NTNU
Det skapende universitet

Differensiering i algebra på ungdomstrinnet

En casestudie om hvordan læreverk og matematikklærere differensierer i algebra på 8. trinn

Paul Bergene Holm

Master i realfag
Innlevert: juli 2016
Hovedveileder: Heidi Strømskag, MATH

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Forord

Med denne masteroppgaven avsluttes min 5-årige lektorutdannelse ved NTNU. Det ble en tøff start høsten 2010 etter to års opphold med matematikk og fysikk, siden jeg etter videregående utdanning tok ett år med bibelskole og ett år i forsvaret. Men etter å ha kommet i gang ble det fort greiere og jeg har seks gode år å se tilbake på. Det ble hele seks år til slutt da jeg ble tilbudt lærerjobb på fjerde året og begynte som ungdomsskolelærer i halv stilling fra høsten 2014. Jeg er takknemlig for at jeg fikk muligheten til å begynne i arbeid så tidlig og at NTNU la til rette for at jeg kunne jobbe ved siden av studiene og skrive masteroppgaven på deltid over ett år.

Arbeidet som lærer har ført til utfordringer og muligheter i forhold til studiet. Det var tøft på femte året å skulle pendle en dag i uka fra Namsos til Trondheim, samtidig med å ha tre dager med undervisning på ungdomsskole. Mange ganger har det nok vært mer motiverende å være lærer enn å være student. Det som har vært positivt med å være lærer parallelt med studiene, er at jeg har gjort meg erfaringer, refleksjoner og tanker som lærer i matematikk, som jeg har hatt nytte av i forbindelse med valg av tema for masteroppgaven og formulering av forskningsspørsmål. Jeg vil rette en takk til rektor, kollegaer og støttespillere på Bjørkly skole i Namsos, for imøtekommenhet og villighet til å legge til rette for at jeg som student skulle få tid og rom til å gjennomføre det siste året på NTNU på best mulig måte. En takk rettes også til elevene jeg har hatt på ungdomstrinnet i løpet av de siste to årene, som har vært tålmodige og villige til å delta i tidligere forskningsprosjekt tilknyttet kurs på NTNU.

Jeg vil også takke slekt, venner og medstudenter for tiden i Trondheim, for faglig veiledning og hjelp, for bofellesskap og åndelig fellesskap. En stor takk rettes til lærerne fra de to ungdomsskolene i Trøndelag, som stilte opp frivillig på intervju og var med på å gjøre denne oppgaven rikere ved å dele sine erfaringer og opplevelser av differensiering i læreverk og undervisning. Jeg vil også spesielt få takke mine forelesere i matematikkdidaktikk, metodekurs og andre relevante emner på NTNU i forhold til matematikk, didaktikk og lærerkompetanse, som har presentert interessante teorier og som gjennom kursene har motivert meg til å undersøke mer rundt dette med differensiering i matematikk og algebra. Til slutt vil jeg få takke min positive og imøtekommende veileder, Heidi Strømskag, for hjelp og støtte i prosessen med oppgaven. Selv om det ikke alltid har vært lett å endre på arbeid eller skrive om avsnitt, har det hele tiden vært gode og konstruktive tilbakemeldinger som jeg har hatt mye nytte av.

Selnes, juni 2016

Paul Bergene Holm

Sammendrag

Dette er en casestudie som tar for seg sider ved hvordan algebra er differensiert i to nye læreverk som brukes på 8. trinn i norsk ungdomsskole. En side ved algebra er at emnet omtales som vanskeligere og mer abstrakt enn andre emner i matematikk, samtidig som det er et ekstra fokus på algebra i norsk skole. Derfor er det interessant å se på om algebra er vanskelig i forhold til differensiering også. Studien fokuserer på differensiering i lærestoff, oppgaver og eksempler gjennom nivå, bredde og tempo, og læringsstilene auditiv, visuell og taktil. Studien prøver å gi svar på hvordan differensieringen i nye læreverk på 8. trinn blir oppfattet og praktisert, og ser på følgende forskningsspørsmål med underspørsmål:

Hvordan legger læreverkene Nummer 8 og Maximum 8 opp til differensiering i algebra?

Hvilke forskjeller er det mellom læreverkene?

Hvilke erfaringer har lærere på ungdomstrinnet med differensieringen i algebrakapittelet til Nummer 8 og Maximum 8?

Hvordan benytter lærere i ungdomsskolen seg av differensieringen i læreverkene?

I denne studien har det blitt gjennomført en lærebokanalyse av de to nye læreverkene basert på de ulike differensieringsmetodene, men også basert på teori om generaliseringsoppgaver som dekker differensiering innenfor nivå og ulike læringsstiler (Friel & Markworth, 2009; Lee & Freiman, 2006; Zazkis & Liljedahl, 2002) og teori om transformasjon fra aritmetikk til algebra, som ser på nivå innenfor algebraisk tenkning og resonnement knyttet opp mot læringsstiler (Dekker & Dolk, 2011; Britt & Irwin, 2007), samt annen teori. I tillegg til lærebokanalyse har det blitt gjennomført intervju av totalt 3 lærere fra to skoler i Trøndelag, en skole for hvert læreverk. Lærerne ble intervjuet individuelt for å avdekke sider ved praktisering og erfaringer av differensieringen i læreverkene, men også to og to i gruppe for å samtale om differensiering i konkrete eksempler, oppgaver og lærestoff.

Første sentrale funn fra studien er forskjellen på nivådifferensiering og nivådeling, og at det er viktig med et tydelig skille mellom disse begrepene for å differensiere rett ved bruk av fargekoder i oppgaver. Begrepet *indre nivådeling* i tillegg til nivådifferensiering har derfor blitt innført og har sammenheng med transformasjoner i fagstoffet. Et annet funn er forskjellen mellom generalisering fra aritmetikk til algebra og fra visuelle representasjoner til algebra. I tillegg er det et spørsmål som man også kan stille seg, og det er i hvor stor grad et læreverk skal trekke inn forhåndsdifferensiert materiale og legge føringer på differensiering som læreren kanskje er den beste til å planlegge og innføre for elevene.

Summary

This is a case study is looking at different aspects on how algebra is being differentiated in two new textbooks in mathematics that is used in lower secondary school in Norway. Algebra, as a subject, is being understood as more difficult and abstract than other subjects in mathematics, and has an extra focus in the Norwegian school system. Therefore, it is interesting to see if algebra also is difficult when related to differentiation. This research focuses on differentiation in instruction, exercises and examples based on quantitative differentiation (learning levels, breadth and pace) and auditory, visual and tactile learning styles. This research will try to give an answer to how differentiation in new textbooks, used in lower secondary school, will be perceived and practiced, and will give insight to the following research questions, with subordinate questions:

How is the textbooks Nummer 8 and Maximum 8 relative to differentiation in algebra?

What differences is it between the textbooks?

What sort of experiences has teachers with the differentiation of algebra in Nummer 8 and Maximum 8?

How will teachers in lower secondary school make use of the differentiation in the textbooks?

In this research there is completed a textbook analysis for the two new textbooks, based on the different differentiation methods. It is also based on theory of generalization tasks that cover differentiation within learning levels and different teaching styles (Friel & Markworth, 2009; Lee & Freiman, 2006; Zazkis & Liljedahl, 2002) and theory of transformation from arithmetic to algebra , which looks at levels within algebraic thinking and reasoning related to learning styles (Dekker & Dolk , 2011 ; Britt & Irwin, 2007) , as well as other theories. In addition to textbook analysis, the interviews were made with three teachers from two schools in Trøndelag, a school for each textbook. All teachers were interviewed individually, to uncover aspects of the practice and experience of differentiation in the textbooks, but also two and two in groups to talk about differentiation in concrete examples, tasks and instruction.

First key findings from the research is the difference between the terms differentiation in learning levels and divided levels, and the importance of a clear distinction between these concepts to make use of differentiation in the right way with color codes in tasks. The term internal divided levels in addition to differentiation in learning levels is therefore introduced and is related to the transformations in the subject matter. Another finding is the difference between generalization from arithmetic to algebra and from visual representations to algebra. In addition, there is a question to ask, and that is how much pre-differentiated material a textbook should include and decide for the teacher, who might be the best to plan and introduce differentiation to the students.

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Elevenes prestasjoner i matematikk, spesielt innenfor emneområdet algebra, har de siste årene fått mye oppmerksomhet i media og i skolepolitikken. Er det fordi norske elever gjør det så bra? Nei, overskriftene i landets aviser og nettartikler sier dessverre noe annet: «*Algebrakrise i norsk skole*» (Grinde, DN, 2012), «*Derfor er norske 15-åringer så dårlige i matte*» (Ertesvåg, Lund og Laustsen, VG, 2013), «*Plusser på med algebra*» (Ertesvåg, VG, 2013), «*Norske elever er dårligst i Europa på algebra*» (Svarstad, Aftenposten, 2012) og «*Framgang, men langt fram*». Siste overskrift er tittelen på en vitenskapelig rapport, som ble skrevet på bakgrunn av resultatene fra TIMMS i 2011. Her poengterer Grønmo, Onstad, Nilsen, Hole, Aslaksen og Borge (2011, s. 25) følgende om prestasjonene i algebra på 8. trinn:

> *Det som kjennetegner det norske resultatet i begge disse sammenligningene, er at norske elever presterer markant lavere enn de andre landene på områdene Algebra og Geometri, og aller svakest i Algebra. Resultatet for de norske elevene på området Algebra utmerker seg internasjonalt som spesielt svakt. Av de landene som deltok på 8. trinn i 2011, var det bare typiske utviklingsland, med en helt annen ressurssituasjon enn Norge, som lå på eller i underkant av det norske nivået på dette emneområdet.*

Matematikk og spesielt algebra har etter de svake prestasjonene på internasjonale prøver blitt et satsningsområde i norsk skolepolitikk, og man har i senere tid jobbet for å videreutdanne matematikklærere for å bli bedre rustet til å gi elevene god undervisning og kompetanse i matematikk. I tillegg har det kommet reviderte læreplaner i matematikk og i veiledningen (2013) til den nyeste læreplanen står det at:

> *Internasjonale undersøkelser, f.eks. TIMMS, viser at norske elever presterer under gjennomsnittet i tallforståelse og algebra. Derfor er hovedområdet tall og algebra styrket i den reviderte læreplanen i matematikk samtidig med en tydeliggjøring av de grunnleggende ferdighetene.*

Det snakkes mye om elevenes prestasjoner i matematikk, og det er viktig. I algebra ønsker politikerne å skape et løft i norsk skole, men spørsmålet blir på hvilken måte dette skal skje. Forskning viser til at algebra støter på ulike problemer i skolen når det gjelder sammenhengen mellom det abstrakte og det konkrete/hverdagslige, rettferdig undervisning som oppleves relevant og meningsfull for alle, samt utfordringer ved kognitiv læring og forholdet mellom algebra og aritmetikk (Stacey, Chick og Kendal, 2004, s. 2). Som et ledd i løsningen av disse problemene kreves det blant annet kreative og etablerte undervisningsmetoder, som ivaretar elevenes ulike styrker, evner og interesser. En slik undervisning som skal favne alle elvene må tilpasses den enkelte, ved at de får arbeide med et differensiert lærestoff ut fra egne interesser, forutsetninger, læringsstiler og nivå (Tomlinson, 2001; Gundem, 1983; Haug & Bachmann, 2006, 2007; Strandkleiv & Lindbäck, 2004). Med lærestoff menes her tekstavsnitt i en lærebok, eventuelt med innslag av figurer, formler og regning, som innfører eller utdyper et matematisk tema.

Etter at jeg var ferdig med det første året som lærer i norsk ungdomsskole, var det spesielt en ting jeg opplevde som en utfordring i lærergjerningen, og det var å kunne planlegge gode differensierende opplegg i algebra, som favnet alle elevene. Dette gjelder ikke bare undervisningsopplegg men også elevenes arbeidsoppgaver. For at elevene skal oppleve fremgang og mestring i algebra, er det viktig med god differensiering i både undervisning og læreverk. Elevene er ulike som personer og de lærer ulikt. Noen tar ting lett og vil jobbe selvstendig, noen trives med tavleundervisning, noen trenger konkreter, noen jobber sakte, andre jobber fort, noen er avhengige av eksempler, andre foretrekker samarbeid osv. Derfor er det ikke bare oppgavene og undervisningen som bør ha tilknytning til differensiering, men også resten av innholdet i læreboka til elevene, som hovedsakelig er eksempler og lærestoff. På bakgrunn av dette har jeg motivasjon til å undersøke hvor stor plass differensiering og tilpasset opplæring har i dagens skole og i dagens læreverk, når det gjelder undervisning og opplæring i algebra.

1.2 Forskningsspørsmål og metode

På bakgrunn av dette ønsker jeg i denne casestudien å se nærmere på to nye læreverk i matematikk på 8. trinn som følger den reviderte læreplanen fra 2013. Jeg vil undersøke hvor stor plass differensiering har i disse med tanke på algebra, og prøve å gi et svar på hvordan denne differensieringen er god eller dårlig. Første forskningsspørsmål med tilhørende underspørsmål er derfor:

Hvordan legger læreverkene Nummer 8 og Maximum 8 opp til differensiering i algebra?

Hvilke forskjeller er det mellom læreverkene?

Gjennom det første hovedspørsmålet ønsker jeg å få et innblikk i om læreverkene har et forhåndsdifferensiert innhold og gi et svar på om dette innholdet differensierer på den god måte eller ikke, men også se etter annet innhold som differensierer eller kan legge til rette for en alternativ differensiering, som læreverket kanskje ikke har tenkt på. Underspørsmålet fokuserer på forskjeller mellom læreverkene, og det mest sentrale her er å se etter forskjeller i læreverkenes tilnærming til differensiering i algebra. Andre elementer som er sentrale når det snakkes om forskjeller i differensiering er oppgavetyper, eksempler og lærestoff, men også forskjeller ved hvordan algebra innføres av læreverkene. Grunnen til at jeg har valgt to læreverk er fordi jeg da kan sammenligne både matematikk og differensiering. To læreverk er sjeldent like i stilen, og dette kan legge grunnlag for større innsikt og forståelse for differensiering, som ikke ville ha dukket opp ved analyse av kun ett læreverk. Forskjeller og likheter i læreverkene kan også danne grunnlag for en rikere analyse og diskusjon. Flere enn to læreverk ville ha blitt for omfattende for denne studien. Dessuten er det snakk om relativt nye læreverk, og derfor er det få skoler som har begynt å bruke dem. I arbeidet med å besvare det første forskningsspørsmålet har jeg valgt å se på læreverkene Nummer 8 og Maximum 8. Begge læreverkene er ganske nye (2014 og 2013), kom ut med ett års mellomrom og fremstår ulike både med tanke på matematisk innhold og differensiering. En av forfatterne av Nummer 8 sier blant annet at læreverket har et tydelig fokus på å gi elevene større algebraforståelse og matematikkompetanse (Hole, 2013).

Jeg ønsker i denne studien å fremlegge en grundig analyse av begge læreverkene og se på hvordan de differensierer innholdet i kapittelet som omhandler tall og algebra. Begge læreverkene har også et avsnitt om likninger, men jeg har valgt å utelate dette avsnittet fra analysen, fordi jeg mener jeg får et godt nok innblikk og analysemateriale fra de sidene som ser på det grunnleggende ved tall og algebra. Dessuten viste det seg at bare skolen som brukte Maximum 8 hadde rukket å gå gjennom delen om likninger. I analysedelen ønsker jeg spesielt å se på differensiering i eksempler, introduksjon til nye emner, lærestoff, oppgaver og andre opplegg eller aktiviteter som læreverket inneholder.

Gjennom dette materialet vil mine subjektive vurderinger og tanker om differensieringen komme fram, men for å få en rikere diskusjon og en mer objektiv analyse, har jeg også valgt å trekke inn intervju av lærere som har brukt og bruker læreverket i sin undervisning. På bakgrunn av mitt eget analysemateriale har jeg utarbeidet en intervjuguide og gjennomført intervju av tre lærere (to lærere som bruker Maximum 8, og en lærer som bruker Nummer 8). I tilknytning til intervjuene og datamaterialet fra disse har jeg valgt å ta med enda et forskningsspørsmål med tilhørende underspørsmål i studien:

Hvilke erfaringer har lærere på ungdomstrinnet med differensieringen i algebrakapittelet til Nummer 8 og Maximum 8?

Hvordan benytter lærere i ungdomsskolen seg av differensieringen i læreverkene?

Ved hovedspørsmål nummer to ønsker jeg å få innblikk i hvilke tanker lærerne har om differensieringen i læreverkene, ettersom de har brukt læreverket i egen undervisning og antakeligvis har drevet former for differensiering i klasserommet. Om de har brukt læreverket i differensieringen eller ikke er det derfor interessant å få svar på, og eventuelt innblikk i hvorfor dette fungerer eller ikke, og om det er noe som oppleves som utfordringer knyttet til differensiering i algebra.

1.3 Teori, analyse og oppbygning

Det viser seg at det finnes mye forskning om differensiering og tilpasset opplæring i dag. Det finnes også mye forskning innenfor emneområdet algebra, men først og fremst om matematiske aspekter. Forskning om differensiering i algebra er derimot en sjeldenhet, og det er kanskje en grunn til det? Algebra knyttes ofte til bokstavregning og som noe abstrakt (Rinvold, 2010), og det er kanskje vanskelig å se for seg hvordan algebra kan differensieres i det hele tatt, utenom nivådifferensiering i oppgaver. Jeg har derfor sett på hva slags matematikk som behandles i algebra og i læreverkene, og knyttet dette opp mot tre av læringsstilene vi kjenner til (Jensen, 2003). Deretter har jeg funnet artikler og forskning som fokuserer på emner innenfor algebra knyttet opp mot enkelte læringsstiler. I tillegg har jeg trukket inn forskning om ulike differensieringstyper (Skaalvik & Fossen, 1995; Strandkleiv & Lindbäk, 2004; Tomlinson, 2001). Dette med mer danner grunnlaget for mitt teorimateriale når det kommer til algebra og differensiering.

Når det gjelder analyse av læreverk og datamateriale har jeg fokusert mest på differensieringen i eksempler, oppgaver, oppgavetyper og annet lærestoff i algebra. Et nyttig verktøy i forhold til klassifisering og analyse av oppgavene har vært modellene som ble brukt i studien til Rubenstein, Gilson, Bruce-Davis og Gubbins (2015). De trekker blant annet fram differensierings- og instruksjonsmodellen til Tomlinson (2014) inkludert verktøyet kalt *The Equalizer*, som jeg selv har brukt en del. I tillegg har jeg brukt teori om generaliseringsoppgaver (Friel & Markworth, 2009; Lee & Freiman, 2006; Zazkis & Liljedahl, 2002) og teori om transformasjon fra aritmetikk til algebra (Dekker & Dolk, 2011; Britt & Irwin, 2007).

I fortsettelsen vil jeg i kapittel 2 presentere teorimaterialet som begynner med å definere tilpasset opplæring og differensieringsbegrepet, samt ulike differensieringstyper og læringsstiler. Deretter presenterer jeg ulike teorier om algebra og læringsstiler som kan legge grunnlag for analyse av differensiering i oppgaver, eksempler og lærestoff. Så presenteres ulike differensieringsmodeller og teorier for analyse av bakgrunnsstoff og oppgaver i matematikk.

I kapittel 3 ser jeg på valg av metode i min studie, hvilket forskningsdesign studien har og begrunnelse for dette, begrunnelse for valg av læreverk og metode for innsamling av data med fokus på intervjuguide og gjennomføring av intervju. Deretter vil jeg gjøre rede for analysen av læreverkene og datamaterialet, og for forskningsetikk, validitet og reliabilitet.

I kapittel 4 kommer analysen av læreverkene og analysen av datamaterialet fra intervjuene. Her vil jeg blant annet ta utgangspunkt i konkret lærestoff og konkrete oppgaver og eksempler fra læreverkene, for lettere å kunne vise til differensieringen som blir gjort og knytte dette opp mot teorigrunnlaget mitt. Deretter vil jeg i kapittel 5 diskutere funnene fra min egen analyse av læreverkene og analysen av intervjuene, og avslutningsvis drøfte resultatene fra studien og hva det betyr for meg selv og andre. Her vil jeg også drøfte forskningsspørsmålene og komme med tanker om videre undersøkelse av temaet differensiering i algebra. I kapittel 6 vil jeg komme med noen didaktiske refleksjoner hvor jeg diskuterer lærernes opplevelser og erfaringer av differensieringen i læreverkene opp mot mine egne tanker om dette. Studien avsluttes med et oppsummerende avslutningskapittel.

2. Teoretisk rammeverk

2.1 Differensieringsbegrepet

Den nyeste læreplanreformen kalles for *Kunnskapsløftet* (2006), og skal blant annet bidra til å styrke elevenes grunnleggende ferdigheter gjennom å tilpasse og differensiere opplæringen ut fra den enkeltes forutsetninger og behov (Dale, Wærness og Lindvig, 2005, s. 6). Skal vi som nasjon skape et kunnskapsløft i norsk skole, må vi først og fremst gi elevene med svakere ferdigheter et løft. Dette kan lykkes ved at opplæringen tilpasses hver enkelt elev gjennom å differensiere undervisning, arbeidsmåter og oppgaver (Dale, Wærness og Lindvig, 2005, s. 10). Gjennom å differensiere opplæringen bidrar læreren til at elevene eller elevgruppene får forskjellig undervisning. Differensiering betyr nettopp å gjøre forskjell og elevene blir på en måte forskjellsbehandlet med hensyn til undervisning og opplæring. Men forskjellsbehandlingen skjer med god hensikt, selv om differensieringen bidrar til å utjevne eller forsterke forskjellene mellom elevene (Dale, Wærness og Lindvig, 2005, s. 27).

Differensieringen skal ikke bare føre til forskjeller mellom elever, men også legge til rette for at de kan føle mestring og få bekreftelse på at de utvikler seg gjennom utfordringer på sitt eget nivå. Et klasserom som differensierer effektivt, sørger derfor for at alle elever kan oppleve mestring og lærelyst, samtidig som de får mulighet til å utvide egen kunnskap og egne ferdigheter ut fra sitt eget faglige ståsted og nivå (George, 2005, s. 188). Differensieringen innebærer også at læreren planlegger undervisning, arbeidsmåter og oppgaver slik at det favner alle elevenes læringsbehov. Dette betyr ikke å gjøre kompromiss ved å gjennomføre samme tilnærming for alle elevene, men at differensieringen åpner opp for at elevene kan følge egne læringsløp. Læringsløpene bør ikke inneholde for mye *kvantitativ differensiering* ved at noen får mer å gjøre og noen mindre innenfor et tema, men derimot *kvalitativ differensiering* som innebærer at man går mer i dybden på et tema i stedet for å drive mengdetrening på noe man allerede kan (Tomlinson, 2001, s. 4).

2.2 Tilpasset opplæring

Differensiering og tilpasset opplæring opptrer ofte sammen, men det er viktig å kunne skille mellom begrepene, eller se sammenhengen mellom dem. Haug og Bachmann (2007) trekker fram at tilpasset opplæring handler om oversikt, struktur og progresjon på innhold og tema, noe som innebærer at elevene får kjennskap til gode læringsstrategier, varierte arbeidsmetoder og oppgaver på eget nivå, og at de får jobbe selvstendig og i samarbeid med andre. Dette samstemmer med det Dale (2004) trekker fram om høy grad av mestring gjennom oppgaver på et lavere ferdighetsnivå. Han sier at: «*Prinsippet om tilpasset opplæring tilsier at det blir viktig at alle elever arbeider med oppgaver der de erfarer at de mestrer noen av læreplanmålene*» (2004, s. 9). Han påpeker også at en tilpasset opplæring som ikke inkluderer muligheten for å samarbeide med andre elever og delta i en samhandlingsprosess er kritikkverdig, siden læring som lagarbeid krever sosial tilpasning (s. 11).

Botten, Daland og Dalvang (2008) mener at samarbeid og aktiviteter har fått større plass i lærebøkene de siste årene, men at også en mer ekstrem differensiering gjør seg gjeldende, ved at elever deles inn i nivågrupper basert på elevenes prestasjoner og forutsetninger. På den måten blir den tilpassede opplæringen mindre inkluderende for alle elevene (s. 23). Det skal presiseres at slike nivågrupper ikke er lovlige hvis de er en del av en permanent løsning. I opplæringsloven for norsk grunnskole og videregående opplæring (§8-2) står det at organiseringen til vanlig ikke skal deles inn etter elevenes faglige nivå, kjønn eller etnisitet.

Selv om lærebøker har fokusert mer på samarbeid og aktiviteter for fellesskapet i tilpasset opplæring sier Kristensen (2008) at den tilpassede opplæringen har blitt ekskluderende på andre punkter også. Han trekker fram at:

> «*Felles for mye av den tilpassede opplæringen som gjøres i dag er et sterkt fokus på individet. Hver elev får egne oppgaver, egne mål, egne arbeidsplaner eller jobber på egne steg. Dette høres i utgangspunktet fint ut. Men er vi så sikker på at denne individualiseringen er så bra for eleven? Berg og Nes skriver i [2]: Ofte blir tilpassa opplæring oppfatta som einstydande med individualisering og differensiering, noko som kan føre til både ei sosial og ei fagleg fragmentering; alle driv med sitt. Men ei slik praktisering av opplæringstilpassing strir mot kravet om at læringsmiljøet skal vere inkluderande.*» (s. 2).

2.3 Forholdet mellom differensiering og tilpasset opplæring

Dale og Wærness sier at: «*Differensieringen kan forstås som et virkemiddel for tilpasset opplæring*» (2003, s. 32). Det vil si at resultatet av differensieringen blir en tilpasset opplæring for hver enkelt elev, så langt dette er mulig. Likevel kan differensiering og tilpasset opplæring være noe uavhengige av hverandre, for der hvor tilpasset opplæring er opptatt av elevenes forutsetninger og behov, så er differensieringen opptatt av skolens forutsetninger og muligheter til å skape forskjeller (Dale, Wærness og Lindvig, 2005, s. 32). Forskjellene knyttes opp mot ulike læringsarenaer, læringsstiler, arbeidsmetoder og vurderingsformer. Men der hvor kravene og forventningene til mestring blir for store, kommer den tilpassede opplæringen inn som et viktig *justerende* moment i den differensierte opplæringen, slik at opplæringen også ivaretar elevenes forutsetninger. Sett under ett utfyller differensiering og tilpasset opplæring hverandre på en god måte (Dale, Wærness og Lindvig, 2005, s. 82). Differensieringens prinsipp blir å legge til rette for en opplæring hvor alle elever kan oppleve og erfare mestring gjennom varierte læringsarenaer og arbeidsmetoder (Dale, Wærness og Lindvig, 2005, s. 33).

2.4 Ulike differensieringstyper

2.4.1 Organisatorisk og pedagogisk differensiering

I en differensiert opplæring kan man skille mellom det organisatoriske og det pedagogiske. Den organisatoriske differensieringen innebærer en endring i klasseromsstrukturen og elevgruppen, ved at enkeltelever eller mindre elevgrupper undervises for seg over en periode. Differensieringen bidrar på denne måten til å gjøre forskjell mellom undervisningen som blir gitt til klassen og undervisningen som blir gitt til enkeltelevene eller elevgruppen (Skaalvik & Fossen, 1995, s. 49). Den pedagogiske differensieringen går derimot på det som har med fag å gjøre og det som kan knyttes til selve undervisningen. Det innebærer at alle elevene i klassen blant annet får forskjellig fagstoff, arbeidsoppgaver og arbeidsmengde av læreren (Skaalvik & Fossen, 1995, s. 49). Strandkleiv og Lindbäk (2004) definerer pedagogisk differensiering slik: «*En pedagogisk differensiering av innholdet i opplæringen innebærer at elevene møter oppgavene og utfordringene i læringsarbeidet på ulike måter, men innenfor rammene av den ordinære opplæringen*».

2.4.2 Tempo-, bredde- og nivådifferensiering

Den pedagogiske differensieringen kan deles opp i flere underkategorier. *Tempodifferensiering* handler om at elevene arbeider med et tema eller fagstoff i ulikt tempo. Hvordan tempodifferensieringen utarter seg har sammenheng med lengden på perioden den benyttes over. Tempodifferensiering over lengre perioder kan gå over til å bli nivådifferensiering, mens differensiering over korte perioder kan sammenlignes med breddedifferensiering (Skaalvik & Fossen, 1995, s. 50). Gundem (1983) presiserer at innenfor tempodifferensiering er det den avsatte tiden til å arbeide med fagstoff som varierer, mens mål, fagstoff og emner er det samme for alle elevene (s. 289).

B*reddedifferensiering* handler om at elevene jobber med ulikt antall kunnskaper innenfor et emne, noen jobber med flere (bred tilnærming) og noen jobber med færre (smal tilnærming) (Skaalvik & Fossen, 1995, s. 51). Gundem (1983, s. 292) trekker fram resultater fra Bloom et al. (1971) som viser at fokus på tempo- og breddedifferensiering i kombinasjon med andre differensieringsmåter kan føre til at ulike elever når de samme målene og mestrer det samme fagstoffet.

Den tredje underkategorien er *nivådifferensiering*, som hovedsakelig innebærer at elevene jobber med oppgaver eller fagstoff på ulike nivå fra samme tema eller emne (Skaalvik og Fossen, 1995, s. 51). Hvordan elevene fordeles i forhold til nivå kan bestemmes ut ifra tidligere karakterer og tester av ulike slag (Gundem, 1983, s. 289). Å differensiere etter nivå er en måte å tilpasse opplæringen på, og Dale (2004) sier at dette kan føre til at elever vil erfare høy grad av mestring gjennom oppgaver på et lavere ferdighetsnivå, som videre fører til at de erfarer oppnåelse av læringsmål eller kompetansemål (s. 9). Nivådifferensiering kan også knyttes til organisatorisk differensiering, og dette skjer ved at det enkelte steder opprettes nivågrupper ut fra elevenes prestasjoner i faget i kortere eller lengre perioder, men ikke som en permanent løsning. En slik organisert nivådifferensiering sammenlignes også med lærebøker som har ulike spor eller fargekoder som elevene deles inn etter (Botten, Daland og Dalvang, 2008, s. 23-24) (Dale og Wærness, 2003, s. 91). Kristensen (2008) kritiserer en slik nivådifferensiering siden elevene ofte følger arbeidsplaner med ulike oppgaver, hvor få oppgaver er felles for alle sporene eller løypene. Derfor blir det en utfordring for læreren å ha felles oppsummeringer og diskusjoner i klassen (s. 2). Det siste avsnittet om organisatorisk differensiering og differensiering som fører til at elever jobber med ulikt stoff, havner innfor begrepet nivådeling. Tidligere var nivådeling mer fremtredende i Norge ved at det fantes egne skoler med et større faglig nivå for barn fra privilegerte familier, men vi har det også i dag ved at elever på videregående skole kan velge ulike retninger (S, T, P, R) innenfor matematikk utfra hvilken faglig retning de tar videre. Dette er ikke differensiering, men nivådeling siden elevene jobber med ulike emner.

2.4.3 Kvantitativ og kvalitativ differensiering

Differensiering handler om å skape forskjeller i klasserommet og undervisningen, og den kan deles inn i to kategorier – *kvantitativ* og *kvalitativ differensiering*. Kvantitativ differensiering innebærer å gjøre forskjell med hensyn til kvantitet i undervisningen. Det vil si at mengden oppgaver og lærestoff reguleres for den enkelte elev ut fra elevens arbeidskapasitet og forutsetninger. Den kvalitative differensieringen går ikke på kvantitet, men skal bidra til at elevene får oppgaver og lærestoff på sitt eget nivå, og dette innebærer at elevene jobber med de samme emnene, men med ulike vanskelighetsgrader. Ved å drive kvalitativ differensiering kan lærestoff og oppgaver forenkles og utdypes etter elevenes behov, i tillegg til å legge til rette for ulike og tilpassede arbeidsmåter (Strandkleiv og Lindbäck, 2004). Kvantitativ differensiering ligger på en måte i horisontalplanet (tempo og mengde), mens kvalitativ differensiering ligger i vertikalplanet (dybde, bredde og nivå). Likevel skal man ikke lage for tydelige skiller her, for som Dale og Wærness (2005) påpeker, så er overgangen flytende mellom kvantitativt og kvalitativt. Strandkleiv og Lindbäk (2004) sier også at de ulike differensieringsformene må ses i sammenheng og kombineres på riktig måte.

Tomlinson (2001) trekker fram at mange lærere antar at differensiering av lærestoff handler om å gi noen elever mer å gjøre, og andre elever mindre. Dette er kvantitativ differensiering, men støter på problemer der denne differensieringen ikke har noen hensikt, og heller skulle vært byttet ut med en kvalitativ differensiering. Tomlinson beskriver problemet ved å bruke et konkret eksempel fra en undervisningssituasjon: «*If writing one book report is "too easy" for the advanced reader, doing "twice as much" of the same thing is not only unlikely to remedy the problem, but it could also seem like punishment. A student who has already demonstrated mastery of one math skill is ready to stop practice related to that skill and begin practice in a* *subsequent skill. Simply adjusting the quantity of an assignment will generally be less effective than adjusting the nature of the assignment to match student needs as well»* (s. 4).

En annen side ved kvantitativ og kvalitativ differensiering er emneinndelingen i lærebøker. Noen lærebøker følger spiralprinsippet og repeterer mye hvert år samtidig som man går noe videre. Dette er en form for kvantitativ differensiering med mange emner på hvert år. Andre lærebøker tar for seg færre emner hvert år og repeterer mindre på hvert trinn, og dette kan sammenlignes med kvalitativ differensiering. Botten, Daland og Dalvang (2008) nevner Ollertons (2003) artikkel om matematikklæring, og trekker fram hans tanker om at det er viktig å utvikle en emnebasert undervisningsplan hvor man analyserer og reflekterer over innholdet i emnene og trekker utviklingslinjer mellom dem. En slik plan vil bryte med spiralprinsippet, men har som mål å bidra til en interessant, meningsfull og inkluderende matematikk for alle elevene (s. 26).

2.5 Læringsstiler

Gjennom differensiering og tilpasset opplæring legges det til rette for at den enkelte elev kan arbeide med fagstoff på eget nivå og gjennom varierte arbeidsmåter som passer eleven godt. Det er ikke nødvendigvis tilstrekkelig å drive pedagogisk og organisatorisk differensiering, men man må også tenke på hvilke læringsformer som passer elevene best. Jensen (2003) sier at kunnskaper om læringstiler spiller en viktig rolle i den tilpassede opplæringen. Elevene har ulike læringsstiler og det er ikke alle som trives i klassesammenheng og i tradisjonelle læringssituasjoner. Det kan da være nyttig å kartlegge elevenes læringsstil som utgangspunkt for en tilpasset opplæring (s. 11). Hvis ikke kan det fort ende med at en hel klasse eller gruppe får den samme undervisningen hele tiden, og siden elever har svake og sterke sider i forhold til de ulike læringsstilene, vil noen elever få stort utbytte, mens andre elever får et mindre utbytte av undervisningen (Dunn og Griggs, 2003, s. 23). Jensen (2003) trekker også fram Boströms (2001) definisjon av en læringsstil, og sier at det er: «*Hvordan en konsentrerer seg, absorberer, bearbeider og beholder ny informasjon»* (s. 16). Læringsstiler burde være et utgangspunkt for tilpasset opplæring på lik linje med andre faktorer, og differensiering ut ifra læringsstilene er ifølge Dunn og Griggs (2003) den sikreste måten å forbedre faglige prestasjoner på i dagens skole (s. 343). De ulike læringsstilene er auditiv, visuell, taktil og kinestetisk.

2.5.1 Auditiv læringsstil

Personer med sterke sider innenfor det auditive lærer mye gjennom det som kan høres. De liker å prate og diskutere og foretrekker at informasjon og veiledning gis muntlig. De er gode lyttere og prøver å huske det som blir sagt og bearbeide det ved å snakke sammen. Gruppearbeid er ofte en god arbeidsform for de auditive (Dunn & Griggs, 2003, s. 19). Farwell presiserer også at auditive personer stort sett har størst utbytte fra tradisjonell undervisning gjennom at lærer presenterer fagstoff gjennom å snakke til elevene. Dette vil forsterkes hvis læreren selv har sterke auditive sider og liker å snakke og diskutere i klasserommet (Jensen, 2003, s. 27). En auditiv person som også har analytiske trekk kan huske ved å si ord og tall høyt for seg selv (s. 22)

2.5.2 Visuell læringsstil

Personer som har sterke visuelle egenskaper lærer mye gjennom det de ser: «*Show me and I'll understand*» (Farwell). Dette trenger ikke bare være gjennom farger, bilder, figurer, film og video, men kan også være gjennom tekst ved at man husker ved å «fotografere» det som står skrevet. Der auditive foretrekker muntlige instruksjoner vil visuelle foretrekke skriftlige instruksjoner og presentert fagstoff som inneholder punktene over. Tankekart og hukommelseskart er nyttige verktøy for en visuell person (Jensen, 2003, s. 20). En analytisk og visuell person vil huske gjennom å lese, se og observere. En holistisk og visuell person vil huske gjennom synlige hendelser og multimedia (s. 22). En visuell lærer vill gjerne bruke visuelle illustrasjoner i undervisningen, og har lett for å trekke inn figurer, tankekart, bilder og film i undervisningen (s. 27).

2.5.3 Taktil læringsstil

De som er taktile lærer gjennom å holde på med noe konkret, spesielt gjennom å bruke hendene. Her kommer konkreter i undervisningen til stor nytte og også data, spill og kort kan benyttes. Taktile personer kan også ha utbytte av å visualisere ved å male, tegne eller notere (Jensen, 2003, s. 20). En taktil og analytisk person husker gjennom bevegelse, mens en taktil og holistisk person husker ved å skissere og tegne eller ved å lage hukommelseskart, som er en visuell måte å notere på (s. 22, 44). Lærere som har taktile trekk bruker gjerne spill, konkreter og data som et ledd i undervisningen (s. 27).

2.6 Differensieringsmetoder i matematikk og algebra

2.6.1 Differensiert matematikkpensum

Rubenstein et al. (2015) har sett på læreres reaksjoner på differensiert og beriket matematikkstoff i undervisningen. De trekker fram at elevenes ulike ferdigheter og nivå i matematikk ofte blir tatt hensyn til ved at de blir plassert i ulike spor. I elevgrupper hvor dette ikke skjer, beviser forskning at gruppens totale nivå eller ferdigheter i matematikk faller, eller at de svakeste elevene får problemer. For å ta vare på elevenes ulike ferdigheter og nivå i matematikk har differensiering innad i klasserommet blitt lagt fram som en løsning. Hvordan differensiering blir lagt opp av lærere og hvilken effekt dette har på elevenes læring i matematikk finnes det ifølge Rubenstein et al. (2015) lite svar på i dagens forskning. Hva det vil si å differensiere i matematikk er heller ikke forstått likt av alle og mange resultater fra forskning dokumenterer problemer med, eller fravær av differensiering i homogene klasserom (s. 142). Har ikke lærere tilstrekkelig kunnskap om differensiering i matematikk og om hvordan de skal legge til rette for flinke elever, kan det ende med at elevene ikke får de utfordringene de trenger, og at man heller tyr til morsomme aktiviteter i stedet for fordypende fagstoff (s. 143).

2.6.2 Bruk av konkreter

Rinvold (2010) har arbeidet med konkreter i læring av algebra og trekker fram at mange elever forbinder algebra med bokstavregning. Han mener at algebra dypest sett handler om visjon og generelle fenomener og at det er mulig å tenke algebra uten bokstavregning. Han viser til at konkreter kan brukes i forbindelse med tallmønster og figurmønster for å skape mening og motivasjon, og presiserer at det må knyttes forbindelser mellom det visuelle og verbale for å bygge opp algebraisk tenkning (s. 7-8). Kablan (2014) har sett på effekten av manipulativer i matematikk og skiller i hovedsak mellom det konkrete og abstrakte i sin undersøkelse. Manipulativer har sammenheng med konkrete erfaringer, mens det abstrakte ofte er knyttet til foredrag og oppgaver. I undersøkelsen kommer han fram til at elever med enkelte læringsstiler har utbytte av manipulativer i matematikkundervisningen. Det viser seg at bruk av konkreter er gunstig for elever som transformerer fra det konkrete til det abstrakte. I lys av arbeidet til Rinvold og Kablan kan det sies at konkreter spiller en rolle i en differensiert matematikkundervisning.

2.6.3 Visualisering

Rinvold (2010) var inne på at mange elever forbinder algebra med bokstavregning og som noe abstrakt. Noen elever kan likevel ha behov for å konkretisere, mens andre kan ha behov for å visualisere. Maida (2004) har undersøkt matematikkundervisning på mellomtrinnet, og tar for seg forståelse av algebra. Hun trekker fram at elever som begynner med algebra fra et aritmetisk ståsted ofte finner innholdet forvirrende og skremmende. Det er derfor viktig at elevene allerede på et tidlig stadium lærer å visualisere og trekke ulike linjer mellom det visuelle og det matematiske. En figur eller en konkret trenger ikke nødvendigvis forestille ett tall eller én enhet. Dette vil føre til at elevene motiveres til å lage egne tolkninger og representasjoner, og at de lettere vil se at noe representerer en ukjent verdi (s. 485). Rivera (2011) sier at visualisering spiller en viktig rolle i utvikling av konsepter eller prosesser, inkludert problemløsning, men at matematiske kontekster er vanskeligere å visualisere enn hverdagslige. Han skiller mellom tre ulike visuelle aktiviteter som er relevant for skolematematikken; *imaginal, formational og transformational* (s. 63-68):

> *Level 0, the first one, is imaginal. It is rooted in individual experiences and sense perception; it taps onto subjectively constructed or personally embodied images and intuitions (…) In imaginal activity, individual learners are provided with a basis in developing plausible reasoning, the domain of guessing, and creative mathematically founded reasoning (…) The second kind of visual activity is still basic but more structured than imaginals, that is, formational. Here, the "having (of) a visual experience" is a way of reifying or producing a visual analogue of mathematical objects, concepts, or processes in some structured image format (…) The third kind of visual activity is transformational, which may include either an imaginal or a formational aspect. The above situation with my Algebra 1 students and their experiences relative to the paperfolding activity in making sense of exponents and various situations involving exponents provide a good example of this transformational sense of visualizing in mathematical learning.*

Alle elever har ikke nødvendigvis behov for å visualisere, men ut ifra disse tre aktivitetene er det muligheter for å differensiere for elevene som trenger det.

2.6.4 Bruk av data i undervisningen

Blomhøj (2003) har sett på hvordan elever på videregående skole bruker avanserte matematikkprogrammer for å løse matematikkoppgaver på PC. I sin undersøkelse beskriver han tre typer elevvirksomheter – *den usikre og defensive, den løsningsorienterte* og *den reflekterende.* For *den usikre og defensive* ble datamaskinbruken en kilde til frustrasjon i stedet for en kilde til læring (s. 120). For *den løsningsorienterte* var dataprogrammene nyttige, men de førte også til kjappe og standardiserte løsninger som inneholdt lite forståelse for og refleksjon over det matematiske. Elevene uttrykte selv at datamaskinen ikke hjalp dem i læringen deres (s. 126-127). For *den reflekterende* ble dataprogrammene en nyttig kilde til refleksjon og læring. Dette krevde faglige forutsetninger som refleksjon og en evne til å stoppe opp underveis for de tingene som ikke stemte overens med egne forventninger, men også personlig engasjement og en vilje til å skape en begrepsmessig forståelse av det matematiske innholdet (s. 132-133). Konklusjonen ble at datamaskinbasert matematikkundervisning bidrar til læring for noen, men ikke for alle, og Blomhøj oppsummerer det selv slik: «*Den store spredningen med hensyn til innlæringspotensial innenfor disse virksomhetsformene tyder på at det er stort behov for å differensiere undervisningen når vi arbeider med IT i matematikkundervisningen*» (s. 136).

Pierce, Ball og Stacey (2009) har undersøkt bruken av *Computer Algebra Systems* (CAS) på ungdomstrinnene og sier som Blomhøj at høytpresterende elever i matematikk har størst utbytte av å arbeide med et slikt dataverktøy, mens det kan bli et hinder i læringen for de lavpresterende (s. 1149). De trekker fram at en styrke ved CAS er at man lett kan skifte mellom grafiske, numeriske og symbolske representasjoner. Denne muligheten kan vise seg å være verdifull som tilrettelegger for diskusjon og matematisk innsikt og tenkning (s. 1153). CAS kan også være et nyttig verktøy for å komme fram til og forstå generelle uttrykk, og å se veien fra det bestemte til det generelle (s. 1152).

2.6.5 Oppgavetyper i matematikk

Boaler (1998) stiller spørsmålstegn ved hvorfor skolematematikken ikke benyttes i dagligdagse kontekster, som om man ikke klarer å bruke matematikken man har lært på skolen i en praktisk situasjon. Dette er utgangspunktet for hennes artikkel om *åpen* og *lukket* matematikk, og er sentralt i spørsmålet om hvordan oppgavene i lærebøker er utformet for å bidra til praktisk og problemløsende kompetanse. Det kommer fram at læringsmetoder som baserer seg på standardoppgaver i lærebøker bidrar til prosessbasert kunnskap som har begrenset nytteverdi i situasjoner utenfor skolen. Blir det derimot gitt åpent, praktisk og undersøkende arbeid til elevene, som får de til å bruke kunnskapen sin, planlegge og velge egne metoder, vil dette ha flere fordeler i form av større forståelse og engasjement (s. 42). For elevene på den ene skolen ble matematikken forbundet med regler og memorering, og oppgavene læreboka fulgte alltid et eksempel eller en prosedyre. Kunnskapen var knyttet til konteksten i læreboka, men på eksamen var ikke denne kunnskapen til mye nytte (s. 56). På den andre skolen trodde elevene at suksessen på eksamen hadde sammenheng med deres ønske og evner til å møte ukjente situasjoner og avgjøre hva som skulle gjøres. De var ikke så trent i prosedyrer, men kunne forstå meningen og konteksten i oppgavene, slik at de kunne bruke matematikken de hadde lært (s. 57).

Elevene på den første skolen hadde lært mye matematikk gjennom det som Skemp (1976) definerer som instrumentell forståelse, og den andre skolen gjennom det han definerer som relasjonell forståelse. Den relasjonelle forståelsen er for Skemp sentral i matematikkundervisning, men det er ikke dermed sagt at den instrumentelle forståelsen ikke har noen nytteverdi. Instrumentell matematikk er lettere å forstå og fører raskere til mestringsfølelse og selvtillit (s. 8). Relasjonell forståelse er mer tilpasningsdyktig overfor nye og ukjente oppgaver, er lettere å huske, og er motiverende og utforskende (s. 9-10).

Instrumentell forståelse kan oppnås raskt, mens relasjonell forståelse tar tid å bygge opp, og den kan være vanskelig å oppnå for enkelte elever (s. 11).

Disse to måtene å forstå matematikk på kan knyttes opp mot oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap, som Folke Larsen, Hein og Wedege (2006) diskuterer i sin artikkel om undersøkende læringsmiljø i matematikk. Oppgaveparadigmet innebærer at læreren gjennomgår nytt stoff på tavla og at elevene deretter arbeider med oppgaver. I en slik oppgavediskurs arbeides det systematisk og oppgavene er instrumentelle, de lar ikke elevene utarbeide problemstillinger. Oppgavediskursen har ofte tre nivåer (lav, middels, høy) og kan føre til differensieringsproblemer når elevene arbeider på forskjellige steder og skal gjennomgå felles stoff. Tekstoppgaver kan også være et problem her, siden elevene ikke er trent i avkoding av teksten, men er vant til «lukkede og instrumentelle» oppgaver (s. 10). I et undersøkelseslandskap er derimot læreprosessen styrt av undring og utforskning. Arbeidet er preget av en undervisning som ikke er opptatt av fasit, men som inviterer til dialog og diskusjon (s. 11). Dette er i tråd med problemløsningsoppgaver som Björkqvist (2003) har sett nærmere på. Et matematisk problem er en matematisk oppgave hvor den innledende fasen er åpen, hvor man ikke helt vet hvilken løsningsmetode som skal brukes (s. 54). Problemløsning innebærer som regel ikke en bestemt løsning eller fasit, men går ut på å lete etter en eller flere løsninger og reflektere underveis (s. 62). Björkqvist nevner også *rike* oppgaver, som bidrar til begrepslæring, knytter sammen matematiske og hverdagslige kontekster og gjør det mulig å lage egne problemstillinger på en motiverende måte (s. 66).

2.7 Analyse av differensiering i matematikkoppgaver

2.7.1 Oppgaver med generalisering

Matematikkoppgaver i algebra som inneholder generalisering baseres som regel på mønster i figurfølger, tallrekker og lignende. Å begrunne eller resonnere algebraisk handler ifølge Friel og Markworth (2009) om å utforske og generalisere mønster og matematiske ideer gjennom samtale og argumentasjon og ved å uttrykke dem formelt. Sammenhenger mellom tall og geometriske mønster kan beskrives med ord, tabeller, grafer og symboler. Det trekkes fram at: «One guideline that highlights figural reasoning, involves describing the shapes succinctly with words in such a way that someone who has not seen them will be able to duplicate the sequence» (s. 27). At noe er figurativt forklares med at det er en sammenheng mellom objekter og egenskaper til objekter, men selv om oppgaver vektlegger figurative resonnementer går de fort over til å stille *hvor mange – spørsmål*:

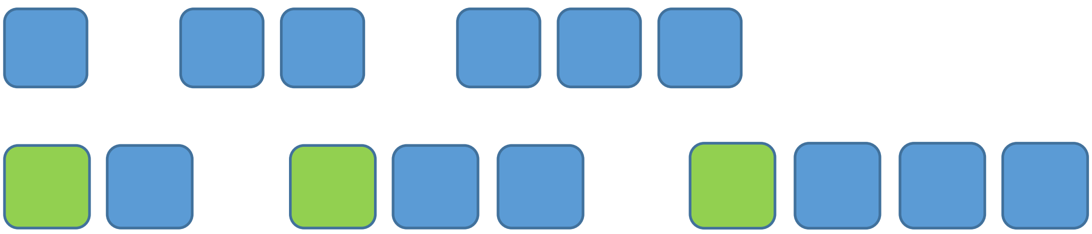
- Hvor mange brikker trengs for å lage den tiende figuren?
- Hvor mange brikker trengs for å lage den 27. figuren?
- Hvor mange brikker trengs for å lage den n'te figuren?

I artikkelen til Friel og Markworth (2009) trekkes det fram tre faser i en problemløsningsprosess for å analysere geometriske mønster, hentet fra Lee og Freiman (2006). Der trekkes begrepet visuelle resonnementer inn, som vil si å bruke visuelle karakteristikker og de geometriske mønstrene for å beskrive og forklare verbalt. Dette er den første fasen i problemløsningsprosessen og eksempler på spørsmål kan være:

- Hvordan ville du ha tegnet den tiende figuren?
- Hvor stor figur kunne jeg ha lagd med 25 brikker? Ville jeg hatt noen brikker til overs?

Fase to innebærer å utvikle numeriske sammenhenger til utledning av en generell formel for figurmønsteret og inneholder også *hvor mange – spørsmål.* Fase tre utvider analyseringen av mønster ved å regne med den generelle formelen for mønsteret figurmønsteret, uten at det direkte blir nevnt at formelen skal brukes i løsningen. I fase to er det ulike strategier man kan benytte seg av for å komme fram til numeriske sammenhenger, og dette kalles for figurative resonnementsstrategier av Friel og Markworth (2009). Disse numeriske sammenhengene kan settes opp i en tabell med tre kolonner for oversiktens skyld.

Figurmønster kan deles inn i grunnleggende mønster og mer komplekse mønster og dette kan være et utgangspunkt for differensiering i nivå. De mest grunnleggende geometriske mønstrene er lineære i stilen, ved at øker med det samme antall brikker for hver figur. For å gjøre grunnleggende mønster mer komplekse kan man legge til en brikke for hver figur som vist i figur 1 under, ved at den funksjonelle sammenhengen går fra å være $T = n$ til å bli $T = n + 1$.



Figur 1: Å legge til en brikke for hver figur

Mer komplekse figurmønster har ikke-lineære sammenhenger mellom hver figur, eller en figur til å begynne med som har flere eller færre brikker enn det figurmønsteret øker med. Ved å trekke inn kvadrattall og trekanttall blir figurmønstrene enda mer komplekse for elevene (Friel

& Markworth, 2009, s. 30-31). Å bruke problemløsning knyttet til generalisering kan også føre til en dypere matematisk tenkning og forståelse, for Booker og Windsor (2010) sier at: «*The potential value for using problem solving contexts is that it may broaden and develop students' mathematical thinking and move them beyond the routine acquisition of isolated techniques to develop more abstract approaches and representations*» (s. 412). Det presiseres også at når verbale beskrivelser kommer tidlig i generaliseringsprosessen, kan det føre til flere matematiske forklaringer og grunnlag for symbolske argument som utvikler seg til algebra.

Zazkis og Liljedahl (2002) har også undersøkt generalisering av mønster med fokus på spenningen mellom algebraisk tenkning og algebraisk notasjon. Der nevnes det at deltakerne i undersøkelsen var veldig opptatt av å uttrykke generaliseringen, men at forsøkene på å bruke algebraisk notasjon ikke ble til hjelp. Den algebraiske tenkningen var likevel til stede ved hvordan deltakerne kommuniserte funnene sine og det ble sagt at: «*the students were already thinking algebraically when they were dealing with the production of a written message, despite the fact that they were not using the standard algebraic symbolism*» (s. 400). Det ble presisert at det var en kløft mellom deltakernes evne til å uttrykke generaliseringer verbalt og deres evne til å bruke algebraisk notasjon på en god måte. Flere av deltakerne uttrykte at løsningene deres ikke var fullstendige siden de manglet en formel, og det ble nevnt at uttrykksformen til generaliseringen betyr mest og at resultatet oppfattes som umatematisk hvis ikke. Zazkis og Liljedahl (2002) mener at elever må få delta i situasjoner som fremmer algebraisk tenkning uten at det må stilles krav til en mer formell symbolbruk (algebraisk notasjon).

Miyazaki (2000) ser på nivåer i bevis på ungdomsskolen og trekker fram at det laveste nivået som er *pragmatiske bevis* inneholder to typer bevis (*naiv empirisme* og *avgjørende eksperiment*). Han tar fram et eksempel hvor elever skulle bevise antakelsen om at antall diagonaler i et polygon er $n(n-3)/2$. Noen elever sjekket at dette stemte for en 20-gon på bakgrunn av at antakelsen stemte for alle polygoner hvis den stemte for en 20-gon. Dette kan bli sammenlignet med bevistypen *avgjørende eksperiment*. Neste nivå er *intellektuelle bevis* som også blir delt inn i to bevistyper (*generisk eksempel* og *tankeeksperiment*). Et eksempel på dette var når elever forklarte grunnen til hvorfor hvert toppunkt hadde (n-3) diagonaler og hvorfor n(n-3) ble delt på to, som havner under bevistypen *tankeeksperiment*. Under disse bevistypene ligger også generalisering. Det mest avanserte nivået innen bevis er *demonstrasjon* som krever kunnskap forankret i teori og sosial godkjenning (s. 49).

2.7.2 Transformasjon fra aritmetikk til algebra

Dekker og Dolk (2011) har skrevet en bok om algebraopplæring på ungdomsskole og videregående skole. Der ser de blant annet på veien fra aritmetikk til algebra og nevner til å begynne med at: «*Algebraic thinking consists of aspects such as generalized arithmetic (using literal symbols), the development of mathematical models and the development of the language of algebra*». Videre blir det sett på telling av konkreter og det som er interessant er at elevene teller på ulike måter. Noen teller en og en, mens andre samler i bunker på ti og ti eller flere. Hvis det da er 43 brikker vil noen elever ha telt og regnet ut antall konkreter som $1 + 1 + \cdots + 1 = 43$ mens andre for eksempel vil ha telt og regnet det ut som $4 \cdot 10 + (1 + 1 + 1) = 43$. Elevene som utførte denne regningen var bare 5-6 år gamle, men likevel ser vi allerede på dette stadiet at noen knytter sammen multiplikasjon og addisjon, noe som er det første steget i generalisering av mønster. Dekker og Dolk bemerker at:

> *Thinking about the structure of numbers can begin at a very young age, and can be considered as an example of algebraic thinking. (...) By integrating activities focusing on developing algebraic thinking into the standard curriculum of primary education, not only the transition from basic arithmetic to advanced arithmetic becomes easier, but it also eases the transition to algebra in secondary education* (s. 73).

Dette utsagnet støttes av Britt og Irwin (2007) som nevner at barns kunnskap om tall og numeriske operasjoner som er effektive og pålitelige, egentlig er algebraisk av natur. I tillegg nevnes det til slutt at elever på ungdomstrinnet bør få mer erfaring med mønster og regelmessigheter knyttet til algebra:

> *In the lower grades of secondary education, a learning trajectory for Patterns and Regularities should perhaps be given more attention. What do the variables in a formula mean, what happens in the situation to which the formula applies if something is changed in the formula, or what happens to the formula if something changes in the situation?* (s. 86).

Britt og Irwin (2007) ser i sin studie på algebraisk tenkning uten bruk av algebraiske symboler, men gjennom de underliggende algebraiske strukturene i operasjoner innenfor aritmetikk. Studien har bakgrunn i et tallforståelsesprosjekt utført på New Zealand, hvor elever fra barne- og ungdomstrinn deltok. Britt og Irwin presenterte i forbindelse med studien ulike steg for strategier med tallregning, hvor de høyere stegene la et større grunnlag for å tilegne seg algebraisk tenkning. I tabell 1 vises et utdrag av nivå 5-8 (for mellomtrinn og ungdomstrinn).

Britt og Irwin (2007) presiserer at der aritmetikken i matematikkpensumet tar hensyn til de underliggende operasjonelle strukturene i stedet for å komme fram til svar gjennom algoritmer, er det mer sannsynlig at dette fører til positive følger for utvikling av algebraisk tenkning. Hvis elevene kan nå et nivå hvor de tilegner seg mentale operasjonelle strategier for å løse numeriske

Tabell 1: Steg 5-8 for operasjonelle strategier (s. 42)

Steg	Addisjon og Subtraksjon	Divisjon og Multiplikasjon	Forhold og proporsjoner
5	Begrenset utvalg av mentale strategier. Kan dele opp og erstatte: $8+7=8+8-1=15$ $39+26=40+25=65$	Bruker kombinasjon av multiplikasjon og gjentatt addisjon: $4\cdot 6=(6+6)+(6+6)$ $=12+12=24$ $20:4=5$ fordi $5+5+5+5=20$	Brøkdel av tall ved addisjon $\frac{1}{3}\ av\ 12\ er\ 4\ fordi$ $4+4+4=12$
6	Kan bruke et bredt spekter av avanserte mentale strategier $324-86=324-100+14$ $1242-986=1242+14$ $-(986+14)$	Bruker kombinasjon av multiplikasjon og mentale strategier $4\cdot 8=2\cdot 16=32$ $9\cdot 6=(10\cdot 6)-6$	Bruker gjentatt halvering eller sider ved multiplikasjon og divisjon $\frac{1}{3}\ av\ 36\ er\ 12\ fordi\ 3\cdot 10$ $=30$ $og\ 6:3=2\ og\ 10+2=12$
7	Kan estimere og løse mentalt oppgaver med desimaler og brøk $3{,}2+1{,}95=3{,}2+2-0{,}05$	Bruker hensiktsmessig fra et bredt spekter av mentale strategier for å løse problemer $24\cdot 6=(20\cdot 6)+(4\cdot 6)$	Bruker et spekter av strategier innenfor multiplikasjon og divisjon til å løse oppgaver meb d brøk, desimaler og forhold $13:5=(10:5)+(3:5)$
8	Addisjon og subtraksjon av brøker	Multiplikasjon og divisjon av desimaltall og brøk	Brøker, forholdstall og proporsjoner ved «reunitising»

problem, kan de i større grad være i stand til å få tak i algebra med bruk av symboler og algebraiske generaliseringer. Å komme fram til algebraisk tenkning skal være mulig for alle elever gjennom relasjonell forståelse av tall og operasjoner med tall. Veien til dette er at man som barn utforsker og forklarer med ord det man ser kan generaliseres gjennom enkle operasjoner. Når man blir eldre er det viktig å få en dypere forståelse og bredde i operasjonelle strategier i aritmetikk og til slutt uttrykke ting algebraisk med generaliseringer fra numeriske situasjoner og visuelle representasjoner (s. 51).

2.7.3 Tekst og tekstoppgaver

Når det gjelder tekst i matematikkbøker, nevner Herbjørnsen at eleven ofte prøver å nærme seg læreboka, men at det stopper opp fordi teksten er for tung og vanskelig. Det kan også være slik at fagstoffet er kamuflert av konteksten, slik at den i liten grad kommer til sin rett. Hvorvidt slikt lærestoff i lærebøker er sentralt i forhold til elevers læring og interesse kan derfor diskuteres. Men sett ut fra en differensieringssituasjon kan det forekomme at elever bruker læreboka til selvstudium og oppgaveløsing på egenhånd, og da kan teksten være sentral og viktig (s. 83-84). Konklusjonen er likevel at dagens matematikkbøker er for tekstrike. Selv om formålet er å virkeliggjøre det matematiske, fører det heller til en tilsløring av det faglige innholdet. Lærebøkene burde være matematiske og mer fagpreget og ensartet, mens virkeliggjøringen burde overlates til læreren og elevene (s. 87).

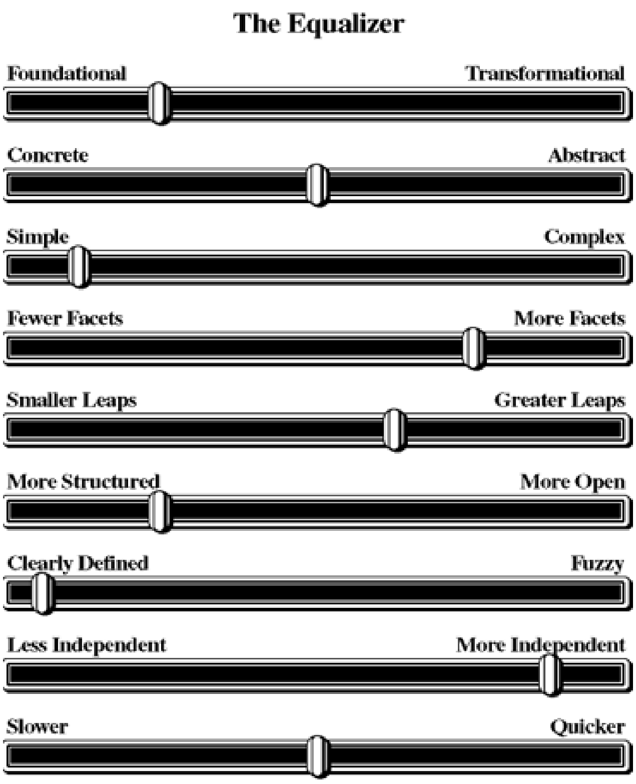
Capraro og Joffrion (2006) har undersøkt om elever på mellomtrinnet kan oversette fra ord til matematiske symboler på en forståelig måte. De trekker fram en undersøkelse gjort av Nathan og Koedinger (2000) om læreres og forskeres tanker omkring utviklingen av algebraisk resonnering, som ser på den opplevde vanskelighetsgraden av problemer med et symbolsk format i form av tall og problemer med et verbalt format i form av tekstoppgaver. Resultater fra undersøkelsen viste at elever lykkes i å løse tekstoppgaver oftere enn de som bare krevde symbolske manipulasjoner. I en senere artikkel om tekstoppgaver trekker Nathan og Koedinger (2004) fram andre sider ved tekstoppgavene, og at de først og fremst oppleves som vanskelige av elever, men at det finnes unntak. At tekstoppgaver er vanskeligere enn regnetekniske oppgaver, vises ved følgende eksempel:

> *Students were 27% correct on the Compare 2 problem in story format ("Mary has 6 marbles. John has 2 marbles. How many marbles does John have less than Mary?") but were 100% correct on the matched numeric format problem 6 – 2 = ?* (s. 130)

En side ved tekstoppgaver er at de har to faser. Den første fasen innebærer forståelse for teksten i oppgaven, teksten må prosesseres og overføres til hensiktsmessige representasjoner. Den andre fasen er selve løsningen av oppgaven, og her brukes eller transformeres sammenhengene mellom representasjonene for å komme fram til en løsning. Videre nevnes det at selve teksten kan ligge på ulike nivåer, og at tekstoppgavene oppleves vanskelige hvis avkodingen av selve teksten er vanskelig. En annen side ved at tekstoppgaver kommer fram i et sitat fra en lærer: «*Students are used to expressions written algebraically and have typically had the most practice with these…translating English or non-mathematical words is a difficult task for many students*» (s. 133). En side som kan gjøre tekstoppgaver enklere enn regnetekniske oppgaver, er at det presenteres et problem uten at løsningsmetoden er gitt direkte. Dermed åpner oppgaven for flere løsningsstrategier, som igjen kan åpne opp for at oppgavene lar seg løse på en enklere måte.

2.7.4 Differensieringsmodeller

I studien til Rubenstein et al. (2015) ble det utarbeidet et differensiert matematikkpensum som baserte seg på tre modeller. Den første modellen var differensierings- og instruksjonsmodellen til Tomlinson: «*The Differentiation of Instruction Model (Tomlinson, 1996, 2001; Tomlinson & Jarvis, 2009) provides rich and engaging curriculum matched to the diverse interests, readiness levels, and learning profiles of individual students by varying the content, process, product, affect, and learning environment (Tomlinson & Strickland, 2005)*» (s. 145). Målet med denne modellen er å ta høyde for den enkelte elevs læringsbehov og bidra til å øke læringskapasiteten til elevene. (Tomlinson & Eidson, 2003, s. 3).



Figur 2: The Equalizer. Hentet 14.01.16 fra: http://webkelley.com/DOE/MESPA/curriculum/html/Images/42equal.png

Et verktøy som presenteres i forbindelse med denne modellen, for å planlegge differensiering ut ifra nivå og hva elevene er klare for, kalles for *The Equalizer* (figur 2). Her graderes elevenes nivå på forskjellige områder tilknyttet innlæringen og omfanget av faget eller emnet. Det inneholder for eksempel motsetningene konkret-abstrakt, lett-komplekst, strukturert-åpent osv. (Tomlinson, 2014, s. 185-186). Målet med differensieringen er å sørge for at elevene får meningsrike og forståelsesfokuserte oppgaver på et utfordrende nivå som fører til at elevene må strekke seg for å klare det (s. 187).

Den andre modellen var dybde- og kompleksitetsmodellen til Kaplan: "*The Depth and Complexity Model (Kaplan, 1998, 2009) emphasizes the importance of rich, deep, and complex content for the development of students' ability to understand and use the information in a meaningful way."* (Rubenstein, s. 146). Dybden i fagstoffet viser seg ved at noe går fra det konkrete til det abstrakte, fra det kjente til det ukjente, ved at detaljer og ny kunnskap avdekkes innenfor et emne. Dybde innebærer også at elever får utforske emner gjennom fakta, konsepter, generaliseringer, prinsipper og teorier som er knyttet til emnene, se ting fra ulike perspektiver og se sammenhenger og mønster i fagstoffet.

Kompleksiteten i fagstoffet innebærer å lage relasjoner og se sammenhenger mellom konsepter og deler av stoffet. Det går også ut på å bygge broer mellom disipliner og forstå meningen med et stykke arbeid. Kompleksiteten skal lede elevene til å relatere konsepter og ideer, assosiere forskjellige fag, emner eller nivåer og finne ulike løsninger fra ulike synsvinkler (Kaplan, 2011). Den tredje modellen blir ikke tatt med her, fordi den ikke er relevant for oppgaven.

3. Metode

3.1 Forskningsdesign

Målet med denne oppgaven er å få et større innblikk i hvordan nye læreverk differensierer i algebra og hvordan læreres forhold til denne differensieringen er. Siden jeg bruker spørreordet *hvordan* og også kommer til å trekke inn elementer av *hvorfor* i oppgaven min, er det derfor naturlig å foreta en kvalitativ casestudie. Cohen, Manion og Morrison (2011) sier at:

> *Case studies can establish cause and effect ('how' and 'why'); indeed one of their strengths is that they observe effects in real contexts, recognizing that context is a powerful determinant of both causes and effects, and that in-depth understanding is required to do justice to the case* (2011, s. 289)

En casestudie ser på en sak eller et fenomen i en virkelig kontekst og inneholder som regel flere typer data. Cohen et al. (2011, s. 289) nevner at en slik studie undersøker en instans i aksjon og at den presenterer unike eksempler av virkelige personer i virkelige situasjoner. Den kan se på det individuelle innenfor en gruppe, en institusjon eller i større skala som for eksempel en by. Gillham (2010, s. 1) ser på dette som enkelte caser, men han nevner at man også kan se på flere caser samtidig ved å trekke inn flere grupper, flere institusjoner eller flere byer. I denne studien ser jeg på flere caser samtidig, for jeg tar for meg to forskjellige læreverk i matematikk og jeg intervjuer lærere fra to forskjellige skoler. Akkurat dette med flere caser trekker Cohen et al. (2011) fram: «*Indeed Campbell (1975: 180), in arguing against single-case studies, suggests that having two case studies, for comparative purposes, is more than worth having double the amount of data on a single-case study!* » (s. 291). Det er også en av mine tanker ved dette forskningsdesignet, at jeg kan ha mulighet til å sammenligne differensieringen i læreverkene og intervjuene til lærerne, slik at dette blir en komparativ casestudie.

I min studie har jeg to datakilder – læreverkene og lærerne. Cohen et al. (2011, s. 290) trekker fram flere punkter som kjennetegner en casestudie, og for det første er det et fokus på individuelle aktører og deres oppfatninger. Dette dekker jeg ved å intervjue lærere som jobber med de aktuelle læreverkene. For det andre er det viktig at jeg som forsker er involvert i casen, men at hendelser og situasjoner taler for seg. Jeg som forsker analyserer læreverkenes differensiering i algebra og vil også analysere intervjuene til lærerne og ta med deres oppfatninger og vurderinger. På denne måten blir det rom for både subjektive og objektive synspunkter og vinklinger i forhold til differensieringen, men Gillham (2010, s. 11) presiserer at det er enkelte ting man skal tenke på når man gjennomfører en kvalitativ studie, og det er at:

(1) *Human behaviour, thoughts and feelings are partly determined by their context. If you want to understand people in real life, you have to study them in their context and in the way they operate.*
(2) *How people behave, feel, think, can only be understood if you get to know their world and what they are trying to do in it. 'Objectivity' can ignore data important for an adequate understanding.*

Gillham (2010, s. 13) sier at en casestudie er en hovedmetode i seg selv, men at underliggende metoder kan være intervju, observasjon, dokument- og opptaksanalyse, arbeidsnotater osv. Data fra flere metoder som undersøker det samme er en del av det som kalles for «*the multi-method approach*». I min studie har jeg valgt å trekke inn dokumentanalyse i tilknytning til læreverkene og intervju av lærere som bruker læreverkene. Styrken til intervju som datainnsamlingsmetode er at jeg får større innsikt i *hvorfor* og *hvordan* ting er og oppleves av andre enn meg selv (Postholm og Jacobsen, 2011, s. 61). Jeg vurderte også elevintervju eller arbeidsoppgaver til elever for å kunne triangulere mellom min egen oppfatning, læreres oppfatning og elevers oppfatning av differensieringen, men forsto underveis at dette ble for omfattende for min studie.

3.2 Valg av læreverk

Jeg hadde tidlig bestemt meg for å analysere to læreverk i matematikk da jeg skulle arbeide med differensiering i algebra. Grunnen til at jeg valgte å gå for to læreverk og ikke ett eller flere, var at jeg kunne ha muligheten til å sammenligne differensieringen i læreverkene og foreta en komparativ studie. Samtidig var det viktig at oppgaven ikke ble for omfattende og tidkrevende, og å gå for to læreverk ville derfor begrense analysearbeid, antall intervjuer og datamateriale slik at det passet inn i tidsrammen for min studie. I starten ønsket jeg å se på ett nytt læreverk og ett eldre læreverk for å sammenligne dagens tilnærming til differensiering med tidligere tilnærming. I prosessen med å finne relevante læreverk lå fokuset på å se etter tydelige forskjeller i differensieringen og innholdet i læreverkene generelt, for å ha gode muligheter til å avdekke interessante ting under analysearbeidet. En del av læreverkene jeg vurderte til å begynne med var laget rundt år 2006, rett etter at Kunnskapsløftet hadde trådd i kraft og en ny læreplan i matematikk var kommet. De andre læreverkene jeg vurderte var laget etter at de reviderte versjonene av læreplanen i matematikk kom i 2010 og 2013.

I tillegg til å se etter forskjeller i differensiering og innhold, ble jeg fort klar over at jeg måtte se på læreverk med en noenlunde lik oppbygning. I de eldre læreverkene var det mer vanlig med oppbygning etter spiralprinsippet og algebrakapittelet kom ganske tidlig i bøkene, men i de nye læreverkene som ikke fokuserte på spiralprinsippet kom algebrakapittelet nesten til slutt. Det var viktig for meg å se på læreverk hvor algebrakapittelet ble behandlet mot slutten av boka, for å få god tid til å analysere læreverkene på egenhånd og planlegge intervjuer. Når det er sagt så var jeg i starten usikker på hvilket trinn jeg skulle velge læreverkene fra. I starten vurderte jeg læreverk på 9. trinn, for der var det algebraiske innholdet rikere enn på 8. trinn. I tillegg var de nye læreverkene såpass nye at lærebøkene for 10. trinn ikke var kommet ut eller tatt i bruk av skolene enda. Etter en nærmere undersøkelse var også nye læreverk på 9. trinn uaktuelle, siden algebrakapitlet kom tidligere og få skoler i mitt forskningsområde hadde begynt å bruke dem enda. Dermed havnet jeg til slutt på nye læreverk fra 8. trinn og eldre læreverk fra 9. trinn som jeg kunne bruke, og det sto mellom Maximum og Nummer på 8. trinn (nye), og KodeX og Sirkel på 9. trinn (eldre). Problemet med de eldre læreverkene var som sagt at de fulgte spiralprinsippet og at algebra ble behandlet ganske tidlig. Siden jeg på dette tidspunktet hadde dårlig tid til å analysere ett av læreverkene på 9. trinn og forberede intervjuer, bestemte jeg meg, i samråd med veileder, for å legge bort læreverkene på 9. trinn og å fokusere på de nye læreverkene på 8. trinn, Maximum 8 og Nummer 8. Selv om jeg var usikker på om jeg ville få nok data og interessante funn basert på det begrensede innholdet av algebra i læreverkene, ville jeg i hvert fall få god tid til egen analyse som måtte være på plass før jeg kunne forberede gode intervju.

Valget av læreverkene Maximum 8 og Nummer 8 var kanskje uheldig med tanke på det algebraiske nivået og innholdet i læreverkene, men det var positivt for å kunne sammenligne differensieringen i to nye læreverk, og om nyere forskning og fokus på algebra i norsk skole hadde fått noe å si på dette området. At algebrakapittelet kom ganske sent i begge læreverkene virket ikke som et problem til å begynne med, men det viste seg at skolene som brukte læreverkene brukte tid på å venne seg til nytt læreverk og at ting tok lenger tid enn antatt. Dermed ble algebrakapitlet ikke behandlet før mot slutten av skoleåret og det ble et problem å få gjennomført intervjuer før den oppsatte fristen på innlevering av denne oppgaven. Men med utsettelse av frist og avtale om dato for intervjuer fikk jeg gjennomført det jeg hadde planlagt.

3.3 Metode for innsamling av data

3.3.1 Intervju

Jeg ønsket å ha med intervju som en del av metodene for å samle inn data, siden personer som bruker og har erfaring med læreverkene i praksis kan komme med sine egne meninger, synspunkter og opplevelser tilknyttet bruken av læreverket. Intervju som metode er også velegnet for å få svar på *hvordan* og *hvorfor* ting skjer eller oppfattes som de gjør, når man snakker med folk og kan diskutere og stille spørsmål om ting man lurer på eller har merket seg i tidligere analysemateriale (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 61). Cohen et al. (2011) presiserer at et intervju ikke bare handler om at en intervjuer stiller spørsmål til et intervjuobjekt og bare får tak i objektive data, men at det er en interaksjon mellom mennesker hvor det ikke bare avdekkes kunnskap, men også konstrueres kunnskap som hverken er bare subjektiv eller bare objektiv, men intersubjektiv (s. 409). Dette ønsket jeg å fokusere på når jeg intervjuet lærere, ved at jeg ikke bare intervjuet lærerne individuelt, men også trakk inn gruppeintervju hvor begge lærerne var til stede. På denne måten kunne jeg samtale om og diskutere ulike temaer med lærerne og få avdekket flere sider ved praksisen på skolen og i de enkelte lærernes klasserom, men også deres felles syn på læreverket og differensieringen der. Postholm og Jacobsen (2011) nevner at det engelske ordet *interview* betyr *å betrakte* eller *å se på* noe i samtale mellom personer, og at personene kan være elever, lærere, foreldre eller skoleledere, enkeltvis eller i gruppe (s. 61-62).

Fordelen med individuelle intervju er at intervjuobjektet ikke er sårbar overfor andre enn intervjueren når han eller hun kommer med sine synspunkter. Derfor vil et individuelt intervju ha større sjanse for å fange opp hvordan enkeltpersoner tenker og oppfatter ting. En ulempe med individuelle intervju er at det er en tidkrevende måte å skaffe data på (Postholm og Jacobsen, 2011, s. 65). Selv om jeg på forhånd hadde valgt å intervjue to lærere for hvert læreverk, og kunne nøyd meg med et gruppeintervju, ville jeg ta med det individuelle intervjuet for å få fram synspunktene til begge læreren isolert sett, siden de underviste to forskjellige klasser og kanskje hadde ulik praksis i forhold til differensiering. Fordelen med et gruppeintervju er at det legger til rette for diskusjon og større innsikt i det som tidligere har dukket opp i de individuelle intervjuene. Ved at flere personer deltar samtidig kan de ulike meningene komme tydeligere fram ved at intervjuobjektene kan være uenige med hverandre, men de kan også være med på å utfylle hverandre ved å komme med tilleggsbemerkninger og på den måten legge til rette for en rikere og mer ekte respons (Cohen et al., 2011, s. 432). Jeg ønsket ikke bare å være intervjuer og stille lærerne spørsmål som var bestemt på forhånd, men å komme med mine egne synspunkter rundt differensiering i innholdet til læreverket, og drøfte dette med lærerne. Derfor ble mitt gruppeintervju også mye likt det som kalles for en fokusgruppe og som er en mer vanlig forskningsmetode innen utdanning i dag, hvor det ikke kun er kommunikasjon mellom intervjuer og gruppe, men hvor gruppen diskuterer sammen om emner gitt av intervjueren. I slike fokusgrupper skal intervjueren ikke delta så mye i diskusjonene, men styre diskusjonen dit han vil (Cohen et al., 2011, s. 436). Jeg ble likevel noe deltagende i gruppen ved at jeg hadde ansvaret for samtalen, men også deltok i den med mine synspunkter.

Før jeg gjennomførte intervjuene lagde jeg en intervjuguide som jeg sendte til de aktuelle lærerne (se vedlegg 1 og 2). Denne intervjuguiden var ikke veldig detaljert, men viste lærerne hvilke emner eller områder jeg kom til å stille dem spørsmål om, i forhold til læreverket og differensieringen der. Deretter utarbeidet jeg det endelige intervjuet med konkrete spørsmål som jeg tenkte å følge etter en oppsatt rekkefølge. Intervjuet kan derfor ses på som en mellomting mellom «*interview guide approach*» og «*standardized open-ended interview*» som Cohen et al. (2011, s. 413) trekker fram. Intervjuet mitt lignet tilnærmingen til en intervjuguide (halvstrukturert intervju), siden jeg hadde satt opp de ønskede temaene som intervjuet skulle dekke på forhånd. Under intervjuet var jeg ikke bare bundet til de oppsatte spørsmålene, men var fleksibel og kunne komme med oppfølgingsspørsmål som gikk utenfor det jeg hadde planlagt. På den måten kunne jeg ende opp med å stille noen ulike spørsmål til de forskjellige lærerne. Likevel lignet intervjuet mitt et strukturert intervju ved at jeg stilte de samme oppsatte spørsmålene til alle lærerne i samme rekkefølge under de individuelle intervjuene. I gruppeintervjuet ble intervjuformen mer halvstrukturert og fløt over i diskusjon og samtale som i en fokusgruppe.

Til å begynne med hadde jeg planer om å trekke inn elevintervju som et tillegg til lærerintervjuene, men fant ut underveis at dette ville ha blitt for omfattende, selv om det kunne vært nyttige data for min studie. Slike elevintervju ville gitt meg et større innblikk i hvordan differensieringen fungerer og oppleves i praksis av elevene. Dessuten kunne jeg trukket inn triangulering i analysen av datamaterialet (meg, lærerne og elevene), men siden læreverkene jeg analyserte er for 8. trinn er det også usikkert hvor mye elever på den alderen kunne ha bidratt med, når det gjelder å vurdere differensiering i et læreverk. I stedet valgte jeg å ta med lærernes opplevelse av differensieringen i eget klasserom i intervjuet, og om de syntes elevene hadde utbytte av det eller ikke.

3.3.2 Læreverkanalyse

Da jeg hadde bestemt meg for å bruke læreverkene Maximum 8 og Nummer 8 i studien min og fått skaffet meg vurderingseksemplar, gikk jeg først i gang med en lett analyse av lærebøkene på egenhånd. Jeg hadde satt opp en liste over ting jeg var interessert i å se etter, ut ifra hvilke forskjeller jeg var interessert i å finne og ut ifra det jeg kunne i fra før om differensiering. Å fokusere på likheter og forskjeller i innhold ligger under steg 1 i en kvalitativ dataanalyse (Cohen et al., 2011, s. 239). Fokuset lå på forskjeller i eksempler, oppgaver og lærestoff mellom læreverkene, men også på hvordan dette innholdet ble differensiert. Deretter foretok jeg det som Postholm og Jacobsen kaller for en deskriptiv analyse (2011, s. 104) ved at jeg lagde en oversikt over oppgavetyper og antall i tabeller, kategoriserte forskjellige eksempler og oppgaver i tilfelle det skulle vise seg å føre til interessante funn, i tillegg til å vurdere språk, struktur og oppbygning, og om læreverket fokuserte på å luke bort kjente misforståelser knyttet til algebra. Dette ligger under steg 2 i den kvalitative dataanalysen ved at man samler det som er likt i kategorier og i steg 3 trekker linjer mellom kategoriene (Cohen et al., 2011, s. 239).

Etter den første analysen basert på mine forkunnskaper holdt jeg i lang tid på med å finne relevant teori og gode kilder som skulle legge grunnlaget for en dypere analyse av læreverkene. Postholm og Jacobsen (2011, s. 103) sier at: «*Når læreren nærmer seg praksis eller fenomenet som skal utforskes, vil lærerens forskerblikk farges av teoriene som han eller hun har tilegnet* *seg. Teoriene fungerer som en linse eller som briller*». Et teorigrunnlag kan både være positivt og negativt, for det kan gi retning og fokus men også blende forskerblikket ved å stenge for andre måter å forstå fenomen på (s.103). Uansett var det viktig å utvide min egen kunnskap om differensiering generelt, men også knyttet opp mot emnet algebra. Å jobbe med analyse/data og finne relevant teori er noe Gillham (2010) mener bør skje vekselvis og samtidig, slik at man ikke blir for ensporet. Han sier at: «*The two processes (getting to know the literature and getting to know your case) should go along simultaneously so that your reading and what you are turning up in your case study interact: they feed into each other*» (s. 38). Dette er noe jeg skulle ha fokusert mer på, for det ble lange perioder med bare teori og lite analyse/data.

Datainnsamling fra læreverkene og tilhørende analyse ble mye styrt av det teoretiske rammeverket som jeg hadde brukt en del tid på å sette i sammen. Analysen av differensieringen i læreverkene baserte seg mye på teori om læringsstiler (Jensen, 2003), (Dunn & Griggs, 2003), teori om kvantitativ og kvalitativ differensiering (Skaalvik og Fossen, 1995), (Dale og Wærness, 2003), (Tomlinson, 2001) og teori om differensiert lærestoff (The Equalizer, Rubenstein et al., 2015).

3.4 Forskningsetikk

Når forskningsobjekter er mennesker er det viktig å tenke igjennom hvordan de blir ivaretatt i forskningsprosessen. Postholm og Jacobsen (2011) nevner at en etisk bevissthet bør gjennomsyre det en lærer gjør i sitt yrke eller en forsker gjør i et utviklingsarbeid og at det er med på å styrke kvaliteten i arbeidet. De eneste personene som deltok som forskningsobjekter i min studie var lærerne som jeg intervjuet om læreverket de brukte i sin undervisning. Det første steget var for min del å ta kontakt med to lærere på en skole som brukte ett av læreverkene jeg så på. I denne prosessen er det ifølge Cohen et al. (2011) viktig å ta kontakt med leder for institusjonen og få tillatelse til å ta kontakt med personene det gjelder (s. 81). Dette gjorde jeg ved å sende mail til rektor med informasjon om at jeg var student og skrev masteroppgave ved NTNU. Først måtte jeg undersøke hvilket læreverk skolen brukte, og hvis det var riktig læreverk spurte jeg om muligheten for å ta kontakt med lærere som brukte læreverket i sin undervisning. Videre er det ifølge Cohen et al. (2011) viktig å informere nøye om hvilken rett man har til å drive forskning og gjennomføre intervju på skolen (s. 81). Dette gjorde jeg ved å legge ved masterkontrakt og forklare hvem jeg var og hva mitt arbeid med masteroppgaven innebar. Det er også viktig å tenke over at man gjennom intervjuet og spørsmålene man stiller om personers praksis og undervisning kan føles ukomfortabelt å svare på, og at man ikke får personer til å føle seg trengt opp i et hjørne eller at de mister verdighet eller selvtillit gjennom spørsmålene som stilles. En skal hele tiden ha deltakernes beste for øye, for de har blitt med frivillig gjør deg som forsker en tjeneste (s. 88). Som Postholm og Jacobsen presiserer: «*Det handler om at ingen bør settes i et dårlig lys*» (s. 135). Dette tenkte jeg gjennom da jeg formulerte spørsmålene i intervjuet.

Når man har fått aksess til en skole og blitt akseptert av lærere som skal være forskningsobjekter, er det ifølge Cohen et al. (2011, s. 83) noen punkter som det er viktig å tenke gjennom når man holder på med et skolebasert forskningsprosjekt. Et utdrag av disse er:

1. *Alle deltakere må bli gitt muligheten til å forbli anonyme*
2. *Alle data må bli gitt streng konfidensialitet*
3. *Deltakere burde få en kopi av den endelige rapporten*
4. *Tillatelse for publikasjon må bli gitt fra deltakerne*

Punkt 1 og 2 ligger under enhver persons rett til et beskyttet privatliv og innebærer ikke bare anonymitet og konfidensialitet, men som Cohen et al. (2011) sier det: «The right to privacy means that a person has the right not to take part in the research, not to answer questions, not to be interviewed (…)» (s. 91). Dette var jeg tydelig på overfor lærerne, at de ikke trengte å føle seg presset til å være med på forskningsprosjektet og at det når som helst uten grunn var mulig å trekke seg. Når det gjelder anonymitet og konfidensialitet innebærer det at informasjon om deltakerne i prosjektet ikke skal avsløre deres identitet. Informasjon om eller fra deltakerne skal være beskyttet uansett hvor sensitiv informasjonen er, og for min studie betydde det at det ikke skulle være knyttet noe til datamaterialet som kunne avsløre hvem deltakerne var (Cohen et al., 2011, s. 91). Datamaterialet mitt fra intervjuene var lydopptak og transkribering av lydopptakene. Jeg kjøpte en egen lydopptaker slik at alle data fra intervjuet lå på denne. De ble også liggende der og ikke overført til telefon eller PC, slik at kravene til personvern var oppfylt. Under transkriberingen på PC ble ikke navnene til lærerne brukt, men lærer, lærer 1 og lærer 2 for å skille mellom de ulike lærerne.

3.5 Validitet og reliabilitet

Validitet handler om gyldigheten til funn og resultater, og det skilles mellom ytre og indre gyldighet. Den indre gyldigheten spør etter om man har dekning for å si noe bestemt om at det er en sammenheng mellom årsak og virkning til et fenomen. For å bevare den indre gyldigheten i uttalelser og konklusjoner bør man som forsker reflektere kritisk over sammenhengene man mener å ha oppdaget. Den ytre gyldigheten spør etter om man har tilstrekkelig grunnlag for å generalisere funn og la dem gjelde for andre enn de man har forsket på. For å styrke den indre og ytre gyldigheten i oppgaven er det være sentralt å finne teori som støtter ens egne funn. På den måten står ikke ens egne konklusjoner alene, men man har også flere argumenter for de samme funnene som gjør at sammenhenger og generaliseringer vil stå sterkere (Postholm og Jacobsen, s. 126-128). Om oppgaven har validitet henger også sammen med om den fremstår ærlig, har dybde i datamaterialet og har tilstrekkelig med forskningsobjekter (Cohen et al., 2011, s. 179).

I min studie har jeg vært forsiktig med å trekke forhastede konklusjoner og være for bastant i mine uttalelser. Jeg har kommet med mine synspunkter på resultater og funn, men har vært forsiktig med å trekke konklusjoner hvis jeg ikke har hatt tilstrekkelig med dekning og støttende argumenter gjennom datamateriale fra intervjuer og relevant teori. Siden studien min handler mye om læreverkanalyse blir det ikke mye generalisering av funn, men flere uttalelser om sammenhenger mellom min egen analyse av læreverkene og lærernes erfaringer og synspunkter. Når lærerne uttaler seg om noe de har hatt erfaring med og gjør rede for årsak og virkning for et tilfelle, kan jeg også bruke dette uten å være i stor tvil om gyldigheten til uttalelsene. Det teoretiske rammeverket mitt er også med på å bidra til validitet når jeg trekker sammenhenger mellom teori og funn. Det som likevel er med på å trekke ned validiteten til mine funn og resultater er at jeg har et snevert datamateriale. Jeg kunne med fordel ha trukket inn flere skoler og lærere i studien for å få enda større dekning for gyldigheten til læreres uttalelser. Dette var en utfordring, siden bare to skoler i mitt forskningsområde hadde begynt å bruke de nye læreverkene, men jeg kunne ha utvidet forskningsområdet selv om det hadde vært en tidkrevende prosess.

Reliabilitet betyr det samme som pålitelighet og handler om at det som er gjort i en oppgave skal være et solid arbeid uten innslag av slurv, enkle løsninger eller snarveier (Postholm og Jacobsen, 2011, s. 129). Noen andre begreper som kan forklare hva reliabilitet er, kan være: Troverdighet, nøytralitet, bekreftbarhet, konsistens og anvendbarhet. At en oppgave har reliabilitet innebærer også at ting skal være gjort med nøyaktighet, slik at de samme resultatene ville ha dukket opp hvis en ny undersøkelse hadde blitt gjort på samme måte med nye deltakere (Cohen et al., 2011, s. 199, 201). I hele prosessen med denne studien har jeg vært relativt grundig i innhenting av teori og i analysearbeid, mens de største usikkerhetsmomentene ved reliabilitet dukker opp ved gjennomføringen av intervjuene.

Når det gjelder å styrke validitet i et intervju vil reduksjon av partiskhet være lurt ved at man som intervjuer blant annet ikke søker etter svar som støtter ens forutinntatte forestillinger og ikke bidrar til misforståelser. Å komme med ledende spørsmål i intervjuet bidrar derimot til å svekke validiteten. Skal man styrke reliabiliteten i et intervju kan dette gjøres ved å ha et strukturert intervju som er likt for alle intervjuobjektene, slik at deltakerne forstår spørsmålene på samme måte (Cohen et al., 2011, s. 204-205). Jeg ser at jeg som intervjuer kanskje har svekket noe av oppgavens validitet ved å stille lærerne spørsmål om ting som jeg har hatt forestillinger om på forhånd, men dette har jeg gjort med den hensikt å få bekreftet egne antagelser gjennom andres uttalelser. Enkelte ganger har jeg også formulert meg dårlig i spørsmålsstillingen, slik at spørsmålet har blitt noe ledende. Ellers har jeg brukt en intervjuform som er halvstrukturert og har på den måten, ved at lærerne har fått de samme spørsmålene og i samme rekkefølge, bidratt til å styrke reliabiliteten til oppgaven.

4. Analyse

I dette kapittelet presenterer jeg først analysen av innholdet i læreverkene Maximum 8 og Nummer 8, med tanke på differensiering i lærestoff, eksempler og oppgaver. I analysen ser jeg på hvordan innholdet er differensiert med hensyn til de forskjellige differensieringstypene (tempo, bredde og nivå) og hvordan det differensieres med hensyn til de ulike læringsstilene (auditiv, visuell og taktil). Etter analysen av læreverkene kommer det i andre del en analyse av lærerintervjuene for hvert læreverk, som får fram hvordan differensieringen praktiseres og oppleves av lærerne.

4.1 Differensiering i eksempler og lærestoff

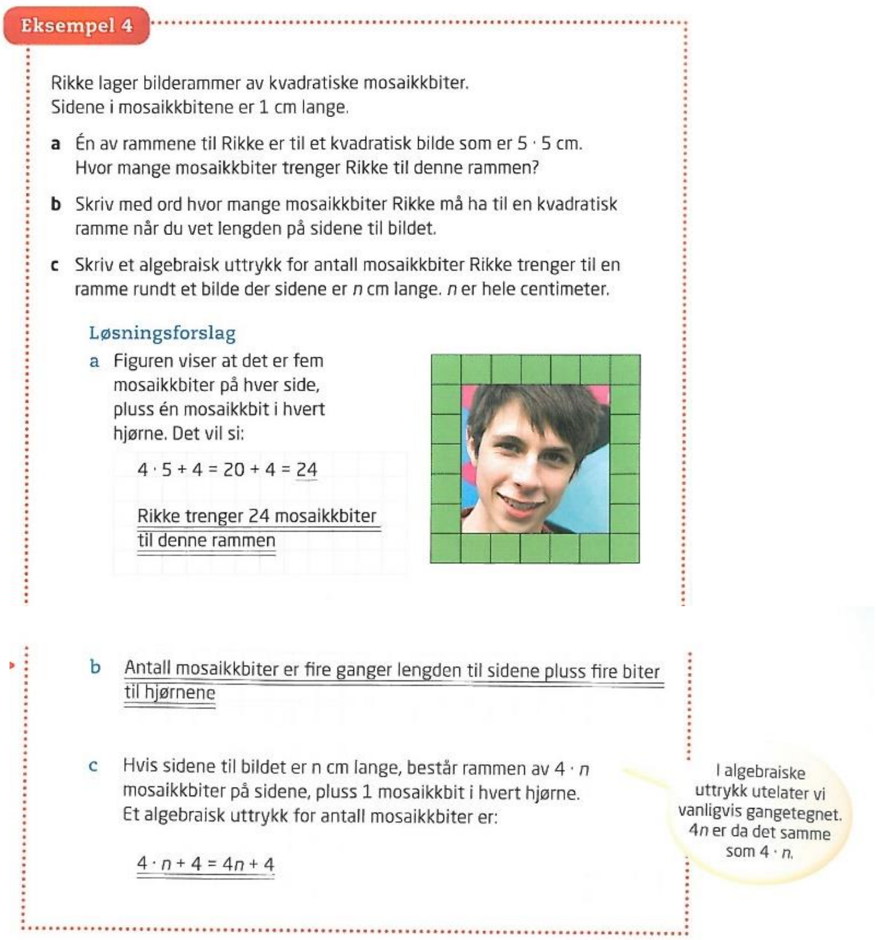
Herbjørnsen har bemerket, som tidligere nevnt, at matematikkbøker i tidligere tider for det meste inneholdt oppgaver og lite fagtekst (1999, s. 82). Når det kommer til differensiering i matematikk er det fort oppgavene vi tenker på i første omgang, men som Herbjørnsen påpeker, så har også tekst og annet berikende innhold en større plass i dagens lærebøker. Derfor er det sentralt å se på om dette innholdet differensieres på noen måte, slik som matematikkpensumet i studien til Rubenstein et al. (2015) ble differensiert. Der ble blant annet det differensierte lærestoffet basert på instruksjons- og differensieringsmodellen til Tomlinson, som ønsker å legge til rette for et matematikkpensum (både oppgaver og innhold) som ivaretar elevenes interesser, læringsstiler og faglige utgangpunkt. Jeg ønsker derfor å finne ut om Maximum 8 og Nummer 8 har vektlagt en slik differensiering i eksempler, lærestoff og annet innhold.

4.1.1 Eksempler i Maximum 8

I algebrakapitlet til Maximum 8 finner vi 13 eksempler fordelt på 40 sider. 7 av 13 eksempler inneholder forklarende bilder eller figurer, mens det ikke er et eneste eksempel som bare inneholder regning. Eksempelet som er nærmest et regneteknisk eksempel, er eksempel 9 på side 301. Det tar for seg bokstavregning og forklarer dette med regneeksempler, men også med litt forklarende tekst i innledningen. Ellers er 7 av de 13 eksemplene delt opp i flere deler, hvor tre av dem ikke er tydelig differensiert ved at det for eksempel ikke er forskjell i nivå mellom delene, eller at noen deler har auditive, visuelle eller taktile innslag mens andre ikke har det. De fire resterende eksemplene er nivådelt i større eller mindre grad. Det beste eksempelet på en slik nivådeling er eksempel 4 på side 284-285 (figur 3). Det er tredelt og viser seg å ha en forskjell i nivå mellom delene. Bildet i eksempelet er også med som et visuelt innslag i deloppgave *a*.

4.1.2 Flerdelt eksempel med grad av differensiering i nivå og mellom læringsstiler

I Maximum 8 benyttes det fargekoder i enkelte oppgaver for å gjøre nivådeling og nivådifferensiering tydelig. Vanligst er det at oppgavene er delt inn i tre deler, hvor hver del har en fargekode, men det finnes også hele oppgaver som er delt inn etter fargekoder. I eksempel 4 finnes det en lignende differensiering, ved at eksempelet er delt inn i tre deler. Hver del er ulik, men bygger samtidig videre på den forrige delen. Ved en slik oppdeling og differensiering i nivå kan man anta at det faglige utgangspunktet til elevene er ivaretatt, ved at matematikk


Eksempel 4

Rikke lager bilderammer av kvadratiske mosaikkbiter.
Sidene i mosaikkbitene er 1 cm lange.

a Én av rammene til Rikke er til et kvadratisk bilde som er $5 \cdot 5$ cm. Hvor mange mosaikkbiter trenger Rikke til denne rammen?

b Skriv med ord hvor mange mosaikkbiter Rikke må ha til en kvadratisk ramme når du vet lengden på sidene til bildet.

c Skriv et algebraisk uttrykk for antall mosaikkbiter Rikke trenger til en ramme rundt et bilde der sidene er n cm lange. n er hele centimeter.

Løsningsforslag

a Figuren viser at det er fem mosaikkbiter på hver side, pluss én mosaikkbit i hvert hjørne. Det vil si:

$4 \cdot 5 + 4 = 20 + 4 = \underline{\underline{24}}$

Rikke trenger 24 mosaikkbiter til denne rammen

b Antall mosaikkbiter er fire ganger lengden til sidene pluss fire biter til hjørnene

c Hvis sidene til bildet er n cm lange, består rammen av $4 \cdot n$ mosaikkbiter på sidene, pluss 1 mosaikkbit i hvert hjørne. Et algebraisk uttrykk for antall mosaikkbiter er:

$\underline{\underline{4 \cdot n + 4 = 4n + 4}}$

I algebraiske uttrykk utelater vi vanligvis gangetegnet. $4n$ er da det samme som $4 \cdot n$.

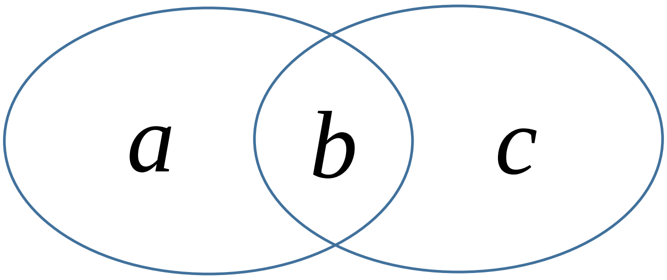
Figur 3: Eksempel 4 i Maximum 8 (s. 284-285) presenteres på nivå tilpasset elevene, men spørsmålet er om eksempelet også ivaretar elevenes interesser og læringsstiler. De ulike læringsstilene er auditiv, visuell og taktil, men den taktile læringsstilen kan vi utelukke her, siden det er vanskelig å trekke inn konkreter i et eksempel. Der er det mer hensiktsmessig med noe visuelt, og visuelt sterke elever vil foretrekke en undervisning som inneholder visuelle illustrasjoner, bilder eller figurer, i tillegg til skriftlige instruksjoner.

Del *a* i eksempelet er en tekstoppgave som spør etter hvor mange mosaikkbrikker Rikke trenger til et kvadratisk bilde med sider 5 x 5 cm, når sidene i mosaikkbrikkene er 1 cm. Man kan fint løse oppgaven kun ved å lese oppgaveteksten, for den skriftlige instruksjonen er til stede i form av tekst, men teksten er også med på å hjelpe til med det visuelle, ved at teksten beskriver noe visuelt som man kan lage seg et bilde av i hodet. Et slikt bilde er satt opp i løsningsforslaget sammen med en skriftlig og regneteknisk forklaring, til støtte for elever med en visuell læringsstil. Det er ellers ikke gjort noe med figuren for å hjelpe til med å komme fram til det matematiske uttrykket som blir presentert i løsningsforslaget, men det er lagt til en tekstforklaring på hvordan det er tenkt.

I del *b* i eksempelet inneholder hverken oppgaven eller løsningsforslaget noe visuelt eller noen form for regning. Det er en tekstoppgave som legger opp til et tekstsvar. Eleven skal beskrive med ord hvor mange mosaikkbrikker Rikke trenger til rammen, når lengden på sidene til bildet er kjent. Det er ikke naturlig å trekke inn samarbeid eller den muntlige samtalen her, siden det er i et eksempel, men i påfølgende oppgaver kunne dette eventuelt vært en del av oppgaven for å legge til rette for elever med en auditiv læringsstil. Likevel er det muntlige på en måte ivaretatt her, siden noe skal formuleres med ord. Selv om det auditive ikke kommer fram i form av snakking eller samtale, er det noe som i en oppgave må formuleres og tenkes over i eget hode før det havner på papiret som tekst, på samme måte som en må tenke gjennom og formulere noe en skal si. Her i eksempelet er bidrar del *b* til å sette ord på generaliseringen og favner også den visuelle læringsstilen ved at den inneholder skriftlige instruksjoner.

Del *c* i eksempelet kan ikke knyttes direkte til en læringsstil, men ligger nærmest den visuelle, siden oppgaven kan relateres til bildet i løsningen av del *a*. Igjen er det en tekstoppgave, men den legger til forskjell fra de andre delene opp til et algebraisk uttrykk som svar. Oppgaven er å skrive et algebraisk uttrykk for antall mosaikkbrikker Rikke trenger til en ramme rundt et bilde med sider lik n. Den legger derfor opp til å generalisere løsningene som ble gitt ved regning i *a* og ved tekstsvar i *b*. Og her dukker det opp en ny side ved differensieringen, ved at generaliseringen ikke bare baserer seg på et talluttrykk (i del *a*), men også på noe skriftlig (i del *b*) i form av forklarende tekst. Å generalisere mønsteret (bilderammen) til en algebraisk formel fra talluttrykk eller fra informasjon i tekst innebærer kanskje to forskjellige måter å tenke på, og dette kan legge til rette for at en større del av elevene forstår hva det vil si å generalisere, og at det å generalisere matematikk kan mestres av flere.

Eksempel 4 inneholder både visuelle og auditive trekk, og spesielt forskjellen mellom del *a* og *b* er med på å tydeliggjøre en differensiering mellom læringsstilene, hvis man tenker at bildet og det visuelle er koblet til del *a*, mens det auditive og muntlige er koblet til del *b*. Siden eksempelet er delt inn i tre deler, i likhet med de differensierte oppgavene, er det nærliggende å tenke at delene i eksempelet også er differensiert etter nivå. Ved at del *a* kommer fram til et talluttrykk, del *b* kommer fram til et tekstsvar og del *c* kommer fram til et algebraisk uttrykk, styrkes antakelsen om en nivådifferensiering. Likevel vil jeg ikke si at det er et like stort sprang i nivå mellom alle delene. Del *a* og del *b* ligger på en måte innenfor samme nivå, siden de begge er opptatt av å forklare hvor mange mosaikkbrikker man trenger til en ramme, når lengden på sidene til det kvadratiske bildet er kjent. Samtidig er det en forskjell mellom del *a* og del *b* ved at del *a* er knyttet til det konkrete bildet med sider på 5 cm, mens del *b* er knyttet til bilder i alle størrelser, så lenge lengden på sidene er kjent. Del *b* har derfor ikke bare noe til felles med del *a*, men ved at det generelle trekkes inn så har del *b* også noe til felles med del *c*, og ligger derfor innenfor samme nivå som del *c*. Nivået på del *c* innebærer å kunne generalisere og lage et generelt algebraisk uttrykk for hvor mange mosaikkbrikker man trenger for et bilde med sider lik *n* cm. Dette forklarer tekstsvaret til del *b* med ord, mens del *c* forklarer det matematisk. På denne måten har del *b* ett bein i nivået til del *a* og ett bein i nivået til del *c*, og det kan sies at eksempelet har to tydelige nivåer i stedet for tre, hvor del *b* er bindeleddet mellom de to nivåene. Dette illustreres i figur 4.



Figur 4: Nivådifferensiering og transformasjon mellom delene i eksempel 4

Ser vi på eksempel 4 som en helhet og på sammenhengen mellom de tre delene, er det ikke så vanskelig å se at eksempelets mål er å undervise om generalisering til et algebraisk uttrykk.

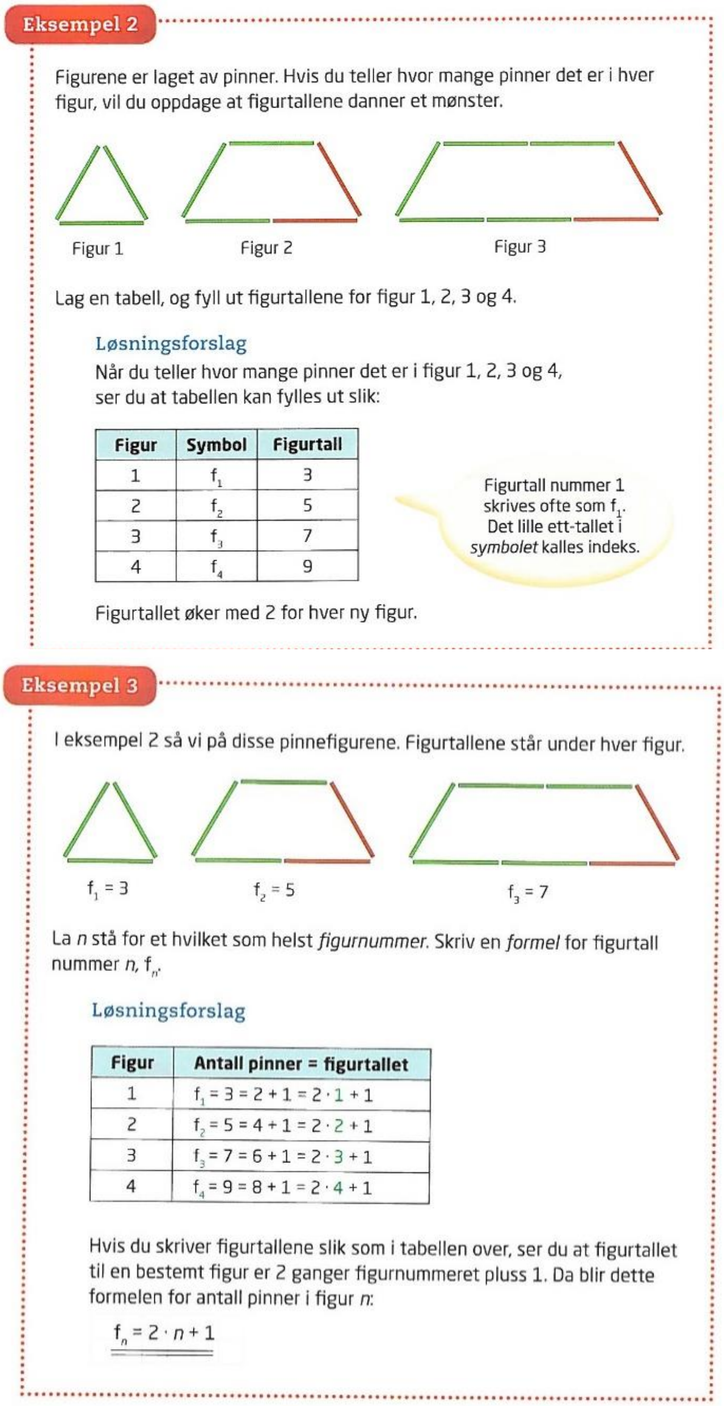
Generaliseringen fra talluttrykket eller informasjonen i teksten innebærer en transformasjon fra noe konkret til noe abstrakt. Eksempelet tar utgangspunkt i noe konkret og visuelt (rammen med mosaikkbrikker) i del a, for å transformere til noe mer abstrakt (et algebraisk uttrykk) i del *c*. Transformasjonen vises ikke bare gjennom at det generaliseres fra talluttrykket eller teksten, til et algebraisk uttrykk. Det skjer også en transformasjon fra del a til del *b,* ved at man går fra matematikk uttrykt ved tall, til matematikk uttrykt gjennom tekst. Til sammen viser dette at lærestoffet har dybde, ved at det transformeres og generaliseres på flere måter i eksempelet.

En annen ting som en kan legge merke til i eksempelet, er at det visuelle kun er knyttet direkte til del a i løsningsforslaget, men ikke til del b og *c*, selv om det kunne vært sentralt å bruke bildet i løsningen av disse. Rivera (2011) påpeker at matematiske kontekster er vanskeligere å visualisere enn hverdagslige, og det forstår jeg som at de matematiske kontekstene ofte er abstrakte, spesielt når det gjelder algebra, mens de hverdagslige er konkrete. I lys av dette kan det derfor virke logisk at bildet knyttes til den konkrete konteksten med rammen og mosaikkbitene i del a, men utelates i løsningen av det algebraiske uttrykket (det abstrakte) i del *c.* Men selv om eksempelet transformerer fra det konkrete til det abstrakte, trenger ikke det visuelle endre seg. I del b og c kan det visuelle også spille en rolle, for løsningen av b og c har begge en tilknytning til den konkrete rammen og mosaikkbitene.

4.1.3 To separate eksempler i Maximum 8 grunnlag for nivådifferensiering

To andre eksempler som ikke er delt opp i flere deler, men som kommer rett etter hverandre med en oppgave i mellom, finner vi på side 274-275. Eksemplene tar utgangspunkt i det samme figurmønsteret, men fokuserer på to forskjellige ting. Det første (eksempel 2) er opptatt av å se sammenheng mellom figurnummer, symbol for figurnummeret og selve figurtallet. Dette blir presentert i figur 5.

Det neste eksempelet (eksempel 3) er opptatt av å generalisere figurmønsteret til en algebraisk formel med *n.* Eksempelet viderefører det som ble presentert i forrige eksempel, slik at figurene i figurmønsteret er satt opp med tilhørende symbol og figurtall ($f_1 = 3$, $f_2 = 5$, osv.). I figur 5 vises det hvordan eksempelet forklarer generaliseringsprosessen fra figurmønster til matematisk talluttrykk. Deretter kommer en forklaring i tekst, før den generelle formelen $f_n = 2 \cdot n + 1$ presenteres til slutt.



Eksempel 2

Figurene er laget av pinner. Hvis du teller hvor mange pinner det er i hver figur, vil du oppdage at figurtallene danner et mønster.

Lag en tabell, og fyll ut figurtallene for figur 1, 2, 3 og 4.

Løsningsforslag

Når du teller hvor mange pinner det er i figur 1, 2, 3 og 4, ser du at tabellen kan fylles ut slik:

Figur	Symbol	Figurtall
1	f_1	3
2	f_2	5
3	f_3	7
4	f_4	9

Figurtall nummer 1 skrives ofte som f_1. Det lille ett-tallet i *symbolet* kalles indeks.

Figurtallet øker med 2 for hver ny figur.

Eksempel 3

I eksempel 2 så vi på disse pinnefigurene. Figurtallene står under hver figur.

La *n* stå for et hvilket som helst *figurnummer*. Skriv en *formel* for figurtall nummer *n*, f_n.

Løsningsforslag

Figur	Antall pinner = figurtallet
1	$f_1 = 3 = 2 + 1 = 2 \cdot 1 + 1$
2	$f_2 = 5 = 4 + 1 = 2 \cdot 2 + 1$
3	$f_3 = 7 = 6 + 1 = 2 \cdot 3 + 1$
4	$f_4 = 9 = 8 + 1 = 2 \cdot 4 + 1$

Hvis du skriver figurtallene slik som i tabellen over, ser du at figurtallet til en bestemt figur er 2 ganger figurnummeret pluss 1. Da blir dette formelen for antall pinner i figur *n*:

$$\underline{\underline{f_n = 2 \cdot n + 1}}$$

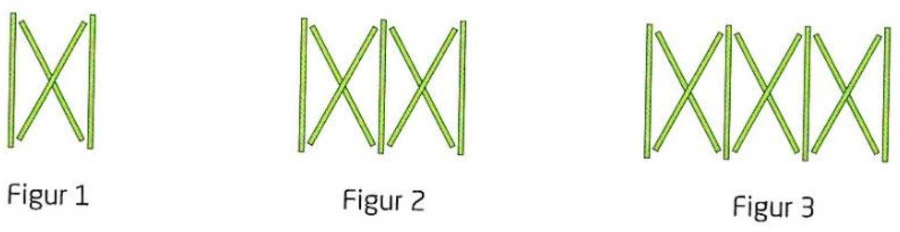
Figur 5: Eksempel 2 og 3 i Maximum 8 (s. 274-275)

Et spørsmål som dukker opp er hvorfor eksemplene står hver for seg og hvorfor læreverket ikke har valgt å presentere denne matematikken i ett og samme eksempel, siden de tar utgangspunkt i det samme figurmønsteret. Det er tydelig å se at eksemplene presenterer matematikk på ulikt nivå, siden eksempel 2 ser på figurer, figurtall og symboler, mens eksempel 3 ser på generalisering av figurmønsteret til et algebraisk formel. Hvis denne adskillelsen er gjort med hensikt, kan det være gjort for å legge grunnlag for nivådifferensiering. De påfølgende oppgavene bekrefter denne hypotesen, hvor de blå (lette) oppgavene er opptatt av selve figurtallene og sammenhengen mellom dem, de gule (middels) er opptatt av å generalisere figurmønsteret til en algebraisk formel og de grønne (vanskelige), i tillegg til å lage formel, er opptatt av å bruke formelen i regning. Dette viser at nivådifferensieringen i læreverket ikke bare forekommer i eksemplene som er delt inn i flere deler, men at den også kan forekomme mellom to separate eksempler.

4.1.4 To løsningsforslag i lærestoff i Maximum 8 legger grunnlag for differensiering

Utover eksemplene har Maximum 8 også annet lærestoff, som er mer omfattende og faglig, og som behandler et emne grundigere enn det et eksempel gjør. Det kan være nyttig å ha slikt lærestoff når noe nytt skal innføres, eller for å gå dypere inn på et emne. Det første lærestoffet vi møter i Maximum 8 er på side 277, hvor læreverket presenterer metoder for å generalisere et figurmønster. Dette lærestoffet kommer tidlig i algebrakapittelet, og det er også tydelig at Maximum 8 har et fokus på det visuelle i starten. I lærestoffet undervises elevene i å se mønster og gå fra noe visuelt til noe generelt og matematisk. På denne måten lærer elevene på et tidlig stadium å visualisere og trekke linjer mellom det visuelle og det matematiske (Maida, 2004).

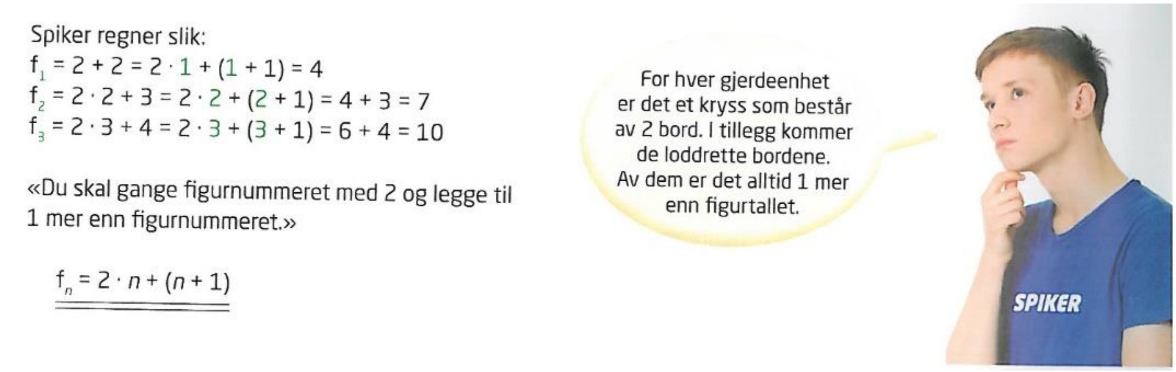
Lærestoffet på side 277 ser på to metoder for å komme fram til en generell formel for figurmønsteret (vedlegg). Den ene metoden er ikke noe lettere eller vanskeligere enn den andre, men de fremstår likevel som to forskjellige metoder ved at det som presenteres er to måter å tenke generalisering på. Lærestoffet har derfor ikke en differensiering i nivå, men det heller mer i retning av tilpasset opplæring, siden tilpasset opplæring nettopp handler om oversikt over innhold og tema, og kjennskap til gode læringsstrategier (Haug og Bachmann, 2007). Figur 6 viser hvilket mønster som skal generaliseres.



Figur 6: Figurmønster til lærestoff i Maximum 8 (s. 277)

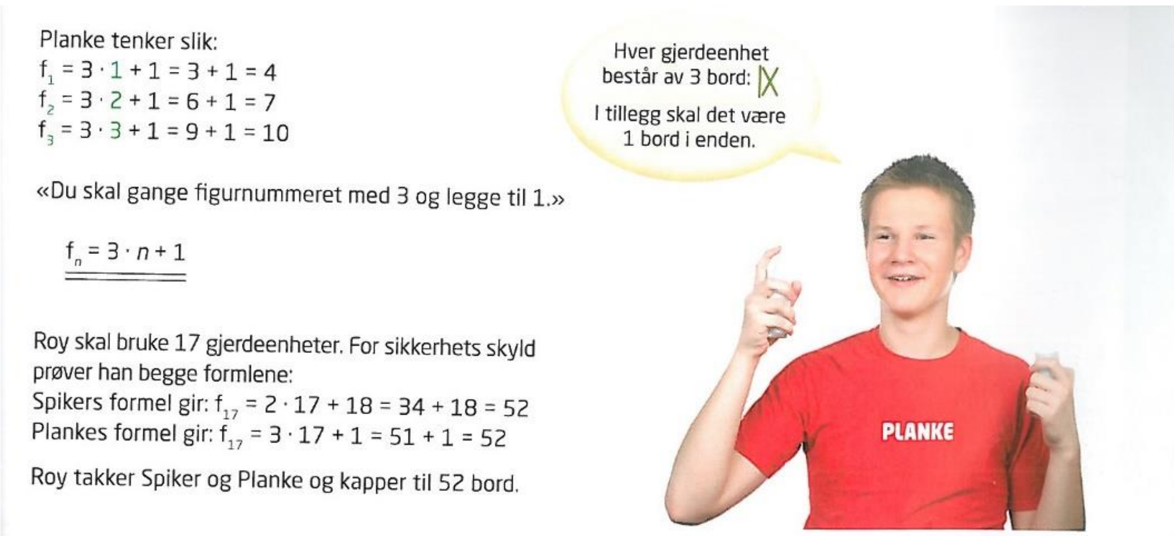
Mønsteret beskriver hvordan et gjerde kan settes opp, ledd for ledd. Det første leddet består av fire bord og kan uttrykkes på ulike måter matematisk. Til eksempel kan antall bord i den første figuren presenteres matematisk slik: 1) $2 + 2$ 2) $2 \cdot 2$ 3) $2 + 1 + 1$
Hvordan man deler opp figurene i mindre deler har noe å si for hvordan generaliseringsprosessen blir (transformeringen fra talluttrykk til algebraisk uttrykk). Dette er

ifølge Friel og Marksworth (2009) fase to i problemløsningsprosessen for å analysere geometriske mønster, hvor det er mulig å bruke ulike figurative resonnementsstrategier som vist ovenfor. I figur 7 og 8 vises to forskjellige løsningsmetoder som læreverket presenterer for å generalisere figurmønsteret. Metodene bruker to forskjellige resonnementsstrategier ved at de deler opp leddene i figurmønsteret på forskjellige måter.



Figur 7: Løsningsforslag 1 i lærestoff i Maximum 8 (s. 277)

Her tas det utgangspunkt i at et gjerdeledd består av to bord som danner et kryss, pluss to loddrette bord på sidene og det generaliseres til $f_n = 2 \cdot n + (n + 1)$. Læreverket presenterer ikke kun det matematiske her, men har også med en snakkeboble som forklarer med tekst, og et tekstsvar for hvordan figurmønsteret skal generaliseres.



Figur 8: Løsningsforslag 2 i lærestoff i Maximum 8 (s. 277)

Her består hvert gjerdeledd av ett loddrett bord og to bord i kryss, men i tillegg kommer det ett bord på enden. Dette generaliseres til $f_n = 3 \cdot n + 1$. Også her er fremgangsmåten forklart med snakkeboble og tekstsvar.

Læreverket presenterer to metoder som elevene står fritt til å velge mellom, ut fra egne forutsetninger og interesse. At det presenteres to metoder og ikke bare en, legger opp til at elevene kan bruke egne metoder og tenke mer selv. Dette kan være et ledd i en differensiering ved at lærestoffet motiverer elever med god innsikt til å utforske bruk av metode selv. Ved at det presenteres flere løsningsmetoder, kan elevene se at det ikke bare er én vei til svaret, men flere veier. Elever med mindre innsikt og selvstendighet kan forholde seg til de to metodene som er presentert, og velge den metoden som de forstår best. Dette viser at differensieringen i lærestoffet ikke fremstår tydelig for eleven, men at valgfriheten til å velge metode likevel kan legge til rette for en differensiering mellom elevene. En annen ting som kan merkes her, er at de generelle formlene testes ut for antall gjerdeenheter (*n*) nederst på siden. For $n = 17$ vises det at begge formlene kommer fram til det samme svaret som er 52 bord, og at de dermed er like og beskriver det samme mønsteret. Men det vises ikke matematisk at de to generelle algebraiske uttrykkene er like, og dette er noe som kanskje kunne vært med i lærestoffet, for å legge til rette for større dybde i fagstoffet og en tydeligere differensiering i nivå.

Utover eksempler og lærestoff, inneholder algebrakapittelet i Maximum 8 to aktiviteter og to oppgaveavsnitt på slutten, som heter *Bli bedre* og *Tren tanken*. En av aktivitetene er et kortspill med bruk av figurmønster, tallrekker og formler. Kortene kan lages med ulik vanskelighetsgrad og legger derfor opp til en nivådifferensiering. Aktiviteten kan også passe for elever som trenger å få konkretisert sammenhengen mellom figurmønster og formler på en annerledes måte. Hvis det å generalisere selv fra et figurmønster til en formel oppleves vanskelig, kan man likevel lære noe om denne transformasjonen gjennom å se det visuelt ved å knytte sammen bildekort. Dette vil ligge under den første visuelle aktiviteten som Rivera (2011) trekker fram, hvor elevene foretar sannsynlige og kreative resonnementer og gjetninger. Oppgaveavsnittene kan være et ledd i en tempo- og breddedifferensiering, ved at elever som arbeider fort, får tid til å bli enda bedre og gå enda dypere i stoffet. Avsnittene kan også brukes som repetisjon av kapittelet og er nyttig for å få lærestoffet til å feste seg bedre. Mange av oppgavene er nivådifferensierte, slik at elevene også kan arbeide med oppgaver på sitt eget nivå her. Oppgaveavsnittene kan derfor bidra til både kvalitativ og kvantitativ differensiering, ettersom avsnittene kan legge til rette for tempo og mengde, men også dybde, bredde og nivå.

4.1.5 Eksempler i Nummer 8

Nummer 8 har 10 eksempler fordelt på 31 sider i kapittelet om tall og algebra. Eksemplene fremstår forskjellig fra eksemplene i Maximum 8, og dette kommer tydeligst fram i forhold til det visuelle, siden det ikke finnes noen eksempler med forklarende bilder eller figurer i Nummer

8. Det finnes heller ikke eksempler med bare tekst eller med bare regning, men de fleste eksemplene er tekstrike med innslag av enkel tallregning. Det nærmeste man kommer et regneteknisk eksempel er eksemplene på side 262 og 281. Grunnen til at de ikke er helt regnetekniske er at eksemplene inneholder tekstoppgaver og noe veiledende tekst i tilknytning til regningen. Ellers er kun ett av eksemplene i Nummer 8 delt opp i flere deler, og det er eksempel 9 på side 281 (figur 9). Eksempelet kommer helt i starten på det fjerde avsnittet i algebrakapittelet, som har temaet *å lage formler*.

Eksempel 9 inneholder fire deloppgaver, hvor hver deloppgave er en tekstoppgave. Målet er å vise sammenhengen mellom et regnestykke og en generell algebraisk formel, altså en fremgangsmåte for generalisering, for det tas utgangspunkt i en dagligdags situasjon med ukelønn. Deloppgave *a* og *b* ser på hvor mange penger en ukelønn over henholdsvis 5 og 9 uker vil gi. Dette settes opp som et regnestykke og hensikten er etter hvert å forstå hvilket ledd som er variabelen i regnestykkene, som her er antall uker.

EKSEMPEL 9

Å LAGE FORMLER

Kari får 50 kr i ukelønn av foreldrene sine. Hun sparer alle disse pengene.

a Hvor mange kroner har hun etter fem uker?

b Hvor mange kroner har hun etter ni uker?

c Lag en formel som forteller hvor mange kroner hun har etter n uker, der n er et positivt helt tall.

d Hvor mange kroner har Kari etter ett år?

Løsning

a Hun har 50 kr · 5 = 250 kr.

b Hun har 50 kr · 9 = 450 kr.

c Fra oppgavene a og b ser vi at hvis n er antall uker, blir antall kroner lik $50 \cdot n$. Etter n uker har hun $50 \text{ kr} \cdot n$. Dette er formelen vi skal ha.

d Ett år regnes som 52 uker. Derfor har Kari 50 kr · 52 = 2600 kr etter ett år.

Figur 9: Eksempel 9 i Nummer 8 (s. 281)

I deloppgave *c* er målet å lage en generell formel for antall kroner etter *n* uker, mens deloppgave *d* spør etter hvor mange penger ukelønnen utgjør på et helt år. Eksempelet har derfor en slags tredeling som innebærer å kunne sette opp ett regnestykke ut fra en dagligdags situasjon, kunne generalisere fra et regnestykke til en formel og kunne benytte seg av en formel til å gjøre beregninger. En slik tredeling kan ofte være grunnlag for en nivådifferensiering, men Nummer har valgt å ikke legge opp til noen slik differensiering i påfølgende oppgaver. Tredelingen utgjør også en sammenheng ved at den knytter sammen det konkrete og det abstrakte på en enkel og forståelig måte, og en eventuell nivådifferensiering mellom de tre delene virker derfor ikke hensiktsmessig her.

Eksempel 9 om formler på side 281 presenterer bare én fremgangsmåte og kan på en måte oppfattes som en algoritme, siden de påfølgende oppgavene får elevene til å følge eksakt samme prosedyre som i eksempelet. Nummer 8 inneholder også eksempler som presenterer flere måter å løse en oppgave på, og disse har stort sett sammenheng med lærestoffet om algebraiske lover. Eksempelet på side 261 er det første eksempelet i algebrakapittelet og inneholder mye tekst. Det foregående lærestoffet har tatt for seg utledning av den distributive loven $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ (figur 10) som sier at multiplikasjn er distributiv med hensyn til addisjon, og eksempelet presenterer begge sidene av loven som en måte å løse oppgaven på. I likhet med lærestoffet i Maximum 8 presenteres det her to metoder for å sette opp et regneuttrykk, men det er ikke gjort for å differensiere løsningsmetodene, men for å synliggjøre at den distributive loven gjelder i praktisk regning. Dette vises tydelig i den påfølgende oppgaven hvor elevene skal sette opp to regneuttrykk og regne ut disse. Det står ingenting om at de skal velge den ene eller den andre metoden, men at de *skal* sette opp to ulike regneuttrykk. Metodene bidrar derfor ikke til å differensiere mellom elevene. Det som ellers kan sies om eksemplene i Nummer 8, er at de påfølgende oppgavene så godt som alltid legger opp til at elevene følger eksemplenes fremgangsmåte og løsningsforslag.

4.1.6 Nivådifferensiert lærestoff i Nummer 8

Nummer 8 har også et lærestoff som differensierer i nivå. Det første lærestoffet kommer på de første sidene i kapittelet og forklarer hva begrepene *variabel, konstant* og *formel* er for noe. Dette forklares ved å se på arealet til et rektangel og arealet til en sirkel. For arealet til et rektangel er det greit å forstå at lengden *l* og bredden *b* er variabler, siden variablene kan byttes ut med vilkårlige tall. For arealet til en sirkel er det kanskje ikke like lett å avgjøre hva som er variabler, for formelen inneholder bare symboler. Symbolet for pi er riktignok en konstant (3,14…) og dette forklares også godt i lærestoffet. I tillegg inneholder formelen for arealet til en sirkel potensleddet r^2, noe som gjør formelen mer kompleks enn formelen for areal til et rektangel.

At lærestoffet forklarer hva begrepene er med utgangspunkt i to forskjellige eksempler, viser at lærestoffet inneholder dybde, slik at elevene bedre kan forstå informasjonen som blir gitt. Det bidrar også til variasjon i lærestoffet, og det differensierer ved at de to eksemplene som blir gitt ligger på forskjellig nivå i algebraforståelse. En slik differensiering kan være nyttig når elever bruker læreboka til selvstudium eller oppgaveløsing på egenhånd. At formlene for areal til et rektangel og til en sirkel blir brukt her, er også med på å gi lærestoffet kompleksitet, ved at formlene er kjent fra tidligere undervisning og oppgaveregning, for Kaplan (2011) nevner at fagstoffets kompleksitet innebærer å se sammenhenger mellom konsepter og deler av stoffet, noe som nettopp skjer her ved at formlene er utgangspunkt for å lære om nye begreper.

Nummer 8 har ellers et fokus på innføring av algebra og algebraiske lovmessigheter gjennom tall og tallregning. Dette kommer til uttrykk i lærestoffet litt lenger ut i algebrakapittelet. På side 260 innføres den distributive loven, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, (figur 10), som knytter sammen addisjon og multiplikasjon ved å se at uttrykkene på hver side av likhetstegnet får

Gjorde du oppgave 4.10 riktig, så du et mønster. Her er et eksempel til med det samme mønsteret:

$6 \cdot (2 + 7) = 6 \cdot 9 = 54$

$6 \cdot 2 + 6 \cdot 7 = 12 + 42 = 54$

Prøver du med andre tall, vil du alltid få samme svar med de to regnemåtene. Vi kan uttrykke dette slik:

For alle tall a, b og c gjelder at

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Figur 10: Lærestoff på side 260 i Nummer 8

samme verdi ved talleksempler. Transformasjonen i fagstoffet, som her blir overgangen fra noe konkret til abstrakt, finnes i forskjellen mellom det aritmetiske og det algebraiske, og denne transformasjonen kommer til syne i påfølgende oppgaver. Der fremstår ikke det algebraiske som ren bokstavregning, men innebærer i stedet forståelse for et algebraisk uttrykk og det å kunne sette inn tall for bokstaver i et uttrykk og deretter komme fram til en tallverdi.

Transformasjonen i fagstoffet og forskjellen i lærestoffet kan nok bidra til en nivåforskjell matematisk sett, men det kan ikke sees på som noen sterk form for differensiering når det opptrer som en helhet med sammenheng for alle elevene.

4.2 Differensieringen i læreverkenes oppgaver

4.2.1 Oppgavetyper og kategorier i Maximum 8

Første halvdel av algebrakapitlet i Maximum 8 strekker seg over 39 sider. På disse sidene finnes det 63 oppgaver av ulikt slag hvor noen er nivådifferensierte og har fargekodene blå for lett, gul for middels og grønn for vanskelig. Flesteparten av oppgavene er vanlige oppgaver for alle, og disse kan videre deles inn i diskusjonsoppgaver, visuelle oppgaver, praktiske oppgaver, tekstoppgaver og aktiviteter. Maximum 8 inneholder ingen digitale oppgaver som skal gjøres på PC. Tabell 2 gir en oversikt over oppgavekategorier og antall i algebrakapittelet.

Tabell 2: Oppgavetyper og antall i algebrakapittelet til Maximum 8

Blå	Gul	Grønn	Blå, gul, grønn	Diskusjon	Visuelle	Praktiske	Akivitet	Tekstoppgave
3	2	2	17	1	18	2	2	33

Tabell 2 viser at det finnes en del tredelte oppgaver (med nivådifferensiering innad i oppgaven (blå, gul, grønn) hvor den samme matematikken behandles i hver del) eller det jeg vil kalle for oppgaver med indre nivådeling (som vil si at en enkelt oppgave består av tre deler uten å behandle den samme matematikken på hvert del). Det kommer også tydelig fram at det er et fåtall av hele blå, gule og grønne oppgaver som er nivådifferensierte, men skilt fra hverandre som separate oppgaver. Det er bare én oppgave som legger opp til diskusjon, og det er få praktiske oppgaver og aktiviteter. Ut fra tabellen vises det også tydelig at Maximum 8 har et visuelt og skriftlig fokus i algebrakapittelet ved at det er mange visuelle oppgaver og tekstoppgaver. At en oppgave er visuell betyr at det enten er en figur eller tegning knyttet til oppgaven som er til hjelp i oppgaveløsningen eller som konkretiserer oppgaveteksten, eller at oppgaven legger opp til at elevene skal tegne eller lage noe visuelt. De praktiske oppgavene kan også ha noe med de visuelle oppgavene å gjøre, hvis man ser på tegning som noe praktisk, men i utgangspunktet er de praktiske oppgavene knyttet til konkreter og brikker i avsnittet om figurtall og figurmønster.

Tabell 3: Oppgavetyper og antall i tallregningskapittelet til Maximum 8

Blå	Gul	Grønn	Blå, gul, grønn	Diskusjon	Visuelle	Praktiske	Akivitet	Tekstoppgave
5	5	5	19	1	6	2	5	72

Tabell 3 viser en oversikt over det første kapittelet i Maximum 8 om tallregning. Dette er tatt med for å se om algebrakapittelet skiller seg ut på noen områder i forhold til andre kapitler. Tallregningskapittelet inneholder 124 oppgaver totalt og av disse har 19 oppgaver en indre nivådifferensiering eller nivådeling, mens det finnes 5 blå, 5 gule og 5 grønne oppgaver som er nivådifferensiert for seg selv. Dette viser at det ikke er stor forskjell i antall nivådifferensierte oppgaver mellom de to kapitlene, men sett i lys av det totale antall oppgaver i kapitlene skulle det kanskje vært noen flere oppgaver med indre nivådifferensiering eller nivådeling i dette kapittelet. Den største forskjellen er at det er færre visuelle oppgaver i tallregningskapitlet sammenlignet med algebrakapitlet, men dette har sammenheng med hvilke temaer som behandles. Siden algebrakapitlet bruker stor plass på figurmønster og figurtall er det naturlig at mange oppgaver har noe visuelt knyttet til seg, på samme måte som kapitlet om geometri også har mye visuelt i seg. Tallregningskapitlet har ellers flere aktiviteter og tekstoppgaver, men ikke flere eller færre enn det som er forventet ut fra det totale antall oppgaver i kapitlet.

Etter en grundigere analyse av oppgavene viser det seg at det finnes mange oppgavekategorier i algebrakapittelet Maximum 8. Oppgavekategoriene er satt opp ut fra hva oppgaveteksten i oppgavene begynner med og tabell 4 viser også hvilke oppgavetyper og oppgavekategorier som opptrer sammen. Oversikten som gis i tabell 4 skal ikke først og fremst vise hvilke

Tabell 4: Tabell over oppgavekategorier (rad) knyttet til oppgavetyper og læringsstiler (kolonne)

Kategori / Oppgavetype	Blå	Gul	Grønn	Visuell	Praktisk	Tilknyttet læringsstil
Finn fram til (svar/verdi/uttrykk)	X	X	X	X		
Forklar	X	X		X		Auditiv
Lag tabell				X	X	
Lag uttrykk	X	X	X			
Lag formel	X	X	X	X	X	
Lag setning	X	X	X	X		Auditiv
Lag oppgave og fasit				X		
Beskriv/forklar med ord	X	X	X	X		Auditiv
Tegn				X		Visuell/Taktil
Regn ut	X	X	X	X		
Trekk sammen	X	X	X			
Fullfør oppgaven	X	X	X	X		
Tenk på	X	X	X			Auditiv
Vis at					X	Visuell/Taktil
Hva passer til hva				X		Visuell

oppgavekategorier som dukker opp i de forskjellige oppgavetypene, men hovedsakelig gi en oversikt over selve oppgavekategoriene, som er interessante når det gjelder differensiering som er knyttet til de forskjellige læringsstilene.

En god differensiering av oppgavetyper vil si at det er en jevn fordeling med hensyn til læringsstiler, siden differensiering ut ifra læringsstiler en sikker måte å forbedre elevenes faglige prestasjoner på (Dunn og Griggs, 2003). Elever med en auditiv læringsstil foretrekker samtale og diskusjon, og oppgavekategorier som kan legge til rette for dette er de som begynner med *forklar, lag setning, beskriv/forklar med ord* og *tenk på,* eller som har innslag av problemløsning. Mange av oppgavene er tekstoppgaver, og disse er også gode og nyttige i samarbeidssituasjoner siden elevene kan lese oppgaven for hverandre eller sammen og få en felles forståelse for hva oppgaven går ut på. For elever med en visuell læringsstil blir oppgaver som begynner med *tegn, vis at* og *hva passer til hva* sentrale, i tillegg til tekstoppgaver. Det finnes også andre oppgavekategorier som passer for visuelt sterke elever, men det viktige er at det er knyttet noe visuelt til oppgavene, gjennom figurer, tegning eller andre former for visuelle hjelpemidler og konkretiseringer. For elever med taktil læringsstil blir oppgaver som begynner med *lag, tegn* og *vis at* sentrale, så lenge det skjer med visuelle eller konkrete hjelpemidler. Alt i alt så viser det seg at selv om Maximum 8 har et stort fokus på tekst og visuelle ting, så bidrar de forskjellige oppgavekategoriene til at flere læringsstiler enn den visuelle er til stede i læreverket.

4.2.2 Oppgavetyper og kategorier i Nummer 8

Første halvdel av kapittel 4 om tall og algebra i Nummer 8 strekker seg over 31 sider. På disse sidene finnes det 50 oppgaver i tillegg til seks oppgaver i en *hva kan du nå*-del, som skal være til hjelp for elevene slik at de fort får oversikt over hva de eventuelt må jobbe mer med. Tabell 5 viser en oversikt over oppgavekategorier og antall i algebrakapitlet:

Tabell 5: Oppgavetyper og antall i algebrakapitlet til Nummer 8

Vanlige	Samarbeid	Utfordring	Rike	Digitale	Visuelle	Praktiske
18	13	12	2	5	3	4

Oppgavene i læreverket har ikke en tydelig differensiering i nivå slik som i Maximum 8, men her er oppgavene delt inn i samarbeidsoppgaver, utfordringer, digitale oppgaver, eksamensoppgaver og rike oppgaver. Læreverket introduserer selv disse oppgavetypene og sier at samarbeidsoppgavene er sentrale når det gjelder å snakke matematikk som grunnleggende ferdighet. Samarbeid legger også opp til samtale, spørsmål og argumentasjon.

Utfordringsoppgavene inviterer til gode ideer og krever at man har forstått det man har jobbet med i de ulike delkapitlene. Digitale oppgaver gjøres på PC og kan løses ved hjelp av Excel eller GeoGebra. Det finnes også tidligere eksamensoppgaver i hvert kapittel som viser elevene hva som kreves av dem og hvordan en eksamensoppgave er lagt opp og ser ut. Til slutt er det noen rike oppgaver som legger opp til kreative løsningsmetoder og som ikke er så fasit-orienterte, men som er mer åpne i stilen (Hole, Jensen, Tellefsen og Wallace, 2014, s. 4-5). De visuelle oppgavene i algebrakapitlet er få, og i to av oppgavene er det visuelle innslaget et bilde som konkretiserer oppgaveteksten eller som skal brukes i oppgaven. Den siste visuelle oppgaven er knyttet til figurmønster. De praktiske oppgavene er knyttet til bruk av terninger (tallregning) og fyrstikker (figurmønster).

For å sammenligne algebrakapitlet med et annet kapittel, har jeg i tabell 6 satt opp en oversikt over de forskjellige oppgavetypene i tallregningskapitlet til Nummer 8, og antallet av dem. Tallregningskapitlet er større enn algebrakapitlet og inneholder flere oppgaver, men det er likevel ikke store forskjeller mellom kapitlene. Antall visuelle og praktiske oppgaver er det samme for begge kapitlene, mens det er noen flere utfordringsoppgaver og samarbeidsoppgaver, og det skulle vi også forvente ut fra det totale antall oppgaver i kapitlet om tallregning. Det virker derfor ikke som at Nummer 8 bruker oppgavetypene på en annen måte i algebrakapitlet for å differensiere, eller at noen oppgavetyper dominerer i forhold til andre, men at oversikten som gis i tabellene er del av et system som gjelder for flere kapitler.

Tabell 6: Oppgavetyper og antall i tallregningskapittelet til Nummer 8

Vanlige	Samarbeid	Utfordring	Rike	Digitale	Visuelle	Praktiske
55	21	18	2	0	3	4

Etter en grundigere analyse av oppgavene, viser det seg at flere oppgavekategorier finnes i Nummer 8. Oppgavekategoriene er også her satt opp ut fra hva oppgaveteksten i oppgavene begynner med og tabell 7 viser hvilke oppgavetyper og oppgavekategorier som opptrer sammen. Oversikten som gis i tabell 7 skal ikke først og fremst vise hvilke oppgavekategorier som dukker opp i de forskjellige oppgavetypene, men er også her interessante når det gjelder differensiering som er knyttet til de forskjellige læringsstilene, ved at ulike oppgavetyper kan fokusere på ulike læringsstiler.

Tabell 7: Tabell over oppgavekategorier (rad) knyttet til oppgavetyper (kolonne) i Nummer 8

Kategori/Oppgavetype	Vanlig	Samarbeid	Utfordring	Digital	Rik	Visuell	Praktisk
Beskriv med ord		X					
Problemløsning			X			X	
Lag uttrykk	X	X	X				X
Spill / Lag spill					X	X	X
Lag oppgave m/ fasit		X			X	X	
Lag praktisk situasjon	X		X				
Lag formel	X	X	X			X	X
Regn ut	X	X		X			X
Fullfør setningen	X	X					
Diskuter		X					
Sett inn	X	X		X			
Undersøk om			X			X	
Forklar			X				

Til forskjell fra Maximum 8 så har Nummer 8 tydeliggjort hvilke oppgaver elevene skal samarbeide om og dette er til fordel for elevene med en auditiv læringsstil. Samarbeidsoppgavene er sentrale når nye temaer tas opp, slik at elevene får mulighet til å snakke med hverandre om temaet og nye begreper. Samarbeidsoppgavene inneholder blant annet oppgavekategoriene som begynner med *beskriv med ord, lag uttrykk/oppgave/formel, fullfør setningen* og *diskuter*, som tydelig legger til rette for samtale. Utfordringsoppgavene har få av oppgavekategoriene til felles med samarbeidsoppgavene, og typisk for denne oppgavetypen er kategorier som *problemløsning, lag uttrykk, lag praktisk situasjon, undersøk om* og *forklar*. Utfordringsoppgavene har derfor noe av den auditive læringsstilen knyttet til seg ved at elevene skal forklare ved bruk av ord, men også noe av den visuelle læringsstilen ved at elevene skal lage uttrykk og praktiske situasjoner med bruk av ord og tall. De digitale oppgavene som gjøres i regneark på PC ligner i innhold på de vanlige oppgavene. Disse oppgavene kan elever på alle trinn få til, og det er mer en innføring i bruk av regneark og et bidrag til digital kompetanse, enn en bredere og dypere algebraopplæring og algebraforståelse for elevene. Både de visuelle og praktiske oppgavene har innslag av oppgavekategoriene *lag oppgave/uttrykk/formel*, *spill* og *problemløsning/utforskning*, men det er sjeldent bruk av konkreter i de praktiske oppgavene. Sett i lys av antall oppgaver for hver oppgavetype og analysen over har Nummer 8 mindre fokus på oppgaver med innhold til nytte for elever med en visuell og taktil læringsstil, men større fokus på den auditive læringsstilen ved at mye skal formuleres og forklares med ord, både individuelt og i samarbeid med andre.

4.2.3 Analyse av oppgavetyper og differensiering i læreverkenes oppgaver

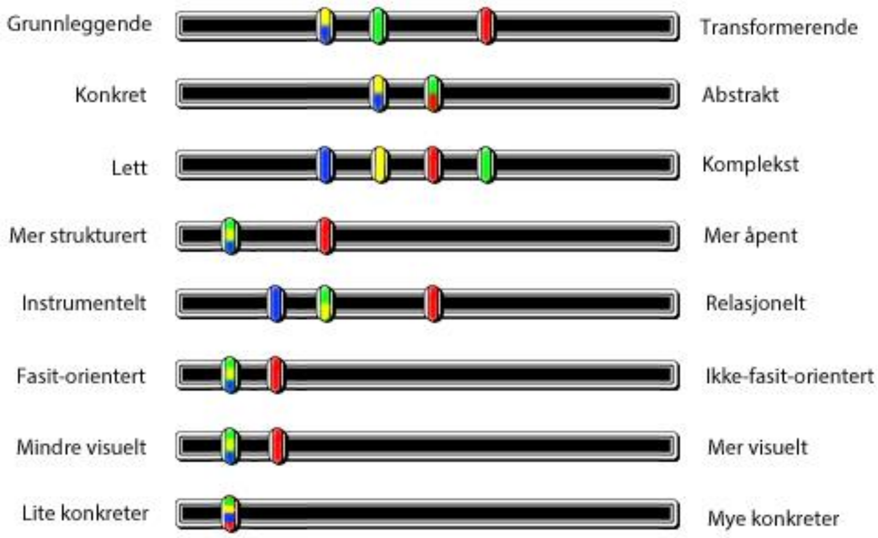
Differensiering av oppgaver handler ikke bare om læringsstiler men om innhold, dybde, kompleksitet, nivå, transformasjon osv. I den følgende analysen av oppgavene i Maximum 8 og Nummer 8 benytter jeg meg først av verktøyet *The Equalizer* til Tomlinson (2014).

Figur 11: Graderingsskala i The Equalizer

Graderingen i verktøyet (figur 11) har jeg basert på en skala fra 1 til 10, hvor tallet 1 indikerer den venstre siden og tallet 10 den høyre siden. Der graderingen er mindre til mer eller lite til mye, er tallet 1 det samme som fravær av den aktuelle tingen. For eksempel hvis graderingen går fra mindre visuelt til mer visuelt, betyr området ved tallet 1 at det ikke er noe visuelle innslag i en oppgavetype. I figurene som følger beskriver figurteksten hvilke farger som hører til hvilke oppgavetyper. I noen graderinger opptrer flere farger samtidig. Dette betyr at flere av oppgavetypene er gradert til samme nivå/tall. For at ikke analysen skal bli for omfattende har jeg valgt å se på et avsnitt i Maximum 8 og Nummer 8 som behandler mye av den samme matematikken, i stedet for å ta med alle avsnittene som handler om algebra for begge læreverkene. Avsnittet i Maximum 8 handler om algebraiske uttrykk og kommer blant annet innom forståelse og utforming av bokstavuttrykk. Avsnittet i Nummer 8 handler om å lage formler og er innom noe av det samme som Maximum 8, men er i tillegg opptatt av generalisering fra talluttrykk og figurmønster til et generelt algebraisk uttrykk.

Maximum 8 – Avsnitt 2: Algebraiske uttrykk

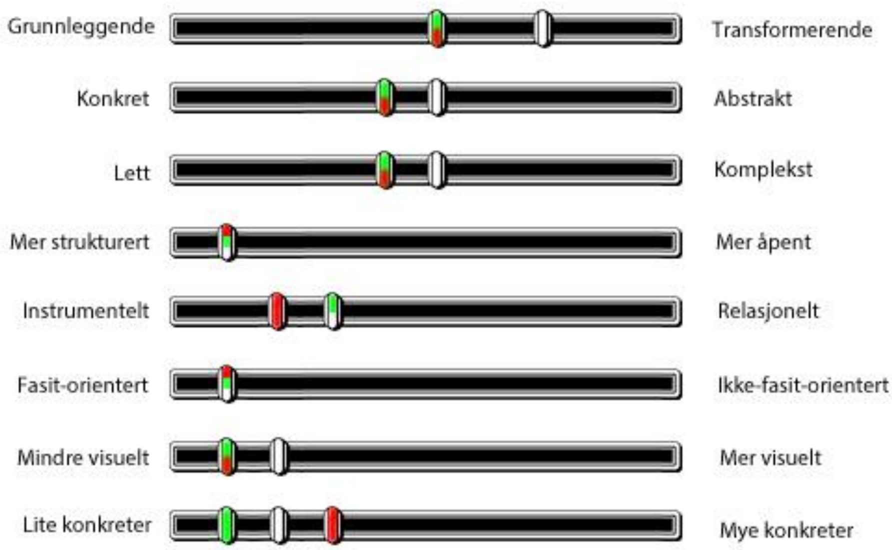
18 oppgaver	Vanlige oppgaver: 13	Differensierte oppgaver (blå, gul, grønn): 5



Figur 12: Avsnitt 2 - Algebraiske uttrykk, i Maximum 8. Vanlig = rød, lett = blå, middels = gul, vanskelig = grønn.

Nummer 8 - Avsnitt 4: Å lage formler

8 oppgaver	Vanlige oppgaver: 4	Samarbeidsoppgaver: 2	Utfordringer: 2



Figur 13: Avsnitt 4 – Å lage formler, Nummer 8. Blank = vanlig, grønn = samarbeid, rød = utfordring

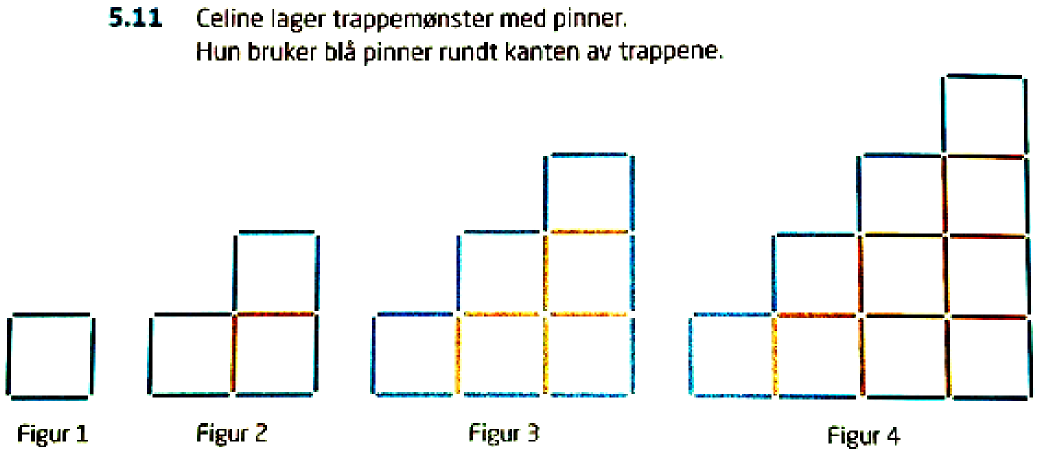
Avsnittet i Maximum 8 og Nummer 8 handler om å lage formler og algebraiske uttrykk ut fra skriftlig informasjon i tekstoppgaver. Nummer 8 trekker også inn litt figurmønster på slutten av avsnittet og generalisering av dette. Det som en først legger merke til ved å bruke *The Equalizer*, er at man får et ganske likt mønster for både Maximum 8 og Nummer 8. Graderingen viser gjennomsnittet for hver oppgavetype, og noen steder har flere oppgavetyper den samme graderingen. De vanlige oppgavene har et mer transformerende preg, og dette kommer av at man går fra tekst til et algebraisk uttrykk. De differensierte oppgavene i Maximum 8 er mer opptatt av det algebraiske og verdien av algebraiske uttrykk, og går ikke så ofte veien fra det konkrete til det abstrakte. Samarbeids- og utfordringsoppgavene i Nummer 8 transformerer også fra tekst til algebraisk uttrykk, men bruker mer av oppgavene på det konkrete og tallregning, og mindre på det transformerende. Ellers viser det seg at oppgavene i Nummer 8 er veldig strukturerte og styrende, hvor ingenting overlates til å bli bestemt av eleven. Der er Maximum 8 bedre siden det finnes en vanlig oppgave hvor elevene skal transformere fra algebraiske utrykk til tekst, hvor det er opp til elevene å tolke uttrykkene uten å være opptatt av noen bestemt fasit.

I Maximum 8 er de vanlige oppgavene både instrumentelle og relasjonelle i stilen. Med det mener jeg at noen oppgaver følger eksemplene, mens andre tekstoppgaver ikke er like knyttet til dem, som igjen fører til at elevene må relatere det de har lært fra før til oppgaven. De differensierte oppgavene følger som regel samme fremgangsmåte som eksemplene. I Nummer 8 gjelder det samme, men det er færre oppgaver som ikke er knyttet direkte til et eksempel. Ellers kan det nevnes at oppgavene i begge læreverk er fasit-orienterte og lite opptatt av visuelle innslag, men at Nummer 8 trekker inn konkreter (fyrstikker og terninger) i oppgavene om figurmønster, mens Maximum 8 ikke har noen oppgaver som legger opp til bruk av konkreter.

En ting til som *The Equalizer* får fint fram, er om det er noen forskjeller mellom de ulike oppgavetypene på noen områder. Det første en kan merke seg er at de vanlige oppgavene ofte ligger mer til høyre enn de differensierte oppgavene i Maximum 8, og samarbeids- og utfordringsoppgavene i Nummer 8. Noe av grunnen til dette er at de differensierte oppgavene i Maximum 8 ofte går dypere inn i det algebraiske, slik at bokstavregning og algebraiske uttrykk får større plass. Oppgavene blir derfor mer strukturerte og fasit-orienterte, og det blir vanskeligere å trekke inn konkreter, visuelle innslag og transformasjoner. Derfor blir også de vanlige oppgavene mer transformerende, åpne og relasjonelle enn de differensierte oppgavene. I Nummer 8 er det ikke store forskjeller mellom oppgavetypene, men de vanlige oppgavene ligger ofte noe til høyre for de andre.

4.2.4 Oppgaver som ikke er forhåndsdifferensiert men som kan differensieres

Maximum 8 har en oppgave om generalisering av figurmønster som ikke har en indre nivådeling selv om den er delt i tre (figur 14). Oppgaven ser på figurer bestående av kvadrater av pinner som danner et trappemønster, men det er bare de ytre blå pinnene i hver figur som gjelder når figurmønsteret skal generaliseres. Først, i deloppgave *a*, skal antall pinner i Figur 3 finnes. Deretter skal det i del *b* lages formler eller beskrives med ord hvor mange pinner det er i hver figur, og i del *c* skal man regne ut antall pinner i Figur 25.



Figur 14: Oppgave 5.11 i Maximum 8 (s. 282)

Figurmønsteret ser kanskje komplisert ut, men det øker lineært med 4 pinner for hver figur. Altså er det et lett mønster å generalisere. Trekanttall derimot er det vanskelig å generalisere fordi mønsteret ikke øker lineær, og det får man hvis man lar antall kvadrater i hver figur bestemme figurtallet. Da får man tallmønsteret 1, 3, 6, 10,… osv. I stedet for å ikke ha noen differensiering her, kunne oppgaven vært rikere og dypere ved at generalisering av trekanttall hadde blitt trukket inn. Nivået på oppgaven er kanskje i vanskeligste laget for en åttendeklassing, men muligheten for en nivådifferensiering ut fra samme figurmønster er absolutt til stede.

4.3 Analyse av lærerintervju

I den følgende analysen av lærerintervjuene vil jeg presentere de individuelle lærerintervjuene først. De tar for seg noe rundt lærernes praktisering av differensiering i matematikk og algebra generelt, men ser også på hvordan lærerne bruker læreverkets innhold for å differensiere undervisning og arbeidsoppgaver. Derfor er det ikke alltid at de individuelle intervjuene knyttes direkte til eller gir svar på differensiering i algebra, men også gir et mer generelt bilde. Etter å ha presentert de individuelle intervjuene, kommer resultatene fra gruppeintervjuet hvor begge lærerne var til stede (ikke for Nummer 8). Her ser vi på konkrete eksempler ifra algebrakapitlet til læreverkene, hvordan lærestoff, eksempler og oppgaver differensieres eller kan være grunnlag for en differensiering, mest med tanke på nivå og læringsstiler. Gruppeintervjuet handler derfor mer om differensiering i algebra, siden det hele tiden er knyttet opp mot algebrakapitlet.

4.3.1 Opplevelse av og erfaring med nivådifferensieringen i Maximum 8

Intervjuer: Ja, altså, Maximum har jo mye, jeg tenker, de har jo nivådifferensiering, altså fargekoder på oppgaver. Altså, i din elevgruppe, bruker du, eller har du bruk for nivådifferensiering i din elevgruppe?

Lærer 1: Jeg har jo det, og bruker jo det, fargekodene, med at de veldig godt vet hva som er forskjellen på dem. Hvorvidt jeg synes at det er en god måte å vise dem forskjellene på en oppgave, det er jeg litt usikker på, for det at jeg (…) veldig mange tar den første, først, og er fornøyd da, og så er det tre, det er a, b, c. a er lettest, b er midt på og c er den vanskeligste. De tar den første og så er de ferdig. De prøver seg ikke på noen av de andre, de er bare fornøyd med at de er ferdig.

Lærer 1 bruker fargekodene i læreverket til å differensiere oppgavene, slik at elevene skal gjøre de ulike fargene etter hvilket nivå de ligger på ut fra faglig ståsted og andre forutsetninger. Det som skjer er at elevene bare gjør den fargen de er blitt bedt om å gjøre, men at de ikke prøver seg på resten av oppgaven. At elever ikke gjør mer enn én deloppgave skulle kanskje i utgangspunktet ikke være et stort problem, siden oppgavene er differensiert på forhånd og at det ligger en tanke bak differensieringen. Derfor skulle man tro at elever som jobber med kun én fargekode både kan oppleve mestring og utfordringer i oppgaveløsningen på sitt nivå. Samtidig indikerer dette problemet at differensieringen som er gjort i læreverket kanskje ikke fungerer like godt i praksis som i teorien, og at lærer 1 mener at alle elevene har utbytte av å prøve seg på flere deloppgaver, selv om oppgavene ligger på et høyere nivå. Dette kan ha med forskjellen mellom nivådifferensiering og nivådeling å gjøre, at oppgavene har en sammenheng, progresjon eller transformasjon elevene går glipp av ved bare å gjøre en deloppgave, eller rett og slett at de ikke når oppgavens mål. Denne tankegangen, samt en mulig løsning på problemet kommer tydeligere til syne i neste replikk.

Lærer 1: Ehm, vi har tidligere jobbet litt med det at, gi dem muligheten til å prøve seg på den vanskeligste først, så har snudd på det, har hatt den vanskeligste først, midt på, og så den, sånn at det liksom, snu på rekkefølgen, for veldig mange av dem klarer og den vanskeligste bare de, men de gidder ikke å prøve. De har i vært fall gjort en oppgave. De gjør de andre oppgavene også, hvis de får beskjed om at de skal gjøre alle oppgavene, så gjør de jo det, men ikke hvis de får muligheten til å velge dem, for at de kan krysse av i boka og at de har gjort en oppgave.

I samtalen med lærer 2 kom det også fram at de flinkeste elevene ofte tok letteste motstands veg, og at svakere elever hadde et litt urealistisk bilde av egne ferdigheter, slik at det derfor var nødvendig at læreren bestemte hvilke oppgaver elevene skulle gjøre og ikke. Hvis ikke blir det som lærer 1 påpeker her, at elevene bare gjøre den letteste oppgaven for å krysse av i boka at de har gjort en oppgave. Mer interessant er det å se at man løser dette problemet ved å snu differensieringen på hodet og la elevene starte med den vanskeligste oppgaven og slutte med den letteste. Hvis målet er at elevene skal prøve seg på den vanskeligste deloppgaven kan jo dette være en løsning som fungerer, men man kan fort ende opp med det samme problemet, at elevene sier seg fornøyd når de har fått til en deloppgave, eller at de faktisk gir opp med en gang fordi det blir for vanskelig. Ved å forholde seg slik til de differensierte oppgavene i læreverket kan man miste sammenhenger, transformasjoner og naturlig progresjon. Man antyder også at fargekodene i oppgavene bare viser elevene at noen deloppgaver er vanskeligere eller lettere enn andre. Det vil si at fargekodene ikke alltid er brukbare i en nivådifferensiering for elevene, siden det forventes at alle elevene prøver på og får til de fleste fargekodene.

Lærer 2: Det er jo delt opp i sånne, jeg kaller ikke akkurat dette så veldig for differensiering, men de får jo valg, og det står jo på planen, gjør blå, gul, grønn. Mange av oppgavene der så føler jeg at det er litt sånn, det er laga bare for at, laga sånn, det er gjort sånn. Noen ganger så er det, så bør elevene gjøre alle tre.

Intervjuer: Det er som regel en sammenheng (…)

Lærer 2: Ja, det er det altså, jeg ser ikke, hvorfor skal en stoppe dem, altså det. I stedet for å ha det sånn så kunne jo det faktisk heller ha vært, ja det er jo det og at, at det ligger, etter kapittelet (…) bli bedre, og her er det jo litt bedre differensiering, for de er jo, det er jo ikke sammenheng, men at du får trene på mer grunnleggende

Det lærer 2 sier her viser også at fargekodene som Maximum 8 bruker kanskje ikke alltid kan brukes i en nivådifferensiering, men at elevene faktisk bør jobbe seg gjennom alle delene så langt det er mulig, for å få med sammenhengen og progresjonen i oppgavene. Oppgavene i avsnittet *bli bedre* menes å være bedre med tanke på differensiering. Det kan være fordi oppgavene differensieres for seg, eller at den indre nivådelingen ikke har en slik sammenheng som elevene må følge med på for ikke å miste noe.

4.3.2 Opplevelse av og erfaring med kvantitativ differensiering i Maximum 8

Nivådifferensiering er en side ved kvalitativ differensiering som har med dybde å gjøre, men det finnes også kvantitativ differensiering som innebærer bredde og tempo i fagstoffet. I intervjuet med lærer 2 kom det fram hvordan Maximum 8 kan brukes for å variere tempo og bredde.

Lærer 2: (…) men jeg synes det er veldig lite muligheter for å, hovedboka tenker jeg på nå, for det er, det er kanskje litt få oppgaver innenfor samme emne, du hopper til noe nytt hele tida. Så da blir det at du må velge bort enkelte ting til elevene hvis du skal velge enkelte oppgaver.

Intervjuer: Så da er vi litt inne på dette med bredde da, at det er litt smalt kanskje, eller?

Lærer 2: Nei, da kanskje du, misforsto du meg litt, fordi at det, ikke med emne sånn så, de tar kanskje for mye med, altså at det blir for bredt, og da rekker du så lite på hvert, det var sånn jeg tenkte, mente.

Lærer 2 mener ikke at Maximum 8 har en smal tilnærming til algebra, for ulike emner er det nok av, men at det innenfor hvert emne er for få oppgaver til å kunne drive en god bredde- eller tempodifferensiering. Selv om læreverket har bredde i fagstoffet ved at mange emner behandles, kan det fort bli overfladisk hvis man ikke bruker nok tid på hvert emne og hopper fra det ene til det andre. Siden læreverket ikke følger spiralprinsippet, men fokuserer på å sette av mer tid til hvert kapittel, virker det rart at dette skal være et problem. Likevel kan det være slik at Maximum 8 behandler et emne godt, men mislykkes i å gi utfordringer nok og ekstraoppgaver eller repetisjonsoppgaver til alle. Ved at hvert emne inneholder for få oppgaver, vil en eventuell tempodifferensiering også være vanskelig å gjennomføre for elevene som blir fort ferdig med de oppsatte oppgavene til hvert emne, før resten har lært det grunnleggende. Dette gjelder tempodifferensiering som drives i sammenheng med felles gjennomgang av nytt stoff, som betyr at elevene ikke jobber fritt i læreverket, men i eget tempo innenfor et emne i løpet av en bestemt tidsperiode. Lærer 2 presiserer at: «*Her innfører man, og, elevene får for lite trening hvis vi hopper videre, eller bare bruker deres tanke på progresjon, så vi må stoppe opp og innføre litt annen jobbing og litt mer dybde og forståelse*». At emnene introduserer, går videre og inneholder for få oppgaver går ikke bare utover bredde- og tempodifferensiering, men at elevene får for lite mengdetrening på sitt nivå. At Maximum 8 ikke er god nok her kommer også fram i intervjuet med lærer 1.

Intervjuer: Vi har jo snakka litt om det da med behovet for tempo, bredde eller nivå, i elevgruppa di. I hvert fall nivå, det har vi vært innom, men legger du opp til en differensiering i tempo eller bredde eller nivå?

Lærer 1: Ehm, prøver jo det, men samtidig så må du jo ha litt, når du har så mange i en gruppe så må du ha litt kontroll på hvor de er hen og, men jeg, jeg leter etter så de har oppgaver ifra andre plasser i boka, eventuelt andre bøker, sånn at de jobber med det samme, med litt mer utfordrende for de som ønsker det, og mer repetisjon for de som føler at de må ha det.

Her kommer det fram at elevene får oppgaver fra andre deler av læreverket (kanskje oppgaveboka) og fra andre bøker, men at elevene hele tiden jobber med det samme emnet innenfor samme tidsperiode. Derfor blir ikke dette en typisk tempodifferensiering, men mer i retning bredde- og nivådifferensiering ved at noen går dypere inn i emnet, mens andre driver mengdetrening eller repetisjon for å få inn forståelsen for hva det arbeides med. I følgende utdrag fra intervjuet kommer flere synspunkter på hvordan bredde- og tempodifferensiering kan gjennomføres med Maximum 8 som læreverk.

Intervjuer: Ja, ehm, hvor god er Maximum på det med bredde, tempo, nivå, altså, har Maximum egne kapitler som, som går utenfor, eller som går videre på ting, eller som gir en bredde, ehm, som de som jobber raskt kan jobbe med, mens de andre kanskje gjør seg ferdig med kapittelet?

Lærer 1: De har jo det, ehm, problemet hos oss er jo det at vi, vi har ikke, det er bare vi lærere som har en sånn her oppgavebok, så vi har bare den her hardpermboka, så vi har ikke fått tak i slik at elevene har. Den boka her er jo sånn til, at du kan jobbe med det samme parallelt, men jeg synes ikke det er så veldig motiverende for en elev som synes det er kjempeenkelt å få ti oppgaver med samme nivå, så det jeg da godt gjør er at jeg henter noen få eksamensrelevante oppgaver å jobbe med, ehm, og de som synes at det her er litt vanskelig, får oppgaver i fra andre bøker. Så jeg, jeg synes vel personlig ikke at boka er optimal, nei.

Lærer 1 nevner oppgaveboka som hører til hovedboka som en mulighet for å få tak i flere oppgaver til hvert emne, men mener samtidig at oppgavene blir for like og at elevene bare jobber med stoff de allerede kan, og at oppgavene ikke går noe videre eller gir nye utfordringer. Dette blir en kvantitativ differensiering i form av mengdetrening på samme nivå, men hvis elevene skal oppleve progresjon må man nærme seg en kvalitativ differensiering. Lærer 2 presiserer at oppgaveboka inneholder flere nivådifferensierte oppgaver, men siden de bare har en oppgavebok, må det kopieres til elevene, og det er tungvint. Lærer 2 mener også at det hadde vært en bedre ide å ha en rik differensieringsbit etter hvert kapittel i hovedboka som differensierer mellom nivå og læringsstiler. På den måten kunne alle elevene ha mulighet til å repetere, drive mengdetrening og gå dypere i stoffet etter eget tempo og ut fra eget nivå. Igjen virker det som at Maximum ikke er god nok til å gi elevene oppgaver som bidrar til bredere og dypere innsikt i emnene. Det er likevel noen små avsnitt etter hvert kapittel som ikke har blitt berørt enda, som lærer 1 hadde noen synspunkter om.

Intervjuer: Men den har egne kapitler som *tren tanken* og *hva kan du nå*, eller…

Lærer 1: Ja, men det er veldig mye tekst, det er veldig mye det samme, så jeg tenker at, både for den som, som synes at det her er vanskelig og det som er lett, få noe annet, fyll på med noe annet, så at det er mer motivasjon sånn i det.

Intervjuer: Er det sånn at alle, alle gjør de? Eller er det bare…

Lærer 1: Nei, neinei, ehm, ting som du på en måte må føle deg litt fram underveis da. Det er, mye av de der *tren tanken* oppgavene og er jo, det er jo akkurat det samme, som ellers, sånn som jeg vil si enn i boka, synes jeg er bedre, blir sagt litt på en annen måte, og ikke alt er like relevant i forhold til det som står som kompetansemål og det som er eksamen som møter dem i tiende. Og uansett samme hva vi gjør, så er det jo det som er målet, det å forberede dem på det, ikke, ikke det boka har bestemt at vi skal jobbe med, men det som er eksamen faktisk, krever de.

Heller ikke avsnittene *tren tanken* eller *bli bedre* virker til å være noe godt tillegg til hovedbokoppgavene, men oppleves for like de vanlige oppgavene og lite motiverende for elevene ved at det er tekstoppgaver. At oppgavene ikke brukes i stor utstrekning kan ha med å gjøre at nivået i algebrakapitlet til Maximum 8 generelt er høyt, og at mange av oppgavene ligger for høyt for mange av elevene. Det kan også være at elever er vant til regnetekniske og instrumentelle oppgaver, slik at avkoding og forståelse av tekstoppgavene blir utfordrende. Da gir det mening at oppgaver som er lettere må hentes inn enn de som er satt opp i hovedboka og oppgaveboka til læreverket. Det kan også stilles spørsmålstegn til de differensierte oppgavene i læreverket, om de er gode nok, ettersom lærerne her ikke ønsker å bruke dem.

4.3.3 Opplevelse av og erfaring med differensiering mellom læringsstiler i Maximum 8

I tillegg til å ha sett på kvantitativ og kvalitativ differensiering, er også de ulike læringsstilene interessante å trekke inn i forhold til differensiering av oppgaver. Først er det den auditive læringsstilen som fokuserer på det muntlige, samtale og samarbeid. I forhold til oppgavene i Maximum er det sentralt å se på om læreverket legger opp til samarbeid og diskusjon og hvordan lærerne kan bruke Maximum 8 for å legge til rette for elever med en auditiv læringsstil.

Intervjuer: Men det med, i forhold til visuelt da, og det med auditivt, å snakke sammen, samarbeid, grupper, bruker du noe av det?

Lærer 2: (…) jeg har stort sett drevet evaluering sammen med elevene i alle år, og min erfaring er at en del av økta bør være tavleundervisning, altså der hvor elevene deltar, altså de skriver og diskuterer det vi gjør, slik at det både skrives og lyttes og ses og deltas. (…) Noen elever, har jeg sett, de enkleste eksemplene i boka blir uforståelige, men gjør du de på tavla så er det plutselig, når du snakker samtidig som du viser.

Lærer 2 trakk ikke fram mange eksempler på hvordan oppgavene og innholdet i Maximum 8 kunne være til hjelp for auditive elever, men nevner her at tavleundervisningen er sentral for å konkretisere eksempler, samtale om dem og visualisere ting på tavla. Gruppearbeid er også en metode som kan brukes for å få elevene til å samtale og diskutere matematikk. Lærer 1 nevnte at siden det er mye tekstoppgaver i Maximum 8 pleide elevene å samtale om oppgavene i ett minutt slik at de forsto hva oppgaven gikk ut på før de begynte å jobbe med den. Utenom dette virker det ikke som om oppgavene i Maximum 8 legger opp til samtale eller diskusjon, eller at det er spesielle oppgaver som passer bedre til dette enn andre. Videre kom det fram i intervjuet hva lærerne mente om Maximum 8 i forhold til bruk av visuelt innhold og konkreter.

Intervjuer: Men, det med konkreter da, ehm, legger Maximum opp til bruk av konkreter?

Lærer 1: Nei, det legger ikke opp til det, sånn som jeg har tolket det

Intervjuer: Men, det er kanskje litt vanskelig å svare på, men, tror du det er mindre bruk av, si, bilder og figurer i algebrakapitlet enn det er i resten av kapitlene?

Lærer 1: Nei det synes jeg jo ikke det, egentlig. Jeg synes det jo er, det er absolutt ikke det, for at det er jo mer, det er like mye, enda mer opptatt av det med figur og, og finne størrelser og bare dette med figurtall da, det at du tenker stort, lite, utviding av områder og sånne ting, så jeg synes da ikke det.

Intervjuer: Hvor god føler du Maximum er på det med å, eller er det sånn at enkelte elever kanskje trenger figurer, altså å jobbe med oppgaver med figurer, at det, skiller du mellom…?

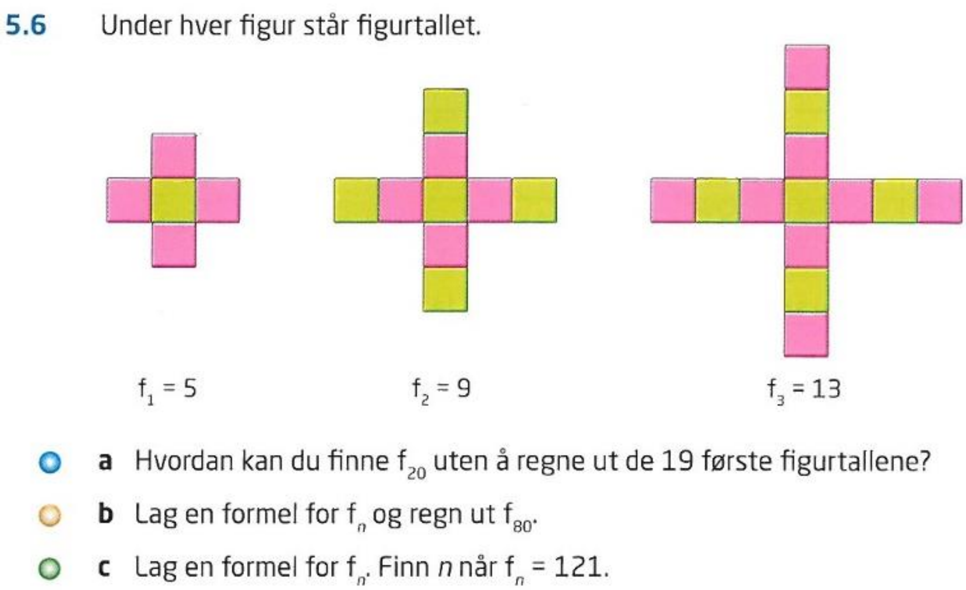
Lærer 2: Nei, akkurat det gjør jeg ikke (…) men med elever som trenger, ofte har behov for å se ting på andre måter enn tekst, de har den der gruppa og ekstraboka som er litt annerledes bygd opp.

Lærer 1 har ikke inntrykk av at Maximum 8 legger opp til oppgaver som tar i bruk konkreter og det er forståelig siden bare 2 oppgaver i algebrakapittelet nevner bruk av brikker for å lage figurmønster. Men når det kommer til bilder og figurer, virker det som om algebrakapitlet har med flere figurer enn flere av de andre kapitlene, og det er mye på grunn av læreverkets fokus på figurmønster, figurtall og generalisering fra mønster til algebraiske uttrykk som en del av algebralæringen. Lærer 2 bruker ikke figurer som del av en differensiering mellom elever med en visuell læringsstil og elever med en annen læringsstil. Elever som trenger mer konkretisering og å se matematikken på andre måter (som har IOP) jobber i en gruppe som får ekstra oppfølging og bruker en ekstrabok i undervisningen. Dette er også en måte å differensiere opplæringen på. Under gruppeintervjuet dukket det opp en oppgave (5.1) som lærer 2 så muligheter for å gjøre mer praktisk ved å trekke inn konkreter.

Lærer 2: Den er fin, ehm, den kunne, det gjorde jeg ikke, men vi kunne godt hatt byggeklosser og, det kunne vi ha hatt konkret, det tenkte jeg ikke på.

4.3.4 Tanker rundt differensiering i oppgave og eksempel i Maximum 8

Under gruppeintervjuet ville jeg at lærerne skulle se nøyere på oppgave 5.6 og uttale seg om oppgaven var differensiert og om differensieringen eventuelt var god eller ikke. Figur 15 viser hvordan oppgave 5.6 ser ut



5.6 Under hver figur står figurtallet.

$f_1 = 5$ $f_2 = 9$ $f_3 = 13$

a Hvordan kan du finne f_{20} uten å regne ut de 19 første figurtallene?

b Lag en formel for f_n og regn ut f_{80}.

c Lag en formel for f_n. Finn n når $f_n = 121$.

Figur 15: Oppgave 5.6 på side 276 i Maximum 8

Intervjuer: Jeg tenkte å se litt på en oppgave jeg, 5.6, ehm, i hovedboka (…) se litt på differensieringa der, om den er god? Vil dere si noe om det eller?

Lærer 2 (…) altså differensiering, altså, her må en nesten la elevene, alle elevene få lov til å gå utviklingen her, for det blir så veldig kunstig å stoppe.

Lærer 1: Det er veldig greit å ta både, både blå, gul og grønn hvis du tar det i klasserommet, for da kan du styre dem mer, men så må en passe på at hvis du bare slipper dem fri, i hvert fall har jeg sett det hos meg, at de som får bestemme selv, de tar bare den blå og så ferdig

Intervjuer: For, jeg fokuserer litt på det med at det, hvis man bare følger en farge så mister man en del.

Lærer 1: (…) og du mister noe hvis du velger den letteste måten å tenke på, men en åttendeklassing vil aldri reflektere rundt hva han vinner på blå, gul eller grønn. Og i klasserommet så er det mest naturlig å ta alle tre, hvis du skal ta det i fellesskap, for de henger veldig sammen, det er samme temaet på alle tre

Lærer 2: (…) men hvis jeg skulle differensiert, ville jeg lagd tre oppgaver der alle hadde hatt med dette her, men på tre forskjellige nivå, altså i mengde, størrelse eller letthet, sånn med å forstå figuren (…) hvis du skulle ha delt opp, så, første delen, ehm, svakeste må holde på og jobbe med å ha forståelse for at de er variabler (…) de må jo få lov å komme seg fram til en formel med figurene for eksempel, men å holde på med det, men ikke kanskje parentesregning, at det er, forvansker litt, så kanskje det blir neste nivå. Tredje nivået kan, da ligger du på nivået hvor du må forklare skriftlig hvordan du tenker, også at du, at du har litt mer sånn, å kunne tenke litt lenger uti.

Lærer 1 og lærer 2 er stort sett enige om at oppgaven ikke differensierer noe særlig, men at det er en sammenheng i oppgaven som alle elevene burde få erfaring med. Igjen presiseres det at elevene ofte tar letteste utvei og bare gjør en deloppgave hvis de ikke blir bedt om noe annet.

Ifølge lærer 1 henger delene i oppgaven veldig sammen og lærer 2 mener også dette, siden det er ønske om lage tre forskjellige oppgaver i stedet for å dele en oppgave inn i tre deler med forskjellig vanskelighetsgrad. Her er lærer 2 inne på noe veldig sentralt i forhold til fargekodene i Maximum 8. Det er tydelig at fargekodene til tider fungerer dårlig som et ledd i en nivådifferensiering, siden elever mister den faglige sammenhengen ved bare å gjøre en av fargene. Fargene er i stedet med på å synliggjøre hvilke deloppgaver som er lette og vanskelige, og er i stedet et ledd i en nivådeling av oppgaven. Løsningen er å lage tre differensierte oppgaver basert på det samme innholdet og den samme oppdelingen. Sentralt i en slik prosess er å ta høyde for kompleksiteten til figurmønsteret som Lærer 2 er inne på når det snakkes om størrelse og letthet til figurene. Kompleksiteten til det algebraiske uttrykket vil også spille inn her og til slutt hvordan man trekker det algebraiske uttrykket inn i regning. Lærer 2 pekte ikke bare på det negative ved fargekodene, men trakk også fram en annen oppgave (5.18) som var et godt eksempel på en vellykket nivådifferensiering ved bruk av fargekoder.

Lærer 2:	Her er det normalt, her synes jeg det er en naturlig oppdeling. Tre forskjellige oppgaver med vanskelighetsgrad.
Intervjuer:	Mm, 5.18 ja.
Lærer 1:	Ja, men det er jo en oppgave som alle elever klarer.
Lærer 2:	Men det er vanskelighetsgrad.

Lærer 1 og 2 er ikke helt enig i at oppgaven kan brukes som del av en nivådifferensiering, siden mange elever får til alle tre deloppgavene. Men nå er det ikke snakk om at mange elever får til oppgavene, men at det faktisk er forskjell i nivå mellom alle delene. Det som også er sentralt her er at deloppgavene dekker den samme matematikken på ulike nivå, slik at elever som bare gjør en av deloppgavene ikke mister noe læring på grunn av det.

Mange av de samme argumentene om nivådifferensiering og fargekoder i forbindelse med oppgave 5.6 kom fram når lærerne samtalte om en eventuell differensiering i eksempel 4 (s. 284), som det er gjort rede for tidligere i analysekapitlet. Lærer 1 mente at det er et forsøk på differensiering i eksempelet, men siden det ene ikke utelukker det andre så er det en sammenheng mellom delene. Det kom også fram at man kan bruke løsningen i del *a* for å løse del *b*, og på denne måten ligger det en sammenheng mellom deloppgavene i eksempelet, som lærer 2 presiserte. Lærer 2 stilte også spørsmålstegn ved en slik oppdeling: «*Men hva slags elevtype skal bare gjøre a her da for eksempel?*». Det er derfor enighet om at alle elevene burde få erfaring med å lage formler ut fra figurmønster og få med seg transformasjonen fra aritmetikk til algebra, men at oppgavene kan ligge på ulike nivå matematisk og visuelt. I tillegg til å snakke om nivådifferensiering ble det sett på om eksempel 4 la til rette for enkelte læringsstiler.

Intervjuer: Auditive elever, som, ja, for en auditiv læringsstil eller en visuell, nei ikke visuell, men, ehm, for da må man jo formulere noe, man må kanskje snakke om…

Lærer 2: På en måte så kan jo det være, b være vanskeligere enn c, nå når det er: Forklar med ord. For en del har jo forstått *n* og de der formlene vi har holdt på med tidligere…

Lærer 1: Litt ulike elevtypegrupper du kan ha som mål da, at den ene elevgruppa kan ha sjans for b i forhold til c og motsatt.

At del *b* er vanskeligere enn del *c* kommer nok av at det er knyttet bruk av tekst og forklaring med ord til oppgaven, og at elevene på skolen syntes tekstoppgaver var utfordrende. At generaliseringen til et algebraisk for noen var lettere, kan ha sammenheng med at de var vant til regnetekniske og instrumentelle oppgaver fra før. Lærerne var i utgangspunktet skeptisk til at det var så mye tekst i læreverket, og mente at tekstoppgaver og det å formulere matematikk muntlig var krevende for elevene. Likevel er det noe i det lærer 1 sier her, at man kan ha ulike elevtypegrupper som mål. Det vil kanskje si at elever med en auditiv læringsstil nettopp vil favorisere del *b* foran del *c*, fordi det er knyttet bruk av tekst og formulering til oppgaven. Eksempelet kunne i stedet valgt å gjøre del *b* likere del *a* for å synliggjøre hva som er variabelen i talluttrykket, men hadde da ikke inkludert en auditiv læringsstil i eksempelet, slik det virker som at del *b* legger til rette for.

4.3.5 Tilnærming til differensiering ved bruk av Nummer 8

Jeg intervjuet én lærer som hadde brukt Nummer 8 i sin undervisning i ett år. Planen var å intervjue to lærere, men på dagen da intervjuet skulle gjennomføres, var den ene læreren syk og kunne ikke delta. Dermed ble det heller ikke noe gruppeintervju og samtale rundt differensieringen i lærestoff, eksempler og oppgaver, men den ene læreren kom med sine synspunkter på dette. Først ville jeg få et innblikk i lærerens praktisering av differensiering i matematikk ved bruk av Nummer 8 i klasserommet.

Intervjuer: Først tenkte jeg jo å ta litt generelt da, om differensiering i matematikk da. Så, hvordan du legger til rette for det i din undervisning? Kan ta litt om det først?

Lærer: Ehm, ja, det er jo litt forskjellig fra år til år, alt etter hvem som, hvem som er elever. Men i år har jeg gjort det på den måten at jeg har en felles gjennomgang på tavla først, når vi introduserer noe nytt, og så er det noen oppgaver som i den boka her kalles for utfordring, og så er det en eller to oppgaver for at man skal skjønne oppgavene, skjønne hva det går ut på. Og det vi gjør, det er at de som tar det her lett, der går jo de første oppgavene alene i full fart, mens de som trenger litt hjelp, der går jeg rundt og hjelper de med de første oppgavene, og de har ikke, de gjør aldri de utfordringsoppgavene, og kommer ikke så langt som det der da. Så i år har jeg brukt den metoden der på å differensiere.

Læreren bruker tavleundervisning når det gjennomgås nytt stoff, og dette kan bidra til at elever med forskjellige læringsstiler får utbytte av introduksjonen. I tillegg har man ved en felles gjennomgang mulighet til å differensiere i nivå. En viktig ting å legge merke til her er hvordan oppgavene i boka blir brukt. Utfordringsoppgavene er noe vanskeligere, går noe dypere og har en mer problemløsende stil, og det er bare de flinkeste elevene som gjør disse oppgavene. På denne måten kan læreren differensiere nivå gjennom å gi de flinkeste utfordringsoppgaver, mens resten som trenger mer tid på emnet får hjelp til å komme igjennom de vanlige oppgavene.

4.3.6 Opplevelse av og erfaring med kvantitativ differensiering i Nummer 8

Videre forklarer læreren hvordan oppgavene kan brukes i en kvantitativ differensiering med tanke på bredde i fagstoffet.

Lærer: Og så at mengden oppgaver som de skal gjøre er tilpasset det de har gjort på skolen, sånn at de som har gjort utfordringsoppgavene og har kommet, kanskje ferdig med det, de får litt vanskeligere oppgaver i hjemmelekse enn de andre får. Så vi har noen faste som alle må ha gjort, de flinkeste er oftest ferdig med de på skolen, og da får de litt sånn vanskeligere oppgaver hjemme, hvis det passer sånn.

Når det er snakk om bruk av vanskeligere oppgaver og andre oppgaver i lekse er det interessant å få vite om Nummer 8 er god i forhold til å ha tilstrekkelig med oppgaver som elevene kan gjøre. I intervjuet kom det fram at det ikke var noen ekstra oppgavebok knyttet til hovedboka.

Lærer: Det er bare den boka her, det er jo da med boka her at man kan bla baki, ehh, og så finne de samme oppgavene, så vi har bare en bok å holde styr på. Men så er det litt sånn blanding med oppgaver, for det, de framme i boka heter for eksempel 4.1, 4.2, 4.3 osv, men de baki som er mer drilloppgaver, de heter 4.101, 4.102,…

Nummer 8 har et eget oppgaveavsnitt etter hvert kapittel som kan brukes til mengdetrening eller som et ledd i en breddedifferensiering. I tillegg har læreren en egen bok (lærerens bok) som forklarer og kommenterer ting grundigere, men det ble nevnt at denne boka ikke inneholdt forslag til differensiering. Senere i intervjuet kom vi innom flere sider ved både kvantitativ og kvalitativ differensiering.

Intervjuer: Men jeg tenker at, noen elever trenger jo, ehm, kanskje mye tid da på å komme igjennom, mens andre går det veldig fort for. Er boka god, når du, i forhold til det med tempo, altså at, ehm, har alle nok å gjøre holdt jeg på å si?

Lærer: Ja, alle har nok å gjøre. Det er det at det, det blir for mange emner. Men, hvis vi hadde hatt færre emner og heller bedre tid, så kunne vi egentlig hatt flere, burde vi egentlig hatt flere oppgaver så de kunne gjøre. Og i det verket vi hadde tidligere så var det mer sånn, en god del drilloppgaver (…) I hvert fall noen har gitt uttrykk for at det: Nå begynte jeg neste å skjønne hva det gikk ut på, og så er vi ferdige med det, skal vi ikke gjøre mer med det? Det er litt sånn gjennomgående hos flere, så da måtte, kunne jeg valgt å finne oppgaver fra andre plasser og kjørt på med det, og så hadde vi nådd halve boka…

Intervjuer: Men, synes du bredden i læreverket er stor nok, eller er det smalt?

Lærer: Jeg ser i forhold til det vi hadde tidligere så er det mer i den boka her, altså, større bredde på det.

Intervjuer: Jeg tenker sånn at de ulike temaene, eller sånn, kapitlene da, om de, ehm. Gir de nok utfordringer for de flinkeste, eller er det litt sånn lett for alle, eller, har du inntrykk av det, eller tanker om det?

Lærer: Det er, altså matematisk så er den vanskeligere enn det andre verket, men så at det, jeg har ikke møtt på noen som har gjort alle oppgavene i full fart og så, nå er jeg tom for oppgaver. Det har jeg ikke opplevd, men heller motsatt at de svakeste kanskje så vidt kommer i gang med de første oppgavene og så er vi ferdige. Da har vi brukt den tida vi egentlig hadde satt av til det og kanskje litt til. Så det går andre veien i så fall

Intervjuer: Ehm, ja, nivå da, for det er jo ikke, det er jo ikke nivådelte oppgaver her, men er det likevel…?

Lærer: Det er sånn at vi, oppgavene blir lettere, altså vi starter med lette og så blir de litt vanskeligere etter hvert. Og det er både på, i oppgavesamlinga bak i boka og på de hovedbokoppgavene som er sånn. Men det er kanskje bare en eller to oppgaver, så kommer et nytt moment inn, på hoveddelen, og der er det at noen kanskje ikke har fått drilla nok på det.

I likhet med lærernes oppfattelse av Maximum 8, at det kanskje var for stor bredde med tanke på antall emner, så oppfattes Nummer 8 på samme måte. Læreverket inneholder bredde i fagstoffet ved at det er mange emner, men innad i hvert emne er det derimot mindre bredde med tanke på antall oppgaver og variasjonen mellom disse. I tillegg kommer tidsspørsmålet inn, og med flere oppgaver på hvert emne, ville det vært nødvendig å korte ned på antall emner for å komme gjennom alt. Nummer 8 har ikke nivådifferensierte oppgaver, men vanskelighetsgraden øker utover i emnene og utfordringsoppgavene er med på å legge til rette for at de flinke kan få utfordringer. Og der hvor læreren som brukte Maximum 8 trakk inn relevante eksamensoppgaver til elevene, har Nummer 8 inkludert dette i sin hovedbok. Det virker ikke som om Nummer kommer til kort med tanke på kvantitativ differensiering, siden det aldri har skjedd at elever har gått tom for oppgaver. Likevel kunne bredden i hvert emne vært større, slik at mulighetene for en rikere differensiering hadde vært til stede.

4.3.7 Opplevelse av og erfaring med differensiering mellom læringsstiler i Nummer 8

Etter å ha vært innom kvantitativ og kvalitativ differensiering, var det interessant å se på differensiering mellom læringsstiler.

Intervjuer: Ehm, vi kan gå litt videre, til læringsstiler, auditiv og visuell og taktil, ehh, er det noe behov for det i din elevgruppe?

Lærer: De, de er ganske auditivt sterke, de ønsker å høre på, også er de ikke, har de ikke så veldig lyst til å skrive (…) men jeg mener jo at de, de må ha *learning by doing* altså, det er, matematikken og, skjønt om det er et forståelsesfag i utgangspunktet, så spesielt de som er litt svakere må gjøre en god del oppgaver likevel, og det er det ikke så mye av i den boka her, det er ikke mange drilloppgaver, så det er. Og noen må se det på tavla, men det er ikke sånn, de fleste vil helst høre det, men matematikk er jo ikke egentlig et hørefag. Det er hvis de skal, altså, se det (…) vi opplever at boka er vanskelig, de skjønner, det er mye tekst og de skjønner ikke alt som står der. Og skjønt om de har hørt det så er det ikke, det blir ikke det samme som å lese en tekst å så skjønne hva det innebærer.

Elevene liker å høre på læreren snakke og er auditivt sterke. Siden elevene ikke er så interessert i å skrive og regne, har dette kanskje noe for seg, men det er da interessant å se hvordan samarbeidsoppgavene faller i smak hos elevene. Hvis elevene er auditivt sterke, vil de sikkert foretrekke samarbeidsoppgavene og det å snakke matematikk sammen.

Intervjuer: Men, ehm, bruker du samarbeidsoppgavene, sånn, til ehm…?

Lærer: Ja, de sitter i, med læringspartner, så da, det er ikke alle parene som fungerer godt sammen, så de sitter en måned og så skifter de (…) jeg prøver å få de til å prate om oppgaven og sånn da. For at det, hvis det blir helt stille i en time, da foregår det ikke noen læring har jeg funnet ut, da sitter de bare og skriver. Så det, det, hvis de diskuterer og spør, så regner jeg med at da foregår det i hvert fall litte granne, og da tenker de igjennom hva de gjør for noe.

Her virker det som om Nummer 8 kommer til sin rett og at samarbeidsoppgavene i læreverket har en funksjon i klasserommet. Det er en tanke bak bruken av dem og elevene samarbeider i par. At elevene er auditivt sterke vises også gjennom lærerens opplevelse av at det ikke skjer noen læring hvis det er helt stille i klasserommet. Elevene lærer gjennom diskusjon, samtale og spørsmål. Med bakgrunn i dette blir kanskje ikke den visuelle og taktile læringsstilen så relevant for denne elevgruppen, men læreren kan jo ha noen synspunkter om hvordan Nummer 8 er på dette området.

Intervjuer: Men sånn bruk av bilder og figurer, eller bruk av konkreter, er det, har du…?

Lærer: Det er mye tegning på tavla, og de også må tegne litt så (…) altså, jeg har brukt noen sånne transparenter fra boka og vist på lerret. Men det tar litt mer tid og litt mer sånn, tar fokus bort i fra det de skal gjøre selv.

Intervjuer: Men hvis du tenker på, skal vi se, oppgavene. Har du inntrykk av det er oppgaver som legger opp til, ehm, altså, eller trekker inn visuelle hjelpemidler eller, eller trekker inn bruk av konkreter, har du inntrykk av det?

Lærer: (…) det er jo en del bilder, men det er ikke, det er mer de bildene de får se, altså, se for seg når de leser oppgaven eller får høre oppgaven, det er, den synes jeg egentlig har vært grei. Men det er ikke så mye sånn bilder i boka som konkretiserer det som oppgaven går ut på.

Mye av fagstoffet visualiseres på tavla eller gjennom at elevene tegner selv, men det kommer tydelig fram at bildene i Nummer 8 ikke er med på å konkretisere eller visualisere oppgaveteksten. Bildene har ingen funksjon for det matematiske, men er bare med for å gjøre innholdet finere og for at det skal se bedre ut. Men en ting som er interessant her, er at læreren nevner bilder i sammenheng med tekstoppgavene. Ved at Nummer 8 inneholder mange tekstoppgaver, og nesten bare tekstoppgaver, favoriserer dette elever med en visuell læringsstil, siden de kan se for seg bilder og tegne figurer ut fra det som står i oppgaveteksten. På den måten er ikke Nummer 8 helt blottet for innhold som støtter opp under en visuell læringsstil.

Intervjuer: Ja, for du snakka jo litt om de figurene, at det var ikke så ofte at de konkretiserte oppgavene da

Lærer: Nei, det er sånn som det her, bestemor deler ut drops…(bilde av at bestemor deler ut drops)

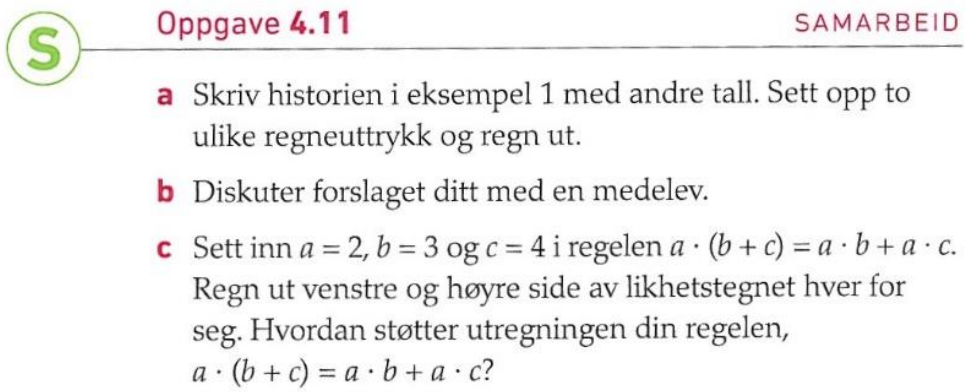
Intervjuer: Ja, ikke sant, og da tenker jeg at for de elevene da med en viss visuell læringsstil, som kanskje trenger litt konkretisering, så kanskje ikke læreverket er så god på det da, eller?

Lærer: Nei, jeg har ikke, det er sånn der, det er illustrasjoner, men det er ikke, det konkretiserer ikke oppgavene. Og så er det det med forståelsen av å lese teksten i oppgavene, den er ikke helt god, altså de, det er mange som leser oppgaven og så har ikke peiling på hva det her går ut på, så jeg har prøvd å få de til å skrive ned, altså, hva slags opplysninger er det som du får her, og så lage egne setninger med det og så skrive tallene ned, som de kan få bruk for.

Igjen er det tydelig at bildene og figurene i Nummer 8 ikke konkretiserer oppgavene. Mer interessant er det at elevene synes det er vanskelig å forstå tekstoppgavene. Men det kan ha med at de er auditivt sterke, men ikke visuelt sterke. De trenger kanskje å høre oppgaveteksten i stedet for å lese den selv, skrive ned opplysningene og lage egne setninger. Totalt sett virker det som om Nummer 8 legger til rette for elever med auditiv læringsstil gjennom samarbeidsoppgavene og gjennom at det er tekstoppgaver som elevene kan lese for hverandre. I tillegg gjør tekstoppgavene det mulig for visuelt sterke elever å visualisere oppgaveteksten i form av en figur eller tegning som kan være til hjelp i oppgaveløsningen. Når det er sagt så har Nummer 8 få oppgaver med bruk av konkreter. Det eneste man møter er en rik oppgave som er et algebraspill, noen oppgaver med terningkast og en oppgave med figurmønster og fyrstikker.

4.3.8 Tanker rundt differensiering i lærestoff, eksempel og oppgaver i Nummer 8

I delen av intervjuet som var tenkt som et gruppeintervju kom læreren med synspunkter på differensieringen i noe av lærestoffet, i et eksempel og i en oppgave. Det første som ble sett på var et lærestoff i starten av algebrakapittelet. Læreren mente etter hvert at det var en nivåforskjell mellom $A = l \cdot b$ og $A = \pi \cdot r^2$. Dette samstemmer med min egen analyse av lærestoffet tidligere, med de samme argumentene. Videre ble det sett på en oppgave med tre deloppgaver, om det var noen forskjell i nivå mellom delene og om oppgaven kunne vært del av en nivådifferensiering. Figur 16 viser oppgave 4.11 som det ble sett nærmere på.



S **Oppgave 4.11** SAMARBEID

a Skriv historien i eksempel 1 med andre tall. Sett opp to ulike regneuttrykk og regn ut.

b Diskuter forslaget ditt med en medelev.

c Sett inn $a = 2$, $b = 3$ og $c = 4$ i regelen $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. Regn ut venstre og høyre side av likhetstegnet hver for seg. Hvordan støtter utregningen din regelen, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$?

Figur 16: Oppgave 4.11 på side 261 i Nummer 8

Intervjuer: Ehm, kunne den her (oppgave 4.11) vært differensiert, tenker du, på en måte? Altså, den er jo delt opp i tre. Vil du si at det er noe, ja, er det hensiktsmessig? Hvordan kunne det vært gjort?

Lærer: Den fungerte faktisk ganske greit den der, alle fant ut, altså alle parene fant ut en ny historie som, ehm, de laga en ny historie på den der og tror jeg.

Intervjuer: Men du snakka om at det at når de skulle begynne med bokstaver, at det ble litt vanskelig. Tenker du at det burde vært et skille mellom, mellom a og b, og c, på en måte?

Lærer: Nei, jeg, ehm, jeg tror alle sammen må jo, må jo få, få det med seg, altså de må jo få lov til å prøve seg på regning med bokstaver da.

Intervjuer: Ja, ja, de må jo det

Selv om mange av oppgavene i Nummer 8 stort sett handler om tall og tallregning, og det å komme fram til algebraiske lovmessigheter, så inneholder noen deloppgaver bokstavregning. At disse deloppgavene ligger på et eget nivå og bare kan gjøres av de flinkeste elevene er læreren ikke enig i. Når det er algebra man holder på med er det viktig at alle elevene får erfaring med bokstavregning og det å regne ut verdien av algebrauttrykk. En indre nivådifferensiering i oppgavene til Nummer 8 er derfor ikke hensiktsmessig, men nivådifferensieringen kommer tydeligere fram mellom de vanlige oppgavene og utfordringsoppgavene eller eksamensoppgavene. Heller ikke de rike oppgavene i Nummer 8 ble brukt som del av en differensiering, selv om den første rike oppgaven gikk rett på bokstavregning.

Intervjuer: Men alle, alle tok den da?

Lærer: Ja

Intervjuer: Men, det med, ehm, det er jo ganske rett på bokstavregning her da. Var det vanskelig for noen elever det?

Lærer: Nei, ikke når de skjønte prinsippet. Da så jeg at det gikk veldig fort. Og andre gangen, da jeg tok det større spillet, da trengte jeg ikke forklare noen ting. Da gikk de rett på og spilte og telte runder.

Til slutt ville jeg få et større innblikk og synspunkter på eksempel 9, som tidligere har blitt behandlet i analysekapitlet. Eksempelet er delt inn i flere deler og spørsmålet var om dette kunne være grunnlag for en nivådifferensiering eller ikke. Det kom ikke fram andre synspunkter enn de jeg selv kom med i analysedelen, utenom at elevene i del *d* i lignende oppgaver etter eksempelet ikke ville tenke på formelen når de løste den, men løse den ut ifra eget hode. Ellers er det klart at Nummer 8 ikke legger opp til nivådifferensiering innad i oppgaver eller eksempler, men at det er til stede i lærestoff og mellom de enkelte oppgavetypene. Følgende ble sagt for å oppsummere graden av differensiering i Nummer 8.

Intervjuer: Men, så mitt inntrykk er jo at, at læreverket legger egentlig ikke veldig mye opp til differensiering. Det er de ulike oppgavetypene, men eller så…

Lærer: Det er, det er litt opp til læreren å finne ut hva slags elever som kan regne den typen oppgaver, kan klare det. Men det er ikke noe sånn bevisst sagt at det her er noen oppgaver som alle skal gjøre og her er noe som, ehh, bortsett fra de utfordringsoppgavene da.

5. Diskusjon

I denne diskusjonsdelen ønsker jeg først å belyse de viktigste funnene fra min analyse av læreverkene og diskutere mine egne funn opp mot resultatene av analysen til lærerintervjuene og teorimateriale. Bakgrunnen for diskusjonen vil være forskningsspørsmålene mine som jeg ønsker å gi et bedre svar på i denne delen.

5.1 Hvordan legger læreverkene Maximum 8 og Nummer 8 opp til differensiering i algebra?

Her vil jeg konsentrere meg om differensieringen i læreverkene, ta med noen av lærernes synspunkter på dette, samt vurdere noe opp mot teori. Et underspørsmål her er hvilke forskjeller det er mellom læreverkene i forhold til differensiering i algebra.

5.1.1 Eksempel 4 som utgangspunkt for differensiering

I lærerintervjuet og analysen av eksempler og oppgaver i Maximum 8 kom det fram at noen oppgaver med fargekoder legger til rette for nivådifferensiering, mens andre oppgaver med fargekoder ikke gjør det. Hvilke oppgaver som kan brukes i en nivådifferensiering og ikke, bestemmes ut ifra hvor stor grad av transformasjon og sammenheng det er mellom deloppgavene. Forskjellen mellom transformasjon og sammenheng er at transformasjon innebærer en matematisk forskjell og progresjon mellom begynnelse og slutt på oppgaven, mens sammenheng innebærer at deloppgavene er knyttet til hverandre og til samme kontekst. I eksempel 4 og oppgave 5.6 viste det seg at alle deloppgavene sto i en sammenheng, med utgangspunkt i det samme figurmønsteret eller den samme konteksten (bilderammen). Selv om deloppgavene har ulik vanskelighetsgrad og er delt inn i forskjellige fargekoder, forhindrer sammenhengen og transformasjonen mellom deloppgavene at oppgaven kan brukes som ledd i en nivådifferensiering.

Hvis en elev bare gjør del *a* i en slik oppgave vil han/hun gå glipp av mye, og kommer kanskje ikke fram til oppgavens mål, for i algebrakapittelet kan for eksempel del *a* handle om tallregning, mens del *c* handler om generalisering til bokstavuttrykk. I algebra er det å lære om bokstavregning et stort mål, og å kun holde på med tallregning i del *a* og miste algebrainnholdet i del *c* blir derfor feil. Ser vi nærmere på del *a* i eksempel 4 ligger deloppgaven innenfor steget som Friel og Markworth (2009) kaller for figurative resonnementer ved at det dannes numeriske sammenhenger som ledd i å beskrive figurmønsteret generelt. Hvis eksempelet hadde vært en oppgave ville ikke elevene ha kommet med noen slike figurative resonnementer, fordi oppgaveteksten kun spør etter hvor mange biter Rikke trenger til rammen, og da er det naturlig å bare gi et tallsvar på dette. Hadde det derimot stått at man skal tegne bilderammen og vise ved regning hvor mange biter Rikke trenger, hadde man med en gang lagt grunnlag for å komme fram til flere forskjellige numeriske sammenhenger.

Friel og Markworth (2009) kaller dette for figurative resonnementsstrategier, og de har som regel sammenheng med noe visuelt ved at man kobler oppdeling av figurmønster til numeriske uttrykk. I del *a* er det ikke vist noen oppdeling av bilderammen, men det er grunnlag for flere figurative resonnementsstrategier, og en annen enn den som er presentert er å summere antall biter for hver side ($7 + 7 + 7 + 7$) og trekke fra biten i hvert hjørne (-4) fordi den er tatt med to ganger. Altså blir talluttrykket $4 \cdot 7 - 4$. Dette uttrykket er det nok ikke lettere å generalisere enn uttrykket som er presentert, men å presentere flere figurative resonnementsstrategier kan bidra til å favne flere elever og differensiere ved at elever foretrekker en metode fremfor en annen. At eksempelet ikke presenterer bilderammer i flere størrelser og samler numeriske sammenhenger i en tabell kan ha sammenheng med at denne prosessen er behandlet tidligere, men kan også være grunnlag for at påfølgende oppgaver kan få et mer relasjonelt preg, ved at elevene ikke utelukkende kan følge eksempelets fremgangsmåte, men må gjøre mellomstegene på egenhånd ut fra det de har lært tidligere i møte med ukjente oppgaver (Skemp, 1976).

I del *b* skal det skrives med ord hvor mange mosaikkbrikker Rikke trenger til en ramme når lengden på sidene er kjent. I analysen ble det sett på at del *b* knyttet sammen del *a* og del *c* som et transformerende ledd, og at målet i eksempelet er å undervise om generalisering ved å komme fram til et generelt algebraisk uttrykk. I lys av Friel og Markworth (2009) som sier at algebraisk resonnering handler om å utforske og generalisere mønster gjennom samtale og argumentasjon og ved å uttrykke dem formelt, forstår vi derimot at å generalisere gjennom ord er likeverdig som å generalisere formelt med algebraisk notasjon. Denne tanken støttes av Zazkis og Liljedahl (2002) som trekker fram at algebraisk tenkning allerede skjer når det generaliseres verbalt ved bruk av ord, noe som nettopp skjer i del *b*. På den måten, ved at del *b* er en likeverdig løsning i forhold til del *c*, når det kommer til algebraisk tenkning og resonnering, så kan man se på del *b* og del *c* som grunnlag for å differensiere med tanke på nivå, men også med tanke på visuell og auditiv læringsstil. En mulig differensiering av eksempelet kunne derfor skjedd ved å la del *a* stå for seg selv på ett nivå, mens *b* og *c* kan velges mellom, eller at *a* og *c* presenteres for seg og *a* og *b* for seg.

I eksempel 4 begynner det allerede i del *a* med å stille *hvor mange – spørsmål.* Dette ligger under steg 2 i generaliseringsprosessen som Friel og Markworth (2009) presenterer fra Lee og Freimann (2006). Eksempelet kunne derfor hatt mulighet for å trekke inn en del til for å få med det første steget som handler om visuelle resonnementer, hvor figuren eller egenskaper ved den brukes for å gi svar på spørsmål. Ved å trekke inn dette steget ville det i påfølgende oppgaver vært muligheter for en rikere nivådeling og nivådifferensiering, ved at del 1 og 2 følger steg 1 og 2 i generaliseringsprosessen, mens del 3 inkluderer generalisering gjennom verbalt resonnement og algebraisk uttrykk. Eventuelt kunne man differensiert mellom læringsstiler ved å ha det visuelle (steg 1 og 3) for seg og regnetekniske (steg 2 og 3) for seg.

5.1.2 Eksempel 2 og 3 som utgangspunkt for differensiering

I analysen av eksempel 2 og 3 kom det fram at de var ledd i en nivådifferensiering siden de tok utgangspunkt i det samme figurmønsteret, men fokuserte på ulike ting og var plassert som to separate eksempler. De påfølgende oppgavene beviste også at det var en forskjell her. Eksempel 2 ser kun på figurmønsteret for å samle informasjon i en tabell, og det vises at figurmønsteret øker med to for hver figur. Dette kan sies å ligge under det Friel og Markworth (2009) presenterer som visuelle resonnementer i steg 1, for her brukes kun figurene for å resonnere og tenke. I tillegg er en figurativ resonnementsstrategi presentert ved at figurmønsteret visualiserer at det øker med to for hver figur. I en påfølgende oppgave skal denne sammenhengen skrives med ord, og Booker og Windsor (2010) nevner at når verbale beskrivelser kommer tidlig i generaliseringsprosessen, kan det danne grunnlag for symbolske argument som utvikler seg til algebra. Det er kanskje også en av grunnene til at eksempelet står for seg selv og behandler dette. Eksempel 3 inneholder derimot steg 2 og 3 i problemløsningsprosessen ved at det utvikles numeriske sammenhenger for figurmønsteret og et generelt algebraisk uttrykk til slutt. At eksemplene er nivådelte er det lite tvil om ved denne diskusjonen, men at de nivådifferensierer er ikke like sikkert, for da må den samme matematikken behandles på ulike nivå, men begge eksemplene presenterer ulike steg i en generaliseringsprosess og danner til sammen en helhet. Denne helheten kan derimot differensieres i nivå, men da med utgangspunkt i kompleksiteten til figurmønsteret, som ifølge Friel og Markworth (2009) handler om forskjellen mellom lineær eller ikke-lineær økning mellom figurene og figurmønsterets utgangspunkt.

5.1.3 Rikere differensiering i lærestoff i Maximum 8

Lærestoffet som presenterer to figurative resonnementsstrategier for generalisering av figurmønsteret med trebord kan være et grunnlag for differensiering ved at elevene motiveres til å velge egne resonnementsstrategier eller følger læreverkets eksempel. En interessant observasjon gjelder verifiseringen av de generelle formlene ved å vise at begge kommer fram til 52 bord for 17 gjerdeenheter. Dette vises numerisk gjennom det som Miyazaki (2000) trekker fram som et avgjørende eksperiment. Da bevises en algebraisk formel ved å sette inn en verdi for variabelen i formelen og sjekke at formelen stemmer for den verdien. Stemmer formelen for den verdien antar man også at formelen stemmer for alle verdier (n). Dette er ikke noen god måte å bevise at en formel er generell på, for er det helt sikkert at den gjelder for alle verdier uten at vi har testet ut at det stemmer? Gjennom analysen foreslo jeg en bedre måte å løse dette på, ved å bevise at de generelle algebraiske uttrykkene er like ved å utføre en enkel parentesregning på det første uttrykket. En annen måte å bevise at de generelle uttrykkene er like på, kan gjøres grafisk ved å presentere begge uttrykkene som funksjoner. Ved å trekke inn ulike bevisformer og representasjoner for de algebraiske uttrykkene, kan lærestoffet legge grunnlag for en rikere differensiering i nivå, i interesser og mellom læringsstiler.

5.1.4 Forbedring av eksempel 9 i Nummer 8

Gjennom analysen og lærerintervjuet viste det seg at eksempelet ikke kunne legge til rette for en differensiering i påfølgende oppgaver, fordi det var sammenheng mellom de ulike delene i eksempelet som førte fram til et generelt algebraisk uttrykk. Eksempelet ser ikke på noe figurmønster, men presenterer en oppgave med en lineær sammenheng ($y = 50x$). I lys av Friel og Markworth (2009) og deres fokus på stegene i en generaliseringsprosess, er det interessant å se på hva eksempel 9 inneholder. Det første vi kan legge merke til er at eksempelet starter med to *hvor mange – spørsmål* som ligger under steg 2 i prosessen. Deretter skal det lages et generelt algebraisk uttrykk ut fra de numeriske uttrykkene, og dette ligger også under steg 2. Til slutt er meningen at man skal regne med formelen ved å finne ut hvor mange kroner Kari har etter ett år. Igjen er det et *hvor mange – spørsmål* som vil si at deloppgaven ligger i steg 2. Dette presiseres også av læreren som bruker Nummer 8, at elevene ikke ville ha tenkt på bruke formelen i løsningen av deloppgave *d.* Eksempelet mangler derfor steg 1 og 3 i prosessen og generaliserer kun fra aritmetikk til algebra. Dekker og Dolk (2011) har sett på veien fra aritmetikk til algebra og nevner at algebraisk tenkning handler om å generalisere ved å bruke bokstavelige symboler. Booker og Windsor (2010) støtter dette ved å presisere viktigheten av at verbale beskrivelser kommer tidlig i generaliseringsprosessen. Det skjer ikke i dette eksempelet og ellers er det et eksempel som ifølge Boaler (1998) er instrumentelt og fører til prosessbasert kunnskap basert på memorering av regler og prosedyrer som igjen er utgangspunkt for lukkede oppgaver. Hadde eksempelet inkludert steg 1 og 3 av problemløsningsprosessen, ville det også legge til rette for større grad av relasjonell matematikk og åpne oppgaver, noe som igjen ville gitt elevene muligheter til å velge metoder og løsningsstrategier. Det kunne videre lagt grunnlag for muligheter for differensiering, men det legger ikke Nummer 8 opp til.

5.1.5 Differensiert lærestoff i Nummer 8

I lærestoffet på side 260 presenteres den distributive loven som viser sammenhenger mellom addisjon og multiplikasjon. Det foregår en transformasjon i lærestoffet ved at noe går fra aritmetikk representert ved tall over til algebra representert ved bokstaver. Dette er ikke den eneste gangen Nummer 8 viser slike sammenhenger og transformasjoner, og de forekommer også i flere av oppgavene i læreverket. Dekker og Dolk (2011) mener at denne måten å generalisere aritmetikk på, gjennom bokstaver, innebærer algebraisk tenkning. Britt og Irwin (2007) mener at det ikke nødvendigvis må være algebraiske symboler til stede for at det skal skje algebraisk tenkning, men at elevers kunnskap om numeriske operasjoner i utgangspunktet er algebraisk av natur. Deretter presenteres det ulike steg for å tilegne seg strategier i tallregning som kan legge til rette for å tilegne seg algebraisk tenkning. I Nummer 8 viser det seg at det som oftest arbeides med numeriske operasjoner på steg 7, som den distributive loven er et eksempel på gjennom å regne med tall på måten som $24 \cdot 6 = (20 \cdot 6) + (4 \cdot 6)$. Britt og Irwin (2007) presiserer at der aritmetikk tar hensyn til underliggende operasjonelle strukturer, i stedet for å komme fram til svar gjennom algoritmer, er det mer sannsynlig at dette fører utvikling av algebraisk tenkning og at de i større grad er i stand til å få tak i algebra med bruk av symboler og algebraiske generaliseringer. Dette står i kontrast til Maida (2004) som mener at å lære algebra fra et aritmetisk ståsted virker forvirrende for elever. Skulle derimot Nummer 8 ha differensiert lærestoffet og oppgaver knyttet til aritmetikk og transformasjon til algebra, kunne det kanskje ha basert seg på stegene som ble presentert av Britt og Irwin (2007). Men ellers ligger Nummer 8 mye på det samme nivået for alle elevene.

5.1.6 Nivådifferensiering i oppgave om generalisering av figurmønster i Maximum 8

Oppgave 5.11 ser på et figurmønster bestående av pinner som danner kvadrater i et trappemønster. Figurmønsteret har i hvert fall én annen side ved seg, og det er at antall kvadrater for hver figur i mønsteret beskriver trekanttall. Ved å trekke inn generalisering av dette figurmønsteret er i hvert fall nivådifferensieringen ivaretatt, men det er også andre positive sider ved å trekke inn generalisering av trekanttall og ikke-lineære sammenhenger. Først og fremst har det noe å si for de figurative resonnementsstrategiene (Friel & Markworth, 2009) som det ligger til rette for, siden det kan være vanskelig å finne numeriske sammenhenger i uttrykkene som utvikles. Men å få trening i figurative og visuelle resonnementsstrategier kan være sunt og bidra til en differensiering ved at slike aktiviteter er egnet for elever med en visuell læringsstil. Dette legger til rette for at steg 1 og 3 også kan trekkes inn i oppgaven. Oppgaven differensierer allerede i del *b* ved at elevene kan velge om de vil beskrive med ord hvor mange blå pinner det er i hver figur, eller om de vil lage formler. De må så komme fram til et generelt uttrykk eller bruke sammenhengene for hver figur som er beskrevet med ord for å kunne løse del *c*.

6. Didaktiske refleksjoner

I dette avsnittet diskuterer jeg sider ved differensieringen i læreverkene ut fra min egen analyse og lærerintervjuene, og kommer med refleksjoner og tanker uten å forankre det så mye til relevant teori, som har vært vanskelig å finne på dette området.

6.1 Nivådifferensiering i Maximum 8 og Nummer 8

Maximum 8 og Nummer 8 er har en ulik oppbygning og tilnærming til nivådifferensiering av lærestoff, eksempler og oppgaver. Den største forskjellen mellom læreverkene vises gjennom de forskjellige oppgavetypene. Maximum 8 deler ikke oppgavene inn i oppgavetyper slik som Nummer 8, men har i stedet et skille mellom vanlige oppgaver for alle og oppgaver som er differensiert etter nivå og vanskelighetsgrad gjennom fargekodene blå, gul og grønn. En slik inndeling av oppgaver etter fargekoder kan fort forbindes med en nivådifferensiering, ved at elever skal forholde seg til én farge etter hvilket nivå de ligger på. Læreverket nevner ikke selv noe om at oppgavene er nivådifferensierte, men viser til at de ulike fargekodene indikerer at oppgavene har en bestemt vanskelighetsgrad. Dette er det viktig å presisere tydelig for både lærer og elev, for det er en vesentlig forskjell mellom å nivådifferensiere oppgaver og å dele oppgaver inn etter vanskelighetsgrad på deloppgavene.

Det er ofte der hvor oppgavene har en indre nivådeling at man ikke kan bruke oppgaven til å nivådifferensiere mellom elevene. Likevel finnes det oppgaver i Maximum 8 som både har en indre nivådeling og grunnlag for nivådifferensiering i deloppgavene (5.18), men da er deloppgavene separate oppgaver som tar for seg den samme matematikken på ulike nivå, men hvor det ikke er noen sammenheng mellom deloppgavene. På den måten går ikke elevene glipp av noe om de gjør blå, gul eller grønn, og det er her Maximum 8 lykkes med nivådifferensiering. Det gjelder også der hvor hele oppgaver er delt inn i blå, gul og grønn på samme måte. De dekker den samme matematikken, men på tre forskjellige nivå.

Kristensen (2008) stiller seg likevel kritisk til en nivådifferensiering av oppgavene hvor elevene følger ulike spor eller ulike fargekoder, fordi han mener at de differensierte oppgavene ofte er forskjellige og har lite til felles med hverandre å gjøre. Derfor blir det problematisk å ha felles oppsummeringer og diskusjoner i klassen. Det samme mener Folke Larsen, Hein og Wedege (2006), og ser på dette som et differensieringsproblem. I Maximum 8 viser det seg at bare noen få av de differensierte oppgavene står for seg selv, skilt fra hverandre, men at det nettopp er når de er skilt fra hverandre at de fremstår like i formen og handler om det samme. I de 17 oppgavene med indre nivådeling er deloppgavene en del av den samme konteksten og tar utgangspunkt i den samme (tekst)oppgaven. Likevel er forskjellene mellom deloppgavene større enn forskjellene mellom de nivådifferensierte oppgavene som står for seg selv. Det er på grunn av at oppgavene med en indre nivådeling ofte transformerer fra aritmetikk til algebra. Derfor behandler de ulike deloppgavene forskjellig matematikk, mens de nivådifferensierte oppgavene behandler den sammen matematikken på ulike nivå. På bakgrunn av dette virker det som om forskjellene i nivå ikke hindrer en felles diskusjon eller oppsummering, og at Maximum ved sine nivådifferensierte oppgaver legger til rette for en differensiering som bidrar til en inkludering i stedet for den individualiseringen som Kristensen (2008) også mener er gjeldende i dagens tilpassede opplæring.

I Nummer 8 er ikke oppgavene tydelig nivådifferensiert ved bruk av fargekoder, men gjennom at oppgavene er delt inn i ulike oppgavetyper. Her skiller utfordringsoppgavene og eksamensoppgavene seg ut, siden de ligger på et annet nivå enn samarbeidsoppgavene og de vanlige oppgavene. I lærerintervjuet kom det fram at de flinkeste rakk å gjøre utfordringsoppgavene, mens de som trengte mer tid i oppgaveregningen hadde nok å gjøre med de vanlige oppgavene og samarbeidsoppgavene. På denne måten kan Nummer 8 legge til rette for en nivådifferensiering gjennom utfordringsoppgavene og eksamensoppgavene. Det er også eksempler og oppgaver i Nummer 8 som er delt inn i flere deler, men det er tydelig at sammenhengen og transformasjonen mellom deloppgavene og konteksten de står i, fører til at en eventuell nivådifferensiering mellom deloppgavene ikke er mulig å gjennomføre uten at elever går glipp av sentral matematikk. I tillegg til eksemplene og oppgavene kan en si at det første lærestoffet i Nummer 8 er et godt eksempel på hvordan lærestoff kan nivådifferensieres, ved at det er en forskjell i nivå mellom arealet for et rektangel og arealet for en sirkel

6.2 Bredde- og tempodifferensiering i Maximum 8 og Nummer 8

Bredde- og tempodifferensiering ble ikke behandlet i analysen av læreverkene, og grunnen er at det er lærerne som bruker læreverket til daglig som kan si noe om hvor lang eller kort tid det tar å komme gjennom et emne. Lærerne er også de beste til å se om alle har nok utfordringer eller om man må trekke inn oppgaver fra andre bøker for å gi tilstrekkelig bredde i fagstoffet. I intervjuet om Maximum 8 viste det seg at læreverket kunne inneholdt flere oppgaver til hvert emne, at det kunne vært litt færre emner og at oppgaveavsnittene etter hvert kapittel kunne bidratt til mer variasjon og bredde. Lærer 2 sa at det føltes ut som om man hoppet fra det ene til det andre emnet uten å ha tid til å dvele ved matematikken. Derfor var det også ønske om flere oppgaver og færre emner. Dette virker rart siden læreverket ikke er inndelt etter spiralprinsippet og inneholder færre kapitler enn andre lærebøker, nettopp for å kunne behandle ting grundigere.

Gillham (2010) presiserer at man må tenke på den konteksten folk står i når man studerer dem, for å forstå dem riktig. På denne skolen var det stor spredning i elevgruppa og lærer 2 fokuserte mye på å ta ting grunnleggende og å drive overlæring på enkelte ting. Ut ifra disse opplysningene er det kanskje ikke så rart at det ble savnet flere oppgaver på et lavere og mer grunnleggende nivå for å få inn mer forståelse av grunnleggende algebra. Det kom også fram at matematikken i Maximum 8 var vanskelig for mange og at overgangen mellom tall og algebra i form av bokstaver som variabler og likninger i form av bokstaver som ukjente, var uaktuelt å trekke inn på åttende trinn, fordi de ikke var klare for det enda. Det kom ikke fram at lærer 1 oppfattet det på samme måten, at det var for kort tid til å behandle hvert emne, men det er tydelig at begge åttendeklassingene på denne skolen brukte mer tid på hvert emne enn det som var planlagt, for det siste kapittelet i Maximum 8 måtte de gå gjennom neste skoleår. Likevel nevnte lærer 1 at det ble brukt oppgaver fra andre deler av læreverket og avsnittene bak hvert kapittel, men at oppgavene var veldig like i formen og hadde mye tekst. Det var også en ting som elevene slet med, å avkode tekstoppgaver, slik at dette også kan ha ført til at læreren hentet inn andre og mer regnetekniske oppgaver til elevene fra andre bøker. Jeg vil i hvert fall være forsiktig med å si at Maximum er dårlig på å legge til rette for en breddedifferensiering, når det følger med en egen oppgavebok som er nivådifferensiert og det er oppgaveavsnitt etter hvert kapittel som heter *bli bedre* og *tren tanken*. I mine ører bidrar disse avsnittene til større faglig bredde innenfor et emne, men hvis de blir veldig like oppgavene ellers i læreverket og ikke bidrar til variasjon, kan dette bidra til mindre læringsutbytte for elevene. Lærer 1 presiserer at det ikke er veldig motiverende for en elev å få ti oppgaver på samme nivå. På samme måte mener Tomlinson (2001) at det å gjøre flere oppgaver på samme nivå, når du allerede mestrer matematikken på det nivået, kan oppleves som straff og hindre progresjon og utvikling.

Læreren som bruker Nummer 8 driver en slags breddedifferensiering ved at elevene som blir ferdig med de oppsatte oppgavene på skolen får vanskeligere oppgaver i hjemmelekse. Læreren nevnte at han da brukte oppgaver fra oppgaveavsnittet etter hvert kapittel, men at han i klasserommet kunne trekke inn oppgaver fra andre lærebøker. Elevene som ikke blir ferdige med de oppsatte oppgavene på skolen, må gjøre disse i hjemmelekse. På denne måten brukes oppgavene i læreverket til å differensiere i bredde og dybde mellom elever som jobber raskt og er flinke, og elever som jobber mindre raskt med oppgavene. Læreren opplever også at det er for mange emner og for lite tid til hvert emne, og det nevnes at det kunne vært flere oppgaver lagt inn i hvert emne. Dette ønskes for at elevene skal mestre matematikken og det er spesielt drilloppgaver som det tenkes på, men disse finnes det flere av i oppgaveavsnittet etter hvert kapittel. Oppgaveavsnittet er delt opp i vanlige oppgaver og utfordringer, så de kan brukes som både drilloppgaver for å få forståelse for noe og utfordringer i leksene til elevene. Ting må også her ses i lys av elevgruppen, for når elevene så vidt får gjort seg ferdige med de vanlige oppgavene før et nytt emne må introduseres, tyder på at man må gå rolig fram og ta ting nøye og grunnleggende. Hvor vellykket læreverket er for å legge til rette for en bredde- og tempodifferensiering har også med elevgruppen å gjøre. I dette tilfellet hadde Nummer 8 tilstrekkelig med utfordringer for alle, og det var ingen som gikk tom for oppgaver. Likevel virker det som om oppgavene har lite variasjon og går mer på drilling enn å bidra til variasjon og progresjon. Også her vil elevene jobbe mye med ting de kanskje allerede mestrer, utenom eksamensoppgavene som kan ligge på et høyere nivå.

6.3 Differensiering mellom læringsstiler i Maximum 8 og Nummer 8

Både Nummer 8 og Maximum 8 er læreverk med et stort fokus på tekstoppgaver. Dette gjør at mye av innholdet favoriseres av visuelt sterke elever, siden de foretrekker skriftlige instruksjoner. At det er mange tekstoppgaver kan også legge til rette for auditivt sterke elever, hvis de får samarbeide og diskutere innholdet i oppgavene sammen. Men hvis elevene er vant til instrumentelle og regnetekniske oppgaver og ikke er trent i avkoding av tekst, kan dette by på problemer ifølge Folke Larsen et al. (2006). Det kan også være utfordrende med tekstoppgaver hvis nivået på teksten i oppgavene er for vanskelig, og en skal også tenke på at å løse tekstoppgaver innebærer en prosess i to steg. Det første er å forstå oppgaven og det andre er å transformere informasjon i tekst til andre representasjonsformer (Capraro og Joffrion, 2006). Maximum 8 har i algebrakapitlet også mange gode figurer som konkretiserer og visualiserer oppgavene, spesielt når det kommer til figurmønster, men også når parentesuttrykk kobles til bokstavregning. De er ikke bare knyttet til noen få oppgavetyper, men representerer nesten alle de forskjellige oppgavekategoriene, noe som gjør at oppgavene kan være relevante for auditive og taktile elever også. Likevel virker det som om oppgavene i Maximum 8 ligger nærmere et oppgaveparadigme enn et undersøkelseslandskap (Folke Larsen et al., 2006) ved at oppgavene ofte heller mot å være instrumentelle, lukkede og fasit-orienterte. Enkelte emner har oppgaver i begge leirer, men totalt sett ligger oppgavene nærmere ett oppgaveparadigme. Dette stenger litt for elever med en taktil læringsstil, siden åpne, relasjonelle og ikke-fasit-orienterte oppgaver er mer utforskende og problemløsende, og kan legge til rette for mer praktiske oppgaver eller utforskende aktiviteter.

Det er ikke bare oppgavene i læreverket som inneholder visuelle ting, men det gjør også eksemplene og lærestoffet. Det er ikke et eneste regneteknisk eksempel i algebrakapitlet som bare inneholder regning uten tekst eller figurer. Det viser hvilket fokus læreverket har når det gjelder å forklare ved bruk av tekst og noe visuelt. Ut av 13 eksempler så er det 7 med tilhørende bilder eller figurer. I det lærestoffet som læreverket gir er det også sjelden at det ikke er knyttet et bilde, en figur eller en tabell til det som presentert. På denne måten legger Maximum 8 til rette for at elever med visuelle behov kan få tilstrekkelig hjelp og utbytte gjennom oppgaver, eksempler og lærestoff, mens elever med en auditiv og taktil læringsstil ikke har like mye utbytte av innholdet i læreverket.

Nummer 8 har også mange bilder, men de er ikke til hjelp i oppgavene utenom å være et visuelt tillegg til oppgavene for at det skal se finere ut. Læreren som bruker Nummer 8 i sin undervisning nevner at elevene er auditivt sterke, at de liker tavleundervisning hvor læreren viser og forklarer. Samarbeidsoppgavene i læreverket kommer til sin rett for disse elevene, men det store fokuset på tekstoppgaver kan være utfordrende når elevene arbeider individuelt. I Nummer 8 finnes det ikke et eneste eksempel i algebrakapitlet som inneholder forklarende bilder eller figurer. Derimot er det mye forklarende tekst og instruksjoner som elevene kan dra nytte av. Fem av oppgavene i algebrakapitlet er visuelle oppgaver, hvor to av dem er rike oppgaver, en er en dataoppgave, en er en utfordring og en er en vanlig oppgave. Ut fra det totale antall oppgaver som er 50, er det bare 5 som er visuelle. På den måten kan det se ut som om læreverket ikke legger til rette for elever med en visuell læringsstil, men det er mye forklarende tekst og instruksjoner i tekstoppgavene, så elevene med behov for visuell læring blir også ivaretatt i Nummer 8.

Der Maximum 8 har et fokus på det visuelle i starten ved å begynne med figurmønster og å trekke inn algebra ved å generalisere disse, velger Nummer 8 å begynne med aritmetikk, tallregning og tallutrykk for å komme fram til og bevise algebraiske lovmessigheter. Maida (2004) mener at en slik innføring av algebra gjennom aritmetikk virker negativt på elevene, ved at de ofte finner innholdet forvirrende og skremmende. Det er derfor hun foretrekker å begynne med visualisering slik som Maximum 8 gjør. Men det er ikke dermed sagt at lærestoffet i Nummer 8 er dårlig av den grunn, for stegene som tas for å komme fra tall til algebra er små og fagstoffet fremstår enkelt og forståelig. Zazkis og Liljedahl (2002), Dekker og Dolk (2011), og Britt og Irwin (2007) fokuserer alle på at det er mulig å tilegne seg algebraisk tenkning gjennom aritmetikk, numeriske operasjoner og muntlige beskrivelser av numeriske sammenhenger, så det kommer an på hva som er målet. Sammenligner vi starten av algebrakapitlet mellom Nummer 8 og Maximum vil vi finne ganske store forskjeller i nivået på lærestoffet. Lærestoffet og oppgavene i Maximum ligger på et høyere nivå og er mer instrumentell i stilen enn i Nummer 8, som fokuserer mer på åpne oppgaver som ikke er så fasit-orienterte. En kan derfor si at Nummer ikke differensierer så mye i starten av sitt algebrakapittel, men prøver å få med alle fra begynnelsen. Maximum starter på et høyere nivå og trekker også inn nivådifferensierte oppgaver, som gjør at læreverkene starter ganske forskjellig med tanke på å inkludere differensieringsformer.

En del av oppgavene i Nummer 8 ligger nærmere et undersøkelseslandskap enn et oppgaveparadigme, men unntaket er oppgavene i avsnitt 4 om *å lage formler* som er veldig bundet til det algebraiske og generalisering av talluttrykk til algebraiske uttrykk. Her er oppgavene veldig like det ene eksempelet som kommer først i avsnittet, og blir på denne måten instrumentelle. Fremgangsmåten som eksempelet presenterer ligger til grunn i mange av de påfølgende oppgavene, men Boaler (1998) mener at slike eksempler bidrar til prosessbasert kunnskap, som har begrenset nytteverdi og som blir forbundet med memorering av regler i stedet for undersøkende arbeid ut fra egen kunnskap. Ellers er en del av oppgavene i avsnitt 1 og 3 åpne, relasjonelle i stilen og ikke så opptatt av en bestemt fasit. Ofte er det utfordringsoppgavene og de rike oppgavene som havner i et undersøkelseslandskap, mens noen av samarbeidsoppgavene kan ligge litt imellom. Utfordringsoppgavene trekker også inn terninger i enkelte oppgaver, som viser at oppgaver i et undersøkelseslandskap kan være relevante for elever med en taktil læringsstil eller som har nytte av praktiske og utforskende oppgaver. For et læreverk er det hensiktsmessig å kunne ha oppgaver som ligger i et oppgaveparadigme, men også å ha oppgaver som ligger i et undersøkelseslandskap, for å kunne bidra til en rik differensiering mellom elever med ulike læringsstiler. Maximum 8 og Nummer 8 er forskjellige på dette området, men begge læreverkene har et godt fotfeste i oppgaveparadigmet. Alt i alt lykkes kanskje Nummer 8 bedre med å legge til rette for flere læringsstiler enn det Maximum 8 gjør.

6.4 Hvilke erfaringer har lærere på ungdomstrinnet med differensiering i algebrakapittelet til Nummer 8 og Maximum 8?

Tilhørende underspørsmål er:

- Hvordan benytter lærere i ungdomsskolen seg av differensieringen i læreverkene?

6.4.1 Læreres erfaringer og bruk av oppgavetypene i Maximum 8 og Nummer 8

Da jeg stilte lærer 1 og lærer 2 spørsmål om fargekodene til oppgavene i Maximum 8 viste det seg at de ikke var så begeistret over hvordan de fungerte i praksis. Når elever jobbet med en oppgave som hadde tre nivå, var de som regel fornøyd etter å blitt ferdig med én deloppgave. Det var spesielt synlig at elever tok letteste motstands vei og kun gjorde den letteste deloppgaven. Eleven selv var ikke interessert i å lære så mye, men å krysse av for å ha gjort en oppgave slik at lærere eller foreldre skulle bli fornøyd. I analysen kom det fram at fargekodene ikke alltid kan brukes i en nivådifferensiering, men at det kommer an på om oppgavene har en indre nivådeling eller er nivådelt for seg selv i separate oppgaver. Det var spesielt i oppgaver med en indre nivådeling at problemet oppstod ved at elevene bare gjorde én deloppgave, siden deloppgavene står i en sammenheng og oppgavens mål i forhold til algebra ofte ligger i deloppgave *c*. Å gjøre om rekkefølgen på oppgavene med fargekode kan også være uheldig sett i lys av analysen av eksempel 4 (figur 1), hvor det er en tydelig sammenheng, transformasjon og progresjon mellom delene *a*, *b* og *c* i eksemplet.

Det var også lærerens ønske at elevene skulle prøve seg på hele oppgaven for ikke å gå glipp av noe av det faglige og algebraiske ved oppgaven. Derfor ble noen ganger nivådelingen i oppgavene snudd på hodet ved at elevene gjorde den vanskeligste først og deretter de lettere. Oppgavene med en indre nivådeling har ofte en sammenheng og en transformasjon fra tekst eller aritmetikk til noe algebraisk. Å gå motsatt vei i oppgavene vil derfor hindre elevene i å få med seg denne sammenhengen, og oppgaven blir enda vanskeligere å løse, for som regel kan man støtte seg på deloppgave *a* og *b* for å løse *c*. På spørsmålet om oppgave 5.6 var differensiert på noen måte siden den var delt inn i fargekoder, fikk jeg til svar fra lærer 2 at det ikke var snakk om noen differensiering, men at en måtte la elevene få med seg utviklingen og sammenhengen i oppgaven. En kan da stille seg spørsmålet om fargekodene alltid er til hjelp for elevene ved å synliggjøre vanskelighetsgraden på deloppgavene. Lærer 2 mente at det ble så kunstig med fargekoder hvor oppgavene hadde en indre nivådeling, og dette kan ha noe for seg, for hvis ikke disse oppgavene hadde hatt fargekoder ville det kanskje vært enklere for elevene å gjøre hele oppgaven. Da ville ikke fokuset ha ligget på blå, gul eller grønn, men på oppgaven i sin helhet. Derfor vil en god bruk av fargekodene i Maximum 8 innebære at elevene gjør alle eller prøver seg på alle fargene der det er en indre nivådeling i oppgavene, hvor det er en tydelig sammenheng mellom deloppgavene og transformasjon fra *a* til *c*, men at elevene kan jobbe med blå, gul eller grønn farge i oppgavene som er differensiert for seg. På denne måten mister ikke elevene noe av det faglige underveis, samtidig som de kan jobbe med oppgaver på sitt eget nivå.

I intervjuet om Nummer 8 kom læreren med flere eksempler på hvordan innholdet i læreverket ble brukt for å differensiere i klasserommet. Utfordringsoppgavene ble brukt som ledd i en nivådifferensiering mellom flinke og mindre flinke elever, ved at de flinke fikk gjøre disse, samtidig som de fikk vanskeligere oppgaver enn de andre i lekse. Nummer 8 har ikke fargekoder eller andre former for å tydeliggjøre en nivåforskjell mellom oppgaver, men i intervjuet kom det fram at læreren kunne ha ønsket seg noen slike oppgaver til elevene, gjerne i forbindelse med en førtest slik at elevene kunne jobbe med det de trengte på det nivået de lå på. Dette kunne sikkert ha vært et kjekt tillegg, men ville i praksis ikke ha utgjort så stor forskjell siden nivået i Nummer 8 gjennomgående ligger ganske lavt, og utfordringsoppgavene ligger på et litt høyere nivå. I utgangspunktet har Nummer 8 derfor en todelt nivådifferensiering, men inkluderes eksamensoppgavene har man plutselig en tredeling. Det er likevel ikke så ofte at eksamensoppgavene dukker opp, og de varierer i vanskelighetsgrad, så stort sett bidrar oppgavetypene i Nummer til en todelt nivådifferensiering. I tillegg trekker Nummer 8 inn samarbeidsoppgaver og rike oppgaver som legger til rette for elever med en auditiv og taktil læringsstil, ved at elever kan få samarbeide om oppgaver, snakke matematikk og drive med praktisk regning. Dette er en bedre løsning enn å bare fokusere på nivådifferensiering.

6.4.2 Læreres erfaringer og opplevelse av Maximum 8 og Nummer 8 som læreverk

Lærerne som bruker Maximum 8 i sin undervisning syntes at læreverket så bra ut på oppbygning og det at man kunne bruke White Board, spesielt for elever med ekstra behov. Lærer 2 hadde før innkjøp av Maximum 8 stilt seg kritisk til algebrakapitlet og spesielt oppbygningen og progresjonen der, men fikk til svar fra forlaget at det som ble behandlet av algebra i Maximum 8 kun var en innføring, og at ting ville bli tatt opp igjen i Maximum 9 og 10. Da er det kanskje ikke meningen at man skal bruke så lang tid på ting, hvis det kommer igjen senere, men lærer 2 var fast bestemt på å bruke god tid på noe hvis elevene først hadde fått tak i algebraforståelsen og kunne lage formler. Da var det bedre å bruke god tid på å holde fast på denne forståelsen i stedet for å gå videre på likninger, som ifølge lærer 2 var helt uaktuelt med sin elevgruppe. Her kunne kanskje Maximum 8 hatt noe å lære av Nummer 8 ved å innføre algebra på en enklere måte for elevene og ikke begynne rett på generalisering av figurmønster som jeg forbinder med noe av det vanskeligere i algebra. Lærer 1 nevnte også at måten Maximum velger å innføre algebra på ikke gir en opplevelse av hva algebra egentlig er, og at arbeidet med figur, figurtall, formler og generalisering ikke kobles til algebra av elevene, men forvirrer dem ved at de ikke helt vet hva de holder på med og at det blir en del gjetting. Spesielt er dette med figurmønster nytt på åttende trinn, men det ble ifølge lærere 2 noe vanskelig for både elever og foreldre. Det er likevel interessant å se at lærer 2 mener at dette emnet og grunnleggende algebra ikke skiller så mye mellom svake og sterke elever, men at svake elever faktisk kan ha bedre forståelse på dette området enn de sterke. Om det har med figurene å gjøre, at man transformerer fra noe visuelt til noe algebraisk, skal ikke sies for sikkert, men Maida (2004) ville kanskje ha støttet en slik uttalelse.

Eksempler, rammer og annet lærestoff i Maximum 8 ble av lærer 2 sett på som støy for de svakere elevene, og oppgaveavsnittene etter hvert kapittel kunne da være en god løsning for å få litt mer ryddighet og oversikt. Det som går for å være øvingsoppgaver innenfor hvert emne varierte for mye ved at det ble trukket inn mange tall og etter hvert brøk, og ble fort vanskelige for elevene. Lærer 1 syntes også at tekstoppgavene noen ganger ble vanskelig for elevene ved de bare hoppet over teksten og i stedet begynte med tallene. Når det er sagt så stiller lærer 2 seg kritisk til nivået i Maximum 8 og mener at eksempler og lærestoff burde være enklere og mer selvforklarende når det er på åttende trinn. At det er en egen oppgavebok med differensierte oppgaver i stedet for et rikt oppgaveavsnitt etter hvert kapittel trekker også ned hovedinntrykket av Maximum 8 for lærer 2. Dataoppgavene i læreverket er ganske enkle i stilen og bidrar til en innføring i bruk av regneark med vanlig tallregning og noe bruk av formler i regneark. Men lærer 2 ønsket her gå utenfor boka og bruke noe av sin erfaring innenfor programmering i Basic. Av erfaring tok elevene fort hva som er variabler når de holdt på med enkel programmering, og dette kan være en inngang til større algebraforståelse, og å se at algebra faktisk kan brukes til noe fornuftig i hverdagen. Begge lærerne var tydelige på at læreverket Maximum 8 kun var et hjelpemiddel i undervisningen, det er ikke noe man må følge slavisk, men brukes etter hva behovet i elevgruppen er og hvordan man vil legge opp undervisningen. På samme måte kan man tenke i forhold til differensieringen i læreverket, at det er noe som må vurderes og ikke nødvendigvis må være bundet til, selv om elevene bruker læreverket og må forholde seg til en eventuell forhåndsdifferensiering der.

Læreren som bruker Nummer 8 mente at elevene må få erfaring med *learning by doing*, men at læreboka ikke legger til rette for dette siden det er få oppgaver som går på det samme og som kan regnes som drilloppgaver. Selv om oppgaveavsnittet inneholder flere oppgaver, er det for få som går på det samme til at elevene får mengdetrening innenfor et område. Når det er sagt så mener jeg at innholdet i algebrakapitlet til Nummer 8 er lagt på et lavt nivå. Læreren selv mener at Nummer 8 er vanskeligere enn det forrige verket, men det kan ha sammenheng med at det forrige læreverket hadde flere regneoppgaver, mens Nummer 8 har mange tekstoppgaver og oppgaver som legger opp til tekstsvar, historier, setninger og mye bruk av ord i oppgaveløsningen. I intervjuet kom det i hvert fall tydelig fram at elevene kunne lese en oppgave uten å forstå noen ting av hva de skulle gjøre. På spørsmål om hva Nummer 8 kunne vært bedre på i forhold til å differensiere fikk jeg til svar at det godt kunne ha vært flere lettere oppgaver i hvert emne. Men det er en overgang å bli vant til dette med å avkode tekst hvis man tidligere har holdt på med instrumentell og regneteknisk matematikk på barneskolen (Folke Larsen et al., 2006). Det er mye introduksjon til algebra som tema og veien fra aritmetikk til bokstavregning gjør at det er mye konkret tallregning i starten. Målet er ikke å bli gode på dette, for mye av matematikken og regningen som behandles i starten av algebrakapitlet kan elevene fra før, men målet er å se sammenhengen mellom tall og algebra og komme fram til algebraiske lovmessigheter gjennom regning med tall og talluttrykk.

Jeg tror forfatterne av Nummer 8 ikke ønsker at elevene skal møte veggen ved deres første møte med algebra og heller ha en rolig og grei innføring. Det blir på en måte som et forkurs til den virkelige algebraverdenen som vil møte dem i niende og tiende klasse. Læreren mener at Nummer 8 som læreverk legger tilstrekkelig til rette for å differensiere undervisningen, men liker ikke at det blir for mange emner og for lite tid til å få inn forståelse for hva man holder på med. Ifølge læreren er det en kort innføring, deretter noen oppgaver som går på forståelse og deretter noen oppgaver i avsnittet etter hvert kapittel som kan ses på som drilloppgaver eller repetisjonsoppgaver, men at dette blir for lite til å gi en god faglig dybde og forståelse. Da tenker jeg at fokuset i algebrakapitlet til Nummer 8 blir feil, for det er mye innføring av nye begreper og egentlig minimalt med skikkelig algebra og bokstavregning. Det er ikke så mye i kapittelet som man behøver mengdetrening for å få en forståelse for, og hvis elevene ikke forstår sammenhengene, bommer kanskje læreverket med måten de innfører algebra på. Dette viser seg også gjennom at læreren begynte med ren bokstavregning for elevene for å vise dem hva algebra var for noe i stedet for å følge Nummer 8 fra starten av.

Ellers bruker læreren nettressursene til Nummer 8 for å trening på GeoGebra og data. Læreboka finnes digitalt og dette gir muligheter for å gå nøyere inn på ting ved å få det opp på lerret ved bruk av projektor. Læreren har benyttet seg av dette, men nevnte i intervjuet at det ikke ga like stor utbytte for elevene. De likte heller vanlig tavleundervisning hvor læreren kunne tegne, skrive og forklare underveis. Noen lærebøker som fås digitalt har også mulighet for å spille av teksten slik at elevene kan høre i stedet for å lese. Det hadde ikke denne læreren noen erfaringer med, men det kunne kanskje ha vært til hjelp for elever med en auditiv læringsstil. Læreren likte egentlig hvordan Nummer 8 legger opp til at elevene skal skjønne hva de gjør for noe og så jobbe litt med det, men i praksis fungerte det ikke helt slik. Læreverket skulle legges på is i ett år, for det hadde ikke fungert med elevgruppa, og det er også en interessant side ved valg av læreverk, at det ikke bare er det faglige innholdet og hvordan læreverket legger opp løpet i matematikk og algebra, men hvordan læreverket går overens med elevene som skal bruk det.

7. Avslutning

Denne casestudien som har inneholdt læreverkanalyse og intervju av lærere i norsk ungdomsskole, skulle ha som mål å gi svar på hvordan differensieringen i nye læreverk på 8. trinn blir oppfattet og praktisert. På forhånd hadde jeg en antakelse om at differensiering i algebra kanskje var vanskelig å få til, spesielt med tanke på læringsstiler, ved at det ofte forbindes med symbolske representasjoner i form av bokstaver og tall, og at det ofte blir oppfattet som abstrakt. Derfor hadde jeg en formening om at kapitler med mye bokstavregning og algebraiske uttrykk ville inneholde få visuelle innslag, mens jeg visste om bruk av konkreter i form av algebrabrikker, geobrett og lignende som praktiske innslag i oppgaver og undervisning. I forhold til den auditive læringsstilen hadde jeg ikke så mange forventninger.

Det mest sentrale funnet fra studien handler om forskjellen på nivådifferensiering og nivådeling, og hvor viktig det er at det er et tydelig skille mellom disse begrepene for å få en rik differensiering. Det var derfor overraskende å oppdage at elever kunne holde seg til en farge, og likevel miste noe av den faglige sammenhengen. Det tok lang tid før jeg selv innså at fargekodene i Maximum 8 ikke var det samme som nivådifferensiering overalt, som førte til at jeg begynte å ta i bruk begrepet *indre nivådeling* i stedet for nivådifferensiering enkelte steder. Et annet spørsmål som har dukket opp underveis i arbeidet er i hvor stor grad et læreverk skal trekke inn forhåndsdifferensiert materiale. I løpet av intervjuene kom det fram at lærerne bare brukte læreboka som et hjelpemiddel i undervisningen, ikke som noe man skulle følge slavisk. Det er sentralt i forhold til den undervisningen som skjer i klasserommet, men som en av lærerne sa, så var det å ha en lærebok med på å gi en felles plattform for både lærer og elev. Eleven er den som bruker læreboka mest, og med tanke på differensiering i læreverket og det som er presentert i studien, kan det konkluderes med at en differensiering er viktig for eleven som bruker læreboka, slik at det er mulig å arbeide med lærestoff og oppgaver på ett nivå tilpasset egne evner, interesser og behov. Det er også nyttig for læreren å ha en lærebok med forhåndsdifferensiert materiale med tanke på at gjennomføring av god og fruktbar differensiering i et klasserom er en tidkrevende prosess, og tid er noe lærere har lite av.

Når det er sagt så viser studien at det skal godt gjøres at et læreverk er komplett og passer perfekt inn i en gruppe elever hvor forskjellene kan være store. Hvordan elevgruppen er har også noe å si for hvor vellykket læreverket blir i bruk. Det har å gjøre med nivået læreverket legger matematikken på, men også hvilken læringsstil det fokuserer mest på. I de to læreverkene

Nummer 8 og Maximum 8 var det tydelig forskjell i nivå og fokus på læringsstiler, og derfor har det også noe å si hvem som tar det i bruk.

Litteraturliste

Berg, G. D., & Nes, K. (2007). Kva kompetanse, og kvifor? Ein introduksjon. I Berg, G. D., & Nes, K. (Red.), *Kompetanse for tilpasset opplæring*, s. 5-14. Oslo: Utdanningsdirektoratet.

Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsing. I Grevholm, B. (Red.), *Matematikk for skolen.* Oslo: Fagbokforlaget Vigmostad og Bjørke.

Blomhøj, M. (2003). Læringsvilkår i datamaskinbasert matematikkundervisning: Elevernes bruk av avanserte matematikkprogrammer. I Grevholm, B. (Red.), *Matematikk for skolen.* Oslo: Fagbokforlaget Vigmostad og Bjørke.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. I *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41–62.

Booker, G. & Windsor, W. (2010). Developing Algebraic Thinking: using problem-solving to build from number and geometry in the primary school to the ideas that underpin algebra in high school and beyond. I *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 411–419. Australia: Faculty of Education, Griffith University

Botten, G., Daland, E., & Dalvang, T. (2008). Tilpasset matematikkopplæring i en inkluderende skole. I *Tangenten*, 2, 23-27.

Bloom, B. S. (Red.). (1971). Mastery learning, theory and practice. New York: Holt Rinehart & Winston

Britt, M. S & Irwin, K. C. (2007). Algebraic thinking with and without algebraic representation: a three-year longitudinal study. I *ZDM Mathematics Education*, 40, 39–53. Heidelberg: Springer Distribution Center GmbH

Capraro, M. M. & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? I *Reading Psychology*, 27, 147–164

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. New York: Routledge.

Dale, E. L. (2004). *Kultur for tilpasning og differensiering*. Oslo: Utdanningsdirektoratet

Dale, E. L. og Wærness, J. I. (2003). *Differensiering og tilpasning i grunnopplæringen. Rom for alle – blikk for den enkelte*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Dale, E. L., Wærness, J. I. og Lindvig, Y. (2005). *Tilpasset og differensiert opplæring i lys av Kunnskapsløftet*. Oslo: LÆRINGSlaben forskning og utvikling AS.

Dekker, T. & Dolk, M. (2011). From arithmetic to algebra. In P. Drijvers (Red.), *Secondary Algebra Education*, 69–87. Dordrecht: SensePublishers

Dunn, R. og Griggs, S. A. (Red.) (2003) *Læringsstiler. Grunnbok I Dunn og Dunns læringsstilmodell.* Oslo: Universitetsforlaget.

Ertesvåg, F. (2013). Plusser på med algebra. *VG*. Hentet 07.04.16 fra: http://www.vg.no/nyheter/innenriks/skole-og-utdanning/plusser-paa-med-algebra/a/10072483/

Ertesvåg, F., Lund, T. W. og Laustsen, E. (2013). Derfor er norske 15-åringer så dårlige i matte. *VG*. Hentet 07.04.16 fra: http://www.vg.no/nyheter/innenriks/skole-og-utdanning/derfor-er-norske-15-aaringer-saa-daarlige-i-matte/a/10148310/

Farwell, T. (2011). *Visual, Auditory, Kinesthetic Learners.* Hentet 23.10.15 fra: http://school.familyeducation.com/intelligence/teaching-methods/38519.html

Folke Larsen, A., Hein, M., & Wedege, T. (2006). *Undersøgende læringsmiljø i matematik*. Kritisk refleksion efter skoleperioden. MONA, 4, 7-20.

Friel, S. N. & Markworth, K. A. (2009). A framework for analyzing geometric pattern tasks. I *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(1), 24- 33. National Council of Teachers of Mathematics Stable. Hentet 29.06.16 fra: http://www.jstor.org/stable/41182948

George, P. S. (2005). A rationale for differentiating instruction in the regular classroom. I *Theory into practice*, 44 (3), 185-193. Oxford: Taylor & Francis, Ltd.

Gillham, B. (2010) *Case study research methods*. Bloomsbury Publishing

Grinde, E. (2012, 12. desember). Algebrakrise i norsk skole. *Dagens næringsliv*. Hentet 07.04.16 fra: http://www.dn.no/meninger/kommentarer/2012/12/12/algebrakrise-i-norsk-skole

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., Borge, I. C. (2012) *Framgang, men langt fram*. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011. Oslo: Akademika forlag

Gundem, B. B. (1983). *Skolens oppgave og innhold*. En studiebok i didaktikk. (3. utgave 1991). Oslo: Universitetsfolaget.

Haug, P. og Bachmann, K. (2007). Kvalitet og tilpassing. *Norsk pedagogisk tidsskrift*. Hefte 4, s. 265-276.

Hole, A. (2013) *Hvorfor bør man reformere arbeidet med algebra i norsk skole? – og hva kan Nummer 8–10 bidra med?* Hentet 01.04.16 fra: https://www.aschehoug.no/Undervisning/Nyheter- Undervisning/Nyheter-8-10/Hvorfor-boer-man-reformere-arbeidet-med-algebra-i-norsk-skole

Hole, A., Jensen, R., Tellefsen, H. K. og Wallace, A. K. (2014). *Nummer 8*. Matematikk for ungdomstrinnet. Oslo: H. Aschehoug & Co

Jensen, R. (2003). *Læringsstiler*. Bedre Skole Småskriftserie, 10. Oslo: Utdanningsakademiet.

Johnsen, E. B., Michaelsen, E., Falck-Ytter, C., Paasche-Aasen, J., Turmo, A., Herbjørnsen, O.,…Kolflaath, E. (1999). *Lærebokkunnskap: innføring i sjanger og bruk.* Oslo: Tano Aschehoug

Kablan, Z. (2014). *The effect of manipulatives on mathematics achievement across different learning styles.* Oxford: Taylor & Francis Group Ltd, DOI: 10.1080/01443410.2014.946889

Kaplan, S. (2011). *Depth and complexity*. I G/T Curriculum Framework. Hentet 14.01.16 fra: http://www.houstonisd.org/cms/lib2/tx01001591/centricity/domain/8034/depthcomplex.pdf

Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The Real Story Behind Story Problems: Effects of Representations on Quantitative Reasoning. I *Journal of the Learning Sciences*, 13(2), 129-164. Routledge, Taylor & Francis group

Kristensen, T. E. (2008). Tilpasset opplæring innenfor fellesskapet. *Tangenten*, 2, 9-14.

Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing Algebraic Thinking through Pattern Exploration. I *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(1), 428-433.

Matematikk fellesfag - veiledning til læreplanene (2013). Hentet 31.03.16 fra: http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-lareplaner/Revidert-2013/Veiledning-til-lareplanene-i-matematikk-fellesfag/

Maida, P. (2004). *Using Algebra without Realizing It*. Mathematics Teaching in the Middle School, 9(9), 484-488

Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. I Educational Studies in Mathematics, 41, 48-68. Kluwer Academic Publishing

Ollerton, M. (2003): Inclusion, learning and teaching mathematics. I Gates, P. (Red), *Issues in mathematics teaching.* London: Falmer.

Pepin, B. & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. I *Zentralblatt for the Didactics of Mathematics*, 33 (5), 158–175.

Pierce, R. L. & Adams, C. M. (2004). Tiered Lessons. One Way to Differentiate Mathematics Instruction. I *Gifted Child Today*, 27 (2), 58-65

Pierce, R., Ball, L. & Stacey, K. (2009). Is it worth using CAS for symbolic algebra manipulation in the middle secondary years? Some teachers' views. I *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(6), 1149-1172.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011) *Læreren med forskerblikk*. Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter. Kristiansand: Høyskoleforlaget

Rinvold, R. (2010). Konkreter i læring av algebra. *Tangenten*, 1, 7-8.

Rivera, F. D. (2011). *Toward a visually-oriented school mathematics curriculum*. Research, Theory, Practice, and Issues. Netherlands: Springer

Rubenstein, L. D., Gilson, C. M., Bruce-Davis, M. N. & Gubbins, E. J. (2015). Teachers' reactions to pre-differentiated and enriched mathematics curricula. I *Journal for the Education of the Gifted*, 38(2), 141-168

Skaalvik, E. M. & Fossen, I. (1995*). Tilpassing og differensiering*. Idealer og realiteter i norsk grunnskole. Trondheim: Tapir forlag

Skemp, R. R. (1976/2006). Relational understanding and instrumental understanding. I *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88–95.

Stacey, K., Chick, H. & Kendal, M. (2004). *The future of the teaching and learning of algebra*. The 12th ICMI Study. Boston: Kluwer Academic Publishers

Strandkleiv, O. I. & Lindbäck, S. O. (2004). Hva er tilpasset opplæring? Hentet 10. desember 2015, fra http://www.elevsiden.no/tilpassetopplaering/1104529521

Svarstad, J. (2012). Norske elever er dårligst i Europa på algebra. *Aftenposten*. Hentet 4. mai 2016 fra: http://www.aftenposten.no/nyheter/iriks/Norske-elever-er-darligst-i-Europa-pa-algebra-7066752.html

Tomlinson, C. A. (2001). *How to Differentiate Instruction in Mixed-Ability Classrooms.* Association for Supervision & Curriculum Development (ASCD). (2. utg.)

Tomlinson, C. A. & Eidson, C. C. (2003). *Differentiation in Practice: A Resource Guide for Differentiating Curriculum, Grades 5-9.* Association for Supervision & Curriculum Development (ASCD)

Tomlinson, C. A. (2014). *Differentiated Classroom : Responding to the Needs of All Learners*. Association for Supervision & Curriculum Development (ASCD)

Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. I *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379–402. Netherlands: Kluwer Academic Publishers

Vedlegg

Vedlegg 1

Intervjuguide – Nummer 8

Kort definisjon av begrepet differensiering:
Gjennom å differensiere opplæringen bidrar læreren til at elevene eller elevgruppene får forskjellig undervisning. Differensiering betyr nettopp å gjøre forskjell og elevene blir på en måte forskjellsbehandlet med hensyn til undervisning og opplæring. Differensieringen skal ikke bare bidra til å skape forskjeller, men også legge til rette for at elevene kan føle mestring og få bekreftelse på at de utvikler seg gjennom utfordringer på sitt eget nivå. Et klasserom som differensierer effektivt, sørger derfor for at alle elever kan oppleve mestring og lærelyst, samtidig som de får mulighet til å utvide egen kunnskap og egne ferdigheter ut fra eget faglig ståsted, forutsetninger og nivå.

Intervjuet:
I intervjuet ønsker jeg å få et større innblikk i hvilke erfaringer du som lærer har av differensieringen i Nummer 8, når det kommer til algebra. I forhold til forskningsspørsmålene mine er det sentralt å komme inn på om du benytter deg av differensieringen, hvordan du bruker den og hva du ser som utfordringer, først med tanke på læreverkets differensiering og oppgavetyper, men også i forhold til din egen tilnærming til og utøvelse av differensiering i algebra. Nedenfor er det satt opp aktuelle temaer som kan tas opp i intervjuet. Skulle du komme på andre temaer før gjennomføringen av intervjuet, så er det bare fint. Det vil bli tatt lydopptak av intervjuet, men lydopptaket vil hele tiden ligge på en egen opptaker med hensyn til behandling av personopplysninger. Intervjuet vil deretter bli behandlet av meg og anonymisert, slik at det ikke vil være mulig å koble dine uttalelser til deg i min oppgave. Intervjuet vil mest sannsynlig bli todelt. I den første delen intervjuer jeg dere hver for dere, mens i del to foretar jeg et gruppeintervju med begge til stede.

Tema som det er naturlig å komme innom:

- Differensiering (individuelt intervju)
    - Differensiering i matematikk generelt
    - Differensieringen i Nummer 8 generelt
    - Behovet for differensiering i din elevgruppe (læringsstiler, tempo, bredde, nivå osv.)
    - Dine opplevelser, erfaringer og utfordringer med differensieringen i algebrakapitlet
    - Tanker om elevenes opplevelser og utbytte av differensieringen
    - …
    - …

- Konkret eksempel fra Nummer 8 (gruppeintervju)
    - Muligheter ved differensieringen
    - Utfordringer ved differensieringen
    - Ideer om en alternativ differensiering
    - ...
    - …

Vedlegg 2

Intervjuguide – Maximum 8

Kort definisjon av begrepet differensiering:
Gjennom å differensiere opplæringen bidrar læreren til at elevene eller elevgruppene får forskjellig undervisning. Differensiering betyr nettopp å gjøre forskjell og elevene blir på en måte forskjellsbehandlet med hensyn til undervisning og opplæring. Differensieringen skal ikke bare bidra til å skape forskjeller, men også legge til rette for at elevene kan føle mestring og få bekreftelse på at de utvikler seg gjennom utfordringer på sitt eget nivå. Et klasserom som differensierer effektivt, sørger derfor for at alle elever kan oppleve mestring og lærelyst, samtidig som de får mulighet til å utvide egen kunnskap og egne ferdigheter ut fra faglig ståsted, forutsetninger og nivå.

Intervjuet:
I intervjuet ønsker jeg å få et større innblikk i hvilke erfaringer du som lærer har av differensieringen i Maximum 8, når det kommer til algebra. I forhold til forskningsspørsmålene mine er det sentralt å komme inn på om du benytter deg av differensieringen, hvordan du bruker den og hva du ser som utfordringer, først med tanke på læreverkets differensiering og fargekoder, men også i forhold til din egen tilnærming til og utøvelse av differensiering i algebra. Nedenfor er det satt opp aktuelle temaer som kan tas opp i intervjuet. Skulle du komme på andre temaer før gjennomføringen av intervjuet, så er det bare fint. Det vil bli tatt lydopptak av intervjuet, men lydopptaket vil hele tiden ligge på en egen opptaker med hensyn til behandling av personopplysninger. Intervjuet vil deretter bli behandlet av meg og anonymisert, slik at det ikke vil være mulig å koble dine uttalelser til deg i min oppgave. Intervjuet vil mest sannsynlig bli todelt. I den første delen intervjuer jeg dere hver for dere, mens i del to foretar jeg et gruppeintervju med begge til stede.

Tema som kan være sentrale å ta opp i intervjuet:

- Differensiering (individuelt intervju)
    - Differensiering i matematikk generelt
    - Behovet for differensiering i din elevgruppe (læringsstiler, tempo, bredde, nivå osv.)
    - Differensieringen i Maximum 8 generelt
    - Dine opplevelser, erfaringer og utfordringer med differensieringen i algebrakapitlet
    - Tanker om elevenes opplevelser og utbytte av differensieringen
    - …
    - …

- Konkret eksempel fra Maximum 8 (gruppeintervju)
    - Muligheter ved differensieringen
    - Utfordringer ved differensieringen
    - Ideer om en alternativ differensiering
    - ...
    - …