

Hans Våg Aaknes

Fredrik Sjetne

Evaluering av porteføljerisiko: Risikomodellering og scenarioanalyse ved bruk av tidsvarierende korrelasjoner mellom aksjer, obligasjoner og råvarer

Portfolio Risk Evaluation: Risk Modelling and Scenario Analysis Using Time-Varying Correlations Between Equities, Bonds and Commodities

MASTEROPPGAVE - Økonomi og administrasjon/siviløkonom

Trondheim, Mai 2016

Hovedprofil: Finansiering og investering

Veileder: Denis Becker



NTNU har intet ansvar for synspunkter eller innhold i oppgaven.

Framstillingen står utelukkende for studentens regning og ansvar.

Forord

Denne artikkelen er en masteroppgave som fullfører masterstudiet i økonomi og administrasjon med hovedprofil i finansiering og investering, ved Handelshøyskolen i Trondheim (NTNU) våren 2016. Problemstillingen tar for seg diversifisering av risiko i aksjemarkedet ved bruk av alternative aktivaklasser.

Vi ønsker å rette en takk til vår veileder Denis Becker for konstruktive tilbakemeldinger. I tillegg ønsker vi å takke Cecile og Hilde på rom G431 og Marius i «lyckliga gatan på Solsiden» for en trivelig studenttilværelse, samt Harald, May og Sunniva for lesing av korrektur.

Innholdet i denne artikkelen står for forfatterens egen regning.

Hans Våg Aaknes
22. mai 2016, Trondheim

Fredrik Sjetne
22. mai 2016, Trondheim

Innholdsfortegnelse

Forord.....	i
Sammendrag	1
1. Introduksjon	3
2. Litteraturgjennomgang.....	4
2.1 Aksjer, obligasjoner og råvarer.....	4
2.2 Stresstesting og risikomodeller	5
3. Data.....	7
4. Metode	11
4.1 Multivariat GARCH.....	12
4.2 Semi-parametrisk fordeling	14
4.3 Copula.....	15
4.4 Simuleringer.....	16
4.5 Stresstesting	17
5. Empiriske resultater	18
5.1 Baseline-scenario	18
5.2 Univariat-scenario.....	20
5.3 Multivariat-scenario.....	22
5.4 Hybrid-scenario.....	24
5.5 Flexibilitet ved stresstesting	26
5.6 Validering av modell.....	29
6. Konklusjon.....	30
Referanser	32
Appendiks	37
A. ARCH-LM test, ADF-test og Jarque-Bera test	37
B. Engles (2002) to-steps estimering av DCC med Student t-fordeling	38
C. ACF for standardiserte residualer.....	38
D. Estimerte parametere.....	39
E. Betinget dekningstest BMUS10Y og BCOM.....	41
F. Syntax MATLAB	43

Tabeller:

Tabell 1: Deskriptiv statistikk logaritmisk avkastning, jul. 1991 – feb. 2016	8
Tabell 2: Deskriptiv statistikk logaritmisk avkastning, jan. 2007 – des. 2011	8
Tabell 3: Resultater baseline-scenario	18
Tabell 4: Resultater univariat-scenario	20
Tabell 5: Resultater multivariat-scenario	22
Tabell 6: Resultater hybrid-scenario	24
Tabell 7: Resultater backtesting SP500, BMUS10Y og BCOM.....	29
Tabell 8: Estimerte ARMA-DCC-parametre jul. 1991 – feb. 2016.....	39
Tabell 9: Estimerte ARMA-DCC-parametre jan. 2007 – des. 2011	39
Tabell 10: GPD-parametre jul. 1991 – feb. 2016.....	40
Tabell 11: GPD-parametre jan. 2007 – des. 2011	40
Tabell 12: Startverdier for avkastning og standardiserte residualer.....	40
Tabell 13: Startverdier for betingede varianser.....	40

Figurer:

Figur 1: Relativ utvikling i priser.....	8
Figur 2: PP-plot SP500, BMUS10Y og BCOM	9
Figur 3: Historisk daglig logaritmisk avkastning.....	10
Figur 4: Daglig betingede korrelasjoner	10
Figur 5: Simulert Downside deviation, baseline-scenario	19
Figur 6: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio, baseline-scenario	19
Figur 7: Simulert Downside deviation, univariat-scenario	21
Figur 8: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio, univariat -scenario	21
Figur 9: Simulert Downside deviation, multivariat-scenario	23
Figur 10: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio, multivariat -scenario.....	24
Figur 11: Simulert Downside deviation, hybrid-scenario	25
Figur 12: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio, hybrid-scenario.....	26
Figur 13: Kumulative avkastningsfordelinger SP500, BCOM og BMUS10Y	28
Figur 14: Resultater backtesting SP500	29
Figur 15: ACF standardiserte residualer for SP500, BCOM og BMUS10Y	38
Figur 16: Resultater backtesting BMUS10Y	42
Figur 17: Resultater backtesting BCOM.....	42

Evaluering av porteføljerisiko: Risikomodellering og scenarioanalyse ved bruk av tidsvarierende korrelasjoner mellom aksjer, obligasjoner og råvarer

Sammendrag

Denne artikkelen ser på egenskapene til råvarer og obligasjoner som sikrings-instrumenter i en aksjeportefølje under endrede markedsforhold. Vi sammenligner resultatene til to bivariate porteføljer fra baseline-, hybrid- og hypotetiske scenarioer. En rekke studier har sett på forholdet mellom aksjer, obligasjoner og råvarer i et historisk perspektiv, men få har undersøkt den tidsvarierende avhengighetsstrukturen i et omfattende stresstestingsrammeverk. Simuleringen av risikofaktorene er basert på en ARMA-DCC-modell hvor halefordelingene er tilpasset med EVT og copula. Våre resultater viser at både råvarer og obligasjoner gir betydelig reduisering av risikoen til en aksjeportefølje. For mindre sjokk i aksjemarkedet er råvarer den beste aktivaklassen, men i urolige perioder vil en diversifiseringsstrategi som inkluderer obligasjoner gi bedre resultater. Dette er av betydning for allokering av kapital i finans- og råvaremarkedet basert på forventede markedstilstander.

Stikkord: aksjer, obligasjoner, råvarer, DCC, EVT, copula, stresstesting, LPM, UPR, Omega ratio, nedsiderisiko.

Abstract

In this paper, we examine the properties of commodities and bonds as risk-reducing instruments in an equity portfolio under altered market conditions. We compare the performance of two portfolios by deriving baseline, hybrid and hypothetical scenarios. A number of recent studies have examined the relationship between stocks, bonds and commodities in a historical perspective, but few have assessed the time-varying dependency in a comprehensive stress testing framework. To simulate the multivariate evolution of the risk factors we use an ARMA-DCC model where the tail distributions are fitted using EVT and copula. Our results show that both commodities and bonds significantly reduce the risk within an equity portfolio. Commodities are considered to be the best asset class regarding minor crashes in the stock market, while more volatile periods call for a diversification strategy that utilizes bonds. These findings have implications regarding allocation of capital based on expected market conditions.

Keywords: stocks, bonds, commodities, DCC, EVT, copula, stress testing, LPM, UPR, Omega Ratio, downside risk

1. Introduksjon

Adferdsøkonomien viser til at investorer vektlegger tap mer enn gevinster i forhold til et referansepunkt (Ekström 2015), ofte kalt minimum akseptabel avkastning. Usikkerheten til investeringene er i hvilken grad de generer avkastning over eller under dette punktet og er tradisjonelt målt ved standardavviket til avkastningsseriene. Et slikt mål er ikke synonymt med risiko fordi avvik over og under investors referansepunkt skiller seg fra hverandre (Plantinga et al. 2001). Chen et al. (2011) poengterer at usikkerheten til gevinster ikke bør betraktes som risiko i vanlig forstand, og at man heller bør fokusere på usikkerheten forbundet med tap. Risikoen til investeringsporteføljer er dermed nedsiderisiko knyttet opp mot svingninger i underliggende risikofaktorer som fører til porteføljeavkastninger lavere enn minimum akseptabel avkastning.

Volatile aksjemarkeder fører til at investorer ser etter alternative investeringsmuligheter som kan redusere usikkerheten til tap, samtidig som de ønsker å beholde mest mulig av potensielle gevinster. Hensikten med denne studien er å undersøke om inkludering av råvarer eller obligasjoner forbedrer risikoegenskapene til en portefølje med aksjer. For å isolere effekten av alternative aktivaklasser har vi konstruert to porteføljer, en med aksjer og råvarer og en med aksjer og obligasjoner. Porteføljene er satt sammen av likvide indekser og tilsvarer passive investeringsstrategier i finans- og råvaremarkedet. Vi vurderer porteføljene utfra mål på nedsiderisiko og risikojustert avkastning for å avgjøre om obligasjoner fungerer bedre enn råvarer og om egenskapene holder under endrede markedsforhold observert i finanskriser.

Modelleringen av risikofaktorene er basert på Nyström og Skoglund (2002), Aepli (2011) og Engle (2002). Først tilpasser vi Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity-prosesser (GARCH) for tidsvarierende volatilitet i avkastningsseriene. Tidligere er det brukt univariate GARCH-modeller for de enkelte risikofaktorene (se for eksempel Aepli 2011). Vi utvider modellen og introduserer en multivariat GARCH-modell (MGARCH) for å fange opp relasjonene mellom varianser og kovarianser til risikofaktorene. Deretter utvikler vi semi-parametriske marginalfordelinger med empirisk en fordelingsfunksjon og extreme value theory (EVT) for de standardiserte residualene fra MGARCH-modellen. Avhengighetsstrukturen mellom risikofaktorene modelleres med en statisk copulafunksjon basert på de semi-parametriske marginalfordelingene, og simulerte standardiserte residualer fra copulafunksjonen inngår som støyprosess ved beregningen av avkastningsseriene. Tilpasning av multivariat GARCH og filtrering av standardiserte residualer er gjort i OxMetrics, mens resten av beregningene er gjennomført i MATLAB.

Våre resultater er todelt. Først finner vi at både råvarer og obligasjoner i en aksjeportefølje reduserer ned siden og gir bedre risikojusterte avkastninger, dette er i tråd med den tradisjonelle oppfatningen av disse aktivaklassene. Videre tyder våre funn på at man i et nøytralt scenario kan oppnå best effekt med å inkludere råvareindeksen, mens obligasjonsindeksen fremstår som et bedre alternativ i mer alvorlige scenarioer med endrede avhengighetsstrukturer. Vi finner derfor støtte til nyere forskning som sår tvil om diversifiseringsegenskapene til råvarer i krisetider. Dette er av betydning for investorer og porteføljeforvaltere som ønsker å redusere risiko til aksjeporteføljer ved å allokere kapital i alternative aktivaklasser.

Denne artikkelen består videre av følgende deler; del 2 er en gjennomgang av relevant litteratur, del 3 beskriver utvalget, del 4 er anvendt metode, del 5 presenterer empiriske resultater og konklusjonen er i del 6.

2. Litteraturgjennomgang

I denne delen vil vi først gi en oversikt over eksisterende litteratur på avhengighets-forholdet mellom aksjer, råvarer og obligasjoner. Deretter vil vi gi en oversikt over relevant litteratur om stresstesting og risikomodeller for investeringsporteføljer.

2.1 Aksjer, obligasjoner og råvarer

Obligasjoner utgjør sammen med aksjer de tradisjonelle aktivaklassene og mange investorer inkluderer rentepapirer i sine porteføljer for å redusere eksponeringen mot risiko i aksjemarkedet. Vanligvis ser man på markedene som negativt eller svakt korrelerte og forklarer det med at investorer flykter fra aksjemarkedet til obligasjonsmarkedet under dårlige tider og løper tilbake når aksjemarkedet viser en positiv trend. I følge Chiang og Li (2009) kan obligasjoner være både positivt og negativt korrelert med aksjer. De bruker tidsvarierende korrelasjonsmodeller og finner en svak negativ korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner, men skriver også at det eksisterer felles makroøkonomiske faktorer som kan drive begge markedene i samme retning.

Fra starten av 2000-tallet har råvarer blitt ansett som viktige verktøy for å diversifisere risiko i porteføljer (Tang og Xiong 2012). Mange fondsforvaltere anbefaler kunder å investere i råvarerelaterte produkter som en del av en langsiktig strategi for å redusere risiko (Lombardi

og Ravazzolo 2013). Den økte populariteten skyldes blant annet at råvarer har vist lav eller ingen korrelasjon med tradisjonelle aktiva (Gorton og Rouwenhorst 2006; Büyüksahin et al. 2008). Stoll og Whaley (2010) mener den lave samvariasjonen til en viss grad forklares av inflasjon. I perioder med stigende prisnivå har aksjer og obligasjoner prestert dårlig, mens råvarer har prestert bra, noe som forsterker råvarenes diversifiseringsegenskaper i en portefølje (Stoll og Whaley 2010).

Büyüksahin et al. (2010) finner at tidsvarierende korrelasjoner mellom aksjer og råvarer er volatile. Videre mener de at det ikke er bevis for en økning i korrelasjonsnivået fra 1991 og frem til 2008 og påpeker at selv om korrelasjonen med aksjer økte høsten 2008, så var den ikke høyere enn det høyeste nivået forrige tiår.

Flere studier viser at korrelasjoner mellom råvarer og aksjer har økt siden starten av finanskrisen i 2008 (Li et al. 2011; Tang og Xiong 2012; Lombardi og Ravazzolo 2013). Daskalaki og Skiadopoulos (2011) finner dårlige diversifiseringsegenskaper hos råvarer under kriser og antyder at dette skyldes økte korrelasjoner. Tang og Xiong (2012) hevder at korrelasjonene har stabilisert seg på et høyere nivå i tiden etter finanskrisen og at dette skyldes en finansialisering av råvaremarkedet. I det legger de at økt handel i råvareindekser kan være en kanal for å overføre prisvolatiliteter til råvaremarkeder. På den andre siden påviser Silvennoinen og Thorp (2013) økte råvarekorrelasjoner i perioden før finanskrisen, noe de anser som en klar indikasjon på mer synkroniserte markeder. Stoll og Whaley (2010) og Silvennoinen og Thorp (2013) mener imidlertid at det er andre fundamentale kilder som fører til sterkere korrelasjoner, og ikke økt finansialisering av råvaremarkedet.

Graham et al. (2013) undersøker avhengigheten mellom avkastningene til en aksjeindeks og en råvareindeks. Resultatene deres indikerer samvariasjon mellom indeksene på kort sikt, men ikke på lang sikt. De konkluderer med at diversifiseringseffekten ved å kombinere aksje- og råvareindekser er begrenset, spesielt etter finanskrisen. Både Jensen et al. (2002) og Graham et al. (2013) mener at verdien av råvarer oppnås best som en del av en portefølje og ikke som individuelle investeringer.

2.2 Stresstesting og risikomodeller

Det finnes ingen enkel kvantitativ modell som kan gi fullstendig oversikt over risiko og usikkerhet forbundet med finansielle aktiva. For å veie opp for denne mangelen er det utviklet et risikostyringsverktøy kjent som "stresstesting" hvor man evaluerer effekten av usannsynlige, men plausible hendelser på verdien til porteføljer (Lopez 2005). Stresstesting alene vil ikke

løse opp alle svakheter med risikostyring, men gi verdifull informasjon til interne beslutningsprosesser og eksterne interessenter (IAA 2013; Lopez 2005).

Banker og forsikringsselskaper er pålagt å gjennomføre stresstesting gjennom Baselakkordene og Solvency II, men også investeringsfond gjør disse øvelsene. Baselakkordene legger stor vekt på utformingen av de interne modellene som finansinstitusjoner velger i sitt stresstestingsrammeverk.

Tradisjonelle stresstester har vist manglende evne til å ta inn over seg egenskaper ved markeder i turbulente perioder (Alexander og Sheedy 2008). Finanskrisen har vist at risikokarakteristikker som prisforhold og samvariasjon mellom markeder endrer seg raskt under urolige markedsforhold. Noe av årsaken til dette er at reaksjoner hos markedsaktører bidrar til å forsterke det initielle sjokket (BIS 2009). Omfanget av siste finanskrisen viste seg å være langt mer alvorlig enn risikostyringsmodellene forutsa og BIS (2009) har pekt på modellenes manglende evne til å takle skiftende omstendigheter som en kritisk svakhet og en medvirkende faktor.

Mer komplekse modeller for utvikling i risikofaktorer har blitt undersøkt i flere studier og med gode resultater. McNeil og Frey (2000) bruker en kombinasjon av GARCH og EVT for å beregne Value-at-Risk (VaR) og Conditional VaR (CVaR). Ved bruk av en Monte Carlo-tilnærming finner de at deres modell med tidsvarierende betinget VaR er bedre enn tradisjonell parametrisk normal VaR.

Marimoutou et al. (2009) beregner VaR for posisjoner i oljemarkedet ved bruk av EVT. VaR-modellene blir sammenlignet med resultater fra andre kjente teknikker som GARCH-modeller, historisk simulering og filtrert historisk simulering. De finner at både EVT og filtrert historisk simulering gir en betydelig forbedring i forhold til tradisjonelle metoder, og at GARCH-modeller med antatt Student t-fordeling kan gi like gode resultater som de kombinerte metodene med normalfordelt GARCH og EVT.

Ghorbel og Trabelsi (2014) kombinerer EVT og copula for beregning av VaR for en energiportefølje. Resultatene deres gir at GARCH, betinget EVT og copula produserer akseptable estimater for risiko, både for normale og mer ekstreme persentiler.

Li (2012) estimerer VaR for en portefølje bestående av fem asiatiske aksjeindekser. I analysen benyttes GJR-GARCH med ulike fordelinger og ulike copulafunksjoner. Studien viser at GARCH-copula-tilnærmingen generelt gir gode resultater. GJR-GARCH med skjev Student t-fordeling gir den beste tilpasningen av marginalfordelinger og Clayton copula anses som beste valg for modellering av avhengighetsstrukturen. Bob (2013) kombinerer GJR-GARCH, EVT og copula for estimering av VaR og finner at modellen gir bedre resultater enn

historiske simuleringer og varians-kovarians tilnærminger. Både Li (2012) og Bob (2013) foreslår tidsvarierende copula som et naturlig steg for videreutvikling av modellene.

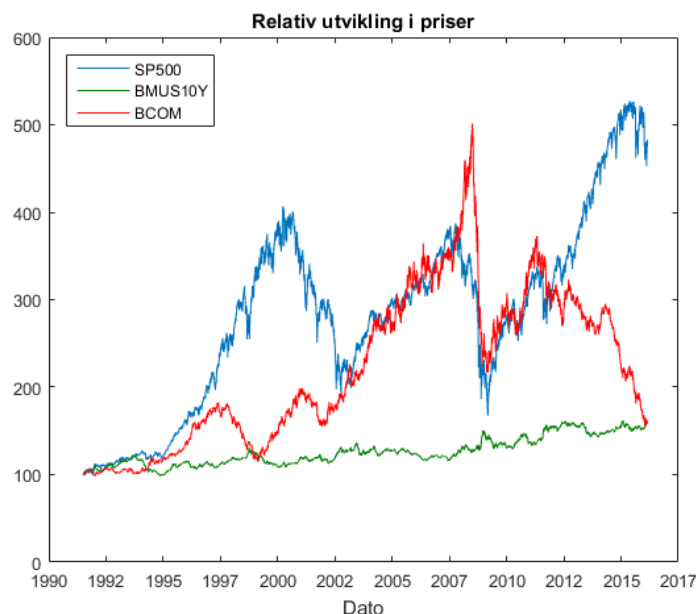
Aepli (2011) konstruerer et brukergrensesnitt som kombinerer GJR-GARCH, EVT og copula i et rammeverk for en intuitiv og realistisk stresstesting av en portefølje med sveitsiske aksjer. Med utgangspunkt i Aepli (2011) gjennomfører Paraschiv et al. (2015) stresstesting av en portefølje som etterligner dynamikken til en stor råvareindeks og finner støtte til kritikken i Baselakkordene angående overdreven tillit til historiske korrelasjoner og forutsetninger. Ved bruk av historiske scenarioer blir tap avkortet til historiske observerte tap og ofte kan ikke ekstreme utfall beregnes på grunn av et begrenset antall observasjoner (Paraschiv et al. 2015). Både Aepli (2011) og Paraschiv et al. (2015) peker på viktigheten av fremoverrettet analyse, som utledning av hybride og hypotetiske scenarioer, for å korrigere for ulempene ved historiske scenarioer.

3. Data

Vi betrakter en økonomi som består utelukkende av aksjer, råvarer og obligasjoner. Dynamikken i finans- og råvaremarkedet er forenklet med at hver aktivaklasse er representert av en likvid indeks. To bivariate porteføljer er konstruert for å sammenligne evnen råvarer og obligasjoner har til å redusere risikoen til en aksjeportefølje. Den første porteføljen består av aksjer og råvarer og den andre av aksjer og obligasjoner. Vi har brukt daglige logaritmiske avkastninger fra perioden 5. juli 1991 til og med 26. februar 2016. Dette tilsvarer 6182 observasjoner og data er hentet fra Thomson Reuters Datastream (Datastream).

Aksjeporteføljen er representert ved en bred aksjeindeks, Standard & Poors 500 (SP500). Indeksen representerer et utsnitt av alle amerikanske industrier og består av store selskaper som utgjør en betydelig del av de totale markedsverdiene på det amerikanske aksjemarkedet (S&P Dow Jones Indices 2016a). Dette gjør at SP500 er en god tilnærming til en diversifisert portefølje med aksjer.

Bloombergs råvareindeks (BCOM) er en av de største råvareindeksene og fungerer som en benchmark på investeringer i råvaremarkedet. Indeksen er designet for å være likvid og inkluderer et antall av de korteste futureskontraktene. BCOM er diversifisert i den grad at ingen enkeltråvare kan utgjøre mer enn 15 % av indeksten, og samtidig ikke mindre enn 2 %. Ingen råvaresektor, for eksempel energi eller landbruk, kan utgjøre mer enn 33 % (Bloomberg 2016).



Figur 1. Historisk daglig utvikling i relative priser.

Obligasjonsindeksen US Benchmark 10-year Datastream Government Index (BMUS10Y) er basert på amerikanske statsobligasjoner med 10 års løpetid. Obligasjoner som finansielt instrument har historisk sett vært stabile og statsobligasjoner er ofte ansett som et tryggere alternativ enn obligasjoner utstedt av aksjeselskaper. BMUS10Y-indeksen er med som en tilnærming til investeringer i rentepapirer.

	Deskriptiv statistikk, jul. 1991 – feb. 2016		
	SP500	BMUS10Y	BCOM
Observasjoner	6182	6182	6182
Min	-9,47 %	-2,88 %	-6,40 %
Maks	10,96 %	4,05 %	5,65 %
Gjennomsnitt	0,03 %	0,01 %	0,01 %
Standardavvik	1,15 %	0,47 %	0,94 %
Kurtose	8,79	2,64	3,29
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
Skjevhet	-0,25	-0,15	-0,24
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
Jarque Bera	19961,17	1817,15	2844,82
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ADF-test	-47,43	-46,21	-45,09
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-5	345,89	43,59	142,25
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-10	203,89	31,76	94,26
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-15	160,32	26,32	69,94
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-20	122,48	20,18	58,60
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)

Tabell 1: Deskriptiv statistikk for logaritmisk avkastning, for hele utvalgsperioden 1991-2016, p-verdier i parentes.

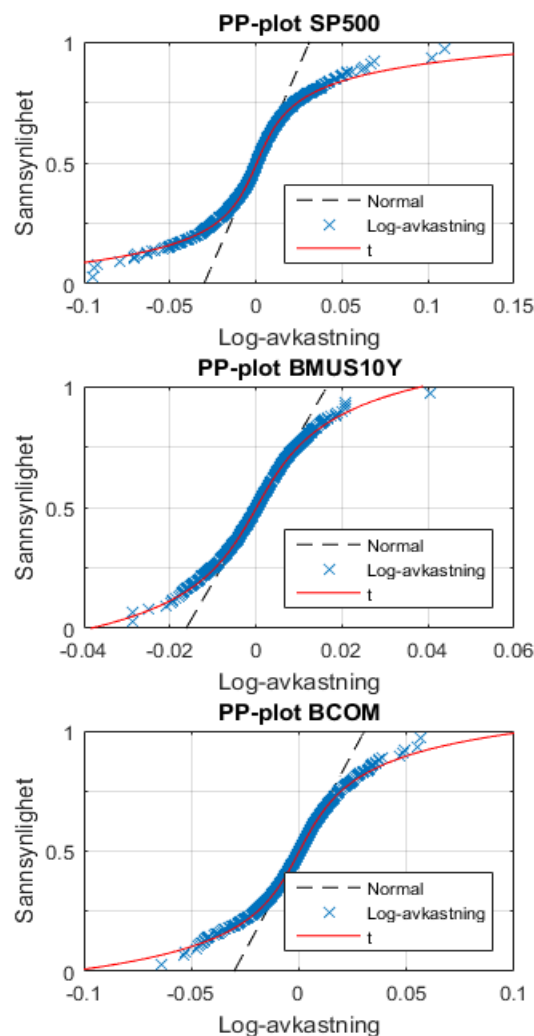
	Deskriptiv avkastning, jan. 2007 – des. 2011		
	SP500	BMUS10Y	BCOM
Observasjoner	1260	1260	1260
Min	-9,47 %	-2,87 %	-6,40 %
Maks	10,96 %	4,05 %	5,65 %
Gjennomsnitt	-0,01 %	0,02 %	-0,01 %
Standardavvik	1,68 %	0,60 %	1,35 %
Kurtose	6,56	2,37	1,93
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
Skjevhet	-0,24	0,14	-0,36
	(0,0004)	(0,0398)	(0,0000)
Jarque Bera	2272,10	298,27	221,95
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ADF-test	-21,70	-20,98	-20,14
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-5	78,64	7,46	22,45
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-10	47,28	5,54	15,80
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-15	40,19	4,64	12,41
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
ARCH 1-20	30,20	3,56	11,27
	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)

Tabell 2: Deskriptiv statistikk for logaritmisk avkastning for underperioden 2007-2011, p-verdier i parentes.

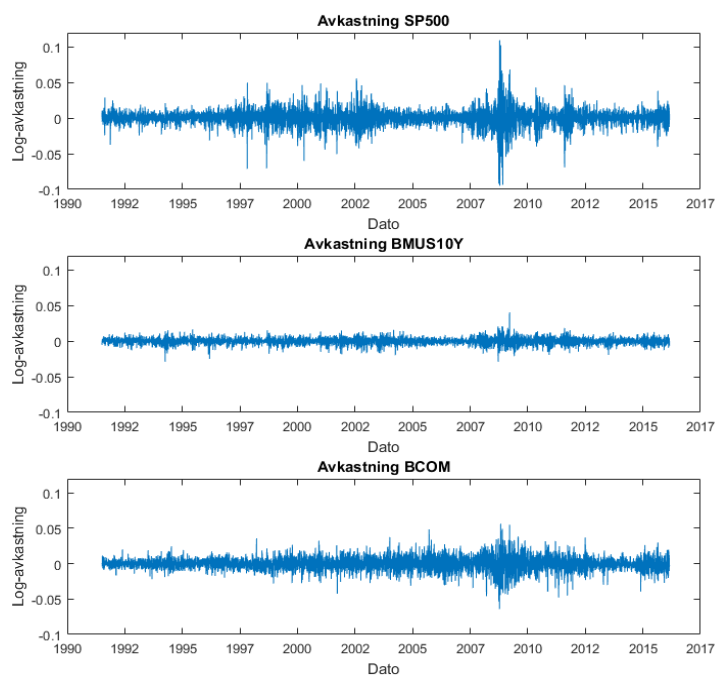
Relativ utvikling for indeksene i figur 1 viser to perioder med store fall i aksjeindeksen, henholdsvis Dot com-boblen i 2000-02 og finanskrisen i 2007-09. Råvareindeksen faller i 2008-09 og fra 2011 frem til 2016. Dette indikerer strukturelle brudd i prisseriene. Obligasjonsindeksen er svakt stigende over hele perioden. Aksje- og råvareindeksene viser høy samvariasjon i perioden etter 2002 og frem til 2007, samt i perioden 2008 til 2012.

Tabell 1 og 2 viser deskriptiv statistikk for de logaritmiske avkastningsseriene i periodene juli 1991 til februar 2016 og januar 2007 til desember 2011. Den siste representerer en periode med vesentlig uro i markedene som vist i figur 1 og er relevant for det hybride scenarioet i del 5.4. Gjennomsnittlig daglig avkastning ligger nærme null, noe som er forventet for høyfrekvente data. Vi ser at underperioden inneholder de samme minimums- og maksimumsverdier som hele utvalget, men at standardavvikene er større. Dette understreker at den valgte tidsrommet representerer en mer volatil periode med større svingninger i avkastninger jf. figur 3.

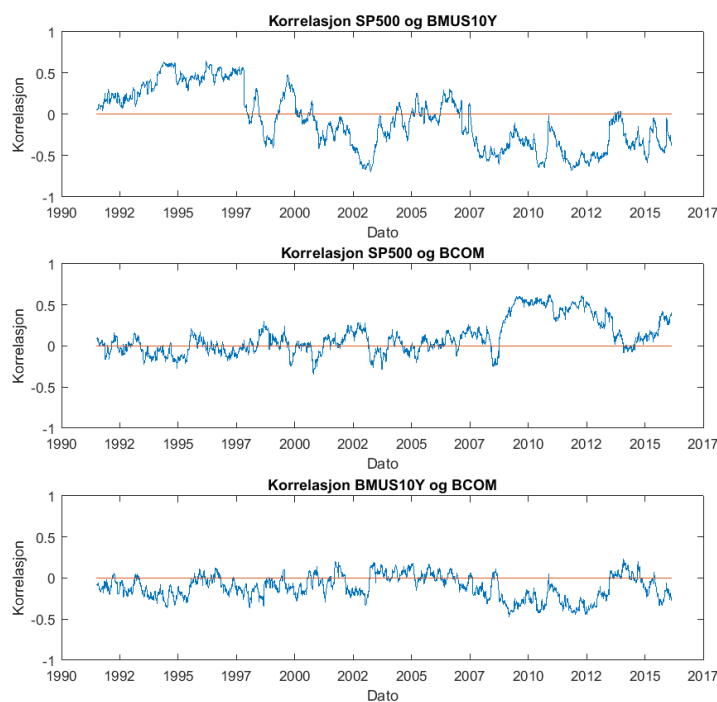
Alle seriene er leptokurtiske, med andre ord er fordelingene spissere og har tykkere haler sammenlignet med en standard normalfordeling (Brooks 2014). I tillegg viser de signifikant negativ skjevhet, som er vanlig for daglige finansielle data (Paraschiv et al. 2015; Alexander 2008a). Generelt antyder negativ skjevhet at risikoen er større for en lang posisjon enn en kort posisjon med samme eksponering. BMUS10Y har positiv skjevhet i perioden 2007-2011 og indikerer at lange posisjoner i indeksen er mindre risikabel enn korte. Alle p-verdier fra Jarque-Bera-testene er lik 0 og vi forkaster derfor nullhypotesen om normalfordelte avkastningsserier. Dette illustreres også i PP-plot for avkastningsseriene i figur 2. Det er tydelig at logaritmisk avkastning ikke er normalfordelt, men ligger nærmere en Student t-fordeling. Videre ser vi at de mest ekstreme utfallene avviker fra Student t-fordelingen.



Figur 2. PP-plot for logaritmiske avkastningsserier i hele utvalgsperioden, sammenlignet med normalfordeling og Student t-fordeling.



Figur 3: Historisk daglig logaritmsk avkastning.



Figur 4: Daglig betinget korrelasjon fra 5. juli 1991 til 26. februar 2016.

Augmented Dickey Fuller-testen (ADF) med to lags viser at alle avkastningsseriene er stasjonære og kan predikeres med grunnlag i adferd som er mean-reverting (Alexander 2008b). Grafene for hver avkastningsserie i figur 3 viser tydelig perioder med ulik volatilitet. Spesielt for aksjeindeksen ser vi endringer i volatilitet fra slutten av 1990-tallet og til starten av 2000-tallet, men også store bevegelser fra 2007 til 2012. For obligasjons- og råvareindeksen er

endringene mindre tydelig, men volatiliteten øker i tidsrommet rundt finanskrisen i 2008. Engles ARCH-LM test bekrefter signifikant betinget heteroskedastisitet helt opp til 20 lags for alle tidsseriene jf. tabell 1 og 2.

Figur 4 illustrerer historiske korrelasjoner mellom aksjer, obligasjoner og råvarer beregnet med Engles (2002) DCC-modell for tidsvarierende korrelasjoner som blir gjennomgått i del 4.1. Mellom SP500 og BMUS10Y har det siden 2007 vært moderat negativ korrelasjon, med noen perioder hvor samvariasjonen har vært tilnærmet null. For SP500 og BCOM har det siden finanskrisen 2007-2008 vært moderat til sterk positiv korrelasjon, med unntak av de siste årene hvor korrelasjonen har vært svakt positiv og stigende. BMUS10Y og BCOM er svakt negativt korrelert fra 2007 og en liten periode mellom 2013 og 2015 med tilnærmet null korrelasjon.

4. Metode

Finansielle tidsserier viser en rekke såkalte univariate og multivariate «stylized facts». Med grunnlag i McNeil et al. (2005) kan en versjon av «stylized facts» være som følger:

1. Avkastningsserier er ikke identisk og uavhengig fordelt (i.i.d.), selv om de viser svak autokorrelasjon.
2. Avkastningsserier er leptokurtisk og har tunge haler.
3. Volatilitet og korrelasjoner mellom avkastninger varierer over tid.
4. Det er krysskorrelasjon blant multivariate avkastningsserier, hvor avkastning opptrer samtidig.
5. Ekstreme utfall opptrer i klynger og ekstreme utfall i et aktiva vil ofte sammenfalle med ekstreme utfall i andre serier.

For å ta hensyn til egenskapene vi har beskrevet ovenfor og under databeskrivelsen i del 3 formulerer vi utviklingen i de tre indeksene som ARMA-MGARCH-prosesser. ARMA-modeller har vist seg å fungere godt til å predikere avkastningsserier på kort sikt (Studenmund 2014). I likhet med Li et al. (2011) og Paraschiv et al. (2015) tar vi utgangspunkt i en stasjonær prosess for betinget gjennomsnitt, ARMA(1,1):

$$y_t = \mu + \phi y_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Der y_t er en 3×1 vektor med avkastninger, μ er 3×1 vektor med konstantledd, ϕ er 3×3 diagonal matrise med AR(1)-parametere, θ er en 3×3 diagonal matrise med MA(1)-parametere og ε_t er en 3×1 vektor med residualer. Residualene kan skrives som:

$$\varepsilon_t = H_t^{\frac{1}{2}} z_t$$

Der z_t er en 3×1 vektor med standardiserte residualer og $H_t^{\frac{1}{2}}$ er en 3×3 positiv definit matrise som kan oppnås med Cholesky faktorisering av kovariansmatrisen H_t :

$$H_t^{\frac{1}{2}} \left(H_t^{\frac{1}{2}} \right)' = H_t$$

4.1 Multivariat GARCH

Vi bruker GARCH-modeller for å ta hensyn til de signifikante ARCH-effektene i avkastningsseriene. Modeller som fanger opp tidsvarierende volatilitet og korrelasjon på tvers av markeder er mer realistiske enn separate univariate modeller (Bauwens et al. 2006). Derfor modellerer vi betingede varianser i en trivariat MGARCH-modell slik at dynamikken mellom de tre indeksene blir fanget opp i variansestimeringen. På denne måten tar vi hensyn til «stylized facts» nummer 3 og 4. Vi velger dynamic conditional correlation (DCC) som beskrevet i Engle (2002) fordi den har få parametre og estimerer betingede korrelasjoner direkte, samtidig er den mye brukt i den empiriske litteraturen (se for eksempel Li et al. 2011; Büyüksahin et al. 2010). DCC gir følgende kovariansmatrise:

$$H_t = D_t R_t D_t$$

Der D_t er en 3×3 diagonal matrise som inneholder betingede standardavvik fra univariate GARCH-modeller for hvert aktivum og R_t er en 3×3 matrise med betingede korrelasjoner.

D_t kan skrives som:

$$D_t = \text{diag}(\sqrt{h_{11,t}}, \sqrt{h_{22,t}}, \sqrt{h_{22,t}})$$

Vi har valgt GJR som univariat GARCH-modell for å ta hensyn til asymmetrisk volatilitet (Glosten et al. 1993). Spesielt for avkastning på aksjer har det vist seg at negative sjokk har større innvirkning på volatilitet enn positive sjokk av samme størrelse (Brooks 2014; Bauwens et al. 2006). Univariat GJR-GARCH(1,1)-modell er definert som:

$$h_{iit} = \omega_{0,i} + \omega_{1,i} \varepsilon_{i,t-1}^2 + \omega_{2,i} h_{i,t-1} + \lambda_i I \varepsilon_{i,t-1}^2$$

Hvor h_{iit} er betinget varians for aktivum i , $\omega_{0,i}$ er en konstant, $\omega_{1,i}$ og $\omega_{2,i}$ er koeffisienter for ARCH- og GARCH-effekter. Indikatorfunksjonen I tar verdien 1 dersom $\varepsilon_{i,t-1}$ er negativ og 0 ellers. λ_i er en «leverage»-parameter som forsterker effekten av negative markedssjokk. GARCH(1,1) er tilstrekkelig for å fange opp volatilitetsklynger i avkastningsserier, og det er sjeldent bruk for høyere orden (Brooks 2014).

R_t kan skrives som:

$$R_t = \text{diag} \left(\frac{1}{\sqrt{q_{11,t}}}, \frac{1}{\sqrt{q_{22,t}}}, \frac{1}{\sqrt{q_{33,t}}} \right) Q_t \text{diag} \left(\frac{1}{\sqrt{q_{11,t}}}, \frac{1}{\sqrt{q_{22,t}}}, \frac{1}{\sqrt{q_{33,t}}} \right)$$

Hvor $Q_t = (q_{ij,t})$ er gitt av:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta) \bar{Q} + \alpha \delta_{t-1} \delta'_{t-1} + \beta Q_{t-1}$$

$$\delta_t = \frac{\varepsilon_{it}}{\sqrt{h_{iit}}}$$

\bar{Q} er en 3×3 matrise med ubetinget varians til δ_t . α og β er ikke-negative parametre og skal tilfredsstillere $\alpha + \beta < 1$. Ulempen med DCC er at α og β er skalarer, slik at betinget korrelasjon er underlagt den samme dynamikken, men dette er nødvendig for å sikre at R_t er positiv definit for alle t (Bauwens et al. 2006).

Tilpasningen av den multivariate GARCH-modellen er gjort med en maximum likelihood-metode som bygger på en antakelse om fordelingen til de standardiserte residualene, z_t (Bauwens et al. 2006). Deskriptiv statistikk i tabell 1 og 2 viser som nevnt at avkastningsseriene ikke er normalfordelte. En normalfordeling vil undervurdere halene og spesielt for finansielle tidsserier er Student t-fordeling en bedre tilnærming til den faktiske fordelingen (Brooks 2014; Nyström og Skoglund 2002), som vist i figur 2. GARCH-modeller med leverage-effekter og Student t-fordelte residualer kan kun forklare en liten del av skjevheten i avkastningsseriene fordi Student t-fordelingen i utgangspunktet er symmetrisk (Bauwens og Laurent 2005). Derfor ønsker vi å benytte en skjev Student t-fordeling ved estimering av MGARCH-parametrene, men begrensninger i programvaren gjør at vi må klare oss med en symmetrisk fordeling. DCC-parametrene er estimert i OxMetrics med Engles (2002) to-steps-metode under en hjelpeantakelse om Student t-fordelte standardiserte residualer (se appendiks B).

Fra den tilpassede trivariate GARCH-prosessen beregnes de standardiserte residualene som den inverse Cholesky-faktoriserte kovariansmatrisen multiplisert med residualvektoren. Gjennom denne prosessen filtrerer vi ut autokorrelasjon og volatilitetseffekter fra avkastningsseriene og sitter igjen med residualer som er i.i.d.

$$z_t = \left(H_t^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \varepsilon_t$$

4.2 Semi-parametrisk fordeling

Videre i oppgaven vil vi fokusere på en mer utviklet semi-parametrisk fordeling for en bedre beskrivelse av fordelingene til de standardiserte residualene. Fordelingen deles i tre, én indre- og to halefordelinger. Den semi-parametriske fordelingen til hver risiko-faktor $F_i(z_i)$ for $z_{i,t}$ er beregnet i MATLAB og tar utgangspunkt i en empirisk fordelings-funksjon. Den indre fordelingen er tilpasset med kernel smoothing og tar sikte på å utlede en jevn kurve som best mulig representerer sannsynlighetstettheten til $z_{i,t}$:

$$\hat{f}_\gamma(z_i) = (n\gamma)^{-1} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{z_i - z_{i,t}}{\gamma}\right)$$

K er en gaussisk kernelfunksjon og γ er båndbredde.

Ulempen med den empiriske fordelingsfunksjonen er at den gir en dårlig beskrivelse av halefordelingene, derfor er det vanlig å bruke extreme value theory med generalized pareto distribution (GPD) og peak over threshold for å estimere asymptotiske haler (Nyström og Skoglund 2002; Aepli 2011). Peak over threshold tilpasser øvre og nedre hale for observasjoner som overstiger en bestemt grense u . Generelt settes u slik at hver hale dekker 5 til 13 % av hele utvalget (McNeil et al. 2005; Embrechts et al. 2011). Vi estimerer halefordelingene med u lik 10 %. GPD krever at observasjonene er tilnærmet i.i.d., dette er sikret gjennom ARMA-DCC-modellen (se appendiks C for korrelogram). Den øvre halefordelingen der $z > u$, har følgende GPD:

$$\tilde{F}_i(z_i) = 1 - \frac{k}{n} \left(1 + \xi \frac{(z_i - u)}{\tilde{\beta}} \right)_+^{-1/\xi}$$

Hvor ξ og β er estimerte parametre til GPD. $1/\xi$ er haleindeks, β er skaleringsparameter og k er observasjonen i utvalget n som gir $k/n = 0.1$.

4.3 Copula

Aepli (2014) viser at copulafunksjoner er et realistisk valg for beskrivelse av fellesdynamikken til risikofaktorer i en portefølje. Copula er også egnet for å kombinere mer utviklede marginalfordelinger, som den semi-parametriske fordelingen beskrevet i del 4.2 (McNeil et al. 2005; Aepli 2011). Med copula modellerer vi den ikke-lineære avhengighetsstrukturen mellom de standardiserte residualene:

$$z_t = (z_{1,t}, z_{2,t}, z_{3,t})$$

Her er $z_{i,t}$ i.i.d. og vi antar at avhengighetsstrukturen mellom $(z_{1,t}, z_{2,t}, z_{3,t})$ er uavhengig over tid. Antagelsen gjelder ikke for avkastningene $(y_{1,t}, y_{2,t}, y_{3,t})$ siden de er modellert med tidsvarierende volatilitet og korrelasjon (Nyström og Skoglund 2002).

Vi anvender uniform transformering av de estimerte semi-parametriske fordelingene:

$$U_i = F_i(z_i)$$

Fellesdynamikken til de tre uniforme fordelingene er modellert med en statistisk Student t-copula, fordi den har vist seg å være overlegen normal-copula ved å bedre kunne beskrive tunge haler i perioder med urolige markeder (Paraschiv et al. 2015). Selv om Clayton-copula er kjent for å best beskrive asymmetriske avhengighetsstrukturer med tyngre nedre haler (Alexander 2008b), så er Student t-copula et interessant valg når det kommer til stresstesting. Den lar oss velge mellom å estimere eller forhåndsbestemme verdier på frihetsgrader og korrelasjonsmatrisen til funksjonen (Nyström og Skoglund 2002). Ved å sette verdiene kan vi subjektivt bestemme mengden stress i scenarioet vi simulerer. En 3-dimensjonal statistisk Student t-copula kan skrives som:

$$C_{v,\Sigma}^t(U) = t_{v,\Sigma}(t_v^{-1}(U_1), t_v^{-1}(U_2), t_v^{-1}(U_3))$$

Hvor v er antall frihetsgrader, Σ er en statistisk korrelasjonsmatrise, t_v er den kumulative fordelingsfunksjonen for 1-dimensjonal t_v -fordeling og $t_{v,\Sigma}$ er den kumulative fordelingsfunksjonen for multivariat $t_{v,\Sigma}$ -fordeling. Copulafunksjonen er kalibrert i MATLAB med canonical maximum likelihood (se Aepli 2011).

4.4 Simuleringer

Fra den estimerte copulafunksjonen simuleres uniforme tilfeldige variabler som representerer fellesdynamikken til risikofaktorene i porteføljen. Ved å ta den inverse av de semi-parametriske fordelingene transformeres de uniforme variablene til standardiserte residualer som er konsistente med de oppnådd fra den trivariate GARCH-prosessen. For alle risikofaktorer har vi simulert 5000 serier med standardiserte residualer for 22 handledager, tilnærmet én måned. Med ARMA-DCC-parametrene (se appendiks D) og de nye residualene beregner vi simulerte avkastningsserier for aksje-, råvare-, og obligasjonsindeksene. Startverdier for seriene er siste observerte avkastning, standardiserte residualer og betingede varianser fra utvalget. Dette sikrer at avkastningene utvikler seg fra samme sted. Porteføljenes kumulative avkastning Y_p er beregnet slik:

$$Y_p = \sum_{t=1}^T \ln \left(1 + \sum_{i=1}^2 (e^{y_{i,t}} - 1) \cdot w_i \right)$$

Der T er antall simulerte dager og w_i er vektorer for aktiva i . Porteføljevektene vi ser på går fra 0 til 100 % i aksjer og øker med 10 prosentpoeng for hvert steg med resterende andel i råvarer og obligasjoner for henholdsvis portefølje 1 og 2.

Først konverteres logaritmisk avkastning til aritmetisk avkastning for å summeres på tvers av risikofaktorene. Deretter transformeres den daglig aritmetiske porteføljeavkastningen tilbake til logaritmisk porteføljeavkastning for å summeres over tid. Med utgangspunkt i de simulerte avkastningsfordelingene kvantifiserer vi risikoen til porteføljene. Dette gir en oppfatning av hvilken alternativ aktivaklasse som presterer best i kombinasjon med aksjer. I tillegg til tradisjonelle risikomål som VaR og CVaR bruker vi Downside deviation, Omega ratio og Upside potensial ratio. De siste risikomålene er basert på lower partial moments-rammeverket til Bawa og Lindenberg (1977) og inkluderer minimum akseptabel avkastning (MAR). N-te ordens lower partial moments (LPM) er definert som:

$$LPM_{mar}^n = \sum_{t=1}^T \iota^- p_t (y_t - y_{mar})^n$$

Hvor $p_t = 1/T$ er sannsynligheten for at observasjon t oppstår i utvalget. ι^- indikerer at man kun ser på observasjoner under y_{mar} .

Downside deviation (DD) er definert som kvadratroten av andreordens LPM og er sannsynlighetsvektede avvik til avkastninger under MAR. Sortino omtaler DD som nedsiderisiko (Plantinga et al. 2001):

$$DD_{mar} \equiv \sqrt{LPM_{mar}^2} = \sqrt{\sum_{t=1}^T \iota^- p_t (y_t - y_{mar})^2}$$

Omega ratio (Omega) viser forholdet mellom gevinst og tap for en gitt minimum akseptabel avkastning (Keating og Shadwick 2002):

$$Omega_{mar} \equiv \frac{UPM_{mar}}{LPM_{mar}} = \frac{\sum_{t=1}^T \iota^+ p_t (y_t - y_{mar})}{\sum_{t=1}^T \iota^- p_t (y_t - y_{mar})}$$

Hvor ι^+ er upper partial moments (UPM) og kun avkastninger over MAR er med i beregningen.

Upside potential ratio (UPR) gir en avveining mellom sannsynlighetsvektet oppside og nedsiderisiko (Plantinga et al. 2001):

$$UPR_{mar} \equiv \frac{UPM_{mar}}{DD_{mar}} = \frac{\sum_{t=1}^T \iota^+ p_t (y_t - y_{mar})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T \iota^- p_t (y_t - y_{mar})^2}}$$

Fordelen med å inkludere MAR ved måling av risiko er at vi får tatt hensyn til investors subjektive risikopreferanse og asymmetri i fordelingene i forhold til preferansen. Det er vanskelig å fastsette et generelt referansepunkt siden risiko oppleves ulikt, av den grunn setter vi MAR lik 0 slik at vi får en avveining mellom positiv og negativ avkastning

4.5 Stresstesting

Hensikten med å inkludere obligasjoner og råvarer er å redusere risiko. Som nevnt i del 2.1 kan råvarer ha dårlige diversifiseringsegenskaper i krisetider. Derfor velger vi å stressteste porteføljene for å undersøke om egenskapene holder under ulike scenarioer. Vi ser på et baseline-scenario og tre fremoverrettede scenarioer som tar for seg ulike makroøkonomiske sjokk. Effekten av scenarioene er analysert etter at sjokkene har inntruffet. Det vil si at forhåndsbestemte verdier for scenarioene inngår på tidspunkt 0 i modellen, deretter beregnes avkastningsserier for 22 dager fra og med tidspunkt 1. Vi forventer at både råvarer og

obligasjoner diversifiserer risiko, men at obligasjoner vil ha den største effekten. Forventningen er basert på den relativt stabile avkastningsserien og den negative korrelasjonen mellom BMUS10Y og SP500 de siste årene. I tillegg har obligasjonsindeksen lettere haler og mindre skjevhet enn de øvrige aktivaene, noe som antyder at den er en tryggere aktivaklasse.

5. Empiriske resultater

5.1 Baseline-scenario

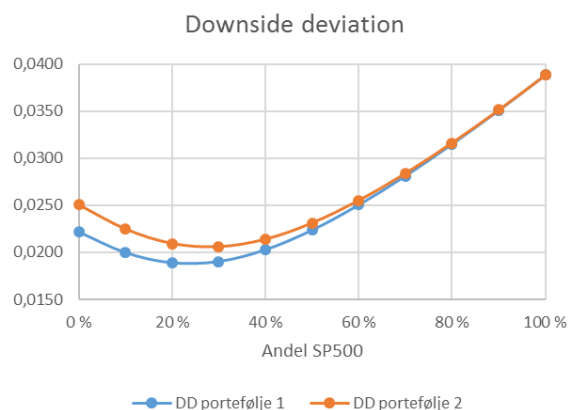
Det første scenarioet har simulerte avkastningsserier basert på normale markedsforhold og representerer derfor vår beste gjettning på neste måneds forventede avkastning under nøytrale forutsetninger.

Resultater baseline-scenario										
Andel SP500	95 % VaR		95 % CVaR		DD		UPR		Omega	
Portefølje	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
0 %	-0,0514	-0,0582	-0,0652	-0,0761	0,0222	0,0251	0,5913	0,5445	1,0512	0,9982
10 %	-0,0472	-0,0539	-0,0599	-0,0697	0,0200	0,0225	0,6611	0,6066	1,2203	1,1519
20 %	-0,0441	-0,0496	-0,0591	-0,0668	0,0189	0,0209	0,7283	0,6716	1,4228	1,3411
30 %	-0,0440	-0,0483	-0,0623	-0,0676	0,0190	0,0206	0,7771	0,7279	1,6362	1,5487
40 %	-0,0464	-0,0479	-0,0687	-0,0722	0,0203	0,0214	0,8058	0,7700	1,8220	1,7395
50 %	-0,0504	-0,0506	-0,0773	-0,0792	0,0224	0,0231	0,8190	0,7958	1,9563	1,8877
60 %	-0,0548	-0,0552	-0,0872	-0,0884	0,0250	0,0255	0,8234	0,8095	2,0360	1,9856
70 %	-0,0608	-0,0609	-0,0984	-0,0992	0,0281	0,0284	0,8234	0,8150	2,0729	2,0421
80 %	-0,0683	-0,0686	-0,1105	-0,1110	0,0315	0,0316	0,8204	0,8160	2,0836	2,0669
90 %	-0,0771	-0,0769	-0,1232	-0,1234	0,0351	0,0351	0,8152	0,8136	2,0798	2,0727
100 %	-0,0847	-0,0847	-0,1363	-0,1363	0,0388	0,0388	0,8093	0,8093	2,0664	2,0664

Tabell 3: Porteføljenes nedsiderisiko og mål på risikojustert avkastning for ulike andeler i SP500 og resterende vekt i andre aktiva, henholdsvis BCOM for portefølje 1 og BMUS10Y for portefølje 2.

Value-at-Risk er verdien som porteføljene kan forvente å tape for en gitt sannsynlighet. CVaR angir forventet tap gitt at det blir større enn det VaR tilsier. Aksjeindeksen har tyngre haler enn råvare- og obligasjonsindeksen fordi forventet tap med 5 % sannsynlighet er større, CVaR for SP500 er 13,63 % og henholdsvis 6,52 % og 7,61 % for BCOM og BMUS10Y. Fra tabell 3 ser vi at halene til aksjeporteføljen blir tynnere dersom investor inkluderer enten råvarer eller obligasjoner. Portefølje 1 har mindre CVaR for alle vekter av SP500, råvarer har derfor størst effekt.

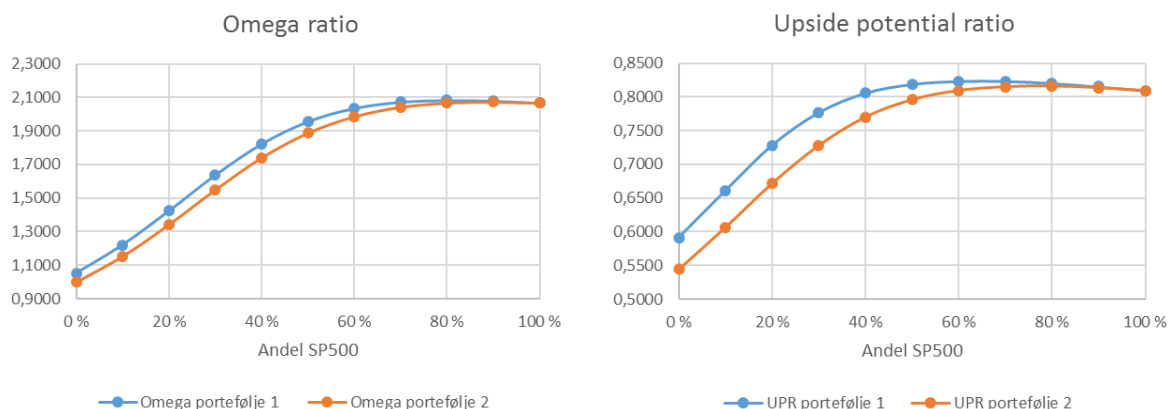
Figur 5 viser at aksjeindeksen har størst nedsiderisiko og at råvareindeksen er den minst risikable aktivaklassen. Risikoen til aksjeindeksen kan reduseres med å inkludere enten råvarer og obligasjoner i porteføljen. Portefølje 1 oppnår laveste nedsiderisiko for 20 % andel i aksjer med DD lik 1,89 %. For portefølje 2 er det 30 % andel i aksjer som gir lavest DD på 2,06 %.



Figur 5: Simulert Downside deviation (DD) for baseline-scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Vi ser av figur 6 at Omega ligger over 1 for alle porteføljevækt, med unntak av 100 % i obligasjonsindeksen. Det er ønskelig at forholdet er over 1 for da er oppsiden større enn nedsiden. Figuren viser at en portefølje med aksjer får høyere Omega ved å inkludere andre aktivaklasser. Omega for portefølje 1 toppe seg for en andel på 80 % i aksjer og 20 % i råvarer. For portefølje 2 er verdien høyest for en andel på ca. 90 % i aksjeindeksen og 10 % i obligasjonsindeksen. I tillegg ligger Omega ratio-kurven for portefølje 1 over portefølje 2 i diagrammet. Altså vil investeringer som inkluderer råvarer gi større forhold mellom opp- og nedside enn de som inkluderer obligasjoner

I likhet med Omega taler UPR for høyere andeler i aksjer enn DD tilsier. Høyeste UPR for portefølje 1 ligger mellom 60 til 70 % i aksjer, for portefølje 2 ligger andelen på 80 %. Effekten av råvarer vil imidlertid dominere effekten av obligasjoner, UPR-kurven i figur 6 viser at portefølje 1 ligger over portefølje 2 for alle porteføljevækt.



Figur 6: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio for baseline-scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Simuleringene tyder på at det er en høyere andel nedsiderisiko i aksjemarkedet enn både råvare- og obligasjonsmarkedet, og at denne kan reduseres ved å kombinere aksjeindeksen med de andre aktivaklassene. Investor kan også beskytte mulig oppside mot nedsiderisiko i forhold til MAR. Disse funnene er i tråd med Jensen et al. (2002) og Graham et al. (2013) som sier råvarer har høyere verdi som en del av en portefølje. Vi ser tilsvarende egenskaper for obligasjonsindeksen. Det er imidlertid noe overraskende at baseline-scenariot anbefaler råvarer fremfor obligasjoner som sikringsinstrument, særlig med tanke på den historiske utviklingen til avkastningsseriene i figur 3 og forventningene stipulert i del 4.5. Årsaken kan være en urettmessig stor simulert nedside og for tunge haler for BMUS10Y sammenlignet med BCOM. Vi ser av figur 4 at korrelasjonen mellom aksjer og råvarer har et kraftig fall i perioden 2012 til 2015 noe som kan ha påvirket parameterverdiene brukt i simuleringen.

5.2 Univariat-scenario

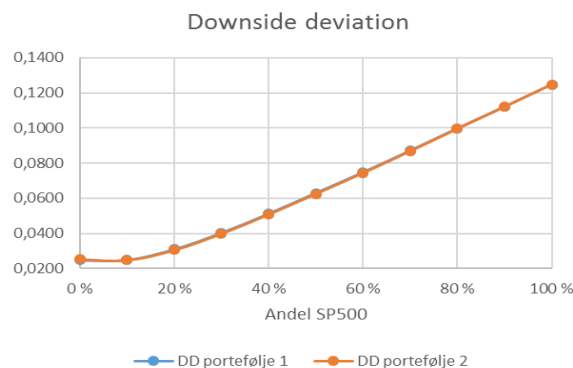
Hensikten med dette scenarioet er å vurdere effekten av en betydelig bevegelse i en av porteføljens risikofaktorer. I utvalget er det største daglige fallet i SP500 på 9,47 % den 15. oktober 2008 og vi har derfor valgt et hypotetisk daglig fall i aksjeindeksen på 10 %. Startverdier og modellparametre er de samme som ved baseline, med unntak av startverdien for SP500, som her settes til -10 %. På denne måten tilsvarer de simulerte avkastningene ettervirkningene av et betydelig sjokk i aksjemarkedet.

Resultater univariat-scenario										
Andel SP500	95 % VaR		95 % CVaR		DD		UPR		Omega	
Portefølje	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
0 %	-0,0569	-0,0586	-0,0732	-0,0769	0,0247	0,0253	0,5881	0,5465	1,0492	1,0020
10 %	-0,0586	-0,0560	-0,0780	-0,0774	0,0249	0,0248	0,6701	0,6428	1,2955	1,2566
20 %	-0,0713	-0,0687	-0,1021	-0,0993	0,0310	0,0305	0,6839	0,6682	1,4558	1,4331
30 %	-0,0907	-0,0879	-0,1366	-0,1331	0,0403	0,0398	0,6694	0,6598	1,5130	1,5001
40 %	-0,1128	-0,1097	-0,1752	-0,1720	0,0512	0,0508	0,6521	0,6461	1,5145	1,5069
50 %	-0,1393	-0,1352	-0,2162	-0,2132	0,0629	0,0624	0,6367	0,6340	1,4937	1,4890
60 %	-0,1659	-0,1618	-0,2578	-0,2552	0,0747	0,0743	0,6265	0,6254	1,4656	1,4622
70 %	-0,1917	-0,1879	-0,3007	-0,2987	0,0870	0,0867	0,6151	0,6148	1,4334	1,4312
80 %	-0,2201	-0,2193	-0,3445	-0,3430	0,0997	0,0994	0,6041	0,6041	1,3999	1,3987
90 %	-0,2484	-0,2479	-0,3876	-0,3868	0,1120	0,1119	0,5966	0,5966	1,3682	1,3679
100 %	-0,2784	-0,2784	-0,4313	-0,4313	0,1246	0,1246	0,5886	0,5886	1,3369	1,3369

Tabell 4: Porteføljenes nedsiderisiko og mål på risikojustert avkastning for ulike andeler i SP500 og resterende vekt i andre aktiva, henholdsvis BCOM for portefølje 1 og BMUS10Y for portefølje 2.

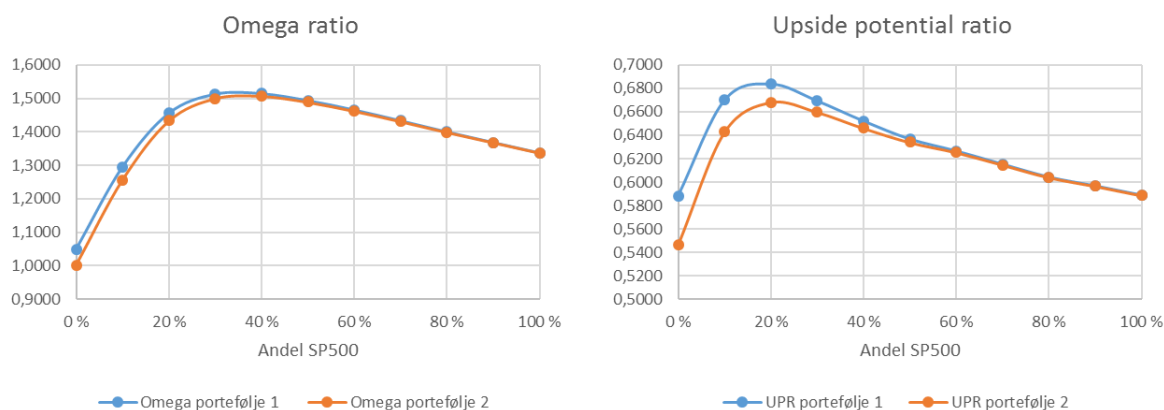
Det univariate scenarioet viser at nedsidemålene i tabell 4, VaR, CVaR og DD forverres for alle indeksene. Aksjeindeksen får betydelig tyngre haler og større nedsiderisiko enn baseline-scenariot, og selv om vi kun sjokker aksjeindeksen får vi også mindre utslag i råvare-

og obligasjonsindeksen. I likhet med baseline-scenarioet virker BCOM tryggere enn BMUS10Y fordi råvareindeksen har lavest DD på 2,47 %, men i en kombinasjon med SP500 er det BMUS10Y som gir mindre nedsiderisiko og tynnere haler, selv om forskjellene er minimale jf. figur 7.



Figur 7: Simulert Downside deviation (DD) for univariat-scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Omega ratio og UPR faller kraftig for SP500, men er tilnærmet uendret for BMUS10Y og BCOM. Høyeste punkt på UPR- og Omega-kurven flytter seg dermed i retning lavere andel aksjer og høyere andel i enten råvarer eller obligasjoner. Forholdet mellom positiv og negativ avkastning ligger over 1 for alle vekter, noe som tyder på at gevinst fortsatt er større enn tap. Høyest Omega for begge porteføljene ligger rundt en 40 % andel i aksjeindeksen og UPR når toppen for begge porteføljene med ca. 20 % andel i SP500 jf. figur 8. Portefølje 1 scorer best med UPR på 0,6839 mot 0,6682 for portefølje 2. For større andeler i aksjeindeksen, fra ca. 80 % og mer, blir UPR-kurvene tilnærmet identisk og investor vil være indifferent mellom å plassere i obligasjoner eller råvarer.



Figur 8: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio for univariat-scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Resultatene er som forventet i og med at vi sjokker aksjemarkedet uten å endre andre forutsetninger i modellen. Forskjellene i BCOM og BMUS10Y fra baseline-scenariotet skyldes den underliggende avhengighetsstrukturen mellom aktivaene og viser at modellen er i stand til å fange opp volatilitetseffekter på tvers av markedene. Den empiriske litteraturen viser til økning i volatilitet og samvariasjon mellom risikofaktorer under finanskriser (BIS 2009; Alexander og Sheedy 2008), men det univariate scenariotet tar ikke hensyn til endringer i selve avhengighetsstrukturen og resultatene kan dermed være misvisende.

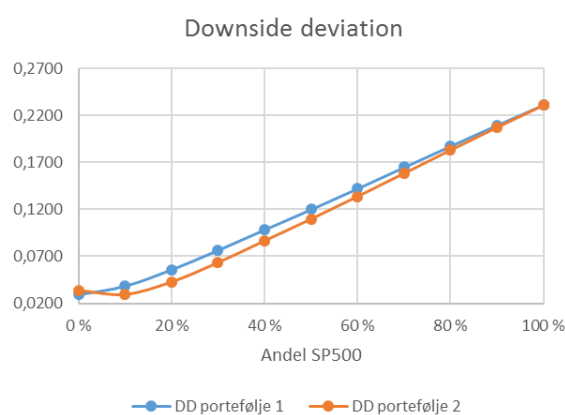
5.3 Multivariat-scenario

Det multivariate scenariotet er konstruert slik at det tar for seg simultane endringer i en rekke faktorer deriblant endringer i avhengighetsstrukturer. Vi innfører et volatilitetssjokk ved å multiplisere konstantleddet til hver GJR-GARCH-modell for univariat betinget varians med 16. Videre styrkes avhengighetsstrukturen mellom de standardiserte residualene med å endre frihetsgradene og korrelasjonsmatrisen til copulafunksjonen. Frihetsgradene settes ned til 2 for å øke sannsynligheten for felles ekstreme utfall som beskrevet i «stylized facts» nummer 5. Korrelasjonen mellom aksjer og råvarer settes til 0,40, mellom aksjer og obligasjoner til -0,25 og for obligasjoner og råvarer til -0,20. Vi innfører i likhet med det univariate scenariotet et sjokk i aksjemarkedet, men denne gangen et mer alvorlig fall på 20 %. Dette tilsvarer en 50-100 års ekstremhendelse i finansmarkedet som kan være relevant i en worst case-vurdering (IAA 2013). Historisk sett var det største daglige fallet til SP500 på nesten 20 % den 19. oktober 1987 (Wikipedia 2016).

Resultater multivariat-scenario										
Andel SP500	95 % VaR		95 % CVaR		DD		UPR		Omega	
Portefølje	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
0 %	-0,0686	-0,0765	-0,0879	-0,1053	0,0293	0,0337	0,5779	0,5404	1,0490	1,0160
10 %	-0,0890	-0,0675	-0,1251	-0,0955	0,0384	0,0293	0,7006	0,7811	1,4426	1,6117
20 %	-0,1265	-0,0945	-0,1885	-0,1461	0,0559	0,0426	0,7121	0,8043	1,5794	1,8508
30 %	-0,1717	-0,1411	-0,2607	-0,2178	0,0765	0,0633	0,6975	0,7613	1,5898	1,8068
40 %	-0,2200	-0,1896	-0,3368	-0,2978	0,0983	0,0865	0,6796	0,7212	1,5568	1,7105
50 %	-0,2683	-0,2430	-0,4129	-0,3798	0,1198	0,1097	0,6669	0,6963	1,5118	1,6191
60 %	-0,3223	-0,2978	-0,4908	-0,4642	0,1420	0,1338	0,6518	0,6718	1,4600	1,5329
70 %	-0,3728	-0,3571	-0,5694	-0,5493	0,1648	0,1584	0,6363	0,6494	1,4064	1,4538
80 %	-0,4302	-0,4160	-0,6454	-0,6332	0,1873	0,1832	0,6228	0,6299	1,3551	1,3822
90 %	-0,4882	-0,4804	-0,7187	-0,7128	0,2095	0,2075	0,6106	0,6139	1,3064	1,3184
100 %	-0,5480	-0,5480	-0,7852	-0,7852	0,2310	0,2310	0,6009	0,6009	1,2620	1,2620

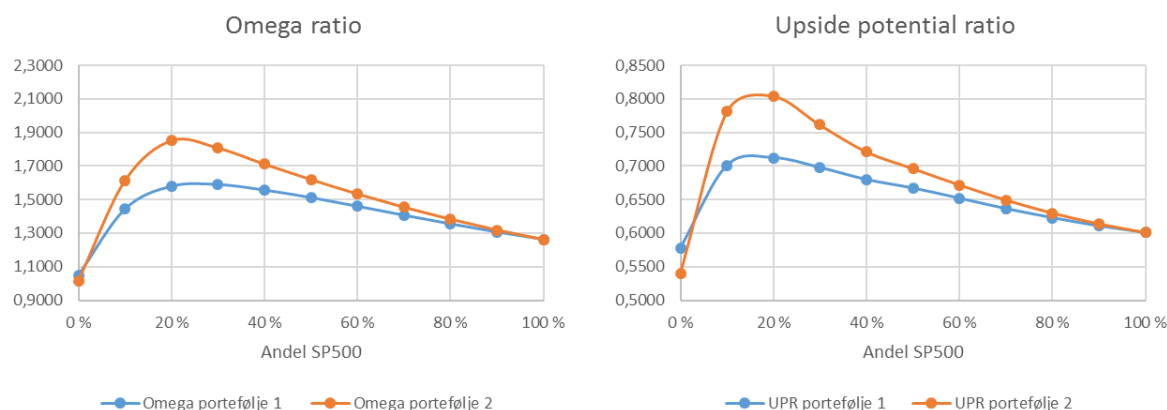
Tabell 5: Porteføljenes nedsiderisiko og mål på risikojustert avkastning for ulike andeler i SP500 og resterende vekt i andre aktiva, henholdsvis BCOM for portefølje 1 og BMUS10Y for portefølje 2.

Simulerte avkastningsserier gir tyngre haler og økning i nedsiderisiko for alle indeksene i forhold til de øvrige scenarioene, og vi ser samme rangering som tidligere. Individuelt fremstår BCOM som ett tryggere alternativ enn BMUS10Y fordi nedsiderisikoen til råvareindeksen er 2,93 % mens den er 3,37 % for obligasjonsindeksen. Vi ser av figur 9 at DD for portefølje 2 ligger under portefølje 1 helt til andelen i aksjer er under 5 %. Dette tyder på at BMUS10Y er et bedre sikringsinstrument i en periode med et betydelig fall i aksjemarkedet og strukturelle endringer mellom risikofaktorene. Portefølje 1 har minimum nedsiderisiko for 100 % i råvareindeksen, mens portefølje 2 har tilnærmet lik nedside med 10 % i aksjer og 90 % i obligasjonsindeksen. VaR og CVaR i tabell 5 viser tilsvarende utvikling for endringer i porteføljevektene.



Figur 9: Simulert Downside deviation (DD) for multivariat-scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Omega ratio har flyttet seg mot mindre andeler i aksjeindeksen i forhold til baseline- og det univariate scenarioet. Portefølje 1 og 2 oppnår høyest Omega med aksjeandeler på henholdsvis 20 og 30 %. I en avveining mellom nedsiderisiko og potensiell oppside vil porteføljer som inneholder råvarer eller obligasjoner i tillegg til aksjer prestere bedre enn indeksene hver for seg. Fra figur 10 ser vi at råvareindeksen ligger høyere enn obligasjonsindeksen, men at kurvene krysser slik at Omega og UPR ligger høyere for portefølje 2 for aksjeandeler over ca. 5 %. UPR topper seg med en andel på ca. 20 % i aksjer for begge porteføljene.



Figur 10: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio for multivariat-scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

De store forskjellene i forhold til tidligere scenarioer skyldes at sjokket i aksjeindeksen er dobbelt så stort og avhengighetsstrukturene er direkte manipulert gjennom volatilitetssjokket og copulafunksjonen. Avstanden mellom råvarer og obligasjoner blir spesielt tydeligere i forhold til det univariate scenarioet. Det multivariate scenarioet viser at en diversifiseringsstrategi som inkluderer obligasjoner fremfor råvarer gir bedre resultater under omgivelser med en betydelig kollaps i aksjemarkedet og forsterkede samvariasjoner.

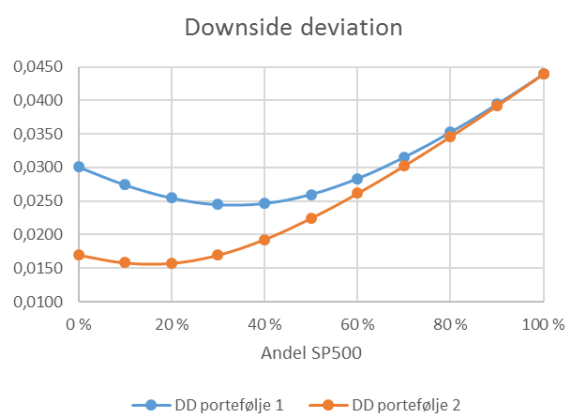
5.4 Hybrid-scenario

I det hybride scenarioet kalibrerer vi nye modellparametre fra en historisk periode med betydelig finansiell uro. Modellen tar sikte på å fange opp og simulere dynamikken i avkastningsseriene for tidsrommet 2007 til 2011 som vist i tabell 2 og figur 3. Startverdier for avkastninger og varians er lik de fra baseline-scenarioet.

Resultater hybrid-scenario										
Andel SP500	95 % VaR		95 % CVaR		DD		UPR		Omega	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
0 %	-0,0695	-0,0399	-0,0920	-0,0582	0,0301	0,0170	0,6632	0,8928	1,2558	1,9885
10 %	-0,0643	-0,0373	-0,0846	-0,0544	0,0274	0,0158	0,6688	0,8907	1,2767	2,0020
20 %	-0,0598	-0,0364	-0,0797	-0,0544	0,0255	0,0158	0,6659	0,8540	1,2916	1,9400
30 %	-0,0564	-0,0395	-0,0782	-0,0583	0,0245	0,0170	0,6505	0,7852	1,2948	1,8052
40 %	-0,0563	-0,0437	-0,0806	-0,0662	0,0246	0,0193	0,6217	0,7066	1,2813	1,6403
50 %	-0,0588	-0,0492	-0,0867	-0,0772	0,0260	0,0224	0,5856	0,6366	1,2504	1,4833
60 %	-0,0625	-0,0573	-0,0957	-0,0901	0,0284	0,0261	0,5494	0,5808	1,2076	1,3506
70 %	-0,0683	-0,0655	-0,1072	-0,1040	0,0315	0,0302	0,5192	0,5391	1,1595	1,2426
80 %	-0,0756	-0,0743	-0,1205	-0,1186	0,0353	0,0346	0,4957	0,5078	1,1125	1,1565
90 %	-0,0852	-0,0845	-0,1346	-0,1339	0,0394	0,0392	0,4776	0,4830	1,0698	1,0878
100 %	-0,0941	-0,0941	-0,1495	-0,1495	0,0439	0,0439	0,4633	0,4633	1,0321	1,0321

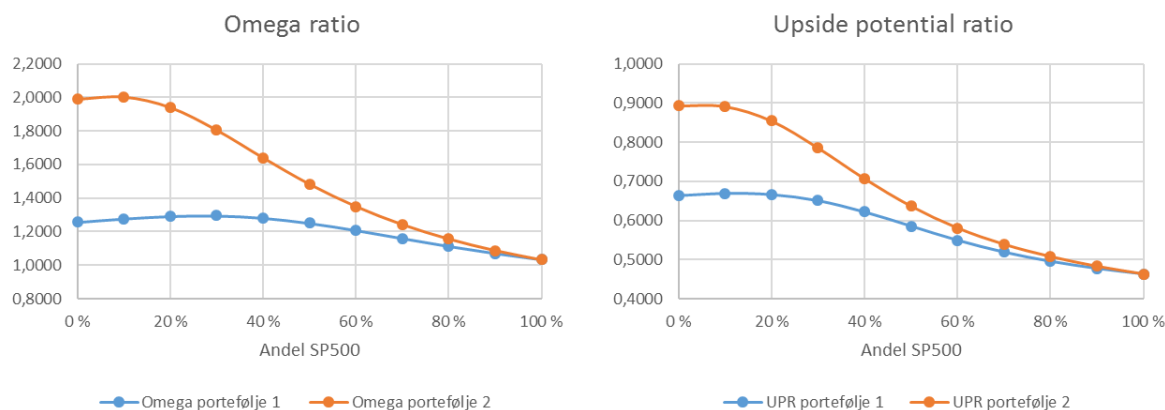
Tabell 6: Porteføljenes nedsiderisiko og mål på risikjustert avkastning for ulike andeler i SP500 og resterende vekt i andre aktiva, henholdsvis BCOM for portefølje 1 og BMUS10Y for portefølje 2.

Aksjeindeksen har fortsatt den tyngste halen og med unntak av obligasjoner har alle indeksene tyngre haler enn under baseline-scenariot. Ulikt tidligere scenarier har råvareindeksen fått tyngre haler enn obligasjonsindeksen, men dette er som forventet og i tråd med den historiske utviklingen. En sammenligning av tabell 3 og 6 viser at DD for BMUS10Y er betydelig redusert, samtidig øker den for SP500 og BCOM. Forventede haletap og nedsiderisiko vil reduseres med å inkludere råvarer eller obligasjoner i investeringsporteføljen. Portefølje 1 oppnår lavest nedsiderisiko med en andel i aksjer på 30 %, mens for portefølje 2 er andelen 20 %. Figur 11 viser at portefølje 2 har mindre nedsiderisiko enn portefølje 1 for alle porteføljevæktet.



Figur 11: Simulert Downside deviation (DD) for hybrid scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Råvare- og obligasjonsindeksen har begge høyere Omega enn SP500, men fra figur 12 ser vi at porteføljer med flere aktivaklasser rangeres fremdeles høyere enn indeksene. Portefølje 1 har høyest verdi på 1,2948 for en aksjeandel på 30 %, mens toppen for portefølje 2 er 2,0020 med en andel i aksjeindeksen på 10 %. Som vist i figur 12 er UPR lavere for SP500 enn BCOM og BMUS10Y, dvs. at allokering av kapital i aksjemarkedet beskytter oppsiden dårligere mot nedsiderisiko enn de andre indeksene. Dette understreker hvor urolig aksjemarkedet var i perioden 2007 til 2012. Portefølje 1 presterer best med 90 % i råvarer og 10 % i aksjer, mens portefølje 2 foretrekker alt i obligasjoner. Dette tyder på at BMUS10Y egner seg best som en individuell investering i krisetider.



Figur 12: Simulert Omega ratio og Upside potential ratio for hybrid scenario. Portefølje 1 SP500 og BCOM (blå) og portefølje 2 SP500 og BMUS10Y (oransje).

Det hybride scenarioet viser klart forskjellige egenskaper for de to alternative aktivklassene. Resultatene er fra en periode med korrelasjoner som er sterkt positive mellom SP500 og BCOM og moderat svake mellom SP500 og BMUS10Y som vist i figur 4. BCOM får en nedside som ligger tett opptil det multivariate scenarioet, mens BMUS10Y får en nedside som legger seg godt under baseline. Forskjellene mellom råvarer og obligasjoner er enda større for dette scenarioet enn det multivariate. Dette understreker at obligasjoner gir bedre diversifisering enn råvarer under perioder med høy volatilitet i aksjemarkedet, og er i tråd med Daskalaki og Skiadopoulos (2011) som peker på at råvarenes høye korrelasjon med aksjer i krisetider gir dårlige diversifiseringsegenskaper.

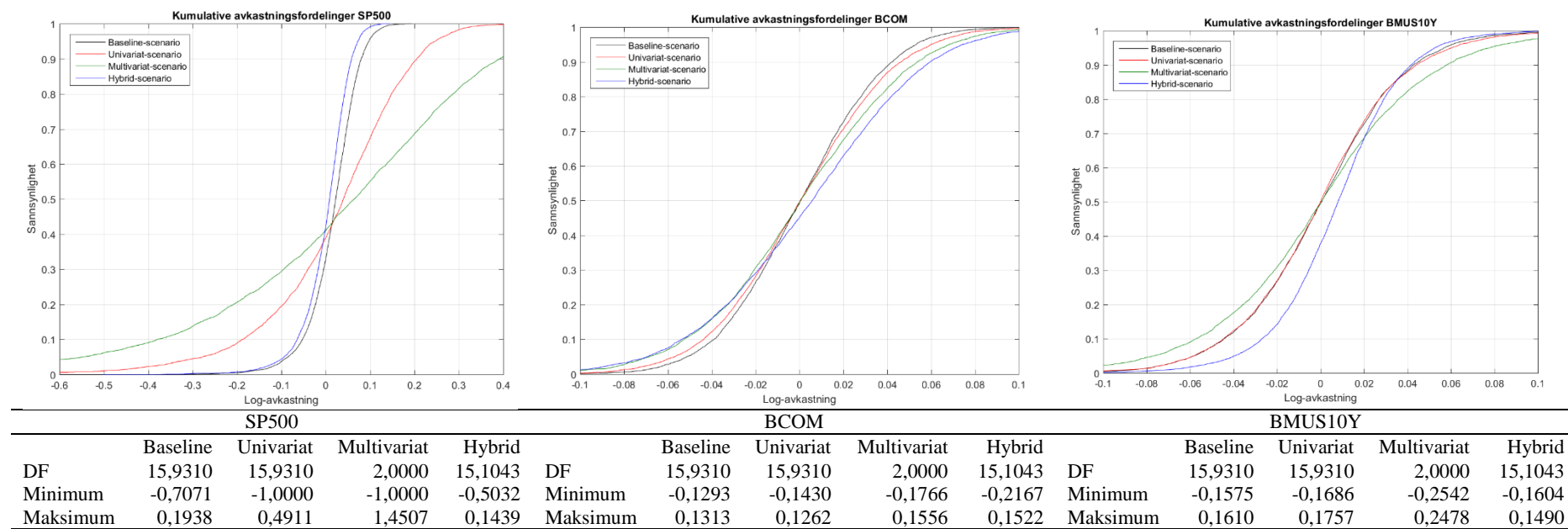
5.5 Fleksibilitet ved stresstesting

De ulike scenarioene demonstrerer verdien av fleksibiliteten stresstesting har som risikostyringsverktøy. Neste finanskriser vil sannsynligvis bestå av andre scenarioer enn de vi har sett på til nå, og med bruk av enda flere hypotetiske og hybride scenarioer vil man kunne få et mer helhetlig bilde av risikoprofilen til investeringsporteføljene. I figur 13 har vi illustrert effekten scenarioene har på den kumulative avkastningsfordelingen til SP500. Både det univariate- og multivariate scenarioet får en forlengelse av opp- og nedside i forhold til baseline-scenarioet. Det hybride scenarioet med stressede parametere ligger nærmere utgangspunktet, men med en mindre oppside og større nedside. De største endringene ser vi i fordelingene til det univariate og multivariate scenarioet, og årsaken til dette er de initielle sjokkene i aksjeindeksen som nevnt i 5.2 og 5.3.

Figur 13 viser hvordan scenarioene påvirker råvare- og obligasjonsindeksen gjennom avhengighetsstrukturen. Vi ser hvordan det univariate sjokket fører til større minimums- og

maksimumsverdier for begge indeksene, men at de kumulative fordelingene ligger nærmere baseline-scenariot. Sjøkkene vi innfører i det multivariate scenariot gir tydelig forlengede haler for både BCOM og BMUS10Y og klart høyere ekstremverdier. For det hybride scenariot får vi markant forskjellige reaksjoner hos indeksene. Den kumulative avkastningsfordelingen til råvareindeksen legger seg tett inntil fordelingen for det multivariate scenariot, noe som betyr økt risiko sammenlignet med baseline-scenariot. Obligasjonsindeksen har motsatt reaksjon og legger seg godt under den kumulative fordelingen for baseline.

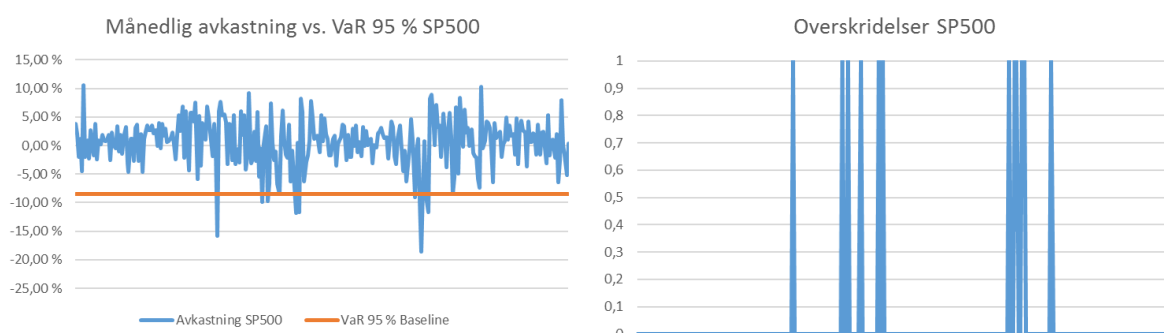
Frihetsgradene i copulafunksjonen er like for baseline- og det univariate scenariot, fordi de har samme underliggende avhengighetsstruktur. Det hybride scenariot er basert på nye modellparametere og standardiserte residualer fra en mer urolig periode og har derfor lavere frihetsgrader, men forskjellen er ikke stor. Lavere frihetsgrad indikerer større sannsynlighet for felles ekstremutfall og er i det multivariate scenariot satt til 2, se 5.3.



Figur 13: Kumulative avkastningsfordelinger for SP500, BCOM og BMUS10Y for baseline- (svart), univariat- (rød), multivariat- (grønn) og hybrid-scenario (blå).

5.6 Validering av modell

Vi baktester modellen in-sample ved å gjennomføre en betinget dekningsstest (Christoffersen 1998) på simulerte verdier for 95 % månedlig VaR fra baseline-scenariet. Daglige logaritmiske avkastninger fra datasettet beskrevet i del 3 summeres til månedlige avkastninger og inngår som observasjoner. Testen undersøker om antall observasjoner som overskrider VaR-verdien er konsistent med konfidensnivået som er valgt og om de er tilfeldig fordelt (Alexander 2008c).



Figur 14: Resultater baktesting av VaR 95 % for SP500 i baseline-scenario og antall overskridelser.

Med 5 % konfidensnivå og antall observasjoner lik 296 kan vi forvente å finne ca. 15 månedlige avkastninger mer negative enn VaR-estimatet. I tabell 7 ser vi at SP500 er innenfor med bare 12 overskridelser, mens BCOM ligger over tillatt antall. BMUS10Y har bare én overskridelse og dermed ingen gyldig verdi for testobservatoren. Få overskridelser er i utgangspunktet bra, men kan også indikere at avkastningsprosessen generer for tunge haler og at risikoestimatene derfor er overdrevne. Figur 14 viser overskridelsene i forhold til estimert VaR for SP500 og at disse ikke er tilfeldig fordelt, men til tross for dette sier dekningsstesten at modellen er akseptabel. Lignende figurer for BCOM og BMUS10Y finnes i appendiks E.

Betinget dekningsstest baseline-scenario			
	SP500	BMUS10Y	BCOM
Antall observasjoner	296	296	296
Antall overskridelser	12	1	29
Testobservator	3,6472 (0,1614)	-	14,8338 (0,0006)

Tabell 7: Betinget dekningsstest for simulert én måneds VaR. P-verdi i parentes.

Testresultatene i tabell 7 sår tvil om gyldigheten til vår modell da det kun er aksjeindeksen som består den betingede dekningsstesten for baseline-scenariet. Årsaker til dette er blant annet begrensninger i tilgjengelig programvare. Som nevnt i del 4.3 har vi ikke

kunnet tatt ordentlig hensyn til skjevheten i data, samtidig hadde det vært ønskelig å kunne definere egne ARMA(p,q)-prosesser for hver indeks, fremfor å underlegge betingede gjennomsnitt samme dynamikk gjennom ARMA(1,1).

6. Konklusjon

I denne artikkelen har vi studert diversifisering av risiko i en aksjeportefølje ved bruk av obligasjoner og råvarer. Vi anvender en DCC-modell for utvikling av betingede varianser og korrelasjoner. Semi-parametriske fordelinger er konstruert for å beskrive ekstreme haler, og avhengighetsstrukturen er modellert med en Student t-copula. Ved å se på hybride og hypotetiske scenarioer unngår vi feilen med overdreven tillit til historiske data som grunnlag for prediksjon.

Det har vært en rekke studier de siste årene som beskriver avhengighetsforholdet mellom aksjer, obligasjoner og råvarer. De fleste beskriver historisk utvikling før, under og/eller etter finanskriser. Denne studien bidrar til litteraturen ved å studere diversifiseringsegenskaper til råvarer og obligasjoner gjennom simulerte avkastningsserier, fremfor å kun basere seg på historisk utvikling. I tillegg introduserer vi MGARCH i et stresstestingsrammeverk der det tidligere bare er benyttet univariate prosesser. På den måten får vi inkludert at volatilitet på tvers av markeder beveger seg sammen over tid.

Våre empiriske resultater er i tråd med moderne porteføljeteori om at investor kan diversifisere risiko og forbedre risikojustert avkastning ved å investere i flere aktivaklasser. Vi finner at både råvare- og obligasjonsindeksen vil kunne redusere nedsiden og nedsiderisikoen til en aksjeportefølje. Dette gjelder også under urolige markedsforhold, men det er ikke veldig overraskende da urolighetene vi har beskrevet i det univariate- og multivariate scenarioet i hovedsak gjelder solide fall i aksjemarkedet. Med unntak av BMUS10Y i det hybride scenarioet egner begge aktivaklassene seg best som en del av en portefølje fremfor individuelle investeringer. Forventinger om stabile markedsforhold taler for at investorer bør inkludere råvarer i porteføljen fremfor obligasjoner, men under forventinger om mer negative markedsforhold på kort sikt bør investor motiveres til å allokere større deler av porteføljen i rentepapirer. Med andre ord, når investor virkelig har behov for solid diversifisering av risiko i aksjemarkedet tyder våre simuleringer på at råvarer ikke fungerer like godt som obligasjoner. I tråd med andre studier, som Paraschiv (2015) og Aepli (2011), viser vi at et helhetlig og fremtidsrettet stresstestingsrammeverk bidrar med stor fleksibilitet når det kommer til

vurdering av risiko. Denne studien har betydning for investorer og porteføljeforvaltere da den viser at diversifiseringsegenskapene til råvaremarkedet som helhet har en tendes til å bryte sammen under krisetider.

I følge våre resultater har obligasjonsindeksen større nedsiderisiko enn råvareindeksen for alle scenarioene, med unntak av det hybride. Dette er som nevnt motsatt av hva vi forventet og overraskende med tanke på den historiske utviklingen i indeksene. Noe av årsaken er at vi behandler aktivaklassene som homogene markeder som kan medføre en feilspesifisering av avhengighetsstrukturen mellom aksjer, råvarer og obligasjoner. Simulerte avkastningsserier er gjenstand for en betydelig modellrisiko i forhold til bruk av feilspesifiserte modeller. Per definisjon er modeller i finans og risikostyring forenklinger, og dermed imperfekte beskrivelser av den økonomiske verden og hvordan aktører tar investeringsbeslutninger. Den multivariate ARMA-DCC-prosessen for utvikling i risikofaktorer er sentral, da denne filtrerer ut autokorrelasjons- og heteroskedastisitetseffekter fra avkastningsseriene, samt volatilitets-effekter mellom dem.

En feilspesifisering av ARMA-DCC-modellen kan gi skjeve parameterestimerer og føre til en feilaktig estimering av risiko (Aepli 2014). Backtestingen viser at vår konfigurasjon av ARMA-DCC-EVT-copula ikke gir tilstrekkelig estimering av halerisikoen til BCOM, og når det gjelder BMUS10Y er den for streng. Fordelen med den anvendte metoden i denne artikkelen er at den består av moduler som kan tilpasses de forutsetninger som legges til grunn for de enkelte elementene. Et interessant alternativ vil derfor være å ta utgangspunkt i en større portefølje med flere enkeltaktiva fra de ulike klassene, hvor hvert aktiva er representert med en egen ARMA(p,q)- og univariat GARCH-prosess i DCC-modellen. En slik portefølje vil gi en mer nøyaktig modellering av dynamikken innad i hver aktivaklasse og på tvers av markedene. DCC-modellen blir større, men vil samtidig åpne for mer detaljerte scenarioer i stresstestingsrammeverket.

Referanser

Aeppli, Matthias Daniel. 2011. *On the Design of Stress Tests*. Masteroppgave i bank og finans, Universitetet i St. Gallen.

Aeppli, Matthias Daniel. 2014. *Portfolio Risk Forecasting – On the Predictive Power of Multivariate Dynamic Copula Models*. Doktoravhandling, Universitetet i St. Gallen.

Alexander, Carol. 2008a. *Market Risk Analysis: Vol. I: Quantitative Methods in Finance*. Chichester: Wiley.

Alexander, Carol. 2008b. *Market Risk Analysis: Vol. II: Practical Financial Econometrics*. Chichester: Wiley.

Alexander, Carol. 2008c. *Market Risk Analysis: Vol IV: Value-at-Risk models*. Chichester: Wiley.

Alexander, C., og E. Sheedy. 2008. Developing a stress testing framework based on market risk models. *Journal of Banking and Finance* 32: 2220-2236.

Bauwens, L., S. Laurent, og J. V. K. Rombouts. 2006. Multivariate GARCH Models: A Survey. *Journal of Applied Econometrics* 21: 79-109.

Bauwens, L., og S. Laurent. 2005. A New Class of Multivariate Skew Densities, With Application to Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Models. *Journal of Business and Economic Statistics* 23 (3): 346-354.

Bawa, V.S., og E. B. Lindenberg. 1977. Capital market equilibrium in mean-lower partial moment framework. *Journal of Financial Economics* 5 (2): 189-200.

BIS. 2009. Principles for sound stress testing practices and supervision. Bank for International Settlements / Basel Committee on Banking Supervision.

Bloomberg. 2016. "The Bloomberg Commodity Index Family Methodology". Hentet: 5. mars 2016. http://www.bloombergindeces.com/content/uploads/sites/2/2015/12/BCOM-Methodology-January-2016_FINAL.pdf.

Bob, Ngoga Kirabo. 2013. *Value at Risk Estimation. A GARCH-EVT-Copula Approach*. Masteroppgave i matematisk statistikk, Universitetet i Stockholm.

Brooks, Chris. 2014. *Introductory Econometrics for Finance*. 3. utg. Cambridge: Cambridge University Press.

Büyüksahin, B., M. S. Haigh, og M. A. Robe. 2008. Commodities and Equities: A "Market of One"? Hentet 10. april 2016. <http://ssrn.com/abstract=1069862>.

Büyüksahin, B., M. S. Haigh, og M. A. Robe. 2010. Commodities and Equities: Ever A "Market of One"? *Journal of Alternative Investments* 12 (3): 76-95.

Chen, L., S. He, og S. Zhang. 2011. When all risk-adjusted performance measures are the same: in praise of the Sharpe ratio. *Quantitative Finance* 11 (10): 1439-1447.

Chiang, C. T., og J. Li. 2009. The Dynamic Correlation Between Stock and Bond Returns: Evidence from the U.S. Market. Hentet 5. mai 2016. <http://ssrn.com/abstract=1362225>.

Christoffersen, P. F. 1998. Evaluating Interval Forecasts. *International Economic Review* 39 (4): 841-862.

Daskalaki, C. og G. Skiadopoulos. 2011. Should investors include commodities in their portfolios after all? New evidence. *Journal of Banking and Finance* 35: 2606-2626.

Ekström, Mathias. 2015. «Adferdsøkonomi». Hentet 20.04.2016. <https://snl.no/adferds%C3%B8konomi>.

Embrechts P., C. Klüppelberg, og T. Mikosch. 2011. *Modeling Extremal Events: For Insurance and Finance*. 4 utg. Berlin: Springer.

Engle, R. 2002. Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models. *Journal of Business and Economic Statistics* 20 (3): 339-350.

Ghorbel, A. og A. Trabelsi. 2014. Energy portfolio risk management using time-varying extreme value copula methods. *Economic Modelling* 38: 470-485.

Glosten, L. R., R. Jagannathan, og D. E. Runkle. 1993. On the Relation between Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance* 48 (5): 1779-1801.

Gorton, G., og Rouwenhorst, G. 2006. Facts and Fantasies about Commodity Futures, *Financial Analyst Journal* 62 (2): 47-68.

Graham, M., J. Kiviaho, og J. Nikkinen. 2013. Short-term and long-term dependencies of the S&P 500 index and commodity prices. *Quantitative Finance* 13 (4): 583-592.

IAA. 2013. Stress Testing and Scenario Analysis. International Actuarial Association.

Jensen, G. R., Johnson, R. R., og J. M. Mercer. 2002. Tactical Asset Allocation and Commodity Futures. *Journal of Portfolio Management* 28 (4): 100-111.

Keating C., og W. F. Shadwick. 2002. A Universal Performance Measure. Hentet 17. april 2016. http://www.isda.org/c_and_a/pdf/GammaPub.pdf.

Li, Yin. 2012. *GARCH-Copula Approach to Estimation of Value at Risk for Portfolios*. Masteroppgave Masteroppgave i matematisk statistikk, Universitetet i Lund.

Li, X.M., Zhang, B., og Z. Du. 2011. Correlation in Commodity Futures and Equity Markets Around the World: Long-Run Trend and Short-Run Fluctuation. Hentet 08. april 2016. <http://ssrn.com/abstract=2011178>.

Lombardi, M., og F. Ravazzolo. 2013. On the Correlation Between Commodity and Equity Returns: Implications for Portfolio Allocation. BIS Working Papers 420. Monetary and

Economic Department of Bank for International Settlements. Hentet 26. januar 2016. <http://www.bis.org/publ/work420.pdf>.

Lopez, Jose A. 2005. Stress tests: Useful Complements to Financial Risk Models. *FRBSF Economic Letter* 2005-14.

Marimoutou, V., B. Raggad, og Abdelwahed Trabelsi. 2009. Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to oil market. *Energy Economics* 31: 519-530.

McNeil, A. J. og R. Frey. 2000. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance* 7: 271-300.

McNeil, J. A., R. Frey, og P. Embrechts. 2005. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton: Princeton University Press.

Nyström, K., og J. Skoglund. 2002. A Framework for Scenariobased Risk Management. Hentet 20. januar 2016. <http://www.gloria-mundi.com/UploadFile/2010-2/knjs.pdf>.

Paraschiv, F., P.-A. Mudry, og A. M. Andries. 2015. Stress-testing for portfolios of commodity futures. *Economic Modelling* 50: 9-18.

Plantinga, A., R. van der Meer, og F. Sortino. 2001. The impact of downside risk on risk-adjusted performance of mutual funds in the Euronext markets. Hentet 19. april 2016. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=277352

Silvennoinen, A., and Thorp, S. 2013. Financialization, Crisis and Commodity Correlation Dynamics. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 24: 42–65.

S&P Dow Jones Indices. 2016a. «S&P U.S. Indices Methodology», Hentet: 6. mars 2016. <http://us.spindices.com/indices/equity/sp-500>.

Stoll, H. R., og R. E. Whaley. 2010. Commodity Index Investing and Commodity Futures Prices. *Journal of Applied Finance* (Formerly Financial Practice and Education) 20 (1): 07-46.

Studenmund, A. H. 2014. *Using Econometrics: A Practical Guide*. 6. utg. Harlow: Pearson Education.

Tang, K., and Xiong, W. 2012. Index Investment and Financialization of Commodities. *Financial Analyst Journal* 68 (6): 54-74.

Wikipedia. 2016. "List of largest daily changes in the S&P 500 Index". Hentet 12. mars 2016. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_daily_changes_in_the_S%26P_500_Index

Appendiks

A. ARCH-LM test, ADF-test og Jarque-Bera test

Engles LM-ARCH test:

$$y_t = \phi_0 + e_t, \quad e_t \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i}^2$$

Testligning for ARCH(q):

$$\hat{e}_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \hat{e}_{t-i}^2 + v_t$$

H0: $\alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0 \Rightarrow h_t = \alpha_0$. Teststatistikk: $R^2(T - q) \sim \chi^2(q)$

Augmented Dickey Fuller test:

Testligning med 2 lags, konstantledd og uten trend:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^2 \lambda_i \Delta y_{t-i} + e_t$$

H0: $\psi = 0$, avkastningsseriene er I(1), ikke stasjonær.

H1: $\psi \neq 0$, avkastningsseriene er I(0), stasjonære.

Jarque-Bera test:

$$JB = \frac{T}{6} \left(\text{Skjevhet}^2 + \frac{\text{Kurtose}^2}{4} \right) \sim \chi^2(2)$$

H0: Normalfordelt avkastningsserie.

H1: Ikke-normalfordelt avkastningsserie.

Forkaster H0 dersom JB er større en kritisk verdi som er 5,99 med signifikansnivå $\alpha = 5\%$.

B. Engles (2002) to-steps estimering av DCC med Student t-fordeling

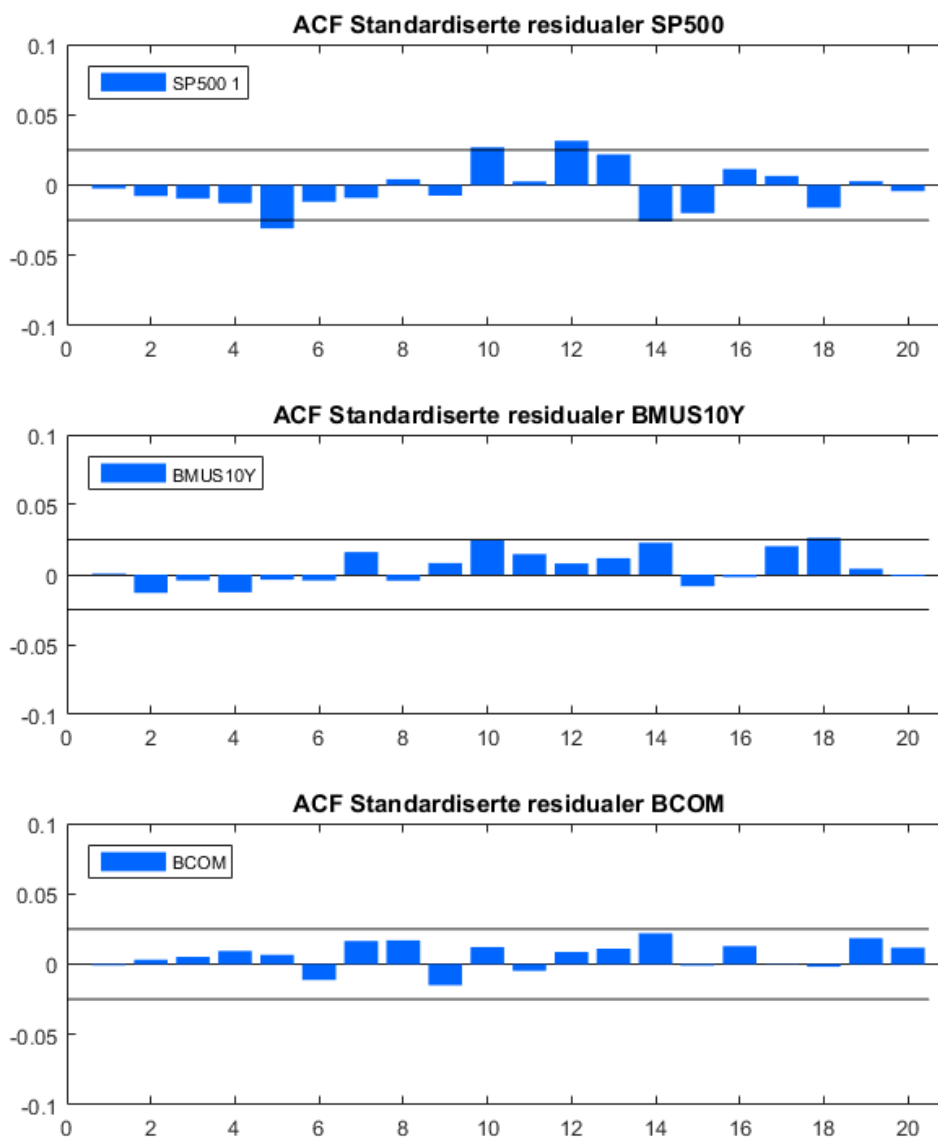
Steg 1:

$$QL1_T(\theta_1^*) = \sum_{i=1}^N \left[T \ln \left[((v-2)\pi)^{-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^{-1} \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right) \right] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln(h_{iit}^2) + (v+1) \ln\left(1 + \frac{z_t^2}{v-2}\right) \right) \right]$$

Steg 2:

$$QL2_T(\theta_2^* | \theta_1^*) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\ln|R_t| + u_t' R_t^{-1} u_t)$$

C. ACF for standardiserte residualer



Figur 15: Korrelogram for standardiserte residualer til SP500, BMUS10Y og BCOM fra tilpasning av DCC-modellen.

D. Estimerte parametere

ARMA-DCC-koeffisienter:

ARMA-DCC-koeffisienter for hele utvalget, jul. 1991 til feb. 2016.			
	SP500	BMUS10Y	BCOM
μ	0,000233 ** (2,297)	0,000119 ** (2,192)	0,000102 (1,081)
ϕ	0,712755 *** (11,29)	-0,379826 ** (-1,982)	-0,776442 *** (-4,415)
θ	-0,726814 *** (-11,32)	0,417669 ** (2,205)	0,781166 *** (4,509)
ω_0	0,0000015506 *** (4,188)	0,000000194097 *** (3,137)	0,000000198612 ** (2,256)
ω_1	-0,006703 (-0,9773)	0,050505 *** (7,030)	0,035352 *** (5,079)
ω_2	0,919159 *** (69,40)	0,949179 *** (126,6)	0,961471 *** (153,3)
λ	0,142186 *** (6,202)	-0,015776 * (-1,801)	0,003126 (0,4681)
α	0,019222 *** (7,841)	-	-
β	0,978732 *** (323,0)	-	-

Tabell 8: Estimerte parameterverdier for betinget variansprosesser. ***signifikant på 1% nivå, **signifikant på 5% nivå, *signifikant på 10% nivå.

ARMA-DCC-koeffisienter for underperioden, jan. 2007 til des. 2011.			
	SP500	BMUS10Y	BCOM
μ	0,000112 (0,3865)	0,000202 (1,535)	0,000201 (0,5971)
ϕ	0,166468 (0,6122)	0,508701 *** (3,212)	0,462857 *** (4,780)
θ	-0,258829 (-0,9628)	-0,553125 *** (-3,556)	-0,462012 *** (-6,095)
ω_0	0,0000029475 *** (2,897)	0,000000359035 (1,503)	0,0000025990 (1,447)
ω_1	-0,022910 (-1,566)	0,081224 *** (3,484)	0,019251 (1,413)
ω_2	0,915079 *** (37,96)	0,922482 *** (45,10)	0,942228 *** (37,12)
λ	0,175390 *** (4,771)	-0,021354 (-0,9015)	0,043637 (1,439)
α	0,026133 *** (4,239)	-	-
β	0,959360 *** (87,11)	-	-

Tabell 9: Estimerte parameterverdier for betinget variansprosesser. ***signifikant på 1% nivå, **signifikant på 5% nivå, *signifikant på 10% nivå.

Generalized Pareto Distribution-koeffisienter:

GPD-koeffisienter for hele utvalget, jul. 1991 til feb. 2016.				
	Nedre hale		Øvre hale	
	ξ	β	ξ	β
SP500	0,031017	0,645914	-0,159036	0,532420
BMUS10Y	0,008444	0,614627	0,020182	0,516135
BCOM	0,054268	0,540752	0,009987	0,500236

Tabell 10: Generalized Pareto Distribution-koeffisienter for underperioden, jan. 2007 til des. 2011.

GPD-koeffisienter for underperioden, jan. 2007 til des. 2011.				
	Nedre hale		Øvre hale	
	ξ	β	ξ	β
SP500	-0,145257	0,785976	-0,187060	0,562151
BMUS10Y	-0,013492	0,585134	0,129787	0,431586
BCOM	-0,021207	0,673196	-0,078138	0,527041

Tabell 11: Generalized Pareto Distribution-koeffisienter for underperioden, jan. 2007 til des. 2011.

Startverdier:

Startverdier: avkastning og standardiserte residualer			
	SP500	BMUS10Y	BCOM
Baseline- og hybrid-scenario			
Avkastninger	-0.001871915412947	-0.006155541357533	-0.003728418568678
Standardiserte residualer	-0.248313189019714	-1.675793865895670	-0.420702106255455
Univariat-scenario			
Avkastninger	-0.1	-0.006155541357533	-0.003728418568678
Standardiserte residualer	-9.118976859736268	-1.675793865895670	-0.420702106255455
Multivariat-scenario			
Avkastninger	-0.2	-0.006155541357533	-0.003728418568678
Standardiserte residualer	-18.222054354535450	-1.675793865895670	-0.420702106255455

Tabell 12: Startverdier for avkastning og standardiserte residualer i simuleringprosesser.

Startverdier: betingede kovarianser ($\times 10^{-3}$)			
	SP500	BMUS10Y	BCOM
SP500	0.120676726297768040*	-0.016852287911489846*	0.048105969049271105*
BMUS10Y	-	0.018995816859636509*	-0.012923587163350826*
BCOM	-	-	0.116654181994895630*

Tabell 13: Startverdier for betingede varianser i simuleringprosesser.

E. Betinget dekningstest BMUS10Y og BCOM

Christoffersen betinget dekningstest:

$$LR_{cc} = -2 \ln \left(\frac{\pi_\alpha^{n_1} (1 - \pi_\alpha)^{n_0}}{\pi_0^{n_{01}} (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{11}^{n_{11}} (1 - \pi_{11})^{n_{10}}} \right) \sim \chi^2(2)$$

H0: $\frac{n_1}{n} \leq \alpha$ og n_1 tilfeldig fordelt

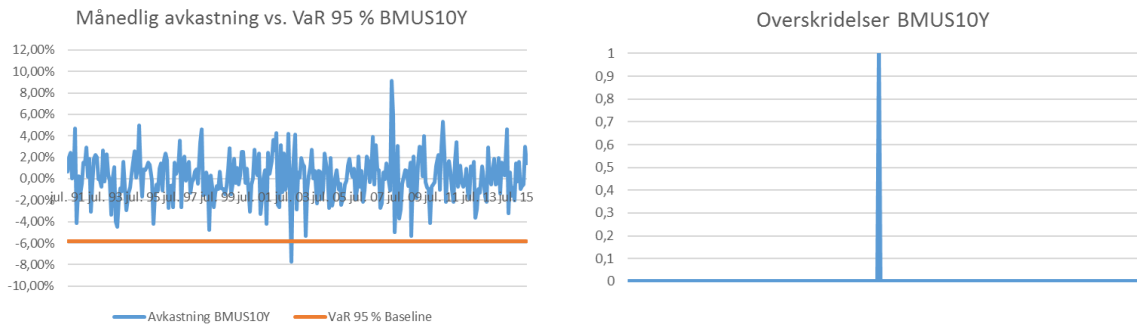
Forkaster H0 dersom LR_{cc} er større en kritisk verdi som er 5,99 med signifikansnivå $\alpha = 5\%$.

Hvor π_α er forventet andel overskridelser for konfidensnivået α . n_1 er antallet overskridelser og $n_0 = n - n_1$ hvor n er antall observasjoner i utvalget for testen. n_{00}, n_{01}, n_{10} og n_{11} er definer av indikatorfunksjonen I , se tabellen nedenfor.

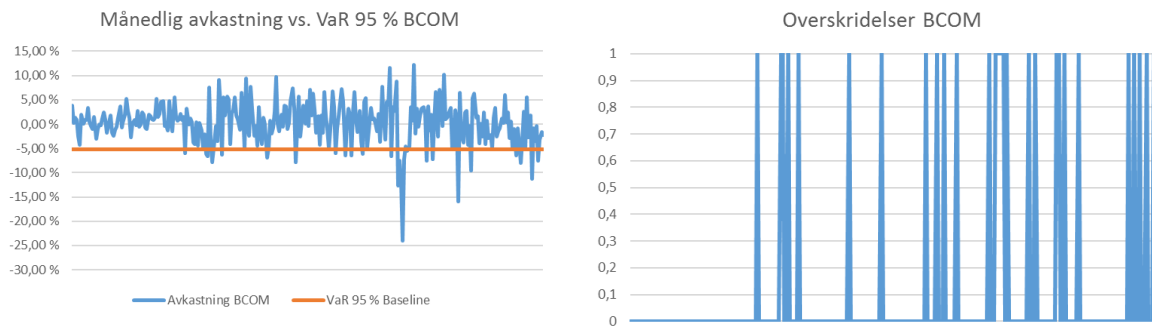
$$\pi_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \quad \pi_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$$

	$I_{t-1} = \mathbf{0}$	$I_{t-1} = \mathbf{1}$	
$I_t = \mathbf{0}$	n_{00}	n_{01}	$n_{00} + n_{01}$
$I_t = \mathbf{1}$	n_{10}	n_{11}	$n_{10} + n_{11}$
	$n_0 = n_{00} + n_{01}$	$n_1 = n_{10} + n_{11}$	N

Resultater BMUS10Y og BCOM:



Figur 16: Resultater backtesting av VaR 95 % for BMUS10Y i baseline-scenario og antall overskridelser.



Figur 17: Resultater backtesting av VaR 95 % for BCOM i baseline-scenario og antall overskridelser.

F. Syntax MATLAB

Kode: figurer

```

%% Figur: Relativ utvikling i priser
filename = 'relativeprice_2.xlsx';
data1 = xlsread(filename);
datesExcel = data1(:,1);
series = {'SP500' 'BMUS10Y' 'BCOM'};
prices = [data1(:,2) data1(:,3) data1(:,4)]; % Prisserier

% Dato for prisserier, konverterer fra excel-koding.
dates1 = datetime(datesExcel, 'ConvertFrom', 'Excel');

figure('position', [1 1 500 450]);
set(gcf, 'Color', 'w');
plot(dates1, prices)
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel(' ')
ylim([0 600])
title ('Relativ utvikling i priser')
legend(series, 'Location', 'NorthWest')

%% Figur: Avkastningsserier
filename = 'returnseries.xlsx';
data2 = xlsread(filename);
datesExcel = data2(:,1);
returns = [data2(:,2) data2(:,3) data2(:,4)]; % Logaritmisk avkastning

% Dato for log-avkastning
dates2 = datetime(datesExcel, 'ConvertFrom', 'Excel');

figure('position', [1 1 800 750]);
set(gcf, 'Color', 'w');
subplot(3,1,1)
plot(dates2, returns(:,1))
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel('Avkastning')
ylim([-0.1, .12]);
title ('Avkastning SP500')

subplot(3,1,2)
plot(dates2, returns(:,2))
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel('Avkastning')
ylim([-0.1, .12]);
title ('Avkastning BMUS10Y')

subplot(3,1,3)
plot(dates2, returns(:,3))
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel('Avkastning')
ylim([-0.1, .12]);
title ('Avkastning BCOM')

%% Figur: Betingede korrelasjoner
filename2 = 'korrelasjoner.xlsx';
korr = xlsread(filename2); % Betingede korrelasjoner
null = zeros(6182,1); % Markør y = 0

figure('position', [1 1 800 750]);
set(gcf, 'Color', 'w');

```

```

subplot(3,1,1)
plot(dates2, korr(:,1), dates2, null)
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel('Korrelasjon')
ylim([-1, 1]);
title ('Korrelasjon SP500 og BMUS10Y')

subplot(3,1,2)
plot(dates2, korr(:,2), dates2, null)
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel('Korrelasjon')
ylim([-1, 1]);
title ('Korrelasjon SP500 og BCOM')

subplot(3,1,3)
plot(dates2, korr(:,3), dates2, null)
datetick('x')
xlabel('Dato')
ylabel('Korrelasjon')
ylim([-1, 1]);
title ('Korrelasjon BMUS10Y og BCOM')

%% Figur: PP-plot logaritmisk avkastning
r1 = returns(:,1); % Log-avkastning SP500
r2 = returns(:,2); % Log-avkastning BMUS10Y
r3 = returns(:,3); % Log-avkastning BCOM
fsize = 8; % Font-størrelse

figure('position', [1 1 350 750])
set(gcf, 'color', 'w')
subplot(3,1,1)
probplot(r1);
p = mle(r1, 'dist', 'tlo');
t = @(r1,mu,sig,df)cdf('tlocationscale',r1,mu,sig,df);
h = probplot(gca,t,p);
h.LineStyle = '-';
h.Color = 'r';
ax = gca;
ax.Box = 'on';
ax.YTickMode = 'auto';
ax.YTickLabel = {'0', '', '0.5', '', '1'};
ax.XGrid = 'on';
ax.YGrid = 'on';
xlabel('Log-avkastning')
ylabel('Sannsynlighet')
title('PP-plot SP500')
h_legend = legend('Normal', 'Log-avkastning', 't', 'Location', 'SE');
set(h_legend, 'FontSize', fsize);

subplot(3,1,2)
probplot(r2);
p = mle(r2, 'dist', 'tlo');
t = @(r2,mu,sig,df)cdf('tlocationscale',r2,mu,sig,df);
h = probplot(gca,t,p);
h.LineStyle = '-';
h.Color = 'r';
ax = gca;
ax.Box = 'on';
ax.YTickMode = 'auto';
ax.YTickLabel = {'0', '', '0.5', '', '1'};
ax.XGrid = 'on';
ax.YGrid = 'on';
xlabel('Log-avkastning')
ylabel('Sannsynlighet')
title('PP-plot BMUS10Y')
h_legend = legend('Normal', 'Log-avkastning', 't', 'Location', 'SE');

```



```

set(h_legend,'FontSize',fsize);

subplot(3,1,3)
probplot(r3);
p = mle(r3,'dist','tlo');
t = @(r3,mu,sig,df)cdf('tlocationsscale',r3,mu,sig,df);
h = probplot(gca,t,p);
h.LineStyle = '-';
h.Color = 'r';
ax = gca;
ax.Box = 'on';
ax.YTickMode = 'auto';
ax.YTickLabel = {'0',' ','0.5',' ','1'};
ax.XGrid = 'on';
ax.YGrid = 'on';
xlabel('Log-avkastning')
ylabel('Sannsynlighet')
title('PP-plot BCOM')
h_legend = legend('Normal','Log-avkastning','t','Location','SE');
set(h_legend,'FontSize',fsize);

%% ACF Standardiserte residualer
filename3 = 'trDJUBS.xlsx';
data3 = xlsread(filename3); % Dato std. residualer
zres = [data3(:,1) data3(:,2) data3(:,3)]; % Std. residualer fra OxMetrics

figure('position', [1 1 800 750])
subplot(3,1,1)
autocorr(zres(:,1))
ylim([-0.1 0.1])
title('ACF Standardiserte residualer SP500')

subplot(3,1,2)
autocorr(zres(:,2))
ylim([-0.1 0.1])
title('ACF Standardiserte residualer BMUS10Y')

subplot(3,1,3)
autocorr(zres(:,3))
ylim([-0.1 0.1])
title('ACF Standardiserte residualer BCOM')

```

Kode: Semi-parametrisk fordeling, Copula og simuleringer

```

%% EVT-COPULA
residuals = xlsread(filename3,'A3:C6183');

nIndices = size(residuals,2); % Antall indekser
nPoints = 200; % # of sampled points in each region of the CDF
tailFraction = 0.1; % Grense u for EVT
tails = cell(nIndices,1); % Array Pareto-hale objekter

for i = 1:nIndices

    tails{i} = paretotails(residuals(:,i), tailFraction, 1 - tailFraction,
'kernel');

end

%% Kalibrering av copula for semi-parametrisk fordeling med bruk av canonical ML
U = zeros(size(residuals));

for i = 1:nIndices
    U(:,i) = cdf(tails{i}, residuals(:,i)); % transform margin to uniform

```

```

end

[R, DoF] = copulafit('t', U, 'Method', 'ApproximateML'); % fit the copula

%% Simulering av standardiserte residualer med copula

s = RandStream.getGlobalStream();
reset(s)

nTrials = 5000; % Antall simuleringerforøk
horizon = 22; % Tidshorisont simuleringer

% RStress = [ 1.00, -0.25, 0.40;...
%           -0.25, 1.00, -0.20;...
%           0.40, -0.20, 1.00]; % Korrigering av korrelasjonsamtrise
%                               % copula for multivariat sceanrio
% DoFStress = 2; % Korrigering av DF for copula
%
% DoF = DoFStress;
% R = RStress;

Z = zeros(nIndices, horizon, nTrials);
S = copularnd('t', R, DoF, horizon * nTrials); % t-copula simulerte tall

%% Simulerte standardiserte residualer
for j = 1:nIndices
    Z(j, :, :) = reshape(icdf(tails{j}, S(:,j)), horizon, nTrials);
end

%% Simulerte avkastningsserier
% Parameterveerdier univariat ARMA-GJR-GARCH:
% SP500: Baseline-, Univariat- og Multivariat-scenario
const1 = 0.000233;
AR11 = 0.712755; %AR(1)
MA11 = -0.726814; %MA(1)
a01 = 0.0000015506; %CONST
a11 = -0.006703; %ARHC
b1 = 0.919159; %GARCH
g11 = 0.142186; %GJR

% BMUS10Y: Baseline-, Univariat- og Multivariat-scenario
const2 = 0.000119;
AR22 = -0.379826;
MA22 = 0.417669;
a02 = 0.000000194097; %CONST
a12 = 0.050505; %ARHC
b2 = 0.949179; %GARCH
g22 = -0.015776; %GJR

% BCOM: Baseline-, Univariat- og Multivariat-scenario
const3 = 0.000102;
AR33 = -0.776442;
MA33 = 0.781166;
a03 = 0.000000198612; %CONST
a13 = 0.035352; %ARHC
b3 = 0.961471; %GARCH
g33 = 0.003126; %GJR

% Parameterverider MGARCH-DCC
alpha = 0.019222;
beta = 0.978732;

```

```

gamma = 0;

% FORMER MATRISER
const = [const1; const2; const3];
AR    = [AR11 0 0; 0 AR22 0; 0 0 AR33];
MA    = [MA11 0 0; 0 MA22 0; 0 0 MA33];
W     = [a01; a02; a03];
A     = [a11 0 0; 0 a12 0; 0 0 a13];
B     = [b1 0 0; 0 b2 0; 0 0 b3];
G     = [g11 0 0; 0 g22 0; 0 0 g33];

% Tilsvarende oppsett nye parametre for hybrid-scenario men ny datafil.

k = nIndices;
n = nTrials;
T = horizon+1;

ht = zeros(k,1,T);
Ut = zeros(k,T,n); % standardisert residual
Et = zeros(k,T,n); % residual
Ht = zeros(k,k,T);
Dt = zeros(k,k,T);
Rt = zeros(k,k,T);
Qt = zeros(k,k,T);
Hc = zeros(k,k,T);
yt = zeros(k,T,n); % n = # trials
It = zeros(k,T,n); % indicators for GJR-coeffisient
Qbar = cov(residuals);

% Startverdier for simuleringer
HT11    = 0.000120676726297768040;
HT12    = -0.000016852287911489846;
HT13    = 0.000048105969049271105;
HT22    = 0.000018995816859636509;
HT23    = -0.000012923587163350826;
HT33    = 0.000116654181994895630;

Ht(:, :, 1) = [HT11, HT12, HT13; HT12, HT22, HT23; HT13, HT23, HT33];
Hc(:, :, 1) = chol(Ht(:, :, 1));
ht(:, 1, 1) = [HT11; HT22; HT33];

% Start value BASELINE index 1, time 1, for all paths
yt(1,1,:) = -0.0018719154129472615;

% Start value UNIVARIATE index 1, time 1, for all paths
% yt(1,1,:) = -0.1;

% Start value MULTIVARIATE index 1, time 1, for all paths
% yt(1,1,:) = -0.2;

% Start values index 2, time 1, for all paths
yt(2,1,:) = -0.0061555413575326351;

% Start values index 2, time 1, for all paths
yt(3,1,:) = -0.0037284185686775953;

Zt      = zeros(nIndices, T, nTrials);
Zt(:,2:end,:) = Z(:, :, :);

% Start values index 1, time 1, for all paths
Zt(1,1,:) = residuals(end,1);
% Start values index 2, time 1, for all paths
Zt(2,1,:) = residuals(end,2);
% Start values index 3, time 1, for all paths
Zt(3,1,:) = residuals(end,3);

% Sjokk-residual

```

```

% LagYsp500 = 0.011284417050872818;
% LagEsp500 = 0.011146408085742802;
% zsjokk = (yt(1,1,1)-const1-AR(1,1)*LagYsp500-MA(1,1)*LagEsp500)/sqrt(HT11);
% Zt(1,1,:) = zsjokk;

% Volatilitetssjokk multivariat scenario
% Volsjokk = 4;
% W = W.*Volsjokk^2;

for i = 1:n
    for t=2:T
        Et(:,t-1,i) = Hc(:, :, t-1)*Zt(:,t-1,i);
        for j = 1:k
            if (Et(j,t-1,i)<0)
                It(j,t-1,i) = Et(j,t-1,i)*(-1);
            else
                It(j,t-1,i)=0;
            end
        end
        Ut(:,t-1,i) = Et(:,t-1,i)./ ht(:, :, t-1).^ (0.5);
        ht(:, :, t) = W + A*Et(:,t-1,i).^2 + B*ht(:, :, t-1) + G*It(:,t-1,i).^2;
        Qt(:, :, t) = (1-alpha-beta)*Qbar + alpha*Ut(:,t-1,i) ...
            *Ut(:,t-1,i)' + beta*Qt(:, :, t-1);
        Dt(:, :, t) = diag(ht(:, :, t).^ (0.5));
        Rt(:, :, t) = inv(diag(diag(Qt(:, :, t).^ (0.5)))) ...
            *Qt(:, :, t)*inv(diag(diag(Qt(:, :, t).^ (0.5))));
        Ht(:, :, t) = Dt(:, :, t)*Rt(:, :, t)*Dt(:, :, t);
        Hc(:, :, t) = chol(Ht(:, :, t));
        yt(:,t,i) = (const + AR*yt(:,t-1,i)+MA*Et(:,t-1,i)+Hc(:, :, t)*Zt(:,t,i));
    end
end

%% Kumulative porteføljeverider

weights1 = [0.0000, 0.0000, 1.0000;... % 01 Alt i BCOM
            0.1000, 0.0000, 0.9000;... % 02
            0.2000, 0.0000, 0.8000;... % 03
            0.3000, 0.0000, 0.7000;... % 04
            0.4000, 0.0000, 0.6000;... % 05
            0.5000, 0.0000, 0.5000;... % 06
            0.6000, 0.0000, 0.4000;... % 07
            0.7000, 0.0000, 0.3000;... % 08
            0.8000, 0.0000, 0.2000;... % 09
            0.9000, 0.0000, 0.1000;... % 10
            1.0000, 0.0000, 0.0000;... % 11 Alt i SP500
            0.0000, 1.0000, 0.0000;... % 12 Alt i BMUS10Y
            0.1000, 0.9000, 0.0000;... % 13
            0.2000, 0.8000, 0.0000;... % 14
            0.3000, 0.7000, 0.0000;... % 15
            0.4000, 0.6000, 0.0000;... % 16
            0.5000, 0.5000, 0.0000;... % 17
            0.6000, 0.4000, 0.0000;... % 18
            0.7000, 0.3000, 0.0000;... % 19
            0.8000, 0.2000, 0.0000;... % 20
            0.9000, 0.1000, 0.0000;... % 21
            1.0000, 0.0000, 0.0000;... % 22 Alt i SP500
            ];

weights = weights1';

prosp = zeros(24,1);
res = zeros(28,24);

%% Mål på risiko og risikojuster avkastning

kumAvk = zeros(nTrials,22);
testAvk = zeros(23,22);

```

```

MAR          = 0;
minCR       = zeros(1,22);
maxCR       = zeros(1,22);
skewCR      = zeros(1,22);
kurtCR      = zeros(1,22);
LPM         = zeros(1,22);
DD          = zeros(1,22);
upside      = zeros(1,22);
omega       = zeros(1,22);
nDown      = zeros(1,22);

for o=1:22
    for i=1:nTrials
        for j=1:22
            ESP = (exp(yt(1,j+1,i))-1)*weights1(o,1);
            EBO = (exp(yt(2,j+1,i))-1)*weights1(o,2);
            EDJ = (exp(yt(3,j+1,i))-1)*weights1(o,3);
            testAvk(j,o) = log(1+ESP+EBO+EDJ);
        end
        kumAvk(i,o) = sum(testAvk(:,o));
    end

    minCR(1,o) = min(kumAvk(:,o));
    maxCR(1,o) = max(kumAvk(:,o));
    skewCR(1,o) = skewness(kumAvk(:,o));
    kurtCR(1,o) = kurtosis(kumAvk(:,o))-3;
    LPM(1,o) = lpm(kumAvk(:,o),MAR,1);
    DD(1,o) = sqrt(lpm(kumAvk(:,o),MAR,2));
    upside(1,o) = lpm(-kumAvk(:,o),-MAR,1) / sqrt(lpm(kumAvk(:,o),MAR,2));
    omega(1,o) = lpm(-kumAvk(:,o),-MAR,1) / lpm(kumAvk(:,o),MAR,1);
end

allbaseline_BCOM = kumAvk(:,1);
allbaseline_SP500 = kumAvk(:,11);
allbaseline_BMUS10Y = kumAvk(:,12);

%% Hvis Univariat-scenario
% allunivariat_BCOM = kumAvk(:,1);
% allunivariat_SP500 = kumAvk(:,11);
% allunivariat_BMUS10Y = kumAvk(:,12);

%% Hvis Multivariat-scenario
% allmultivariat_BCOM = kumAvk(:,1);
% allunivariat_SP500 = kumAvk(:,11);
% allunivariat_BMUS10Y = kumAvk(:,12);

%% Hvis hybrid scenario
% allhybrid_BCOM = kumAvk(:,1);
% allhybrid_SP500 = kumAvk(:,11);
% allhybrid_BMUS10Y = kumAvk(:,12);

%% resultater
res2 = [minCR; maxCR; skewCR; kurtCR;...
        LPM; DD; upside; omega];

% Skrive til excel-fil
filename2 = 'resultater_triDJUBS.xlsx';
sheet = 'ccc';
xlRange = 'B2';
xlswrite(filename2,res,sheet,xlRange)

```

Kode: figurer kumulative avkastningsfordleinger

```

%% - Figur: Kumulative avkastningsfordelinger

figure('Position', [100, 100, 500, 400]);
set(gcf, 'color', 'w', 'PaperSize', [2 3], 'PaperUnit', 'inches');
% allbaseline_BCOM = kumulativ avk.fordling SP500 (BASELINE)
y1 = cdfplot(allbaseline_SP500);
set(y1, 'Color', [0 0 0]);
hold on
y2 = cdfplot(allunivariat_SP500); % (UNIVARIAT)
set(y2, 'Color', [1 0 0]);
hold on
y3 = cdfplot(allmultivariat_SP500); % (MULTIVARIAT)
set(y3, 'Color', [0 0.5 0]);
hold on
y4 = cdfplot(allhybrid2_SP500); % % (HYBRID)
set(y4, 'Color', [0 0 1]);
xlabel('Log-avkastning');
ylabel('Sannsynlighet');
xlim([-0.6, 0.4]);
title('Kumulative avkastningsfordelinger SP500');
legend('Baseline-scenario', 'Univariat-scenario', 'Multivariat-scenario', ...
       'Hybrid-scenario', 'location', 'NorthWest');

figure('Position', [100, 100, 500, 400]);
set(gcf, 'color', 'w', 'PaperSize', [2 3], 'PaperUnit', 'inches');
% allbaseline_BCOM = kumulativ avk.fordling BMUS10Y (BASELINE)
y1 = cdfplot(allbaseline_BMUS10Y);
set(y1, 'Color', [0 0 0]);
hold on
y2 = cdfplot(allunivariat_BMUS10Y); % (UNIVARIAT)
set(y2, 'Color', [1 0 0]);
hold on
y3 = cdfplot(allmultivariat_BMUS10Y); % (MULTIVARIAT)
set(y3, 'Color', [0 0.5 0]);
hold on
y4 = cdfplot(allhybrid2_BMUS10Y); % (HYBRID)
set(y4, 'Color', [0 0 1]);
xlabel('Log-avkastning');
ylabel('Sannsynlighet');
xlim([-0.1, 0.1]);
title('Kumulative avkastningsfordelinger BMUS10Y');
legend('Baseline-scenario', 'Univariat-scenario', 'Multivariat-scenario'...
       , 'Hybrid-scenario', 'location', 'NorthWest');

figure('Position', [100, 100, 500, 400]);
set(gcf, 'color', 'w', 'PaperSize', [2 3], 'PaperUnit', 'inches');
% allbaseline_BCOM = kumulativ avk.fordling BCOM (BASELINE)
y1 = cdfplot(allbaseline_BCOM);
set(y1, 'Color', [0 0 0]);
hold on
y2 = cdfplot(allunivariat_BCOM); % (UNIVARIAT)
set(y2, 'Color', [1 0 0]);
hold on
y3 = cdfplot(allmultivariat_BCOM); % (MULTIVARIAT)
set(y3, 'Color', [0 0.5 0]);
hold on
y4 = cdfplot(allhybrid2_BCOM); % (HYBRID)
set(y4, 'Color', [0 0 1]);
xlabel('Log-avkastning');
ylabel('Sannsynlighet');
xlim([-0.1, 0.1]);
title('Kumulative avkastningsfordelinger BCOM');
legend('Baseline-scenario', 'Univariat-scenario', 'Multivariat-scenario', ...
       'Hybrid-scenario', 'location', 'NorthWest');

```