

Validering av postprosessor for utmattingsvurdering av enkle komponent- og sprekkegeometrier

Ingrid Løtveit
Astrid Rasten

Master i produktutvikling og produksjon
Innlevert: juni 2014
Hovedveileder: Gunnar Härkegård, IPM

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for produktutvikling og materialer

THE NORWEGIAN UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF ENGINEERING DESIGN
AND MATERIALS

**MASTER THESIS SPRING 2014
FOR
STUD.TECHN. INGRID LØTVEIT
STUD.TECHN. ASTRID RASTEN**

**VALIDATION OF FATIGUE POST-PROCESSOR FOR SIMPLE COMPONENT AND
CRACK GEOMETRIES**

**Validering av postprocessor for utmattingsvurdering av enkle komponent- og
sprekkgeometrier**

The FEA based postprocessor LINKpfat offers deterministic and probabilistic S-N and da/dn models for fatigue life prediction based on peak-stress or weakest-link analysis as well as analyses of crack growth from prescribed or randomly distributed material defects. It is of great practical importance to determine the validity range of these models.

The analysis of fatigue-crack growth (FCG) requires fast and accurate calculation of stress-intensity factors (K). An efficient calculation procedure is based on weight functions and merely requires knowledge about the stress field of the crack-free component [1]. The weight functions presently implemented in LINKpfat presuppose a 'plate-like' component with an elliptical crack that can be (a) an embedded (internal) crack or (b) a semi-elliptic surface crack. It is therefore important to determine the accuracy of the implemented procedure for component geometries deviating from a plate of uniform thickness, in particular for components with stress raisers such as holes, grooves and fillets.

The following Master Assignment comprises the validation of the single-defect module of LINKpfat by comparing its predictions with those of alternative methods. The task is to determine the deviation between K values from LINKpfat and numerical or analytical K solutions, as well as between the corresponding fatigue life predictions. Based on such comparisons, recommendations shall be given on (geometric) limitations of LINKpfat. In the Project Thesis by Rasten and Løtveit [2], emphasis was on cracks much smaller than the thickness (or another characteristic dimension) of the component. The present investigation should cover the influence of a 'finite' ratio between crack depth and component thickness. The influence of element type (tet, hex, order) and mesh size should be given due attention. Relevant configurations are [2]:

- Surface or embedded (incl. 'subsurface') crack in a uniform plate subjected to pure tension (implementation of embedded crack in LINKpfat may have to be reviewed and revised)
- Surface crack in a uniform plate subjected to pure bending
- Surface crack at the root of a semi-circular notch in a plate subjected to pure tension
- Single surface crack (or pair of opposing surface cracks) at the 'equator' of a circular hole in a plate subjected to pure tension
- Crack (axial-radial) at the inner surface of a pressurised cylinder
- New configurations (from the literature)

If time permits, a (limited) investigation of the influence of randomly distributed defects on the P-S-N curve of a structural alloy may be considered [3]. The random defects may be volume defects, e.g., non-metallic inclusions of forgings or pores and cavities of casting, or surface defects, e.g., corrosion pits.

References

1. A. Wormsen, A. Fjeldstad, G. Härkegård, A post-processor for fatigue crack growth analysis based on a finite element stress field. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, Nos. 6-8, 2008, pp. 834-845.
2. A. Rasten, I. Løvteit, Validering av postprosessor for utmattingsvurdering. Prosjektoppgave NTNU/IPM, 2013.
3. A. Fjeldstad, A. Wormsen, G. Härkegård, Simulation of fatigue crack growth in components with random defects. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 5, 2008, pp. 1184-1203.

Three weeks after start of the thesis work, an A3 sheet illustrating the work is to be handed in. A template for this presentation is available on the IPM's web site under the menu "Masteroppgave" (<http://www.ntnu.no/ipm/masteroppgave>). This sheet should be updated one week before the Master's thesis is submitted.

Performing a risk assessment of the planned work is obligatory. Known main activities must be risk assessed before they start, and the form must be handed in within 3 weeks of receiving the problem text. The form must be signed by your supervisor. All projects are to be assessed, even theoretical and virtual. Risk assessment is a running activity, and must be carried out before starting any activity that might lead to injury to humans or damage to materials/equipment or the external environment. Copies of signed risk assessments should also be included as an appendix of the finished project report.

The thesis should include the signed problem text, and be written as a research report with summary both in English and Norwegian, conclusion, literature references, table of contents, etc. During preparation of the text, the candidate should make efforts to create a well-arranged and well-written report. To ease the evaluation of the thesis, it is important to cross-reference text, tables and figures. For evaluation of the work, a thorough discussion of results is appreciated.


The thesis shall be submitted electronically via DAIM, NTNU's system for Digital Archiving and Submission of Master's thesis.

Contact persons are:

Prof. B. Haugen NTNU/IPM

V. Osen LINKftr AS

Dr.ing. A. Wormsen FMC Kongsberg


Torgeir Welo
Head of Division


Gunnar Härkegård
Professor/Supervisor

Forord

Denne rapporten er et resultat av masteroppgaven «Validering av postprosessor for utmattingsvurdering av enkle komponent- og sprekkgeometrier» ved Institutt for produktutvikling og materialer ved NTNU. Oppgaven ble utført av Astrid Rasten og Ingrid Løtveit våren 2014 og er en videreføring av deres prosjektoppgave fra høsten 2013.

I rapporten ble spenningsintensitetsfaktoren som beregnes av LINKpfat sammenlignet med tilgjengelige numeriske eller empiriske løsninger for samme geometri og lasttilfelle. I tillegg ble sprekkvekst for enkelte komponenter undersøkt.

Vi ønsker å takke Professor Gunnar Härkegård for en spennende og utfordrende masteroppgave. Samtidig vil vi takke for et engasjerende samarbeid og god oppfølging gjennom våren.

Vi vil også takke Vidar Osen i SINTEF for støtte og hjelp med LINKpfat.

I tillegg vil vi rette en takk til Dr. Anders Wormsen i FMC for hans engasjement i forbindelse med oppgaven. Vi takker også Professor Bjørn Haugen for at han har vært tilgjengelig for spørsmål gjennom våren.

Sammendrag

Denne masteroppgaven er en videreføring av prosjektoppgaven «Validering av postprosessor for utmattingsvurdering» utført høsten 2013. Postprosessoren som vurderes, LINKpfat, er et program som utfører levetidsanalyser utviklet på NTNU. I prosjektoppgaven ble det gjort undersøkelser for geometrifaktoren i komponenter med små sprekker. Masteroppgaven har tatt for seg sprekker med stor størrelse i forhold til komponentgeometrien, samt levetidsanalyser.

Arbeidet har vært å vurdere én av fire moduler i LINKpfat, «single defect». Denne modulen antar at komponenten som undersøkes er en jevntykk plate, og gjør beregninger basert på vektfunksjoner for denne enkle geometrien. Det har derfor vært interessant å se om denne antakelsen er gyldig for flere geometrier.

Geometriene som ble undersøkt var en jevntykk plate utsatt for strekklast, jevntykk plate utsatt for bøyelast, plate med kjerv, plate med hull og sylinder. For alle geometriene ble det undersøkt et antall sprekkestørrelser for beregning av F , og gjort en sprekkevekstanalyse for sprekke dybde per antall lastsykluser. En undersøkelse av hvordan a/c -forholdet utvikler seg når sprekken vokser ble også gjort for jevntykk plate utsatt for ren strekkspenning og ren bøyespenning.

Resultatene fra LINKpfat ble sammenlignet med beregningsmetoder fra litteraturen. Undersøkelsene for F viste at LINKpfat håndterte sprekker med $a/c = 1$ best, og at mange av tilfellene ga høyere avvik jo større sprekken ble. En jevntykk plate i strekk hadde best overensstemmelse med litteraturen, mens platen med hull ga mest sprikende resultater. I levetidsanalysene ble det oppdaget at sprekkeveksthastigheten var lav for den første delen av levetiden. Det var derfor avgjørende for levetiden hvor god overensstemmelse LINKpfat hadde for F ved initial sprekkestørrelse.

Abstract

This master thesis is an extension of the project work «Validation of fatigue post-processor for simple component geometries» performed in the autumn of 2013. LINKpfat is a post-processor calculating the fatigue life of cracked components. During the project work, the geometry factor F was investigated for components containing small cracks. This work includes large cracks relative to the component geometry, as well as fatigue life analyses.

The objective of the work was to validate the “single defect” module in LINKpfat. This module assumes a smooth plate, and uses a weight function based method to compute stress intensity factors and fatigue lives. It was of interest to investigate whether or not this assumption was valid for more complex geometries.

Several geometries were investigated: a smooth plate subjected to tension loads, a smooth plate subjected to bending loads, a plate with a notch, a plate with a hole and a pressurized cylinder. For all the geometries, the geometry factor F was determined. In addition, a crack growth analysis was performed, in which the crack depth versus number of load cycles were presented. An investigation of the crack aspect ratio change during crack growth was also done for the tension and bending case.

The results from LINKpfat were compared to computational methods from the literature. It was found that the best agreement for F was for cracks with aspect ratio $a/c = 1$, and that in many cases, the deviation increased as the cracks grew larger. The smooth tension plate had the overall best agreement with reference cases from the literature, while the plate with a hole revealed the most scattered results. Crack growth analyses revealed low growth rates during the first part of the fatigue life for all the components. This indicated that the agreement for F at initial crack size was crucial for the fatigue life agreement between LINKpfat and the literature.

Innhold

Oppgavebeskrivelse.....	i
Forord.....	iii
Sammendrag.....	v
Abstract	vii
Symbolliste.....	1
Innledning	2
1 Teori	3
1.1 Eksakte og numeriske løsninger for K	4
1.2 LINKpfat	5
2 Bakgrunn for undersøkelsene.....	9
2.1 Valg av elementer	11
3 Strekkmodell	15
3.1 Strekkmodell med indre sprekk	15
3.1.1 Referansekilder for strekkmodell med indre sprekk	16
3.1.2 Beregning av F for strekkmodell med indre sprekk	16
3.1.3 Sprekkvekstanalyse for strekkmodell med indre sprekk.....	17
3.1.4 Diskusjon for strekkmodell med indre sprekk	18
3.2 Strekkmodell med overflatesprekk	19
3.2.1 Referansekilder for strekkmodell med overflatesprekk	19
3.2.2 Beregning av F for strekkmodell med overflatesprekk	21
3.2.3 Sprekkvekstanalyse for strekkmodell med overflatesprekk.....	23
3.2.4 Diskusjon for strekkmodell med overflatesprekk	24
4 Bøyemodell	26
4.1 Referansekilder for bøyemodell.....	27
4.2 Beregning av F for bøyemodell	28
4.3 Sprekkvekstanalyse for bøyemodell	30
4.4 Diskusjon for bøyemodell.....	31
5 Sprekkens form under sprekkvekst	32
5.1 Endring av sprekkens form for strekkmodell.....	32
5.2 Endring av sprekkens form for bøyemodell.....	34
5.3 Beregning av sprekkens a/c -forhold under sprekkvekst.....	36
6 Tykkvegget sylinder med innsidesprekk.....	38

6.1 Referansekilder for tykkvegget sylinder med innsidesprekk	38
6.2 Beregning av F for tykkvegget sylinder med innsidesprekk	40
6.3 Sprekkvekstanalyse for tykkvegget sylinder med innsidesprekk	42
6.4 Diskusjon for tykkvegget sylinder med innsidesprekk	43
7 Tykkvegget sylinder med utsidesprekk.....	44
7.1 Referansekilder for tykkvegget sylinder med utsidesprekk	44
7.2 Beregning av F for tykkvegget sylinder med utsidesprekk	45
7.3 Diskusjon for tykkvegget sylinder med utsidesprekk	46
8 Tynnvegget sylinder med utsidesprekk.....	47
8.1 Referansekilder for tynnvegget sylinder med utsidesprekk	47
8.2 Beregning av F for tynnvegget sylinder med utsidesprekk	47
8.3 Diskusjon for tynnvegget sylinder med utsidesprekk	48
9 Plate med kjerv.....	49
9.1 Referansekilder for plate med kjerv	50
9.2 Beregning av F for plate med kjerv	50
9.3 Sprekkvekstanalyse for plate med kjerv	53
9.4 Diskusjon for plate med kjerv	54
10 Plate med hull.....	57
10.1 Referansekilder for plate med hull.....	58
10.2 Beregning av F for plate med hull	59
10.3 Sprekkvekstanalyse for plate med hull	60
10.4 Diskusjon for plate med hull.....	60
11 Diskusjon	62
12 Konklusjon.....	64
12.1 Videre arbeid.....	65
Appendiks	68

Figurliste

Figure 1 The three types of loading that can be applied to a crack [1].....	3
Figure 2 Stress concentration at the crack tip	4
Figure 3 Geometry for the elliptical embedded crack in LINKpfat.....	6
Figure 4 Geometry for the semi-elliptical surface crack in LINKpfat.....	6
Figure 5 Definition of parameters used by the weight function for embedded crack in LINKpfat.....	7
Figure 6 Paris curve example.....	10
Figure 7 Element investigation geometry	12
Figure 8 Stress concentration at a hole in a plate.....	12
Figure 9 Element types, (a) linear hex, (b) quadratic hex, (c) linear tet, (d) quadratic tet.....	12
Figure 10 Irregular stress distribution with tet elements.....	13
Figure 11 Stress distribution close to a hole, (left) Linear elements, (right) Quadratic elements	14
Figure 12 Embedded circular crack in a tension plate	15
Figure 13 Crack plane for circular embedded crack	15
Figure 14 Geometry factors for a circular embedded crack in a smooth tension model	16
Figure 15 Crack growth for a circular embedded crack in a smooth tension model	17
Figure 16 Surface cracked smooth tension plate	19
Figure 17 Crack plane in tension plate.....	19
Figure 18 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack with $a/c = 1$ in a smooth tension plate, (left) Point A, (right) Point C	22
Figure 19 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack with $a/c = 0.5$ in a smooth tension plate, (left) Point A, (right) Point C	22
Figure 20 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack with $a/c = 0.2$ in a smooth tension model, (left) Point A, (right) Point C	22
Figure 21 Crack growth of a semi-elliptical surface crack in a smooth tension plate	23
Figure 22 Surface cracked smooth bending plate	26
Figure 23 Geometry factors for surface crack in pure bending plate, (top) $a/c = 1$, (middle) $a/c = 0.5$, (bottom) $a/c = 0.2$	29
Figure 24 Crack growth for surface crack in bending plate.....	30
Figure 25 Crack growth shape of semi-elliptical surface crack in a tension plate, (top) $a/c = 1$, (middle) $a/c = 0.5$, (bottom) $a/c = 0.2$	32
Figure 26 Shape change of a surface crack in a tension plate by Wu, and Mahmoud and Hosseini.	33
Figure 27 Shape change of a surface crack in a tension plate by Lin and Smith, and Mahmoud and Hosseini.....	34
Figure 28 Crack growth shape of semi-elliptical surface crack in a bending plate, (top) $a/c = 1$, (middle) $a/c = 0.5$, (bottom) $a/c = 0.2$	35
Figure 29 Shape change of a surface crack in a tension plate by Mahmoud and Hosseini, and LINKpfat.....	36
Figure 30 Shape change of a surface crack in a bending plate by Mahmoud and Hosseini, and LINKpfat.....	36
Figure 31 Stress distribution in cylinder wall	38
Figure 32 Thick-walled cylinder with an internal surface crack	38

Figure 33 Geometry factors for an internal surface crack with $a/c = 1$ in a pressurized thick-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C	41
Figure 34 Geometry factors for an internal surface crack with $a/c = 0.5$ in a pressurized thick-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C	42
Figure 35 Crack growth of an internal surface crack in a pressurized thick-walled cylinder.....	43
Figure 36 Geometry factors for an external surface crack with $a/c = 1$ in a pressurized thick-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C	45
Figure 37 Geometry factors for an external surface crack in a pressurized thick-walled cylinder, (left) $a/c = 0.4$, (right) $a/c = 0.2$	45
Figure 38 Geometry factors for an external surface crack in a pressurized thick-walled cylinder, (left) $a/c = 0.5$, (right) $a/c = 0.25$	46
Figure 39 Geometry factors for an external surface crack with $a/c = 1$ in a pressurized thin-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C	48
Figure 40 Geometry factors for an external surface crack with $a/c = 0.4$ in a pressurized thin-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C	48
Figure 41 Notched plate with surface crack.....	49
Figure 42 Crack plane for notched plate	50
Figure 43 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 4$, $a/c = 1$	51
Figure 44 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 4$, $a/c = 0.5$, (left) Point A, (right) Point C	51
Figure 45 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 1$, $a/c = 1$	52
Figure 46 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 1$, $a/c = 0.5$, (left) Point A, (right) Point C	52
Figure 47 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 0.25$, $a/c = 1$	53
Figure 48 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 0.25$, $a/c = 0.5$, (left) Point A, (right) Point C	53
Figure 49 Crack growth of a semi-elliptical surface crack at the root of a notch with $\rho/d = 1$, initial aspect ratio $a/c = 1$	54
Figure 50 Plate with two symmetric surface cracks at a circular hole.....	57
Figure 51 Crack plane for plate with circular hole	57
Figure 52 Geometry factors for two symmetric semi-elliptical surface cracks at a hole, (left) $a/c = 1$, (right) $a/c = 0.5$	59
Figure 53 Geometry factors for one semi-elliptical surface crack at a hole, (left) $a/c = 1$, (right) $a/c = 0.5$	59
Figure 54 Crack growth for two symmetric surface cracks at a hole	60

Symbolliste

A_{sprekk}	areal over sprekkflaten
a	sprekkdybde
b	bredden i sprekkplanet
C	koeffisient for sprekkvekst i Parisligningen
c	halve lengden av en overflatesprekk
d	dybden av en kjerv
E	elastisitetsmodulen
F	geometrifaktoren
F_A	geometrifaktoren for punkt A
F_C	geometrifaktoren for punkt C
FEM	elementmetode
g	vektfunksjon
I	annet arealmoment
K	spenningsintensitetsfaktoren
K_A	spenningsintensitetsfaktoren for punkt A
K_C	spenningsintensitetsfaktoren for punkt C
K_t	spenningskonsentrasjonsfaktoren
ΔK	spenningsintensitetsvidden
ΔK_{th}	terskel for spenningsintensitetsvidde
L	lengden av komponenten
M	bøyemoment
m	sprekkvekstekspONENTEN i Parisligningen
n	antall sykluser
p	trykk på innsiden av sylindere
Q	formfaktor
R_i	indre radius
r	radius på hull
r_c	avstand fra sprekkspiss
S	referansepenningen
ΔS	forandringen i referansespenningsvidden
t	tykkelsen i sprekkplanet
x, y	globalt koordinatsystem
x', y'	lokalt koordinatsystem
σ	spenning
ρ	radien i bunn av en kjerv
ν	tverrkontraksjonstallet

Innledning

LINKpfat er en postprosessor som utfører ulike levetidsanalyser for FEM-modeller. Levetidsanalyser basert på sprekkvekst krever gode estimat for spenningsintensitetsfaktoren. Spenningsintensitetsfaktoren bestemmes av komponentens og sprekkens geometri og plassering, samt ytre last. LINKpfat benytter vektfunksjoner i beregningen av spenningsintensitetsfaktoren. En vektfunksjon gjelder for en bestemt komponent- og sprekkgeometri. Dermed kreves det kun informasjon om spenningsfeltets størrelse i den sprekkfrie komponenten for å gjøre en beregning av spenningsintensitetsfaktoren.

Vektfunksjonene som er implementert i LINKpfat antar at geometrien til komponenten er en plate uten spenningskonsentrasjoner. Sprekken kan være en semielliptisk overflatesprekk eller en indre elliptisk sprekk. Tidligere har Dr. Anders Wormsen og Dr. Arne Fjeldstad gjort valideringer av LINKpfat for både indre sprekk og overflatesprekk.

Formålet med denne masteroppgaven var å validere «single defect»-modulen i LINKpfat ved å sammenligne resultatene mot empiriske og numeriske løsninger. Denne masteroppgaven er en videreføring av prosjektoppgaven til Astrid Rasten og Ingrid Løtveit som ble utført høsten 2013. I prosjektoppgaven ble det kun undersøkt sprekker før de begynte å vokse. Sprekkene var også små sammenlignet med komponentgeometrien. I denne masteroppgaven ble større sprekker undersøkt. Det ble også gjort en undersøkelse av hvordan enkelte sprekker vokste.

I oppgaveteksten står det at dersom tiden strekker til skal det gjennomføres en begrenset test av «random defect»-modulen. Dette ble ikke utført i denne masteroppgaven.

1 Teori

En sprekk kan bli utsatt for tre ulike lasttilfeller eller en kombinasjon av disse. Dette kalles ofte for modus I, II og III. Sprekken er utsatt for normalspenninger i modus I, skjærspenninger i planet i modus II og skjærspenninger ut av planet i modus III. I denne oppgaven vil kun modus I benyttes.

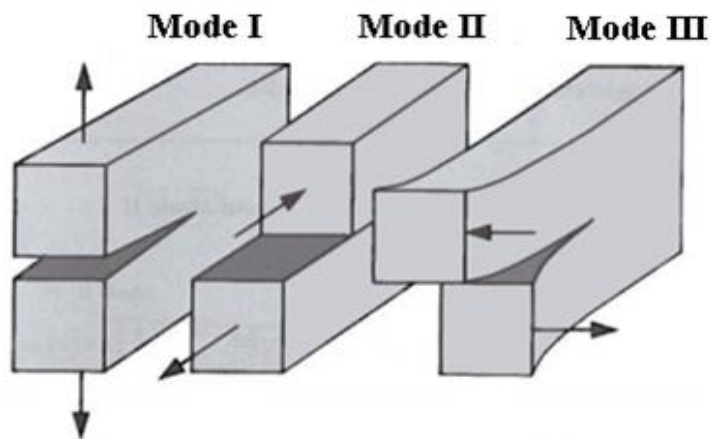


Figure 1 The three types of loading that can be applied to a crack [1]

For modus I vil spenningen i sprekkplanet (Figur 2) være gitt av ligning (1).

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r_c}} + \text{høyere ordens ledd} \quad (1)$$

hvor σ er den lokale spenningen ved sprekkspissen, r_c er avstanden fra sprekkspissen (Figur 2) og K er spenningsintensitetsfaktoren for modus I. Dersom $r_c \rightarrow 0$ vil første ledd av ligning (1) være dominerende og høyere ordens ledd er neglisjerbare. Dermed kan likningen forenkles til:

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r_c}} \quad (2)$$

Dersom K er kjent kan spenningsfeltet rundt sprekkspissen defineres fullstendig og dette gjør K til en viktig parameter innenfor bruddmekanikk. Størrelsen til K avhenger av komponentens geometri, samt lastens fordeling og størrelse. I tillegg avhenger K av sprekkenes geometri, størrelse og plassering. K antar isotropt lineært elastisk materiale og er kun gyldig dersom den plastiske sonen omkring sprekkspissen er neglisjerbar. K presenteres ofte på formen i ligning (3), der F er geometrifaktoren, S er referansespenningen og a er sprekkdybden. Referansespenningen er som regel den ytre spenningen.

$$K = FS\sqrt{\pi a} \quad (3)$$

Geometrifaktoren F er dimensjonsløs, og definert som:

$$F = \frac{K}{S\sqrt{\pi a}} \quad (4)$$

Gjennom en spenningsyklus vil forandringen i K , ΔK , være gitt av ligning (5), hvor ΔS er spenningsvidden.

$$\Delta K = F\Delta S\sqrt{\pi a} \quad (5)$$

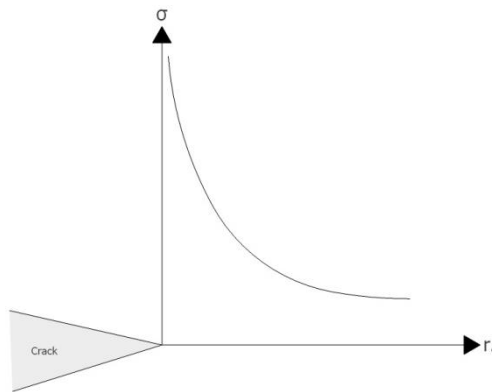


Figure 2 Stress concentration at the crack tip

1.1 Eksakte og numeriske løsninger for K

Det eksisterer få eksakte løsninger for K og for mer kompliserte tilfeller må K estimeres ved hjelp av eksperimenter eller numeriske metoder. Eksakt løsning for K for en gjennomgående sprekk i et uendelig stort materiale utsatt for en jevn ytre last [1] er gitt ved:

$$K = S\sqrt{\pi a} \quad (6)$$

Eksakt løsning for K for en sirkulær indre sprekk i et uendelig stort materiale utsatt for en jevn ytre last [1] er gitt ved:

$$K = \frac{2}{\pi} S\sqrt{\pi a} \quad (7)$$

Eksakt løsning for K for en indre elliptisk sprekk med $a/c < 1$ er gitt av ligning (8) [2], hvor c er halve lengden av sprekken. Sprekken befinner seg i et uendelig stort materiale utsatt for en jevn ytre last. For punkt A (Figur 3) er $\varphi = 90^\circ$, mens for punkt C (Figur 3) er $\varphi = 0^\circ$.

$$K = S\sqrt{\frac{\pi a}{Q}} f(\varphi) \quad (8)$$

$$f(\varphi) = \left[\sin^2(\varphi) + \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2(\varphi) \right], \text{ for } \frac{a}{c} \leq 1 \quad (9)$$

$$\sqrt{Q} = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \gamma} d\gamma \quad (10)$$

$$k^2 = 1 - \left(\frac{a}{c}\right)^2 \quad (11)$$

Det er utviklet en tilnærmet løsning for formfaktoren Q (ligning (12)) [1]. Denne løsningen gir resultater som varierer mindre enn 0,13 % fra eksakt løsning for Q .

$$Q = 1 + 1,464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1,65}, \text{ for } \frac{a}{c} \leq 1 \quad (12)$$

Utover et fåtall eksakte løsninger kreves det en numerisk eller empirisk tilnærming for å estimere K . Gjennom årene har det blitt utviklet en rekke tilnærmede løsninger for K . De numeriske løsningene har ofte vært basert på FEM-analyser.

1.2 LINKpfat

LINKpfat er en postprosessor som beregner levetiden til en komponent utsatt for sykliske laster. Programmet består av fire ulike moduler som baserer seg på probabilistiske og deterministiske tilnærminger [3]:

- «Local stress» - I denne modulen antas det at komponentens levetid tilsvarer levetiden til en standard modell med konstant spenning lik komponentens høyeste spenning. I denne modulen benyttes SN-kurver.
- «Single defect» – Denne tilnærmingen antar at komponentens levetid bestemmes av veksten til en sprekk. Modulen benytter sprekkvekstteori.
- «Weakest link» - Komponentens deles inn i elementer. Sannsynligheten for svikt antas å være produktet av sannsynligheten for at ett av elementene vil svikte.
- «Random defect» – Denne tilnærmingen antar at det finnes tilfeldig fordelte defekter i komponenten. Defektene vokser i henhold til sprekkvekstteori.

“Single defect”

Denne oppgaven gikk ut på å validere «Single defect»-modulen. Modulen baserer seg på at sprekkveksten til en defekt bestemmer levetiden til komponenten. Levetiden i LINKpfat er definert som antall lastsykluser før modellen når en kritisk tilstand bestemt av brukeren. For å gi et godt estimat av levetiden kreves det kontinuerlig og nøyaktig beregning av K ettersom sprekken vokser.

For å kunne gjøre en sprekkevekstanalyse i LINKpfat trenger programmet en inputfil med informasjon om geometrien og spenningsfordelingen til en sprekkefri komponent. Inputfilen skal være resultatet fra en spenningsanalyse utført med et elementmetodeprogram, heretter kalt FEM-program. LINKpfat støtter blant annet Abaqus.

Sprekken i LINKpfat kan enten være en indre elliptisk sprekk, eller en semielliptisk overflatesprekk. Figur 3 viser den indre sprekk. K estimeres i punktene A, B, C og D. Avstanden mellom punkt A og B er $2a$, mens avstanden mellom C og D er $2c$. Figur 4 viser en semielliptisk overflatesprekk. K estimeres i punktene A og C. Sprekkens dybde er a , mens avstanden mellom C-punktene er $2c$. Størrelsen til a og a/c -forholdet kan varieres. Sprekkene antas å vokse i modus I, vinkelrett på den største hovedspenningen. Hovedspenningen kan endre retning ettersom sprekkene vokser. Eventuell endring av hovedspenningsretning blir i LINKpfat neglisjert. Dette er en god approksimasjon så lenge sprekkene er liten sammenlignet med komponentstørrelsen [3]. Interaksjon mellom to sprekker som vokser sammen til en større sprekk er ikke mulig i LINKpfat. Kun én sprekk kan vokse.

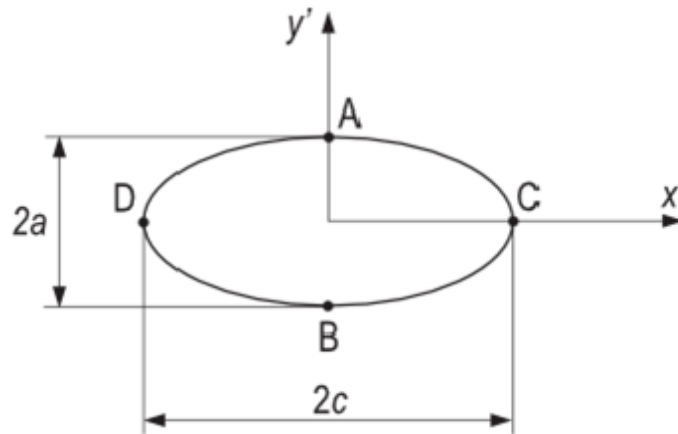


Figure 3 Geometry for the elliptical embedded crack in LINKpfat

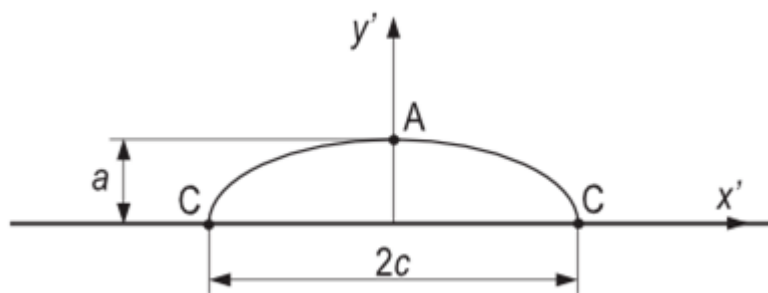


Figure 4 Geometry for the semi-elliptical surface crack in LINKpfat

K for punktene i Figur 3 og Figur 4 beregnes i LINKpfat ved hjelp av vektfunksjoner. En vektfunksjon defineres som K ved punkt P (Figur 5) i sprekkefronten når to symmetriske enhetskrefter blir påført i et tilfeldig punkt P' i sprekkeoverflaten [3]. I tillegg til de implementerte vektfunksjonene trenger LINKpfat informasjon om spenningen i den sprekkefrie komponenten, sprekkes plassering og sprekkes dimensjoner for å kunne foreta en estimering av K .

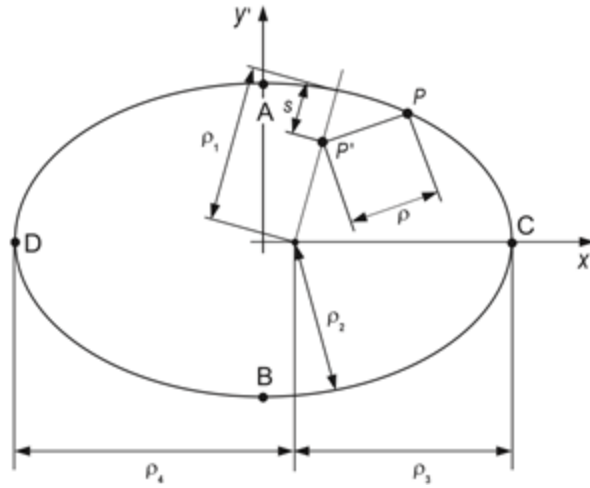


Figure 5 Definition of parameters used by the weight function for embedded crack in LINKpfat

Ved en symmetrisk fordelt last over sprekkoverflaten må produktet av vektfunksjonen og spenningen for den sprekkfrie komponenten integreres over sprekkarealet:

$$K(P) = \int_{A_{\text{sprekk}}} \sigma(x', y') g(x', y'; P) dA_{\text{sprekk}} \quad (13)$$

Her er $\sigma(x', y')$ spenningen i den sprekkfrie komponenten gitt av det lokale koordinatsystemet i sprekk. $g(x', y'; P)$ kan være vektfunksjonen for en indre sprekk eller overflatesprekk.

I LINKpfat er det implementert to vektfunksjoner. Begge vektfunksjonene tar utgangspunkt i at sprekkene befinner seg i en jevntykk plate uten spenningskonsentrasjoner. Ligning (14) viser vektfunksjonen for en indre elliptisk sprekk. Her er x' og y' det lokale koordinatsystemet ved sprekk, som vist i Figur 3. P' er et vilkårlig punkt i sprekkarealet (se Figur 5). Parameterne s , ρ , ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 og ρ_4 bestemmes ut ifra punktet P' og sprekkens geometri. Ligning (13) kan beregne K i et vilkårlig punkt P på kanten av sprekk. LINKpfat vil for en indre sprekk kun beregne K i punktene A, B, C og D i Figur 3.

$$g(x', y'; P') = \frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2} / \rho^2} \sqrt{1 - \frac{s}{8\rho_1} - \frac{s}{8\rho_2} - \frac{s}{8\rho_3} - \frac{s}{8\rho_4}} \quad (14)$$

I LINKpfat er det implementert en forstørrelsesfaktor for spenningsintensiteten som er avhengig av forholdet a/t for punkt A og c/b for punkt C. t og b er henholdsvis tykkelsen og bredden til komponenten. Faktoren tar også hensyn til a/c -forholdet [3]. Dette er en empirisk faktor som er utviklet av Fett og Mattheck [4]. De mener at faktoren er gyldig for $a/c > 0,3$ og $a/t < 0,9$, og at maksimalt avvik til andre litteraturkilder er mindre enn 2 %. I LINKpfat brukes den kun i beregninger for en indre sprekk. For overflatesprekk blir a/t -forholdet tatt hensyn til i selve vektfunksjonen. Valideringer gjort av Wang et al. [5] viser at vektfunksjonen for indre sprekk har avvik generelt innenfor 5 % for $a/c = 0,8$ og $0,6$, mens avviket for $a/c = 0,4$ og $0,2$ ligger innenfor 10 %. Referanseverdiene er hentet fra kilder fra litteraturen.

Den andre vektfunksjonen i LINKpfat antar at sprekken er en semielliptisk sprekk som ligger i overflaten av materialet [3].

$$g_A\left(y_s''; \frac{a}{c}\right) = \frac{2\left(1 + f_A\left(y_s'', \frac{a}{c}, a/L\right)\right)}{\sqrt{2\pi(a - y_s'')}} \quad (15)$$

$$g_C\left(y_s''; \frac{a}{c}\right) = \frac{2\left(1 + f_C\left(y_s'', \frac{a}{c}, a/L\right)\right)}{\sqrt{\pi y_s''}} \quad (16)$$

Her er g_A vektfunksjonen for punkt A, mens g_C er vektfunksjonen for punkt C. Funksjonene $f_A\left(y_s'', a/c, a/L\right)$ og $f_C\left(y_s'', a/c, a/L\right)$ finnes i [6]. Parameterne y_s'' og y_s' er verdier fra koordinatsystemet ved sprekken og definisjonen for disse finnes i [3].

I punkt C for overflatesprekk i Figur 4 vil ikke $r_c^{-0.5}$ -singulariteten (som oppstår i ligning (2)) bestemme spenningen i sprekkspissen slik den gjør i resten av sprekkefronten. Det er kun et lite område hvor denne singulariteten ikke er dominerende. Derfor beregnes K i et punkt som ligger i sprekkefronten nær punkt C. K for punkt C blir approksimert til at $r_c^{-0.5}$ -singulariteten gjelder i et område hvor dette egentlig er en tilnærmet løsning. Forsøk gjort av Sih og Lee [7] viser at nær punkt C vil en ha $r_c^{-0.4523}$ i stedet for $r_c^{-0.5}$. Dette utgangspunktet gjør at beregningen av K for punkt C kun er tilnærmet riktig.

Vektfunksjonen for en overflatesprekk tar kun hensyn til spenningsgradienten i dybderetningen til sprekken og gir samme verdi for begge overflatepunktene. Dette er også grunnen til at begge punktene ved overflaten i Figur 4 heter C. Vektfunksjonen beregner kun verdier for punkt A og C. Det begrunnes med at det er her det oftest vil oppstå enten høyest eller lavest verdi for K . Tidligere har Shen og Glinka [6] validert vektfunksjonen ved hjelp av resultater fra FEM-analyser. Disse viste at avviket mellom FEM-analysene og vektfunksjonen var mindre enn 2 % for punkt C og mindre enn 5 % for punkt A. Denne valideringen er gyldig for $0 \leq a/t \leq 0,8$ og $0 \leq a/c \leq 1$.

Sprekkvekstmodellene som er implementert i LINKpfat er Pariskurven og en sprekkvekstmodell for korte sprekker. Pariskurven er gitt av [2] og definert som:

$$\frac{da}{dn} = C\Delta K^m \quad (17)$$

Ligning (17) viser hvordan Pariskurven antar at en sprekk vokser per spenningssyklus. Her er C sprekkvekstkoeffisienten og m sprekkvekstekspONENTEN. I LINKpfat blir verdier for da/dn og ΔK lagt til av brukeren, deretter blir C og m automatisk beregnet. Det skal også legges inn en terskel for ΔK , ΔK_{th} . Dersom $\Delta K \leq \Delta K_{th}$ antar modellen at det ikke er sprekkvekst. I Pariskurven er det antatt at K varierer mellom K_{min} og K_{maks} , der $K_{min} = 0$.

2 Bakgrunn for undersøkelsene

I dette kapitlet presenteres de ulike komponentgeometriene som ble undersøkt og hvordan LINKpfat sine resultater ble sammenlignet med beregningsmetoder fra litteraturen.

Geometriene var:

- Jevntykk plate utsatt for strekkspenning
- Jevntykk plate utsatt for bøyespennning
- Plate med kjerv
- Plate med sirkulært hull
- Tykkvegget sylinder
- Tynnvegget sylinder

Det ble antatt lineært elastisk materiale med materialegenskaper:

- $E = 200\,000$ MPa
- $\nu = 0,3$

I LINKpfat kan brukeren velge mellom to kombinasjoner av beregningsenheter: mm og MPa, eller m og Pa. I undersøkelsene som følger ble mm og MPa valgt. Til analysene i LINKpfat brukes flere parametere for å beskrive spenningstilstand og sprekkevekstbetingelser. Parameterne som ble valgt skulle beskrive en spenningssyklus som vekslet mellom $\sigma_{\text{maks}} = 200$ MPa og $\sigma_{\text{min}} = 0$ MPa. For å oppnå dette ble derfor

$$R = \frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{maks}}} = 0$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{maks}} - \sigma_{\text{min}}}{2} = 100 \text{ MPa} \rightarrow \text{Spenningsmultiplikator, amplitude} = \frac{\sigma_a}{\sigma_{\text{maks}}} = 0,5$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{maks}} + \sigma_{\text{min}}}{2} = 100 \text{ MPa} \rightarrow \text{Spenningsmultiplikator, middelspenning} = \frac{\sigma_m}{\sigma_{\text{maks}}} = 0,5$$

LINKpfat har noen innebygde materialer med forhåndsbestemte sprekkevekstkonstanter. C og m til Pariskurven er hentet fra et av disse materialene. Alle parameterne er presentert i Tabell 1. ΔK_{th} ble valgt til en lav verdi for å sikre at det ble sprekkevekst.

I prosjektoppgaven ble det undersøkt sprekker som var små i forhold til geometrien de vokste i. I dette arbeidet har det vært av interesse å se på sprekker med relativt stor størrelse i forhold til geometriens øvrige dimensjoner.

Tabell 1 Materialkonstanter og parametere brukt i LINKpfat

LINKpfat parametere	
Forhold (C)	0
ΔK_{th} [MPa $\sqrt{\text{mm}}$]	1
Forhold (ΔK_{th})	0
C [$\sqrt{\text{mm}}$ /MPa*syklus]	5,21e-13
m	3
Spenningsmultiplikator, amplitude	0,5
Spenningsmultiplikator, middelspenning	0,5

Litteraturen som ble valgt satte rammene for hvilke dimensjoner på komponent og sprekk som ble undersøkt. Valg av referanselitteratur ble basert på omfattende og kritiske søk. Tre forskjellige undersøkelser ble gjort – beregning av F , beregning av a/c -forhold under sprekkvekst, og sprekkvekstanalyse.

For alle geometriene ble F beregnet i LINKpfat og sammenlignet med en eller flere numeriske formler og tabeller. Antall sammenligningskilder ble begrenset av hva som var tilgjengelig i litteraturen. Både LINKpfat og flere av referansene presenterer resultater for K . Det var derfor nødvendig å bruke ligning (4) for å regne om til den dimensjonsløse faktoren F . Sprekker med a/c -forhold mellom 0,2 og 1 ble undersøkt. Siden vektfunksjonen for overflatesprekk implementert i LINKpfat er gyldig for $a/t < 0,8$ har ingen forhold høyere enn dette blitt brukt. Resultatene for beregning av F er presentert i grafer hvor forholdet mellom a og en referansestørrelse (for eksempel tykkelse) for den aktuelle geometrien på x-aksen og F på y-aksen. Fremstillingen er altså dimensjonsløs.

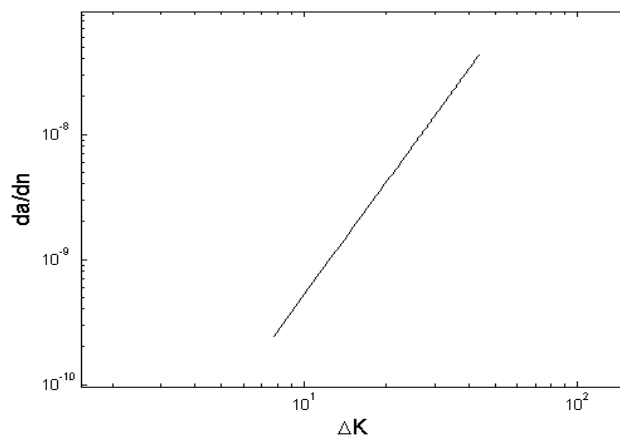


Figure 6 Paris curve example

I tillegg til beregning av F , ble sprekkens utvikling under vekst undersøkt. Både sprekkens endring i a/c -forhold og sprekkveksthastigheten da/dn ble beregnet for flere av geometriene. Til sprekkvekstanalysene ble C og m fra Tabell 1 benyttet. Disse konstantene gjelder for sprekkvekst i

både punkt A og punkt C. Ifølge Mahmoud og Hosseini [8] er det en mer nøyaktig tilnærming at $C_C = 0,9^m C_A$, men dette kan ikke LINKpfat ta hensyn til og har derfor ikke blitt benyttet i dette arbeidet. Undersøkelse for hvordan a/c -forholdet forandrer seg når sprekken vokser ble gjort for en jevntykk plate. Sprekker med ulike initiale a/c -forhold ble undersøkt for $0,1 < a/t < 0,8$. Det ble antatt at sprekken til enhver tid beholder en semielliptisk form. Sprekkvekstanalyser i LINKpfat baserer seg på Parisligningen (Ligning (17)). Et eksempel er vist i Figur 6. Ved hjelp av beregninger basert på den samme ligningen ble det funnet resultater for forholdet mellom antall sykluser og sprekkdybde for alle geometriene. Sprekker med forhold $a/c = 1$ ble undersøkt.

Fremgangsmåten for å sammenligne sprekkveksthastighetene ble basert på beregningene for K . K fra referansekilden ble brukt til å beregne da/dn i Parisligningen. Siden spenningscyklusen som ble brukt vekslet mellom 0 og S , var $\Delta S = S$, og dermed $\Delta K = K$. Når da/dn var kjent, kunne a og n beregnes numerisk. Det ble også tatt hensyn til at a/c -forholdet forandret seg underveis. I LINKpfat kunne resultater for a og n hentes direkte fra resultatfilen og plottes sammen med referansekilden. Resultatene ble presentert med antall sykluser n på x-aksen og a på y-aksen. På denne måten ble det vurdert hvilken sammenheng som kunne finnes mellom avviket for F og sprekkveksten. Det ble valgt en kritisk sprekkstørrelse som definisjon på levetiden for de ulike geometriene. Denne størrelsen ble valgt på grunnlag av referansekildenes begrensninger og geometriens dimensjoner.

Det var interessant å kartlegge i hvor stor grad LINKpfat samsvarte med beregningsmetoder fra litteraturen. Derfor ble det beregnet maksimalt avvik for alle undersøkelsene. Positivt avvik viser til resultater hvor LINKpfat gir høyere verdi enn referansekilden, mens negativt avvik vil si at LINKpfat gir lavere svar. Til vurdering av resultatene ble det bestemt at et absolutt avvik under 10 % var godt nok til å validere LINKpfat. I tilfeller med høyere avvik ble dette diskutert nærmere.

2.1 Valg av elementer

Størrelsen på elementene som brukes i en FEM-analyse kan være svært avgjørende for hvor nøyaktige resultatene blir, særlig der det finnes høye spenningskonsentrasjoner. En vurdering av ulike elementtyper og størrelser ble derfor gjort, slik at valg av elementer til de videre undersøkelsene ble best mulig. Modellen som ble brukt til å vurdere de ulike elementene var en plate med et sirkulært hull i midten. Hullets radius ble valgt så liten at den øvrige geometrien kunne betraktes som uendelig. Denne geometrien er kjent i litteraturen, og skal i teorien ha en spenningskonsentrasjonsfaktor $K_t = 3$ (se Figur 8)[9]. Den ble derfor brukt som sammenligningsgrunnlag i denne vurderingen. Geometri og last fremgår av Figur 7 og Tabell 2.

Til FEM-analysene ble halve geometrien modellert på grunn av symmetri. Det ble fokusert på området nærmest hullet der spenningskonsentrasjonen er høyest. Mellom 0 og 4 mm fra hullet ble det prøvd mellom 2 og 20 elementer. Lenger unna hullet gikk spenningen mot størrelsen til den ytre spenningen S og trengte ikke å beskrives med et spesielt fint elementnett.

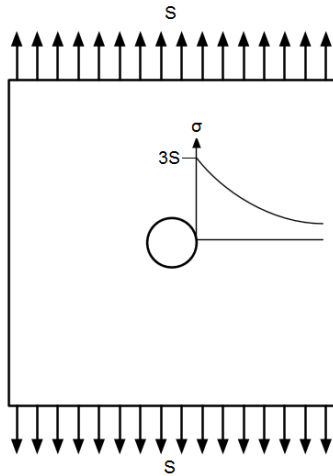


Figure 8 Stress concentration at a hole in a plate

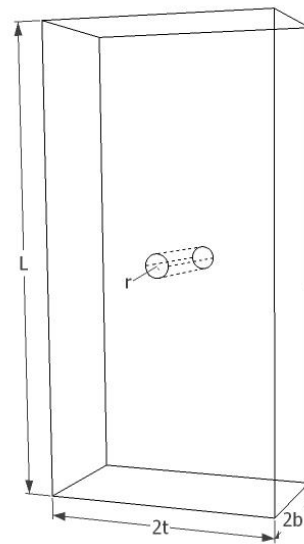


Figure 7 Element investigation geometry

Tabell 2 Dimensjoner for geometri til elementtest

L [mm]	b [mm]	t [mm]	r [mm]	S [MPa]
80	5	20	1	200

Elementene som ble vurdert var tetraeder (tet)- og heksaeder (heks)-elementer. Både 1. ordens (lineære) og 2. ordens (kvadratiske) elementer ble tatt i betraktning. «single defect»-modulen i LINKpfat tillater ikke en kombinasjon av ulike elementer. Det var derfor nødvendig å velge én type elementer for hele modellen. Figur 9 viser de forskjellige elementtypene med antall noder som brukes. 1. ordens elementer har lineært forskyvningsfelt og konstant tøyning, mens 2. ordens har flere frihetsgrader, kvadratisk forskyvningsfelt og lineært tøyningfelt. Tet-elementer kan ofte være mer fleksible enn heks-elementer i forbindelse med modellering av komplekse geometrier.

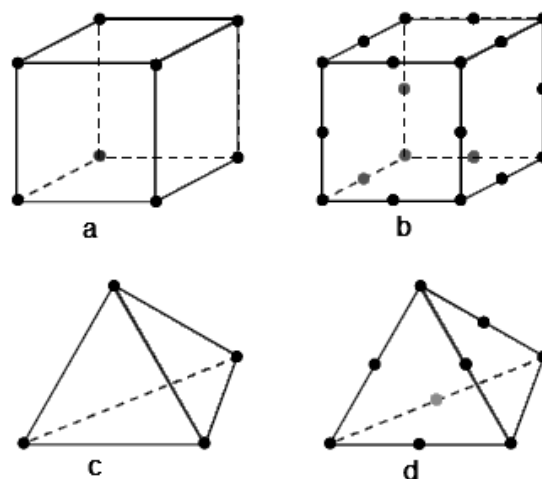


Figure 9 Element types, (a) linear hex, (b) quadratic hex, (c) linear tet, (d) quadratic tet

Bruk av tet-elementer viste seg å gi spredte spenningskonsentrasjoner langs overflaten av hullet og krevde svært små elementer for å oppnå rett spenningskonsentrasjon. Dette gjaldt både for 1. og 2. ordens elementer. Et eksempel er vist i Figur 10, som er en halv modell hvor spenningskonsentrasjonen langs overflaten av hullet er tydelig ujevn. For beregninger med en sprekk i spenningskonsentrasjonen vil dette kunne gi unøyaktige spenninger i overflatepunktet C. I tillegg ble det observert at hovedspenningsretningen i spenningskonsentrasjonen ikke var parallell med lengderetningen. LINKpfat orienterer sprekkplanet ut fra hovedspenningen, og dette bidro derfor også til et skjevt sprekkplan i sprekkvekstanalysen. På grunnlag av dette ble det derfor ansett som lite gunstig å bruke tet-elementer.

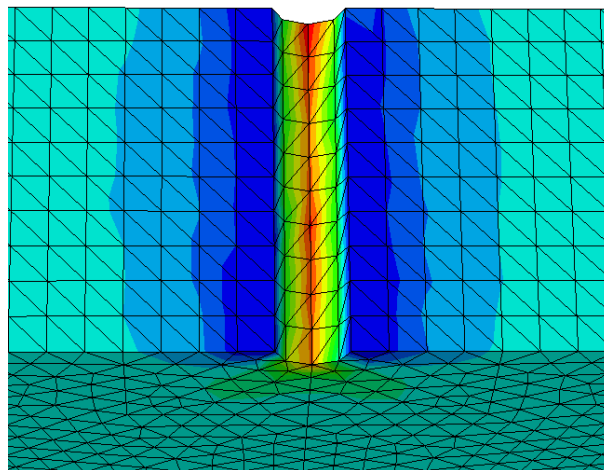


Figure 10 Irregular stress distribution with tet elements

Tabell 3 Maksimal hovedspenning med 1. og 2. ordens heks-elementer

Antall elementer	Maksimal hovedspenning [MPa]	
	1. ordens elementer	2. ordens elementer
2	295	422
4	365	523
6	401	547
8	437	571
10	461	586
12	474	592
14	493	599
16	504	599
18	523	607
20	526	608

Tabell 3 viser de høyeste spenningene som ble oppnådd med ulike antall lineære og kvadratiske heks-elementer. Det ble observert at 2. ordens elementer oppnår høyere spenning med færre elementer enn 1. ordens. Allerede med bare 6 kvadratiske elementer ble en høyere spenning oppnådd enn med 20 lineære elementer.

Det ble også undersøkt hvordan spenningen forandret seg innover i materialet fra overflaten av hullet med ulike elementer. Figur 11 viser den største hovedspenningen ved hullet og hvordan den synker de første 4 mm ved bruk av lineære og kvadratiske elementer. Grafene som er tegnet er for 2, 6 og 20 elementer innenfor de første 4 mm. Figur 11 understreker observasjonen fra Tabell 3 om at kvadratiske elementer gir høyere maksimal spenning med færre elementer enn lineære. I tillegg var spenningsgradienten brattere for kvadratiske elementer, altså synker spenningen raskere, særlig for tilfeller med få elementer. Dette betyr også at området som er avhengig av et fint elementnett ikke trenger å være så stort.

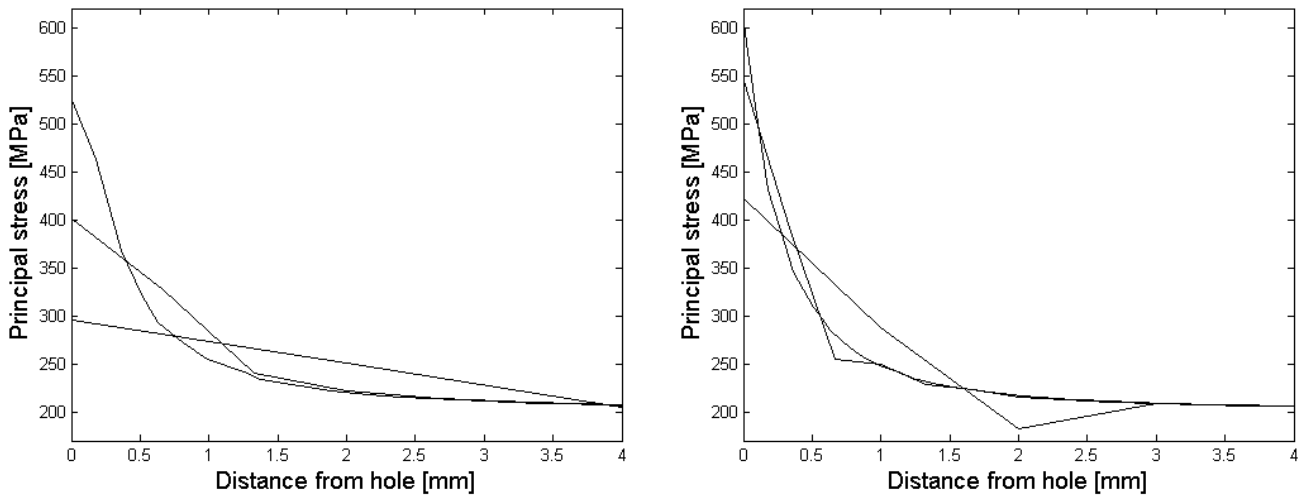


Figure 11 Stress distribution close to a hole, (left) Linear elements, (right) Quadratic elements

Etter vurderinger av de ulike elementtypene ble 2. ordens heks-elementer valgt i de følgende undersøkelsene. Beregningstiden er gjerne litt lengre ved bruk av 2. ordens elementer, samt at de krever større datakapasitet enn 1. ordens elementer. Men de aktuelle geometriene til denne oppgaven var ikke så komplekse at dette var et problem. Det ble også gjort individuelle vurderinger for valg av elementstørrelse for hver enkelt geometri. På denne måten ble det sikret best mulig resultater for alle de aktuelle geometriene.

3 Strekkmodell

3.1 Strekkmodell med indre sprekk

Strekkmodellen med indre sprekk er en jevntykk plate utsatt for en jevnt fordelt last. Geometri og last fremgår av Tabell 4 og Figur 12.

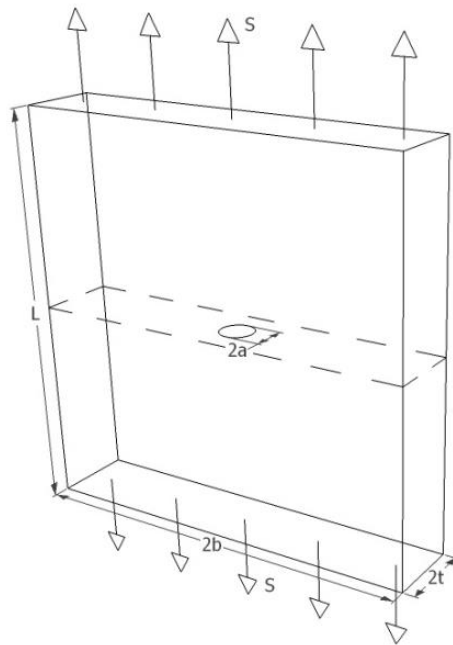


Figure 12 Embedded circular crack in a tension plate

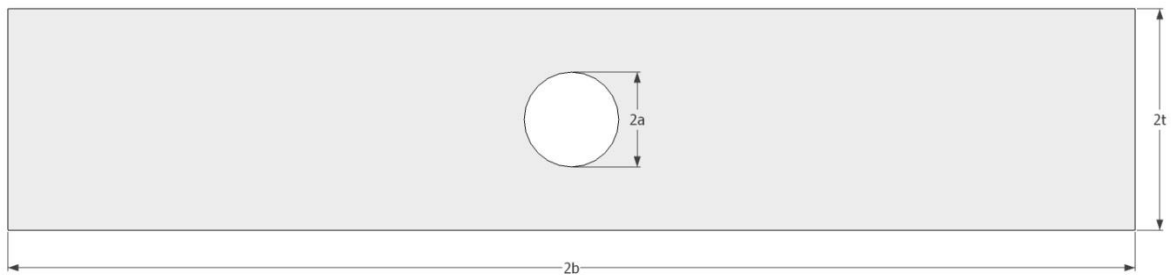


Figure 13 Crack plane for circular embedded crack

Tabell 4 Last og dimensjoner for strekkmodell med indre sprekk

b [mm]	t [mm]	L [mm]	S [MPa]
25	10	50	200

3.1.1 Referanseklider for strekkmodell med indre sprekk

Newman og Raju

Arbeidet til Newman og Raju [10] inneholder formler for å beregne K for flere ulike geometrier, blant dem indre sprekk i jevntykk plate utsatt for en jevnt fordelt last. Newman og Raju [10] validerte formlene sine ved å sammenligne dem med FEM-analyser. Sammenligningen viste avvik innenfor 5 % (se Tabell 5).

Ligning (18) viser formel for K for en indre elliptisk sprekk.

$$K = S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_i \left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (18)$$

Her er Q gitt av ligning (12) og f_i gitt i Appendiks (A.2). For punkt A er $\varphi = 90^\circ$ mens for punkt C er $\varphi = 0^\circ$.

Tabell 5 Gyldighetsområde for løsningen fra Newman og Raju

Gyldighetsområde for a/c	$0,2 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 1$
Gyldighetsområde for c/b	$c/b < 0,5$
Avvik (til FEM-analyser)	5 %

3.1.2 Beregning av F for strekkmodell med indre sprekk

Undersøkelsen for F ble utført for $a/c = 1$ og $0,1 < a/t < 0,8$. Resultatet er presentert i Figur 14, og Tabell 6 viser det største avviket mellom LINKpfat og referansekliden.

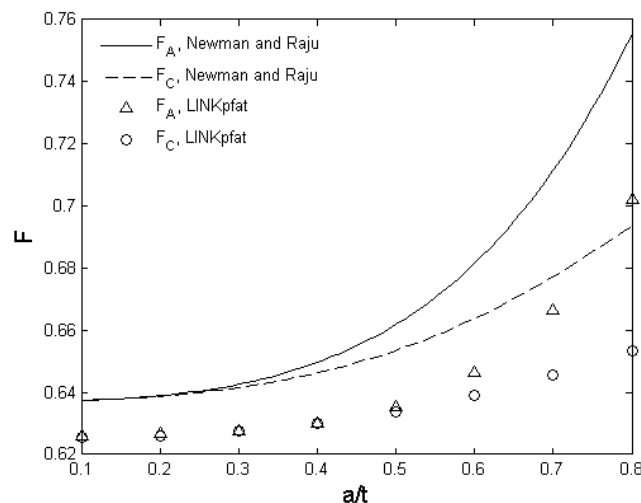


Figure 14 Geometry factors for a circular embedded crack in a smooth tension model

Tabell 6 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i strekkmodell med indre sprekk

a/c	Maksimalt avvik fra Newman og Raju [%]	
	F_A	F_C
1	-7	-6

Figur 14 viser avviket mellom F beregnet i LINKpfat og Newman og Raju [10]. For $a/t < 0,4$ er avviket -2 % for både punkt A og C, men avviket er økende og størst ved $a/t = 0,8$. Avviket er negativt for alle punkter.

3.1.3 Sprekkvekstanalyse for strekkmodell med indre sprekk

Det ble også gjennomført en sprekkvekstanalyse i LINKpfat for strekkmodellen med indre sprekk der a vokste fra 1 mm til 8 mm. Resultatet er presentert i Figur 15 og enkelte av avvikene vist i Tabell 7.

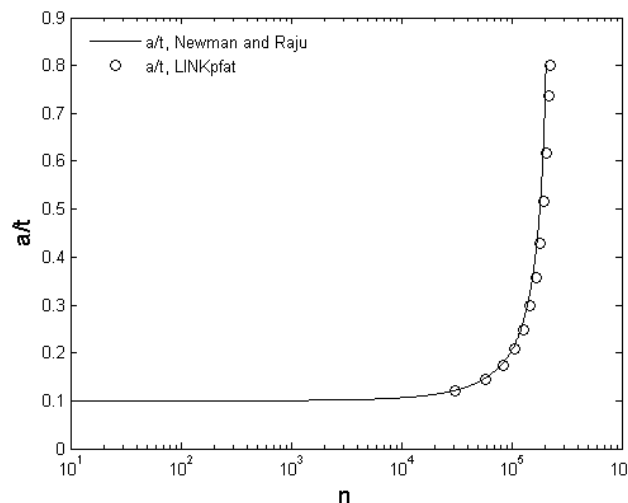


Figure 15 Crack growth for a circular embedded crack in a smooth tension model

Tabell 7 Avvik for levetidsberegningen av strekkmodell med indre sprekk

a/t	Avvik fra Newman og Raju [%]
0,2	6
0,4	7
0,6	8
0,8	9

Figur 15 viser at avviket for levetid mellom LINKpfat og Newman og Raju [10] øker ettersom sprekken vokser. 50 % av levetiden er nådd allerede når sprekken er 2 mm. Avviket ved 100 % av levetiden var 9 %.

3.1.4 Diskusjon for strekkmodell med indre sprekk

Som beskrevet i kapittel 1 er avviket til vektfunksjonen for indre sprekk for $a/c = 0,6$ og $a/c = 0,8$ generelt innenfor 5 % sammenlignet med referanse kilder. Newman og Raju [10] sine formler har et maksimalt avvik på 5 % sammenlignet med FEM-analyser. Alle resultater i denne undersøkelsen er innenfor grensen på 10 % maksimalt avvik og LINKpfat ble derfor vurdert til å fungere bra for indre sprekk når $a/c = 1$.

Grunnen til at den største andelen av levetiden oppnås mens sprekken er liten er fordi sprekkveksten da er relativt lav. Dette kommer av at ΔK i dette tilfellet øker ettersom sprekken blir større. Da vil også da/dn øke. Avviket i ΔK der sprekkveksten er lav påvirker dermed levetiden i større grad enn der sprekkveksten er stor. Håndberegningen med Newman og Raju [10] sine formler og LINKpfat bruker samme teori om Pariskurven med konstantene C og m . Dette betyr at det kun er forskjellene i ΔK_A og ΔK_C som påvirker avviket mellom levetidene. Et totalt avvik i levetiden på mindre enn 10 % viser at LINKpfat gir et meget godt estimat av levetiden under de forutsetningene som er tatt.

I prosjektoppgaven ble LINKpfat vurdert til å være ustabil for indre elliptisk sprekk. Resultatene tydet på at problemet kunne være avhengig av a/c -forholdet og kun gjaldt for lave a/c -verdier. Derfor ble kun indre sprekk vurdert for $a/c = 1$ i denne oppgaven.

3.2 Strekkmodell med overflatesprekk

Strekkmodellen med overflatesprekk er i likhet med strekkmodellen for den indre sprekken en jevntykk plate utsatt for en jevnt fordelt last. Geometri og last fremgår av Figur 16 og Tabell 8.

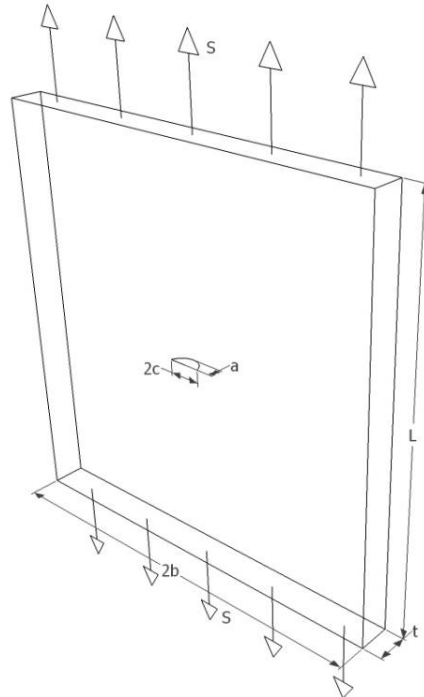


Figure 16 Surface cracked smooth tension plate

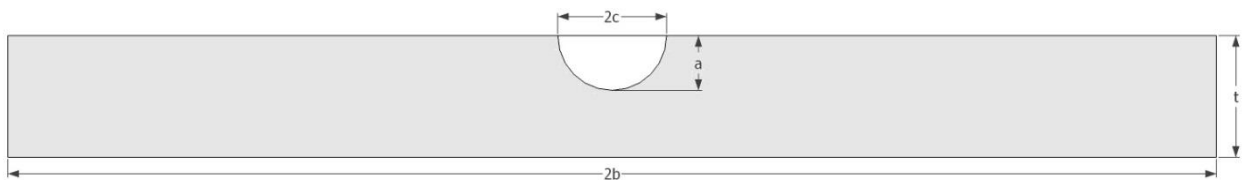


Figure 17 Crack plane in tension plate

Tabell 8 Last og dimensjoner for strekkmodell med overflatesprekk

b [mm]	t [mm]	L [mm]	S [MPa]
100	10	200	200

3.2.1 Referansesilder for strekkmodell med overflatesprekk

Newman og Raju

Newman og Raju [10] ble brukt også for dette tilfellet. Ligning (19) viser formel for K for en semielliptisk overflatesprekk.

$$K = S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_o \left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (19)$$

Her er f_o gitt i appendiks (A.10). For punkt A er $\varphi = 90^\circ$ mens for punkt C er $\varphi = 0^\circ$.

Tabell 9 Gyldighetsområde for løsningen fra Newman og Raju

Gyldighetsområde for a/c	$0,2 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 1$
Gyldighetsområde for c/b	$c/b < 0,5$
Avvik (til FEM-analyser)	5 %

Wang og Lambert

Arbeidet til Wang og Lambert [11] bygger på tidligere arbeid om vektfunksjoner. Arbeidet omhandler semielliptiske overflatesprekker i en jevntykk plate utsatt for komplekse spenningsfelt. For en semielliptisk overflatesprekk i en strekkmodell er K for punkt A og C gitt av:

$$K_A = Y_a S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} \quad (20)$$

$$K_C = Y_c S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} \quad (21)$$

Her er Y_a og Y_c gitt i appendiks (A.16) og (A.22). Gyldighetsområdet for denne kilden er gitt i Tabell 10.

Tabell 10 Gyldighetsområde for løsningen fra Wang og Lambert

Gyldighetsområde for a/c	$0 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 0,8$
Avvik (til FEM-analyser)	5 %

Nilsson

Artikkelen til Nilsson [12] er en samling av resultater for K for en semielliptisk overflatesprekk i plater utsatt for komplekse spenningsfelt. Verdiene for K er resultater fra FEM-analyser. Nilssons [12] beregninger støtter flere ulike spenningsfelt og spenningsfordelingen må være gitt på formen:

$$\begin{aligned} \sigma = & \sigma_1 + \sigma_2 \left(\frac{x'}{c} \right) + \sigma_3 \left(\frac{y'}{a} \right) + \sigma_4 \left(\frac{x'}{c} \right)^2 + \sigma_5 \left(\frac{x' y'}{ca} \right) + \sigma_6 \left(\frac{y'}{a} \right)^2 \\ & + \sigma_7 \left(\frac{x'}{c} \right)^3 + \sigma_8 \left(\left(\frac{x'}{c} \right)^2 \frac{y'}{a} \right) + \sigma_9 \left(\left(\frac{y'}{a} \right)^2 \frac{x'}{c} \right) + \sigma_{10} \left(\frac{y'}{a} \right)^3 \end{aligned} \quad (22)$$

hvor x' og y' er det lokale koordinatsystemet ved sprekken gitt av Figur 4. Tabellverdiene fra Nilsson [12] er gitt i Appendiks, og dekker a/c og a/t gitt av tabellen under.

Tabell 11 Gyldighetsområde for løsningen fra Nilsson

Gyldighetsområde for a/c	$0,625 < a/c < 0,8$
Gyldighetsområde for a/t	$0,1 < a/t < 0,8$
Avvik	Ikke oppgitt

Isida et al.

Formlene utviklet av Isida et al. [13] gjelder for strekk og bøy av en jevntykk plate med overflatesprekk. Formlene skal ifølge Isida et al. [13] være i god overensstemmelse med beregningene til Newman og Raju [10]. Isida et al. [13] sammenlignet sine formler med Newman og Raju [10] for $a/c = 0,2, 0,4, 0,6$ og 1 . Tabell 12 viser hvilke verdier for a/c og a/t kilden dekker.

$$K_A = F_{si} S \sqrt{\pi a} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 F_{si} = & 1,1362 - 0,3927 \left(\frac{a}{c}\right) - 0,3454 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,2623 \left(\frac{a}{c}\right)^3 \\
 & + \left(\frac{a}{t}\right) \left(-0,2179 + 0,2354 \left(\frac{a}{c}\right) + 0,3773 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,4189 \left(\frac{a}{c}\right)^3 \right) \\
 & + \left(\frac{a}{t}\right)^2 \left(5,0486 - 16,7939 \left(\frac{a}{c}\right) + 19,9861 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 8,0212 \left(\frac{a}{c}\right)^3 \right) \\
 & + \left(\frac{a}{t}\right)^3 \left(-2,6383 + 8,6007 \left(\frac{a}{c}\right) - 9,6332 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 3,5118 \left(\frac{a}{c}\right)^3 \right)
 \end{aligned} \quad (24)$$

Tabell 12 Gyldighetsområde for løsningen fra Isida et al.

Gyldighetsområde for a/c	$0,125 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 0,6$
Avvik (Newman og Raju)	5 %

3.2.2 Beregning av F for strekkmodell med overflatesprekk

Undersøkelsen av F ble utført for $a/c = 1, 0,5$ og $0,2$, når $0,1 < a/t < 0,8$. Resultatet er presentert i Figur 18, 19 og 20, og Tabell 13 viser det største avviket mellom LINKpfat og referansekildene.

Figur 18 viser at for $a/c = 1$ gir LINKpfat gode resultater sammenlignet med de andre kildene. Alle resultater er innenfor et avvik på 3 % fra referansene, noe som er godt innenfor kravet om maksimalt 10 % avvik. F_C gir maksimalt avvik innenfor 10 % for alle kildene og alle a/c -forhold.

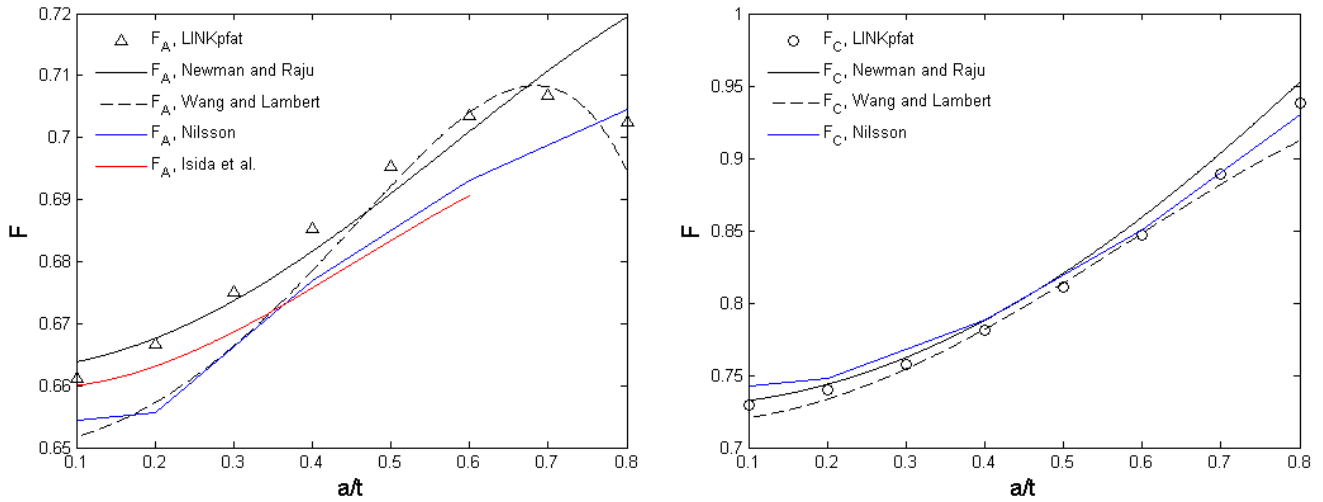


Figure 18 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack with $a/c = 1$ in a smooth tension plate, (left) Point A, (right) Point C

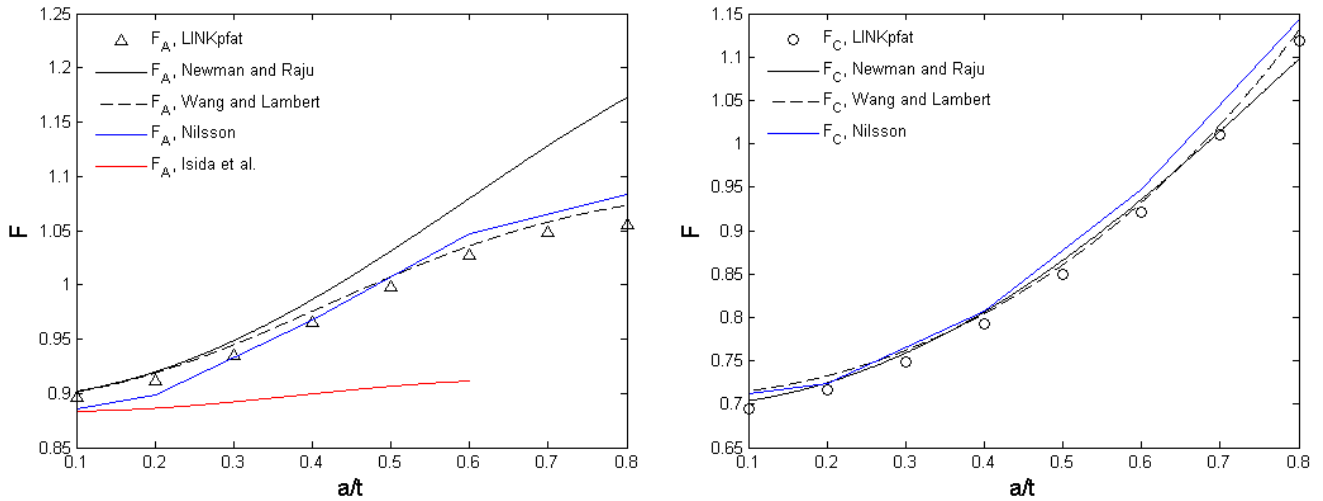


Figure 19 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack with $a/c = 0.5$ in a smooth tension plate, (left) Point A, (right) Point C

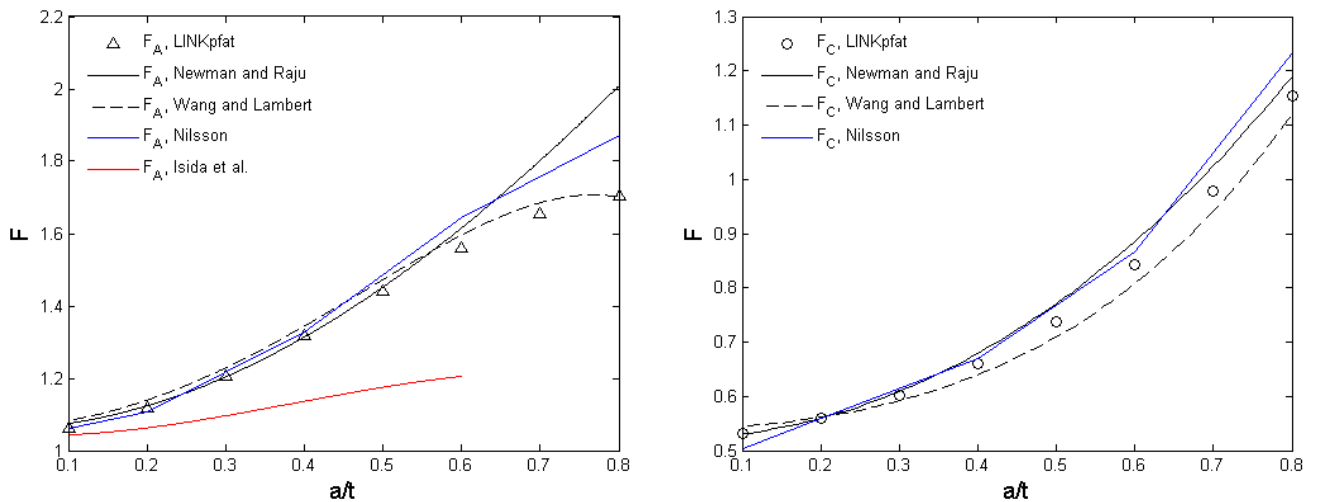


Figure 20 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack with $a/c = 0.2$ in a smooth tension model, (left) Point A, (right) Point C

Tabell 13 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i strekkmodell med overflatesprekk

a/c	Maksimalt avvik [%]							
	F_A				F_C			
	Newman og Raju	Nilsson	Isida et al.	Wang og Lambert	Newman og Raju	Nilsson	Isida et al.	Wang og Lambert
0,2	-15	-9	71	-2	-5	-6	-	4
0,5	-10	-3	13	-2	2	-3	-	-3
1	-2	2	2	1	-2	-2	-	3

Figur 19 viser F_A for $a/c = 0,5$. Her følger LINKpfat kildene fra Newman og Raju [10], Wang og Lambert [11] og Nilsson [12] godt og er innenfor grensen på 10 % avvik. Kilden fra Isida et al. [13] gir større avvik enn de andre referanse kildene.

Figur 20 viser F_A når $a/c = 0,2$. LINKpfat følger kilden fra Wang og Lambert [11] og kilden fra Nilsson [12] godt for alle verdier av a/t . Alle avvikene fra disse kildene var under 10 %. Grafen viser derimot at Isida et al. [13] allerede ved små a/t -forhold har et betydelig avvik fra de andre kildene. Dette avviket øker ettersom a/t blir større.

3.2.3 Sprekkvekstanalyse for strekkmodell med overflatesprekk

Det ble også gjennomført en sprekkvekstanalyse for overflatesprekk i jevntykk plate hvor a vokste fra 1 mm til 8 mm. Resultatet er presentert i Figur 21 og enkelte av avvikene vist i Tabell 14.

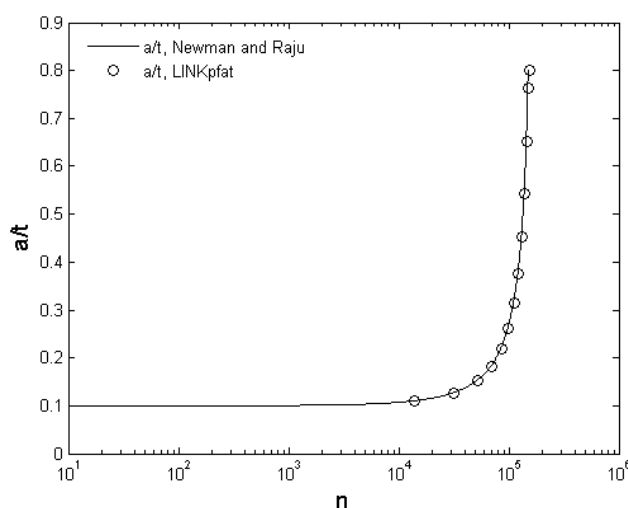


Figure 21 Crack growth of a semi-elliptical surface crack in a smooth tension plate

Tabell 14 Avvik for levetidsberegningen av strekkmodell med overflatesprekk

a/t	Avvik fra Newman og Raju [%]
0,2	2,2
0,4	1,7
0,6	1,8
0,8	2,4

Levetiden beregnet i LINKpfat stemmer godt med Newman og Raju [10] sine formler i Pariskurven. Figur 21 viser at levetiden beregnet ved hjelp av Newman og Raju [10] sine formler vokser 2 % raskere enn LINKpfat beregner. Grafen viser også hvordan sprekken vokser i en hastighet som er økende når sprekkestørrelsen øker.

3.2.4 Diskusjon for strekkmodell med overflatesprekk

Ifølge Isida et al. [13] skal deres formler være i god overensstemmelse og innenfor 5 % avvik fra Newman og Raju [10] sine formler. Likevel viser resultatene for $a/c = 0,2$ at avviket er større enn 5 %. Dette kan bety at formlene fra Isida et al. [13] ikke er like nøyaktige som kilden antar. Kildene fra Newman og Raju [10], Nilsson [12] og Wang og Lambert [11] følger hverandre godt for alle a/c . Kilden fra Isida et al. [13] har også store avvik fra Wang og Lambert [11] og Nilsson [12] når $a/c = 0,2$ og $0,5$, noe som også kan tyde på at denne kilden har svakheter.

Newman og Raju [10] har sammenlignet sine formler med FEM-analyse og mener at maksimalt avvik er 5 %. Nilsson [12] bør i utgangspunktet gi gode tilnærminger, men det kan likevel være unøyaktighet knyttet til mesh og elementtyper. Wang og Lambert [11] har sammenlignet sine resultater med FEM-analyser hvor maksimalt avvik er 5 %. Wang og Lambert [11] sammenlignet også formlene til Newman og Raju [10] mot FEM-analyser i sitt arbeid. De fikk at for $a/t = 0,8$ og $a/c = 0,05$ var avviket opp til 20 % for punkt A og 37 % for punkt C. Wang og Lambert [11] mente derfor at Newman og Raju [10] sine formler var for konservative for $a/t = 0,8$ når $a/c < 0,2$. Denne vurderingen stemmer godt med Figur 20 som viser hvordan F_A fra Newman og Raju [10] kun følger de andre kildene når $a/c = 0,2$ og a/t -forholdet er lite. Men ettersom a/t øker, blir også avviket mellom Newman og Raju [10] og de andre referansene større.

Totalt ser LINKpfat ut til å gi gode resultater for overflatesprekk i en plate utsatt for en jevn spenningsfordeling. Siden kilden fra Isida et al. [13] avviker i stor grad fra de andre kildene for $a/c = 0,5$ og $0,2$ ble det store avviket mellom LINKpfat og denne kilden sett bort ifra i vurderingen av LINKpfat. Avviket for punkt A når $a/c = 0,2$ og $a/t = 0,8$ overskrider også grensen på 10 %. Men siden Wang og Lambert [11] vurderte kilden fra Newman og Raju [10] til å være konservativ for $a/c = 0,2$ ble LINKpfat vurdert til å fungere bra for alle a/c -forhold.

Tabell 14 viser at 100 % at levetiden er definert som når $a = 8$ mm i LINKpfat. 50 % av levetiden er nådd allerede når sprekken er 2 mm. Det betyr at den største delen av levetiden oppnås mens sprekken er liten. Dette medfører at avviket for K når sprekken er liten vil ha mest innvirkning på levetiden.

Håndberegningen utført med Newman og Raju [10] sine formler og LINKpfat bruker samme teori om Pariskurven med konstantene C og m . Dette betyr at det kun er forskjellene i ΔK_A og ΔK_C som påvirker avvikene i levetiden. Dersom $\Delta K_{A, \text{LINKpfat}} < \Delta K_{A, \text{Newman-Raju}}$ blir $\Delta n_{\text{LINKpfat}} > \Delta n_{\text{Newman-Raju}}$. Så lenge dette er tilfelle, er avviket mellom n_{LINKpfat} og $n_{\text{Newman-Raju}}$ positivt. Dersom $\Delta K_{A, \text{LINKpfat}} > \Delta K_{A, \text{Newman-Raju}}$ blir $\Delta n_{\text{LINKpfat}} < \Delta n_{\text{Newman-Raju}}$. Så lenge dette er tilfelle, er avviket mellom n_{LINKpfat} og $n_{\text{Newman-Raju}}$ negativt. Når $\Delta K_{A, \text{LINKpfat}}$ skifter mellom å være større eller mindre enn referanse kilden eller avviket for ΔK minker, blir det et minkende avvik. Dette gjør at avviket for den totale levetiden blir overraskende lite og kun 2 %. I dette tilfellet fungerer LINKpfat svært godt sammenlignet med Newman og Raju [10] sine formler.

4 Bøyemodell

En bøyemodell med overflatesprekk ble undersøkt. Geometri og last er beskrevet i Figur 22 og Tabell 15.

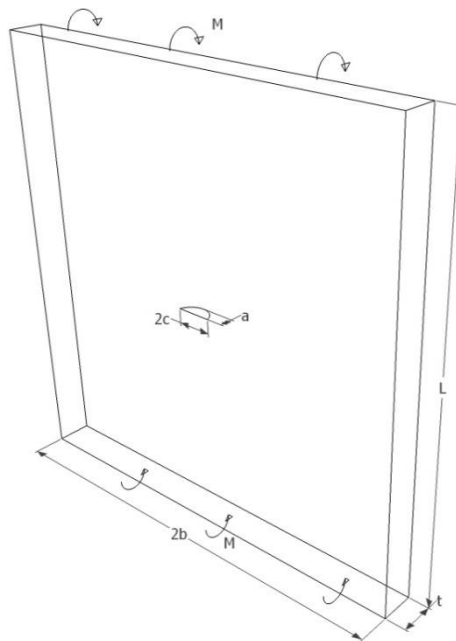


Figure 22 Surface cracked smooth bending plate

Tabell 15 Last og dimensjoner for bøyemodell med overflatesprekk

b [mm]	t [mm]	L [mm]	M [Nmm]
50	10	100	200000

Det påførte momentet gir en teoretisk maksimal spenning

$$\sigma = \frac{M}{I} \frac{t}{2} = \frac{200000 \text{ Nmm}}{\frac{1}{12} \times (2 \times 50 \text{ mm}) \times (10 \text{ mm})^3} \times 5 \text{ mm} = 120 \text{ MPa}$$

hvor I er annet arealmoment og $t/2$ er den største avstanden fra nøytralaksen i tverrsnittet. Til sammenligning gir spenningsanalysen fra Abaqus $\sigma_{\text{Abaqus}} = 117,5 \text{ MPa}$. Spenningen som benyttes i LINKpfat er dermed kun 2 % lavere enn den teoretiske spenningen, og antas å gi en god tilnærming. Til beregning av F ble det undersøkt tre a/c -forhold, $a/c = 1, 0,5$ og $0,2$. Flere kilder fra litteraturen ble sammenlignet med resultater fra LINKpfat.

4.1 Referanse kilder for bøyemodell

Newman og Raju

Arbeid fra Newman og Raju [14] har blitt bredt anerkjent. De har utviklet et sett med empiriske ligninger for å beregne K for ulike geometrier, blant annet en jevntykk plate utsatt for ren bøyning. Gyldighetsområdet for bruk av disse ligningene finnes i Tabell 16.

Tabell 16 Gyldighetsområde for løsningen fra Newman og Raju

Gyldighetsområde for a/c	$0,2 \leq a/c \leq 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 \leq a/t \leq 0,8$
Avvik (fra FEM-analyser)	5 %

Ligningene som ble brukt var

$$K = H_b \sigma_{\max} \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_o \left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (25)$$

hvor H_b og f_o er gitt i Appendiks (A.27) og (A.10).

Nilsson

FEM-analyser gjort av Nilsson [12] har også blitt brukt til å validere LINKpfat. Ligning (22) ble brukt for å beskrive spenningen. σ_1 og σ_3 var de eneste spenningskomponentene som ikke ble satt til 0. For å beskrive bøyepeningen ble det brukt

$$\sigma_1 = \sigma_{\max} = 117,5 \text{ MPa}$$

og

$$\sigma_3 = -\frac{a}{t/2} \sigma_1 = -\frac{a}{5} \sigma_1$$

σ_3 var altså forskjellig for de ulike sprekkybdene. Sammen med tabellverdier for F_1 og F_3 (Appendiks) ble dette brukt til å bestemme F for bøyemodellen. Tabell 17 viser for hvilke tilfeller Nilsson [12] sin løsning er gyldig.

Tabell 17 Gyldighetsområde for løsningen fra Nilsson

Gyldighetsområde for a/c	$0,625 < a/c < 0,8$
Gyldighetsområde for a/t	$0,1 < a/t < 0,8$
Avvik	Ikke oppgitt

Isida et al.

En kilde skrevet av Isida et al. [13] ble også vurdert. Det finnes kun uttrykk for F_A fra dette arbeidet:

$$\begin{aligned}
 F_A = & 1,1359 - 0,3929\left(\frac{a}{c}\right) - 0,3440\left(\frac{a}{c}\right)^2 + 0,6329\left(\frac{a}{c}\right)^3 \\
 & + \frac{a}{t}\left(-1,5184 + 0,4178\left(\frac{a}{c}\right) + 0,7846\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,6329\left(\frac{a}{c}\right)^3\right) \\
 & + \left(\frac{a}{t}\right)^2\left(4,3721 - 13,9152\left(\frac{a}{c}\right) + 16,2550\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 6,4894\left(\frac{a}{c}\right)^3\right) \\
 & + \left(\frac{a}{t}\right)^3\left(-3,9502 + 12,5334\left(\frac{a}{c}\right) - 14,6137\left(\frac{a}{c}\right)^2 + 5,8110\left(\frac{a}{c}\right)^3\right)
 \end{aligned} \tag{26}$$

Isida et al. [13] mener at løsningen skal ha god overensstemmelse med flere andre beregningsmetoder, inkludert Newman og Raju [14]. Kriteriene for bruk av denne kilden finnes i Tabell 18.

Tabell 18 Gyldighetsområde for løsningen fra Isida et al.

Gyldighetsområde for a/c	$0,125 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 0,6$
Avvik (Newman og Raju)	5 %

4.2 Beregning av F for bøyemodell

Figur 23 viser resultater fra LINKpfat sammenlignet med F beregnet ved hjelp av Newman og Raju [14], Nilsson [12] og Isida et al. [13]. Tabell 19 presenterer de største avvikene som opptrer for de ulike tilfellene. Newman og Raju [14] og Nilsson [12] viser god overensstemmelse seg imellom, med kun 10 % avvik for punkt C og 20 % avvik for punkt A.

Tabell 19 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i bøyemodell med overflatesprekk

a/c	Maksimalt avvik [%]					
	F_A			F_C		
	Newman og Raju	Nilsson	Isida et al.	Newman og Raju	Nilsson	Isida et al.
0,2	60	52	199	-3	-6	-
0,5	491	460	185	2	-5	-
1	287	221	32	6	-34	-

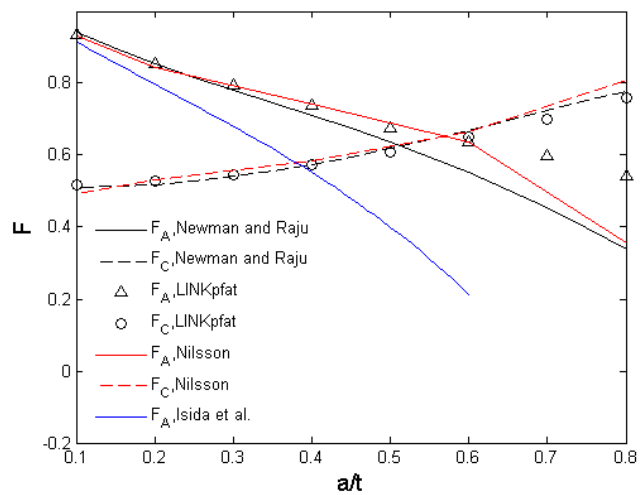
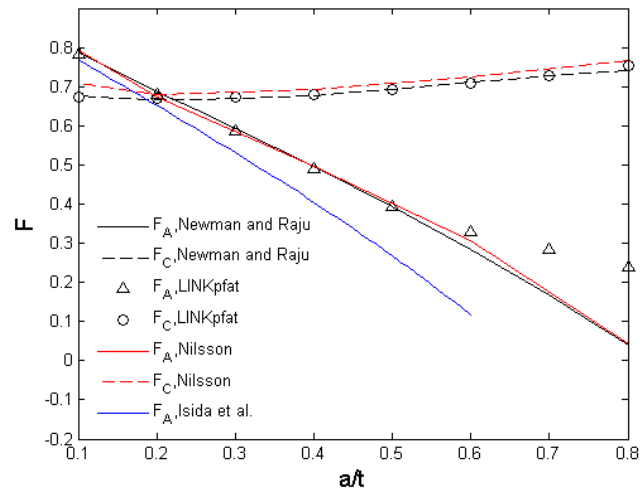
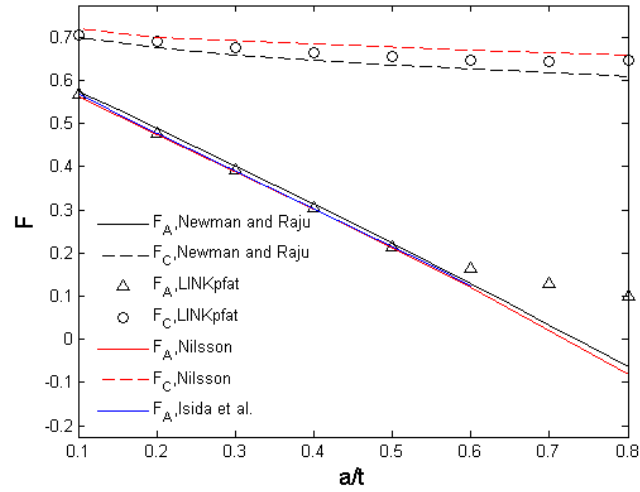


Figure 23 Geometry factors for surface crack in pure bending plate, (top) $a/c = 1$, (middle) $a/c = 0.5$, (bottom) $a/c = 0.2$

Det kommer tydelig fram at resultatene for punkt C gir bedre overensstemmelse enn punkt A. Det er også gjennomgående større avvik ettersom a/t blir større, noe som kan tyde på at de ulike beregningsmetodene benytter forskjellige betingelser når sprekken vokser seg inn i et område med trykkspenninger og nærmer seg en fri kant.

4.3 Sprekkvekstanalyse for bøyemodell

Sprekkvekstanalysen for bøyemodellen ble gjort ved hjelp av K fra Newman og Raju [14] i Parisligningen sammenlignet med resultatene fra LINKpfat. Initialt a/c -forhold var 1. Den kritiske sprekkestørrelsen som definerte levetiden ble valgt til $a/t = 0,8$.

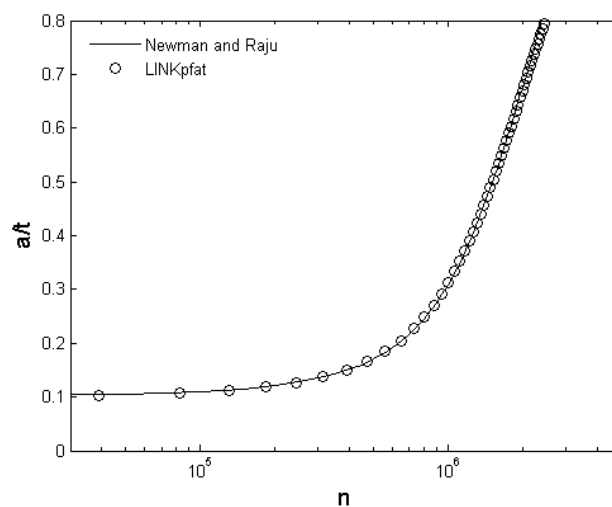


Figure 24 Crack growth for surface crack in bending plate

Resultatene i Figur 24 viser svært god overensstemmelse mellom LINKpfat og Newman og Raju [14] for sprekkevekst.

Tabell 20 Avvik for levetidsberegningen av bøyemodell med overflatesprekk

a/t	Avvik fra Newman og Raju [%]
0,2	1,0
0,4	2,2
0,6	2,6
0,8	6,4

Tabell 20 bekrefter de gode resultatene fra figuren, med avvik kun opp til 6 %. Dette er lavere enn avviket i undersøkelsene for F_A for alle a/t .

4.4 Diskusjon for bøyemodell

Tabell 19 viser store avvik for punkt A fordi resultatene sprer seg ved de største a/t -forholdene. Her går flere av referansene mot verdier tilnærmet 0 for F , noe som gir høye prosentavvik. For $a/t < 0,5$ samsvarer LINKpfat godt med både Nilsson [12] og Newman og Raju [14] for F_A . Alle avvikene i dette området var under 6 % sammenlignet med begge referansene. Dette kan dermed tyde på at sprekker med $a/t < 0,5$ kan beskrives godt i LINKpfat. Resultatene fra Isida et al. [13] viser god overensstemmelse med de andre referansene for $a/c = 1$, men gir økende avvik for økende a/t ved lavere a/c -forhold. Selv om Isida et al. [13] påstår god overensstemmelse med andre resultater, ble det her observert store avvik som tyder på svakheter ved små a/c og store a/t for denne kilden.

For $a/c = 1$ blir F for alle referansekildene negativ for de høyeste a/t -verdiene. Dette betyr i teorien at sprekkflatene trenger inn i hverandre, noe som ikke kan skje i virkeligheten. Newman og Raju [14] skriver at negativ K kun kan anvendes når det finnes nok strekkspenning i tillegg slik at den totale K blir positiv. Siden det er ren bøyning i dette tilfellet, har ikke de negative F i Figur 23 noen fysisk gyldighet, og blir derfor ikke riktig å sammenligne LINKpfat med. For disse sprekkstørrelsene er det derfor vanskelig å vurdere gyldigheten til LINKpfat.

Både Shen og Glinka [6], som står bak teorien som LINKpfat benytter, og Newman og Raju [14] påstår at deres beregningsmetoder skal være gode estimater med under 5 % avvik fra FEM-analyser opp til $a/t = 0,8$. Dette betyr at begge beregningsmetodene angivelig skal gi gode resultater selv for en sprekk som nærmer seg bakveggen. Figur 23 viser imidlertid store avvik for $a/t > 0,6$, noe som tyder på svakheter enten i referansene eller i implementeringen i LINKpfat.

Ingen av kildene spesifiserer hva som skjer når sprekken vokser seg inn i et område med trykkspenninger og hvordan dette eventuelt tas hensyn til. Det er dermed vanskelig å vurdere hvilke resultater som best beskriver hva som skjer i virkeligheten for de største a/t -forholdene.

I beregningene for strekkmodellen ble det også observert større avvik for store a/t -forhold, men ikke like store som for bøyemodellen. Det er derfor trolig en kombinasjon av effekten av den frie bakenden og trykkspenninger som bidrar til de store avvikene. Hvilken løsning som er den mest nøyaktige er imidlertid vanskelig å bestemme.

I undersøkelsen for F med $a/c = 1$ ble det oppdaget store prosentavvik mellom LINKpfat og Newman og Raju [14] for store a/t , men her var a/c -forholdet konstant. Under sprekkveksten endres a/c -forholdet, noe som her innebar at de negative verdiene for F som ble observert i Figur 23 ikke spiller inn i levetidsanalysen.

Sprekkvekstanalysen for bøyemodellen ga svært gode resultater for hele levetiden. Det at antall sykluser stemmer så godt i forhold til beregningene for F for de største sprekkeene tyder på at det som skjer i starten av levetiden er mest avgjørende. Innen halve levetiden var gått hadde sprekkene kun vokst til $a/t = 0,4$, og var dermed fortsatt innenfor området hvor beregningene for F var svært gode. Dette gjorde at levetidsberegningene for bøyemodellen samsvarte svært godt.

5 Sprekkens form under sprekkvekst

Undersøkelser og eksperimenter beskrevet i litteraturen har vist at semielliptiske overflatesprekker er en god tilnærming til virkelige sprekker, selv om de virkelige sprekkene i realiteten ikke har denne ideelle formen. Det er imidlertid ikke alle sprekkvekstberegninger som tar hensyn til at sprekkens a/c -forhold endrer seg ettersom sprekken vokser igjennom tykkelsen. LINKpfat tilbyr både analyser med skiftende a/c -forhold og med konstant a/c -forhold. En del av valideringen gikk derfor ut på å undersøke hvor presist LINKpfat kunne beregne sprekkens form under sprekkvekst.

5.1 Endring av sprekkens form for strekkmodell

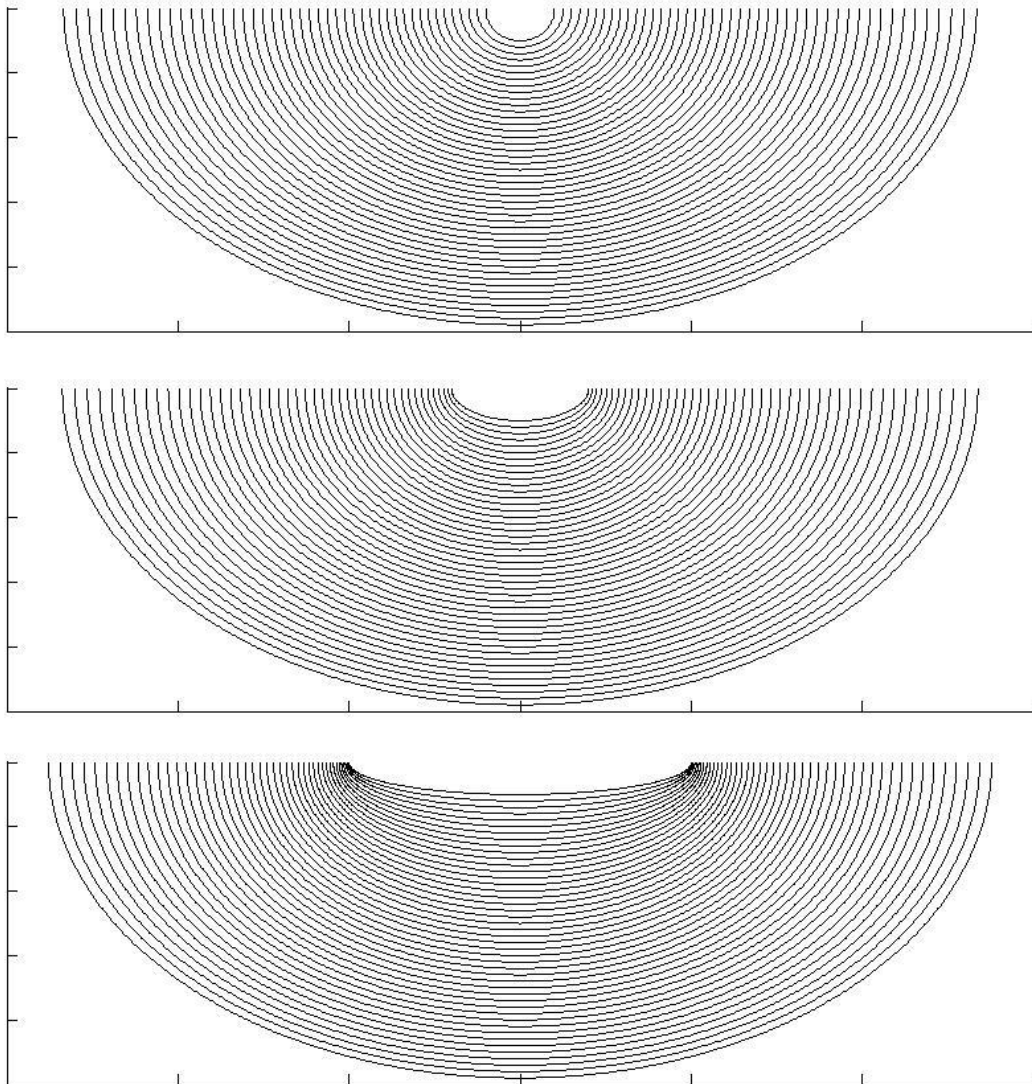


Figure 25 Crack growth shape of semi-elliptical surface crack in a tension plate, (top) $a/c = 1$, (middle) $a/c = 0.5$, (bottom) $a/c = 0.2$

Figur 25 viser hvordan en semielliptisk overflatesprekk i en jevntykk plate i strekk forandrer form ifølge Mahmoud og Hosseini [8]. Her vises det at sprekkens initiale form er avgjørende for den tidlige sprekkveksten, men at sprekkene etter hvert tenderer mot et likt foretrukket a/c -forhold.

I litteraturen finnes flere beregningsmetoder for sprekkforholdet a/c under økende a/t -forhold. Wu [15] kom frem til uttrykket

$$\frac{a}{c} = \left\{ f\left(\frac{a}{t}\right) - \left(\frac{a_0}{a}\right)^{2,5} \left[f\left(\frac{a_0}{t}\right) - \left(\frac{a_0}{c_0}\right)^{-2,5} \right] \right\}^{-0,4} \quad (27)$$

hvor

$$f(\chi) = 1 + 0,5303\chi^2 + 0,1168\chi^4 + 0,009476\chi^6 \quad (28)$$

for $m = 3$ (i Parisligningen). Wu [15] sammenlignet sine resultater med eksperimentelle data, og det ble kun oppdaget avvik under 5 % i forhold til disse. Denne løsningen er basert på en antagelse om at $C_A = 1,1^m C_C$ for å ta hensyn til varierende triaksialitet i spenningsfeltet langs sprekkfronten. Dette er ikke mulig å simulere i LINKpfat da konstanten C er lik for punkt A og punkt C. Det kan likevel være av interesse å bruke disse resultatene til å vurdere nøyaktigheten til andre kilder fra litteraturen. Mahmoud og Hosseini [8] har et tilsvarende forslag om at $C_C = 0,9^m C_A$ og kommet fram til

$$\frac{\Delta a}{\Delta c} = \left[1,1 \left(\frac{a}{c}\right)^{0,5} \left(1,1 + 0,35 \left(\frac{a}{t}\right)^2 \right) \right]^{-m} \quad (29)$$

Figur 26 viser at ligning (27) og (29) gir veldig like resultater, og ingen avvik større enn 2 %. Dette antyder at Mahmoud og Hosseini [8] også kan beskrive utviklingen av a/c uten store avvik.

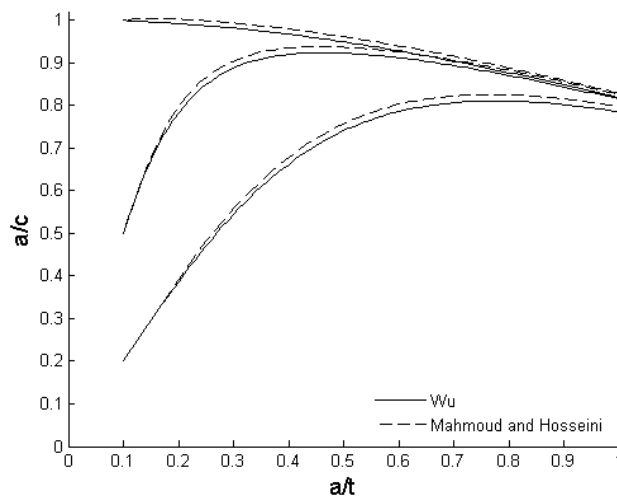


Figure 26 Shape change of a surface crack in a tension plate by Wu, and Mahmoud and Hosseini

Mahmoud og Hosseini [8] har i tillegg en forenklet løsning hvor det antas at $C_A = C_C$, slik som LINKpfat:

$$\frac{\Delta a}{\Delta c} = \left[\left(\frac{a}{c} \right)^{0,5} \left(1,1 + 0,35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right) \right]^{-m} \quad (30)$$

Uten å presisere noe prosentavvik mener Mahmoud og Hosseini [8] at ligning (29) kan beskrive sprekkens form godt, og at ligning (30) heller ikke gir vesentlig større avvik. Siden ligning (27) ble bekreftet med under 5 % avvik, ble det antatt at ligning (30) også kunne gi rimelige resultater. Dette kan understrekes ved at Lin og Smith [16] har en ytterligere løsning som gir svært like resultater (Figur 27, avvik under 2 %):

$$\frac{a}{c} = \left\{ f \left(\frac{a}{t} \right) - \left(\frac{a_0}{a} \right)^{2,5} \left[f \left(\frac{a_0}{t} \right) - \left(\frac{a_0}{c_0} \right)^{-2,5} \right] \right\}^{-0,4} \quad (31)$$

$$f(\chi) = 1,331 + 0,706\chi^2 + 0,155\chi^4 + 0,013\chi^6 \quad (32)$$

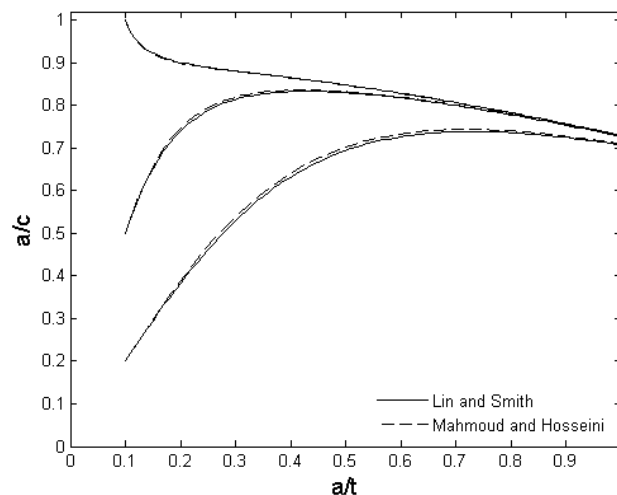


Figure 27 Shape change of a surface crack in a tension plate by Lin and Smith, and Mahmoud and Hosseini

Siden LINKpfat ikke har mulighet til å ta hensyn til at C er forskjellig i punkt A og C, er det mest naturlig å sammenligne med ligning (30).

5.2 Endring av sprekkens form for bøyemodell

Arbeid gjort av Mahmoud og Hosseini [17] ble brukt til å beregne hvordan sprekkens form forandrer seg under sprekkvekst også for en bøyemodell. Figur 28 viser hvordan sprekkformen endres under sprekkvekst i en plate utsatt for bøyning ifølge [17]. De antar at sprekken beholder sin semielliptiske form, men at forholdet mellom a og c påvirkes av initiale sprekkdimensjoner, samt sprekkveksteksponenten m . Det blir også antatt at konstanten C i Parisligningen er lik for både punkt A og punkt C.

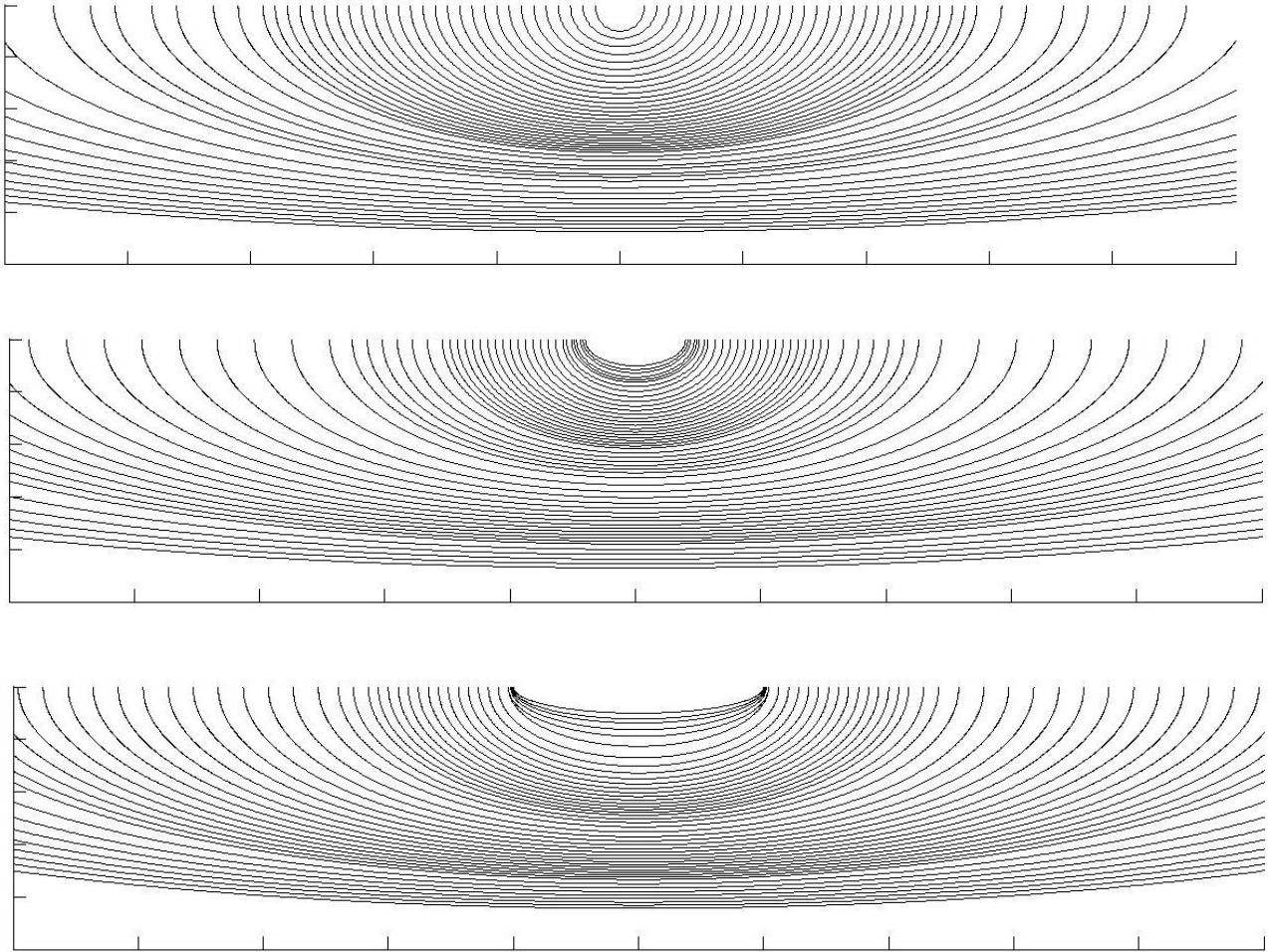


Figure 28 Crack growth shape of semi-elliptical surface crack in a bending plate, (top) $a/c = 1$, (middle) $a/c = 0.5$, (bottom) $a/c = 0.2$

Uttrykket som ble brukt til å beregne a/c under sprekkvekst var

$$\frac{\Delta a}{\Delta c} = \left[\left(\frac{a}{c} \right)^{0.5} \left(1,1 + 0,35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right) \frac{H_1}{H_2} \right]^{-m} \quad (33)$$

hvor H_1 og H_2 finnes i Appendiks (A.29) og (A.30).

5.3 Beregning av sprekkes a/c -forhold under sprekkevekst

Det ble undersøkt fem ulike initiale a/c -forhold og hvordan de utviklet seg under sprekkevekst. For alle tilfellene var $a/t = 0,1$ ved start. Figur 29 viser hvordan a/c utvikler seg med økende a/t for strekkmodellen. Alle avvikene mellom LINKpfat og Mahmoud og Hosseini [8] er under 5 %.

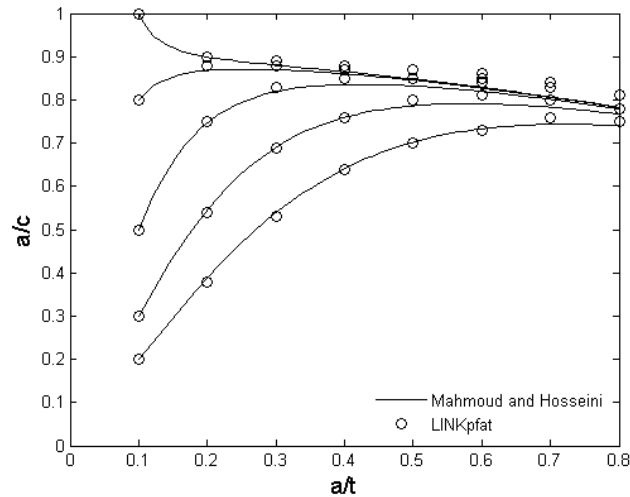


Figure 29 Shape change of a surface crack in a tension plate by Mahmoud and Hosseini, and LINKpfat

Det vises av Figur 29 at alle sprekke vokser mot et foretrukket a/c -forhold mellom 0,7 og 0,8. Dette samsvarer godt med Figur 25 som viser den antatte semielliptiske sprekkeformen under sprekkevekst for strekkmodellen. Også denne nærmet seg en ønsket sprekkeform. Dette viser at LINKpfat klarer å bestemme a/c -forholdet for en semielliptisk sprekke i en plate i strekk på en tilfredsstillende måte.

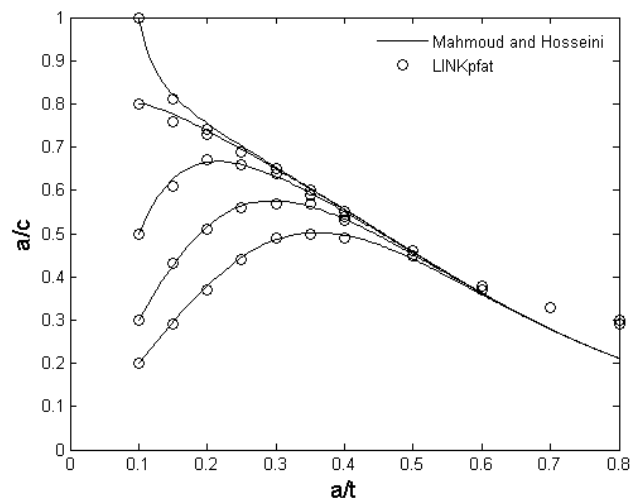


Figure 30 Shape change of a surface crack in a bending plate by Mahmoud and Hosseini, and LINKpfat

Figur 30 viser resultater fra LINKpfat sammenlignet med Mahmoud og Hosseini [17] for bøyemodellen. Initial sprekkstørrelse var $a/t = 0,1$ og $a/c = 0,1, 0,2, 0,3, 0,5, 0,8$ og 1 . Opp til $a/t = 0,6$ observeres avvik under 9 %. For a/t større enn dette øker avviket kraftig, og ved $a/t = 0,8$ er avviket 41 %. Dette viser likhetstrekk til resultatene for beregning av F , hvor LINKpfat viste god overensstemmelse opp til $a/t = 0,5$. Ligning (33) bygger delvis på Newman og Raju [14] sine empiriske ligninger for F , og det er derfor ingen overraskelse at den samme trenden oppdages i disse undersøkelsene. Det er også nå et spørsmål om hvilken løsning som gir de beste resultatene for store a/t når sprekken befinner seg i et område med trykkspenninger og nærmer seg bakveggen.

Ifølge Mahmoud og Hosseini [8] gir ligning (29) enda bedre resultater enn ligning (30) sammenlignet med eksperimenter. Det kan derfor være av interesse å implementere egenskapen $C_C = 0,9^m C_A$ i LINKpfat for å oppnå ytterligere nøyaktighet.

6 Tykkvegget sylinder med innsidesprekk

For modellen med en overflatesprekk på innsiden av en tykkvegget trykksylinder er geometri og last gitt av Tabell 21 og Figur 32. Det indre trykket gir en spenningsfordeling i sylinderveggen som vist i Figur 31.

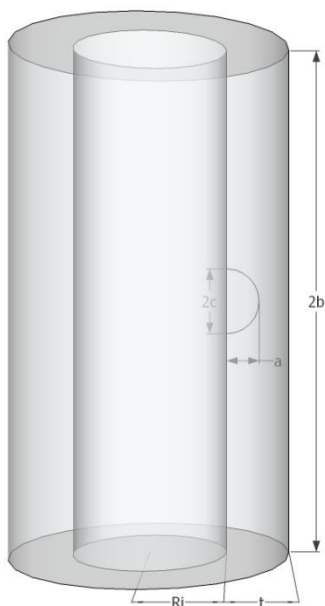


Figure 32 Thick-walled cylinder with an internal surface crack

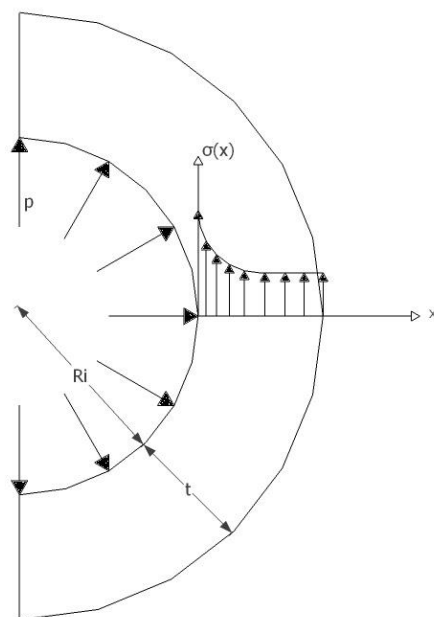


Figure 31 Stress distribution in cylinder wall

Tabell 21 Last og dimensjoner for tykkvegget sylinder med innsidesprekk

b [mm]	t [mm]	R_i [mm]	S [MPa]
200	10	20	200

6.1 Referanseskilder for tykkvegget sylinder med innsidesprekk

Zheng *et al.*

Zheng *et al.* [18] utviklet løsninger for K for en overflatesprekk på innsiden av en tykkvegget sylinder. Formlene som er presentert i artikkelen bygger på tidligere arbeid om vektfunksjoner fra blant annet Shen og Glinka. Løsningene gjelder for flere spenningsfordelinger. For spenningsfordelingen for en tykkvegget trykksylinder er det konkrete avviket til andre uavhengige kilder ikke oppgitt. Men ifølge Zheng *et al.* [18] skal det være generell god overensstemmelse med andre litteraturkilder.

Tabell 22 Gyldighetsområde for løsningen fra Zheng et al.

Gyldighetsområde for a/c	$0,2 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 0,8$
Gyldighetsområde for t/R_i	$t/R_i = 0,5$
Avvik	Ikke oppgitt

Chen et al. [19]

Chen et al. [19] utviklet formler for å beregne K for en overflatesprekk på innsiden av en trykksylinder. Chen et al. [19] antok at trykket mellom sprekkflatene var lik det indre trykket i sylindringen. Tabell 23 viser hvilke a/c og a/t kilden dekker. Kilden er hentet fra Murakamis håndbok for spenningsintensitetsfaktorer [20].

$$K_A = \alpha K_{\text{plate}} \quad (34)$$

$$\alpha = 1 + 0,23 \left(\frac{a}{t} \right) \left(\left(\frac{a}{t} \right) - 0,79 \right) \left(\frac{\left(\frac{t}{R_i} \right)^{0,2}}{\left(\frac{a}{c} \right)^{0,5}} \right) \quad (35)$$

$$K_{\text{plate}} = \sqrt{\pi a} (\sigma_T T_T + \sigma_B T_B) \quad (36)$$

$$\sigma_T = \left(1 - \frac{t}{2a} \right) \sigma_i + \frac{t}{2a} \sigma_t + p \quad (37)$$

$$\sigma_B = \left(\frac{t}{2a} \right) \sigma_i - \frac{t}{2a} \sigma_t \quad (38)$$

Tabell 23 Gyldighetsområde for løsningen fra Chen et al. [19]

Gyldighetsområde for a/c	$0,25 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 0,6$
Gyldighetsområde for t/R_i	$t/R_i \leq 0,5$
Avvik	Ikke oppgitt

Chen et al. [21]

Chen et al. [21] utviklet tabellverdier for F for en overflatesprekk på innsiden av en trykksylinder. For tabellverdiene som er brukt i denne oppgaven antas det at det indre trykket i sylindringen ikke påføres sprekkflatene. Tabell 24 viser hvilke a/c og a/t kilden gjelder for. Denne kilden er også hentet fra Murakamis håndbok for spenningsintensitetsfaktorer [20].

Tabell 24 Gyldighetsområde for løsningen fra Chen et al. [21]

Gyldighetsområde for a/c	$0,25 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0 < a/t < 0,8$
Gyldighetsområde for t/R_i	$0,1 < t/R_i < 1$
Avvik	Ikke oppgitt

6.2 Beregning av F for tykkvegget sylindere med innsidesprekk

For en sprekk som ligger på innsiden av en trykksylinder vil trykket mellom sprekkflatene vanligvis tilsvare det indre trykket i sylindere. Dette gir et bidrag til K . I denne modellen er det antatt at det ligger en membran mellom sprekk og det indre trykket. På denne måten vil det indre trykket gi spenninger i sylinderveggen uten at trykket mellom sprekkflatene blir påvirket. Dette fordi det ikke er mulig å ta hensyn til trykket mellom sprekkflatene i LINKpfat. LINKpfat bruker kun spenningsfordelingen beregnet av et FEM-analyseprogram.

Zheng et al. [18] gikk ut fra at det indre trykket var lik trykket mellom sprekkflatene. For å sammenligne resultatet fra LINKpfat med Zheng et al. [18] må superposisjonsprinsippet benyttes for å beregne K . Dette kan gjøres fordi materialet er lineært elastisk. For en sylindere utsatt for et indre overtrykk er normalspenningen i ringretning gitt av Lamè's spenningsfordeling (ligning (39)) som er hentet fra Härkegård [9]. Her er p , R_i , t og x beskrevet i Figur 31.

$$\sigma_{\text{Lamè}} = p \frac{R_i^2}{(2R_i + t)t} \left[1 + \left(\frac{R_i + t}{R_i + x} \right)^2 \right] \quad (39)$$

For en sprekk i en trykksylinder med trykk mellom sprekkflatene lik det indre trykket i sylindere vil K være gitt av:

$$\begin{aligned} K_{\text{Lamè}+p} &= \int_{A_{\text{sprekk}}} [\sigma_{\text{Lamè}}(x', y') + p] g(x', y') dA_{\text{sprekk}} \\ &= \int_{A_{\text{sprekk}}} \sigma_{\text{Lamè}}(x', y') g(x', y') dA_{\text{sprekk}} + \int_{A_{\text{sprekk}}} p g(x', y') dA_{\text{sprekk}} \\ &= K_{\text{Lamè}} + K_p \end{aligned} \quad (40)$$

Her er A_{sprekk} arealet over sprekkflaten og g vektfunksjonen. For sylindere er det satt at referansespenningen er lik det indre trykket, $S = p$, og:

$$K_{\text{Lamè}+p} = F_{\text{Lamè}+p} \times p \sqrt{\pi a} \quad (41)$$

$$K_{\text{Lamè}} = F_{\text{Lamè}} p \times \sqrt{\pi a} \quad (42)$$

$$K_p = F_p \times p \sqrt{\pi a} \quad (43)$$

$$F_{\text{Lamè+p}} = F_{\text{Lamè}} + F_p \quad (44)$$

$$F_{\text{Lamè}} = F_{\text{Lamè+p}} - F_p \quad (45)$$

Fra Zheng et al. [18] gjelder derfor at:

$$F_A = F_{m,A} - F_{k,A} \quad (46)$$

$$F_C = F_{m,C} - F_{k,C} \quad (47)$$

hvor F_A og F_C er verdiene som sammenlignes med LINKpfat. $F_{m,A}$ og $F_{m,C}$ er geometrifaktorene for en sylinder med indre trykk, der det antas at trykket mellom sprekkflatene er lik det indre trykket. $F_{k,A}$ og $F_{k,C}$ er geometrifaktorene for en sylinder med konstant spenning i sylinderveggen lik det indre trykket.

I formlene til Chen et al. [19] er det antatt at trykket mellom sprekkflatene er lik det indre trykket i sylinderen. Siden materialet er lineært elastisk kan superposisjonsprinsippet benyttes i uttrykket for σ_T (ligning (37)) og p fjernes. Deretter kan formlene sammenlignes med LINKpfat. I Chen et al. [21] er det presentert tallverdier for F der trykket mellom sprekkflatene ikke påvirkes av det indre trykket.

For denne modellen var teoretisk spenning $\sigma_{\text{Lamè}} = 520$ MPa. I FEM-analysen utført i Abaqus ble $\sigma_{\text{Abaqus}} = 522$ MPa. Dette gir et avvik i spenningen på 0,4 %. FEM-analysen ga dermed en god tilnærming til spenningsfordelingen og dette avviket ble sett bort fra.

Undersøkelsen for F ble utført for $a/c = 1$ og 0,5 når $0,1 < a/t < 0,8$. Resultatet er presentert i Figur 33 og 34, og Tabell 25 viser det største avviket mellom LINKpfat og referanse kilder.

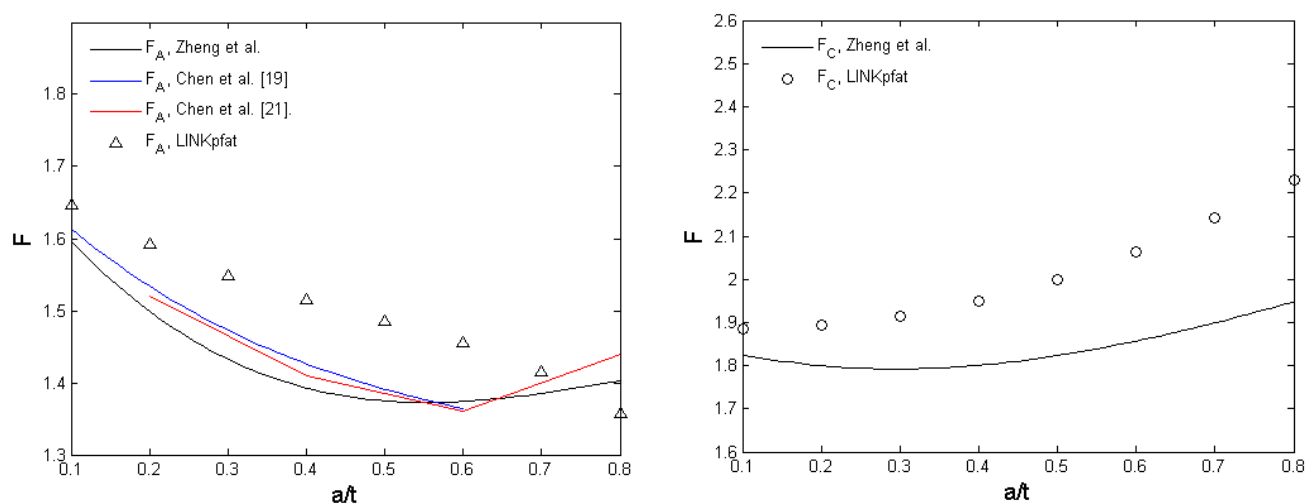


Figure 33 Geometry factors for an internal surface crack with $a/c = 1$ in a pressurized thick-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C

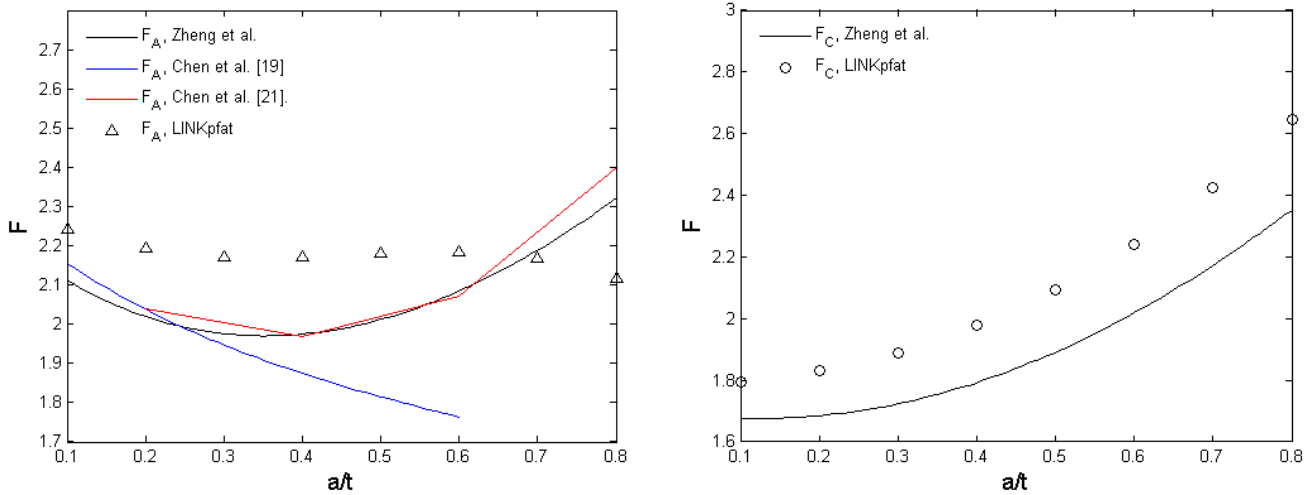


Figure 34 Geometry factors for an internal surface crack with $a/c = 0.5$ in a pressurized thick-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C

Tabell 25 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i tykkvegget sylinder med sprekk på innsiden

a/c	Maksimalt avvik [%]					
	F_A			F_C		
	Zheng et al.	Chen et al. [19]	Chen et al. [21]	Zheng et al.	Chen et al. [19]	Chen et al. [21]
0,5	10	24	10	13	-	-
1	9	7	7	15	-	-

For punkt A når $a/c = 1$ følger kildene fra Zheng et al. [18], Chen et al. [19] og Chen et al. [21] hverandre godt. Resultatene fra LINKpfat ligger derimot generelt litt høyere enn disse kildene. Også for $a/c = 0,5$ ligger resultatene fra LINKpfat generelt over resultatene fra de andre kildene. For punkt A viser Figur 34 at Chen et al. [19] gir store avvik for $0,4 < a/t < 0,6$. F_C er kun sammenlignet med kilden fra Zheng et al. [18] og LINKpfat viser god overensstemmelse for lave a/t med denne kilden.

6.3 Sprekkvekstanalyse for tykkvegget sylinder med innsidesprekk

Det ble også gjennomført en sprekkvekstanalyse der startverdien var $a = 1$ mm, $0,1 < a/t < 0,8$ og $a/c = 1$. Resultatet er presentert i Figur 35 og avvikene vist i Tabell 26.

Figur 35 viser levetiden beregnet i LINKpfat sammenlignet med levetiden beregnet med formler fra Zheng et al. [18]. Ved $a = 2$ mm er allerede halve levetiden oppnådd. Tabell 26 viser at avviket for den totale levetiden kun er -4 %.

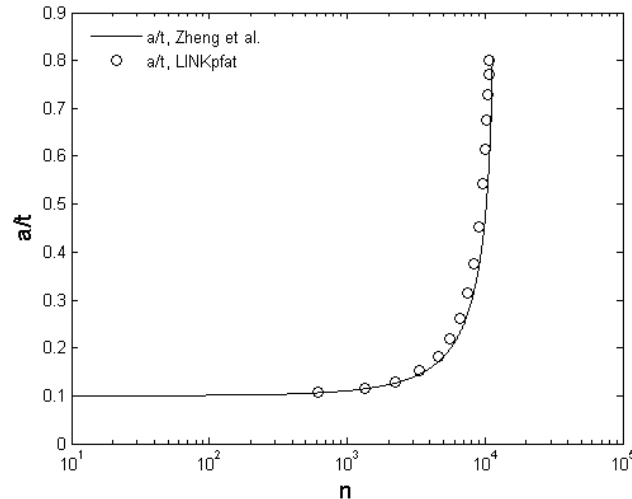


Figure 35 Crack growth of an internal surface crack in a pressurized thick-walled cylinder

Tabell 26 Avvik for levetidsberegningen av sylinder med sprekk på innsiden

a/t	Avvik fra Zheng et al. [%]
0,2	-10
0,4	-10
0,6	-7
0,8	-4

6.4 Diskusjon for tykkvegget sylinder med innsidesprekk

Zheng et al. [18] og Chen et al. [21] for denne geometrien følger hverandre godt for alle a/t og a/c . Chen et al. [19] viser store avvik fra de andre for $a/c = 0,5$ og $a/t > 0,4$, og det kan virke som at denne kilden har svakheter. Det store avviket mellom Chen et al. [19] og LINKpfat ble derfor ikke tatt med i vurderingen. Punkt A ble vurdert til å være innenfor 10 % avvik for både $a/c = 1$ og $0,5$. For punkt C viste resultatene god overensstemmelse med Zheng et al. [18] for lave a/t -forhold. Hvilke verdier som er innenfor 10 % avvik er presentert i Tabell 41.

Zheng et al. [18] har ikke oppgitt noen avvik for sine ligninger for $F_{mt,A}$ og $F_{mt,C}$ for sylinder med indre trykk. $F_{k,A}$ for tilfellet med konstant spenning har maksimalt avvik på 3 % fra FEM-analyser. For $F_{k,C}$ var avviket 10 %. Heller ikke Chen et al. [19] eller Chen et al. [21] har oppgitt avvik fra andre referanser. Det at Chen et al. [21] og Zheng et al. [18] følger hverandre godt for punkt A, kan likevel gi en indikasjon på at LINKpfat beregner F_A for høyt for $a/c < 0,7$.

Startverdien til a var 1 mm i levetidsanalysen og levetiden ble definert ved den kritiske størrelsen $a/t = 0,8$. Avviket i levetiden er overraskende lavt, spesielt sammenlignet med avvikene for F i Tabell 25. Avviket i antall sykluser er minkende mellom $a = 4$ mm og $a = 8$ mm. Dette gjør at det totale avviket i levetiden blir mindre enn forventet (som forklart i kapittel 3.2.4).

7 Tykkvegget sylinter med utsidesprekk

Det ble gjort en undersøkelse for en tykkvegget trykksylinder med en overflatesprekk på utsiden av sylindere. Det indre trykket gir en spenningsfordeling i sylinderveggen vist i Figur 31. Tabell 27 viser geometri og last for dette tilfellet.

Tabell 27 Last og dimensjoner for tykkvegget sylinter med utsidesprekk

b [mm]	t [mm]	R_i [mm]	S [MPa]
200	20	20	200

7.1 Referanse kilder for tykkvegget sylinter med utsidesprekk

Brighenti

Brighenti [22] presenterer K for en semielliptisk overflatesprekk på utsiden av en trykksylinder. Tabell 28 viser hvilke a/c og a/t kilden gjelder for.

Tabell 28 Gyldighetsområde for løsningen fra Brighenti

Gyldighetsområde for a/c	$0,2 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0,2 < a/t < 0,8$
Avvik (mot Newman og Raju, Lin og Smith)	13 %

Guozhong og Kangda

Kilden [23] presenterer tabellverdier for K for en semielliptisk overflatesprekk på utsiden av en trykksylinder. Tabellverdiene finnes i Appendiks, og Tabell 29 viser gyldighetsområdet for a/c og a/t .

Tabell 29 Gyldighetsområde for løsningen fra Guozhong og Kangda

Gyldighetsområde for a/c	$0,25 < a/c < 1$
Gyldighetsområde for a/t	$0,2 < a/t < 0,8$
Avvik (mot Atluri og Kathiresan)	15 %

7.2 Beregning av F for tykkvegget sylinder med utsidesprekk

For denne sylindren var teoretisk spenning $\sigma_{Lam\grave{e}} = 333$ MPa. I FEM-analysen fra Abaqus ble $\sigma_{Abaqus} = 335$ MPa. Dette gir et avvik i spenningen på 0,6 %. FEM-analysen gir dermed en god tilnærming til spenningsfordelingen og avviket blir sett bort fra.

Undersøkelsen av F ble utført for $0,2 < a/c < 1$ når $0,1 < a/t < 0,8$. Resultatet er presentert i Figur 36, 37 og 38, og Tabell 30 viser det største avviket mellom LINKpfat og referansekildene.

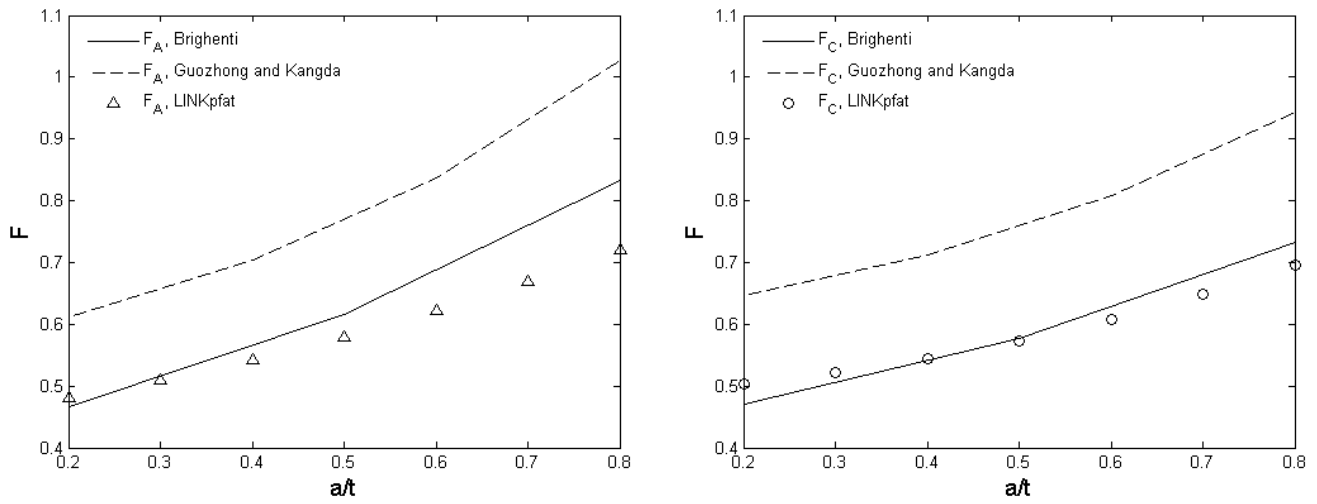


Figure 36 Geometry factors for an external surface crack with $a/c = 1$ in a pressurized thick-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C

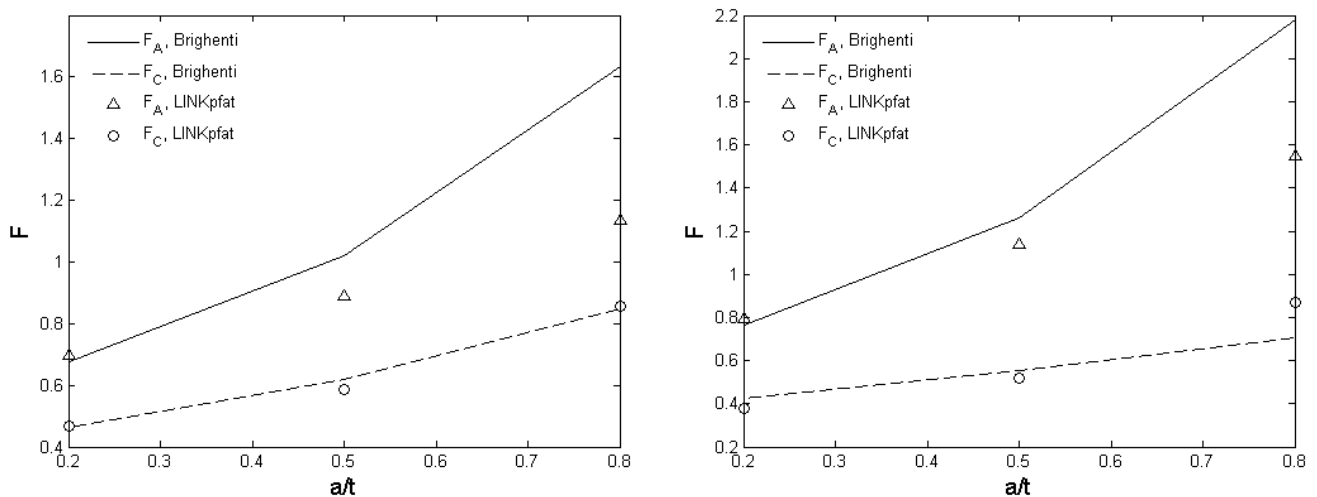


Figure 37 Geometry factors for an external surface crack in a pressurized thick-walled cylinder, (left) $a/c = 0,4$, (right) $a/c = 0,2$

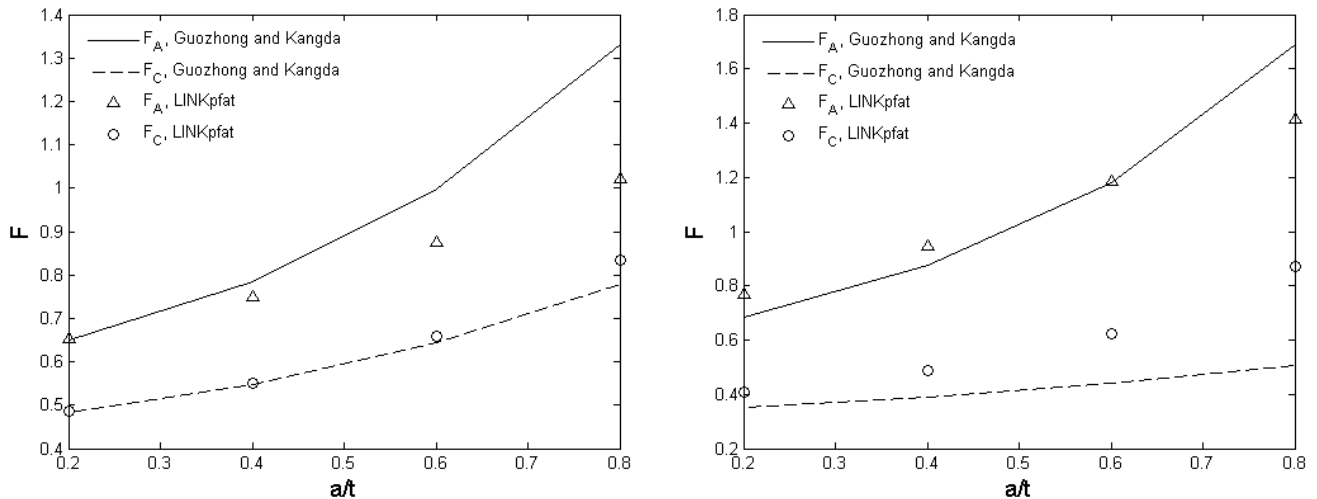


Figure 38 Geometry factors for an external surface crack in a pressurized thick-walled cylinder, (left) $a/c = 0.5$, (right) $a/c = 0.25$

Tabell 30 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i tykkvegget sylinder med utsidesprekk

a/c	Maksimalt avvik [%]			
	F_A		F_C	
	Brighenti	Gouzhong og Kangda	Brighenti	Gouzhong og Kangda
0,2	-29	-	22	-
0,25	-	-16	-	71
0,4	-30	-	-5	-
0,5	-	-23	-	-7
1	-13	-30	7	-26

LINKpfat har relativt store avvik til Brighenti [22] og Gouzhong og Kangda [23]. Det største avviket er mellom LINKpfat og Gouzhong og Kangda [23] for punkt C når $a/c = 0,25$. Mellom LINKpfat og Brighenti [22] ligger det største avviket i punkt A når $a/c = 0,4$. Avvikene øker generelt med økende a/t -forhold.

7.3 Diskusjon for tykkvegget sylinder med utsidesprekk

Formlene til Gouzhong og Kangda [23] skal ha et maksimalt avvik til andre litteraturkilder på 15 %, mens Brighenti [22] har beregnet at maksimalt avvik til Lin og Smith og Newman og Raju er 13 %. Dette er relativt store avvik. Tabell 30 viser at LINKpfat igjen har store avvik til Brighenti [22] og Gouzhong og Kangda [23], noe som gjør det vanskelig å si noe om nøyaktigheten til LINKpfat i dette tilfellet.

Verdiene fra kildene til utsidesprekk på en tykkvegget trykksylinder er oppgitt i tabellverdier, ikke formler. Derfor er det ikke mulig å gjøre en sprekkvekstanalyse basert på disse kildene for dette tilfellet.

8 Tynnvegget sylinder med utsidesprekk

Den tynnveggede trykksylinderen har en overflatesprekk på utsiden av cylinderen. Geometri og last er gitt av Tabell 31.

Tabell 31 Last og dimensjoner for tynnvegget trykksylinder med overflatesprekk på utsiden

b [mm]	t [mm]	R_i [mm]	S [MPa]
200	4	40	200

8.1 Referanse kilder for tynnvegget sylinder med utsidesprekk

Brighenti

Resultatene ble sammenlignet med kilden fra Brighenti [22]. I Murakamis håndbok for spenningsintensitetsfaktorer [20] ble Brighentis tallverdier sammenlignet med en kilde fra Newman og Raju og Lin og Smith. Verdiene fra Newman og Raju og Lin og Smith ble også brukt i denne sammenligningen. Gyldighetsområdet for tabellene er beskrevet i Tabell 28.

8.2 Beregning av F for tynnvegget sylinder med utsidesprekk

Modellen har en maksimal teoretisk spenning i ringretning $\sigma_{\text{Lamé}} = 2105$ MPa. Den tynne sylinderveggen gir en spenningsfordeling som er høy i hele sprekkplanet og dermed skiller seg fra spenningsfordelingen for en tykkvegget trykksylinder. Abaqus gir maksimal spenning i ringretning $\sigma_{\text{Abaqus}} = 2109$ MPa. Dette gir et avvik i spenningen på 0,2 %. FEM-analysen ga dermed en god tilnærming av spenningsfordelingen og avviket ble sett bort fra.

Tabell 32 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i tynnvegget sylinder med utsideprekk

a/c	Maksimalt avvik [%]					
	F_A			F_C		
	Brighenti	Newman og Raju	Lin og Smith	Brighenti	Newman og Raju	Lin og Smith
0,4	16	-11	-	14	10	-
1	13	10	13	27	11	13

Undersøkelsen av F ble utført for $a/c = 1$ og $0,5$ når $0,1 < a/t < 0,8$. Resultatet er presentert i Figur 39 og 40, og Tabell 32 viser det største avviket mellom LINKpfat og referanse kildene.

Tabell 32 viser at det er en generelt god overensstemmelse mellom LINKpfat og Newman og Raju og avvikene er stort sett innenfor 10 %. Men avvikene er varierende og LINKpfat gir relativt store avvik til Brighenti [22].

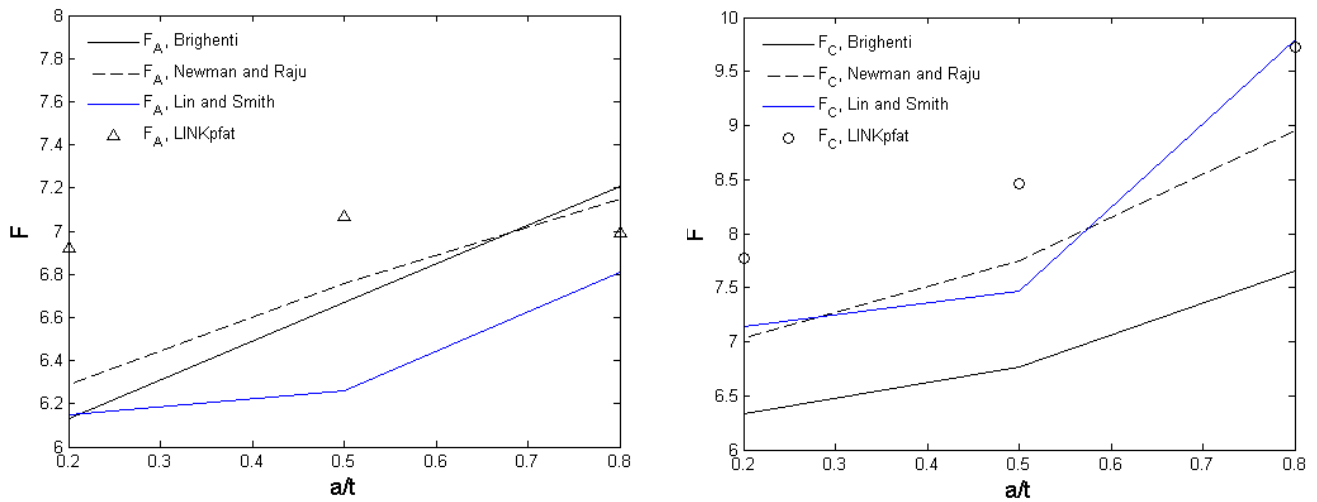


Figure 39 Geometry factors for an external surface crack with $a/c = 1$ in a pressurized thin-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C

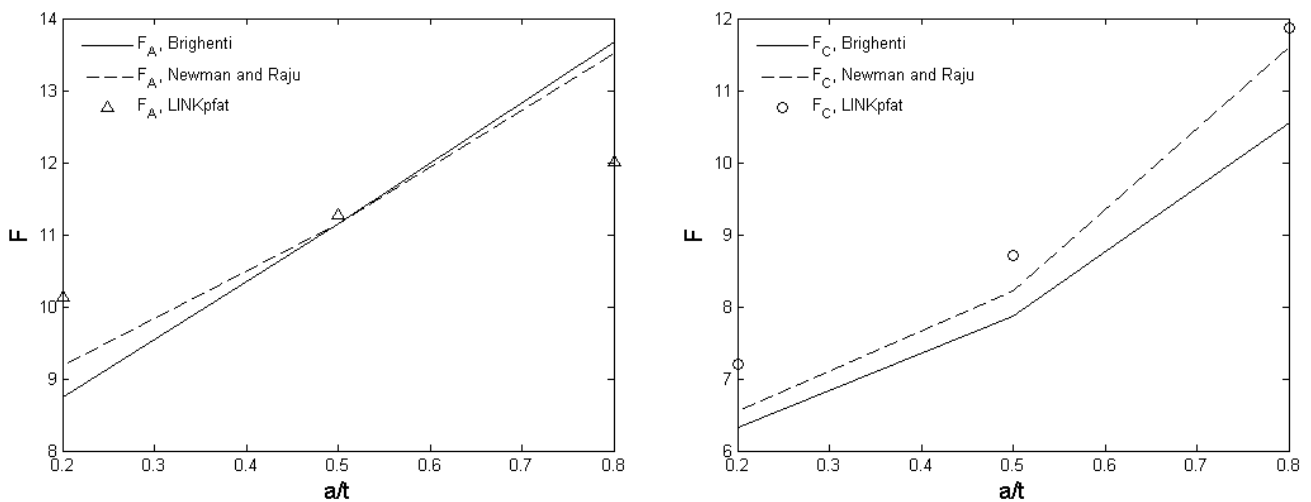


Figure 40 Geometry factors for an external surface crack with $a/c = 0.4$ in a pressurized thin-walled cylinder, (left) Point A, (right) Point C

8.3 Diskusjon for tynnvegget sylinder med utsidesprekk

Resultatet viser at LINKpfat er i stand til å gi et estimat for F for en utsidesprekk i tynnvegget trykksylinder. Grafene viser at det er spredning mellom alle kildene og det er vanskelig å gi et svar på hvor nøyaktig LINKpfat beregner F .

Verdiene fra kildene til utsidesprekk på en tynnvegget trykksylinder er oppgitt i tabellverdier, ikke formler. Derfor er det ikke mulig å gjøre en sprekkvekstanalyse basert på disse kildene for dette tilfellet.

9 Plate med kjerv

Det ble gjort undersøkelser på tre ulike plater med en overflatesprekk i bunnen av en kjerv. Dybden på kjerven var den samme for alle geometriene. Én kjerv var halvsirkulær, mens de to andre hadde ulik krumning i bunnen av kjerven. Forskjellen på de tre var altså radien i bunnen av kjerven, ρ . Figur 41 viser en skisse av geometrien, og Tabell 33 gir last og dimensjoner. Det ble antatt uendelig tykkelse på grunn av begrensninger i litteraturen for plater med endelig tykkelse.

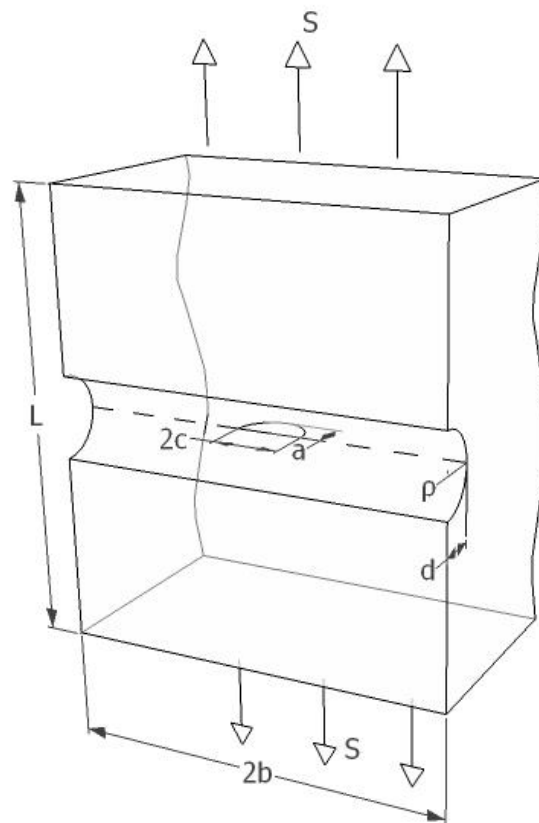


Figure 41 Notched plate with surface crack

Tabell 33 Last og dimensjoner for plate med kjerv med overflatesprekk

b [mm]	L [mm]	d [mm]	S [MPa]	ρ [mm]
150	150	5	200	1,25, 5, 20



Figure 42 Crack plane for notched plate

9.1 Referanse kilder for plate med kjerv

Wormsen et al.

Arbeid fra Wormsen et al. [24] ble brukt til å beregne F for geometrien med kjerv. De har utviklet en asymptotisk løsning for F som har vist god overensstemmelse med FEM-resultater. Løsningen ble basert på og sammenlignet med flere andre arbeid i litteraturen for korte og lange sprekker i spenningskonsentrasjoner. Løsningen dekker et stort antall sprekkestørrelser, fra små til store, i en semiuendelig plate. Det ble forutsatt at tykkelsen var minst 10 ganger så stor som dybden til kjerven. Ligningene var

$$F_A = f_{k,A} \sqrt{\frac{D_A}{a}} \quad (48)$$

$$F_C = f_{k,C} \sqrt{\frac{D_C}{a}} \quad (49)$$

Uttrykkene for $f_{k,A}$, D_A , $f_{k,C}$ og D_C finnes i Appendiks. Tabell 34 gir gyldighetsområdet for plate med kjerv.

Tabell 34 Gyldighetsområde for løsningen fra Wormsen et al.

Gyldighetsområde for a/c	$0 \leq a/c \leq 1$
Gyldighetsområde for d/t	$0 \leq d/t \leq 0,1$
Avvik	Ikke oppgitt

9.2 Beregning av F for plate med kjerv

Det ble undersøkt sprekker med $a/c = 1$ og $0,5$. Resultatene for F_A og F_C for de tre forskjellige kjervene er presentert i Figur 43-48.

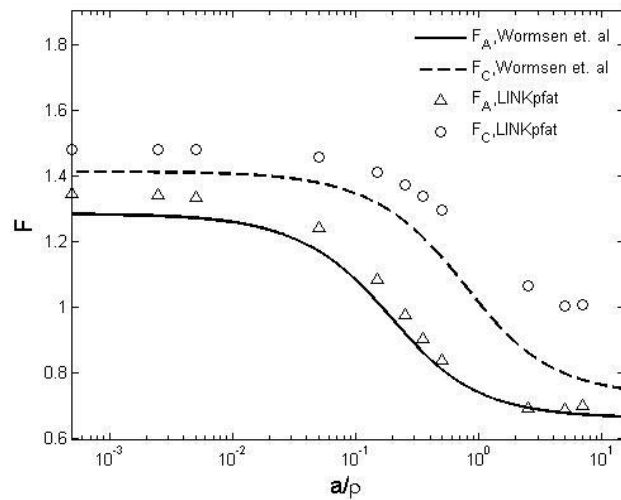


Figure 43 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 4$, $a/c = 1$

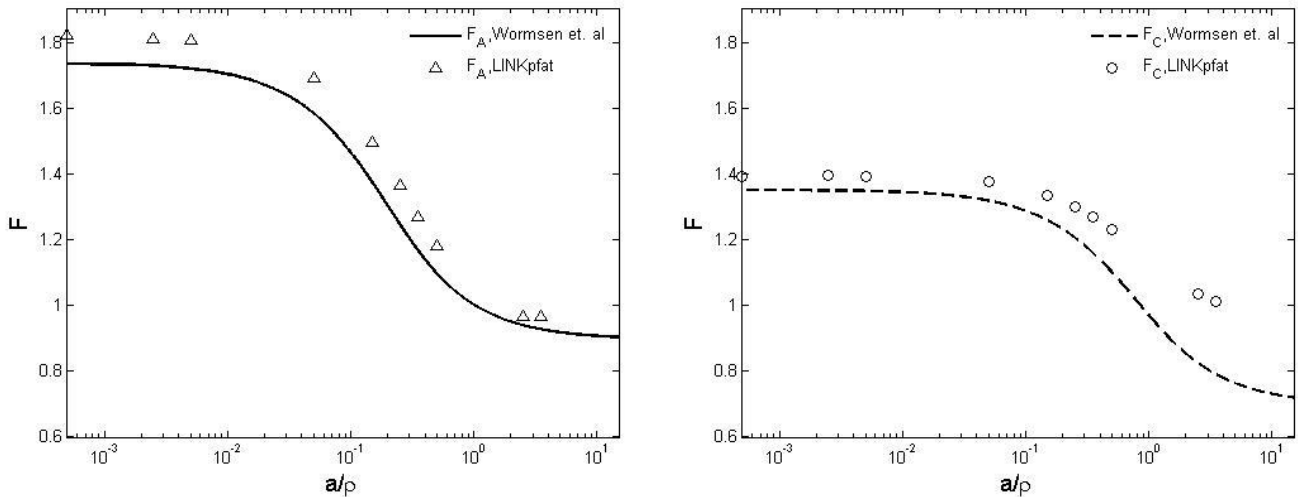


Figure 44 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 4$, $a/c = 0.5$, (left) Point A, (right) Point C

De største avvikene som opptrer finnes i Tabell 35. Resultatene for kjerven med $\rho/d = 4$ vises i Figur 43 og 44. Resultatene viser at punkt C går tydelig mot større avvik for større sprekker. Kun opp til $a/\rho = 0,1$ følger LINKpfat samme kurve som Wormsen et al. [24].

Resultatene for kjerven med $\rho/d = 0,25$ vises i Figur 47 og 48. Samme trenden som for de andre kjervene ble oppdaget her, F_C fra LINKpfat avviker kraftig fra Wormsen et al. [24] når a/ρ blir stor. Her var det betydelig høyere verdier for F , noe som samsvarer godt med den høye spenningskonsentrasjonen. For kjerven med $\rho/d = 1$ er resultatene presentert i Figur 45 og 46. Resultatene for avviket ligger mellom avviket for $\rho/d = 4$ og $\rho/d = 0,25$ i verdi.

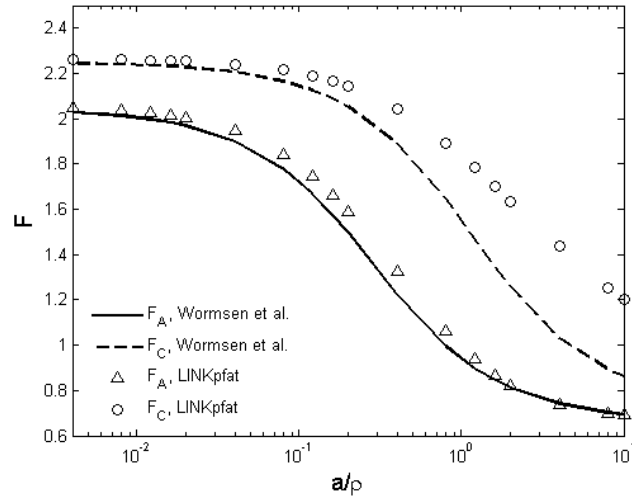


Figure 45 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 1$, $a/c = 1$

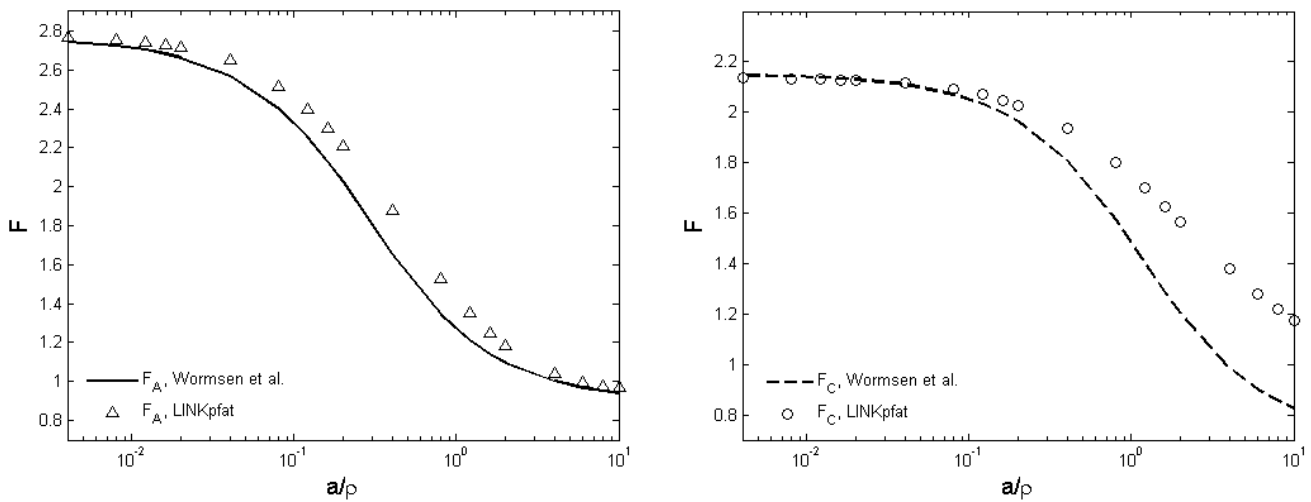


Figure 46 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 1$, $a/c = 0.5$, (left) Point A, (right) Point C

Tabell 35 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i platen med kjerv med overflatesprekk

a/c	ρ/d [mm]	Maksimalt avvik fra Wormsen [%]	
		F_A	F_C
0,5	0,25	17	61
	1	14	42
	4	5	28
1	0,25	10	51
	1	8	40
	4	6	30

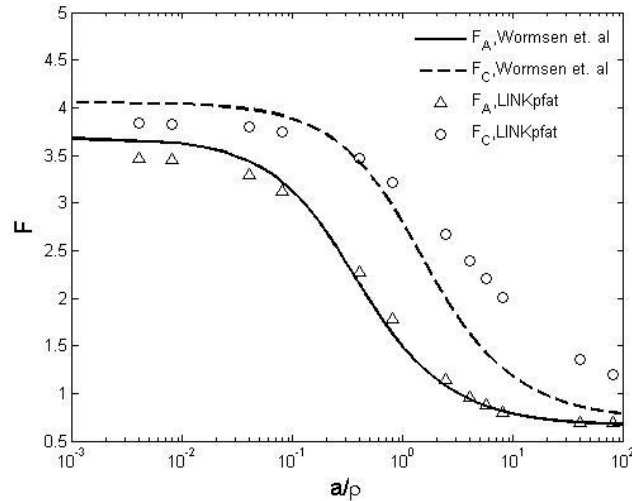


Figure 47 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 0.25$, $a/c = 1$

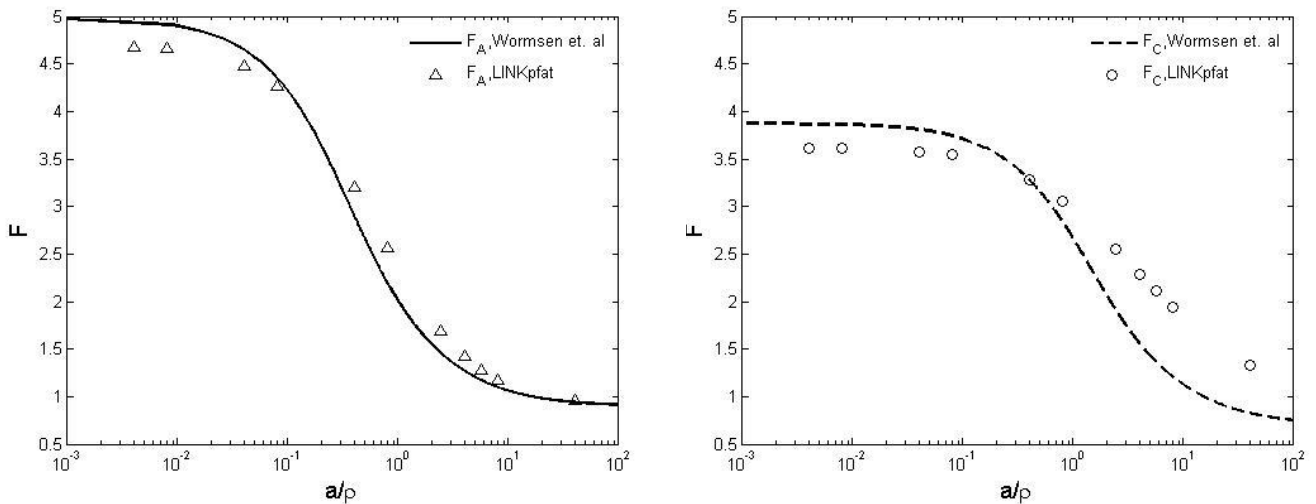


Figure 48 Geometry factors for a semi-elliptical surface crack at the root of a notch, $\rho/d = 0.25$, $a/c = 0.5$, (left) Point A, (right) Point C

9.3 Sprekkvekstanalyse for plate med kjerv

Det ble også utført en levetidsanalyse for en overflatesprekk i bunnen av en halvsirkulær kjerv. Den kritiske sprekkstørrelsen som definerte levetiden var $a/\rho = 10$, og initial sprekkstørrelse var $a = 1$ mm. Resultatene er presentert i Figur 49 og avvikene i Tabell 36.

Figur 49 viser hvordan a/ρ forandres når antall sykluser øker. a/c -forholdet ved start var 1. Figuren viser også at sprekkveksten øker ettersom sprekken blir større. Tabell 36 viser at avvikene i antall sykluser øker ettersom sprekken vokser.

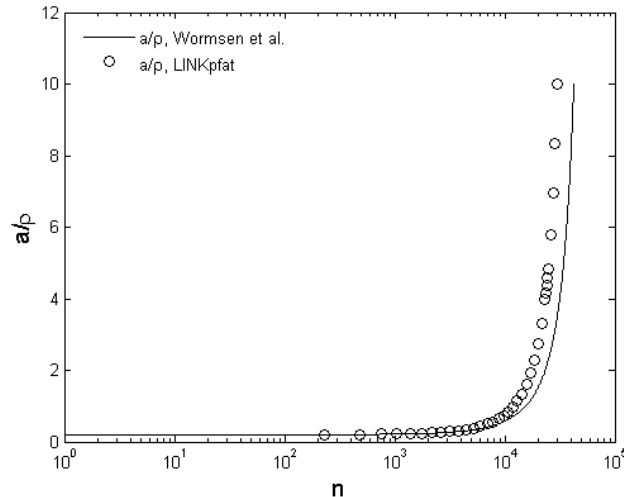


Figure 49 Crack growth of a semi-elliptical surface crack at the root of a notch with $\rho/d = 1$, initial aspect ratio $a/c = 1$

Tabell 36 Avvik for levetidsberegningen av plate med kjerv med overflatesprekk

a/ρ	Avvik fra Wormsen et al. [%]
1	-23
2	-25
4	-27
8	-28
10	-30

9.4 Diskusjon for plate med kjerv

Generelt ble det oppdaget at F_A fra LINKpfat følger resultater fra Wormsen et al. [24] godt, men at F_C opplever økende avvik ettersom sprekken ble større. I tillegg kunne det sees at asymptoten for lave a/ρ kunne ligge både høyere og lavere enn løsningen til Wormsen et al. [24]. Dette skyldes at elementinndelingen i Abaqus ikke gir nøyaktig lik spenningskonsentrasjon som K_t fra Wormsen et al. [24] gjør. Wormsen et al. [24] har brukt et uttrykk for K_t bestemt av Beitz og Grothe (Appendiks (A.40)) som ikke er helt eksakt. Spenningen som brukes i LINKpfat kommer fra Abaqus-modellen, og er heller ikke eksakt på grunn av feilkilder som elementtype og integrasjonsform. Det bør derfor vektlegges at spenningskonsentrasjonen gitt ved de ulike løsningene gir rom for avvik ved lave a/ρ .

For kjerven med stor radius var det lettere å oppnå høy spenningskonsentrasjon med relativt få elementer, dermed ble F for denne geometrien høyere i LINKpfat. For liten radius var det motsatt siden kjerven var spissere og spenningskonsentrasjonen høyere. Her var det vanskelig å oppnå like høy spenningskonsentrasjon som Wormsen et al. [24], selv med svært små elementer. Dermed havnet resultatene til LINKpfat for små a/ρ litt under Wormsen et al. [24]. Det ble observert at mindre radius i bunnen av kjerven krevde mindre størrelse på elementene for å oppnå ønsket

spenningskonsentrasjon. Det ble kontrollert at spenningen langs bunnen av kjerven i Abaqus-modellen var tilnærmet konstant i hele bredden for å eliminere dette som feilkilde. Dermed var det sannsynlig at det foreligger en svakhet i enten LINKpfat eller Wormsen et al. [24] for beregning av F_C .

Fra Tabell 35 ble det oppdaget at avvikene var større jo mindre radien i bunnen av kjerven var. Det oppstod altså høyere avvik ved høyere spenningskonsentrasjon. Som nevnt var det ikke nøyaktig samsvar mellom K_t fra Wormsen et al. [24] og spenningskonsentrasjonen som ble beregnet i Abaqus. Men de største avvikene ble ikke funnet for de minste sprekkeene (hvor effekten av spenningskonsentrasjonen er størst), så det er sannsynligvis en annen effekt som også spiller inn. Det var også stort sett større avvik for $a/c = 0,5$ enn $a/c = 1$.

Totalt kunne det se ut som om LINKpfat rimelig godt kunne beskrive F i punkt A for alle sprekkestørrelser i de ulike kjervene. F i punkt C samsvarer kun for små sprekker med $a/\rho < 0,1$, og kan ikke valideres på dette tidspunktet. Mer nøyaktig beskrivelse av hvilke deler av undersøkelsen som ble godkjent finnes i Tabell 41.

I sprekkevekstanalysen for halvsirkulær kjerv med $a/c = 1$ var $\Delta K_{A, \text{LINKpfat}} > \Delta K_{A, \text{Wormsen}}$ for alle verdier. Derfor er også avviket mellom antall sykluser beregnet av LINKpfat og med formlene fra Wormsen et al. [24] negativt for alle a . Det totale avviket for levetiden er -30 % som er et relativt stort avvik.

Asymptotisk løsning

For en overflatesprekk i en kjerv med uendelig stor tykkelse og bredde vil F gå mot et en konstant verdi når $a/\rho \rightarrow \infty$ og når $a/\rho \rightarrow 0$. Når $a \ll \rho$ vil F gå mot $F_{\text{asymptote1}}$, som er geometrifaktoren for en overflatesprekk i en jevntykk plate der ytre last er $S * K_t$. Når $a \gg \rho$ vil F gå mot $F_{\text{asymptote2}}$, som er geometrifaktoren for en overflatesprekk i en jevntykk plate med sprekkestørrelsen $a_{\text{asymptote}} = a + d$. Wormsen et al. [24] skriver at dette gjelder for både punkt A og C. Selv om sprekken blir stor sammenlignet med radien til kjerven vil punkt C fortsatt befinne i området med høy spenningskonsentrasjon. Likevel vil punkt C også gå mot en konstant verdi fordi en økende andel av sprekkefronten ligger i et område med lavere spenning. Derfor går F for punkt C også mot en konstant verdi når a/ρ øker, men F_C konvergerer saktere enn F_A . Likningene nedenfor viser de generelle formlene for asymptotene.

$$K_{A, \text{asymptote1}} \approx F_A K_t S \sqrt{\pi a} \quad (50)$$

$$K_{A, \text{asymptote2}} \approx F_A S \sqrt{\pi(a+d)} \quad (51)$$

$$F_{A, \text{asymptote1}} \approx \frac{F_A K_t S \sqrt{\pi a}}{S \sqrt{\pi a}} \approx F_A K_t \quad (52)$$

$$F_{A,\text{asymptote2}} \approx \frac{F_A S \sqrt{\pi(a+d)}}{S \sqrt{\pi a}} \approx F_A \sqrt{1 + \frac{d}{a}} \approx F_A \quad (53)$$

Videre beregnes verdiene for asymptotene for modellen med halvsirkulær kjerv og $a/c = 1$. Ifølge Wormsen et al. [24] skal K_t for en halvsirkulær kjerv være $K_t = 3,085$. Ifølge formlene til Newman og Raju [10] er $F_A = 0,6625$ og $F_C = 0,7288$ når $a/t \approx 0$ og $a/c = 1$. Dette gir:

$$F_{A,\text{asymptote1}} \approx F_A K_t = 2,04$$

$$F_{A,\text{asymptote2}} \approx F_A = 0,66$$

$$F_{C,\text{asymptote1}} \approx F_C K_t = 2,25$$

$$F_{C,\text{asymptote2}} \approx F_C = 0,73$$

Når $a/c = 1$ er avviket for F_A mellom asymptotisk løsning og LINKpfat -1 % når $a = 0,02$ mm og 4 % når $a = 50$ mm. Når $a/c = 1$ er avviket for F_C mellom asymptotisk løsning og LINKpfat 1 % når $a = 0,02$ mm og 65 % når $a = 50$ mm.

For den største sprekken ble effektiv sprekkestørrelse delt på tykkelse $(a+d)/t = 0,18$. Tykkelseeffekten ble vurdert ved hjelp av formlene til Newman og Raju [10] og resultatet viste at forskjellen mellom F_A når $a/t = 0$ og $a/t = 0,18$ var mindre enn 1 % og for F_C mindre enn 2 %. Det ble vurdert at tykkelsen ville påvirke resultatet, men i så liten grad at resultatet kunne brukes som sammenligningsgrunnlag.

10 Plate med hull

En plate med sirkulært hull i midten ble undersøkt. Geometri og dimensjoner fremgår av Figur 50 og Tabell 37. Som figurene viser er det to symmetriske overflatesprekker ved hullet. Det ble også undersøkt en modell med én sprekk.

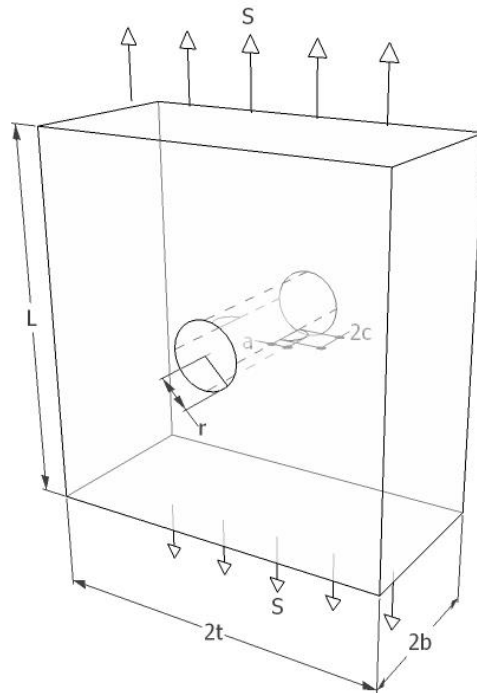


Figure 50 Plate with two symmetric surface cracks at a circular hole

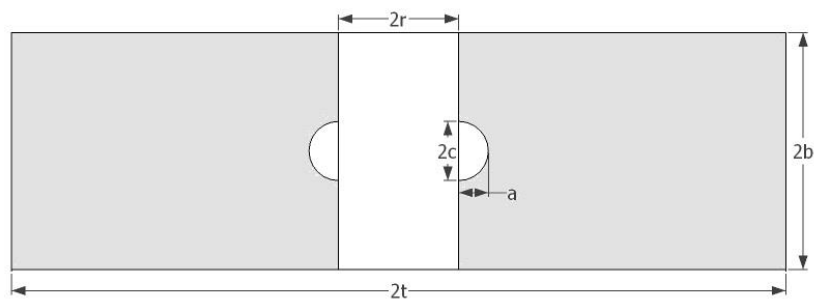


Figure 51 Crack plane for plate with circular hole

Tabell 37 Last og dimensjoner for plate med hull og overflatesprekk

b [mm]	t [mm]	L [mm]	r [mm]	S [MPa]
10	30	80	5	200

LINKpfat kan kun plassere én sprekk i «single defect»-modulen. Til modellen med to sprekker ble det derfor laget en halv modell med symmetri om lengdeaksen. For undersøkelsen med én sprekk ble den fullstendige modellen brukt.

10.1 Referanse kilder for plate med hull

Newman og Raju

Beregningene av F som ble gjort er basert på empiriske formler utviklet av Newman og Raju [10]. Tabell 38 viser hvilke begrensninger som forutsettes. På grunn av disse betingelsene for ligningene, var det begrenset hvor store sprekker som kunne undersøkes. Det ble derfor gjort sammenligninger for sprekkestørrelser opp til $a/r = 2$ for sprekk med $a/c = 1$, og $a/r = 1$ for sprekk med $a/c = 0,5$. De største sprekkenes dekket dermed hele bredden $2b$. Dette innebar at punkt C for de største sprekkenes befant seg nær platens overflater. Spenningskonsentrasjonen ved hullet ble observert å være lavere ved de frie overflatene i Abaqus-modellen som ble brukt. Beregningene i LINKpfat baserte seg derfor på en lavere spenning for disse sprekkenes. Newman og Raju [10] tar ikke hensyn til spenningsvariasjoner langs overflaten til hullet, så avvik for punkt C ved de største sprekkenes kunne forventes.

Tabell 38 Gyldighetsområde for løsningen fra Newman og Raju

Gyldighetsområde for a/c	$0,5 \leq a/c \leq 5$
Gyldighetsområde for r/b	$0,5 \leq r/b \leq 2$
Gyldighetsområde for c/b	$c/b \leq 1$
Gyldighetsområde for $(r+a)/t$	$(r+a)/t \leq 0,5$
Avvik (fra FEM-analyser)	5 %

Uttrykkene som ble brukt for to symmetriske sprekker var:

$$K = S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_h(a, c, b, t, r, \varphi) \quad (54)$$

hvor f_h finnes i Appendiks (A.92). For beregninger med én sprekk ble det brukt

$$K_{\text{én sprekk}} = K_{\text{to sprekker}} \sqrt{\frac{4 + \frac{ac}{\pi + 2br}}{4 + \frac{ac}{\pi + br}}} \quad (55)$$

10.2 Beregning av F for plate med hull

Resultater med $a/c = 1$ og $0,5$ for modellen med to sprekker er presentert i Figur 52. De største avvikene som opptrer for de ulike sprekkeene finnes i Tabell 39. Figur 53 viser resultatene for modellen med én sprekk.

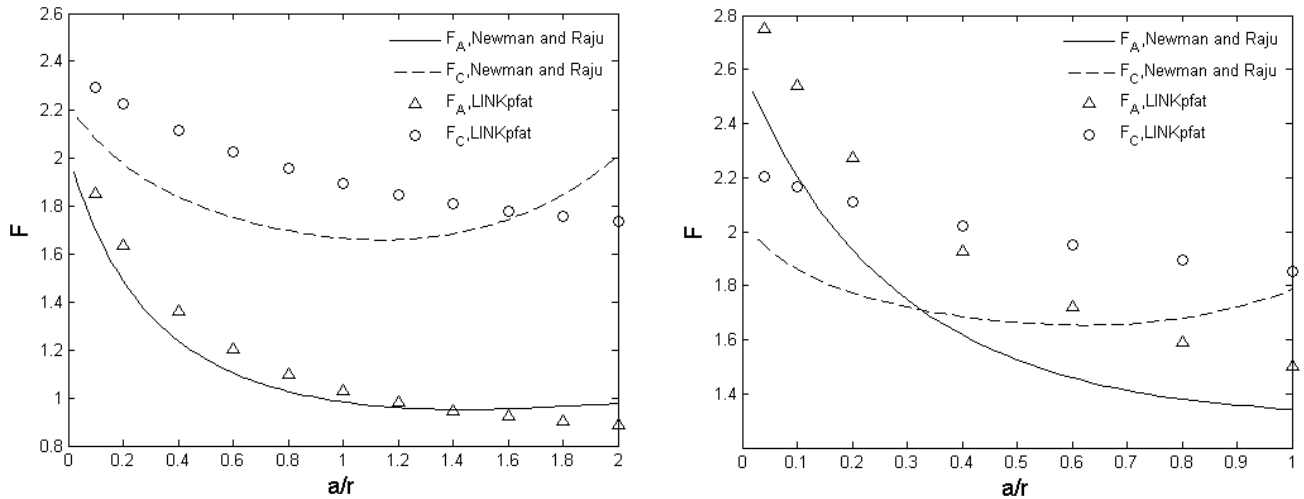


Figure 52 Geometry factors for two symmetric semi-elliptical surface cracks at a hole, (left) $a/c = 1$, (right) $a/c = 0.5$

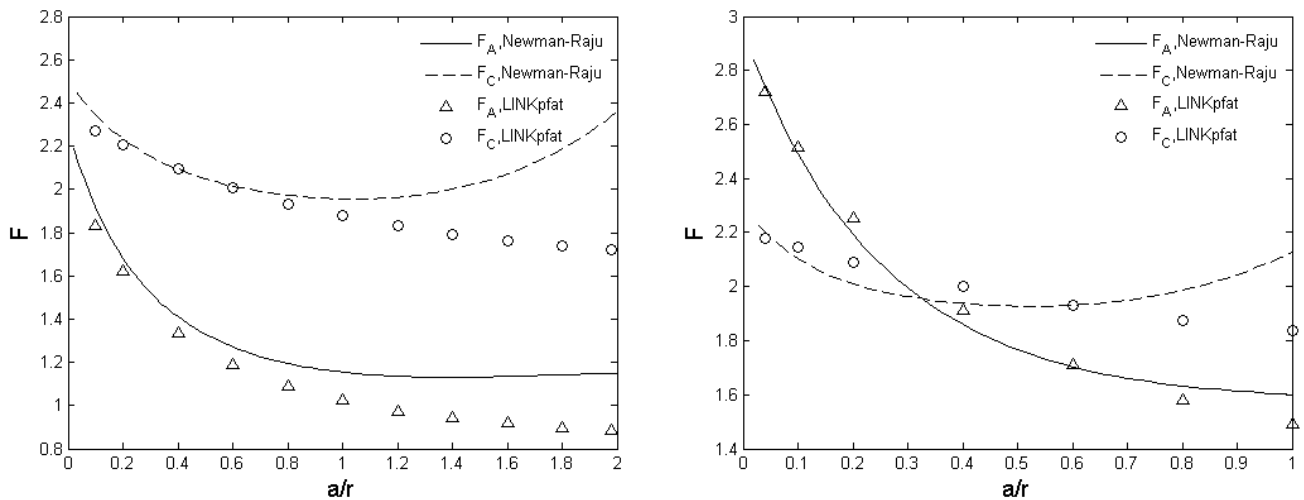


Figure 53 Geometry factors for one semi-elliptical surface crack at a hole, (left) $a/c = 1$, (right) $a/c = 0.5$

Tabell 39 Maksimalt avvik for geometrifaktoren i platen med hull og overflatesprekk

Antall sprekker	a/c	Største avvik [%]	
		Punkt A	Punkt C
2	1	10	16
	0,5	69	69
1	1	-28	-32
	0,5	-9	-16

10.3 Sprekkvekstanalyse for plate med hull

En sprekkvekstanalyse med levetidsberegninger ble gjort for geometrien med to symmetriske sprekker ved et hull. Sprekken startet med $a/c = 1$. Den kritiske sprekkstørrelsen som definerte levetiden for denne geometrien ble valgt til $c = b$, altså idet sprekken går fra å være en semielliptisk overflatesprekk til å bli en gjennomgående kantsprekk gjennom bredden. Resultatene er presentert i Figur 54, og avvikene som ble oppdaget finnes i Tabell 40.

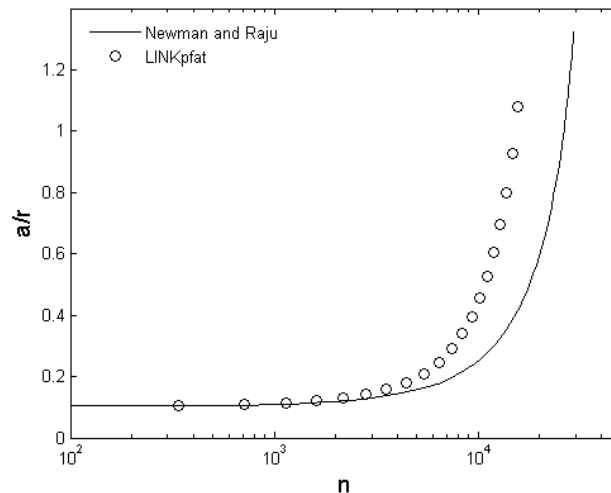


Figure 54 Crack growth for two symmetric surface cracks at a hole

Tabell 40 Avvik for levetidsberegningen av plate med hull og overflatesprekk

a/r	Avvik fra Newman og Raju [%]
0,2	-30
0,4	-41
0,6	-40
0,8	-41
1,1	-43

10.4 Diskusjon for plate med hull

For punkt A følger LINKpfat resultatene for F fra Newman og Raju [10] godt med $a/c = 1$. Ved lavere a/c -forhold ble det observert større avvik, men også her viste LINKpfat samme trend som Newman og Raju [10]. Punkt C oppfører seg forskjellig i LINKpfat og med Newman og Raju [10], grafene får ikke samme fasong. Dette kan komme av at LINKpfat ikke klarer å kjenne igjen en fri overflate for punkt C. Mens Newman og Raju [10] viser en stigende F når sprekken nærmer seg å bli en kantsprekk, fortsetter LINKpfat å gi synkende F siden det kun blir tatt hensyn til spenningen i overflaten av hullet, og ikke at sprekken blir like stor som bredden.

Som nevnt, ble spenningene ved punkt C for de største sprekke utsatt for en lavere spenning enn i midten av platen for beregninger i LINKpfat. For de fleste tilfellene som ble undersøkt, var det derfor ikke overraskende at resultatene fra LINKpfat var lavere enn Newman og Raju [10] for punkt C. Mer overraskende var det at for tilfellet med to sprekker og $a/c = 0,5$ ga LINKpfat resultater høyere enn Newman og Raju [10] for den største sprekkestørrelsen.

For én sprekke var det større avvik for $a/c = 1$ enn ved to sprekker, men mindre avvik for $a/c = 0,5$. Dette gjaldt både for punkt A og punkt C. Av figurene ble det oppdaget at korreksjonsfaktoren mellom én og to sprekker gir et mye større utslag på resultatene fra Newman og Raju [10], enn hva LINKpfat beregner.

Resultatene til LINKpfat er nesten like for én og to sprekker, mens Newman og Raju [10] sin korreksjon (ligning (55)) gir ulike resultater for én og to sprekker. Det kan skyldes at det ble brukt en halv modell til å beskrive symmetrien for tilfellet med to sprekker, eller det kan være andre faktorer som spiller inn. Det er imidlertid usikkert om modellen med én sprekke eller modellen med to sprekker er mest riktig, da det er store avvik i begge tilfeller. Det er derfor vanskelig å si hvilke resultater som er de beste.

De mest akseptable avvikene opptrer for modellen med 2 sprekker og $a/c = 1$, og modellen med én sprekke og $a/c = 0,5$. Ingen tydelige trender ble observert i resultatene, og det ble vanskelig å avgjøre validiteten til LINKpfat sine beregninger for F for denne geometrien.

I levetidsanalysen ble det oppdaget at LINKpfat sine resultater allerede for ganske små sprekker hadde store avvik fra Newman og Raju [10]. Dette kommer sannsynligvis av at det var avvik for F allerede for små sprekker, og at dette spilte inn i den første delen levetiden.

På grunn av spenningskonsentrasjonen i overflaten av hullet vokser punkt C raskere enn punkt A og bidrar til at a/c -forholdet synker under sprekkevekst. Som observert i Tabell 39 var avviket for F ved $a/c = 0,5$ høyt. Siden a/c -forholdet synker under sprekkevekst samtidig som avviket for F øker, kan det sees en sammenheng mellom Figur 52 og Figur 54. LINKpfat er konservativ i beregning av levetiden for geometrien med hull og to sprekker, og kan brukes som et grovt estimat. Men resultatene som ble observert er ikke gode nok til å validere LINKpfat for dette tilfellet.

11 Diskusjon

Tabell 41 Gyldighetsområde for geometriene som ble undersøkt

Geometri	a/c	Gyldighetsområde	
		Punkt A	Punkt C
Strekmodell, overflatesprekk	1, 0,5, 0,2	$0,1 < a/t < 0,8$	$0,1 < a/t < 0,8$
Strekmodell, indre sprekk	1	$0,1 < a/t < 0,8$	$0,1 < a/t < 0,8$
Bøyemodell	1, 0,5, 0,2	$0,1 < a/t < 0,5$	$0,1 < a/t < 0,8$
Kjerv $\rho/d = 4$	1	$10^{-3} < a/\rho < 10$	$a/\rho < 10^{-1}$
	0,5	$10^{-3} < a/\rho < 10$	$a/\rho < 10^{-1}$
Kjerv $\rho/d = 1$	1	$10^{-3} < a/\rho < 10$	$a/\rho < 0,4$
	0,5	$a/\rho < 0,2, 1,6 < a/\rho$	$a/\rho < 0,4$
Kjerv $\rho/d = 0,25$	1	$10^{-3} < a/\rho < 10$	$a/\rho < 10^{-1}$
	0,5	$a/\rho < 0,4, 4 < a/\rho$	$a/\rho < 1$
Hull	1, 0,5	Trenger mer sammenligningsgrunnlag	
Tykkvegget sylinder, innsidesprekk	1	$0,1 < a/t < 0,8$	$0,1 < a/t < 0,5$
	0,5	$0,1 < a/t < 0,8$	$0,1 < a/t < 0,3$
Tykkvegget sylinder, utsidesprekk	1, 0,5	Trenger mer sammenligningsgrunnlag	
Tynnvegget sylinder	1, 0,4	Trenger mer sammenligningsgrunnlag	

En oversikt over hvilke geometrier som ga avvik under 10 % for F og for hvilke sprekkestørrelser dette gjaldt er presentert i Tabell 41. Når alle undersøkelsene ble samlet under ett kunne det observeres at LINKpfat generelt håndterte sprekker med $a/c = 1$ best. Det var også tydelig at små sprekkestørrelser ga minst avvik. For små sprekker spiller ikke geometriens dimensjoner i like stor grad inn som for store sprekker, og dette kan være årsaken til de gode resultatene. Punkt A eller punkt C utmerket seg ikke i det helhetlige bildet, for noen tilfeller var F_A best, mens andre ganger var det F_C . Det at spenningsfeltene for de ulike undersøkelsene var forskjellig, kunne skape utfordringer både i punkt A og punkt C. Av alle undersøkelsene var det strekkmodellen som ga de beste resultatene. Dette stemmer godt overens med at LINKpfat i teorien antar at alle geometrier er en jevntykk plate.

I levetidsanalysene ble det oppdaget at verdiene for K ved få sykluser hadde størst innvirkning, da sprekken vokste med lav hastighet for de første 50 % av levetiden. Dette innebar altså godt samsvar mellom LINKpfat og referansekildene på levetid for de geometriene som hadde god overensstemmelse ved små a . Platen med hull og platen med kjerv var de eneste som fikk store avvik på levetiden. De andre geometriene så ut til å kunne beskrives godt av LINKpfat for

levetidsanalyser. Det må imidlertid bemerkes at valg av startstørrelse og kritisk størrelse for sprekken her var avgjørende.

Det er viktig å påpeke at det finnes få eksakte løsninger innenfor dette fagfeltet, og at referansekildene som ble brukt allerede har avvik fra eksperimenter og FEM-analyser. For noen undersøkelser var det bare én referanse som ble sammenlignet med LINKpfat. I disse tilfellene var det vanskelig å bekrefte eller avkrefte kvaliteten til LINKpfat, og flere undersøkelser vil derfor være nødvendig. Derfor kan det være nyttig å gjøre egne vurderinger for hvert enkelt tilfelle LINKpfat eventuelt skal benyttes for.

12 Konklusjon

Dette arbeidet gikk ut på å validere «single defect»-modulen i LINKpfat. Undersøkelsene gikk ut på å bestemme avviket mellom K beregnet i LINKpfat og andre eksisterende kilder. Det ble også utført levetidsanalyser for enkelte av tilfellene. Levetidsanalysene ble også sammenlignet med eksisterende kilder og avviket bestemt. Arbeidet omfattet følgende geometrier: Strekkmodell, bøyemodell, plate med kjerv, plate med hull og tykk- og tynnvegget sylinder. Det ble bestemt at absoluttverdien til avviket mellom K beregnet i LINKpfat og referansekildene ikke skulle overskride 10 %.

Strekkmodellen med indre sprekk og strekkmodellen med overflatesprekk ble vurdert til å fungere bra for alle tilfeller som ble undersøkt. Bøyemodellen, platen med kjerv og tykkvegget sylinder med innsidesprekk ga varierende resultater og LINKpfat ble vurdert til å fungere for deler av undersøkelsene. LINKpfat kan gi et grovt estimat for en plate med hull og sylindere med utsidesprekk. I disse tilfellene ble sammenligningsgrunnlaget vurdert til å være for dårlig for å kunne gi en vurdering av hvor nøyaktig LINKpfat er.

Levetidsanalysene for strekkmodellen med indre sprekk, strekkmodellen med overflatesprekk, bøyemodellen og tykkvegget sylinder med innsidesprekk var innenfor 10 % avvik og ble vurdert til å være gode. Levetidsanalysene ble vurdert til å være avhengig av startverdi og sluttverdi for a . Avviket i K fikk størst innvirkning på levetiden der sprekkveksten var lav. For modellene som ble vurdert i denne oppgaven var sprekkveksten lavest når sprekken var liten. Levetidsanalysen for platen med kjerv med overflatesprekk og platen med hull med overflatesprekk ble vurdert til å være unøyaktige og gi for store avvik fra referansekildene.

Totalt ble LINKpfat vurdert å kunne gi et grovt estimat for K for alle tilfellene som ble undersøkt. Enkelte modeller ble vurdert til å fungere bra, andre dårlig og noen hadde for usikkert sammenligningsgrunnlag for å kunne gi en nøyaktig vurdering. Generelt fungerte LINKpfat best for $a/c = 1$. Når sprekken er liten sammenlignet med størrelsen på komponenten gir LINKpfat generelt bedre resultater. Det er varierende om det er punkt A eller punkt C som gir minst avvik fra referansene. Størrelsen på avvikene fra referansene varierer mye og det er derfor nødvendig med videre undersøkelser og hvert enkelt tilfelle må vurderes hver for seg.

12.1 Videre arbeid

Det gjenstår mer arbeid for å validere «single defect»-modulen i LINKpfat fullstendig. For flere av undersøkelsene i denne oppgaven ble sammenligningsgrunnlaget vurdert til å være ufullstendig og det er nødvendig med flere referanse kilder for å fortsette valideringen. Videre validering er derfor avhengig av flere kilder fra litteraturen, FEM-analyser eller eksperimenter. Flere geometrier og lasttilfeller vil kunne gi et bedre grunnlag for den totale evalueringen av «single defect»-modulen i LINKpfat.

I denne oppgaven ble det gjort en undersøkelse for indre sprekk med $a/c = 1$ hvor LINKpfat ga gode resultater både for K og levetidsanalysene. Prosjektoppgaven viste at LINKpfat er ustabil for indre sprekker med lave a/c -forhold. Det kreves videre undersøkelser for å finne ut hvorfor LINKpfat er ustabil og programmet må eventuelt forbedres.

Referanser

- [1] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition*: Taylor & Francis, 2005.
- [2] N. E. Dowling, K. S. Prasad, and R. Narayanasamy, *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*: Pearson Education, Limited, 2013.
- [3] A. Wormsen, A. Fjeldstad, and G. Härkegård, "A post-processor for fatigue crack growth analysis based on a finite element stress field," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 197, pp. 834-845, 1/15/ 2008.
- [4] T. Fett and C. Mattheck, "Stress intensity factors of embedded elliptical cracks for weight function applications," *International Journal of Fracture*, vol. 40, pp. R13-R18, 1989/05/01 1989.
- [5] X. Wang, S. B. Lambert, and G. Glinka, "Approximate weight functions for embedded elliptical cracks," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 59, pp. 381-392, 2// 1998.
- [6] G. Shen and G. Glinka, "Weight functions for a surface semi-elliptical crack in a finite thickness plate," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 15, pp. 247-255, 8// 1991.
- [7] G. C. Sih and Y. D. Lee, "Review of triaxial crack border stress and energy behavior," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 12, pp. 1-17, 10// 1989.
- [8] A. Hosseini and M. A. Mahmoud, "Evaluation of stress intensity factor and fatigue growth of surface cracks in tension plates," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 22, pp. 957-974, // 1985.
- [9] G. Härkegård, *Dimensjonering av maskindeler*. Tapir Akademisk Forlag, 2008.
- [10] J. Newman Jr and I. Raju, "Stress intensity factor equations for cracks in three-dimensional finite bodies," *ASTM STP*, vol. 791, pp. 238-265, 1983.
- [11] X. Wang and S. B. Lambert, "Stress intensity factors for low aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates subjected to nonuniform stresses," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 51, pp. 517-532, 7// 1995.
- [12] L. Nilsson, "Stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks in plates subjected to a complex stress field," *SAQ/FoU-Report 98/10*, 1998.
- [13] M. Isida, H. Noguchi, and T. Yoshida, "Tension and bending of finite thickness plates with a semi-elliptical surface crack," *International Journal of Fracture*, vol. 26, pp. 157-188, 1984/11/01 1984.
- [14] J. C. Newman and I. S. Raju, *Stress-intensity Factor Equations for Cracks in Three-dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads*: Langley Research Center, National Aeronautics and Space Administration, 1984.
- [15] S.-X. Wu, "Shape change of surface crack during fatigue growth," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 22, pp. 897-913, // 1985.
- [16] X. B. Lin and R. A. Smith, "Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates: Part II: Crack shape change," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 63, pp. 523-540, 7// 1999.
- [17] M. A. Mahmoud and A. Hosseini, "Assessment of stress intensity factor and aspect ratio variability of surface cracks in bending plates," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 24, pp. 207-221, // 1986.
- [18] X. J. Zheng, A. Kiciak, and G. Glinka, "Weight functions and stress intensity factors for internal surface semi-elliptical crack in thick-walled cylinder," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 58, pp. 207-221, 10// 1997.
- [19] D. H. Chen, H. Nistani, and K. Mori, "An internal semi-elliptical surface crack in pressurized cylinder," *Stress intensity factors handbook*, vol. 2, p. 704, 1990.

- [20] Y. Murakami and N.-z.-g. C. o. F. Mechanics, *Stress intensity factors handbook: in 2 vols:* Pergamon Press, 1990.
- [21] D. H. Chen, H. Nistani, and K. Mori, "An internal semi-elliptical surface crack in pressurized cylinder," *Stress intensity factors handbook*, vol. 2, p. 710, 1990.
- [22] R. Brighenti, "An external axial (longitudinal) surface flaw in a round pipe," *Stress intensity factors handbook*, vol. 2, pp. 715-720, 1990.
- [23] C. Guozhong, Z. Kangda, and W. Dongdi, "Stress intensity factors for internal semi-elliptical surface cracks in pressurized thick-walled cylinders using the hybrid boundary element method," *Engineering fracture mechanics*, vol. 52, pp. 1055-1064, 1995.
- [24] A. Wormsen, A. Fjeldstad, and G. Härkegård, "The application of asymptotic solutions to a semi-elliptical crack at the root of a notch," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 73, pp. 1899-1912, 9// 2006.

Appendiks

Formler og tabeller for K

Strekmodell

- Indre sprekk, Newman og Raju [10]

$$K = S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_i \left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (\text{A.1})$$

$$f_i = \left[V_{i1} + V_{i2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + V_{i3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] h_i v_\varphi v_{ib} \quad (\text{A.2})$$

$$V_{i1} = 1 \quad (\text{A.3})$$

$$V_{i2} = \frac{0,05}{0,11 + \left(\frac{a}{c} \right)^{3/2}} \quad (\text{A.4})$$

$$V_{i3} = \frac{0,29}{0,23 + \left(\frac{a}{c} \right)^{3/2}} \quad (\text{A.5})$$

$$h_i = 1 - \frac{\left(\frac{a}{t} \right)^4}{4 \left(\frac{a}{c} \right)} |\cos \varphi| \quad (\text{A.6})$$

$$v_\varphi = \left[\left(\frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \right]^{1/4} \quad (\text{A.7})$$

$$v_{ib} = \left[\sec \left(\frac{\pi c}{2b} \sqrt{\frac{a}{t}} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$K = S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_o \left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (\text{A.9})$$

- Overflatesprekk, Newman og Raju [10]

$$f_o = \left[V_{o1} + V_{o2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + V_{o3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] h_o v_\varphi v_{ob} \quad (\text{A.10})$$

$$V_{o1} = 1,13 - 0,09 \left(\frac{a}{c} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$V_{o2} = -0,54 + \frac{0,89}{0,2 + \left(\frac{a}{c} \right)} \quad (\text{A.12})$$

$$V_{o3} = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \left(\frac{a}{c} \right)} + 14 \left(1 - \frac{a}{c} \right)^{24} \quad (\text{A.13})$$

$$h_o = 1 + \left[0,1 + 0,35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right] (1 - \sin \varphi)^2 \quad (\text{A.14})$$

- Overflatesprekk, Wang og Lambert [11]

$$K_A = Y_a S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} \quad (\text{A.15})$$

$$Y_a = B_{a1} + B_{a2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + B_{a3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 + B_{a4} \left(\frac{a}{t} \right)^6 \quad (\text{A.16})$$

$$B_{a1} = 1,0929 + 0,2581 \left(\frac{a}{c} \right) - 0,7703 \left(\frac{a}{c} \right)^2 + 0,4394 \left(\frac{a}{c} \right)^3 \quad (\text{A.17})$$

$$B_{a2} = 0,456 - 3,045 \left(\frac{a}{c} \right) + 2,007 \left(\frac{a}{c} \right)^2 + \frac{1}{0,0147 + \left(\frac{a}{c} \right)^{0,688}} \quad (\text{A.18})$$

$$B_{a3} = 0,995 - \frac{1}{0,027 + \frac{a}{c}} + 22 \left(1 - \frac{a}{c} \right)^{9,953} \quad (\text{A.19})$$

$$B_{a4} = -1,459 + \frac{1}{0,014 + \frac{a}{c}} - 24,211 \left(1 - \frac{a}{c} \right)^{8,071} \quad (\text{A.20})$$

$$K_C = Y_c S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} \quad (\text{A.21})$$

$$Y_c = B_{c1} + B_{c2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + B_{c3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 \sqrt{\frac{a}{c}} \quad (\text{A.22})$$

$$B_{c1} = 1,2972 - 0,1548 \left(\frac{a}{c} \right) - 0,0185 \left(\frac{a}{c} \right)^2 \quad (\text{A.23})$$

$$B_{c2} = 1,5083 - 0,3219 \left(\frac{a}{c} \right) + 0,5128 \left(\frac{a}{c} \right)^2 \quad (\text{A.24})$$

$$B_{c3} = -1,101 + \frac{0,879}{0,157 + \frac{a}{c}} \quad (\text{A.25})$$

- Overflatesprekk, Nilsson [12]

a/c	a/t	F_{1A}	F_{3A}	F_{1C}	F_{3C}
0,2	0,1	1,0613	0,64068	0,50327	0,0557
	0,2	1,1074	0,65578	0,55894	0,07059
	0,4	1,3295	0,73307	0,66909	0,10673
	0,6	1,6436	0,83939	0,86501	0,16786
	0,8	1,8717	0,94666	1,233	0,26439
0,5	0,1	0,88523	0,46235	0,71149	0,01099
	0,2	0,89864	0,56621	0,72447	0,11505
	0,4	0,96808	0,59018	0,80701	0,14249
	0,6	1,0466	0,61706	0,94804	0,18563
	0,8	1,0837	0,65078	1,1429	0,23603
1	0,1	0,65446	0,45783	0,74247	0,11911
	0,2	0,65567	0,45758	0,74812	0,12053
	0,4	0,67701	0,4689	0,78802	0,12984
	0,6	0,69308	0,47622	0,85055	0,14957
	0,8	0,7046	0,49159	0,93009	0,17031

Bøyemodell

- Newman og Raju [14]

$$K = H_b \sigma_{\text{maks}} \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_o \left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \varphi \right) \quad (\text{A.26})$$

$$H_b = H_1 + (H_2 - H_1) \sin^P \varphi \quad (\text{A.27})$$

$$P = 0,2 + \frac{a}{c} + 0,6 \frac{a}{t} \quad (\text{A.28})$$

$$H_1 = 1 - 0,34 \left(\frac{a}{t} \right) - 0,11 \left(\frac{a}{c} \right) \left(\frac{a}{t} \right) \quad (\text{A.29})$$

$$H_2 = 1 + G_1 \left(\frac{a}{t} \right) + G_2 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \quad (\text{A.30})$$

$$G_1 = -1,22 - 0,12 \left(\frac{a}{c} \right) \quad (\text{A.31})$$

$$G_2 = 0,55 - 1,05 \left(\frac{a}{c} \right)^{0,75} + 0,47 \left(\frac{a}{c} \right)^{1,5} \quad (\text{A.32})$$

Kjerv

- Wormsen et al. [24]

$$F_A = f_{k,A} \sqrt{\frac{D_A}{a}} \quad (\text{A.33})$$

$$F_C = f_{k,C} \sqrt{\frac{D_C}{a}} \quad (\text{A.34})$$

$$f_{k,A} = \frac{1,13 - 0,09 \frac{a}{c}}{\sqrt{Q}} \quad (\text{A.35})$$

$$f_{k,C} = \frac{1,243 - 0,099 \frac{a}{c}}{\sqrt{Q}} \sqrt{\frac{a}{c}} \quad (\text{A.36})$$

$$D_A = a + d \left[1 - e^{-\frac{a}{a'}} \right] \quad (\text{A.37})$$

$$D_C = a + 4d \left[1 - e^{-\frac{a}{4a'}} \right] \quad (\text{A.38})$$

$$a' = \frac{d}{K_t - 1} \quad (\text{A.39})$$

$$K_t = 1 + \left(\frac{0,1}{d/\rho} + \frac{0,12}{\left(\frac{d}{\rho} \right)^{1,25}} \right)^{-0,5} \quad (\text{A.40})$$

Sylinder

- Tykkvegget sylinder med innsidesprekk, Zheng et al. [18]

$$K_A = F_{sy,A} S \sqrt{\pi a} \quad (\text{A.41})$$

$$F_{sy,A} = F_{mt,A} - F_{k,A} \quad (\text{A.42})$$

$$F_{k,A} = \frac{J_0}{\sqrt{Q}} \quad (\text{A.43})$$

$$F_{mt,A} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} (Z_{1a}\beta_1 + Z_{2a}\beta_2 + Z_{3a}\beta_3 + \beta_4) \quad (\text{A.44})$$

$$Z_{1a} = \frac{2\pi}{\sqrt{2Q}} (-J_0 + 3J_1) - \frac{24}{5} \quad (\text{A.45})$$

$$Z_{2a} = 3 \quad (\text{A.46})$$

$$Z_{3a} = \frac{6\pi}{\sqrt{2Q}} (J_0 - 2J_1) + \frac{8}{5} \quad (\text{A.47})$$

$$\beta_1 = \frac{\beta_6}{\left(\frac{R_i}{t}\right) j_1} + \beta_5 \quad (\text{A.48})$$

$$\beta_2 = -\frac{\beta_6 j_2}{2\left(\frac{a}{t}\right)^{\frac{3}{2}} j_1^{\frac{1}{2}}} + \frac{\beta_6 \ln\left(\frac{R_i}{t}\right)}{2\left(\frac{a}{t}\right)^{\frac{3}{2}} j_1^{\frac{1}{2}}} + \frac{\beta_6}{\left(\frac{a}{t}\right)\left(\frac{R_i}{t}\right)} + \frac{2}{3}\beta_5 \quad (\text{A.49})$$

$$\beta_3 = -\frac{\beta_6 \ln(j_1)}{\left(\frac{a}{t}\right)^2} + \frac{\beta_6}{\left(\frac{a}{t}\right)\left(\frac{R_i}{t}\right)} + \frac{\beta_6 \ln\left(\frac{R_i}{t}\right)}{\left(\frac{a}{t}\right)^2} + \frac{1}{2}\beta_5 \quad (\text{A.50})$$

$$\beta_4 = \frac{\beta_6 j_2}{2j_1^{3/2}\left(\frac{a}{t}\right)^{1/2}} + \frac{\beta_6}{\left(\frac{R_i}{t}\right)j_1} + \frac{\beta_6 \ln\left(\frac{R_i}{t}\right)}{2\left(\frac{a}{t}\right)^{\frac{1}{2}} j_1^{\frac{3}{2}}} + 2\beta_5 \quad (\text{A.51})$$

$$\beta_5 = 1 + \frac{\left(\frac{R_i}{t}\right)^2}{2\left(\frac{R_i}{t}\right) + 1} \quad (\text{A.52})$$

$$\beta_6 = \frac{\left(\frac{R_i}{t}\right)^2 \left(\frac{R_i}{t} + 1\right)^2}{2\left(\frac{R_i}{t}\right) + 1} \quad (\text{A.53})$$

$$j_1 = \ln \left(j_2 + \frac{a}{t} + 2u^{1/2} \left(\frac{a}{t} \right)^{1/2} \right) \quad (\text{A.54})$$

$$j_2 = \frac{R_i}{t} + \frac{a}{t} \quad (\text{A.55})$$

$$J_0 = X_{a0} + X_{a1} \left(\frac{a}{t} \right) + X_{a2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + X_{a3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 \quad (\text{A.56})$$

$$X_{a0} = 0,07e^{-5,051 \left(\frac{a}{c} \right)} + 1,044 \quad (\text{A.57})$$

$$X_{a1} = 0,665e^{-3,393 \left(\frac{a}{c} \right)} - 0,433 \quad (\text{A.58})$$

$$X_{a2} = 1,161e^{-3,386 \left(\frac{a}{c} \right)} + 0,711 \quad (\text{A.59})$$

$$X_{a3} = 1,46e^{-4,165 \left(\frac{a}{c} \right)} - 0,179 \quad (\text{A.60})$$

$$J_1 = X_{b0} + X_{b1} \left(\frac{a}{t} \right) + X_{b2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + X_{b3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 \quad (\text{A.61})$$

$$X_{b0} = -2,16e^{-0,035 \left(\frac{a}{c} \right)} + 2,825 \quad (\text{A.62})$$

$$X_{b1} = 0,265e^{-5,574 \left(\frac{a}{c} \right)} - 0,225 \quad (\text{A.63})$$

$$X_{b2} = 1,161e^{-3,386 \left(\frac{a}{c} \right)} + 0,711 \quad (\text{A.64})$$

$$X_{b3} = -1,284e^{0,079 \left(\frac{a}{c} \right)} + 1,398 \quad (\text{A.65})$$

$$F_{sy,C} = F_{m,C} - F_{k,C} \quad (\text{A.66})$$

$$F_{k,C} = \frac{J_3}{\sqrt{Q}} \quad (\text{A.67})$$

$$F_{m,C} = \frac{2}{\pi} (Z_{1b}\beta_1 + Z_{2b}\beta_2 + Z_{3b}\beta_3 + \beta_4) \quad (\text{A.68})$$

$$Z_{1b} = \frac{3\pi}{\sqrt{Q}} (2J_3 - 5J_4) - 8 \quad (\text{A.69})$$

$$Z_{2b} = \frac{15\pi}{\sqrt{Q}} (-J_3 + 3J_4) + 15 \quad (\text{A.70})$$

$$Z_{3b} = \frac{3\pi}{\sqrt{Q}} (3J_3 - 10J_4) - 8 \quad (\text{A.71})$$

$$J_3 = \left[X_{c0} + X_{c1} \left(\frac{a}{t} \right) + X_{c2} \left(\frac{a}{t} \right)^2 + X_{c3} \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] \left(\frac{a}{c} \right) \quad (\text{A.72})$$

$$X_{c0} = 5,163e^{\left[-5,061\left(\frac{a}{c}\right)+1,568\left(\frac{a}{c}\right)^2\right]} + 0,972 \quad (\text{A.73})$$

$$X_{c1} = -10,239e^{\left[-46,053\left(\frac{a}{c}\right)-4,009\left(\frac{a}{c}\right)^2\right]} - 0,199 \quad (\text{A.74})$$

$$X_{c2} = 8,784e^{\left[-4,081\left(\frac{a}{c}\right)+1,092\left(\frac{a}{c}\right)^2\right]} + 0,119 \quad (\text{A.75})$$

$$X_{c3} = 28,133e^{\left[-9,959\left(\frac{a}{c}\right)-9,817\left(\frac{a}{c}\right)^2\right]} - 0,104 \quad (\text{A.76})$$

$$J_4 = \left[X_{d0} + X_{d1} \left(\frac{a}{t}\right) + X_{d2} \left(\frac{a}{t}\right)^2 + X_{d3} \left(\frac{a}{t}\right)^3 \right] \left(\frac{a}{c}\right) \quad (\text{A.77})$$

$$X_{d0} = 1,033 - 4,842 \left(\frac{a}{c}\right) + 9,708 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 8,397 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 2,690 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (\text{A.78})$$

$$X_{d1} = -3,448 + 24,231 \left(\frac{a}{c}\right) - 50,221 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 42,498 \left(\frac{a}{c}\right)^3 - 13,099 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (\text{A.79})$$

$$X_{d2} = 6,535 - 30,622 \left(\frac{a}{c}\right) + 45,644 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 25,05 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 3,636 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (\text{A.80})$$

$$X_{d3} = 2,243 - 21,677 \left(\frac{a}{c}\right) + 65,546 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 76,555 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 30,433 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (\text{A.81})$$

- Tykkvegget sylinder med innsidesprekk, Chen et al. [19]

$$K_A = \alpha K_{plate} \quad (\text{A.82})$$

$$\alpha = 1 + 0,23 \left(\frac{a}{t}\right) \left(\left(\frac{a}{t}\right) - 0,79 \right) \left(\frac{\left(\frac{t}{R_i}\right)^{0,2}}{\left(\frac{a}{c}\right)^{0,5}} \right) \quad (\text{A.83})$$

$$K_{plate} = \sqrt{\pi a} (\sigma_T T_T + \sigma_B T_B) \quad (\text{A.84})$$

$$\sigma_T = \left(1 - \frac{t}{2a}\right) \sigma_i + \frac{t}{2a} \sigma_t + p \quad (\text{A.85})$$

$$\sigma_B = \left(\frac{t}{2a}\right) \sigma_i - \frac{t}{2a} \sigma_t \quad (\text{A.86})$$

$$\sigma_i = \frac{pR_i^2}{R_y^2 - R_i^2} \left[1 + \frac{R_y^2 (R_i + 3a)}{(R_i + a)^3} \right] \quad (\text{A.87})$$

$$\sigma_t = \frac{pR_i^2}{R_y^2 - R_i^2} \left[1 + \frac{R_y^2}{(R_i + a)^2} \right] \quad (\text{A.88})$$

$$\begin{aligned}
T_T = F_{si} = & 1,1362 - 0,3927\left(\frac{a}{c}\right) - 0,3454\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,2623\left(\frac{a}{c}\right)^3 \\
& + \left(\frac{a}{t}\right)\left(-0,2179 + 0,2354\left(\frac{a}{c}\right) + 0,3773\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,4189\left(\frac{a}{c}\right)^3\right) \\
& + \left(\frac{a}{t}\right)^2\left(5,0486 - 16,7939\left(\frac{a}{c}\right) + 19,9861\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 8,0212\left(\frac{a}{c}\right)^3\right) \\
& + \left(\frac{a}{t}\right)^3\left(-2,6383 + 8,6007\left(\frac{a}{c}\right) - 9,6332\left(\frac{a}{c}\right)^2 + 3,5118\left(\frac{a}{c}\right)^3\right)
\end{aligned} \tag{A.89}$$

$$\begin{aligned}
T_B = & 1,1359 - 0,3929\left(\frac{a}{c}\right) - 0,3440\left(\frac{a}{c}\right)^2 + 0,6329\left(\frac{a}{c}\right)^3 \\
& + \frac{a}{t}\left(-1,5184 + 0,4178\left(\frac{a}{c}\right) + 0,7846\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,6329\left(\frac{a}{c}\right)^3\right) \\
& + \left(\frac{a}{t}\right)^2\left(4,3721 - 13,9152\left(\frac{a}{c}\right) + 16,2550\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 6,4894\left(\frac{a}{c}\right)^3\right) \\
& + \left(\frac{a}{t}\right)^3\left(-3,9502 + 12,5334\left(\frac{a}{c}\right) - 14,6137\left(\frac{a}{c}\right)^2 + 5,8110\left(\frac{a}{c}\right)^3\right)
\end{aligned} \tag{A.90}$$

- Tykkvegget sylindar med innsidesprekk, Chen et al. [21]

t/R_i	a/c	a/t	F_A
0,5	1	0,2	1,52
		0,4	1,41
		0,6	1,36
		0,8	1,44
0,5	0,5	0,2	2,04
		0,4	1,97
		0,6	2,07
		0,8	2,40

- Tykkvegget cylinder med utsidesprekk, Guozhong og Kangda [23]

t/R_i	a/c	a/t	F_A	F_C
1	1	0,2	0,612	0,646
		0,4	0,705	0,712
		0,6	0,836	0,809
		0,8	1,028	0,944
1	0,5	0,2	0,650	0,482
		0,4	0,786	0,547
		0,6	0,999	0,645
		0,8	1,333	0,778
1	0,25	0,2	0,684	0,350
		0,4	0,875	0,390
		0,6	1,179	0,442
		0,8	1,692	0,508

Plate med hull

- Newman og Raju [10]

$$K = S \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} f_h(a, c, b, t, r, \varphi) \quad (\text{A.91})$$

$$f_h = \left[V_{h1} + V_{h2} \left(\frac{c}{b} \right)^2 + V_{h3} \left(\frac{c}{b} \right)^4 \right] h_{h1} h_{h2} h_{h3} v_\varphi v_{hb} \quad (\text{A.92})$$

$$V_{h1} = \sqrt{\frac{a}{c}} \quad (\text{A.93})$$

$$V_{h2} = \frac{0,05}{0,11 + \left(\frac{c}{a} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.94})$$

$$V_{h3} = \frac{0,29}{0,23 + \left(\frac{c}{a} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.95})$$

$$h_{h1} = 1 - \frac{\left(\frac{c}{b} \right)^4}{1 + 4 \left(\frac{c}{a} \right)} \cos \varphi \quad (\text{A.96})$$

$$h_{h2} = \frac{1 + 0,358\lambda + 1,425\lambda^2 - 1,578\lambda^3 + 2,156\lambda^4}{1 + 0,08\lambda^2} \quad (\text{A.97})$$

$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{a}{r} \cos(0,9\varphi)} \quad (\text{A.98})$$

$$h_{h3} = 1 + 0,1(1 - \cos \varphi)^2 \left(1 - \frac{c}{b} \right)^{10} \quad (\text{A.99})$$

$$v_{hb} = \left[\sec \left(\frac{\pi r}{2t} \right) \sec \left(\frac{\pi(2r + la)}{4(t - a) + 2la} \sqrt{\frac{c}{b}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.100})$$

$l = 1$ for én sprekk, $l = 2$ for to sprekker.

$$K_{\text{én sprekk}} = K_{\text{to sprekker}} \sqrt{\frac{4 + \frac{ac}{\pi}}{\frac{4}{\pi} + \frac{ac}{br}}} \quad (\text{A.101})$$