

Utmattingsanalyse av løpehjul til vannturbiner utsatt for spektrumsbelastning

Paul Qvale

Master i produktutvikling og produksjon

Innlevert: juni 2016

Hovedveileder: Gunnar Härkegård, IPM

Medveileder: Petter Østby, Rainpower
Vidar Osen, SINTEF
Bjørn Haugen, IPM

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for produktutvikling og materialer

**MASTER THESIS SPRING 2016
FOR
STUD. TECHN. PAUL QVALE**

Fatigue analysis of hydro-turbine runners subjected to spectrum loading

Utmatningsanalyse av løpehjul til vannturbiner utsatt for spektrumsbelastning

In recent years, hydropower plants have seen a transition from steady operation to production meeting the (unsteady) needs of the power market leading to a considerable increase in off-design operation. An ever-greater share of irregular wind and solar power has exacerbated this trend. Frequent start-ups and shut-downs promote dynamic loading and near-resonance vibration causing accelerated fatigue damage of hydro-turbine runners. This new situation calls for more precise fatigue assessment methods. In the present thesis work, the following items are to be considered:

- Comparison between local-stress and weakest-link assessment. Elementary components as well as (simplified) hydro-turbine runners to be considered.
- Critical discussion of S-N design curves (EN 13445-3 'Unfired pressure vessels, ASME BPVC) vs. actual test data with emphasis on HCF and VHCF of welded structures.
- Evaluation of tentative 'Rainpower' method for calculating the Weibull stress amplitude, making assumptions of the stress distribution within each element. Comparison with LINKpfat weakest-link predictions for elementary components.
- Critical fatigue-life assessment of welded component by means of LINKpfat single- and random-defect approaches based on observed or assumed weld defect data.
- Comparison between LINKpfat random-defect and weakest-link approaches.
- How can a load spectrum (including start-ups and shut-downs) be taken into account in assessing the fatigue life of a hydro-turbine runner? Is the linear damage accumulation hypothesis of Palmgren-Miner satisfactory, or do the amplitudes and sequence of stress cycles have to be taken into account? If possible, experimentally determined lives under spectrum loading are to be compared with Palmgren-Miner predictions.

Formal requirements:

Three weeks after start of the thesis work, an A3 sheet illustrating the work is to be handed in. A template for this presentation is available on the IPM's web site under the menu "Masteroppgave" (<https://www.ntnu.no/web/ipm/masteroppgave-ved-ipm>). This sheet should be updated one week before the master's thesis is submitted.

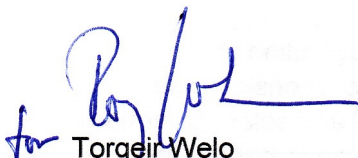
Risk assessment of experimental activities shall always be performed. Experimental work defined in the problem description shall be planned and risk assessed up-front and within 3

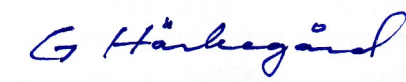
weeks after receiving the problem text. Any specific experimental activities, which are not properly covered by the general risk assessment, shall be particularly assessed before performing the experimental work. Risk assessments should be signed by the supervisor and copies shall be included in the appendix of the thesis.

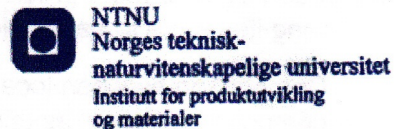
The thesis should include the signed problem text, and be written as a research report with summary both in English and Norwegian, conclusion, literature references, table of contents, etc. During preparation of the text, the candidate should make efforts to create a well-arranged and well-written report. To ease the evaluation of the thesis, it is important to cross-reference text, tables and figures. For evaluation of the work, a thorough discussion of results is appreciated.

The thesis shall be submitted electronically via DAIM, NTNU's system for Digital Archiving and Submission of Master's theses.

Contact persons are Petter Østby at Rainpower, Vidar Osen at SINTEF and Bjørn Haugen at IPM (for finite-element questions).


Torgeir Welo
Head of Division


Gunnar Härkegård
Professor emeritus/Supervisor



Forord

Denne rapporten ble skrevet ifm. min masteroppgave under sivilingeniørstudiet Produktutvikling og produksjon ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) våren 2016. Oppgaven ble gjennomført under emnet *TMM4901 Produktutvikling, beregning og bearbeiding*. Oppgaven var en fortsettelse av min prosjektoppgave fra høsten 2015, og i rapporten vises det gjennomgående tilbake til prosjektrapporten [1]. Oppgaven ble utført i samarbeid med vannkraftutstyrsselskapet Rainpower.

Jeg vil benytte anledningen til å takke min hovedveileder, Gunnar Härkegård, for faglig støtte under arbeidet med oppgaven. Jeg hadde stor nytte av å diskutere idéer og tilnærminger med ham, og hans entusiasme for fagfeltet utmatting er smittsom.

Jeg vil også takke Petter Østby, som var min kontaktperson i Rainpower. Han bidro med spennende forslag til temaer for oppgaven. Og hans kritiske spørsmål og kreative innspill under arbeidet førte til mange givende diskusjoner.

Takk også til Vidar Osen i SINTEF for assistanse under testing av postprosessoren LINKpfat og til Bjørn Haugen for svar på spørsmål om elementmetoden.

Trondheim
9. juni 2016



Paul Qvale

Sammendrag

Første del av denne rapporten omhandler en forenklet metode for å gjøre levetidsberegninger vha. *weakest link* (WL)-teori. Den kan benyttes på elementmetode (FE)-resultater uten bruk av noen tredjeparts postprosessor. Metoden innebærer at man antar en spenningsfordeling *over volumet* av hvert element basert på kjente størrelser i FE-resultatet. For tre FE-resultater ble det antatt spenningsfordelinger av økende kompleksitet i elementene, fra konstante til kvadratiske, og effektive spenningsamplituder iht. WL-teori ble regnet ut og sammenliknet med analytiske løsninger. Med flere av fordelingene ble det ikke registrert signifikante avvik. Testing på åtte ytterligere FE-resultater viste at utregninger basert på lineære fordelinger estimerte den effektive spenningsamplituden med god nøyaktighet, selv når svært grove elementnett ble benyttet. Resultatene ble sammenliknet med resultater fra LINKpfat, en postprosessor som tar det faktiske spenningsfeltet i betraktning. Med heksaederelementer lå middelverdiene til estimatene innenfor 3% av LINKpfat-løsningen, og standardavvikene på 1%, når FE-modellene hadde to elementer over alle tykkelser og syv elementer per 180° krumning. Med tetraederelementer lå middelverdiene innenfor 4%, og standardavvikene innenfor 3%, når modellene hadde tre elementer over tykkelser og tolv elementer per 180° krumning – men en feil i LINKpfat skapte ytterligere usikkerhet ved bruk av denne elementtypen. Med begge elementtyper lå avvikene på den konservative siden. Testing utført med middelspenninger produserte liknende resultater. Det ble diskutert hvordan belastning ute av fase, belastning med variabel amplitude (VAL) og komponenter med flere materialsoner kan tas hensyn til. Den forenklete metoden ble testet med Sines' multiaksialitetskriterium og Morrows middelspenningskriterium, men bør være kompatibel også med andre kriterier. Testingen ble utført på Ansys-resultater, men metoden lar seg til en viss grad overføre til bruk sammen med andre FE-programmer.

Andre del av rapporten omhandler søking etter en representativ *S-N*-kurve for sveisene i løpehjul til vannturbiner laget av 13 Cr-4 Ni-stål (13-4) og sammenlikning av denne med en designkurve fra International Institute of Welding (IIW). Det ble antatt at svikt i de sveiste prøvene i tester utført av Zhang et al. var styrt av to konkurrerende mekanismer: sprekkitiering *fra* og *under* overflaten. Basert på denne antakelsen kunne en *S-N*-kurve med tre helninger for bruk med WL tilpasses testresultatene vha. *maximum likelihood method* (MLM). Med MLM finnes den mest sannsynlige kurvetilpasningen og dens statistiske fordeling fra testdata. Metoden er dermed velegnet til å tilpasse kurver som skal brukes til WL-beregninger. *S-N*-kurven antydte at en utmattingsgrense ikke eksisterte. Men konklusjonen baserte seg på en ekstrapolasjon av kurven for levetider utover varigheten av testene og var dermed spekulativ. Behandling av VAL ble diskutert. Tester utført av Huth, av sveiste T-skjøter produsert med de samme metodene som sveisene i et

løpehjul, ble brukt til å verifisere $S-N$ -kurven. Levetidene til T-skjøtene var i gjennomsnitt 38% kortere enn de angitt av kurven. Til sammenlikning var levetidene 49 ganger så lange som de funnet fra IIW's FAT 112-kurve og en *local stress*-tilnærming. Det var imidlertid knyttet usikkerhet til hvilken metode for middelspenningskorreksjon som var best egnet, og valget av metode var avgjørende for utfallet av verifiseringen. Videre ble det observert at $S-N$ -kurven for 13-4-sveiser i luft lå høyere enn resultater fra tester av tilsvarende grunnmaterialer i ferskvann. Dette antyder at kurven er ikke-konservativ for bruk i miljøet i en vannturbin.

Abstract

The first section of this thesis describes a simplified method for performing fatigue life calculations using weakest link (WL) theory. It is applicable on finite element (FE) results, without the use of any third party post processor. The method involves making assumptions about the stress distribution w.r.t. *the volume* of each element, based on known values from the FE result. Element stress distributions of increasing complexity, from constant to quadratic, were assumed for three FE results, and effective stress amplitudes according to WL theory were calculated and compared to analytical solutions. Several of the distributions produced no significant deviations. Testing on eight additional FE results revealed that, even when the element meshes were very coarse, high accuracy was achieved for the effective stress approximations, if linear stress distributions were assumed. The results were compared to those of LINKpfat, a post processor which takes the actual stress field into account. When using hexahedron elements, mean values of the estimates were within 3% of the LINKpfat solutions, and the standard deviations were 1%, when the FE models were meshed with two element over every thickness and seven elements per 180° of curvature. When using tetrahedron elements, mean values were within 4%, and the standard deviations were within 3%, when the models were meshed with three element over every thickness and twelve elements per 180° of curvature – but an error in LINKpfat caused additional uncertainty when using this element type. The deviations were on the conservative side for both element types. Tests that included mean stresses produced similar results. It was discussed how the simplified method can accommodate out-of-phase loading, variable amplitude loading (VAL) and components with multiple material zones. The method was tested with Sines' criterion for multiaxial stress states and Morrows mean stress criterion, but should also be compatible with other criteria. The testing was performed on Ansys results, but the method is somewhat transferable for use with other FE programs.

The second section of the thesis describes the search for a representative $S-N$ curve for welds of 13 Cr-4 Ni steel (13-4) hydro-turbine runners and a comparison of this curve with a design curve provided by International Institute of Welding (IIW). It was assumed that failure in welded specimens in tests by Zhang et al. was controlled by two competing mechanisms: crack initiation *from* and *under* the surface. Based on this assumption, a three-slope $S-N$ curve for use with WL could be fitted to the test results by means of the maximum likelihood method (MLM). With MLM, the most likely $S-N$ curve *and* its statistical distribution is found from test data. This makes the method suitable for fitting curves that will be used for WL calculations. The resulting $S-N$ curve suggested that no fatigue limit existed. But the conclusion was based on the extrapolation of the curve for lifetimes exceeding the testing period and was therefore considered speculative. Adaptation

to VAL was discussed. Tests performed by Huth, of welded T-joints produced with the same techniques as hydro-turbine runner welds, were used to verify the $S-N$ curve. Lifetimes of the T-joints were on average 38% shorter than indicated by the curve. In comparison, the lifetimes were 49 times as long as those found from IIW's FAT 112 curve and a local stress approach. There was, however, uncertainty as to what mean stress correction method was appropriate, and the choice of method was crucial for the outcome of the verification. Further, it was observed that the $S-N$ curve for 13-4 welds in air lay above results from tests of similar base materials in freshwater. This suggests that the curve is non-conservative for use in the environment of a hydro-turbine.

Innhold

1	Overblikk over oppgaven	1
1.1	Bakgrunn	1
1.2	Temaer og oppbygning	1
2	Forenklet metode for WL-beregninger	3
2.1	Innledning	3
2.1.1	WL-formulering	3
2.1.2	Numeriske WL-beregninger	3
2.1.3	Rainpowers forenklete metode	4
2.1.4	Problemstilling	4
2.2	Testing av LINKpfats WL-modul	5
2.3	Fleraksede spenningstilstander	7
2.4	Forenklete fordelinger	9
2.4.1	Konstant fordeling basert på gjennomsnittlig spenning i elementet	10
2.4.2	Konstant fordeling basert på maksimal spenning	10
2.4.3	Lineær fordeling basert på gjennomsnittlig spenning og spenningsdifferanse	10
2.4.4	Lineær fordeling mellom ekstremverdier av spenning	11
2.4.5	Lineær fordeling basert på gjennomsnittlig og maksimal spenning	12
2.4.6	Kvadratisk fordeling basert på ekstremverdier og gjennomsnittlig spenning	12
2.5	Testing på spenningsfelt med analytiske løsninger	14
2.5.1	Bjelke med konstant moment	14
2.5.2	Sirkulær skive med hull under ytre, uniformt trykk	17
2.5.3	Innspent, sirkulær plate under uniformt trykk	19
2.5.4	Tester i LINKpfat	20
2.6	Testing på spenningsfelt uten analytiske løsninger	21
2.7	Testing på belastning med middelspenninger	24
2.8	Tilnærming ved belastning ute av fase	26
2.8.1	Proporsjonal metode	27
2.8.2	ASME-metode	27
2.8.3	Maksimal Mises-metode	27
2.8.4	Resultater	28
2.9	Diskusjon	29
2.9.1	Testing på spenningsfelt uten analytiske løsninger	29
2.9.2	Er den forenklete metoden konservativ?	30

2.9.3	Elementgeometrienes innvirkning	31
2.9.4	Regnetider	32
2.9.5	Bruk av andre multiaksialitets- og middelspenningskriterier	32
2.9.6	Oppløsning til elementnettet i et løpehjul	32
2.9.7	VAL	33
2.10	Konklusjon	33
3	Evaluering av designkurver for sveiser	35
3.1	Innledning	35
3.1.1	<i>S-N</i> -kurver	35
3.1.2	Sveisers innvirkning på levetiden	36
3.1.3	Sveiser i Rainpowers løpehjul	36
3.1.4	Problemstilling	37
3.2	Designkurve for løpehjul fra IIW	37
3.3	Tilpasning av <i>S-N</i> -kurver	38
3.3.1	Alternativ formulering av <i>S-N</i> -kurver	39
3.3.2	MLM	39
3.3.3	<i>S-N</i> -kurver for $P_f \neq 50\%$	40
3.4	Data fra utmattingstester	40
3.4.1	Søkekriterier	40
3.4.2	Tester	41
3.5	Forslag til <i>S-N</i> -kurve	42
3.6	Verifisering av <i>S-N</i> -kurve	45
3.6.1	Tester av Huth og Hallingstad	45
3.6.2	Verifisering	47
3.7	Korrosjonsutmatting	49
3.8	Diskusjon	52
3.9	Konklusjon	53
	Bibliografi	55
	Appendiks	59

Nomenklatur

Forkortelser

13-4	13 Cr-4 Ni-stål
3D	Tredimensjonal spenning
3PB	Tre-punkts bøyning
ASME	American Society of Mechanical Engineers
CAL	Constant amplitude loading (belastning med konstant amplitude)
FAT	Fatigue class (utmattingsklasse)
FE	Finite element (element(metode))
HCF	High cycle fatigue (høysyklusutmattning)
HEX20	20-noders heksaeder
HRA	Harmonisk responsanalyse
IIW	International Institute of Welding
ISP	Innspent, sirkulær plate under uniformt trykk
KM	Konstant moment
KONST-MAKS	Konstant fordeling basert på maksimal spenning
KONST-SNITT	Konstant fordeling basert på gjennomsnittlig spenning
KVADRAT	Kvadratisk fordeling basert på ekstremverdier og gjennomsnittlig spenning
LIN-EKSTR	Lineær fordeling mellom ekstremverdier av spenning
LIN-HYBR	Lineær fordeling basert på gjennomsnittlig og maksimal spenning
LIN-SNITT	Lineær fordeling basert på gjennomsnittlig spenning og spennings-differanse
LS	Local stress (lokal spenning)
MLM	Maximum likelihood method (største sannsynlighets metode)
NTNU	Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Op.	Oppløsning
RB	Roterende bøyning
RT	Romtemperatur
S1-S4	Oppløsninger på elementnett
SSH	Sirkulær skive med hull under ytre, uniformt trykk
TET10	10-noders tetraeder
US	Uniform spenning
VAL	Variable amplitude loading (belastning med variabel amplitude)
VHCF	Very high cycle fatigue (ekstrem høysyklusutmattning)
WL	Weakest link (svakeste ledd)

Symboler

A	Sidelengde
a	Dimensjon på sveis, tillegg til sidelengde, verdi til normalfordeling
C	Forhold mellom delskadesummer i to materialsoner, konstant til KVADRAT-fordeling, skaleringskonstant i designkurver fra IIW
D	Delskadesum (Miner-sum)
d	Faseforskyvning
F	Feilindikator for FE-resultat, kraft
f	Frekvens, "volumfunksjon"
E	Elastisitetmodul
h	Høyde
I	Integral
k	Antall forskjellige sykluser i et lastspektrum, antall normalfordelte verdier, antall prøver
L	Lengde
\mathcal{L}	Log-likelihood-funksjon
M	Middelspenningsfølsomhet, moment
N	Medianlevetid, normalkraft
m	Antall elementer, aritmetisk middelvei, negativ inverse av stigningstall til en S - N -kurve i et diagram med logaritmiske akser
n	Antall dimensjoner, antall segmenter, antall sykluser
P	(Kumulativ) sannsynlighet
p	Sannsynlighetstetthet, trykk
R	Spenningsforhold
R_a	Overflateruhet
R_m	Bruddfasthet
r	Radius
r, ϕ, z	Sylindriske koordinataksler
s	Standardavvik, substitusjon for V/V^e
s_0	En forenklet fordelings krysningspunkt med s -aksen
T	Temperatur
t	Tid, tykkelse
V	Volum
V_0	Referansevolum
x, y, z	Kartesiske koordinataksler
α	Fase(vinkel)
β_N	Weibulls levetidsekspONENT
β_σ	Weibulls spenningsekspONENT
δ	Delta-funksjon for bruk i MLM
ϵ	Tøyning
θ	Rotasjon
ν	Tverrkontraksjonstall
σ	Normalspenning
$\bar{\sigma}$	Effektiv spenning ved WL-analyse
σ'_f	Materialkonstant i Morrows likning
σ_W	Medianknekkpunkt, medianutmattingsgrense
σ_{W7}	Medianutmattingsstyrke ved $N = 10^7$
σ_{WN}	Medianutmattingsstyrke

$\Delta\sigma$	Spenningsvidde
τ	Skjærspenning

Senket skrift

a	Amplitude
Ansys	Ansys
ar	Amplitude for ekvivalent, symmetrisk syklus
diff	Differanse
FE	FE (finite element)
forenklet	Funnet vha. forenklet metode
f	Failure (svikt)
i	Indre
LINKpfat	Funnet vha. LINKpfat
m	Middel
maks	Maksimal
min	Minimal
Mises	Mises
nodediff	Differanse i ikke-midlede nodeverdier ekstrapolert fra integrasjonspunkter i omkringliggende elementer
ref	Referanse
s	Survival (overlevelse)
snitt	Gjennomsnittlig
tot	Total
y	Ytre

Hevet skrift

e	Element
---	---------

1 Overblikk over oppgaven

1.1 Bakgrunn

Den vanligste måten å gjennomføre levetidsberegninger på er å sammenlikne den største, lokale spenningsamplituden i en komponent med den amplituden en prøve har vist seg å tåle under en utmattingsstest. Denne metoden omtales ofte som *local stress* (LS, lokal spenning), og sammenlikningen gjøres vha. såkalte *S-N*-kurver, der spenningsamplituden og levetiden kan leses av hver sin akse. Metoden tar imidlertid ikke hensyn til spredningen i utmattingsdataene, forårsaket av den tilfeldige fordelingen av mikroskopiske defekter i prøvene. Spredningen kan gjøre at en komponent svikter ved en lavere eller høyere spenningsamplitude enn den angitt av *S-N*-kurven. Hvis komponenten har et annet belastet volum enn prøvene, kan også det endrede antallet defekter som får plass i dette volumet bidra til å gi en annen sannsynlighet for svikt. *Weakest link* (WL, svakeste ledd) er en metode som tar hensyn til spenningsfordelingen i hele volumet til komponenten når levetiden skal finnes. Metoden er nærmere beskrevet i [2].

De fleste spenningsanalyser som utføres i dag er elementmetode (finite element (method), FE)-analyser. Dermed må metodene for å regne ut levetider være compatible med resultatene av slike analyser. LINKpfat er en postprosessor som bl.a. kan brukes til å utføre LS- og WL-analyser på FE-resultater. Programmet er utviklet av Wormsen [3] og Fjeldstad [4] og videreutvikles i dag av SINTEF Materialer og kjemi.

Rainpower er en leverandør av utstyr til vannkraftindustrien. Denne oppgaven omhandler utmattingsberegninger for deres løpehjul til Francis-turbiner. Rainpower lager løpehjul som består av smidde blader sveist på en støpt ring og boss. De senere års overgang fra kontinuerlig drift av turbinene til et driftsmønster med hyppige start og stopp, har skapt et behov for mer nøyaktige beregninger av både spenningene som virker i løpehjulene og løpehjulenes levetider ved disse spenningene [5].

1.2 Temaer og oppbygning

Målet med denne masteroppgaven var å gi Rainpower muligheten til å gjennomføre WL-analyser mer effektivt og nøyaktig. For å kunne behandle enkelte deltemaer i oppgaveteksten grundigere, ble oppgaven snevret inn i samråd med veileder. Dermed ble kun punkt 2 og 3 i oppgaveteksten behandlet. Tematisk inndeling av rapporten gjør at denne består av to separate tekster. Likevel er det anbefalt å lese disse i suksessjon, bl.a. fordi den andre teksten bygger på begreper introdusert i den første.

1. OVERBLIKK OVER OPPGAVEN

Første del av rapporten omhandler utvikling og testing av en forenklet metode for WL-beregninger. Metoden går ut på å gjøre antakelser om spenningsfordelingen i hvert element i et FE-resultat, slik at WL-beregninger kan utføres uten bruk av en tredjeparts postprossessor. Det var ønskelig å se hvilke muligheter for levetidsberegninger denne metoden ga for Rainpower og å kontrollere om den ga nøyaktige resultater.

Andre del omhandler søk etter S - N -kurver for sveiser i Rainpowers løpehjul. Gode materialdata er essensielt for å kunne utføre nøyaktige levetidsberegninger. Derfor var målet med deloppgaven å finne S - N -kurver som kunne representere virkeligheten bedre enn designkurver fra sveisestandarder.

Begge deloppgavene representerte tilnærminger, i den forstand at man også kan basere WL-analyser på faktiske spenningsfelt og egne tester av sveiser. Men det kunne være interessant å se om enklere innfallsvinkler også ga tilfredsstillende resultater. Rapporten er i stor grad fokusert mot belastning med konstant amplitude (constant amplitude loading, CAL), selv om oppgaveteksten er vinklet mot belastning med variabel amplitude (variable amplitude loading, VAL). Fordi CAL representerer et mindre komplisert belastningstilfelle, er det enklere å vurdere nøyaktigheten til tilnærmingene i dette regimet. Deretter kan det vurderes om metodene eventuelt kan utvides til å gjelde også ved VAL.

Det antas at leseren er kjent med fagfeltet utmatting og dets terminologi. Hvis ikke, anbefales litteratur om emnet, som f.eks. [6] eller [7]. I [1] finnes også en kort introduksjon.

En risikovurdering for oppgaven er vedlagt i appendiks A.1.

2 Forenklet metode for WL-beregninger

2.1 Innledning

2.1.1 WL-formulering

Når WL brukes til levetidsanalyser for en komponent, beregnes enn effektiv spenningsamplitude, $\bar{\sigma}_a$, basert på spenningsamplitudedefeltet, $\sigma_a = \sigma_a(x, y, z)$, i komponentens volum, V [8]:

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{1}{V_0} \int_V \sigma_a^{\beta_\sigma} dV \right)^{\frac{1}{\beta_\sigma}}. \quad (2.1)$$

V_0 betegner referansevolumet til hver av prøvestavene som materialets S - N -kurve bygger på, mens β_σ er Weibulls spenningsekspONENT, et mål på spredningen i utmattingsdataene. Sammen med en S - N -kurve kan likning (2.1) benyttes til å finne levetiden til komponenten.

Sannsynligheten for svikt (failure), P_f , kan også finnes [8]:

$$P_f = 1 - P_s = 1 - 2^{-\left(\frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_{WN(n)}}\right)^{\beta_\sigma}}, \quad (2.2)$$

der P_s er sannsynligheten for overlevelse (survival). Det er her valgt å uttrykke likning (2.2) ved medianutmattingsstyrken, σ_{WN} , som er gitt av S - N -kurven ved et bestemt antall sykluser, n . I [8] presenteres også alternative former av likning (2.2):

$$P_f = 1 - P_s = 1 - 2^{-\left(\frac{n}{N(\bar{\sigma}_a)}\right)^{\beta_N}}, \quad (2.3)$$

$$P_f = 1 - P_s = 1 - 2^{-D^{\beta_N}} = 1 - 2^{-\left(\sum_{l=1}^k \frac{n_l}{N_l(\bar{\sigma}_{al})}\right)^{\beta_N}}. \quad (2.4)$$

Likning (2.2) og (2.3) gjelder for CAL og likning (2.4) gjelder for VAL. N betegner medianlevetiden og kan finnes fra S - N -kurven. D er delskadesummen (Miner-summen) fra k forskjellige sykluser i et lastspektrum. Weibulls levetidsekspONENT, β_N , er gitt ved $\beta_N = \beta_\sigma/m$, der $-1/m$ er stigningstallet til S - N -kurven i et diagram med logaritmiske akser.

2.1.2 Numeriske WL-beregninger

Spenningsene i komponenten er gjerne gitt av et FE-resultat, der spenningsfordelingen er forskjellig fra element til element. Og siden fordelingen i hvert element ofte er

intrikat, kreves avanserte numeriske rutiner når $\bar{\sigma}_a$ skal beregnes. LINKpfat finner $\bar{\sigma}_a$ ved først å konstruere et spenningsfelt for hvert element ved å interpolere mellom nodeverdiene. Det brukes et polynom av samme orden som elementets. Deretter beregnes integralet i likning (2.1) ved å summere vektete $\sigma_a^{\beta\sigma}$ -verdier for et økende antall Gausspunkter i elementet. Dermed konvergerer til slutt $\bar{\sigma}_a$ -verdien [9]. På denne måten gjengis spenningsfeltet i komponenten tilnærmet eksakt, men prosessen kan være tidkrevende og krever forskjellige rutiner for håndtering av hver elementtype. Dette fremmer spørsmålet: kan man gjøre antakelser om spenningsfeltet som forenkler regnearbeidet og dermed korter ned regnetiden?

2.1.3 Rainpowers forenklede metode

Kretz [10] og Østby [11] i Rainpower hadde foreslått en metode der spenningene ble antatt å variere lineært *over volumet* av hvert element. Det var ønskelig å se om denne eller liknende fordelinger kunne gi resultater med tilfredsstillende nøyaktighet. En liknende metode hadde tidligere blitt benyttet til WL-beregninger på et kompressorblad [12]. Da ble en konstant spenningsfordeling over hvert element antatt. Ettersom Rainpower bruker Ansys (Workbench) i sine FE-analyser, ble dette programmet benyttet i arbeidet.

Et godt FE-resultat oppnås gjerne ved at finere elementnett blir konstruert rundt spenningskonsentrasjoner i komponenten. Dermed blir spenningsvariasjonen og -kompleksiteten i kritiske elementer redusert, noe som kan tale for at gode resultater kan oppnås med en forenklet metode. Metoden er dessuten ikke avhengig av at elementtypen og -geometrien er kjent. Dermed kan den være mer robust enn metoder som baserer seg på volumintegrasjon, og alle mulige volumelementer kan benyttes i FE-analysen. Det finnes elementtyper i Ansys som f.eks. LINKpfat ikke har støtte for [13]. Hvis metoden er nøyaktig, gjør den det mulig å gjennomføre WL-analyser på FE-resultater uten tilgang på tredjeparts postprosessorer, noe som kan øke utbredelsen av denne typen probabilistiske utmattingsberegninger.

2.1.4 Problemstilling

Følgende temaer ble undersøkt:

1. Kan LINKpfat brukes til verifisering av resultater fra den forenklede metoden?
2. Hvordan kan fleraksede spenningstilstander best tas hensyn til? Et multi-aksialitetskriterium bør ha vist seg å gi gode resultater og må være kompatibelt med tilgjengelige størrelser fra Ansys-resultater.
3. Finnes det andre spenningsfordelinger som er mer hensiktsmessige å anta enn lineære? Det kan tenkes at bedre nøyaktighet kan oppnås med en mer avansert fordeling eller at tilstrekkelig nøyaktighet kan oppnås med en enklere fordeling.
4. Kan metoden anslå $\bar{\sigma}_a$ med tilfredsstillende nøyaktighet ift. analytiske løsninger? FE-resultatene som benyttes til å vurdere dette kan ikke ha store avvik fra analytiske spenningsløsninger. Fine nok elementnett er dermed påkrevd.
5. Gir metoden resultater med tilfredsstillende nøyaktighet også når grove elementnett benyttes? Og er det mulig å si noe om hvor fine elementnett som kreves for å oppnå

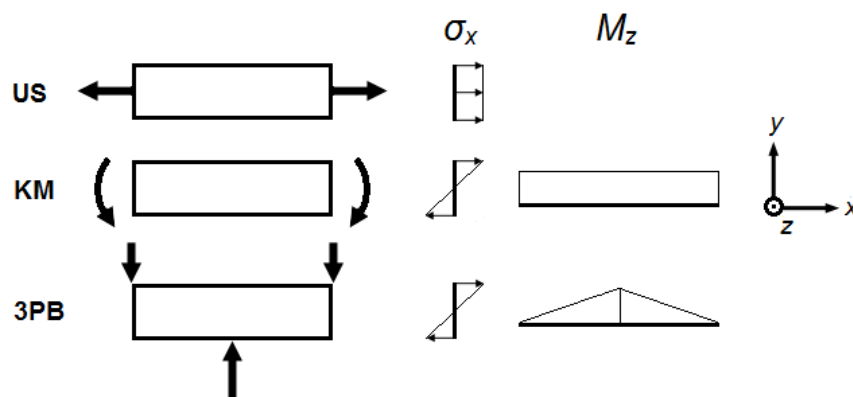
nøyaktige resultater? Kontroll av metoden vha. LINKpfat muliggjør verifisering også for spenningsfelt som ikke har analytiske løsninger.

6. Hvordan kan effekten av middelspenninger inkluderes på en måte som fortsatt gir god nøyaktighet?
7. Kan metoden benyttes også ved spenningstilstander der komponentene er ute av fase med hverandre?

Etter ønske fra Rainpower, ble det under utvikling og evaluering av metoden lagt vekt på at denne burde:

- gi resultater med tilfredsstillende nøyaktighet, særlig ved bruk av tetraederelementer.
- helst ha eventuelle avvik på den konservative siden.
- ikke stille krav om finere elementnett enn det som allerede ga nøyaktige FE-resultater.
- være enkel og rask i bruk.
- ha gjennomsiktlige utregninger.
- være kompatibel med FE-resultater fra Ansys.

2.2 Testing av LINKpfats WL-modul



Figur 2.1: Prøver for testing av LINKpfat, med tilhørende spenningsfelt og momentfordelinger. Gjengitt fra [1].

I [1] ble WL-modulen i versjon 1.3.0.6 av LINKpfat testet. Tre prøver: en kube med uniform spenning (US), en bjelke med konstant moment (KM) og en tre-punkts bøyeprobe (3PB), ble modellert i Abaqus. Disse er vist, sammen med tilhørende spenningsfelt (σ_x) og momentfordelinger (M_z) i fig. 2.1. $\bar{\sigma}_a$ -verdier ble funnet ved forskjellige V_0 og β_σ vha. LINKpfat og sammenliknet med analytiske løsninger. Det samme ble gjort for en kube med tredimensjonal, uniform spenningstilstand (3D). Detaljer om modelleringen av prøvene finnes i [1]. Resultatene viste bl.a. at LINKpfat ikke leste FE-resultater med tetraederelementer riktig og at grove elementnett kunne gi avvik. Dessuten kunne ikke programmet åpne resultatfiler fra Ansys.

Etter testingen ble det utviklet en ny versjon av LINKpfat (1.3.0.10). Denne skulle formodentlig kunne åpne Ansys-resultater og lese tetraederelementer riktig [9]. Før den

forenklete metoden for WL-beregninger skulle evalueres, var det av interesse å kontrollere om disse påstandene stemte. Det var også nødvendig å få klarhet i om den nye versjonen av LINKpfat kunne lese spenninger fra støttede elementtyper i Ansys riktig og i hvilken grad oppløsningen til elementnettet påvirket resultatene fra programmet. De samme prøvene ble derfor modellert opp i Ansys og brukt til å gjenta testene fra prosjektrapporten. Elementnett med 20-noders heksaeder (HEX20)-elementer og 10-noders tetraeder (TET10)-elementer ble benyttet i modellene.

Testene viste at resultatfiler fra Ansys lot seg åpne i versjon 1.3.0.10 av LINKpfat. I alle testene lå $\bar{\sigma}_a$ innenfor de avviksgrensene som kunne forventes pga. små avvik i FE-resultatene. Men LINKpfat tolket øyensynlig enkelte grensebetingelser i FE-modellene (bl.a. noen typer påsatte forskyvninger) som elementer i egne materialsoner. Dersom disse ble inkludert i analysene, kunne det føre til betydelige avvik i resultatene. Som standard var alle materialsonene i en modell inkludert i WL-analyse i LINKpfat, og derfor måtte sonene fra grensebetingelsene aktivt utelukkes i hver analyse for å sikre gode resultater.

Det ble forøvrig sett nærmere på effekten av oppløsningen til elementnettene. For KM-prøven ble det observert avvik fra de analytiske resultatene ved lave oppløsninger. Hvis heksaederelementer ble brukt, oppsto avvik kun når antallet elementer over høyden av prøven var et oddetall, dvs. når nullinjen til σ_x havnet inne i noen av elementene. En undersøkelse av LINKpfats kildekode viste at programmet utførte interpolasjonen av spenningsfeltene i elementene *etter* at et multiaksialitetskriterium var blitt innført [9]. Fra likning (2.5) i avsnitt 2.3 ser man at spenningsamplitudefeltet til den ekvivalente, en-aksede syklusen blir ikke-deriverbar når $\sigma_x = 0$ for KM-prøven ved bruk av Sines' kriterium (se σ_x i fig. 2.1). Dermed kan ikke feltet i et element gjengis eksakt av et polynom når elementet strekker seg over nullinjen. Det ble derfor utviklet en versjon (1.3.0.12) av LINKpfat som utførte interpolasjonen *før* multiaksialitetskriteriet ble innført. I denne versjonen ble også en feil i volumutregningen for FE-modeller med flere materialsoner rettet. Dette løste problemet med grove elementnett fullstendig for heksaederelementer, men ikke for tetraederelementer. Hva som skapte avvikene når tetraederelementer ble brukt var uklart, og ingen ytterligere forsøk ble gjort for å rette feilen. Altså måtte resultater fra den forenklete metoden for WL-beregninger sammenliknes med resultater som ikke var eksakte når tetraederelementer ble brukt.

Tab. 2.1 og 2.2 viser de prosentvise avvikene i $\bar{\sigma}_a$ -verdier for KM-prøven fra hhv. versjon 1.3.0.10 og 1.3.0.12 av LINKpfat sammenliknet med den analytiske løsningen ved forskjellige antall elementer over høyden, m_y . Man kan se at endringen av tidspunktet for interpolasjonen hadde forsvinnende liten betydning for $m_y > 1$, for β_σ -verdiene vist her. Dette skyldtes at de høyeste spenningene i modellen dominerte, og disse var riktig gjengitt for $m_y > 1$. Avviket i TET10-resultatene var dominert av en annen ukjent effekt. For prøven med ett TET10-element over høyden konvergente ikke $\bar{\sigma}_a$ mot $\max_V \sigma_a$ for høye β_σ -verdier, slik man skulle kunne forvente.

LINKpfat kunne bare testes på spenningsfelt med analytiske løsninger. Kun da kunne beregningene kontrolleres ved håndregning. Dermed kunne det ikke utelukkes at andre avvik i LINKpfat-resultatene kunne oppstå for andre, mer kompliserte spenningsfelt.

Likevel måtte det konkluderes med at LINKpfat var det best egnede verktøyet for verifisering av resultatene fra den forenklete metoden når analytiske løsninger ikke var tilgjengelige.

Tabell 2.1: Avhengighet av elementoppløsning for $\bar{\sigma}_a$ -resultater fra KM-prøven i versjon 1.3.0.10 av LINKpfat.

Elementtype $m_y \setminus \beta_\sigma$	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
1	-6,26%	-2,66%	-1,69%	93,42%	135,85%	146,07%
2	0,00%	0,00%	0,00%	-1,99%	-3,17%	-3,93%
3	0,00%	0,00%	0,00%	-0,83%	-1,55%	-1,95%
4	0,00%	0,00%	0,00%	-0,32%	-1,02%	-1,31%

Tabell 2.2: Avhengighet av elementoppløsning for $\bar{\sigma}_a$ -resultater fra KM-prøven i versjon 1.3.0.12 av LINKpfat.

Elementtype $m_y \setminus \beta_\sigma$	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
1	0,00%	0,00%	0,00%	26,22%	47,69%	53,76%
2	0,00%	0,00%	0,00%	-1,99%	-3,17%	-3,93%
3	0,00%	0,00%	0,00%	-0,85%	-1,55%	-1,95%
4	0,00%	0,00%	0,00%	-0,32%	-1,02%	-1,31%

2.3 Fleraksede spenningstilstander

Flere kriterier for å beregne ekvivalente, en-aksede spenningsamplituder fra fleraksede spenningstilstander har blitt postulert opp gjennom årene. Et utvalg er presentert i [14].

I Ansys kan man fra et FE-resultat ta ut bl.a. spenningstensorer, størrelser på hovedspenninger og Mises-spenninger. Dette muliggjør bruk av kritisk plan-kriterier, som innebærer søking gjennom alle plan i rommet for å finne de mest ødeleggende spenningssyklusene. Det er likevel atskillig enklere å benytte seg av Sines' kriterium, som her er gjengitt for plane spenningstilstander [7]:

$$\begin{aligned}\sigma_a &= \sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\sigma_{xa}^2 - \sigma_{xa}\sigma_{ya} + \sigma_{ya}^2 + 3\tau_{xya}^2}, \\ \sigma_m &= \sigma_{xm} + \sigma_{ym}.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Her er σ_a og σ_m den ekvivalente, en-aksede spenningsamplituden og middelspenningen, og σ_{ija} og σ_{ijm} er komponenter langs koordinataksene. $\sigma_a = \sigma_{\text{Mises}}$ kan tas ut direkte fra en FE-løsning for spenningsamplituder i Ansys. σ_m kan tas ut direkte fra middelspenningsløsningen, dersom man først lager et egendefinert spenningsresultat ved å addere normalspenningene for alle koordinataksene. Deretter kan en ekvivalent, symmetrisk syklus med spenningsamplitude σ_{ar} finnes fra Morrows likning [7]:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} = 1 \Rightarrow \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}},\tag{2.6}$$

der σ'_f er en materialkonstant¹. Morrows middelspenningskriterium var det eneste i LINKpfat som hadde bestått testing [1]. Derfor ble dette brukt under evalueringen av den forenklete metoden.

Bruun et al. hadde samlet inn data fra et stort antall to-aksede utmattingstester og evaluert forskjellige multiaksialitetskriterier [14]². Sines' kriterium hadde, for aluminiumslegeringer og smidde stål, vist seg å gi gode resultater [14]. Denne konklusjonen er også støttet av [7]. Dessuten var Sines' kriterium det eneste implementerte i LINKpfat som hadde bestått testing [1]. Dermed var det det eneste egnede når den forenklete metoden skulle verifiseres for spenningsfelt uten analytiske løsninger.

For støpejern hadde normalspenningskriteriet vist seg å gi mest nøyaktige resultater [14]. For plane spenningstilstander sier dette kritisk plan-kriteriet at levetiden er styrt av normalspenningene i det planet, over alle vinkler, ϕ , som maksimerer σ_{ar} i Morrows likning [15]:

$$\sigma_{ar} = \max_{0 < \phi \leq \pi} \frac{\sigma_a(\phi)}{1 - \frac{\sigma_m(\phi)}{\sigma'_f}}. \quad (2.7)$$

Hvis normalspenningskriteriet skal benyttes på FE-resultater, må alle spenningskomponenter i hvert punkt (node) tas ut fra både spenningsamplitude- og middelspenningsløsningen. Sammen kan disse deretter brukes til å regne ut σ_a og σ_m for normalspenningssyklusene i alle plan. Dette gjør den forenklete metoden betydelig mer tidkrevende enn om Sines' kriterium benyttes³.

Grunnen til at så gode resultater ble oppnådd med normalspenningskriteriet for støpejern i [14] kan være at støpejern inneholder støpedefekter, som raskt kan gi utmattingssprekker, og at sprekkvekstprosessen, i motsetning til initieringsprosessen, er normalspenningskontrollert [15]. Liknende forhold kan oppstå i støpte stål og sveiser (nærmere beskrevet i avsnitt 3.1.2), og det kan derfor være rimelig å anta at normalspenningskriteriet vil gi de mest nøyaktige resultatene også for slike materialer [15]. Normalspenningskriteriet hadde imidlertid vist seg å være lite konservativt for aluminium og smidde stål [14]. Og siden Sines' kriterium var på den konservative siden for alle materialer [14], kan det argumenteres for at dette er best egnet som universelt kriterium. I et løpehjul kan det imidlertid godt tenkes at sveisene utsettes for de største belastningene. Sveisene kan også være mindre motstandsdyktige mot utmatting enn grunnmaterialet (se avsnitt 3.1.2). Isåfall har disse størst betydning for levetiden, og normalspenningskriteriet

¹Ved utmattingsgrensen, $\sigma_W = \sigma_{ar}$, kan middelspenningsfølsomheten uttrykkes ved $M = \sigma_W/\sigma'_f$. Likning (2.6) kan dermed skrives som $\sigma_{ar} = \sigma_a + M\sigma_m$ [15]. Denne notasjonen er benyttet i én av appendiksene.

²De samme testdataene og mange av de samme resultatene er også gjengitt i [15]. Referansene [14] og [15] er angitt om hverandre, avhengig av hvilken som er benyttet, men disse er stort sett ekvivalente.

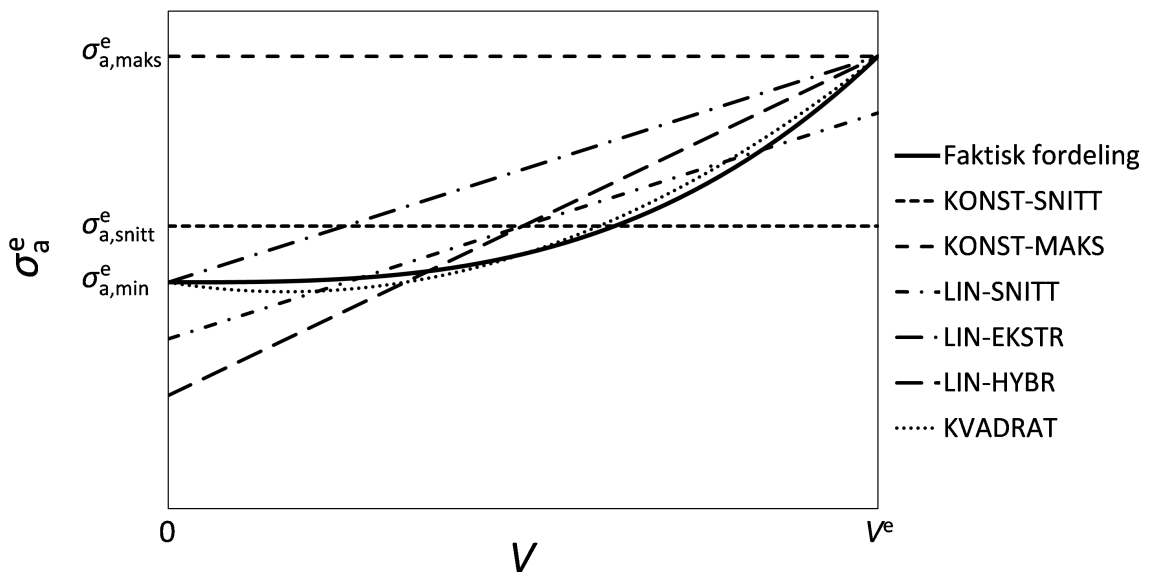
³I belastningstilfeller der hovedspenningene ikke roterer i løpet av en syklus, mao. der syklusen er proporsjonal, virker den mest ødeleggende normalspenningssyklusen i retningen av den største hovedspenningen. Men eventuelle negative hovedspenninger gjør at de største hovedspenningene som kan tas ut fra spenningsamplitude- og middelspenningsløsningen i Ansys likevel kan virke i forskjellige retninger. Dette vanskeliggjør en mulig forenkling av normalspenningskriteriet basert på disse spenningene for proporsjonal belastning.

kan gi de mest nøyaktige resultatene.

Hvis FE-modellen i Ansys deles opp i materialsoner, gir det noen interessante muligheter med den forenklete metoden. Ikke bare kan WL-beregningene i de forskjellige sonene baseres på forskjellige materialkonstanter og $S-N$ -kurver. Også multiaksialitetskriteriet kan varieres i modellen avhengig av hvilket som er best egnet for den aktuelle materialsonen. Formuleringen av WL ved bruk av flere materialsoner er vist i appendiks A.2.1.

2.4 Forenklete fordelinger

Med utgangspunkt i lett tilgjengelige størrelser fra Ansys, ble antatte spenningsfordelinger over volumet av hvert element, for forenklet beregning av $\bar{\sigma}_a$, foreslått. Fordelingene er vist, med utgangspunkt i en eksempelfordeling (et 3. grads polynom), i fig. 2.2 og beskrevet i de påfølgende underavsnittene. I første omgang ble middelspenninger sett bort fra. Dvs. at kun Mises-spenningene var nødvendig å ta ut fra Ansys. I figuren angir $\sigma_{a,\text{maks}}^e$ maksimumsspenningen, $\sigma_{a,\text{min}}^e$ minimumsspenningen, $\sigma_{a,\text{snitt}}^e$ den gjennomsnittlige spenningen og $\sigma_{a,\text{diff}}^e$ spenningsdifferansen for amplituden i et element. $\sigma_{a,\text{snitt}}^e$ og $\sigma_{a,\text{diff}}^e$ kan tas ut direkte fra brukergrensesnittet i Ansys. Det kan også volumet til hvert element, V^e .



Figur 2.2: Forenklete fordelinger tilpasset en spenningsfordeling (3. grads polynom).

Når $\bar{\sigma}_a$ skal finnes fra et FE-resultat, tar likning (2.1) formen

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{1}{V_0} \sum_{j=1}^m \int_0^{V_j^e} \sigma_{a_j}^e(V)^{\beta_\sigma} dV \right)^{\frac{1}{\beta_\sigma}}, \quad (2.8)$$

der m er antall elementer i FE-modellen. Hvis substitusjonen $s = V/V_j^e$ innføres og integralet for hvert element omtales som elementintegralet, I_j^e , finnes at

$$\bar{\sigma}_a = \left(\frac{1}{V_0} \sum_{j=1}^m V_j^e \int_0^1 \sigma_{a_j}^e(s)^{\beta_\sigma} ds \right)^{\frac{1}{\beta_\sigma}} = \left(\frac{1}{V_0} \sum_{j=1}^m V_j^e I_j^e \right)^{\frac{1}{\beta_\sigma}}. \quad (2.9)$$

En Matlab-kode for utregning av $\bar{\sigma}_a$ vha. de forenklete fordelingene er vedlagt i appendiks A.3.1.

2.4.1 Konstant fordeling basert på gjennomsnittlig spenning i elementet (KONST-SNITT)

En KONST-SNITT-fordeling krevde kun uttak av én størrelse fra Ansys. Det var av interesse å se om fordelingen likevel kunne gi nøyaktige resultater. Elementintegralet i likning (2.9) tar formen

$$I^e = \int_0^1 \sigma_{a,\text{snitt}}^e \beta_\sigma ds = \sigma_{a,\text{snitt}}^e \beta_\sigma. \quad (2.10)$$

2.4.2 Konstant fordeling basert på maksimal spenning (KONST-MAKS)

KONST-MAKS-fordelingen ville alltid være konservativ. Hvis nøyaktigheten likevel var god, kunne fordelingen benyttes uten sikkerhetsfaktorer. Ekstremverdier av spenningene i hvert element kan ikke tas ut direkte fra brukergrensesnittet i Ansys. Men et uttak av nodespenninger viser også hvilket element hver node tilhører. Dermed kan en enkel Matlab-kode, som den vedlagt i appendiks A.3.2, brukes til å beregne største og minste nodespenning i hvert element. Eventuelle ekstremverdier utenfor nodene blir imidlertid ikke fanget opp. Elementintegralet blir

$$I^e = \sigma_{a,\text{maks}}^e \beta_\sigma. \quad (2.11)$$

2.4.3 Lineær fordeling basert på gjennomsnittlig spenning og spenningsdifferanse (LIN-SNITT)

Dette var fordelingen som var foreslått av Rainpower. Det var antatt en lineær fordeling med lik gjennomsnittlig spenning og spenningsdifferanse som i elementet:

$$\sigma_a^e(s) = \sigma_{a,\text{snitt}}^e + \sigma_{a,\text{diff}}^e \left(s - \frac{1}{2} \right). \quad (2.12)$$

To størrelser måtte tas ut fra Ansys. Man kunne tenke seg at denne fordelingen ville gi et mer nøyaktig resultat enn de konstante fordelingene, spesielt når elementene hadde stor utstrekning og spenningsdifferanse. Det kan være verdt å merke seg at Ansys tar utgangspunkt i nodeverdiene (og ikke faktiske ekstremverdier) når spenningsdifferansen beregnes [17], slik som Matlab-koden for uttak av ekstremverdier også gjør. Elementintegralet, løst ved substitusjon, blir

$$\begin{aligned}
 I^e &= \int_0^1 \left[\sigma_{a,\text{snitt}}^e + \sigma_{a,\text{diff}}^e \left(s - \frac{1}{2} \right) \right]^{\beta_\sigma} ds \\
 &= \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \frac{1}{\sigma_{a,\text{diff}}^e} \left[\left(\sigma_{a,\text{snitt}}^e + \frac{\sigma_{a,\text{diff}}^e}{2} \right)^{\beta_\sigma + 1} - \left(\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \frac{\sigma_{a,\text{diff}}^e}{2} \right)^{\beta_\sigma + 1} \right]. \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

Men, som vist i fig. 2.2, kan $\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\text{diff}}^e/2 < \sigma_{a,\text{min}}^e$ hvis den faktiske fordelingen er konveks. Problemer oppstår hvis LIN-SNITT-fordelingen forskyves slik at $\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\text{diff}}^e/2 < 0$. Elementintegralet i likning (2.13) vil da gi avvik hvis β_σ er et partall, fordi $(\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\text{diff}}^e/2)^{\beta_\sigma + 1}$ blir positiv. Og hvis β_σ er et desimaltall, er I^e ikke definert.

Hvis kun heltalls- β_σ skulle brukes med den forenklete metoden, kunne en løsning på dette problemet ha vært å rett og slett ignorere det. Metoden er uansett en tilnærming, og for typiske FE-resultater ville feilen trolig ikke ha gitt store utslag på $\bar{\sigma}_a$, fordi de negative spenningene aldri ville ha blitt store og fordi feilen kun ville ha oppstått i noen få elementer. Men det var ønskelig å lage en universell metode som fungerte for alle β_σ , også desimaltall. Løsningen ble å integrere kun over det området der σ_a^e er positiv, de gangene $\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\text{diff}}^e/2$ var negativ. En slik betingelse gjør utregningstiden noe lenger. Fordelingens krysningspunkt med s -aksen, s_0 , er gitt av

$$\sigma_a^e(s_0) = \sigma_{a,\text{snitt}}^e + \sigma_{a,\text{diff}}^e \left(s_0 - \frac{1}{2} \right) = 0 \Rightarrow s_0 = \frac{1}{2} - \frac{\sigma_{a,\text{snitt}}^e}{\sigma_{a,\text{diff}}^e}. \quad (2.14)$$

Elementintegralet blir dermed

$$\begin{aligned}
 I^e &= \int_{s_0}^1 \left[\sigma_{a,\text{snitt}}^e + \sigma_{a,\text{diff}}^e \left(s - \frac{1}{2} \right) \right]^{\beta_\sigma} ds \\
 &= \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \frac{1}{\sigma_{a,\text{diff}}^e} \left(\sigma_{a,\text{snitt}}^e + \frac{\sigma_{a,\text{diff}}^e}{2} \right)^{\beta_\sigma + 1}. \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

Et annen svakhet ved likning (2.13) er at den ikke kan håndtere svært lave spenningsdifferanser. Dersom $\sigma_{a,\text{diff}}^e = 0$, går I^e mot uendelig pga. faktoren $1/\sigma_{a,\text{diff}}^e$. En $\sigma_{a,\text{diff}}^e$ nær 0 kan dessuten gi numeriske problemer, fordi et stort antall gjeldende sifre er nødvendig for leddene $(\sigma_{a,\text{snitt}}^e + \sigma_{a,\text{diff}}^e/2)^{\beta_\sigma + 1}$ og $(\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\text{diff}}^e/2)^{\beta_\sigma + 1}$ for at uttrykket i klammeparentesen skal bli forskjellig fra null. Appendiks A.2.2 viser hvordan utvikling av likning (2.13) til en endelig rekke kan gjøres for å bestemme I^e eksakt når β_σ er et heltall. En enklere og universell, men tilnærmet, måte å løse problemene på er å bytte ut likning (2.13) med (2.10) i de tilfellene $\sigma_{a,\text{diff}}^e$ er svært liten. Likning (2.10) ble derfor benyttet for $\sigma_{a,\text{diff}}^e < 10^{-3}$. Liknende metodikk ble innført for de påfølgende forenklete fordelinger.

2.4.4 Lineær fordeling mellom ekstremverdier av spenning (LIN-EKSTR)

Dersom et element hadde et spenningsfordeling som ikke var lineær, kunne LIN-SNITT-fordelingen tenkes å gi en feilaktig representasjon av den faktiske fordelingen i det høyest

belastede området (se fig. 2.2) Siden de høyeste spenningene dominerer $\bar{\sigma}_a$ når spredningen i utmattingsdataene er lav (pga. høy β_σ), kunne LIN-EKSTR-fordelingen gi et mer nøyaktig resultat i slike tilfeller. Elementærintegralet løses igjen ved substitusjon:

$$\begin{aligned} I^e &= \int_0^1 [\sigma_{a,\min}^e + (\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\min}^e)s]^{\beta_\sigma} ds \\ &= \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \frac{1}{\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\min}^e} \left(\sigma_{a,\max}^e{}^{\beta_\sigma+1} - \sigma_{a,\min}^e{}^{\beta_\sigma+1} \right). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Siden den gjennomsnittlige spenningen ikke ble tatt ut fra Ansys når denne fordelingen skulle benyttes, ble likning (2.11) brukt istedenfor (2.10) for å håndtere elementer med $\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\min}^e < 10^{-3}$.

2.4.5 Lineær fordeling basert på gjennomsnittlig og maksimal spenning (LIN-HYBR)

En hybrid mellom LIN-SNITT- og LIN-EKSTR-fordelingen ble foreslått. LIN-HYBR-fordelingen hadde den samme gjennomsnittlige og maksimale spenningen som den faktiske fordelingen, og kunne således tenkes å gi en god representasjon av denne både i det høyt og middels belastede området. Dermed kunne LIN-HYBR kanskje gi nøyaktige resultater for både høye og lave β_σ . Elementintegralet blir

$$\begin{aligned} I^e &= \int_0^1 [\sigma_{a,\text{snitt}}^e + (\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e)(2s - 1)]^{\beta_\sigma} ds \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \frac{1}{\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e} \left[\sigma_{a,\max}^e{}^{\beta_\sigma+1} - (2\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\max}^e)^{\beta_\sigma+1} \right]. \end{aligned} \quad (2.17)$$

For elementer der fordelingen gir $2\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\max}^e < 0$, er krysningspunktet med s -aksen gitt av

$$\sigma_a^e(s_0) = \sigma_{a,\text{snitt}}^e + (\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e)(2s_0 - 1) = 0 \Rightarrow s_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sigma_{a,\text{snitt}}^e}{\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e} \right). \quad (2.18)$$

Elementintegralet for dette tilfellet er dermed

$$I^e = \int_{s_0}^1 [\sigma_{a,\text{snitt}}^e + (\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e)(2s - 1)]^{\beta_\sigma} ds = \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \frac{\sigma_{a,\max}^e{}^{\beta_\sigma+1}}{\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e}. \quad (2.19)$$

Likning (2.10) ble brukt for å håndtere elementer med $2(\sigma_{a,\max}^e - \sigma_{a,\text{snitt}}^e) < 10^{-3}$.

2.4.6 Kvadratisk fordeling basert på ekstremverdier og gjennomsnittlig spenning (KVADRAT)

For å kunne gi en enda mer detaljert representasjon av den faktiske spenningsfordelingen, ble KVADRAT-fordelingen foreslått. Denne fordelingen involverte mer regnearbeid og ville

dermed være noe mer tidkrevende å bruke enn de andre fordelingene. Den ble likevel undersøkt, fordi den ble antatt å ha den beste nøyaktigheten. Det kunne tenkes at denne var den eneste fordelingen som ikke krevde forfining av elementnettet for allerede nøyaktige FE-resultater. Således kunne den avgjøre om en forenklet metodikk var brukbar i praksis. Regnetiden ville sannsynligvis uansett være kortere enn for en utregning i LINKpfat eller for en ny FE-analyse.

En kvadratisk spenningsfordeling i et element er gitt ved

$$\sigma_a^e(s) = C_1 s^2 + C_2 s + C_3, \quad (2.20)$$

der C_1 , C_2 og C_3 er konstanter. Fra kjente grensebetingelser og definisjonen av $\sigma_{a,\text{snitt}}^e$ kan det dannes et likningssystem:

$$\begin{aligned} \sigma_a^e(0) &= C_3 = \sigma_{a,\text{min}}^e, \\ \sigma_a^e(1) &= C_1 + C_2 + C_3 = \sigma_{a,\text{maks}}^e, \\ \frac{\int_0^1 (C_1 s^2 + C_2 s + C_3) ds}{\int_0^1 ds} &= \frac{C_1}{3} + \frac{C_2}{2} + C_3 = \sigma_{a,\text{snitt}}^e. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ved å løse likningssystemet bestemmes konstantene:

$$\begin{aligned} C_1 &= -6\sigma_{a,\text{snitt}}^e + 3\sigma_{a,\text{min}}^e + 3\sigma_{a,\text{maks}}^e, \\ C_2 &= 6\sigma_{a,\text{snitt}}^e - 4\sigma_{a,\text{min}}^e - 2\sigma_{a,\text{maks}}^e, \\ C_3 &= \sigma_{a,\text{min}}^e. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Elementintegralet,

$$I^e = \int_0^1 (C_1 s^2 + C_2 s + C_3)^{\beta_\sigma} ds, \quad (2.23)$$

kan ikke løses analytisk. Under evalueringen av KVADRAT-fordelingen ble denne derfor diskretisert i $n = 20$ segmenter over hvert element, hver med lineær fordeling. Integralene for segmentene ble funnet på samme måte som elementintegralet for LIN-EKSTR-fordelingen. Disse ble deretter summert for å gi elementintegralet for KVADRAT-fordelingen:

$$I^e = \frac{1}{n} \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_a^e(\frac{i}{n}) - \sigma_a^e(\frac{i-1}{n})} \left(\sigma_a^e(\frac{i}{n})^{\beta_\sigma+1} - \sigma_a^e(\frac{i-1}{n})^{\beta_\sigma+1} \right). \quad (2.24)$$

I likhet med LIN-SNITT-fordelingen kan også KVADRAT-fordelingen ha negative σ_a^e -verdier. Men for KVADRAT-fordelingen oppstår et eventuelt problemet inne i fordelingen istedenfor ved $V = 0$. Problemet ble løst ved å sette alle negative $\sigma_a^e(\frac{i}{n})$ og $\sigma_a^e(\frac{i-1}{n})$ i likning (2.24) lik 0. For segmenter med $\sigma_a^e(\frac{i}{n}) - \sigma_a^e(\frac{i-1}{n}) < 10^{-3}$, ble uttrykket i summasjonen i likning (2.24) byttet ut med $\sigma_a^e(\frac{i}{n})^{\beta_\sigma}$. Altså ble en konstant spenning, $\sigma_a^e(\frac{i}{n})$, antatt over segmentet i slike tilfeller.

2.5 Testing på spenningsfelt med analytiske løsninger

Den forenklete metoden ble sammenliknet med håndberegninger for spenningsfelt som kunne bestemmes analytisk. For å sikre god nøyaktighet i FE-resultatene, var fine elementnett i FE-modellene påkrevd for flere av spenningsfeltene. Dette betød også at spenningsforskjellene inne i elementene ble små, og det var forventet at alle de forenklete fordelingene ville gi gode estimater for $\bar{\sigma}_a$. For å gjøre testingen så utslagsgivende som mulig, ble imidlertid de groveste elementnettene som ga noenlunde nøyaktige resultater brukt. Nøyaktigheten til spenningsfeltet i et FE-resultat, σ_{FE} , ble verifisert ved å stikkprøve avviket fra den analytiske referanseløsningen, σ_{ref} , langs akser parallelle med koordinataksene. Også differansen i de ikke-midlede nodespenningene ekstrapolert fra integrasjonspunktene i omkringliggende elementer, $\sigma_{nodediff}$, ble kontrollert. Normalisering med de maksimale spenningene i modellene ga følgende feilindikatorer:

$$\begin{aligned} F_{ref} &= \frac{1}{\sigma_{ref,maks}} \max_V |\sigma_{FE} - \sigma_{ref}|, \\ F_{nodediff} &= \frac{1}{\sigma_{a,FE,maks}} \max_V |\sigma_{a,nodediff}|. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Dersom en forenklet fordeling ga et større (absolutt) avvik enn den største av de to indikatorverdiene, kunne det antas med stor sannsynlighet at dette skyldtes unøyaktigheter i den forenklete metoden heller enn i FE-resultatet.

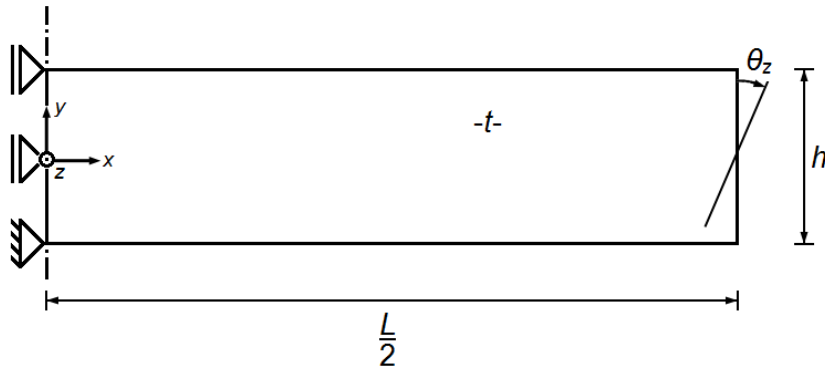
Kun 2. ordens elementer, HEX20 og TET10, ble brukt. Disse har mer kompliserte spenningsfordelinger enn 1. ordens elementer, og således kunne større avvik forventes med den forenklete metoden. Valg av integrasjonsmetode ble gjort automatisk av Ansys. Versjon 16.2 av Ansys ble brukt.

Formen på likning (2.1) kunne gjøre at eventuelle avvik i de forenklete fordelingene ble vektet forskjellig, avhengig av hvilken β_σ -verdi som ble brukt. Med høy β_σ kunne avviket i det høyest belastede området være viktig, mens lavere β_σ kunne øke den relative betydningen av avvik i lavere belastede områder. Dermed kunne β_σ -verdien være avgjørende for hvilken av fordelingene som ga mest nøyaktige resultater. Derfor var det nødvendig å teste den forenklete metoden med forskjellige, typiske β_σ -verdier. En gjennomgang av et stort antall utmattningstester hadde vist at β_σ lå mellom 8 og 43 for smidde stål og mellom 10 og 18 for støpte stål [16]. Det ble derfor besluttet å teste den forenklete metoden med β_σ lik 10, 25 og 40. V/V_0 ble satt til 1 for alle testene.

2.5.1 Bjelke med konstant moment

KM-prøven fra [1] ble brukt i testingen, fordi et eksakt spenningsfelt kunne oppnås med grove elementnett i FE-modellen [1]. Prøven ble modellert med ett symmetriplan og påsatt en rotasjon, θ_z , i høyre ende. Beregningsmodellen for prøven er vist i fig. 2.3, der L er lengden, h er høyden og t er tykkelsen. Spenningsfeltet i prøven er lineært avhengig av y (se fig. 2.1) og gitt av [1]

$$\sigma_x = \frac{2E\theta_z}{L}y, \quad (2.26)$$


Figur 2.3: Beregningsmodell for KM-prøve.

der E er materialets elastitetsmodul. Ved å integrere over halve høyden av prøven og multiplisere med 2, tar likning (2.1) formen

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_a &= \left[\frac{2^2}{V_0} \left(\frac{2E\theta_z}{L} \right)^{\beta_\sigma} \int_0^t \int_0^{h/2} \int_0^{L/2} y^{\beta_\sigma} dx dy dz \right]^{1/\beta_\sigma} \\ &= \frac{Eh\theta_z}{L} \left(\frac{1}{\beta_\sigma + 1} \frac{V}{V_0} \right)^{\frac{1}{\beta_\sigma}}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

der substitusjonen $V = Lth$ er innført.

Tabell 2.3: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier mellom bruk av forenklet metode og håndregning for KM-prøven modellert med ett element over høyden.

Elementtype	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
KONST-SNITT	-100,00%	-100,00%	-100,00%	-38,98%	-43,96%	-45,69%
KONST-MAKS	27,10%	13,92%	9,73%	27,10%	13,92%	9,73%
LIN-SNITT	-53,35%	-51,37%	-50,86%	-3,97%	-1,61%	-1,01%
LIN-EKSTR	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LIN-HYBR	-6,70%	-2,73%	-1,72%	-1,81%	-0,73%	-0,45%
KVADRAT	-12,54%	-5,25%	-3,31%	-2,78%	-1,13%	-0,71%

Tabell 2.4: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier mellom bruk av forenklet metode og håndregning for KM-prøven modellert med to elementer over høyden.

Elementtype	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
KONST-SNITT	-36,45%	-43,04%	-45,14%	-14,45%	-18,23%	-19,93%
KONST-MAKS	27,10%	13,92%	9,73%	27,10%	13,92%	9,73%
LIN-SNITT	0,00%	0,00%	0,00%	15,51%	20,71%	22,29%
LIN-EKSTR	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LIN-HYBR	0,00%	0,00%	0,00%	0,17%	-0,10%	-0,06%
KVADRAT	0,00%	0,00%	0,00%	9,65%	8,01%	7,13%

De forenklete fordelingene ble testet på FE-resultater fra KM-prøven med både ett og to elementer over høyden. Tab. 2.3 og 2.4 viser avvikene ift. håndregnerresultatene. Tabellene viser til dels store avvik. Fordi KM-prøven inneholdt få elementer, ble avvikene større enn de ville ha vært for en typisk FE-modell. Derfor skal det ikke legges for mye vekt på disse. Resultatene illustrerer imidlertid noen viktige poeng:

For FE-modellen med to HEX20-elementer over høyden, ga alle lineære og kvadratiske fordelinger eksakte resultater. Dette var som forventet, siden spenningsfeltene i alle elementer var lineære og uten knekkpunkter. For modellen med to TET10-elementer over høyden, ga imidlertid kun LIN-EKSTR eksakte resultater, selv om spenningsfeltet var det samme over elementene. Dette skyldtes at elementenes geometrier påvirket fordelingen *over volumet*, og dermed også $\sigma_{a,snitt}^e$. Et lineært spenningsfelt langs en koordinatakse er ikke en lineær fordeling over volumet av et tetraeder. LIN-HYBR hadde likevel god nøyaktighet.

For FE-modellen med ett HEX20-element over høyden, ga KONST-SNITT-fordelingen $\bar{\sigma}_a = 0$. Dette skyldtes at Ansys beregnet $\sigma_{a,snitt}^e = 0$ i alle elementene, noe som verken stemte overens med nodeverdiene eller fargeplottet i programmet. Også for modellen med ett TET10-element over høyden oppga Ansys gale $\sigma_{a,snitt}^e$ -verdier. Dette fikk betydning for nøyaktigheten til alle fordelinger som baserte seg på den gjennomsnittlige spenningen. For å finne årsaken til feilen, ble en normalkraft, N_x , satt på KM-prøven. Dermed ble en konstant spenning superponert på det lineære spenningsfeltet. Responsen i spenningsamplitudene i de forenklete fordelingene ble studert for forskjellige verdier av normalkraften. Resultatene er vist i tab. 2.5. Nedenfor er det trukket noen konklusjoner om Ansys' regnemåter ut fra resultatene.

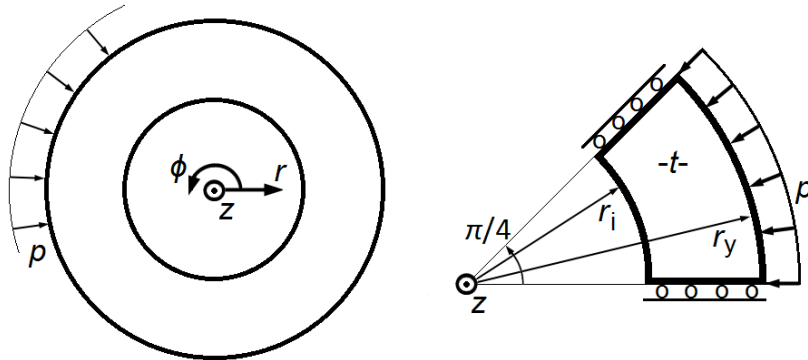
Tabell 2.5: Gjennomsnittlig spenning og spenningsdifferanse fra Ansys ved forskjellig normalkraftbelastning på KM-prøven.

$\frac{\sigma_N^e}{\sigma_{Mmaks}^e}$	$\frac{\sigma_{a,snitt,FE}^e}{\sigma_{a,snitt,ref}^e}$	$\frac{\sigma_{a,snitt,FE}^e}{\sigma_{x,snitt}^e}$	$\frac{\sigma_{a,diff,FE}^e}{\sigma_{a,diff,ref}^e}$
0	0	1	1
1/4	8/17	1	4/5
1/2	4/5	1	2/3
3/4	24/25	1	6/7

Den gjennomsnittlige spenningen i et element blir først regnet ut for hver spenningskomponent. Deretter blir Mises-spenningen regnet ut på bakgrunn av disse spenningene. Ansys brukerveiledning [17] kan tolkes dit hen at den støtter opp om en slik påstand. Den gjennomsnittlige Mises-spenningen blir altså ikke bestemt eksakt. Grunnen til at denne regnemåten likevel brukes er sannsynligvis fordi spenningsfelt er etablert for spenningskomponentene i FE-løsningen, men ikke for Mises-spenningen. Dermed kan det også oppstå avvik i fargeplottet for Mises-spenningen i Ansys.

Spenningsdifferansen i Ansys kunne avvike fra den funnet i den analytiske referanseløsningen, fordi Ansys kun regner ut differansen mellom nodeverdiene i sine beregninger. For KM-prøven oppsto det avvik når nullinjen i Mises-spenningen ble forskøvet utenfor elementenes midtsidenoder.

2.5.2 Sirkulær skive med hull under ytre, uniformt trykk



Figur 2.4: Fullstendig SSH-prøve (t.v.) og redusert beregningsmodell (t.h.).

For å teste beregningene på en mer komplisert spenningsfordeling, ble også en sirkulær skive med hull under uniformt, ytre trykk (SSH) modellert og analysert. I fig. 2.4 er SSH-prøven vist i et sylindrisk koordinatsystem, r , ϕ , z , sammen med den reduserte beregningsmodellen som ble modellert i Ansys. p betegner trykket, og r_i og r_y er hhv. indre og ytre radius. I beregningsmodellen ble tre symmetriplan innført for å redusere det totale antallet elementer i modellen. SSH-prøven har følgende (plane) spenningsfordeling [18]:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= -p \frac{r_y^2}{r_y^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right), \\ \sigma_\phi &= -p \frac{r_y^2}{r_y^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_i^2}{r^2} \right).\end{aligned}\quad (2.28)$$

Et uttrykk for $\bar{\sigma}_a$ for SSH-prøven kan finnes ved å sette Sines' kriterium inn i likning (2.1):

$$\bar{\sigma}_a = \left[\frac{1}{V_0} \int_V (\sigma_{ra}^2 - \sigma_{ra}\sigma_{\phi a} + \sigma_{\phi a}^2)^{\frac{\beta_\sigma}{2}} dV \right]^{\frac{1}{\beta_\sigma}}. \quad (2.29)$$

Når likning (2.28) settes inn for hver av spenningskomponentene i likning (2.29), og uttrykket forenkles, finnes at

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_a &= \left\{ \frac{2^3}{V_0} \left(p \frac{r_y^2}{r_y^2 - r_i^2} \right)^{\beta_\sigma} \int_0^t \int_0^{\pi/4} \int_{r_i}^{r_y} \left[1 + 3 \left(\frac{r_i}{r} \right)^4 \right]^{\frac{\beta_\sigma}{2}} r dr d\phi dz \right\}^{\frac{1}{\beta_\sigma}} \\ &= \left\{ \frac{2\pi t}{V_0} \left(p \frac{r_y^2}{r_y^2 - r_i^2} \right)^{\beta_\sigma} \int_{r_i}^{r_y} \left[1 + 3 \left(\frac{r_i}{r} \right)^4 \right]^{\frac{\beta_\sigma}{2}} r dr \right\}^{\frac{1}{\beta_\sigma}}.\end{aligned}\quad (2.30)$$

Integralet ble løst numerisk vha. Matlab for en tynn skive med $r_i/r_y = 0,6$. Den samme skiven ble modellert i Ansys med elementnett med forskjellige oppløsninger. Tab. 2.6 viser data for FE-resultatene. m -verdiene angir her antall elementer langs hver koordinatakse.

2. FORENKLET METODE FOR WL-BEREGNINGER

Tabell 2.6: Data for FE-resultater fra SSH-prøven.

Elementnett		Fint		Grovt	
Parameter \ Elementtype	HEX20	TET10	HEX20	TET10	
m_r	30	ca. 35	5	ca. 6	
m_ϕ	30	ca. 40	5	ca. 7	
m_z	1	1	1	1	
$\max_V \sigma_{a,diff}^e / \sigma_{a,maks}$	3,2%	3,8%	16,6%	16,0%	
F_{ref}	0,07%	0,06%	1,78%	1,16%	
$F_{nodediff}$	0,00%	0,07%	0,12%	1,13%	

Tabell 2.7: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier mellom bruk av forenklet metode og Matlab for SSH-prøven modellert med fint elementnett.

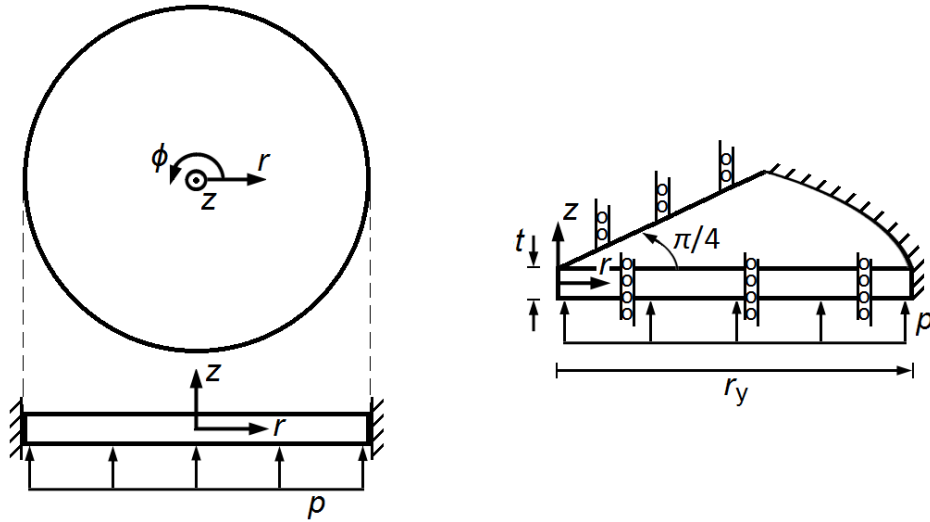
Elementtype	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
Fordeling \ β_σ						
KONST-SNITT	-0,03%	-0,10%	-0,17%	-0,01%	-0,03%	-0,05%
KONST-MAKS	1,36%	1,49%	1,46%	1,11%	1,19%	1,16%
LIN-SNITT	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,04%	0,06%
LIN-EKSTR	0,01%	0,01%	0,02%	0,00%	0,00%	-0,01%
LIN-HYBR	-0,03%	-0,10%	-0,17%	-0,01%	-0,03%	-0,04%
KVADRAT	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,04%	0,07%

Tabell 2.8: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier mellom bruk av forenklet metode og Matlab for SSH-prøven modellert med grovt elementnett.

Elementtype	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
Fordeling \ β_σ						
KONST-SNITT	-1,10%	-2,82%	-3,97%	-0,24%	-0,59%	-0,81%
KONST-MAKS	7,76%	6,64%	5,43%	5,24%	4,73%	4,03%
LIN-SNITT	-0,09%	-0,08%	-0,15%	0,24%	0,67%	0,94%
LIN-EKSTR	0,53%	0,57%	0,49%	0,15%	0,14%	0,13%
LIN-HYBR	0,07%	0,29%	0,31%	0,02%	0,05%	0,03%
KVADRAT	-0,06%	0,07%	0,11%	0,26%	0,67%	0,84%

$\bar{\sigma}_a$ -verdier ble funnet med den forenklete metoden. Tab. 2.7 og 2.8 viser avvikene fra verdiene funnet med Matlab. Flere av fordelingene beregnet $\bar{\sigma}_a$ med svært god nøyaktighet. Uavhengig av elementtype og oppløsning hadde verken LIN-SNITT, LIN-EKSTR eller KVADRAT-fordelingen høyere avvik enn det som alene kunne skyldes avvik i FE-resultatene (siden avvikene var lavere enn høyeste feilindikator). Likevel virket LIN-SNITT og KVADRAT å gi de beste resultatene for HEX20-elementer, mens LIN-EKSTR og LIN-HYBR virket å være de beste for TET10. For TET10-elementer ga også KONST-SNITT avvik innenfor feilindikatorerne. Med noen få unntak ga fordelinger basert på maksimumsspenningen best resultater for høye β_σ , mens fordelinger basert på den gjennomsnittlige spenningen ga best resultater for lavere β_σ . Dette var som forventet.

2.5.3 Innspent, sirkulær plate under uniformt trykk



Figur 2.5: Fullstendig ISP-prøve (t.v.) og redusert beregningsmodell (t.h.).

Et enda mer komplisert spenningstilfelle med analytisk løsning er en sirkulær, innspent plate under uniformt trykk (ISP). Denne er vist, sammen med en beregningsmodell med tre symmetriplan, i fig. 2.5. Spenningsfordelingen i prøven er gitt av [19]

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{12z}{t^3} M_r = \frac{3pz}{4t^3} [(1+\nu)r_y^2 - (3+\nu)r^2], \\ \sigma_\phi &= \frac{12z}{t^3} M_r = \frac{3pz}{4t^3} [(1+\nu)r_y^2 - (1+3\nu)r^2],\end{aligned}\tag{2.31}$$

der ν er materialets tverrkontraksjonstall. Den effektive spenningsamplituden kan finnes fra likning (2.1). Når Sines' kriterium benyttes og spenningskomponentene fra likning (2.31) settes inn, finnes, etter noe forenkling, at

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_a &= \left\{ \frac{2^4}{V_0} \left(\frac{3p}{4t^3} \right)^{\beta_\sigma} \int_0^{\frac{t}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{r_y} z^{\beta_\sigma} [(7+2\nu+7\nu^2)r^4 - (4+8\nu+4\nu^2)r_y^2 r^2 + (1+2\nu+\nu^2)r_y^4]^{\frac{\beta_\sigma}{2}} r dr d\phi dz \right\}^{\frac{1}{\beta_\sigma}} \\ &= \left\{ \frac{1}{\beta_\sigma+1} \frac{2\pi t}{V_0} \left(\frac{3p}{8t^2} \right)^{\beta_\sigma} \int_0^{r_y} z^{\beta_\sigma} [(7+2\nu+7\nu^2)r^4 - (4+8\nu+4\nu^2)r_y^2 r^2 + (1+2\nu+\nu^2)r_y^4]^{\frac{\beta_\sigma}{2}} r dr \right\}^{\frac{1}{\beta_\sigma}}.\end{aligned}\tag{2.32}$$

I tillegg til at de tre symmetriplanene er innført, gjelder integralet for halve tykkelsen av prøven, og er derfor multiplisert med 2^4 . Integralet ble løst numerisk vha. Matlab for en svært tynn plate ($t/r = 1/100$), og $\bar{\sigma}_a$ ble bestemt. Platen ble også modellert i Ansys. Fine elementnett var nødvendig for å oppnå en noenlunde nøyaktig FE-løsning. Tab. 2.9 viser data for FE-modellene. F_{nodediff} var relativt stor, men kun for svært begrensede områder i modellene. Det ble derfor lagt mest vekt på F_{ref} under evalueringen av den forenklete metoden for denne prøven.

Tabell 2.9: Data for FE-resultater fra ISP-prøven.

Parameter \ Elementtype	HEX20	TET10
m_r	ca. 85	ca. 200
m_ϕ (maks.)	ca. 65	ca. 160
m_z	2	2
$\max_V \sigma_{a,diff}^e / \sigma_{a,maks}$	98,9%	98,6%
F_{ref}	0,26%	0,37%
$F_{nodediff}$	4,14%	2,20%

TET10-modellen hadde over 100 000 elementer. Dette påvirket bruken av den forenklete metoden for fordelingene som var basert på ekstremverdier av spenningene. Siden Ansys som standard opererer med fem gjeldende sifre på resultatene som tas ut, var det nødvendig å endre denne innstillingen for å unngå at høye nodenumre ble rundet av. Bare slik kunne ekstremverdiene for elementene beregnes i Matlab uten problemer.

Tabell 2.10: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier mellom bruk av forenklet metode og Matlab for ISP-prøven.

Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
KONST-SNITT	-36,47%	-43,10%	-45,23%	-13,46%	-15,82%	-15,55%
KONST-MAKS	29,06%	15,58%	11,26%	27,45%	14,30%	10,11%
LIN-SNITT	-0,15%	-0,11%	-0,11%	13,59%	18,89%	20,74%
LIN-EKSTR	1,73%	1,52%	1,43%	0,82%	0,53%	0,47%
LIN-HYBR	-16,37%	-3,80%	-1,26%	-13,45%	-15,79%	-15,38%
KVADRAT	0,89%	1,18%	1,22%	8,73%	7,36%	6,64%

Tab. 2.10 viser avvikene i $\bar{\sigma}_a$ -verdier som ble funnet med den forenklete metoden for ISP-prøven. Igjen ga LIN-SNITT-fordelingen gode resultater for modellen med HEX20-elementer og var den eneste uten signifikant avvik, målt mot F_{ref} . LIN-EKSTR ga lavest avvik for modellen med TET10-elementer, men avvikene var denne gangen signifikante. LIN-HYBR hadde store avvik for begge elementtyper.

2.5.4 Tester i LINKpfat

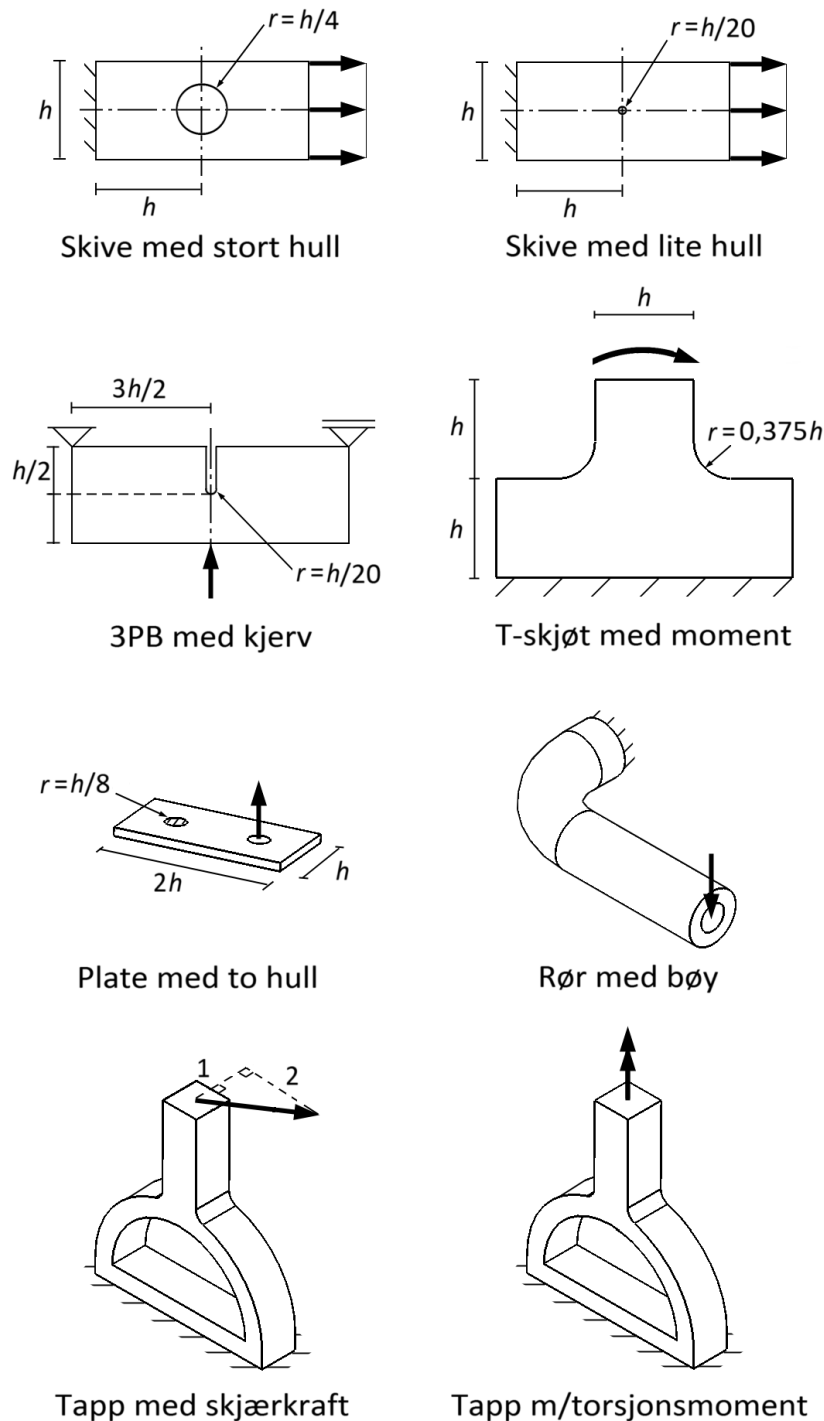
Tabell 2.11: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier mellom bruk av LINKpfat og analytiske løsninger.

Elementtype Prøve \ β_σ	HEX20			TET10		
	10	25	40	10	25	40
KM, ett element	0,00%	0,00%	0,00%	26,22%	47,69%	53,76%
KM, to elementer	0,00%	0,00%	0,00%	-1,99%	-3,17%	-3,93%
SSH, fint elementnett	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,01%
SSH, grovt elementnett	-0,01%	-0,10%	-0,18%	0,08%	0,05%	-0,03%
ISP	0,01%	0,02%	0,02%	-1,85%	-2,91%	-3,55%

For referanse er også resultater fra LINKpfat for de tre prøvene gjengitt i tab. 2.11. Betydelige avvik ble observert for prøvene med TET10-elementer og store

spenningsdifferanser over hvert element. Dette gjorde det senere vanskelig å evaluere den forenklete metoden for spenningsfelt uten analytiske løsninger. Resultatene for HEX20-elementer var imidlertid svært gode.

2.6 Testing på spenningsfelt uten analytiske løsninger



Figur 2.6: Prøver for testing av forenklet metode på spenningsfelt uten analytiske løsninger.

Dess færre elementer som brukes i en FE-modell, dess større kan avviket mellom en forenklet og en faktisk spenningsfordeling bli. I praktiske situasjoner setter regnetiden begrensninger for hvor mange elementer som kan benyttes i en FE-analyse. Derfor ble den forenklete metoden testet også på prøver med grove elementnett. Bruk av grove elementnett kan skape store avvik mellom en FE-løsning og en eventuell analytisk spenningsløsning. Dermed kunne ikke resultater fra den forenklete metoden måles mot analytiske utregnede $\bar{\sigma}_a$ -verdier for slike tilfeller. Resultater fra LINKpfat ble derfor brukt som sammenlikningsgrunnlag for testresultater fra prøvene i fig. 2.6. Alle prøvene var mulig å modellere med både heksaeder- og tetraederelementer og ble testet ved $V/V_0 = 1$.

For å kunne vurdere gyldigheten av den forenklete metoden basert på oppløsningen på elementnettene, ble det gjort et forsøk på å karakterisere oppløsningen med én parameter. Dermed kunne en felles database med alle prøvene lages. Elementnettene til prøvene ble laget i Ansys med minst mulig brukerintervensjon. Automatisk genererte elementnett med fire forskjellige oppløsninger, S1-S4, ble laget på bakgrunn av reglene angitt i tab. 2.12. Ansys laget det groveste mulige nettet av elementer, med mest mulig regulære former, som fulgte begge reglene. Siden Ansys også har en innebygget betingelse for minimum totalt antall elementer i en FE-modell, var det nødvendig å overstyre denne betingelsen manuelt for de enkleste prøvene, for å kunne overholde reglene i tab. 2.12. Prøvene som kun hadde belastning i ett plan, hadde ingen krav til antall elementer i retningen ut av planet.

Tabell 2.12: Regler for oppløsning til elementnett.

Oppløsning	S1	S2	S3	S4
Min. antall elementer over tykkelse	1	2	3	4
Min. antall elementer over 180° krumning	4	7	12	20

Selv om det kan diskuteres om resultatene av testene er standardfordelte, ble standardfordelinger forsøkt tilpasset disse, for å finne et mål på spredningen. Middelveidien, m_a , og standardavviket, s_a , for k verdier, a_l , er gitt ved

$$\begin{aligned}
 m_a &= \sum_{l=1}^k a_l/k, \\
 s_a &= \sqrt{\sum_{l=1}^k (a_l - m_a)^2/(k - 1)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

I dette tilfellet var $a_l = \bar{\sigma}_{a,\text{forenklet},l}/\bar{\sigma}_{a,\text{LINKpfat},l}$, forholdet mellom en $\bar{\sigma}_a$ -verdi gitt av den forenklete metoden og av LINKpfat. Altså betydde $m_a > 1$ at en fordeling var konservativ.

Resultater for hver enkelt prøve er gjengitt i appendiks A.4.1. Tab. 2.13 viser resultatene av testingen for alle prøvene samlet. Fra tabellen kunne det trekkes noen konklusjoner om bruk av den forenklete metoden sammen med HEX20-elementer. For det første ga fordelingene som var basert på konstante spenningsfordelinger store avvik. Disse kunne dermed forkastes. LIN-SNITT-fordelingen ga mest nøyaktige resultater av alle fordelingene. For oppløsningene S2 og høyere var avvikene svært små, med $\bar{\sigma}_a$ -verdier litt på den konservative siden. Og det er rimelig å anta at oppløsningen til elementnettet i en typisk FE-modell vil være betydelig høyere enn S1. Spredningen i resultatene for fordelingen

2.6. TESTING PÅ SPENNINGSFELT UTEN ANALYTISKE LØSNINGER

Tabell 2.13: Middelerverdier og standardavvik for $\bar{\sigma}_{a,forenklet}/\bar{\sigma}_{a,LINKpfat}$ for spenningsfelt uten analytiske løsninger (op. = oppløsning). Tester utført uten middelspenninger.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	0,76±0,18	0,66±0,17	0,62±0,18	0,89±0,08	0,84±0,10	0,81±0,09
S2		0,86±0,10	0,78±0,12	0,75±0,12	0,94±0,04	0,90±0,05	0,89±0,06
S3		0,91±0,06	0,85±0,08	0,82±0,09	0,96±0,02	0,94±0,04	0,93±0,04
S4		0,95±0,03	0,90±0,06	0,88±0,07	0,97±0,02	0,96±0,04	0,95±0,04
S1	KONST-MAKS	1,50±0,18	1,29±0,09	1,21±0,05	1,37±0,11	1,27±0,08	1,23±0,09
S2		1,34±0,11	1,22±0,06	1,17±0,04	1,27±0,08	1,20±0,05	1,18±0,05
S3		1,27±0,09	1,18±0,05	1,14±0,04	1,20±0,07	1,15±0,04	1,12±0,03
S4		1,20±0,08	1,14±0,05	1,11±0,03	1,16±0,06	1,12±0,04	1,09±0,04
S1	LIN-SNITT	1,02±0,06	0,97±0,09	0,94±0,10	1,09±0,05	1,12±0,06	1,13±0,08
S2		1,03±0,01	1,02±0,01	1,01±0,01	1,07±0,03	1,11±0,03	1,11±0,03
S3		1,03±0,02	1,03±0,02	1,02±0,02	1,05±0,02	1,09±0,03	1,10±0,03
S4		1,02±0,02	1,02±0,02	1,02±0,01	1,03±0,02	1,06±0,03	1,08±0,03
S1	LIN-EKSTR	1,21±0,13	1,15±0,07	1,11±0,05	1,12±0,07	1,13±0,06	1,14±0,08
S2		1,12±0,07	1,09±0,04	1,08±0,03	1,07±0,04	1,08±0,04	1,09±0,04
S3		1,07±0,04	1,06±0,03	1,06±0,02	1,03±0,02	1,04±0,02	1,04±0,03
S4		1,04±0,04	1,04±0,03	1,04±0,02	1,02±0,02	1,02±0,03	1,02±0,03
S1	LIN-HYBR	1,15±0,12	1,12±0,07	1,10±0,04	0,95±0,12	0,92±0,17	0,91±0,18
S2		1,03±0,06	1,05±0,05	1,05±0,05	0,94±0,04	0,91±0,05	0,90±0,06
S3		0,97±0,04	1,01±0,04	1,02±0,04	0,96±0,02	0,94±0,04	0,94±0,05
S4		0,97±0,03	0,97±0,05	0,98±0,04	0,97±0,02	0,97±0,01	0,97±0,02
S1	KVADRAT	1,14±0,08	1,12±0,05	1,09±0,04	1,11±0,04	1,13±0,05	1,13±0,07
S2		1,07±0,04	1,07±0,03	1,07±0,02	1,07±0,03	1,09±0,03	1,09±0,03
S3		1,04±0,03	1,05±0,03	1,05±0,02	1,05±0,02	1,06±0,02	1,06±0,02
S4		1,03±0,03	1,03±0,03	1,03±0,02	1,03±0,02	1,05±0,02	1,05±0,02

var lav. Det er dessuten lite trolig at én-parameterdefinisjonen av elementnettet som ble brukt var eksakt. Hadde den vært det, kan det godt være at spredningen hadde vært enda lavere. Platen med to hull skilte seg ut ved at større avvik ble oppnådd enn for de andre prøvene (se tab. A.6). Dette ble antatt å skyldes momentbelastningen og de kraftige spenningskonsentrasjonene i prøven.

Pga. LINKpfats feil ved grove elementnett, var det vanskeligere å trekke konklusjoner for TET10-elementer. KONST-MAKS-fordelingen ga store avvik også for denne elementtypen, mens KONST-LIN ga bedre resultater ved høy oppløsning. I likhet med i testene av spenningsfelt med analytiske løsninger, virket det som om LIN-EKSTR-fordelingen ga best resultater for TET10-elementer. Avvikene var relativt små, og spredningen lav, for oppløsning S3 og høyere. Også LIN-HYBR og KVADRAT ga OK resultater. Jo finere elementnettet var, desto sikrere var også resultatene fra LINKpfat. Tab. 2.13 kan således gi en nokså god indikasjon på gyldigheten til den forenklete metoden for TET10-elementer ved høye oppløsninger.

2.7 Testing på belastning med middelspenninger

Prøvene i fig. 2.6 ble også brukt til å evaluere den forenklete metoden når middelspenninger var introdusert. Forskjellige middelspenningskriterier vurderer innvirkningen av små middelspenninger på ulike måter, men ifølge Morrows likning har små middelspenninger (ift. σ'_f) liten betydning for σ_{ar} . Dermed vil antakeligvis σ_{ar} -feltet skille seg lite fra σ_a -feltet, og avvikene for den forenklete metoden vil ikke være mye større for sykluser med små middelspenninger enn for symmetriske sykluser. Tester ble derfor gjennomført for relativt store middelspenninger, $\max_V |\sigma_m| = \sigma'_f/3$. Siden spenningsfeltene varierte mellom prøvene, varierte dermed også den relative størrelsen til de fordelte middelspenningene noe mellom testene. Selv om det samme belastningstilfellet ble brukt for å beregne både spenningsamplitudfeltet og middelspenningsfeltet i hver prøve, ble disse feltene forskjellige pga. formuleringen av Sines' kriterium.

Når antatte spenningsfordelinger skulle tilpasses spenningsfeltene, kunne dette gjøres på to måter. Enten kunne σ_{ar}^e -verdier regnes ut fra Ansys-resultatene, og elementintegralet kunne finnes ved å anta en forenklet fordeling av σ_{ar}^e ,

$$I^e = \int_0^1 \sigma_{ar}^e(s)^{\beta_\sigma} ds. \quad (2.34)$$

Alternativet var å anta fordelinger for både $\sigma_a^e(s)$ og $\sigma_m^e(s)$. Elementintegralet tar dermed formen

$$I^e = \int_0^1 \left(\frac{\sigma_a^e(s)}{1 - \frac{\sigma_m^e(s)}{\sigma'_f}} \right)^{\beta_\sigma} ds. \quad (2.35)$$

Hvis man antar at den faktiske spenningsfordelingen er vilkårlig, bør likning (2.34) kunne gi resultater med liknende nøyaktighet som når kun amplituder virker. Integrasjonen blir dessuten ikke mer kompliserte enn den i avsnitt 2.4, uansett hvilket middelspenningskriterium som benyttes. Største spenningsamplitude og middelspenning kan oppstå på forskjellige steder i et element, enten fordi de er forårsaket av forskjellig type belastning, eller fordi Mises-spenningen og den hydrostatiske spenningen har forskjellige felt. Ved å regne ut σ_{ar}^e i hver enkelt node, tar likning (2.34) hensyn til dette. Ulempen med metoden er at $\sigma_{ar,snitt}^e = \sigma_{a,snitt}^e / (1 - \sigma_{m,snitt}^e / \sigma'_f)$ som regnes ut ikke tilsvarer den eksakte, gjennomsnittsverdien av $\sigma_{ar}^e(s)$. I tillegg må den relative størrelsen $\sigma_{ar,diff}^e$ regnes ut manuelt fra $\sigma_{ar,diff}^e = \sigma_{ar,maks}^e - \sigma_{ar,min}^e$.

Bruk av den alternative likningen (2.35) vil i mange tilfeller føre til at elementintegralet må løses numerisk, og nye integraler må løses hvis andre middelspenningskriterier skal benyttes. Dersom alle de seks fordelingene fra avsnitt 2.4 skulle ha blitt vurdert for $\sigma_a^e(s)$ og $\sigma_m^e(s)$, ville dette krevd testing av 6^2 kombinasjoner. Det kan imidlertid argumenteres for at fordelingen for $\sigma_a^e(s)$ ikke trenger å være av høyere orden enn $\sigma_m^e(s)$, siden middelspenningene har mindre relativ betydning enn spenningsamplitudene. Enda én ulempe med metoden er at, under testing, kan et positivt avvik i spenningsamplituderesultatene "viskes ut" av et negativt avvik i middelspenningsresultatene, og vice versa. Man kan dermed observere at en forenklet

fordeling gir små avvik, men større avvik vil likevel kunne oppstå for andre størrelser på middelspenningene.

Testene ble utført vha. likning (2.34) pga. enkelheten i gjennomføringen, overførbarheten til andre middelspenningskriterier og antakelsen om at metoden ville gi mest nøyaktige resultater. Resultater for hver enkelt prøve er gjengitt i appendiks A.4.2, og tab. 2.14 viser resultatene av testingen for alle prøvene samlet. I testene med HEX20-elementer leverte LIN-SNITT igjen overbevisende resultater, med lavt gjennomsnittlig avvik og spredning for høyere oppløsninger enn S1. For TET10-elementer ble det oppnådd dårligere resultater enn i testene uten middelspenninger. Ingen av fordelingene utpekte seg som noen overlegen vinner, men LIN-EKSTR hadde lavest gjennomsnittlig avvik og relativt lav spredning. Igjen virket det som platen med to hull var den prøven det var vanskeligst å oppnå gode resultater for (se tab. A.14).

Tabell 2.14: Mittelverdier og standardavvik for $\bar{\sigma}_{ar,forenklet}/\bar{\sigma}_{ar,LINKpfat}$ for spenningsfelt uten analytiske løsninger. Tester utført med middelspenninger.

	Elementtype	HEX20			TET10		
Op.	Fordeling \ β_σ	10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	0,69±0,18	0,57±0,17	0,53±0,16	0,85±0,08	0,76±0,08	0,73±0,07
S2		0,80±0,11	0,69±0,12	0,65±0,12	0,92±0,05	0,88±0,08	0,86±0,08
S3		0,86±0,08	0,77±0,10	0,73±0,11	0,94±0,04	0,92±0,06	0,91±0,07
S4		0,91±0,05	0,84±0,09	0,81±0,09	0,96±0,03	0,94±0,06	0,92±0,07
S1	KONST-MAKS	1,62±0,21	1,34±0,09	1,24±0,06	1,48±0,12	1,35±0,16	1,30±0,17
S2		1,43±0,13	1,26±0,06	1,19±0,04	1,32±0,11	1,25±0,08	1,22±0,08
S3		1,34±0,12	1,21±0,06	1,16±0,03	1,25±0,07	1,17±0,05	1,15±0,04
S4		1,27±0,12	1,18±0,06	1,14±0,03	1,20±0,08	1,14±0,06	1,12±0,05
S1	LIN-SNITT	1,03±0,06	0,95±0,09	0,91±0,09	1,11±0,05	1,12±0,10	1,12±0,12
S2		1,03±0,01	1,00±0,03	0,98±0,03	1,08±0,04	1,12±0,04	1,13±0,04
S3		1,03±0,02	1,01±0,01	1,00±0,01	1,06±0,03	1,10±0,03	1,11±0,03
S4		1,03±0,02	1,01±0,00	1,01±0,01	1,04±0,03	1,07±0,03	1,09±0,03
S1	LIN-EKSTR	1,30±0,16	1,19±0,08	1,14±0,05	1,20±0,08	1,20±0,14	1,19±0,15
S2		1,17±0,08	1,12±0,05	1,09±0,03	1,10±0,06	1,12±0,06	1,12±0,06
S3		1,11±0,07	1,09±0,04	1,07±0,03	1,05±0,03	1,06±0,03	1,07±0,03
S4		1,08±0,07	1,06±0,04	1,06±0,03	1,03±0,04	1,04±0,04	1,04±0,04
S1	LIN-HYBR	1,22±0,16	1,15±0,10	1,11±0,07	0,94±0,17	0,93±0,28	0,92±0,30
S2		1,00±0,14	0,98±0,17	0,96±0,18	0,92±0,06	0,91±0,10	0,91±0,11
S3		0,93±0,07	0,91±0,12	0,90±0,15	0,94±0,04	0,93±0,07	0,92±0,08
S4		0,93±0,05	0,89±0,10	0,90±0,13	0,97±0,02	0,96±0,01	0,95±0,02
S1	KVADRAT	1,20±0,11	1,15±0,06	1,12±0,04	1,16±0,06	1,18±0,12	1,18±0,14
S2		1,11±0,06	1,10±0,04	1,08±0,03	1,09±0,04	1,12±0,05	1,12±0,05
S3		1,07±0,06	1,07±0,04	1,06±0,02	1,06±0,03	1,08±0,03	1,08±0,03
S4		1,05±0,05	1,05±0,03	1,05±0,02	1,04±0,03	1,06±0,03	1,06±0,03

Dette avsnittet avsluttes med en bemerkning angående formatet til FE-resultater. Hvis spenningsamplitudene og middelspenningene for en komponent er funnet med forskjellige typer FE-analyser i Ansys, ligger resultatene i to separate filer. For å kunne beregne en levetid for komponenten, må begge filene leses i samme levetidsanalyse. Dette er mulig med

den forenklete metoden, men funksjonaliteten tilbys ikke i LINKpfat på det nåværende tidspunkt.

2.8 Tilmærming ved belastning ute av fase

Spenningsstilstanden i et løpehjul er kompleks. Ikke bare er den flerakset, men spenningskomponentene kan også ha forskjellig forhold mellom amplitude og middelværdi. Dermed roterer hovedspenningene i løpet av en syklus, og syklusen blir ikke-proporsjonal. Ytterligere kompleksitet oppstår hvis spenningsamplitudekomponentene er ute av fase med hverandre. En slik tilstand kan observeres når en harmonisk responsanalyse (HRA) kjøres med flere laster i forskjellig fase.

For en periode kan maksimumsverdier av de fire størrelsene som de forenklete fordelingene baserer seg på tas ut fra Ansys. Men disse kan oppstå ved forskjellig fase dersom spenningsamplitudekomponentene er ute av fase. De største $\sigma_{a,\text{maks}}^e$ og $\sigma_{a,\text{min}}^e$ er likevel fortsatt gyldige størrelser, fordi de representerer ytterverdiene av den største, faktiske belastningen som oppstår i nodene i elementet. Den største $\sigma_{a,\text{snitt}}^e$ er derimot ikke lenger brukbar, fordi den ikke nødvendigvis baserer seg på de største spenningene som oppstår overalt i elementet *i løpet av perioden*. $\sigma_{a,\text{snitt}}^e$ -verdien fra én fase kan avvike fra den faktiske verdien for perioden som helhet. LIN-EKSTR er den eneste av 1. og 2. ordens forenklete fordelingene som ikke baserer seg på denne størrelsen, og er dermed den eneste som kan brukes for belastning ute av fase.

Men for å finne $\sigma_{a,\text{maks}}^e$ og $\sigma_{a,\text{min}}^e$, må σ_a^e i nodene defineres på en fornuftig måte. Utmatting under belastning ute av fase er et tema som ennå ikke er fullstendig utforsket [6, 14, 20]. Rotasjonen av hovedspenningene påvirker både sprekkiniteringen og -veksten i en komponent [6, 21]. Multiaksialitetskriteriene som ble laget for belastning i fase har begrenset gyldighet utenfor dette regimet [14, 20]. Målet med dette avsnittet er ikke å belyse all teori om dette kompliserte temaet, men å vise hvordan best mulige resultater kan oppnås med den forenklete metoden.

Testene i Bruun et al.'s database [15] var utført for to-akset belastning både i og ute av fase og anga de "to-aksede utmattingsgrensene" for forskjellige materialer. Multiaksialitetskriteriene ble evaluert ved å regne ut σ_{ar} -verdier fra testresultatene og sammenlikne dem med de en-aksede utmattingsgrensene, σ_w .

Tre mulige metoder for å utvide Sines' kriterium til bruk på belastning ute av fase er presentert nedenfor. Samme type evaluering som Bruun et al. hadde gjort ble gjennomført for metodene. Siden metodene er sammenfallende for belastning i fase, ble kun data fra testene fra [15] der spenningskomponentene hadde en faseforskyvning mellom seg brukt i evalueringen. Og siden Bruun et al. hadde vist at Sines' kriterium på generell basis ga dårlige resultater for støpejern [14], ble testene med denne materialklassen utelukket. Metodene ble dermed evaluert med resultater fra 13 serier bestående av totalt 70 tester gjort på prøver av forskjellige typer smidde stål. Matlab-koden som ble brukt under evalueringen er vedlagt i appendiks A.3.3.

2.8.1 Proporsjonal metode

Selv om Sines' kriterium ikke er beregnet på belastning ute av fase [14], var det interessant å se om kriteriet likevel kunne gi nøyaktige resultater hvis spenningskomponentene i de valgte testdataene ble betraktet som om de var i fase. Denne metoden var også testet av Bruun et al. Testing som er gjort opp gjennom årene har gitt sprikende svar på spørsmålet om belastning ute av fase er mer eller mindre skadelig enn belastning i fase [20]. Håpet var at en evaluering basert på en stor testdatabase kunne gi en tydeligere konklusjon.

Den største Mises-spenningen for en tilsvarende syklus i fase kan ikke tas ut direkte fra en HRA i Ansys. I stedet må de maksimumsverdiene av hver spenningskomponent over alle faser tas ut, og utregningen av Mises-spenningen for hver node må gjøres i f.eks. Matlab.

2.8.2 ASME-metode

I [15] presenteres en metode inspirert av American Society of Mechanical Engineers' (ASME) BPVC-VII-3-standard [22] for å bruke Sines' kriterium på belastning ute av fase. Den innebærer at amplituden og middelveiden for hver spenningskomponent i likning (2.5) beregnes ut fra verdier fra to faser, α_1 og α_2 , i løpet av perioden:

$$\begin{aligned}\sigma_{ija} &= \frac{1}{2} (\sigma_{ij}(\alpha_2) - \sigma_{ij}(\alpha_1)), \\ \sigma_{ijm} &= \frac{1}{2} (\sigma_{ij}(\alpha_2) + \sigma_{ij}(\alpha_1)).\end{aligned}\tag{2.36}$$

Alle faser søkes gjennom for både α_1 og α_2 , og den mest skadelige syklusen identifiseres som den som gir størst σ_{ar} i likning (2.6). Dermed gis en bedre representasjon av spenningstilstanden som materialet *faktisk* utsettes for, og metoden kan antas å være mindre konservativ enn den proposjonale metoden [15]. Under evalueringen av metoden ble 60 faseinkrementer over perioden innført. ASME-metoden kan også formuleres for andre multiaksialitetskriterier [15].

Bruken av ASME-metoden i Ansys er noe innviklet. Forløpet av spenningsamplitudekomponentene kan ikke tas ut for hver node. Men ved å ta ut verdier for to faser kan spenningsamplituden, $\sigma_{ija,Ansys}$, og faseforskyvningen, d_{ij} , for forløpet,

$$\sigma_{ij}(\alpha) = \sigma_{ijm,Ansys} + \sigma_{ija,Ansys} \cos(\alpha + d_{ij}),\tag{2.37}$$

bestemmes vha. trigonometrisk interpolasjon.

2.8.3 Maksimal Mises-metode

Den største Mises-spenningen i hver node i løpet av en periode er lett tilgjengelig i Ansys. Derfor hadde det vært praktisk om denne størrelsen kunne brukes til å håndtere belastning ute av fase. En ny metode ble foreslått ved å, ganske enkelt, sette

$$\sigma_a = \max_{0 < \alpha \leq 2\pi} \sigma_{Mises}\tag{2.38}$$

inn i likning (2.5). Det kunne trekkes en parallell mellom denne metoden og ASME-metoden, i og med at σ_a var funnet fra en mer realistisk korrelasjon mellom spenningskomponentene enn ved bruk av den proporsjonale metoden. Men maksimal-Mises-metoden ville være betydelig enklere å bruke sammen med Ansys enn det ASME-metoden ville være.

2.8.4 Resultater

Tab. 2.15 viser middelverdier og standardavvik fra likning (2.33) for verdiene $a_l = \sigma_{arl}/\sigma_{Wl}$. Maksimal Mises-metoden ga så og si identiske resultater som den mer kompliserte ASME-metoden, men begge var ikke-konservative og hadde høyere spredning enn den proporsjonale metoden. Den proporsjonale metoden var noe konservativ, men hadde en lav spredning ift. de fleste av resultatene som ble oppnådd med forskjellige multiaksialitetskriterier i [15]. Det ble derfor konkludert med at den proporsjonale metoden var godt egnet til å forutse utmattingsbrudd når Sines' kriterium ble brukt for smidde stål med belastning ute av fase. En Matlab-kode for bruk av den proporsjonale metoden med den forenklete metoden er vedlagt i appendiks A.3.4. For å oppnå god nøyaktighet på de største verdiene av spenningskomponentene, er det viktig å bruke et lite faseinkrement under uttaket av disse fra Ansys.

Tabell 2.15: Middelverdier og standardavvik fra evaluering av metoder for håndtering av belastning ute av fase.

Metode	$m_a \pm s_a$
Proporsjonal	$1,06 \pm 0,07$
ASME	$0,92 \pm 0,12$
Maksimal Mises	$0,92 \pm 0,12$

Databasen i [15] inneholdt kun fire tester av støpejern med belastning ute av fase. Dette datagrunnlaget ble ansett som for snevert til å vurdere gyldigheten av normalspenningskriteriet for slik belastning. For alle testene av støpejern samlet (både i og ute av fase, totalt 26 tester) ga imidlertid normalspenningskriteriet $m_a \pm s_a = 0,97 \pm 0,08$ [15]. Det er antatt at normalspenningskriteriet av natur er godt egnet for bruk ved belastning ute av fase, fordi kriteriet alltid vurderer det mest kritiske planet, uavhengig av om hovedspenningene roterer eller ikke.

Gjeldende versjon av LINKpfat (1.3.0.12) kunne ikke lese resultater fra HRA-er med $d_{ij} \neq 0$. Ei heller hadde programmet metoder implementert for å bruke multiaksialitetskriterier på spenningskomponenter ute av fase. Den forenklete metoden kunne således brukes til å kjøre WL-analyser på mer kompliserte belastningstilfeller enn dem LINKpfat kunne håndtere.

2.9 Diskusjon

2.9.1 Testing på spenningsfelt uten analytiske løsninger

LIN-SNITT-fordelingen leverte gode resultater for HEX20-elementer allerede ved elementnettene med oppløsning S2. Man kan argumentere for at så grove elementnett (tab. 2.12) ikke alltid vil gi nøyaktige spenningsfelt i FE-analyser. Tab. 2.16 viser endringen i $\bar{\sigma}_a$ -verdier fra LINKpfat fra én oppløsning til den neste for alle prøvene. Tallene er hentet fra testene uten middelspenninger og gjelder for $\beta_\sigma = 25$. For flere av prøvene kan man se at $\bar{\sigma}_a$ i liten grad konvergente verken for oppløsningene S2 eller S3. Altså kan man konkludere med at LIN-SNITT-resultatene hadde akseptabel nøyaktighet for grovere elementnett enn de som ga konvergens i spenningsfeltet. LIN-SNITT-fordelingen bør dermed kunne gi nøyaktige resultater ved bruk av elementnett som er fine nok til å gi nøyaktige FE-resultater.

Tabell 2.16: Endring i $\bar{\sigma}_a$ -verdier i LINKpfat fra én oppløsning til den neste. Fra tester med HEX20-elementer uten middelspenninger med $\beta_\sigma = 25$.

Prøve \ Oppløsning	S1 til S2	S2 til S3	S3 til S4
Skive med stort hull	9,3%	1,0%	1,5%
Skive med lite hull	5,0%	2,8%	1,5%
3PB med kjerv	1,9%	2,5%	1,7%
T-skjøt med moment	1,3%	0,4%	0,5%
Plate med to hull	-14,0%	8,9%	10,6%
Rør med bøy	0,2%	0,1%	0,1%
Tapp med skjærkraft	0,4%	5,9%	3,2%
Tapp med torsjonsmoment	-0,9%	-0,1%	0,1%

Videre ser man at konvergens i FE-resultatet ble oppnådd fortest for prøvene uten bratte spenningsgradienter. Platen med to hull var ikke i nærheten av å konvergere, verken for S2 eller S3, og dette kan bidra til å forklare de store avvikene som ble observert med alle de forenklede fordelingene for denne prøven. Tabellen viser også at én-parameterkarakteriseringen av elementnettene som ble brukt i testene ikke ga et fullstendig bilde av hvor nøyaktige nettene var. Et typisk elementnett som er konstruert manuelt rundt kritiske punkter vil antakeligvis gi lavere spenningsdifferanser i hvert element og dermed lavere avvik for den forenklede metoden.

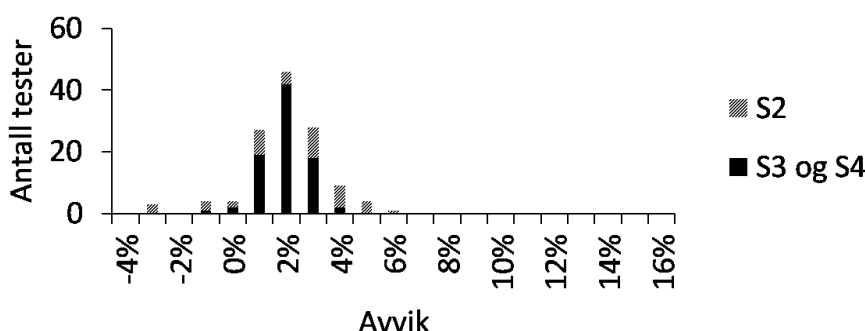
Fordi LINKpfat regnet feil på grove TET10-elementnett, var utbyttet av testingen på denne elementtypen begrenset. Hvis man kan finne årsaken til feilen vil kanskje testresultatene få større verdi. LIN-EKSTR virket å være fordelingen som ga mest nøyaktige resultater for TET10-elementer. Siden denne fordelingen bare baserer seg på nodespenningene i FE-resultatet, er den sannsynligvis også den som er lettest overførbar til andre FE-programmer. Ikke alle programmer gir mulighet til å ta ut den gjennomsnittlige spenningen i hvert element. Det kan argumenteres for at LIN-SNITT-fordelingen også er god for TET10-elementer, siden den leverte nokså like avvik uavhengig om middelspenninger virket eller ikke.

2.9.2 Er den forenklede metoden konservativ?

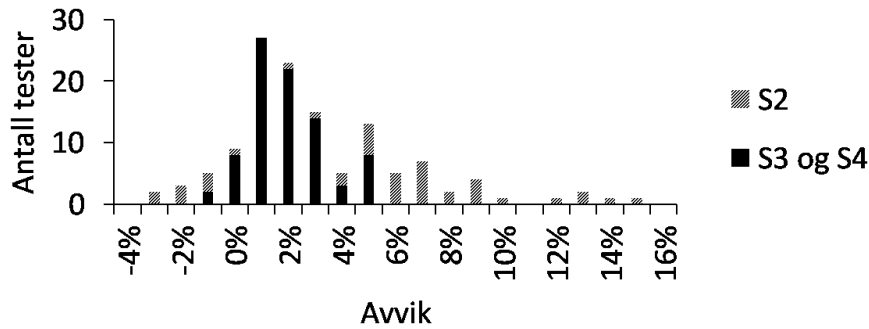
Selv om det ikke var mulig å få bekreftet at avvikene for TET10-elementer stemte, ble det likevel gjort et forsøk på å vurdere om den forenklede metoden var konservativ i for denne elementtypen i praktiske tilfeller. Siden det hadde vist seg at oppløsningene på elementnettene var vanskelig å kvantifisere eksakt, ble alle oppløsninger over S1 inkludert i én og samme vurdering. Platen med to hull ble ekskludert fra vurderingen, siden FE-resultatene for denne hadde vist seg å være unøyaktige for alle oppløsninger. Under disse betingelsene ble den forenklede metoden også vurdert for HEX20-elementer. Kun de fordelingene som hadde gitt mest nøyaktige resultater, LIN-SNITT for HEX20 og LIN-EKSTR for TET10, ble vurdert.

Tab. 2.2 viste hvor store (ikke-konservative) avvik LINKpfat ga for KM-prøven modellert med TET10-elementer. Med tanke på hvor store spenningsvariasjoner som eksisterte i prøven, ble det antatt at avvik i en typisk maskinkomponent sannsynligvis ville være mindre. KM-avvikene ble ansett som “worst case” og kunne dermed brukes til å korrigere testresultatene fra spenningsfelt uten analytiske løsninger på en konservativ måte. Kompatibiliteten mellom oppløsningen til KM-prøven i tab. 2.2 og reglene for oppløsningen på et elementnett i tab. 2.12 gjorde at avvikene var direkte overførbare til de andre prøvene. Både testene med og uten middelspenninger ble tatt med i vurderingen. For testene med middelspenninger ble korreksjonsavvikene multiplisert med 1,5 iht. Morrows kriterium ($\sigma_a/(1 - \max_V |\sigma_m|/\sigma'_f) = \sigma_a/(1 - 1/3) = 1,5\sigma_a$).

Det ble antatt avvikene for både LIN-SNITT og LIN-EKSTR etterhvert ville konvergere mot 0 ved økende oppløsning. Dette ville gi en skjev fordeling når avvikene konvergerer fra én side og alle oppløsninger ble vurdert samtidig. Det ble derfor valgt å ikke prøve å tilpasse en standardfordeling til resultatene, men heller å vise resultatene grafisk. Fig. 2.7 og 2.8 viser resultatene for hhv. HEX20 med LIN-SNITT og TET10 med LIN-EKSTR for alle β_σ samlet. Bidrag fra S2 er skravert, kun for å synliggjøre hvordan denne oppløsningen bidro til høyere spredning i avvikene for TET10-elementer. Det er tydelig at $\bar{\sigma}_{ar}$ fra begge fordelinger konvergerer fra den konservative siden. Siden svært få verdier ligger langt under 0, vil en beskjeden sikkerhetsfaktor gi stor grad av sikkerhet mot at $\bar{\sigma}_{ar}$ undervurderes.



Figur 2.7: Utvalgte avvik i $\bar{\sigma}_{ar}$ mellom bruk av LIN-SNITT-fordelingen og LINKpfat for spenningsfelt uten analytiske løsninger modellert med HEX20-elementer. Resultater for tester både med og uten middelspenninger, for alle β_σ og for oppløsninger S2-S4. Resultater for plate med to hull ekskludert. Ingen korreksjon av avvik.



Figur 2.8: Utvalgte avvik i $\bar{\sigma}_{ar}$ mellom bruk av LIN-EKSTR-fordelingen og LINKpfat for spenningsfelt uten analytiske løsninger modellert med TET10-elementer. Resultater for tester både med og uten middelspenninger, for alle β_σ og for oppløsninger S2-S4. Resultater for plate med to hull ekskludert. Avvik korrigert med LINKpfats avvik for KM-prøven.

2.9.3 Elementgeometrienes innvirkning

Det kan være vanskelig å forstå hvorfor KVADRAT-fordelingen ikke ga de mest nøyaktige testresultatene. En mer sofistikert fordeling burde vel kunne representere spenningsfeltet i et element bedre? Forklaringen ligger kanskje i elementets geometri. Dersom elementet er plassert i et spenningsfelt slik at de største spenningene ligger i et av hjørnene, kan bratte gradienter oppstå nær $V = V^e$ i spenningsfordelingen, selv om helningen til spenningsfeltet er moderat. Plutselige endringer i gradienten representeres ikke godt av KVADRAT-fordelingen. Hvis den faktiske funksjonen er konveks, kan man dermed få en effekt som fig. 2.2 viser en tendens til: spenningsfordelingen overvurderes i det høyt belastede område og undervurderes i det lavt belastede området. Pga. β_σ -vektingen av spenningene, er de største spenningene mest utslagsgivende for $\bar{\sigma}_a$. Konsekvensen kan dermed være at den forenklete fordelingen blir konservativ, slik som testresultatene i tab. 2.13 og 2.14 viser.

I fig. 2.2 kan man også se at en LIN-SNITT-fordeling kan avvike fra den faktiske fordelingen både på positiv og negativ side i ett og samme element. De gode resultatene for HEX20-elementer er antatt å skyldes at avvikene i elementet som oftest blir omtrent like store og dermed visker hverandre ut.

For å finne grunnen til at LIN-EKSTR virker å gi lavest avvik for TET10-elementer, må man kanskje se tilbake på resultatene fra testene på KM-prøven med to elementer over høyden (tab. 2.4). For denne prøven ga LIN-EKSTR-fordelingen eksakte resultater. Det kan tenkes at oppstillingen med motsatt stilte tetraederelementer i et spenningsfelt som varierer i noenlunde én dimensjon gjør at fordelingene i elementene blir vekselvis konvekse og konkave. Avvikene som kan sees i fig. 2.2 for LIN-EKSTR kan dermed nulles ut av omkringliggende elementer.

Uansett årsak kan testresultatene tyde på at én forenklet fordeling ikke gir like gode resultater for alle elementtyper. Dermed er forenklet metode-tilnærmingen kanskje ikke så robust som først antatt. Det finnes elementtyper som ikke ble testet i dette arbeidet (f.eks. kileelementer). Det er vanskelig å si hvilken fordeling som vil fungere best for disse.

2.9.4 Regnetider

Det ble gjennomført utregninger av $\bar{\sigma}_a$ i LINKpfat og med LIN-EKSTR-fordelingen for å måle og sammenlikne regnetider. Det ble registrert tider kun på selve utregningene, så tiden til filhåndtering ifm. bruk av de to metodene ble neglisjert. Utregningene ble gjennomført på et FE-resultat med 100 789 TET10-elementer. FE-resultatet hadde store spenningskonsentrasjoner, og σ_{Mises} opptil 105 MPa. β_σ ble satt til 25, og middelspenninger ble inkludert. Utregningene ble gjennomført i LINKpfat 1.3.0.12 og Matlab R2014b med en standard bærbar PC⁴. Utregningen i LINKpfat tok 213 s. LIN-EKSTR brukte 5,57 s, altså under 3% av tiden i LINKpfat. Resultatene viser at tidsbruken i LINKpfat er betydelig, selv for en relativt liten FE-modell. Beparelsene kan derfor være store for større modeller.

2.9.5 Bruk av andre multiaksialitets- og middelspenningskriterier

All testing i denne rapporten ble utført ved bruk av Sines' multiaksialitetskriterium og Morrows middelspenningskriterium. Men tilnærmingen i den forenklede metoden består kun i å anta enklere spenningsfordelinger i elementene, og testingen bekreftet hvor god denne antakelsen er. Hvis man antar at de faktiske spenningsfordelingene var vilkårlige i testene, bør metoden kunne gi like gode resultater selv om spenningsfelt basert på andre kriterier brukes. Det at resultater med liknende nøyaktighet ble oppnådd både med og uten middelspenninger kan tale for at metoden vil gi like gode resultater for spenningsfelt med andre former.

Ved bruk av normalspenningskriteriet må man ta ut spenningskomponentene i alle noder for å finne de kritiske planene. Selv om nodeverdiene av σ_{ar} kan finnes, er det imidlertid ikke mulig deretter å regne ut $\sigma_{ar,snitt}^e$ for elementene. Dette gjør at de forenklede fordelingene som baserer seg på denne størrelsen ikke kan benyttes. Dermed er kun LIN-EKSTR av 1. og 2. ordens forenklede fordelingene kompatibel med normalspenningskriteriet.

2.9.6 Oppløsning til elementnett i et løpehjul

Siden WL er en volumbasert metode, er det viktig at spenningene i komponenten er noenlunde riktig gjengitt i hele FE-modellen, ikke bare i det mest kritiske punktet. Dette setter krav til at elementnett er tilstrekkelig fint.

I [12] ble det i en WL-analyse av et kompressorblad (med volumet i overgangen til bosset utelatt fra analysen) konstatert at antallet elementer over tykkelsen av bladet var den mest utslagsgivende parameteren for kvaliteten til resultatene. Dette kan forklares med at gradientene er størst i tykkelsesretningen pga. momentbelastningen. Det ble ikke observert fullstendig konvergens i WL-løsningen, selv med bruk av 6 elementer over tykkelsen av bladet. Det ble imidlertid antatt konstant spenning i elementene, så man må kunne forvente at de høyere ordens forenklede fordelingene som er vist i denne rapporten ville ha gitt betydelig raskere konvergens.

⁴Windows 7 64-bit, 4 GB RAM, 2,10 GHz Intel Core i3 prosessor.

I testene av KM-prøven med ett element over høyden førte feil i Ansys' beregning av den gjennomsnittlige spenningen til betydelige avvik med fordelingene som baserer seg på denne spenningen. Man kan tenke seg at en liknende spenningstilstand vil kunne oppstå i bladene til et løpehjul i en vannturbin. Ved bruk av flere elementer over tykkelsen av bladene blir imidlertid avviket lite, fordi feilen oppstår der Mises-spenningen blir ikke-deriverbar, altså i de lavest belastede elementene.

2.9.7 VAL

Den forenklete metoden er kompatibel med VAL. Fra en *rainflow*-matrise⁵ kan analyser utføres for alle belastningsnivåer på en komponent i én og samme operasjon vha. Matlab. Fra brukergrensesnittet i LINKpfat er det kun mulig å kjøre én og én analyse. Foruten at regnetiden blir kortere for hver analyse, reduseres dermed også tiden til databehandling dramatisk ved bruk av den forenklete metoden. Det skal legges til at LINKpfat også kan kjøres fra kommandolinjen, og at det antakeligvis er mulig å utføre analysene samlet på denne måten.

2.10 Konklusjon

1. Testing av versjon 1.3.0.12 av LINKpfat på enkle spenningsfelt viste ingen avvik for HEX20-elementer. For TET10-elementer ble det registrert avvik ved grove elementnett og store spenningsvariasjoner i elementene. Programmet kunne altså brukes til å verifisere resultatene av den forenklete metoden for HEX20, men sikre konklusjoner ville være vanskeligere å oppnå fra testing med TET10.
2. Den forenklete metoden ble evaluert med bruk av Sines' kriterium, siden dette var det eneste LINKpfat kunne håndtere. Av 1. og 2. ordens fordelingene er kun LIN-EKSTR-fordelingen kompatibel med normalspenningskriteriet. Den forenklete metoden innebærer en tilnærming av spenningsfordelingen i hvert element. Dersom man antar at fordelingene er vilkårlige, bør bruk av andre multiaksialitetskriterier kunne gi like gode resultater. Sines' kriterium gir mest nøyaktige resultater for smidde stål og aluminium, mens normalspenningskriteriet virker å passe best for støpte stål og sveiser. Den forenklete metoden tillater inndeling av FE-modellene i materialsoner, og forskjellige kriterier kan dermed brukes i samme modell.
3. Seks forenklete fordelinger ble foreslått, basert på kvalitative vurderinger. Alt fra konstante til kvadratiske fordelinger, basert på $\sigma_{a,snitt}^e$, $\sigma_{a,diff}^e$, $\sigma_{a,maks}^e$ og $\sigma_{a,min}^e$, ble antatt. Flere av fordelingene bød på regnetekniske og numeriske utfordringer, og løsninger ble foreslått. LIN-EKSTR-fordelingen er antakeligvis den av 1. og 2. ordens fordelingene som er lettest overførbar til andre FE-programmer.
4. Resultater fra de forenklete fordelingene ble sammenliknet med analytiske løsninger for KM-, SSH- og ISP-prøven for typiske β_σ -verdier. Flere av fordelingene ga ikke signifikante avvik. LIN-SNITT ga jevnt over de minste avvikene for HEX20, mens LIN-EKSTR var mest nøyaktig for TET10. Noen feil i Ansys' utregninger ble observert, men disse vil sannsynligvis ha liten betydning i praktiske tilfeller.

⁵Matrise for syklustelling, med spenningsamplitude- og middelspenningsnivåer på hver sin akse. Se [7] for en nærmere beskrivelse av rainflow-analyser.

5. Testing ble gjennomført på åtte prøver med automatisk genererte elementnett med forskjellige oppløsninger. En rangering av nettene basert på oppløsning samsvarte ikke entydig med nøyaktigheten i verken FE-løsningen eller resultatene fra de forenklete fordelingene. Men relativt nøyaktige resultater ble oppnådd for LIN-SNITT-fordelingen for HEX20-elementnett med oppløsninger høyere enn S1. LIN-EKSTR virket å gi de beste resultatene for TET10-elementnett med oppløsninger over S2, men feilen i LINKpfat skapte usikkerhet rundt konklusjonen. Det kan virke som om LIN-SNITT-fordelingen for HEX20 gir akseptable resultater ved grovere elementnett enn de som gir konvergens i FE-resultatet.
6. Testing på de samme prøvene, denne gangen med store middelspenninger, ble gjennomført med bruk av Morrows kriterium, men bruk av andre kriterier vil antakeligvis gi like god nøyaktighet. Å tilpasse $\sigma_{ar}(s)$ til de forenklete fordelingene er en enkel og universell tilnærming, og resultatene ble sammenliknbare med resultatene fra testene uten middelspenninger. Den forenklete metoden skiller seg fra LINKpfat ved at spenningsamplitudene og middelspenningene kan hentes fra FE-resultater i separate filer.
7. Av 1. og 2. ordens forenklete fordelingene er det kun LIN-EKSTR som kan tilpasses til belastning ute av fase. Testing viste at Sines' kriterium fortsatt ga gode resultater for smidde stål når en proporsjonal metode ble benyttet. WL-beregninger ved belastning ute av fase er ikke mulig i LINKpfat, noe som taler for bruk av den forenklete metoden.

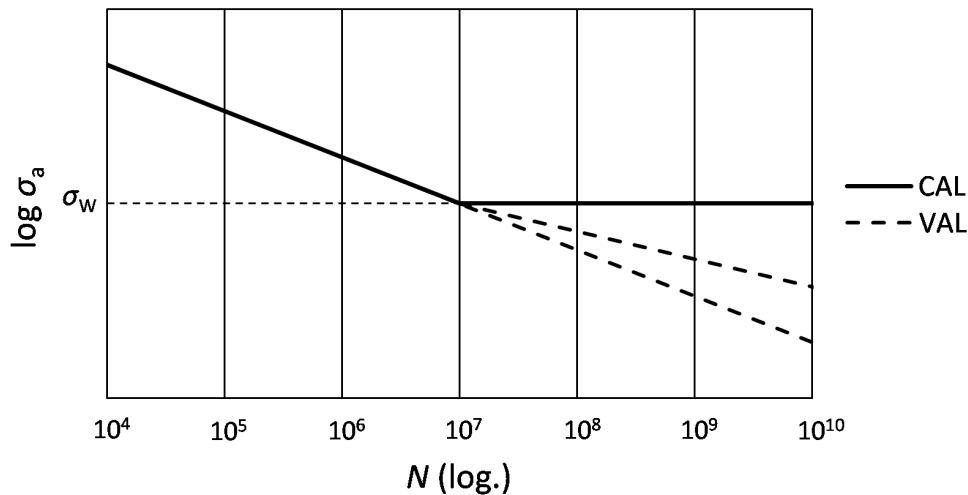
Enkelte av de forenklete fordelingene ga forbausende nøyaktige resultater mtp. hvor grove elementnett som ble benyttet. Men Rainpower må selv vurdere om nøyaktigheten er tilfredsstillende for deres anvendelser. Selv om det er vanskelig å trekke konklusjoner om nøyaktigheten for TET10-elementer, viste korrigerede avvik at sannsynligheten for at LIN-EKSTR-fordelingen undervurderer $\bar{\sigma}_a$ antakeligvis er liten hvis en beskjedne sikkerhetsfaktor innføres. Mtp. hvor grove elementnett som ble brukt i testingen, vil nok ikke typiske elementnett gi dårligere resultater. Bruk av den forenklete metoden er ukomplisert og vil i mange tilfeller representere en betydelig tidsbesparelse ift. bruk av LINKpfat, både under utregning og databehandling. Mangelen på brukergrensesnitt gjør at alle beregninger er synlige, og Matlab-kodene lar seg lett oversette til andre programmeringsspråk eller regneark. Alle beregninger ble utført på Ansys-resultater, men noen av de forenklete fordelingene lar antakeligvis enkelt overføre til andre FE-programmer.

Den forenklete metoden representerer en effektiv og lett tilgjengelig måte for å utføre WL-beregninger på FE-resultater. Avvikene ser ut til å være små, og metoden har til og med noe funksjonalitet ut over den som tilbys i LINKpfat. Hvis det kan bli mulig å verifisere resultatene for tetraederelementer, og tester på flere spenningsfelt kan bekrefte de lave avvikene, har den potensial til å bli et fullverdig verktøy for WL-analyse.

3 Evaluering av designkurver for sveiser

3.1 Innledning

3.1.1 S - N -kurver



Figur 3.1: S - N -kurver (σ_{WN}) for CAL og VAL.

Dersom en komponent har en levetid lenger enn ca. 10^2 - 10^4 sykluser er denne i stor grad styrt av den makroskopiske, elastiske oppførselen i materialet [6, 7]. I dette området kan S - N (Wöhler)-kurver med konstant helning i et diagram med logaritmiske akser tilpasses resultater fra utmattingstester. Ved CAL har S - N -kurver for stållegeringer en knekk i $N \approx 10^7$ og er ofte horisontale for større N . Mao. er det vanlig å anta uendelig levetid for $\sigma_a < \sigma_w$. Den fysiske forklaringen som ofte gis er at spenningen ikke er høy nok til at en mikroskopisk sprekk kan forsure korn grenser [6]. Denne antakelsen gjelder også ved VAL, dersom alle sykluser har $\sigma_a < \sigma_w$. Hvis noen sykluser har $\sigma_a > \sigma_w$, kan disse propagere sprekken over en korn grense, og sykluser med lavere spenningsamplituder kan deretter propagere sprekken videre gjennom neste korn [6]. Dermed er levetiden ikke uendelig, og S - N -kurven for $N > 10^7$ antas enten å være en ekstrapolasjon av kurven for $N < 10^7$ eller å fortsette med lavere helning. S - N -kurver for både CAL og VAL er vist i figur 3.1.

Utmatting ved $10^4 < N < 10^7$ kalles ofte *high cycle fatigue* (HCF, høysyklusutmatting), mens utmatting ved $N > 10^7$ kalles *very high cycle fatigue* (VHCF, ekstrem høysyklusutmatting) [23]. I denne rapporten vil HCF- og VHCF-områdene betegne hhv.

områdene før og etter knekken til $S-N$ -kurven, uavhengig av ved hvilken N denne oppstår.

Selv om mange maskinkomponenter er utsatt for VHCF, er det gjort relativt lite utmattningstesting i dette regimet ift. i HCF-regimet. En grunn kan være at tradisjonell testing ved lave lastfrekvenser er tidkrevende, og dermed også dyrt, for så store antall sykluser. Tester utført i området rundt $N = 10^7$ har tydet på at $S-N$ -kurver blir horisontale for $N > 10^7$, og denne antakelsen har følgelig ofte blitt brukt for dimensjonering av komponenter. Etterhvert som flere resultater fra VHCF-testing har blitt tilgjengelige, mange som følge av at testing ved ultralydfrekvenser har blitt mulig, er det stilt spørsmål til om antakelsen om uendelig levetid i VHCF-regimet er riktig [24]. Testene kan tyde på at $S-N$ -kurvene har en slakk helning for $N > 10^7$ [24]. Forklaringen for slike observasjoner kan ligge i at sviktmekanismen endres i overgangen fra HCF- til VHCF-regimet. I utmattingsprøver av stål der sprekker ikke har kunnet initieres fra overflatedefekter i HCF, initieres sprekker fra indre defekter i VHCF [7]. I denne rapporten betegner σ_W ikke bare den eventuelle utmattingsgrensen, men også knekkpunktet i $S-N$ -kurven hvis en slik grense ikke skulle eksistere.

En eventuell helning i en $S-N$ -kurve i VHCF-regimet har betydning for komponenter utsatt både for CAL- og VAL-sykluser med $\sigma_a < \sigma_W$. Det eneste som hindrer svikt i VHCF-regimet for komponenter som er dimensjonert mtp. en tenkt utmattingsgrense, er sikkerhetsfaktoren, og denne minker med økende antall sykluser [24].

3.1.2 Sveisers innvirkning på levetiden

Dette avsnittet er i stor grad et referat av [25].

Sveising bidrar til å redusere et materiales levetid, fordi sveisedefekter, lokale spenningskonsentrasjoner og store restspenninger introduseres. Derfor ligger en sveis' $S-N$ -kurve betydelig lavere enn grunnmaterialets. Siden sprekker initieres raskt fra sveisedefektene, går størstedelen av sveisens levetid med til sprekkvekst. Sprekkvekstfasen påvirkes lite av styrken til grunnmaterialet, og derfor er levetiden så og si uavhengig av materialets strekkfasthet. Det er likevel naturlig å tenke seg at sveisens $S-N$ -kurve er begrenset oppad av grunnmaterialets $S-N$ -kurve. Restspenninger nær materialets flytegrense gjør at påtrykte middelspenninger ikke kan heve en syklus' maksimumsspenning ytterligere. Middelspenningene har dermed liten betydning for sveisens levetid. Dette resonnementet gjelder imidlertid ikke for sveiser som har gjennomgått gløding for å minske restspenningene.

3.1.3 Sveiser i Rainpowers løpehjul

Alle deler av Rainpowers løpehjul, inkludert sveisene, er utført i 13 Cr-4 Ni-stål (heretter omtalt som 13-4) [11]. Dette rustfrie stålet er i hovedsak martensittisk [26]. [27–29] oppgir at strekkfastheten, R_m , for støpt 13-4 er 794-821 MPa. Alle detekterbare defekter i Rainpowers sveiser blir rettet [30]. Sveiseprofilene blir slipt for å skape myke overganger, og kravet til overflateruhet er $R_a < 6,3 \mu\text{m}$ [11]. Løpehjulene blir spenningsglødet, men selv etter behandlingen har sveisene restspenninger på opptil 100 MPa [11]. Retningene

til restspenninger kan være vanskelig å forutse [31, 32]. Restspenningene ble derfor i denne oppgaven konservativt antatt til å alltid være i strekk.

3.1.4 Problemstilling

Rainpowers løpehjul er utsatt for VAL og et antall sykluser som tilsier drift inn i VHCF-regimet [1]. I [1] ble levetiden til en løpehjulliknende komponent funnet vha. spenningshistorier målt på et av Rainpowers løpehjul. En designkurve fra Norsk standards NS-EN 13445-3 [33] ble brukt i WL-analysen. Resultatene tilsa en levetid på 4-6 timer, selv om tilsvarende løpehjul hadde vært i drift i flere år uten problemer. Analysene viste dermed at designkurver kan være svært konservative.

På bakgrunn av dette ønsket Rainpower tilgang til $S-N$ -kurver som var mer representative for deres sveiser. Dermed kunne det også dannes et bilde av hvor konservative designkurvene egentlig var. Følgende problemstilling ble utarbeidet:

1. Hvilken designkurve fra International Institute of Welding's IIW-2259-15 [34] er anbefalt å bruke for sveisene i Rainpowers løpehjul?
2. Hvordan kan $S-N$ -kurver tilpasses resultater fra utmattingstesting på en best mulig måte?
3. Er det gjort utmattingstesting i HCF- og VHCF-regimet av sveiser som likner Rainpowers? Kan en $S-N$ -kurve konstrueres fra dataene? Viser resultatene at en utmattingsgrense eksisterer for CAL?
4. Kan det verifiseres at $S-N$ -kurven er representativ for Rainpowers sveiser? Hvor store er avvikene i kurven ift. IIW's designkurve?
5. Kan andre ødeleggende mekanismer samvirke med utmattingen av en sveis i et løpehjul og dermed bidra til å senke $S-N$ -kurven?

Rainpower søkte en median- $S-N$ -kurve uten noen sikkerhetsfaktor. Siden $S-N$ -kurven skulle benyttes i WL-beregninger, var det nødvendig å også beregne den statistiske fordelingen fra testresultatene. Kun tradisjonell $S-N$ -testing ble vurdert. Det ble dermed ikke regnet på sprekkvekst med bruddmekaniske prinsipper.

3.2 Designkurve for løpehjul fra IIW

IIW benytter følgende likning for en designkurve [34]:

$$\Delta\sigma = \left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad (3.1)$$

der $\Delta\sigma = 2\sigma_a$ er spenningsvidden og C er en skaleringskonstant. Kurven knekker i $N = 10^7$. [34] skiller seg fra en del andre standarder ved at $\Delta\sigma$ avtar etter knekken, også ved CAL [35]. $\Delta\sigma$ -verdien ved $N = 2 \cdot 10^6$ er omtalt som kurvens FAT (fatigue class, utmattingsklasse)-verdi. Designkurven er begrenset oppover av $S-N$ -kurven for grunnmaterialet i sveisen, men [1] viste at en $S-N$ -kurve for 13-4 ligger langt over en tilsvarende designkurve, både i HCF- og VHCF-området.

Tabell 3.1: Tilpasningskonstanter for designkurve FAT 112 fra IIW [34].

Levetid	C	m
$N \leq 10^7$	$2,810 \cdot 10^{12}$	3
$N > 10^7$, CAL	$9,064 \cdot 10^{46}$	22
$N > 10^7$, VAL	$1,207 \cdot 10^{16}$	5

IIW oppgir at for en slipt sveis skal FAT 112-kurven brukes sammen med den største lokale spenningen i sveisen [34]. Denne kurven har tilpasningskonstanter som vist i tab. 3.1. FAT 112 er egentlig beregnet for bruk på en slipt buttsveis mellom to plater. Hvis man ser bort fra restspenninger, har en slik sveis, i motsetning til en sveis i et løpehjul, ingen spenningsgradient. Hvis spenningene ved sprekkfronten er konstante, kan en tenke seg at en sprekk vil kunne vokse forttere enn hvis spenningene avtar. Altså blir levetiden kortere, og man kan derfor anta at FAT 112 er konservativ for bruk på sveisene i et løpehjul når LS-metoden blir brukt. IIW presenterer også en metode (kalt *effective notch stress*, “effektiv kjervspenning”) og en designkurve som i større grad tar hensyn til spenningsfeltet gjennom sveisen [34], men disse er beregnet for bruk kun på ubehandlede sveiser.

Kurvene fra IIW inkluderer alle negative effekter av sveiser som er produsert på en forskriftsmessig måte [34]. Hvor høye restspenninger som er inkludert, er ikke eksplisitt uttrykt, men standarden åpner for bruk av høyere designkurver hvis spenningsforholdet mellom minimums- og maksimumsspenningen i løpet av en syklus, $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} < 0,5$. Selv om restspenningene er lave i Rainpowers løpehjul, er de påtrykte spenningene også det [1]. Dermed er $R > 0,5$, og høyere designkurver er ikke tillatt. Det kan diskuteres om dette kravet til R -verdien er fornuftig, når middelspenningskorreksjon vha. f.eks. Morrows likning avhenger av størrelsen på σ_m , og ikke R .

Designkurvene i IIW angir spenningsvidder med $P_f \leq 5\%$. Dette tilsvarer omtrent kurven for middelverdien av spenningsvidden minus to standardavvik.

3.3 Tilpasning av S - N -kurver

S - N -kurver som er vist i denne rapporten ble tilpasset resultater fra utmattingstesting vha. *maximum likelihood method* (MLM, største sannsynlighets metode). IIW anbefaler bruk av MLM når testresultatene inneholder såkalte *run-outs* [36], altså prøver som ikke sviktet illa. måleperioden pga. tidsbegrensning eller liknende, fordi metoden tar hensyn til disse. MLM beregner også den statistiske fordelingen til resultatene, og man kan derfor ta ut f.eks. Weibull-eksponenten direkte. IIW anbefaler at en best mulig tilpasning gjøres mhp. *levetiden*, ikke spenningen, til hver prøve, siden denne er den avhengige variabelen [36]. Denne anbefalingen ble fulgt når kurvene ble tilpasset.

Det ble antatt at S - N -kurvene var lineære i et diagram med logaritmiske akser i det området de ble tilpasset for. Siden knekkpunkter i S - N -kurver kan være avrundede, anbefaler IIW at data med en viss avstand fra knekkpunktene benyttes i en kurvetilpasning [36]. Spredningen i testdataene ble antatt å være konstant i det området tilpasningen ble gjort for.

3.3.1 Alternativ formulering av S - N -kurver

Kurvetilpasning med MLM går ut på å finne, vha. iterasjon, den kombinasjonen av kurvens parametre som er mest sannsynlig [37]. Formuleringen av S - N -kurver som er gitt i likning (3.1) er ikke effektiv for bruk med metoden, fordi konstanten C kan variere mye, men likevel må bestemmes med stor nøyaktighet for at kurvetilpasningen skal bli god i HCF- og VHCF-regimene. En alternativ form basert på medianutmattingsstyrken for $N = 10^7$ ble derfor utledet. Levetiden $N = 10^7$ ligger typisk i overgangen mellom HCF og VHCF, så utmattingsstyrken her kan dermed skalere kurver i begge regimene godt. For enkelhets skyld noteres den aktuelle utmattingsstyrken σ_{W7} istedenfor $\sigma_{WN}(10^7)$. Likningen for S - N -kurven er dermed som følger

$$\log \sigma_{WN} = \frac{1}{m}(\log 10^7 - \log N) + \log \sigma_{W7}. \quad (3.2)$$

Denne kan løses for enten σ_{WN} eller N :

$$\sigma_{WN} = \sigma_{W7} \left(\frac{10^7}{N} \right)^{\frac{1}{m}}, \quad (3.3)$$

$$N = 10^7 \left(\frac{\sigma_{W7}}{\sigma_{WN}} \right)^m. \quad (3.4)$$

Likning (3.4) ble brukt sammen med MLM.

3.3.2 MLM

Med verdier for σ_a og n fra k prøver søker MLM å finne parametrene σ_{W7} , m og β_σ som maksimerer *log-likelihood*-funksjonen⁶ [37]

$$\mathcal{L}(\sigma_{W7}, m, \beta_\sigma) = \sum_{l=1}^k [\delta_l \log p_f(\sigma_{W7}, m, \beta_\sigma, \sigma_{al}, n_l) + (1 - \delta_l) \log P_s(\sigma_{W7}, m, \beta_\sigma, \sigma_{al}, n_l)]. \quad (3.5)$$

Her er δ_l en delta-funksjon, som tar verdien 1 dersom en prøve sviktet og 0 dersom testen var en run-out. $p_f = \frac{dP_f}{dn_l}$ er tetthetsfunksjonen for svikt og P_s er den kumulative fordelingsfunksjonen for overlevelse. For en Weibull-fordeling kan disse finnes fra likning (2.3):

$$p_f(\sigma_{W7}, m, \beta_\sigma, \sigma_{al}, n_l) = \frac{\ln 2 \cdot \beta_N \left(\frac{n_l}{N_l} \right)^{\beta_N}}{n_l \cdot 2 \left(\frac{n_l}{N_l} \right)^{\beta_N}}, \quad (3.6)$$

$$P_s(\sigma_{W7}, m, \beta_\sigma, \sigma_{al}, n_l) = 2^{-\left(\frac{n_l}{N_l} \right)^{\beta_N}},$$

⁶Metoden er her formulert for lokale spenningsamplituder, men formuleringen er identisk for effektive spenningsamplituder iht. WL-teori.

der

$$N_l = N_l(\sigma_{W7}, m, \sigma_{al}) = 10^7 \left(\frac{\sigma_{W7}}{\sigma_{al}} \right)^m, \quad (3.7)$$

$$\beta_N = \beta_N(m, \beta_\sigma) = \frac{\beta_\sigma}{m}. \quad (3.8)$$

Man kan se av likning (3.5) at store bidrag til \mathcal{L} oppnås når p_f for prøvene som sviktet er stor, altså når de ligger nær mediankurven i S - N -diagrammet. Isolert sett forteller prøvene som ikke sviktet at medianlevetiden antakeligvis er lenger enn levetiden som er angitt for disse i diagrammet. De største bidragene til \mathcal{L} fra disse oppnås dermed hvis mediankurven ligger lengst mulig til høyre for run-out-markeringene.

Matlab-koden som ble brukt for MLM er vedlagt i appendiks A.3.5.

3.3.3 S - N -kurver for $P_f \neq 50\%$

For å kunne inkludere en viss sikkerhet mot svikt, enten av dimensjoneringsøyemed eller for sammenlikning med designkurver, kan mediankurven forskyves vertikalt. Ved å angi ønsket P_f , kan likning (2.2) løses for σ_a :

$$\sigma_a(n) = \sigma_{WN}(n) \left(-\frac{\log(1 - P_f)}{\log 2} \right)^{\frac{1}{\beta_\sigma}}. \quad (3.9)$$

I likning (3.9) angir $\sigma_a(n)$ S - N -kurven for den angitte P_f . Det er antatt at spredningen avhenger av N , selv om N er den avhengige variabelen. Siden en eventuell utmattingsgrense vil være absolutt (uten spredning) hvis spredningen avhenger av σ_a , noe som virker usannsynlig, kan likning (3.9) likevel anses som en fornuftig tilnærming.

3.4 Data fra utmattings tester

3.4.1 Søkekriterier

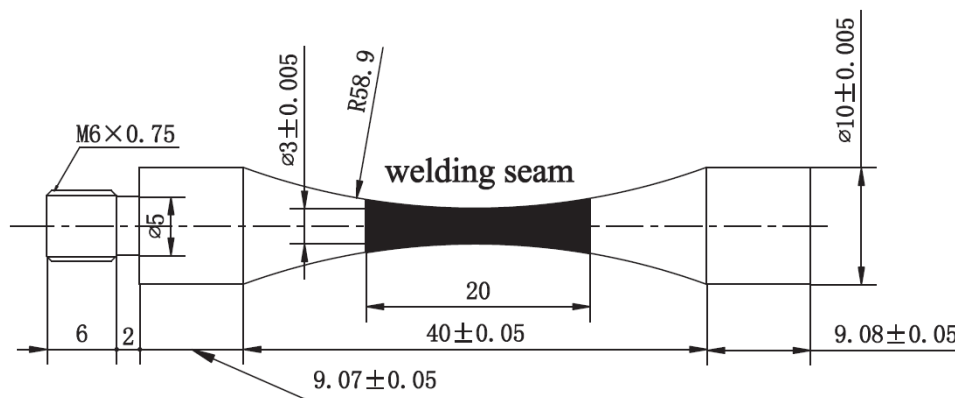
Rainpowers løpehjul er utsatt for VAL. Men siden mengden tilgjengelige testdata er større for CAL enn for VAL, og S - N -kurven for CAL kan benyttes til å estimere kurven for VAL, ble det først søkt etter CAL-data. Dessuten var det av interesse å kjenne formen på CAL-kurven i VHCF-området, i tilfelle alle spenningscykluser i et løpehjul skulle ligge under knekkpunktet.

Det ble søkt etter tester av martensittiske, sveiste stål med lik eller høyere strekkfasthet som den til 13-4. Eksistensen av en eventuell utmattingsgrense for et materiale har historisk sett blitt antatt å avhenge av materialets mikrostruktur [24,35]. Mikrostrukturen til et materiale kan også ha betydning for om utmattingsstyrken er følsom for påsatt lastfrekvens [38], noe som isåfall må tas hensyn til hvis testene er utført ved ultralydfrekvenser. Frekvenseffekten kan være størst i VHCF-området [38]. [39] hadde imidlertid vist at frekvensavhengigheten var lav for et martensittisk, rustfritt stål.

Det ble sett etter prøver med slipte sveiser, slik som Rainpowers. At prøvene var slipte var også en forutsetning for å kunne beregne spenningsfordelinger i disse med rimelig sikkerhet. WL-utregninger kan baseres på referanseprøver med heterogene spenningsfelt, men istedenfor σ_a , må $\bar{\sigma}_a$ brukes som uavhengig variabel i S - N -diagrammet for en gitt V_0 . Referansevolumet V_0 har dessuten ikke lenger en like fysisk tolkning, men brukes kun som, nettopp det, en referanse. V_0 kan imidlertid betraktes som det volumet en tenkt prøve som er homogent belastet med $\sigma_a = \bar{\sigma}_a$ ville ha hatt. Under søket etter tester var små prøvestaver fra sveiser likevel å foretrekke, fordi disse ofte har små andeler av de belastede volumene utenfor sveisene. Dermed er det sannsynlig at de fleste av sprekkeene vil oppstå i sveisene, noe som er gunstig når det er S - N -kurven for sveisene som skal bestemmes⁷. Dessuten er ultralydtesting vanskelig med andre prøvegeometrier, så det meste av VHCF-data er basert på testing av små staver.

3.4.2 Tester

Lite data var tilgjengelig for sveiser generelt, og de eneste testene som oppfylte kriteriene ovenfor var de av Zhang et al. [40]. Zhang et al. hadde testet, med ultralydfrekvens, en sveis av FV520B-I – et martensittisk, rustfritt stål bestående av bl.a. 14% Cr og 5% Ni. FV520B-I har $R_m = 1170$ MPa [41], altså noe høyere enn 13-4's strekkfasthet. Plater ble sveist sammen og spenningsglødet. Staver med geometri som vist i fig. 3.2 ble deretter maskinert ut. Siden små prøver sjelden har store restspenninger [34], kan det være rimelig å anta at restspenningene i stavene var ubetydelige etter behandlingen. På den annen side kan det tenkes at defektene i prøvene var mindre, og dermed mindre kritiske, enn de ville ha vært i større sveiser. Stavene ble delt i to grupper, hvorav stavene i den ene gruppen ble polert til en overflateruhet $R_a \approx 0,6$ (tilsvarende som for Rainpowers løpehjul) og de andre til $R_a \approx 0,05$.

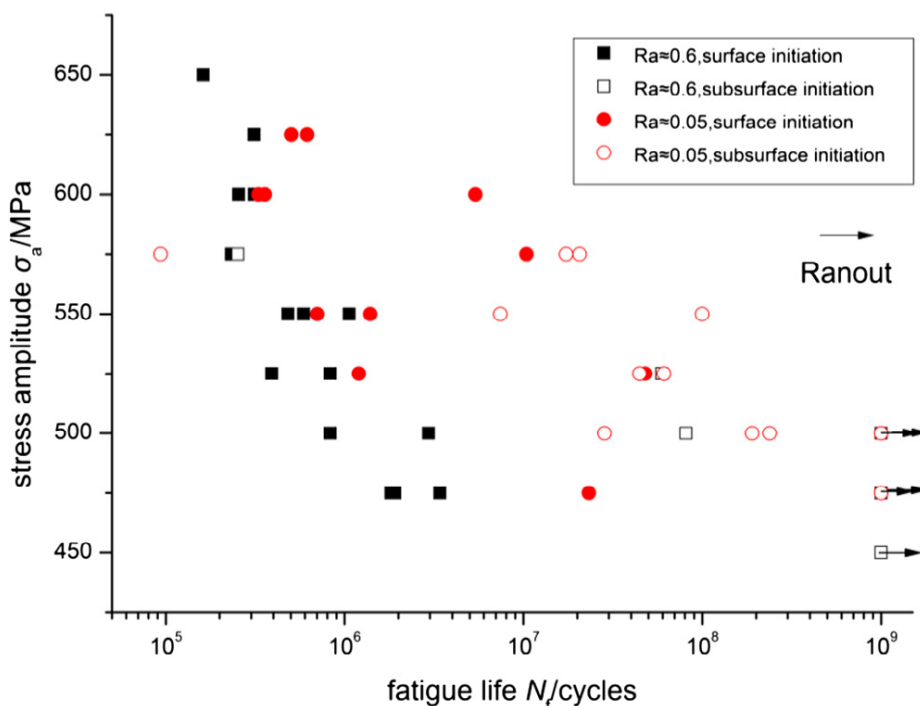


Figur 3.2: Geometri for prøvestaver av Zhang et al. Gjengitt fra [40] med tillatelse fra Elsevier ©2016.

Fig. 3.3 viser resultatene av testene. I prøvene med $R_a \approx 0,6$ initierte utmattingssprekker i større grad i overflaten (surface initiation i motsetning til subsurface initiation) enn for

⁷Eventuelle prøver med sprekkeinitiering utenfor sveisene kan tas hensyn til ved å betrakte dem som run-outs med MLM. På denne måten antar man at sprekker ville ha oppstått i sveisene i prøvene på et senere tidspunkt. Dermed bidrar selv disse prøvene med verdifulle data til kurvetilpasningen for sveisen.

prøvene med $R_a \approx 0,05$. Siden spenningene i prøvene var betydelig større i sveisene enn utenfor, initierte alle sprekker i sveisene, nær midten av prøvene [40].



Figur 3.3: Resultater fra tester av Zhang et al. Gjengitt fra [40] med tillatelse fra Elsevier ©2016.

Tester av grunnmaterialet utført med identiske prøvegeometrier med ruhet $0,05 < R_a < 0,6$ viste en utmattingsstyrke ved $N = 10^6$ på omtrent 80% av den til sveisen med $R_a \approx 0,6$ [41]. Dette er en såpass høy andel at egenskapene til grunnmaterialet kan synes å være mer utslagsgivende for utmattingsstyrken enn det at materialet er sveist og deretter behandlet. Det kan dermed tenkes at 13-4's noe lavere R_m vil kunne gi en kortere levetid for dette stålet.

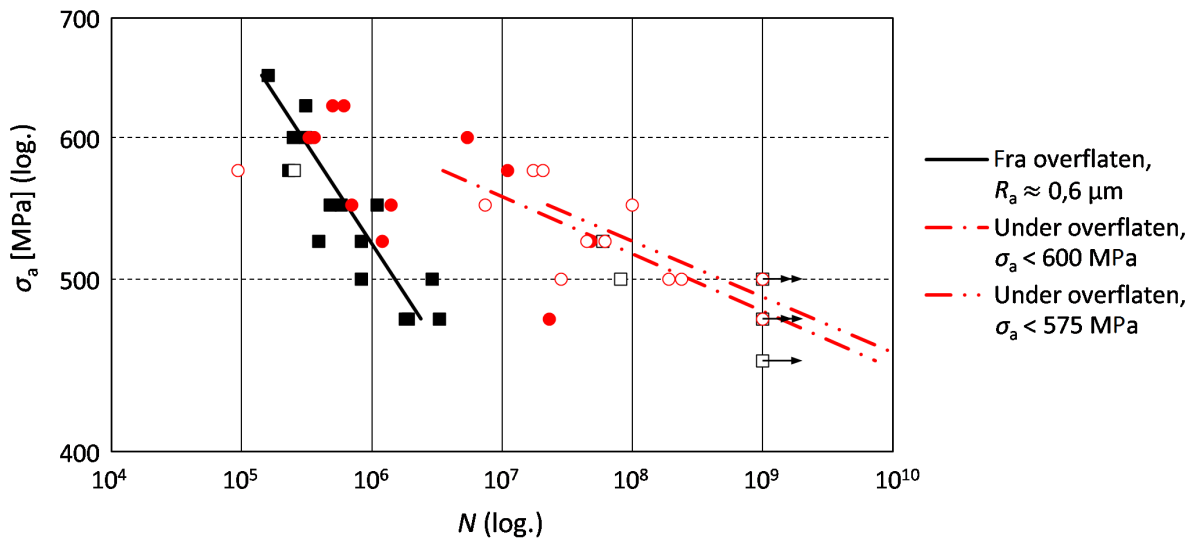
Med få datapunkter ved lave spenningsamplituder kan det være vanskelig å identifisere et knekkpunkt i en kurve og et eventuelt fall etter dette direkte fra fig. 3.3, men dette diskuteres nærmere i neste avsnitt. I tester av andre typer sveiser indikerte [42,43] et fall i utmattingsstyrken etter $N = 10^7$. Andre tester ga ingen sikre konklusjoner, fordi prøvene ikke ble utsatt for lavere spenningsamplituder enn de som kunne virke å angi et knekkpunkt.

Mindre testing er gjort for VAL enn for CAL, og resultater fra testing av representative sveiser utsatt for VAL var ikke tilgjengelige. [44] viste imidlertid at VAL i enkelte tilfeller kunne gjøre like mye skade på en ubehandlet sveis som den funnet ved en lineær ekstrapolasjon av CAL-kurven i HCF-området.

3.5 Forslag til S - N -kurve

For å få mest mulig ut av dataene til Zhang et al., ble det antatt av svikt i en prøve ble styrt av to konkurrerende mekanismer: sprekkinitering fra og under overflaten. Svikt til én

mekanisme utelukket svikt til den andre. Videre ble det antatt svikt til begge mekanismene fulgte lineære fordelinger i et S - N -diagram med logaritmiske akser. Knekkpunktet i en S - N -kurve ble antatt å representere den laveste spenningsamplituden som krevdes for å oppnå svikt fra overflaten. Men spredningen i dataene gjorde at denne grensen ikke var absolutt.



Figur 3.4: S - N -kurver (σ_{WN}) tilpasset forskjellige sviktmekanismer i LS-resultatene fra tester fra [40] i fig. 3.3.

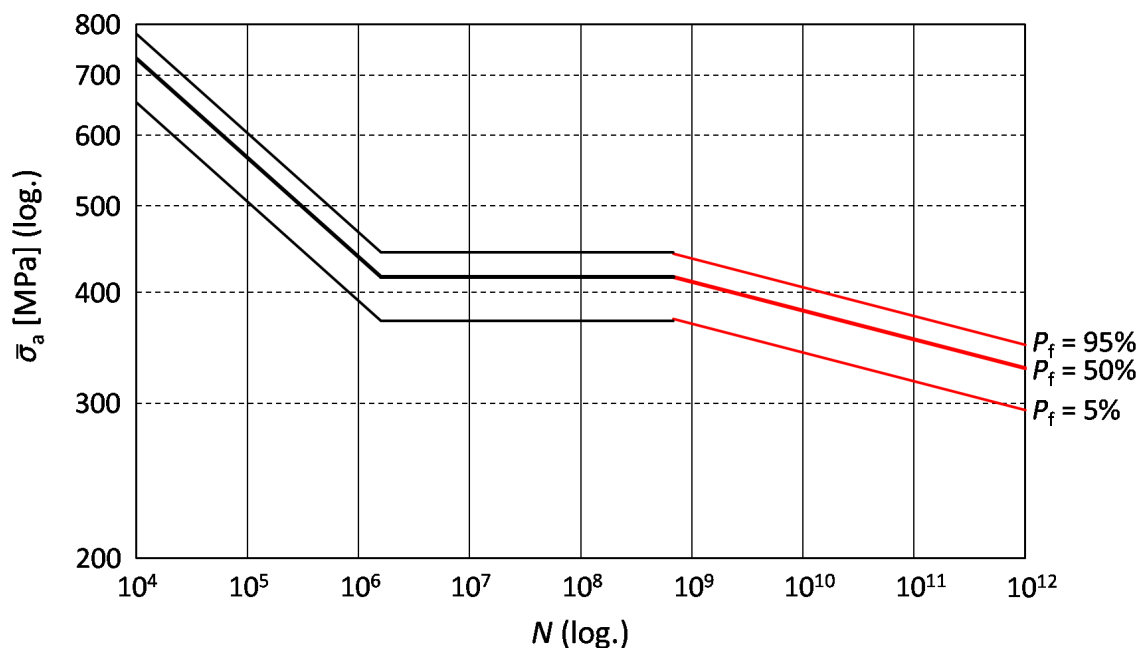
Fig. 3.4 viser kurvetilpasninger gjort med MLM for svikt til begge mekanismer basert på den største, lokale spenningen i hver prøve. For å lage kurven for overflateinitiering, ble det tatt utgangspunkt i alle prøver med $R_a \approx 0,6$ som sviktet til denne mekanismen. Prøver som var run-outs ($N > 10^9$) eller sviktet til sprekker under overflaten ble *utelukket* fra tilpasningen, siden overflatesprekker antakeligvis ikke ville ha oppstått i disse ved et senere tidspunkt. Unntaket var prøven som ble testet ved $\sigma_a = 575$ MPa, og som sviktet til en sprekke under overflaten ved $N = 2,53 \cdot 10^5$. Denne svikten ble forårsaket av initiering fra en stor pore [40], og plasseringen i S - N -diagrammet taler for at en sprekke etterhvert ville oppstått i overflaten av prøven, dersom poren ikke hadde vært der. Derfor ble prøven betraktet som en run-out ($\delta_l = 0$) under kurvetilpasningen.

Det ble antatt at overflateruheten til en prøve ikke påvirket levetiden i særlig grad ved sprekkeinitiering under overflaten. Derfor ble data fra prøvene med både $R_a \approx 0,6$ og $R_a \approx 0,05$ brukt under kurvetilpasningen for denne mekanismen. Både faktiske run-outs og prøver som sviktet fra overflaten ble betraktet som run-outs under denne tilpasningen. Det ble antatt at pilene i fig. 3.3 angir riktig antall run-outs ved hvert spenningsamplitudenivå.

Fordi kurvene for initiering under overflaten i fig. 3.4 har slakkere helning enn kurven for overflateinitiering, vil disse krysse hverandre i HCF-området. Dette er imidlertid usannsynlig, siden overflateinitiering som oftest er den dominerende sviktmekanismen for lave N [7]. Altså kan ikke en kurve for initiering under overflaten være lineær for alle σ_a . Ved tilpasning av kurven ble det derfor tatt utgangspunkt i testene ved de laveste spenningsamplitudenivåene som likevel gjorde det mulig å definere en helning for kurven. Kurver for $\sigma_a < 600$ MPa og $\sigma_a < 575$ MPa er vist i fig. 3.4. Kurvene har omtrent samme

stigning, men kurven for $\sigma_a < 600$ MPa er mest konservativ. Denne ble derfor benyttet når en fullstendig S - N -kurve for WL skulle lages.

For å lage en WL-kurve ble først spenningsfeltet i sveisene i Zhang et al.'s prøver beregnet vha. Ansys. LINKpfat ble deretter brukt til å finne forholdet mellom $\bar{\sigma}_a$ og den største, aksielle spenningen i en prøve (som det ble antatt at spenningsamplitudene i fig. 3.3 representerer). β_σ fra kurvetilpasningene i fig. 3.4 ble benyttet, og V_0 ble satt til 1000 mm^3 . $\bar{\sigma}_a$ for alle testdataene ble deretter regnet ut og nye MLM-tilpasninger ble gjort. Fig. 3.5 viser den ferdige S - N -kurven.



Figur 3.5: Forslag til S - N -kurve ($\bar{\sigma}_{WN}$) for Rainpowers sveiser. Laget for CAL og bruk med WL med $V_0 = 1000 \text{ mm}^3$.

Antakelsen om to sviktmekanismer gjør det også mulig å identifisere posisjonen til et knekkpunkt for S - N -kurven, selv om det finnes begrenset med data ved lave spenningsamplituder. Ved de laveste, testede spenningsamplitudenivåene var det tydelig at prøvene med $R_a \approx 0,6$ i fig. 3.3 var i en overgangsfase: noen prøver sviktet til sprekker initiert fra overflaten, mens andre gjorde det ikke. MLM kan brukes til å tilpasse den mest sannsynlige, statistiske fordelingen (mhp. spenningsamplituden) for at denne sviktmekanismen en eller annen gang skal inntreffe. Dermed kan medianknekkpunktet finnes. Ved en slik tilpasning er ikke levetiden lenger en variabel, og log-likelihood-funksjonen fra likning (3.5) tar formen

$$\mathcal{L}(\sigma_W) = \sum_{l=1}^k [\delta_l \log P_f(\sigma_W, \sigma_{al}) + (1 - \delta_l) \log P_s(\sigma_W, \sigma_{al})], \quad (3.10)$$

der

$$\begin{aligned}
P_f(\sigma_W, \sigma_{al}) &= 1 - 2^{-\left(\frac{\sigma_{al}}{\sigma_W}\right)^{\beta_\sigma}}, \\
P_s(\sigma_W, \sigma_{al}) &= 2^{-\left(\frac{\sigma_{al}}{\sigma_W}\right)^{\beta_\sigma}}.
\end{aligned}
\tag{3.11}$$

Det ble antatt at svikt fra overflaten ikke ville ha oppstått for $N > 10^9$ i prøvene som var run-outs. β_σ ble antatt å være den samme som for resten av kurven for overflateinitiering og behandles derfor ikke som en variabel i log-likelihood-funksjonen. Legg merke til at p_f i likning (3.5) er byttet ut med P_f i likning (3.10), fordi $\delta_l = 1$ angir at svikt inntraff ved den gjeldende spenningsamplituden, men ikke at den ikke også kunne ha inntruffet ved en lavere amplitude. Matlab ble brukt for å finne spenningsamplituden i knekkpunktet vha. MLM, og punktet er innført i fig. 3.5. Koden er vedlagt i appendiks A.3.6. Den resulterende S - N -kurven ble tre-delt, med konstanter som vist i tab. 3.2.

Tabell 3.2: Tilpasningskonstanter for S - N -kurve for Rainpowers sveiser. Laget for CAL og bruk med WL med $V_0 = 1000 \text{ mm}^3$.

Levetid	$\bar{\sigma}_{W7}$ [MPa]	m	β_σ
$N \leq 1,59 \cdot 10^6$	339	8,99	23
$1,59 \cdot 10^6 < N \leq 6,84 \cdot 10^8$	416	∞	23
$N > 6,84 \cdot 10^8$	477	30,88	24

Fra fig. 3.5 kan man se at kurven for initiering under overflaten “slår inn” først når antall sykluser nærmer seg 10^9 . Kurven baserer seg på testdata for $N \leq 10^9$, og antakelsen om en lineær ekstrapolasjonen for høyere N er spekulativ. Helningen kan være brattere enn beregnet i det sistnevnte området. Det er også naturlig å tenke seg at en viss spenningsamplitude er nødvendig for å oppnå sprekkinitering også fra indre defekter. Dermed kan kurven ha enda ett knekkpunkt, men da ved en faktisk utmattingsgrense.

Siden det ikke ble funnet testdata for VAL som kunne gi grunnlag for noen annen antakelse enn den om en ekstrapolasjon av HCF-kurven for CAL, ble dette er ansett som en konservativ og fornuftig tilnærming, så lenge ikke mulige sekvens effekter ved belastningsmønstrene i løpehjulene var utredet.

3.6 Verifisering av S - N -kurve

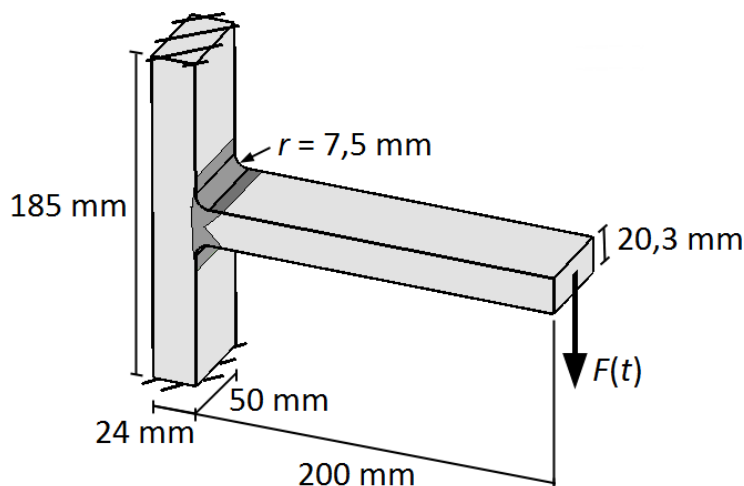
3.6.1 Tester av Huth og Hallingstad

I et forsøk på å verifisere den nye S - N -kurven, ble tester av sveiste T-skjøter, gjort av Huth [45] og Hallingstad [46], gjennomgått. T-skjøtene i de to testseriene var nesten identiske og skulle etterlikne overgangen mellom et blad og ringen/bosset i et løpehjul. Prøvene ble laget av daværende GE Energy [45] og Kværner Energy [46], nå Rainpower, med samme produksjonsmetoder som for deres løpehjul. Således kunne testresultatene tenkes å være svært representative for Rainpowers sveiser. Valsede plater ble sammenføyd enten med dobbel kilsveis⁸ [45] eller K-sveis [46]. Platene var laget av martensittisk 16 Cr-5

⁸Det ble antatt at sveisene i Huths prøver ble utført med full gjennomtrengning (og dermed var så og si ekvivalente med sveisene i Hallingstads prøver), selv om dette ikke står uttrykt eksplisitt i [45].

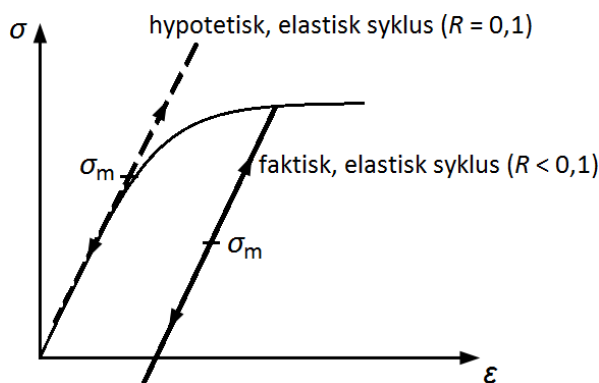
3. EVALUERING AV DESIGNKURVER FOR SVEISER

Ni-stål, som har noenlunde samme kjemiske sammensetning som 13-4, men en noe høyere $R_m = 945$ MPa. Detekterbare defekter i sveisene ble reparert. Sveisene ble slipt for å skape myke overganger mellom platene. Både Huth og Hallingstad testet prøver med sirkulære overganger. Huth testet også prøver der overgangene var optimalisert mtp. å minimere spenningskonsentrasjonene, men kun prøvene med sirkulære overganger ble vurdert under verifiseringen av $S-N$ -kurven. Geometrien til en beregningsmodell av Huths prøver er vist i figur 3.6. Prøvene ble til slutt spenningsglødet.



Figur 3.6: Beregningsmodell av Huths prøver.

En oscillerende kraft, $F(t)$, ble påsatt på tvers av utkrageren, slik at sveisen ble momentbelastet. Påsatt kraft hadde $R = 0,1$ og var såpass stor at flytning oppsto i overgangene ved første pålastning. Dette gjorde at spenningene i de høyest belastede områdene oscillerte ned fra flytekurven i de resterende syklusene. Se fig. 3.7, hvor ϵ markerer tøyningen. Siden avlastingen var elastisk, ble altså middelspenningene (og dermed også R -verdien) i disse områdene noe redusert. Etter første pålastning var alle sykluser elastiske, og utmattingen kunne betraktes som HCF. Testene resulterte i levetider på 10^4 - 10^5 sykluser.



Figur 3.7: Forskyvning av middelspenninger pga. flytning ved første pålastning.

I Hallingstads prøver ble det observert slipespor på tvers av lastretningen ved overgangene [46]. Disse var ikke i tråd med standard produksjonsmetoder for løpehjul [45] og gjorde at sprekker initierte utenfor overgangsradene. Slipesporene hadde altså større betydning

for levetiden til en prøve enn det den makroskopiske spenningskonsentrasjonen hadde. Dette gjorde at det ikke var mulig å beregne et representativt spenningsfelt i prøven. Testresultatene fra Hallingstad ble derfor forkastet fra verifiseringen av S - N -kurven.

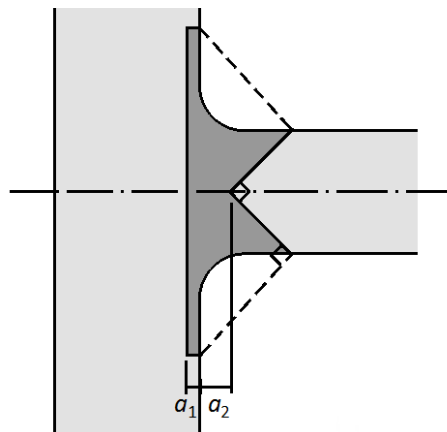
Siden prøvene i Huths tester var representative for Rainpowers sveiser, kunne disse i seg selv ha vært benyttet for å konstruere en S - N -kurve. Men siden Huth hadde testet over et svært begrenset levetidsområde, ble Zhang et al.'s testresultater ansett som bedre egnet for å beregne en stigning i HCF-området og en kurve, i det hele tatt, i VHCF-området.

3.6.2 Verifisering

Huths prøver ble modellert i Ansys med et fint nett av HEX20-elementer. Materialkonstanter ($E = 220$ GPa, $\nu = 0,3$) og en (nominell) flytekurve ble hentet fra [45]. Kinematisk fastning ble innført i FE-analysen. $F(t)$ ble påført som en fordelt last på enden av utkrageren. I [45] oppgis nominelle bøyepenninger iht. bjelketeori i sveisene (uten overganger) i T-skjøtene. Størrelsen på F ble valgt slik at den samsvarte med de analytisk utregnede bøyepenninger. Modellen ble først belastet med F_{maks} , deretter med F_{min} , og FE-resultater fra disse to analysestegene ble brukt som grenser for spenningscykluser i LINKpfat.

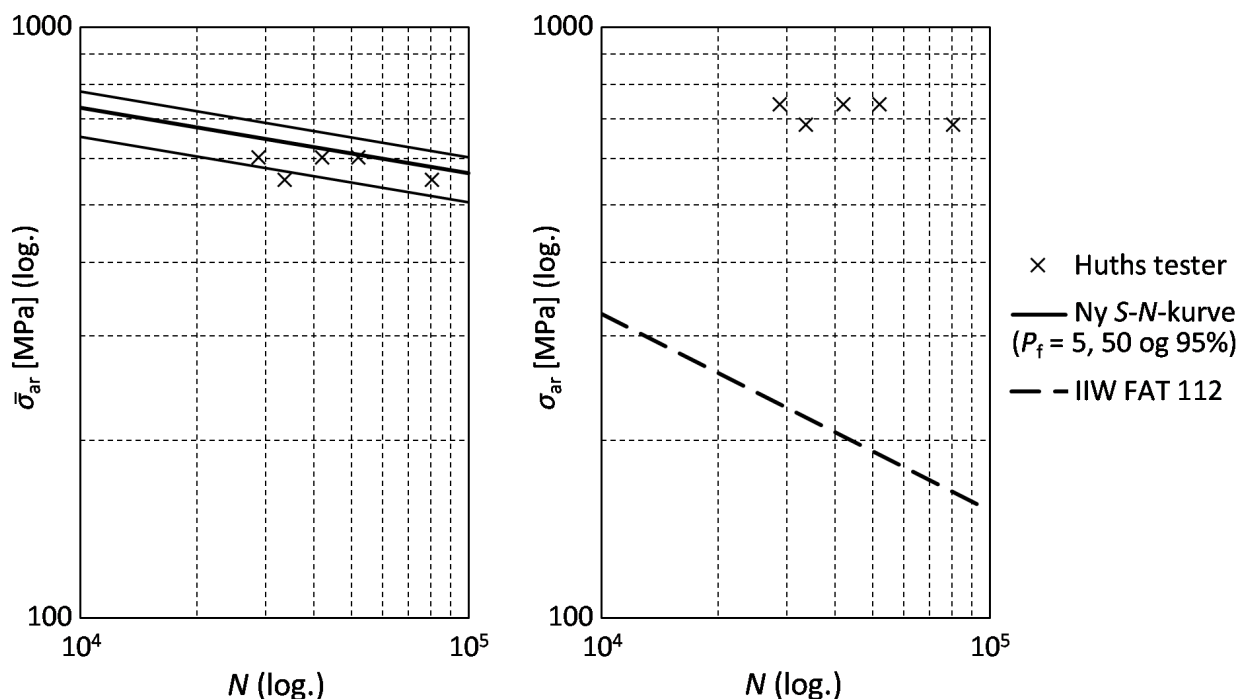
Morrows middelspenningskriterium ble brukt, siden dette var det eneste brukbare i LINKpfat. I [28] er det oppgitt at $\sigma'_f = 1800$ MPa for støpt 13-4, så denne verdien ble benyttet. Om verdien også er gyldig for sveist 16 Cr-5Ni-stål kan diskuteres, og pga. høye middelspenninger i Huths prøver var den svært viktig for utfallet av verifiseringen. LINKpfat tillot kun bruk av Sines' multiaksialitetskriterium, og dette ble derfor benyttet. Siden spenningstilstanden i T-skjøtene i stor grad var en-akset, var valget av multiaksialitetskriterium ikke like kritisk som valget av korreksjon for middelspenninger.

Man kan anta at Huths prøver inneholdt restspenninger. Men siden de påtrykte spenninger oscillerte ned fra flytekurven i de høyest belastede områdene, kunne middelspenningene ikke økes mye her. Det ble derfor antatt at restspenninger ikke hadde stor negativ innvirkning på levetiden til Huths prøver. I levetidsberegninger for løpehjul med lavere spenninger bør restspenninger tas hensyn til.



Figur 3.8: Antatt geometri for sveisene i Huths prøver.

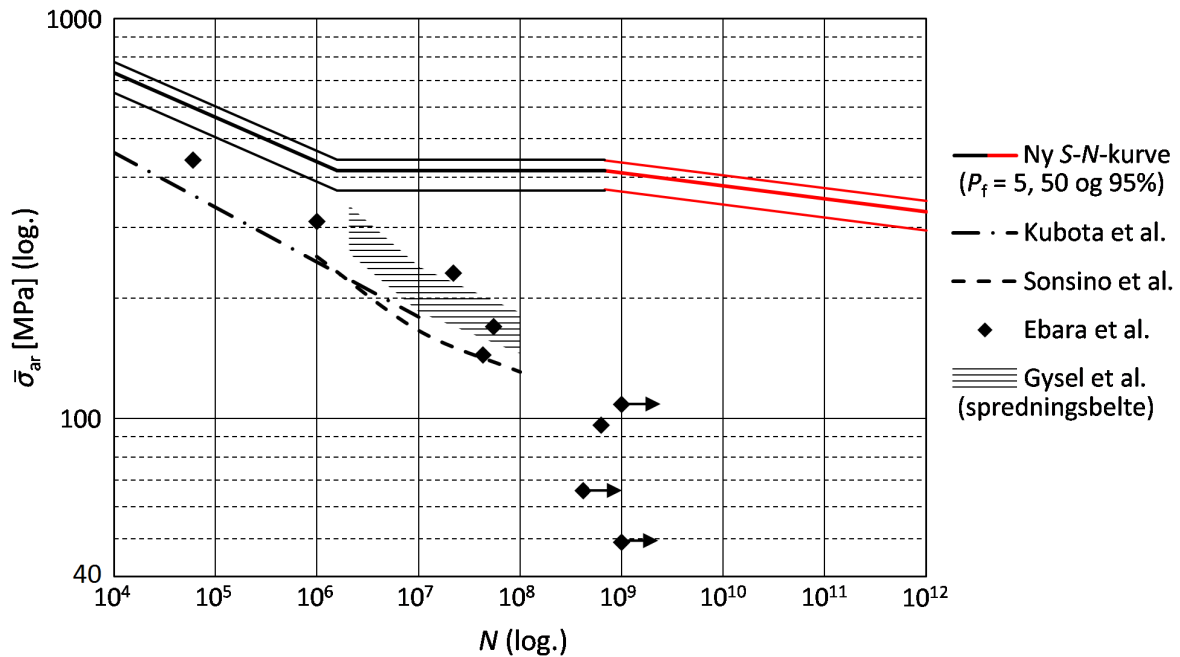
Noen av målene på T-skjøtene var ikke oppgitt i [45]. Avstanden mellom innspenningene ble antatt å være den samme som for Hallingstads prøver (185 mm [46], se fig. 3.6). Sveisegeometrien var ikke vist i [45], men $\bar{\sigma}_{ar}$ -utregninger ($\beta_{\sigma} = 23$) for to sannsynlige geometrier (dimensjoner i fig. 3.8 enten $a_1 = 2$ mm og $a_2 = 5$ mm eller $a_1 = a_2 = 1$ mm) avslørte at detaljene om denne hadde liten betydning: $\bar{\sigma}_{ar}$ viste seg å være praktisk talt uavhengig av om kun sveisens eller hele T-skjøtens volum var inkludert i utregningene. Endringen i $\bar{\sigma}_{ar}$ var mindre enn LINKpfats konvergenskrav (0,1%). Altså bidro ikke spenningene i grunnmaterialet til å redusere levetiden til prøvene i særlig grad (så lenge β_{σ} ikke var betydelig lavere for grunnmaterialet). Det var derfor ikke behov for å benytte en egen $S-N$ -kurve for grunnmaterialet for å kunne verifisere $S-N$ -kurven for Rainpowers sveiser vha. Huths prøver.



Figur 3.9: Resultater fra Huths tester vist sammen med den nye $S-N$ -kurven (t.v.) og IIW's FAT 112-kurve (t.h.).

Fig. 3.9 viser resultater av Huths tester sammen med den nye $S-N$ -kurven ved bruk av WL. LS-resultater fra testene er vist sammen med FAT 112-kurven fra IIW for sammenlikning. Selv om kun små segmenter av kurvene ble kontrollert, kan det trekkes noen konklusjoner. WL-utregningene viser godt samsvar mellom testresultatene og den nye $S-N$ -kurven. Kurven er imidlertid noe ikke-konservativ. Selv om IIW's designkurve gjelder for $P_f \leq 5\%$, må den kunne sies å være ekstremt konservativ for Huths prøver. Huths prøver sviktet ved $\bar{\sigma}_{ar}$ -verdier som i gjennomsnitt lå 6% lavere enn de som var anslått av den nye $S-N$ -kurven ved de respektive levetidene. Avviket på -38% i levetiden var noe større, men resultatet må likevel kunne regnes som godt. For LS-resultatene var gjennomsnittlig σ_{ar} 3,6 ganger og N 49 ganger så høye som verdiene anslått av IIW's kurve. Det poengteres at valg av regnemetode (WL) også kan ha bidratt til de gode resultatene som ble oppnådd med den nye $S-N$ -kurven.

3.7 Korrosjonsutmatting



Figur 3.10: Ny S - N -kurve sammenliknet med resultater fra tester [28, 29, 47–49] av ikke-sveiste prøver av martensittiske, rustfrie stål utført i ferskvann ($V_0 = 1000 \text{ mm}^3$).

Fig. 3.10 viser den nye S - N -kurven sammen med WL-resultater fra tester av ikke-sveiste prøver av martensittiske, rustfrie stål utført i ferskvann. Testene er nærmere beskrevet lenger ned i dette avsnittet. Figuren viser en åpenbar motsetning: S - N -kurven ligger langt over testresultatene, særlig ved høye N , selv om man kan forvente at en sveis vil ha lavere utmattingsstyrke enn grunnmaterialet den er laget av. Ferskvannsmiljøets innvirkning på utmattingsprosessen, gjennom såkalt korrosjonsutmatting, er ikke tatt hensyn til under konstruksjonen av S - N -kurven. Og selv om 13-4 kalles “rustfritt”, virker det som om effekten er betydelig.

Et rustfritt stål får sin korrosjonsmotstand fra en passivfilm av kromoksid som dannes på overflaten [26]. Legeringselementer som krom, nikkel og molybden øker korrosjonsmotstanden til stålet [26]. Pga. passivfilmen er rustfrie stål lite utsatt for uniform korrosjon [50], men syklisk belastning kan ødelegge passivfilmen [51, 52]. Dermed kan korrosjon og utmatting samvirke og fremme sprekkvekst. For martensittiske, rustfrie stål kan spaltkorrosjon oppstå i smale sprekker [26]. Ved spaltkorrosjon dannes et surere, mer skadelig miljø i sprekken enn utenfor [53]. Man kan tenke seg at dette kan bidra til å øke sprekkveksthastigheten til utmattingsprekker som vokser fra sveisedefekter i overflaten. Dermed kan påvirkningen fra et ferskvannsmiljø kanskje være enda større for sveist 13-4 enn for ikke-sveist. Korrosjonsutmatting er et komplisert tema, og det kan ikke utelukkes at også andre enn de nevnte mekanismene virker [54]. Større fordypning i emnet er derfor anbefalt.

Korrosjonseffekten vanskeliggjorde letingen etter representative utmattingsdata for 13-4-sveiser. Ikke bare ble utvalget av tilgjengelige data redusert når testene måtte være utført i vann. Resultater av tester som var utført for liknende stål lot seg også i mindre grad overføre til 13-4, fordi kombinasjonen av materiale og korrosjonsmedium var en variabel som også måtte tas hensyn til. Et lite avvik i den kjemiske sammensetningen i en av disse, kunne bety at potensialet for korrosjonsutmattning var annerledes enn for 13-4 under typiske forhold i vannturbiner. Det ble søkt etter tester utført på martensittiske, rustfrie stål med likt eller lavere innhold av krom, nikkell og molybden. Testene kunne ikke være utført ved temperaturer, T , over normal romtemperatur (RT), og korrosjonsmediet måtte inneholde representative mengder NaCl (1-500 ppm for ferskvann [55]). Tester utført ved ultralydfrekvenser ble ikke vurdert, siden det var naturlig å tenke seg at korrosjonen ville ha hatt mindre tid til å gjøre skade i slike tester.

Det ble ikke funnet noen testresultater for representative sveiser, men en del data for ikke-sveiste prøver. Oppsettet for testene er vist i tab. 3.3. $\bar{\sigma}_{ar}$ -verdier ble regnet ut fra testene 1-4⁹ og plottet i fig. 3.10. Sines' og Morrows kriterium ($\sigma'_f = 1800$ MPa) ble brukt, og det ble antatt samme spredning som for den nye $S-N$ -kurven. Testene 5-8 ble, pga. miljøet de var utført i, ansett for å være ikke-representative i denne rapporten, men er gjengitt som referanse for senere diskusjon.

Siden det ikke fantes data for representative sveiser i ferskvann, ble det resonnert fra dataene som var tilgjengelige. Det ble antatt at testresultatene fra grunnmaterialene i fig. 3.10 representerer en øvre grense for levetiden til en 13-4-sveis i ferskvann. Den nye $S-N$ -kurven er dermed trolig svært ikke-konservativ for dette miljøet. For å finne en nyttigere, nedre grense for levetiden, ble det søkt etter tester av representative sveiser i saltvann, men heller ikke slike var tilgjengelige. En annen måte å finne en nedre grense kan være å søke gjennom tester av ikke-rustfrie, sveiste stål utført i ferskvann, men tidsbegrensninger for oppgaven førte til at dette ikke ble gjort. [59] kan imidlertid kanskje inneholde noen nyttige data.

Ved korrosjonsutmattning er det rimelig å anta at det ytre miljøet ikke vil påvirke sprekker som initieres under overflaten. Disse bør dermed kunne vokse som normalt og gi brudd i VHCF-regimet. Men hvis sprekker fra overflaten initieres ved lavere spenningsamplituder og vokser fortere enn i luft, vil ikke indre sprekker få tid til å vokse til brudd. I [58] ble det registrert sprekker kun fra overflaten ved testing av 2Cr13-stål i 3,5% NaCl opptil $N = 3 \cdot 10^8$.

Testresultatene i fig. 3.10 viser ikke tegn til store endringer i helningen rundt $N = 10^7$ for en mulig tilpasset $S-N$ -kurve. IIW [34] anbefaler dessuten at en $S-N$ -kurve uten knekk benyttes for ikke-rustfrie sveiser i sjøvann. Det antas altså at korrosjonen har en ødeleggende effekt, uansett hvor store spenningsamplituder som virker. Uten

⁹Testene i [28] ble utført på prøvestaver med $r = 6$ mm. Lengden på stavene var ikke oppgitt, men ble antatt å være $L = 40$ mm. I [49] var testresultatene gitt i form av nominelle spenningsamplituder. Det ble antatt at disse var regnet ut mhp. det totale tverrsnittsarealet i en prøve, uten at tverrsnittsarealet til kjervene var trukket fra. Siden kjervene i prøvene var store, har denne antakelsen stor betydning for $\bar{\sigma}_{ar}$ -verdiene som ble funnet.

Tabell 3.3: Oppsett for tester av korrosjonsutmatting (f = frekvens, RB = roterende bøyning.)

Nr.	Forfatter	Prøvetype	R	Legering	Cr-Ni	Prod.met.	Korrosjonsmedium	T [°C]	f [Hz]
1	Kubota et al. [28]	Stav	-1	JIS-SCS 5	13-4	Støpt	Ferskvann	-	< 5
2	Sonsino et al. [29]	Stav	-1	G-X5CrNi134	13-4	Støpt	28 ppm Cl ⁻ / andre	20	35
3	Ebara et al. [47, 48]	RB	-1	SUS410J1	12-0	-	300 ppm NaCl	18	60
4	Gysel et al. [49]	KM m/kjerv	0	CA6NM	13-4	Støpt	18-28 ppm Cl ⁻	20	20-25
5	El May et al. [52]	Stav	-1/ 0,1	X12CrNiMoV12-3	12-3	Valset	0,1 M NaCl + 0,044 M Na ₂ SO ₄ / luft	-	120
6	Wagner et al. [56]	RB	-1	-	13-4	Smidd	3% NaCl / luft	RT	-
7	Sabourin et al. [57]	RB	-1	CA6MN	13-4	-	Sjøvann	-	-
8	Li et al. [58]	RB	-1	2Cr13	13-0	-	3,5% NaCl	RT	52,5

utmattingsdata for rustfrie sveiser i ferskvann å støtte seg på, ble dette antatt å være en konservativ og fornuftig antakelse for disse sveisene også.

[52] viste at passivfilmen for 12 Cr-3 Ni-stål i 0,1 M NaCl + 0,044 M Na₂SO₄ ble brutt ned etter en viss tid under syklisk belastning. Hvis belastningen ble stoppet, tok det flere dager før filmen hadde bygget seg opp igjen. Dermed var ikke materialet fullstendig beskyttet mot overflatekorrosjon ved belastning med Hz-skala frekvenser. Ved lave spenningsamplituder ble ikke passivfilmen brutt, noe som kan tyde på at det finnes en “korrosjonsutmattingsgrense” for overflateinitiering. Resultatene sier imidlertid ingenting om en eventuell grense når det gjelder (spalt)korrosjonsutmattning fra mer alvorlige sveisedefekter.

Noen ytterligere observasjoner fra testene i tab. 3.3 kan så tvil rundt resonnementene som er presentert i dette avsnittet. Tester av grunnmateriale i luft fra [29] viste $\bar{\sigma}_{ar}$ -verdier som lå ca. 40% over de fra tilsvarende tester i ferskvann ved $N = 10^7$. I fig. 3.10 ligger den nye $S-N$ -kurven for sveiser ca. 150% over ferskvannstestene fra [29], selv om det er rimelig å anta at en sveis vil tåle lavere spenningsamplituder enn grunnmaterialet ved samme N . I [56] ble RB-prøver testet i 3% NaCl. Prøvenes mål er ikke oppgitt, men hvis samme geometri som i [47] ble antatt, lå $\bar{\sigma}_{ar}$ -verdiene blant de høyest registrerte for ferskvann i fig. 3.10. Man skulle kunne forvente at verdiene for saltvann lå lavere enn verdiene for ferskvann.

3.8 Diskusjon

Det ble bare funnet én testserie som var representativ for Rainpowers sveiser i luft. Datagrunnlaget for den nye $S-N$ -kurven var mao. lite, men verifiseringen vha. Huths tester ga ihvertfall inntrykk av at kurven var betydelig bedre egnet til å finne levetider for Rainpowers løpehjul enn det designkurven fra IIW var. Siden verifiseringen viste at kurven var noe ikke-konservativ, Zhang et al.’s tester var utført med ultralydfrekvens, og både Zhang et al.’s og Huths prøver besto av materialer med høyere R_m enn for 13-4, kan det tenkes at kurven bør senkes noe før den eventuelt brukes til å estimere levetider for Rainpowers løpehjul. I Huths tester vokste imidlertid sprekke i to av prøvene fra hjørnene i endene av sveisene [45]. Hjørnene representerte områder med mindre motstand mot sprekkevekst fra omkringliggende materiale. Siden sveisene i et løpehjul har mer avrundede hjørner, og det dessuten er færre av dem per løpemeter sveis, kan en løpehjulssveis med samme volum som Huths sveiser tenkes å overleve noe lenger enn disse. Uten sprekkevekst fra hjørnene kan det altså tenkes at levetidene til Huths prøver hadde vært enda mer i tråd med de som var estimert av den nye $S-N$ -kurven.

Et bredere søk etter tester av forskjellige typer sveiser i luft kunne ha gitt en større database for konstruksjon av en $S-N$ -kurve. Usikkerheten rundt kurven ville imidlertid ha vært større. Testene i vann viste dessuten at et nytt søk etter testdata for luft har liten nytte før de ødeleggende effektene av miljøet som løpehjulene opererer i er grundig kartlagt.

$S-N$ -kurven til et materiale avhenger av svært mange variabler, og når korrosjon er innblandet, blir antallet enda større. [57] viste at korrosjonsutmattingssegenskapene til

én og samme 13-4-legering (CA6MN) kan variere mye ved små endringer i miljø og produksjonsprosesser. Lite tilgjengelig data gjør at det sikreste måten å få tilgang til en nøyaktig S - N -kurve for sveiser utsatt for korrosjonsutmatting er å utføre egne tester under representative forhold. En tilsvarende lastfrekvens som for belastningen i et løpehjul bør velges for å sikre at korrosjonsprosessene får nok tid til å virke [6, 28]. Bølgeformen på belastningen kan ha betydning, av samme grunn [6, 51]. Korrosjonsmediet som brukes bør ha en representativ, kjemisk sammensetning. Det kan tenkes at f.eks. saltinnholdet i vannet ved forskjellige vannkraftverk kan avhenge av geologiske forhold. Testingen kan utføres i HCF-regimet, og den resulterende S - N -kurven for HCF kan (konservativt) ekstrapoleres inn i VHCF-området, for løpehjul som opererer under VAL i begge regimer. Hvis det antas at S - N -kurven har et knekkpunkt ved CAL og all belastning ligger under dette punktet, bør testing helst utføres i VHCF. Men dette kravet er ikke kompatibelt med frekvenskravet, da gjennomføringen av testene vil ta tilsvarende lang tid som levetiden til en turbin (målt i år). Hvis det gjennom søk etter utmattingstester kan avkrefte at en S - N -kurve for liknende kombinasjoner av materiale og korrosjonsmedium har et knekkpunkt, er det mulig å gjøre også denne testingen i HCF-regimet. En lineær ekstrapolasjon av HCF-kurven inn i VHCF-området er da nemlig ikke å anse som en overdrevet konservativ tilnærming.

Hvis det er ønskelig å bruke en sprekkeveksttilnærming istedenfor beregninger basert på en S - N -kurve, gir [60, 61] gode data for sveist 13-4 i elvevann, mens [62] gir tilsvarende data for luft.

Bestemmelse av et egnet middelspenningskriterium er viktig for å utføre nøyaktige levetidsberegninger. Pga. de store middelspenningene i Huths prøver, kunne utfallet av verifiseringen av S - N -kurven for luft ha blitt annerledes dersom et annet kriterium eller en annen materialparameter hadde blitt brukt. Valget har også følger for innvirkningen av de mindre middelspenningene som virker i et løpehjul. Søk i litteraturen viser motstridende konklusjoner om hvilket middelspenningskriterium som er ideelt å bruke for 13-4: Ifølge [63] er Walkers kriterium best egnet for CA6MN-stål, mens det i [64] hevdes at Gerbers og Goodmans kriterier gir best tilpasninger for et 12 Cr-stål i forskjellige miljøer. Under en evaluering må det tas hensyn til at et kriterium som er egnet for et grunnmateriale kanskje ikke er like godt egnet for en sveis, fordi andelen av levetiden som går med til sprekkevekst er størst i sistnevnte. Det kan også hende at et kriterium som gir gode resultater i luft ikke kan brukes ukritisk i andre miljøer, fordi en sprekke som, ved høy R , er åpen størstedelen av tiden, er mer utsatt for korrosjon.

3.9 Konklusjon

1. IIW's FAT 112-kurve er anbefalt å bruke for sveisene i Rainpowers løpehjul.
2. MLM er en effektiv metode for å tilpasse S - N -kurver til resultater fra utmattingstesting. Det at metoden bestemmer den statistiske fordelingen til resultatene, gjør den spesielt godt egnet for bruk med WL. Metoden behandler også run-outs på en statistisk riktig måte. En kurvetilpasning bør gjøres mhp. N , siden dette er den avhengige variabelen.
3. Det ble søkt etter utmattingstester av sveiser med liknende mikrostruktur, strekkfasthet og behandling som Rainpowers sveiser, og kun ett resultat ble funnet.

Hvis svikt i en prøve ble antatt å være styrt av to konkurrerende mekanismer, hver med lineære fordelinger i et $S-N$ -diagram, kunne en $S-N$ -kurve med tre helninger konstrueres. Kurven viste ingen utmattingsgrense. Den fallende kurven i den øvre delen av VHCF-området var imidlertid en ekstrapolasjon fra data for lavere N , noe som gjør den spekulativ. Noen tester av andre typer sveiser viste også fravær av en utmattingsgrense. VAL kan være like skadelig som det en ekstrapolasjon av HCF-kurven skulle tilsi.

4. Sveiste T-skjøter produsert av GE Energy med samme metoder som Rainpowers sveiser ble brukt til å verifisere $S-N$ -kurven. Faktisk N for T-skjøtene var 38% kortere enn den funnet ved bruk av WL og den nye kurven, mens den var 49 ganger så lang som den funnet ved bruk av LS og FAT 112-kurven fra IIW. Det var imidlertid usikkerhet knyttet til middelspenningskorreksjonen som ble benyttet, og denne hadde stor betydning for utfallet av verifiseringen.
5. Resultater av tester utført på representative grunnmaterialer i ferskvann lå *under* den nye $S-N$ -kurven for luft. Dette tyder på en korrosjonseffekt. I mangelen på testdata for representative sveiser i ferskvann, kan testene av grunnmaterialene i ferskvann angi en øvre grense for en $S-N$ -kurve, mens tester av sveiste ikke-rustfrie stål i ferskvann kan angi en nedre grense. Det er anbefalt at Rainpower tester sine sveiser i et representativt miljø.

Bibliografi

- [1] Qvale, P., *Utmattingsanalyse av konstruksjoner utsatt for belastning med variabel amplitude*. Prosjektoppgave, NTNU/IPM [2015].
- [2] Wormsen, A., Sjödin, B., Härkegard, G., Fjeldstad, A. (2007) Non-local stress approach for fatigue assessment based on weakest-link theory and statistics of extremes. *Fatigue & Fracture Of Engineering Materials & Structures*, årg. 30, s. 1214-1227. Blackwell Publishing.
- [3] Wormsen, A., *A Fatigue Assessment Methodology for Notched Components Containing Defects*. Doktorgradsavhandling, NTNU/IPM [2007]. Tilgjengelig fra: https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/241301/123217_FULLTEXT01.pdf.
- [4] Fjeldstad, A. *Modelling of Fatigue Crack Growth at Notches and Other Stress Raisers*. Doktorgradsavhandling, NTNU/IPM [2007]. Tilgjengelig fra: https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/241303/123227_FULLTEXT01.pdf.
- [5] Hjorthol, L. M., Hvorfor sprekker vannturbinene? *Gemini.no*, <http://gemini.no/2015/04/hvorfor-sprekker-vannturbinene/> [28.05.16].
- [6] Schijve, J. (2009) *Fatigue of Structures and Materials*. Springer, 2. utg.
- [7] Dowling, N. E. (2007) *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*. Prentice Hall, 3. utg.
- [8] Wormsen, A.; Härkegård, G. (2006) Weibull fatigue analysis of notched components under constant and variable amplitude loading. *Proceedings of the 9th International Fatigue Congress 2006*. Elsevier.
- [9] Osen, V., senioringeniør SINTEF Materialer og kjemi, med ansvar for utvikling av LINKpfat. Pers. komm.
- [10] Kretz, F., senioringeniør Rainpower AS. Pers. komm.
- [11] Østby, P. T. K., turbindesigner Rainpower AS. Pers. komm.
- [12] Sadek, S.; Sandberg, D.; Olsson, M. (2012) FE-mesh effect of the volume based weakest-link fatigue probability applied to a compressor blade. *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2012*, s. 427-438. ASME Press.
- [13] LINKftr AS, *LINKpfat Help*, v. 1.3.0.6 [2013].
- [14] Bruun, Ø. A., *Fatigue Assessment of Components Subjected to Non-Proportional Stress Histories*. Masteroppgave, NTNU/IPM [2013]. Tilgjengelig fra: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:698497/FULLTEXT01.pdf>.
- [15] Bruun, Ø. A.; Härkegård, G. (2015) A comparative study of design code criteria for prediction of the fatigue limit under in-phase and out-of-phase tension-torsion cycles. *International Journal of Fatigue*, årg. 73, s. 1-16. Elsevier.
- [16] Wormsen, A.; Härkegård, G. (2004) A statistical investigation of fatigue behaviour according to Weibull's weakest-link theory. *Proceedings of the 15th European Conference on Fracture*. ESIS.
- [17] SAS IP, Inc (2013) *Ansys Mechanical User's Guide*, v. 15.0.
- [18] Härkegård, G. (2004) *Dimensjonering av maskindeler*. Tapir akademisk forlag.
- [19] Härkegård, G., Circular plates and cylindrical shells. Upubl. tekst, NTNU/IPM [2006].

- [20] Lee, S.-B. (1985) A criterion for fully reversed out-of-phase torsion and bending. Fra Miller, K. J.; Brown, M. W.; *Multiaxial Fatigue: A Symposium* (ASTM STP 853), s. 553-568. ASTM.
- [21] Radhakrishnan, V. M. (1995) Multiaxial fatigue – An overview. *Sādhanā*, årg. 20, nr. 1, s. 103-122. Springer.
- [22] American Society of Mechanical Engineers (2010) *ASME Boiler and Pressure Vessel Code*, Section VIII, Division 3: alternative rules for construction of high pressure vessels.
- [23] Zhu, M.-L.; Xuan, F.-Z.; Du, Y.-N.; Tu, S.-T. (2012) Very high cycle fatigue behavior of a low strength welded joint at moderate temperature. *International Journal of Fatigue*, årg. 40, s. 74-83. Elsevier.
- [24] Sonsino, C. M. (2007) Course of SN-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety. *International Journal of Fatigue*, årg. 29, s. 2246-2258. Elsevier.
- [25] Haagensen, P. J., *Fatigue design of welded structures*. Upubl. tekst, NTNU/KT [2008].
- [26] Aunemo, J., *Effekt av anløpning på de mekaniske egenskapene til et martensittisk rustfritt stål*. Masteroppgave, NTNU/IMT [2013]. Tilgjengelig fra: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:651213/FULLTEXT01.pdf>.
- [27] Wormsen, A.; Härkegård, G.; Huth, H.-J. (2006) Probabilistic fatigue assessment of a hydro-turbine blade model. *Proceedings of the 9th International Fatigue Congress 2006*. Elsevier.
- [28] Kubota, T.; Tanaka, O. (1984) Recent quality control of 13Cr-4Ni cast steel runner. *Fuji Electric Review*, årg. 30, nr. 4, s. 151-157. Fuji Electric.
- [29] Sonsino, C. M.; Dieterich, K. (1990) Korrosionsschwingfestigkeit der Stahlgußorten G-X5CrNi13 4 und G-X5CrNi17 4 für Laufräder von Wasserkraftmaschinen und Pumpen. *Werkstoffe und Korrosion*, årg. 41, nr. 6, s. 330-342. VCH Verlagsgesellschaft.
- [30] Gjerde, Ø., tidligere senior designingeniør Rainpower AS. Pers. komm.
- [31] Schindler, H. J.; Martens, H. J.; Sönnichsen, S. (2006) A fracture mechanics approach to estimate the fatigue endurance of welded T-joints including residual stress effects. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, årg. 29, s. 1-9. Blackwell Publishing.
- [32] Thibault, D.; Bocher, P.; Thomas, M. (2009) Residual stress and microstructure in welds of 13%Cr-4%Ni martensitic stainless steel. *Journal of Materials Processing Technology*, årg. 209, s. 2195-2202. Elsevier.
- [33] Standard Norge (2014) *Norsk standard NS-EN 13445-3:2014*, Ikke-fyrte trykkbeholdere, del 3: konstruksjon.
- [34] Hobbacher, A. F. (2016) *Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components* (IIW-2259-15). Springer, 2. utg.
- [35] Pyttel, B.; Schwerdt, D.; Berger, C. (2011) Very high cycle fatigue – Is there a fatigue limit? *International Journal of Fatigue*, årg. 33, s. 49-58. Elsevier.
- [36] Schneider, C. R. A.; Maddox, S. J. (2003) *Best Practice Guide on Statistical Analysis of Fatigue Data* (IIW-XIII-WG1-114 - 03). TWI.
- [37] Pollak, R. D.; Palazotto, A. N. (2009) A comparison of maximum likelihood models for fatigue strength characterization in materials exhibiting a fatigue limit. *Probabilistic Engineering Mechanics*, årg. 24, s. 236-241. Elsevier.
- [38] Zhu, M.-L.; Liu, L.-L.; Xuan, F.-Z. (2015) Effect of frequency on very high cycle fatigue behavior of a low strength Cr-Ni-Mo-V steel welded joint. *International Journal of Fatigue*, årg. 77, s. 166-173. Elsevier.
- [39] Schmid, S.; Hahn, M.; Issler, S.; Bacher-Hoechst, M.; Furuya, Y.; Mehner, A.; Bomas, H. et al. (2014) Effect of frequency and biofuel E85 on very high cycle fatigue behaviour of the high strength steel X90CrMoV18. *International Journal of Fatigue*, årg. 60, s. 90-100. Elsevier.


- [40] Zhang, M.; Wang, W.; Wang, P.; Liu, Y.; Li, J. (2016) Fatigue behaviour and mechanism of FV520B-I welding seams in a very high cycle regime. *International Journal of Fatigue*, årg. 87, s. 22-37. Elsevier.
- [41] Zhang, M.; Wang, W.; Wang, P.; Liu, Y.; Li, J. (2014) Fatigue behavior and mechanism of FV520B-I in ultrahigh cycle regime. *Procedia Materials Science*, årg. 3, s. 2035-2041. Elsevier.
- [42] Zhao, X.; Wang, D.; Deng, C.; Liu, Y.; Song, Z. (2012) The fatigue behaviors of butt welds ground flush in the super-long life regime. *International Journal of Fatigue*, årg. 36, s. 1-8. Elsevier.
- [43] Liu, Y.; Wang, D.; Deng, C.; Wu, L.; Yin, D.; Gong, B. (2014) Combined cycle fatigue testing with ultrasonic frequency component of S350 steel welded joint. *Transactions of Tianjin University*, årg. 20, nr. 6, s. 435-438. Tianjin University/Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [44] Zhang, Y.-H.; Maddox, S. J. (2009) Investigation of fatigue damage to welded joints under variable amplitude loading spectra. *International Journal of Fatigue*, årg. 31, s. 138-152. Elsevier.
- [45] Huth, H.-J., *Fatigue Design of Hydraulic Turbine Runners*. Doktorgradsavhandling, NTNU/IPM [2005]. Tilgjengelig fra: http://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/241313/-1/125212_FULLTEXT01.pdf.
- [46] Hallingstad, A., *Utmattingssegenskaper hos sveiseforbindelser i Francis løpehjul*, Hovedoppgave, NTNU/Institutt for maskinkonstruksjon og materialteknikk [1999].
- [47] Ebara, R.; Kai, T.; Inoue, K. (1978) Corrosion-fatigue behavior of 13Cr stainless steel in sodium-chloride aqueous solution and steam environment. Fra Craig Jr., H. L.; Crooker, T. W.; Hoepfner, D. W.; *Corrosion-Fatigue Technology* (ASTM STP 642), s. 155-167. ASTM.
- [48] Ebara, R. (2007) Corrosion fatigue cracking initiation in 12% chromium stainless steel. *Materials Science and Engineering: A*, årg. 468-470, s. 109-113. Elsevier.
- [49] Gysel, W.; Gerber, E.; Trautwein, A. (1982) CA6NM: new developments based on 20 years' experience. Fra Behal, V. G.; Melilli, A. S.; *Stainless Steel Castings* (ASTM STP 756), s. 403-435. ASTM.
- [50] British Stainless Steel Assosiation, Corrosion mechanisms in stainless steel, <http://www.bssa.org.uk/topics.php?article=95> [15.04.16].
- [51] Anderson, T. L. (2005) *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. Taylor & Francis, 3. utg.
- [52] El May, M.; Palin-Luc, T.; Saintier, N.; Devos, O. (2013) Effect of corrosion on the high cycle fatigue strength of martensitic stainless steel X12CrNiMoV12-3. *International Journal of Fatigue*, årg. 47, s. 330-339. Elsevier.
- [53] WebCorr Corrosion Clinic, Different types of corrosion – crevice corrosion, http://www.corrosionclinic.com/types_of_corrosion/crevice_corrosion.htm [15.04.16].
- [54] Schroeder, R. M.; Müller, I. L. (2009) Fatigue and corrosion fatigue behavior of 13Cr and duplex stainless steel and a welded nickel alloy employed in oil and gas production. *Materials and Corrosion*, årg. 60, nr. 5, s. 365-371. Wiley-VCH.
- [55] Vernier, Chloride and salinity, http://www2.vernier.com/sample_labs/WQV-15-COMP-chloride_salinity.pdf [15.04.16].
- [56] Wagner, D.; Chavaillard, J.-P.; Meyzaud, Y.; Bonningue, M.; Cozar, R.; Baudry, G. (1985) Toughness and fatigue properties of martensitic stainless steels for nuclear applications. *Journal of Materials for Energy Systems*, årg. 6, nr. 4, s. 263-272. American Society for Metals.
- [57] Sabourin, M.; Thibault, D.; Bouffard, D.-A.; Lévesque, M. (2010) Hydraulic runner design method for lifetime. *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, årg. 3, nr. 4, s. 301-308.

- [58] Li, S. X.; Zhang, P. Y.; Yu, S. R. (2014) Experimental study on very high cycle fatigue of martensitic steel of 2Cr13 under corrosive environment. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, årg. 37, nr. 10, s. 1146-1152. Wiley Publishing Ltd.
- [59] Crooker, T. W.; Leis, B. N. (1983) *Corrosion Fatigue: Mechanics, Metallurgy, Electrochemistry, and Engineering* (ASTM STP 801). ASTM.
- [60] Trudel, A.; Lévesque, M.; Brochu, M. (2014) Microstructural effects on the fatigue crack growth resistance of a stainless steel CA6NM weld. *Engineering Fracture Mechanics*, årg. 115, s. 60-72. Elsevier.
- [61] Trudel, A.; Sabourin, M.; Lévesque, M.; Brochu, M. (2014) Fatigue crack growth in the heat affected zone of a hydraulic turbine runner weld. *International Journal of Fatigue*, årg. 66, s. 39-46. Elsevier.
- [62] Pukasiewicz, A. G. M.; Henke, S. L.; Casas, W. J. P. (2006) Effect of post-weld heat treatment on fatigue crack propagation in welded joints in CA6NM martensite stainless steel. *Welding International*, årg. 20, nr. 12, s. 947-952. Taylor & Francis.
- [63] Lobato da Silva, B.; de Almeida Ferreira, J. L.; Oliveira, F.; Araújo, J. A. (2010) Influence of mean stress on the fatigue strength of ASTM A473 CA6MN alloy steel. *Frattura ed Integrità Strutturale*, årg. 14, s. 17-26.
- [64] Schönbauer, B., M.; Perlega, A.; Karr, U. P.; Gandy, D.; Stanzl-Tschegg, S. E. (2015) Pit-to-crack transition under cyclic loading in 12% Cr steam turbine blade steel. *International Journal of Fatigue*, årg. 76, s. 19-32. Elsevier.

Appendiks

A.1	Risikovurdering	60
A.2	Utledninger	61
	A.2.1 WL-formulering ved flere materialsoner	61
	A.2.2 Rekkeutvikling av elementintegral for LIN-SNITT-fordelingen	61
A.3	Matlab-koder	63
	A.3.1 Skript for evaluering av forenklet metode	63
	A.3.2 Funksjon for uttak av ekstremalverdier av spenning	66
	A.3.3 Skript for evaluering av metoder for belastning ute av fase	66
	A.3.4 Funksjon for bruk av proporsjonal metode på belastning ute av fase	68
	A.3.5 Skript for tilpasning av $S-N$ -kurve vha. MLM	69
	A.3.6 Skript for identifisering av knekkpunkt vha. MLM	71
A.4	Resultater fra testing av forenklet metode på spenningsfelt uten analytiske løsninger	73
	A.4.1 Symmetriske lastsykluser	73
	A.4.2 Asymmetriske lastsykluser	81

A.1 Risikovurdering

NTNU	Kartlegging av risikofylt aktivitet			Utarbeidet av	Nummer	Dato
 HMS				HMS-avd.	HMSRV2601	22.03.2011
		Godkjent av		Erstat		
		Rektor		01.12.2006		

Enhet: IPM

Linjeleder:

Deltakere ved kartleggingen (m/ funksjon): Hovedveileder Gunnar Hårkegård, student Paul Qvale.

Kort beskrivelse av hovedaktivitet/hovedprosess: Masteroppgave Paul Qvale.

Utmattingsanalyse av løpehjul til vannrøriner utsatt for spektrumsbelastning.

Er oppgaven rent teoretisk? (JA/NEI): JA

«JA» betyr at veileder innestår for at oppgaven ikke inneholder noen aktiviteter som krever risikovurdering. Dersom «JA»: Beskriv kort aktiviteten i kartleggingskjøret under. Risikovurdering trenger ikke å fylles ut.

Signaturer: Ansvarlig veileder: *G Hårkegård*

Student: *Paul Qvale*

Dato: 25.01.16

ID nr.	Aktivitet/prosess	Ansvarlig	Eksisterende dokumentasjon	Eksisterende sikringstiltak	Lov, forskrift o.l.	Kommentar
	Teoretisk og numerisk analyse..					

A.2 Utledninger

A.2.1 WL-formulering ved flere materialsoner

Dersom WL-resultater er funnet for hver av materialsonene, 1 og 2, i en FE-modell, kan WL-resultater for den totale modellen (tot) også finnes. Sannsynligheten for overlevelse finnes ved å betrakte sonene som seriekoplet:

$$P_{s,tot} = P_{s1}P_{s2}. \quad (\text{A.12})$$

Deretter kan $P_{f,tot}$ kan finnes ved å sette $P_{s,tot}$ inn for P_s i likning (2.2).

Siden den totale modellen bygger på flere sett med materialdata, kan ikke den forventede (median)levetiden, N_{tot} , finnes fra én enkel $\bar{\sigma}_a$ -verdi og S - N -kurve som vanlig. I stedet settes likning (A.12) inn i likning (2.3):

$$P_{f,tot} = 1 - 2^{-\left(\frac{n}{N_1(\bar{\sigma}_{a1})}\right)^{\beta_{N1}}} 2^{-\left(\frac{n}{N_2(\bar{\sigma}_{a2})}\right)^{\beta_{N2}}} = 1 - 2^{-\left[\left(\frac{n}{N_1(\bar{\sigma}_{a1})}\right)^{\beta_{N1}} + \left(\frac{n}{N_2(\bar{\sigma}_{a2})}\right)^{\beta_{N2}}\right]}. \quad (\text{A.13})$$

Deretter settes $P_{f,tot} = 50\%$. n tilsvarer dermed medianlevetiden og kan finnes ved iterasjon.

Ved VAL blir prosedyren litt annerledes. Likning (A.12) innsatt i (2.4) gir:

$$P_{f,tot} = 1 - 2^{-\left(D_1^{\beta_{N1}} + D_2^{\beta_{N2}}\right)}. \quad (\text{A.14})$$

Det kan utnyttes at begge delskadesummene er lineært avhengige av antallet repetisjoner av lastspekteret. Dermed er forholdet mellom dem gitt av en konstant, C . Likning (A.14) kan dermed skrives som

$$P_{f,tot} = 1 - 2^{-\left[D_1^{\beta_{N1}} + (CD_1)^{\beta_{N2}}\right]}. \quad (\text{A.15})$$

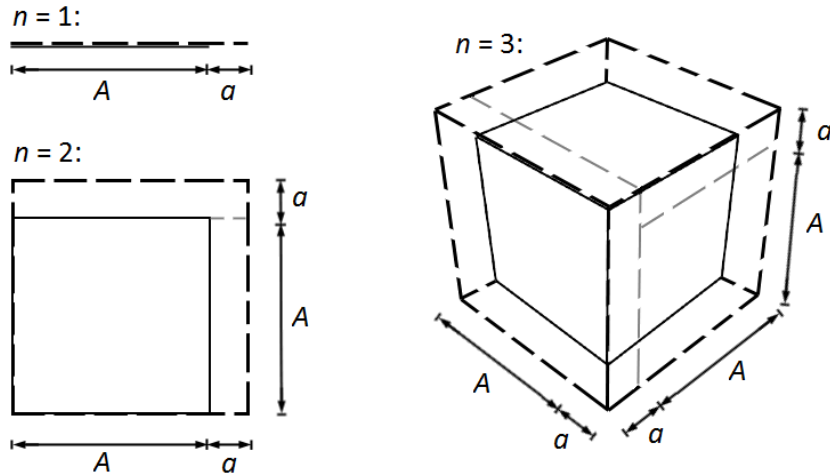
Hvis $P_{f,tot}$ settes lik 50%, kan en ny D_1 finnes fra likning (A.15) ved iterasjon. Forholdet mellom den nye og den gamle verdien av D_1 angir antallet repetisjoner av det aktuelle lastspekteret.

A.2.2 Rekkeutvikling av elementintegral for LIN-SNITTfordelingen

Dersom n er et heltall, kan funksjonen

$$f(n) = (A + a)^n - A^n \quad (\text{A.16})$$

illustreres som volumet mellom to n -dimensjonale "kuber", som har sidelengder hhv. A og $A + a$. Dette er vist for $n = 1, 2, 3$ i figur A.1.



Figur A.1: n -dimensjonale kuber med sidelengder A (heltrukket) og $A + a$ (stiplet).

Tabell A.1: Uttrykk for $f(n)$ for $n = 1, 2, 3$.

n	$f(n)$	
1	a	$= a$
2	$a \cdot A + (A + a)a$	$= a[A + (A + a)]$
3	$[a \cdot A + (A + a)a] \cdot A + (A + a)^2 a$	$= a[A^2 + A(A + a) + (A + a)^2]$

For $n = 1, 2, 3$ er $f(n)$ definert som i tab. A.1. Fra uttrykkene til høyre i tabellen ser man at $f(n)$ er gitt av følgende rekke:

$$f(n) = a \sum_{i=1}^n A^{n-i} (A + a)^{i-1}. \quad (\text{A.17})$$

Hvis substitusjonene $n = \beta_\sigma + 1$, $a = \sigma_{a,\text{diff}}^e$, $A = \sigma_{a,\text{snitt}}^e - \sigma_{a,\text{diff}}^e/2$ og $A + a = \sigma_{a,\text{snitt}}^e + \sigma_{a,\text{diff}}^e/2$ innføres i likning (2.13), blir det tydelig at elementintegralet i LIN-SNITT-fordelingen har samme form som $f(n)$ i likning (A.16):

$$I^e = \frac{1}{na} [(A + a)^n - A^n]. \quad (\text{A.18})$$

Dette kan skrives om på formen til likning (A.17):

$$I^e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A^{n-i} (A + a)^{i-1}. \quad (\text{A.19})$$

Tilbakesubstitusjon gir deretter

$$I^e = \frac{1}{\beta_\sigma + 1} \sum_{i=1}^{\beta_\sigma + 1} \left(\sigma_{a,\text{snitt}}^e - \frac{\sigma_{a,\text{diff}}^e}{2} \right)^{\beta_\sigma + 1 - i} \left(\sigma_{a,\text{snitt}}^e + \frac{\sigma_{a,\text{diff}}^e}{2} \right)^{i-1}. \quad (\text{A.20})$$

Likning (A.20) er en versjon av (2.13) som kan håndtere spenningsfordelinger med $\sigma_{a,\text{diff}}^e$ lik eller nær null hvis β_σ er et heltall. Liknende metodikk kan benyttes også for de andre 1. og 2. ordens fordelene.

A.3 Matlab-koder

A.3.1 Skript for evaluering av forenklet metode

```

clear

%Inndata:
beta_range=[10 25 40]; %tester ved forskjellige beta
n=20; %antall segmenter i KVADRAT
middel=1; %stoerrelse paa middelspenningsfelt som andel av amplitude-
        %spenningsfelt (naar samme FE-resultat brukes for ampl. og middel)
fase=1; %1=belastning i fase, 0=belastning ute av fase

%Lager tabell med effektive spenningsamplituder:
EFFSIG=zeros(7,length(beta_range));
EFFSIG(1,:)=beta_range;

%Bytter desimaltegn i FE-data:
comma=uint8(',');
point=uint8('.');
if fase==1
    file=memmapfile('./FE-data/node.txt', 'writable', true);
    file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
end
file=memmapfile('./FE-data/snitt.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/diff.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/vol.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
if middel~=0;
    file=memmapfile('./FE-data/m.node.txt', 'writable', true);
    file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
    file=memmapfile('./FE-data/m.snitt.txt', 'writable', true);
    file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
end
file=0;

%Leser FE-data:
if fase==1
    Read=readtable('./FE-data/node.txt', 'Delimiter', '\t');
    a.node=Read{:,:};
else %hvis belastning er ute av fase
    a.node=prop.met; %bruker funksjon for proporsjonal metode
end
Read=readtable('./FE-data/snitt.txt', 'Delimiter', '\t');
a.snitt=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/diff.txt', 'Delimiter', '\t');
a.diff=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/vol.txt', 'Delimiter', '\t');
vol=Read{:,:};
if middel~=0
    Read=readtable('./FE-data/m.node.txt', 'Delimiter', '\t');

```

APPENDIKS

```
m_node=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/m.snitt.txt','Delimiter','\t');
m_snitt=Read{:,:};
end

%Finner maks og min fra noderesultater vha. funksjon "maksmin" og
%gjennomfoerer eventuell middelspenningskorreksjon iht. Morrow:
node=a.node;
if middel==0
    [mini,maks,m]=maksmin(node);
    snitt=a.snitt;
    diff=a.diff;
else
    sigf=max(abs(m_node(:,3)))*3 %setter verdi for sigma_f' for evalueringen
    node(:,3)=node(:,3)./(1-middel*m_node(:,3)/sigf);
    [mini,maks,m]=maksmin(node);
    snitt=a.snitt./(1-middel*m_snitt/sigf);
    diff=maks-mini;
end

%Sjekker at alle data stammer fra samme modell:
test=[size(snitt,1) size(diff,1) size(vol,1) size(maks,1)];
if length(unique(test))>1
    'Forskjellig antall elementer!'
    break
end

V_0=sum(vol); %setter referansevolum lik totalt volum

%Bruker forenklede fordelinger:
for I=1:length(beta_range)
    beta=beta_range(I);

    %KONST-SNITT
    sum=0;
    for j=1:m
        sum=sum+vol(j)*snitt(j)^beta;
    end
    EFFSIG(2,I)=(1/V_0*sum)^(1/beta);

    %KONST-MAKS
    sum=0;
    for j=1:m
        sum=sum+vol(j)*maks(j)^beta;
    end
    EFFSIG(3,I)=(1/V_0*sum)^(1/beta);

    %LIN-SNITT
    sum=0;
    for j=1:m
        if diff(j)<10^(-3)
            sum=sum+vol(j)*snitt(j)^beta;
        elseif snitt(j)-diff(j)/2<0
            sum=sum+vol(j)/((beta+1)*diff(j))*(snitt(j)+diff(j)/2)^(beta+1);
        else
            sum=sum+vol(j)/((beta+1)*diff(j))*((snitt(j)+diff(j)/2)^ ...
```

```

        (beta+1) - (schnitt(j) - diff(j)/2) ^ (beta+1));
    end
end
EFFSIG(4, I) = (1/V_0 * sum) ^ (1/beta);

%LIN-EKSTR
sum=0;
for j=1:m
    if maks(j) - mini(j) < 10^(-3)
        sum = sum + vol(j) * maks(j) ^ beta;
    else
        sum = sum + vol(j) / ((beta+1) * (maks(j) - mini(j))) * (maks(j) ^ ...
            (beta+1) - mini(j) ^ (beta+1));
    end
end
EFFSIG(5, I) = (1/V_0 * sum) ^ (1/beta);

%LIN-HYBR
sum=0;
for j=1:m
    if 2 * (maks(j) - min(j)) < 10^(-3)
        sum = sum + vol(j) * schnitt(j) ^ beta;
    elseif 2 * schnitt(j) - maks(j) < 0
        sum = sum + vol(j) / (2 * (beta+1) * (maks(j) - schnitt(j))) * maks(j) ^ (beta+1);
    else
        sum = sum + vol(j) / (2 * (beta+1) * (maks(j) - schnitt(j))) * (maks(j) ^ ...
            (beta+1) - (2 * schnitt(j) - maks(j)) ^ (beta+1));
    end
end
EFFSIG(6, I) = (1/V_0 * sum) ^ (1/beta);

%KVADRAT
sum=0;
for j=1:m
    C1 = -6 * schnitt(j) + 3 * mini(j) + 3 * maks(j);
    C2 = 6 * schnitt(j) - 4 * mini(j) - 2 * maks(j);
    C3 = mini(j);
    s = [0:1/n:1];
    sig = C1 * s.^2 + C2 * s + C3;
    for i=1:n+1
        if sig(i) < 0
            sig(i) = 0;
        end
    end
    segment = 0;
    for i=2:n+1
        if abs(sig(i) - sig(i-1)) < 10^(-3)
            segment = segment + sig(i) ^ beta;
        else
            segment = segment + 1 / ((beta+1) * (sig(i) - sig(i-1))) * (sig(i) ^ ...
                (beta+1) - sig(i-1) ^ (beta+1));
        end
    end
    sum = sum + vol(j) / n * segment;
end
EFFSIG(7, I) = (1/V_0 * sum) ^ (1/beta);

```

```
end

%Skriver ut avvik:
xlswrite('EFFSIG.xlsx',EFFSIG,1)
```

A.3.2 Funksjon for uttak av ekstremalverdier av spenning

```
function [mini,maks,m]=maksmin(node)
%"node" er tabellen med nodeverdier fra Ansys.

m=max(node(:,2)); %Finner antall elementer i modellen.
mini=zeros(m,1); %Lager min-tabell for elementene.
maks=zeros(m,1); %Lager maks-tabell for elementene.
mini(:)=10^9; %Setter hoye initiell min-verdi.
maks(:)=-10^9; %Setter lav initiell maks-verdi.

for i=1:length(node) %Soeker gjennom alle noder.
    if mini(node(i,2))>node(i,3)
        %Skriver ny min-verdi hvis nodeverdien er lavere.
        mini(node(i,2))=node(i,3);
    end
    if maks(node(i,2))<node(i,3)
        %Skriver ny maks-verdi hvis nodeverdien er hoyere.
        maks(node(i,2))=node(i,3);
    end
end

return
```

A.3.3 Skript for evaluering av metoder for belastning ute av fase

```
clear

m=60; %Antall inkremitter
inkr=2*pi/m;

%Bytter desimaltegn:
comma=uint8(',');
point=uint8('.');
file=memmapfile('multi.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=0;

% Leser testdata fra fil "multi.txt" med foelgende kolonner:
% 1 sigma_xa
% 2 sigma_xm
% 3 sigma_ya
```

```

% 4 sigma_ym
% 5 tau_xya
% 6 tau_xym
% 7 d_y [gr.]
% 8 d_xy [gr.]
% 9 sigma_W
% 10 M
Read=readtable('multi.txt','Delimiter','\t');
tab=Read{:,:};

%Regner om faseforskyvningene til [rad]
tab(:,11)=tab(:,7)*2*pi/360;
tab(:,12)=tab(:,8)*2*pi/360;

n=size(tab,1); %Antall tester
a=zeros(n,1);

%Proporsjonal metode:
for i=1:n
    s_xa=tab(i,1);
    s_ya=tab(i,3);
    s_xya=tab(i,5);
    s_a=sqrt(s_xa^2-s_xa*s_ya+s_ya^2+3*s_xya^2);
    s_xm=tab(i,2);
    s_ym=tab(i,4);
    s_m=s_xm+s_ym;
    M=tab(i,10);
    s_ar=s_a+M*s_m;
    s_W=tab(i,9);
    a(i)=s_ar/s_W;
end

m_p=sum(a)/n
s_p=sqrt(sum((a-m_p).^2)/(n-1))

%ASME-metode:
s_armax=0;

for i=1:n
    for j=1:inkr:2*pi
        s_x=tab(i,2)+tab(i,1)*sin(j);
        s_y=tab(i,4)+tab(i,3)*sin(j+tab(i,11));
        s_xy=tab(i,6)+tab(i,5)*sin(j+tab(i,12));
        for k=j+inkr:inkr:2*pi
            s_x0=tab(i,2)+tab(i,1)*sin(k);
            s_y0=tab(i,4)+tab(i,3)*sin(k+tab(i,11));
            s_xy0=tab(i,6)+tab(i,5)*sin(k+tab(i,12));
            s_xa=1/2*(s_x0-s_x);
            s_xm=1/2*(s_x0+s_x);
            s_ya=1/2*(s_y0-s_y);
            s_ym=1/2*(s_y0+s_y);
            s_xya=1/2*(s_xy0-s_xy);
            s_a=sqrt(s_xa^2-s_xa*s_ya+s_ya^2+3*s_xya^2);
            s_m=s_xm+s_ym;
            M=tab(i,10);
            s_ar=s_a+M*s_m;

```

```
        s_ar_max=max(s_ar, s_ar_max);
    end
end
s_W=tab(i, 9);
a(i)=s_ar_max/s_W;
s_ar_max=0;
end

m_p=sum(a)/n
s_p=sqrt(sum((a-m_p).^2)/(n-1))

%Maksimal Mises-metode:
s_a_max=0;

for i=1:length(tab)
    for j=1:inkr:2*pi
        s_xa=tab(i, 1)*sin(j);
        s_ya=tab(i, 3)*sin(j+tab(i, 11));
        s_xya=tab(i, 5)*sin(j+tab(i, 12));
        s_a=sqrt(s_xa^2-s_xa*s_ya+s_ya^2+3*s_xya^2);
        s_a_max=max(s_a, s_a_max);
    end
    s_xm=tab(i, 2);
    s_ym=tab(i, 4);
    s_m=s_xm+s_ym;
    M=tab(i, 10);
    s_ar=s_a_max+M*s_m;
    s_W=tab(i, 9);
    a(i)=s_ar/s_W;
    s_a_max=0;
end

m_p=sum(a)/n
s_p=sqrt(sum((a-m_p).^2)/(n-1))
```

A.3.4 Funksjon for bruk av proporsjonal metode på belastning ute av fase

Dynamisk forsterkning gjør resultatene fra HRA-er avhengige av faseforskyvningen mellom spenningskomponentene. Derfor var det ikke mulig å kontrollere at koden nedenfor faktisk returnerte de samme Mises-spenningene i nodene for belastning *ute av* fase som for tilsvarende belastning *i* fase.

```
function node=prop_met

%Bytter desimaltegn i FE-data:
comma=uint8(', ');
point=uint8('. ');
file=memmapfile('./FE-data/node.x.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/node.y.txt', 'writable', true);
```



```

file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/node_z.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/node_xy.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/node_xz.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=memmapfile('./FE-data/node_yz.txt', 'writable', true);
file.Data(transpose(file.Data==comma))=point;
file=0;

%Leser FE-data
Read=readtable('./FE-data/node_x.txt', 'Delimiter', '\t');
s_x=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/node_y.txt', 'Delimiter', '\t');
s_y=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/node_z.txt', 'Delimiter', '\t');
s_z=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/node_xy.txt', 'Delimiter', '\t');
s_xy=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/node_xz.txt', 'Delimiter', '\t');
s_xz=Read{:,:};
Read=readtable('./FE-data/node_yz.txt', 'Delimiter', '\t');
s_yz=Read{:,:};

%Sjekker at alle data stammer fra samme modell:
test=[size(s_x,1) size(s_y,1) size(s_z,1) size(s_xy,1) size(s_xz,1) ...
      size(s_yz,1)];
if length(unique(test))>1
    'Forskjellig antall elementer!'
    return
end

%Finner Mises-spenningen i alle noder:
k=size(s_x,1);
node=zeros(k,3);

for i=1:k
    node(i,1)=s_x(i,1);
    node(i,2)=s_x(i,2);
    node(i,3)=sqrt(1/2*((s_x(i,3)-s_y(i,3))^2+(s_y(i,3)-s_z(i,3))^2 ...
                    +(s_z(i,3)-s_x(i,3))^2)+3*s_xy(i,3)^2+3*s_xz(i,3)^2+3*s_yz(i,3)^2);
end

return

```

A.3.5 Skript for tilpasning av S - N -kurve vha. MLM

```

clear

%Leser kolonner: 1 - N, 2 - sigma, 3 - delta, husk riktig range!

```

APPENDIKS

```
Read=readtable('sn_data.xlsx','Range','A2:C12','ReadVariableNames',false);
SN(:,:)=Read{:,:};

k=size(SN,1);
L_max=-inf;

%Antatte ekstremalverdier paa konstanter (heltall):
m_min=3;
m_maks=30;
sig_W7min=200;
sig_W7maks=400;
beta_Smin=5;
beta_Smaks=45;

%Foerste, grove iterasjoner:
for m=m_min:0.2:m_maks
    for sig_W7=sig_W7min:5:sig_W7maks
        for beta_S=beta_Smin:5:beta_Smaks
            L=0;
            for l=1:k
                if SN(l,3)==1
                    L=L+log10(log(2)*(beta_S/m)*(SN(l,1)/(10^7*(sig_W7 ...
                        /SN(l,2))^m)^(beta_S/m)/(SN(l,1)*2^((SN(l,1) ...
                        /(10^7*(sig_W7/SN(l,2))^m)^(beta_S/m))));
                else
                    L=L+log10(2^(-(SN(l,1)/(10^7*(sig_W7/SN(l,2))^m) ...
                        ^beta_S/m));
                end
            end
            if L>L_max %Noterer parametre som maksimerer L
                L_max=L;
                m_temp=m;
                sig_W7temp=sig_W7;
                beta_Stemp=beta_S;
            end
        end
    end
end

%Andre, finere iterasjoner:
for m=max(m_temp-1,0):0.01:m_temp+1
    for sig_W7=max(sig_W7temp-20,0):1:sig_W7temp+20
        for beta_S=max(beta_Stemp-10,0):1:beta_Stemp+10
            L=0;
            for l=1:k
                if SN(l,3)==1
                    L=L+log10(log(2)*(beta_S/m)*(SN(l,1)/(10^7*(sig_W7 ...
                        /SN(l,2))^m)^(beta_S/m)/(SN(l,1)*2^((SN(l,1) ...
                        /(10^7*(sig_W7/SN(l,2))^m)^(beta_S/m))));
                else
                    L=L+log10(2^(-(SN(l,1)/(10^7*(sig_W7/SN(l,2))^m) ...
                        ^beta_S/m));
                end
            end
            if L>L_max
                L_max=L;
            end
        end
    end
end
```

```

        m_final=m;
        sig.W7final=sig.W7;
        beta.Sfinal=beta.S;
    end
end
end
end

m_final
sig.W7final
beta.Sfinal

%Kontrollerer at beste tilpasning ikke ligger utenfor
%iterasjonsintervallene:
if m.min==m.temp || m.maks==m.temp || sig.W7min==sig.W7temp || ...
    sig.W7maks==sig.W7temp || beta.Smin==beta.Stemp || ...
    beta.Smaks==beta.Stemp
    ['Konstant lik grenseverdi ved foerste iterasjon! ' ...
     'Flytting av grenser er anbefalt.'];
elseif m_final<=m.temp-1 || m_final>=m.temp+1 || sig.W7final<= ...
    sig.W7temp-20 || sig.W7final>=sig.W7temp+20 || beta.Sfinal<= ...
    beta.Stemp-5 || beta.Sfinal>=beta.Stemp+5
    ['Konstant lik grenseverdi ved andre iterasjon! ' ...
     'Utvidelse av grenser er anbefalt.'];
end

```

A.3.6 Skript for identifisering av knekkpunkt vha. MLM

```

clear

%Leser kolonner: 1 - sigma, 2 - delta, husk riktig range!
Read=readtable('knekk.data.xlsx','Range','A2:C22','ReadVariableNames',false);
S(:,:)=Read{:,:};

k=size(S,1);
L_max=-inf;

%Antatte ekstremalverdier paa konstanter:
sig.Wmin=300;
sig.Wmax=500;
beta.S=23;

%Iterasjoner:
for sig.W=sig.Wmin:1:sig.Wmax
    L=0;
    for l=1:k
        if S(l,2)==1
            L=L+log10(1-2^(-(S(l,1)/sig.W)^beta.S));
        else
            L=L+log10(2^(-(S(l,1)/sig.W)^beta.S));
        end
    end
end

```

```
end
if L>L.max %Noterer parametre som maksimerer L
    L.max=L;
    sig.Wfinal=sig.W;
end
end
sig.Wfinal
```

A.4 Resultater fra testing av forenklet metode på spenningsfelt uten analytiske løsninger

A.4.1 Symmetriske lastsykluser

Tabell A.2: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Skive med stort hull.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-24,2%	-39,2%	-43,4%	-12,9%	-17,0%	-18,3%
S2		-12,4%	-21,7%	-25,4%	-8,0%	-11,3%	-12,4%
S3		-9,4%	-16,4%	-19,2%	-5,1%	-7,1%	-7,7%
S4		-5,4%	-10,5%	-12,5%	-2,7%	-4,2%	-4,9%
S1	KONST-MAKS	50,8%	27,7%	19,7%	35,1%	24,7%	21,2%
S2		36,4%	22,8%	17,1%	33,5%	26,0%	22,7%
S3		27,9%	18,0%	13,8%	22,5%	15,8%	13,5%
S4		20,9%	13,7%	10,5%	16,3%	11,3%	8,9%
S1	LIN-SNITT	10,6%	4,2%	1,5%	13,2%	20,5%	22,7%
S2		4,9%	2,4%	0,7%	8,2%	11,9%	12,8%
S3		2,2%	2,0%	1,2%	6,0%	10,3%	11,7%
S4		1,6%	1,8%	1,6%	3,2%	6,7%	8,0%
S1	LIN-EKSTR	19,8%	12,5%	9,4%	9,7%	10,6%	11,1%
S2		13,0%	10,1%	8,1%	10,8%	12,8%	13,2%
S3		8,3%	6,5%	5,5%	3,5%	4,4%	5,2%
S4		4,5%	3,6%	3,1%	1,3%	1,6%	1,7%
S1	LIN-HYBR	18,1%	11,8%	9,0%	9,5%	11,0%	11,5%
S2		10,6%	9,2%	7,5%	-8,0%	-11,3%	-12,4%
S3		-2,0%	1,8%	2,9%	-5,1%	-7,1%	-7,7%
S4		-4,3%	-6,0%	-4,1%	-2,7%	-4,2%	-4,9%
S1	KVADRAT	15,9%	10,9%	8,4%	11,1%	13,0%	13,3%
S2		8,3%	8,0%	6,8%	9,1%	11,6%	12,1%
S3		4,1%	4,9%	4,6%	5,4%	6,9%	7,1%
S4		2,3%	2,8%	2,6%	3,0%	4,5%	4,6%

Tabell A.3: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Skive med lite hull.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-6,8%	-24,3%	-28,9%	-6,2%	-15,3%	-17,4%
S2		-6,9%	-19,4%	-23,0%	-5,3%	-12,2%	-14,1%
S3		-5,4%	-14,1%	-16,7%	-2,8%	-5,7%	-6,7%
S4		-3,3%	-8,9%	-10,8%	-1,5%	-3,1%	-3,8%
S1	KONST-MAKS	41,5%	28,9%	21,3%	37,2%	29,6%	25,2%
S2		31,4%	22,4%	16,9%	26,9%	23,2%	20,3%
S3		24,0%	17,5%	13,5%	17,5%	14,0%	11,7%
S4		17,1%	13,0%	10,0%	12,6%	10,4%	8,3%
S1	LIN-SNITT	6,9%	4,2%	1,2%	6,6%	10,7%	11,3%
S2		3,6%	3,0%	1,4%	7,2%	12,7%	13,5%
S3		1,8%	1,9%	1,3%	4,0%	9,7%	11,2%
S4		1,4%	1,9%	1,7%	1,9%	5,0%	6,2%
S1	LIN-EKSTR	17,1%	15,2%	11,7%	14,0%	15,9%	15,4%
S2		10,5%	9,9%	8,0%	6,8%	10,5%	11,2%
S3		6,8%	6,4%	5,4%	2,2%	3,3%	3,7%
S4		3,2%	3,3%	2,8%	1,0%	1,4%	1,5%
S1	LIN-HYBR	14,4%	14,0%	11,0%	-6,2%	-15,3%	-17,4%
S2		3,5%	6,5%	6,0%	-5,3%	-12,2%	-14,1%
S3		-1,0%	0,6%	1,6%	-2,8%	-5,7%	-6,7%
S4		-2,1%	-4,3%	-3,4%	-1,5%	-3,1%	-3,8%
S1	KVADRAT	11,6%	12,5%	10,1%	9,6%	13,6%	13,8%
S2		6,3%	7,9%	6,8%	6,9%	10,5%	10,8%
S3		3,3%	4,8%	4,4%	3,6%	6,4%	6,5%
S4		1,8%	2,6%	2,5%	1,8%	3,7%	3,9%

Tabell A.4: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. 3PB med kjerv.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-26,2%	-38,5%	-42,7%	-10,7%	-17,0%	-19,8%
S2		-15,3%	-23,7%	-27,2%	-6,0%	-9,0%	-10,3%
S3		-9,9%	-16,6%	-19,4%	-3,5%	-5,5%	-6,5%
S4		-4,7%	-9,4%	-11,7%	-2,3%	-3,9%	-4,7%
S1	KONST-MAKS	56,4%	30,5%	21,5%	47,5%	36,7%	33,0%
S2		36,1%	22,2%	16,4%	28,2%	21,2%	18,0%
S3		28,1%	18,1%	13,8%	20,1%	14,7%	12,4%
S4		19,5%	13,7%	10,8%	14,8%	10,8%	8,7%
S1	LIN-SNITT	2,9%	-5,2%	-8,5%	14,5%	16,7%	16,3%
S2		2,8%	1,1%	-0,6%	7,2%	10,7%	11,4%
S3		2,4%	1,7%	0,9%	4,4%	8,1%	9,4%
S4		1,5%	1,5%	1,1%	2,4%	6,0%	7,7%
S1	LIN-EKSTR	27,4%	16,1%	11,7%	20,0%	21,7%	22,3%
S2		12,8%	9,4%	7,4%	7,6%	9,2%	9,3%
S3		8,1%	6,6%	5,5%	3,1%	4,1%	4,5%
S4		4,0%	3,9%	3,6%	1,1%	1,5%	1,7%
S1	LIN-HYBR	15,1%	11,9%	9,4%	-10,7%	-17,0%	-19,8%
S2		-3,2%	1,5%	2,1%	-6,0%	-9,0%	-10,3%
S3		-6,0%	-4,0%	-2,1%	-3,5%	-5,5%	-6,5%
S4		-3,9%	-6,8%	-6,0%	-2,3%	-3,9%	-4,7%
S1	KVADRAT	17,1%	12,1%	9,3%	16,8%	19,9%	21,0%
S2		7,2%	7,2%	6,1%	7,3%	9,3%	9,3%
S3		4,3%	5,0%	4,5%	4,2%	6,0%	6,1%
S4		2,0%	2,8%	2,8%	2,4%	4,1%	4,4%

Tabell A.5: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. T-skjøt med moment.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-18,2%	-32,5%	-37,4%	-8,2%	-14,4%	-18,1%
S2		-7,3%	-14,9%	-18,9%	-3,8%	-8,1%	-10,2%
S3		-6,7%	-14,6%	-18,4%	-2,3%	-4,0%	-4,8%
S4		-4,6%	-11,2%	-14,0%	-1,5%	-2,7%	-3,2%
S1	KONST-MAKS	51,1%	29,3%	21,0%	33,4%	29,2%	26,0%
S2		28,6%	20,3%	15,4%	22,1%	19,8%	17,5%
S3		23,3%	17,2%	13,3%	16,6%	12,6%	10,7%
S4		18,4%	14,3%	11,2%	12,7%	10,5%	8,7%
S1	LIN-SNITT	4,1%	-3,9%	-7,0%	8,3%	11,7%	12,1%
S2		3,2%	3,6%	2,9%	6,1%	12,6%	13,5%
S3		2,0%	2,6%	2,5%	3,6%	8,2%	9,9%
S4		1,3%	2,0%	1,9%	1,9%	5,4%	6,9%
S1	LIN-EKSTR	23,4%	15,0%	11,2%	9,0%	14,9%	15,8%
S2		8,5%	8,1%	6,7%	3,5%	7,9%	8,8%
S3		4,9%	5,5%	4,9%	1,4%	2,4%	3,1%
S4		2,9%	3,8%	3,5%	0,7%	1,7%	2,0%
S1	LIN-HYBR	19%	13,3%	10,2%	-8,2%	-14,4%	-18,1%
S2		1,7%	4,4%	4,5%	-3,8%	-8,1%	-10,2%
S3		-2,0%	0,7%	1,9%	-2,0%	-2,4%	-0,9%
S4		-2,9%	-2,7%	-0,8%	-1,5%	-2,7%	-3,2%
S1	KVADRAT	14,5%	11,3%	8,9%	8,9%	13,2%	14,3%
S2		5,0%	6,5%	5,8%	5,4%	9,1%	9,4%
S3		2,9%	4,4%	4,2%	3,3%	5,6%	6,0%
S4		1,7%	3,1%	3,0%	1,8%	4,0%	4,4%

Tabell A.6: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Plate med to hull.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-63,6%	-70,0%	-73,0%	-30,0%	-37,7%	-39,9%
S2		-33,9%	-42,3%	-45,7%	-13,7%	-19,7%	-22,3%
S3		-21,3%	-30,0%	-33,5%	-8,9%	-14,9%	-17,2%
S4		-12,4%	-22,5%	-26,6%	-6,8%	-13,4%	-15,7%
S1	KONST-MAKS	85,9%	46,5%	31,6%	54,8%	31,4%	25,7%
S2		55,6%	31,3%	22,5%	39,5%	25,4%	21,1%
S3		43,6%	26,8%	20,0%	30,4%	22,1%	18,8%
S4		37,5%	25,3%	18,6%	27,5%	21,1%	17,9%
S1	LIN-SNITT	-11,5%	-22,8%	-28,4%	1,3%	1,5%	2,0%
S2		4,6%	2,7%	0,8%	9,6%	10,4%	9,9%
S3		7,1%	7,3%	5,5%	8,6%	12,9%	13,8%
S4		6,8%	6,6%	4,4%	7,0%	12,8%	14,6%
S1	LIN-EKSTR	47,3%	29%	20,1%	24,9%	16,4%	15,1%
S2		24,6%	15,9%	11,9%	13,8%	11,7%	11,4%
S3		16,2%	12,3%	9,9%	8,0%	9,2%	9,6%
S4		13,3%	11,8%	9,1%	6,9%	8,6%	8,9%
S1	LIN-HYBR	38%	25,8%	18,3%	-30,0%	-37,7%	-39,9%
S2		11,9%	11,5%	9,4%	-13,7%	-19,7%	-22,3%
S3		4,9%	8,7%	7,7%	-8,9%	-14,9%	-17,2%
S4		3,5%	8,2%	6,9%	-5,9%	-4,0%	0,0%
S1	KVADRAT	30,8%	22,7%	16,5%	14,8%	13,1%	13,4%
S2		16,3%	13,2%	10,4%	11,1%	11,2%	11,1%
S3		11,6%	11,1%	9,2%	8,1%	9,7%	9,7%
S4		9,6%	10,4%	8,3%	6,7%	9,3%	9,4%

Tabell A.7: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Rør med bøy.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-8,0%	-12,4%	-14,6%	-2,8%	-5,9%	-12,1%
S2		-3,9%	-7,0%	-8,4%	-1,4%	-2,3%	-2,9%
S3		-2,2%	-4,8%	-6,5%	-0,8%	-1,5%	-1,9%
S4		-1,2%	-2,8%	-4,0%	-0,5%	-1,0%	-1,3%
S1	KONST-MAKS	21,4%	14,5%	11,5%	17,7%	10,3%	2,0%
S2		15,0%	10,6%	8,4%	11,8%	9,2%	7,8%
S3		11,4%	8,8%	7,2%	8,6%	7,2%	6,3%
S4		8,8%	7,2%	6,0%	6,6%	5,9%	5,4%
S1	LIN-SNITT	1,6%	2,5%	2,6%	3,3%	5,0%	1,6%
S2		0,7%	1,6%	2,3%	1,4%	3,7%	5,4%
S3		0,3%	0,6%	0,6%	0,6%	2,0%	3,3%
S4		0,2%	0,4%	0,6%	0,3%	1,2%	2,0%
S1	LIN-EKSTR	3,3%	3,5%	3,5%	2,0%	0,5%	-4,9%
S2		1,2%	1,4%	1,5%	0,6%	1,1%	1,4%
S3		0,7%	1,0%	1,0%	0,2%	0,5%	0,8%
S4		0,4%	0,6%	0,6%	0,1%	0,3%	0,5%
S1	LIN-HYBR	-1,7%	1,1%	2,5%	-2,0%	-3,2%	-7,5%
S2		-3,4%	-5,7%	-6,2%	-1,4%	-2,3%	-2,9%
S3		-2,1%	-4,3%	-5,3%	-0,8%	-1,5%	-1,9%
S4		-1,1%	-2,6%	-3,5%	-0,5%	-1,0%	-1,3%
S1	KVADRAT	2,0%	3,0%	3,1%	3,2%	2,7%	-2,8%
S2		0,8%	1,5%	1,7%	1,4%	2,9%	3,5%
S3		0,3%	0,7%	0,8%	0,6%	1,8%	2,3%
S4		0,2%	0,5%	0,6%	0,3%	1,1%	1,6%

RESULTATER FRA TESTING AV FORENKLET METODE

Tabell A.8: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Tapp med skjærkraft.

Op.	Elementtype Fordeling\ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-29,5%	-38,2%	-41,1%	-9,5%	-12,7%	-15,3%
S2		-21,6%	-32,9%	-36,4%	-6,0%	-7,9%	-9,2%
S3		-13,8%	-21,6%	-24,1%	-3,8%	-5,2%	-5,6%
S4		-6,9%	-12,7%	-14,9%	-2,2%	-3,3%	-3,8%
S1	KONST-MAKS	49,1%	27,6%	20,1%	36,8%	27,3%	23,4%
S2		40,0%	24,3%	18,6%	27,2%	18,5%	15,3%
S3		30,2%	18,3%	13,8%	20,2%	13,6%	11,1%
S4		21,8%	14,0%	10,7%	14,6%	10,3%	8,2%
S1	LIN-SNITT	1,0%	-2,4%	-3,6%	12,4%	17,4%	18,1%
S2		3,9%	2,2%	1,0%	9,2%	12,9%	13,4%
S3		3,4%	3,1%	2,9%	5,3%	9,4%	10,8%
S4		1,9%	1,7%	1,5%	2,5%	5,6%	7,0%
S1	LIN-EKSTR	19,6%	12,9%	10,0%	11,4%	13,4%	13,4%
S2		13,2%	10,2%	8,7%	5,6%	6,4%	6,7%
S3		7,4%	5,7%	5,0%	2,5%	2,9%	3,3%
S4		4,2%	3,4%	3,0%	0,9%	1,2%	1,4%
S1	LIN-HYBR	15,8%	11,6%	9,3%	6,3%	13,3%	13,6%
S2		0,3%	5,8%	6,1%	-5,5%	-7,3%	-7,9%
S3		-8,3%	-0,7%	1,9%	-3,8%	-5,2%	-5,6%
S4		-5,9%	-6,0%	-3,2%	-2,1%	-3,2%	-3,7%
S1	KVADRAT	12,0%	10,0%	8,3%	11,8%	14,4%	14,2%
S2		8,7%	8,4%	7,6%	8,1%	8,9%	8,6%
S3		4,9%	4,8%	4,4%	4,8%	6,2%	6,3%
S4		2,4%	2,7%	2,5%	2,5%	4,0%	4,2%

Tabell A.9: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Tapp med torsjonsmoment.

Op.	Elementtype Fordeling\ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-16,0%	-19,4%	-22,4%	-7,6%	-8,5%	-8,5%
S2		-9,3%	-10,3%	-11,8%	-6,2%	-7,1%	-8,4%
S3		-6,3%	-5,6%	-6,5%	-5,1%	-5,1%	-5,2%
S4		-4,5%	-3,6%	-4,2%	-3,9%	-4,0%	-3,9%
S1	KONST-MAKS	40,1%	27,2%	21,1%	32,0%	28,2%	30,8%
S2		31,8%	23,0%	19,6%	28,6%	19,8%	19,3%
S3		25,4%	19,0%	16,9%	26,7%	16,1%	11,6%
S4		19,4%	12,4%	10,3%	21,8%	13,2%	9,3%
S1	LIN-SNITT	3,3%	0,8%	-1,8%	9,7%	14,7%	16,6%
S2		2,9%	2,8%	2,1%	7,6%	11,2%	11,0%
S3		2,0%	2,4%	2,0%	7,0%	10,1%	9,9%
S4		1,2%	1,8%	1,8%	5,4%	8,2%	8,2%
S1	LIN-EKSTR	13,4%	12,7%	11,1%	8,5%	14,5%	20,6%
S2		8,4%	9,1%	9,4%	6,6%	7,6%	10,5%
S3		5,1%	6,2%	7,2%	5,6%	4,4%	3,6%
S4		2,8%	2,8%	3,1%	3,3%	2,8%	2,1%
S1	LIN-HYBR	3,7%	8,5%	8,4%	-2,2%	0,7%	2,7%
S2		-0,6%	5,3%	7,0%	-6,2%	-6,0%	-1,7%
S3		-4,1%	1,5%	4,6%	-5,1%	-5,1%	-5,2%
S4		-3,9%	-2,4%	-2,5%	-3,8%	-3,9%	-3,5%
S1	KVADRAT	8,5%	10,0%	9,3%	9,3%	13,0%	18,6%
S2		5,4%	7,3%	8,1%	7,4%	8,3%	10,0%
S3		3,3%	5,0%	6,1%	6,7%	6,4%	5,4%
S4		1,7%	2,4%	2,7%	5,0%	5,3%	4,5%

A.4.2 Asymmetriske lastsykluser

Tabell A.10: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Skive med stort hull.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-36,0%	-50,4%	-54,4%	-20,3%	-25,1%	-26,8%
S2		-19,3%	-29,8%	-33,7%	-11,6%	-14,1%	-14,8%
S3		-14,6%	-22,6%	-26,0%	-7,4%	-9,3%	-10,0%
S4		-8,7%	-14,7%	-17,2%	-4,1%	-6,0%	-6,9%
S1	KONST-MAKS	70,0%	37,0%	26,2%	45,0%	31,5%	27,2%
S2		44,5%	25,5%	18,2%	44,6%	33,9%	29,7%
S3		33,8%	20,5%	15,2%	28,0%	19,4%	16,1%
S4		25,6%	15,8%	11,9%	20,2%	13,2%	10,7%
S1	LIN-SNITT	9,9%	-0,4%	-4,6%	12,2%	16,9%	18,3%
S2		4,0%	-0,9%	-3,5%	10,8%	13,5%	14,3%
S3		1,9%	0,2%	-1,3%	7,9%	11,5%	12,1%
S4		2,0%	1,3%	0,9%	4,7%	8,4%	9,8%
S1	LIN-EKSTR	34,5%	20,6%	15,2%	16,4%	16,3%	16,5%
S2		18,5%	12,0%	8,9%	18%	19,2%	19,2%
S3		11,4%	8,2%	6,5%	6,2%	7,0%	7,2%
S4		6,6%	4,8%	4,0%	2,5%	2,5%	2,9%
S1	LIN-HYBR	30,5%	19,1%	14,3%	14,6%	15,6%	15,9%
S2		15,1%	10,7%	8,1%	-11,6%	-14,1%	-14,8%
S3		-2,7%	0,3%	0,8%	-7,4%	-9,3%	-10,0%
S4		-5,8%	-6,8%	-5,4%	-4,1%	-6,0%	-6,9%
S1	KVADRAT	25,8%	17,3%	13,2%	13,6%	15,2%	15,6%
S2		11,4%	9,1%	7,1%	13,9%	16,8%	17,5%
S3		5,8%	6,0%	5,1%	7,3%	8,5%	8,3%
S4		3,4%	3,5%	3,2%	4,4%	5,5%	5,6%

Tabell A.11: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Skive med lite hull.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-17,2%	-34,0%	-38,9%	-16,9%	-27,1%	-29,3%
S2		-15,2%	-26,6%	-30,5%	-3,3%	-4,6%	-5,6%
S3		-11,1%	-19,2%	-22,3%	-3,6%	-5,2%	-6,2%
S4		-6,6%	-12,3%	-14,5%	-2,8%	-4,7%	-5,6%
S1	KONST-MAKS	60,3%	34,8%	24,9%	49,8%	31,5%	26,3%
S2		43,1%	26,0%	18,9%	17,4%	12,5%	10,3%
S3		32,7%	20,5%	15,4%	20,7%	15,5%	13,2%
S4		23,6%	15,2%	11,5%	17,9%	12,4%	10,2%
S1	LIN-SNITT	8,8%	0,7%	-3,4%	9,0%	8,8%	9,3%
S2		4,6%	0,7%	-1,8%	3,0%	6,7%	8,0%
S3		2,8%	1,5%	0,2%	4,3%	7,8%	9,1%
S4		2,3%	1,9%	1,5%	3,4%	6,6%	7,9%
S1	LIN-EKSTR	30,5%	19,9%	14,8%	21,6%	16,8%	16,0%
S2		17,9%	12,7%	9,6%	1,8%	2,5%	2,8%
S3		11,3%	8,4%	6,8%	3,5%	4,7%	5,2%
S4		5,7%	4,5%	3,8%	2,3%	2,5%	2,7%
S1	LIN-HYBR	25,9%	18,2%	13,8%	-16,9%	-27,1%	-29,3%
S2		14,3%	11,4%	8,9%	-3,3%	-4,6%	-5,6%
S3		-1,8%	0,2%	0,5%	-3,6%	-5,2%	-6,2%
S4		-4,5%	-6,9%	-6,2%	-2,8%	-4,7%	-5,6%
S1	KVADRAT	21,0%	16,2%	12,5%	15,1%	14,3%	14,4%
S2		11,0%	9,8%	7,9%	2,9%	4,8%	5,0%
S3		6,1%	6,3%	5,5%	4,2%	6,2%	6,4%
S4		3,2%	3,5%	3,2%	3,4%	4,8%	4,9%

Tabell A.12: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. 3PB med kjerv.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-34,5%	-47,1%	-51,0%	-15,2%	-22,6%	-25,2%
S2		-21,5%	-31,5%	-35,4%	-8,7%	-13,5%	-15,7%
S3		-12,8%	-20,9%	-24,3%	-5,2%	-7,3%	-8,0%
S4		-6,7%	-12,8%	-15,6%	-2,8%	-4,9%	-6,1%
S1	KONST-MAKS	66,0%	33,6%	23,2%	57,8%	39,0%	33,9%
S2		45,2%	26,0%	18,6%	35,5%	25,2%	21,2%
S3		33,4%	20,9%	15,6%	25,0%	18,1%	15,7%
S4		23,8%	16,3%	12,7%	16,7%	12,5%	10,4%
S1	LIN-SNITT	1,9%	-8,5%	-12,3%	15,9%	15,6%	15,0%
S2		3,5%	-1,0%	-3,6%	10,0%	13,3%	14,2%
S3		2,9%	1,1%	-0,4%	6,3%	9,6%	10,5%
S4		2,0%	1,5%	0,8%	2,9%	6,7%	8,2%
S1	LIN-EKSTR	34,1%	18,5%	13,0%	27,2%	23,3%	22,9%
S2		18,6%	12,3%	9,1%	11,9%	12,1%	11,8%
S3		11,3%	8,7%	6,9%	5,5%	6,8%	7,6%
S4		6,2%	5,6%	4,9%	2,0%	2,7%	3,0%
S1	LIN-HYBR	19,4%	13,0%	9,7%	-15,2%	-22,6%	-25,2%
S2		-3,3%	-0,1%	-0,7%	-6,4%	-6,8%	-5,3%
S3		-8,3%	-7,4%	-6,4%	-5,2%	-7,3%	-8,0%
S4		-5,9%	-10,7%	-11,0%	-2,8%	-4,9%	-6,1%
S1	KVADRAT	22,1%	14,0%	10,3%	21,4%	20,9%	21,2%
S2		11,4%	9,3%	7,3%	10,6%	11,8%	11,5%
S3		6,3%	6,5%	5,5%	6,1%	7,5%	7,7%
S4		3,1%	4,1%	3,8%	2,8%	4,8%	5,0%

Tabell A.13: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. T-skjøt med moment.

Op.	Elementtype Fordeling\ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-20,6%	-33,4%	-37,9%	-13,8%	-23,5%	-26,8%
S2		-14,0%	-25,7%	-30,2%	-5,6%	-10,6%	-13,1%
S3		-11,0%	-21,8%	-25,2%	-3,1%	-4,5%	-5,5%
S4		-7,6%	-15,9%	-18,8%	-2,3%	-3,9%	-4,8%
S1	KONST-MAKS	60,9%	34,5%	24,4%	45,2%	34,5%	30,1%
S2		36,2%	22,5%	17,1%	30,3%	26,4%	22,6%
S3		30,3%	20,2%	15,3%	21,8%	17,0%	14,8%
S4		24,0%	17,0%	13,1%	16,7%	13,1%	11,0%
S1	LIN-SNITT	6,3%	-2,7%	-6,9%	8,8%	10,9%	11,8%
S2		2,9%	1,1%	0,0%	8,1%	12,9%	12,6%
S3		2,2%	1,4%	0,7%	5,4%	10,0%	11,4%
S4		1,7%	1,6%	1,0%	3,2%	7,6%	9,0%
S1	LIN-EKSTR	30,7%	19,4%	14,2%	17,0%	19,1%	19,3%
S2		12,3%	9,2%	7,7%	8,5%	13,5%	13,4%
S3		8,8%	7,7%	6,4%	3,8%	5,9%	6,7%
S4		5,5%	5,6%	4,9%	2,0%	3,1%	3,5%
S1	LIN-HYBR	25,7%	17,6%	13,0%	-13,8%	-23,5%	-26,8%
S2		3,6%	5,5%	5,5%	-5,6%	-10,6%	-13,1%
S3		-1,6%	2,4%	3,2%	-2,8%	-1,8%	0,5%
S4		-4,2%	-2,2%	-0,4%	-2,3%	-3,9%	-4,8%
S1	KVADRAT	20,4%	15,4%	11,7%	12,8%	16,5%	17,4%
S2		7,1%	7,1%	6,5%	8,2%	12,7%	12,7%
S3		4,8%	5,8%	5,3%	5,2%	7,9%	8,3%
S4		2,8%	4,2%	4,0%	3,1%	5,6%	5,8%

Tabell A.14: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Plate med to hull.

Op.	Elementtype Fordeling \ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-66,8%	-73,6%	-76,3%	-32,1%	-39,8%	-42,5%
S2		-41,8%	-54,6%	-58,2%	-19,7%	-28,7%	-31,1%
S3		-29,2%	-42,6%	-46,7%	-14,0%	-22,5%	-25,0%
S4		-20,5%	-35,2%	-39,6%	-12,2%	-21,6%	-24,0%
S1	KONST-MAKS	104,6%	51,9%	35,0%	64,2%	41,0%	34,7%
S2		68,8%	37,3%	26,3%	45,8%	32,6%	28,2%
S3		60,1%	33,7%	24,0%	38,6%	27,6%	23,9%
S4		55,2%	31,0%	21,9%	37,3%	27,9%	24,4%
S1	LIN-SNITT	-7,9%	-22,8%	-28,8%	5,8%	5,9%	5,1%
S2		5,0%	-3,5%	-7,5%	11,9%	15,1%	16,3%
S3		8,6%	1,4%	-2,2%	11,0%	14,8%	15,7%
S4		8,6%	1,3%	-2,3%	9,7%	13,7%	14,6%
S1	LIN-EKSTR	62,2%	33,7%	23,2%	31,5%	24,5%	23,2%
S2		33,7%	20,7%	15,3%	16,9%	17,0%	17,2%
S3		27,9%	18,0%	13,4%	12,5%	12,9%	13,4%
S4		25,6%	16,3%	11,9%	12,2%	13,4%	14,0%
S1	LIN-HYBR	51,8%	30,4%	21,3%	-32,1%	-39,8%	-42,5%
S2		0,1%	-9,6%	-13,5%	-19,7%	-28,7%	-31,1%
S3		-11,5%	-22,4%	-26,0%	-14,0%	-22,5%	-25,0%
S4		-17,0%	-32,2%	-36,2%	-8,6%	-5,3%	-3,1%
S1	KVADRAT	43,2%	27,1%	19,4%	21,3%	21,2%	21,1%
S2		23,8%	17,1%	13,1%	14,2%	16,4%	16,9%
S3		20,2%	15,1%	11,6%	11,4%	13,3%	13,8%
S4		18,0%	13,3%	10,1%	10,6%	13,4%	14,1%

Tabell A.15: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Rør med bøy.

Op.	Elementtype Fordeling\ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-13,0%	-20,2%	-22,4%	-5,3%	-18,8%	-25,2%
S2		-7,5%	-13,9%	-16,2%	-2,5%	-4,3%	-5,1%
S3		-3,5%	-7,3%	-8,9%	-1,4%	-2,7%	-3,3%
S4		-1,9%	-5,1%	-7,3%	-0,9%	-1,9%	-2,7%
S1	KONST-MAKS	29,9%	18,4%	13,6%	23,2%	2,0%	-7,6%
S2		21,3%	14,1%	10,6%	16,9%	12,8%	10,5%
S3		15,8%	13,3%	13,2%	12,0%	10,5%	10,5%
S4		11,8%	13,3%	15,5%	9,1%	9,4%	11,2%
S1	LIN-SNITT	1,4%	0,5%	-0,1%	4,0%	-6,1%	-12%
S2		0,7%	0,4%	0,1%	2,8%	6,4%	7,9%
S3		0,8%	1,2%	1,1%	1,2%	3,6%	4,8%
S4		0,3%	0,5%	0,3%	0,6%	2,3%	3,3%
S1	LIN-EKSTR	7,8%	6,0%	4,8%	4,2%	-8,0%	-14,4%
S2		3,9%	3,4%	2,8%	2,1%	2,9%	3,1%
S3		2,1%	3,4%	5,3%	0,9%	1,9%	3,2%
S4		1,4%	3,9%	7,6%	0,5%	1,6%	3,9%
S1	LIN-HYBR	-3,8%	-3,8%	-3,5%	-4,4%	-17,4%	-22,3%
S2		-6,0%	-6,1%	-3,1%	-2,5%	-4,3%	-5,1%
S3		-2,7%	-1,0%	3,9%	-1,4%	-2,7%	-3,3%
S4		-1,5%	0,8%	6,5%	-0,9%	-1,9%	-2,7%
S1	KVADRAT	3,9%	4,2%	3,7%	4,3%	-7,3%	-13,9%
S2		1,5%	2,2%	2,1%	2,8%	4,8%	4,9%
S3		1,1%	2,3%	3,9%	1,3%	3,1%	3,9%
S4		0,4%	2,2%	5,6%	0,7%	2,2%	3,8%

RESULTATER FRA TESTING AV FORENKLET METODE

Tabell A.16: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Tapp med skjærkraft.

Op.	Elementtype Fordeling\ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-42,6%	-54,5%	-57,6%	-12,0%	-16,3%	-18,9%
S2		-30,9%	-42,0%	-45,3%	-7,7%	-10,3%	-11,8%
S3		-21,9%	-31,3%	-34,1%	-5,5%	-7,7%	-8,4%
S4		-11,5%	-18,8%	-21,4%	-3,0%	-4,5%	-5,0%
S1	KONST-MAKS	56,5%	31,2%	22,9%	52,1%	45,8%	41,8%
S2		47,7%	27,8%	20,8%	35,2%	26,8%	23,3%
S3		35,7%	20,2%	14,8%	24,1%	15,9%	13,3%
S4		26,9%	16,3%	12,1%	17,5%	11,8%	9,3%
S1	LIN-SNITT	-3,9%	-9,9%	-12,3%	20,3%	27,4%	28,3%
S2		2,0%	-1,7%	-3,6%	12,7%	17,0%	17,6%
S3		2,4%	0,0%	-0,9%	7,1%	11,2%	12,7%
S4		2,0%	1,2%	0,8%	3,7%	7,1%	8,5%
S1	LIN-EKSTR	24,6%	15,7%	12,3%	21,9%	28,9%	29,8%
S2		18,3%	12,9%	10,6%	10,6%	13,0%	13,5%
S3		10,2%	6,7%	5,3%	4,1%	4,3%	4,8%
S4		6,4%	4,6%	3,8%	1,7%	1,8%	2,0%
S1	LIN-HYBR	19,8%	13,9%	11,2%	18,4%	28,7%	29,8%
S2		-28,7%	-40,2%	-43,1%	-5,4%	-2,4%	-0,1%
S3		-21,8%	-31,3%	-34,1%	-5,0%	-3,4%	0,2%
S4		-11,5%	-18,8%	-21,4%	-2,9%	-4,3%	-4,8%
S1	KVADRAT	14,7%	11,8%	9,9%	21,0%	28,5%	29,6%
S2		11,6%	10,2%	8,9%	11,9%	14,3%	14,3%
S3		6,1%	5,1%	4,3%	6,3%	7,3%	7,3%
S4		3,5%	3,4%	3,1%	3,5%	4,8%	4,8%

Tabell A.17: Avvik i $\bar{\sigma}_a$ -verdier ved bruk av forenklet metode ift. LINKpfat. Tapp med torsjonsmoment.

Op.	Elementtype Fordeling\ β_σ	HEX20			TET10		
		10	25	40	10	25	40
S1	KONST-SNITT	-17,4%	-30,1%	-36,8%	-8,1%	-16,2%	-22,4%
S2		-11,1%	-23,7%	-29,7%	-6,3%	-10,5%	-12,8%
S3		-7,9%	-20,5%	-25,0%	-5,1%	-7,2%	-8,3%
S4		-5,7%	-14,2%	-16,6%	-3,7%	-4,5%	-5,3%
S1	KONST-MAKS	47,3%	33,8%	24,2%	46,5%	56,8%	49,8%
S2		37,7%	27,4%	20,4%	32,4%	31,6%	28%
S3		29,3%	21,1%	16,1%	26,6%	15,5%	12,5%
S4		24,1%	17,7%	13,7%	21,8%	12,6%	10,4%
S1	LIN-SNITT	5,2%	3,0%	-0,8%	11,4%	20,3%	19,5%
S2		4,6%	5,4%	3,5%	8,3%	13,6%	13,7%
S3		2,5%	2,3%	1,4%	6,6%	9,5%	10,8%
S4		1,9%	2,1%	1,5%	5,0%	7,1%	8,4%
S1	LIN-EKSTR	19,1%	18,7%	14,0%	19,1%	39,2%	37,5%
S2		12,5%	13,2%	10,6%	9,8%	17,9%	18,2%
S3		7,7%	8,4%	7,1%	5,9%	4,3%	4,3%
S4		5,7%	6,5%	5,6%	3,5%	2,6%	2,9%
S1	LIN-HYBR	6,7%	9,2%	5,7%	3,0%	31,8%	33,9%
S2		1,9%	9,5%	8,5%	-5,7%	2,9%	6,0%
S3		-5,7%	-16,1%	-20,2%	-5,1%	-7,2%	-8,3%
S4		-4,4%	-7,5%	-5,1%	-3,6%	-3,6%	-3,1%
S1	KVADRAT	12,7%	15,5%	12,1%	14,9%	35,1%	34,8%
S2		8,4%	11,3%	9,4%	8,8%	16,4%	17,2%
S3		4,6%	6,6%	6,0%	6,5%	6,6%	6,5%
S4		3,1%	4,9%	4,6%	4,8%	5,0%	5,2%