



Avdeling for teknologi, økonomi og ledelse
Ingeniørfag - Konstruksjonsteknikk

Bacheloroppgave

Sammenlikning av ulike
beregningsmetoder for
skjærdimensjonering i
spennarmerte betongbjelker

Forfattere: Henning Bjørge, Alexander Fjelde og Jon Grantangen

Dato: 15.05.2015

SAMMENDRAG

Tittel:	Sammenlikning av ulike beregningsmetoder for skjærdimensjonering i spennarmerte betongbjelker	Dato:	15.05.2015
Deltakere:	Henning Bjørge Alexander Fjelde Jon Grantangen		
Veileder:	Marthin Landgraff		
Oppdragsgiver:	Høgskolen i Gjøvik		
Stikkord:	Skjærdimensjonering i betong, modifisert trykkfeltsteori, fagverksmodeller		
Antall sider: 60	Antall sider vedlegg: 19	Tilgjengelighet: Åpen	
<p>Per dags dato finnes det flere metoder for hvordan man skal dimensjonere et opprisset betong-tverrsnitt med hensyn på skjærkrefter. Denne rapporten har som hensikt å undersøke hva som skiller Eurocode 2 fra andre utvalgte dimensjoneringsstandarder for betong, med tanke på skjærdimensjonering av spennarmerte betongbjelker. Med utgangspunkt i Eurocode 2, Model Code 2010 (MC 2010), Canadian Standard Association A.23.3 (CSA A.23.3) og Japan Society for Civil Engineers 2007 (JSCE 2007) er det utført beregninger med hensyn på skjærkapasitet med og uten skjærarmering, minimum skjærarmering og trykkbruddkapasitet. Skjærdimensjoneringen i de utvalgte standardene tar utgangspunkt i tre beregningsmodeller: 45° fagverksmodell, fagverksmodell med variabel helning og modifisert trykkfeltsteori. Disse modellene tar ulike hensyn til rissvinkelens helning og betongens strekkfasthet, noe som medfører store forskjeller i armeringsbehov og kapasitet.</p> <p>Eurokode 2 sier at dersom skjærkraftskapasiteten til et tverrsnitt er mindre enn opptredende skjærkraft, skal skjærarmeringen dimensjoneres for å ta opp hele skjærkraften. Eurocode 2, som dimensjonerer etter fagverksmodell med variabel helning, neglisjerer betongbidraget fullstendig og får dermed et større skjærarmeringsbehov enn MC 2010 og CSA A.23.3, som baserer dimensjoneringen på modifisert trykkfeltsteori. JSCE 2007 tar utgangspunkt i 45° fagverksmodell. Siden rissvinkelen alltid settes til 45°, gir dette utelukkende det største armeringsbehovet. Generelt, ser en at standardene som dimensjonerer etter fagverksmodeller krever en større andel skjærarmering enn standardene basert på modifisert trykkfeltsteori. Skjærkapasiteten til et tverrsnitt er i Eurocode 2 basert på empiriske formler og sammenfaller godt med de teoretiske utledete uttrykkene fra MC 2010 og CSA A23.3, selv om sistnevnte ikke tar hensyn til dybeleffekten. JSCE 2007 har en svært streng tolkning av betongfasthetens effekt, noe som gir den laveste skjærkapasiteten totalt sett. Eurocode 2 begrenser at rissvinkelen skal velges mellom 22° og 45°. Med utgangspunkt i beregningsforsøkene anbefales det at rissvinkelen settes til 22°, eller $\cot\theta = 2,5$, både for skjærkapasitet og trykkbruddkapasitet.</p>			

ABSTRACT

Title:	Comparison of different shear design models of prestressed concrete beams	Date: 15.05.2015
Participants	Henning Bjørge Alexander Fjelde Jon Grantangen	
Supervisor	Marthin Landgraff	
Employer:	Gjøvik University College	
Keywords:	Concrete shear design, modified compression field theory, truss models	
Number of pages: 60	Number of appendix: 19	Availability: Open
<p>To this date there are several methods for design of a cracked concrete beams with respect to shear forces. This report is intended to examine which differences between Eurocode 2 and other relevant concrete design codes, considering the shear design of prestressed concrete beams. Based on Eurocode 2, Model Code 2010 (MC 2010), Canadian Standard Association A.23.3 (CSA A.23.3) and Japan Society for Civil Engineers 2007 (JSCE 2007) there are performed calculations with respect to the shear capacity with and without shear reinforcement, minimum shear reinforcement and compressive strength. The shear design provisions of the chosen design codes is based on three calculation models: 45° truss model, variable angle truss model and modified compression field theory. These models are different regarding to inclination of cracks and the concrete tensile strength, which result in large differences in the need of shear reinforcement and shear capacity.</p> <p>Eurocode 2 defines that if the shear capacity of a cross-section is less than the shear force, the shear reinforcement shall be designed with respect to the whole shear force. Eurocode 2, which is based on the shear design of the variable angle truss model, is neglecting the concrete contribution completely and the reinforcement ratio is greater than MC 2010 and CSA A.23.3, which are based on modified compression field theory. JSCE 2007 is based on 45° truss model. Since the inclination of cracks always has an 45° angle, it will always provide the largest shear reinforcement ratio. In general, the design codes which are based on truss models require a greater proportion of shear reinforcement than the design codes based on modified compression field theory. The shear capacity of Eurocode 2 is based on empirical formulas and coincides better with the theoretical expressions derived from MC 2010, CSA A23.3, although the latter does not take account to the dowel effect. JSCE 2007 has a very strict influence of concrete strength which gives the lowest shear capacity overall. Eurocode 2 restricts the inclination of cracks between 22° and 45°. Based on the calculation experiments it is recommended that inclination of cracks are set to 22°, or $\cot\theta = 2,5$, both for shear reinforcement ratio and the compressive strength.</p>		

FORORD

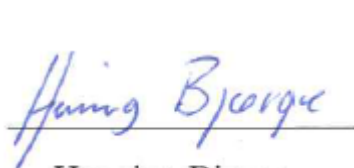
Denne oppgaven er vektet med 20 studiepoeng, og er skrevet som avsluttende del av en tre-årig bachelorgrad i ingeniørfag - bygg, med hovedretning konstruksjonsteknikk, ved Høgskolen i Gjøvik.

Skjærdimensjonering i betong er et komplekst, og det finnes flere beregningsmetoder for dette. Motivasjonen for å skrive denne oppgaven var først og fremst for å få en dypere teknisk forståelse av betong som konstruksjonsmateriale, og samtidig undersøke hvilke teorier og metoder som legges til grunn for dimensjonering av spennarmerte betongbjelker med tanke på skjær.

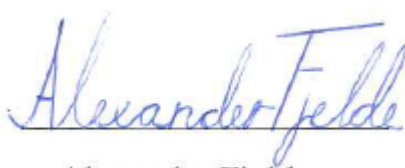
Vi retter en stor takk til siv.ing Marthin Landgraff som har veiledet oss denne våren med et energisk engasjement og gitt oss mange dyptgående fagsamtaler. Vi vil også rette en takk til Guri Krigsvold og Terje Bokalrud, begge ved Høgskolen i Gjøvik, som har gitt oss bistand med oppgavestruktur og det metodiske arbeidet.

Vi bekrefter med dette at alle gruppe-medlemmer har bidratt likeverdige i forhold til planlegging, beregninger, analyse og tolkning av resultater i like stor, eller tilsvarende grad.

Gjøvik, mai 2015



Henning Bjørge



Alexander Fjelde



Jon Grantangen

Innhold

SAMMENDRAG	i
ABSTRACT	ii
FORORD.....	iii
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn.....	1
1.2 Problemstilling.....	1
1.3 Primærbegrensninger	2
1.4 Definisjoner og forkortelser	3
1.5 Andre studier på området.....	3
1.6 Disposisjon	3
2 Teoretisk grunnlag for skjærdimensjonering	5
2.1 Betong.....	5
2.1.1 Skjærdimensjonering	5
2.1.2 Skjærriss i strekk- og trykksone	6
2.1.3 Aggregate interlock	8
2.2 Spennarmering	9
2.2.1 Grunnlag	9
2.2.2 Tap av spennkraft	9
2.2.3 Dybeffekten	10
2.3 Beregningsmodeller	10
2.3.1 45° fagverksmodell.....	10
2.3.2 Fagverksmodell med variabel helning.....	12
2.3.3 Modifisert trykkfeltsteori.....	13
3 Presentasjon av standarder	15
3.1 Eurocode 2	15
3.2 Canadian Standard Association A23.3	17
3.3 <i>fib</i> Model Code 2010	18
3.4 Japan Society of Civil Engineers 2007	19
4 Metode og utførelse	21
4.1 Metode	21
4.1.1 Valg av undersøkelsesobjekt	21
4.1.2 Valg av variabler.....	22

4.2	Utførelse	24
4.2.1	Generelt.....	24
4.2.2	Beregninger.....	24
4.2.3	Sekundærbegrensninger.....	25
5	Analyse og resultat	27
5.1	Skjærarmeringsbehov	27
5.1.1	Varierende skjærkraft	27
5.1.2	Varierende aksiallast.....	28
5.1.3	Varierende bjelkehøyde	29
5.1.4	Varierende rissvinkel	30
5.2	Skjærkapasitet uten skjærarmering.....	31
5.2.1	Varierende bjelkehøyde	31
5.2.2	Varierende bjelkebredde	32
5.2.3	Varierende trykkfasthet	32
5.2.4	Varierende aksiallast.....	35
5.3	Minimum skjærarmering	36
5.3.1	Varierende bjelkebredde	36
5.3.2	Varierende trykkfasthet	36
5.4	Trykkbruddkapasitet.....	37
5.4.1	Varierende bjelkehøyde	37
5.4.2	Varierende trykkfasthet	38
5.4.3	Varierende rissvinkel	40
5.5	Oppsummering av analyse og resultat.....	41
6	Diskusjon	44
6.1	Diskusjon av metode og utførelse.....	44
6.2	Diskusjon av analyse og resultat.....	45
6.3	Andre perspektiver.....	46
6.4	Oppsummering	48
6.5	Forslag til videre arbeid	48
7	Referanser	49
Vedlegg A	Tolkning av rissvinkel i Eurocode 2	I
Vedlegg B	Resultater fra beregninger	III
B.1	Armeringsbehov	III
B.2	Kapasitet uten skjærarmering	VIII
B.3	Minimumsarmering	XIV
B.4	Trykkbruddkapasitet.....	XVI

Figurer

Figur 2.1: Spenningsfordeling over et tverrsnitt på grunn av moment og skjær.....	6
Figur 2.2: Rissretning og hovedtrekkspenning i strekksonen.....	7
Figur 2.3: Rissretning og hovedspenninger i trykksonen.....	8
Figur 2.4: Skjærrissutvikling.....	8
Figur 2.5: Skjæroverføring via tilslagskorn og splitting	8
Figur 2.6: Prinsipp av føroppspenning av betongelementer	9
Figur 2.7: Dybeleffekten	10
Figur 2.8: Morshs fagverksmodell	11
Figur 2.9: Indre krefter i 45° fagverksmodell	11
Figur 2.10: Indre krefter i fagverksmodell med variabel helning	12
Figur 2.11: Indre krefter i henhold til MTFT	14
Figur 4.1: Grafisk fremstilling av undersøkelsesobjekter	21
Figur 4.2: Grafisk fremstilling av undersøkelsesobjekter og variabler	22
Figur 4.3: Prinsippskisse av armeringsbehov med variable og datavariabel	23
Figur 4.4: Grafisk fremstilling av arbeidsgangen i prosjektet.....	24
Figur 4.5: Metode for skjærttesting av betongbjelker	25
Figur 5.1: Armeringsbehov ved økende skjærkraft.....	27
Figur 5.2: Armeringsbehov ved bruk av ulike rissvinkler for EC2.....	28
Figur 5.3: Armeringsbehov ved økende aksiallast	29
Figur 5.4: Armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 400$ kN	29
Figur 5.5: Armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 600$ kN	30
Figur 5.6: Armeringsbehov ved økende rissvinkel	31
Figur 5.7: Skjærkapasitet ved økende høyde	32
Figur 5.8: Skjærkapasitet ved økende bredde	32
Figur 5.9: Skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1000$ kN.....	33
Figur 5.10: Skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1500$ kN.....	34
Figur 5.11: Skjærkapasitet ved økende trykkfasthet. $N_{Ed} = 2000$ kN	34
Figur 5.12: Skjærkapasitet ved økende aksiallast	35
Figur 5.13: Minimumsarmering med økende bjelkebredde	36
Figur 5.14: Minimumsarmering med økende trykkfasthet.....	37

Figur 5.15: Trykkbruddkapasitet ved økende bjelkehøyde	37
Figur 5.16: Trykkbruddkapasitet ved økende bjelkehøyde etter EC2.....	38
Figur 5.17: Trykkbruddkapasitet ved varierende trykkfasthet	39
Figur 5.18: Trykkbruddkapasitet ved varierende trykkfasthet etter EC2.....	39
Figur 5.19: Trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - Betongfasthet B35.....	40
Figur 5.20: Trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - Betongfasthet B50.....	40

Tabeller

Tabell B.1: Resultater for armeringsbehov ved økende skjærkraft.....	III
Tabell B.2: Resultater for armeringsbehov ved økende aksiallast	IV
Tabell B.3: Resultater for armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 400$ kN.....	V
Tabell B.4: Resultater for armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 600$ kN.....	VI
Tabell B.5: Resultater for armeringsbehov ved økende rissvinkel	VII
Tabell B.6: Resultater for skjærkapasitet ved økende bjelkehøyde	VIII
Tabell B.7: Resultater for skjærkapasitet ved økende bredde	IX
Tabell B.8: Resultater for skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1000$ kN	X
Tabell B.9: Resultater for skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1500$ kN.....	XI
Tabell B.10: Resultater for skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 2000$ kN.....	XII
Tabell B.11: Resultater for skjærarmering ved økende aksiallast.....	XIII
Tabell B.12: Resultater for minimumsarmering ved økende bredde	XIV
Tabell B.13: Resultater for minimumsarmering ved økende trykkfasthet.....	XV
Tabell B.14: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende bjelkehøyde	XVI
Tabell B.15: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende trykkfasthet.....	XVII
Tabell B.16: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - B35	XVIII
Tabell B.17: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - B50	XIX

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Internasjonalt finnes det flere ulike metoder for skjærdimensjonering av betongbjelker, med bakgrunn i forskjellige modeller og teorier. Prosedyrer for dimensjonering skal først og fremst gi tilfredsstillende sikkerhet mot brudd, og samtidig være økonomiske i forhold til prosjekteringsarbeidet, materialforbruk og i produksjonsfasen.

Siden forskningsmiljøene rundt om i verden ikke har klart og enes om en eksakt modell for skjærdimensjonering, vil det være interessant å undersøke ulike dimensjoneringsstandarder for betong. Gjeldende dimensjoneringsstandard for betong i Norge er *Eurocode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner*. Ved å sammenlikne Eurocode 2 med andre standarder med tilsvarende funksjon fra ulike land, vil man blant annet se om Eurocode 2 viser tendenser til overdrevet materialforbruk, og eventuelt om formelverket gir brukeren liten forståelse av hvordan skjærkapasiteten oppnås. Dersom dette ikke er tilfredsstillende kan det medføre negative innvirkninger, både når det gjelder samfunnsøkonomi og miljø.

Klimabelastninger i forbindelse med produksjon og bearbeidelse av stål og betong, står for betydelige utslipp. I 2010 sto denne industrien alene for 21 % av de globale CO₂-utslippene (IPPC 2013). Som et tiltak mot dette, er bruken av mer energieffektive konstruksjonsmaterialer, samt forskning og kompetanseheving innad i bransjen, viktige virkemidler (KLD 2012). Det er derfor all grunn til å tro at økt satsning innen miljøeffektivisering i byggebransjen vil spille en mer sentral rolle i fremtiden.

Denne rapporten vil rettes mot kapasitetsforskjeller og armeringsbehov i spennarmerte betongbjelker, men likevel indirekte være med på å belyse forhold som er av større samfunnmessig nytte, eksempelvis økonomi og miljø.

1.2 Problemstilling

Denne rapporten tar utgangspunkt i følgende problemstilling:

Rapporten har som hensikt å undersøke hva som skiller Eurocode 2 fra andre relevante dimensjoneringsstandarder for betong med hensyn på skjærkapasitet med og uten skjærarmering, minimum skjærarmering og trykkbruddkapasitet i rektangulære spennarmerte betongbjelker.

1.3 Primærbegrensninger

Med *relevante dimensjoneringsstandarder* menes standarder som har samme funksjon i sin region, som Eurokode 2 har i Norge. Siden Eurocode-programmet er en felles europeisk serie av standarder blir det i denne rapporten nødvendig å se til dimensjoneringsstandarder fra andre deler av verden, som bygger på andre beregningsmodeller. På grunn av arbeidsmengde og omfang begrenses denne rapporten til fire dimensjoneringsstandarder for betongkonstruksjoner.

- *NS-EN 1992-1-1: 2004+NA:2008, Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner*
- *fib Model Code for Concrete Structures 2010*
- *CAN/CSA-A23.3-04 - Design of Concrete Structures (Canadian Standard Association)*
- *JSCE Standard Specifications for Concrete Structures 2007 (Japan Society for Civil Engineers)*

De utvalgte standardene bygger på ulike modeller og beregningsforutsetninger, der hovedforskjellene mellom modellene er at rissvinkelen betraktes på ulike måter og i enkelte tilfeller tas betongens strekkapasitet med. De aktuelle beregningsmodellene som danner grunnlaget for dimensjonering i de utvalgte standardene er *45° fagverksmodell*, *fagverksmodell med variabel helning* og *modifisert trykkfeltsteori*. Disse vil bli grundig presentert i kapittel 2.3.

Eurocode 2 baserer skjærdimensjoneringen på fagverksmodell med variabel helning. Model Code 2010 bygger på modifisert trykkfeltsteori, og er utviklet av CEB-FIP. CEB-FIP er en internasjonal forskningsorganisasjon og har som hensikt å synliggjøre dimensjoneringsanbefalninger, forsknings- og utviklingsarbeid innen betong (CEB-FIP 2010a). CSA A23.3 er den canadiske dimensjoneringsstandard for betong, og bygger i stor grad på de samme teorier som Model Code 2010, bortsett fra egne empiriske tilpasninger (CSA 2010). Den japanske betongstandard velges på grunn av at den tar utgangspunkt i 45° fagverksmodell.

Ved å ta med disse standardene i sammenlikningen, vil man representere et større utvalg av beregningsmodeller, som igjen vil danne et mer helhetlig bilde av dagens skjærdimensjoneringspraksis.

Øvrige avgrensninger som er av relevans for oppgaven er detaljert beskrevet i kapittel 4.2.3.

1.4 Definisjoner og forkortelser

EC2	NS-EN 1992 - Eurokode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner
MC2010	Model Code for Concrete Structures 2010
CSA A.23.3	Canadian Standard Association A23.3 - Design of Concrete Structures
JSCE 2007	Japan Society for Civil Engineers 2007
MTFT	Modifisert trykkfeltsteori
KTFT	Klassisk trykkfeltsteori
Betongbidrag	Betongtverrsnittets evne til å overføre skjærkrefter

1.5 Andre studier på området

Engen (2012) sammenlikner i sin masteroppgave fra NTNU, fem dimensjoneringsstandarder for betong opp mot reelle fullskalaforsøk av slakkarmerte betongbjelker. Selv om denne masteroppgaven ikke tar hensyn til spennarmerte konstruksjonsdeler, er den tilsynelatende eneste av sitt slag i Norge, og bør derfor nevnes.

I en masteroppgave utført av Eisuke Nakamura (Nakamura 2011) publisert ved University of Texas i 2011, sammenliknes en rekke betongstandarder med reelle forsøksresultater av spennarmerte betongbjelker, testet med hensyn på skjær. Siden denne masteroppgaven også tar utgangspunkt i spennarmerte bjelker, vil konklusjoner og slutninger bli tatt opp senere i rapporten.

Resultatene i de nevnte rapportene baseres på statistiske beregninger utført med bakgrunn i virkelige observasjoner fra tester. De kobles deretter opp mot den beregnede skjærkapasiteten fra ulike standarder. Det er derfor naturlig å tro at et sikkerhetsperspektiv ligger til grunn for begge masteroppgavene, i motsetning til denne bacheloroppgaven som fokuseres rundt kapasitetsforskjeller.

1.6 Disposisjon

Kapittel 2: Presentasjon av nødvendig teori med tanke på skjærdimensjonering og spennarmerte konstruksjoner. I tillegg blir det tatt for seg en grundig beskrivelse av de ulike beregningsmodellene som de utvalgte standardene bygger på.

Kapittel 3: Beskrivelse av beregningsprosedyrer i hver enkelt dimensjoneringsstandard.

Kapittel 4: Beskrivelse av det metodiske arbeidet som resultatene bygger på, samt argumentasjon for valg av undersøkelsesobjekt og variabler. I tillegg redegjøres det for hvordan beregningene er utført.

- Kapittel 5: Grafisk presentasjon og analyse av beregninger gjort med hensyn på armeringsbehov, skjærkraftskapasitet uten skjærarmering, minimumsarmering og trykkbruddkapasitet.
- Kapittel 6: Metodevalg, utførelse, resultat og analyse blir diskutert, og hovedpunktene samles i en oppsummering. I tillegg diskuteres andre perspektiver som er av relevans for rapporten. Forslag til videre arbeid presenteres kort til slutt.

2 Teoretisk grunnlag for skjærdimensjonering

2.1 Betong

2.1.1 Skjærdimensjonering

Som nevnt innledningsvis finnes det ingen entydig praksis for hvordan skjærkreftene forløper i et opprisset tverrsnitt.

Teorier for hvordan man kan håndtere armerte betongtverrsnitt på grunn av skjærkrefter, ble utviklet av Ritter og Morsch på slutten av 1800-tallet. Disse teoriene ble gradvis videreutviklet, og på 70- og 80-tallet kom det en rekke publikasjoner som i dag danner grunnlaget for dimensjoneringspraksis for skjær i betongkonstruksjoner. Disse teoriene vil bli presentert senere i dette kapitlet.

Skjærkraftoverføring avhenger i stor grad av betongens strekk- og trykkfasthet. Som kjent har betongen svært lav strekkfasthet sammenliknet med trykkfasthet, noe som kompenseres med armeringsstål. Forskjellen i beregningsmodellene som ligger til grunn for denne rapporten, baseres i hovedsak på betongens strekkegenskaper. Sammenliknet med brudd på grunn av bøyemoment, vil brudd på grunn av skjærkrefter ofte være sprøe, og kollaps vil skje uten forvarsel (CEB-FIP 2010a). Som et tiltak mot sprøtt brudd kort tid etter diagonale riss opptrer, bør det legges inn et minimum av skjærarmering i betongtverrsnittet (Collins og Mitchell 1991).

Et armert betongtverrsnitt som utsettes for gradvis økende laster befinner seg hovedsakelig i to stadier. I stadium I er de opptredende spenningene så små at både armeringen og betongen befinner seg i det lineær-elastiske området, det vil si at Hookes lov gjelder (Røhne og Vangestad 2001). I stadium II er betongen opprisset i strekksonen og armeringen tar hele strekkraften. I dette stadiet er det kun tverrsnittets trykksone i det elastiske området, noe som kompliserer beregningsmetodikken. For begge tilfeller er Naviers hypotese gjeldende (Sørensen 2013). Ved kapasitetsberegning skiller man vanligvis mellom strekkbrudd og trykkbrudd. Ved store skjærkrefter kan betongen knuses i strekksonen, og dette skjer når minste hovedspenning overskrider betongens karakteristiske trykkfasthet (Røhne og Vangestad 2001). Dette omtales vanligvis som trykkbruddkapasiteten til bjelken.

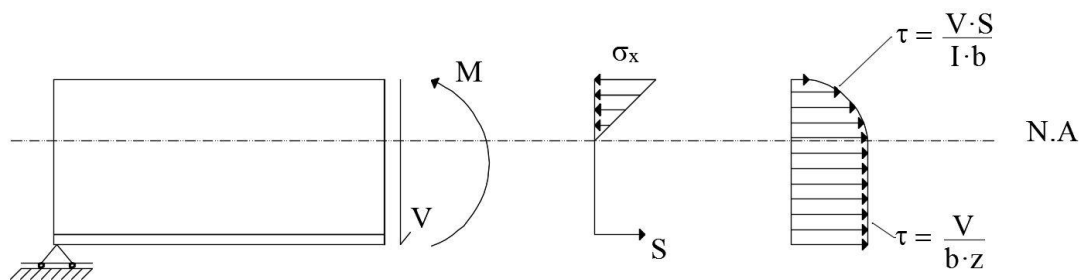
2.1.2 Skjærriss i strekk- og trykksone

Diagonale skjærriss oppstår 90° på største hovedstrekkspenning når denne nærmer seg betongens karakteristiske strekkfasthet. Skjærriss er en forlengelse av bøyeriss som allerede er oppstått på grunn av moment, og vil først og fremst dannes ute ved opplegget der skjærkreftene er størst. Hovedspenningene som oppstår i betongtverrsnittet avhenger av skjærspenningen og normalspenningene på grunn av bøyemoment, henholdsvis τ og σ_x (Sørensen 2013). Figur 2.1 nedenfor viser hvordan spenningene varierer over et opprisset tverrsnitt. Skjærspenningene i trykksonen varierer parabelformet etter likning (2.1).

$$\tau = \frac{V \cdot S}{I \cdot b_w} \quad (2.1)$$

I motsetning til et isotropt materiale vil ikke strekksone i dette tilfellet kunne fordele strekkspenninger, da tverrsnittet under nøytralaksen antas opprisset. Disse kreftene må i sin helhet tas opp av strekkarmeringen. Som figur 2.1 viser vil skjærspenningene være konstant etter likning (2.2) over hele strekksone (Sørensen 2013).

$$\tau = \frac{V}{b \cdot z} \quad (2.2)$$



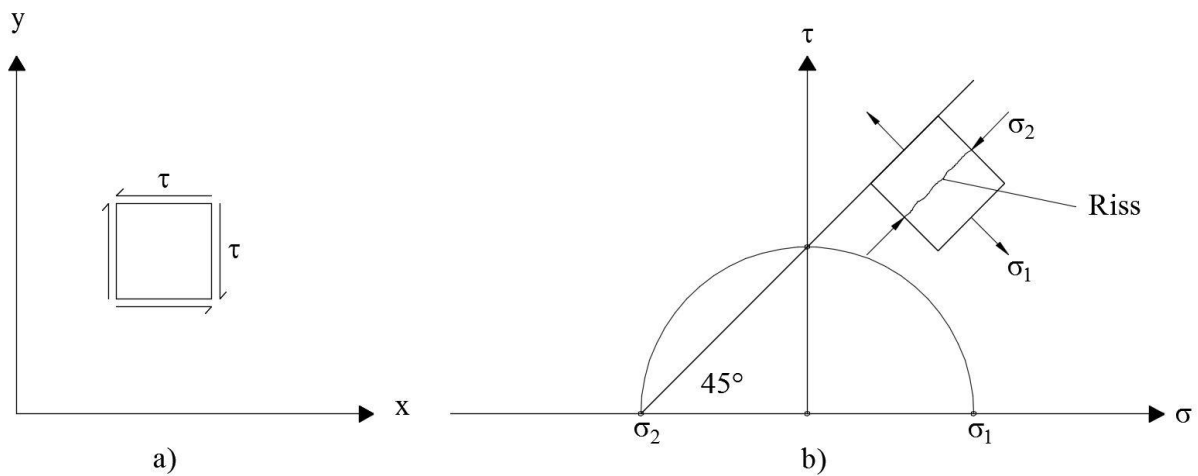
Figur 2.1: Spenningsfordeling over et tverrsnitt på grunn av moment og skjær

Rissutvikling i strekksone

Ut i fra de ovennevnte antagelsene kan retningen på rissene finnes ved hjelp av Mohrs spennings sirkel, der hovedspenningene bestemmes av likning (2.3). Strekkspenningene forutsettes som positive og trykkspenningene som negative (Røhne og Vangestad 2001). Siden betongen er opprisset i strekksone vil den ikke lenger kunne oppta strekkspenninger. Dermed er $\sigma_x = \sigma_y = 0$ og $\tau = V/b \cdot z$.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (2.3)$$

Ved innsetting i likning (2.3) gir dette følgende hovedspenninger: $\sigma_1 = \tau$ og $\sigma_2 = -\tau$. Figur 2.2 a) illustrerer spenningstilstanden til et element under nøytralaksen og figur 2.2 b) viser at rissvinkelen vil være 45° rett etter at betongens strekkfasthet overskrides.



Figur 2.2: Rissretning og hovedtrekkspenning i strekksonen

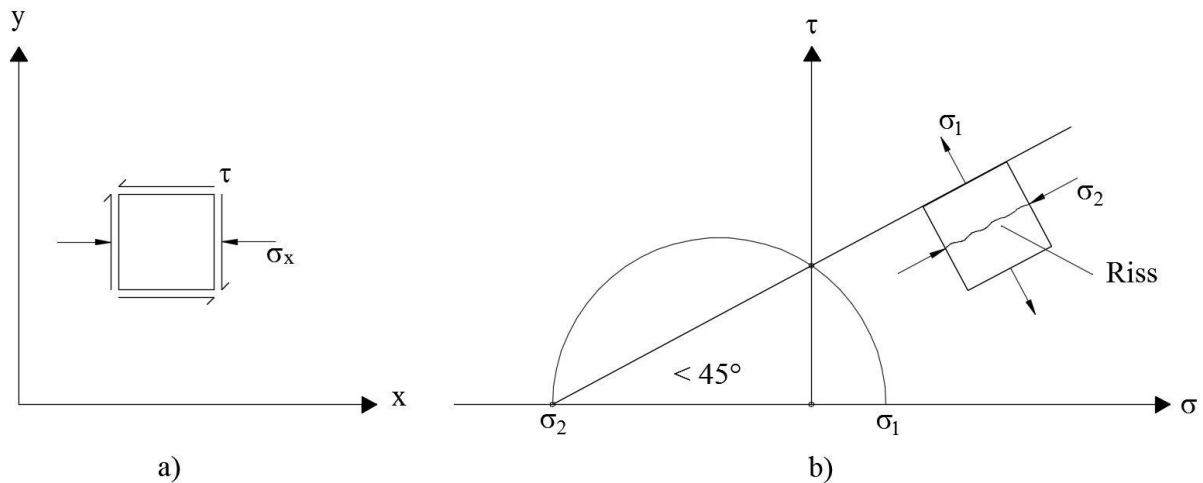
Rissutvikling i trykksone

Over nøytralaksen vil betongtverrsnittet være utsatt for både skjærspenninger og normalspenninger. Det vil si at $\sigma_x \neq 0$, $\tau \neq 0$ og $\sigma_y = 0$. Ved innsetting i likning (2.3) gir dette

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\sigma_x\right)^2 + \tau^2}$$

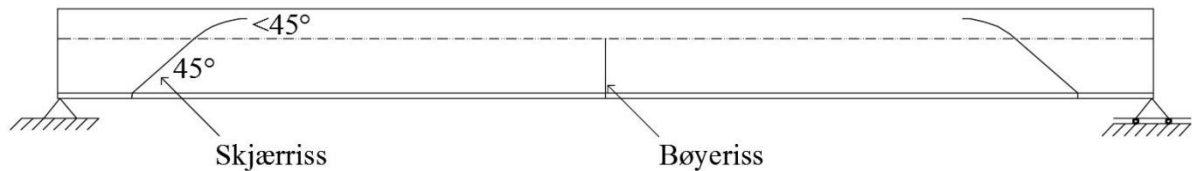
$$\sigma_2 = -\frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\sigma_x\right)^2 + \tau^2}$$

Figur 2.3 viser hvordan hovedspenningene endrer seg på grunn av bøyespenningne i trykksone. I henhold til formel (2.3) ser man at ved økende σ_x vil rissvinkelen θ avta og risset blir dermed mer og mer parallelt med bjelkens lengdeakse oppover i trykksone (Sørensen 2013).



Figur 2.3: Rissretning og hovedspenninger i trykksonen

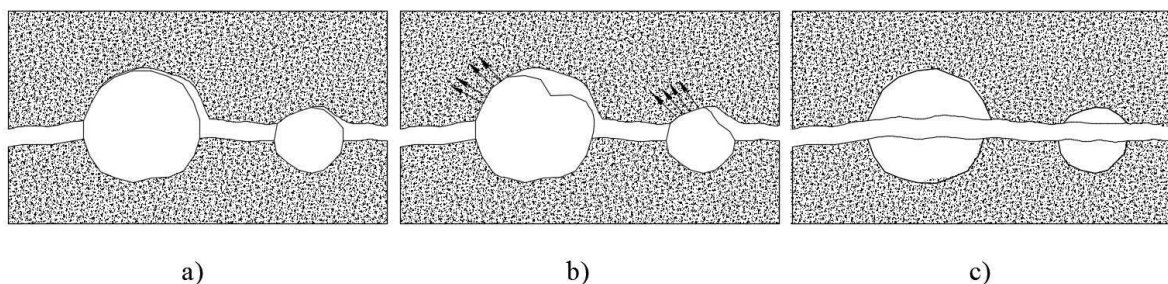
Figur 2.4 viser prinsipielt hvordan rissvinkelen forandrer seg i en bjelke når risset krysser overgangen mellom trykk og strekksonen. Sørensen (2013) begrunner i sin bok at dette rissbildet sammenfaller godt med den reelle rissutviklingen. Det bemerkes også at Collins og Mitchell (1991) argumenterer for at rissvinkelen vanligvis vil være mindre enn 45° , siden hovedtrekkspenningene i betongen neglisjeres.



Figur 2.4: Skjærrissutvikling

2.1.3 Aggregate interlock

Riss i betong vil typisk oppstå i overgangen mellom tilslaget og sementen, vist i figur 2.5a. Vanligvis er fastheten på sementen lavere enn fastheten på tilslaget, noe som gjør at et riss vil kripe langs overflaten til tilslaget. Figur 2.5b viser et riss med stor ruhet som overfører skjærspenninger mellom rissflatene på langs av risset. Dette fører til at betongen kan overføre skjærkrefter via tilslaget (Walraven 1980).



Figur 2.5: Skjæroverføring via tilslagskorn og splitting

Ved bruk av sement med høy fasthet eller tilslag med lav fasthet, kan tilslaget splittes, noe som vil føre til at riss med lav ruhet ikke evner å overføre skjærspenninger mellom rissflatene langs av risset. Dette er forsøkt vist i figur 2.5c.

2.2 Spennarmering

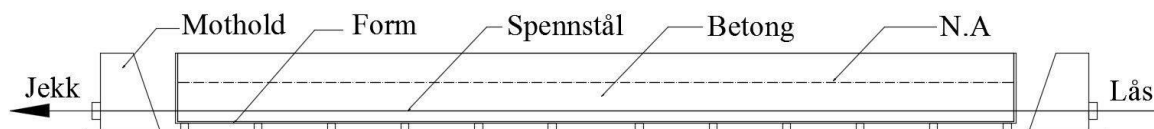
2.2.1 Grunnlag

I spennarmerte betongkonstruksjoner påføres hele, eller deler av armeringen en forspenning. Spennarmering blir brukt for å kompensere for betongens lave strekkfasthet. Det finnes flere fordeler ved bruk av spennarmering. Blant annet vil det føre til begrensninger av opprissing i betongen, noe som er gunstig med tanke på konstruksjonens bestandighet. I tillegg vil man også få redusert nedbøyning og deformasjon. En betongkonstruksjon kan spennes opp på to måter; foroppspenning og etteroppspenning. Forskjellen mellom disse to ligger i om strekkraften påføres før eller etter at betongen er støpt og herdet.

For å oppnå en full forspenning av en konstruksjon, er det nødvendig å benytte stål med høy fasthet, fordi det ikke er ønskelig med strekkspenninger på betongen i bruksgrensetilstanden. Som kjent reduseres spennkreftene over tid, tildels som følge av tap på grunn av kryp og svinn i betongen, samt relaksasjon i spennstålet. Vanlig armeringsstål og høyfasthet spennstål har omtrent samme elastisitetsmodul, slik at spenningsreduksjon i spennarmeringen, samt reduksjon i trykkspenningene i betongen er stort sett uavhengige. Likevel vil dette føre til at spenningstapet blir prosentvis mindre for spennstål med høy fasthet enn for vanlig armeringsstål (Sørensen 2013).

2.2.2 Tap av spennkraft

Ved oppspenning av betongelementer, og i ettertid, vil en oppleve et spennkrafttap, altså en reduksjon av den forspenningskraften som påføres. Figur 2.6 illustrerer hvordan oppspenningen påføres et generelt betongelement. En deler årsaken til reduksjonen av oppspenningskraften inn i tre hovedkategorier: Tap av tøyingsdifferanse, spenningsendring på grunn av korttidslast og tidsavhengige tap (Sørensen 2013).



Figur 2.6: Prinsipp av føroppspenning av betongelementer

Tap av tøyingsdifferanse

Dårlig heftforbindelse mellom spennarmering og betong skaper tap av tøyingsdifferanse, og årsaken til dette fenomenet skyldes i hovedsak låsetap, friksjonstap og tap på grunn av temperaturdifferanse.

Spenningsendring på grunn av korttidslast

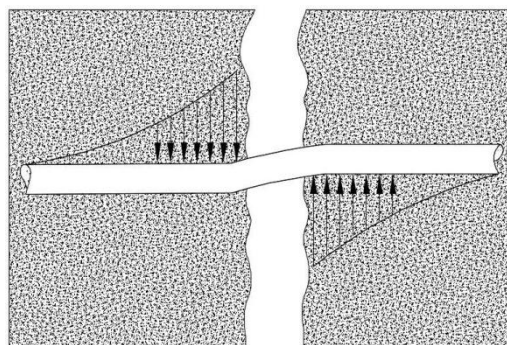
Ved forspente konstruksjonsdeler vil man ved kapping av spennarmeringen i spennbenken få et spenningsstap som følge av spenningsendring.

Tidsavhengige tap

Spennkrafttap er også et resultat av tidsavhengige tap. Slike tap kommer av kryp og svinn i betongen, samt relaksasjon av spennstålet.

2.2.3 Dybeffekten

Dybeffekten antas som armeringens evne til å ta opp spenninger normalt på sin egen lengderetning. I en momentbelastet bjelke oppstår det vertikale bøyeriss først ved det maksimale moment, som deretter forplanter seg parallelt utover bjelkeaksen. Armeringen som krysser bøyerissene blir da utsatt for bøyning, og dette fører til at armeringen overfører vertikale krefter mellom rissflatene (Walraven 1980). Dette er illustrert i figur 2.7.

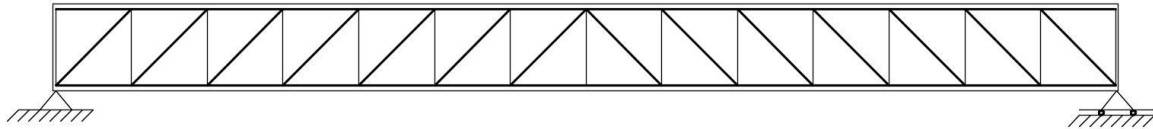


Figur 2.7: Dybeffekten

2.3 Beregningsmodeller

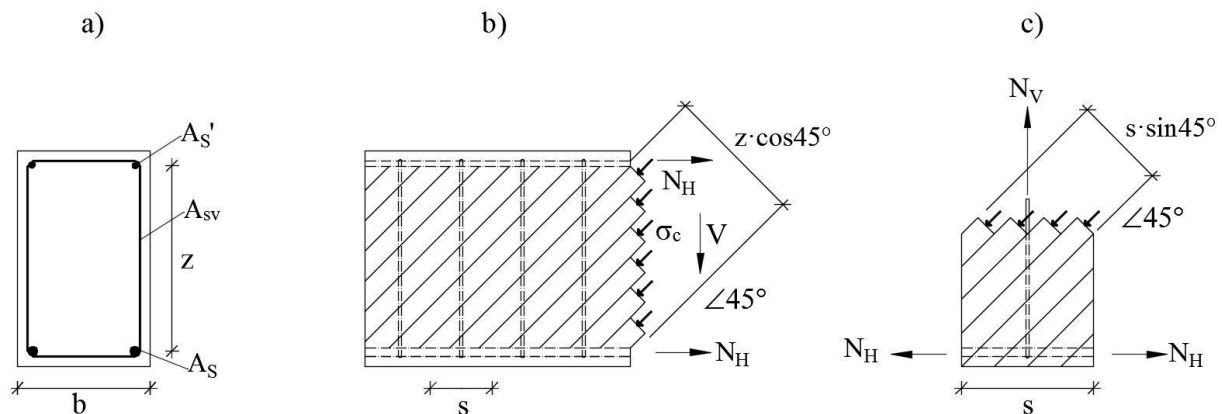
2.3.1 45° fagverksmodell

Så tidlig som på starten av 1900-tallet dannet Emil Morsch beregningsgrunnlaget for moderne skjærdimensjonering. Han argumenterte for at en armert betongbjelke kan betraktes som et enkelt fagverksystem med diagonale trykkstaver med 45° helning i forhold til bjelkens lengdeakse. Trykk- og strekkarmeringen danner henholdsvis overgurten og undergurten og den vertikale skjærarmeringen fungerer som strekkstaver. Morsch utførte mange kapasitetstester av bjelker både med og uten skjærarmering, og han argumenterte for at trykkstaver ville oppstå fra toppen av en skjærbøyle og diagonalt ned til bunnen av den neste. I denne fagverksmodellen neglisjeres betongens strekkapasitet og skjærkraften bæres av armeringen alene (CEB-FIP 2010a).



Figur 2.8: Morshs fagverksmodell

De diagonale trykkspenningene i betongen presser trykk- og strekkkurten fra hverandre, mens skjærbøylene trekker de sammen igjen. Likevektsbetingelser av disse to effektene gjør at skjærkapasiteten er nådd når bøylene når flytegrensen (Collins og Mitchell 1991).



Figur 2.9: Indre krefter i 45° fagverksmodell

Ut i fra figur 2.9b ser man at skjærkraften V fører til betongtrykkspenningene σ_c som virker over en lengde

$$z \cdot \cos 45^\circ = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

Videre fremkommer et uttrykk for skjærkraften i henhold til likning (2.4). Likning (2.5) gir et generelt uttrykk for betongtrykkspenningen og (2.6) angir de horisontale armeringskreftene.

$$V = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \sigma_c \cdot b \cdot z \quad (2.4)$$

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot V}{b \cdot z} \quad (2.5)$$

$$N_h = \frac{1}{2} \cdot \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{V}{2} \quad (2.6)$$

Som nevnt er skjærkapasiteten i dette tilfellet nådd når skjærbøylene når flytegrensen, og derfor må spenningen i trykkfeltet være i likevekt med kreftene som opptrer i skjærarmeringen. Likevektsbetraktninger gir at vertikalkraften N_v i armeringen følger (2.7).

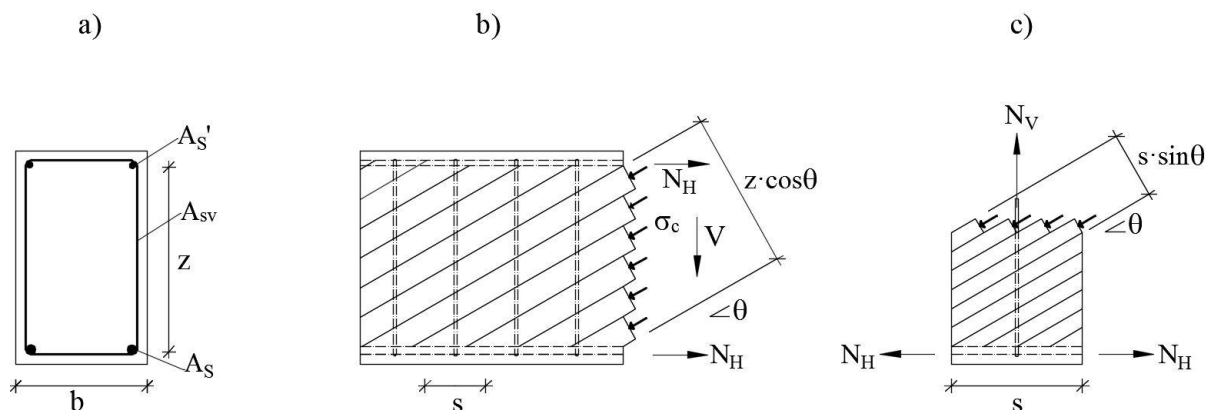
$$N_v = \sigma_c \cdot s \cdot \sin 45^\circ \cdot b \cdot \sin 45^\circ = \frac{V \cdot s}{z} \quad (2.7)$$

Den største kraften som skjærbøylen kan oppta før den flyter, antas $N_v = A_{sv} \cdot f_{ywd}$, der f_{ywd} er skjærarmeringens dimensjonerende flytespenning. Disse antagelsene fører til endelig kapasitetsformel (2.8).

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sv}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \quad (2.8)$$

2.3.2 Fagverksmodell med variabel helning

Som nevnt i 2.1.2 vil de første diagonale skjærrissene ha vinkel tilnærmet 45° . Som en videreføring av Morschs sin fagverksmodell i forrige delkapittel vil forskjellen her i hovedsak være at vinkelen på trykkdiagonalene ikke er konstant 45° , men varierer med vinkel θ .



Figur 2.10: Indre krefter i fagverksmodell med variabel helning

De indre kreftene beregnes på samme måte som i kapittel 2.3.1 bortsett fra at rissvinkelen varierer generelt.

$$V = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (2.9)$$

Trykkspenningen over tverrsnittet er gitt av likning (2.10), mens (2.11) og (2.12) beskriver henholdsvis de horisontale og vertikale kreftene som påføres armeringen.

$$\sigma_c = \frac{V}{b \cdot z \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{V}{b \cdot z} (\cot \theta + \tan \theta) \quad (2.10)$$

$$N_h = \frac{V}{2} \cdot \cot \theta \quad (2.11)$$

$$N_v = \frac{V \cdot s}{z} \cdot \tan \theta \quad (2.12)$$

Ved å gjøre de samme antagelsene om at $N_v = A_{sv} \cdot f_{ywd}$ vil endelig skjærkapasitetsformel for fagverksmodell med variabel helning følge (2.13). Dette er eksakt den samme likningen EC2 definerer som skjærstrekkkapasitet (CEN 2008).

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sv}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (2.13)$$

2.3.3 Modifisert trykkfeltsteori

Modifisert trykkfeltsteori (MTFT) ble utviklet av Frank J. Vecchio og Michael P. Collins ved universitetet i Toronto i 1986 og er en videreutviklet versjon av den klassiske trykkfeltsteorien (KTFT). Sammenliknet med fagverksmodellene presentert tidligere i kapitlet, er dette en mer kompleks beregningsmodell som ikke neglisjerer hovedstrekkspenninger i betongen etter at riss på grunn av skjærkrefter har oppstått. Denne teorien er i tillegg svært nøyaktig og funksjonell for generelle betongtverrsnitt. MTFT ble utviklet på grunnlag av en rekke testforsøk av ulike armerte betongkonstruksjoner, og beskriver den ikke-lineære lastresponsen for et opprisset element utsatt for en kombinasjon av skjær- og normalspenninger (Vecchio og Collins 1986).

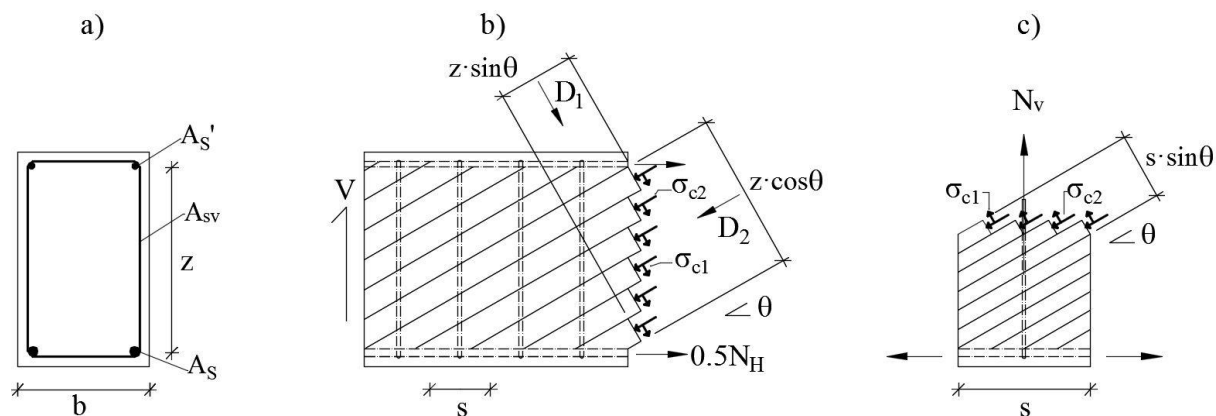
Denne beregningsmodellen behandler opprisset betong som et eget materiale med karakteristiske spennings- og tøyningssammenhenger. Basert på gjennomsnittlige spenninger og tøyninger uttrykkes det "nye" materialet med egne materiallover og likevektslikninger som tar hensyn til spenningsvariasjoner i skjærrissene.

MTFT definerer at det armerte betongtverrsnittet deles opp i såkalte membranelement med lik tykkelse. Det generelle elementet består av et ortogonalt rutenett av armering med langsgående og tversgående akser valgt for å sammenfalle med retningen til armeringen (Vecchio og Collins 1986). En hel bjelke kan representeres ved slike membranelementer over hele tverrsnittet. Ved hjelp av MTFT finner man kreftene som virker på hvert element og til slutt skal de indre kreftene være i likevekt med ytre påførte laster. Dette er en krevende og lite økonomisk beregningsgang som dermed er godt egnet til databeregningsverktøy, eksempelvis Response 2000 (Bentz, Vecchio og Collins 2006).

To av standardene som er valgt til evaluering i denne oppgaven, henholdsvis MC2010 og CSA.A.23.3, bygger på en forenklet utgave av MTFT (CEB-FIP 2010a). Denne versjonen av MTFT regnes som mer regneeffektiv og er i de aller fleste tilfeller nøyaktig nok.

Likevektsbetraktninger

Figur 2.11a viser et generelt spennarmert betongtverrsnitt, A_s er langsgående armering for moment og A_{sv} er tversgående skjærarmering.



Figur 2.11: Indre krefter i henhold til MTFT

I motsetning til fagverksmodellene som tidligere er presentert, tar MTFT hensyn til at betongen har en midlere strekkapasitet. De gjennomsnittlige diagonale hovedtrekkspenningene, σ_{c1} , varierer fra null i risset og når den maksimale verdien midt mellom rissene (Collins og Mitchell 1991). Som det fremgår av figur 2.11b, virker σ_{c1} over en lengde $z \cdot \sin\theta$, mens hovedtrykkspenningene, σ_{c2} , går over lengden $z \cdot \cos\theta$. D_1 og D_2 er henholdsvis resultatanten av hovedtrekk- og hovedtrykkspenningene. Vertikal likevekt av Figur 2.11b gir følgende sammenheng mellom hovedtrykkspenningene.

$$\sigma_{c2} = \frac{V}{b \cdot z} (\tan \theta + \cot \theta) - \sigma_{c1} \quad (2.14)$$

Figur 2.11c viser at de diagonale hovedtrykkspenningene prøver å presse strekk- og trykkarmeringen fra hverandre, mens hovedtrekkspenningene forsøker å holde de på plass. Skjærarmeringen må derfor kunne motstå vertikalkomponentene til hovedspenningene. Ved å sette $N_v = A_{sv} \cdot f_{ywd}$ og videre kreve vertikal kraftlikevekt, vil følgende sammenheng fremgå

$$N_v = A_v \cdot f_{ywd} = (\sigma_{c2} \cdot \sin^2 \theta - \sigma_{c1} \cdot \cos^2 \theta) b \cdot s \quad (2.15)$$

Ved å sette inn uttrykket for σ_{c2} inn i likning (2.15), vil man få et uttrykk for tverrsnittets skjærkraftkapasitet.

$$V = \sigma_{c1} \cdot b \cdot z \cdot \cot \theta + \frac{A_v}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (2.16)$$

Hensikten med denne utledningen er å vise at ved å medregne betongens strekkapasitet, får man et uttrykk i likhet med likning (2.16), der betongen selv bidrar til en skjærkapasitet. Man ser at dersom hovedtrekkspenningen settes lik null, vil uttrykk (2.16) være eksakt lik uttrykk (2.13). MC 2010 og CSA A23.3 bygger på en forenklet utgave av MTFT, og har kapasitetsuttrykk på formen $V = V_c + V_s$. V_c korrigeres vanligvis også med empiriske tilnærmelser som i tillegg tar hensyn til betongens densitet og tilslagsstørrelse (CEB-FIP 2010a).

3 Presentasjon av standarder

3.1 Eurocode 2

Etter mars 2010 er Norsk Standard for Prosjektering av betongkonstruksjoner, NS 3473, ikke lengre gyldig. Arvtageren NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008, eller Eurocode 2, er nå den gjeldende dimensjoneringsstandard for betong i Norge.

Konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmoring

For forspente konstruksjonsdeler uten skjærarmoring kan man benytte følgende formler til beregning av skjærkraftkapasiteten. Formel (3.1) er empirisk tilpasset, og går ut på at så snart det oppstår diagonale riss initiert av vertikale bøyeriss, vil det oppstå kollaps (Jacobs 2008).

$$V_{Rd,c} \geq V_{Rd,c,min}$$
$$V_{Rd,c} = \left(C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b_w \cdot d \quad (3.1)$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$$

Den minste bredden mellom strekk- og trykkgurt refereres i EC2 som b_w . Den effektive dybden, d , måles fra ytterste trykkant til tyngdepunktet i strekkarmoringen. f_{ck} er karakteristisk 28-dagers trykkfasthet, og skal i henhold til nasjonalt tillegg ikke settes høyere enn 65 N/mm² for denne beregningen. Faktoren k tar hensyn til bjelkens høyde, og ρ_l er lengdearmoringsforholdet og beregnes som $A_{sl}/b \cdot d$. $C_{Rd,c}$ tar hensyn til tilslagetets størrelse, mens k_1 settes til 0,15, i henhold til nasjonalt tillegg.

$$V_{Rd,c,min} = (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (3.2)$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

N_{Ed} er den dimensjonerende aksialkraften påført av spennarmoringen, og er korrigert for tap av spennkraft som beskrevet i kapittel 2.2.3. A_c og A_{sl} er henholdsvis betongens og strekkarmoringens tverrsnittsareal. Den midlere trykkspenningen i tverrsnittet σ_{cp} , beregnes som N_{Ed}/A_c og skal ikke overskride 20 % av betongens dimensjonerende trykkfasthet. I nasjonalt tillegg er formelen for v_{min} skrevet feil. I prinsippet skal denne benyttes som den står inntil revidert utgave av standarden kommer. Vi vil benytte den riktige formelen som den står her, da

flere anerkjente kilder også er klar over feilen. Partialfaktor for betongen, γ_c , er 1,5. Dimensjonerende betongfasthet, f_{cd} , beregnes som $0,85 \cdot f_{ck} / \gamma_c$. Dimensjonerende fasthet utgjør dermed 56 % av den karakteristiske fastheten.

Konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering

Dersom konstruksjonsdelen ikke har nødvendig skjærkapasitet til å oppta påførte krefter, skal det i henhold til EC2 legges inn armering som skal ta *hele* skjærkraften. Det vil med andre ord si at standarden ikke tar hensyn til at betongen har en kapasitet dersom lastene er større enn tverrsnittets skjærkapasitet. I dette kapitlet presenteres alle kapasitetsformler med vertikal skjærarmering ($\alpha = 90^\circ$). Følgende uttrykk gir skjærkapasiteten dersom $V_{Rd,c} < V_{Ed}$.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (3.3)$$

A_{sw} er arealet av en skjærarmeringsenhet med senteravstand s . z er tverrsnittets indre momentarm, vanligvis $0,9 \cdot d$, og f_{ywd} er skjærarmeringens dimensjonerende flytegrense. EC2 baserer kapasiteten til skjærarmeringen på fagverksmodell med variabel helning, og formel (3.3) er eksakt lik kapasitetsuttrykket som er utledet i kapittel 2.3.2. I EC2 står det at rissvinkelen θ bør beregnes, uten å spesifisere hvordan. EC2 opererer med grenseverdier

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5$$

som medfører at rissvinkelen begrenses fra $21,8^\circ$ til 45° . Trykkbruddkapasiteten beregnes etter formel (3.4).

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (3.4)$$

v_1 er en fasthetsreduksjonsfaktor for betong opprisset på grunn av skjærkraft. v_1 kan settes til 0,6 for karakteristiske trykkfastheter mindre enn 60 N/mm^2 . α_{cw} er en koeffisient som tar hensyn til spenningstilstanden i trykkgurten, og kan beregnes som vist nedenfor.

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 & \sigma_{cp} = 0 \\ (1 + \sigma_{cp} / f_{cd}) & 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 \cdot f_{cd} \\ 1,25 & 0,25 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 \cdot f_{cd} \\ 2,5 \cdot (1 - \sigma_{cp} / f_{cd}) & 0,5 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,0 \cdot f_{cd} \end{cases}$$

Som nevnt sier ikke EC2 noe om *hvordan* θ skal beregnes. Med bakgrunn i trykkbruddkapasitet og opptredende skjærkraft, er det utledet følgende uttrykk for rissvinkelen, der ω er en parameter som er definert for enklere å kunne fremstille den effektive rissvinkelen.

$$\omega = \frac{V_{Ed}}{0,54 \cdot \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd}}$$

Dersom $\omega \leq 0,3448$ settes $\cot\theta = 2,5$ og for $\omega \geq 0,5$ settes $\cot\theta = 1,0$. Hvis ω derimot skulle falle mellom 0,3448 og 0,5, skal den beregnes etter likning (3.5). En fullstendig versjon av utledningen fremgår av vedlegg A.

$$\cot\theta = \frac{1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2 - 1} \quad (3.5)$$

I henhold til EC2 skal det legges inn minimumsarmering etter uttrykk (3.6). Skjærarmeringsforholdet ρ_w er definert som $A_{sw}/b \cdot s$ for bjelker med vertikal skjærarmering.

$$\rho_{w,min} = 0,1 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_y} \quad (3.6)$$

3.2 Canadian Standard Association A23.3

Som beskrevet tidligere, bygger CSA A.23.3 på modifisert trykkfeltsteori. Skjærkapasiteten blir bestemt av følgende formel etter den canadiske betongstandarden CSA A23.3.

$$V_r = V_c + V_s + V_p \leq V_{r,max} \quad (3.7)$$

Den totale skjærmotstanden V_r består av tre bidrag. V_c er bidrag fra betongtverrsnittet og kommer av rissenes evne til å overføre skjærspenninger. V_s er kapasiteten til skjærarmeringen og V_p er vertikalkomponenten av oppspenningskraften fra forspenning.

$$V_c = \phi_c \cdot \lambda \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_v \quad (3.8)$$

$\phi_c = 0,65$ og er partialfaktor for betong. λ skal settes til 1,0 for betong med normal densitet. Den minste tverrsnittsbredden omtales som b_w og tverrsnittets indre momentarm, $d_v = 0,9d$, der d er effektiv dybde. Den karakteristiske trykkfastheten uttrykkes i CSA A23.3 som f'_c . Dimensjonerende fasthet beregnes som $\phi_c \cdot f'_c$. Faktoren β uttrykker hvor stor skjærspenning den rissede betongen kan overføre som en funksjon av rissavstand og langsgående tøyning.

$$\beta = \left(\frac{0,4}{1 + 1500 \cdot \varepsilon_x} \right) \cdot \left(\frac{1300}{1000 + s_{ze}} \right)$$

$$s_{ze} = \frac{35 \cdot s_z}{15 + a_g}$$

$$\varepsilon_x = \frac{M_f/d_v + (V_f - V_p) - 0,5 \cdot N_f - A_p \cdot f_{p0}}{2 \cdot (E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_p)} \quad (3.9)$$

Faktoren s_{ze} beskriver ekvivalent rissavstand som varierer etter tilslagsstørrelsen a_g og s_z settes lik d_v . Dersom langsgående tøyning, er negativ, skal den settes til null, men skal samtidig ikke overstige 0,003. M_f , V_f , og N_f er opptredende dimensjonerende krefter i betraktet snitt og korresponderer med EC2 sin notasjon med indeks "Ed". A_p og A_s er henholdsvis spennarmert tverrsnittsareal og annen strekkarmering uten forspenning. E_p og E_s er E-modulen for spennarmerte og slakkarmerte armeringsdeler, og f_{p0} er spennstålets karakteristiske flytegrense.

Skjærarmeringsbidraget V_s følger av uttrykk (3.10) og baserer seg i likhet med EC2 på fagverksmodell med variabel helning.

$$V_s = \varphi_s \cdot \frac{A_v}{s} \cdot f_y \cdot d_v \cdot \cot\theta \quad (3.10)$$

Materialfaktoren for armering, φ_s , settes lik 0,85 og f_y er karakteristisk flytegrense for skjærarmeringen. A_v er arealet av skjærarmeringen innenfor en avstand s . Rissvinkelen beregnes etter følgende uttrykk

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \varepsilon_x$$

Trykkbruddkapasiteten er den øvre begrensningen på skjærkapasiteten og beregnes etter uttrykk (3.11).

$$V_{r,max} = 0,25 \cdot \varphi_c \cdot f'_c \cdot b \cdot d_v + V_p \quad (3.11)$$

Minimumsarmering beregnes etter formel (3.12).

$$A_v = 0,06 \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} \cdot b \cdot s \quad (3.12)$$

3.3 fib Model Code 2010

Model Code 2010 beskriver i alt fire tilnæringsnivåer for beregning av skjærkapasiteten, avhengig av ønsket nøyaktighet, tidsbruk og kompleksitet. I denne oppgaven benyttes kun nivå III og bygger i likhet med CSA A23.3 på den forenklete utgaven av modifisert trykkfelts-teori (CEB-FIP 2010b). Beregningsgangen i MC2010 forholder seg i stor grad likt som for CSA A23.3, der total skjærkapasitet består av et betongbidrag og et armeringsbidrag. MC2010 benytter samme notasjon som EC2.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}$$

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \quad (3.13)$$

Faktoren k_v uttrykker hvor stor skjærspenning den rissede betongen kan overføre som en funksjon av rissavstand og langsgående tøyning. Tøyningen i x-retning, ϵ_x , beregnes likt som for CSA A23.3 etter likning (3.9). Faktoren k_{dg} tar hensyn til tilslagsstørrelsen.

$$k_v = \left(\frac{0,4}{1 + 1500 \cdot \epsilon_x} \right) \cdot \left(\frac{1300}{1000 + 0,7 \cdot k_{dg} \cdot z} \right)$$

$$k_{dg} = \frac{48}{16 + d_g} \geq 1,15$$

Skjærarmeringsbidraget og trykkbruddkapasiteten, kan henholdsvis regnes etter uttrykk (3.14) og (3.15). Kapasitetsformlene her presenteres med vertikal bøylearmering ($\alpha = 90^\circ$). Uttrykket for rissvinkelen er beregningsmessig likt som for CSA A.23.3

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (3.14)$$

$$V_{Rd,max} = k_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \left(\frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \right) \quad (3.15)$$

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,55$$

Når det gjelder minimumsarmering skiller MC2010 mellom nye og gamle konstruksjoner. Minimumskravet for nye konstruksjonsdeler kan beregnes fra likning (3.16).

$$\rho_{w,min} = 0,12 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_y} \quad (3.16)$$

3.4 Japan Society of Civil Engineers 2007

Skjærkapasitetsformelen i JSCE Standard Specification for Concrete Structures 2007 er basert på modifisert fagverksmodell. Skjærkapasiteten V_{yd} er gitt som summen av betongbidraget V_{cd} , skjærarmeringsbidraget, V_{sd} , og vertikalkomponenten av den effektive forspenningskraften. Summen skal imidlertid være mindre enn kapasiteten til trykkdiagonalen i betongen, V_{wcd} . (JSCE 2007).

$$V_{yd} = V_{cd} + V_{sd} + V_{ped} \leq V_{wcd}$$

Betongbidraget i denne standarden er et empirisk tilpasset uttrykk og kan beregnes etter formel (3.17). Faktorene β_d , β_p og β_n tar henholdsvis hensyn til bjelkens høyde, dybeleffekten og bjelkens momentkapasitet.

$$V_{cd} = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_n \cdot f_{vcd} \cdot b_w \cdot \frac{d}{\gamma_b} \quad (3.17)$$

$$\beta_d = \left(\frac{1000}{d} \right)^{1/4} \leq 1,5$$

$$\beta_p = (100 \cdot p_v)^{1/3} \leq 1,5$$

$$\beta_n = 1 + 2 \cdot \left(\frac{M_0}{M_{ud}} \right) \leq 2$$

$$f_{vcd} = 0,20 \cdot (f'_{cd})^{1/3} \leq 0,72$$

I de nevnte β -faktorene er d effektiv dybde, p_v er skjærarmeringsforholdet og beregnes likt som for EC2. M_0 er momentet om bjelkens nøytralakse som følger av aksialbelastning, og M_{ud} uttrykker bjelkens dimensjonerende momentkapasitet. Den dimensjonerende trykkfastheten f'_{cd} er uttrykt som f'_{ck}/γ_c , der $\gamma_c = 1,3$. Dimensjonerende trykkfasthet utgjør dermed 76 % av den karakteristiske.

Skjærarmeringsbidraget kan beregnes etter likning (3.18), og er basert på en 45° fagverksmodell som presentert i kapittel 2.3.1. JSCE 2007 tar ikke med betydningen av endring i rissvinkelen i noen grad, og er konstant lik 45°. Den dimensjonerende flytegrensen for skjærarmeringen, f_{ywd} , skal ikke overstige 400 N/mm². Tverrsnittets indre momentarm beregnes i denne oppgaven likt som for EC2.

$$V_{sd} = \frac{A_w}{s} \cdot f_{ywd} \cdot z \quad (3.18)$$

Formel (3.19) beskriver den øvre grensen for skjærkapasiteten på grunn av knusning i trykk-diagonalen. Minimumsarmeringen kan beregnes etter uttrykk (3.20).

$$V_{wcd} = f_{wcd} \cdot b_w \cdot \frac{d}{\gamma_b} \quad (3.19)$$

$$f_{wcd} = 1,25 \cdot \sqrt{f'_{cd}} \leq 7,8$$

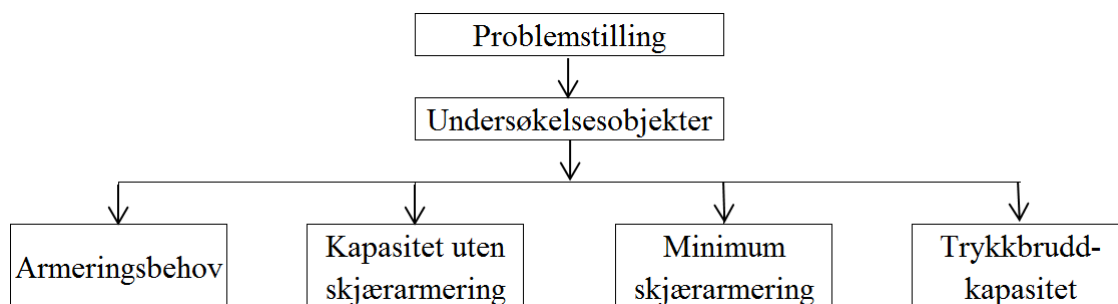
$$A_v = 0,0015 \cdot b_w \cdot s \quad (3.20)$$

4 Metode og utførelse

4.1 Metode

4.1.1 Valg av undersøkelsesobjekt

For å kunne gi et konkret svar på problemstillingen, defineres rapportens undersøkelsesobjekter som: skjærarmeringsbehov, skjærkapasitet uten skjærarmering, minimum skjærarmering og trykkbruddkapasitet, som i hovedsak danner beregningsgrunnlaget for analysen i kapittel 5. De fire punktene har igjen underpunkter, som i denne rapporten omtales som variabler. Disse beskrives nærmere i kapittel 4.1.2. I tillegg danner de fire objektene den overordnede rammen rundt skjærdimensjoneringen, og de anses som ufravikelige kontroller som må tilfredstilles i alle betongstandardene.



Figur 4.1: Grafisk fremstilling av undersøkelsesobjekter

Armeringsbehov

For å kunne gjøre fornuftige sammenlikninger av skjærarmeringsbehovet basert på de fire ulike beregningsmetodene, presentert i kapittel 3, har vi valgt å fokusere rundt nødvendig bøyleforhold. Med bøyleforhold menes arealet av en skjærarmeringsbøyle fordelt på bøylenes senteravstand, A_{sw}/s , som vil ha benevnelse mm^2/mm . Formlene (3.3), (3.10), (3.14) og (3.18) beskriver bøylenes kapasitet i de ulike standardene. Formlene løses med hensyn på det nødvendige bøyleforholdet, ved å sette den totale skjærkapasiteten lik dimensjonerende skjærkraft. Dette er vist i det følgende med utgangspunkt i MC2010.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s}$$

Ved å sette $V_{Rd} = V_{Ed}$ og løse uttrykket med hensyn på bøyleforholdet, får man den skjærarmeringen som er nødvendig for å ta den opptredende skjærkraften.

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)^{\text{nødv.}} = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} \quad (4.1)$$

Denne formuleringen danner selve sammenlikningsgrunnlaget i kapittel 5.1. EC2, som vist i kapittel 3.1, er den eneste standarden som ikke tar med betongens kapasitet dersom det er beregningsmessig behov for skjærarmering. I de øvrige standardene defineres total skjærkapasitet som summen av betongens evne til å overføre skjær og skjærbøylens kapasitet.

Når det gjelder EC2, vil $V_{rd,c}$ være null og bøyلةforholdet påvirkes kun av dimensjonerende skjærkraft.

Skjærkapasitet uten skjærarmering

Betongbidraget behandles forskjellig i de ulike dimensjoneringsstandardene, og avhenger i stor grad av hvilken teori skjærdimensjoneringen bygger på. I kapittel 5.2 er det gjort en sammenlikning av hvor stor kapasitet de ulike standardene tillater betongen å ha, før man beregningsmessig trenger skjærarmering.

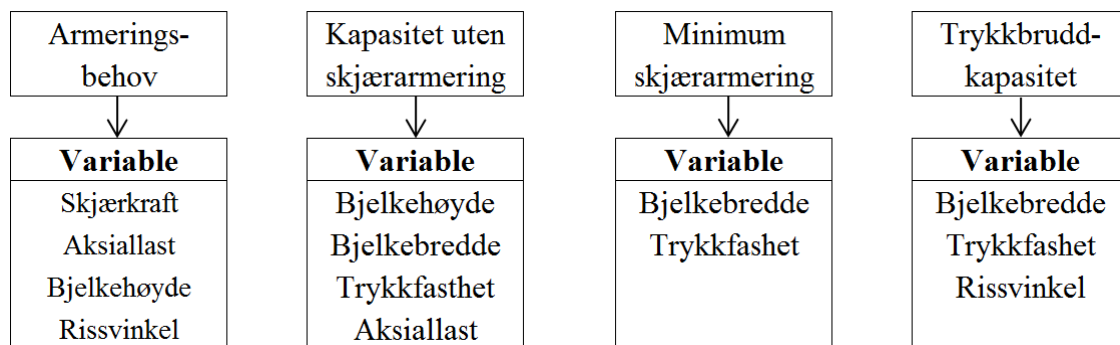
Minimum skjærarmering

Minimum skjærarmering skal sikre et duktilt brudd, rett etter at diagonale riss har oppstått. Formelene (3.6), (3.12), (3.16) og (3.20), beskriver det minste arealet (A_v), eller skjærarmingsforholdet ($\rho_{w,min}$) som skal legges inn for å unngå et sprøtt brudd. En sammenlikning av de nevnte formlene utføres i kapittel 5.3, uttrykt ved bøyلةforholdet, A_{sv}/s .

Trykkbruddkapasitet

Et vesentlig punkt i skjærdimensjoneringen er kapasiteten til betongtrykkdiagonalene, jamfør figur 2.8, som oppstår i bjelken. Disse må ikke overskride betongens trykkfasthet. I kapittel 5.4 sammenliknes uttrykkene (3.4), (3.11), (3.15) og (3.19). Det er verdt å merke seg at EC 2 ikke gir noe eksakt uttrykk for rissvinkelen, noe som gir stort utslag på trykkbruddkapasiteten. Det vil derfor bli presentert diagrammer med flere forskjellige valg av rissvinkel for EC2.

4.1.2 Valg av variabler



Figur 4.2: Grafisk fremstilling av undersøkelsesobjekter og variabler

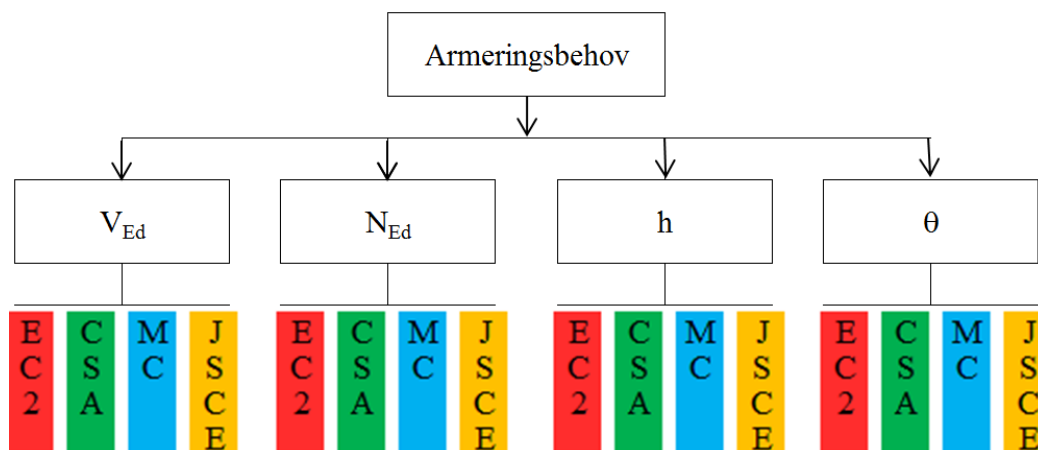
De fire undersøkelsesobjektene som ble presentert i forrige kapittel, er for abstrakte til å kunne gi målbare størrelser. Figur 4.2 er en videreført versjon av figur 4.1, og viser i helhet operasjonaliseringen av undersøkelsesobjektene. Hver av variablene er valgt på grunnlag av hvilken påvirkning de har på hver enkelt formel, og beskrives i det følgende.

Det er rimelig å anta at skjærkraften har mye å si for hvilket behov konstruksjonen har for skjærarmering. Det vil også bli undersøkt hvilken innvirkning økende aksiallast, bjelkehøyde, og rissvinkel har på det endelige armeringsbehovet.

Når det gjelder skjærkapasitet til en bjelke uten skjærarmering, kan man se av kapasitetsformlene at de geometriske egenskapene har stor innflytelse. Som beskrevet i kapittel 2.1.2, blir rissvinkelen mindre dersom trykkspenningen fra spennarmeringen i bjelken er økende. Det vil derfor være av interesse å undersøke hvordan aksialkraftens størrelse påvirker skjærkapasiteten.

Beregningsuttrykket for minimum skjærarmering er empirisk tilpasset, og har til dels lik oppbygning i samtlige standarder. I JSCE 2007 inngår ikke betongens trykkfasthet, og avhenger kun av bredde og senteravstand. I resten av standarden er minimumsarmeringen en funksjon av trykkfasthet, flytespenning til armeringen, bredde og senteravstand.

Trykkbruddkapasiteten i henhold til EC2 og MC2010 er teoretisk basert, og rissvinkelen inngår i beregningen. Det er likevel interessant å studere hvilken virkning en økende rissvinkel har for disse to, selv om JSCE 2007 og CSA A.23.3 her blir konstante. Betongens trykkfasthet har stor innvirkning på kapasiteten til trykkdiagonalene, og er derfor en viktig variabel som bør være med i sammenlikningen.



Figur 4.3: Prinsippskisse av armeringsbehov med variable og datavariablene

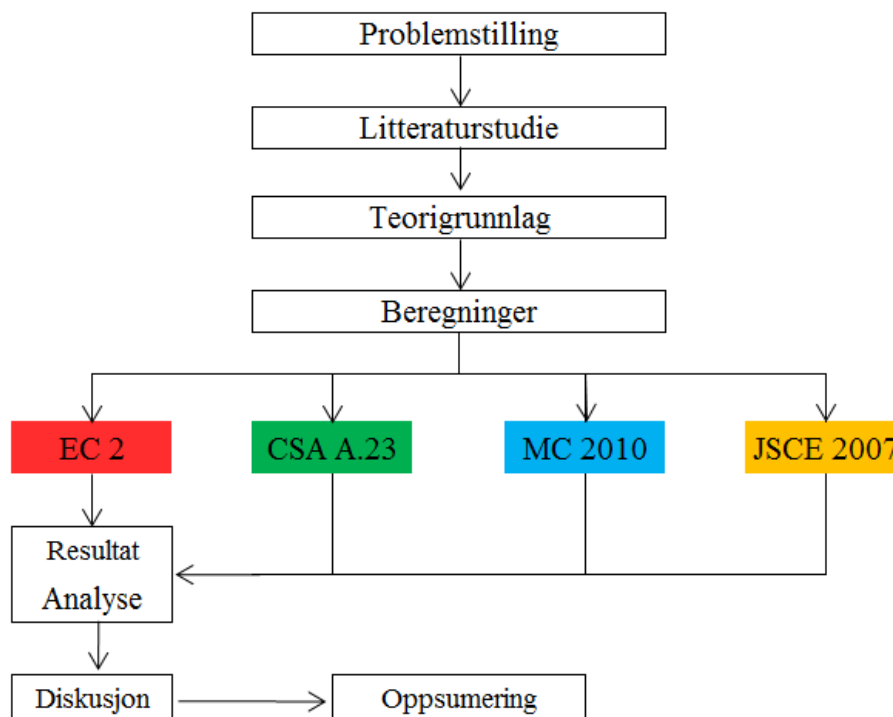
Figur 4.3 viser en videreføring av figur 4.2, med utgangspunkt i armeringsbehovet, bare vist med symboler. Figuren har som formål å gi leseren et prinsipielt overblikk av sammenhengen mellom undersøkelsesobjektet og variablenes påvirkning på hver standard. De forskjellige variablene har ulik innvirkning i hver enkelt standard og skal i hovedsak gjøre armeringsbehovet så målbart som mulig. Prinsippskissen som vist ovenfor gjelder for alle undersøkelsesobjektene, men av plassmessige hensyn er det kun vist for armeringsbehovet.

Det bør også bemerkes at hver standard er tilegnet sin egen fargekode som er gjennomgående i hele rapporten.

4.2 Utførelse

4.2.1 Generelt

Figur 4.4 viser grafisk framstilling av arbeidsgangen i rapporten. Den viser i hovedsak hvordan vi har arbeidet oss fra problemstillingen, gjennom teorien, via beregninger, diskusjon og frem til oppsummeringen.



Figur 4.4: Grafisk fremstilling av arbeidsgangen i prosjektet

4.2.2 Beregninger

Før man kan starte med beregningene bør man ha en solid teoretisk grunnplattform. Det er derfor nødvendig at litteraturstudiet gjennomføres før man kan begynne med beregningene, først og fremst for å øke kvaliteten, men også for å få en bedre flyt i arbeidet.

Morten Stene (2003) hevder at vitenskap er en metodisk framgangsmåte for fremskaffelse av objektiv kunnskap. Dersom arbeidet skal regnes som vitenskap må den kunne etterprøves.

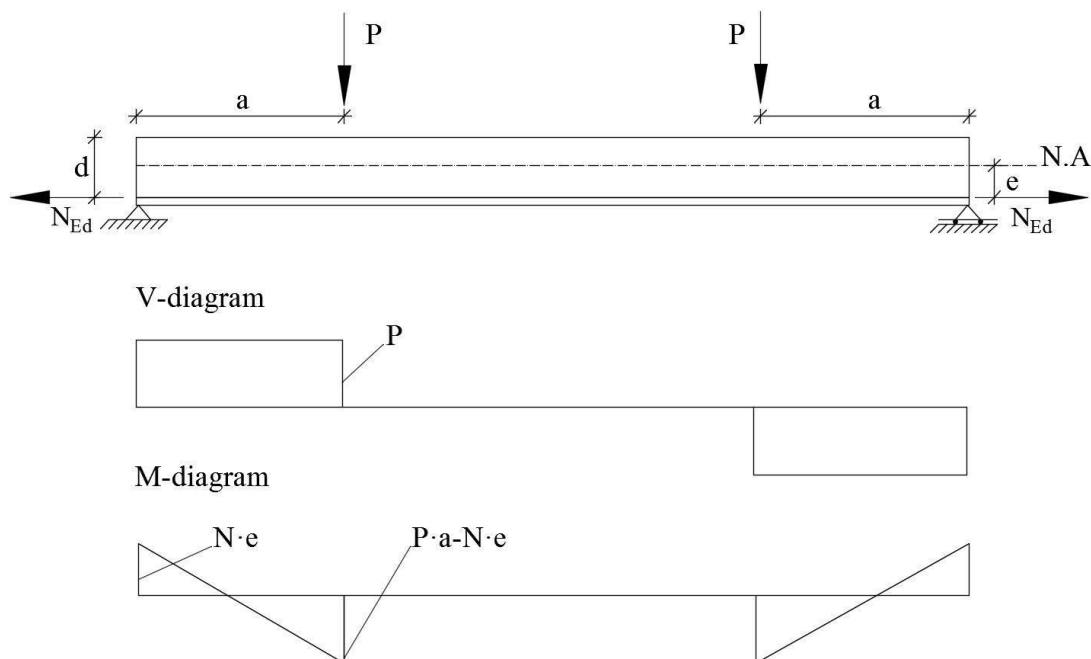
I denne oppgaven benyttes Microsoft Excel til alle beregninger, hovedsakelig på grunn av et enkelt brukergrensesnitt. Fordelen med bruk av Excel, er at man kan behandle store mengder talldata og effektivt fremstille resultater i diagrammer. Siden rapporten tar utgangspunkt i standardiserte beregningsmetoder kan etterprøvbareheten anses som høy.

Regnearket som er laget spesielt til denne oppgaven, bygger på dimensjoneringsprosedyrene for hver enkelt standard. Regnearket er konstruert slik at man enkelt kan variere tverrsnittdimensjoner, laster og øvrige parametere som inngår i beregningsmetodikken. Hvilke faktorer og parametere som vektlegges, med tanke på dimensjoneringen, er beskrevet i 4.1.2.

4.2.3 Sekundærbegrensninger

Laster

Siden vi fortrinnsvis ønsker å initiere skjærkrefter i bjelker, vil valg av lastsituasjon ikke ha noen praktisk betydning for oppgaven. Som en forenkling antas det at bjelkens egenvekt inngår i punktlasten, P . Det viktigste er at skjærkraften beregningsmessig behandles likt for hver standard i regnearket. Alle beregninger som inngår i denne rapporten er i bruddgrensetilstanden. Figur 4.5 viser prinsippet for hvordan en skjærttest for bjelker gjennomføres, med tilhørende moment- og skjærkraftsdiagram (Bentz, Vecchio og Collins 2006). Regnearket som er utarbeidet for denne rapporten bygger på prinsippene skissert i figur 4.5.



Figur 4.5: Metode for skjærttesting av betongbjelker

Oppspenningsmetode og armering

På grunn av kompleksitet, begrenses denne rapporten til førøppspente betongbjelker. Spennarmeringen antas derfor å være gjennomgående rettlinjet i hele bjelkens lengderetning. Som en forenkling beregnes spennarmeringens dimensjonerende flytespenning etter EC2, og settes i alle beregningene til 1360 N/mm^2 .

Den beregningsmessige skjærarmeringen som benyttes i rapporten, antas av typen B500NC i henhold til NS-EN 10080 Armeringsstål - Sveisbar armering (CEN 2005). Flere av standardene som benyttes, setter en øvre grense for flytespenning i skjærarmeringen til 400 N/mm^2 . I de følgende beregninger settes $f_{ywd} = 400 \text{ N/mm}^2$. I tillegg tar denne rapporten utgangspunkt i vertikal skjærarmering ($\alpha = 90^\circ$).

Tverrsnittsgeometri og materialparametere

Som en følge av rapportens omfang og enorme muligheter, er en begrensning i valg av tverrsnitt nødvendig. Hovedformålet med denne rapporten er å undersøke forskjeller mellom dimensjoneringsstandarder for betong. Av hensyn til rapportens validitet og pålitelighet, vil referansetverrsnittet baseres på momentdimensjonering og nedbøyningsberegninger i henhold til EC2.

På grunn av overdekning, skjærarmeringsbøyler og innbyrdes avstand mellom lengdearmingsstenger, vil den minste bjelkebredden være tilnærmet 300 mm. Med utgangspunkt i figur 4.5 vil en 8 m lang bjelke med betongfasthet B35, tverrsnitt 300 x 650 mm, $a = 2,5$ m og $P = 400$ kN ha et lengdearmeringsbehov på 1500 mm^2 , på grunn av feltmomentet som oppstår. Denne bjelken er beregnet til å tilfredsstille en nedbøyning på $1/250$. anbefalte maksimale deformasjoner defineres i EC2 til å være i størrelsesorden $1/200 - 1/400$.

Normal tverrsnittshøyde på forspente bjelker, med spenn 4 m - 12 m, ligger i intervallet 300 mm - 800 mm i henhold til Betongelementforeningen (2010), bind A. Referansetverrsnittet som benyttes i denne rapporten, anses derfor å være realistisk.

Som forenkling, antas det at den indre momentarm utgjør 90 % av den effektive dybden i samtlige beregninger ($z = 0,9d$).

Løpende og låste variabler

Alle beregningene som følger av kapittel 5 antas å være innenfor reelle grenser. Med unntak av der hvor høyde eller bredde er av vesentlig betydning for det som måles, benyttes referansetverrsnittet som nevnt i forrige avsnitt. Der hvor aksiallasten opptrer som variabel, er det tatt hensyn til at den ikke overstiger den dimensjonerende strekkapasiteten til lengdearmeringen. Formlene som er presentert i kapittel 3, er ikke gyldig i områdene $f_{ck} > 60 \text{ N/mm}^2$.

I praksis vil dette si at en variabel varierer, mens de andre variablene i undersøkelsesobjektet låses. Ved å ta utgangspunkt i figur 4.3, vil man kunne måle hvordan armeringsbehovet påvirkes av de ulike variablene. Der hvor det er naturlig at flere variabler har innvirkning på resultatene, eksempelvis kapittel 5.2.3, er dette begrunnet.

Selv om resultatene i hovedsak bør være realistiske, er intervallet i noen av tilfellene utvidet. Dette vil som oftest bare være av akademisk interesse, for å se hvordan standardene forholder seg til hverandre.

5 Analyse og resultat

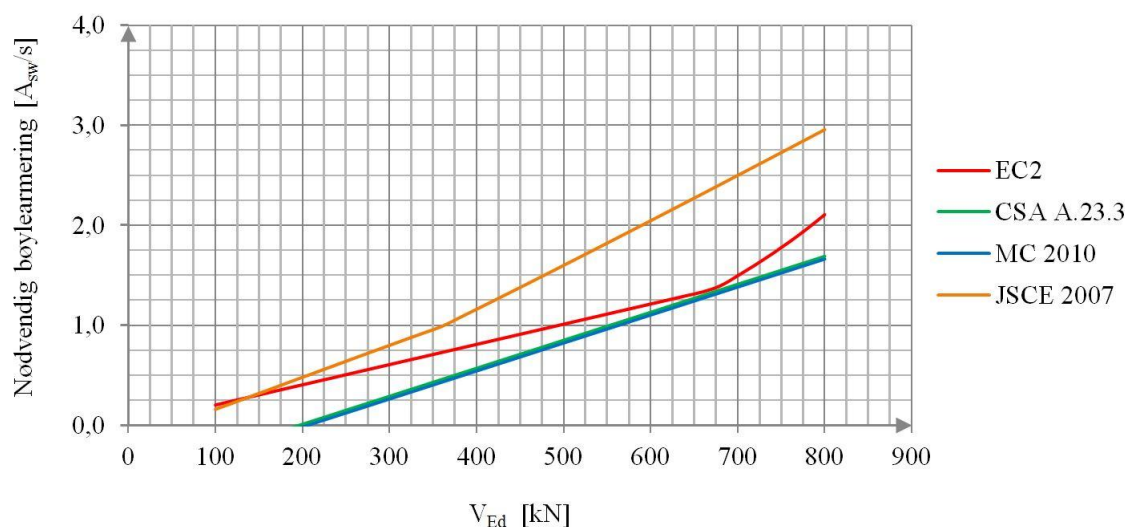
5.1 Skjærarmeringsbehov

Formålet med dette delkapittelet er å se hvor mye armering de ulike beregningsmetodene krever ved variasjon av ulike parametere. Skjærkraft, aksiallast, bjelkehøyde og rissvinkel er valgt til å variere, da de er de parametere som har størst innvirkning på kapasiteten. En vil dermed kunne se hvordan armeringsbehovet påvirkes ved å la ett av parametere variere fritt, mens de øvrige låses til gitte verdier. Som beskrevet i kapittel 4.1.1, vil resultatene fremstilles med et bøyelforhold etter likning (4.1). Dersom annet ikke er oppgitt, følger beregningene utgangstverrsnittet beskrevet i avsnitt 4.2.3.

5.1.1 Varierende skjærkraft

Figur 5.1 viser nødvendig armering med skjærkraft varierende fra 100 kN til 800 kN. Beregningene er utført med tverrsnitt 300 mm x 650 mm og fasthetsklasse B35. Med økende skjærkraft øker også lengdearmeringsbehovet. I dette forsøket er hver enkelt situasjon dimensjonert for feltmomentet som oppstår som følger av den eskalerende skjærkraften. Aksialkraften antas for enkelthets skyld å være 80 % av dimensjonerende kapasitet til spennarmeringen.

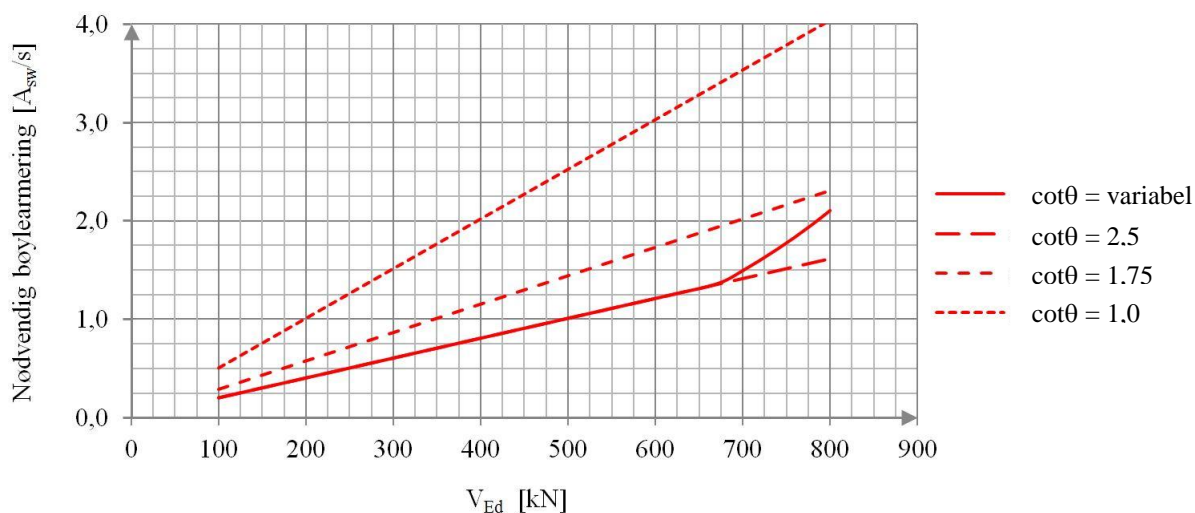
Variasjon av fasthetsklasse vil i dette tilfelle ikke gi noen signifikante utslag på armeringsbehovet. MC2010 og CSA A23.3 bygger som kjent på modifisert trykkfeltsteori, og man kan tydelig se av figur 5.1 at armeringsbehovet for disse to er tilnærmet identiske. Hovedårsaken til at JSCE 2007 har et betydelig større armeringsbehov enn de øvrige, er at de baserer kapasiteten til skjærbøylene på 45° fagverksmodell, presentert i kapittel 2.3.1. Det vil si at rissvinkelen alltid er 45°.



Figur 5.1: Armeringsbehov ved økende skjærkraft

EC2 har definert at rissvinkelen skal være i området 22° til 45° . I figur 5.1 er det for EC2 benyttet den egendefinerte rissvinkelen etter likning (3.5), og frem til $V_{Ed} = 675$ kN følger rissvinkelen $\cot\theta = 2,5$ fordi $\omega < 0,3448$. Etter $V_{Ed} = 675$ kN ser man at grafen til EC2 endrer stigningstall fordi $\omega > 0,3448$ og rissvinkelen følger uttrykk (3.5).

Figur 5.2 visualiserer armeringsbehovet ved bruk av $\cot\theta = 1$ (45°), $\cot\theta = 1,75$ ($29,7^\circ$), $\cot\theta = 2,5$ ($21,8^\circ$), samt det egendefinerte uttrykket omtalt i figuren som "variabel rissvinkel". Av figur 5.2 kan man se svært store armeringsforskjeller ved ulik bruk av rissvinkler etter EC2.



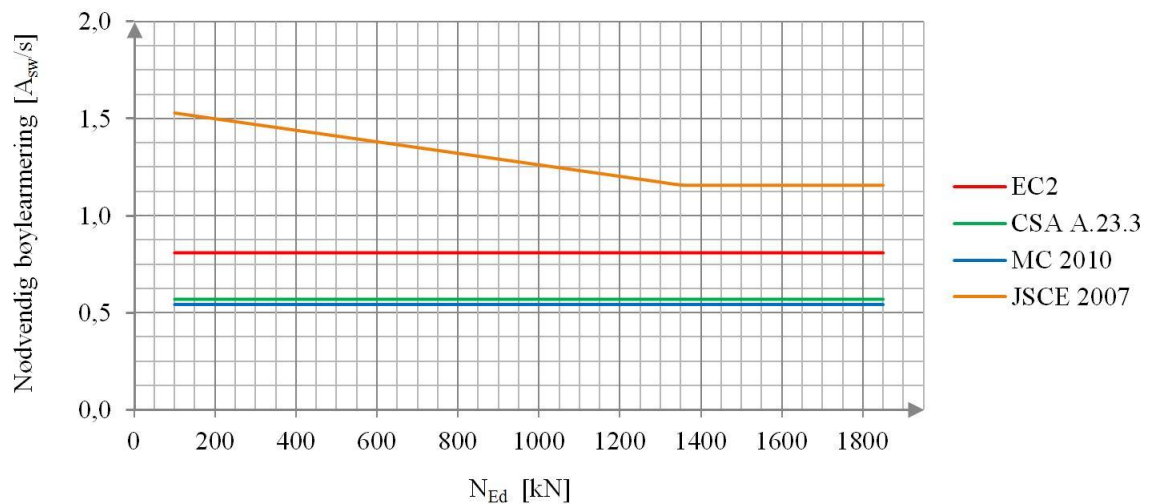
Figur 5.2: Armeringsbehov ved bruk av ulike rissvinkler for EC2

5.1.2 Varierende aksiallast

Figur 5.3 viser en fremstilling av armeringsbehovet ved økende aksiallast. Lasten som påføres tverrsnittet antas som dimensjonerende, og er redusert for langtidstap beskrevet i avsnitt 2.2.2. Denne beregningen følger samme tverrsnittdimensjoner (300 mm x 650 mm) og fasthetsklasses B35. Dimensjonerende skjærkraft er satt til 400 kN, som gir et lengdearmeringsbehov på 1500 mm^2 , jamfør avsnitt 4.2.3. Aksialkraften øker opp til 1850 kN, noe som tilsvarer ca. 90 % av dimensjonerende strekkapasitet til innlagt spennarmering.

Som det fremgår av figur 5.3 er det kun JSCE 2007 som påvirkes av et økende aksiallastnivå. Armeringsbehovet for JSCE 2007 starter på ca. $1,5 \text{ mm}^2/\text{mm}$ og synker lineært nedover på grunn av at momentet ved opplegget blir større med en økende oppspenningskraft. Denne effekten påvirker β_n som tar hensyn til momentforholdene i beregningen.

Det ser ut til at det er skjærkraften på 400 kN som er største bidragsyter til armeringsbehovet, og en eventuell endring i V_{Ed} ville bare ført til at grafene parallellforskyves vertikalt. En økning av fasthetsklassen gjør heller ikke her store utslag..

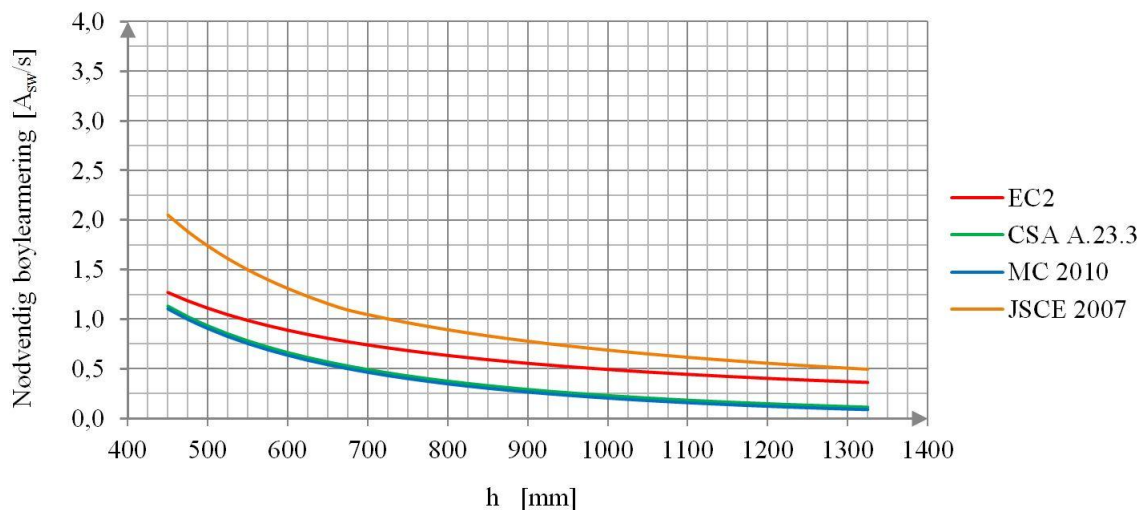


Figur 5.3: Armeringsbehov ved økende aksiallast

5.1.3 Varierende bjelkehøyde

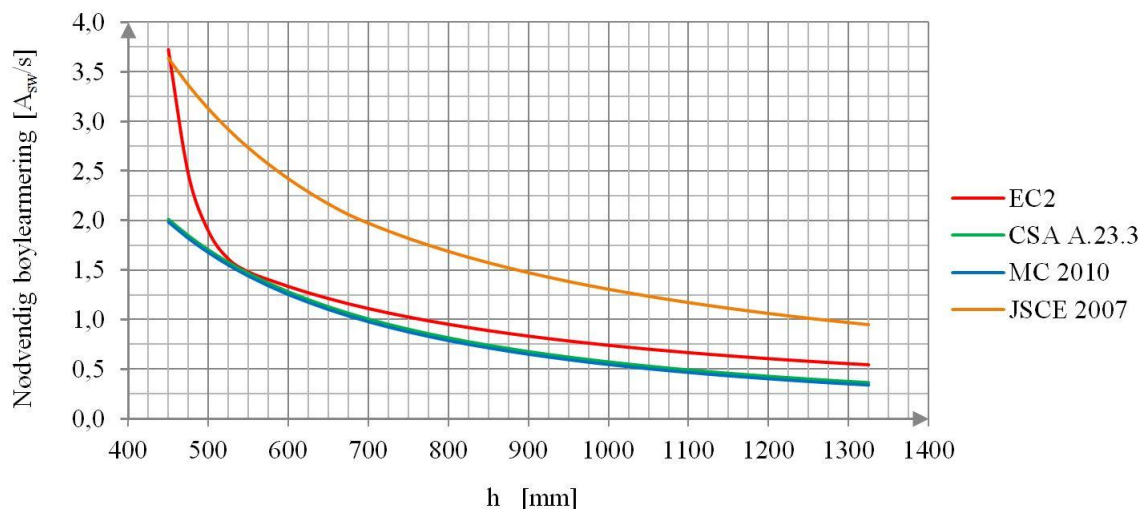
Bjelkens høyde, som i hovedsak påvirker den indre momentarmen, har stor innvirkning på armeringsbehovet. Starthøyden på bjelken i dette tilfellet er satt til 450 mm. Selv om det er en urealistisk og lite praktisk bjelkehøyde, er intervallet valgt kun for å vise forskjeller. Bjelkebredden er 300 mm, fasthetsklasse B35 og aksialkraften er satt til 1500 kN. Dimensjonerende skjærkraft for beregningene i figur 5.4 er 400 kN.

MC 2010 og CSA A.23.3 har det største betongbidraget og 29° rissvinkel. Dette gir det laveste armeringsbehovet i denne beregningen. En kan også se av figur 5.4 at disse følger hverandre svært godt. EC2 baserer armeringsbehovet på fagverksmodell med variabel helning, som beskrevet i kapittel 2.3.2. $\omega < 0,3448$ gir en rissvinkel på 22° . Kombinert med et lavt betongbidrag og en rissvinkel på 45° , har JSCE 2007 det største armeringsbehovet totalt sett.



Figur 5.4: Armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 400$ kN

I figur 5.5 er utgangspunktet for beregningene tilsvarende som i figur 5.4, bortsett fra at dimensjonerende skjærkraft er økt til 600 kN. Man ser at JSCE 2007 gjennomgående har det største armeringsbehovet, samt at differansen mellom EC2 og MC 2010/ CSA A.23 reduseres. Den relativt store overgangen som oppstår for EC2, skyldes den egendefinerte rissvinkelen. Fra og med $h = 550$ mm er $\omega < 0,3448$ og $\cot\theta = 2,5$.



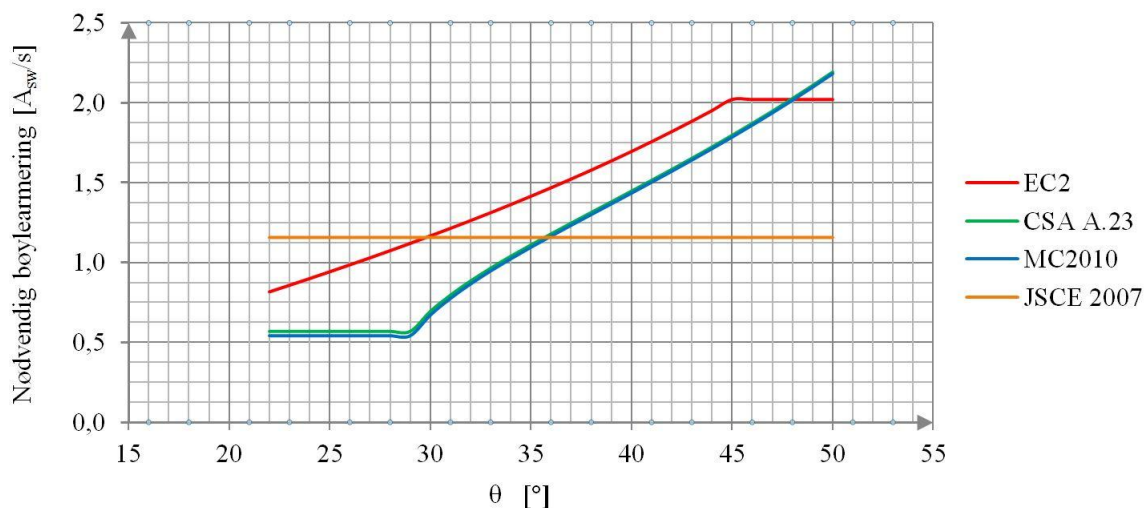
Figur 5.5: Armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 600$ kN

5.1.4 Varierende rissvinkel

Beregningen er basert på et konstant tverrsnitt (300 mm x 650 mm), $N_{Ed} = 1500$ kN, $V_{Ed} = 400$ kN og betongfasthet B35. Det går frem av figur 5.6 hvordan bøyleforholdet varierer med økende rissvinkel. JSCE 2007 benytter 45° fagverksmodell i beregningen av skjærkapasiteten til bøyene. Til sammenlikning med EC2 betyr dette at $\cot\theta = 1,0$ og bøyleforholdet blir konstant i hele intervallet.

Kapasitetsuttrykket etter EC2 baserer seg på fagverksmodell med variabel helning beskrevet i kapittel 2.3.2. EC2 begrenser rissvinkelen ved å definere intervallet $1,0 \leq \cot\theta \leq 2,5$. $\cot\theta = 1,0$ gir en rissvinkel på 45° som øvre begrensning. Det nødvendige bøyleforholdet vil dermed nå toppunktet ved 45° og deretter flate ut, slik det fremgår av figur 5.6.

MC 2010 og CSA A23.3 bygger skjærdimensjoneringen på modifisert trykkfeltsteori. Rissvinkelen for de to standardene beregnes som funksjon av tøyning etter uttrykket $29^\circ + 7000\varepsilon_x$. Tøyningen har en øvre positiv begrensning på 0,003. Dette innsatt i uttrykket nevnt ovenfor gjør at rissvinkelen ikke kan bli større enn 50° . I beregningene gjort i figur 5.6 vil bøyleforholdet være konstant frem til rissvinkel 29° og i dette området kan tøyningen anses som negativ (stukning).



Figur 5.6: Armeringsbehov ved økende rissvinkel

5.2 Skjærkapasitet uten skjærarmering

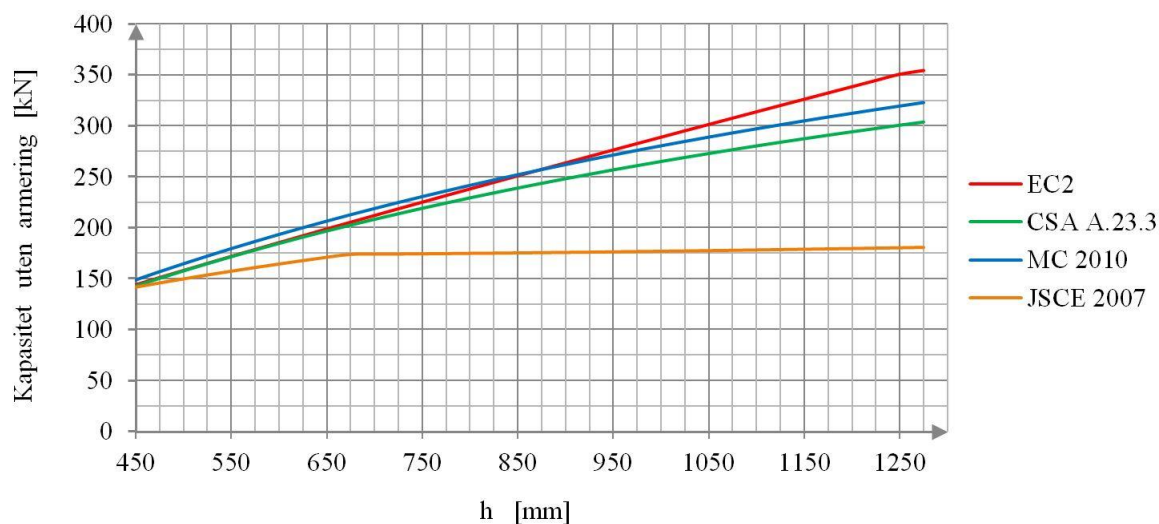
Alle standardene som benyttes i denne rapporten regner med at betongbjelker uten bøylearmering i seg selv har en viss skjærkraftkapasitet. Det som skiller EC2 fra de andre standardene er at dersom skjærkapasiteten til en bjelke ikke er tilfredsstillende, skal bøylen som legges inn kunne bære hele skjærkraften uten å medregne en betongkapasitet. Alle beregningene i dette kapitlet tar utgangspunkt i formel (3.1), (3.8), (3.13) og (3.17).

Ved valg av variabler, er det først og fremst tatt hensyn til forhold som vil gi en direkte påvirkning på kapasitetsformlene. Høyde, bredde, trykkfasthet og aksiallastnivå vil indikere om tendensen som fremkom i kapittel 5.1 er vedvarende.

Som beskrevet tidligere er betongbidraget i EC2 og JSCE 2007 empiriske formler. Man vil her se om de empiriske formlene kan sies å sammenfalle med de mer utledete uttrykkene fra modifisert trykkfeltsteori.

5.2.1 Varierende bjelkehøyde

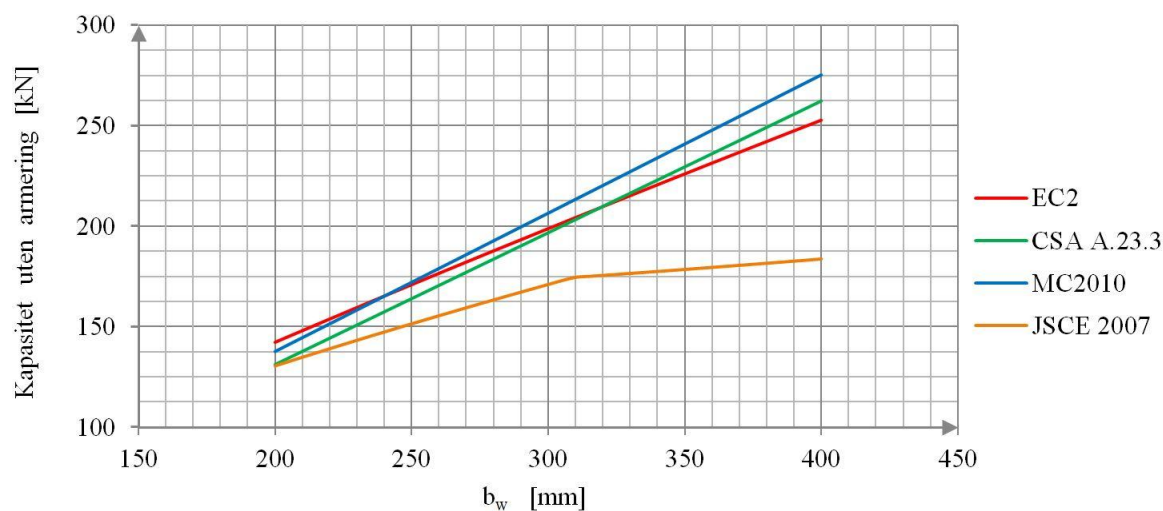
Utrekningene baserer seg på fasthetsklasse B35, bjelkebredde 300 mm og aksiallast 1500 kN. Lengdearmeringsmengden er konstant 1500 mm². Som det fremgår av figur 5.7 følges alle standardene jevnt opp til $h = 650$ mm. For $h > 650$ mm går JSCE 2007 over til tilnærmet konstant, fordi den økende bjelkehøyden påvirker eksentrisiteten i forhold til bjelkens nøytralakse og lengdearmeringens tyngdepunkt. Større eksentrisitet gir et større moment ved opplegget, noe som påvirker β_n . Dette synes å være svært konservativt, spesielt sammenliknet med de andre standardene.



Figur 5.7: Skjærkapasitet ved økende høyde

5.2.2 Varierende bjelkebredde

Med utgangspunkt i samme aksialkraftnivå, lengdearmeringsareal og fasthetsklasse som i beregningene etter figur 5.7, låses høyden til 650 mm. Beregningen med økende bjelkebredde med intervall 200 - 400 mm viser især den samme tendensen som beregningene med variabel høyde. Skjærkapasiteten for JSCE 2007 flater ut etter ca. 300 mm, mens de resterende følger hverandre tilnærmet lineært.

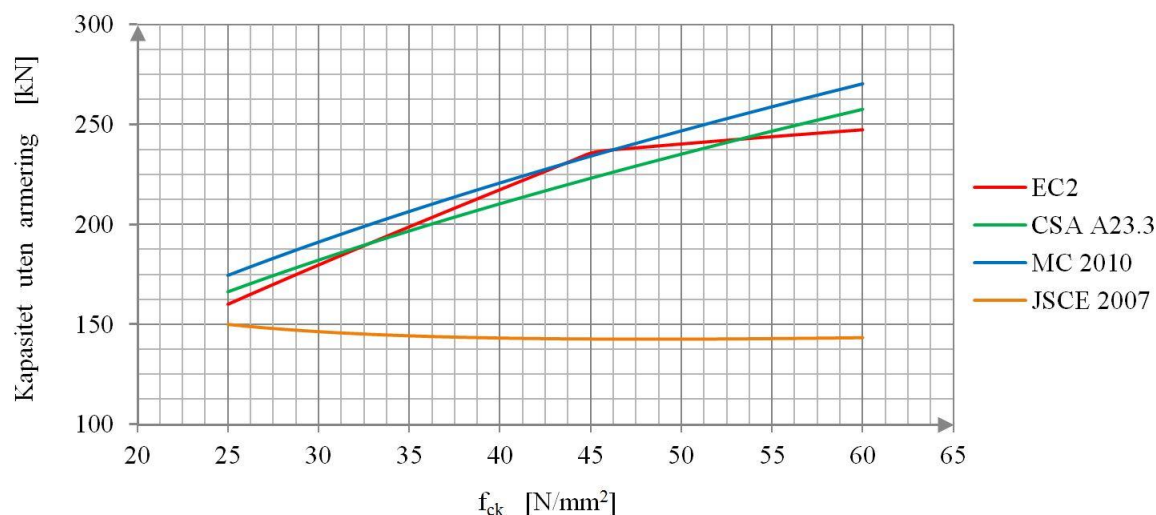


Figur 5.8: Skjærkapasitet ved økende bredde

5.2.3 Varierende trykkfasthet

I spennarmerte konstruksjoner er det mest vanlig å benytte betong med fasthetsklasse B35-B55 (Sørensen 2013). I beregningene som følger av figur 5.9, 5.10 og 5.11 spenner det karakteristiske fasthetsintervallet fra B25 til B60. Forsøktverrsnittet har dimensjon 300 mm x 650 mm. Slik standardene presenteres i kapittel 3, er ikke formlene gyldige for betongfasthet større enn 60 N/mm².

Hovedforskjellene mellom beregningene i figur 5.9, 5.10 og 5.11 er aksiallastnivået. I figur 5.9 er den dimensjonerende aksiallasten 1000 kN, mot 1500 kN i 5.10 og 2000 kN i 5.11. Lengdearmeringen holdes konstant 1500 mm² i alle beregningene. MC2010 og CSA A23.3 påvirkes ikke av økende aksiallast i noen av tilfellene, da tøyningen som oppstår i tverrsnittet (ϵ_x) er negativ, og settes til 0 videre i beregningene. Skjærkapasiteten til EC2 øker med økende aksiallast og betongfasthet, fordi aksialt trykk reduserer faren for skjærissdannelser i strekksonen. Dette kan sees i sammenheng med teorien som presenteres i kapittel 2.1.2, der man blant annet ser av figur 2.3 at rissvinkelen i trykksonen blir mindre enn 45°.

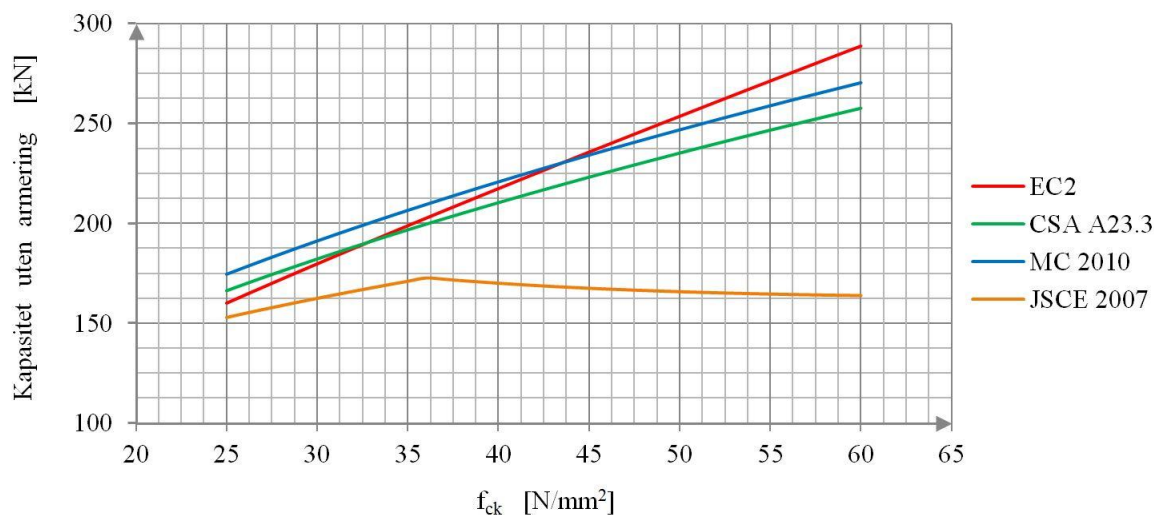


Figur 5.9: Skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1000$ kN

En aksialkraft på 1000 kN tilsvarer ca. 50 % av lengdearmeringens dimensjonerende strekkapasitet i bruddgrensetilstanden. Figur 5.9 viser at grafen for EC2 endrer stigningstall ved fasthet 45 N/mm². Dette kommer av begrensningen i den midlere trykkspenningen $\sigma_{cp} \leq 0,2f_{cd}$.

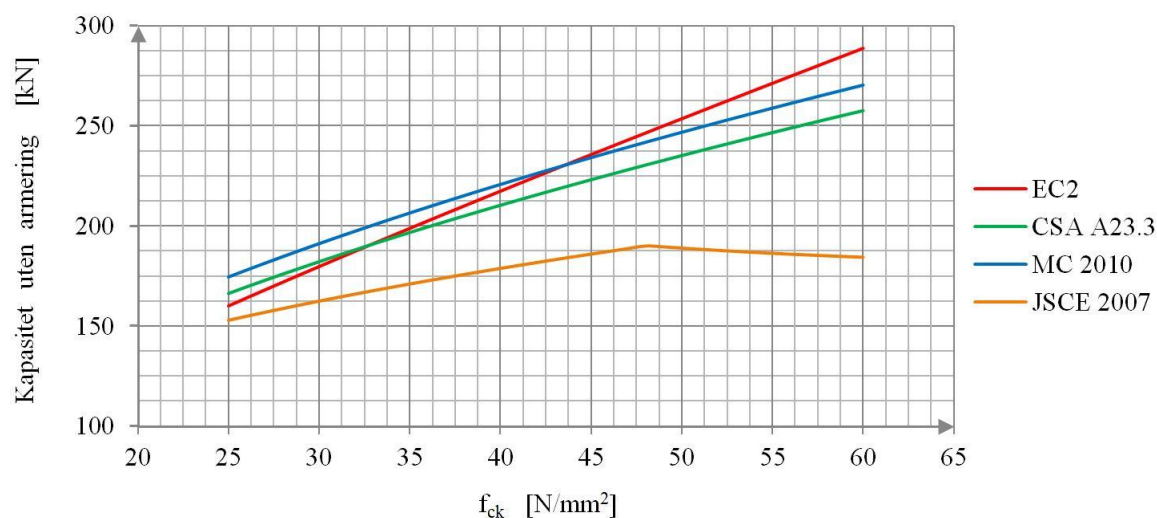
Den mest interessante observasjonen i dette tilfellet er den svært lave kapasiteten til JSCE 2007. En kan tydelig se en synkende tendens i fra B25 til B35 før det jevner seg ut. Faktoren f_{vcd} som inngår i likning (3.17) beregnes som den minste av $0,2 \cdot f_{cd}^{1/3}$ og 0,72, der dimensjonerende fasthet, f_{cd} , beregnes som f_{ck}/γ_b . Betongfasthet B25 gir dermed $f_{vcd} = 0,536$, mens B60 gir $f_{vcd} = 0,72$. En økning i karakteristisk fasthet fra B25 til B60 tilsvarer en økning på 140 %. For faktoren f_{vcd} tilsvarer den samme økningen bare 34 %. Da faktoren β_n også er synkende på grunn av økende momentkapasitet i tverrsnittet, vil grafen forholde seg relativt flat i hele fasthetsintervallet.

I figur 5.10, øverst på neste side, er aksialkraften satt til 1500 kN, noe som gir $\sigma_{cp} = 7,69$ N/mm² i henhold til EC2. σ_{cp} er i dette tilfellet større enn $0,2f_{cd}$ i hele fasthetsintervallet og EC2 får konstant stigningstall over det hele. JSCE 2007 har stigende kapasitet frem til karakteristisk fasthet 36 N/mm². Årsaken til at denne standarden også får en "topp" i dette punktet er beskrevet i forrige avsnitt. I tillegg er $\beta_n = 2,0$ frem til 36 N/mm² og avtar senere på grunn av at momentkapasiteten øker i takt med trykkfastheten.



Figur 5.10: Skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1500$ kN

I henhold til figur 5.11 synes JSCE 2007 nok en gang å ha den desidert laveste skjærkapasiteten, også med økende trykkfasthet. Kapasiteten til de øvrige standardene forblir uforandret fra $N_{Ed} = 1500$ kN til $N_{Ed} = 2000$ kN. Med en aksiallast på 2000 kN, presses lengdearmingen til det absolutt ytterste i bruddgrensetilstanden. Denne beregningen er kun av akademisk interesse, for å kunne vurdere om JSCE 2007 utøver samme forsiktighet som tidligere. Man kan tydelig se en kapasitetsøkning ved økende aksiallast, og toppunktet forflyttes fra omtrent B35 til B55.

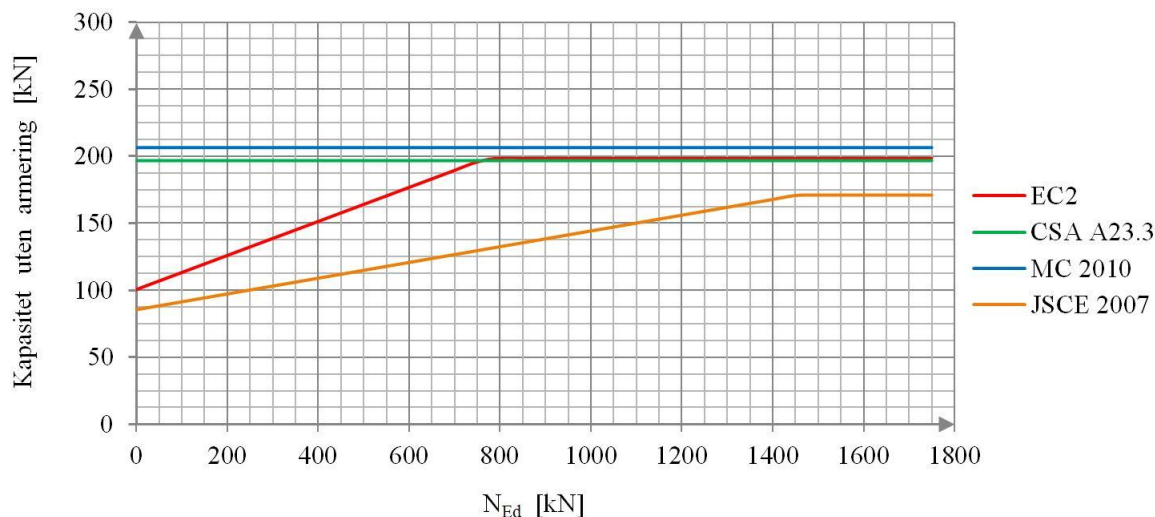


Figur 5.11: Skjærkapasitet ved økende trykkfasthet. $N_{Ed} = 2000$ kN

Av figur 5.10 og figur 5.11 ser man at EC2 har den største skjærkapasiteten fra og med 45 N/mm². Faktoren $C_{Rd,c}$ tar i henhold til EC2 hensyn til tilslagets størrelse og beregnes som $0,18/\gamma_c$. Som nevnt i kapittel 2.1.3 vil tilslagets fasthet avgjøre om aggregate interlock vil bidra til å overføre skjærkrefter. Dybeffekten antas også å være med på skjærkraftoverføring, og inngår eksplisitt i formlene (3.1) og (3.17), henholdsvis for EC2 og JSCE 2007. Slik det går frem av resultatene fra dette delkapittelet, ser det ikke ut som JSCE 2007 får en positiv effekt av disse forholdene, da en ser en svært lav skjærkapasitet sammenliknet med de andre standardene.

5.2.4 Varierende aksiallast

I beregningene som vises av figur 5.12 er tverrsnittet (300 mm x 650 mm) påført en økende aksiallast for å underbygge tendensen som ble vist i kapittel 5.2.3. Fastheten er i dette tilfellet satt til B35.



Figur 5.12: Skjærkapasitet ved økende aksiallast

MC2010 og CSA A23.3 har konstant kapasitet i hele intervallet. Disse standardene baserer seg som kjent på modifisert trykkfeltsteori, og tøyningene i tverrsnittet er avgjørende. Tøyningen beregnes etter formel (3.9), og den aksiale trykkraften skal inn med negativt fortegn. Verdien av ε_x blir derfor negativ i hele intervallet og skal i beregningene settes lik 0. Når det gjelder EC2, øker kapasiteten frem til $N_{Ed} = 750$ kN fordi $\sigma_{cp} < 0,2f_{cd}$. Fra og med 750 kN kan ikke verdien av σ_{cp} settes større enn $0,2f_{cd}$ og kapasiteten forholder seg dermed konstant. Kapasitetsuttrykket for betongbidraget etter EC2 er utarbeidet rent empirisk, og det bemerkes at denne sammenfaller godt med MC2010 og CSA A.23 for aksialkraft større enn 750 kN.

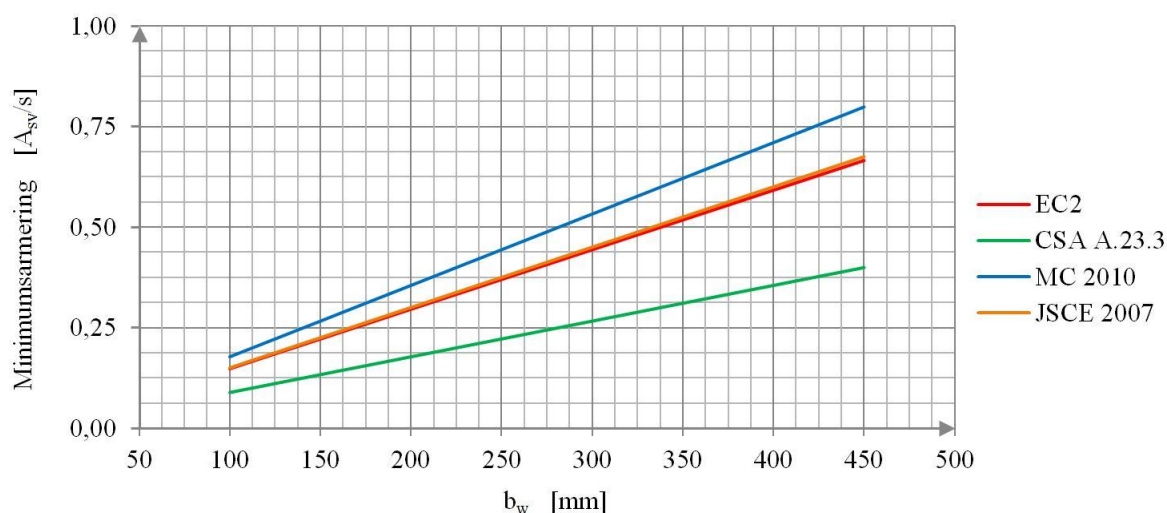
JSCE 2007 har også en stigende tendens ved økende aksiallast. Denne standarden tar som kjent hensyn til momentforholdene ved kritisk snitt, i kapasitetsuttrykket for betongbidraget. Den økende aksiallasten gjør at momentet ved opplegget på grunn av eksentrisiteten til lengdearmring også stiger. Dette forholdet påvirker β_n frem til den når sin maksimalverdi 2,0 ved $N_{Ed} = 1450$ kN.

5.3 Minimum skjærarmering

Minimum skjærarmering skal sikre at man får et forvarsel før kollaps, og uten denne armeringen ville bruddet bli mer uforutsigbart. I dette kapitlet presenteres alle tall med det såkalte bøyelforholdet som også benyttes i kapittel 5.1. Minimumsarmeringen er et empirisk tilpasset uttrykk og behandles til dels likt i alle standardene som ligger til grunn i denne rapporten.

5.3.1 Varierende bjelkebredde

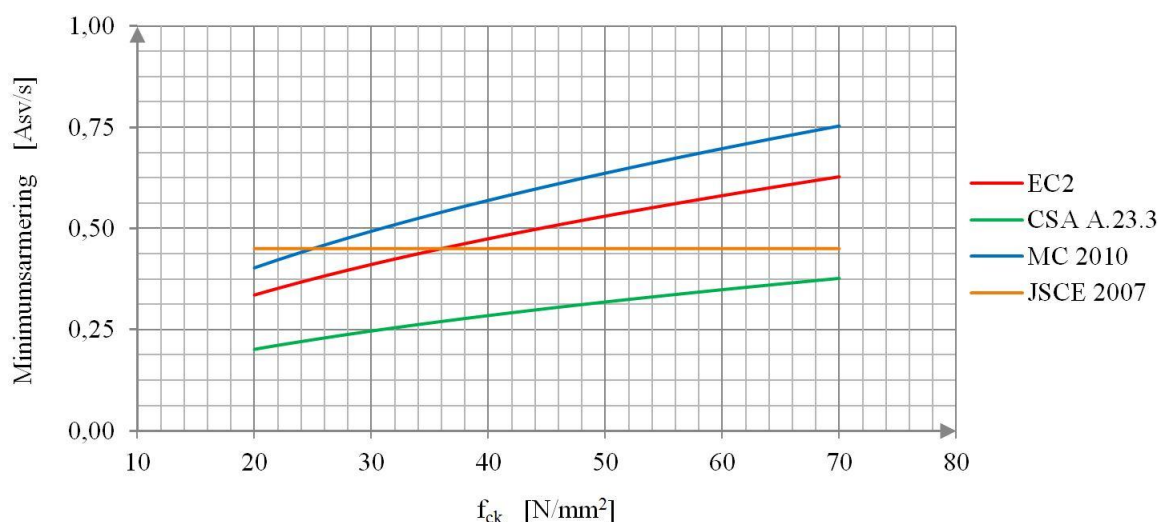
Formlene som inngår i beregningene i dette kapitlet påvirkes hverken av aksiallast eller tverrsnittshøyde. Figur 5.13 viser minimum bøyelforhold ved økende tverrsnittsbredde, og man ser lineære forhold i hele intervallet. I beregningene som er gjort så langt, har MC2010 og CSA A.23 vært samkjørte og tilnærmet like i de fleste tilfeller. Som nevnt tidligere skiller MC2010 mellom ny og eksisterende konstruksjon ved beregning av minimumsarmering. Ut ifra formlene (3.12) og (3.16), ser man at MC 2010 krever dobbelt så mye minimumsarmering som CSA A.23, henholdsvis på grunn av de empiriske konstantene 0,12 og 0,06. I tillegg bemerkes likheten mellom EC2 og JSCE 2007, selv om JSCE 2007 ikke tar hensyn til trykkfastheten.



Figur 5.13: Minimumsarmering med økende bjelkebredde

5.3.2 Varierende trykkfasthet

Ved økende trykkfasthet ser man av figur 5.14, øverst på neste side, den samme tendensen som ved økende bredde. Konstantene som inngår i formlene er i stor grad utslagsgivende for armeringsmengden. I JSCE 2007, jamfør formel (3.20), tas det ikke hensyn til trykkfastheten og den forholder seg derfor konstant i hele intervallet.



Figur 5.14: Minimumsarmering med økende trykkfasthet

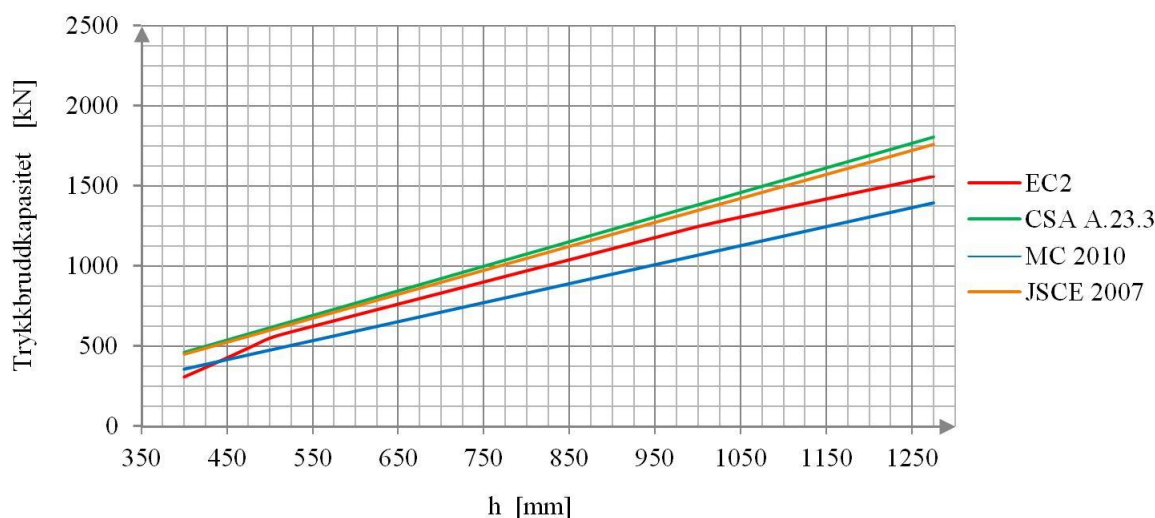
5.4 Trykkbruddkapasitet

I kapittel 2.3 foretas en grundig beskrivelse av de ulike beregningsmodellene som de aktuelle standardene bygger på, henholdsvis 45° fagverksmodell, fagverksmodell med variabel helning og modifisert trykkfeltsteori. I fagverksmodellene oppstår det diagonale trykkfelt initiert av skjærkraften. Som beskrevet i kapittel 2.1.1, inntreffer trykkbruddet når den minste hovedtrykkspenningen overskrider betongens karakteristiske trykkfasthet. Trykkbruddkapasiteten vil dermed være en øvre grense for hvilken skjærkraft en konstruksjonsdel kan ta opp.

I dette kapitlet sammenliknes standardenes øvre grense for skjærkapasitet med økende høyde, trykkfasthet og rissvinkel. Alle resultater som fremgår av dette kapitlet er i kN.

5.4.1 Varierende bjelkehøyde

Av beregningene utført i figur 5.15 ser man at trykkbruddkapasiteten øker lineært for alle standardene. Tverrsnittsbredden holdes konstant 300 mm, og $N_{Ed} = 1500$ kN.

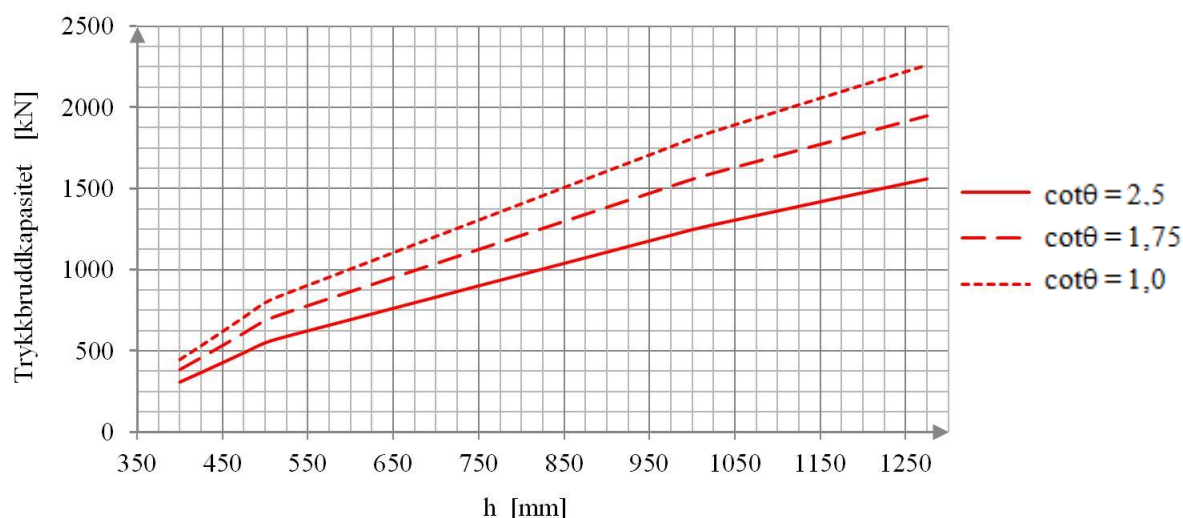


Figur 5.15: Trykkbruddkapasitet ved økende bjelkehøyde

JSCE 2007 og CSA A.23 baserer trykkbruddkapasiteten på empiriske tilnærminger, og det observeres at de sammenfaller særdeles godt. EC2 og MC2010 utleder trykkbruddkapasiteten ved å sette vertikalkomponenten av trykkresultanten i tverrsnittet lik opptredende skjærkraft. På grunn av empiriske tilpasninger av enkelte parametere ser man en noe større kapasitet hos EC2, sammenliknet med MC2010. EC2 og MC2010 er i tillegg de eneste standardene som tar hensyn til rissvinkelen i beregning av trykkbruddkapasiteten. I henhold til MC2010 blir rissvinkelen 29° da $\epsilon_x < 0$ grunnet aksiallastens størrelse.

I figur 5.15 på forrige side er EC2 beregnet med 22° , eller $\cot\theta = 2,5$. I figur 5.16 er det gjort en sammenlikning av EC2 med ulike rissvinkler innenfor intervallet $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$. En bjelke med høyde 850 mm vil ha 45 % større kapasitet dersom verdien av $\cot\theta$ reduseres fra 2,5 til 1.

Ved $h = 500$ mm ser man av figur 5.15 og figur 5.16 at EC2 endrer stigningstall. Faktoren α_{cw} som inngår i formel (3.4) påvirkes av den midlere trykkspenningen i tverrsnittet, σ_{cp} . Ved en økende aksiallast vil α_{cw} synke og dermed reduseres stigningstallet.



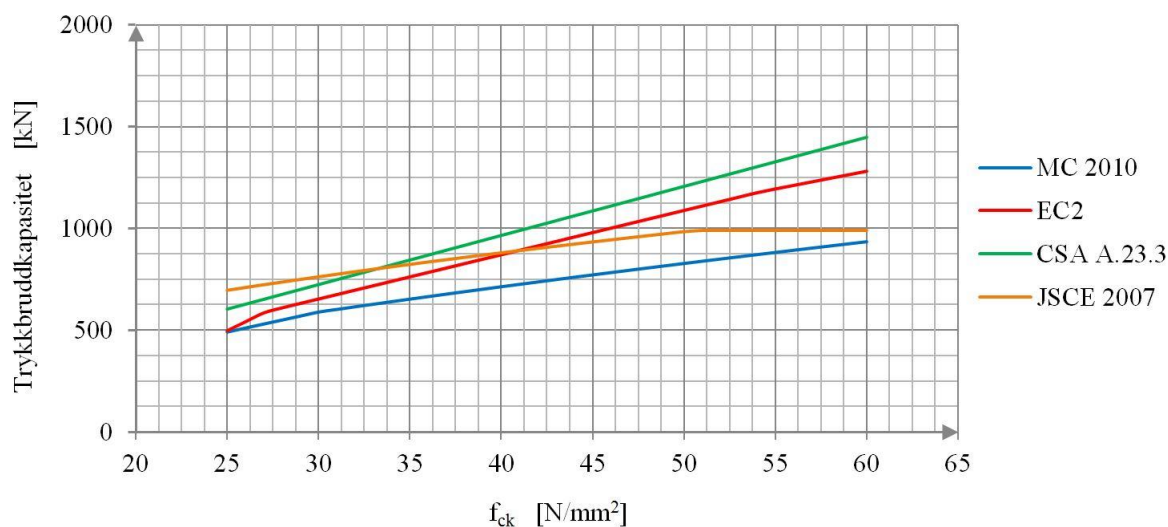
Figur 5.16: Trykkbruddkapasitet ved økende bjelkehøyde etter EC2

5.4.2 Varierende trykkfasthet

I kapasitetsuttrykkene som omhandler trykkbruddkapasitet inngår trykkfastheten som en parameter i samtlige standarder. Med det samme standardtverrsnittet som tidligere og en aksiallast på 1500 kN, varieres fasthetsklassen fra B25 til B60. Det er klart at fasthetsklasse B25 og B30 er lite hensiktsmessig når det gjelder spennarmerte konstruksjonsdeler. Kapasitetsuttrykkene for trykkbrudd er gjeldende for alle fastheter og intervallet utvides for å oppnå et bedre sammenlikningsgrunnlag av uttrykkene. Kapasitetene som fremgår av figur 5.17 ser ut til å følge noe av den samme tendensen som resultatene i kapittel 5.4.1. Merk at beregningene etter EC2 i figur 5.17 er utført med $\cot\theta = 2,5$ og en grundigere sammenlikning av denne standarden følger av figur 5.18.

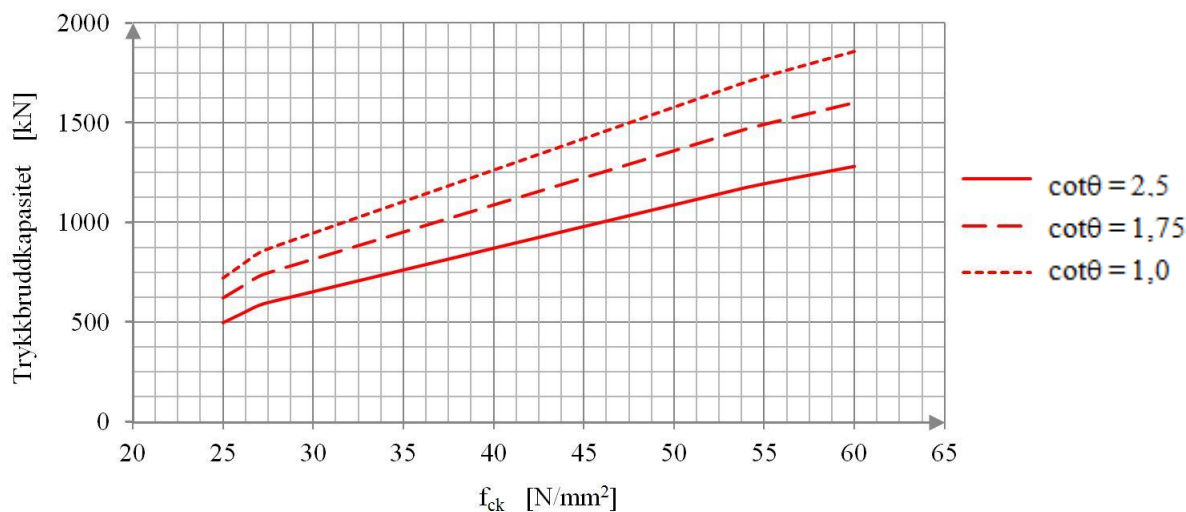
Av figur 5.17 ser man at JSCE 2007 når en øvre grense ved en trykkfasthet på 50 N/mm^2 . Faktoren f_{wcd} som tar hensyn til trykkfastheten i likning (3.19) etter JSCE 2007, er empirisk

utarbeidet og beregnes som den minste av $1,25 \cdot f_{cd}^{1/2}$ og 7,8. For karakteristiske fastheter større enn 50 N/mm^2 er $f_{wcd} = 7,8$, og den øvre trykkbruddkapasiteten er nådd. MC2010 har den laveste kapasiteten, og det bemerkes blant annet at CSA A.23 har 55 % større kapasitet ved trykkfasthet B60.



Figur 5.17: Trykkbruddkapasitet ved varierende trykkfasthet

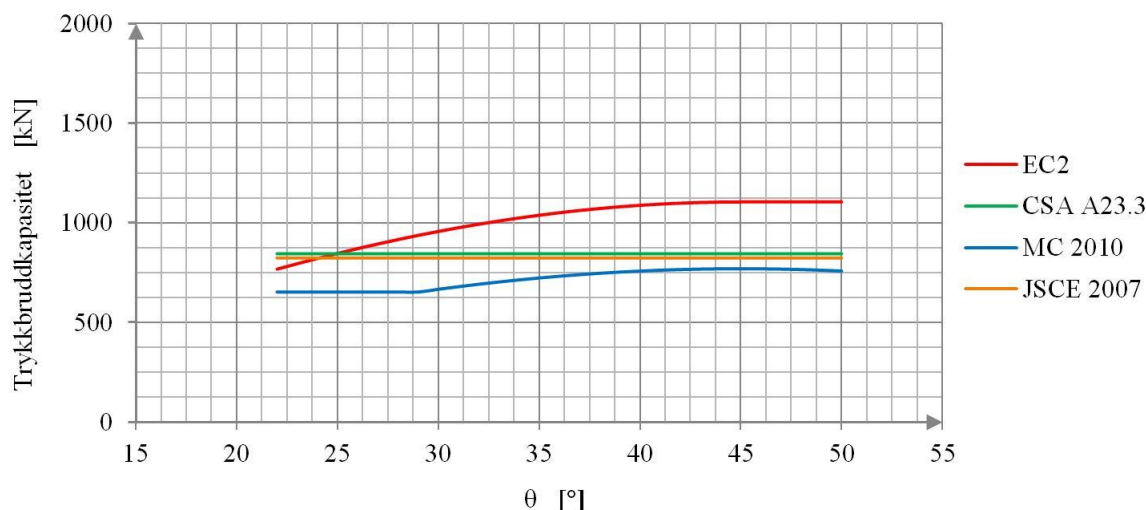
I likhet med kapittel 5.4.1 er det også her hensiktsmessig å ta med en egen graf for EC2, som viser trykkbruddkapasiteten med ulike valg av rissvinkler.



Figur 5.18: Trykkbruddkapasitet ved varierende trykkfasthet etter EC2

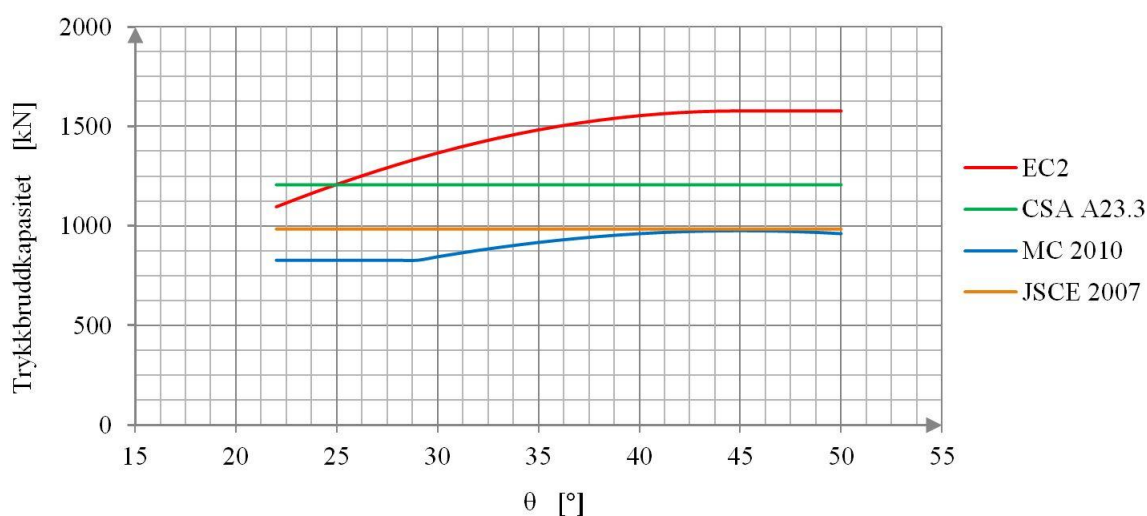
5.4.3 Varierende rissvinkel

Beregningene etter figur 5.19 og figur 5.20 viser henholdsvis trykkbruddkapasiteten med økende rissvinkel og betongfasthet B35 og B50. Tverrsnittet antas 300 mm x 650 mm. Som det fremgår av begge figurene har JSCE 2007 og CSA A23.3 konstant kapasitet i hele vinkelintervallet. Disse tar ikke hensyn til vinkelendringer i noen grad. Som nevnt i kapittel 5.1.4, er gyldighetsområdet for EC2 mellom 22° og 45°. Til sammenlikning vil MC2010 alltid være innenfor 29° til 50°, basert på tøyningen. Ut i fra figurene ser man at kapasiteten for EC2 flater ut etter 45°, og for MC2010 starter ikke kapasiteten å øke før $\theta > 29^\circ$



Figur 5.19: Trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - Betongfasthet B35

Dersom betongfastheten økes, som vist i figur 5.20 fra B35 til B50, ser man at samtlige standarder gir en større kapasitet. EC2 gir en atskillig større kapasitet sammenliknet med de øvrige. En fasthetsøkning fra B35 til B50 vil for CSA A.23 gi omtrent 43 % større kapasitet. Den samme økningen tilsvarer bare 20 % for JSCE 2007. Den strenge innvirkningen av trykkfasthet i henhold til JSCE 2007 er forklart tydelig nederst på side 33.



Figur 5.20: Trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - Betongfasthet B50

5.5 Oppsummering av analyse og resultat

Dimensjonering basert på fagverksmodeller

JSCE 2007 baserer kapasiteten til skjærarmeringsbøylene på 45° fagverksmodell. Som det fremgår i utledningen av denne modellen i kapittel 2.3.1, utelukker man en eventuell endring av rissvinkelen. I beregningene utført for armeringsbehov i kapittel 5.1 ser man at JSCE 2007, gjennomgående, har det største behovet for skjærarmering. Kombinasjonen av at rissvinkelen alltid settes til 45° , og et svært lavt betongbidrag er hovedårsaken til det store armeringsbehovet. I kapittel 2.1.2 argumenteres det for at rissvinkelen vil avta i trykksonen. I spennarmerte konstruksjonsdeler vil tverrsnittet påføres økt trykk fra forspenningen, og det er rimelig å anta at risset flater ut. Collins og Mitchell (1991) understreker også at rissvinkelen normalt sett er mindre enn 45° , og beregninger utført etter 45° fagverksmodell kan gi overdreven armeringsmengde.

Nakamura (2011) påpeker at bjelker med liten andel skjærarmering beregnet etter 45° fagverksmodell, gir et konservativt estimat på skjærkapasiteten på bakgrunn av et lavt betongbidrag og at rissvinkelen er konstant 45° .

EC2 baserer dimensjoneringen av skjæringsbøylene på fagverksmodell med variabel helning og sier at dersom skjærkraftkapasiteten til betongtverrsnittet er mindre enn opptredende skjærkraft, skal skjærarmeringen kunne oppta *hele* lasten. I kapittel 2.3.2 utledes kapasitetsuttrykket til skjærarmeringen, og i motsetning til 45° fagverksmodell vil trykkdiagonalene her kunne variere med ulik rissvinkel, θ . Ved sammenlikning av disse beregningsmodellene ser en at rissene, med bakgrunn i fagverksmodell med variabel helning, krysser flere skjærarmeringsbøyer og bidrar derfor til en større kapasitet.

Sett i sammenheng med JSCE 2007, ser en av beregningene i kapittel 5.1 at EC2 alltid ligger lavere i armeringsbehovet selv om EC2 ikke tar hensyn til betongens kapasitet. EC2 tillater til sammenlikning en mer fleksibel variasjon av rissvinkelen, men den skal likevel være innenfor intervallet 22° til 45° . Det viser seg at ulike valg av rissvinkel i henhold til EC2 gir store forskjeller i både trykkbruddkapasitet og armeringsbehov. Dersom man i henhold til EC2 setter skjærstrekkkapasiteten lik trykkbruddkapasiteten, kan vinkelen θ beregnes manuelt. Denne utledningen er vist i sin helhet i vedlegg A og tendensen viser at $\cot\theta = 2,5$ (22°) i de fleste tilfeller. Ved sammenlikning av figur 5.1 og figur 5.2 ser man at ved bruk av $\cot\theta = 1$ så er armeringsbehovet i EC2 større enn for JSCE 2007. For å undersøke hvilken betydning selve rissvinkelen har for armeringsbehovet, er det i figur 5.6 gjort beregninger med økende θ . Siden JSCE 2007 ikke har θ som varierende parameter, er behovet for armering konstant i hele intervallet. I dette tilfellet har EC2 det største armeringsbehovet, først og fremst på grunn av at betongbidraget ikke medregnes.

Ved beregninger etter fagverksmodell med variabel helning, påpeker Nakamura (2011) også her at den endelige kapasiteten er lavere enn den virkelige. Han henviser spesielt til at EC2 ikke tar med betongens kapasitet, noe han formoder gir store utslag på bjelker med lav skjærarmeringsmengde og stor aksiallast.

Dimensjonering basert på modifisert trykkfeltsteori

I kapittel 2.3.3 presenteres modifisert trykkfeltsteori. Figur 2.11 viser hvordan de indre krefte antas å opptre i henhold til den forenklede utgaven av modifisert trykkfeltsteori. Ved å kreve vertikal likevekt og samtidig medta betongens strekkfasthet fremgår likning (2.16) som et uttrykk der betongen selv bidrar med en kapasitet.

I beregningene utført etter MC2010 og CSA A.23.3 ser en ofte at resultatene sammenfaller. Det bemerkes også at disse har det laveste armeringsbehovet uavhengig av hvilken parameter som varieres. MC2010 og CSA A.23.3 beregner θ ut i fra tøyning i lengdearmeringen, som igjen er en funksjon av dimensjonerende krefter på bjelken. Som beskrevet i kapittel 2.3.3 behandler den modifiserte trykkfeltsteorien opprisset betong som et nytt materiale med unike spennings- og tøyningssammenhenger. Tøyningen inngår i faktorene β og k_v , som uttrykker hvor stor skjærspenning det nye materialet kan overføre med tanke på aggregate interlock. Disse igjen inngår i formel (3.8) og (3.13), og beregner betongbidraget for henholdsvis CSA A.23 og MC2010. I beregningen av tøyningen, ϵ_x , skal aksiallasten inngå som negativ. Dette resulterer til at den tøyningen blir negativ, og settes dermed til null videre i beregningene. Praktisk sett kan dette tolkes som at aksiallastens størrelse gjør at bjelken vil stuke seg sammen i lengderetning. Ved $\epsilon_x = 0$, vil β og k_v kun avhenge av tilslaget og dets evne til å overføre skjærspenninger alene. Dersom tøyningen hadde vært positiv, ville faren for at det oppstår riss vært større og man kan se direkte at θ ville økt slik uttrykket er definert. Sett i sammenheng med teorien presentert i kapittel 2.1.2, skjærriss i strekk- og trykksone, virker det rasjonelt at faktorene β og k_v reduseres for $\epsilon_x > 0$.

Basert på Nakamura (2011) sin sammenlikning av dimensjoneringsprosedyrer og testresultater, påpeker han at standardene som beregnes etter modifisert trykkfeltsteori gir det beste estimatet på skjærkapasiteten av spennarmerte betongbjelker.

Skjærkapasitet uten skjærarmering

I resultatene som fremgår av kapittel 5.2 er det gjort beregningsforsøk av kapasiteten uten skjærarmering for de fire standardene. I EC2 og JSCE 2007 er betongbidraget på rene empiriske uttrykk, i motsetning til CSA A.23 og MC2010 som er teoretisk basert. En interessant observasjon er at kapasiteten til EC2 ser ut til å sammenfalle godt med de teoretiske uttrykkene fra modifisert trykkfeltsteori.

I beregningen av skjærkapasiteten er det kun JSCE 2007 som ikke tar hensyn til tilslaget og derfor neglisjeres bidraget fra aggregate interlock. Til sammenlikning er det bare EC2 og JSCE 2007 som tar hensyn til lengdearmeringens virkning, og dybeleffekten vektlegges ikke i like stor grad som i standardene med utgangspunkt i modifisert trykkfeltsteori. JSCE 2007 har i alle beregningene den laveste skjærkapasiteten, uansett hvilken parameter som varieres. Som nevnt i kapittel 5.2.3, stiller JSCE 2007 et strengt krav til betongfastheten gjennom parameteren f_{vcd} . Ved å kombinere en lav aksiallast og økende betongfasthet ser en av figur 5.9 at JSCE 2007 har en synkende tendens. Ved nærmere ettersyn vil produktet $\beta_n \cdot f_{vcd}$ være tilnærmet 1,0 for alle valg av trykkfastheter. Verdien av faktoren f_{vcd} stiger med økende fasthet, men utlignes av at β_n synker på grunn av at momentkapasiteten, M_{ud} , også øker.

Som det fremgår av figur 5.10 og figur 5.11 ser man at skjærkapasiteten for JSCE 2007 stiger noe med økende aksiallast, men den er likevel langt under de øvrige standardene. I tillegg bemerkes det at kapasiteten CSA A23.3 og MC2010 ikke påvirkes av en økende aksiallast, dels på grunn av tøyningbegrensningene som nevnt på forrige side.

Trykkbruddkapasitet og minimum skjærarmering

Trykkbruddkapasitet og minimum skjærarmering danner henholdsvis øvre og nedre begrensning ved dimensjonering for skjær, og er viktige kontroller som må tilfredsstilles i alle tilfeller. CSA A.23.3 ser ut til å ha det minste behovet for minimumsarmering, men den største trykkbruddkapasiteten. Når det gjelder minimumsarmering ser man av kapittel 5.3.1 store forskjeller. MC2010 krever dobbelt så mye minimumsarmering som CSA A.23.3. JSCE 2007 og EC2 er tilnærmet like ved økende bjelkebredde. Til sammenlikning endrer ikke JSCE 2007 nivået på minimumsarmeringen ved økende trykkfasthet, da den ikke tar hensyn til dette i beregningen. Som tidligere nevnt, er trykkbruddkapasiteten i JSCE 2007 og CSA A.23.3 tilpasset etter forsøk. Ut i fra figur 5.15 ser man at disse korrelerer og har tilnærmet likt stignings-tall. I likhet med kapasitet uten skjærarmering, setter JSCE 2007 også inn begrensninger på fastheten ved beregning av trykkbruddkapasiteten.

I kapittel 5.4 har det vært nyttig å fremstille egne beregninger for EC2, da kapasiteten påvirkes i stor grad ut i fra valg av rissvinkel. Helhetlig sett, ser det ut som at $\cot\theta = 2,5$ sammenfaller best med de resterende standardene.

6 Diskusjon

6.1 Diskusjon av metode og utførelse

Metode

Ved å bruke en kvantitativ metode vil resultatet gi et tallmessig datasett fra de utvalgte standardene. En negativ konsekvens av metodevalget, er at eventuelle feiltolkninger av dimensjoneringsstandardene kan ha stor innvirkning på resultatet, og kan samtidig være vanskelig å oppdage. Etterprøvarheten ansees likevel som høy, da alle beregningene tar utgangspunkt i godt etablerte standardverk.

Armeringsbehov og kapasitet uten skjærarmering er to sentrale aspekter når det kommer til skjærdimensjonering. Trykkbruddkapasitet og minimumsarmering danner henholdsvis øvre og nedre begrensning og må alltid tilfredsstilles. De nevnte faktorene vil ikke bare gi svar på hvor mye armering som er nødvendig for en gitt last, men de vil også bidra til å gi et helhetlig bilde av dimensjoneringsprosessen.

Undersøkelsesobjektene som er valgt til denne rapporten har som hensikt å danne et pålitelig sammenlikningsgrunnlag som kan knyttes direkte til problemstillingen. Siden objektene inngår i alle de utvalgte standardene, sikres validiteten, da man faktisk måler det man har som hensikt å måle. Dersom trykkbruddkapasitet og minimumsarmering hadde vært utelatt fra beregningene, ville man ikke kunne redegjøre for hvordan standardene hadde forholdt seg i ytterpunktene og konklusjon ville blitt mindre pålitelig.

De valgte variablene har som hensikt å gjøre objektene til konkrete og målbare størrelser. I denne rapporten er utvelgelsen av variabler basert på parametere som ut i fra formelverket har den største direkte påvirkningen på undersøkelsesobjektene.

Armeringsbehovet ved en gitt last, tar hovedsaklig utgangspunkt i bøylenes evne til å overføre skjærkrefter. Som et eksempel, er det i dette tilfellet lite hensiktsmessig å la trykkfastheten være en egen variabel.

Når det gjelder skjærkapasiteten til betongen, ble variablene prinsipielt basert på geometri, trykkfasthet og aksiallastens påvirkning. Som det presenteres i kapittel 2.1.2 vil rissvinkelen være mindre i trykksonen enn i strekksonen. Ut ifra dette skulle en tro at en økende aksiallast har stor innvirkning på skjærkapasiteten. Dette illustreres av figur 5.12, og det er kun i EC2 og JSCE 2007 dette er av betydning. Det bør også sies, at ved å se bort i fra aksiallasten fra spennarmeringen ($N_{Ed} = 0$), er skjærkapasiteten til standardene basert på MTFT omlag dobbelt så stor som standardene basert på fagverksmodeller.

Sett i ettertid hadde det også vært interessant å undersøke hvordan tilslagsstørrelse og lengdearmering påvirker skjær- og trykkbruddkapasiteten, da med tanke på aggregate interlock og dybeleffekten. Disse faktorene inngår kun indirekte i kapasitetsformlene, mens dybeleffekten inngår kun i de empiriske kapasitetsformlene til EC2 og JSCE 2007.

Utførelse og begrensninger

En svakhet ved denne oppgaven er at resultatene baserer seg på relativ få tverrsnitt. Sett bort i fra beregningene utført med økende høyde eller bredde, tar de resterende beregningene utgangspunkt i et tverrsnitt med mål 300 mm x 650 mm. Da tverrsnittsalget er basert på momentdimensjonering og nedbøyningsberegning, jamfør kapittel 4.2.3, er det grunn til å tro at resultatene fremstår som pålitelige. På grunn av rapportens omfang og kompleksitet, har begrensningene rundt tverrsnittsdimensjoner vært nødvendige. En annen mulig tilnærming, kunne vært at beregningene hadde blitt utført med et større utvalg av tverrsnitt og færre variable. Ved et færre utvalg av variable ville ikke resultatet besvart problemstillingen i like stor grad.

I kapittel 5.1 og 5.3 uttrykkes resultatene med et såkalt bøyleforhold. Argumentasjonen for å fremstille resultatene med bøyleforholdet, er at man kan påføre et gitt tverrsnitt ulike skjærkrefter, og deretter måle responsen ved hjelp av det nødvendige bøyleforholdet. Alternativt kunne man fremstilt resultatet slik de er presenteres i standardene, men ulempen er da at man må låse seg til parametere, og formelen hadde blitt mindre fleksibel. På en annen side, kunne man ved å låse seg til en gitt senteravstand og bøylediameter vurdert hvilke forhold som i størst grad påvirker den totale skjærkapasiteten, eksempelvis aksialkraftens størrelse.

I kapittel 2.2 beskrives teori i forbindelse med spennarmering og tap av spennkraft på grunn av ulike faktorer. Der hvor aksiallasten inngår som variabel, er denne korrigert for tap av spennkraft. Generelt har fokuset rundt arbeidet med denne rapporten vært å initiere like krefter, for deretter å måle responsen hver enkelt standard gir. En svakhet ved dette, er at man neglisjerer hvordan standardene omgjør karakteristiske laster til dimensjonerende laster.

6.2 Diskusjon av analyse og resultat

Beregningsmodellene danner grunnlaget for hvordan de ulike standardene beregner skjærkapasiteten til bjelker. Det har vist seg at de ulike beregningsmodellene har stor innvirkning på undersøkelsesobjektene som er tilegnet denne rapporten. Beregningsmodellene er detaljert beskrevet og utledet i kapittel 2.3 for at man i diskusjon skal kunne diskutere årsaker til forskjellene mer utfyllende.

JSCE 2007 dimensjonerer som kjent etter 45° fagverksmodell. Analysen viser at JSCE 2007 gjennomgående har det største armeringsbehovet og samtidig den minste betongkapasiteten. Det kan tyde på at tverrsnittet overdimensjoneres, og i tillegg kan man se tendensen til underestimert av tverrsnittets totale skjærkapasitet. Et overdimensjonert tverrsnitt kan være uheldig både med tanke på duktilitet og hvilket sikkerhetsnivå standarden legger seg på.

EC2 beregner skjærkapasiteten etter fagverksmodell med variabel helning med en øvre og nedre begrensning av rissvinkelen. Den øvre og nedre begrensningen av $\cot\theta$ gir store kapasitetsforskjeller, og det anbefales at rissvinkelen beregnes manuelt. Analysen viser at den beregnede rissvinkelen gir $\cot\theta = 2,5$ i de fleste tilfeller, noe som synes å sammenfalle bedre med standardene beregnet etter modifisert trykkfeltsteori enn med 45° fagverksmodell. Det kan tenkes at forhold som duktilitets- og bruddegenskaper er medvirkende årsaker til den noe uklare definisjonen av rissvinkelen i EC2.

Dersom den oppredende skjærkraften er større enn kapasiteten til tverrsnittet, skal skjærarmingen, i henhold til EC2, kunne oppta hele skjærkraften. Med andre ord vil det si at EC2 neglisjerer betongens kapasitet i disse tilfellene. Kombinasjonen av å se bort fra betongbidraget og dimensjonere etter fagverksmodell synes til sammenlikning med CSA A23.3 og MC 2010 å gi et større bøyeforhold enn nødvendig. En konsekvens av dette er at EC2 ikke utnytter den positive virkningen som tilføyes av forspenningen. Jmfør kapittel 2.1.2, kan man utelukkende se en positiv effekt av forspenningen, da dette bidrar til at θ blir slakere og dermed fordeles risset over flere antall skjærbøyer.

Standardene som dimensjonerer etter modifisert trykkfeltsteori har et stort betongbidrag og en vesentlig mindre beregningsmessig rissvinkel enn de øvrige standardene. Denne kombinasjonen resulterer i det laveste armeringsbehovet. MC2010 nivellerer skjærdimensjoneringen i totalt fire ulike nivåer. Sammenliknet med de andre standardene gir MC2010 dermed brukeren større innsikt og en bedre forståelse av hva som skjer ut i fra ønsket nøyaktighet, tidsforbruk og konstruksjonsdelens kompleksitet.

Nakamura (2011), hevder at standarder som dimensjonerer etter fagverksmodeller har en antydning til å underestimere skjærkapasiteten. Ut ifra resultatene i vår rapport, ser det ut til at det manglende betongbidraget i EC2, sett i lys av å dimensjonere etter fagverksmodell peker i konservativ retning, selv med rissvinkel 22° . Generelt sett ser det ut til at standardene som dimensjonerer etter fagverksmodeller har et større armeringsbehov sammenliknet med de standardene som benytter modifisert trykkfeltsteori.

6.3 Andre perspektiver

Selv om denne rapporten har en analytisk tilnærming, er det også viktig å diskutere konsekvensen av forskjellene mellom standardene i andre perspektiver. Det er naturlig at miljø, økonomi og sikkerhet er av større samfunnsmessig nytte enn kun det beregningstekniske.

Slik det fremgår av kapittel 5.1, kan man se betydelige forskjeller i behovet for skjærarmoring. JSCE 2007 har gjennomgående et større behov for armering enn de andre utvalgte standardene. Av figur 5.1 ser man at ved en skjærkraft på 500 kN, krever JSCE 2007 94 % mer armering enn MC 2010 ved eksakt like forutsetninger. Til sammenlikning har EC2 23 % større armeringsbehov med samme utgangspunkt. Nakamura (2011), påpeker at standardene som dimensjonerer etter modifisert trykkfeltsteori har den beste tilnærmingen til den reelle skjærkapasiteten. Som kjent er armering en ikke-fornybar ressurs og forbruket bør holdes på et minimum, så sant det ikke går på bekostning av sikkerhet. Dersom antagelsen til Nakamura stemmer, tyder det på at standardene som dimensjonerer etter fagverksmodeller gir en større miljøbelastning grunnet overforbruk av kritiske ressurser.

Sett i et samfunnsøkonomisk perspektiv bør både dimensjoneringsarbeidet og arbeidet i produksjonsfasen, foregå så effektivt som mulig. Da JSCE 2007 tilnærmet krever dobbelt så mye armering ved økende skjærkraft sammenliknet med MC2010, vil de økonomiske konsekvensene av hvilken beregningsmodell som følges, være av stor betydning. Som kjent tillater MC2010 å dimensjonere etter fire ulike nivåer. Dette gir brukeren en bedre forståelse, og samtidig rett til å velge metode ut i fra kompleksitet og ressursbruk.

EC2 og MC2010 beregner den dimensjonerende trykkfastheten som 56 % av den karakteristiske fastheten. Tilsvarende i CSA A.23.3 og JSCE 2007 er henholdsvis 65 % og 76 %. Med andre ord, vil det si at JSCE 2007 tillater at materialet tåler 35 % mer enn EC2 og MC2010. Som det fremgår av analysen har JSCE 2007 den desidert laveste kapasiteten på bjelker uten skjærarmering. Det er derfor bemerkelsesverdig hvor stor sikkerhet som legges inn i kapasitetstrykket til betongen, med tanke på de store forskjellene i trykkfastheten. Dette kan synes å underbygge Nakamuras påstander om at JSCE 2007 underestimerer den totale skjærkapasiteten.

Det kan i den sammenheng spekuleres i hvorvidt JSCE 2007 og EC2 legger seg på et høyere sikkerhetsnivå med hensikt. Dersom dette er tilfelle, kan en mer klimavennlig dimensjonering gå på bekostning av sikkerheten. I en slik sammenheng kommer etiske problemstillinger til syne, og sentrale spørsmål om hvor mye et menneskeliv er verdt, må vurderes. Dette scenariot kan bli uheldig, og man kan muligens få en uønsket skjevfordeling av de sikkerhetsmessige-, miljømessige- og økonomiske aspekter. Uansett kan en betrakte landene hvor standardene er representert som foregangsland innen klima og miljø. Et stort internasjonalt press på kutt i CO₂-utslipp er sannsynligvis en av de største miljøutfordringene vi står overfor i fremtiden, og trangen til nytenkning blir desto viktigere.

6.4 Oppsummering

Ved bruk av rissvinkel 22° ($\cot\theta = 2,5$), har EC2 et større armeringsbehov enn CSA A.23.3 og MC2010, men til gjengjeld langt mindre enn JSCE 2007. JSCE 2007 har i denne rapporten vist seg å være den standarden som krever mest skjærarmering og har samtidig den laveste kapasiteten uten skjærarmering. I henhold til EC2 neglisjeres betongens evne til å overføre skjærkrefter fullstendig, dersom det beregningsmessig kreves skjærarmering. Dette resulterer derfor i et større armeringsbehov i EC2 enn CSA A.23.3 og MC 2010, selv med $\theta = 22^\circ$. En negativ konsekvens av at EC2 utelukker betongbidraget, er at spennarmeringen ikke har noen innvirkning på skjærarmeringsbehovet.

Formelen for skjærkapasitet uten skjærarmering, er i EC2 empirisk basert. Denne formelen ser ut til å sammenfalle godt med de teoretiske uttrykkene fra MC 2010 og CSA A.23.3, som tar utgangspunkt i modifisert trykkfeltsteori. I motsetning til skjærarmeringsbehovet, har spennarmeringen i denne sammenhengen innvirkning på betongens skjærkapasitet i EC2.

I beregningene av minimumsarmering viste det seg at EC2 legger seg på et nivå mellom CSA A.23.3 og MC 2010, både for varierende trykkfasthet og bjelkebredde. Av beregningene ser en at trykkbruddkapasiteten til EC2 viser store likhetstrekk til de andre utvalgte standardene.

I denne rapporten er det utledet et eget uttrykk for rissvinkelen etter EC2, med hensyn på trykkbruddkapasiteten. Nakamura (2011) konkluderer med at standarder basert på modifisert trykkfeltsteori gir det mest reelle estimatet av skjærkraftskapasiteten. Ut ifra våre beregninger, med det egendefinerte uttrykket for rissvinkelen, ser man at EC2 sammenfaller best med standardene basert på modifisert trykkfeltsteori ved bruk av lave rissvinkler. Det anbefales derfor at det benyttes $\theta = 22^\circ$ ($\cot\theta = 2,5$), både i kapasitetsberegninger for skjærarmering og trykkbrudd.

6.5 Forslag til videre arbeid

- Økonomi og miljø har ikke vært i fokus i denne rapporten. Et interessant tema ville vært å gå i dybden i økonomiske, eller miljømessige konsekvenser som følger av de ulike beregningsmetodene.
- I denne rapporten benyttes partialfaktorene slik de er definert i de respektive standardene. Dette viser seg å gi store forskjeller i den dimensjonerende trykkfastheten. Det kan derfor være interessant å undersøke hvilken innvirkning partialfaktorene har på den endelige kapasiteten.
- Gjøre en sammenlikning av slakkarmerte og spennarmerte bjelker, for så å analysere hvilken effekt spennarmeringen har på skjærkapasiteten, med bakgrunn i ulike beregningsmetoder og dimensjoneringsstandarder.

7 Referanser

Bentz, E. C., F. J. Vecchio og M. P. Collins (2006) Simplified modified compression-field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. I: *ACI Structural Journal*, Vol. 103.

Betongelementforeningen (2010) *Betongelementboken; bind A*. OSLO: Betongelementforeningen.

CEB-FIP (2010a) *Bulletin 57: Shear and punching shear in RC and FRC elements*. Lusanne, Sveits: International Federation for Structural Concrete.

CEB-FIP (2010b) *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Lusanne, Sveits: International Federation for Structural Concrete.

CEN (2005) *NS-EN 10080: Armeringsstål, sveisbar armering - Del 1: Generelle krav*: Den europeiske standardiseringsorganisasjonen.

CEN (2008) *NS-EN 1992-1-1: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*: Den europeiske standardiseringsorganisasjonen.

Collins, M. P. og D. Mitchell (1991) *Prestressed concrete structures*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.

CSA (2010) *CSA A23.3-04: Design of concrete structures*: Canadian Standards Association.

Engen, M. (2012) *Sammenligning av metoder for skjærdimensjonering av betong*, NTNU - Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet.

IPPC (2013) *FNs klimapanelers femte hovedrapport: Klima i endring*: Intergovernmental Panel on Climate Change (FNs klimapanel).

Jacobs, J.-P. (2008) *Eurocode 2: Commentary* European Concrete Platform ASBL.

JSCE (2007) *Standard Specifications for Concrete Structures: Design*. Tokyo, Japan: Japan Society of Civil Engineers.

KLD. (2012) *Norsk klimapolitikk: Stortingsmelding 21*, Klima- og miljødepartementet (KLD).

Nakamura, E. (2011) *Shear Database for Prestressed Concrete Members*, University of Texas.

Røhne, K. og K. Vangestad (2001) *Betongkonstruksjoner: prosjektering*. Oslo: Gyldendal yrkesopplæring.

Sørensen, S. I. (2013) *Betongkonstruksjoner: beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*. Trondheim: Akademika.

Vecchio, F. J. og M. P. Collins (1986) *The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. ACI Structural Journal b. Vol. 83, No. 2.

Walraven, J. C. (1980) *Aggregate interlock : a theoretical and experimental analysis / Joost Cornelis Walraven*. Delft: Delft University Press.

Vedlegg A Tolkning av rissvinkel i Eurocode 2

EC2 definerer ikke et konkret uttrykk for rissvinkelen, men nevner likevel at den bør beregnes. Her gjøres det et forsøk på å utlede et uttrykk som fører frem til vinkelen θ . Først settes kapasitetsformelen for skjærbøylor lik trykkbruddkapasiteten og løses deretter med hensyn på bøyleforholdet A_{sw}/s . Som vist i likning (A.3) vil dette være det maksimale bøyleforholdet man kan ha før trykkbruddkapasiteten overskrides. I henhold til EC2 likning (6.10aN) settes v_1 til 0,6.

$$V_{Rd,s} = V_{Rd,max}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (A.1)$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \left(\frac{1}{\cot \theta + \tan \theta} \right) \quad (A.2)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \left(\frac{1}{\cot \theta + \tan \theta} \right)$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right)^{\max} = 0,6 \cdot \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot \frac{f_{cd}}{f_{ywd}} \cdot \left(\frac{1}{\cot^2 \theta + 1} \right) \quad (A.3)$$

Ved å kombinere likning (A.1) med likning (A.2) vil man få den maksimale skjærkapasiteten til armeringsbøylene med hensyn på trykkbruddkapasiteten vist i likning (A.4).

$$V_{Rd,s}^{\max} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)^{\max} z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (A.4)$$

Ved å anta $z = 0,9d$ vil uttrykket for maksimal skjærkapasitet følge likning (A.5).

$$V_{Rd,s}^{\max} = 0,54 \cdot \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{\cot \theta}{\cot^2 \theta + 1} \right) \quad (A.5)$$

Ved å sette $V_{Rd,s}^{\max} = V_{Ed}$ kan det deretter omskrives til et uttrykk hvor man isolerer alle ledd som inneholder $\cot \theta$ på en side. For å forenkle beregningsgangen videre defineres høyre side av uttrykket under som et "vinkelparameter" ω . Parameteren ω er eksakt lik den som ble presentert i kapittel 3.1.

$$\left(\frac{\cot \theta}{\cot^2 \theta + 1} \right) = \frac{V_{Ed}}{0,54 \cdot \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd}} = \omega$$

$$\left(\frac{\cot \theta}{\cot^2 \theta + 1} \right) = \omega \quad \Rightarrow \quad \cot \theta = \omega \cdot (\cot^2 \theta + 1)$$

$$\omega \cdot \cot^2 \theta - \cot \theta + \omega = 0 \quad (\text{A.6})$$

Ut i fra likning (A.6) kan man gjenkjenne en ordinær andregradslikning. Denne kan enkelt løses med andregradsformelen og man har et uttrykk for den effektive rissvinkelen.

$$\cot \theta = \frac{1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2 - 1} \quad \text{eller} \quad \theta = \operatorname{arccot} \left(\frac{1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2 - 1} \right) \quad (\text{A.7})$$

Som nevnt i kapittel 3.1 begrenser EC2 $\cot \theta$ mellom 1 og 2,5. Med andre ord vil det si at rissvinkelen skal ligge mellom $21,8^\circ$ og 45° . Ved å sette inn disse begrensningene i uttrykk (A.7) finner man øvre og nedre verdi for parameteren ω .

$$\frac{1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2 - 1} = 1,0 \quad \text{gir} \quad \omega = 0,5$$

$$\frac{1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2 - 1} = 2,5 \quad \text{gir} \quad \omega = 0,3448$$

Kort oppsummert kan følgende formuleres:

$$\omega \leq 0,3448 \quad \text{gir} \quad \cot \theta = 2,5 \quad (21,8^\circ)$$

$$0,3448 \leq \cot \theta \leq 0,5 \quad \text{gir} \quad \cot \theta = \frac{1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\omega}\right)^2 - 1}$$

$$\omega \geq 0,5 \quad \text{gir} \quad \cot \theta = 1 \quad (45^\circ)$$

Vedlegg B Resultater fra beregninger

B.1 Armeringsbehov

Tabell B.1: Resultater for armeringsbehov ved økende skjærkraft

V_{Ed} [kN]	EC2	CSA A.23.3	MC2010	JCSE 2007	EC2 cot $\theta = 1$	EC2 cot $\theta = 1,75$	EC2 cot $\theta = 2,5$
100,0	0,2020	-0,2707	-0,2980	0,1585	0,2020	0,2886	0,5051
120,0	0,2424	-0,2148	-0,2420	0,2218	0,2424	0,3463	0,6061
140,0	0,2828	-0,1588	-0,1860	0,2857	0,2828	0,4040	0,7071
160,0	0,3232	-0,1028	-0,1300	0,3500	0,3232	0,4618	0,8081
180,0	0,3636	-0,0468	-0,0741	0,4143	0,3636	0,5195	0,9091
200,0	0,4040	0,0092	-0,0181	0,4787	0,4040	0,5772	1,0101
220,0	0,4444	0,0652	0,0379	0,5430	0,4444	0,6349	1,1111
240,0	0,4848	0,1212	0,0939	0,6071	0,4848	0,6926	1,2121
260,0	0,5253	0,1772	0,1499	0,6711	0,5253	0,7504	1,3131
280,0	0,5657	0,2332	0,2059	0,7348	0,5657	0,8081	1,4141
300,0	0,6061	0,2892	0,2619	0,7983	0,6061	0,8658	1,5152
320,0	0,6465	0,3452	0,3179	0,8616	0,6465	0,9235	1,6162
340,0	0,6869	0,4011	0,3739	0,9246	0,6869	0,9812	1,7172
360,0	0,7273	0,4571	0,4299	0,9873	0,7273	1,0390	1,8182
380,0	0,7677	0,5131	0,4859	1,0730	0,7677	1,0967	1,9192
400,0	0,8081	0,5691	0,5418	1,1594	0,8081	1,1544	2,0202
420,0	0,8485	0,6251	0,5978	1,2464	0,8485	1,2121	2,1212
440,0	0,8889	0,6811	0,6538	1,3337	0,8889	1,2698	2,2222
460,0	0,9293	0,7371	0,7098	1,4215	0,9293	1,3276	2,3232
480,0	0,9697	0,7931	0,7658	1,5096	0,9697	1,3853	2,4242
500,0	1,0101	0,8491	0,8218	1,5981	1,0101	1,4430	2,5253
520,0	1,0505	0,9051	0,8778	1,6869	1,0505	1,5007	2,6263
540,0	1,0909	0,9611	0,9338	1,7760	1,0909	1,5584	2,7273
560,0	1,1313	1,0170	0,9898	1,8655	1,1313	1,6162	2,8283
580,0	1,1717	1,0730	1,0458	1,9552	1,1717	1,6739	2,9293
600,0	1,2121	1,1290	1,1018	2,0451	1,2121	1,7316	3,0303
620,0	1,2525	1,1850	1,1577	2,1353	1,2525	1,7893	3,1313
640,0	1,2929	1,2410	1,2137	2,2257	1,2929	1,8470	3,2323
660,0	1,3333	1,2970	1,2697	2,3164	1,3333	1,9048	3,3333
680,0	1,3935	1,3530	1,3257	2,4072	1,3737	1,9625	3,4343
700,0	1,4946	1,4090	1,3817	2,4983	1,4141	2,0202	3,5354
720,0	1,6017	1,4650	1,4377	2,5895	1,4545	2,0779	3,6364
740,0	1,7156	1,5210	1,4937	2,6809	1,4949	2,1356	3,7374
760,0	1,8370	1,5770	1,5497	2,7725	1,5354	2,1934	3,8384
780,0	1,9667	1,6329	1,6057	2,8643	1,5758	2,2511	3,9394

Tabell B.2: Resultater for armeringsbehov ved økende aksiallast

N_{Ed} [kN]	EC2	CSA	MC2010	JCSE 2007
100	0,8081	0,5691	0,5418	1,5291
150	0,8081	0,5691	0,5418	1,5142
200	0,8081	0,5691	0,5418	1,4994
250	0,8081	0,5691	0,5418	1,4846
300	0,8081	0,5691	0,5418	1,4697
350	0,8081	0,5691	0,5418	1,4549
400	0,8081	0,5691	0,5418	1,4401
450	0,8081	0,5691	0,5418	1,4252
500	0,8081	0,5691	0,5418	1,4104
550	0,8081	0,5691	0,5418	1,3955
600	0,8081	0,5691	0,5418	1,3807
650	0,8081	0,5691	0,5418	1,3659
700	0,8081	0,5691	0,5418	1,3510
750	0,8081	0,5691	0,5418	1,3362
800	0,8081	0,5691	0,5418	1,3214
850	0,8081	0,5691	0,5418	1,3065
900	0,8081	0,5691	0,5418	1,2917
950	0,8081	0,5691	0,5418	1,2769
1000	0,8081	0,5691	0,5418	1,2620
1050	0,8081	0,5691	0,5418	1,2472
1100	0,8081	0,5691	0,5418	1,2323
1150	0,8081	0,5691	0,5418	1,2175
1200	0,8081	0,5691	0,5418	1,2027
1250	0,8081	0,5691	0,5418	1,1878
1300	0,8081	0,5691	0,5418	1,1730
1350	0,8081	0,5691	0,5418	1,1582
1400	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1450	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1500	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1550	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1600	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1650	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1700	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1750	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1800	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
1850	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566

Tabell B.3: Resultater for armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 400$ kN

h [mm]	EC2	CSA A.23.3	MC 2010	JCSE 2007
450	1,2698	1,1320	1,1051	2,0507
475	1,1852	1,0254	0,9984	1,8834
500	1,1111	0,9332	0,9061	1,7380
525	1,0458	0,8527	0,8255	1,6108
550	0,9877	0,7820	0,7547	1,4984
575	0,9357	0,7194	0,6921	1,3986
600	0,8889	0,6637	0,6364	1,3093
625	0,8466	0,6139	0,5866	1,2291
650	0,8081	0,5691	0,5418	1,1566
675	0,7729	0,5288	0,5015	1,0928
700	0,7407	0,4922	0,4650	1,0464
725	0,7111	0,4590	0,4318	1,0038
750	0,6838	0,4287	0,4015	0,9643
775	0,6584	0,4010	0,3739	0,9278
800	0,6349	0,3756	0,3486	0,8938
825	0,6130	0,3522	0,3253	0,8622
850	0,5926	0,3307	0,3038	0,8326
875	0,5735	0,3108	0,2840	0,8048
900	0,5556	0,2924	0,2657	0,7788
925	0,5387	0,2754	0,2487	0,7543
950	0,5229	0,2595	0,2330	0,7312
975	0,5079	0,2448	0,2183	0,7094
1000	0,4938	0,2310	0,2047	0,6888
1025	0,4805	0,2182	0,1919	0,6693
1050	0,4678	0,2062	0,1800	0,6507
1075	0,4558	0,1949	0,1689	0,6331
1100	0,4444	0,1844	0,1585	0,6164
1125	0,4336	0,1745	0,1487	0,6004
1150	0,4233	0,1652	0,1395	0,5852
1175	0,4134	0,1564	0,1309	0,5707
1200	0,4040	0,1482	0,1228	0,5568
1225	0,3951	0,1404	0,1151	0,5435
1250	0,3865	0,1331	0,1079	0,5308
1275	0,3783	0,1261	0,1011	0,5186
1300	0,3704	0,1196	0,0946	0,5069
1325	0,3628	0,1134	0,0886	0,4957

Tabell B.4: Resultater for armeringsbehov ved økende bjelkehøyde - $V_{Ed} = 600$ kN

h [mm]	EC2	CSA	MC2010	JCSE 2007
450	3,7249	2,0118	1,9849	3,6380
475	2,4686	1,8466	1,8196	3,3648
500	1,8934	1,7031	1,6760	3,1269
525	1,6112	1,5773	1,5501	2,9179
550	1,4815	1,4663	1,4391	2,7330
575	1,4035	1,3677	1,3404	2,5682
600	1,3333	1,2796	1,2523	2,4204
625	1,2698	1,2004	1,1731	2,2873
650	1,2121	1,1290	1,1018	2,1667
675	1,1594	1,0643	1,0371	2,0589
700	1,1111	1,0054	0,9782	1,9723
725	1,0667	0,9517	0,9245	1,8926
750	1,0256	0,9025	0,8753	1,8190
775	0,9877	0,8572	0,8301	1,7508
800	0,9524	0,8155	0,7885	1,6875
825	0,9195	0,7770	0,7500	1,6284
850	0,8889	0,7413	0,7144	1,5733
875	0,8602	0,7082	0,6814	1,5217
900	0,8333	0,6774	0,6507	1,4732
925	0,8081	0,6486	0,6220	1,4277
950	0,7843	0,6218	0,5953	1,3848
975	0,7619	0,5967	0,5703	1,3443
1000	0,7407	0,5732	0,5468	1,3061
1025	0,7207	0,5511	0,5249	1,2699
1050	0,7018	0,5303	0,5042	1,2355
1075	0,6838	0,5108	0,4848	1,2029
1100	0,6667	0,4923	0,4664	1,1719
1125	0,6504	0,4749	0,4491	1,1424
1150	0,6349	0,4585	0,4328	1,1143
1175	0,6202	0,4429	0,4173	1,0875
1200	0,6061	0,4281	0,4027	1,0618
1225	0,5926	0,4141	0,3888	1,0373
1250	0,5797	0,4009	0,3757	1,0139
1275	0,5674	0,3882	0,3632	0,9914
1300	0,5556	0,3762	0,3513	0,9699
1325	0,5442	0,3648	0,3399	0,9492

Tabell B.5: Resultater for armeringsbehov ved økende rissvinkel

θ	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
22	0,8162	0,5691	0,5418	1,1566
23	0,8575	0,5691	0,5418	1,1566
24	0,8995	0,5691	0,5418	1,1566
25	0,9420	0,5691	0,5418	1,1566
26	0,9853	0,5691	0,5418	1,1566
27	1,0293	0,5691	0,5418	1,1566
28	1,0742	0,5691	0,5418	1,1566
29	1,1198	0,5691	0,5418	1,1566
30	1,1664	0,6940	0,6706	1,1566
31	1,2139	0,7960	0,7753	1,1566
32	1,2624	0,8845	0,8658	1,1566
33	1,3119	0,9645	0,9473	1,1566
34	1,3626	1,0391	1,0231	1,1566
35	1,4146	1,1102	1,0951	1,1566
36	1,4678	1,1790	1,1647	1,1566
37	1,5223	1,2465	1,2329	1,1566
38	1,5784	1,3133	1,3002	1,1566
39	1,6359	1,3799	1,3673	1,1566
40	1,6952	1,4468	1,4345	1,1566
41	1,7561	1,5143	1,5023	1,1566
42	1,8190	1,5827	1,5710	1,1566
43	1,8839	1,6523	1,6408	1,1566
44	1,9509	1,7232	1,7120	1,1566
45	2,0202	1,7959	1,7848	1,1566
46	2,0202	1,8704	1,8594	1,1566
47	2,0202	1,9471	1,9362	1,1566
48	2,0202	2,0261	2,0153	1,1566
49	2,0202	2,1078	2,0970	1,1566
50	2,0202	2,1923	2,1816	1,1566

B.2 Kapasitet uten skjærarmering

Tabell B.6: Resultater for skjærkapasitet ved økende bjelkehøyde

h [mm]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
400	129,6	126,7	131,9	132,8
425	136,9	134,9	140,5	137,3
450	144,0	142,7	148,8	141,6
475	151,0	150,3	156,8	145,7
500	158,0	157,6	164,6	149,7
525	164,9	164,6	172,1	153,6
550	171,8	171,5	179,4	157,3
575	178,6	178,1	186,5	160,8
600	185,4	184,5	193,3	164,3
625	192,1	190,7	200,0	167,7
650	198,8	196,7	206,5	171,0
675	205,4	202,5	212,7	173,8
700	212,0	208,2	218,8	174,0
725	218,5	213,7	224,7	174,2
750	225,1	219,0	230,5	174,3
775	231,6	224,2	236,1	174,5
800	238,0	229,3	241,5	174,8
825	244,5	234,2	246,8	175,0
850	250,9	238,9	252,0	175,2
875	257,3	243,6	257,0	175,5
900	263,6	248,1	261,9	175,7
925	270,0	252,5	266,7	176,0
950	276,3	256,7	271,4	176,2
975	282,6	260,9	275,9	176,5
1000	288,8	265,0	280,4	176,8
1025	295,1	268,9	284,7	177,1
1050	301,3	272,8	288,9	177,5
1075	307,6	276,6	293,0	177,8
1100	313,8	280,3	297,1	178,1
1125	319,9	283,8	301,0	178,5
1150	326,1	287,4	304,9	178,8
1175	332,3	290,8	308,6	179,2
1200	338,4	294,1	312,3	179,5
1225	344,5	297,4	315,9	179,9
1250	350,7	300,6	319,4	180,3
1275	354,4	303,7	322,9	180,6

Tabell B.7: Resultater for skjærkapasitet ved økende bredde

b [mm]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
200	142,2	131,1	137,6	130,5
205	145,1	134,4	141,1	132,6
210	148,0	137,7	144,5	134,8
215	150,9	141,0	148,0	136,9
220	153,8	144,3	151,4	139,0
225	156,7	147,5	154,8	141,1
230	159,5	150,8	158,3	143,2
235	162,4	154,1	161,7	145,3
240	165,2	157,4	165,2	147,3
245	168,1	160,6	168,6	149,4
250	170,9	163,9	172,0	151,4
255	173,7	167,2	175,5	153,4
260	176,5	170,5	178,9	155,4
265	179,3	173,8	182,4	157,4
270	182,1	177,0	185,8	159,4
275	184,9	180,3	189,2	161,3
280	187,7	183,6	192,7	163,3
285	190,5	186,9	196,1	165,2
290	193,2	190,2	199,6	167,2
295	196,0	193,4	203,0	169,1
300	198,8	196,7	206,5	171,0
305	201,5	200,0	209,9	172,9
310	204,2	203,3	213,3	174,6
315	207,0	206,5	216,8	175,0
320	209,7	209,8	220,2	175,5
325	212,4	213,1	223,7	176,0
330	215,2	216,4	227,1	176,5
335	217,9	219,7	230,5	177,0
340	220,6	222,9	234,0	177,5
345	223,3	226,2	237,4	178,0
350	226,0	229,5	240,9	178,5
355	228,7	232,8	244,3	179,0
360	231,4	236,1	247,7	179,5
365	234,1	239,3	251,2	180,0
370	236,8	242,6	254,6	180,5
375	239,4	245,9	258,1	181,0
380	242,1	249,2	261,5	181,6
385	244,8	252,4	264,9	182,1
390	247,4	255,7	268,4	182,6
395	250,1	259,0	271,8	183,1
400	252,7	262,3	275,3	183,7

Tabell B.8: Resultater for skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1000$ kN

f_{ck} [N/mm ²]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
25	160,0	166,3	174,5	150,0
26	164,0	169,5	177,9	149,1
27	168,0	172,8	181,3	148,3
28	171,9	175,9	184,7	147,6
29	175,8	179,1	187,9	146,9
30	179,7	182,1	191,1	146,3
31	183,5	185,1	194,3	145,8
32	187,4	188,1	197,4	145,4
33	191,2	191,0	200,5	144,9
34	195,0	193,9	203,5	144,6
35	198,8	196,7	206,5	144,2
36	202,5	199,5	209,4	144,0
37	206,2	202,3	212,3	143,7
38	210,0	205,0	215,1	143,5
39	213,7	207,6	217,9	143,3
40	217,4	210,3	220,7	143,1
41	221,0	212,9	223,4	143,0
42	224,7	215,5	226,2	142,9
43	228,3	218,0	228,8	142,8
44	232,0	220,6	231,5	142,7
45	235,6	223,0	234,1	142,6
46	237,1	225,5	236,7	142,6
47	237,9	228,0	239,2	142,6
48	238,7	230,4	241,8	142,6
49	239,4	232,8	244,3	142,6
50	240,2	235,1	246,8	142,6
51	240,9	237,5	249,2	142,6
52	241,7	239,8	251,6	142,7
53	242,4	242,1	254,1	142,7
54	243,1	244,3	256,4	142,8
55	243,9	246,6	258,8	142,8
56	244,6	248,8	261,1	142,9
57	245,3	251,0	263,5	143,0
58	245,9	253,2	265,8	143,1
59	246,6	255,4	268,0	143,2
60	247,3	257,6	270,3	143,3

Tabell B.9: Resultater for skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 1500$ kN

f_{ck} [N/mm ²]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
25	160,0	166,3	174,5	152,9
26	164,0	169,5	177,9	154,9
27	168,0	172,8	181,3	156,8
28	171,9	175,9	184,7	158,7
29	175,8	179,1	187,9	160,6
30	179,7	182,1	191,1	162,4
31	183,5	185,1	194,3	164,2
32	187,4	188,1	197,4	166,0
33	191,2	191,0	200,5	167,7
34	195,0	193,9	203,5	169,3
35	198,8	196,7	206,5	171,0
36	202,5	199,5	209,4	172,6
37	206,2	202,3	212,3	172,0
38	210,0	205,0	215,1	171,3
39	213,7	207,6	217,9	170,6
40	217,4	210,3	220,7	170,0
41	221,0	212,9	223,4	169,4
42	224,7	215,5	226,2	168,9
43	228,3	218,0	228,8	168,4
44	232,0	220,6	231,5	167,9
45	235,6	223,0	234,1	167,5
46	239,2	225,5	236,7	167,1
47	242,8	228,0	239,2	166,7
48	246,4	230,4	241,8	166,4
49	250,0	232,8	244,3	166,0
50	253,5	235,1	246,8	165,7
51	257,1	237,5	249,2	165,5
52	260,6	239,8	251,6	165,2
53	264,2	242,1	254,1	165,0
54	267,7	244,3	256,4	164,8
55	271,2	246,6	258,8	164,6
56	274,7	248,8	261,1	164,4
57	278,2	251,0	263,5	164,2
58	281,7	253,2	265,8	164,1
59	285,2	255,4	268,0	163,9
60	288,7	257,6	270,3	163,8

Tabell B.10: Resultater for skjærkapasitet ved økende trykkfasthet - $N_{Ed} = 2000$ kN

f_{ck} [N/mm ²]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
25	160,0	166,3	174,5	152,9
26	164,0	169,5	177,9	154,9
27	168,0	172,8	181,3	156,8
28	171,9	175,9	184,7	158,7
29	175,8	179,1	187,9	160,6
30	179,7	182,1	191,1	162,4
31	183,5	185,1	194,3	164,2
32	187,4	188,1	197,4	166,0
33	191,2	191,0	200,5	167,7
34	195,0	193,9	203,5	169,3
35	198,8	196,7	206,5	171,0
36	202,5	199,5	209,4	172,6
37	206,2	202,3	212,3	174,2
38	210,0	205,0	215,1	175,7
39	213,7	207,6	217,9	177,3
40	217,4	210,3	220,7	178,8
41	221,0	212,9	223,4	180,2
42	224,7	215,5	226,2	181,7
43	228,3	218,0	228,8	183,1
44	232,0	220,6	231,5	184,5
45	235,6	223,0	234,1	185,9
46	239,2	225,5	236,7	187,3
47	242,8	228,0	239,2	188,6
48	246,4	230,4	241,8	189,9
49	250,0	232,8	244,3	189,5
50	253,5	235,1	246,8	188,9
51	257,1	237,5	249,2	188,3
52	260,6	239,8	251,6	187,8
53	264,2	242,1	254,1	187,3
54	267,7	244,3	256,4	186,8
55	271,2	246,6	258,8	186,3
56	274,7	248,8	261,1	185,9
57	278,2	251,0	263,5	185,4
58	281,7	253,2	265,8	185,0
59	285,2	255,4	268,0	184,7
60	288,7	257,6	270,3	184,3

Tabell B.11: Resultater for skjærarmering ved økende aksiallast

N_{Ed} [kN]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
0	100,6	196,7	206,5	85,5
50	106,9	196,7	206,5	88,4
100	113,3	196,7	206,5	91,4
150	119,6	196,7	206,5	94,3
200	126,0	196,7	206,5	97,2
250	132,3	196,7	206,5	100,2
300	138,7	196,7	206,5	103,1
350	145,0	196,7	206,5	106,1
400	151,3	196,7	206,5	109,0
450	157,7	196,7	206,5	111,9
500	164,0	196,7	206,5	114,9
550	170,4	196,7	206,5	117,8
600	176,7	196,7	206,5	120,7
650	183,1	196,7	206,5	123,7
700	189,4	196,7	206,5	126,6
750	195,8	196,7	206,5	129,6
800	198,8	196,7	206,5	132,5
850	198,8	196,7	206,5	135,4
900	198,8	196,7	206,5	138,4
950	198,8	196,7	206,5	141,3
1000	198,8	196,7	206,5	144,2
1050	198,8	196,7	206,5	147,2
1100	198,8	196,7	206,5	150,1
1150	198,8	196,7	206,5	153,1
1200	198,8	196,7	206,5	156,0
1250	198,8	196,7	206,5	158,9
1300	198,8	196,7	206,5	161,9
1350	198,8	196,7	206,5	164,8
1400	198,8	196,7	206,5	167,7
1450	198,8	196,7	206,5	170,7
1500	198,8	196,7	206,5	171,0
1550	198,8	196,7	206,5	171,0
1600	198,8	196,7	206,5	171,0
1650	198,8	196,7	206,5	171,0
1700	198,8	196,7	206,5	171,0
1750	198,8	196,7	206,5	171,0

B.3 Minimumsarmering

Tabell B.12: Resultater for minimumsarmering ved økende bredde

b [mm]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
100	0,1479	0,0887	0,1775	0,1500
110	0,1627	0,0976	0,1952	0,1650
120	0,1775	0,1065	0,2130	0,1800
130	0,1923	0,1154	0,2307	0,1950
140	0,2071	0,1242	0,2485	0,2100
150	0,2219	0,1331	0,2662	0,2250
160	0,2366	0,1420	0,2840	0,2400
170	0,2514	0,1509	0,3017	0,2550
180	0,2662	0,1597	0,3195	0,2700
190	0,2810	0,1686	0,3372	0,2850
200	0,2958	0,1775	0,3550	0,3000
210	0,3106	0,1864	0,3727	0,3150
220	0,3254	0,1952	0,3905	0,3300
230	0,3402	0,2041	0,4082	0,3450
240	0,3550	0,2130	0,4260	0,3600
250	0,3698	0,2219	0,4437	0,3750
260	0,3845	0,2307	0,4615	0,3900
270	0,3993	0,2396	0,4792	0,4050
280	0,4141	0,2485	0,4970	0,4200
290	0,4289	0,2573	0,5147	0,4350
300	0,4437	0,2662	0,5324	0,4500
310	0,4585	0,2751	0,5502	0,4650
320	0,4733	0,2840	0,5679	0,4800
330	0,4881	0,2928	0,5857	0,4950
340	0,5029	0,3017	0,6034	0,5100
350	0,5177	0,3106	0,6212	0,5250
360	0,5324	0,3195	0,6389	0,5400
370	0,5472	0,3283	0,6567	0,5550
380	0,5620	0,3372	0,6744	0,5700
390	0,5768	0,3461	0,6922	0,5850
400	0,5916	0,3550	0,7099	0,6000
410	0,6064	0,3638	0,7277	0,6150
420	0,6212	0,3727	0,7454	0,6300
430	0,6360	0,3816	0,7632	0,6450
440	0,6508	0,3905	0,7809	0,6600
450	0,6656	0,3993	0,7987	0,6750

Tabell B.13: Resultater for minimumsarmering ved økende trykkfasthet

f_{ck} [N/mm ²]	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
20	0,3354	0,2012	0,4025	0,4500
22	0,3518	0,2111	0,4221	0,4500
24	0,3674	0,2205	0,4409	0,4500
26	0,3824	0,2295	0,4589	0,4500
28	0,3969	0,2381	0,4762	0,4500
30	0,4108	0,2465	0,4930	0,4500
32	0,4243	0,2546	0,5091	0,4500
34	0,4373	0,2624	0,5248	0,4500
36	0,4500	0,2700	0,5400	0,4500
38	0,4623	0,2774	0,5548	0,4500
40	0,4743	0,2846	0,5692	0,4500
42	0,4861	0,2916	0,5833	0,4500
44	0,4975	0,2985	0,5970	0,4500
46	0,5087	0,3052	0,6104	0,4500
48	0,5196	0,3118	0,6235	0,4500
50	0,5303	0,3182	0,6364	0,4500
52	0,5408	0,3245	0,6490	0,4500
54	0,5511	0,3307	0,6614	0,4500
56	0,5612	0,3367	0,6735	0,4500
58	0,5712	0,3427	0,6854	0,4500
60	0,5809	0,3486	0,6971	0,4500
62	0,5906	0,3543	0,7087	0,4500
64	0,6000	0,3600	0,7200	0,4500
66	0,6093	0,3656	0,7312	0,4500
68	0,6185	0,3711	0,7422	0,4500
70	0,6275	0,3765	0,7530	0,4500

B.4 Trykkbruddkapasitet

Tabell B.14: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende bjelkehøyde

h [mm]	EC2 cot θ = 2,5	EC2 cot θ = 1,75	EC2 cot θ = 1,0		CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
400	307,2	383,8	445,5		460,7	355,9	449,0
425	366,2	457,5	531,0		499,1	385,5	486,4
450	426,3	532,6	618,2		537,5	415,2	523,9
475	487,4	608,9	706,8		575,9	444,9	561,3
500	549,3	686,2	796,5		614,3	474,5	598,7
525	588,6	735,3	853,5		652,6	504,2	636,1
550	623,2	778,5	903,7		691,0	533,8	673,5
575	657,8	821,8	953,9		729,4	563,5	711,0
600	692,5	865,0	1004,1		767,8	593,2	748,4
625	727,1	908,3	1054,3		806,2	622,8	785,8
650	761,7	951,5	1104,5		844,6	652,5	823,2
675	796,3	994,8	1154,7		883,0	682,1	860,6
700	830,9	1038,0	1204,9		921,4	711,8	898,1
725	865,6	1081,3	1255,1		959,8	741,4	935,5
750	900,2	1124,6	1305,3		998,2	771,1	972,9
775	934,8	1167,8	1355,5		1036,5	800,8	1010,3
800	969,4	1211,1	1405,7		1074,9	830,4	1047,7
825	1004,1	1254,3	1455,9		1113,3	860,1	1085,1
850	1038,7	1297,6	1506,1		1151,7	889,7	1122,6
875	1073,3	1340,8	1556,3		1190,1	919,4	1160,0
900	1107,9	1384,1	1606,5		1228,5	949,0	1197,4
925	1142,6	1427,3	1656,7		1266,9	978,7	1234,8
950	1177,2	1470,6	1706,9		1305,3	1008,4	1272,2
975	1211,8	1513,8	1757,1		1343,7	1038,0	1309,7
1000	1246,4	1557,1	1807,3		1382,1	1067,7	1347,1
1025	1276,9	1595,1	1851,5		1420,5	1097,3	1384,5
1050	1305,2	1630,6	1892,6		1458,8	1127,0	1421,9
1075	1333,6	1665,9	1933,7		1497,2	1156,6	1459,3
1100	1361,8	1701,3	1974,7		1535,6	1186,3	1496,8
1125	1390,1	1736,6	2015,7		1574,0	1216,0	1534,2
1150	1418,4	1771,8	2056,6		1612,4	1245,6	1571,6
1175	1446,6	1807,1	2097,5		1650,8	1275,3	1609,0
1200	1474,8	1842,3	2138,4		1689,2	1304,9	1646,4
1225	1502,9	1877,5	2179,3		1727,6	1334,6	1683,8
1250	1531,1	1912,7	2220,1		1766,0	1364,3	1721,3
1275	1559,2	1947,8	2260,9		1804,4	1393,9	1758,7

Tabell B.15: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende trykkfasthet

f_{ck} [N/mm ²]	EC2 cot θ = 2,5	EC2 cot θ = 1,75	EC2 cot θ = 1,0		CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
25	497,3	621,2	721,1		603,3	490,6	695,7
26	540,8	675,6	784,2		627,4	510,2	709,5
27	584,3	730,0	847,3		651,5	529,9	723,0
28	609,4	761,2	883,6		675,7	549,5	736,3
29	631,1	788,4	915,1		699,8	569,1	749,3
30	652,9	815,6	946,7		723,9	588,7	762,1
31	674,7	842,8	978,2		748,1	601,8	774,7
32	696,4	870,0	1009,8		772,2	614,6	787,1
33	718,2	897,2	1041,4		796,3	627,4	799,3
34	739,9	924,4	1072,9		820,5	640,0	811,4
35	761,7	951,5	1104,5		844,6	652,5	823,2
36	783,5	978,7	1136,0		868,7	664,8	834,9
37	805,2	1005,9	1167,6		892,9	677,1	846,4
38	827,0	1033,1	1199,1		917,0	689,2	857,8
39	848,8	1060,3	1230,7		941,1	701,3	869,0
40	870,5	1087,5	1262,3		965,3	713,2	880,1
41	892,3	1114,7	1293,8		989,4	725,1	891,0
42	914,0	1141,9	1325,4		1013,5	736,8	901,8
43	935,8	1169,0	1356,9		1037,6	748,4	912,5
44	957,6	1196,2	1388,5		1061,8	760,0	923,0
45	979,3	1223,4	1420,0		1085,9	771,5	933,4
46	1001,1	1250,6	1451,6		1110,0	782,9	943,8
47	1022,9	1277,8	1483,1		1134,2	794,2	954,0
48	1044,6	1305,0	1514,7		1158,3	805,4	964,0
49	1066,4	1332,2	1546,3		1182,4	816,5	974,0
50	1088,1	1359,3	1577,8		1206,6	827,6	983,9
51	1109,9	1386,5	1609,4		1230,7	838,6	990,0
52	1131,7	1413,7	1640,9		1254,8	849,5	990,0
53	1153,4	1440,9	1672,5		1279,0	860,4	990,0
54	1175,2	1468,1	1704,0		1303,1	871,2	990,0
55	1193,9	1491,5	1731,2		1327,2	881,9	990,0
56	1211,3	1513,2	1756,4		1351,4	892,6	990,0
57	1228,7	1535,0	1781,7		1375,5	903,2	990,0
58	1246,1	1556,7	1806,9		1399,6	913,7	990,0
59	1263,5	1578,5	1832,1		1423,7	924,2	990,0
60	1281,0	1600,2	1857,4		1447,9	934,6	990,0

Tabell B.16: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - B35

θ	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
22	767,2	844,6	652,5	823,2
23	794,5	844,6	652,5	823,2
24	820,8	844,6	652,5	823,2
25	846,1	844,6	652,5	823,2
26	870,3	844,6	652,5	823,2
27	893,5	844,6	652,5	823,2
28	915,6	844,6	652,5	823,2
29	936,6	844,6	652,5	823,2
30	956,5	844,6	666,3	823,2
31	975,2	844,6	679,3	823,2
32	992,7	844,6	691,5	823,2
33	1009,0	844,6	702,9	823,2
34	1024,0	844,6	713,4	823,2
35	1037,9	844,6	723,0	823,2
36	1050,4	844,6	731,7	823,2
37	1061,7	844,6	739,6	823,2
38	1071,7	844,6	746,5	823,2
39	1080,3	844,6	752,6	823,2
40	1087,7	844,6	757,7	823,2
41	1093,7	844,6	761,9	823,2
42	1098,4	844,6	765,2	823,2
43	1101,8	844,6	767,5	823,2
44	1103,8	844,6	768,9	823,2
45	1104,5	844,6	769,4	823,2
46	1104,5	844,6	768,9	823,2
47	1104,5	844,6	767,5	823,2
48	1104,5	844,6	765,2	823,2
49	1104,5	844,6	761,9	823,2
50	1104,5	844,6	757,7	823,2

Tabell B.17: Resultater for trykkbruddkapasitet ved økende rissvinkel - B50

θ	EC2	CSA A23.3	MC2010	JCSE 2007
22	1096,0	1206,6	827,6	983,9
23	1135,0	1206,6	827,6	983,9
24	1172,5	1206,6	827,6	983,9
25	1208,7	1206,6	827,6	983,9
26	1243,3	1206,6	827,6	983,9
27	1276,5	1206,6	827,6	983,9
28	1308,1	1206,6	827,6	983,9
29	1338,1	1206,6	827,6	983,9
30	1366,4	1206,6	845,2	983,9
31	1393,1	1206,6	861,7	983,9
32	1418,1	1206,6	877,1	983,9
33	1441,4	1206,6	891,5	983,9
34	1462,9	1206,6	904,8	983,9
35	1482,7	1206,6	917,1	983,9
36	1500,6	1206,6	928,1	983,9
37	1516,7	1206,6	938,1	983,9
38	1530,9	1206,6	946,9	983,9
39	1543,3	1206,6	954,6	983,9
40	1553,8	1206,6	961,1	983,9
41	1562,5	1206,6	966,4	983,9
42	1569,2	1206,6	970,6	983,9
43	1574,0	1206,6	973,5	983,9
44	1576,9	1206,6	975,3	983,9
45	1577,8	1206,6	975,9	983,9
46	1577,8	1206,6	975,3	983,9
47	1577,8	1206,6	973,5	983,9
48	1577,8	1206,6	970,6	983,9
49	1577,8	1206,6	966,4	983,9
50	1577,8	1206,6	961,1	983,9