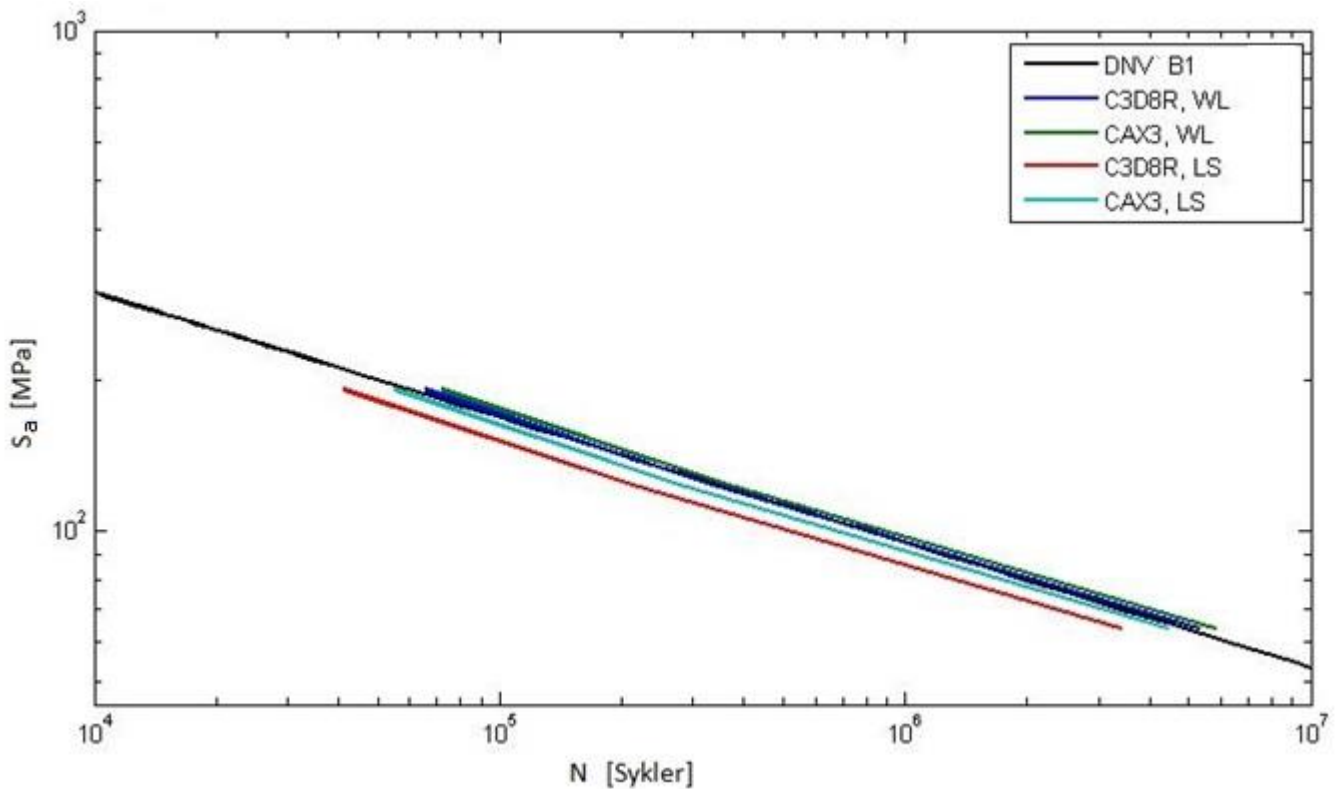
#	Weibullamplitude [MPa]	N (WL) [sykler]	N (LS) [sykler]	Differanse (WL – LS) [Sykler]	WL/LS
1	63	5.33E+06	3.39E+06	1.95E+06	1.57
2	125	3.33E+05	2.12E+05	1.22E+05	1.57
3	188	6.57E+04	4.14E+04	2.42E+04	1.58

I Tabell 24 er resultatene fra utmattingsanalysen på den aksesymmetriske modellen sammenfattet. Weibullamplituden fra 3D-modellen sammenliknes med Weibullamplituden fra den aksesymmetriske modellen og antall sykler med WL-metoden sammenliknes med LS-metoden. Ved å studere resultatene i Tabell 22 og Tabell 24 observeres det at det er de triangulære elementene CAX3 og CAX6M som gir de beste resultatene. CAX4R elementene som ga gode resultater under FE-analysen tenderer til å gi lave spenningsamplituder i LINKpfat. CAX3 gir resultatene nærmest 3D-modellen både for hovedspenninger og Weibullamplituder. Størrelsen på elementene påvirker Weibullamplituden for denne elementtypen i mindre grad enn for de andre elementtypene som er analysert. Det konkluderes derfor med at CAX3 gir det beste elementnettet.

Som forventer gir WL-metoden en lengre levetid enn LS. Dette er tilfellet for alle elementtypene. Når elementnettet påsettes stigerørsmoellen vil det kunne brukes et forfinet elementnett på utsatte områder slik Tabell 33 viser.

Tabell 24. Resultat av utmattingsanalyse på aksesymmetrisk modell av sylindrisk rør sammenliknet med 3D-modell

#	Weibullamplitude [MPa]	Weibullamplitude Aks/3D	N (WL) [Sykler]	N (LS) [Sykler]	Differanse (WL – LS) [Sykler]	WL/LS
4	58	0.92	7.15E+06	5.45E+06	1.70E+06	1.31
5	116	0.93	4.46E+05	3.40E+05	1.06E+05	1.31
6	175	0.93	8.80E+04	6.71E+04	2.09E+04	1.31
7	180	0.96	7.87E+04	5.09E+04	2.78E+04	1.55
8	60	0.95	6.39E+06	3.91E+06	2.48E+06	1.63
9	120	0.96	4.00E+05	2.45E+05	1.55E+05	1.63
10	180	0.96	7.89E+04	4.83E+04	3.06E+04	1.63
11	180	0.96	7.85E+04	4.74E+04	3.11E+04	1.66
12	61	0.97	5.85E+06	4.46E+06	1.39E+06	1.31
13	122	0.98	3.66E+05	2.79E+05	8.70E+04	1.31
14	184	0.98	7.22E+04	5.51E+04	1.71E+04	1.31
15	184	0.98	7.15E+04	4.89E+04	2.26E+04	1.46
16	61	0.97	5.85E+06	4.46E+06	1.39E+06	1.31
17	122	0.98	3.66E+05	2.79E+05	8.70E+04	1.31
18	184	0.98	7.22E+04	5.51E+04	1.71E+04	1.31
19	184	0.98	7.15E+04	4.89E+04	2.26E+04	1.46

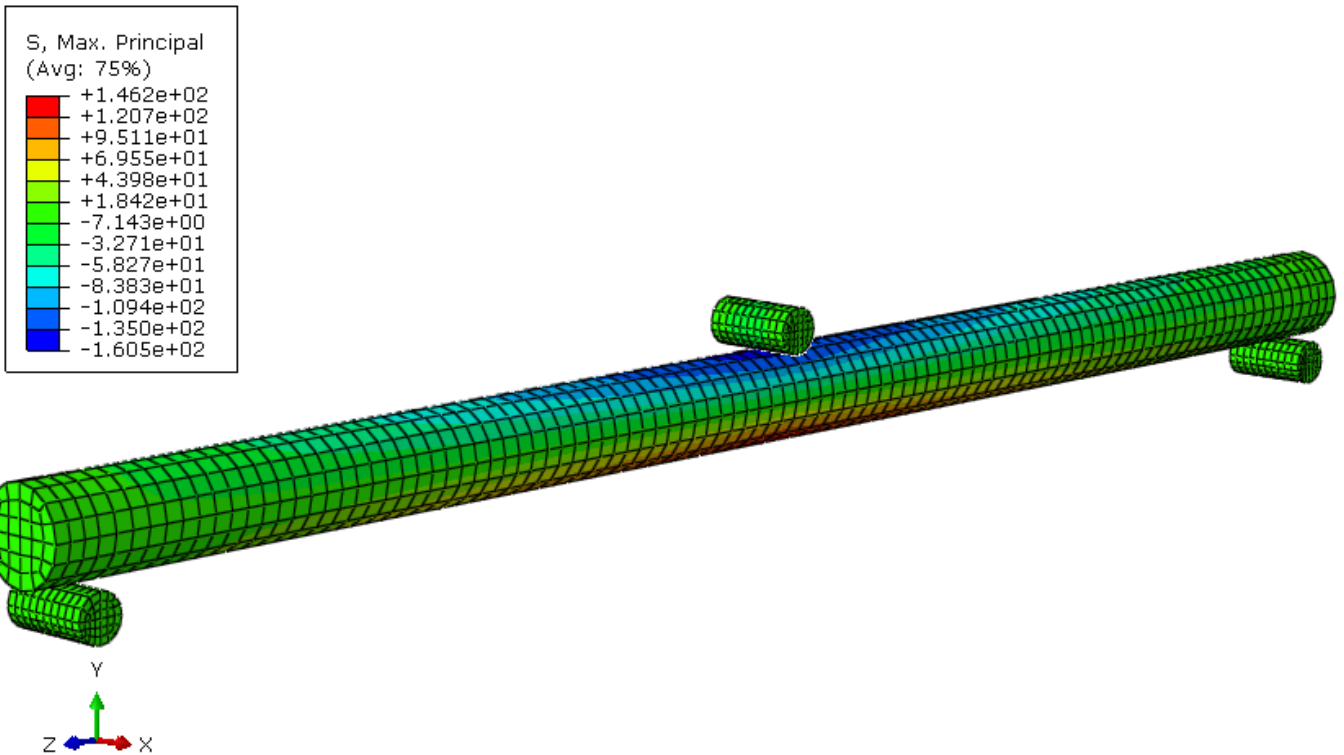


Figur 40. SN-kurver for rør utsatt for innvendig trykk

SN-kurven for 3D-modellen med C3D8R elementer, og SN-kurven for den aksesymmetriske modellen med CAX3 elementer, er plottet mot B1 SN-kurven fra DNV i Figur 40 [2]. Det er tatt med resultater fra WL og LS-metoden. SN-kurvene er plottet med bakgrunn i spenningene som opptrer i de tre trykktilstandene med tilhørende levetid. WL-metoden gir en levetid for både 3D-modellen og den aksesymmetriske modellen som er høyere enn DNV B1. LS-metoden gir mer konservative levetidsestimater enn DNV B1 for CAX3 elementene. DNV B1 skal gi samme levetidsestimat som LS og det tyder derfor på at LINK-pfat kan kalkulere noe lave levetider med LS-metoden for aksesymmetriske elementer.

2.6. Trepunkts roterende bøyning

En stav med trepunkts roterende bøyning (3PRB) blir i dette avsnittet validert i LINK-pfat. Det modelleres en stav med sylindrisk tverrsnitt og en radius, R_o , på 5 mm , samt en lengde, l , på 200 mm . Staven er påført en punktlast på 295 N . Dette gir en maksimal bøyespenning på 150 MPa , etter likning (45) og (38). Ved rotasjon vil det bli vekslende positive og negative spenninger staven. Punktlastene er overført til staven ved hjelp av sylindere for å få en mest mulig realistisk kraftoverføring. Staven utsatt for 3PRB er vist i Figur 41.



Figur 41. Spenninger i en sylindrisk stav utsatt for 3PRB i MPa

Bjelken utsatt for 3PRB er undersøkt med flere forskjellige elementtyper og elementstørrelser. Resultatene fra spenningsanalysen er presentert i Tabell 25. Slik som tabellen viser er det tilfelle 1 som gir spenninger nærmest de teoretiske spenningene på 150 MPa trykk og strekk. Det er i hovedsak de konsentrerte spenningene i kontaktområdet mellom bjelken og sylindere som varierer når andre elementer og et finere elementnett blir brukt.

Tabell 25. Resultater av FE-analyse ved 3PRB

#	Elementtype	Elementstørrelse	Analysetid [s]	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	C3D8R	2	65	146	-160
2	C3D8R	1	260	151	-309
3	C3D20R	2	235	169	-170
4	C3D10	2	536	170	-112
5	C3D4	2	114	141	-233

Weibullamplitudene kalkulert i LINKpfat sammenliknes med håndberegninger fra Tabell 4. Denne sammenlikningen er vist i Tabell 26. En sammenlikning av levetider kalkulert med LS og WL-metoden ved forskjellige formfaktorer er vist i Tabell 27.

Tabell 26. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 3PRB

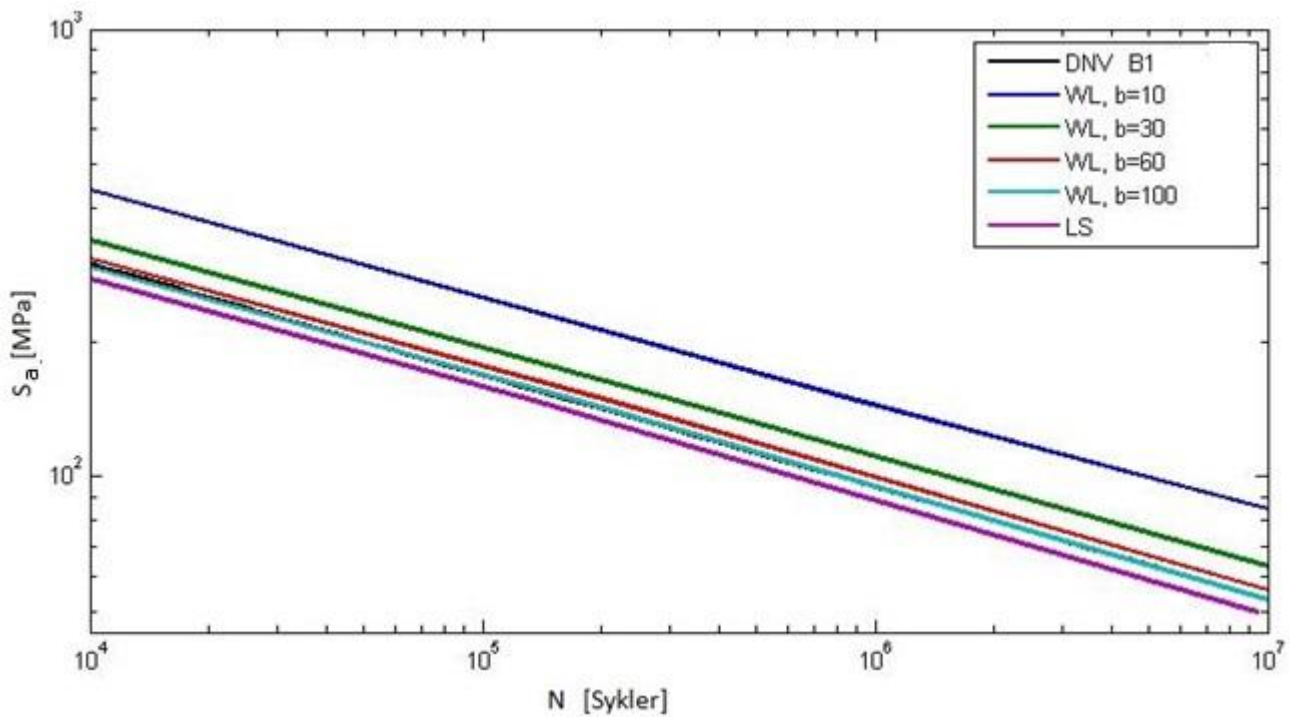
#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra LINKpfat [MPa]	LINKpfat / Håndberegninger
1	10	99	98	1.00
	30	122	128	1.05
	60	132	142	1.07
	100	138	148	1.08
2	10	99	102	1.04
	30	122	164	1.34
	60	132	188	1.42
	100	138	199	1.44
3	10	99	113	1.15
	30	122	276	2.26
	60	132	365	2.76
	100	138	413	3.00
4	10	99	0	0.00
	30	122	0	0.00
	60	132	0	0.00
	100	138	0	0.00
5	10	99	4	0.04
	30	122	8	0.07
	60	132	10	0.07
	100	138	10	0.08

Resultatene fra LINKpfat kalkulert for tilfelle 1, har en feil på mindre enn 10 % i forhold til håndberegningene. Tilfelle 2 og 3 gir høyere Weibullamplituder, spesielt ved formfaktorer på 60 og 100. Tilfelle 4 og 5 gir resultater langt lavere enn det håndberegningene tilsier, til tross for gode resultater fra FE-analyser. Både tilfelle 4 og 5 er med tetraedriske elementer, disse har vist seg å gi dårlige resultater ved tidligere undersøkelser av enkle modeller i LINKpfat.

Tabell 27. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 3PRB

#	<i>b</i>	Weakest link (WL) [Sykler]	Local stress (LS) [Sykler]	Differanse (WL-LS) [Sykler]	WL/LS
1	10	8.73E+05	1.30E+05	7.43E+05	6.70
	30	3.01E+05	1.30E+05	1.71E+05	2.31
	60	2.02E+05	1.30E+05	7.13E+04	1.55
	100	1.69E+05	1.30E+05	3.92E+04	1.30
2	10	7.45E+05	3.74E+04	7.08E+05	19.93
	30	1.14E+05	3.74E+04	7.62E+04	3.04
	60	6.52E+04	3.74E+04	2.79E+04	1.75
	100	5.22E+04	3.74E+04	1.49E+04	1.40
3	10	4.97E+05	1.13E+03	4.96E+05	440.78
	30	1.41E+04	1.13E+03	1.30E+04	12.51
	60	4.63E+03	1.13E+03	3.50E+03	4.11
	100	2.81E+03	1.13E+03	1.68E+03	2.49
4	10	9.06E+31	1.01E+33	-9.19E+32	0.09
	30	2.07E+33	1.01E+33	1.06E+33	2.06
	60	2.61E+33	1.01E+33	1.60E+33	2.59
	100	-----	1.01E+33	-----	-----
5	10	2.63E+12	1.84E+10	2.61E+12	142.99
	30	1.38E+11	1.84E+10	1.19E+11	7.48
	60	5.27E+10	1.84E+10	3.43E+10	2.86
	100	3.50E+10	1.84E+10	1.66E+10	1.90

WL resultatene fra tilfelle 1, 2 og 2 gir høyere levetider enn de som er kalkulert med LS-metoden. Dette stemmer godt med teori. Det observeres at levetidene kalkulert med WL-metoden nærmer seg levetidene kalkulert med LS-metoden når formfaktoren blir høy. Antall sykler til brudd ved tilfelle 4 og 5 gir høye levetider med både LS og WL-metoden. Det er en konsekvens av de feilaktig høye Weibullamplitudene kalkulert i LINKpfat.

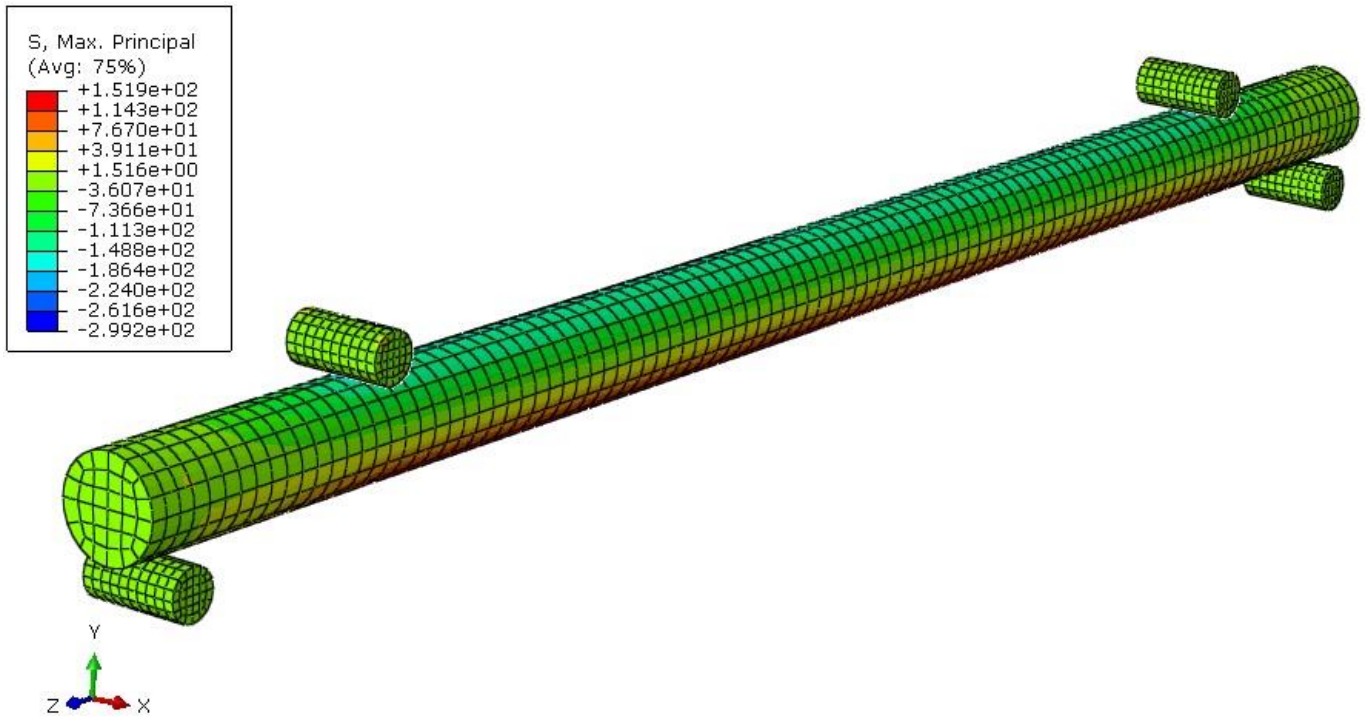


Figur 42. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 3PRB sammenliknet med DNV B1 [2]

SN-kurven fra WL-metoden plasserer seg over kurvene fra både LS-metoden og DNV B1. Kurvene beregnet med WL-metoden vil nærme seg LS-kurven og B1-kurven når formfaktoren øker. Med en formfaktor på 100 vil kurven legge seg likt med B1-kurven. WL burde gi lengre levetider enn DNV B1 noe som tyder på at det kalkuleres for lave levetider i LINKpfat for høye formfaktorer i dette tilfellet.

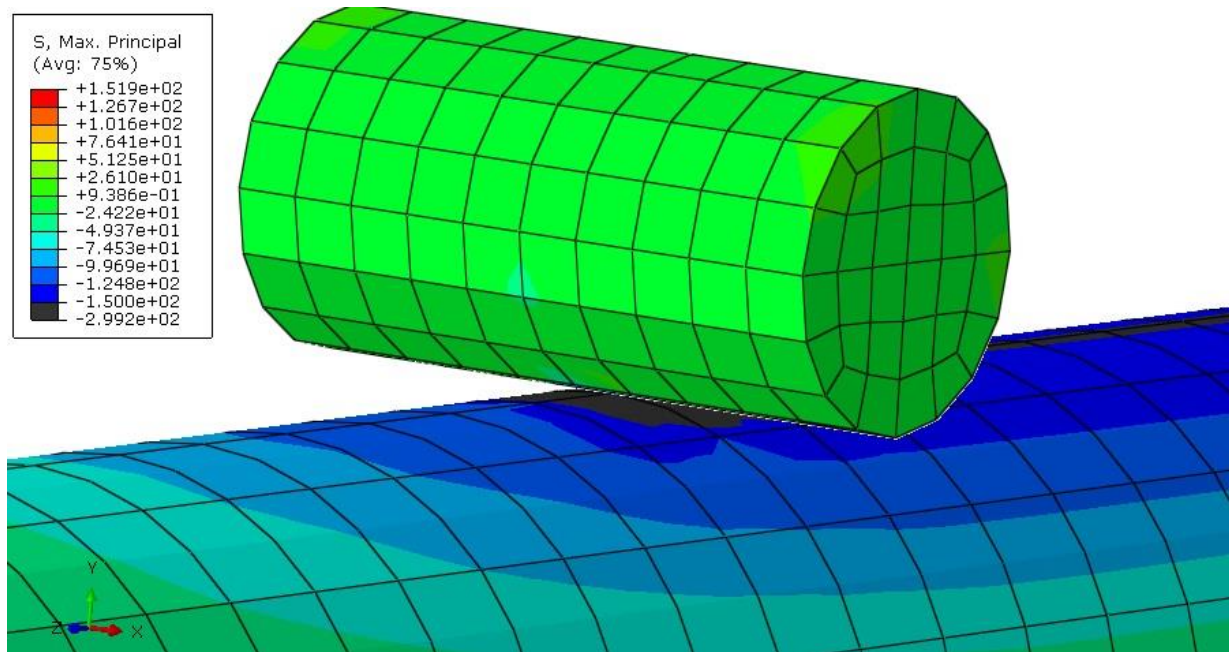
2.7. Firepunkts roterende bøyning

Ved validering av firepunkts roterende bøyning (4PRB) i LINKpfat, blir en stav med sylindrisk tverrsnitt utsatt for to punktlaster på 589 N. Det gir en maksimal spenning på 150 MPa, etter likning (45) og (38). Staven har en radius, R_o , på 5 mm, samt en lengde, l , på 200 mm slik som i tilfellet med 3PRB. Punktlasterne er overført til staven ved hjelp av sylindere.



Figur 43. Spenninger i en sylindrisk stav utsatt for 4PRB i MPa

4PRB er analysert i Abaqus for fem tilfeller. Spenningskonsentrasjonene i kontaktområdet mellom sylinder og stav gir de største spenningsvariasjonene. Figur 44 illustrerer de høye spenninger i kontaktområdet, der det sorte området er spenninger over 150 MPa. En sammenfatning av resultatene fra spenningsanalysen er vist Tabell 28. Det observeres at det er tilfelle 3 og 4 som gir strekkspenninger på undersiden av bjelken som samsvarer best med teorien, men det genereres samtidig høye trykkspenning i kontaktområdet.



Figur 44. Spenningskonsentrasjon i kontaktområdet for 4PRB i MPa

Tabell 28. Resultater av FE-analyse ved 4PRB

#	Elementtype	Elementstørrelse	Analysetid [s]	Maksimum hovedspenning [MPa]	Minimum hovedspenning [MPa]
1	C3D8R	2	72	132	-146
2	C3D8R	1	440	137	-206
3	C3D20R	2	245	152	-299
4	C3D10	2	360	152	-261
5	C3D4	2	142	130	-142

Weibullamplitudene kalkulert i LINKpfat sammenliknes med håndberegninger fra Tabell 4. Denne sammenlikningen er vist i Tabell 29 med forskjellige formfaktorer. levetidene fra WL-metoden kalkulert i LINKpfat er sammenliknet med levetidene kalkulert med LS-metoden i Tabell 30.

Tabell 29. Sammenlikning av Weibullamplitude ved 4PRB

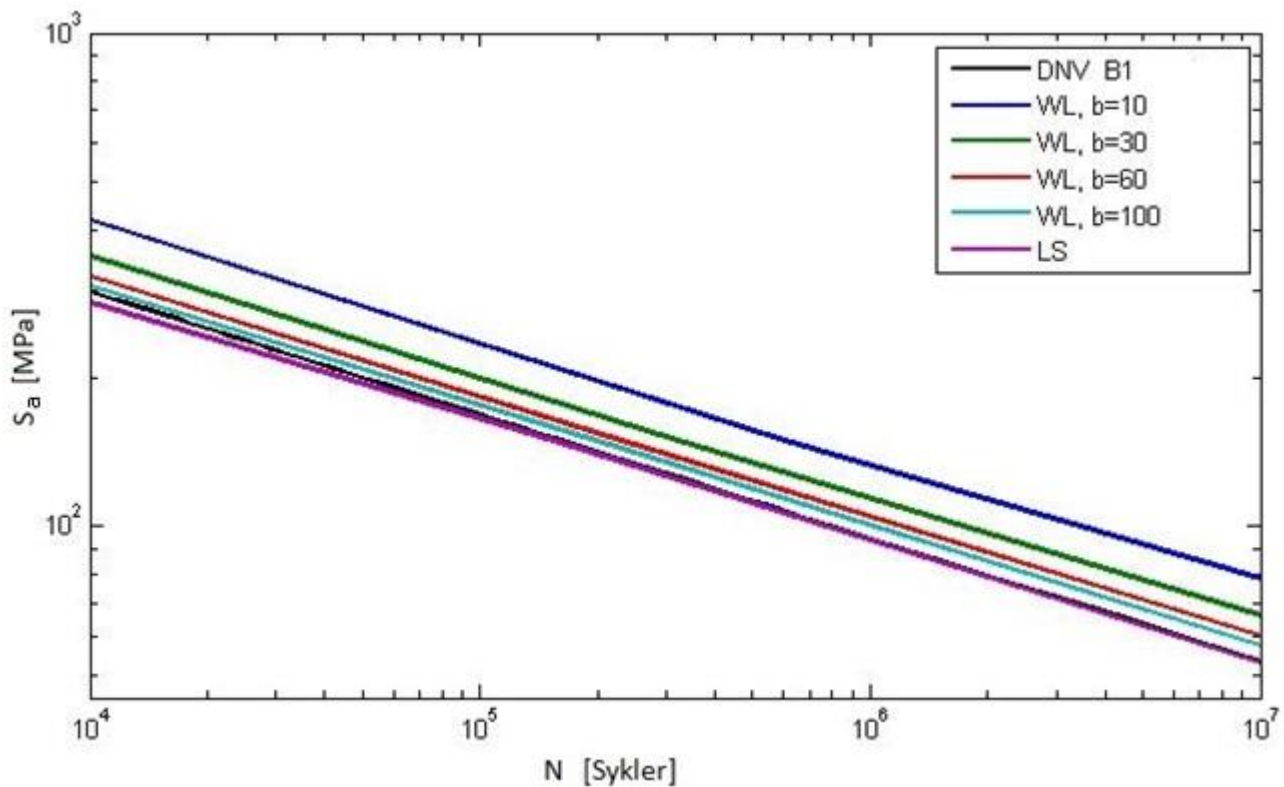
#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra LINKpfat [MPa]	LINKpfat / Håndberegninger
1	10	125.4	108	0.86
	30	136.8	126	0.92
	60	141.7	137	0.97
	100	144.2	143	0.99
2	10	125.4	139	1.11
	30	136.8	227	1.66
	60	141.7	259	1.83
	100	144.2	275	1.91
3	10	125.4	200	1.59
	30	136.8	483	3.53
	60	141.7	632	4.46
	100	144.2	713	4.95
4	10	125.4	92	0.73
	30	136.8	251	1.84
	60	141.7	337	2.37
	100	144.2	381	2.64
5	10	125.4	76	0.60
	30	136.8	123	0.90
	60	141.7	150	1.06
	100	144.2	163	1.13

Det observeres at tilfelle 1 gir gode resultater for alle formfaktorer og resultatene fra LINKpfat stemmer godt overens med resultatene fra håndberegningene. Tilfelle 2 og 3 gir Weibullamplituder som er noe over det som forventes, mens tilfelle 4 og 5 gir feilaktige resultater. For lave formfaktorer kalkuleres det generelt for lave Weibullamplituder, mens for høye formfaktorer kalkuleres det for høye.

Tabell 30. Sammenlikning av antall sykler til brudd med WL mot LS-metoden ved 4PRB

#	<i>b</i>	Weakest link [Sykler]	Local stress [Sykler]	Differanse (WL-LS) [Sykler]	WL/LS
1	10	6.08E+05	1.54E+05	4.54E+05	3.95
	30	3.23E+05	1.54E+05	1.69E+05	2.10
	60	2.31E+05	1.54E+05	7.76E+04	1.50
	100	1.98E+05	1.54E+05	4.41E+04	1.29
2	10	2.22E+05	1.54E+05	6.76E+04	1.44
	30	3.11E+04	1.54E+05	-1.23E+05	0.20
	60	1.82E+04	1.54E+05	-1.36E+05	0.12
	100	1.44E+04	1.54E+05	-1.40E+05	0.09
3	10	5.11E+04	1.31E+02	5.10E+04	391.01
	30	1.50E+03	1.31E+02	1.37E+03	11.49
	60	5.13E+02	1.31E+02	3.82E+02	3.92
	100	3.16E+02	1.31E+02	1.85E+02	2.42
4	10	1.15E+06	6.69E+02	1.15E+06	1724.75
	30	2.05E+04	6.69E+02	1.98E+04	30.63
	60	6.38E+03	6.69E+02	5.71E+03	9.54
	100	3.88E+03	6.69E+02	3.22E+03	5.81
5	10	2.52E+06	6.86E+04	2.45E+06	36.69
	30	3.52E+05	6.86E+04	2.84E+05	5.14
	60	1.61E+05	6.86E+04	9.20E+04	2.34
	100	1.15E+05	6.86E+04	4.64E+04	1.68

Tilfelle 1 gir levetider kalkulert med WL høyere enn levetidene kalkulert med LS som stemmer med teori. Tilfelle 2 gir kortere levetider med WL enn med LS, noe som ikke stemmer med teori. Tilfelle 3, 4 og 5 gir unaturlig høye levetider med WL-metoden, men levetidene synker kraftig ved økende formfaktor.



Figur 45. SN-kurve fra WL og LS-analyser på stav utsatt for 4PRB sammenliknet med DNV B1 [2]

I Figur 45. observeres det at LS-metoden og SN-kurven fra DNV B1 gir konservative resultater sammenliknet med WL-metoden [2]. SN-kurvene med høye formfaktorer vil nærme seg LS og DNV B1.

2.8. Konklusjon av undersøkelser gjort på enkle modeller

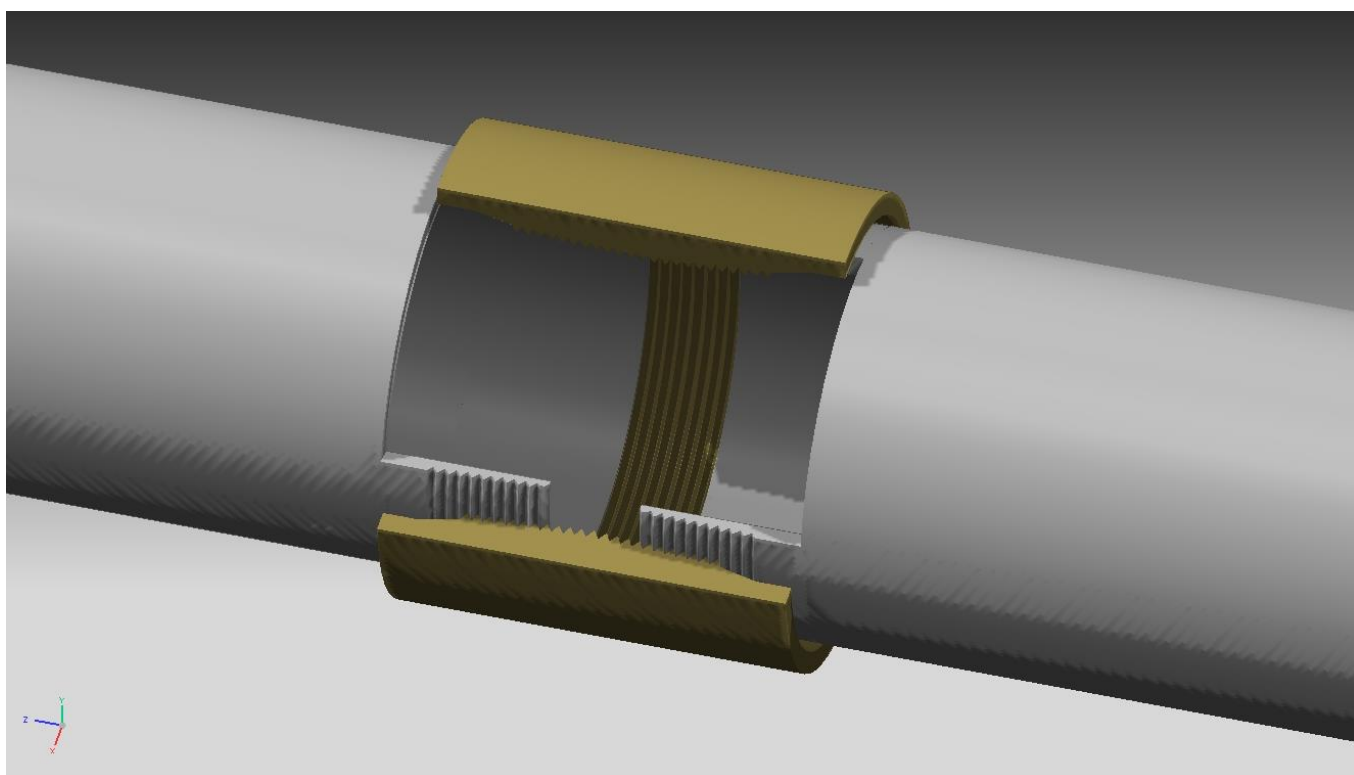
Det konkluderes med at LINKpfat gir gode levetidsestimater med WL-metoden for de heksaedriske elementene ved alle geometriene som er undersøkt. Resultatene fra undersøkelsene for de tetraedriske elementer gir derimot svært avvikende og varierende resultater. De varierende Weibullamplitudene og spenningskonsentrasjonen vil gi unøyaktige levetider. Det er ønskelig at LINKpfat skal gi konsistente og presise levetidsestimater uavhengig av elementnett.

Fra sammenlikningen mellom WL og LS-metoden observeres det at WL konsekvent gir lengre levetider enn LS og at WL gir lavere levetider for en økende formfaktor. Dette stemmer med teori og håndberegninger.

Ved undersøkelse av et rør med innvendig overtrykk observeres det at lineære, aksesymmetriske, triangulære elementer gir gode resultater sammenliknet med håndberegninger og 3D-modeller. CAX3 elementene blir derfor brukt under analysen av det gjengede stigerøret.

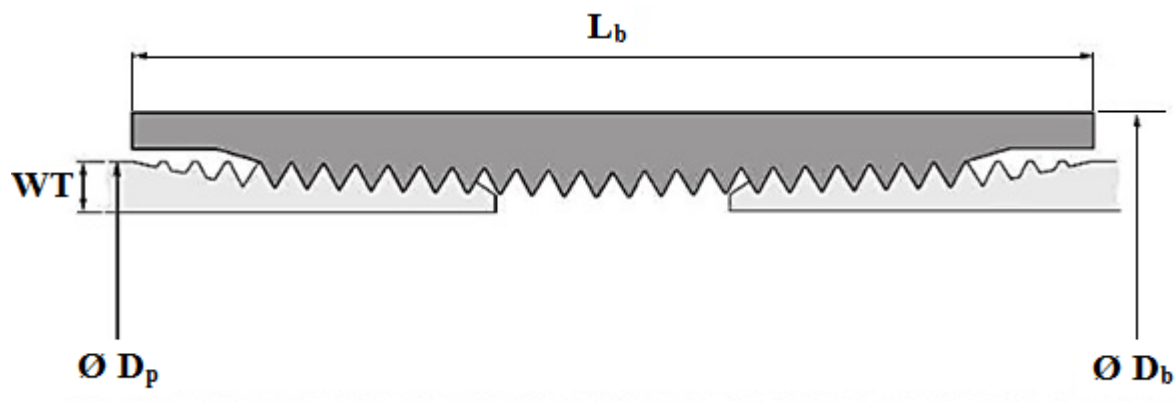
3. Undersøkelse av gjenget stigerørsforbindelse

Stigerøret er koblet sammen ved hjelp av en gjengeforbindelse. Stigerørene er gjenget i begge ender slik at stigerørlengdene kan skrues sammen med en sammenføringsring med innvendige gjenger slik Figur 46 viser. På mindre dyp vil fleksible stigerør ofte brukes, problematikken med sykliske bøyemomenter som virker på stigerøret vil da bli mindre. Fleksible stigerør er kompliserte og brukes ikke på større dyp av kostnadmessige årsaker. Når det opereres på dyp større enn 1000 m er halvt nedsenkbare plattformer og stive stigerør dominerende. Denne konfigurasjonen har realistisk sett ingen begrensning på vanddybden. Halvt nedsenkbare plattformer vil bevege på seg grunnet vind og sjø. Disse bevegelsene utsetter det stive stigerøret for bøyemomenter. Gjengeforbindelsen vil være spesielt utsatt for disse bøyemomentene på grunn av spenningskonsentrasjonene i gjengene.



Figur 46. Stigerør og sammenføringsring som utgjør stigerørsforbindelsen

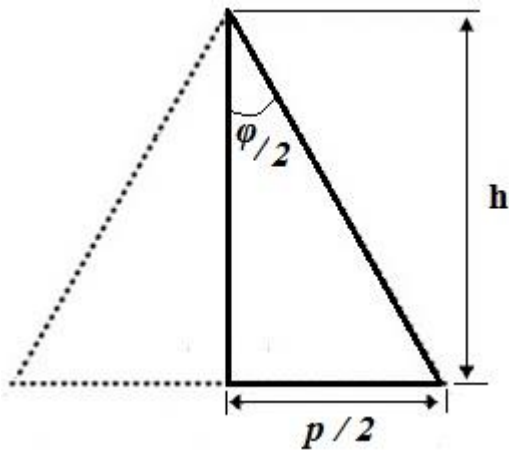
3.1. Geometri



Figur 47. Snitt av stigerørsforbindelsen med stipledd symmetrilinje

Tabell 31. Dimensjoner på 4.5" API stigerør

Tilkoplingstype	D_p [mm]	WT [mm]	D_b [mm]	L_b [mm]	TPI	Type gjenger
4.5" API stigerør	114.3	6.0	132.1	114.3	8	Triangulære



Figur 48. Illustrasjon av gjengegeometrien

Gjengeforbindelsen brukt på stigerør og sammenføringsring er 4.5" API. Gjengegeometrien er gitt av API 5B [12]. Det er åtte gjenger per tomme (TPI) og gjengevinkelen, α , er 60° . Gjengene er triangulære i tillegg til å være koniske. Konen er formet slik at den smaler 1 mm i diameter for hver sekstende millimeter i lengde, dette tilsvarer en kon på 3.58° i forhold til senterlinjen. For lettere å kunne modellere gjengeforbindelsen ignoreres konen og gjengene modelleres som sylindriske. Åtte gjenger per tomme resulterer i at hver gjenge har en bredde i bunnen lik 3.175 mm . Stigningen, p , til gjengen er da følgelig også 3.175 mm . Den nominelle gjengediameteren, D_n , er funnet ved å bruke likning (57).

Stigerørets ytre diameter, D_p , er hentet fra Figur 47 og Tabell 31. Sammenheng mellom høyde, stigning og gjengevinkel vises i Figur 48. Avstanden fra gjengebunn til gjengetopp, h , kan regnes ut fra stigningen og gjengevinkelen slik det er vist i likning (56). Stigningsvinkel, β , finnes fra likning (58).

$$h = \frac{\frac{p}{2}}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\frac{3.175 \text{ mm}}{2}}{\tan\left(\frac{60^\circ}{2}\right)} \approx 2.75 \text{ mm} \quad (56)$$

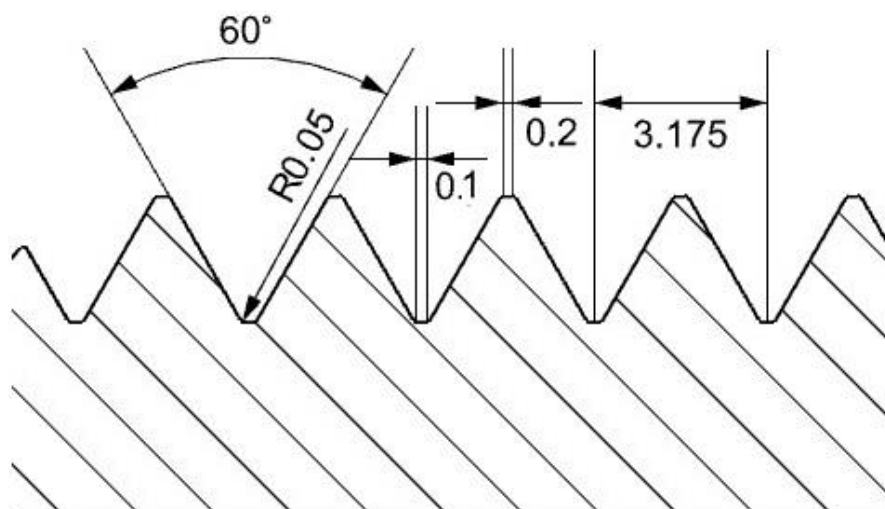
$$D_n = D_p - h = 114.3 \text{ mm} - 2.75 \text{ mm} = 111.55 \text{ mm} \quad (57)$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{p}{D_n \cdot \pi}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3.175 \text{ mm}}{111.55 \cdot \pi \text{ mm}}\right) \approx 0.52^\circ \quad (58)$$

Det er ikke realistisk å fabrikkere gjenger uten en radius i gjengebunnen og gjengetoppen. Det tas høyde for dette ved å anta at bunn og topp av gjengen har et flatt parti. For å hindre at gjengebunnen kommer i kontakt med gjengetoppen under forspenningen vil gjengebunnen være dypere enn gjengetoppen. Bred-

den på det flate partiet på toppen av gjengen er 0.2 mm , mens bredden av det flate partiet i bunnen av gjengen er 0.1 mm . Fra Wittenberghe oppgis det at overgangen mellom det flate området til skråkantene på gjengene har en radius, r , på 0.05 mm , dette er vist i Figur 49 [3].

Stigningsvinkelen til gjengene er svært liten og kan fordelaktig neglisjeres. Som likning (58) viser er stigningsvinkelen på 0.52° . Gjengene modelleres dermed uten stigning. Ved å gjøre denne forenklingen kan stigerøret modelleres som en aksesymmetrisk modell.



Figur 49. Mål og dimensjoner på gjengene i mm

3.2. Materialelegenskaper

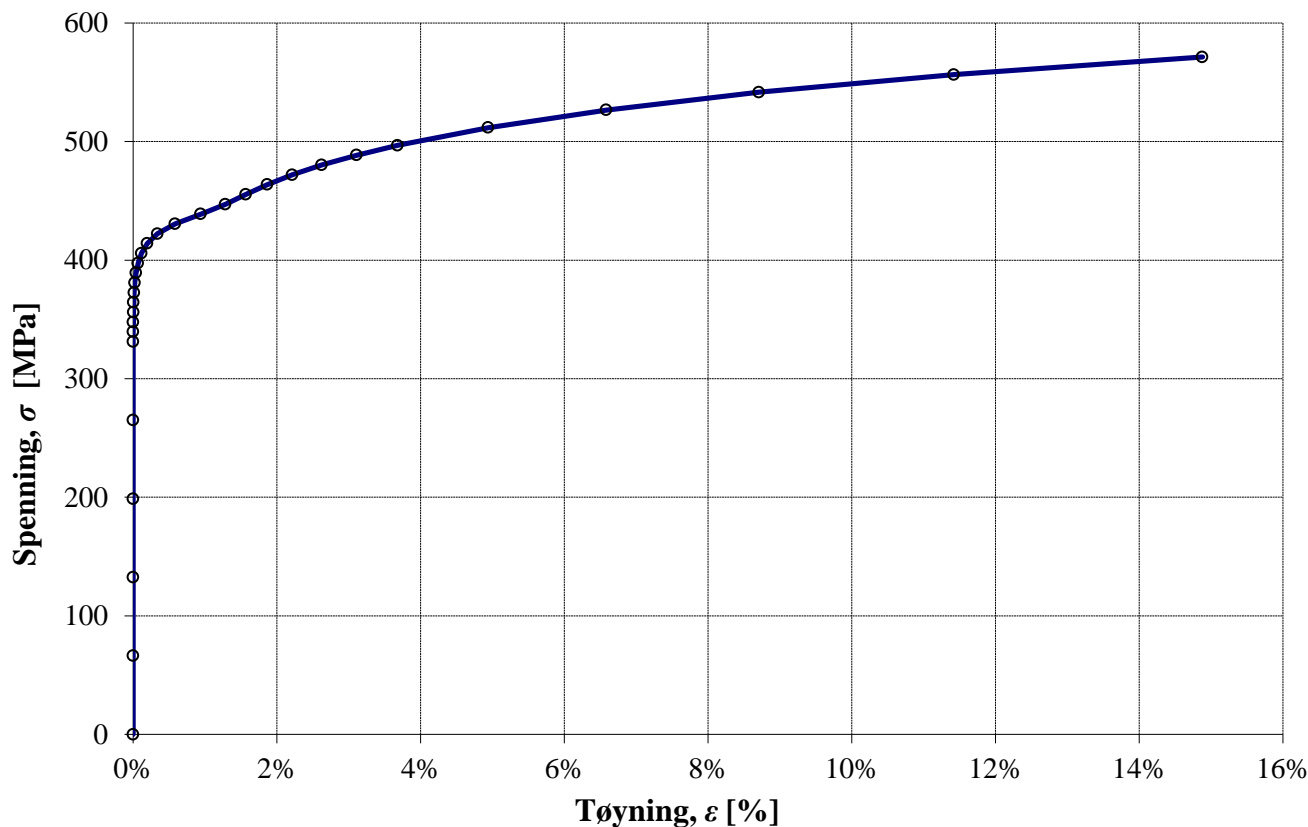
Spennings- og tøyingskurven samt materialeegenskapene for det ferrittiske F22-stålet brukt i stigerøret er bestemt av ASME VIII Div. 2 [13]. Materialdata er gitt i Tabell 32. Tabell 32 viser utmattingsgrensene og formfaktoren for materialet [7]. Den karakteristiske utmattingsgrensen er kalkulert fra likning (73).

Tabell 32. Materialdata for F22-stål brukt i stigerøret

Elastisitetsmodul [MPa]	205 000
Flytegrense [MPa]	414
Bruddspenning [MPa]	571
Design Temperatur [$^\circ\text{C}$]	20
Utmattingsgrense, normalspenninger [MPa]	225
Utmattingsgrense, skjærspenninger [MPa]	130
Formfaktor	30
Karakteristisk utmattingsgrense [MPa]	192.5

Flytespenning er den maksimale spenningen stålet tåler før det går over fra elastisk til plastisk deformasjon. Spenninger over flytespenningen vil føre til permanente deformasjoner selv etter at lasten fjernes. Bruddstyrken er den maksimale spenningen stålet tåler før det går til brudd.

I analysene vil det bli lagt inn data for både den elastiske og den plastiske delen av spennings- og tøyingskurven. Når belastningene på stigerøret øker vil det bli plastiske deformasjoner i gjengebunnen, på grunn av spenningskonsentrasjonen som oppstår i den skarpe radien. Når belastningene på stigerøret økes ytterligere risikeres det at større deler av modellen går over i det plastiske området.



Figur 50. Spennings- og tøyingskurve for F22 stål definert av ASME VIII Div.2 [13]

3.3. Belastninger

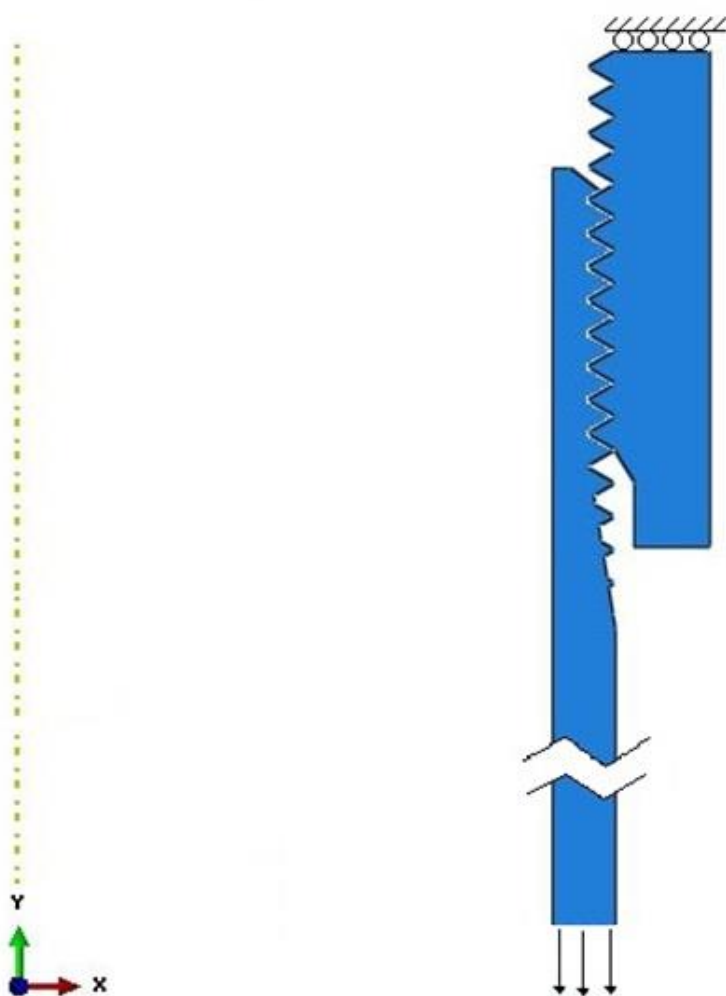
3.3.1. Belastninger fra vind og bølger

Vind skaper motstand og løft. Målinger viser at de fleste av de store borefeltene på norsk kontinentalsokkel opplever en gjennomsnittlig vindstyrke på 5-10 m/s over hele året, med maks vindstyrke på 20-25 m/s [14]. Plattformen eller skip som brukes til å hente opp olje og gass fra reservoarer er store konstruksjoner med stort vindfang. Effekten av vind opp mot 25 m/s vil føre til gynging, samt vertikale og horisontale bevegelser som alle bidrar til at det ytes sykliske strekk- og trykkrefter i tillegg til bøyemomenter på stigerørene.

Det er vanlig at produksjonsenheter har en kompensator i toppen av boreårnet. Den tar opp vertikale bevegelser for å redusere strekk- og trykkspenninger som ellers ville blitt påført stigerørene. Kompensatoren har en viss massetreghet og får ikke fanget opp alle bevegelser, samt at den ikke kompenseres for gyngingen av operasjonsenheter. Bølger er primærkilden til gynging og dermed også bøyemomenter som oppstår i stigerørene. Målinger viser at den gjennomsnittlige signifikante bølgehøyden i Nordsjøen over en periode på ett år ligger på mellom 2 og 3 meter, mens den maksimale bølgehøyden ligger på rundt 8 meter [14].

Ned mot 1000 meter vandyp merker man lite til forholdene på overflaten. Vibrasjoner på grunn av virvelstrømmer blir den gjeldende årsaken til belastninger på stigerørene fra dette dypet og nedover. Dette er på grunn av havstrømmer. Vannet i umiddelbar nærhet av stigerøret får et hastighetsfelt relativt til stigerøret som går fra null og gradvis øker over grensesjiktet rundt stigerøret til det langt nok unna stigerøret vil ha et hastighetsfelt likt omgivelsene. Når grensesjiktet separeres fra stigerøret blir strømmingene turbulente og det dannes virvelstrømmer. Når dette inntreffer vil det oppstå forskjeller i trykk mellom fram- og baksiden av stigerøret. Denne trykkforskjellen danner løft og sideveisbevegelser av stigerøret. Disse bevegelsene leder igjen til bøyemomenter.

Det er det sykliske bøyemomentet som står for de vesentlige belastningene, spenninger fra trykk- og strekkrefter påvirker i mindre grad. Bøyemomentene som virker på stigerøret vil modelleres som et aksialt strekk slik det er gjort i Wittenberghe [3]. Påføring av denne aksiale strekkspenningen er vist i Figur 51.

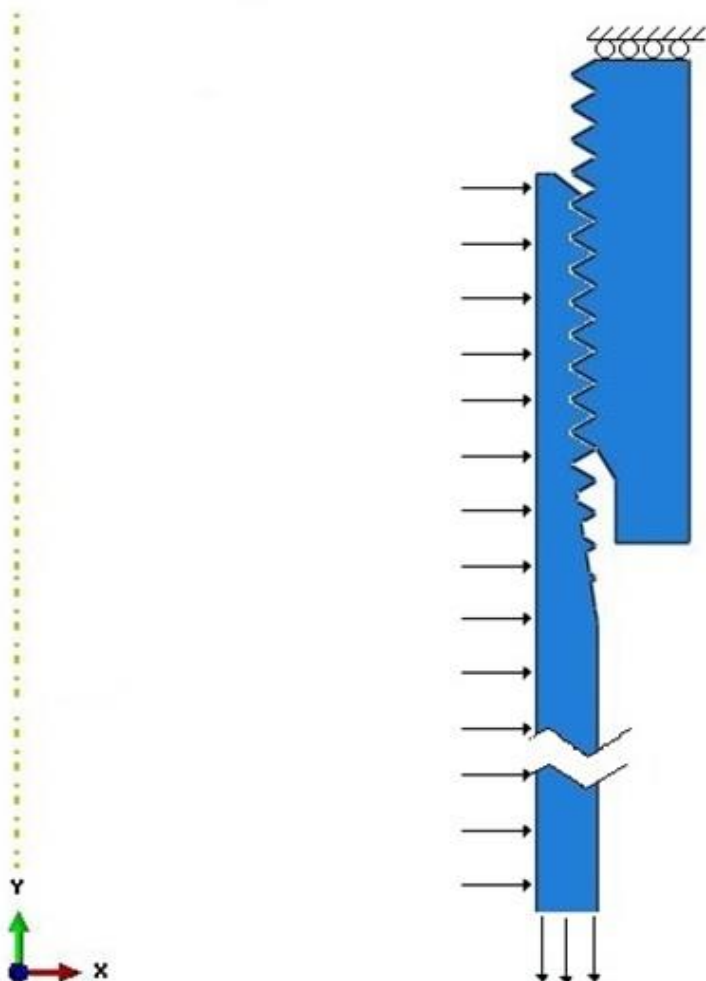


Figur 51. Modell av stigerøret med stiptet symmetrilinje, grensebetingelser og strekkspenning

3.3.2. Innvendig trykk i stigerør

Et stigerør vil i mange tilfeller være utsatt for innvendige trykk i størrelsesorden på flere hundre bar, dette innvendige trykket gjør at stigerøret er mer utsatt for brudd hvis det oppstår sprekker, på grunn av tangentialspenningene og radialspenningene som stigerøret blir utsatt for. Innvendig trykk vil gjøre sprekker mer kritiske og restbrudd oppstår gjerne før knekking. Knekking vil for rør uten innvendig trykk være en tydelig indikator på at røret har gjennomgått en vesentlig plastisk deformasjon som følge av for høye bøyemomenter.

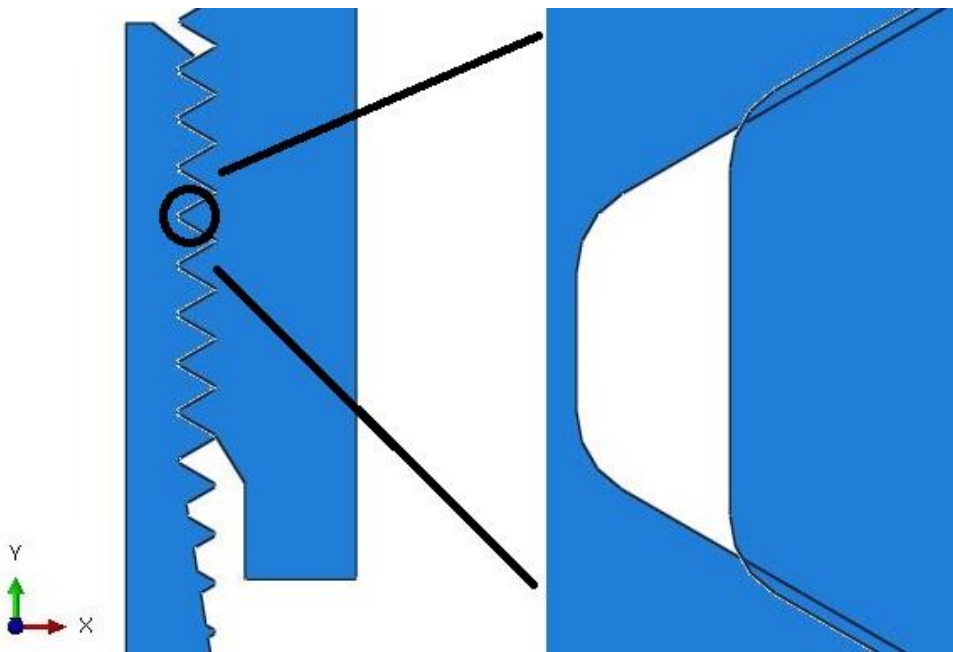
momenter. En modell av et stigerør utsatt for innvendig trykk er vist i Figur 52. Stigerøret kan med god nøyaktighet sees på som et lukket rør, noe som medfører at det indre trykket også vil forplante seg som aksialt strekk i rørveggen, tilsvarende trykket som virker på endene av røret. [10]. Det indre trykket i stigerøret vil være en statisk belastning.



Figur 52. Modell av stigerøret med stiptet symmetrilinje, grensebetingelser og innvendig trykk

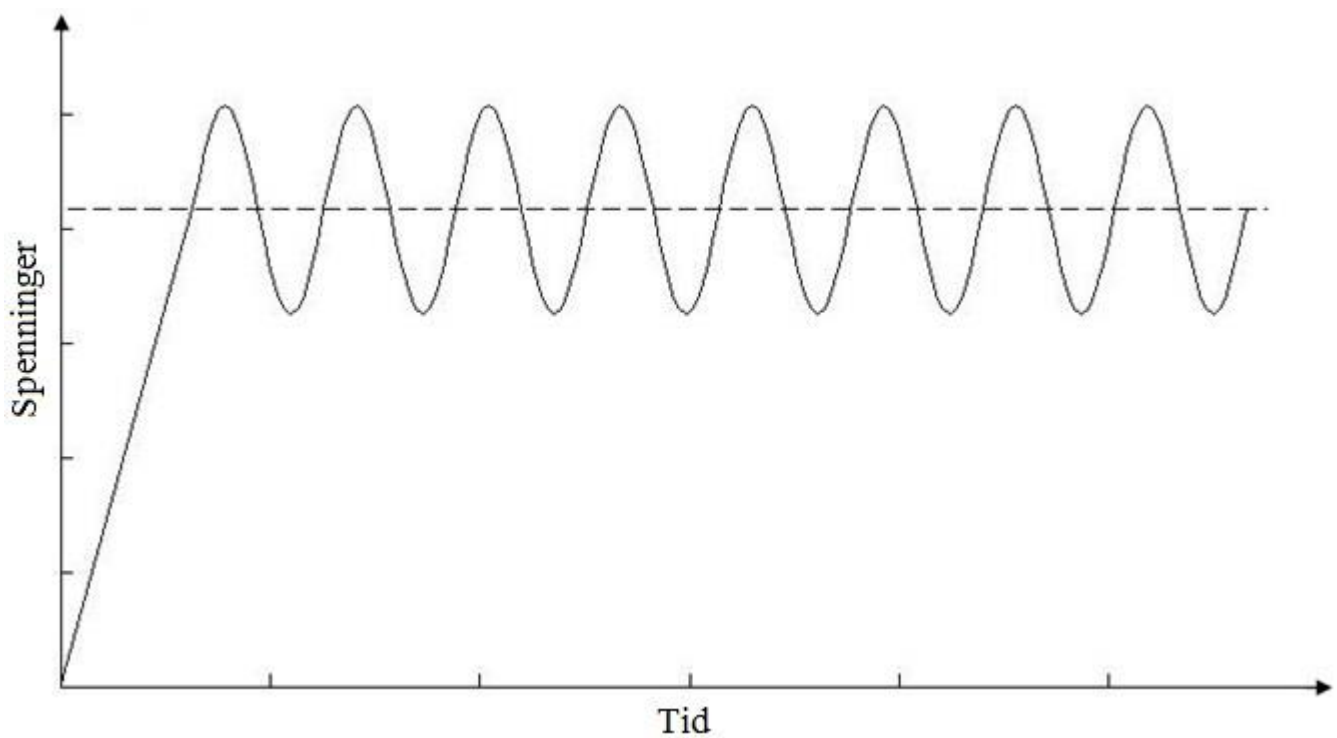
3.3.3. Forspenning av gjengeforbindelsen

For å få en helt tett forbindelse uten lekkasjer, og for å forsikre seg om at forbindelsen ikke løsner, blir det påsatt en forspenning på stigerørsforbindelsen. Dette forspenning vil for fullskala stigerør innebære at stigerørsforbindelsen skrues sammen med et forhåndsbestemt moment. Modellen er laget uten stigning på gjengene og det er derfor ikke mulig å simulere forspenning i den aksesymmetriske modellen ved å skru gjengene sammen. Forspenningen er derfor simulert ved å lage en radiell overlapping av de to delene slik Figur 53 viser. Dette er den samme metoden Wittenberghe [3] og Braun [4] har brukt i sin analyse. Det radielle overlappet har den effekten at gjengene presses mot hverandre.



Figur 53. Forspenning gjengene, modellert som et overlapp

De statiske og sykliske spenningene som virker på stigerøret er vist i Figur 54. Den lineære økningen fra spenningsfri tilstand er de statiske spenningene som kommer fra det indre overtrykket og forspenning av gjengeforbindelsen. De syklisk varierende spenningene oscillerer om middelspenningen markert med en stiplet linje. De sykliske spenningene kommer fra bøyemomentet skapt av plattformens bevegelser.



Figur 54. Statiske og sykliske spenninger som virker på stigerøret

3.4. Forhold som påvirker levetiden til stigerør

3.4.1. Svakheter i sveis

Et stigerør er satt sammen av fire rørkomponenter som er sveiset sammen. Hver komponent er på cirka 3.4 meter og til sammen danner et stigerør med en total lengde på 13.7 meter [10]. F22-Stålet som brukes i stigerøret er designet for å kunne motstå korrosjon. Når stål får bedre korrosjonsresistans vil det gjerne samtidig få lavere sveisbarhet. Dette innebærer en større sjanse for sveisefeil som uønskede inneslutninger, utilfredsstillende gjennomsmeltning eller dannelse av sprø kornstrukturer i stålet. Disse faktorene gjør sveisefugene til et utsatt punkt på stigerøret.

3.4.2. Korrosjon

Stigerør vil måtte operere i svært korrosive miljøer. De angripes av sjøvann på utsiden og av karbondioksid, CO₂, og hydrogensulfid, H₂S, på innsiden. I tillegg til den kjemiske korrosjonen er det og erosjon fra sand og andre partikler. For å beskytte mot korrosjon fra utsiden påføres offeranoder, disse fungerer bra mot korrosjon under havoverflaten. Et problem med bruk av offeranode er at katodereaksjonen danner hydrogen som diffunderer inn i metallet. Spesielt høyfaste stål er utsatt. Med en høyere andel av hydrogen i metallet øker sjansen for hydrogenindusert sprekkdannelse, noe som vil si at det kan oppstå sprekker og brudd i metallet under de spenningene stålet egentlig skal tåle. Dette er kun en aktuell problemstilling når oksygeninnholdet i vannet er lavt.

3.4.3. Forenklinger i denne oppgaven

Alle overnevnte faktorer påvirker den faktiske levetiden til et stigerør negativt i forhold til hva den ideelle analysen sier. I denne oppgaven fokuseres det på utmatting av gjengeforbindelsen og det tas ikke hensyn til redusert levetid som følge av verken sveisefuger eller korrosjon. Det kan allikevel være betydelig forskjell i levetiden for et stigerør undersøkt under ideelle forhold sammenliknet med et brukt offshore.

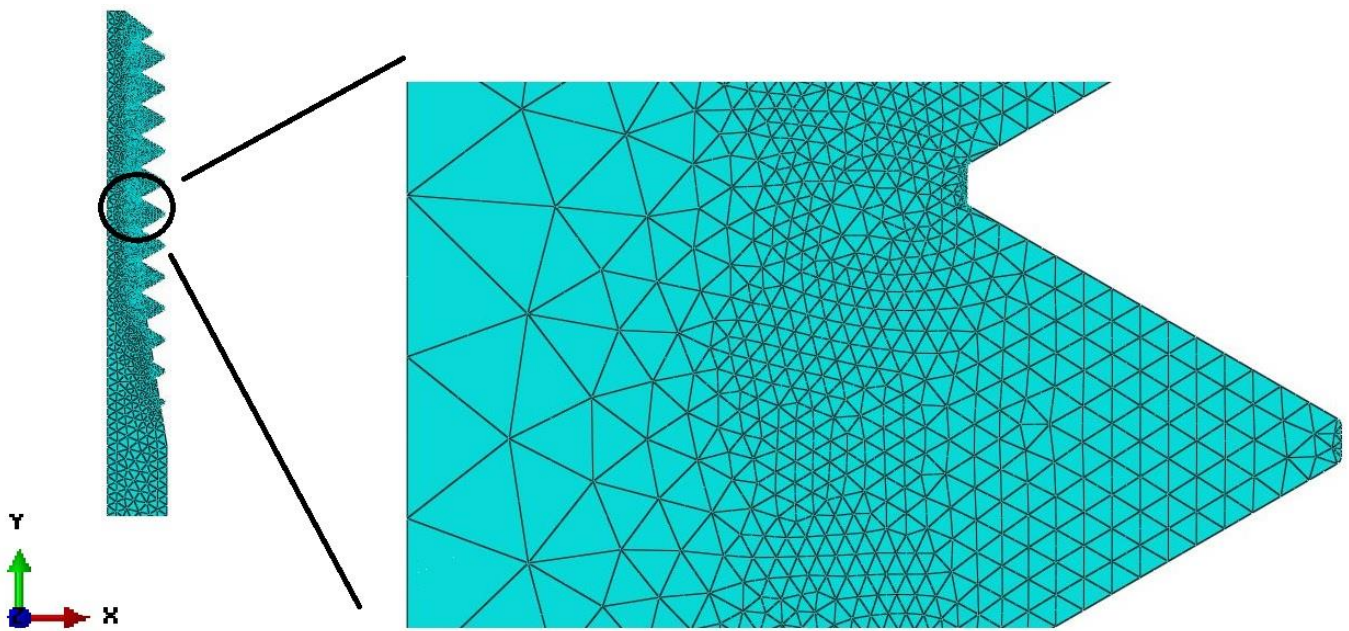
3.5. FE-analyse

3.5.1. Elementvalg

Det aksesymmetriske stigerøret er analysert i Abaqus med flere typer aksesymmetriske elementer, og med forskjellige lasttilfeller. De to delene, røret og sammenføringsringen, er modellert som to deler og satt sammen med kontaktbetingelser. Elementene er forfinet i gjengebunnen der radiusene er små og det er forventet å se høye spenninger. Elementene er større der det ikke er noen kjerver eller små radier, dette er for å spare tid på analysene. Elementforfiningen er vist i Tabell 33. Den aksesymmetriske modellen med CAX3 elementer og den gitte elementforfiningen er vist i Figur 55. Dette er de samme elementstørrelsene som er valgt i FE-analysen utført i Wittenberghe [3].

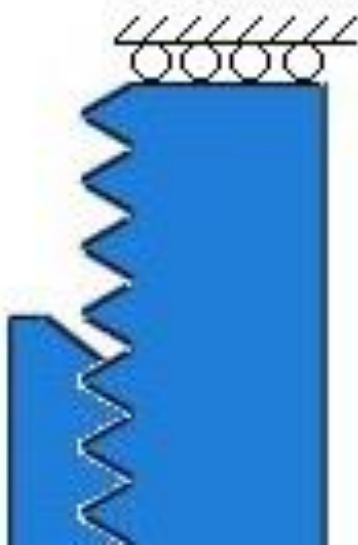
Tabell 33. Elementstørrelser på FE-modell av stigerør

Global elementstørrelse	Elementstørrelse på gjengene	Elementstørrelse i gjengebunn	Elementstørrelse på gjengetopp
1.0	0.2	0.01	0.05



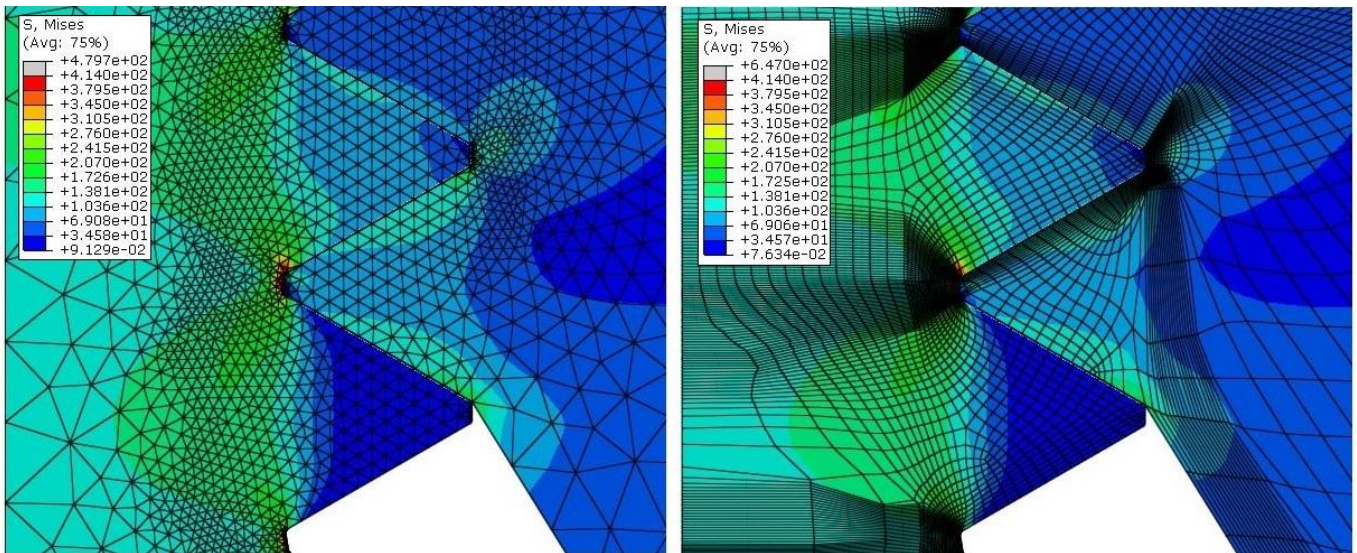
Figur 55. CAX3 Elementnett på aksesymmetrisk modell

Stigerørsforbindelsen er modellert slik at bare sammenføringsringen blir holdt fast i aksialretningen, samt at opplageret tar opp momenter. Dette vil gi realistiske grensebetingelser, slik Figur 56 viser.



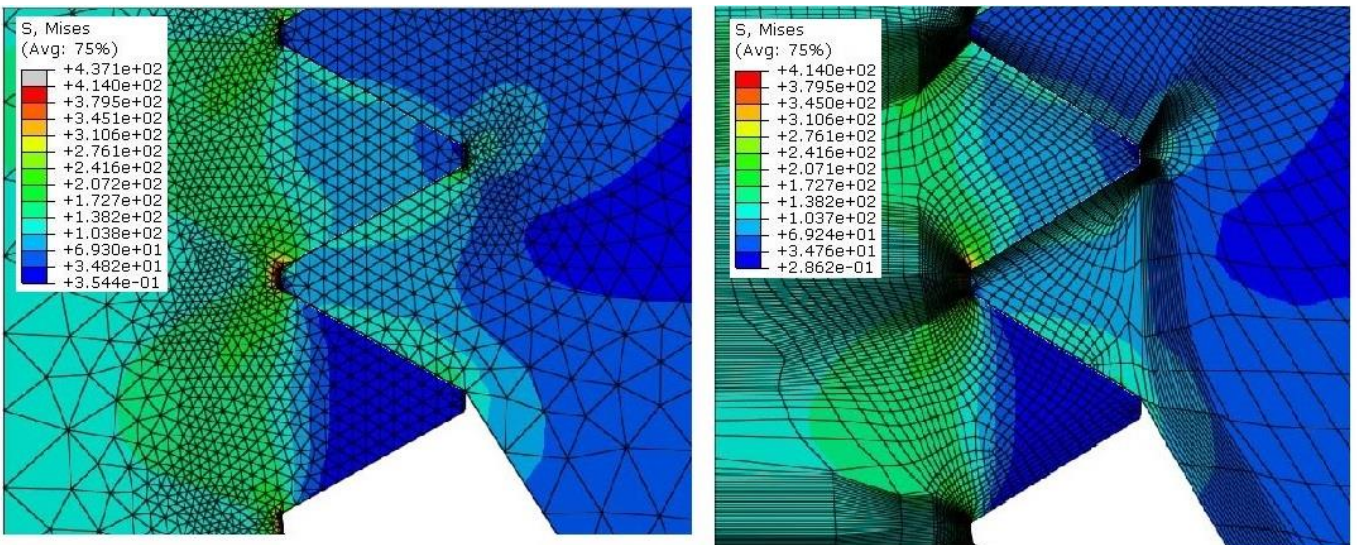
Figur 56. Opplagring av sammenføringsring

I Figur 57. er spenningsfeltene ved bruk av kvadratiske triangulære og rektangulære elementer (CAX6M og CAX8R) sammenliknet ved et tilfelle med aksialt strekk. Det er den siste gjengen i røret som har de høyeste spenningene, som i Wittenberghe [3] og Braun [4]. I denne analysen er stigerøret påført en nominell spenning på 100 MPa . Den Nominelle spenningen tilsvarende den brukt i Braun og spenningsfeltene blir svært like. Den største forskjellen ligger i punktspenningene som opptrer i gjengebunnen.



Figur 57. Sammenlikning av spenningsfelt med kvadratiske, triangulære (t.v.) og rektangulære (t.h.) elementer i MPa

Ved bruk av lineære elementer observeres det at de triangulære elementene (CAX3) gir noe høyere spenninger i gjengebunnen enn de rektangulære elementene (CAX4R). Spenningsfeltene er allikevel like, som Figur 58 illustrerer.



Figur 58. Sammenlikning av spenningsfelt med lineære, triangulære (t.v.) og rektangulære (t.h.) elementer i MPa

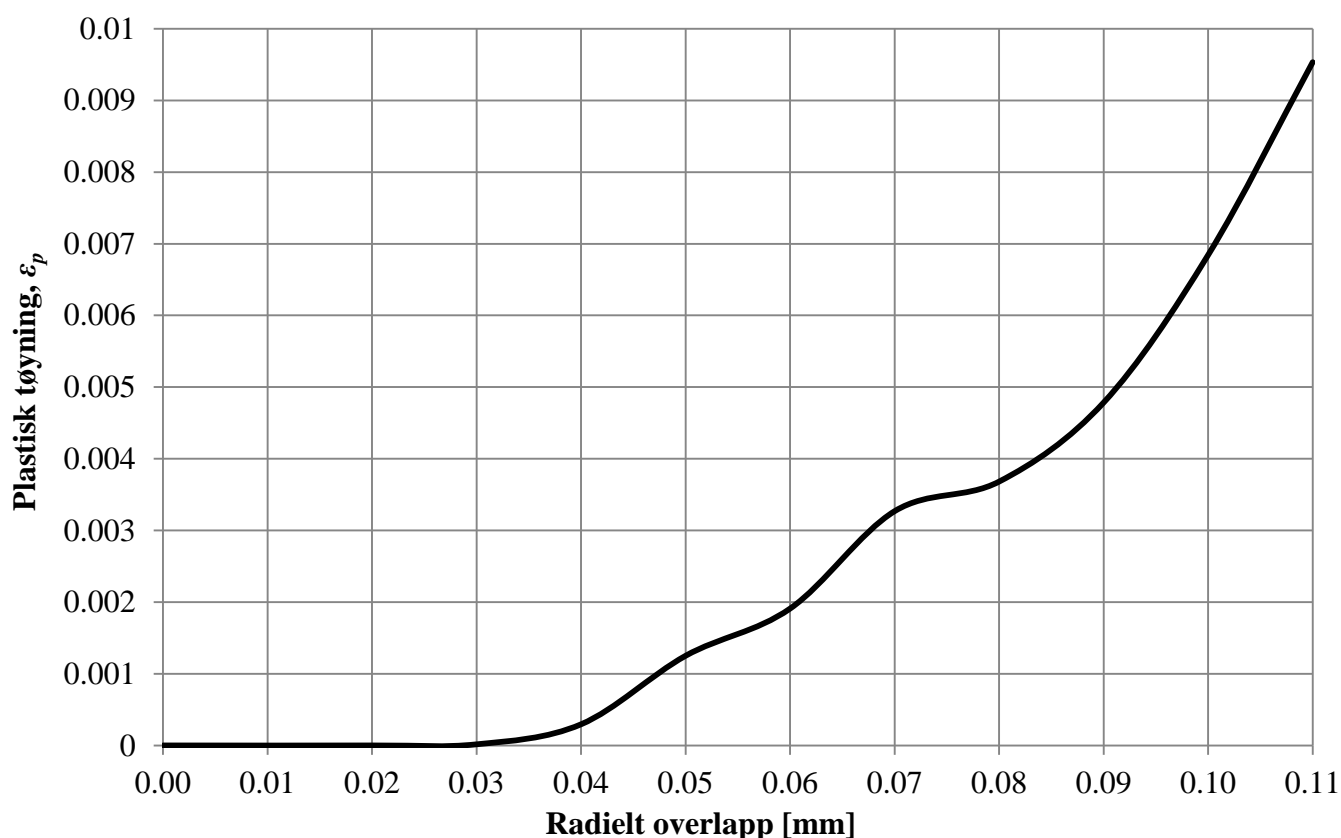
Kontakten mellom gjengene vil i noen tilfeller føre til forvrettede elementer. Dette vil ofte føre til unøyaktige resultater og er dermed ikke ønskelig i analysen. I en FE-analyse er kvadratiske elementer mer følsomme for forvrengning. Lineære elementer er derfor ofte valgt i modeller hvor det er kontakt mellom to komponenter.

Videre i analysen vil det bli brukt CAX3 elementer, som viser seg å gi et bra elementnett, samtidig som analysetiden er lav. Dette er vist både i de enkle modellene og modellen av stigerøret. I denne oppgaven er CAX3 elementene valgt til tross for at det i Wittenberghe brukes CAX4R elementer. Dette er gjort med

bakgrunn i at det ikke er tilgang til samme datakraft som det var i Wittenberghe sin FE-analyse, og at det vises i denne oppgaven at CAX4R tenderer til å gi for lave spenninger [3].

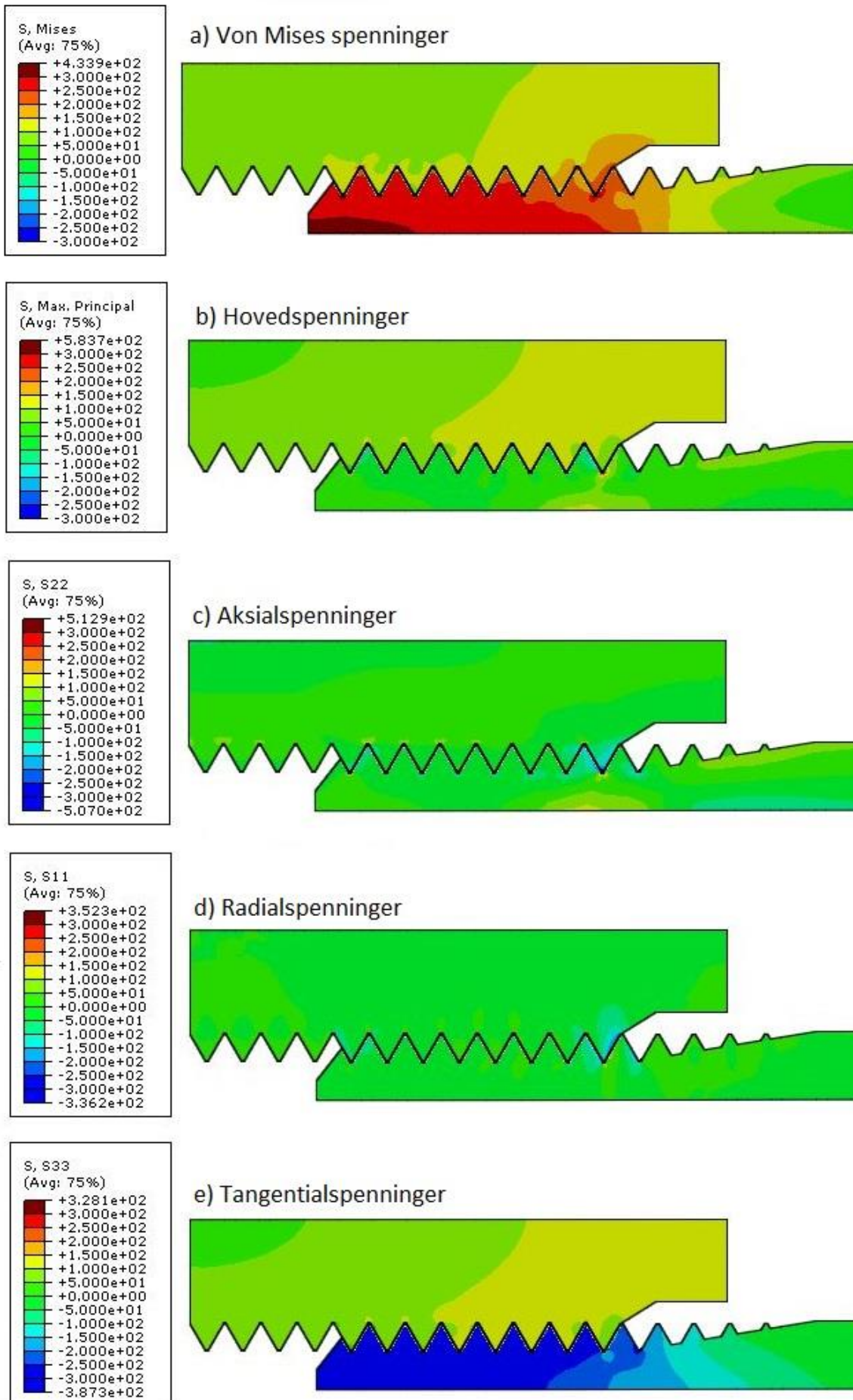
3.5.2. Beregning av forspenning i gjengeforbindelsen

Forspenningen av gjengene er valgt ved å sammenlikne den plastiske tøyningen i gjengebunnen for den siste gjengen i inngrep med resultater fra Wittenberghe [3]. Wittenberghe's resultater viser at den plastiske tøyningen etter forspenningen ville ligge på 0.007 i gjengebunnen. I Figur 59 er den plastiske tøyningen plottet mot det radielle overlappet av gjengene. Det kan dermed konkluderes med at en plastisk tøyning på 0.7 % tilsvarer et radielt overlapp på 0.1 mm.

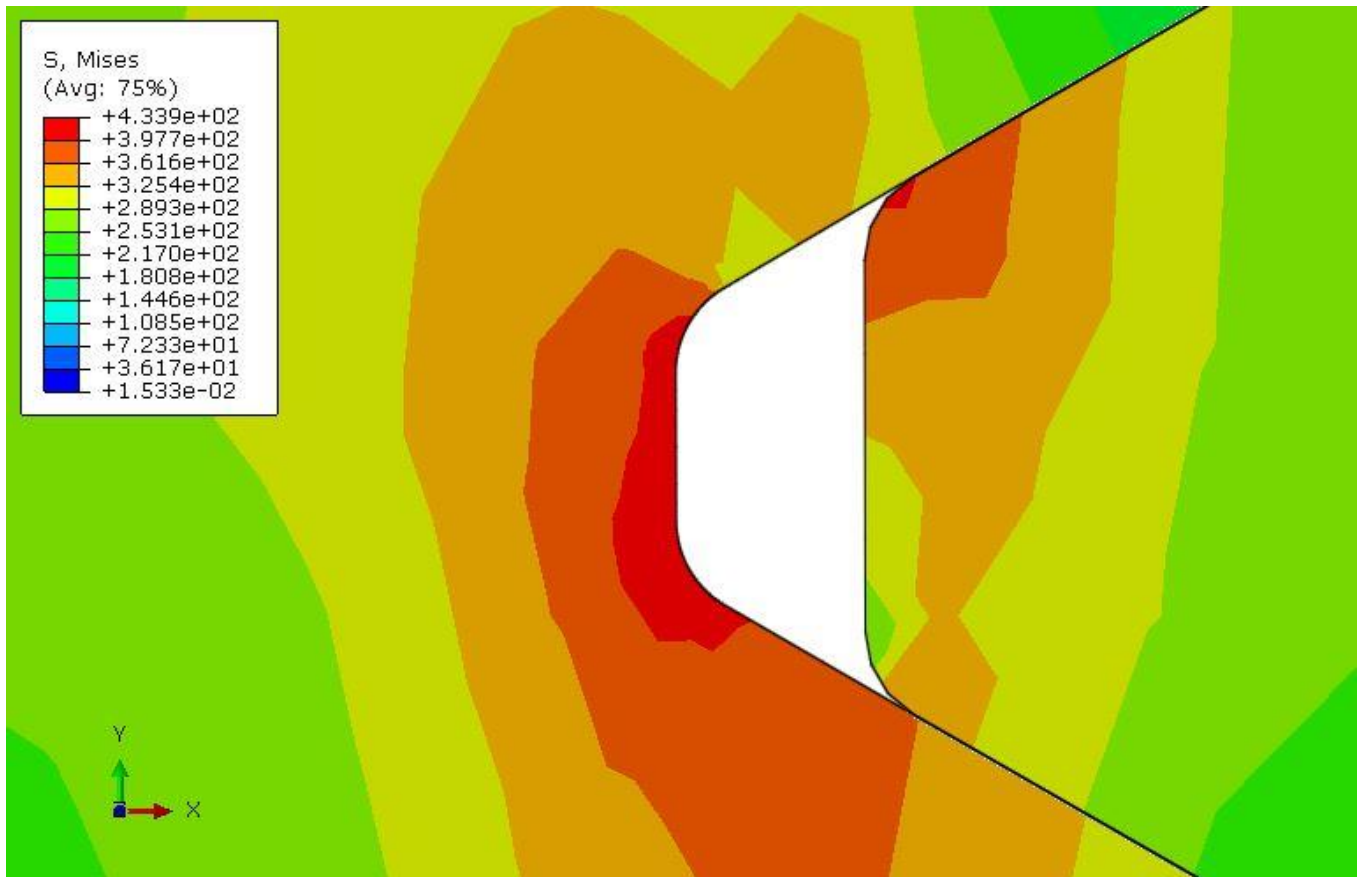


Figur 59. Plastiske tøyningen plottet mot det radielle overlappet av gjengene

Figur 60 a) til e) viser spenningene i stigerøret etter at det er påført en forspenning, modellert som et radielt overlapp på 0.1 mm. De dominerende spenningene vil være tangentielle trykkspenninger. Dette kommer tydelig frem av Figur 60 e). Fra Figur 60 c) og d) kan det konkluderes med at det er svært små aksial- og radialspenninger i modellen, men slik Figur 61 viser, vil det radielle overlappet føre til høye spenninger i gjengebunnen. Disse spenningene vil for et svært lite volum overstige flytegrensen til materialet. Dette stemmer med de plastiske deformasjonene som observeres under forspenningen av gjengeforbindelsen, vist i Figur 62.



Figur 60. Stigerørsforbindelse med 0.1 mm radielt overlapp i MPa

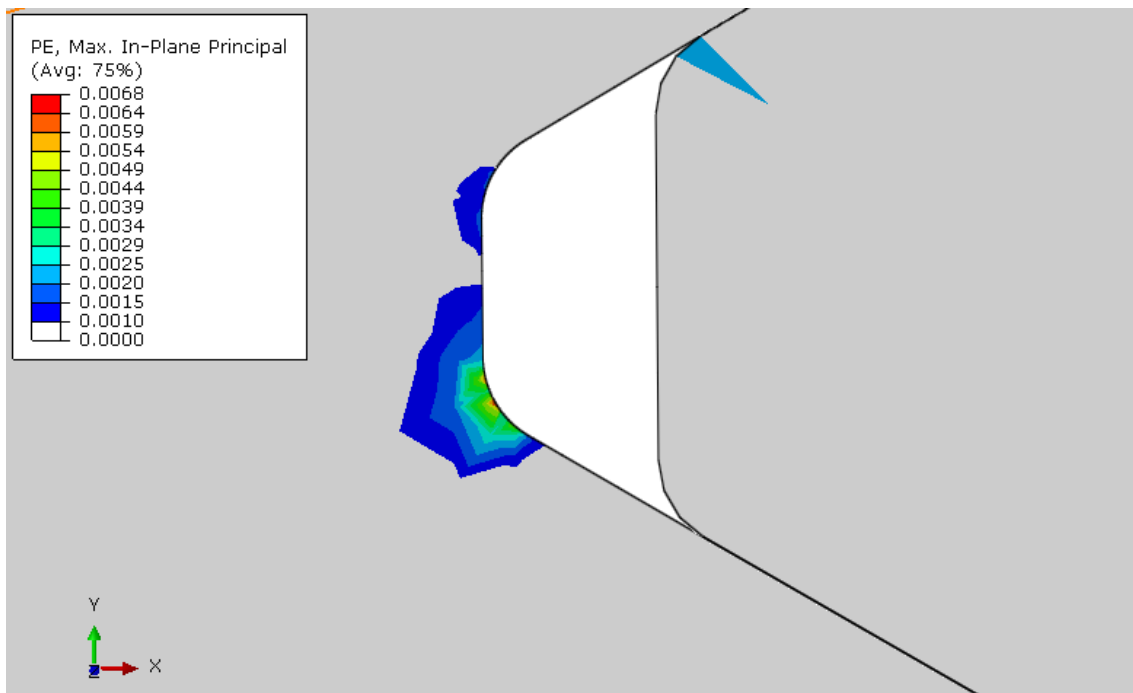


Figur 61. Spenninger i gjengebunnen ved 0.1 mm radielt overlapp MPa

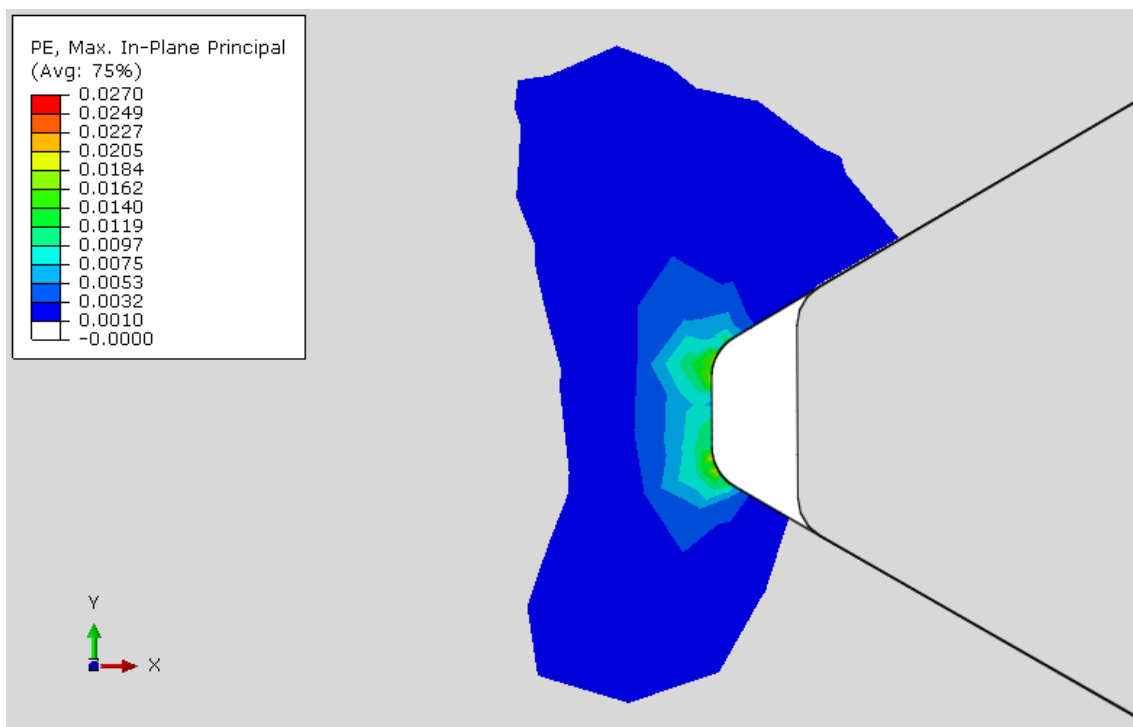
I Figur 62 er det brukt et radielt overlapp på 0.1 mm, forspenningen vil da gi en maksimal plastisk tøyning på 0.7 %, Dette stemmer med resultater fra Wittenberghe [3].

Ved en strekkspenning på 150 MPa vil det bli betydelig høyere spenninger i gjengebunnen, og et større område vil få plastisk deformasjon. Den maksimale plastiske tøyningen på 2.7 % er illustrert i Figur 63.

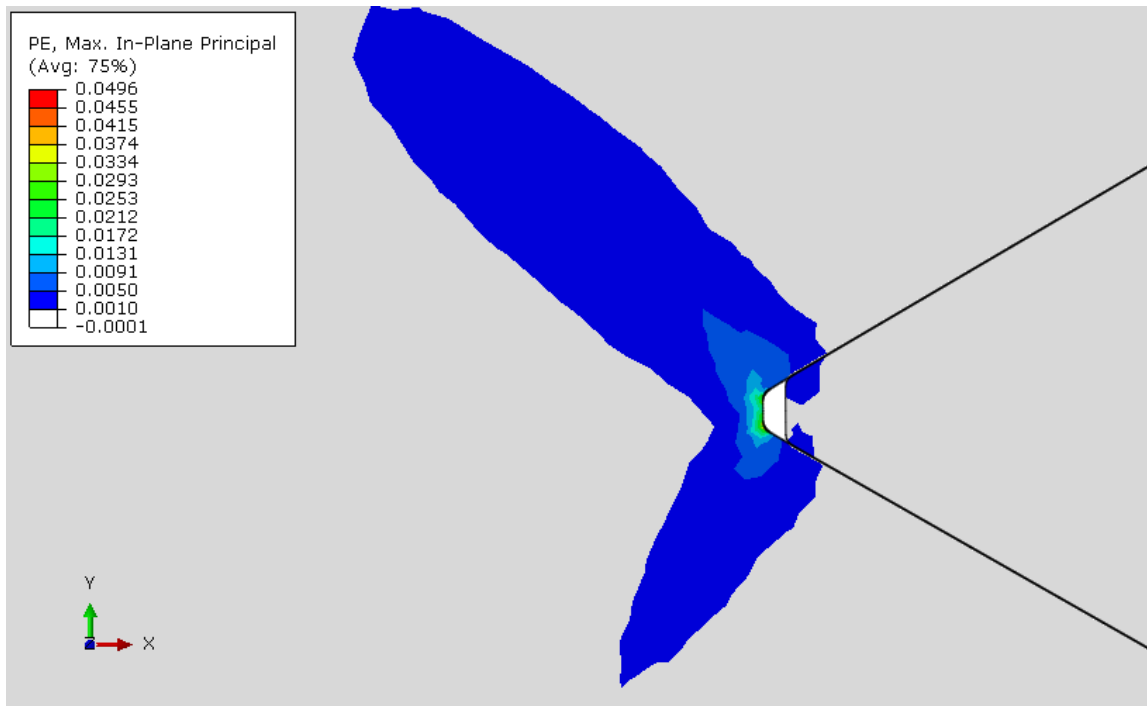
Ved å legge til et indre overtrykk på stigerørsforbindelsen vil tøyningen i gjengebunnen fordobles, i tillegg til å spre seg over et større område, slik Figur 64 viser.



Figur 62. Plastisk deformasjon i gjengebunn ved 0.1 mm radielt overlapp



Figur 63. Plastisk deformasjon i gjengebunn ved 0.1 mm overlapp og 150 MPa strekk



Figur 64. Plastisk deformasjon i gjengebunn ved 0.1 mm overlapp, 150 MPa strekk og 34.4 MPa innvendig trykk

3.5.3. Spenningsanalyser

Figur 65 a) til e) viser stigerørsforbindelsen modellert i et elastisk materiale, og påsatt en ren aksial strekkspenning på 150 MPa . Som Figur 65 d) viser er det små spenninger i radiell retning, bortsett fra høye punktspenninger i gjengebunnen rundt den siste gjengen i inngrep. Samtidig oppstår det svært høye spenninger i den aksiale retningen, slik Figur 65 c) viser. Disse resultatene stemmer godt overens med det faktum at modellen kun er utsatt for en aksial strekkspenning uten indre trykk eller forspenning. Dette observeres også i Figur 65 b), som viser hovedspenningene i figuren. Hovedspenningene i modellen er nær identiske med aksialspenningene hvilket tilsier at det er aksialspenningene som er de dominerende spenningene. De største spenningene opptrer rundt gjengebunnen til den siste gjengen i inngrep slik det kommer frem av Figur 65 a), b) og c).

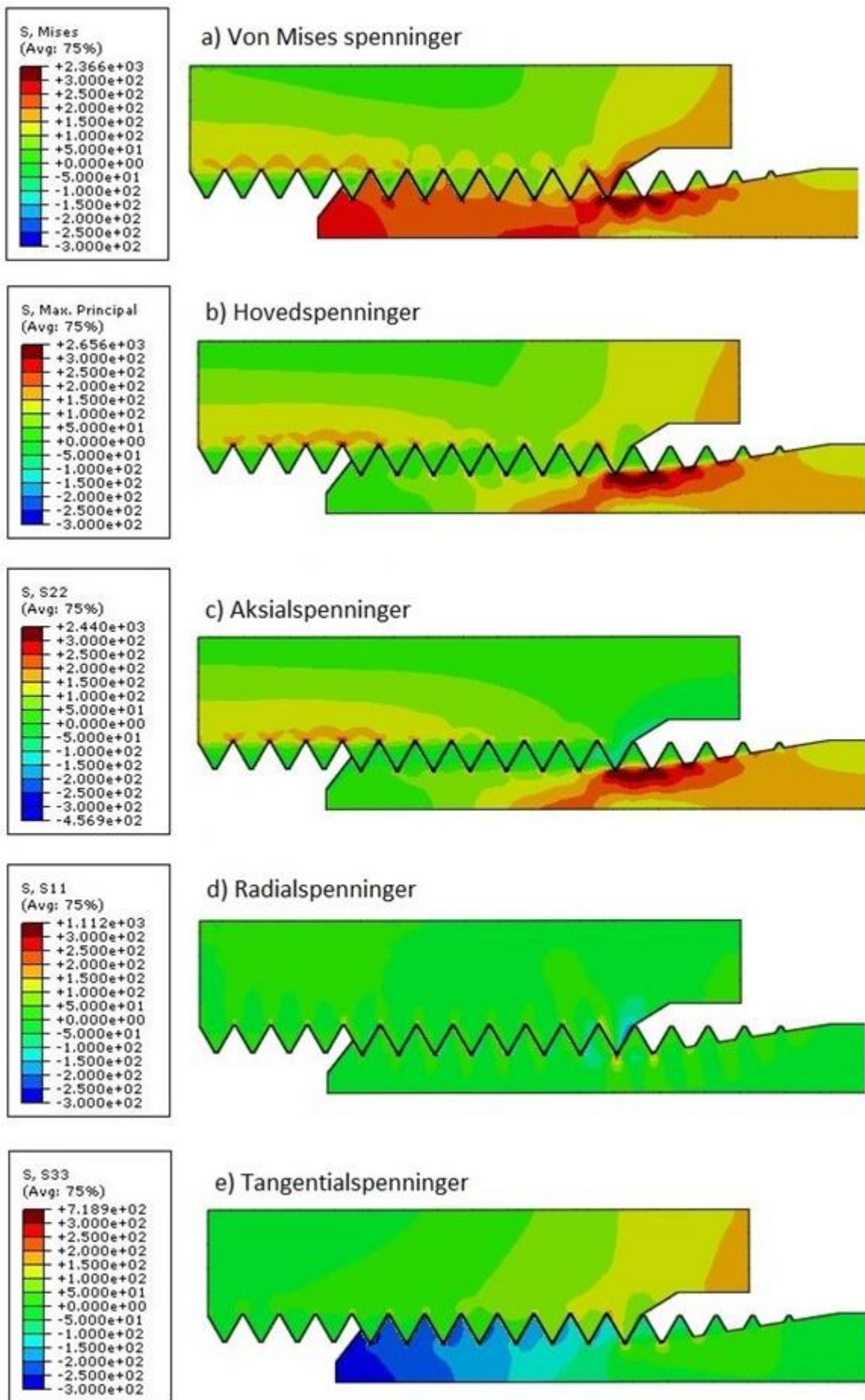
Figur 65 a) viser Von Mises spenningene i modellen. Disse spenningene kalkuleres fra spenningsfeltet til modellen slik likning (60) viser. Von Mises gir muligheten til å studere alle spenningene som opptrer i en modell i samme figur. Det vil også komme frem hvor de mest fremtredende spenningene er lokalisert. Von Mises vil ikke gi observatøren mulighet til å bestemme i hvilken retning spenningene virker.

I tillegg til aksialspenningene oppstår det også negative spenninger i tangentiell retning slik Figur 65 e) viser. Disse spenningene er ikke like signifikante som aksialspenningene, men de er fortsatt av en viss betydning. De negative spenningene oppstår når gjengeforbindelsen blir forsøkt dratt fra hverandre. På grunn av strekkspenningen vil gjengene på de to komponentene gli fra hverandre. Stigerøret som er av tynnere gods enn sammenføringsringen vil dermed bli komprimert mot en mindre diameter. Dette fører til de negative tangentialspenningene i modellen.

Det brukes et lineært elastisk materiale og det vil derfor oppstå unaturlig høye spenninger i små områder av modellen fordi plastisk deformasjon ikke tillates. Gjengebunnen vil være spesielt utsatt for dette på grunn av spenningskonsentrasjonene som opptrer der. Spenningskonsentrasjonsfaktoren, K_t , kalkuleres fra den maksimale aksialspenningen, S_{22_maks} , i modellen og den nominelle spenningsamplituden, S_a . [3]. Likning (59) viser at for det lineært elastiske materiale oppstår det svært høye spenningskonsentrasjonsfaktorer i gjengebunnen.

$$K_t = \frac{S_{22.maks}}{S_a} = \frac{2440 \text{ MPa}}{150 \text{ MPa}} = 16.27 \quad (59)$$

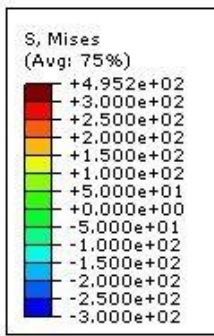
$$\sigma_v = \sqrt{\frac{(S_{11}-S_{22})^2+(S_{22}-S_{33})^2+(S_{11}-S_{33})^2+6 \cdot ((S_{12})^2+(S_{23})^2+(S_{31})^2)}{2}} \quad (60)$$



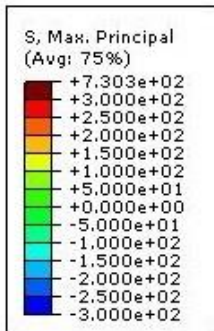
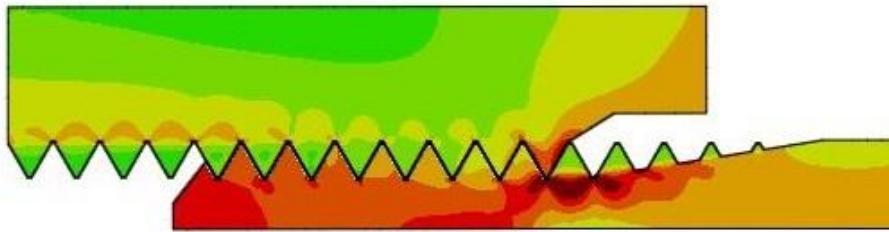
Figur 65. Stigerørsforbindelse av et elastisk materiale påsatt 150 MPa strekk i MPa

Figur 66 a) til e) viser stigerørsforbindelsen utformet i et elastisk-plastisk materiale og påsatt en ren aksial strekkspenning på 150 MPa . Data for det plastiske området er hentet fra Figur 50. Spenningsfeltene for det elastisk-plastiske materiale vist i Figur 66 er svært like spenningsfeltene fra et lineært elastisk materiale slik det er vist i Figur 65. Det er de aksiale spenningene som er dominerende i begge tilfeller. Den vesentlige forskjellen mellom disse to tilfellene er de maksimale spenningene som oppstår i modellen. Da maksimum spenningen i gjengebunnen er langt høyere enn flytespenningen til materialet vil det oppstå plastisk deformasjon. Resultatene fra FE-analysen gjort med et elastisk-plastisk materiale vil gi en mer korrekt illustrasjon på spenningene som opptrer i modellen. Spenningskonsentrasjonsfaktoren i et elastisk-plastisk materiale refereres til som K_σ . Likning (61) gir en spenningskonsentrasjonsfaktor som er 3.4 ganger mindre enn for det tilsvarende lasttilfellet for et lineært elastisk materiale slik det er kalkulert i likning (59).

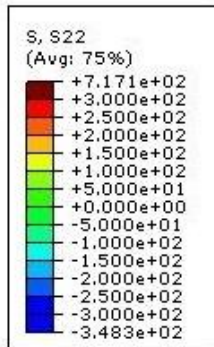
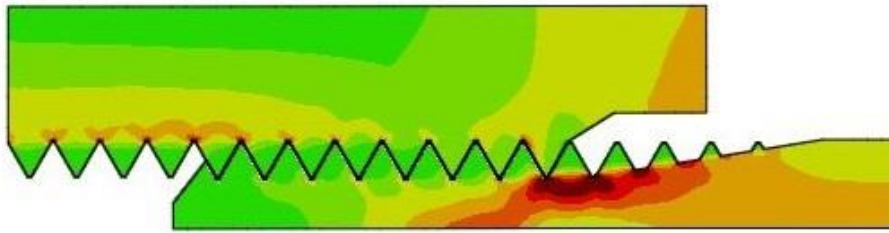
$$K_\sigma = \frac{S_{22.maks}}{S_a} = \frac{717 \text{ MPa}}{150 \text{ MPa}} = 4.78 \quad (61)$$



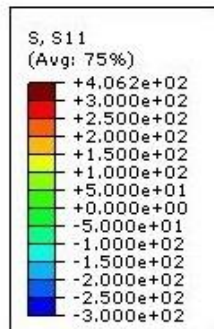
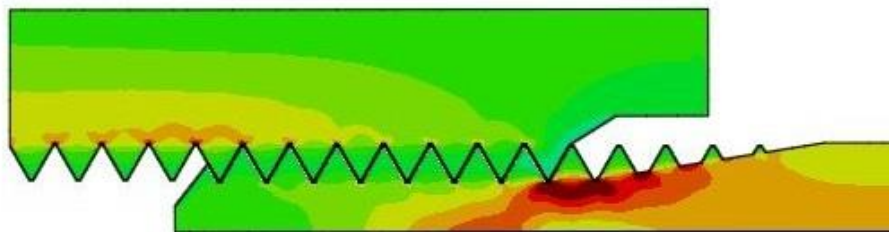
a) Von Mises spenninger



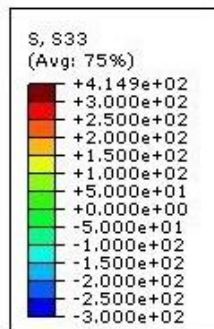
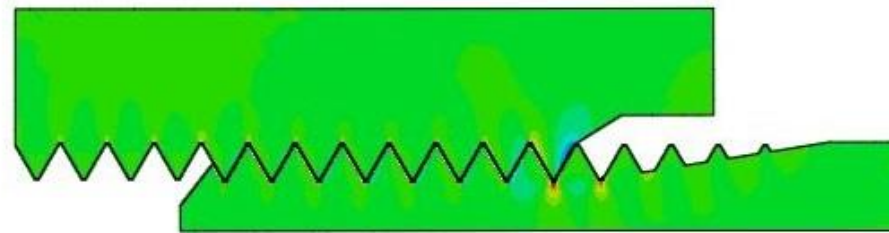
b) Hovedspenninger



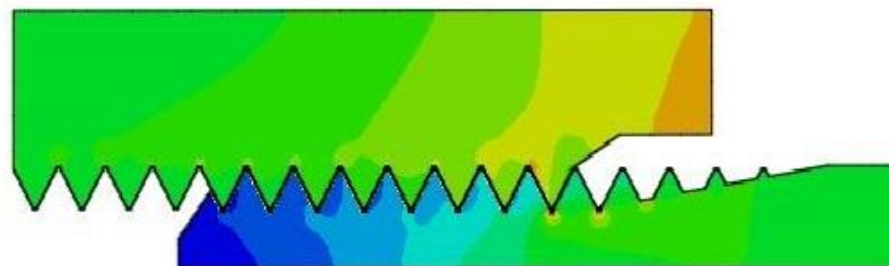
c) Aksialspenninger



d) Radialspenninger



e) Tangentialspenninger



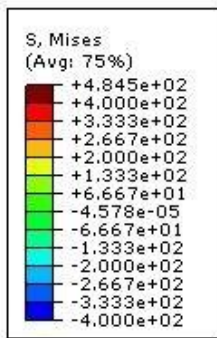
Figur 66. Stigerørsforbindelse av et elastisk-plastisk materiale påsatt 150 MPa strekk i MPa

Figur 67 a) til e) viser stigerørsforbindelsen utformet i et elastisk-plastisk materiale med et radielt overlapp på 0.1 mm og påsatt en aksial strekkspenning på 150 MPa . De dominerende spenningene er aksialspenninger og de største spenningene opptrer rundt gjengebunnen til den siste gjengen i inngrep. Det radiale overlappet av gjengene som brukes til å modellere forspenningen fører til noe lavere aksialspenninger og hovedspenninger. Gjengene presses sammen som følge av overlappet og det oppstår negative spenninger. Når strekkspenningen påsettes må den først virke mot disse negative spenningene.

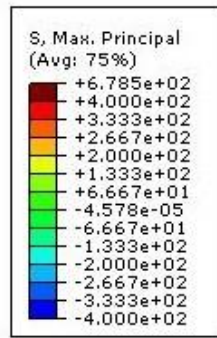
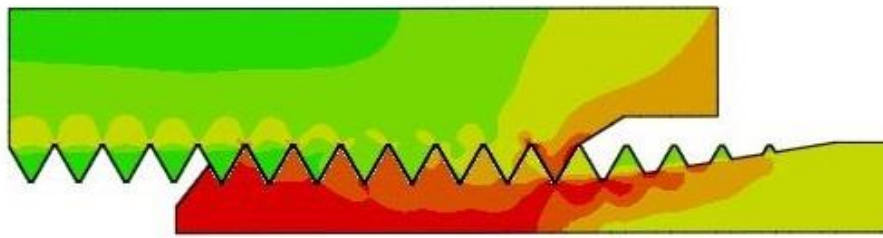
Overlappet leder til økte tangentialspenninger slik det er vist i Figur 67 e) og Figur 60 e). Når de to komponentene presses mot hverandre under overlappet, vil den komponenten med lavest strukturell integritet bli mest komprimert, det vil i dette tilfellet være selve stigerøret. På samme måte som strekkspenningen gjør at gjengeforbindelsen sklir fra hverandre og tvinger stigerøret mot en mindre diameter, vil overlappet føre til negative tangentialspenninger.

Fra både Figur 67 a) og Figur 67 e) er det tydelig at tangentialspenningene er signifikante og vil påvirke en utmattingsanalyse av stigerørsforbindelsen til tross for at de høyeste spenningene fortsatt opptrer rundt gjengebunnen av den siste gjengen i inngrep. Når gjengene modelleres med et overlapp fører det til mindre aksialspenninger. Det gjenspeiles i spenningskonsentrasjonsfaktoren som blir noe mindre enn for tilfellet uten radielt overlapp, slik likning (62) viser. Denne spenningsfaktoren er 13% høyere enn den kalkulert i Wittenberghe [3] som er 3.97 for en tilsvarende analyse. Dette skyldes trolig at det brukes CAX4R elementer i FE-analysen gjort i Wittenberghe mot CAX3 elementer i denne oppgaven. Som både Figur 39 og Figur 58 viser så har CAX4R en tendens til å gi noe lavere spenninger enn CAX3. Spenningsfeltet til den siste gjengen i inngrep er vist i Figur 68. Det observeres hvordan spenningen er på sitt maksimale i gjengebunnen.

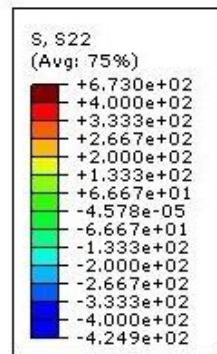
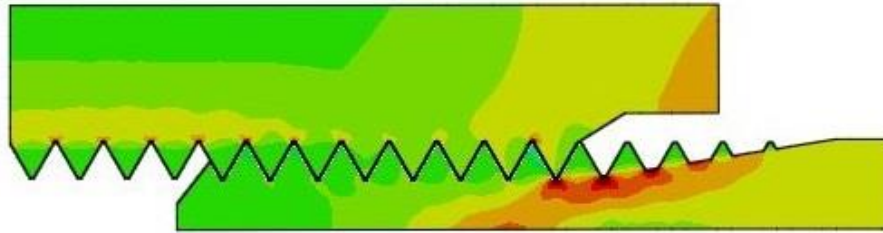
$$K_{\sigma} = \frac{S_{22.maks}}{S_a} = \frac{673 \text{ MPa}}{150 \text{ MPa}} = 4.49 \quad (62)$$



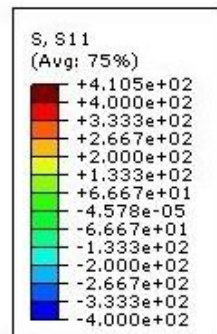
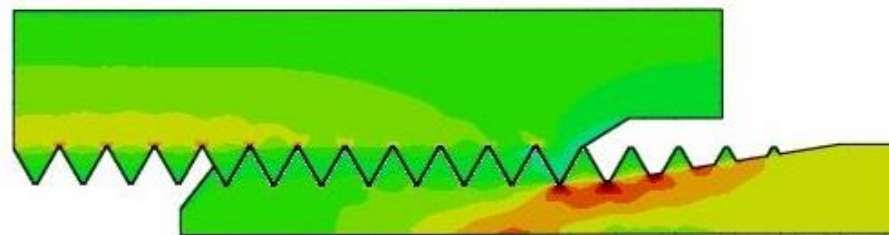
a) Von Mises spenninger



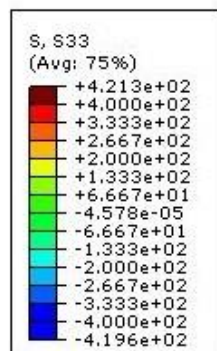
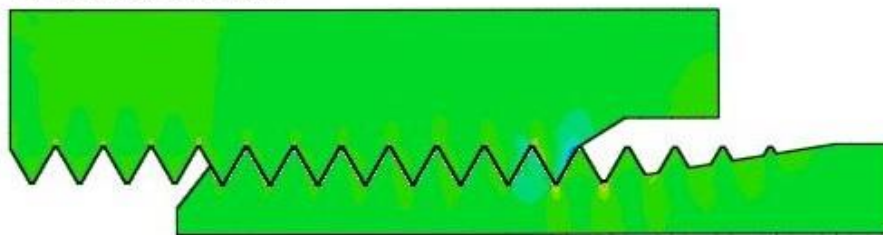
b) Hovedspenninger



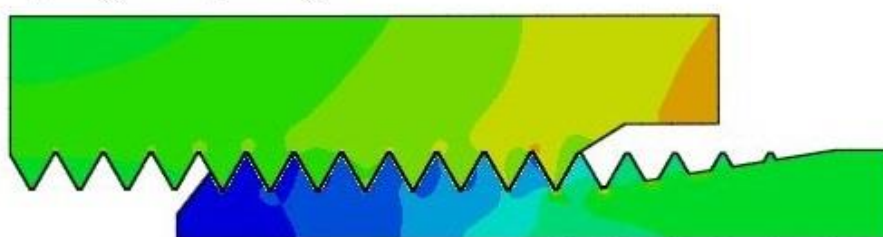
c) Aksialspenninger



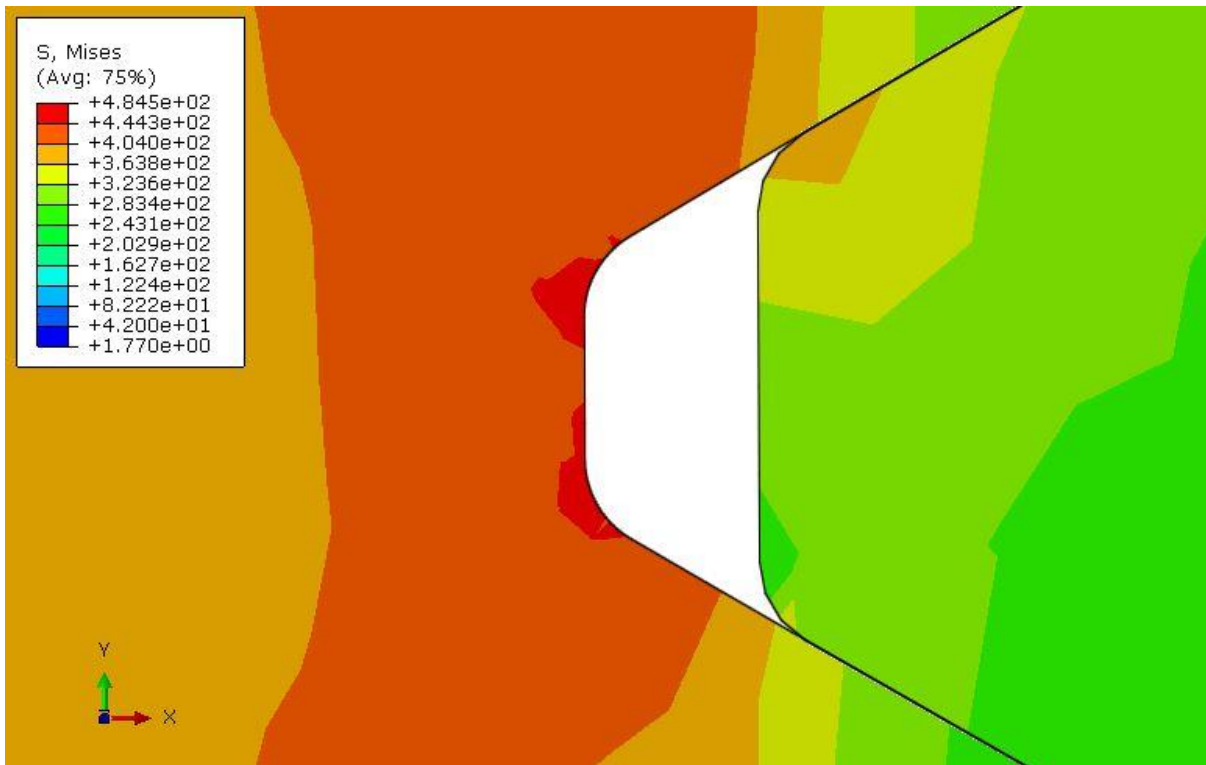
d) Radialspenninger



e) Tangentialspenninger



Figur 67. Stigerør av et elastisk-plastisk materiale med 0.1 mm radielt gjengeoverlapp påsatt 150 MPa strekk i MPa



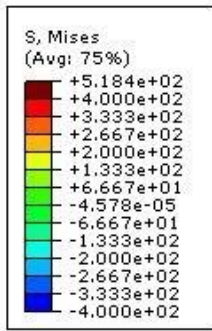
Figur 68. Spenninger i gjengebunnen ved radielt overlapp på 0.1 mm og en strekkspenning på 150 MPa i MPa

Figur 67 a) til e) viser stigerørsforbindelsen utformet i et elastisk-plastisk materiale med et radielt gjengeoverlapp på 0.1 mm og påsatt en aksial strekkspenning på 150 MPa samt et indre overtrykk på 34.5 MPa . Det indre overtrykket fører til at den samlede strekkspenningen som virker på stigerørsforbindelsen vil være på 184.5 MPa . Strekkspenningen fra det innvendige overtrykket bidrar til mer fremtredende aksialspenninger sammenliknet med et likt tilfelle uten indre trykk. Ved å se på Figur 67 b) sammen med Figur 67 c) konkluderes det med at det er aksialspenningene som i størst grad bidrar til hovedspenningene på grunn av spenningskonsentrasjonene i gjengebunnen. Figur 67 d) viser at radialspenningene er svært små i modellen. Kompresjonen av stigerøret når strekkspenningen påsettes sammen med størrelsen på det indre overtrykker og gjengeoverlappet fører til vesentlige tangentialspenninger i modellen.

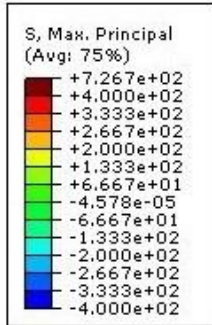
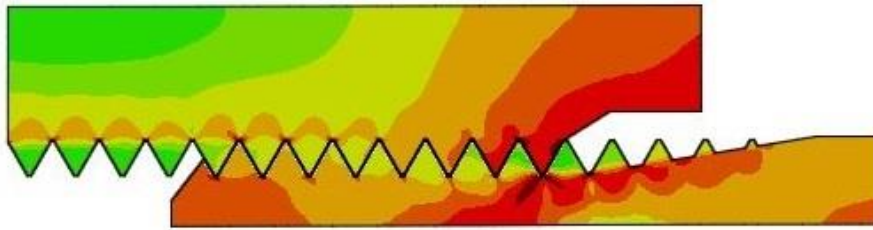
Spenningskonsentrasjonsfaktoren er kalkulert i likning (63).

$$K_{\sigma} = \frac{S_{22_maks}}{S_{a_maks}} = \frac{697\text{ MPa}}{150\text{ MPa}} = 4.65 \quad (63)$$

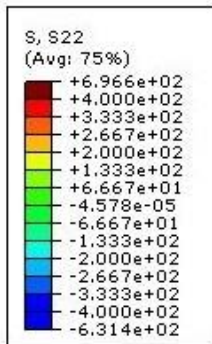
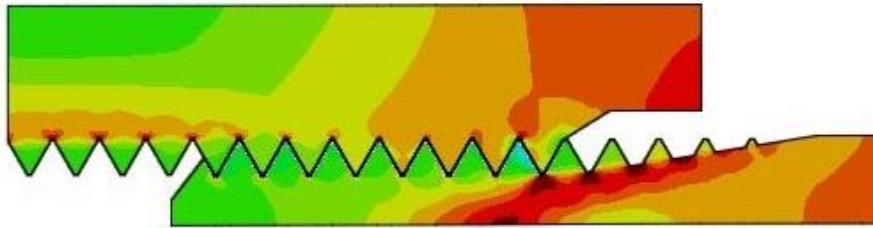
Når det indre overtrykket økes fra 34.5 til 69 MPa er ikke lenger Abaqus i stand til å kalkulere spennningene som oppstår i modellen. De store spennningene som påsettes modellen gjør at likningssystemet ikke konvergerer mot en løsning



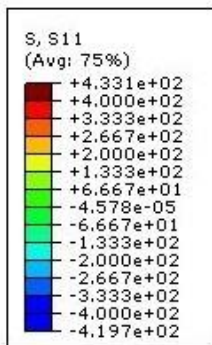
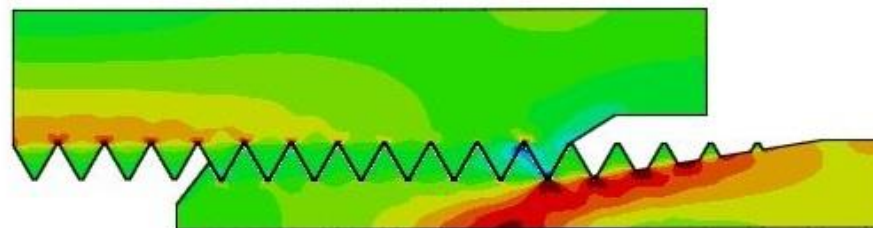
a) Von Mises spenninger



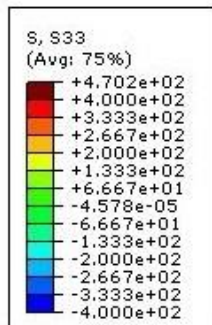
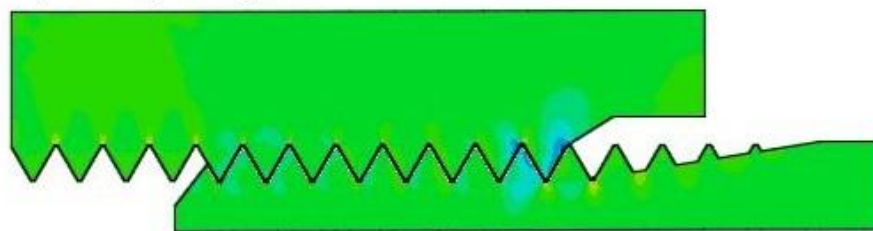
b) Hovedspenninger



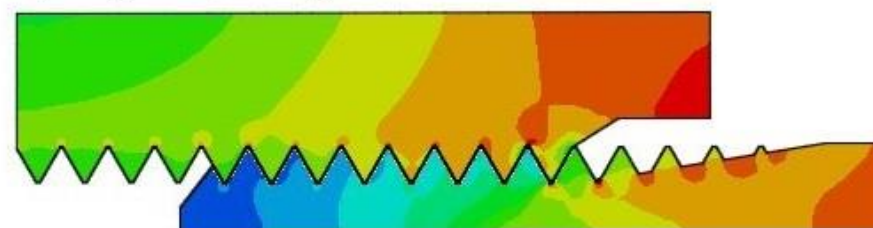
c) Aksialspenninger



d) Radialspenninger



e) Tangentialspenninger



Figur 69. Stigerør av et elastisk-plastisk materiale med 0.1 mm radielt gjengeoverlapp påsatt 150 MPa strekk og 34.5 MPa indre overtrykk i MPa

3.6. Utmattingsanalyse

Tabell 34. Parametere brukt under postprosessanalyse av stigerør i LINKpfat

Parameter	Verdi
Flytespenning [MPa]	414
Bruddstyrke [MPa]	571
SN-kurve data	DNV B1
Utmattingsgrense normalspenninger [MPa]	225
Utmattingsgrense skjærspenninger [MPa]	130
Karakteristisk utmattingsstyrke [MPa]	192.5
Spenningsforhold, R	-1
Formfaktor, b	30
Referansevolum, V_0 [mm ³]	462 755
Multiaksialt kriterium	SinesWeissRudolph
Sensitivitetsindeks	0.33
Referansespenningsforhold	0.05
Middelspenningsmodell	FMK
Antall symmetriplan	0
Volum av 2D-elementer	Symmetri om <i>y</i> -akse
Rotasjon [°]	360

Utmattingsanalysen blir gjennomført i LINKpfat med WL-metoden. Resultatene blir sammenliknet med resultater fra forsøkene gjennomført av Wittenberghe [3], utmattingsresultater fra LS-metoden, og utmattingsdata gitt av DNV-RP-C203 [2]. Parametere brukt i LINKpfat under analysen er gjengitt i Tabell 34. Referansevolumet er kalkulert fra modellen i Abaqus og materialeegenskaper er hentet fra seksjon 3.2. Materialeegenskaper. SN-kurvedata og spenningsforhold er i samsvar med DNV-RP-C203. LS-parametere, multiaksialt kriterium og middelspenningsmodell med tilhørende sensitivitetsindeks og referansespenningsforhold er et programtillegg i LINKpfat utviklet for FMC Technologies [10].

Belastningene på stigerøret påføres over fire inkrementer under FE-analysen i Abaqus. Inkrementene brukes slik at LINKpfat kan skille mellom statiske og sykliske spenninger. De fire inkrementene er vist i Tabell 35. I inkrementet 1 forspennes gjengeforbindelsen ved at gjengene får et radielt overlapp. I inkrement 2 påsettes det indre overtrykket, som resulterer i en trykkspenning mot innerveggen og en aksial strekkspenning. Videre påsettes de sykliske spenningene i inkrement 3 og 4. Inkrement 3 inneholder den maksimale spenningsamplituden og inkrement 4 inneholder den minimale.

LINKpfat laster inn inkrement 3 som den maksimale hovedspenningen i modellen og inkrement 4 som den minimale. Fra hovedspenningene kan spenningsamplitude og middelspenning bestemmes slik likning (64) og (65) viser. Likningene kan utledes fra likning (2) og (3). Det blir gjort undersøkelser med spenningsamplituder av økende størrelse slik at SN-kurver kan utformes fra resultatene.

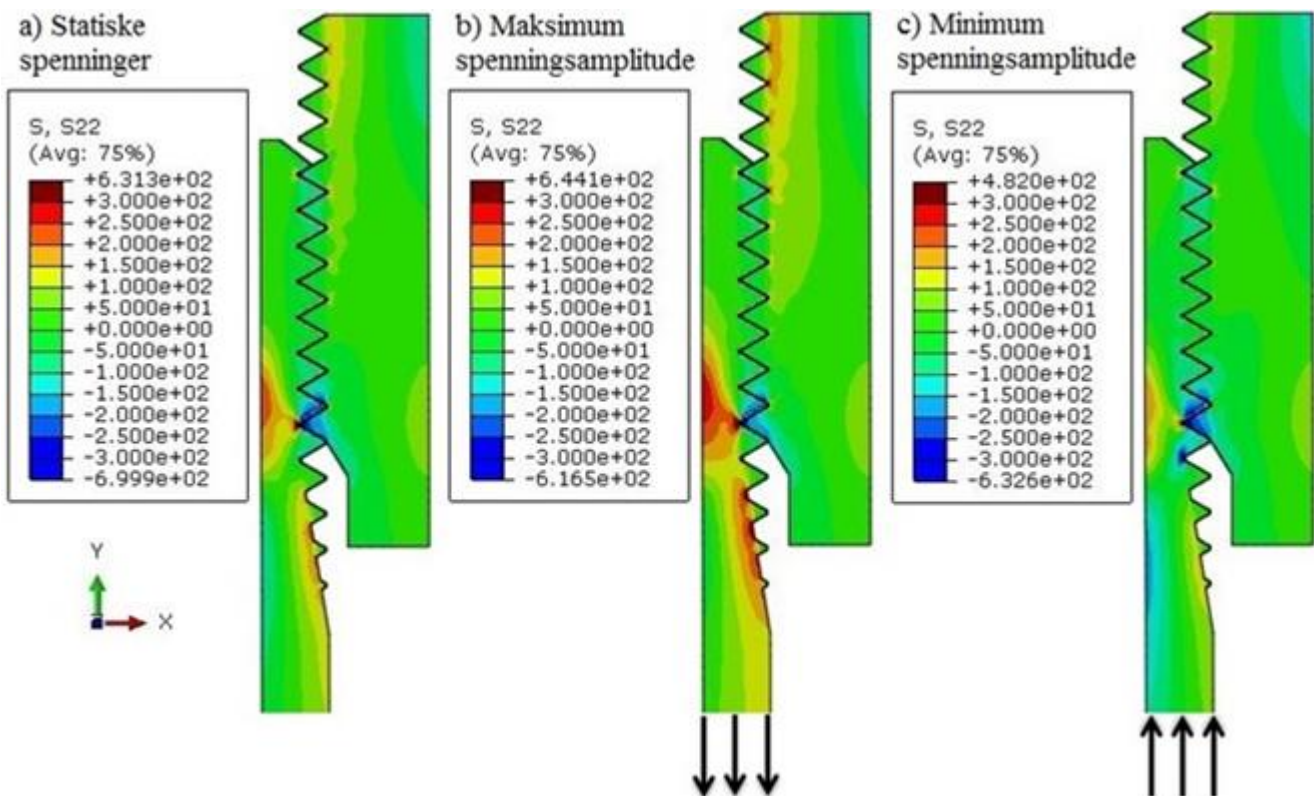
Tabell 35. Inkremer for levetidsanalyse

Inkrement	Last
1	Forspenning
2	Indre overtrykk
3	Maksimale spenningsamplitude
4	Minimale spenningsamplitude

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{maks} + \sigma_{min}}{2} \quad (64)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{maks} - \sigma_{min}}{2} \quad (65)$$

Figur 70 viser en av spenningsstilstandene som lastes inn i LINKpfat. Etter at de statiske lastene er påsatt utsettes modellen for en syklisk spenningsamplitude på 50 MPa. Figur 70 a) viser spenningsfeltet i modellen før den sykliske spenningsamplituden påsettes, dette tilsvarer middelsspenningen. Middelspenningene vil komme fra det statiske indre overtrykket og forspenningen av gjengeforbindelsen. Figur 70 b) viser spenningsfeltet når spenningsamplituden er på sitt maksimale, og Figur 70 c) viser når den er på sitt minimale. Som forventet øker de aksiale strekkspenningene i inkrement 3 når den positive spenningsamplituden påsettes. De aksiale spenningene øker i hele stigerøret og det oppstår økte spenninger i gjengebunnene. Når den maksimale negative spenningsamplituden påsettes i inkrement 4 observeres det at trykkspenninger i stigerøret, og spenningene i gjengebunnene blir redusert.



Figur 70. Spenningsfeltene som ligger til grunn for analysen i LINKpfat med en spenningsamplitude på 50 MPa i MPa

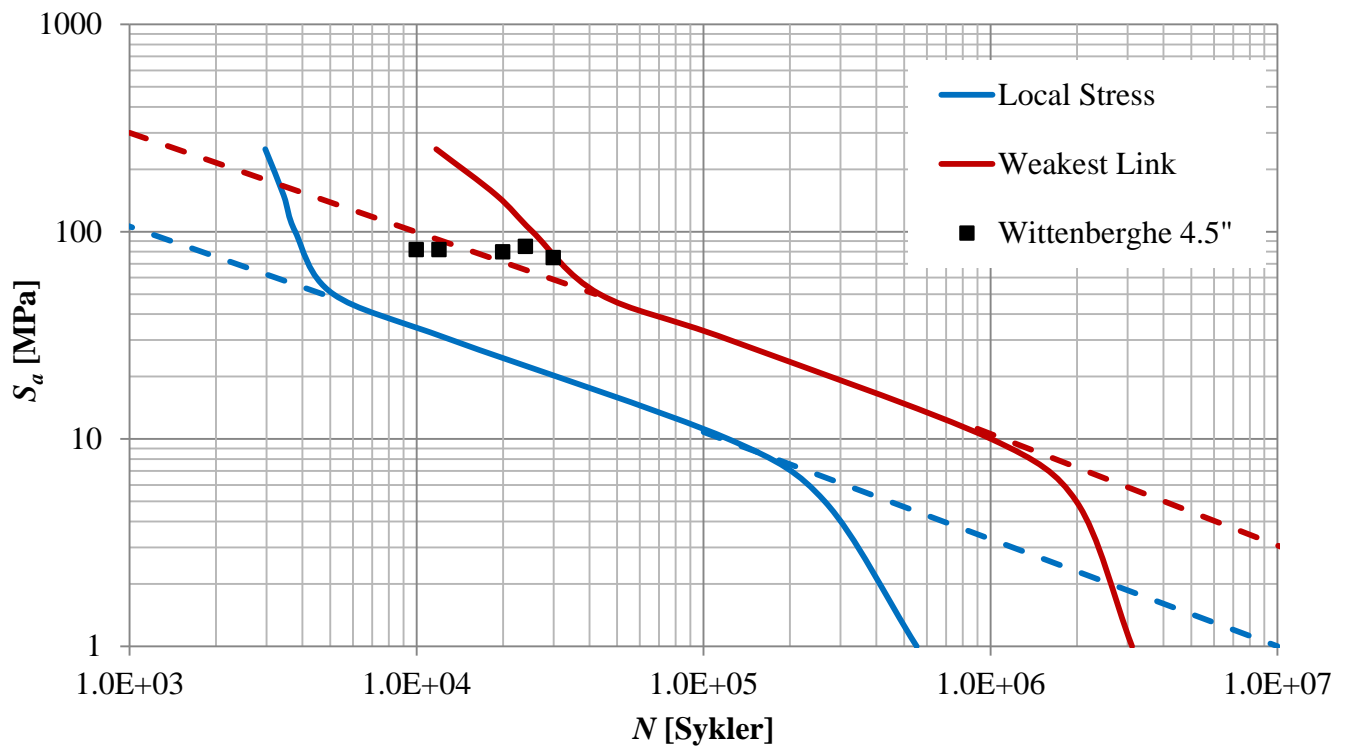
En sammenlikning mellom WL-metoden, LS-metoden og fullskala forsøk fra Wittenberghe på 4.5" API stigerør er vist i Figur 71. I Wittenberghe er levetiden plottet mot den påsatte spenningsamplituden, for å sammenlikne resultater er dette også gjort i Figur 71. Fullskalatesten i Wittenberghe er satt opp med en nominell spenningsamplitude på 72.5 MPa og et spenningsforhold, R , på 0.1 . Det betyr i praksis en maksimal spenning på 161.1 MPa og en minimal spenning på 16.1 MPa . Resultatet av Wittenberghe's fullskala test på 4.5" API stigerør kjørt til brudd vises i Figur 72. Røret tålte $10\,712$ sykler ved spenningsamplituden beskrevet ovenfor. Sprekkdannelsen startet i gjengebunnen på den siste gjengen i inngrep, dette stemmer med FE-analyser som tilsier at de største spenningene vil opptre her.

I Figur 71 beskriver de stiplede linjene hvor SN-kurvene ideelt ville vært hvis det ikke hadde vært for plastiske effekter under FE-analysen. Som nevnt tidligere i denne oppgaven vil det oppstå plastiske deformasjoner og relativt høye spenninger allerede under inkrement I , som er forspenningen av gjengeforbindelsen. Dette fører til at materialet slutter å oppføre seg elastisk, og plastisk deformasjon oppstår allerede ved en nominell spenningsamplitude på 50 MPa . Når plastisk deformasjon inntreffer øker spenningene i modellen langt mindre enn økningen i den påsatte nominelle spenningsamplituden skulle tilsi. LINKpfat vil kalkulere levetider som er urealistisk høye i forhold til størrelsen på den påsatte spenningsamplituden. SN-kurvedata er basert på spenningsamplituder i det elastiske området og vil ikke gi korrekte levetidsestimater når spenningsamplituden beveger seg inn i det plastiske området.

I stedet for å bevege seg mot utmattingsgrensen så faller SN-kurven dramatisk når den nominelle spenningsamplituden er lavere enn 5 MPa . Det antas at denne effekten er et resultat av de høye spenningene som oppstår allerede under forspenningen, samt de høye spenningskonsentrasjonene i gjengebunnene. Dette innebærer at selv for en påsatt nominell spenningsamplitude på så lite som 1 MPa vil LINKpfat kalkulere levetider som er under $1.0E+07$ sykler. Det er verifisert at for en påsatt spenningsamplitude på 0 MPa så vil LINKpfat kalkulere en uendelig levetid.

Som forventet gir WL-metoden en lengre levetid enn LS-metoden. WL vil gi en levetid ti ganger lengre enn LS-metoden. Resultatene fra utmattningstesten utført av Wittenberghe stemmer svært godt med den stiplede forlengelsen av SN-kurven for WL-metoden. Dette indikerer at LINKpfat gir resultater som stemmer godt med faktiske forsøk. Resultatene fra LS vil som tidligere fastslått være mer konservative enn resultatene fra Wittenberghe. Det blir også diskutert i Wittenberghe at DNV B1 som baserer seg på LS-metoden gir et konservativt levetidsestimat. Utmattningstesten i Wittenberghe er utført med en nominell spenningsamplitude på 72.5 MPa . Ved en slik spenning har modellen i denne oppgaven begynt å få plastiske deformasjoner. Det resulterer i at levetidsdataene fra LINKpfat er noe høyere enn de fra Wittenberghe.

Det er brukt en langt lavere middelspenning i Wittenberghe sin utmattningstest enn det er gjort i denne oppgaven. Det lot seg ikke gjøre å skape en modell med belastninger som stemte godt med FE-analyser fra Wittenberghe samtidig som middelspenningen ble tilsvarende den i utmattningstesten. Weibullamplitude kalkuleres uavhengig av middelspenning, men høye middelspenninger medfører at flytespenningen overstiges ved lave spenningsamplituder. Det er blitt etablert at FE-analysene i denne oppgaven stemmer godt med de utført i Wittenberghe, samtidig som levetidsanalysene gjort med WL-metoden stemmer med resultatene fra fullskala utmattningstester også gjort i Wittenberghe [3].



Figur 71. SN-kurver for WL og LS-metoden for et stigerør uten indre overtrykk sammenliknet med resultater fra utmattningstest gjort i Wittenberghe [3]



Figur 72. Fullskala utmattningstest utført på 4.5" API stigerør i Wittenberghe [3]

Figur 73 viser en MN-kurve basert på bøyemomentvidde, M_r , kalkulert fra den nominelle spenningsamplituden påsatt modellen. Bøyemomentet kalkuleres ved likning (68) som tar utgangspunkt i likning (38), og bøyemomentvidde kalkuleres fra likning (69). Konstantene brukt for å kalkulere det maksimale bøyemomentet ved en gitt nominell spenningsamplitude, S_a , er gitt i likning (66) og (67) [9]. Data for ytre og indre radius, R_o og R_i , er hentet fra Tabell 31. Avstand fra massesentrum, y , som gir maksimalt bøyemoment vil være lik den ytre radiusen av stigerøret. I Figur 73 sammenliknes levetidsanalyser fra LS-metoden med analyser gjort med WL-metoden. Levetider kalkuleres fra DNV HS og DNV B1 SN-kurver, i tillegg til SN-kurve fra FMC Technologies [10]. DNV HS standarden kan brukes for høyfaste stål med bruddspenning over 500 MPa . Likningene for å kalkulere levetider med DNV B1, DNV HS og FMC er henholdsvis (70), (71) og (72). Disse er gjennomsnittlige SN-kurver. To ganger standardavviket vil ikke være trukket fra slik som for SN-kurvene brukt ellers i oppgaven. Gjennomsnittlige SN-kurver er brukt for å kunne sammenlikne levetider kalkulert med DNV standarden med levetider kalkulert med likningen fra FMC. Likning (72) er korrigert for en bruddspenning på 571 MPa som brukes i denne oppgaven.

$$I_{rør} = \frac{\pi \cdot (R_o^4 - R_i^4)}{4} = \frac{\pi \cdot (57.15^4 - 51.15^4)}{4} = 3\,002\,116 \text{ mm}^4 \quad (66)$$

$$y = 57.15 \text{ mm} \quad (67)$$

$$M_b = \frac{S_a \cdot I_{rør}}{y} \quad (68)$$

$$M_r = 2 \cdot M_b \quad (69)$$

$$N_{DNV_B1} = 10^{15.517 - 4 \cdot \log_{10}(S_r)} \quad (70)$$

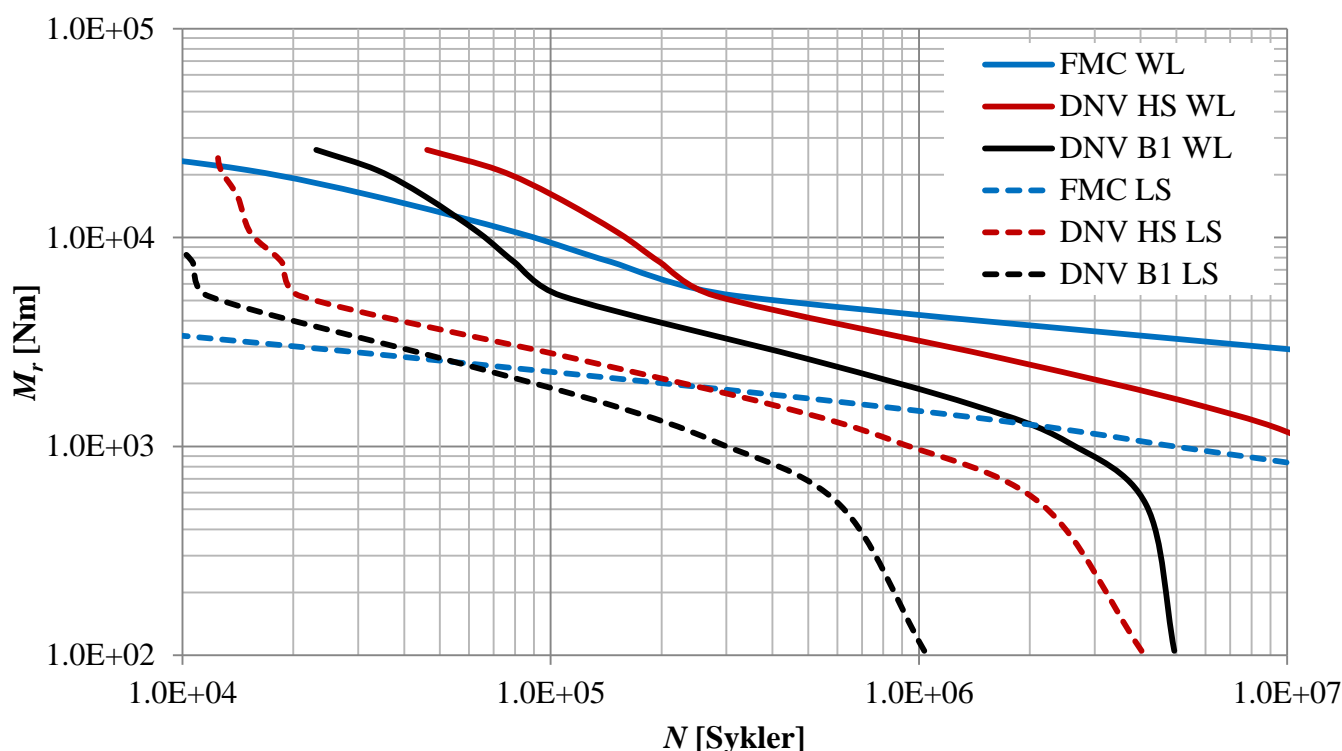
$$N_{DNV_HS} = 10^{17.770 - 4.7 \cdot \log_{10}(S_r)} \quad (71)$$

$$N_{FMC} = 10^{4.0772 - 10.6 \cdot \log_{10}\left(\frac{S_r}{\sigma_{uts}}\right)} = 10^{33.298 - 10.6 \cdot \log_{10}(S_r)} \quad (72)$$

Som tidligere resultater i denne oppgaven tydelig har indikert gir WL et lengre levetidsestimat enn LS, dette holder også for resultatene vist i Figur 73. MN-kurvene for DNV B1 og DNV HS vil følge hverandre i det elastiske området, med DNV B1 som den mest konservative av de to. Slik det er beskrevet tidligere i avsnittet vil det oppstå plastisk deformasjon når større spenningsamplituder påsettes, det vil da ikke være mulig å konstruere realistiske MN eller SN-kurver fra disse dataene. Dette observeres for sykler under $2.0E+04$. Også for svært lave spenningsamplituder observeres urealistiske resultater, mulige årsaker til dette er diskutert tidligere i avsnittet.

MN-kurven fra FMC vil i området fra $1.0E+04$ til $1.0E+07$ sykler være lineær for LS-metoden og tilnærmet lineær for WL-metoden. MN-kurven vil gi det minst konservative levetidsestimatet når det kun tas høyde for spenningsamplituder i det elastiske området. Ved å bruke MN-kurven fra FMC vil det trolig

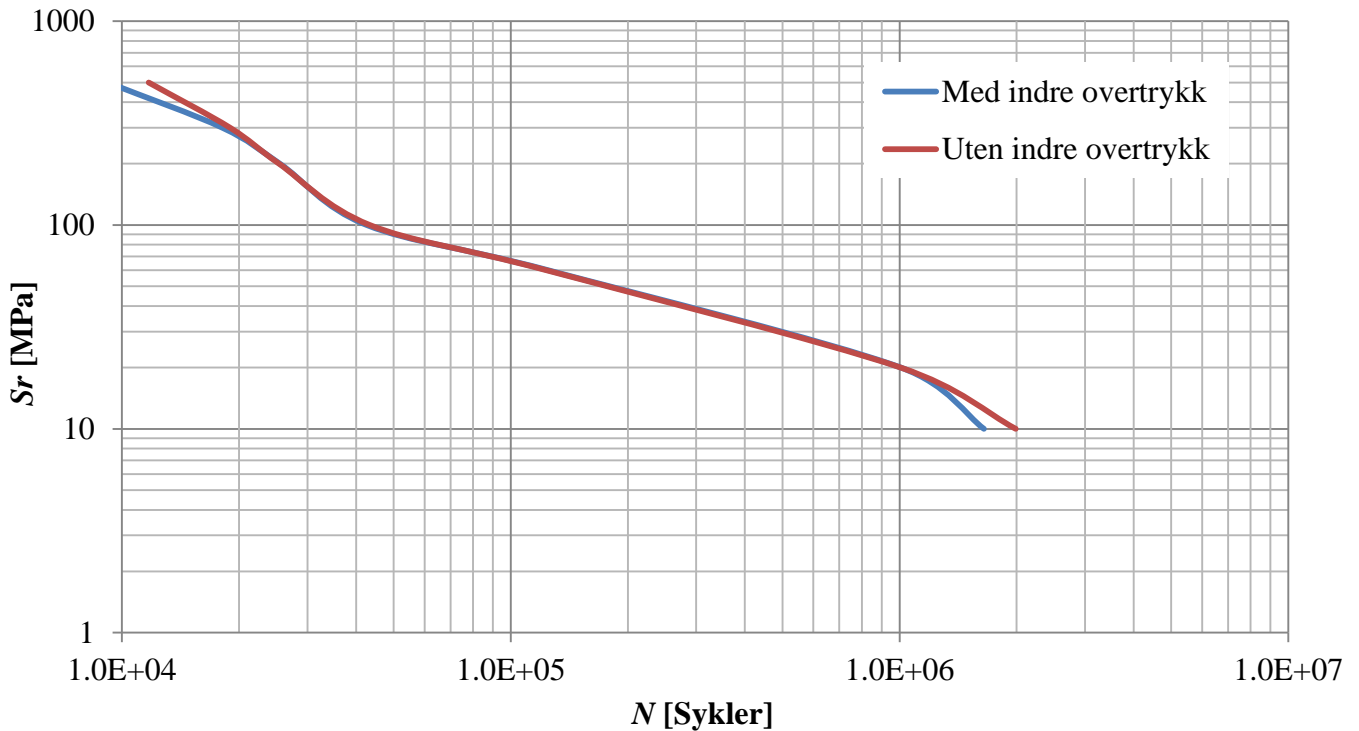
kunne hentes ut mer nøyaktige levetidsdata da den i mindre grad er påvirket av de plastiske effektene i området fra $1.0E+04$ til $1.0E+07$ sykler. Som nevnt i seksjon 1.4.5. Utforming av SN og MN-kurver er det dette levetidsintervallet som er interessant for denne oppgaven.



Figur 73. Levetider fra utvalgte standarder med både WL og LS-metode plottet mot bøyemomentvidde

Figur 74 viser en sammenlikning av levetider kalkulert med WL-metoden for stigerør med og uten indre overtrykk. Som grafene i Figur 74 viser er levetidene kalkulert med og uten indre overtrykk nær identiske. Når spenningsvidden faller under 10 MPa får tilfellet uten indre overtrykk en lengre levetid.

Det konkluderes med at forskjellen på levetid for et rør utsatt for et indre overtrykk mot et som ikke er det vil være svært liten så lenge det er påsatt en spenningsamplitude av vesentlig størrelse. Dette stemmer med teori som sier at Weibullamplituden kalkuleres fra spenningsamplituden i modellen og er uavhengig av middelspenningen. Det tas forbehold om at spenningsamplituden er i det elastiske området.



Figur 74. Spenningsvidde plottet mot levetid kalkulert med WL for tilfellene med og uten indre overtrykk

Sannsynligheten for brudd ved $1.0E+06$ sykler er vist i Figur 75. Sannsynligheten er her plottet sammen med forholdet mellom den karakteristiske utmattingsstyrken og Weibullamplituden fra LINKpfat. Den karakteristiske utmattingsstyrken, σ_{A0}^* , er kalkulert fra likning (73), basert på likning (8).

$$P_f = P_r(\sigma_{AN} < \bar{\sigma}_a) = 1 - 2^{-(\bar{\sigma}_a/\sigma_{AN50})^b} \quad (73)$$

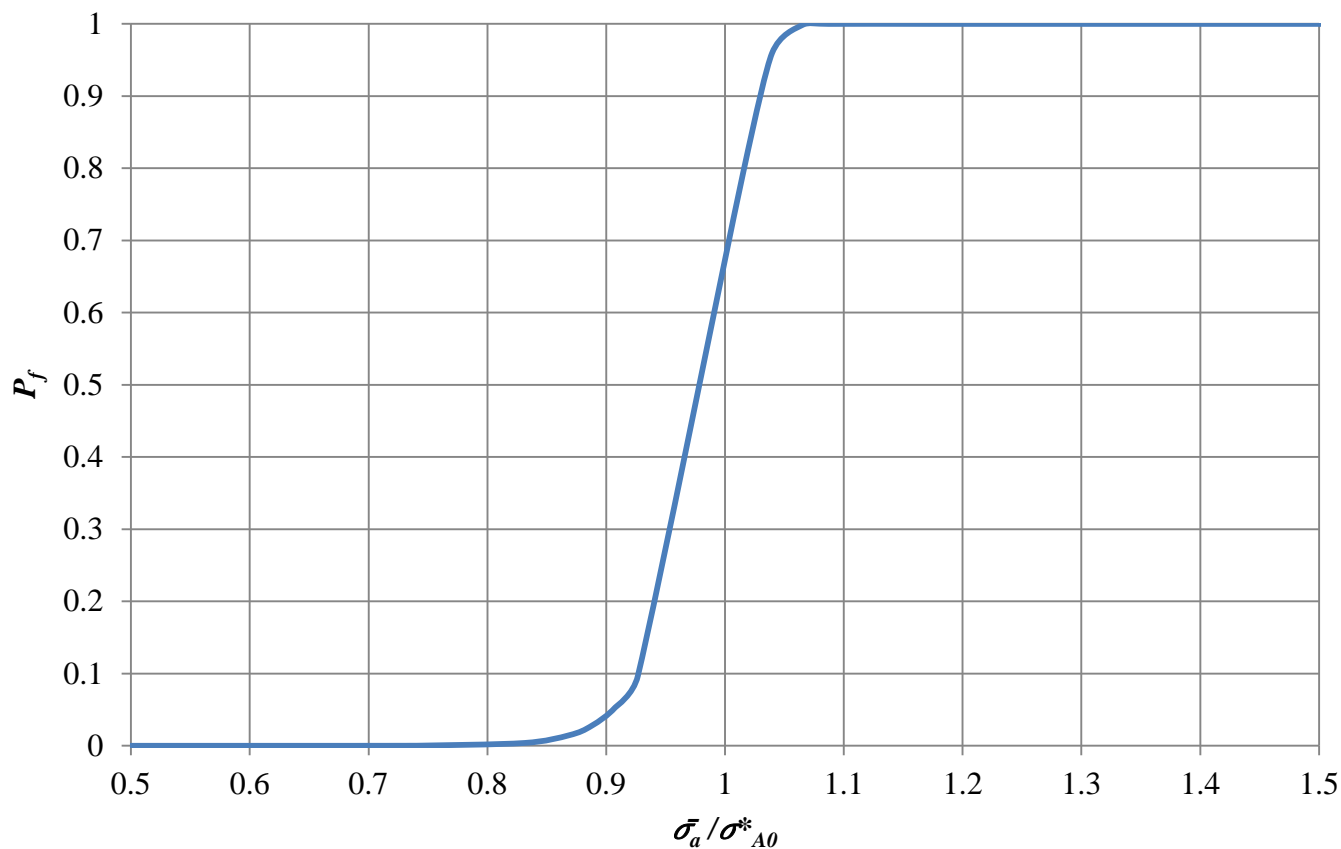
For å kalkulere den karakteristiske utmattingsstyrken settes P_f lik $1-1/e$ og σ_a lik σ_{A0}^* . σ_{AN50} settes lik 190.2 MPa , funnet fra DNV B1 ved $1.0E+06$ sykler [2]. Formfaktoren b er satt til å være 30 . Disse verdiene settes inn i likning (73) og σ_{A0}^* kalkuleres fra likning (74) og (75) til å bli 192.5 MPa . Denne verdien brukes som karakteristisk utmattingsstyrke for stigerøret [7].

$$1 - \frac{1}{e} = 1 - 2^{-(\sigma_{A0}^*/190.2)^{30}} \quad (74)$$

$$\sigma_{A0}^* = \left(\frac{1}{\ln 2}\right)^{\frac{1}{30}} \cdot 190.2 \text{ MPa} \approx 192.5 \text{ MPa} \quad (75)$$

Ved å sammenlikne Figur 75 med Figur 2 fra innledningen i oppgaven kan det sees at kurven modellert med data fra LINKpfat stemmer godt overens med den teoretiske kurven. LINKpfat gir en sannsynlighet for brudd når den karakteristiske utmattingsstyrken er lik Weibullamplituden noe over den forventede verdien på 63.2% . Dette skyldes at ved en formfaktor på 30 og en spenningskonsentrasjonsfaktor på 4.49

konvergerer sannsynligheten for brudd raskt fra 0 til 100 % for en liten forandring spenningsamplituden. Dermed genereres det ikke et tilstrekkelig antall punkter og kurven blir noe unøyaktig når forholdet mellom den karakteristiske utmattingsstyrken og Weibullamplituden er rundt 1.



Figur 75. Sannsynlighet for brudd plottet mot forholdet mellom den karakteristiske utmattingsstyrken og Weibullamplituden ved $1.0E+06$ sykler

4. Diskusjon

4.1. FE-analyse

Spenningsfeltene og maksimale spenninger i gjengebunnen sammenliknes med resultatene fra Wittenberghe, presentert i Figur 76 [3], og resultatene fra Braun, presentert i Figur 77 [4]. Tilsvarende resultater fra FE-analyser i denne oppgaven vises i Figur 60 a) og Figur 67 a). I sammenlikningen av resultater er Von Mises spenninger brukt. Dette gjøres med bakgrunn i at Von Mises er brukt i både Wittenberghe og Braun. Utledningen av Von Mises spenning fra et tredimensjonalt spenningsfelt er vist i likning (60).

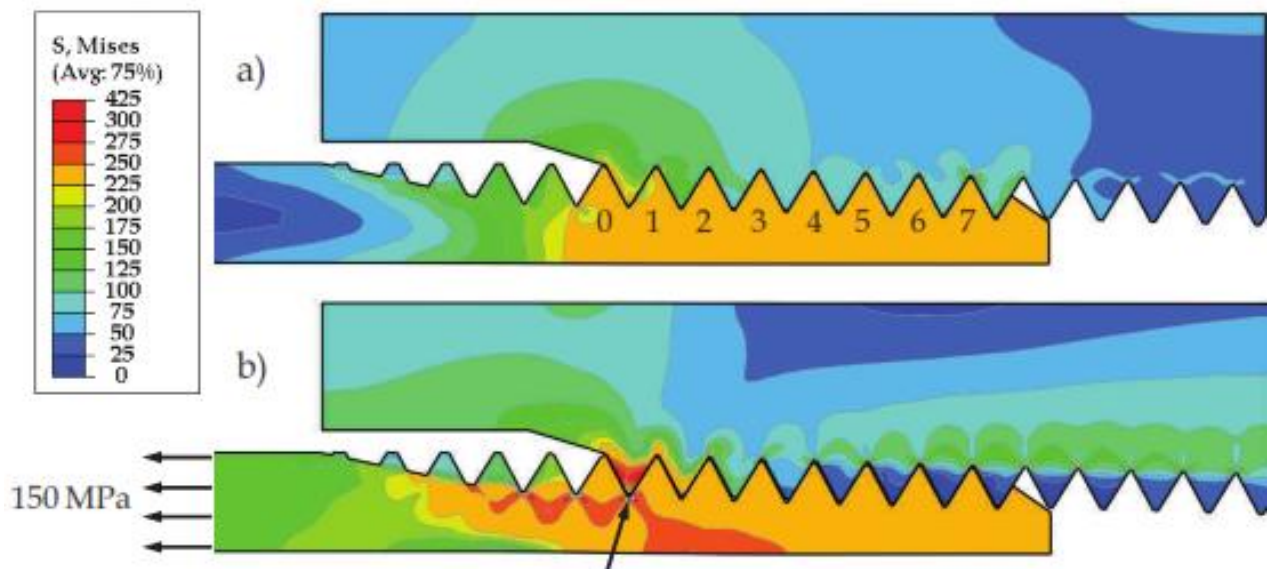
Det radielle overlappet som brukes i denne oppgaven er som tidligere nevnt bestemt ved å sammenlikne plastisk tøyning i gjengebunnen med tilsvarende plastisk tøyning fra Wittenberghe. Forspenningen fra Wittenberghe gir, som Figur 76 viser, tilnærmet uniforme spenninger i gjengene som er i kontakt med sammenføringsringen. Størrelsen på disse spenningene kan leses av fra figuren til å ligge mellom 225 og 250 MPa. Spenningene i gjengene på sammenføringsringen som er i kontakt vil være mindre fordi sammenføringsringen er langt stivere. Disse spenningene ligger mellom 50 og 125 MPa. Områdene der gjengene ikke er i kontakt vil ha lave spenninger

Dette er også tilfellet i FE-analysen fra Braun, vist i Figur 77, selv om spenningskalaen er mer unøyaktig her. Det er ikke spesifisert hvor stort overlappet er i FE-analysen i den oppgaven. Spenningene i stigerøret ligger mellom 200 og 300 MPa i det området som er i kontakt med sammenføringsringen. Tilsvarende område på sammenføringsringen har spenninger mellom 80 og 200 MPa, dette er noe høyere enn i Wittenberghe. Modellen blir tilnærmet spenningsfri når områdene lengre vekk fra kontaktområdet undersøkes.

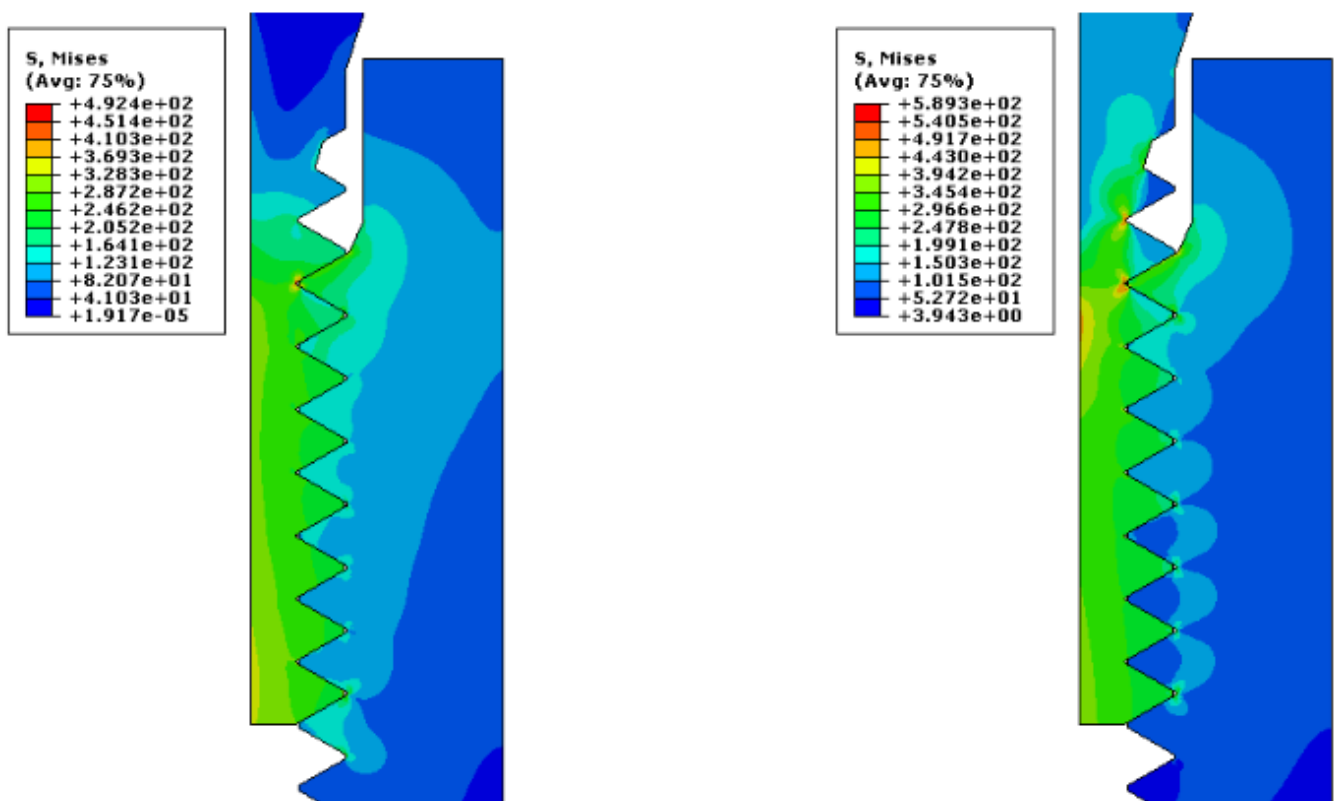
Når resultatene fra Braun og Wittenberghe sammenliknes med resultatene i denne oppgaven slik de er vist i Figur 60 a), observeres det at spenningsfeltene er svært like. Den delen av stigerøret som er i kontakt med sammenføringsringen vil være utsatt for spenninger mellom 250 og 300 MPa. Tilsvarende vil gjengene i kontakt på sammenføringsringen være utsatt for spenninger mellom 100 og 150 MPa. Dette er noe høyere enn resultatene fra Wittenberghe, men svært like resultatene fra Braun. Modellen i denne oppgaven har en tendens til å bli spenningsfri i områdene lenger vekk fra kontaktområdet. Dette stemmer godt med både Wittenberghe og Braun.

De høyeste spenningene under forspenningen opptrer i den siste gjengen i inngrep på stigerøret, slik som i oppgavene til Wittenberghe og Braun. Den maksimale spenningen i denne oppgaven er 434 MPa, de maksimale spenningene fra Braun og Wittenberghe er på henholdsvis 492 og 425 MPa. Å bestemme den eksakte årsaken til disse forskjellene vil være vanskelig uten full tilgang til data fra både Braun og Wittenberghe. Det kjent at svært små forskjeller i last, grensebetingelser, geometri og elementnett kan føre til endring i spenningskonsentrasjoner og dermed også maksimum og minimum spenningene.

De høye spenningene i enden av stigerøret i denne oppgaven observeres ikke i FE-analysene til Wittenberghe og Braun. Dette skyldes forskjellig utforming av den første gjengen på stigerøret. Spenningene oppstår som følge av at gjengen blir presset oppover grunnet forspenningen.



Figur 76. Resultater fra Wittenberghes spenningsanalyse [3]: a) Med forspenning og b) Med forspenning og 150 MPa strekk



Figur 77. Resultater fra Brauns spenningsanalyse [4]. Modell utsatt for kun forspenning (t.v.), og modell utsatt for forspenning og aksialt strekk på 100 MPa (t.h.)

Modellene vil etter forspenningen bli utsatt for en strekkspenning. De høyeste spenningene vil oppstå i gjengebunnen til den siste gjengen i inngrep. I områder der gjengene ikke er i kontakt er det i Wittenberghes en spenning på 150 MPa, det er en direkte effekt av den påsatte strekkspenningen på 150 MPa. Sammenføringsringen vil ha en spenning på 75 MPa i tilsvarende område grunnet det tykkere tverrsnittet.

De samme tendensene kan sees i Braun, men da det brukes en annen skalering av fargene i konturplottet blir effektene av den påsatte strekkspenningen mindre tydelig. I Braun utsettes heller ikke stigerørsforbindelsen for mer enn 100 MPa . Det kan allikevel observeres fra Figur 77 at spenningskonsentrasjonen blir tydelig når strekkspenningen påsettes, samt at stigerøret får en spenning på 100 MPa i området der gjengene ikke er i kontakt.

Når resultatene fra Wittenberghe sammenliknes med de i denne oppgaven, vist i Figur 67 a), observeres det en stor likhet i hvordan spenningene sprer seg fra spenningskonsentrasjonen rundt bunnen av den siste gjengen i inngrep. Spenningene forplanter seg skrått over tverrsnittet av stigerøret. Alle gjengebunnene på stigerøret blir påvirket av høye spenninger. I denne oppgaven kan det observeres at gjengen på sammenføringsringen som inngår i som siste gjenge i inngrep også utsettes for høye spenninger slik som i Wittenberghe og Braun.

I alle tre tilfeller blir det observert høyere spenninger mellom gjengebunnene på sammenføringsringen når strekkspenningen påsettes. Disse spenningsfeltene har svært lik form i både denne, Brauns, og Wittenberghe's oppgave. Den høyeste spenningen i denne oppgaven vil ligge på 485 MPa , mens den i Wittenberghe ligger på 425 MPa og i Braun på 589 MPa . Braun skiller seg ut med en høyere maksimal spenning til tross for at modellen er påsatt en lavere strekkspenning. Som tidligere nevnt er det vanskelig å fastslå den eksakte årsaken til disse avvikene, men forskjellige plastiske og elastiske egenskaper kan nevnes som en mulig årsak. Det er observert fra analyser gjort i denne oppgaven at elementene brukt under FE-analysen i Wittenberghe gir for lave spenninger.

Stigerørsforbindelsen i denne oppgaven er utsatt for et indre overtrykk. En slik analyse er ikke gjort i verken Wittenberghe eller Braun og det eksisterer ikke noe direkte sammenlikningsgrunnlag. Det er naturlig å anta at tangentialspenningene i modellen vil øke betraktelig som følge av det innvendige overtrykket. Disse spenningene vil i motsetning til tilfellene uten indre overtrykk virke langs hele stigerøret. Økningen i tangentialspenningen kan også observeres i Figur 69 e). Som tidligere beskrevet vil det indre overtrykket også føre til at aksialspenningene i modellen blir høyere. Den økte aksialspenningen samt de økte spenningene rundt spenningskonsentrasjonene i gjengebunnene vises i Figur 69 c).

4.2. Utmattingsanalyse

Det er ikke utført utmattingsanalyser med WL-metoden i verken Wittenberghe [3] eller Braun [4], resultatene fra denne oppgaven sammenliknes derfor mot fullskala utmattningstestene i Wittenberghe. Det konkluderes med at WL-analysen utført på et gjenget stigerør uten indre overtrykk i denne oppgaven stemmer godt overens med levetiden fra de fullskala utmattningstestene i Wittenberghe. Dette gir tiltro til at for det valgte elementnettet så gir LINKpfat nøyaktige resultater med WL-metoden. På grunn av de høye spenningene som oppstår under forspenningen av gjengeforbindelsen vil det ikke være mulig å utsette stigerøret for høyere spenningsamplituder enn 50 MPa uten at plastisk deformasjon oppstår. Dette medfører at SN-kurver ikke kan bestemmes med sikkerhet for høyere spenningsamplituder.

Levetidene kalkulert i LINKpfat bruker SN-kurvedata fra DNV B1. Som beskrevet i seksjon 1.4.5 Utforming av SN og MN-kurver, er DNV-RP-C203 [2] designet for høysyklus utmatting, der det oppstår spenninger under flytegrensen. Utmattingslevetidene fra LINKpfat med spenningsamplituder som fører til plastisk deformasjon vil derfor ikke gi korrekte resultater.

LS-metoden gir som forventet lavere levetid enn WL-metoden og dermed også lavere levetider enn utmattningstestene fra Wittenberghe. Det er diskutert i Wittenberghe at DNV B som baserer seg på LS-metoden gir konservative levetider. Dette stemmer godt overens med resultatene i denne oppgaven.

Spenningsamplitudene kalkulert i LINKpfat med både WL og LS er brukt for å beregne levetider med både standarder fra DNV-RP-C203 [2] og FMC Technologies [10]. Det vil være vanskelig å konkludere med hvilken SN-kurve som er mest riktig uten utvidet sammenlikningsgrunnlag fra fullskala tester. Basert

på utmattningstestene fra Wittenberghe gir både DNV B1 og FMC SN-kurver som stemmer bra, mens DNV HS gir et konservativt estimat.

Fra sammenlikningen av utmattingsanalysene for stigerør med og uten indre overtrykk er det funnet at for et overtrykk på 34.5 MPa så vil levetidene for de to tilfellene være svært like når spenningsamplituden er på 5 MPa eller mer. Det indre overtrykket påvirker det statiske spenningsfeltet og middelspenningen i modellen, men størrelsen på spenningsamplituden vil være den ledende faktoren når levetiden kalkuleres.

LINKpfat kalkulerer sannsynligheter for brudd med en formfaktor på 30 som korresponderer godt med teoretiske beregninger. Dette bidrar til å styrke troverdigheten til WL-analysene i LINKpfat.

5. Konklusjon

I den første delen av oppgaven har LINKpfat blitt validert for enkle geometrier med en variasjon av lasttilfeller og ulike elementnett. Det konkluderes med at LINKpfat gir resultater som stemmer godt med teori for de heksaedriske elementene på 3D-modellene. For disse modellene kalkuleres spenningsamplituder og levetider som stemmer med håndberegninger uavhengig av geometri og lasttilfeller. Tetraeder-elementene gir derimot svært varierende resultater og avviker vesentlig fra både teori og håndberegninger i flere av analysene. Det må jobbes videre for at LINKpfat skal gi konsistente resultater uavhengig av elementnettet. Dette vil være av viktighet for å kunne bruke LINKpfat som en selvstendig postprosessor. Av de aksesymmetriske elementene er det de lineære, triangulære elementene som gir de beste resultatene. Det er observert varierende resultater med kvadratiske og rektangulære elementer i den aksesymmetriske modellen og det konkluderes med at disse elementtypene ikke gir tilfredsstillende resultater.

I den andre delen av oppgaven har det gjengede stigerøret gjennomgått en omfattende spenningsanalyse med både elastisk og elastisk-plastisk materiale. Spenningsfeltene blir sammenliknet med Wittenberghes og Brauns resultater, og det konkluderes med at spenningsfeltene stemmer med tidligere analyser. De høyeste spenningene er i gjengebunnen og den siste gjengen i inngrep er spesielt utsatt. De konsentrerte spenningene i gjengebunnen vil variere noe. Det skyldes geometrien i gjengebunnen, elementtyper, materialegenskaper og kontaktbetingelser som ikke er helt identiske i de tre oppgavene. Gjengebunnen undersøkes under forspenningen av stigerøret og det observeres plastiske deformasjoner. Forspenningen vil dermed påvirke utmattingsforsøkene ved at modellen får høye middelspenninger og at den følgelig kun tåler en lav spenningsamplitude før større deler av materialet beveger seg over i det plastiske området. Den plastiske deformasjonen i gjengebunnen er allikevel i samsvar med spenninger fra FE-analysene i Wittenberghe og Braun.

Utmattingsforsøkene utført på den gjengede stigerørsforbindelsen blir sammenliknet med fullskala utmattingsforsøk, SN-kurver og LS-metoden fra LINKpfat. Utmattingsforsøkene utført av Wittenberghe gir levetider som stemmer godt med levetider kalkulert fra WL-metoden. Dette viser at WL-metoden gir et bra levetidsestimat. Det er samtidig vist at LS-metoden, som forventet, gir mer konservative levetider. Grunnet de høye spenningene som oppstår under forspenningen av gjengene vil spenningsamplituder over 50 MPa føre til ytterligere plastiske deformasjoner i stigerøret. Levetidsestimater og SN-kurver kan dermed ikke kalkuleres for høyere spenningsamplituder. Det medfører videre at det ikke kan bestemmes med sikkerhet om LINKpfat gir levetider som stemmer med teori og forsøk for høyere spenningsamplituder.

For videre arbeid vil det være ønskelig å kunne validere LINKpfat for høyere spenningsamplituder og for elementnett som ga feilaktige resultater i denne oppgaven.

6. Kilder

- [1] Sagfossen, Mobeck, *Utmattingsvurdering av Gjengede Stigerørsforbindelser*, NTNU, 2013
- [2] *DNV-RP-C203, Recommended Practice: Fatigue Design of Offshore Steel Structures*, Det norske Veritas, 2010
- [3] Jeroen Van Wittenberghe, *Experimental Analysis and Modeling of the Fatigue Behavior of Threaded Pipe Connections*, Gent, 2012
- [4] Moritz Braun, *Fatigue assessment of threaded riser connections*, NTNU 2013
- [5] Norman E. Dowling, *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*, 4. utgave, 2012
- [6] *LINKpfat QT Assistant*, LINKftr AS, mai 2014
- [7] Gunnar Härkegård, Institutt for produktutvikling og materialer, NTNU
- [8] Lt. Jeff Brown, Turbine Engine Division, *Characterization of MSC/NASTRAN & MSC/ABAQUS Elements for Turbine Engine Blade Frequency Analysis*, Air Force Research, Lab, Propulsion Directorate
- [9] Fridtjof Irgens, *Fasthetslære*, 7. Utgave 2008
- [10] Anders Wormsen, FMC Technologies Kongsberg
- [11] Gunnar Härkegård, *Dimensjonering av Maskindeler*, 1.utgave, 2004
- [12] *API 5B Specification for Line Pipe*, American Petroleum Institute, 15.utgave, 2008
- [13] 2007 ASME Section VIII, Division 2, Annex 3.D
- [14] Knut A. Iden, *Vind, bølger og lufttemperatur i Nordsjøen og Norskehavet i 2001*, Det Norske Meteorologiske Institutt, mai 2002

Vedlegg A: Utledning av Weibullamplitude for aksialt strekk

$$\Phi = 1 \quad (\text{A1})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_V \sigma_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{A2})$$

$$\sigma_a = \sigma_{a_maks} = S_a \quad (\text{A3})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=-H}^H \int_{z=0}^{2L} S_a^b \cdot 1 dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{A4})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \left[\left[S_a^b \cdot x \cdot y \cdot z \right]_{-B}^B \right]_{-H}^H \right]_{0}^{2L} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{A5})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot S_a^b \cdot (B - -B) \cdot (H - -H) \cdot 2L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{A6})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot 2B \cdot 2H \cdot 2L \cdot S_a^b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{A7})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{1}{b}} \cdot S_a \quad (\text{A8})$$

Vedlegg B: Utledning av Weibullamplitude for 3PB

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_V \sigma_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B1})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=0}^H \int_{z=0}^L \sigma_a^b dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B2})$$

$$\sigma_a = \sigma_{a_maks} \cdot \Phi(y, z) \quad (\text{B3})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=0}^H \int_{z=0}^L (\sigma_{a_maks} \cdot \Phi(y, z))^b dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B4})$$

$$\Phi(y, z) = \frac{y}{H} \cdot \frac{z}{L}, \quad \sigma_{a_maks} = S_a \quad (\text{B5})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=0}^H \int_{z=0}^L \left(S_a \cdot \frac{y}{H} \cdot \frac{z}{L} \right)^b dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B6})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \left[\left[\left[\frac{1}{b+1} \cdot \frac{y^{b+1}}{H^b} \cdot \frac{1}{b+1} \cdot \frac{z^{b+1}}{L} \cdot S_a^b \cdot x \right]_{-B}^B \right]_0^H \right]_0^L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B7})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \frac{1}{(b+1)^2} \cdot \frac{H^{b+1}}{H^b} \cdot \frac{L^{b+1}}{L^b} \cdot S_a^b \cdot 2B \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B8})$$

$$= \left[\frac{V}{V_0} \cdot \frac{1}{(b+1)^2} \cdot S_a^b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{B9})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{S_a}{(b+1)^{\frac{2}{b}}} \quad (\text{B10})$$

Vedlegg C: Utledning Weibullamplitude for 4PB

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_V \sigma_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C1})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=0}^H \int_{z=0}^{2L} \sigma_a^b dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C2})$$

$$\sigma_a = \sigma_{a_maks} \cdot \Phi(y) \quad (\text{C3})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=0}^H \int_{z=0}^{2L} (\sigma_{a_maks} \cdot \Phi(y))^b dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C4})$$

$$\Phi(y) = \frac{y}{H}, \quad \sigma_{a_maks} = S_a \quad (\text{C5})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{x=-B}^B \int_{y=0}^H \int_{z=0}^{2L} \left(S_a \cdot \frac{y}{H} \right)^b dx dy dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C6})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \left[\left[\left[\frac{1}{b+1} \cdot \frac{y^{b+1}}{H^b} \cdot S_a^b \cdot x \cdot z \right]_{-B}^B \right]_0^H \right]_0^{2L} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C7})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \frac{1}{b+1} \cdot \frac{H^{b+1}}{H^b} \cdot S_a^b \cdot 2B \cdot 2L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C8})$$

$$= \left[\frac{V}{V_0} \cdot \frac{1}{b+1} \cdot S_a^b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{C9})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{S_a}{(b+1)^{\frac{1}{b}}} \quad (\text{C10})$$

Vedlegg D: Utledning av Weibullamplitude for 3PRB

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_v \sigma_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D1})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^L \sigma_a^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D2})$$

$$\sigma_a = \sigma_{a_maks} \cdot \Phi(r, z) \quad (\text{D3})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^L (\sigma_{a_maks} \cdot \Phi(r, z))^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D4})$$

$$\Phi(r, z) = \frac{r}{R_0} \cdot \frac{z}{L}, \quad \sigma_{a_maks} = S_a \quad (\text{D5})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^L \left(S_a \cdot \left(\frac{r}{R_0} \cdot \frac{z}{L} \right) \right)^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D6})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^L S_a^b \cdot \frac{z^b}{L^b} \cdot \frac{r^{b+1}}{R_0^b} \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D7})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \left[\left[\left[\frac{1}{b+2} \cdot \frac{1}{b+1} \cdot \frac{z^{b+1}}{L^b} \cdot \frac{r^{b+2}}{R_0^b} \cdot \vartheta \cdot S_a^b \right]_0^{R_0} \right]_0^{2\pi} \right]_0^L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D8})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \frac{1}{b+2} \cdot \frac{1}{b+1} \cdot S_a^b \cdot 2 \cdot R_0^2 \cdot \pi \cdot L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D9})$$

$$= \left[\frac{V}{V_0} \cdot \frac{2}{(b+2) \cdot (b+1)} \cdot S_a^b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D10})$$

$$= \left[\frac{v}{v_0} \cdot \frac{2}{(b+2)(b+1)} \cdot S_a b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{D11})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{((b+2)(b+1))^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a \quad (\text{D12})$$

Vedlegg E: Utledning av Weibullamplitude for 4PRB

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_V \sigma_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E1})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} \sigma_a^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E2})$$

$$\sigma_a = \sigma_{a_maks} \cdot \Phi(r) \quad (\text{E3})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} (\sigma_{a_maks} \cdot \Phi(r))^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E4})$$

$$\Phi(r) = \frac{r}{R_0}, \quad \sigma_{a_maks} = S_a \quad (\text{E5})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} \left(S_a \cdot \left(\frac{r}{R_0} \right) \right)^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E6})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} S_a^b \cdot \frac{r^{b+1}}{R_0^b} \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E7})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \left[\left[\left[\frac{1}{b+2} \cdot \frac{r^{b+2}}{R_0^b} \cdot \vartheta \cdot z \cdot S_a^b \right]_0^{R_0} \right]_0^{2\pi} \right]_0^{2L} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E8})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \frac{1}{b+2} \cdot S_a^b \cdot R_0^2 \cdot 2\pi \cdot 2L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E9})$$

$$= \left[\frac{V}{V_0} \cdot \frac{2}{(b+2)} \cdot S_a^b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{E10})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a \quad (\text{E11})$$

Vedlegg F: Utledning av Weibullamplitude for torsjon

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_V \tau_a^b dV \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F1})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} \tau_a^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F2})$$

$$\tau_a = \tau_{a_maks} \cdot \Phi(r) \quad (\text{F3})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} (\tau_{a_maks} \cdot \Phi(r))^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F4})$$

$$\Phi(r) = \frac{r}{R_0} \quad (\text{F5})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} \left(\tau_{a_maks} \cdot \left(\frac{r}{R_0} \right) \right)^b \cdot r \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F6})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{r=0}^{R_0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{2L} \tau_{a_maks}^b \cdot \frac{r^{b+1}}{R_0^b} \cdot dr d\vartheta dz \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F7})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \left[\left[\left[\frac{1}{b+2} \cdot \frac{r^{b+2}}{R_0^b} \cdot \vartheta \cdot z \cdot \tau_{a_maks}^b \right]_0^{R_0} \right]_0^{2\pi} \right]_0^{2L} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F8})$$

$$= \left[\frac{1}{V_0} \cdot \frac{1}{b+2} \cdot \tau_{a_maks}^b \cdot R_0^2 \cdot 2\pi \cdot 2L \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F9})$$

$$= \left[\frac{V}{V_0} \cdot \frac{2}{(b+2)} \cdot \tau_{a_maks}^b \right]^{\frac{1}{b}} \quad (\text{F10})$$

$$\tau_{a_maks} = S_a \quad (\text{F11})$$

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{1}{b}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{b}}}{(b+2)^{\frac{1}{b}}} \cdot S_a \quad (\text{F12})$$

Vedlegg G: Tabeller for bjelke utsatt for aksialt strekk

G-1. Weibullamplituder fra LINKpfat sammenliknet med håndberegninger

#	b	$\bar{\sigma}_a$ fra håndberegninger [MPa]	$\bar{\sigma}_a$ fra pfat [MPa]	LINKpfat/ Håndberegninger
1	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
2	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
3	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
4	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
5	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
6	10	150	104	0.69
	30	150	133	0.89
	60	150	141	0.94
	100	150	145	0.97
7	10	50	50	1.00
	30	50	50	1.00
	60	50	50	1.00
	100	50	50	1.00
8	10	450	450	1.00
	30	450	450	1.00
	60	450	450	1.00
	100	450	450	1.00
9	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
10	10	150	105	0.70
	30	150	133	0.89
	60	150	141	0.94
	100	150	145	0.97
11	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00

	100	150	150	1.00
12	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
13	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00
14	10	150	150	1.00
	30	150	150	1.00
	60	150	150	1.00
	100	150	150	1.00

G-2. Levetider fra WL sammenliknet med LS

#	<i>b</i>	Weakest link (WL) [Sykler]	Local stress (LS) [Sykler]	Differanse (WL – LS) [Sykler]	WL/LS
1	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
2	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
3	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
4	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
5	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
6	10	6.78E+05	1.62E+05	5.16E+05	4.19
	30	2.61E+05	1.62E+05	9.90E+04	1.61
	60	2.05E+05	1.62E+05	4.36E+04	1.27
	100	1.87E+05	1.62E+05	2.49E+04	1.15
7	10	1.40E+07	1.40E+07	0	1.00
	30	1.40E+07	1.40E+07	0	1.00
	60	1.40E+07	1.40E+07	0	1.00
	100	1.40E+07	1.40E+07	0	1.00
8	10	2.00E+03	2.00E+03	0	1.00
	30	2.00E+03	2.00E+03	0	1.00
	60	2.00E+03	2.00E+03	0	1.00
	100	2.00E+03	2.00E+03	0	1.00

9	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
10	10	6.78E+05	1.62E+05	5.16E+05	4.19
	30	2.61E+05	1.62E+05	9.90E+04	1.61
	60	2.05E+05	1.62E+05	4.36E+04	1.27
	100	1.87E+05	1.62E+05	2.49E+04	1.15
11	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
12	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
13	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
14	10	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	30	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	60	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00
	100	1.62E+05	1.62E+05	0	1.00

Vedlegg H: Tabell til Figur 71

S_a [MPa]	Levetid, LINKpfat WL [Sykler]	Levetid, LINKpfat LS [Sykler]
1	1.96E+06	4.12E+05
5	1.65E+06	2.43E+05
10	1.01E+06	1.12E+05
15	5.59E+05	5.81E+04
25	1.98E+05	2.03E+04
50	4.26E+04	4.67E+03
72.5	3.17E+04	4.24E+03
100	2.54E+04	3.59E+03
150	1.81E+04	3.35E+03
200	1.34E+04	3.07E+03
250	9.19E+03	3.00E+03

Vedlegg I: Tabell til Figur 73

FMC LS [Sykler]	FMC WL [Sykler]	DNV HS LS [Sykler]	DNV HS WL [Sykler]	DNV B1 LS [Sykler]	DNV B1 WL [Sykler]	M_r [Nm]
1.31E+08	8.22E+09	4.02E+06	2.52E+07	1.03E+06	4.94E+06	105
3.22E+07	5.16E+09	2.16E+06	2.16E+06	6.09E+05	4.14E+06	525
4.13E+06	1.40E+09	8.69E+05	8.69E+05	2.81E+05	2.53E+06	1050
7.30E+05	2.94E+08	4.03E+05	4.03E+05	1.46E+05	1.40E+06	1575
4.47E+04	1.87E+07	1.17E+05	1.17E+05	5.09E+04	4.97E+05	2626
9.13E+02	3.20E+05	2.08E+04	2.08E+04	1.17E+04	1.07E+05	5253
7.08E+02	1.47E+05	1.86E+04	1.86E+04	1.07E+04	7.97E+04	7616
4.56E+02	8.18E+04	1.53E+04	1.53E+04	9.02E+03	6.39E+04	10506
3.79E+02	3.32E+04	1.41E+04	1.41E+04	8.41E+03	4.55E+04	15759
3.00E+02	1.50E+04	1.27E+04	1.27E+04	7.70E+03	3.37E+04	21012
2.84E+02	5.50E+03	1.24E+04	1.24E+04	7.54E+03	2.31E+04	26265

Vedlegg J: Tabell til Figur 74

S_r [MPa]	LINKpfat, WL, med indre trykk [Sykler]	LINKpfat, WL, uten indre trykk [Sykler]
2	1.96E+06	3.11E+06
10	1.65E+06	1.99E+06
20	1.01E+06	1.01E+06
60	1.25E+05	1.23E+05
100	4.26E+04	4.34E+04
200	2.54E+04	2.53E+04
300	1.81E+04	1.90E+04
500	9.19E+03	1.17E+04

Vedlegg K: Tabell for Figur 75

S_a [MPa]	$P_f, N = 1.0E+06$ DNV B1	$\bar{\sigma}_a$, LINKpfat [MPa]	σ^*_{A0} [MPa]	$\bar{\sigma}_a / \sigma^*_{A0}$ [MPa]
5	1.52E-11	83.94	192.56	0.44
10	6.15E-10	94.96	192.56	0.49
15	5.07E-08	110.00	192.56	0.57
20	2.95E-06	125.96	192.56	0.65
25	1.22E-04	142.61	192.56	0.74
30	3.88E-03	160.03	192.56	0.83
32	1.46E-02	167.29	192.56	0.87
33	2.78E-02	170.97	192.56	0.89
34	5.29E-02	174.74	192.56	0.91
35	9.67E-02	178.43	192.56	0.93
40	7.96E-01	195.56	192.56	1.02
42	9.59E-01	200.18	192.56	1.04
45	9.99E-01	205.16	192.56	1.07
50	1.00E+00	209.35	192.56	1.09
72.5	1.00E+00	225.36	192.56	1.17
100	1.00E+00	238.12	192.56	1.24
150	1.00E+00	259.22	192.56	1.35
200	1.00E+00	279.38	192.56	1.45
250	1.00E+00	307.18	192.56	1.60
300	1.00E+00	318.82	192.56	1.66

Vedlegg L: Risikovurdering

NITNU	Kartlegging av risikofylt aktivitet			Utarbeidet av	Nummer	Dato
HMS				HMS-avd.	HMSRV2601	22.03.2011
		Godkjent av		Erstatler		
		Rektor		01.12.2008		

Enhet: IPM

Dato: 14.01.2014

Linjeleder: Torgeir Welo

Deitakere ved kartleggingen (ml funksjon): Gunnar Hårkegård (veileder), Øyvind Mobeche, Henrik Sagfossen (student)
 (Ansv. veileder, student, evt. medveileder, evt. andre m. kompetanse)

Kort beskrivelse av hovedaktivitet/hovedprosess: Masteroppgave: Sagfossen, Mobeche, Validering av postprosessor for probabilistisk utmattingsvurdering med anvendelse på gjenget stigerørforbindelse

Er oppgaven rent teoretisk? (JA/NEI): JA

«JA» betyr at veileder innestår for at oppgaven ikke inneholder noen aktiviteter som krever risikovurdering. Dersom «JA»: Beskriv kort aktivitetene i kartleggingskjemaet under. Risikovurdering trenger ikke å fylles ut.

Signaturer: Ansv. veileder: *G Hårkegård*

Student: *[Signature]*

ID nr.	Aktivitet/prosess	Ansv. veileder	Eksisterende dokumentasjon	Eksisterende sikringstiltak	Lov, forskrift o.l.	Kommentar
	Finne informasjon fra referansetekster, bruke programmer på pc til modellering og analyser. Beregninger for hånd på papir, Skrive rapport. Alt utføres i stolen ved pulten					