

Vurdering av formelverk for rissviddeberegning av armerte betongkonstruksjoner

Ingrid Ramnefjell

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2016

Hovedveileder: Terje Kanstad, KT

Medveileder: Reignard Tan, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2016

FAGOMRÅDE: Betongkonstruksjoner	DATO: 9. juni 2016	ANTALL SIDER: 66 + 35 sider vedlegg
------------------------------------	-----------------------	--

TITTEL:

Vurdering av formelverk for rissviddeberegning av armerte betongkonstruksjoner

Evaluation of the Formulas for Crack Width Calculation of Reinforced Concrete Structures

UTFØRT AV:

Ingrid Ramnefjell



SAMMENDRAG:

Dimensjonering i bruksgensetilstand innebærer å begrense nedbøyning, spenningsnivå og opprissing slik at betongkonstruksjonens bestandighet eller funksjon ikke svekkes. Denne avhandlingen fokuserer på kartlegging av formelverkens representasjon av risteori og beregning av opprissing i armerte betongkonstruksjoner.

Risteori, beregning av riss og bruk av formler for rissviddeberegning fra ulike formelverk presenteres på grunnlag av litteratur og aktuelle formelverk. Rissformler i Eurokode 2, Model Code 2010 og NS3473 inngår i beregninger og diskusjon i denne avhandlingen. Det fremkommer diskusjoner av forskjeller og likheter i formelverkene, samt diskusjon rundt praktisk og teoretisk bruk av disse.

Utviklingen av rissformlene som benyttes i dag gir et innblikk i parametrene som er og har vært involvert i regelverk for å beskrive rissoppførsel i armert betong. Dette kan belyse viktige temaer som kan benyttes til videre forskning. Til tross for at rissformlene er basert på lik teori er det mulig å kartlegge flere forskjeller mellom disse. Et parameterstudie kartlegger tilfeller der formelverkens beregninger gir forskjellige resultater. Dette gir grunnlag for interessante diskusjoner. En diskusjon av sentrale parameters påvirkning på rissviddebegrensningen som vanligvis ikke betraktes ved prosjektering og dimensjonering av betongkonstruksjoner tas opp i denne avhandlingen. Dette gjelder blant annet påvirkningen fra betongoverdekning og effekten av bølgearmering ved fullstendig opprisset tverrsnitt.

Det har blitt utført rissviddeberegninger på ulike typer bjelker for de fire forskjellige versjonene av rissviddeformelen som tas opp. Dette gir grunnlag for diskusjon av hvordan formelverkene gjenspeiler det man gjennom litteraturen vet om teoretisk og reell rissoppførsel i betong. Teorien bak riss er blitt grundig gjennomgått slik at sammenhengen mellom dette og formuleringene i formelverkene kommer tydelig fram og kan diskuteres. Ulike aspekter rundt dette, spørsmål angående rissformler og sammensetning av formelverkene introduseres og diskuteres.

FAGLÆRER: Terje Kanstad

VEILEDERE: Reignard Tan (NTNU), Terje Kanstad (NTNU), Dan-Evert Brekke (Multiconsult)

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne avhandlingen har blitt utført for å oppnå grad som sivilingeniør i studieprogrammet Bygg- og miljøteknikk med fordypning i konstruksjonsteknikk ved fakultetet for ingeniørvitenskap og teknologi ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. Mine hovedveiledere har vært Reignard Tan, stipendiat ved institutt for konstruksjonsteknikk ved NTNU, Dan-Evert Brekke, rådgivende ingeniør i Multiconsult og Terje Kanstad, professor i betongkonstruksjoner ved NTNU.

Jeg ønsker å uttrykke stor takknemlighet ovenfor Reignard Tan som har veiledet meg dette semesteret. Han har inspirert meg til å utvikle mine egne oppfatninger og spørsmål som jeg har hatt stor nytte av i arbeidet med denne oppgaven. Reignard har gitt meg særdeles god veiledning, og våre diskusjoner har vært til stor motivasjon og inspirasjon for meg til videre arbeid.

Jeg ønsker også å takke min fantastiske veileder Terje Kanstad, som alltid prioriterer sine studenter og våre behov for råd og veiledning. Takk for alle gode diskusjoner, hyggelige samtaler og generelle råd i livet.

Jeg vil også takke ansatte ved NTNU og Multiconsult for gode og nyttige tilbakemeldinger etter mine presentasjoner underveis i masterarbeidet denne våren.

Til slutt vil jeg takke mine foreldre for uendelig støtte og motivasjon gjennom hele studietiden.

Trondheim, 10. juni 2016



Ingrid Ramnefjell

Abstract

Designing in the serviceability limit state involves controlling deflection, stress level and crack development. This is covered in codes to insure that durability and function of concrete structures are maintained. This thesis focuses on covering the presentation of crack theory and crack width design in reinforced concrete structures.

Crack theory, crack design and usage of codes in crack width control are presented based on literature and relevant codes. The crack formulas in Eurocode 2, Model Code 2010 and NS3473 (previously used Norwegian code) are discussed and used for calculations in this thesis. Similarities and differences are discussed, in addition to usage of these codes theoretically and in practice.

The crack width formulas in these relevant codes are based on scientific results from concrete members in short term loading. These formulas are based on simplified beam models where cracks occur perpendicular to the direction of the reinforcement. By looking at the development of the crack formulas used today, an overview of relevant parameters is achieved. This can be used for future research.

Through time, there has been several representations of crack behavior in codes for reinforced concrete. Even though the crack formulas are based on the same theory, it has been discovered several differences in the way of designing crack widths. A study of current parameters discovers cases where the code calculations gives different results. This forms the basis for interesting discussions in this thesis. This thesis also cover discussions concerning the influence of key parameters that are not normally considered when designing concrete structures. This involves the influence of concrete cover and effect of stirrup spacing in stabilized crack pattern.

Design and crack control on 12 different beams are conducted according to the four relevant codes used in this thesis. This forms the basis for discussing how well the codes mirror what we know about theoretical crack behavior in concrete through current literature. Crack theory is thoroughly examined to show the connection between this and how it is formulated in the codes. This connection is in focus, and a discussion of results is ending in a conclusion. Different aspects concerning how the codes represent reality, questions concerning crack design formulas and the build-up of codes is introduced. There exists several different explanations on crack formulas and their composition in the available literature. This thesis examines and discusses these differences in the relevant codes.

Sammendrag

Dimensjonering i bruksgensetilstand innebærer å begrense nedbøyning, spenningsnivå og opprissing slik at betongkonstruksjonens bestandighet eller funksjon ikke svekkes. Denne avhandlingen fokuserer på kartlegging av formelverkens representasjon av rissteori og beregning av opprissing i armerte betongkonstruksjoner.

Rissteori, beregning av riss og bruk av formler for rissviddeberegning fra ulike formelverk presenteres på grunnlag av litteratur og aktuelle formelverk. Rissformler i Eurokode 2, Model Code 2010 og NS3473 inngår i beregninger og diskusjon i denne avhandlingen. Det fremkommer diskusjoner av forskjeller og likheter i formelverkene, samt diskusjon rundt praktisk og teoretisk bruk av disse.

Rissviddeformlene i gjeldende regelverk baserer seg i stor grad på forsøksresultater fra betongprøver med korttids lastpåkjenning. Formlene tar utgangspunkt i forenklede bjelke-modeller hvor riss oppstår normalt på lengdearmringens retning. Avhandlingen fokuserer i stor grad på rissformlenes bakgrunn, oppbygging og hvordan de presenteres i ulike formelverk.

Utviklingen av rissformlene som benyttes i dag gir et innblikk i parametrene som er og har vært involvert i regelverk for å beskrive rissoppførsel i armert betong. Dette kan belyse viktige temaer som kan benyttes til videre forskning. Til tross for at rissformlene er basert på lik teori er det mulig å kartlegge flere forskjeller mellom disse. Et parameterstudie kartlegger tilfeller der formelverkens beregninger gir forskjellige resultater. Dette gir grunnlag for interessante diskusjoner. En diskusjon av sentrale parameters påvirkning på rissviddebegrensningen som vanligvis ikke betraktes ved prosjektering og dimensjonering av betongkonstruksjoner tas opp i denne avhandlingen. Dette gjelder blant annet påvirkningen fra betongoverdekning og effekten av bøylearmering ved fullstendig opprisset tverrsnitt.

Det har blitt utført rissviddeberegninger på ulike typer bjelker for de fire forskjellige versjonene av rissviddeformelen som tas opp. Dette gir grunnlag for diskusjon av hvordan formelverkene gjenspeiler det man gjennom litteraturen vet om teoretisk og reell rissoppførsel i betong. Teorien bak riss er blitt grundig gjennomgått slik at sammenhengen mellom dette og formuleringene i formelverkene kommer tydelig fram og kan diskuteres. Ulike aspekter rundt dette, spørsmål angående rissformler og sammensetning av formelverkene introduseres og diskuteres.

Innhold

Forord	i
Abstract	iii
Sammendrag	v
Innhold	ix
Tabeller	xi
Figurer	xv
Symboler	xvi
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn og motivasjon	1
1.2 Avhandlingens mål og omfang	1
1.3 Avhandlingens organisering og oppbygging	2
1.4 Relevant litteratur	3
2 Bakgrunnsteori	5
2.1 Introduksjon	5
2.2 Risteori	5
2.2.1 Årsaker til riss	5
2.2.2 Årsaker til risskontroll	6
2.2.3 Rissutvikling i armert betong	6
2.2.4 <i>Tension stiffening</i> -effekten	9
2.3 Bruksgrensetilstand	9
2.4 Beregningsgrunnlag	11
2.5 Beregning av riss	11
2.5.1 Beregning av rissavstand	11

2.5.2	Beregning av tøyninger	16
2.5.3	Beregning av rissvidde	17
3	Rissformler	19
3.1	Rissformler fra Eurokode 2	20
3.2	Rissformler fra Model Code 2010	21
3.3	Rissformler fra NS3473	23
3.3.1	Rissvidde i NS3473 (1992)	23
3.3.2	Rissvidde i NS3473 (2003)	24
3.4	Likheter og forskjeller hos formelverk	26
3.4.1	Empirisk faktor	26
3.4.2	Ulike uttrykk for <i>tension stiffening</i>	26
3.4.3	Ulike uttrykk for effektivt betongareal i strekk	26
3.4.4	Diskusjon av buntet armering	27
3.4.5	Beregning av svinntøyning	29
3.4.6	Rissavstandsformelens bakgrunnsteori	30
4	Parameterstudie	31
4.1	Introduksjon	31
4.2	Overdekning	32
4.2.1	Innvirkning på største rissavstand	32
4.2.2	Innvikning på relativ gjennomsnittstøyning	33
4.2.3	Innvirkning på rissvidde	33
4.3	Stangdiameter	36
4.4	Bredde og høyde	38
4.5	Stålspenning	38
5	Sammenligning av formelverk	39
5.1	Bjelkeeksperiment	39
5.1.1	Grafer til sammenligning	41
5.2	Sammenligning av resultater fra ulike formelverk	42
5.2.1	Sammenligning av maksimal rissavstand	43
5.2.2	Sammenligning av rissvidde	44
5.2.3	Påvirkning fra bøyleavstanden	47
6	Diskusjon	49
6.1	Formelverk	49
6.2	Anvendelsesområde	50
6.3	Virkning av overdekning	52
6.4	Det første leddet i rissavstandsformelen	52
6.5	Hvor bør rissvidde måles?	53
6.5.1	Rissvidde ved betongoverflaten	53
6.5.2	Rissvidde på nivå med armeringen	54
6.6	Bøylearmering	54
6.7	Konkrete formelforskjeller	56
6.7.1	Svinntøyningsleddet	56

6.7.2	Stangavstand	56
6.7.3	<i>Tension stiffening</i> -effekten representert i formler	57
6.7.4	Statistikkfaktoren 1.7	57
6.8	Beregning av rissavstand og rissvidde på bjelker	58
7	Konklusjon	61
7.1	Oppsummering og konklusjon	61
7.2	Videre arbeid	62
	Bibliography	65
	Vedlegg	67
	Vedlegg A Grafer fra parameterstudiet	69
A.1	Overdekning	70
A.2	Armeringsdiameter	71
A.3	Bredde	72
A.4	Høyde	73
A.5	Stålspenning	74
	Vedlegg B Rissmønstre	75
	Vedlegg C Rissviddeberegning med ulike formelverk	77
	Vedlegg D Matlab-script	85

Tabeller

3.1	Ekvivalent diameter og ekvivalent areal for bunter	28
4.1	Gyldige parametre brukt i formler til beregning [10] [6] [8]	31
5.1	Trykksonehøyde $x = \alpha d$	40
5.2	Største påførte last og stålspenning	42
5.3	Uttrykk for største rissavstand fra ulike formelverk	43
5.4	Sammenligning av rissavstand fra formelverk og utnyttelsesgrad i forhold til målt rissavstandsverdi. Parameteren s_r representerer uttrykk for rissavstand generelt i alle formelverkene i tabellen.	43
5.5	Uttrykk for rissvidde fra ulike formelverk	45
5.6	Sammenligning av rissvidde fra formelverk. Parameteren w_d representerer uttrykk for rissvidde generelt for formelverkene i tabellen.	45

Figurer

2.1	Bøyning i uopprisset tverrsnitt [12].	7
2.2	Bøyning i bruksgrensetilstanden [12].	8
2.3	Forenklet last. Tøyingsforhold for betongelement i strekk. Sentrisk armerert [6].	8
2.4	Tøyninger og heftspenninger i strekkstav [1].	9
2.5	Betongspenningsfordeling i nærheten av riss og minste rissavstand [3]. . .	11
2.6	Gjennomsnittlig rissavstand i stabilisert rissmønster. Funksjon av betongoverdekning og armeringsforhold [1].	13
2.7	Konseptuell illustrasjon av strekkspenningens spredning i betongen mellom to riss [3]	14
2.8	Rissoppførsel for armert betong i strekk [5].	15
2.9	Forholdet mellom rissvidde på betongoverflate og overdekning. Propagering av sekundærriss [5].	15
2.10	a) Statisk bestemt bjelke ($R=0$). b) Statisk ubestemt bjelke ($R=1$).	16
2.11	Lokal og global tøyning, rissavstand [3].	17
2.12	Lokal og global tøyning i opprisset tilstand [3].	17
3.1	Stål, betong og heftspenninger i rissutviklingsstadiet. Forenklet figur av nødvendig heftlengde. a) Sentralarmert strekkelement med riss. b) Område med brudd i betongen, riss. c) Stålspenningsfordeling i risset område. d) Betongspenningsfordeling i risset område. e) Heftspenning i risset område. [6].	22
3.2	Tøyingsfordeling i effektivt betongareal, NS3473 (1992) [8]	24
3.3	I følge EC2 er ekvivalent buntareal = $3 \times$ stangareal. Dette gjelder ikke i praksis for buntomkrets.	28
3.4	Betraktning av svinntøyningsberegning i Model Code 2010	29
3.5	Spredning av strekkrefter overført til betongen gjennom heftspenninger langs armeringen [5].	30
4.1	Bjelketverrsnitt med dimensjoner [mm]	32

4.2	EC2 og MC10 med ulik dominerende overdekning. Beregningseksempel på bjelketverrsnitt med 350x450 mm, $\phi = 12$ mm og $\sigma_s = 200$ MPa. . . .	33
4.3	Tøyningdifferanse for varierende overdekning for EC2 og MC10.	34
4.4	Rissvidde for varierende overdekning for EC2 og MC10	34
4.5	Effekten av overdekning på rissvidde. Øvre graf gir rissvidde på bjelker med stor overdekning, nedre graf gir rissvidde på bjelker med liten overdekning [5].	36
4.6	Rissavstand for økende stangdiameter for EC2 og MC10	36
4.7	Tøyningdifferanse for økende stangdiameter for EC2 og MC10	37
4.8	Rissvidde for økende stangdiameter for EC2 og MC10	37
5.1	Bjelketverrsnitt med og uten bøylearmering. De fire nederste tverrsnittene gjelder for både bjelker med bøyleavstand $s = 100$ mm og $s = 300$ mm [5].	40
5.2	Bjelke 12-20-30	41
5.3	Bøylearmeringens effekt på rissavstand på bjelker med overdekning $c = 20$ mm. Bøyleavstanden er anvist på figuren og er henholdsvis 0 mm, 100 mm og 300 mm fra øverste til nederste bjelke [5].	44
5.4	Nedbøyning for bjelker med $\phi = 12$ mm. [5]	46
5.5	Nedbøyning for bjelker med $\phi = 25$ mm. [5]	47
5.6	Alternativer for beregnet rissavstand i nærheten av bøylearmering med $s = 200$ mm. Alternative rissavstander eksempelvis $s_{rm1} = 380$ mm, og $s_{rm2} = 420$ mm som ifølge NS3473 (1992) kan beregnes til en justert rissavstand = 400 mm [8].	48
A.1	Rissavstand for økende overdekning for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.	70
A.2	Relativ gjennomsnittstøyning for økende overdekning for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.	70
A.3	Rissvidde for økende overdekning for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.	70
A.4	Rissavstand for økende armeringsdiameter for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.	71
A.5	Relativ gjennomsnittstøyning for økende armeringsdiameter for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.	71
A.6	Rissvidde for økende armeringsdiameter for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.	71
A.7	Rissavstand for økende tverrsnittsbredde for EC2 og MC2010	72
A.8	Relativ gjennomsnittstøyning for økende tverrsnittsbredde for formelverkene EC2 og MC2010	72
A.9	Rissvidde for økende tverrsnittsbredde for EC2 og MC2010	72
A.10	Rissavstand for økende tverrsnittshøyde for EC2 og MC2010	73
A.11	Relativ gjennomsnittstøyning for økende tverrsnittshøyde for formelverkene EC2 og MC2010	73
A.12	Rissvidde for økende tverrsnittshøyde for EC2 og MC2010	73
A.13	Rissavstand for økende stålspenning for EC2 og MC10	74
A.14	Tøyningdifferanse for økende stålspenning for EC2 og MC10	74

A.15 Rissvidde for økende stålspenning for EC2 og MC10	74
B.1 Bjelketest 25-20-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 25 mm armeringsdiameter og 20 mm overdekning [5].	75
B.2 Bjelketest 12-20-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 12 mm armeringsdiameter og 20 mm overdekning [5].	75
B.3 Bjelketest 25-70-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 25 mm armeringsdiameter og 70 mm overdekning [5].	76
B.4 Bjelketest 12-70-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 12 mm armeringsdiameter og 70 mm overdekning [5].	76
C.1 Rissvidde for økende last på Bjelke 25-20-00.	77
C.2 Rissvidde for økende last på Bjelke 25-20-10	78
C.3 Rissvidde for økende last på Bjelke 25-20-30	78
C.4 Rissvidde for økende last på Bjelke 12-20-00	79
C.5 Rissvidde for økende last på Bjelke 12-20-10	79
C.6 Rissvidde for økende last på Bjelke 12-20-30	80
C.7 Rissvidde for økende last på Bjelke 25-70-00	80
C.8 Rissvidde for økende last på Bjelke 25-70-10	81
C.9 Rissvidde for økende last på Bjelke 25-70-30	81
C.10 Rissvidde for økende last på Bjelke 12-70-00	82
C.11 Rissvidde for økende last på Bjelke 12-70-10	82
C.12 Rissvidde for økende last på Bjelke 12-70-30	83

Symboler

$A_{c,eff}$	=	Effektivt betongtrekkareal
A_{ekv}	=	Ekvivalent buntareal
A_s	=	Totalt areal for langsgående slakkarmering
b	=	Tverrsnittsbredde
c	=	Betongoverdekning
d	=	Avstand fra armeringssenter til bjelketopp
E_c	=	Tangent-elasticitetsmodul for betong etter 28 døgn
E_{cm}	=	Sekant-elasticitetsmodul for betong etter 28 døgn
E_s	=	Elasticitetsmodul for armeringsstål
f_{cd}	=	Dimensjonerende sylindertykkfasthet for betong etter 28 døgn
f_{ck}	=	Betongens karakteristiske sylindertykkfasthet etter 28 døgn
$f_{ct,eff}$	=	Betongens effektive trykkfasthet
f_{ctk}	=	Betongens karakteristiske aksialtrekkfasthet
f_{ctm}	=	Betongens midlere aksialtrekkfasthet
f_{yd}	=	Armeringens dimensjonerende flytegrense
f_{yk}	=	Armeringens karakteristiske flytegrense
$h_{c,eff}$	=	Høyde i effektiv betongtrekksone
I_c	=	Betongtverrsnittets arealtrehetsmoment
$l_{s,max}$	=	Maksimal sliplengde mellom armeringsstål og betong
$s_{r,max}$	=	Største rissavstand
$s_{r,mean}$	=	Gjennomsnittlig rissavstand
s_{rk}	=	Karakteristisk rissavstand
s_{rm}	=	Gjennomsnittlig rissavstand
T_c	=	Trykkresultant i betong
w	=	Rissvidde
w_k	=	Karakteristisk rissvidde
w_m	=	Gjennomsnittlig rissvidde
w_{max}	=	Største rissvidde
x	=	Trykksonehøyde

α	=	Faktor i uttrykk for trykksonehøyde
α_e	=	Elastisitetsmodulforhold
β	=	Koeffisient
δl	=	Deformasjon i lengderetning
ϵ_c	=	Langsgående tøyning i betong
ϵ_{cu}	=	Tøyningsgrense for trykk i betongen
ϵ_{cs}	=	Totale svinntøyninger
ϵ_I	=	Største tøyning i betongstrekkareal
ϵ_{II}	=	Minste tøyning i effektivt betongstrekkareal
ϵ_{local}	=	Lokal tøyning
ϵ_{max}	=	Maksimal tøyning
ϵ_s	=	Langsgående tøyning i stålarmering
ϵ_{sm}	=	Gjennomsnittlig tøyning i stålarmering
ϵ_{yk}	=	Karakteristisk flytetøyning i stål
η	=	Materialstivhetsforhold
η_r	=	Koeffisient for svinntøyninger
κ	=	Krumning
ϕ	=	Armeringsdiameter
ϕ_{ekv}	=	Ekvivalent diameter for buntarmering
ρ	=	Armeringsforhold
$\rho_{p,eff}$	=	Effektivt armeringsforhold
s	=	Avstand mellom lengdearmering
σ_1	=	Største hovedspenning
σ_2	=	Minste hovedspenning
σ_c	=	Betongspenning
σ_s	=	Stålspenning
τ	=	Skjærspenning

Innledning

1.1 Bakgrunn og motivasjon

Rissutvikling i betong bør kontrolleres ved dimensjonering av armerte betongkonstruksjoner i alle størrelser. Betong som materiale må forventes å risse opp under påkjenning av last og setninger, men det er ønskelig å kontrollere opprissingen ved å praktisere rissviddebegrensning som beskrives i aktuelle formelverk. Bruksgrensedimensjonering innebærer rissviddebegrensning, noe en ingeniør må ta hensyn til for at betongen som materiale ikke svekkes eller mister sin bestandighet. Riss i betong kan føre til skader på armeringen og dermed svekke hele konstruksjonen, eller rett og slett være negativt for konstruksjonens utseende. Dersom riss beregnes tilstrekkelig nøyaktig kan konstruksjonens oppførsel ved last være forutbestemt.

Det er ønskelig å kartlegge rissteori som gir bakgrunn for formuleringen av rissformlene som anvendes i dag og for formlene som har blitt anvendt tidligere. Slik kan man komme fram til mulige forbedringer og tilfeller der rissoppførsel ikke nødvendigvis representeres godt nok av formlene.

1.2 Avhandlingens mål og omfang

Denne avhandlingen inneholder tolkning av rissteori og hvordan man beregner rissets størrelse i ulike konstruksjoner. Dagens og tidligere brukte formelverk som inneholder rissviddeberegning vil bli sammenlignet og tolket gjennom analyser, beregning og konkrete eksempler.

Rissformlene er definert ulikt i de forskjellige formelverkene, noe som kan føre til ulike rissviddeberegninger. Denne oppgaven vil se nærmere på sammensetning, teorigrunnlag

og utvikling av ulike formelverk og deretter sammenligne disse. Oppgaven vil i sin helhet belyse og besvare følgende mål:

- Å forstå den grunnleggende teorien bak rissdannelse i armert betong og sette seg inn i teorigrunnet som ligger bak sentrale formelverk som beregner rissvidder
- Å utføre et parameterstudie for å sette seg inn i de ulike parametrenes rolle, betydning og innvirkning på rissformlene
- Å utføre rissviddeberegning for 12 ulike bjelker med fire forskjellige formelverk
- Å presentere og diskutere rissformlenes oppbygging og funn fra avhandlingen som helhet
- Å presentere endelige konklusjoner som oppsummerer resultater, funn og diskusjonen i avhandlingen

1.3 Avhandlingens organisering og oppbygging

Denne avhandlingen er delt inn i syv kapitler som er ordnet i en rekkefølge for å gi avhandlingen en logisk sammenheng.

Etter de formelle innledende kapitlene begynner avhandlingen i kapittel 2 med å ta for seg rissteori som bygger opp til hvordan likevekt, materialeegenskaper og statistiske eksperimenter har ført til hvordan rissformlene er sammensatt. Det har vært ønskelig å presentere teorien bak rissformlene grundig, slik at en viss forståelse er grunnlagt for videre lesning i avhandlingen.

I kapittel 3 vil rissformler fra Model Code 2010 (MC2010), Eurokode 2 (EC2) og NS3473 bli presentert. Der vil det bli vektlagt hvilke forskjeller som er å finne mellom de aktuelle regelverkene, samt begrunnelser for ulike tolkninger i disse. Teorigrunnet fra kapittel 2 vil også belyses i de ulike versjonene av rissformlene.

I kapittel 4 presenteres et parameterstudie som ble gjennomført for å illustrere og kartlegge hvilke parametre som gir ulikt utslag i konkrete bjelkeeksempler. Dette kapitlet gir grunnlag for store deler av diskusjonen i kapittel 5.

I tillegg har det blitt gjennomført rissviddeberegninger på 12 ulike bjelker for de fire forskjellige formelverkene. Dette blir presentert i kapittel 5. Disse vil gi ulike resultater og det vil bli en diskusjon rundt rammebetingelsene for beregningene og formelens betingelser og anvendelsesområder.

Avslutningsvis vil det fremkomme en diskusjon i kapittel 6 som oppsummerer funn i arbeidet med denne oppgaven. Sentrale aspekter, forskjeller og spørsmål til rissformlenes oppbygging vil bli diskutert. I tillegg vil det fremkomme en diskusjon av referansene som er blitt brukt med fokus på ulik presentasjon av rissteori og formelverkenes sammensetning. Kapittel 7 inneholder en oppsummering og konklusjon av for avhandlingen, samt anbefalinger og idéer til videre arbeid.

1.4 Relevant litteratur

Denne oppgaven baserer seg i stor grad på formelverkene EC2, MC2010 og NS3473 og deres innhold og teorigrunnlag. I tillegg har det blitt benyttet ulike forskningsartikler og litteratur fra fagfolk som benytter seg av de aktuelle formelverkene for å beregne riss.

I 2013 utførte Caldentey et al. [5] et studie for å kartlegge innflytelse fra overdekning, $\phi / \rho_{s,ef}$ og bøyelavstand på armerte betongbjelker utsatt for konstant moment. Dette resulterte i en artikkel som presenterte rissmønster på 12 ulike bjelker, og som tok opp diskusjoner utenom det vanlige. Denne artikkelen var med på å danne grunnlaget for det som skulle bli Model Code 2010.

I 1985 publiserte Comité Euro-International du Béton (CEB) en design-manual som omhandler riss og deformasjoner i betongkonstruksjoner [3]. Denne tar for seg grunnleggende risst teori og går dypere inn i bakgrunnen for rissformlenes oppbygging basert på teori. Denne publiseringen omtaler innholdet i Model Code fra 1978 som i stor grad er sammenlignbar med dagens formelverk.

Denne avhandlingen tar for seg konkrete bjelkeeksempler der rissformlene og beregningsgrunnlaget anvendes i praksis. I tillegg er dette hovedsaklig en diskusjonsoppgave som har som mål å kartlegge likheter og forskjeller mellom aktuelle formelverk basert på litteratur, teori og praksis.

Kapittel 2

Bakgrunnsteori

2.1 Introduksjon

Dette kapitlet tar for seg nødvendig bakgrunnsteori for å gi et godt grunnlag videre i avhandlingen. Det er ønskelig å anvende rissteori for å kunne forstå hvordan rissformlene i de ulike formelverkene er bygd opp. Det vil fremkomme en introduksjon til hvordan riss oppstår, hvordan riss oppfører seg i armert betong og hvilke forutsetninger som antas for å kunne utføre rissviddeberegninger.

2.2 Rissteori

2.2.1 Årsaker til riss

Riss kan oppstå både i nystøpt, uherdet betong og i betong som har herdet ferdig. I nystøpt betong kan riss oppstå enten på grunn av plastisk kryp eller på grunn av plastiske setninger [3]. I herdet betong oppstår riss enten på grunn av laster (bøyning, spenninger, skjær, torsjon, heft osv.) eller på grunn av setninger (kryp, svinn, temperatureffekter, osv.) [1]. Det er dermed hovedsaklig to årsaker til riss. Den første er riss forårsaket av *fastholding*. Dette oppstår når betongelementet forsøker å trekke seg sammen som et resultat av temperaturforandring eller kryp og svinn, men blir hindret på grunn av fastholdning i stivere konstruksjonsdeler [3]. Fastholdning vil kun resultere i et fåtall riss ved lave spenningsnivå.

Ytre lastpåkjenninger er den andre årsaken til at riss oppstår. Dette innebærer at konstruksjonen er utsatt for bøyning, skjær, torsjon eller strekk. Slike lastpåkjenninger gjør at konstruksjonen gjennomgår to stadier, et *rissutviklingsstadie* og et stadium for *stabilisert rissmønstre*. Riss oppstår på forskjellige steder i løpet av rissutviklingsstadiet på

grunn av lokale svakheter i betongen. Etter et riss oppstår vil all strekkraft bæres av armeringen i det opprissede tverrsnittet. Strekkspenningen i betongen øker med avstanden fra risset ettersom krefter overføres av heftspenning mellom materialene. Etter en viss lengde vil kompatibiliteten mellom tøyningene i betongen og armeringen være gjenvunnet [1]. Denne lengden kalles *heftoverføringslengden*. Heftoverføringslengden er lengden langs armeringsjernene som kreves for å oppnå full heft mellom betongen og armeringen. Stabilisert rissmønster er oppnådd når det ikke kan dannes flere riss. I dette stadiet er rissene så tette at heftoverføringslengdene når hverandre.

Betong i trykk vil få riss parallelt med trykkraften, mens betong i strekk vil få riss normalt på strekkraften. Riss som dannes normalt på strekkraftens retning fører til et redusert betongstrekkareal. Dette gjør at betongens strekkfasthet nås raskere. På grunn av dette er betong lite egnet til å ta opp strekkraft, men svært godt egnet i trykk [3]. Opprissing kan også føre til at bestandigheten reduseres og konstruksjonens bæreevne vil svekkes.

Denne avhandlingen kommer hovedsaklig til å fokusere på rissutvikling forårsaket av ytre last.

2.2.2 Årsaker til risskontroll

Det er ønskelig å kontrollere rissdannelse i betongkonstruksjoner for å sikre god nok kapasitet i materialet. Riss bør også unngås med tanke på armeringskorrosjon og reduksjon av betongens bestandighet. Den viktigste grunnen til risskontroll og krav til minimum rissvidde er for å sikre god kvalitet på betongen.

Ut ifra hvilken eksponeringsklasse betongkonstruksjonen befinner seg i kan man finne rissviddekravet. Er konstruksjonen utsatt for store miljøpåkjenninger er rissviddekravene strengest. I Norge er dette kravet mellom 0.2 og 0.4 mm. Rissviddekravet er den største tillatte rissvidden i betongen i den gitte eksponeringsklassen. I følge Borosnyóis (2005) [1] antas rissvidden ved armeringen å være lik rissvidden ved betongoverflaten, selv om disse er forskjellige. Det er uenighet angående hvorvidt rissvidden skal måles på nivå med armeringen eller på betongoverflaten. For skallkonstruksjoner er dette et vanskelig tema. Dette vil bli diskutert i denne avhandlingen.

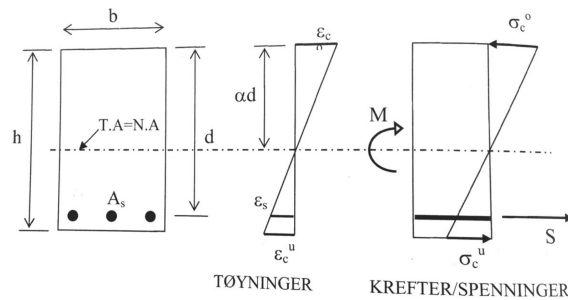
2.2.3 Rissutvikling i armert betong

Riss oppstår normalt på retningen til hovedtrykkspenningen, beregningsmessig når

$$\sigma_1 = f_{ctk,0.05}$$

som er betongens minimum karakteristiske strekkfastet basert på 5 %-kvantilen fra EC2 [10].

Utviklingen av riss kan beskrives med utgangspunkt i likevekt mellom kreftene og spenningene i betongen og armeringen. Når konstruksjonen utsettes for last som gir strekk i



Figur 2.1: Bøyning i uopprisset tverrsnitt [12].

betongen, vil det oppstå riss fordi den største strekkspenningen i betongen når betongens strekkfasthet ($f_{ctk,0.05}$).

Beregningsgrunnlaget for betongkonstruksjoner skiller mellom to ulike stadier for materialets oppførsel under påkjenning av rent strekk eller bøyning [3]. Disse er:

- Stadium 1: Uopprisset tverrsnitt
- Stadium 2: Opprisset tverrsnitt, der betongen i strekksone er opprisset og ikke bidrar til å ta opp noe av strekkspenningen.

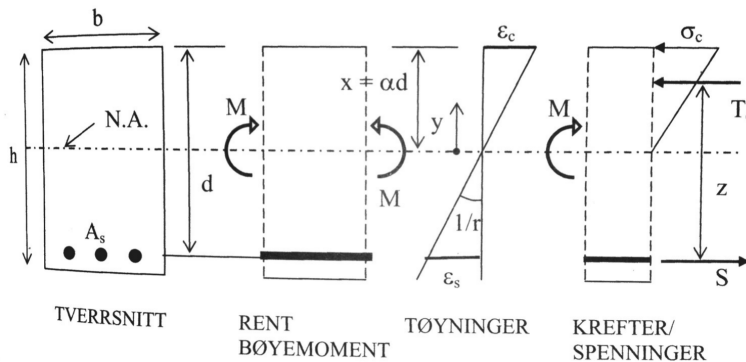
Stadium I er alle tilfeller hvor betongen kun har blitt utsatt for laster som gir lavere strekkspenninger enn betongens strekkfasthet [12]. Så fort lastpåkjenningen overskrider denne verdien vil riss oppstå. Hvert riss vil føre til en redusert betongstivhet. Økende last vil forårsake et økende antall riss og en redusert stivhet helt til betongen har fått et stabilisert rissmønster. Dette korresponderer med et stadium der stivheten er i nærheten av Stadium II [12]. Videre lastøkning vil ikke føre til flere riss, kun økning i rissvidde [3]. Det er kun armeringen som tar opp strekkraftene i rissene i strekksone når betongen begynner å risse opp [3]. Maksimal avstand mellom rissene ved stabilisert rissmønster lar seg beregne uavhengig av lastsituasjonen. Dette utdypes i kapittel 3.

Stadium I

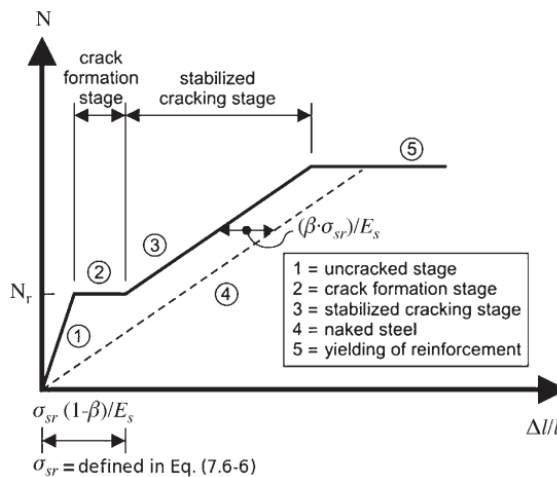
Når tverrsnittet er uopprisset er nøytralaksen og tyngdepunktsaksen på samme sted. Dette er tilstanden som tilsvare Stadium I som gjelder før tverrsnittet risser opp. Til tross for at betong har relativt liten strekkfasthet vil strekkspenningen i betongen være lavere enn strekkfastheten for lave lastnivå. Se figur 2.1 som illustrerer at strekkspenningen under N.A. er inkludert. Betongtverrsnittet vil da være uopprisset. [12]

Stadium II

Bruksgrensetilstand benytter Stadium II-teori til beregning av riss. Figur 2.2 illustrerer spenningsfordelingen i et opprisset tverrsnitt påkjent av bøyning. Stabilisert rissutvikling



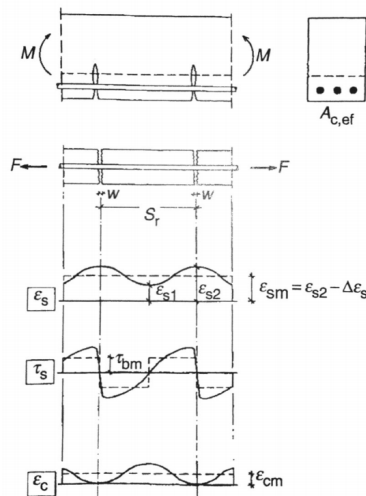
Figur 2.2: Bøyning i bruksgrensetilstanden [12].



Figur 2.3: Forenklet last. Tøyningsforhold for betongelement i strekk. Sentrisk armert [6].

er området hvor beregningsgrunnlaget i bruksgrensetilstand er gyldig for Stadium II. Stadium II tilsvarer den stiplede linjen i figur 2.3. Denne representerer last-forskyvningskurven til stålarmingen alene (*naked steel*). [12] [6]

Den heltrukne linjen i figur 2.3 viser en utvikling av tøyningen til armert betong som opplever både Stadium I- og Stadium II-oppførsel. Når man i bruksgrensetilstanden antar opprisset tverrsnitt, vil dette si at man regner i området *stabilized cracking stage*, stabilisert rissdannelse. Figur 2.3 viser en forenkling av overgangen mellom Stadium I og Stadium II. I virkeligheten vil denne overgangen skje gradvis [12]. Når lastnivået når N_r avsluttes Stadium I-oppførsel og rissutviklingsfasen inntreffer. I dette området vil deformasjonen øke. Dette er på grunn av at betongen mellom rissene fortsatt tar strekk. Dette kalles *tension stiffening*-effekten [12].



Figur 2.4: Tøyninger og heftspenninger i strekkstav [1].

2.2.4 Tension stiffening-effekten

Det antas at armeringen i et opprisset tverrsnitt bærer all strekkraft. En begrenset strekkraft forventes likevel å bli tatt opp av betongen mellom rissene [1]. Betongens bidrag i strekk gir likevel armeringen større stivhet til å motstå riss. Denne effekten er kjent som *tension stiffening*-effekten, fordi Youngs modul for armeringen er betydelig større medregnet betongens strekkbidrag. Figur 2.4 illustrerer *tension stiffening* med $\Delta\epsilon_s$ [1].

2.3 Bruksgrensetilstand

Bruksgrensetilstand svarer til en definert grense som ikke skal overskrides ved normal bruk av en konstruksjon. Dette innebærer spenningsbegrensning, rissviddebegrensning og nedbøyningsbegrensning. Disse begrensningene skal sørge for at konstruksjoner og konstruksjonselementer ikke overskrider en bestemt grense for bestandighet og funksjonsdyktighet [10]. I følge EC2 skal opprissing begrenses slik at ikke konstruksjonens opprinnelige funksjon og bestandighet reduseres eller gir den et uakseptabelt utseende [2].

Riss i betong er vanlig, og ikke nødvendigvis svekkende for konstruksjonen. Så lenge riss ikke reduserer konstruksjonens funksjon kan riss uten krav til begrensning av rissvidden tillates [10]. Formelverkene som inneholder rissviddebegrensninger tar utgangspunkt i konstruksjonens funksjon, eksponeringsklasse og kostnader for å begrense rissvidder. I bruksgrensetilstand antas betongtrykk å oppføre seg lineært, fordi man opererer med relativt lave trykkspenningsnivåer [12].

Grunnleggende antagelser for beregninger utført i bruksgrensetilstand [12]:

- Hookes lov er gyldig for lineært elastiske materialer. For rissberegning gjelder dette for betong i trykk og for stål i både strekk og trykk: $\sigma_c = E_{cm}\epsilon_c$ og $\sigma_s = E_s\epsilon_s$.
- Betong har svært lav strekkapasitet og antas derfor å ikke ha strekkfasthet. Betongen i strekksonen for fullstendig opprissing antas spenningsløs.
- Navier-Bernoullis hypotese er gyldig. Plane tverrsnitt forblir plane og normale til akse under påkjenning av bøyning.

Figur 2.2 illustrerer bøyning av et bjelketverrsnitt i bruksgrensetilstanden. Nøytralaksen (N.A.) angir tverrsnittets momentlikevekt og skillet mellom trykk- og strekksonen. I nøytralaksen er tøyningen lik null. Trykksonehøyden tilsvarer en parameter $x = \alpha d$ fra Navier-Bernoulli bjelketeori. Betongspenningen er lineært fordelt fra nøytralaksen og opp i trykksone. Når tverrsnittet begynner å risse og går over til bruddgrensetilstand, vil denne spenningsfordelingen bli ikke-lineær. Da beregnes betongtrykksone ulikt.

Likevekt i aksialretning gir:

$$T_c - S = \frac{1}{2}\sigma_c\alpha db - \sigma_s A_s = 0 \quad (2.1)$$

Innsatt Hookes lov i ligning 2.1:

$$\frac{1}{2}(E_{cm}\epsilon_c)\alpha db - (E_s\epsilon_s)A_s = 0 \quad (2.2)$$

Navier-Bernoullis sammenheng mellom tøyning og krumning gir for betong $\epsilon_c = \kappa\alpha d$ og for stål: $\epsilon_s = \kappa(1 - \alpha)d$. Krumning defineres som $\kappa = 1/r$. Dette innsatt i ligning 2.2 gir:

$$\frac{1}{2}E_{cm}(\kappa\alpha d) \cdot \alpha db - E_s(\kappa(1 - \alpha)d)A_s = 0 \quad (2.3)$$

som kan omskrives til

$$\frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{E_s}{E_{cm}}(1 - \alpha)\frac{A_s}{bd} = 0 \quad (2.4)$$

Ved å definere materialstivhetsforholdet til å uttrykkes med η , og armeringsforholdet til å uttrykkes med ρ , får man en andregradsligning for α som kan brukes til å finne trykksonehøyden.

Materialstivhetsforhold:

$$\eta = \frac{E_s}{E_{cm}},$$

Armeringsforhold:

$$\rho = \frac{A_s}{bd},$$

Dette gir andregradsligningen:

$$\alpha^2 + 2\eta\rho\alpha - 2\eta\rho = 0$$

med løsning:

$$\alpha = \sqrt{(\eta\rho)^2 + 2\eta\rho} - \eta\rho \quad (2.5)$$

Lengden $x = \alpha d$ representerer trykksonehøyden som er området i tverrsnittet hvor betongen tar opp trykkspenninger. Denne avstanden er uavhengig av størrelsen på lasten, noe som tilsier at nøytralaksens plassering er konstant for like tverrsnitt og vil ikke variere dersom momentet endres. Senere i avhandlingen vil bjelker med ulik armering og overdekning vurderes slik at faktoren d og A_s varierer. Dette vil påvirke trykksonehøyden.

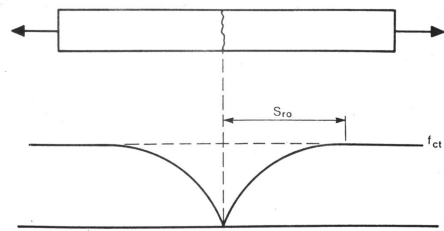
2.4 Beregningsgrunnlag

Rissviddeberegninger inngår i bruksgrensetilstand og dens beregningsmessige teorigrunnlag danner rammene for denne oppgaven. Det vil ikke bli fokusert på beregninger i bruddgrensetilstand. I denne avhandlingen benyttes definisjoner gitt i Eurokode 2 (EC2) for å skille mellom teorigrunnlaget for trykkspenning i bruks- og bruddgrensetilstand [10]. Det er viktig å skille mellom disse to ettersom spenningsnivået er lavere når man beregner i henhold til bruksgrensetilstand.

2.5 Beregning av riss

2.5.1 Beregning av rissavstand

Når et riss oppstår vil betongspenningen reduseres til null og det kreves en viss lengde langs armeringsjernet, *heftoverføringslengden*, før betongen igjen kan oppnå sin strekkfasthet. Dette er illustrert med s_{r0} på figur 2.5. Parameteren s_{r0} definerer den minste avstanden som kreves for å bygge opp maksimal strekk i betongen fra et eksisterende riss [3].



Figur 2.5: Betongspenningsfordeling i nærheten av riss og minste rissavstand [3].

Et effektivt betongareal $A_{c,eff}$ rundt strekkarmeringen kan antas å ta opp strekkspenninger i betongen i Stadium I. Parameteren $h_{c,eff}$ angir høyden på det effektive betongarealet og multipliseres med betongens bredde for å gi effektivt betongareal i strekk. Likevekten i uttrykk 2.6 illustrerer at heftspenningen rundt hvert armeringsjern og dens virkelengde virker mot strekkspenningen i den effektive betongstrekksonen. Dette er en likevektssituasjon med strekk over en effektiv betongstrekksonen ($f_{tk} \cdot h_{c,eff} \cdot b$) som danner likevekt ved heftoverføring til armeringen innenfor den samme sonen ($\tau \cdot Omkrets \cdot l_{sk}$), hvor τ er heftspenning, $Omkrets = \pi\phi$, og l_{sk} er nødvendig heftoverføringslengde.

$$f_{ct}A_{c,eff} = Omkrets \cdot \tau_{bm} s_{r0} \quad (2.6)$$

Et uttrykk for l_{sk} kan utledes med uttrykk 2.6 som utgangspunkt:

$$l_{sk} = \frac{f_{tk}A_{c,eff}}{\tau \cdot Omkrets} \quad (2.7)$$

$$l_{sk} = \left(\frac{f_{tk}}{\tau}\right) \frac{A_{c,eff}}{\pi\phi}$$

$$l_{sk} = \left(\frac{f_{tk}}{\tau}\right) \frac{A_{c,eff} \left(\frac{\phi}{4}\right)}{\pi\phi \left(\frac{\phi}{4}\right)} \quad (2.8)$$

$$l_{sk} = \left(\frac{f_{tk}}{\tau}\right) \frac{\frac{A_{c,eff}}{4} \phi}{A_s}$$

$$l_{sk} = \left(\frac{f_{tk}}{\tau}\right) \cdot 0.25 \frac{\phi}{\frac{A_s}{A_{c,eff}}}$$

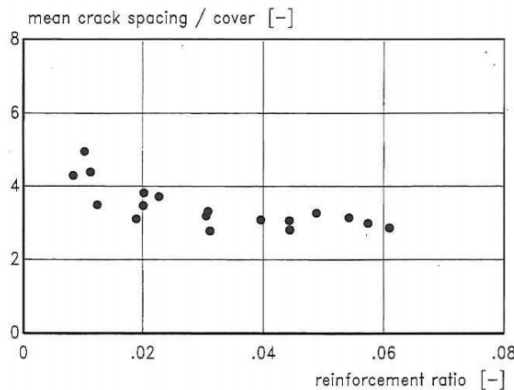
$$l_{sk} = \left(\frac{f_{tk}}{\tau}\right) \cdot 0.25 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (2.9)$$

Uttrykk 2.7 viser sammenhengen mellom hva som får heftlengden til å minke og øke. Når den effektive betongstrekksonen øker blir også heftlengden større. Dersom armeringsomkretsen øker vil heftlengden bli mindre. Man ønsker i utgangspunktet en relativt lav rissavstand, derfor er det gunstig med stor omkrets rundt armeringsjernene til å kunne overføre strekkspenning gjennom heft til betongen.

Uttrykk 2.9 angir heftoverføringslengden. Største rissavstand vil forekomme når to slike lengder når hverandre mellom to riss i Stadium II. Derfor er dette uttrykket grunnlaget for bestemmelse av rissavstanden. Likevel er det ikke dette uttrykket som benyttes til å beregne rissavstand i praksis. Uttrykk 2.9 tilsier at rissavstanden går mot null når armeringsforholdet, introdusert som $\rho_{p,eff}$, øker. Dette vil ikke stemme i praksis. Derfor har bjelkeeksperimenter ført til utledningen av en minimumsverdi l_{min} for heftlengden [4]. Dette gir formuleringen av heftoverføringslengden i uttrykk 2.10.

$$l_m = l_{min} + \frac{f_{ct}}{\tau_{bm}} \frac{A_{ceff}}{n\pi\phi} \quad (2.10)$$

Slik vil rissavstanden konvergere mot l_{min} -leddet når armeringsforholden ρ øker. Se figur 2.6 for empirisk plot av rissavstand for stabilisert rissmønster ved økende armeringsforhold [4]. Denne grenseverdien er i stor grad relatert til overdekningen og avstanden mellom lengdearmeringen, og er opphavet til det første leddet i rissavstandsformelen i 2.11 [4]. Denne utledningen ble utført av Beeby i 1972 og resulterte i den semi-empiriske rissavstandsformelen som benyttes i dag [4]. Formelen gjelder for stabilisert rissmønster [4].



Figur 2.6: Gjennomsnittlig rissavstand i stabilisert rissmønster. Funksjon av betongoverdekning og armeringsforhold [1].

Det eksisterer mange utgaver av rissavstandsformelen som både er basert på empiri og kraftlikevekt i materialene. Borosyóí og Balázs (2005) [1] gir en oversikt over 24 ulike versjoner av formelen for gjennomsnittlig rissavstand. Rissavstanden er uavhengig av lastens størrelse og bestemmes kun av tverrsnitts- og armeringsdimensjonene. Uttrykket for heftoverføringslengde og minimumsverdien for rissavstand danner formelen for rissavstand.

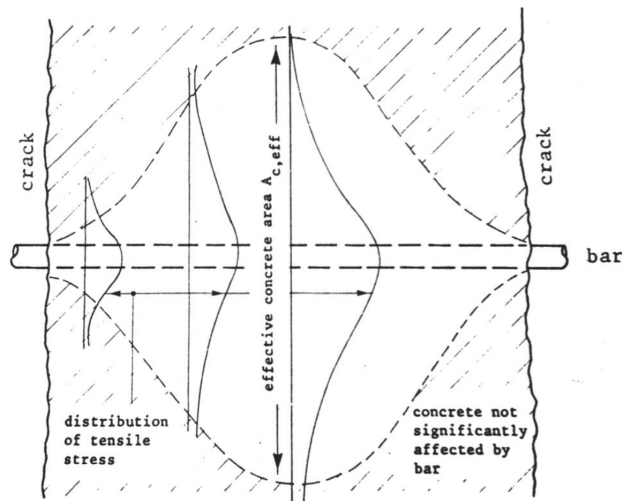
$$s_{rm} = 2\left(c + \frac{s}{10}\right) + k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \quad (2.11)$$

Formel 2.11 beregner gjennomsnittlig rissavstand i betongen og er hentet fra Beeby et al. (1985) [3], som tar for seg en eldre utgave av formelverket Model Code med tilhørende rissberegningsformler. Parameteren som angir avstand mellom lengdearmeringsjern s inngår ikke i rissformlene som benyttes i dag. Det første leddet i rissavstandsformelen kan beskrives på flere måter. Her forklares dette leddet som en minimumsverdi for rissavstanden, men i litteraturen er det ulike oppfatninger og argumenter for hvorfor dette leddet har

innvirkning på rissformlene. Dette diskuteres nærmere avslutningsvis i denne avhandlingen.

Effektivt betongtrekkareal

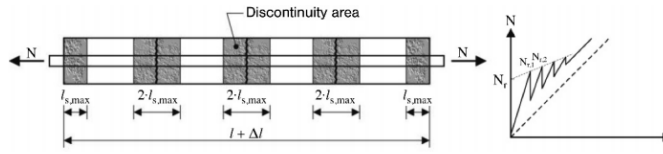
For å gi en tilstrekkelig tilfredsstillende formel er det nødvendig å definere et effektivt betongareal, som introdusert tidligere. Ulike eksperimenter har formulert definisjoner av effektivt betongareal for ulike lasttilfeller [3]. Strekkspenningene som skal overføres til betongen gjennom heft har begrenset heftoverføringslengde på grunn av den gitte avstanden mellom riss. Dette illustreres i Figur 2.7 [3].



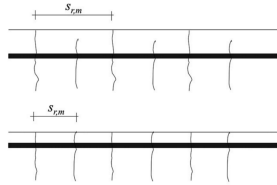
Figur 2.7: Konseptuell illustrasjon av strekkspenningens spredning i betongen mellom to riss [3]

Utleddning av rissavstandsformel

Det som er interessant med formuleringen av denne likevekten, er at omkretsen som opprinnelig er en "hovedvariabel" multipliseres med ϕ slik at det er armeringsarealet A_s som blir input i formelen, se uttrykk 2.8. Armeringsarealet i seg selv er uavhengig av antall jern. Omkretsen derimot, blir mindre effektiv for buntarmering, fordi omkretsen rundt hvert jern i bunt ikke blir fullstendig utnyttet. Det er altså egentlig omkretsen rundt armeringen som er avgjørende på heftlikevekten, ikke armeringsarealet. Dette bør ikke gi utslag i resultatet eller beregninger utført etter denne formelen, men likevektssammenhengen forsvinner og formelen blir vanskeligere å tyde for brukeren. Man kan da lure på om formlene er utformet på en slik måte at brukeren vanskelig kan se den originale sammenhengen fra likevekt. Utleddningen som resulterer i uttrykk 2.9 viser grunnlaget for rissformlene brukt til beregning av rissavstand. Likevektsprinsippet er det samme som er tatt utgangspunkt i for rissformlene i de fleste formelverk som ikke er basert på ren empiri. Figur 2.8 viser



Figur 2.8: Rissoppførsel for armert betong i strekk [5].



Figur 2.9: Forholdet mellom rissvidde på betongoverflate og overdekning. Propagering av sekundærriss [5].

heftoverføringslengden l_{sk} som går ut på begge sider av risset. For et lastnivå der det ikke er noen uforstyrrede regioner igjen mellom de forstyrrede regionene (l_{sk}) vil den største rissavstanden være nådd. Det vil ikke oppstå flere riss ved videre lastøkning, det vil si at stabilisert rissmønster er oppnådd.

Debonding length

Lengden som på godt norsk kalles *debonding length* er lengden som trengs for å bygge opp maksimal skjærspenning mellom armeringen og betongen fra der risset oppstår, målt langs armeringen [1]. Denne lengden er liten i forhold til den totale heftoverføringslengden. *Debonding length* beregnes i flere tilfeller til å være en-til-en med overdekningen, blant annet i MC2010 [6]. Det betyr at for en overdekning på for eksempel 40 mm, vil det gå omtrent 40 mm fra der risset oppsto før armeringen og betongen har maksimal heftspenning mellom seg. Figur 2.4 viser at heftspenningsfordelingen (τ_s) oppnår sitt maksimum ved en liten avstand fra risset. Denne avstanden er *debonding length*. Denne effekten skyldes sekundærriss som oppstår nær armeringen. Disse rissene bidrar til å fordele heftoverføringen og til å redusere rissåpning til primærriss langs armeringen. Når sekundærriss lukkes og slutter å propagere, vil tøyningene konsentreres i primærrissene og tøyningen øker.

Rissvidden øker med avstanden fra armeringen på grunn av at sekundærriss lukkes. Figur 2.9 illustrerer denne teorien, og viser i tillegg at armert betong med liten overdekning gir flere riss og mindre rissavstand. Liten rissavstand er gunstig for betongkapasiteten. Eksperimenter utført på NTNU i 2016 [7] viser at *debonding length* blir lenger for bøyeriss enn for et skjærriss. Skjærriss vil ikke bli videre diskutert i denne avhandlingen, men ved beregning av disse vil *debonding length* i så fall være kortere.

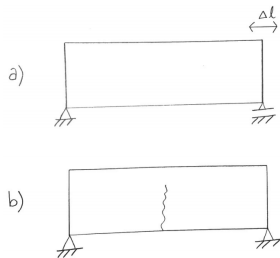
2.5.2 Beregning av tøyninger

I betongkonstruksjoner som er utsatt for riss vil armeringstøyningene som oppstår være størst i rissene, se figur 2.4. De gjennomsnittlige materialtøyningene ϵ_{sm} og ϵ_{cm} er vist på figuren. Tøyninger i konstruksjonen kan forårsakes av flere faktorer, slik som presentert tidligere.

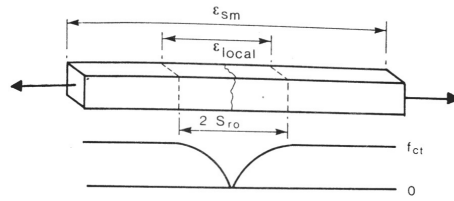
Betongkonstruksjoner er utsatt for kryp og svinn, og kan etter hvert utvikle økte tøyninger forårsaket av dette. Kryptøyning kommer av en ytre last på betongen, mens svinntøyning framstår som uavhengig av lastnivå. I en statisk bestemt konstruksjon vil kryp- og svinntøyninger forårsake deformasjoner i form av nedbøyning. Dette vil ikke påvirke rissvidden fordi bjelken er fri til å bevege seg horisontalt, se figur 2.10 a). I en statisk ubestemt konstruksjon derimot, vil svinn gi omlagring av krefter i materialet. Dette kan føre til opprissing når betongen er fastholdt og ikke kan trekke seg sammen, se figur 2.10 b). Det vil da oppstå *fastholdningsriss*. Disse kan også opptre som følge av temperaturendringer i materialet [3].

Som beskrevet tidligere er det kun over en viss lengde på hver side av risset (s_{r0}) hvor risset påvirker spenningsfordelingen i betongen. Dette betyr med andre ord at risset kun er påvirket av forholdene innenfor denne lengden, se figur 2.11. Tøyningen som trengs for å beregne rissvidden er altså tøyningene målt innenfor denne betonglengden (ϵ_{local}). Om det er deformasjonen av betongbjelken som helhet som skal beregnes, er det gjennomsnittlig tøyning over hele betongelementet som bør betraktes (ϵ_{sm}). Parameteren ϵ_{sm} benyttes til beregning i flere formelverk. Når et riss oppstår vil den lokale tøyningen øke, mens den globale tøyningen kun vil få et relativt lite utslag i økning [3]. Det er stort sett den globale tøyningen ϵ_{sm} som er interessant til rissberegning [3].

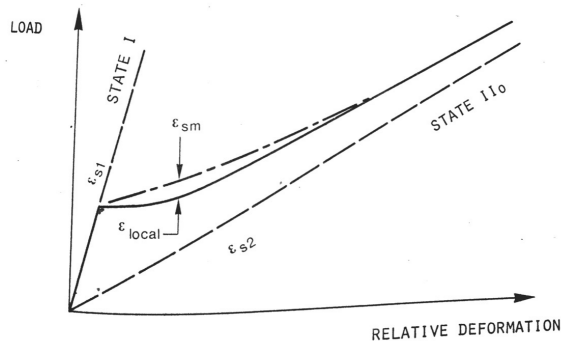
Ettersom riss oppstår når spenningen øker, vil samtlige riss være innenfor s_{r0} når betongen når et stabilisert rissmønster [3]. Slik vil til slutt ϵ_{lokal} og ϵ_{sm} være like, se figur 2.12.



Figur 2.10: a) Statisk bestemt bjelke ($R=0$). b) Statisk ubestemt bjelke ($R=1$).



Figur 2.11: Lokal og global tøyning, rissavstand [3].



Figur 2.12: Lokal og global tøyning i opprisset tilstand [3].

2.5.3 Beregning av rissvidde

Betong og stål har forskjellige materialegenskaper. Stål er duktilt og betong er sprøtt. Når en sammensetning av disse materialene er utsatt for en last er det differansen mellom stålets og betongens tøyning som gir riss. Rissvidden kan beregnes ved å integrere differansen mellom materialtøyningene.

$$w = \int_{-l_s}^{l_s} [\epsilon_s(x) - \epsilon_c(x)] dx \quad (2.12)$$

Deformasjon kan generelt uttrykkes som et integral av tøyningen

$$\epsilon = \frac{du}{dx} \Rightarrow u = \int_{2l_s} \epsilon dx$$

Formelverkene forenkler dette integralet ved å benytte de gjennomsnittlige tøyningverdiene ϵ_{sm} og ϵ_{cm} . Dette er de faktiske tøyningene til armeringen og betongen som vist i figur 2.4, der likevekt gjør at ståltøyningen øker når betongtøyningen avtar. Likevekt av materialdeformasjon innebærer at deformasjonen i betongen må være lik deformasjonen i armeringen. Dette beskriver Sørensen (2014) [12] med likevektsuttrykket:

$$w + s_r \cdot \epsilon_{cm} = s_r \cdot \epsilon_{sm} \quad (2.13)$$

Uttrykket for rissvidde blir da

$$w = s_r(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (2.14)$$

Dette uttrykket gir grunnlaget for hvordan rissviddeformlene er bygget opp i flere formelverk. Rissvidden er et produkt av rissavstand og relativ gjennomsnittstøyning.

Rissteori og materialegenskapene til armeringsstål og betong blir godt beskrevet av rissformlene slik de er satt sammen.

Kapittel 3

Rissformler

Dette kapitlet presenterer ulike formelverk som inneholder formler til beregning av rissvidde. Bakgrunnen for likheter og forskjeller mellom formelverkene vil belyses og diskuteres. Følgende formelverk benyttes i denne avhandlingen:

- Norsk Standard NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008, Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger
- *fib* Model Code for Concrete Structures 2010
- Norsk Standard NS3473:1992, Prosjektering av betongkonstruksjoner, Beregnings- og konstruksjonsregler
- Norsk Standard NS3473:2003, Prosjektering av betongkonstruksjoner, Beregnings- og konstruksjonsregler

I Norge brukes EC2 som standard for beregning og dimensjonering av betongkonstruksjoner. Denne standarden inngår i serien av Eurokoder og ble godkjent av CEN i 2004 [10]. EC2 inkluderer Nasjonalt tillegg NA som er tilleggsregler for norsk bygging. Kapittel 7.3 i Eurokode 2 [10] tar for seg rissviddebegrensning. EC2 er et regelverk som inneholder formelle krav, både nasjonalt og internasjonalt.

MC2010 er et mer pedagogisk verktøy som danner grunnlag for blant annet Eurokode 2. Den har til hensikt å fungere som et grunnlag for fremtidige formelverk for betong samt å presentere ny betongforskning og nye idéer for å oppnå optimal representasjon av betongens materialoppførsel [6]. MC2010 spesifiserer krav til beregning og gir i tillegg korresponderende forklaringer gjennom hele formelverket [6]. Slik har det en mer pedagogisk tilnærming til beregning av betongkonstruksjoner enn andre regelverk. Model Code 2010 inneholder færre formelle krav til bruksgrenseberegninger og er heller ikke et komplett lovverk, men et godt verktøy for teorigrunnlag bak formlene. Kapittel 7.6.4.3 - 7.6.4.4 i MC2010 omfatter henholdsvis rissviddebegrensning og rissviddeberegning som er relevant for denne avhandlingen [6].

NS3473 er ikke lenger i bruk til beregning og prosjektering av betongkonstruksjoner i Norge fordi den ble erstattet av EC2 i 2004. Denne er likevel interessant å benytte til sammenligning av rissformler. Dette er både fordi mange eksisterende konstruksjoner er prosjektert med denne som grunnlag, og fordi den fortsatt benyttes til beregning av offshorekonstruksjoner.

Det er noen forskjeller mellom disse formelverkene. Formlene for riss blant annet, skal representere den samme praktiske virkeligheten, men er likevel ikke identiske når det kommer til teoretisk presentasjon i formelverkene. Disse forskjellene vil bli diskutert i dette kapitlet. De samme eksponeringsklassene antas like for samtlige formelverk.

Den effektive høyden er bestemt ut ifra om man befinner seg i bruks- eller bruddgrensetilstand. Det er antatt lineær fordeling av betongtrykkspenningen for bruksgrensetilstand. Dette oppgis i både MC10 og EC2 gjennom en *spenningsbegrensning* for maksimal strekkspenning i armeringen på $0.8f_{yk}$ [10]. Dersom spenningen er høyere enn denne kan man anta at uakseptabel opprissing eller deformasjon er unngått. Dette kravet skiller altså mellom bruks- og bruddgrensetilstand slik at man benytter riktig beregningsgrunnlagene.

3.1 Rissformler fra Eurokode 2

Rissvidden er produktet av den største rissavstanden i betongen og tøyingsdifferansen mellom materialene. Formel 3.1 angir rissvidde, formel 3.2 angir største rissavstand og formel 3.3 angir den relative gjennomsnittstøyningen. Dette er de tre sentrale formelene for beregning av riss i EC2.

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (3.1)$$

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (3.2)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (3.3)$$

$$h_{c,eff} = \min \left\{ 2.5(h - d) ; \frac{h-x}{3} ; \frac{h}{2} \right\}$$

$$k_1 = 0.8, \text{ for stenger med god heft, (1.6 for glatte stenger).}$$

$$k_2 = 0.5, \text{ for bøyning og 1.0 for rent strekk.}$$

$$k_3 = 3.4, \text{ som kommer av statistikkledet 1.7 multiplisert med 2 for heftlengde i begge retninger}$$

$$k_4 = 0.425, \text{ kommer fra multiplikasjon med statikkledet 1.7. Dette gir}$$

$$k_4 = 0.25 \cdot 1.7 = 0.425$$

$$\rho_{p,eff} = A_s / A_{c,eff}, \text{ som er armeringsforholdet mellom betong og armering i strekksonen}$$

Bakgrunnen for rissavstandsformelen ble utledet i kapittel 2. EC2 har en semi-empirisk formulering som gir den største avstanden mellom to riss $s_{r,max}$. Formel 3.1 angir beregnet rissvidde for EC2 og formel 3.2 uttrykker den maksimale rissavstanden beregnet i Stadium II. Formel 3.3 gir differansen mellom tøyningen i stålet og tøyningen i betongen. Dette tallet vil alltid være positivt fordi stålet utsettes alltid for en større tøyning enn betongen. Spenningen i stålet σ_s kommer av den ytre påførte lasten. De andre parametrene avhenger av betongens og armeringens dimensjoner og materialegenskaper. EC2 har et minimumskrav til beregning av den relative tøyningdifferansen for å sikre bidraget fra *tension stiffening*.

EC2 inneholder også et avsnitt om *Rissviddebegrensning uten direkte beregning* som er en forenklet rissviddekontroll. Denne metoden er anvendbar for armerte eller forspente dekker i bygninger. Denne forenklete rissviddebegrensningen gir ut en empirisk spenningsverdi $\sigma_{s,tillatt}$ ut ifra bjelkens armeringsdiameter ϕ og senteravstand i det aktuelle dekket. Dersom beregnet σ_s er mindre enn denne er risskravet tilfredsstilt [10] [12].

3.2 Rissformler fra Model Code 2010

Rissformlene i MC2010 gir et estimat av rissvidder i et betongelement utsatt for rent strekk [6]. Rissvidden i MC2010 er produktet av heftoverføringslengden på begge sider av risset multiplisert med relativ gjennomsnittstøyning. Formel 3.4 angir rissvidden, formel 3.5 angir heftlengden på en side av risset og formel 3.6 angir den relative gjennomsnittstøyningen.

$$w_d = 2l_{s,max}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} - \epsilon_{cs}) \quad (3.4)$$

$$l_{s,max} = kc + \frac{1}{4} \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \quad (3.5)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} - \epsilon_{cs} = \frac{\sigma_s - \beta\sigma_{sr}}{E_s} - \eta_r \epsilon_{sh} \quad (3.6)$$

$$h_{c,eff} = \min \left\{ 2.5(h - d) ; \frac{h-x}{3} \right\}$$

k = 1.0, empirisk parameter som betrakter overdekningens innvirkning

β = 0.6 for kortvarig last under rissutvikling og stabilisert rissutvikling

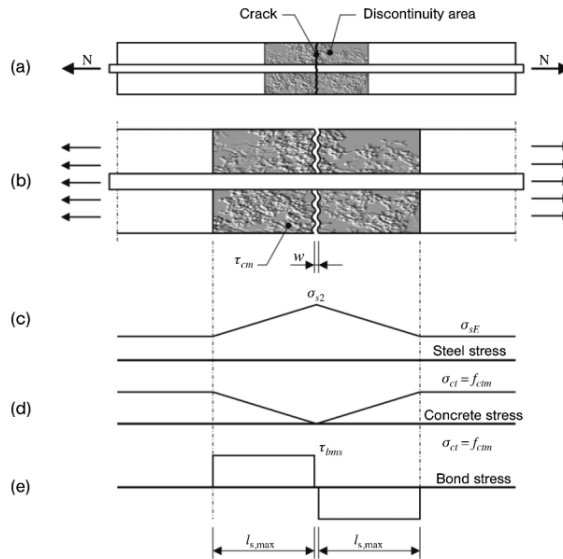
ϵ_{sh} = svinntøyning

η_r = 0 eller 1, koeffisient for svinntøyning

$\rho_{s,ef}$ = $A_s / A_{c,eff}$, armeringsforhold

τ_{bms} = $1.8 \cdot f_{ctm}(t)$, for kortvarig last under rissutvikling og stabilisert rissmønster

Parameteren σ_{sr} er den største stålspenningen i et riss når et stabilt rissmønster er dannet og beskriver betongens bidrag fra *tension stiffening*, se uttrykk 3.7 [6].



Figur 3.1: Stål, betong og heftspenninger i rissutviklingsstadiet. Forenklet figur av nødvendig heftlengde. a) Sentralarmert strekkeelement med riss. b) Område med brudd i betongen, riss. c) Stålspenningsfordeling i risset område. d) Betongspenningsfordeling i risset område. e) Heftspenning i risset område. [6].

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,ef}} \cdot (1 + \alpha_e \rho_{s,ef}) \quad (3.7)$$

Det spesifiseres at for betongelementer utsatt for bøyning vil formlene gi rissvidden på nivå med armeringen [6]. Figur 3.1 er hentet fra MC2010 og illustrerer hvordan heftoverføringslengden, $l_{s,max}$ måles. Heftoverføringslengden refereres til som $l_{s,max}$, som multipliseres med 2 for å gi største rissavstand for stabilisert rissmønster. Uttrykket for relativ gjennomsnittstøyning (3.6) er tilsvarende som i EC2, med unntak av at MC2010 inkluderer svinntøyningsleddet ϵ_{cs} .

Heftspenningen mellom betong og armering bestemmes av armeringens ruhet. Uttrykket for k_1 inneholder definisjonen av τ_{bms} fra MC2010 som skal ganges med to.

$$k_1 = \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} = \frac{f_{ctm}}{(1.8 f_{ctm})} = 0.56$$

Slik samsvarer dette forholdstallet godt med $k_1 = 0.8$ (eller 1.6) i EC2 også. MC2010 beskriver et krav til av den gjennomsnittlige tøyningen forårsaket av *imposed loads* (skryp, svinn, temperatureffekter, osv.) må være mindre enn en gitt størrelse for å være gyldig i rissutviklingsstadiet. Dersom disse tøyningene er større enn den gitte betingelsen befinner betongelementet seg i stadiet for stabilisert rissmønster. Slik som den er presentert

i MC2010 er ikke denne merknaden relevant videre i denne avhandlingen. Ved dimensjonering av svinn-, kryp- og temperaturdeformasjoner kan denne være sentral å merke seg.

3.3 Rissformler fra NS3473

Før EC2 ble innført som standard i Norge i 2004 var det NS3473 som ble benyttet til prosjektering av betongkonstruksjoner. Den har gjennom årene blitt revidert, men utgaven fra 2003 er fortsatt i bruk i offshore-sektoren i dag. NS3473 brukes også for beregning og kontroll av eksisterende konstruksjoner, blant annet bruer. Utgaven fra 1992 er ulik sin etterkommer på noen områder, derfor er det interessant å inkludere denne i sammenligningen. Rissformlene i NS3473 og EC2 er relativt like, men visse formelsammensetninger er forskjellige. Dette gjelder spesielt fremstillingen av *tension stiffening*-effekten.

3.3.1 Rissvidde i NS3473 (1992)

Rissviddeformelen i denne standardutgaven er satt sammen forskjellig fra de tidligere nevnte formelverkene. Rissviddeuttrykket er et produkt av ståltøyning, gjennomsnittlig rissavstand og effekten av *tension stiffening*. Dette gir en logisk sammenheng mellom bidragene som utgjør rissvidden. Formel 3.8 angir den karakteristiske rissvidden, faktoren r i uttrykk 3.9 angir *tension stiffening*-effekten og formel 3.10 angir midlere rissavstand.

$$w_k = 1.7w_m = 1.7 \cdot r \epsilon_1 s_{rm} \quad (3.8)$$

$$r = 1 - \frac{\beta}{2.5k_1} \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \geq 0.4 \quad (3.9)$$

$$s_{rm} = 2(c + 0.1s) + k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \quad (3.10)$$

k_1 = 0.4 for kamstang og spenntau, 0.6 for preget armeringsstang og 0.8 for glatt stang

k_2 = $(\epsilon_I + \epsilon_{II})/\epsilon_I$, Koeffisient som tar hensyn til tøyningfordelingen over tverrsnittet der ϵ_I og ϵ_{II} er henholdsvis tøyning i underkant og overkant av det effektive betongarealet som tar opp strekk, se Figur 3.2.

s = avstand mellom armeringsjern i lengderetning

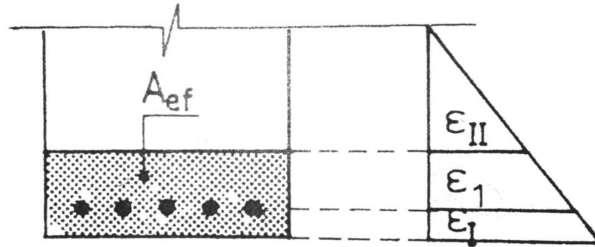
β = 1.0 for korttidslast og 0.5 for langtidslast

ϵ_1 = ståltøyning i armeringen

ρ_r = A_s/A_e , armeringsforhold der A_e = effektivt betongstrekkareal

σ_{sr} = armeringsspenning for risslast beregnet ved Stadium II-stivhet

NS3473 (1992) beregner både rissviddens beregningsmessige middelverdi w_m , og rissviddens karakteristiske verdi w_k . Faktoren 1.7 er som tidligere nevnt et statistikkledd som er empirisk utledet fra forsøk [8].



Figur 3.2: Tøyingsfordeling i effektivt betongareal, NS3473 (1992) [8]

NS3473 (1992) inneholder en merknad for tilfeller med bøylearmering, også kalt tverrstenger. Formelverket fastslår at:

For armering med faste tverrstenger med innbyrdes avstand s , kan rissavstanden settes lik ns , hvor n er et heltall, dersom beregnet rissavstand ligger mellom ns og $(n + 0.3)s$. [8]

Denne merknaden innebærer at den teoretiske rissavstanden må regnes ut først, for deretter å bli sammenlignet med bøyleavstanden s . Parameteren n refererer til et antall bøyleavstander fra der første riss har oppstått. Dersom den beregnede rissavstanden er større enn n antall bøyleavstander og mindre enn en øvre grense $(n - 0.3)s$, antas det neste risset å oppstå på den nærmeste tverrarmeringens plassering. Denne antagelsen om at rissavstand kan beregnes ut ifra bøylearmeringens plassering har senere blitt fjernet fra formelverkene og inngår verken i EC2, MC2010 eller NS3473 (2003).

3.3.2 Rissvidde i NS3473 (2003)

Denne utgaven av betongstandarden skiller mellom to risstilstander, *Stabilisert rissmønster* og *Rissvidde ved enkeltriss*. Enkeltriss er en tilstand der det ennå kun har oppstått ett riss i en konstruksjonsdel, altså en situasjon rett etter opprissing. *Stabilisert rissmønster* er en tilstand på et noe høyere lastnivå. Stadium II er typisk det samme som stabilisert rissmønster. Ved enkeltriss regner man med Stadium II i risset, men med Stadium I i resten av konstruksjonen. Rissvidden beregnet for enkeltriss skal ikke antas å være større enn rissvidden beregnet for stabilisert rissmønster [9].

Rissvidde ved enkeltriss

Det beregnes enkeltriss dersom bjelketverrsnittet er lavt utnyttet og det ikke er oppnådd et stabilisert rissmønster, se formel 3.11 [9]. Da kan det antas at influenslengden er lik to

ganger armeringens heftoverføringslengde ($l_{sk} = 2l_t$)

$$w_k = 2l_t(1 - \beta_1)(\epsilon_{s2} - \epsilon_{cs}) = 2l_t(1 - \beta_1)\left(\frac{\sigma_{s2}}{E_{sk}} - \epsilon_{cs}\right) \quad (3.11)$$

l_t = heftoverføringslengden på hver side av risset
 $\beta_1 = 0.6$
 σ_{s2} = armeringsspenningen for snittkreftene i risset

Stabilisert rissmønster

Den beregningsmessig karakteristiske rissvidden i en strekksone kan generelt beregnes på grunnlag av uttrykk 3.12. Betongen beregnes som påkjent av strekkrefter og vanlig svin [9].

$$w_k = l_{sk}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} - \epsilon_{cs}) \quad (3.12)$$

Svinntøyningen ϵ_{cs} har blitt inkludert i denne utgaven av rissviddeformelen fra 2003. Dette gjør at rissviddeformelen får lik oppbygging som i MC2010. Ved et stabilisert rissmønster settes heftoverføringslengden l_{sk} lik den karakteristiske rissavstanden s_{rk} , se formel 3.13.

$$s_{rk} = 1.7s_{rm} = 1.7\left\{s_{r0} + \frac{k_c A_{c,eff}}{\sum\left(\frac{\pi\phi}{f_{tk}k_b/\tau_{bk}}\right)}\right\} \quad (3.13)$$

$f_{tk}/\tau_b = 0.75$ for kamstang (1.15 for preget stang og 1.50 for glatt stang)
 $k_b = 0.15n + 0.85$, koeffisient som tar hensyn til redusert heft for buntarmering
 $k_c = (1 + \epsilon_{II}/\epsilon_I)/2$, koeffisient som tar hensyn til tøyingsfordelingen over tverrsnittet
 $s_{r0} =$ settes lik overdekningen (c)

Summen i nevnerleddet omfatter all armering som ligger innenfor $A_{c,eff}$ [9]. Rissavstandsformelen i NS3473 (2003) inneholder ikke leddet som tar hensyn til stangavstand, s , slik som den gjorde i utgaven fra 1992. Formelen har kun med bidraget fra overdekningen i dette leddet. Dette er resultatet av en revisjon som ble gjort etter utgivelsen av NS3473 (1992), hvor bidraget $0.1s$ ble fjernet fra rissavstandsformelen. Se formel 3.10 sammenlignet med formel 3.13. Denne har også tidligere vært inkludert i eldre utgaver av Model Code, ifølge Caldentey et al. (2013) [5]. Tillegget i dette formelverket gir informasjon om beregning av svinntøyningen ϵ_{cs} , og midlere betongtøyning er uttrykt ved

$$\epsilon_{cm} = \beta_s f_{tk}/E_{ck}$$

hvor β settes lik 0.6.

3.4 Likheter og forskjeller hos formelverk

Formelverkene som presenteres i dette kapitlet samsvarer i stor grad når det gjelder beregning av rissavstand, tøyninger og rissvidde. Det finnes også forskjeller som gjør at rissviddeberegningene i de fire formelverkene kan gi ut forskjellige verdier. Dette avsnittet tar for seg områdene i formlene som presenteres forskjellig. I kapittel 6 vil det fremkomme en grundigere diskusjon av forskjellene som er funnet.

3.4.1 Empirisk faktor

I NS3473 fra 1992 inngår statistikkledet 1.7 i selve rissviddeformelen. Fremgangsmåten for beregning går ut på at man regner ut gjennomsnittlig rissvidde w_m , deretter multipliseres denne med 1.7 og man får w_k , karakteristisk rissvidde (uttrykk 3.8). I NS3473 fra 2003 inngår 1.7 i rissavstandsformelen (uttrykk 3.13). Disse alternativene gir ingen forskjell i total rissvidde, men det er likevel interessant å se hvor forskjellig denne faktoren plasseres. I EC2 er 1.7-leddet inkludert i konstantene k_1 og k_3 (uttrykk 3.2), i motsetning til i NS3473. I MC2010 er ikke statistikkledet 1.7 med i rissviddeformelen i det hele tatt (uttrykk 3.4). Det er bemerkelsesverdig at denne statistikkfaktoren ikke inngår i noen av rissformelen i MC2010. Det fremkommer ingen forklaring på dette i regelverket i seg selv, dette med tanke på at den er ekskludert fra alle parametre, derfor er årsaken til dette uklart for denne avhandlingen.

3.4.2 Ulike uttrykk for *tension stiffening*

Som tidligere nevnt innebærer begrepet *tension stiffening* at betongen bærer strekkspenninger mellom rissene. Beregninger utføres i Stadium II, men betongen har et bidrag fra innvirkningen i Stadium I. Det finnes ulike krav til hvor stort bidrag man kan anta fra betongen, og uttrykk for dette har også variert i ulike utgaver av formelverkene.

I NS3473 (1992) ble en faktor r , som beskriver betongens bidrag fra *tension stiffening*, multiplisert med tøyningen for nakent stål (ϵ_s). Dette produktet beskriver tøyningen i den armerte betongen godt. I dagens EC2-formler beskrives dette bidraget som en del av uttrykket for betongtøyning, noe som framstår som mindre intuitivt (se uttrykk 3.3). EC2 og MC2010 beskriver kompliserte uttrykk hvor det er mer innviklet å forstå logikken bak betongens bidrag i strekk. Formlene uttrykker den samme effekten, men på ulikt vis.

3.4.3 Ulike uttrykk for effektivt betongareal i strekk

Formelverkene har ulike måter å beskrive den effektive betonghøyden $h_{c,eff}$, og den har endret seg gjennom årene i de forskjellige rissviddeformlene. I NS3473 (1992) beskrives $h_{c,eff}$ slik:

$$h_{c,eff} = c + \frac{\phi}{2} + 7.5\phi \leq \frac{h - \alpha d}{2}$$

I revisjonen av NS3473 som ble utgitt i 2003, ble $h_{c,eff}$ endret til å bli beregnet slik som den blir i EC2 og MC2010 i dag. Der ser $h_{c,eff}$ slik ut:

$$h_{c,eff} = 2.5(h - d) \leq \frac{h - \alpha d}{3}$$

Denne endringen av effektivt betongtrykkareal resulterte i en lavere $h_{c,eff}$ enn tidligere. Dette har innvirkning på $\rho_{p,eff}$ som både inngår i rissavstandsformelen og tøyningssdifferanseformelen. Resultatet av dette er at beregnet rissvidde blir mindre med dagens formler enn slik den ble beregnet i 1992 med NS3473. Dette er et eksempel på at rissformlene har blitt *mindre* konservative over tid.

EC2 inneholder et tredje alternativ for å uttrykke effektiv høyde:

$$h_{c,eff} = \min\left\{2.5(h - d); \frac{h - x}{3}; \frac{h}{2}\right\}$$

Uttrykket $h/2$ vil sjelden inntreffe i praksis. Dersom trykksonehøyden x går mot null vil $h/3$ fortsatt være det minste alternativet.

3.4.4 Diskusjon av buntet armering

Formelverkene har ulike formler i tilfeller der det benyttes buntet armering. I slike tilfeller er det hensiktsmessig å regne ut en ekvivalent diameter, ϕ_n . Armeringsbunten erstattes dermed av en fiktiv stang med samme tverrsnittsareal og samme tyngdepunkt som bunten [10]. Ekvivalent diameter i EC2 beregnes i henhold til formel 3.14.

$$\phi_n = \phi \sqrt{(n_b)} \leq 55 \text{ mm} \quad (3.14)$$

n_b er antallet stenger i bunten, og er begrenset til følgende:

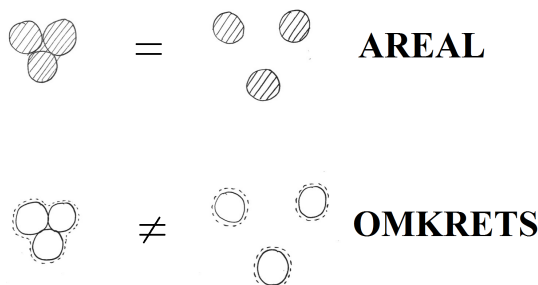
$$\begin{aligned} n_b &\leq 4 && \text{for vertikale stenger i trykk og for stenger i en omfarings skjøt} \\ n_b &\leq 3 && \text{for alle andre tilfeller} \end{aligned}$$

Den ekvivalente diameteren benyttes til videre dimensjonering for betongkonstruksjoner med buntarmering. I NS3473 (2003) beregnes ekvivalent diameter i henhold til formel 3.15 hvor n er antall jern med diameter ϕ .

$$\phi_{ekv} = \phi \cdot k_b = \phi \cdot (0.15n + 0.85) \quad (3.15)$$

Denne formelen er satt sammen forskjellig i forhold til formel 3.14, fra EC2. Tabell 3.1 viser en oversikt over utregninger av ekvivalente diameterer og ekvivalente areal for EC2 og NS3473 (2003). Tabellen tar for seg et eksempel med to, tre og fire jern i samme bunt hvor alle jernene har 12 mm diameter. De ekvivalente arealene (A_{ekv}) sammenlignes med reelt stålareal (A_s) for hver av formelverkene.

n	A_s	NS3473			EC2		
		ϕ_{ekv}	A_{ekv}	A_{ekv}/A	ϕ_{ekv}	A_{ekv}	A_{ekv}/A
2	226	13.8	149	0.66	17.0	226	1
3	339	15.6	191	0.56	20.8	340	~ 1
4	452	17.4	238	0.52	24.0	452	1

Tabell 3.1: Ekvivalent diameter og ekvivalent areal for bunter

Figur 3.3: I følge EC2 er ekvivalent buntareal = $3 \times$ stangareal. Dette gjelder ikke i praksis for buntomkrets.

Tabell 3.1 viser at for EC2 er ekvivalent buntareal det samme som det reelle arealet. For NS3473 (2003) derimot, er det ekvivalente buntarealet kun litt mer enn halvparten av det reelle arealet. Dette kan tyde på at nyere formelverk kanskje er litt mindre konservative, i hvert fall med tanke på beregning av buntarmering. Så lenge dette skal benyttes til armeringsdimensjonering er man på den sikre siden med dette grunnlaget. NS3473 (2003) vil gi konservative beregninger.

Som tidligere utledet er det omkretsen rundt lengdearmeringen som overfører strekkspenninger gjennom heft til betongen. Dette er for å stå imot betongtrekkspenningene i en likevektssituasjon. Hvis konstruksjonen har buntarmering er det viktig at den reelle omkretsen blir brukt som beregningsgrunnlag, eventuelt en mer konservativ metode.

Ekvivalent buntareal tilsvarer reelt areal for formelene i EC2. Dersom EC2 også beregner *ekvivalent* buntomkrets til å tilsvare *reell* buntomkrets, vil dette gi for stor heftoverflate langs armeringen og dermed føre til kortere rissavstand. Slik vil rissvidden bli underestimert, noe som kan være kritisk for betongkonstruksjonen.

På en annen side er det ikke nødvendigvis korrekt å påstå at ekvivalent buntomkrets tilsvarer reell buntomkrets kun fordi denne sammenhengen gjelder for arealet. Arealformelen er en andregradsfunksjon (ϕ^2), mens omkretsformelen er en lineær funksjon (ϕ). Man kan ikke uten videre anta samsvar mellom disse variablene med ulik potens.

Det er likevel interessant å se hvor stor forskjell det er mellom utregningene av ekvivalent bunt diameter for de to formelverkene. Det blir ukorrekt å overføre arealsammenhengen direkte til å gjelde for omkrets, men dette til ettertanke. Formelen for rissavstand har armeringsareal som input, eventuelt buntareal i aktuelle tilfeller. Når buntarealet øker, blir

rissavstanden kortere. For det ekvivalente buntarealet i NS3473 (2003) vil rissavstanden ikke forkortes like mye som for EC2. Dette gjør at NS3473 (2003) er mest konservativ.

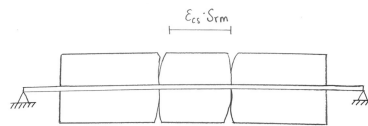
3.4.5 Beregning av svinntøyning

Formelverkene har ulike tolkninger av hvordan svinntøyning skal tas med i beregning av rissvidde. MC2010 og NS3473 (2003) har svinntøyning inkludert som et eget ledd i formelen for relativ gjennomsnittstøyning. EC2 og NS3473 (1992) har utelukket et eget svinntøyningsledd.

De ulike regelverkene har forskjellige teoribetraktninger av opprissing i bjelker med tanke på effekten av svinn. Figur 2.10 a) viser en statisk bestemt bjelke som unngår rissviddeøkning når svinn oppstår fordi hele bjelken vil trekke seg sammen aksielt tilsvarende svinntøyningen. Figur 2.10 b) viser en statisk ubestemt bjelke hvor svinntøyning fører til større rissvidde på grunn av den aksielle fastholdningen. Denne betraktningen gir grunnlag for *Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 3: Siloer og beholdere* [11] som tar for seg situasjoner der riss oppstår som følge av ulik fastholdningsgrad. I dette formelverket har en statisk bestemt konstruksjon fastholdningsgrad $R = 0$, mens statisk ubestemte konstruksjoner har fastholdningsgrad R i intervallet mellom 0 og 1. Slik vil ikke svinntøyningene gi utslag på rissviddene for statisk bestemte konstruksjoner, se uttrykk 3.16 under for rissgivende svinndeformasjon.

$$\delta_{svinn} = R \cdot \epsilon_{cs} \cdot s_{rm} \quad (3.16)$$

MC2010 har en annen vinkling og betrakter en bjelke (eller konstruksjonselement) som om den har fastholdning i armeringen og betongen er fri til å svinne mellom rissene, se figur 3.4. Rissviddebidraget fra svinn beregnes som $\epsilon_{cs} \cdot s_{rm}$, og inkluderer ikke en egen parameter for fastholdningsgrad. I MC2010 er $\epsilon_{cs} = \eta_r \epsilon_{sh}$, der $\eta_r = 0$ for rissutviklingsstadiet og 1 for langtidslast i stabilt rissmønster. Slik vil svinntøyningen kun betraktes når den inntre i praksis.



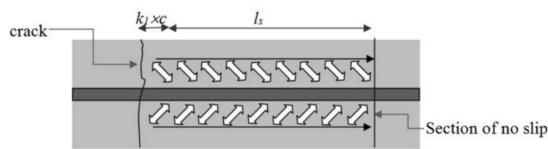
Figur 3.4: Betraktning av svinntøyningsberegning i Model Code 2010

Generelt er det slik at fastholdning gir utslag i σ_s som påvirkes av momentets og aksialkraftens størrelse i aktuell fastholdningssituasjon. Dersom fastholdningskreftene på grunn av svinn bestemmes i den statiske analysen, og disses bidrag til σ_s bestemmes ved dimensjonering, er svinn tatt med i rissviddeberegningen. Dette er sannsynligvis bakgrunnen for

at EC2 og NS3473 (1992) ikke nevner svinn spesielt i forbindelse med rissviddeberegning. Det spesifiseres eksempelvis i EC2 at faktoren ϵ_{sm} tar hensyn til virkningene av stivhetsøkningen mellom rissene fra betongen [10].

3.4.6 Rissavstandsformelens bakgrunnsteori

Det er uenighet i forskermiljøet om hva som er bakgrunnen til det første leddet i rissavstandsformelen, se for eksempel uttrykk 3.2 for rissavstandsuttrykket i EC2. Ifølge Braam (1990) [4] er det første leddet i rissavstandsformelen empirisk utledet, slik som vist i kapittel 2. Braam [4] forklarer at rissavstanden konvergerer mot en minimumsavstand l_{min} når armeringsarealet øker. Denne minimumsavstanden er i denne forklaringen en funksjon av overdekningen c og armeringsavstanden s [3]. Denne forklaringen gjør at den totale rissavstandsformelen er semi-empirisk. Andre forskningsbaserte versjoner av rissavstandsformelen angir denne minimumsavstanden til å være nøyaktig 50 mm og uavhengig av andre parametre. [4].



Figur 3.5: Spredning av strekkrefter overført til betongen gjennom heftspenninger langs armeringen [5].

En annen forklaring på teorigrunnlaget til k_1c -leddet i rissavstandsformelen har å gjøre med overdekningsdeformasjonen i betongen. Ifølge Caldentey et al. (2013) [5] kan det første leddet i rissavstandsformelen, som er avhengig av overdekningen, forklares med behovet for å overføre strekkspenninger fra armeringsoverflaten til senter av det effektive betongstrekkearealet på hver side av armeringen. Caldentey et al. [5] begrunner dette med at det kreves en viss spredning av strekkrefter for at betongen skal risse opp. Overdekningsdeformasjon vil gi økt rissvidde, derfor inngår denne i rissavstandsformelen som igjen er en del av formelen for rissvidde. Figur 3.5 illustrerer en *debonding length* fra risset som viser hvor langt fra risset heftspenningene kan antas å virke fra. Denne lengden er som nevnt tidligere antatt til å være en-til-en med overdekning [5]. Denne verdien ($k_1 \times c$) tilsvarer uttrykket for det første leddet i rissavstandsformelen [5]. Derfor er rissavstanden avhengig av overdekningen, sett fra et teoretisk standpunkt i denne forklaringen [5].

Denne forklaringen motsier delvis forklaringen til Braam (2005) [4] som har fokusert på å utlede en rissavstandsformel basert på empiriske forsøk. Forskningen til Caldentey et al. har fokus på grunnlaget for rissviddeberegning og lar dermed rissavstandsformelen representere dette [5].

Kapittel 4

Parameterstudie

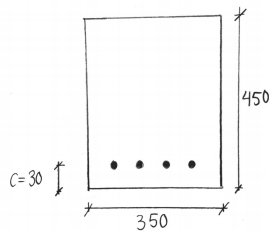
4.1 Introduksjon

Det har blitt utført en studie for effekten av endringer av de ulike parametrene i rissformlene på bjelker. Dette har blitt utført i Excel for rissformlene i Eurokode 2 og Model Code 2010 som ble presentert i kapittel 3. Et parameterstudie gir god forståelse av hvordan formelene er bygd opp og hvilke endringer og betingelser som gir størst utslag på beregninger. Studiet ble gjennomført med varierende stangdiameter, overdekning, bredde, høyde og stålspenning. Dimensjonene som ble brukt er som vist i figur 4.1 med stangdiameter $\phi = 12$ mm. Tabell 4.1 viser gyldige parametre i formelverkene som er benyttet til beregning. Det er interessant å se på effekten av overdekning, stangdiameter og stålspenning. Variasjon av bredde og høyde gir generelt få uventede resultater når man ser på et bjelketverrsnitt med en konstant stålspenning. Hvis bredde eller høyde økes får man økt rissavstand og rissvidde. Den relative tøyningdifferansen vil bli lavere når tverrsnittet øker [5].

Grafene i dette kapitlet viser rissavstand, tøyningdifferanse og rissvidde som funksjoner av de forskjellige variablene. Det er kun variasjon av stålspenningen (σ_s) som har direkte med lasten å gjøre. Denne holdes konstant i de tilfellene der det er ønskelig å kartlegge rissviddens påvirkning fra tverrsnittdimensjonens variasjon. Det ble generelt forventet at rissvidden vil øke når de strekkbærende parametrene reduseres. Basert på teori forventes det også at rissvidden øker når overdekningen øker.

Eurokode 2	Model Code 2010	NS3473
$f_{ct,eff} = f_{ct,m} = 2.6$	$\tau_{bms} = 1.8 f_{ctm}$	$f_{tk} = 1.4MPa$
$k_t = 0.6$	$f_{ct,eff} = f_{ct,m} = 2.6$	$k_w = 1.0$
		$k_c = 1.0$

Tabell 4.1: Gyldige parametre brukt i formler til beregning [10] [6] [8]



Figur 4.1: Bjelketverrsnitt med dimensjoner [mm]

I praksis vil rissvidden bli større når avstanden inn til armeringen øker. Overdekningen påvirker altså rissvidden fordi det er færre primærriss som når betongoverflaten når overdekningen øker [5]. Stor overdekning vil resultere i større rissvidder ved betongoverflaten fordi det er det færre indre riss som propagerer helt ut til overflaten. Likevel kan det forventes at rissvidder på nivå med armeringen er like, uavhengig av overdekningens størrelse [5].

I dette parameterstudiet er det beregningen av α og størrelsen på σ_s som skiller mellom bruks- og bruddgrensetilstand. Det er kun blitt beregnet basert på bruksgrenseteori. For høye stålspenninger vil prosjektering til vanlig kompensere med å velge mer høyfast armering eller en høyere betongklasse for å ha tilstrekkelig kapasitet i tilfeller med høye spenninger i bruksgrensetilstand.

4.2 Overdekning

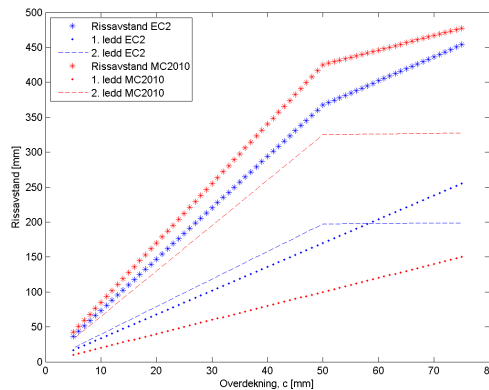
I dette avsnittet vil alle variablene holdes konstante med unntak av overdekningen c som vil variere. Dette er et studie av overdekningens påvirkning på rissformlene.

4.2.1 Innvirkning på største rissavstand

Største rissavstand for en betongbjelke vil øke når overdekningen øker. Beregning av største rissavstand er uavhengig av lastsituasjon derfor har overdekningen stor påvirkning. Rissavstandsformlene i EC2 og MC2010 har samme utgangspunkt, men inneholder ulike konstanter. I uttrykkene under er konstantene innsatt slik at man kan se på overdekningen c som eneste variabel.

Eurokode 2	Model Code 2010
$s_{r,max} = 3.4c + 0.17 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}$	$2 \cdot l_{s,max} = 2.0c + 0.28 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}$

Overdekningen c inngår i forholdstallet $\phi/\rho_{p,eff}$, men den gir samme verdi for begge formelverkene. Det er kun konstantene som er forskjellige i disse formlene. Figur 4.2 Viser hvordan rissavstanden øker når overdekningen øker fra 5 mm til 75 mm. Formelen for rissavstand i MC2010 som benyttes her er kun gyldig for overdekninger på maksimalt 75



Figur 4.2: EC2 og MC10 med ulik dominerende overdekning. Beregningseksempel på bjelketverrsnitt med 350x450 mm, $\phi = 12$ mm og $\sigma_s = 200$ MPa.

mm. Den øverste grafen i hver farge er summen av grafene under i samme farge. Figuren illustrerer hvor ulik dominans hver av formlene får fra hvert av de to leddene ut ifra de gitte konstantene. Parameteren $h_{c,eff}$ endrer minimumskrav ved grafens ”knekk” hvor overdekningen er omtrent 50 mm. Dette fører til et lavere stigningstall for det siste leddet i begge formlene. Det er tydelig at MC2010 påvirkes mest av $\phi/\rho_{p,eff}$ -leddet og at EC2 får omtrent like stort bidrag fra begge leddene i rissavstandsformelen. Totalt er rissavstanden nokså lik for økning av overdekningen i begge formelverkene.

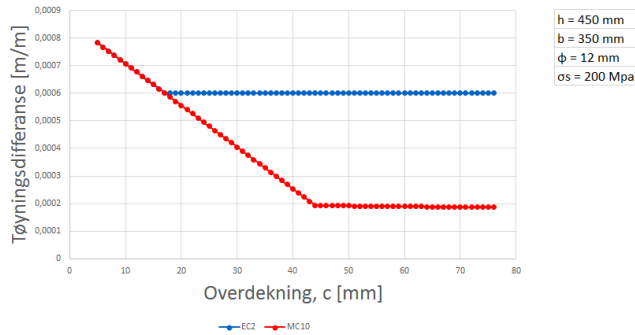
4.2.2 Innvikning på relativ gjennomsnittstøyning

Ser man på den relative gjennomsnittstøyningen for varierende overdekning er det tydelige forskjeller mellom formelverkene. EC2 har en minstebegrensning for denne verdien i motsetning til MC2010 som ikke inneholder retningslinjer for dette. Teoretisk vil tøyningen bli mindre jo lenger vekk fra betongoverflaten armeringen plasseres. Denne forskjellen mellom formelverkene gir utslag i formelen for rissvidde, som er et produkt av rissavstand og tøyningdifferanse. Sett bort ifra dette gir formelverkene samsvarende beregninger av tøyningdifferansen. En kombinasjon av lav spenning og liten stangdiameter gir likevel unntak som er verdt å undersøke videre, se figur 4.3.

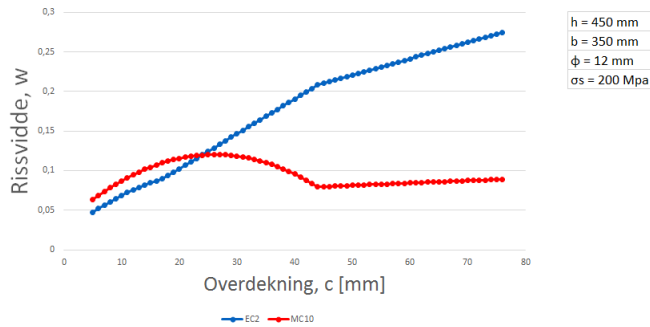
4.2.3 Innvirkning på rissvidde

Overdekningen inngår flere steder i rissavstandsformelen. Parameteren $h_{c,eff}$ er en funksjon av overdekning i form av uttrykket $h_{c,eff} = \min \left\{ 2.5(h-d) ; \frac{h-x}{3} ; \frac{h}{2} \right\}$. Bruksgrensedefinisjonen av α er også en funksjon av overdekning (se uttrykk 2.5 i kapittel 2).

For et tilfelle med liten stangdiameter ($\phi = 12$ mm) gir grafene et utslag som skiller seg



Figur 4.3: Tøyningsdifferanse for varierende overdekning for EC2 og MC10.



Figur 4.4: Rissvidde for varierende overdekning for EC2 og MC10

ut. Figur 4.4 viser beregnet rissvidde for varierende overdekning for det aktuelle bjelke-tverrsnittet. Grafen som representerer rissvidde beregnet med MC2010 oppfører seg delvis som en parabel med negativt fortegn, som går over til en lineær graf. Grafene i figur 4.4 er et produkt av rissavstandsgrafene i figur 4.2 og tøyningsgrafene i figur 4.3.

Overdekningen c er å finne i det første leddet i formelen for rissavstand, og i definisjonen av ρ_{eff} som inngår både i rissavstanden og den relative gjennomsnittstøyningen.

Hvis denne grafen stemmer for de gitte dimensjonene, betyr dette at rissvidden er på sitt maksimum på 0.2 mm for $c = 20$ mm, og når overdekningen øker videre derfra blir rissvidden mindre igjen. Dette stemmer ikke overens med virkeligheten, fordi stor overdekning vil gi større rissvidde i følge Caldentey et al. (2013) [5]. Dette er logisk ettersom risset på overflaten av betongen åpner seg mer med økt avstand inn til armeringen. Dette gir et grunnlag for å kunne si noe om forskjellene til rissformlene som benyttes til beregninger, uansett om disse dimensjonene kanskje er urealistiske til praktisk bruk med tanke på lastnivået her. Når leddene i rissviddeformelen ganges ut som en funksjon av c viser det seg at uttrykket for rissvidde blir en andregradsligning med negativt fortegn, se uttrykk 4.1.

Formel for rissvidde:

$$w_d = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

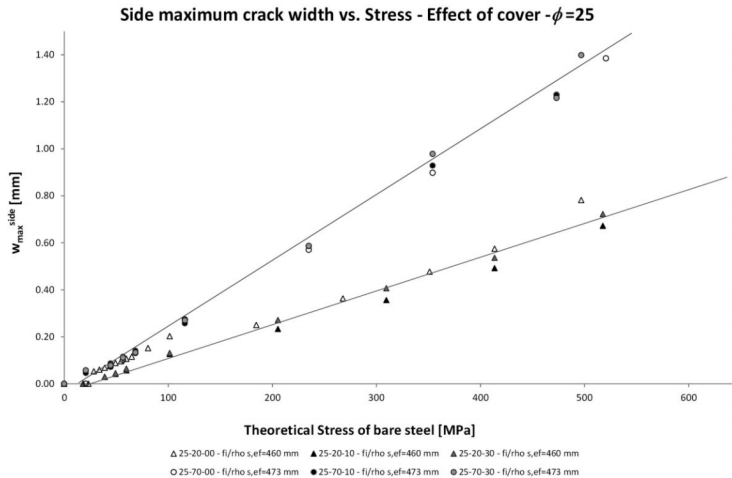
Overdekningen c inngår både i $s_{r,max}$ og i $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$.

$$\begin{aligned} w_d = & -\frac{\frac{1}{2} \frac{f_{ctm}^2}{\tau_{bms}} \cdot \frac{\beta}{E_s} \phi b^2}{A_s} \cdot [h_{c,eff}(c)]^2 - \frac{2k \frac{\beta f_{ctm} b}{E_s}}{A_s} \cdot h_{c,eff}(c) \cdot c \\ & + \frac{\frac{1}{2} \frac{f_{ctm} \sigma_s}{\tau_{bms} E_s} \phi b}{A_s} \cdot h_{c,eff}(c) - \frac{\frac{1}{2} \frac{f_{ctm}^2}{\tau_{bms}} \frac{\beta}{E_s} \phi b \alpha_e}{A_s} \cdot h_{c,eff}(c) \\ & + 2k \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot c - \frac{2k \beta f_{ctm} \alpha_e}{E_s} \cdot c \end{aligned} \quad (4.1)$$

Fordi EC2 har et minimumskrav ($0.6\sigma_s/E_s$) vil tøyningdifferansen endres til å ikke lenge være en funksjon av c når minimumskravet inntreffer. Rissviddeformelen i EC2 får da kun innvirkning fra overdekningen fra rissavstandsuttrykket. Rissvidden endres til å bli en lineær førstegradsfunksjon for videre økning av c . Fordi MC2010 ikke har et minimumskrav for tøyningen slik som EC2, vil denne rissviddegrafen forbli en andregradsfunksjon. Denne slaker ut når $h_{c,eff} = (h - x)/3$ blir gjeldende. Alternativet der $h_{c,eff} = h/2$ i EC2 inntreffer sjelden, til tross for at det er inkludert i formeluttrykket.

Overdekningen inngår i det første leddet av $s_{r,max}$ -formelen, og har innvirkning på både største rissavstand og derfor også rissvidden. Dette fremkommer i bjelkeeksperimentet som er dokumentert av Caldentey et al. (2013) [5] i figur 4.5. Denne viser at bjelker med stor overdekning får størst rissvidde. Dette kommer frem ved å sammenligne testresultatene fra bjelkeprøvene 25-20-XX og 25-70-XX, se figur 4.5. Grafene viser tydelig at rissvidden er størst for bjelkene med stor overdekning for alle lasttilfeller. Dette samsvarer med parameterstudiet i dette avsnittet. Resultatet fra grafen viser at overdekningen er en viktig faktor når det kommer til rissdannelse. Ifølge artikkelen tar ikke Model Code 90 høyde for denne innvirkningen fra overdekningen, c , og Caldentey et al. påstår derfor at MC90 er ufullstendig [5]. Revisjonen MC2010 ble oppdatert fra forrige utgave og har med overdekningen i rissavstandsformelen [6].

Rissviddefunksjonene med overdekningen c som variabel vil i stor grad samsvare bedre for andre tverrsnitt- og lasttilfeller. Se vedlegg A for andre eksempler med ulike σ_s og ϕ . Som nevnt er uttrykket for rissvidde et produkt av største rissavstand multiplisert med tøyningdifferansen i risset. Den eneste restriksjonen i rissberegningene til MC2010 er begrensningen av den effektive trykksonen representert av parameteren $h_{c,eff}$. I løpet av spranget fra 5 mm til 75 mm overdekning endres uttrykket for $h_{c,eff}$ fra å være $2.5(h - d)$ til å være $(h - x)/3$ for at den effektive høyden ikke skal øke til å bli urealistisk stor. Denne begrensningen inngår i rissviddeberegningen gjennom rissavstandsformelen



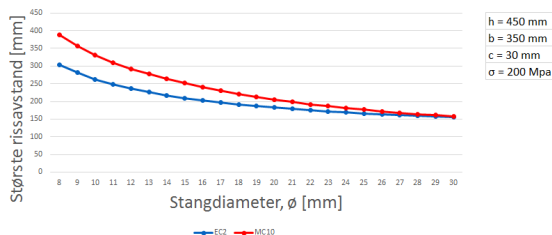
Figur 4.5: Effekten av overdekning på rissvidde. Øvre graf gir rissvidde på bjelker med stor overdekning, nedre graf gir rissvidde på bjelker med liten overdekning [5].

$2 \cdot l_{s,max}$, men er også en begrensende faktor i uttrykket for tøyingsdifferansen. Der representeres den i σ_{sr} som uttrykker deler av betongtøyningen som forårsaker *tension stiffening* i risset.

4.3 Stangdiameter

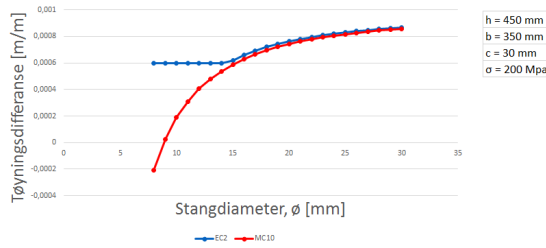
I dette avsnittet er armeringsdiameteren ϕ betraktet som variabel. Derfor blir grafene seende annerledes ut i forhold til grafene i forrige avsnitt. Dette er en studie av stangdiameterens påvirkning på rissformlene.

Størrelsen på rissavstand reduseres når armeringsdiameteren økes, se figur 4.6. Denne figuren gir logisk samsvar med virkeligheten, i tillegg samsvarer formelverkene godt.



Figur 4.6: Rissavstand for økende stangdiameter for EC2 og MC10

Tøyingsdifferansen blir som kjent begrenset av minimumskravet i EC2, dette er tydelig

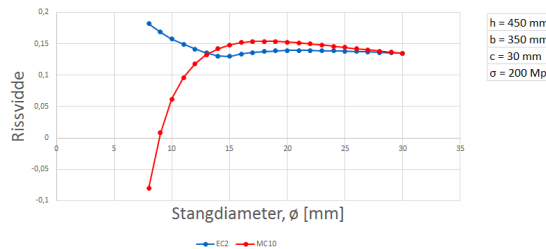


Figur 4.7: Tøyningsdifferanse for økende stangdiameter for EC2 og MC10

i grafen i figur 4.7. Den samme begrensningen gir utslag i rissviddegrafene i figur 4.8. For dette eksempelet vil ikke den effektive strekksehøyden $h_{c,eff}$ endre minimumsverdi, derfor er det ingen ”knekk” i kurvene på grunn av dette. Grafen i figur 4.8 varierer hvilket formelverk som gir den høyeste rissvidden når stangdiameteren øker. Figur 4.8 påvirkes av minimumsbegrensningen av tøyningsdifferansen i EC2. Funksjonen for rissvidde med ϕ som variabel blir en andregradsfunksjon med seks ledd og ϕ^{-3} som laveste eksponent, se uttrykk 4.2.

$$w_d = \frac{2kc\sigma_s}{E_s} - \frac{8kb\beta f_{ctm}}{E_s n\pi} \cdot \frac{1}{\phi} + \frac{5\beta c\alpha_e n\pi}{2E_s A_{c,eff}} \phi^2 + \frac{2f_{ctm} A_{c,eff} \sigma_s}{\tau_{bms} n\pi E_s} \frac{1}{\phi} - \frac{8\beta}{\tau_{bms} E_s} \left(\frac{f_{ctm} A_{c,eff}}{n\pi} \right)^2 \frac{1}{\phi^3} + \frac{f_{ctm} \beta \alpha_e}{2\tau_{bms} E_s} \phi \quad (4.2)$$

Det er interessant å se hvordan grafene krysser hverandre for dette tverrsnittet og den gitte armeringsspenningen. Grafen til MC2010 i figur 4.8 viser hvordan rissviddegrafene oppfører seg uten påvirkning fra noen tøyningsbegrensning. Begge grafene konvergerer mot samme verdi når ϕ øker. I praksis er det forsåvidt unaturlig at det varierer hvilket formelverk som gir høyest rissvidde. Ved dimensjonering er det ønskelig å regne nokså konservativt, noe begge formelverkene gjør i hvert sitt område for størrelsen av armeringsdiameteren ϕ . I eksempler der stålspenningen eller overdekningen endres for tilsvarende grafer, vil rissviddegrafene som funksjon av stangdiameter samsvare enda bedre. For samsvarende karakteristiske grafer, se vedlegg A.



Figur 4.8: Rissvidde for økende stangdiameter for EC2 og MC10

4.4 Bredder og høyde

I praksis bestemmes bjelkens høyde og bredde av lastens størrelse og bjelkens spenn. Tverrsnitts- og armeringsdimensjonene kan justeres for å oppfylle rissviddekravet. Bjelkebredden er alltid like stor eller mindre enn høyden, slik at tverrsnittet er kvadratisk eller dominert av høyden. I et parameterstudie kan det bli urealistisk å se på en konstant bredde og en varierende høyde, ettersom dette kan føre til kombinasjoner som ikke er realistiske i praksis. Det vil være mer interessant å se på rissviddens påvirkning av et forhold mellom høyde og bredde, det vil ikke fokuseres på i denne oppgaven.

Generelt kan det sies at største rissavstand og rissvidden øker når bredden øker. Tøyingsdifferansen i EC2 og MC2010 gir mest samsvarende grafer for økende bredde, og den reduseres ettersom bredden øker. Se vedlegg A for karakteristiske grafer for økning av tverrsnittsbredde og høyde. Største rissavstand for varierende bjelkehøyde øker mest for formlene i MC2010 når bjelkehøyden øker. Det samme gjelder for rissvidden. Når bjelkehøyden øker vil rissavstand- og rissviddeformlene i MC2010 øke mer per millimeter enn den vil for EC2-formelen.

4.5 Stålspenning

Ved prosjektering av armerte betongkonstruksjoner er det stålspenningen som angir lastnivået gjennom momentets størrelse. Største rissavstand beregnes uavhengig av ytre last og vil derfor være konstant for begge formelverkene når det er stålspenningen σ_s som varierer. Se vedlegg A for karakteristiske grafer.

Dette avsnittet beskriver hvordan både rissavstand, tøyning og rissvidde endrer seg når spenningsnivået i armeringen øker. Ettersom formelen for rissavstand er uavhengig av lastnivå, gir EC2 og MC2010 konstante grafer når stålspenningen øker. Den relative gjennomsnittstøyningen vil naturligvis øke når lastnivået, og dermed stålspenningen øker. Som tidligere nevnt er det minimumsbegrensningen av den relative gjennomsnittstøyningen i EC2 som utgjør en av de største forskjellene i formelsammenligningen med MC2010. Slik som i de nevnte grafene i parameterstudiet gir dette utslag i tøyings- og rissviddegrafene for varierende stålspenning. Figur A.14 og A.15 i vedlegg A illustrerer karakteristisk oppførsel i et bjelketverrsnitt. Dette er eksempler for et tilfelle med tverrsnittsdimensjoner som gir samsvar mellom beregninger i EC2 og MC2010. Neste kapittel inneholder en sammenligning av de ulike formelverkene for beregning av rissvidde ved økende last, der armeringsspenningen er aktuell som økende variabel.

Kapittel 5

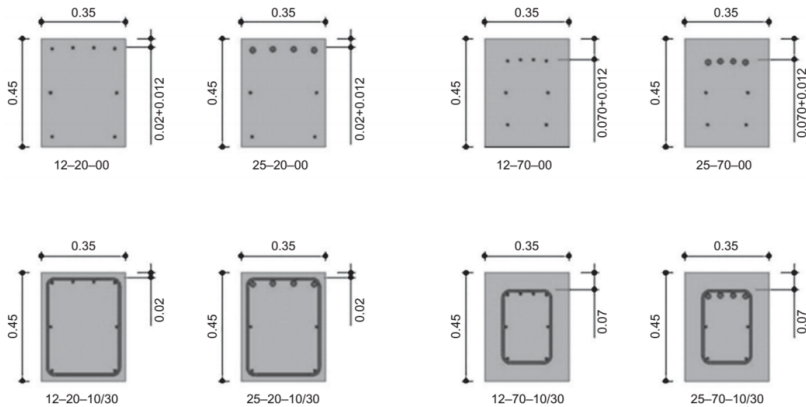
Sammenligning av formelverk

I dette kapitlet skal fire ulike rissformler sammenlignes. Det vil bli diskutert konkrete likheter og ulikheter mellom formelverkene, samt vil det bli gitt grafiske eksempler på hvordan forskjellene øker ettersom påført last øker. Formelverkene som ble presentert i kapittel 3 har blitt brukt til å beregne rissavstand og rissvidder. Matlab har blitt brukt som verktøy til beregninger.

5.1 Bjelkeeksperiment

I forbindelse med artikkelen utgitt av Caldentey, Peiretti, Iribarren og Soto i 2013 [5], ble det utført en rekke bjelkeeksperimenter. Eksperimentet tok for seg tolv bjelker med likt betongtverrsnitt og ulike armeringsdiametre [5]. Bjelkene i eksperimentet var fritt opplagte og spennet mellom de to opplagerne var på 3.42 meter hvor det var konstant moment og strekk i overkant av tverrsnittet. Vedlegg B viser en oversikt over rissmønstrene i de ulike bjelkene etter pålasting fra eksperimentet som er dokumentert av Caldentey et al. [5]. Bjelkedimensjonene i dette kapitlet tilsvarer disse bjelkene, se figur 5.1.

Lastøkningen som fører til armeringsspenning er også hentet fra tallverdiene brukt i bjelkeeksperimentet til Caldentey et al. [5]. Åtte av de tolv bjelkene inneholder bøylearmering. Bøyleavstand inngår ikke i rissviddeformlene som benyttes i dag. En diskusjon rundt dette tas opp av Caldentey et al. (2013) [5], og teoriene utfordres av det utførte eksperimentet.



Figur 5.1: Bjelketverrsnitt med og uten bøylearmering. De fire nederste tverrsnittene gjelder for både bjelker med bøyleavstand $s = 100$ mm og $s = 300$ mm [5].

Alle bjelkene i figur 5.1 har tverrsnitt 350×450 mm og betongklasse B25. For å skille effektivt mellom bjelkene brukes koder for å beskrive deres materaldimensjoner, XX-YY-ZZ. Indeksen XX refererer til stangdiameter (12 mm eller 25 mm), YY refererer til overdekningen (20 mm eller 70 mm) og ZZ angir senteravstand på bøylearmeringen (enten 00 for ingen bøylearmering, 10 for 100 mm eller 30 for 300 mm) [5].

Bjelkeprøvene har ulik overdekning, noe som gir utslag på trykksonehøyden som bestemmes av $x = \alpha d$. Tabell 5.1 viser en oversikt over de ulike α -verdiene og trykksonehøydene x i bruksgrensetilstand for bjelkene med ulik overdekning og armering.

Bjelke ID	d [mm]	α	x [mm]
25-20-00/10/30	417.5	0.3431	143.2
12-20-00/10/30	424	0.1823	77.3
25-70-00/10/30	367.5	0.3607	132.6
12-70-00/10/30	374	0.1929	72.1

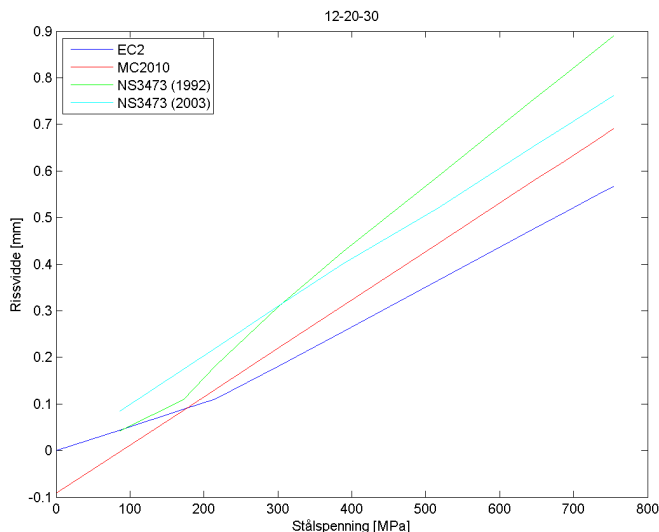
Tabell 5.1: Trykksonehøyde $x = \alpha d$

Når spenningsnivået i beregningseksempelet går over i bruddgrensetilstand, settes α konsekvent til å være 0.412 som gjelder for fasthetsklasse B20-B45 i rissviddeberegningene [12]. Bjelkemodellen i eksperimentet er statisk bestemt, slik at svinntøyningene fremkommer i opplagrene og ikke i rissene slik som forklart i kapittel 2. Svinntøyninger er ikke medregnet i dette eksemplet. Hadde systemet vært statisk ubestemt ville svinntøyningene fordelt seg i rissene og gitt en større rissvidde.

5.1.1 Grafer til sammenligning

Bjelkene som ble brukt i eksperimentet som dokumenteres av Caldentey et al. [5] har her blitt brukt til å sammenligne resultatet fra beregninger med de fire forskjellige formelverkene. Det har blitt utført rissviddeberegninger ut ifra rissformelene i EC2, MC2010 og NS3473 med utgaver fra 1992 og 2003.

Alle krav, konstanter og beregningsmodeller har blitt medregnet ved utregning og programmering av disse grafene. Figur 5.2 viser hvordan rissvidden øker for økende stålspenning for hver av de fire formelverkene på en bjelke med armeringsdiameter $\phi = 12$ mm, overdekning $c = 20$ mm og bøyelavstand 300 mm. Vedlegg C inneholder sammenligning av grafer for rissviddeberegninger for de ulike formelverkene utregnet for de 12 armerings-tilfellene. Vedlegg D inneholder et Matlab-script for rissviddeberegning på tre av bjelkene (25-20-00/10/30) i de fire aktuelle formelverkene [6] [8] [9] [10].



Figur 5.2: Bjelke 12-20-30

For rissviddeberegningen kan det virke som formlene har blitt mindre konservative med årene. Ut ifra sammenligningen av formelverk i dette kapitlet kan man se at EC2 nesten alltid gir lavest verdi for rissvidder når stålspenningen øker.

Model Code 2010 har ingen direkte begrensingskrav i noen av rissviddeformelens inputparametre. EC2 har, som tidligere nevnt, en minimumsbegrensning av den relative gjennomsnittstøyningen. Dette kom tydelig frem i parameterstudiet i kapittel 4, og gir også utslag i rissviddeberegningene utført på reelle bjelker slik som i figur 5.2. Denne begrensningen sikrer beregningene mot å gi ut negative tall. Dette finner man ikke i MC2010. Likevel er stål i stor grad mer tøyelig enn betong, derfor vil den relative gjennomsnittstøyningen

alltid være positiv både teoretisk og fysisk. Grafen for MC2010 i figur 5.2 illustrerer at MC2010 beregner en negativ rissvidde for lav stålspenning. Det strider med virkeligheten, og viser en svakhet i regelverket.

For den aktuelle eksponeringsklassen med tilhørende rissviddekrav, vil resultatene fra disse grafene representere forskjellige stålspenninger. Dersom rissviddekravet er 0.4 mm, vil dette tilsvare stålspenninger med nesten 100 MPa variasjon mellom formelverkene. Denne forskjellen vil naturligvis øke når spenningsnivået og rissvidden øker, men det er verdt å merke seg ved dimensjonering.

5.2 Sammenligning av resultater fra ulike formelverk

Tabellene i dette avsnittet viser beregninger av største rissavstand og rissvidden for de ulike armeringstilfellene i bjelken, både med og uten bøylearmering. Dette eksempelet viser hvordan største rissavstand $s_{r,max}$ er avhengig av overdekningen, $c = 20$ mm og $c = 70$ mm. Den maksimale rissavstanden er beregnet ut ifra bjelkenes dimensjoner og sammenlignes med de målte resultatene fra eksperimentet etter endt lastprøve. Rissviddene er beregnet for den største stålspenningen påført hver bjelke, som tilsvarer det siste og største lasttrinnet σ_{max} i forsøket [5].

Tabell 5.2 viser en oversikt over den maksimale stålspenningen i armeringen og tilsvarende påført last for hver av bjelkene i eksperimentet. Kommende resultater er basert på Stadium II-beregninger for opprisset bjelketverrsnitt i bruksgrensetilstand. Beregningsgrunnlaget i bruksgrensetilstand er blitt benyttet for rissviddeberegninger i kommende tabeller, til tross for at de maksimale spenningene i bjelkeeksperimentet er relativt høye.

Bjelke-ID	σ_s [MPa]	P [kN]
25-20-00	512	480
25-20-10	534	500
25-20-30	534	500
12-20-00	754	175
12-20-10	689	160
12-20-30	754	175
25-70-00	492	400
25-70-10	492	400
25-70-30	492	400
12-70-00	686	140
12-70-10	784	160
12-70-30	735	150

Tabell 5.2: Største påførte last og stålspenning

5.2.1 Sammenligning av maksimal rissavstand

Bøyleavstanden inngår ikke i $s_{r,max}$ -formelen, derfor blir den teoretiske rissavstanden identisk for bjelkene med samme størrelse og plassering av armeringen, se tabell 5.3. Dette gjelder for samtlige formelverk med unntak av NS3473 (1992) [8] som inneholder en vurdering av beregnet rissavstand i forhold til bøyleavstanden. Dette ble presentert i kapittel 3. Caldentey et al. (2013) [5] observerer at rissavstanden til en viss grad lar seg påvirke av bøyleavstanden. Generelt kan man si at den *gjennomsnittlige* rissavstanden s_{rm} påvirkes av bøylearming, mens den *maksimale* rissavstanden $s_{r,max}$ ikke påvirkes av dette.

Formlene for største rissavstand i EC2 og MC2010 er relativt like. EC2 angir største rissavstand som $s_{r,max}$ og MC2010 benytter $2 \cdot l_{s,max}$ om den samme avstanden. Tabell 5.3 gir en oversikt over parametre som gir beregning av *største rissavstand* i de ulike formelverkene.

EC2	$s_{r,max}$
MC2010	$2 \cdot l_{s,max}$
NS3473 (1992)	$1.7s_{rm}$
NS3473 (2003)	s_{rk}

Tabell 5.3: Uttrykk for største rissavstand fra ulike formelverk

I NS3473 (1992) beregnes kun *midlere* rissavstand s_{rm} , for å videre kunne regne ut rissviddens beregningsmessige middelveidi, w_m . For å kunne sammenligne denne med *største* rissavstand fra de andre formelverkene, har s_{rm} blitt ganget med den empiriske verdien 1.7, slik som i NS03 for å få karakteristisk rissavstand s_{rk} .

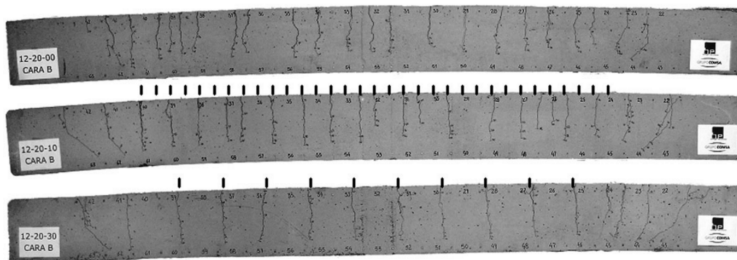
Bjelke-ID	EC2		MC2010		NS92		NS03		Målt rissavst.
	s_r	utn-%	s_r	utn-%	s_r	utn-%	s_r	utn-%	
25-20-00	129	0.55	141	0.60	187	0.80	134	0.57	234
25-20-10	"	0.56	"	0.61	"	0.81	"	0.58	230
25-20-30	"	0.50	"	0.55	"	0.72	"	0.52	258
12-20-00	171	0.64	208	0.77	255	0.95	210	0.78	269
12-20-10	"	0.53	"	0.65	"	0.80	"	0.66	320
12-20-30	"	0.48	"	0.58	"	0.71	"	0.59	358
25-70-00	318	0.75	270	0.64	351	0.83	317	0.75	423
25-70-10	"	0.69	"	0.59	"	0.76	"	0.69	460
25-70-30	"	0.72	"	0.61	300	0.69	"	0.72	442
12-70-00	436	0.72	464	1.12	475	1.15	540	1.31	412
12-70-10	"	1.14	"	1.22	"	1.24	"	1.42	381
12-70-30	"	1.14	"	1.21	"	1.24	"	1.41	383

Tabell 5.4: Sammenligning av rissavstand fra formelverk og utnyttelsesgrad i forhold til målt rissavstandsverdi. Parameteren s_r representerer uttrykk for rissavstand generelt i alle formelverkene i tabellen.

I NS3473 (1992) kreves det at bøyleavstanden tas hensyn til ved beregning av rissavstand [8]. Dette har gitt utslag på én av bjelkene. Ved å følge kravene i NS3473 (1992) vil den beregnede rissavstanden for bjelke 25-70-30 få en justert rissavstand. Dette er fordi den beregnede rissavstanden befinner seg innenfor kravene i regelverket, og settes derfor lik bøyleavstanden ganget med et antall n . Bjelke 25-70-30 ga en beregnet rissavstand på 351 mm som er lavere enn begrensningen på 390 mm. Derfor settes rissavstanden til å være lik 300 mm, i henhold til NS3473 (1992) [8]. Denne rissavstanden er n multiplisert med bøyleavstanden, hvor $n = 1$ for bjelke 25-70-30. Denne justeringen fører ikke til at den beregnede rissavstandene samsvarer bedre med de målte verdiene. Dette er fordi de målte rissavstandsverdiene er høyere enn verdiene for beregnet rissavstand.

Den målte rissavstanden på bjelketestene fra artikkelen er relativt forskjellig fra beregningene gjort fra formelverkene. Beregningene fra formelverkene viser at den teoretiske rissavstanden er lavere enn den målte for bjelkene med lavest overdekning. Det kan tenkes at overdekningsleddet har for stor innflytelse i formlene, men for andre tverrsnittstilfeller kan dette gi mindre utslag. Bjelkene med stor overdekning gir en teoretisk rissavstand som er nærmere virkeligheten, men likevel et stykke unna. Det er tydelig her at stor overdekning gir stor rissavstand. Dette kan bekreftes av parameterstudiet utført i kapittel 4 (figur 4.2).

Caldentey et al. (2013) [5] konkluderer med at selv om riss har tendens til å oppstå langs bøylearmeringen, kan det ikke utelukkes at riss også kan oppstå mellom bøyer eller ikke langs bøyene i det hele tatt. Figur 5.3 viser hvordan tre bjelker med liten overdekning ($c = 20$ mm) lar seg påvirke av bøylearmerings plassering.



Figur 5.3: Bøylearmeringens effekt på rissavstand på bjelker med overdekning $c = 20$ mm. Bøyleavstanden er anvist på figuren og er henholdsvis 0 mm, 100 mm og 300 mm fra øverste til nederste bjelke [5].

5.2.2 Sammenligning av rissvidde

Armeringsspenningen σ_s inngår i rissviddeformelen, derfor er beregning av rissvidder lastavhengig. Tabell 5.6 er utarbeidet på grunnlag av stålspenningsverdier fra eksperimentet i Caldentey et al. (2013), hvor hver av de 12 bjelkene ble påført ulik lastøkning. Dette gjør at det er mulig å beregne individuelle rissvidder for alle bjelkene, i motsetning til for beregning av rissavstand som ikke er avhengig av lasten. Tabell 5.5 gir en oversikt over

parametrene som gir beregning av *rissvidde* i de ulike formelverkene. I begge utgavene av NS3473 beskrives den karakteristiske rissvidden w_k [8] [9]. I MC2010 utdypes det for rissviddeuttrykket at når betongelementet er utsatt for bøyning vil w_d gi rissvidden på nivå med armeringen [6]. I dette avsnittet antas rissvidder på nivå med armeringen og på betongoverflaten å være like, slik som stadfestet i Borosnyói (2005) [1].

EC2	w_k
MC2010	w_d
NS3473 (1992)	w_k
NS3473 (2003)	w_k

Tabell 5.5: Uttrykk for rissvidde fra ulike formelverk

Rissviddeformelen er lastavhengig gjennom σ_s . Bøylearmering inngår ikke i rissviddeformlene. Tabell 5.6 viser rissviddeberegningene for lineære tøyninger. Målt rissvidde i bjelkeeksperimentet er som tidligere nevnt målt ut ifra en global observasjon av bjelkene. Caldentey et al. [5] oppgir en liste over gjennomsnittlig rissavstand ($s_{r,m}$). Disse verdiene har blitt brukt til å beregne rissviddene ut i fra samme sammenheng som Caldentey et al. benyttet [5]. Dette har gitt de målte rissviddene i tabell 5.6. Bjelkene med lik armering, overdekning og senteravstand er lastet med ulik maksimal last og ulik tøyning, derfor er rissviddene ulike for hver bjelke.

Bjelke-ID	EC2		MC2010		NS92		NS03		Målt rissv.
	w_d	utn-%	w_d	utn-%	w_d	utn-%	w_d	utn-%	
25-20-00	0.311	0.93	0.337	1.00	0.480	1.43	0.340	1.01	0.336
25-20-10	0.324	1.11	0.352	1.22	0.478	1.64	0.354	1.21	0.292
25-20-30	0.325	0.84	0.352	0.90	0.478	1.23	0.354	0.91	0.389
12-20-00	0.567	0.87	0.690	1.06	0.929	1.42	0.783	1.20	0.652
12-20-10	0.512	0.75	0.623	0.91	0.849	1.24	0.716	1.04	0.686
12-20-30	0.567	0.55	0.690	0.66	0.929	0.90	0.784	0.75	1.033
25-70-00	0.720	1.29	0.613	1.09	0.888	1.59	0.770	1.38	0.559
25-70-10	0.720	1.55	0.613	1.32	0.866	1.86	0.770	1.66	0.465
25-70-30	0.720	1.46	0.613	1.24	0.746	1.51	0.770	1.56	0.493
12-70-00	1.143	1.41	1.216	1.50	1.628	2.01	1.834	2.27	0.809
12-70-10	1.357	1.52	1.444	1.62	1.828	2.04	2.101	2.36	0.892
12-70-30	1.250	1.30	1.330	1.38	1.714	1.78	1.969	2.04	0.964

Tabell 5.6: Sammenligning av rissvidde fra formelverk. Parameteren w_d representerer uttrykk for rissvidde generelt for formelverkene i tabellen.

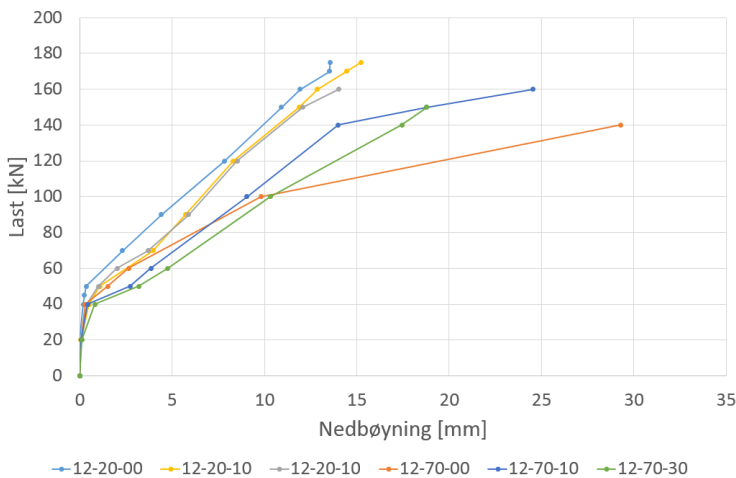
Resultatene i tabell 5.6 bidrar til å gi et visst inntrykk av de fire formelverkene. Denne sammenligningstabellen viser at formelverkene stort sett beregner konservative rissvidder. Dette kan man si ut ifra at utnyttelsesgraden for de ulike formelverkene ofte er større enn 1. Grovt sett kan EC2 og MC2010 se ut til å beregne rissvidder som er i området rundt den målte rissvidden, mens NS3473-utgavene beregner omlag samtlige rissvidder til å være

større enn de målte. Justeringen av rissavstand for bjelke 25-70-30 i henhold til NS3473 (1992) ga en rissvidde som er nærmere den målte verdien for rissvidde. Dette tilfellet alene er ikke nok til å kunne trekke en konklusjon angående inkluderingen av bølgeavstand i rissformlene.

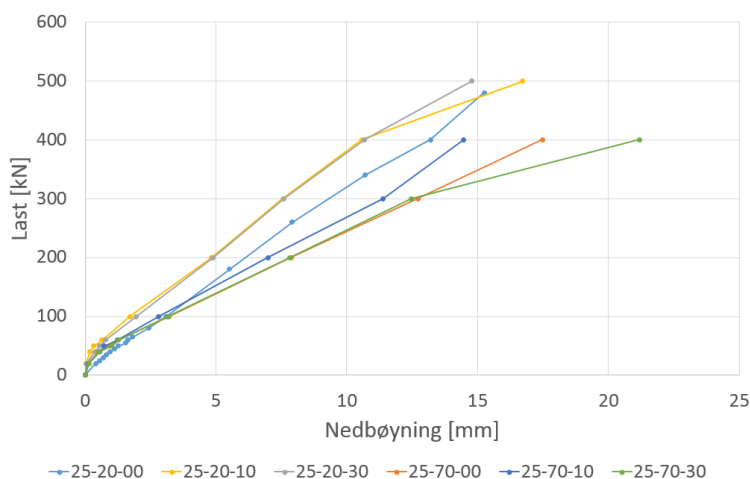
I tillegg må det nevnes at de målte verdiene også er beregnet for bjelkeeksperimentet ut ifra målt gjennomsnittlige rissavstander. Dette kan medføre avvik fra virkeligheten og unøyaktige verdier til bruk i sammenligning med de teoretiske verdiene. Uavhengig av om verdiene for målt rissavstand er korrekte, kan formelverkene rissviddeberegninger i seg selv sammenlignes med hverandre. De teoretiske beregningene baserer seg på like forutsetninger hos alle formelverkene. Rissviddene for Bjelke-ID 12-70-00, 12-70-10 og 12-70-30 skiller seg ut. Disse bjelkene får større beregnet rissvidde i forhold til de andre. Armeringen i disse bjelkene har relativt liten armeringsdiameter og stor overdekning. Dette gir forutsetninger for å kunne ta opp mindre strekkrefter i armeringen og for å risse opp mer ved betongoverflaten. Resultatene viser at formelverkene stemmer nokså godt med virkeligheten når det gjelder rissvidde.

Virkning av overdekning

Figur 5.4 og 5.5 illustrerer last-deformasjonskurvene til bjelkene fra eksperimentet til Caldentey et al. [5]. Grafene viser at bjelkene med stor overdekning ($c = 70$ mm) får størst deformasjon. Dette gjelder for begge tilfellene av armeringsdiameter ($\phi = 12$ mm og $\phi = 25$ mm). Disse grafene er laget på bakgrunn av resultatene til Caldentey et al. (2013) [5]. Overdekningens bidrag til rissvidde og rissavstand er sentral i deres resultater.



Figur 5.4: Nedbøyning for bjelker med $\phi = 12$ mm. [5]



Figur 5.5: Nedbøyning for bjelker med $\phi = 25$ mm. [5]

5.2.3 Påvirkning fra bøyleavstanden

Bøylearming i betongbjelker fungerer i stor grad som rissanvisere og er med på å påvirke den gjennomsnittlige rissavstanden $s_{r,m}$. Denne effekten er størst på bjelker med liten overdekning som nevnt tidligere og vist i figur 5.3. Rissavstand og bøyleavstand bør ikke sammenlignes direkte, ettersom riss kan oppstå uavhengig av bøylenes plassering. Heftlengden vil fortsatt spille størst rolle for rissutvikling. Største rissavstand ($s_{r,max}$) lar seg ikke påvirke av bøyer, og det er derfor formelverk ikke har med bøyleavstand som en faktor i rissviddeberegninger [5].

Likevel er det interessant at da NS3473 (1992) var gjeldende standardverk i Norge, ble betongkonstruksjoner dimensjonert basert på en viss påvirkning fra bøylearmingens plassering. Bjelkeeksperimentet i artikkelen til Caldentey et al. (2013) [5] beviser i relativt stor grad at riss propagerer langs bøylearming, slik som formlene i NS3473 (1992) også tok hensyn til. Formuleringen i NS3473 (1992) nevner ingen krav til en minimum overdekning for at justeringen av rissavstanden skal gjelde som vist i kapittel 3. Det kan antas at formelverket justerer rissavstanden for alle betongkonstruksjoner med tverrarming som oppfyller dette kravet. En mellomting av å justere samtlige rissavstander som oppfyller dette kravet og å ikke ta hensyn til bøylearming i det hele tatt (slik som i EC2), ville vært å ha en vurdering av overdekningens størrelse før rissavstanden eventuelt justeres. Slik vil resultatene til Caldentey et al. [5] bli ivaretatt, særlig fordi resultatene tilsier at armert betong med liten overdekning i større grad vil få risspropagering langs bøyer.

I tillegg kan formuleringen av denne merknaden i NS3473 (1992) diskuteres. Formuleringen tilsier at den beregnede rissavstanden kan settes lik nærmeste bøyleplassering (innfor gitte betingelser) dersom denne gjør rissavstanden kortere. Som presentert i kapittel 3 beskriver NS3473 at man kan sette

$$s = ns$$

dersom

$$ns < s_{rm} < (n + 0.3)s$$

Denne merknaden undersøkes ved å se på et eksempel der det første risset oppstår langs en bølge i en tilfeldig bjelke hvor bølgearmeringen har $s = 200$ mm senteravstand, se figur 5.6. Hvis rissavstanden beregnes teoretisk til å være $s_{rm} = 380$ mm tilsier formulering i NS3473 (1992) at risset ikke vil propagere langs bøylen som befinner seg 400 mm fra det første risset. Dette er logisk fordi beregnet rissavstand gjelder der strekkfastheten oppnås, og ved en lengre avstand fra risset vil strekkspenningen være høyere enn dette. Altså er det konservativt og logisk å anta at rissavstander kan bli kortere enn beregnet dersom betongens strekkfasthet er svakere nær bølgearmeringen, men ikke lenger enn beregnet.

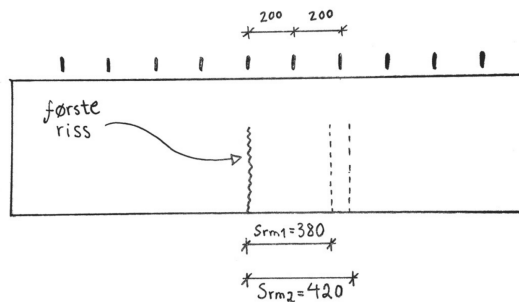
Hadde teoretisk rissavstand blitt beregnet til å være 420 mm kan denne antas å propagere langs bøylen som er plassert 400 mm fra første riss ifølge NS3473 (1992). I dette tilfellet blir

$$n = 2$$

slik at den teoretisk beregnede rissavstanden må være mindre enn

$$(2 + 0.3) \cdot 200\text{mm} = 460\text{mm}$$

for å bli beregnet til å propagere langs nærmeste bølge slik at rissavstanden blir 400 mm. Risteori samsvarer godt med denne merknaden i NS3473 (1992) [8].



Figur 5.6: Alternativer for beregnet rissavstand i nærheten av bølgearmering med $s = 200$ mm. Alternative rissavstander eksempelvis $s_{rm1} = 380$ mm, og $s_{rm2} = 420$ mm som ifølge NS3473 (1992) kan beregnes til en justert rissavstand = 400 mm [8].

Kapittel 6

Diskusjon

I dette kapitlet vil observasjoner, resultater og funn fra de foregående kapitlene oppsummeres og diskuteres. Parameterstudiet i kapittel 4 resulterte i en bedre kjennskap til rissformlene og deres innhold. Rissviddeberegningen som ble utført i forbindelse med kapittel 5 resulterte også i god kjennskap til samtlige formelverk. De ulike aspektene av bruksgrensedimensjonering for risskontroll er forsøkt satt i perspektiv både med tanke på dimensjonering av betongkonstruksjoner og hvordan formelverkene gjennom tidene har blitt utarbeidet.

6.1 Formelverk

Formelverkene som benyttes til rissviddeberegning er forskjellige til tross for at de har som hensikt å representere den samme virkeligheten for rissoppførsel i betong. EC2 er sammensatt slik at det kreves en del forkunnskaper hos brukeren. Parametre, begreper og forkortelser forventes å være kjent om man som bruker skal benytte formlene til dimensjonering og prosjektering. MC2010 er et mer pedagogisk sammensatt formelverk som går dypere inn i teorien bak figurene og formlene. Den inneholder også flere beskrivende figurer enn EC2, noe som gjør at den er enklere å lese som et sammenhengende litterært verk. Utgavene av NS3473 gir inntrykk av å være en mellomting av de nevnte formelverkene. NS3473 fra 1992 og 2003 kan i større grad enn EC2 leses som en sammenhengende tekst, men baserer seg likevel på å henvise til vedlegg, avsnitt og merknader på ulike steder i teksten, og framstiller ikke innholdet like intuitivt som MC2010.

Med tanke på rissviddeberegning er formelverkene relativt samsvarende. En beskrivelse av materialtøyning og rissavstand inngår som grunnlaget for videre å kunne beregne rissvidde i betongen. Konstanter som inngår i formlene varierer i de ulike formelverkene. Minimumskrav, konstanter og ulik formelsammensetning bidrar til å gi utslag når rissviddeverdier for identiske bjelketverrsnitt sammenlignes for forskjellige formelverk.

6.2 Anvendelsesområde

NS3473 (2003) deler opp rissviddeberegninger ut ifra om tilfellet er *Rissvidde ved enkelt-riss* eller *Stabilisert rissmønster*. Som tidligere nevnt er dette en innelig ulik de andre formelverkene. Ettersom NS3473 ikke lenger benyttes som standard i Norge, kan det diskuteres hvorvidt det var hensiktsmessig å beregne riss ut ifra denne inndelingen. Rissformlene i EC2 og MC2010 gjelder for bruksgrensetilstand som er gyldig for samme lastområde som *Stabilisert rissmønster* i NS3473 (2003). Det antas at last-, spennings- og tøyingsnivået er innenfor dette området for EC2 og MC2010, og det opereres ikke med andre definisjoner enn brudd- og bruksgrensetilstand.

EC2 har ikke en egen beregning av enkeltriss i rissutviklingsstadiet, slik som NS3473 (2003). EC2 anser stadiet for stabilisert rissmønster som den dimensjonerende, kritiske tilstanden for riss [10]. Ettersom konstruksjonen er utsatt for et høyere lastnivå ved stabilisert rissmønster vil dette stadiet alltid være dimensjonerende for riss. På en annen side vil EC2 være i mindre stand til å beskrive riss i Stadium I og i rissutviklingsstadiet. Dersom dette er interessant for rissbegrensning, vil fremgangsmåten til EC2 antageligvis gi konservative beregninger for riss når riss beregnes for beregningsgrunnlaget i Stadium II.

Det kan være uklart om et ristilfelle har nådd stabilisert rissmønster. Det kan i praksis være vanskelig å observere om en konstruksjonsdel befinner seg i Stadium II eller i overgangen fra Stadium I. I noen tilfeller er det også sannsynlig at betongen befinner seg i rissutviklingsstadiet, der de første rissene oppstår etter Stadium I. Selv om bruksgrensetilstand i EC2 og MC2010 er gyldig for det aktuelle lastnivået, er det fortsatt sannsynlig at det kun er kommet få riss og at rissmønsteret ikke er stabilt enda. Kartlegging av overgangen fra rissutviklingsstadiet er komplisert i praksis, spesielt med tanke på at riss også oppstår på grunn av andre faktorer enn last.

Det kan også diskuteres hvorvidt en befinner seg i det gyldige bruksgrenseområdet for opprisset betongtverrsnitt, eller om tøyningene faktisk representerer armeringsflyt i bruddgrensetilstand for et høyere spenningsnivå. EC2 og MC2010 inneholder teoretiske bemerkninger som sørger for spenningsbegrensninger i bruksgrensetilstand som ble presentert i kapittel 3. Slik defineres grensen mellom bruks- og bruddgrensetilstand. Likevel vil ikke rissformlene rettlede resultatet om spennings- eller lastnivået faktisk er for høyt. Dette vil igjen gi utslag på anvendelsen av faktoren α for trykksehøyden. Som nevnt formuleres denne avhengig av om lastnivået inngår i bruks- eller bruddgrensetilstand. Anvendelsesområdet for rissformlene kan bli tolket forskjellig dersom lastnivået varierer eller blir mistolket.

Spenningsfordelingen i trykksonen for betongbjelketverrsnitt er ulik for bruksgrensetilstand og bruddgrensetilstand. Ved lave lastpåkjenninger vil betongtrykkspenningen ha en lineær fordeling fra null ved nøytralaksen til maks ved tverrsnittsoverflaten. Når spenningen øker, man går over i bruddgrensetilstanden og armeringen deformeres plastisk, vil betongtrykkspenningen være fordelt som en parabel over en høyde $x = \alpha d$. I bruddgrensetilstand for betongklasser mellom B20 og B45 er $\alpha = 0.412$ som er beregnet ut ifra definisjonen av bruddkriteriet:

$$\alpha = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + 2\epsilon_{yk}}$$

Parameteren α for bruddgrensetilstand er altså avhengig av størrelsen på lasten. For bruksgrensetilstand derimot, er α uavhengig av størrelsen på lasten, så lenge lastnivået gir en armeringsspenning som er lavere enn den definerte begrensningen i bruksgrensetilstand. Dette medfører at nøytralaksens beliggenhet blir konstant for et tverrsnitt og er uavhengig av variasjon i bøyemomentet eller tøyningen. I bruksgrensetilstand er uttrykket for α slik:

$$\alpha = \sqrt{(\eta\rho)^2 + 2\eta\rho} - \eta\rho$$

Formelen i NS3473 (2003) for *Rissvidde ved enkeltriss* inneholder ikke α , slik som formelen i *Stabilisert rissmønster* gjør. Fordelen med å benytte en egen formel for rissutviklingsstadiet, er at det skilles direkte mellom lastnivået en kan forvente å få flere riss og lastområdet der rissantallet er endelig.

EC2 har en direkte tøyningbegrensning (uttrykk 6.1) og et minimumskrav til effektiv strekksehøyde ($h_{c,eff}$). I motsetning til dette er α -faktoren en input som manuelt må beregnes for aktuelt lastområde. Dersom det dimensjoneres for ikke-rektangulære betongtverrsnitt, kreves innviklet regning for å fastslå verdien av α . Det kan nevnes at kassetverrsnitt for bruer er et slikt tilfelle, hvor Steiners sats og tyngdepunktsberegninger kreves for manuell utregning av α . Uavhengig av tverrsnittsdimensjoner kan en manuell utregning av α være en kilde til teoretiske mistolkninger og menneskelige brukerfeil. Dette gjelder spesielt hvis formlene ikke har begrensninger som justerer for maksimum- og minimumsverdier. Detaljer rundt dette inngår ikke i denne avhandlingen, men det er relevant å merke seg i en slik kontekst. Som kjent oppgis en teoretisk forklaring av spenningsbegrensning i bruksgrensetilstand i både EC2 og MC2010. Det burde være en merknad i formelverken som informerer om at α er indirekte lastavhengig på grunn av at den er begrenset av hva slags trykkspenningsfordeling som benyttes. Bruksgrenseuttrykket for α er som kjent kun avhengig av tverrsnittsdimensjoner (ρ) og materialenes egenskaper (η). Uten nærmere betraktning kan dermed trykksehøyden dimensjoneres til å være mindre enn den er i praksis dersom den reelle armeringsspenningen er høyere enn tillatt. En annen tankevekker er at dersom man dimensjonerer for riss og gradvis øker lastnivået, vil verdien av α momentant endres til en høyere verdi når lastnivået når kravet for spenningsbegrensning. Riss- og likevektsteori tilsier at den lineært fordelte trykkspenningen gradvis nærmer seg parabolisk fordeling når lastnivået øker. (Riktignok tilnærmes denne fordelingen en firkant, så noe nøyaktighet vil alltid bli forenklet.) For α -verdien tilsier dette at den går fra å være en konstant verdi til å bli en lastavhengig parameter som baserer seg på aktuell betongklasse. Dette eventuelle spranget for verdien av α er lite virkelighetsnært.

$$(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (6.1)$$

6.3 Virkning av overdekning

Det er forskjell mellom rissavstanden langs armeringsjernene og rissavstanden på overflaten av betongen [5]. Dette har å gjøre med hvor stor betongoverdekningen er.

Ut ifra eksperimentet til Caldentey et al. [5] vil bjelkene med stor overdekning oppleve at sekundærrissene stopper å propagere før det når betongoverflaten, slik som forklart i kapittel 2 med figur 2.9. Riss som ville vært sekundærriss i bjelker med stor overdekning, vil bli primærriss i bjelker med liten overdekning. Dette er fordi rissene når betongoverflaten før de ville stoppet utviklingen i betongen med større overdekning. Sekundærriss vil ta opp deler av betongtøyningen og bidrar til en mindre rissvidde for primærrissene i betongoverflaten. Når de interne rissene stopper å propagere, vil tøyningen være konsentrert rundt det passerende risset. Derfor vil rissvidden øke utover mot betongoverflaten [3].

En slik rissviddeøkning ut mot betongoverflaten tas i betraktning hos dagens rissviddeformler. Likevel ble det kartlagt visse forskjeller mellom EC2 og MC2010 i kapittel 4. Det ble vist at EC2 og MC2010 beregner rissvidder ulikt når overdekningen c øker. Dette unntakstilfellet gjelder riktignok for en bestemt last for et gitt betongtverrsnitt bestående av armeringsjern med liten diameter. Representasjonen til MC2010 av rissviddens endring illustrerte at rissvidden vil reduseres etter et visst punkt for økende overdekning. Ut ifra risteori strider dette imot virkelighetens rissoppførsel. Hovedforskjellen mellom rissformlene i EC2 og MC2010, er som kjent at EC2 har en minimumsbegrensning for tøyningdifferansen. I det gitte tilfellet for økning av overdekning, er det nettopp denne forskjellen som påvirker utfallet. Det er uansett interessant å kartlegge slike forskjeller hos formler som skal beregne det samme. En skulle tro at en minimumsbegrensning delvis hindrer en naturlig rissoppførsel, men i dette tilfellet viser grafene at det kan virke som det er nettopp denne begrensningen i EC2 som sørger for reell oppførsel hos riss. Med reell oppførsel menes det at rissvidden øker når overdekningen øker.

Funnet i kapittel 4 som presenterer avvik i formelverkene er kun gyldig for dette enkelttilfellet for den gitte stålspenningen og de valgte dimensjonene. Dette betyr ikke nødvendigvis at formelverkene er ufullstendige, men det kan om ikke annet lede til nye diskusjoner rundt overdekningens relevans i rissviddeformlene.

6.4 Det første leddet i rissavstandsformelen

I kapittel 2 forklares oppbygningen av formelen for å beregne rissavstand. I kapittel 3 diskuteres ulike tolkninger av rissavstandsformelens første ledd. Braam (1990) [4] beskrev det første leddet som en empirisk minimumsverdi for rissavstanden (som riktignok er avhengig av c), men som i andre formelverk kun er satt til å være en konstant lik 50 mm. Denne konstanten inngikk også i formelen for rissavstand i utgaven av Eurokode 2 fra 1990 [1]. Dette leddet i rissavstandsformelen beskrives som en empirisk utledet minimumsverdi som rissavstanden konvergerer mot dersom armeringsforholdet ρ_{eff} øker [1]. I litteraturen kan man finne ulike forklaringer på hvorfor dette leddet gir innvirkning på rissformlene. En annen tolkning beskriver kc -leddet som en funksjon av *debonding length*. Dette har å gjøre

med at heftspenningene mellom betongen og armeringen begynner å virke en viss avstand fra risset. Dette er på grunn av sekundærriss som oppstår i nærheten av risset. *Debonding length*, som er avhengig av overdekning, bør derfor legges til heftlengden som representeres i rissavstandsformelens andre ledd for å angi en total avstand til neste riss kan oppstå. *kc*-leddet beskriver altså overdekningens deformasjon og dens bidrag til økt rissvidde. Dette leddet vil derfor gi utslag på rissviddeformelen inndirekte fordi den inngår i formelen for rissavstand. Det er i stor grad rissviddeberegning som er interessant ved dimensjonering og prosjektering i bruksgrensetilstand. Dersom rissavstanden uttrykkes forskjellig får rissvidden en direkte påvirkning på grunn av formelens sammensetning.

Det er interessant å sette seg inn i de varierende beskrivelsene av rissavstandsformelen, spesielt med tanke på at mange teorier kan beskrive samme parameter på en slik måte. Til tross for at det er ulike teorier og oppfatninger av *kc*-leddets opphav, kan dette også betraktes som en grundig bekreftelse på at leddet skal inngå i rissavstandsformelen. I praksis er det viktig at rissavstandsformelen representerer en reell rissoppførsel, men som resultatene i denne avhandlingen tilsier vil den ikke alltid gjøre det. Derfor er det interessant å gå i dybden av parametrene i rissavstandsformelen slik det ble gjort i kapittel 4. Det viser seg at for spesialtilfeller gir formelverkene ulikt utslag i beregninger med identisk grunnlag. Formlene i EC2 baserer seg i stor grad på MC2010, og det er nå kartlagt visse forskjeller. Dersom overdekningens bidrag til å påvirke rissavstanden og dermed rissvidden er underestimert i en av formelverkene, kan dette være årsaken til avvik fra hverandre og fra virkeligheten.

6.5 Hvor bør rissvidde måles?

I løpet av arbeidet med denne avhandlingen har diskusjonen rundt hvor rissvidde skal måles vært sentral. Antagelser og ulik tolkning av formelverk har ført til ulik forståelse av rissviddens plassering. Spørsmål angående om rissviddekravet og beregningsmessig rissvidde betraktes til å befinne seg på samme sted, viser seg å ha ulike svar og oppfatninger. Rissvidde målt ved betongoverflaten innebærer størrelsen på riss som er synlig på overflaten av betongen. Riss målt på høyde med armeringen er den beregningsmessige rissvidden i betongen på nivå med armeringen i tverrsnittet. Borosnyói (2005) [1] antar at rissvidden er like stor på begge steder ved beregning, mens Caldentey et al. (2013) [5] går i detalj for å beskrive rissviddens økning fra armeringen og ut til betongoverflaten.

6.5.1 Rissvidde ved betongoverflaten

Argumentet for at rissvidder bør måles og beregnes på overflaten er at det lettere lar seg sammenligne med observert rissvidde. Riss på overflaten kan måles med ulike målevertøy og er relevante for beregning av kloridinntrengning og armeringskorrosjon. Fordi overdekningsleddet (*kc*), som angir overdekningsdeformasjonen, inngår i utregningen av $s_{r,max}$ bør rissvidden måles på betongoverflaten. Bakgrunnen for dette overdekningsleddet er som kjent også et omdiskutert tema i litteraturen. Dette argumentet er gyldig i dette tilfellet

dersom rissavstandsformelens første ledd betraktes til å angi overdekningsdeformasjonens bidrag til rissvidden størrelse. Andre alternative plasseringer av beregnet rissvidde vil være vanskelig å måle i praksis. Det antas at EC2 omtaler rissvidden målt ved betongoverflaten, men den gir ingen detaljert begrunnelse for dette. Rissvidde målt på betongoverflaten er det eneste alternativet for fysisk måling av rissvidde for plate- og skallkonstruksjoner.

6.5.2 Rissvidde på nivå med armeringen

På en annen side er det logisk å beregne rissvidde på nivå med armeringen fordi formelen for tøyingsdifferanse angir tøyingsnivået i armeringen. Stålspenningene inngår i rissviddeformelen, derfor gir den ut verdier for materialdeformasjon på nivå med armeringen. Rissteori tilsier at rissene åpner seg mer når de nærmer seg betongoverflaten, derfor vil rissvidden være ulik på betongoverflaten [5]. Dette argumenterer for at rissvidden på betongoverflaten vil være en annen enn *beregnet* rissvidde, som disse argumentene tilsier at betraktes på nivå med armeringen.

For bjelker er det uproblematisk å måle rissvidder langs den vertikale siden av en bjelke i et ønsket tverrsnitt slik at man kan skille mellom rissvidden ved betongens strekkoverflate og rissvidden på nivå med armeringen. For plater derimot, er dette komplisert. Rissvidden bør måles midt mellom armeringsstenger i plater for ikke å blande inn sekundærriss og heftriss ved armeringen. Dette lar seg vanskelig utføre i praksis. I MC2010 informeres det om at rissviddeformlene gir beregning av rissvidden ved betongoverflaten for betongelementer utsatt for rent strekk. For betongelementer utsatt for bøyning vil de beregnede verdiene representere rissvidder på nivå med armeringen [6]. Dette er en logisk beskrivelse fordi strekkraften på en bøyepåkjent betongbjelke befinner seg i armeringen. En slik spesifisering inngår ikke i EC2 og det er uenighet i fagmiljøet hvor rissvidden angis i EC2, beregningsmessig og ut ifra rissviddekrav. Risset kan også propagere skrått fra armeringen til betongoverflaten, noe som kan gjøre at både rissavstanden og rissvidden er forskjellige ved armeringen og ved overflaten. Dette argumenterer for at disse bør måles ved armeringen. Det viktigste for beregning av rissvidden er at de formelle rissviddekravene gjelder for samme sted som beregningsmessig rissvidde. Samtidig er det viktig å merke seg at det er svært små mål det er snakk om og at det er vanskelig å oppnå fullstendig nøyaktighet på et slikt størrelsesnivå.

6.6 Bøylearmering

Det viser seg at bøylearmering kan fungere som rissanvisere og har innvirkning på den gjennomsnittlige rissavstanden $s_{r,m}$. For rissviddebegrensning er det største rissavstand $s_{r,max}$ som er relevant. Gjennomsnittlig rissavstand inngår ikke i dagens formelverk. Eksperimentet dokumentert av Caldentey et al. (2013) [5] viser at bøyleavstand har stor innvirkning på gjennomsnittlig rissavstand og at innvirkningen på maksimal rissavstand er neglisjerbar. Resultater fra Caldentey et al. (2013) [5] viser også at *liten* overdekning gir større sannsynlighet for at riss propagerer langs bøylearmeringen. Dersom bjelker ikke

har bøylearmering vil et naturlig rissmønster dannes på bakgrunn av nødvendig heft-overføringslengde. Selv om riss ofte har tendens til å oppstå langs bøylearmeringens plassering, kan det likevel ikke utelukkes at riss oppstår mellom bøyer og fortsatt domineres av heftoverføringslengden [5]. Forskningsartikkelen til Caldentey et al. (2013) [5] er utført med hensikt om å teste rissavstandsformlene i Model Code 1990 og å utfordre deres grunnlag i bjelkeeksperimenter med bøylearmering. Artikkelen er blitt brukt som grunnlag for den reviderte utgaven av Model Code som ble publisert i 2010 [6]. Artikkelen konkluderer med at bøyleavstanden påvirker største rissavstand $s_{r,max}$ i liten grad, noe som beviser at bøyleavstand kan ekskluderes fra nåværende og fremtidige rissavstandsformler.

Ifølge Caldentey et al. (2013) [5] unngår de fleste risstester å bruke bøylearmering fordi det kan påvirke rissmønsteret. Bare dette utsagnet i seg selv beviser at bøylearmering har innflytelse på rissavstanden i praksis. Ikke alle armeringstilfellers rissmønster vil bli påvirket i like stor grad, derfor er dette et tema som er vanskelig å standardisere. Likevel vanker det en viss skepsis til formelverkene som utelukker slike åpenbare påvirkningsparametre.

Med dette som grunnlag er det interessant å betrakte NS3473 (1992) som inneholdt en merknad hvor bøyleavstanden ga utslag på rissavstanden dersom den teoretiske rissavstanden var i nærheten av og større enn bøyleavstanden [8]. Slike motsetninger i formelverkene danner grunnlag for diskusjon om hvorvidt de ulike formlene gjenspeiler rissteori og materialegenskaper på en tilfredsstillende måte. Hvis det er slik at nøkkelpersoners subjektive syn på rissviddeberegning er bakgrunn for hvorfor formlene er som de er, kan man jo begynne å lure på om dette gjelder flere felt innenfor dimensjonering og beregning av konstruksjoner. Dersom en parameter tas ut av rissviddeberegningen slik som tilfellet for bøyleavstand, kan det spekuleres i om dette er fordi vitenskapen beveger seg framover eller fordi nøkkelpersoner som forfatter regelverkene har inngått et kompromiss. Teorigrunnlaget bak rissberegning er så stort at valg må tas for å kunne representere rissets oppførsel *godt nok* i en formel. I praksis kan det antas at forskning på betong har ført til større kunnskap om riss i betong og at nyere formler representerer rissoppførsel mest nøyaktig. Slik utvikler formlene seg i riktig retning på bekostning av visse parameteres dominans.

Slik er det også for rådgivende ingeniører. Det er valg som må tas under beregning og dimensjonering, og det er ikke alle parametre som lar seg endre på for optimalisering. Krav om overdekning fra entreprenør er ofte et av utgangspunktene for rissviddeberegning. Slike standardiserte krav er gitt for å hindre armeringskorrosjon og skader på armeringen. Til tross for at forskning viser at stor overdekning gir stor rissvidde, vil ikke dette nødvendigvis bli tatt hensyn til i praksis kun for å optimalisere betongens bestandighet. Interessekonflikter vil påvirke beregninger i stor grad, noe som kan føre til at sentrale parametre ikke blir utnyttet for det de er verdt. Parametre som overdekning og bøyleavstand vil bli nedprioritert av økonomiske, tidsbesparende og materialpraktiske årsaker. Hvis det er mer økonomisk å bygge med preproduserte elementer enn å spesialstøpe en optimal armeringsoverdekning, vil sannsynligvis det første velges. Det samme gjelder avgjørelser som tas i forbindelse med å overholde frister i et byggeprosjekt, og avgjørelser som kan bidra til effektivt materialbruk. Det viktigste er at materialkapasiteten er tilstrekkelig.

Det er altså delte oppfatninger av hvorvidt bøyleavstand bør inkluderes i rissavstandsformelen. Faktumet at bøyleavstand tidligere inngikk som en del av rissberegningene i

NS3473 gjør diskusjonen mer interessant. Bøyleavstand ble altså vurdert og inkludert i dimensjoneringen av konstruksjoner som ble prosjektert på grunnlag av dette formelverket i sin tid. De resterende parametrene i rissavstandsformlene har utslagsgivende effekt på hvor risset kan forventes å oppstå. Teorigrunnlaget for riss som er presentert i denne oppgaven er i stor grad representert i formelverkene som benyttes til rissviddeberegning i dag.

6.7 Konkrete formelforskjeller

Underveis i arbeidet med denne avhandlingen har det blitt kartlagt konkrete forskjeller mellom formelverkene som inneholder formler for rissviddeberegning. I kapittel 3 ble det gitt en oppsummering av formelverkene forskjeller. Det vil bli gjenoptatt og diskutert her. Dette avsnittet gir en samling av disse forskjellene for å vise hvor enkelte parametre er inkludert og hvor de er blitt utelatt.

6.7.1 Svinntøyningsleddet

Denne oppgaven har i stor grad fokusert på riss forårsaket av ytre laster. Rissviddeberegningene i denne oppgaven har utelukket effektene av svinn, slik at rissviddene for EC2 og MC2010 har vært relativt samsvarende. MC2010 og NS3473 (2003) inkluderer et ekstra ledd i tøyningstrykket som angir svinntøyningen i betongen, ϵ_{cs} . EC2 og NS3473 (1992) har kun med tøyningbidrag fra stålarmingen og betongen med bidrag fra *tension stiffening*. Det er interessant å diskutere denne variasjonen mellom formelverkene og hvordan dette gir utslag i praksis. I dimensjonering og prosjektering av betong er det også viktig å betrakte risseffekten av kryp, svinn og temperatur som i mindre grad er avhengige av lastnivå. Formelverkene har ulike tolkninger av hvorvidt disse faktorene skal inkluderes i rissviddeformlene. Svinntøyningsbidraget i MC2010 vil gi et positivt bidrag til den relative gjennomsnittstøyningen som er en del av beregningen av rissvidde. Dette vil føre til et større bidrag fra tøyningformelen, som igjen vil gi en større rissvidde. Fastholdningskreftene som oppstår i en konstruksjon vil påvirke størrelsen på svinntøyningene. I formelverkene som utelater ϵ_{cs} , vil fastholdningskreftene representeres gjennom bidraget fra σ_s . EC2 understreker at σ_s er midlere tøyning i armeringen for den aktuelle lastkombinasjonen [10]. Dette inkluderer svinnbidraget.

Formelverkene utforming tar hensyn til dette på forskjellige måter, slik som diskutert i kapittel 3. Svinntøyninger må beregnes for hvert enkelttilfelle ved gjennomføring av en rissviddebegrensning. Det kan antas at disse leddene settes i kontekst når svinntøyningen inngår som et eget ledd i de nevnte regelverkene.

6.7.2 Stangavstand

I følge Beeby (1985) [3] har eksperimenter vist at overdekning og stangavstand s har innvirkning på rissavstand og rissvidden. Parameteren s er avstanden mellom armeringsjern

eller armeringsbunter. Formel 2.11 i kapittel 2 er et resultat av dette. Denne parameteren var tidligere inkludert i en eldre utgave av Model Code, som også var grunnlaget for introduksjonen av parameteren s i NS3473. Det er sannsynligvis flere grunner til at denne lengden ble ekskludert fra å inngå i nyere utgaver av Model Code. Det kan tenkes at overdekningens innflytelse på det første leddet i rissavstandsformelen var dominerende slik at bidraget på rissavstanden fra $0.1s$ kunne neglisjeres.

6.7.3 *Tension stiffening*-effekten representert i formler

Tolkningen av *tension stiffening*-effekten i betongen inkluderes på forskjellig vis i de ulike formelverkene. Dette er effekten av at betongen mellom rissene tar opp en viss andel av strekkraftene, til tross for at betong tåler strekk dårlig. EC2 og MC2010 har samsvarende tolkninger fra innvirkningen til denne effekten. Som nevnt beskriver EC2 parameteren ϵ_{sm} som en midlere armeringstøyning hvor det tas hensyn til virkningen av stivhetsøkning fra betongen mellom rissene [10]. Midlere betongtøyning mellom rissene gis av ϵ_{cm} [10].

NS3473 (1992) inneholder en mer intuitiv formulering av bidraget fra *tension stiffening*. Rissviddeformelen angitt i dette formelverket innebærer at ståltøyningen multipliseres med rissavstand. Dette gir en rissvidde dersom det beregnes for nakent stål i Stadium II. For å korrigere dette multipliseres uttrykket med en faktor r , som angir den velkjente *tension stiffening*-effekten. Denne sammenhengen illustrerer strekkpåkjennte materialers oppførsel tydelig.

Som nevnt i kapittel 3 har MC2010 og EC2 en relativt komplisert fremstilling av denne effekten, og disse formelverkene har gått bort fra formuleringen som ble brukt tidligere. Favre et al. (1985) [3] beskriver tøyningen i armert betong $\epsilon_{sm,r}$ som i uttrykk 6.2 med en reduksjonsfaktor ζ som tar hensyn til effekten av *tension stiffening*.

$$\epsilon_{sm,r} = \zeta \cdot \epsilon_{s2} \quad (6.2)$$

Faktoren ϵ_{s2} er armeringstøyningen i opprisset tverrsnitt i Stadium II og ζ er en tøyningsreduksjonsfaktor som tillater stivhet i betongen som er påkjent av strekk. Denne framstillingen er bygd opp på samme måte som i NS3473 (1992), hvor ståltøyningen er utgangspunkt og multipliseres med en justerende reduksjonsfaktor r for betongens bidrag til *tension stiffening*.

6.7.4 Statistikkfaktoren 1.7

Faktoren 1.7 som kommer av statistiske beregninger for riss i betong, inngår i samtlige av de benyttede formelverkene med unntak av MC2010. Favre et al. (1985) [3] beskriver formelen for karakteristisk rissvidde i Model Code fra 1978 slik:

$$w_k = 1.7w_m$$

For ytre lastpåkjenning vil denne beregningen korrespondere med 95%-fraktilen for rissvidder som kan forventes å oppstå i et betongelement [3]. Slik kan det være mulig at det dannes tilfeldige riss som er større enn beregnet rissvidde i betongelementer med dimensjonerende last [3]. Dette er årsaken til at rissformlene benytter denne faktoren ved rissviddebegrensning. Favre et al. (1978) [3] oppgir i tillegg en statistikkfaktor på 1.3 for karakteristiske rissvidder som oppstår som resultat av fastholdning og svinn i betongen. Denne er lavere enn for riss forårsaket av ytre last fordi slike riss er mindre i virkeligheten [3].

I rissavstandsformelen i MC2010 forklares koeffisienten $k = 1.0$ som en empirisk koeffisient, men den ellers gjennomgående empiriske faktoren 1.7 er utelatt her [6].

6.8 Beregning av rissavstand og rissvidde på bjelker

Resultatene fra rissavstandsberegningen i kapittel 5 viser at rissavstanden stort sett underestimeres av formelverkene som er benyttet. Resultatene viste at bjelkene med stor overdekning og liten armeringsdiameter (Bjelke-ID 12-70-00/10/30) ga en større beregnet rissvidde i forhold til målt rissvidde fra eksperimentet [5]. Dette tilsier at strekkarealet i bjelken har mindre stål og derfor blir deformasjonen større i betongen. Det er ønskelig å ha mange riss med liten rissvidde, i motsetning til å ha få riss med stor rissvidde.

Rissberegningene utført i kapittel 5 viste at de målte verdiene av rissavstand var relativt ulike de tilsvarende beregnede verdiene. De beregnede rissviddene tilsvarte den målte rissvidden til en viss grad og i mange tilfeller ble de beregnet til å være større enn de målte. Disse resultatene kan enten komme av at forskningsartikkelens målinger er unøyaktige, eller at både målte og beregnede verdier rundes av og gir større differanse. Det kan også tenkes at rissformlene ikke gjenspeiler virkeligheten godt nok, men det er ikke nærliggende å fastslå dette ut ifra denne beregningen. Så lenge formelene beregner rissvidder som er like store eller større enn rissene i praksis, kan det antas konservative beregninger.

Resultatene fra rissavstand- og rissviddeberegningene i kapittel 5 er også nyttige til å uttrykke sammenligning av de fire formelene for rissvidde. På et lavt spenningsnivå er formelverkene nokså samsvarende, men når spenningen øker vil forskjellene komme enda tydeligere frem. Lastøkningen med tilsvarende spenningsøkning fra Caldentey et al. (2013) [5] ble brukt som inputverdi i beregningen. Det opprinnelige bjelkeeksperimentet hadde som hensikt å kartlegge rissmønstrene og deres påvirkning av bøylearmering. Dette fører til at det kreves et høyere lastnivå enn det som normalt er innenfor bruksgrenseberegning. Det har derfor blitt stilt en del spørsmål angående hvor grensen mellom bruks- og bruddgrensetilstand går, og hvilke parametre som skal endres ved et aktuelt lastnivå. For å plote grafene som ble introdusert i kapittel 5 (se også vedlegg C) ble det regnet med en overgang fra bruksgrensetilstand til bruddgrensetilstand for $\sigma_s = 400$ MPa. Som man kan se i vedlegg D, endres verdien av α til å gjelde for bruddgrenseteori for dette lastnivået. Dette førte til en større trykksonehøyde enn i bruksgrensetilstand, men ga ingen bemerkelsesverdige innflytelse på grafenes form eller verdier, noe som var hensikten med å inkludere denne overgangen i beregningskoden.

Tabellene 5.4 og 5.6 inneholder bruksgrenseberegninger for det maksimale spenningsnivået som ble påført hver bjelke [5]. Verdiene i tabellene var ment å gi resultater basert på bruksgrensetilstand, til tross for beregning med høye spenningsnivåer. Disse rissviddeverdiene kan sammenlignes med rissviddenes verdier i grafenes slutt punkt.

Rissviddegrafene utført i Matlab inkluderte som nevnt en justering av beregningsgrunnlaget til å gjelde for bruddgrensetilstand ved høyere lastnivå. Uten videre utdypning av dette viste det seg at de beregnede rissviddene ble nokså like for disse to beregningene basert på overfladiske observasjoner.

Konklusjon

7.1 Oppsummering og konklusjon

Utviklingen av rissformlene fram til i dag har gitt et innblikk i hvilke parametre som involveres for å beskrive rissoppførsel i betong. Litteraturen vektlegger i stor grad parametre som representerer likevekt mellom armering og betong, og deres materialegenskaper. Tidligere forskning har fokusert på rissdannelse avhengig av heftoverføringslengde, derfor er det interessant å diskutere eventuell påvirkning fra bøylearmering. Det er utført en rissviddeberegning med hensikt å sammenligne både resultatene fra de fire aktuelle formelverkene, og i tillegg sammenligne beregnede resultater med målte, reelle verdier.

Formuleringen av det effektive betongarealet i strekk er en av de største endringene i formelverkene for rissviddeberegning. Etter NS3473 (1992) ble parameteren $h_{c,eff}$ justert slik at man regnet med et mindre strekkareal i betongen. Dette førte til at de beregnede rissviddene ble mindre enn tidligere, og slik har det fortsatt å være. Formelverkene som betraktes i denne avhandlingen representerer virkelighetens rissoppførsel godt. Hvilket formelverk som gir mest konservative beregninger vil generelt variere ut ifra konstruksjonen som betraktes. For bjelkene som er benyttet i denne avhandlingen ser det ut til å være NS3473 (1992) som gir mest konservative beregninger. Dette har med størrelsen på det aktuelle strekkarealet å gjøre.

I tillegg er minimumsbegrensningen av den relative gjennomsnittstøyningen i EC2 sentral i sammenligningen av EC2 og MC2010 i kapittel 4. I det konkrete last- og armeringstilfellet sørger denne begrensningen for at EC2 representerer en rissoppførsel som er mest lik virkeligheten.

Bjelkeeksperimentet som ble dokumentert av Caldentey et al. i 2013 [5] gjenopptok diskusjonen rundt tverrarmeringens innflytelse på rissavstanden. Caldentey et al. [5] konkluderer med at bøyleavstanden gir størst utslag på den gjennomsnittlige rissavstanden, og

påvirker største rissavstand $s_{r,max}$ i mindre grad. Videre fastslår Caldentey et al. at dette rettferdiggjør ekskluderingen av bøyleavstanden i gjeldende og framtidige formelverk [5]. Observasjoner, kilder og beregninger i denne avhandlingen viser at beregnet rissavstand ofte avviker fra målte verdier. Derfor bør kanskje påvirkning fra bøylearmering likevel vurderes med tanke på dimensjonering av rissavstand i tverrarmerte bjelker. Overdekningen bør generelt tas med i betraktning for å kartlegge hvilke tilfeller som har høyest sannsynlighet for å få rissutvikling langs bøylar. For store overdekninger er ikke dette temaet like relevant, men for bjelker med liten overdekning og tverrarmering bør dette vurderes. Dette er et omfattende tema som gjør at det er vanskelig å si om konklusjonen til Caldentey et al. [5] er et fremskritt i betongforskning eller om diskusjonen bør gjenopptas til videre arbeid.

Definisjonen av bruksgrensetilstand er formulert for bruk i riktig anvendelsesområde. Under rissutviklingsstadiet kan det være vanskelig å skille mellom overgangen fra Stadium I til Stadium II, og derfor må det antas at bruksgrenseberegning kan anvendes for ønsket tilfelle. Det samme gjelder for overgangen mellom bruks- og bruddgrensetilstand. For høye last- og spenningsnivåer kan det være utfordrende å fastslå at bruksgrensetilstand er gjeldende. Dette gjelder den øvre delen av Stadium II, hvor rissvidden er størst rett før plastisk deformasjon i armeringen. I praksis vil man kunne justere materialegenskaper og dimensjoner i slike tilfeller for å kunne beregne på den sikre siden. Formelverkene har klare definisjoner av bruks- og bruddgrensetilstand, og disse bør benyttes slik de er.

Beregnete riss avviker relativt ofte fra målte og reelle verdier. Dette kan blant annet ha å gjøre med at det er ønskelig å regne konservativt slik at konstruksjonenes kapasitet er på den sikre siden. I tillegg kan diskusjonen om hvor rissavstanden måles være relevant her. Ulike oppfatninger av grenseverdien w_{max} for den beregningsmessige rissvidden w_k kan føre til avvik mellom beregnet og målt rissvidde.

7.2 Videre arbeid

Denne avhandlingen tar for seg rissviddeformler, risteori og rissviddeberegning på bjelker. Dette kan benyttes som grunnlag for fremtidig arbeid med formelverkens representasjon av riss i større betongkonstruksjoner. Det neste steget for dette temaet vil være å overføre denne kunnskapen til en vurdering av formelverkens relevans for beregning av skjærriss. Bøyeriss og skjærriss kan oppstå både i bjelker og i større betongelementer som plater, skiver og skall. Det kan være interessant å utføre et parameterstudie for større konstruksjoner med komplekse spennings situasjoner og mer armering. Parameterstudiet i denne avhandling bidro til mange interessante diskusjoner, så det kan anbefales å jobbe videre med dette på tilsvarende vis.

I tillegg kan det være interessant å betrakte betong som er armert med armeringsnett eller med forspente kabler. Rissviddeberegning på større armerte konstruksjoner kan gi et bedre innblikk i hvorvidt formlene i dagens formelverk kan benyttes ut over betongdimensjonene som er blitt brukt i denne avhandlingen. Innledningsvis ble det nevnt at formelverkene som benyttes er basert på resultater fra eksperimenter på relativt små betongbjelker. En

videre vurdering av hvorvidt rissformlene representerer den sanne rissoppførselen for store konstruksjoner kan være interessant for utvikling av fremtidige formler og formelverk. Laboratorieforsøk på skall og skiver krever ofte mye ressurser, men det kan være interessant å teste rissmønstre på betong med større dimensjoner. Forhåpentligvis samsvarer de reelle rissmønstrene på store konstruksjoner med de rissmønstrene man forventer ut ifra teori og formelverk.

Overgangen mellom bruks- og bruddgrensetilstand kan studeres i videre arbeid med riss. Dette betraktes i liten grad i litteraturen som er benyttet i denne avhandlingen, men som en fortsettelse av diskusjonene som er tatt opp her vil det være interessant som videre arbeid. I tillegg skal dagens formelverk revideres i fremtiden, og det diskuteres om EC2 skal påvirkes i større grad av MC2010 enn den allerede gjør. Resultatene i denne avhandlingen gir innblikk i en liten del av formelverkenes anvendelsesområde, men det gir forhåpentligvis lærdom til videre forskning. Vurdering av overdekningens relevans for rissviddeberegning kan forskes videre på for større konstruksjoner og større betongoverdekninger i forbindelse med både skjærriss og bøyeriss. Elementer med riss i tredimensjonale spenningssituasjoner er et område for videre forskning innenfor dette feltet.

Bibliografi

- [1] Adorjan Borosnyói, G. L. B., 2005. *Models for flexural cracking in concrete: the state of the art*. fib 1 (2), 53–61.
- [2] Balázs, G. L., 2013. *Design for SLS according to fib Model Code 2010*. Structural Concrete 14 1 (2), 99–123.
- [3] Beeby, Favre, K. J., 1985. *Cracking and deformation*. Comité Euro-International du Béton (CEB).
- [4] Braam, C. R., 1990. *Control of crack width in deep reinforced concrete beams*. Profschrift 1 (1), 107.
- [5] Caldentey, Peiretti, I. S., 2013. *Cracking of RC members revisited: influence of cover, an experimental and theoretical study*. Structural Concrete 14 2 (1), 69–78.
- [6] Comité Euro-International du Béton, 2013. *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Ernst & Sohn.
- [7] Kjeldby, L. B., 2016. *Mailkorrespondanse om Beam debonding lengths*.
- [8] Standard-Norge, 1992. *Norsk Standard NS3473:1992, Prosjektering av betongkonstruksjoner - Beregnings- og konstruksjonsregler*.
- [9] Standard-Norge, 2003. *Norsk Standard NS3473:2003, Prosjektering av betongkonstruksjoner - Beregnings- og konstruksjonsregler*.
- [10] Standard-Norge, 2004. *Norsk Standard NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008, Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*.
- [11] Standard-Norge, 2006. *Norsk Standard NS-EN 1992-3:2006+NA:2009, Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 3: Siloer og beholdere*.
- [12] Sørensen, S. I., 2014. *Betongkonstruksjoner*. Fagbokforlaget.

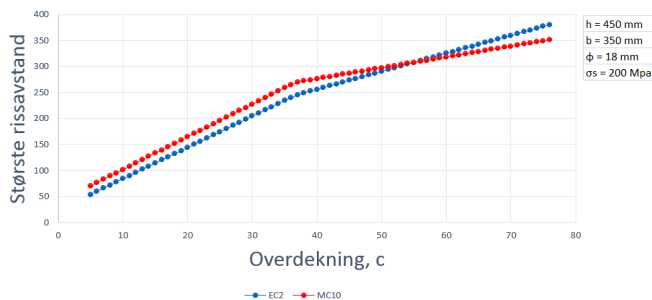
Vedlegg

Vedlegg **A**

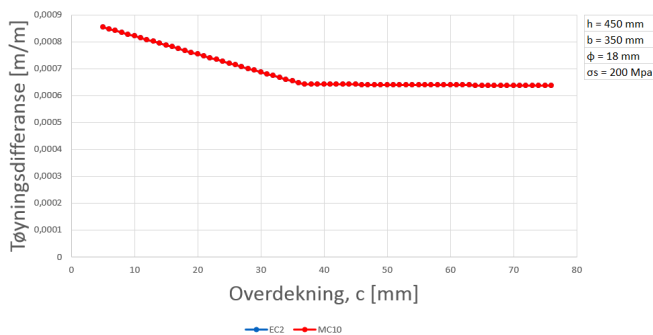
Grafer fra parameterstudiet

Vedlegg A inneholder grafer fra parameterstudiet omtalt i kapittel 4. Figurene viser ulike parameteres påvirkning på rissavstand, relativ gjennomsnittstøyning og rissvidde. Bemerkelsesverdige grafer for hver av variablene ble presentert i kapittel 4. Dette vedlegget inneholder tilsvarende grafer med andre konstante verdier for bredde, høyde, armeringsdiameter, overdekning eller stålspenning. Det er forsøkt å gi eksempler der EC2 og MC2010 samsvarer godt.

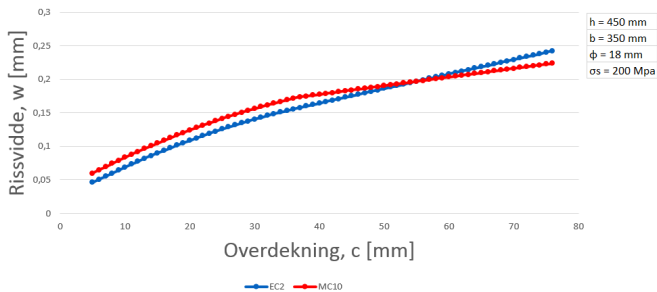
A.1 Overdekning



Figur A.1: Rissavstand for økende overdekning for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.

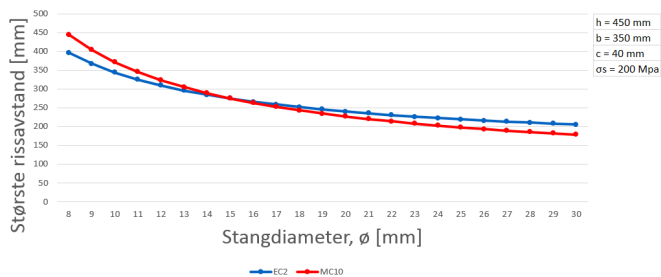


Figur A.2: Relativ gjennomsnittstøyning for økende overdekning for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.

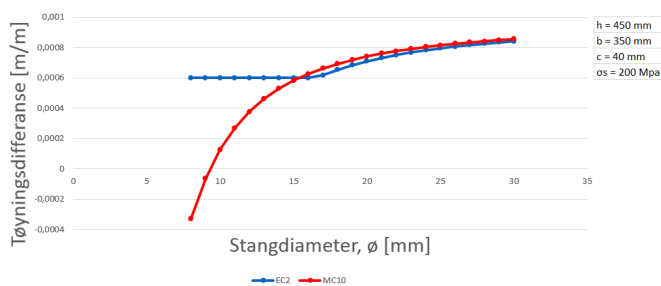


Figur A.3: Rissvidde for økende overdekning for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.

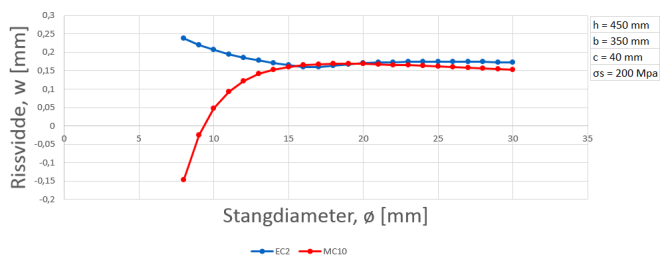
A.2 Armeringsdiameter



Figur A.4: Rissavstand for økende armeringsdiameter for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.

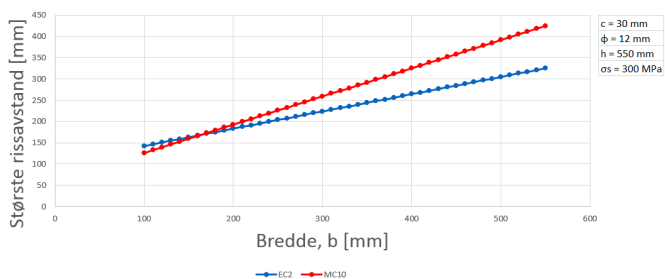


Figur A.5: Relativ gjennomsnittstøyning for økende armeringsdiameter for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.

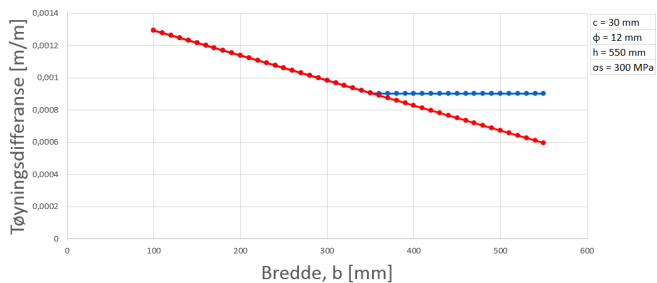


Figur A.6: Rissvidde for økende armeringsdiameter for EC2 og MC2010. Formelverkene samsvarer.

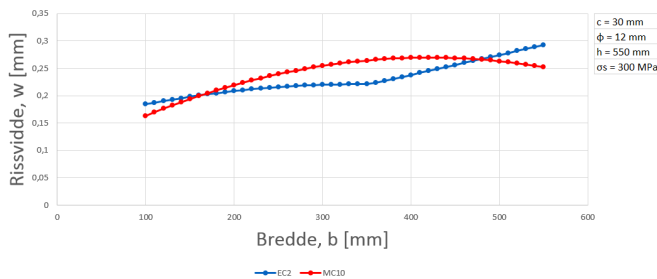
A.3 Bredde



Figur A.7: Rissavstand for økende tverrsnittsbredde for EC2 og MC2010

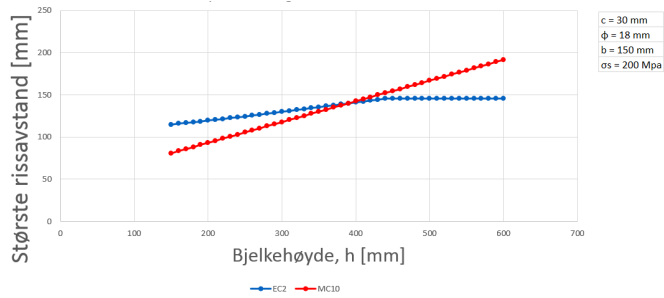


Figur A.8: Relativ gjennomsnittstøyning for økende tverrsnittsbredde for formelverkene EC2 og MC2010

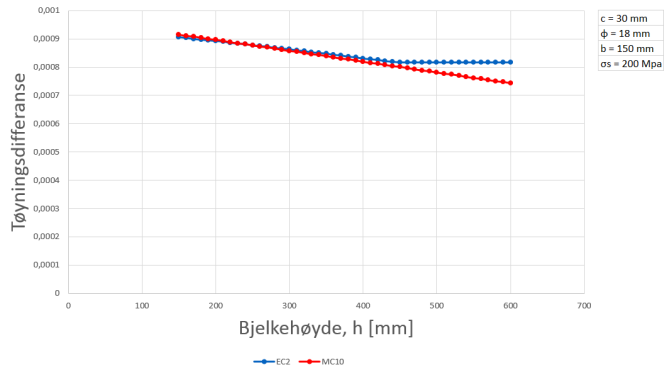


Figur A.9: Rissvidde for økende tverrsnittsbredde for EC2 og MC2010

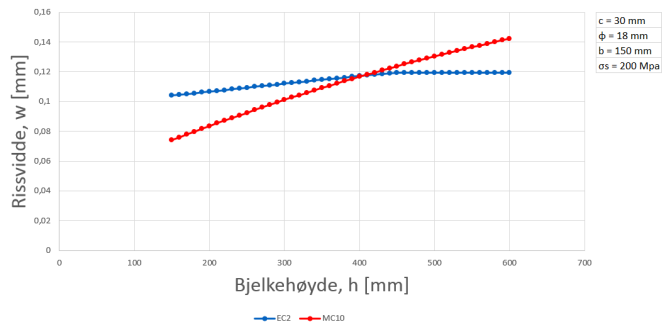
A.4 Høyde



Figur A.10: Rissavstand for økende tverrsnittshøyde for EC2 og MC2010

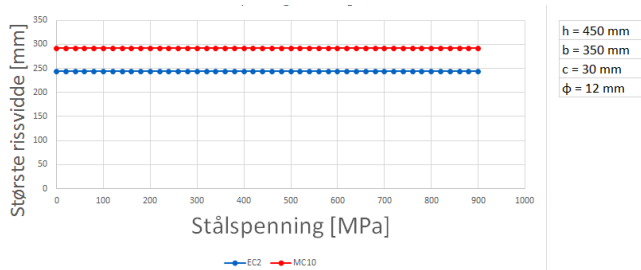


Figur A.11: Relativ gjennomsnittstøyning for økende tverrsnittshøyde for formelverkene EC2 og MC2010

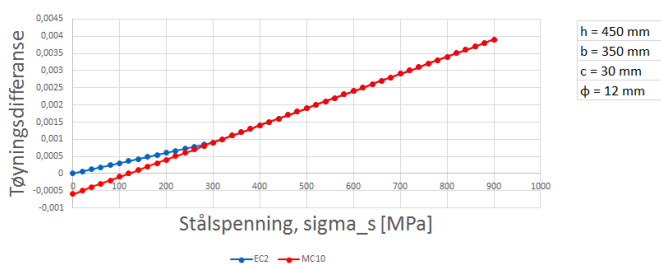


Figur A.12: Rissvidde for økende tverrsnittshøyde for EC2 og MC2010

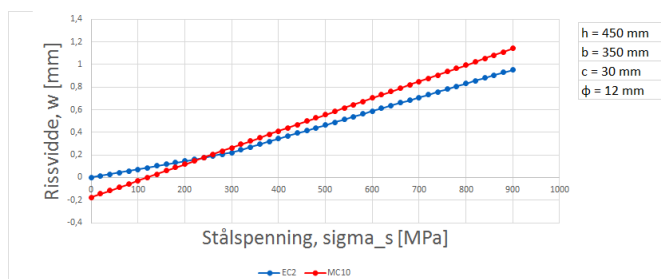
A.5 Stålspenning



Figur A.13: Rissavstand for økende stålspenning for EC2 og MC10

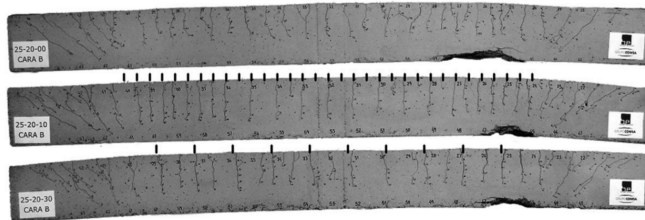


Figur A.14: Tøyningsdifferanse for økende stålspenning for EC2 og MC10

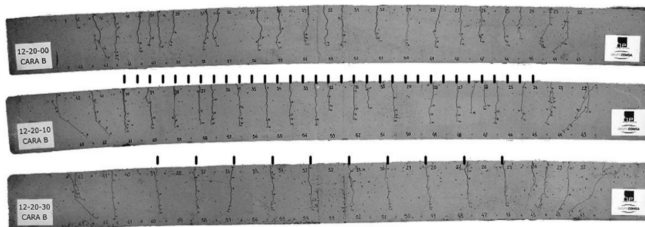


Figur A.15: Rissvidde for økende stålspenning for EC2 og MC10

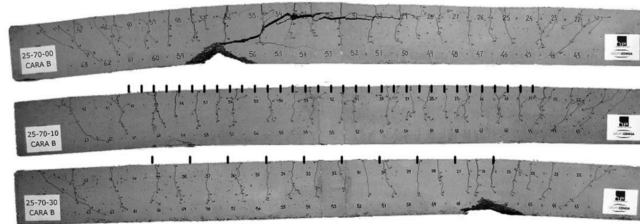
Rissmønstre



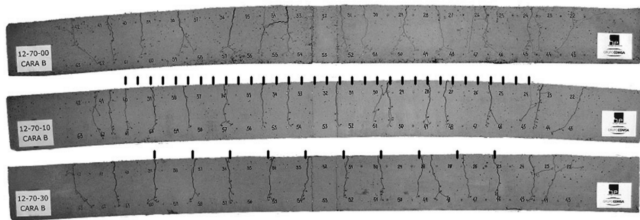
Figur B.1: Bjelketest 25-20-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 25 mm armeringsdiameter og 20 mm overdekning [5].



Figur B.2: Bjelketest 12-20-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 12 mm armeringsdiameter og 20 mm overdekning [5].

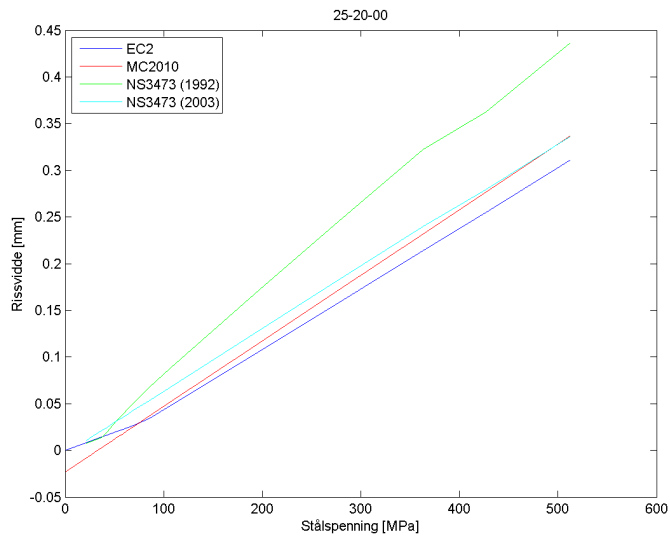


Figur B.3: Bjelketest 25-70-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 25 mm armeringsdiameter og 70 mm overdekning [5].

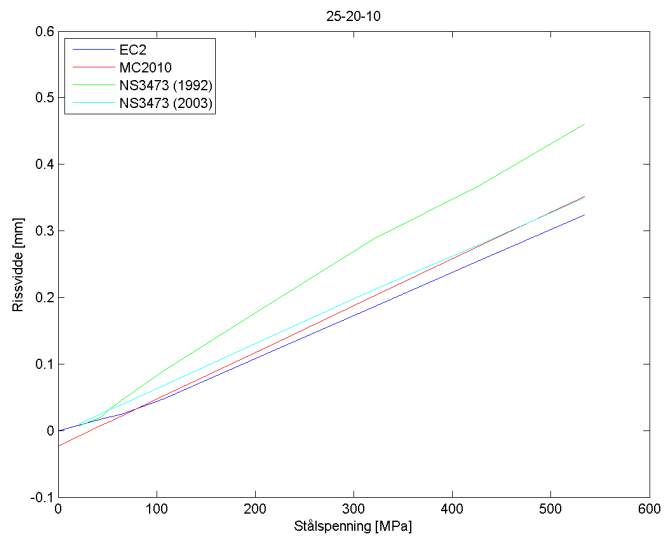


Figur B.4: Bjelketest 12-70-00/10/30. Effekten av bøyleavstand og rissavstand med 12 mm armeringsdiameter og 70 mm overdekning [5].

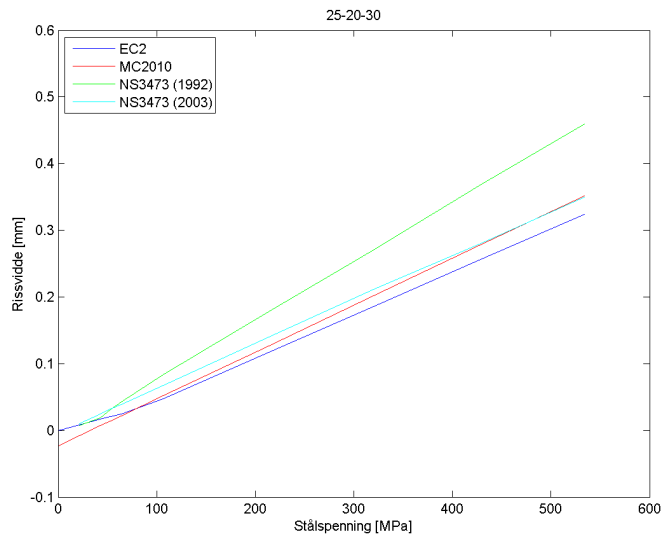
Rissviddeberegning med ulike formelverk



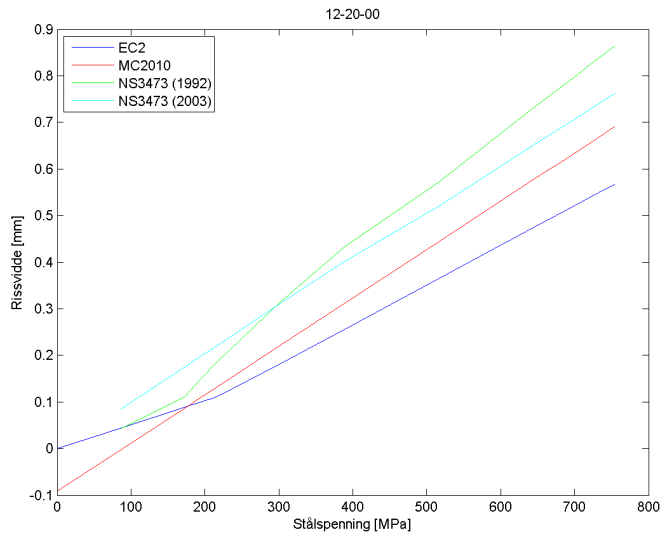
Figur C.1: Rissvidde for økende last på Bjelke 25-20-00.



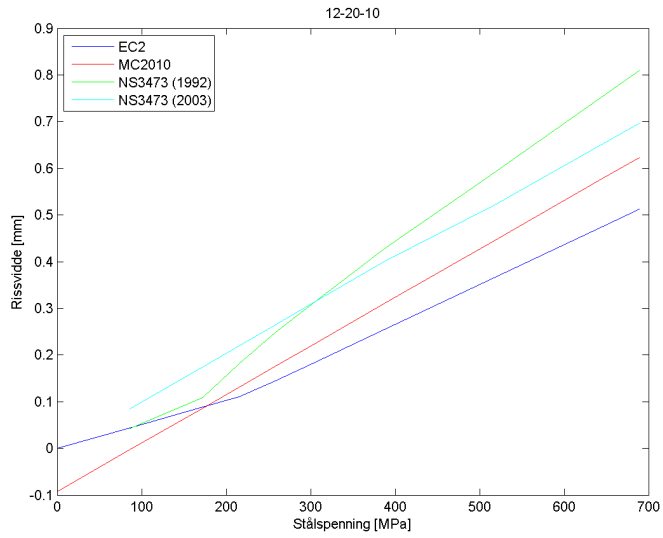
Figur C.2: Rissvidde for økende last på Bjelke 25-20-10



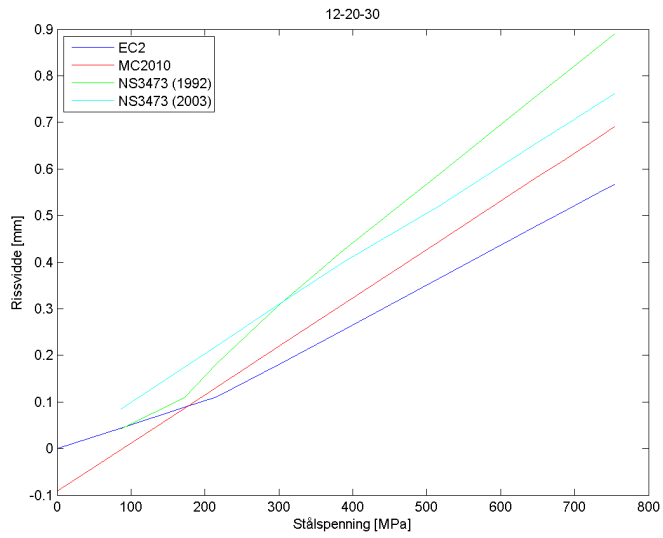
Figur C.3: Rissvidde for økende last på Bjelke 25-20-30



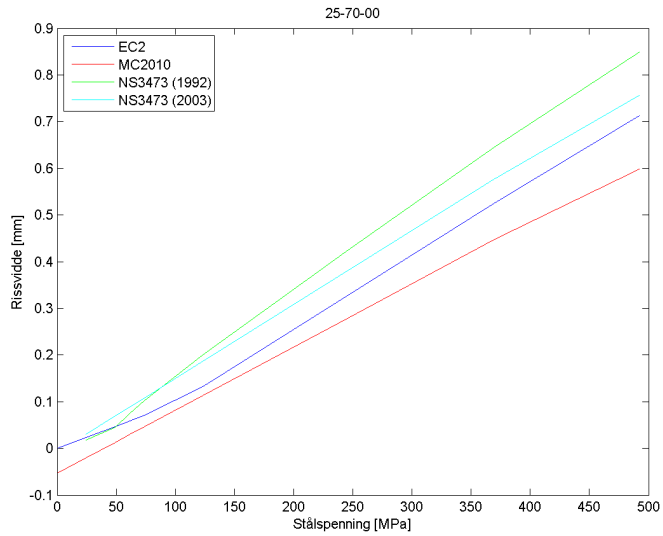
Figur C.4: Rissvidde for økende last på Bjelke 12-20-00



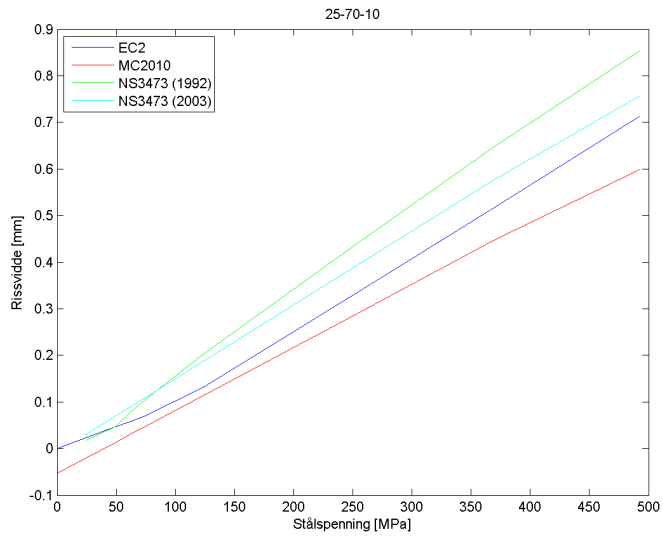
Figur C.5: Rissvidde for økende last på Bjelke 12-20-10



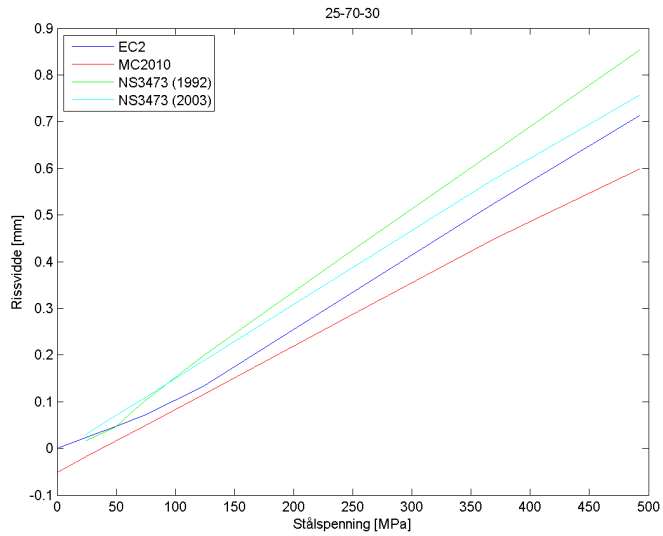
Figur C.6: Rissvidde for økende last på Bjelke 12-20-30



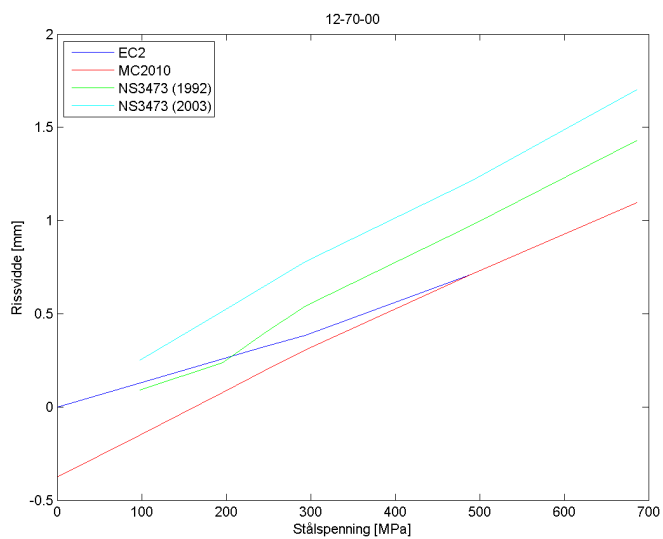
Figur C.7: Rissvidde for økende last på Bjelke 25-70-00



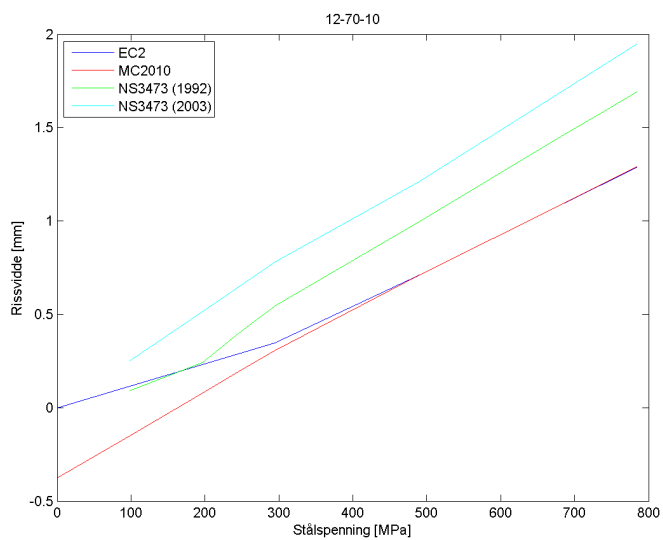
Figur C.8: Rissvidde for økende last på Bjelke 25-70-10



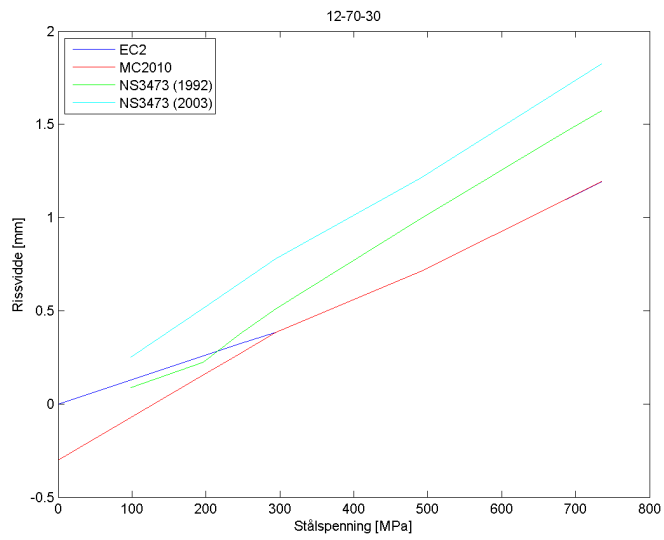
Figur C.9: Rissvidde for økende last på Bjelke 25-70-30



Figur C.10: Rissvidde for økende last på Bjelke 12-70-00



Figur C.11: Rissvidde for økende last på Bjelke 12-70-10



Figur C.12: Rissvidde for økende last på Bjelke 12-70-30

Matlab-script

Den følgende koden viser et Matlab-script brukt til å sammenligne rissviddeformlene i EC2, MC2010, NS3473 (1992) og NS3473 (2003). Disse grafene ble vist i vedlegg C. Scriptet gir ut rissviddeberegning for økende stålspenning for bjelkene 25-20-00, 25-20-10 og 25-20-30. Dette er tre av totalt tolv bjelker som betraktes i avhandlingen. Scriptene til de resterende ni bjelkene er utelatt her.

```

1  clc; clear all; close all;
2  format short
3
4  %——— Dimensjoner ——-%
5
6  h = 450;           % [mm]
7  b = 350;           % [mm]
8  n=4;              % Antall armeringsjern
9  E_s = 200000;      % [MPa]
10 E_cm = 30000;      % [MPa]
11 alpha_e = E_s/E_cm; % Forholdstall , Youngs modul
12 f_ctm = 2.6;       % Betongens midlere
    aksialstrekkfasthet
13 ny = E_s/E_cm;     % Materialforhold
14
15 % Inputverdier for armeringsspenninger for stegbasert lastø
    kning
16
17 %——— Bjelke 25-20-00 ——-%
18 sigma_25_20_00 = [0  21.34637512  26.6829689      32.01956268
    37.35615646      42.69275024      48.02934402
    53.3659378       58.70253158       64.03912536
```

```

69.37571914      85.38550048      106.7318756
192.1173761     277.5028766     362.8883771
426.9275024     512.3130029];

19
20 %----- Bjelke 25-20-10 -----%
21 sigma_25_20_10 = [0 21.34637512 42.69275024      53.3659378
                    64.03912536      106.7318756      213.4637512
                    320.1956268      426.9275024      533.659378];

22
23 %----- Bjelke 25-20-30 -----%
24 sigma_25_20_30 = [0 21.34637512 42.69275024      53.3659378
                    64.03912536      106.7318756      213.4637512
                    320.1956268      426.9275024      533.659378];

25
26 %-----%
27
28 phi_25 = 25; c_20 = 20;
29 As_25 = pi*phi_25^2*0.25*n;
30 As_12 = pi*phi_25^2*0.25*n;
31 d_25_20 = h-c_20-(phi_25/2);
32 rho_25_20 = As_25/(b*d_25_20);
33 alphaULS = 0.412;
34
35 %-----%
36 %----- EUROCODE 2 -----%
37 %-----%
38
39 k1 = 0.8;          % Stenger med god heft
40 k2 = 0.5;          % 1.0 for rent strekk , 0.5 for boyning
41 k3 = 3.4;          % Statistikkoeffisient , 2 * 1.7
42 k4 = 0.425;        % 0.25 * 1.7
43 k_t = 0.6;         % 0.4 for langvaring
44 fct_eff = 2.6;     % [MPa] For betongkvalitet B25
45
46 %----- Bjelke 25-20-00 -----%
47
48 % Trykksonehøyde for bruks- og bruddgrense
49 for i =1: length(sigma_25_20_00)
50     if sigma_25_20_00(i) < 400
51         alpha_25_20_00(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
52             rho_25_20)-ny*rho_25_20;
53     else
54         alpha_25_20_00(i) = alphaULS;
55     end
56 x_25_20_00(i) = alpha_25_20_00(i)*d_25_20;

```

```

56
57 H_25_20_00_EC = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_00(i))/3 h/2];
58 h_ceff_25_20_00_EC=min(H_25_20_00_EC);
59 rho_p_eff_25_20_00_EC = As_25/(b*h_ceff_25_20_00_EC);
60
61 % Midlere betongtøyning
62 epsilon_cm_EC = (k_t*(fct_eff/rho_p_eff_25_20_00_EC)*(1+
        alpha_e*rho_p_eff_25_20_00_EC))/E_s;
63
64 % Midlere armeringstøyning
65 epsilon_sm_EC(i) = sigma_25_20_00(i)/E_s;
66
67 % Relativ gjennomsnittstøyning
68 toyningsdiff_25_20_00_EC(i) = epsilon_sm_EC(i) -
        epsilon_cm_EC;
69
70 % Tøyningsbegrensning i EC2
71     if toyningsdiff_25_20_00_EC(i) <= 0.6*(sigma_25_20_00(i)
72         )/E_s)
73         toyningsdiff_25_20_00_EC(i) = 0.6*(sigma_25_20_00(i)
74         )/E_s);
75     else
76         toyningsdiff_25_20_00_EC(i) =
77         toyningsdiff_25_20_00_EC(i);
78     end
79
80 % Største rissavstand
81 s_rmax_25_20_00_EC = k3*c_20 + k1*k2*k4*(phi_25 /
82     rho_p_eff_25_20_00_EC);
83
84 % Rissvidde
85 w_k_25_20_00_EC(i) = s_rmax_25_20_00_EC*
86     toyningsdiff_25_20_00_EC(i);
87 end
88
89 %——— Bjelke 25–20–10 ——-%
90
91 for i =1: length(sigma_25_20_10)
92     if sigma_25_20_10(i) < 400
93         alpha_25_20_10(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
94             rho_25_20)-ny*rho_25_20;
95     else
96         alpha_25_20_10(i) = alphaULS;
97     end
98     x_25_20_10(i) = alpha_25_20_10(i)*d_25_20;

```

```

93
94 H_25_20_10_EC = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_10(i))/3 h/2];
95 h_ceff_25_20_10_EC=min(H_25_20_10_EC);
96 rho_p_eff_25_20_10_EC = As_25/(b*h_ceff_25_20_10_EC);
97
98 % Relativ gjennomsnittstøyning
99 toyningsdiff_25_20_10_EC(i) = (sigma_25_20_10(i) - (k_t*(
      fct_eff/rho_p_eff_25_20_10_EC)*(1+alpha_e*
      rho_p_eff_25_20_10_EC)))/E_s;
100
101 % Tøyningsbegrensning i EC2
102     if toyningsdiff_25_20_10_EC(i) < 0.6*(sigma_25_20_10(i)
      /E_s)
103         toyningsdiff_25_20_10_EC(i) = 0.6*(sigma_25_20_10(i)
      )/E_s);
104     else
105         toyningsdiff_25_20_10_EC(i) =
      toyningsdiff_25_20_10_EC(i);
106     end
107
108 % Største rissavstand
109 s_rmax_25_20_10_EC = k3*c_20 + k1*k2*k4*(phi_25/
      rho_p_eff_25_20_00_EC);
110
111 % Rissvidde
112 w_k_25_20_10_EC(i) = s_rmax_25_20_10_EC*
      toyningsdiff_25_20_10_EC(i);
113 end
114
115 %——— Bjelke 25–20–30 ——-%
116
117 for i = 1:length(sigma_25_20_30)
118     if sigma_25_20_30(i) < 400
119         alpha_25_20_30(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
      rho_25_20)-ny*rho_25_20;
120     else
121         alpha_25_20_30(i) = alphaULS;
122     end
123     x_25_20_30(i) = alpha_25_20_30(i)*d_25_20;
124
125 H_25_20_30_EC = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_30)/3 h/2];
126 h_ceff_25_20_30_EC=min(H_25_20_30_EC);
127 rho_p_eff_25_20_30_EC = As_25/(b*h_ceff_25_20_30_EC);
128
129 % Relativ gjennomsnittstøyning

```

```

130 toyningsdiff_25_20_30_EC(i) = (sigma_25_20_30(i) - (k_t*(
      fct_eff/rho_p_eff_25_20_30_EC)*(1+alpha_e*
      rho_p_eff_25_20_30_EC)))/E_s;
131
132 % Tøyningsbegrensning i EC2
133     if toyningsdiff_25_20_30_EC(i) < 0.6*(sigma_25_20_30(i)
      /E_s)
134         toyningsdiff_25_20_30_EC(i) = 0.6*(sigma_25_20_30(i)
      )/E_s);
135     else
136         toyningsdiff_25_20_30_EC(i) =
      toyningsdiff_25_20_30_EC(i);
137     end
138
139 % Største rissavstand
140 s_rmax_25_20_30_EC = k3*c_20 + k1*k2*k4*(phi_25/
      rho_p_eff_25_20_30_EC);
141
142 % Rissvidde
143 w_k_25_20_30_EC(i) = s_rmax_25_20_30_EC*
      toyningsdiff_25_20_30_EC(i);
144 end
145
146 %-----%
147 % ----- MODEL CODE 2010 -----%
148 %-----%
149
150 tau_bms = 1.8*f_ctm;% Stabilized cracking , short term.
151 k=1.0;           % Empirisk parameter
152 beta = 0.6;     % Stabilized cracking , short term.
153 ny_r = 0;       % Kortvarig last
154 epsilon_sh = 0; % Kryp. Settes = 0.
155
156 %----- Bjelke 25-20-00 -----%
157
158 for i= 1:length(sigma_25_20_00)
159     if sigma_25_20_00(i) < 400
160         alpha_25_20_00(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
      rho_25_20)-ny*rho_25_20;
161     else
162         alpha_25_20_00(i) = alphaULS;
163     end
164 x_25_20_00(i) = alpha_25_20_00(i)*d_25_20;
165
166 H_25_20_00-MC = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_00(i))/3];

```

```

167 h_ceff_25_20_00_MC=min(H_25_20_00_MC);
168 rho_p_eff_25_20_00_MC = As_25/(b*h_ceff_25_20_00_MC);
169
170 sigma_sr_25_20_00_MC = (f_ctm/rho_p_eff_25_20_00_MC)*(1 +
    alpha_e*rho_p_eff_25_20_00_MC);
171
172 % Største heftoverføringslengde
173 l_smax_25_20_00_MC = k*c_20 + 0.25*(f_ctm/tau_bms)*(phi_25/
    rho_p_eff_25_20_00_MC);
174
175 % Relativ gjennomsnittstøyning
176 toydiff_25_20_00_MC(i) = (sigma_25_20_00(i) - (beta*
    sigma_sr_25_20_00_MC))/E_s - (ny_r*epsilon_sh);
177
178 % Rissvidde
179 w_d_25_20_00_MC(i) = 2*l_smax_25_20_00_MC*(
    toydiff_25_20_00_MC(i));
180
181 % (Største rissavstand)
182 s_rmax_25_20_00_MC = 2*l_smax_25_20_00_MC;
183 end
184
185 %——— Bjelke 25–20–10 ——-%
186
187 for i =1: length(sigma_25_20_10)
188     if sigma_25_20_10(i) < 400
189         alpha_25_20_10(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
            rho_25_20)-ny*rho_25_20;
190     else
191         alpha_25_20_10(i) = alpha_uls;
192     end
193     x_25_20_00(i) = alpha_25_20_10(i)*d_25_20;
194
195 H_25_20_10_MC = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_10(i))/3 h/2];
196 h_ceff_25_20_10_MC=min(H_25_20_10_MC);
197 rho_p_eff_25_20_10_MC = As_25/(b*h_ceff_25_20_10_MC);
198
199 sigma_sr_25_20_10_MC = (f_ctm/rho_p_eff_25_20_10_MC)*(1 +
    alpha_e*rho_p_eff_25_20_10_MC);
200
201 % Største heftoverføringslengde
202 l_smax_25_20_10_MC = k*c_20 + 0.25*(f_ctm/tau_bms)*(phi_25/
    rho_p_eff_25_20_10_MC);
203
204 % Relativ gjennomsnittstøyning

```

```

205 toydiff_25_20_10_MC(i) = (sigma_25_20_10(i) - (beta*
      sigma_sr_25_20_10_MC))/E_s - (ny_r*epsilon_sh);
206
207 % Rissvidde
208 w_d_25_20_10_MC(i) = 2*l_smax_25_20_10_MC*(
      toydiff_25_20_10_MC(i));
209
210 % (Største rissavstand)
211 s_rmax_25_20_10_MC = 2*l_smax_25_20_10_MC;
212 end
213
214 %——— Bjelke 25-20-30 ——-%
215
216 for i = 1:length(sigma_25_20_30)
217     if sigma_25_20_30(i) < 400
218         alpha_25_20_30(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
              rho_25_20)-ny*rho_25_20;
219     else
220         alpha_25_20_30(i) = alphaULS;
221     end
222     x_25_20_30(i) = alpha_25_20_30(i)*d_25_20;
223
224     H_25_20_30_MC = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_30(i))/3 h/2];
225     h_ceff_25_20_30_MC=min(H_25_20_30_MC);
226     rho_p_eff_25_20_30_MC = As_25/(b*h_ceff_25_20_30_MC);
227
228     sigma_sr_25_20_30_MC = (f_ctm/rho_p_eff_25_20_30_MC)*(1 +
              alpha_e*rho_p_eff_25_20_30_MC);
229
230 % Største heftoverføringslengde
231 l_smax_25_20_30_MC = k*c_20 + 0.25*(f_ctm/tau_bms)*(phi_25/
              rho_p_eff_25_20_30_MC);
232
233 % Relativ gjennomsnittstøyning
234 toydiff_25_20_30_MC(i) = (sigma_25_20_30(i) - (beta*
      sigma_sr_25_20_00_MC))/E_s - (ny_r*epsilon_sh);
235
236 % Rissvidde
237 w_d_25_20_30_MC(i) = 2*l_smax_25_20_30_MC*(
      toydiff_25_20_30_MC(i));
238
239 % (Største rissavstand)
240 s_rmax_25_20_30_MC = 2*l_smax_25_20_30_MC;
241 end
242

```

```

243 %—————%
244 %——— N S 3 4 7 3 ( 1 9 9 2 ) ——%
245 %—————%
246
247 k_w = 1.0;      % Tverrsnitt med bøyning eller strekk
248 f_tn = 1.40;   % Konstruksjonsfasthet for strekk for B25
249 MR = (1/6)*b*(h^2)*1.3*k_w*f_tn; % Moment
250 k_1NS = 0.4;   % Kamstål
251 beta = 1.0;   % Korttids
252 s = 70;       % Avstand mellom lengdearmeringsjern
253
254 %——— Bjelke 25-20-00 ——%
255
256 for i = 1:length(sigma_25_20_00)
257     if sigma_25_20_00(i) < 400
258         alpha_25_20_00(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
259             rho_25_20)-ny*rho_25_20;
260     else
261         alpha_25_20_00(i) = alphaULS;
262     end
263     x_25_20_00(i) = alpha_25_20_00(i)*d_25_20;
264     H_25_20_00_NS92 = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_00(i))/3 h
265         /2];
266     h_ceff_25_20_00_NS92=min(H_25_20_00_NS92);
267     sigma_sr_25_20_00_NS92(i) = MR/(As_25*d_25_20*(1-
268         alpha_25_20_00(i)/3));
269
270     h_ceff_25_20_00_NS92 = 7.5*phi_25 + (c_20+phi_25/2);
271     if h_ceff_25_20_00_NS92 > (h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20)
272         /2
273         h_ceff_25_20_00_NS92 = (h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20
274             )/2;
275     else
276         h_ceff_25_20_00_NS92 = 7.5*phi_25 + (c_20+phi_25/2)
277             ;
278     end
279     A_ceff_25_20_00_NS92 = h_ceff_25_20_00_NS92*b;
280     rho_r_25_20_00_NS92 = As_25/A_ceff_25_20_00_NS92;
281
282     h_I_25_20_00_NS92(i) = h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20;
283     h_II_25_20_00_NS92(i) = (h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20)-
284         h_ceff_25_20_00_NS92;

```

```

280 h_1_25_20_00_NS92(i) = h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20-c_20-
      phi_25/2;
281
282 epsilon_1_NS92_00(i) = sigma_25_20_00(i)/E_s;
283
284 % Tøyning i u.k. av effektivt betongareal
285 epsilon_I_NS92_00(i) = (h_I_25_20_00_NS92(i)/
      h_1_25_20_00_NS92(i))*epsilon_1_NS92_00(i);
286
287 % Tøyning i o.k. av effektivt betongareal
288 epsilon_II_NS92_00(i) = (h_II_25_20_00_NS92(i)/
      h_1_25_20_00_NS92(i))*epsilon_1_NS92_00(i);
289 k_2_25_20_00_NS92(i) = 0.125*((epsilon_I_NS92_00(i) +
      epsilon_II_NS92_00(i))/epsilon_I_NS92_00(i));
290
291 % Tension stiffening-effekt
292 r_25_20_00_NS92(i) = 1 - (beta/(2.5*k_1NS))*(sigma_25_20_00
      (i)/sigma_sr_25_20_00_NS92(i)).^(-2);
293     if r_25_20_00_NS92(i) >= 0.4
294         r_25_20_00_NS92(i)=r_25_20_00_NS92(i);
295     else
296         r_25_20_00_NS92(i)=0.4;
297     end
298
299 % Gjennomsnittlig rissavstand
300 s_rm_25_20_00_NS92(i) = 2*(c_20 + 0.1*s) + k_1NS*
      k_2_25_20_00_NS92(i)*(phi_25/rho_r_25_20_00_NS92);
301
302 % Gjennomsnittlig rissvidde
303 w_m_25_20_00_NS92(i) = r_25_20_00_NS92(i)*epsilon_1_NS92_00
      (i)*s_rm_25_20_00_NS92(i);
304
305 % Karakteristisk rissvidde
306 w_k_25_20_00_NS92(i) = 1.7*w_m_25_20_00_NS92(i);
307 end
308
309 %——— Bjelke 25-20-10 ——-%
310
311 for i=1:length(sigma_25_20_10)
312     if sigma_25_20_10(i) < 400
313         alpha_25_20_10(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
      rho_25_20)-ny*rho_25_20;
314     else
315         alpha_25_20_10(i) = alphaULS;
316     end

```

```

317 x_25_20_10(i) = alpha_25_20_10(i)*d_25_20;
318
319 H_25_20_10_NS92 = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_10(i))/3 h
/2];
320 h_ceff_25_20_10_NS92=min(H_25_20_10_NS92);
321
322 sigma_sr_25_20_10_NS92(i) = M.R/(As_25*d_25_20*(1-
alpha_25_20_10(i)/3));
323
324 h_ceff_25_20_10_NS92 = 7.5*phi_25 + (c_20+phi_25/2);
325     if h_ceff_25_20_10_NS92 > (h-alpha_25_20_10(i)*d_25_20)
/2
326         h_ceff_25_20_10_NS92 = (h-alpha_25_20_10(i)*d_25_20
)/2;
327     else
328         h_ceff_25_20_10_NS92 = 7.5*phi_25 + (c_20+phi_25/2)
;
329     end
330 A_ceff_25_20_10_NS92 = h_ceff_25_20_10_NS92*b;
rho_r_25_20_10_NS92 = As_25/A_ceff_25_20_10_NS92;
331
332 h_I_25_20_10_NS92 = h-alpha_25_20_00*d_25_20;
333 h_II_25_20_10_NS92 = (h-alpha_25_20_00*d_25_20)-
h_ceff_25_20_00_NS92;
334 h_1_25_20_10_NS92 = h-alpha_25_20_00*d_25_20-c_20-phi_25/2;
335
336 epsilon_1_NS92_10(i) = sigma_25_20_10(i)/E_s;
337
338 % Tøyning i u.k. av effektivt betongareal
339 epsilon_I_NS92_10(i) = (h_I_25_20_10_NS92/h_1_25_20_10_NS92
)*epsilon_1_NS92_10(i);
340
341 % Tøyning i o.k. av effektivt betongareal
342 epsilon_II_NS92_10(i) = (h_II_25_20_10_NS92/
h_1_25_20_10_NS92)*epsilon_1_NS92_10(i);
343 k_2_25_20_10_NS92(i) = 0.125*((epsilon_I_NS92_10(i) +
epsilon_II_NS92_10(i))/epsilon_I_NS92_10(i));
344
345 % Tension stiffening-effekt
346 r_25_20_10_NS92(i) = 1 - (beta/(2.5*k_1NS))*(sigma_25_20_10
(i)/sigma_sr_25_20_10_NS92(i)).^(-2);
347     if r_25_20_10_NS92(i) >= 0.4
348         r_25_20_10_NS92(i)=r_25_20_10_NS92(i);
349     else
350         r_25_20_10_NS92(i)=0.4;

```

```

351     end
352
353 % Gjennomsnittlig rissavstand
354 s_rm_25_20_10_NS92(i) = 2*(c_20 + 0.1*s) + k_1NS*
      k_2_25_20_10_NS92(i)*(phi_25/rho_r_25_20_10_NS92);
355
356 % Gjennomsnittlig rissvidde
357 w_m_25_20_10_NS92(i) = r_25_20_10_NS92(i)*epsilon_1_NS92_10
      (i)*s_rm_25_20_10_NS92(i);
358
359 % Karakteristisk rissvidde
360 w_k_25_20_10_NS92(i) = 1.7*w_m_25_20_10_NS92(i);
361 end
362
363 %———— Bjelke 25–20–30 ————%
364
365 for i = 1:length(sigma_25_20_30)
366     if sigma_25_20_30(i) < 400
367         alpha_25_20_30(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
      rho_25_20)-ny*rho_25_20;
368     else
369         alpha_25_20_30(i) = alphaULS;
370     end
371     x_25_20_30(i) = alpha_25_20_30(i)*d_25_20;
372
373     H_25_20_30_NS92 = [2.5*(h-d_25_20) (h-x_25_20_30(i))/3 h
      /2];
374     h_ceff_25_20_30_NS92=min(H_25_20_30_NS92);
375
376     sigma_sr_25_20_30_NS92(i) = MR/(As_25*d_25_20*(1-
      alpha_25_20_30(i)/3));
377
378     h_ceff_25_20_30_NS92 = 7.5*phi_25 + (c_20+phi_25/2);
379     if h_ceff_25_20_30_NS92 > (h-alpha_25_20_30(i)*d_25_20)
      /2
380         h_ceff_25_20_30_NS92 = (h-alpha_25_20_30(i)*d_25_20
      )/2;
381     else
382         h_ceff_25_20_30_NS92 = 7.5*phi_25 + (c_20+phi_25/2)
      ;
383     end
384     A_ceff_25_20_30_NS92 = h_ceff_25_20_30_NS92*b;
      rho_r_25_20_30_NS92 = As_25/A_ceff_25_20_30_NS92;
385
386     h_I_25_20_30_NS92 = h-alpha_25_20_30*d_25_20;

```

```

387 h_II_25_20_30_NS92 = (h-alpha_25_20_30*d_25_20)-
      h_ceff_25_20_30_NS92;
388 h_1_25_20_30_NS92 = h-alpha_25_20_30*d_25_20-c_20-phi_25/2;
389
390 epsilon_1_NS92_30(i) = sigma_25_20_30(i)/E_s;
391
392 % Tøyning i u.k. av effektivt betongareal
393 epsilon_I_NS92_30(i) = (h_I_25_20_30_NS92/h_1_25_20_30_NS92
      )*epsilon_1_NS92_30(i);
394
395 % Tøyning i o.k. av effektivt betongareal
396 epsilon_II_NS92_30(i) = (h_II_25_20_30_NS92/
      h_1_25_20_30_NS92)*epsilon_1_NS92_30(i);
397 k_2_25_20_30_NS92(i) = 0.125*((epsilon_I_NS92_30(i) +
      epsilon_II_NS92_30(i))/epsilon_I_NS92_30(i));
398
399 % Tension stiffening-effekt
400 r_25_20_30_NS92(i) = 1 - (beta/(2.5*k_1NS))*(sigma_25_20_30
      (i)/sigma_sr_25_20_30_NS92(i)).^(-2);
401     if r_25_20_30_NS92(i) >= 0.4
402         r_25_20_30_NS92(i) = r_25_20_30_NS92(i);
403     else
404         r_25_20_30_NS92(i)=0.4;
405     end
406
407 % Gjennomsnittlig rissavstand
408 s_rm_25_20_30_NS92(i) = 2*(c_20 + 0.1*s) + k_1NS*
      k_2_25_20_30_NS92(i)*(phi_25/rho_r_25_20_00_NS92);
409
410 % Gjennomsnittlig rissvidde
411 w_m_25_20_30_NS92(i) = r_25_20_30_NS92(i)*epsilon_1_NS92_30
      (i)*s_rm_25_20_30_NS92(i);
412
413 % Karakteristisk rissvidde
414 w_k_25_20_30_NS92(i) = 1.7*w_m_25_20_30_NS92(i);
415 end
416
417 % —— N S 3 4 7 3 ( 2 0 0 3 ) ——%
418 f_tk_tau_bk = 0.75; % Eff. forhold, strekk- og
      heftfasthet
419 s_r0 = c_20; % Overdekning
420 f_tk = 1.4; % For kamstang
421 beta_s = 0.6; % For kortvarig last
422 epsilon_cs = 0; % Svinntøyning ikke medregnet
423

```

```

424 %———— Bjelke 25-20-00 ————%
425
426 for i =1: length(sigma_25_20_00)
427     if sigma_25_20_00(i) < 400
428         alpha_25_20_00(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
429             rho_25_20)-ny*rho_25_20;
430     else
431         alpha_25_20_00(i) = alphaULS;
432     end
433 x_25_20_00(i) = alpha_25_20_00(i)*d_25_20;
434
435 % For armering i enkeltråd
436 h_ceff_25_20_00_NS03(i)=2.5*(c_20+phi_25/2);
437     if h_ceff_25_20_00_NS03(i) > h-x_25_20_00(i)
438         h_ceff_25_20_00_NS03(i)= h-x_25_20_00(i);
439     else
440         h_ceff_25_20_00_NS03(i)=2.5*(c_20+phi_25/2);
441     end
442 A_cef_25_20_00_NS03(i) = b*h_ceff_25_20_00_NS03(i);
443 h_I_25_20_NS03(i) = h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20;
444 h_II_25_20_NS03(i) = (h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20)-
445     h_ceff_25_20_00_NS03(i);
446 h_1_25_20_NS03(i) = h-alpha_25_20_00(i)*d_25_20-c_20-phi_25
447     /2;
448
449 epsilon_1_NS03_00(i) = sigma_25_20_00(i)/E_s;
450
451 % Tøyning i u.k. av effektivt betongareal
452 epsilon_I_NS03_00(i) = (h_I_25_20_NS03(i)/h_1_25_20_NS03(i)
453     )*epsilon_1_NS03_00(i);
454
455 % Tøyning i o.k. av effektivt betongareal
456 epsilon_II_NS03_00(i) = (h_II_25_20_NS03(i)/h_1_25_20_NS03(
457     i))*epsilon_1_NS03_00(i);
458 k_c_25_20_00_NS03(i) = (1 + (epsilon_II_NS03_00(i)/
459     epsilon_I_NS03_00(i)))/2;
460 k_b = 1.0;           % Ikke buntarmering
461
462 % Gjennomsnittlig rissavstand
463 s_rm_25_20_00_NS03(i) = s_r0+(k_c_25_20_00_NS03(i)*
464     A_cef_25_20_00_NS03(i))/((n*pi*phi_25)/(f_tk_tau_bk)*k_b
465     );
466
467 % Karakteristisk rissavstand

```

```

461 s_rk_25_20_00_NS03(i) = 1.7*s_rm_25_20_00_NS03(i);
462
463 % Relativ gjennomsnittstøyning
464 toydiff_25_20_00_NS03(i) = ((sigma_25_20_00(i)/E_s)-(beta_s
      *f_tk/E_cm)-epsilon_cs);
465
466 % Karakteristisk rissavstand
467 w_k_25_20_00_NS03(i) = s_rk_25_20_00_NS03(i)*
      toydiff_25_20_00_NS03(i);
468 end
469
470 %———— Bjelke 25-20-10 ————%
471
472 for i =1:length(sigma_25_20_10)
473     if sigma_25_20_10(i) < 400
474         alpha_25_20_10(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
              rho_25_20)-ny*rho_25_20;
475     else
476         alpha_25_20_10(i) = alphaULS;
477     end
478     x_25_20_10(i) = alpha_25_20_10(i)*d_25_20;
479
480 % For armering i enkeltråd
481 h_ceff_25_20_10_NS03(i)=2.5*(c_20+phi_25/2);
482     if h_ceff_25_20_10_NS03(i) > h-x_25_20_10(i)
483         h_ceff_25_20_10_NS03(i)= h-x_25_20_10(i);
484     else
485         h_ceff_25_20_10_NS03(i)=2.5*(c_20+phi_25/2);
486     end
487 A_cef_25_20_10_NS03(i) = b*h_ceff_25_20_10_NS03(i);
488
489 h_I_25_20_NS03(i) = h-alpha_25_20_10(i)*d_25_20;
490 h_II_25_20_NS03(i) = (h-alpha_25_20_10(i)*d_25_20)-
      h_ceff_25_20_10_NS03(i);
491 h_1_25_20_NS03(i) = h-alpha_25_20_10(i)*d_25_20-c_20-phi_25
      /2;
492
493 epsilon_1_NS03_10(i) = sigma_25_20_10(i)/E_s;
494
495 % Tøyning i u.k. av effektivt betongareal
496 epsilon_I_NS03_10(i) = (h_I_25_20_NS03(i)/h_1_25_20_NS03(i)
      )*epsilon_1_NS03_10(i);
497
498 % Tøyning i o.k. av effektivt betongareal

```

```

499 epsilon_II_NS03_10(i) = (h_II_25_20_NS03(i)/h_1_25_20_NS03(
      i))*epsilon_1_NS03_10(i);
500 k_c_25_20_10_NS03(i) = (1 + (epsilon_II_NS03_10(i)/
      epsilon_I_NS03_10(i)))/2;
501
502 % Gjennomsnittlig rissavstand
503 s_rm_25_20_10_NS03(i) = s_r0 + (k_c_25_20_10_NS03(i)*
      A_cef_25_20_10_NS03(i))/((n*pi*phi_25)/(f_tk_tau_bk)*k_b
      );
504
505 % Karakteristisk rissavstand
506 s_rk_25_20_10_NS03(i) = 1.7*s_rm_25_20_10_NS03(i);
507
508 % Karakteristisk rissvidde
509 w_k_25_20_10_NS03(i) = s_rk_25_20_10_NS03(i)*((
      sigma_25_20_10(i)/E_s) - (beta_s*f_tk/E_cm) - epsilon_cs
      );
510 end
511
512 %———— Bjelke 25–20–00 ————%
513
514 for i =1: length(sigma_25_20_30)
515     if sigma_25_20_30(i) < 400
516         alpha_25_20_30(i) = sqrt((ny*rho_25_20)^2 + 2*ny*
            rho_25_20)-ny*rho_25_20;
517     else
518         alpha_25_20_30(i) = alphaULS;
519     end
520 x_25_20_30(i) = alpha_25_20_30(i)*d_25_20;
521
522 % For armering i enkeltråd
523 h_ceff_25_20_30_NS03(i)=2.5*(c_20+phi_25/2);
524     if h_ceff_25_20_30_NS03(i) > h-x_25_20_30(i)
525         h_ceff_25_20_30_NS03(i)= h-x_25_20_30(i);
526     else
527         h_ceff_25_20_30_NS03(i)=2.5*(c_20+phi_25/2);
528     end
529 A_cef_25_20_30_NS03(i) = b*h_ceff_25_20_30_NS03(i);
530
531 h_I_25_20_NS03(i) = h-alpha_25_20_30(i)*d_25_20;
532 h_II_25_20_NS03(i) = (h-alpha_25_20_30(i)*d_25_20)-
      h_ceff_25_20_30_NS03(i);
533 h_1_25_20_NS03(i) = h-alpha_25_20_30(i)*d_25_20-c_20-phi_25
      /2;
534

```

```

535 epsilon_1_NS03_30(i) = sigma_25_20_30(i)/E_s;
536
537 % Tøyning i u.k. av effektivt betongareal
538 epsilon_I_NS03_30(i) = (h_I_25_20_NS03(i)/h_1_25_20_NS03(i)
    ) * epsilon_1_NS03_30(i);
539
540 % Tøyning i o.k. av effektivt betongareal
541 epsilon_II_NS03_30(i) = (h_II_25_20_NS03(i)/h_1_25_20_NS03(
    i)) * epsilon_1_NS03_30(i);
542 k_c_25_20_30_NS03(i) = (1 + (epsilon_II_NS03_30(i)/
    epsilon_I_NS03_30(i)))/2;
543
544 % Gjennomsnittlig rissavstand
545 s_rm_25_20_30_NS03(i) = s_r0 + (k_c_25_20_30_NS03(i)*
    A_cef_25_20_30_NS03(i))/((n*pi*phi_25)/(f_tk_tau_bk)*k_b
    );
546
547 % Karakteristisk rissavstand
548 s_rk_25_20_30_NS03(i) = 1.7*s_rm_25_20_30_NS03(i);
549
550 % Karakteristisk rissvidde
551 w_k_25_20_30_NS03(i) = s_rk_25_20_30_NS03(i)*((
    sigma_25_20_30(i)/E_s) - (beta_s*f_tk/E.cm) - epsilon_cs
    );
552 end
553
554 %———— Plotting av sammenligningsgrafer ————%
555
556 fig = figure;
557 plot(sigma_25_20_00 , w_k_25_20_00_EC)
558 hold on
559 plot(sigma_25_20_00 , w_d_25_20_00_MC , 'r')
560 hold on
561 plot(sigma_25_20_00 , w_k_25_20_00_NS92 , 'g')
562 hold on
563 plot(sigma_25_20_00 , w_k_25_20_00_NS03 , 'c')
564 ylabel('Rissvidde [mm]')
565 xlabel('Stålspenning [MPa]')
566 title('25-20-00')
567 legend('EC2', 'MC2010', 'NS3473 (1992)', 'NS3473 (2003)', '
    Location', 'NorthWest')
568 print(fig , '25-20-00', '-dpng')
569
570 %————%
571

```

```

572 fig = figure;
573 plot(sigma_25_20_10 , w_k_25_20_10_EC)
574 hold on
575 plot(sigma_25_20_10 , w_d_25_20_10_MC , 'r')
576 hold on
577 plot(sigma_25_20_10 , w_k_25_20_10_NS92 , 'g')
578 hold on
579 plot(sigma_25_20_10 , w_k_25_20_10_NS03 , 'c')
580 ylabel('Rissvidde [mm]')
581 xlabel('Stålspenning [MPa]')
582 title('25-20-10')
583 legend('EC2', 'MC2010', 'NS3473 (1992)', 'NS3473 (2003)', '
      Location', 'NorthWest')
584 print(fig , '25-20-10', '-dpng')
585
586 %—————%
587
588 fig = figure;
589 plot(sigma_25_20_30 , w_k_25_20_30_EC)
590 hold on
591 plot(sigma_25_20_30 , w_d_25_20_30_MC , 'r')
592 hold on
593 plot(sigma_25_20_30 , w_k_25_20_30_NS92 , 'g')
594 hold on
595 plot(sigma_25_20_30 , w_k_25_20_30_NS03 , 'c')
596 ylabel('Rissvidde [mm]')
597 xlabel('Stålspenning [MPa]')
598 title('25-20-30')
599 legend('EC2', 'MC2010', 'NS3473 (1992)', 'NS3473 (2003)', '
      Location', 'NorthWest')
600 print(fig , '25-20-30', '-dpng')

```