

Masteroppgave i marin hydrodynamikk
HYDRODYNAMISKE BEREGNINGER MED
BØLGEOVERFLATER

Andreas Kopperstad

14. juni 2011

Sammendrag

Innledningsvis ble noe av det teoretiske grunnlaget for oppgaven gitt. De viktigste antagelsene var at strømmingen er isotermisk og at fluidene er antatt å være inkompressible.

Videre er det gått igjennom hvordan man setter opp en simulering og kort om hvordan programmet fungerer. Det er også tatt med et kapittel på hvert av temaene om fri overflate og turbulens. Det er i oppgaven benyttet Volume of Fluid (VOF)-metoden for løsning av fri overflate problematik, og en realizable $k-\epsilon$ modell er valgt som turbulensmodell.

Fra prosjektoppgaven i niende semester ble noen av simuleringen gjort på nytt da resultatene ikke stemte helt. Ved å øke antallet indre iterasjoner ble resultatene svært gode sammenlignet med referanselitteratur.

I kapittel 6 ble det gjort simulering av strømming over et legeme nært overflaten. Det ble sett på en NACA0012 hydrofoil i konstant strøm på 0.8 m/s, med en dypgang på 21 cm, etter eksperiment av Duncan (1983). Resultater for bølgehevingen bak foilen samstemte godt med data fra eksperimentet.

I kapittel 7 ble det satt opp en numerisk bølgetank. Det ble gjort simuleringer for regulære, førsteordens bølger i dypt og endelig vandyp. Trykk- og hastighetsfordelinger stemmer godt med teorien, når de er justert til riktig overflate og ikke til gjennomsnittlig fri overflate slik som teorien gir. Bølgehevingen var god og regelmessig selv om amplituden var noe lavere enn forventet.

I kapittel 8 ble det satt en fast rektangulær konstruksjon på bunnen av bølgetanken. Det ble sett på strømningsbilder av, og krefter på, konstruksjonen. Strømningsbildene ser riktige ut, mens for både horisontale og vertikale viser simuleringene 25% større kraftamplitude en teoretiske verdier. Dette vil være nødvendig å se nærmere på ved videre arbeid.

Det har ved bruk av STAR-CCM+ blitt gjort simuleringer som har gitt tildels svært gode resultat og er totalt sett tilfredstillende.

Forord

Denn rapportern er skrevet i forbindelse med faget TMR 4900 - Masteroppgave i marin hydrodynamikk, våren 2011, med innlevering den 14. juni. Rapporten danner grunnlaget for karakteren i faget.

Jeg vil rette en stor takk til flere personer som på forskjellig måte har bidratt til arbeidet med oppgaven.

Først til professor Bjørnar Pettersen som har vært veileder på oppgaven. Takk for veiledning, hjelp, støtte og motivasjon gjennom det siste året.

Til Ove Vollan og Bergen Group ShipDesign/Fosen rettes en takk for hjelp i startfasen av prosjektet og ikke minst for utlån av datamaskin og kontorplass. Dette har vært til stor nytte.

Ved CD-Adapco sine kontorer i Oslo og Nürnberg vil jeg rette en takk til Sven Enger, Kevin Seidler og Jasmin Röper for velvillig og god hjelp under arbeidet med oppgaven.

Samuel Vingerhagen, ved Institutt for vann- og miljøteknikk, NTNU, rettes det en takk til for flere interessante samtaler om STAR-CCM+ og bruken innen for forskjellig fagfelt.

Takk til mine venner i klassen for utallige ineressante samtaler, både av faglig og av ymse art, og for godt samhold de siste 5. årene.

.....
Andreas Kopperstad
14. juni 2011

Innhold

1	Innledning	1
1.1	Teoretisk bakgrunn	1
1.1.1	Grunnligninger	2
1.2	Lineær bølgeteori	3
2	STAR-CCM+	5
2.1	Oppsett av modell	5
2.1.1	Mesh	5
2.1.2	Rom	7
2.1.3	Tid	7
2.1.4	Fysikk	7
2.2	Løser	8
2.3	Grensebetingelser	9
3	Fri overflate	11
3.1	<i>Volume of Fluid</i>	12
3.2	VOF-bølger	14
3.3	Meshing av fri overflate	16
4	Turbulens	17
4.1	RANS	17
4.1.1	$k-\epsilon$	18
4.1.2	$k-\epsilon$ for lave Reynoldstall	19
4.2	<i>Wall functions</i>	20
4.3	STAR og turbulens	21
4.3.1	Realizable $k-\epsilon$	21
4.3.2	Two layer model	23
4.3.3	Wall treatment	23
5	Videre arbeid fra prosjektoppgaven	25
5.1	Lave Strouhalstall	25
6	Strømning over legeme nær fri overflate	27
6.1	Eksperiment	27
6.2	Oppsett av domenet	28
6.2.1	VoF solver	29
6.2.2	Grensebetingelser	30
6.2.3	Mesh	30

6.3	Resultater	31
6.3.1	Sammelingning med eksperiment	34
6.4	Konklusjon	34
7	Bølger	37
7.1	Domenet	37
7.1.1	Mesh	37
7.1.2	Grensebetingelser	38
7.1.3	Initialbetingelse	40
7.2	Dypt vann	40
7.3	Endelig vanndyp	42
7.4	Konklusjon	44
8	Konstruksjon i bølger	45
8.1	Domenet	45
8.1.1	Mesh	45
8.1.2	Grensebetingelser	46
8.1.3	Initialbetingelse	46
8.2	Teoretisk bakgrunn	47
8.3	Resultater	48
8.3.1	krefter	48
8.3.2	$t = 0$	50
8.3.3	$t = T/4$	51
8.3.4	$t = T/2$	52
8.3.5	$t = 3T/4$	53
8.4	Konklusjon	53
9	Resultater og videre arbeid	55
	Kilder	57
A	Added mass	III
B	Oppgavetekst	V

Kapittel 1

Innledning

Strømninger med fri overflate er et tema som er spesielt interessant for marine ingeniører, da mye av mariningeniørens arbeid gjelder oppgaver hvor gjenstander beveger seg i, nært til eller gjennom den frie overflaten. Innen numeriske beregninger for fluider, er computational fluid dynamics, kjent under akronymet CFD, det beste. Innenfor CFD er beregningen av fri overflate en utfordring. Historisk sett mye av utviklingen innen CFD kommet gjennom miljøer knyttet til luft- og romfart, miljøer som ikke har fri overflate-problematikk. Derfor er dette et spesielt viktig felt innenfor marine anvendelser av CFD.

I takt med stadig bedre datamaskiner blir også muligheten til å benytte seg av CFD som verktøy stadig enklere. Kommersielle CFD-programmer, som STAR-CCM+, er tilgjengelige for kjøp. Når det blir reklamert for slike programmer vises det ofte flotte fargerike figurer (derav økenavnet Colours For Directors) uten at det vises noe av fysikken som ligger bak. Denne oppgaven tar for seg CFD-programmet STAR-CCM+ og det vil bli gjort valideringstester for enkle forsøk med fri overflate og bølger.

1.1 Teoretisk bakgrunn

For marine strømningstilfeller er det noen antagelser som kan gjøres. Den første er at vi antar at strømmingen er isothermisk. Dette vil være gyldig for alle casene i oppgaven. Den neste antagelsen er at vannet som er modellert i oppgaven er inkompressibelt. Strømninger kan regnes som inkompressible for Mach-tall mindre enn 0.3 (Ransau, 2002). Mach-tallet er gitt som $M = U/a$. Hvor a er lydshastigheten i vann, som er omtrent 1500 m/s. Det vil si at for totalhastigheter mindre enn 450m/s vil vannet være inkompressibelt, og dette er gyldig for de aller fleste marine tilfeller.

Den tredje viktige antagelsen er at overflatespenningen neglisjeres. Overflatespenningen er viktig og kan ikke neglisjeres når Weber-nummeret (ligning 1.1) er i størrelsesorden 1 eller mindre. For store Weber-nummer kan overflatespenningen neglisjeres (Ransau, 2002).

$$W_n = \frac{\rho U^2 L}{T_s} \quad (1.1)$$

U er karakteristisk hastighet, mens L er karakteristisk lengde. T_s er overflatespenning, og en

representativ verdi er 0.073 N/m (Faltinsen, 2005). I denne oppgaven er $\rho = 997$ eller av størrelsesorden $O \sim 10^4$. Dette medfører at Wn er av orden $O \sim 10^5 U^2 L$. Det er i mildertid vanskelig og si noe om U og L , da disse er vidt forskjellige for forskjellige fenomener, som for eksempel en bølge og en boble med luft i vannet. Derfor er kriteriet for neglisjering av overflatespenning hentet fra Faltinsen (2005) og er:

$$k \ll \sqrt{\rho g / T_s} \quad (1.2)$$

Det største bølgetallet i oppgaven er lik 1.25 og $\sqrt{\rho g / T_s} = 366$. Det vil si at vi trygt kan neglisjere overflatespenningen med tanke på bølgene.

1.1.1 Grunnligninger

Grunnligningene for beskrivelse av bevegelse for fluider er basert på bevarelse av masse, bevegelsesmengde og energi. Disse grunnligningene er gitt i tensorform i ligning 1.3, 1.4 og 1.5. I ligningene er $i, j = [1, 2, 3]$.

Kontinuitetsligningen

Kontinuitetsligningen uttrykker bevaring av masse. ρ er tettheten til fluidet og u_j er hastigheten i j -retning.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1.3)$$

Momentumligningen

Bevaring av bevegelsesmengde (engelsk: momentum). D/Dt er den substansiellderiverte. p er trykket og f er en ytre kraft, for eksempel gravitasjon. σ'_{ij} er den viskøse spenningstensoren gitt i ligning 1.7.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho f_i + \frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.4)$$

Energiligningen

Bevaring av energi. σ_{ij} er den totale og σ'_{ij} er den viskøse spenningstensoren, gitt i ligning 1.7. q_j er varmefluksen og $E = e + \frac{1}{2}U^2$, som er total spesifikk energi. δ_{ij} er 1 hvis $i = j$, og 0 hvis $i \neq j$.

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} u_i) + \rho u_i f_i - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (1.5)$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (1.6)$$

$$\sigma'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (1.7)$$

1.2 Lineær bølgeteori

Lineær bølgeteori baserer seg på at bølgene er lave, at ζ_A/λ er lavt. Det antas at bølgene kan representeres som en harmonisk svingning, med en frekvens på ω . Det antas også at det ikke er noen gjennomsnittlig hastighet som forstyrrer bølger, som strøm, og at det er atmosfærisk trykk ved den frie overflaten. Som det kan sees av figur 1.1 er det dynamiske trykket, hastigheter og akselerasjoner lineært avhengig av ζ_A . Det skilles mellom dypt og endelig vandyp. Grensen mellom dypt og endelig vandyp er satt til å være $h = -\lambda/2$. Det vil at for $z < -\lambda/2$ kan effekten av bølgehastigheter og akselerasjoner neglisjeres. Ved denne dybden er $\exp(kz) = \exp(-2\pi\lambda/2\lambda) = 0.043$, altså vil verdien være redusert til omtrent 4% av opprinnelig verdi. For $z = -\lambda$ er tilsvarende faktor 0.002.

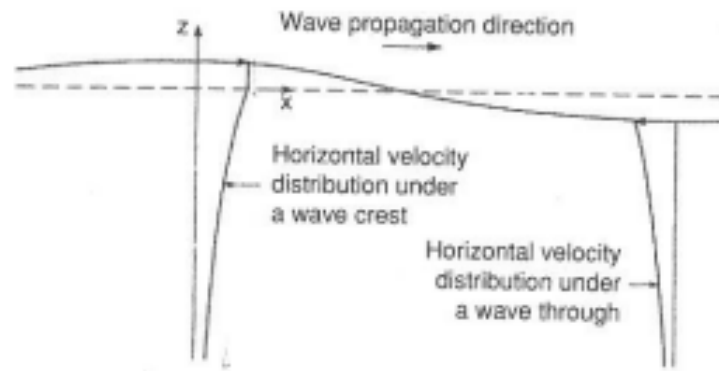
	Finite water depth	Infinite water depth
Velocity potential	$\varphi = \frac{g\zeta_a}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos(\omega t - kx)$	$\varphi = \frac{g\zeta_a}{\omega} e^{kz} \cos(\omega t - kx)$
Connection between wave number k and circular frequency ω (dispersion relationship)	$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh kh$	$\frac{\omega^2}{g} = k$
Connection between wavelength λ and wave period T	$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi}{\lambda} h$	$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2$
Wave profile	$\zeta = \zeta_a \sin(\omega t - kx)$	$\zeta = \zeta_a \sin(\omega t - kx)$
Hydrodynamic pressure	$p_D = \rho g \zeta_a \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \sin(\omega t - kx)$	$p_D = \rho g \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t - kx)$
x-component of velocity	$u = \omega \zeta_a \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \sin(\omega t - kx)$	$u = \omega \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t - kx)$
z-component of velocity	$w = \omega \zeta_a \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \cos(\omega t - kx)$	$w = \omega \zeta_a e^{kz} \cos(\omega t - kx)$
x-component of acceleration	$a_1 = \omega^2 \zeta_a \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cos(\omega t - kx)$	$a_1 = \omega^2 \zeta_a e^{kz} \cos(\omega t - kx)$
z-component of acceleration	$a_3 = -\omega^2 \zeta_a \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \sin(\omega t - kx)$	$a_3 = -\omega^2 \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t - kx)$

$\omega = 2\pi/T$, $k = 2\pi/\lambda$, T = wave period, λ = wavelength, ζ_a = wave amplitude, g = acceleration of gravity, t = time variable, x = direction of wave propagation, z positive upward, $z = 0$ mean water level, h = average water depth, ρ = mass density of the fluid. Total pressure in the fluid: $p_D - \rho g z + p_a$ (p_a = atmospheric pressure).

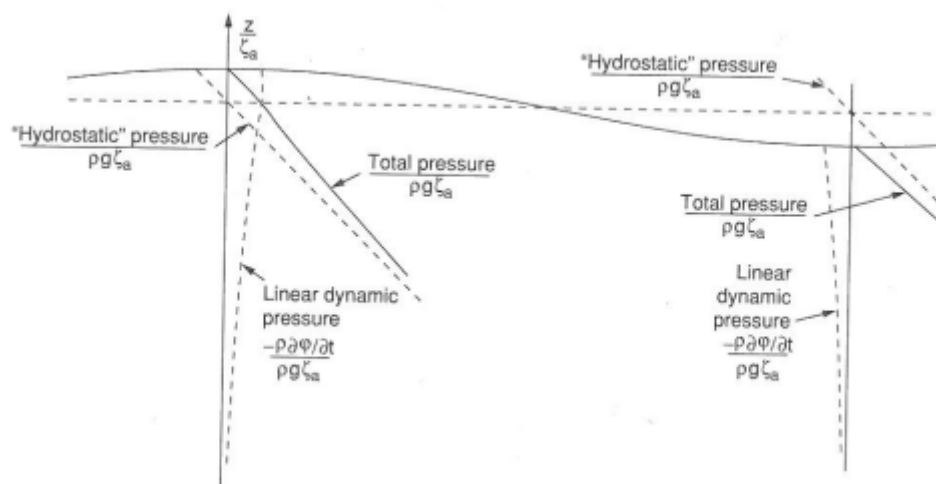
Figur 1.1: Oversikt over analytiske uttrykk for en bølge, hastigheter og akselerasjoner, for både dypt og endelig vandyp (Faltinsen, 2005).

I tillegg må det nevnes at det i lineær teori antas at hastighetspotensialet og hastighetene er konstante fra gjennomsnittlig fri overflate og opp til den egentlige overflaten, slik figur 1.2 viser. Figuren viser den horisontale hastighetsfordelingen under en bølgetopp og en bølgedal. Under bølgetoppen utvikler hastigheten seg som $\exp(kz)$ opp til $z = 0$ og er videre konstant opp til overflaten. For bølgedalen er det de analytiske verdiene som gjelder opp til $z = -\zeta_A$. Det er antatt at hastighetsforskjellen mellom gjennomsnittlig og den egentlige frie overflaten er mye mindre enn selve hastigheten.

I figur 1.3 vises det hvordan trykket varierer under en bølge. Dette avsnittet er basert på Faltinsen (2005).



Figur 1.2: Skisse av hastighetsutviklingen under en bølgetopp og bølgebunn, basert på lineær teori (Faltinsen, 2005).



Figur 1.3: Skisse av trykkfordelingen under en bølgetopp og en bølgebunn (Faltinsen, 2005).

Kapittel 2

STAR-CCM+

I dette kapittelet vil det blir gjennomgått noen detaljer om STAR-CCM+(STAR). Blant annet vil det bli vist de fleste av de valg man må gjøre for å sette opp en simulering i STAR. Alle engelske navn er beholdt slik de er benyttet i programmet. All informasjon om alternativene som framkommer er hentet fra CD-Adapco (2010c). Det er langt flere alternativer enn det som er nevnt her, det er bare de mest relevante som er tatt med.

2.1 Oppsett av modell

Det er flere måter å sette opp en modell på. Først må ofte geometri modelleres. Dette kan gjøres på to måter:

- Tegne geometri i STAR
- Importere fra andre CAD-programmer

STAR kommer med sin egen 3D-CAD modelleringsfunksjon. Dette er et litt enkelt program, godt egnet for å lage enkle geometrier. Det er også mulig å transformere, for eksempel skalere eller rotere, geometrier. Det er usikkert hvor godt programmet er for modellering av komplekse geometrier, da dette ikke er testet, men det er mulig at dette er tungvint.

Den andre metoden er å importere geometrier fra andre CAD-programmer. Da importeres disse inn i STARs 3D-CAD-funksjon, hvor geometrien kan redigeres ved behov. STAR kan importere et stort utvalg av filer, for eksempler *.x_t*, *.iges*, *.step* og *.vda*.

2.1.1 Mesh

Et godt mesh er et viktig grunnlag for en CFD beregning. I STAR må man gjennom to runder med meshing.

Surface mesh

Først må det lages et surface mesh. Her må det velges mellom to alternativer:

- Surface remesher
- Surface wrapper

Surface remesher mesher om overflaten til geometrien, eventuelt lager et nytt mesh, for å lage et mesh med forbedret kvalitet, optimalisert for senere volum-meshing. Det lages et mesh av triangler, hvor størrelsen er basert på en base size, som angir en sidelengde. Denne typen mesh er vanligvis brukt for å meshe om mesh, enten laget av surface wrapper eller overflatemesh fra importerte geometrier. Det er denne meshtypen som er benyttet i simuleringene.

Surface wrapperen er designet for å meshe mangelfulle geometrier. Feil eller mangler som huller i geometrien, flere deler som går inn i hverandre eller feil i overflaten, blir rettet opp ved at det blir lagt en helt mesh over disse.

For begge meshene gjelder at du kan forfines globalt og lokalt. Så lenge geometriene er gjengitt med riktig form, har det i beregningene i oppgaven ikke vært nødvendig å tenke på forfininger, da surface meshet senere blir erstattet av et volum-mesh. At surface meshet består av triangler, betyr heller ikke noe, med tanke på hvilken meshtype som blir anvendt i volum-meshet.

Volume mesh

For å meshe volum har STAR tre forskjellige typer mesh:

- Tetrahedral - mesh basert på tetraediske celler
- Polyhedral - mesh basert på mangekantede celler
- Trimmer - mesh basert på regulære hexahedriske(boksformede) celler

Et mesh bestående av mangekanter eller en boksformede celler er ventet og gi det beste resultatene for beregningene i oppgaven. Spesielt for anvendelser med fri overflate, da pyramideformede celler vil slite med å gjengi en glatt overflate. Pyramiderformet mesh er riktignok det mest effektive av de tre nevnte meshtypene, men krever flere celler for løse opp et like stort domenet.

Trimmermeshet er den meshtypen som mest sannsynlig vil gi det beste resultat uavhengig av kompleksitet på meshet. CD-Adapco (2010b) bruker dette meshet for å ha best kontroll med forfiningsmulighetene. Det er dette meshet som er benyttet i oppgaven, sammen med prism layer meshing modell for meshing ved grensene. Denne er benyttet når det er satt en gjenstand i beregningsdomenet. På foilen og boksen som er benyttet senere i oppgaven, er denne meshtypen brukt på meshet inntil disse. Denne meshtypen er påkrevet for å modellere turbulens riktig. Det er normalt med alt fra 3 – 25 celler normalt på veggen, synkende med økende Reynoldstall.

Kontrollen av meshet oppnåes ved at man velger en base size, som er en lengde. Videre settes maksimal- og målstørrelse på cellene som en prosentverdi av denne. Dette gir en effektiv måte å skalere meshet på. Det er også mulig å angi disse størrelsene i absolutte verdier. For å unngå fint mesh i områder der det ikke er nødvendig kan det benyttes volume shapes. Disse definerer et volum av domenet, hvor egne mehsstørrelser angis. Et godt eksempel på bruk av dette er meshing av fri overflate: Det er benyttet en volume shape som går langs hele lengden og bredden på domenet og har en høyde på litt mer enn $2\zeta_A$. Her er det spesifisert verider på elementetne i alle retninger. En ting som er verd å nevne når det gjelder forfining av trimmer mesh er at alle forfininger får en størrelse på $100\%/2^n$ $2 \leq n$ av den største cellen i den retnignen det gjelder.

Dette fordi at forfiningen skjer ved å dele en celle i to, og dele den videre i 2, dette gjelder uansett om forfinet cellestørrelse er oppgitt i prosent eller i absoluttverdi.

2.1.2 Rom

Star har tre modeller for rom:

- Todimensjonal
- Tredimensjonal
- Axisymmetric

Det er i oppgaven benyttet tredimensjonalt mesh.

2.1.3 Tid

STAR har tre muligheter for å modellere tid på:

- Steady
- Implicit unsteady
- Explicit unsteady

Steady tidsmodellering er for stasjonær strømning, hvor innvirkning av tiden er uviktig.

Forskjellen mellom implicit og explicit unsteady modellene er måten løser strømmingen på. Implicit unsteady bruker segregated flow hvor hastighetskomponentene og trykket løses hver for seg og så kombineres. Se kapittel 2.2 for mer info om dette. Explicit unsteady løser ligningen som koblet. Denne har ikke muligheten til å velge VOF-metoden for modellering av fri overflate. Implicit unsteady er benyttet i oppgaven.

2.1.4 Fysikk

Det velges så hvilken type material som skal benyttes. STAR har seks forskjellige modeller å velge mellom:

- Gas
- Liquid
- Solid
- Multi-Component Gas
- Multi-Component Liquid
- Multiphase mixture

De tre første modellene er for strømninger med kun en fase, og er ikke anvendbare i strømninger med fri overflate. Multi-Component-alternativene skal benyttes når oppførselen til to eller flere blandbare materialer skal analyseres, som for eksempel vann og etanol. For to ikke-blandbare

fluider, som vann og luft, er det multiphase mixture som er riktig valg. Denne er også valgt i oppgaven.

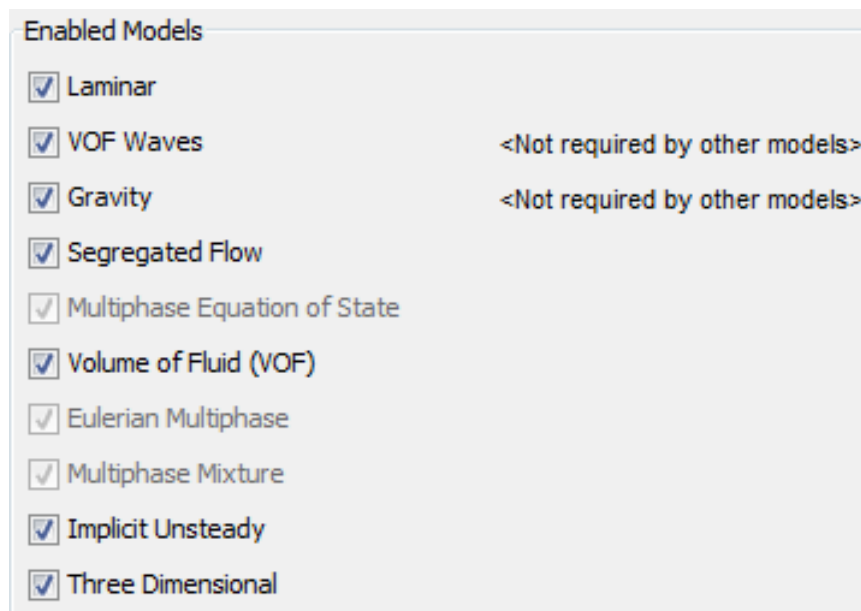
Av modellene innen multiphase mixture kan det velges mellom Multiphase Segregated Flow og Volume of Fluid (VOF). VOF er anbefalt for strømningstilfeller med fri overflate og er valgt i oppgaven. VOF vil bli gått igjennom i kapittel 3.2.

Så skal det velges hvilket viskøst regime som skal benyttes. Det kan velges mellom:

- Inviscid
- Laminar
- Turbulent

Det er i oppgaven benyttet både laminar og turbulent strømningsmodell. Turbulens og valg av turbulensmodeller er beskrevet i kapittel 4.

I tillegg velges modellene VOF Waves og Gravity fra listen over valgfrie modeller. Figur 2.1 viser en oversikt over modellene valgt for en simulering av en bølgetank uten gjenstanser i.



Figur 2.1: Midling av variabelverdier

2.2 Løser

I dette avsnittet vil det bli gjennomgått kort hvordan STAR løser beregninger. Som nevnt i forrige avsnittet det benyttet en segregated flow model, altså en strømningsmodell hvor hastighetskomponentene og trykket bli behandlet som ukoblede. STAR bruker en Rhie-and-Chow kobling mellom hastigheter og trykk. Videre bruker STAR Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations (SIMPLE)-algoritmen for å løse ligningene. Denne algoritmen baserer seg på en gjetting og korrigering alternativ. Hastighetsfeltet beregnes fra momentumligningen, basert på et gjetting trykkfelt basert på forrige tidssteg. Trykk og hastigheter er så korrigert slik at ligningene blir tilfredstilt. SIMPLE-algoritmen kan oppsummeres som under:

- Sett grensebetingelsene
- Beregn de nye gradientene til hastighetene og trykket
- Løs den diskretiserte momentumligningen for å beregne nytt hastighetsfelt, v^*
- Beregn de ukorrigerede massefluksene, m_f^*
- Løs trykk-korreksjonsligningen for å beregne trykk-korreksjonen, p'
- Oppdater trykkfeltet: $p^{n+1} = p^n + \omega p'$. ω er under-relaxationparameter, på 0.9, som tas med fordi trykket ofte overestimeres (Ransau, 2002).
- Oppdater trykk-korreksjonen ved grensene
- Korreger massefluksen, $m_f^{n+1} = m_f^* + m_f'$
- Korreger hastighetene, $v^{n+1} = v^* - V \nabla p' / a_p^V$, hvor V er volumet til cellen, $\nabla p'$ er gradienten til trykk-korreksjonen og a_p^V er vektoren til koeffisientene i det diskretiserte ligningssystemet som representerer hastighetsligningene.
- Oppdater massetettheten i henhold til trykket.
- Slett alle midlertidige data.

Dette er de operasjonene som må gjøres for hvert tidssteg. Det som ikke nevnes over er at verdiene til tidssteg $n + 1$ korrigeres frem gjennom iterasjon. For å sikre konvergens for hvert tidssteg er det viktig å ha et tilstrekkelig antall iterasjoner. For å finne riktig antall iterasjoner er det viktig å se på residualene. Residual er direkte oversatt rest, og betegner i hvor stor grad den diskretiserte løsningen ikke er tilfredstilt. Det vises residualer for flere parametere, men den som er viktig å følge er residualen for vann eller luft. Denne må konvergere for at løsningen skal bli riktig. Residualene er skalert, det vil si at størrelsen på residualen ikke spiller noen rolle. Det som betyr noe for konvergens er at residualen synker. Det er anbefalt at vann/luft-residualen synker med $O \approx 10^{-2}$. Erfaringer viser at det holder at residualen synker med $O \approx 10^{-1}$ for hvert tidssteg, og likevel gir en konvergerende løsning. I oppgaven er det brukt et antall indre iterasjoner på mellom fem og åtte, hvilket har gitt konvergerende resultater.

Løsningsmetoden baserer seg på et stort arbeid gjort av Milovan Peric og flere av hans kolleger og er kort gjengitt i CD-Adapco (2010c).

2.3 Grensebetingelser

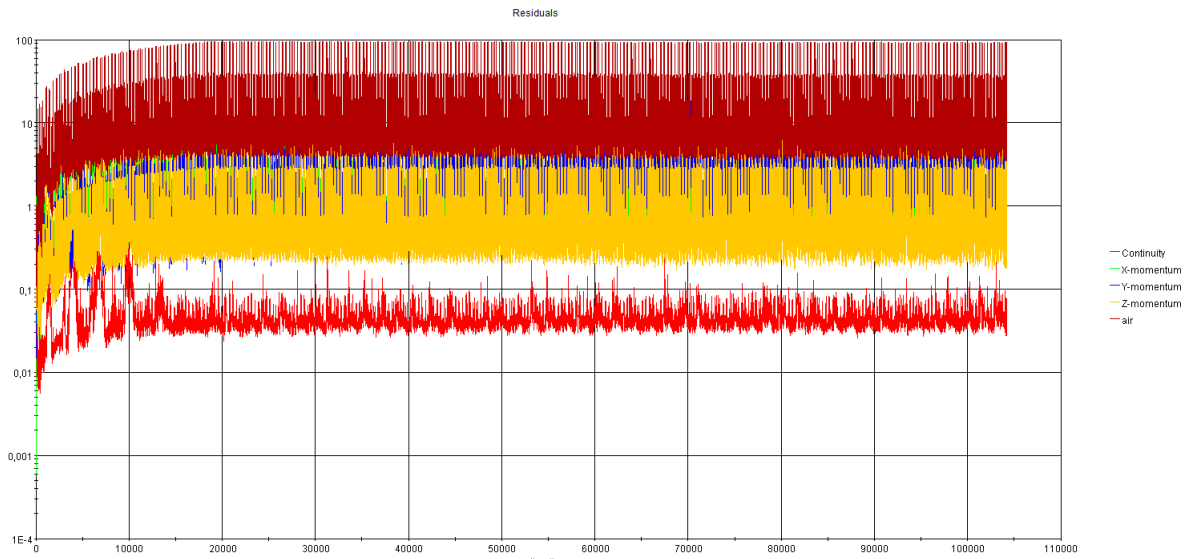
STAR har mange grensebetingelser å velge mellom, bare de som er benyttet i oppgaven er nevnt under.

- Velocity inlet

Hastigheten ved grensen bestemmes direkte, ved å sette inn hastighetskomponenter, eller indirekte ved field functions.

- Pressure outlet

Trykket ved grensen er satt til en spesifikk verdi, eller indirekte ved bruk av field functions.



Figur 2.2: Residualer for en beregning av overflatebølger. Den mørkerøde linjen i øvre kant av bilde er residualen for luft. Merk at det er logaritmisk skala på vertikal akse.

- Symmetry plane

Skjærspennign ved veggen lik 0, ingen hastigheter på tvers av veggen.

- Wall

Tangentiell hastighet på veggen satt til 0.

- Periodic

Gir to fysisk adskilte flater kan bli "mappet" sammen slik at fluksen som går ut den ene flaten, kommer inn den andre og omvendt.

Kapittel 3

Fri overflate

Beregning av strømning med fri overflate er et komplisert problem hvor det er en bevegelig grense. Posisjonen til grensen er kun kjent som en initialbetingelse og posisjonen må senere bestemmes som en del av løsningen. Normalt er en overflate mellom vann og luft det mest brukte, men teorien er også anvendbar for andre væske/gass- og væske/væskeskombinasjoner. Hvis man neglisjerer faseoverganger er det to sentrale grensebetingelser som er gitt ved overflaten.

Den *kinematiske* betingelsen er gitt i ligning 3.1 og bestemmer at overflaten er en skarp grense mellom to fluider, med ingen massetransport gjennom grensen. Ligningen sier at normalkomponenten til hastigheten til fluidet ved overflaten er lik kormalkomponenten til hastigheten til overflaten. En alternativ formulering av denne betingelsen er $\dot{m}_{fs} = 0$. f_s betegner fri overflate.

$$(v - v_b) \cdot n|_{f_s} = 0 \quad (3.1)$$

Den *dynamiske* betingelsen er gitt i ligning 3.2 og krever at kreftene som virker på fluidet ved overflater er i likevekt. Det betyr at krefter som står normalt på overflaten er like store, men motsatt rettet, mens tangentielle krefter har samme verdi og retning. Betingelsen sier at trykket i væsken og gassen skal være like stort ved overflaten.

$$p_v = p_g \quad (3.2)$$

Her er det i midlertid gjort en forenkling. Overflatespenningen og de viskøse skjærkreftene i overflaten er neglisjert. Tar man hensyn til overflatespenningen vil ligning 3.2 ikke være gyldig, og en mer kompleks betingelse må innføres. Se ligning 12.26 i Ferziger & Peric (2002) for detaljer.

Fler metoder er brukt for å implementere grensebetingelsene og finne formen til den frie overflaten. Disse metodene kan deles i to hovedgrupper:

- *Interface-tracking metoder*
- *Interface-capturing metoder*

Interface-tracking metoder behandler overflaten som en skarp grense og følger bevegelsen til denne, ved å bruke et bevegelig mesh som følger overflaten. I *Interface-capturing metoder* blir overflaten ikke behandlet som en skarp grense. Det blir benyttet et fast mesh og formen til overflaten blir bestemt ved å finne hvor stor del av cellen som er fylt av det aktuelle fluidet. Det

er flere forskjellige metoder innen for begge sjangere, men STAR benytter metoden *Volume of Fluid*(VOF) som er en *Interface-capturing metode*.

3.1 Volume of Fluid

Volume of Fluid(VOF) for løsning av overflateproblemer er en anerkjent og mye benyttet metode for numersk løsning av fri overflate, og blir ofte foretrukket fremfor alternative metoder på grunn av robustheten og at den krever mindre beregningskraft enn andre *interface-capturing metoder*. VOF er en metode som egnet seg godt til problemer hvor man har to ikke-blandbare fluider, som har en liten kontaktflate. Det er spesielt nevnt at beregninger med fri overflate er riktig anvendelse av denne modellen (CD-Adapco, 2010c).

VOF er en metode som baserer seg på et ubevegelig mesh, hvor cellene ved overflaten, er delvis fylt av begge fluidene. Fyllingsgraden, eller volumfraksjonen, av det ene fluidet er angitt som c , hvor $0 \leq c \leq 1$. Transportligningen for c er utledet fra kontinuitetsligningen og er som følger:

$$\frac{\delta c}{\delta t} + \text{div}(cv) = 0 \quad (3.3)$$

Når en celle er fylt av c med det ene fluidet, inneholder det $1 - c$ av det andre fluidet. I hver celle vil begge fluidene bli behandlet som et fluid med kombinerte egenskaper slik ligningene 3.4 og 3.5 viser.

$$\rho = \sum \rho_i c_i = \rho_{luft}c + \rho_{vann}(1 - c) \quad (3.4)$$

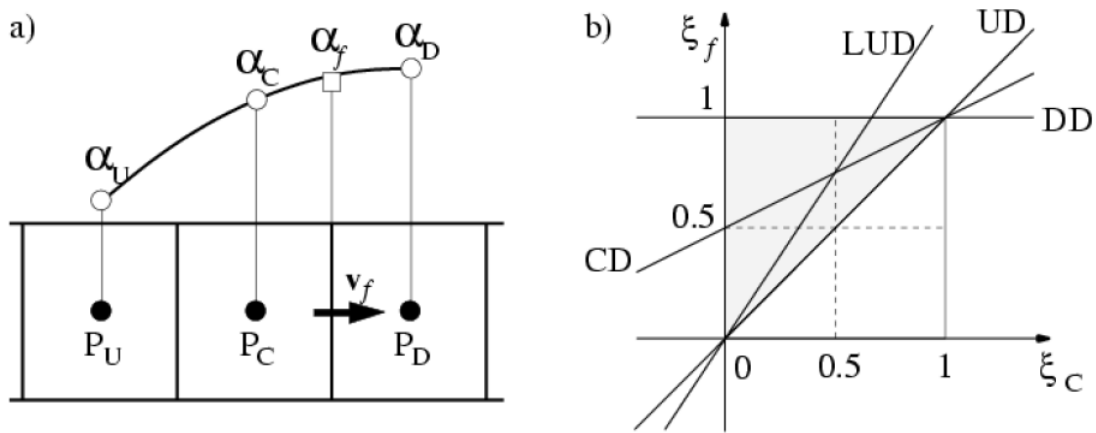
$$\mu = \sum \mu_i c_i = \mu_{luft}c + \mu_{vann}(1 - c) \quad (3.5)$$

Her er det vist både generell notasjon, hvor c_i er volumfraksjonen til hvert av fluidene det summeres over, og et spesialtilfelle med luft og vann som to fluider.

NVD og HIRC

For å reprodusere den frie overflaten skarpt, blir den konvekktive fluksen ved celleflatene behandlet spesielt nøye. Netto fluks til en celle kan ikke overskride volumet som er ledig i cellen, og netto fluks fra en celle kan ikke være større enn det volumet som opprinnelig var i cellen. For å ha kontroll med dette brukes *Normalized variable diagram*(NVD) og *high-resolutions interface capturing*(HIRC) for å finne tilnærmede verdier på celleflatene. Det sentrale ved diagrammet er at den gir en sammenheng mellom senterverdiene i cellene og verdiene på celleflatene.

Del (a) av figur 3.1 viser tre celler nært en celleflate f , hvor hasigheten gjennom flaten er kjent, (v_f). Verdiene i nodene, som er betegnet α_D , α_C og α_U , er verdiene i den cellen som ligger oppstrøms(upwind), i midten(central) og nedstrøms(downwind), slik figuren viser.



Figur 3.1: Del a) viser oppsettet for tre seller og notasjonen som er benyttet. Del b) viser et NVD som gir sammenhengen mellom ζ_C og ζ_f .

Den normaliserte variabelverdien $\zeta(r, t)$ er gitt som

$$\zeta(r, t) = \frac{\alpha(r, t) - \alpha_U}{\alpha_D - \alpha_U} \quad (3.6)$$

mens verdien på celleflaten er

$$\zeta_f = \frac{\alpha_f - \alpha_U}{\alpha_D - \alpha_U} \quad (3.7)$$

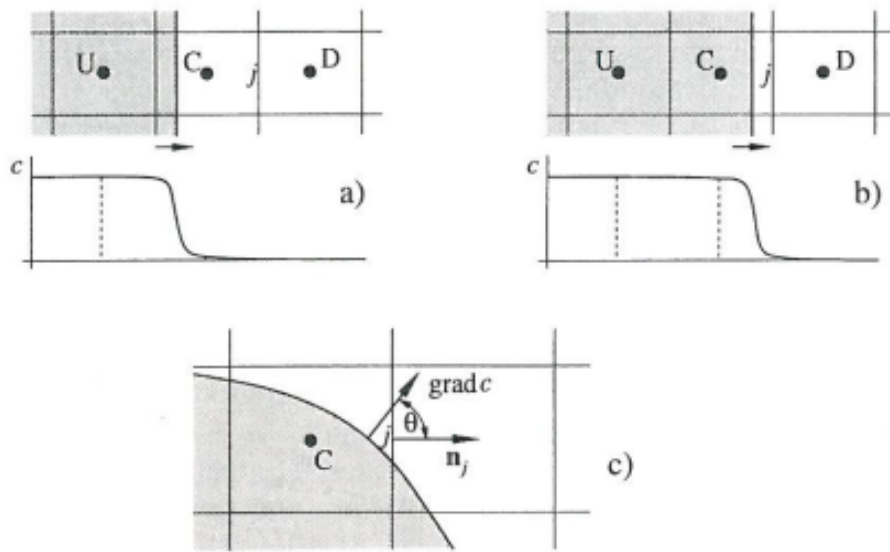
hvor $\zeta_f = \zeta_f(\zeta_c)$, og ζ_c er

$$\zeta_c = \frac{\alpha_C - \alpha_U}{\alpha_D - \alpha_U} \quad (3.8)$$

For å unngå svingninger i løsningen som ikke er fysisk betinget, må α_c ligge mellom verdiene til α_U og α_D . Dette må være tilfredsstillt i hele domenet.

I tillegg til NVD benyttes også *high-resolutions interface capturing* (HIRC)-skjema. Grunnen til dette vises i figur 3.2, i del a) og b). Hvis en celle er nesten tomt er det kun fluidet som er i den nedstrøms cellen vil bli behandlet ved overflaten. Men, dette fungerer kun hvis fluidoverflaten er parallell med celleflaten og beveger seg normalt på celleflaten. Hvis derimot fluidoverflaten er normal på celleflaten, er det mest sannsynlig det fluidet som cellen har i sitt senter som vil bli behandlet ved celleflaten. For bedre å kunne modellere overflater som er formet som del c) i figuren under trenger NVD diagrammet å utvides.

Den normaliserte verdiene på flaten er gitt som i uttrykkene under. Dette er tilnærminger som har vist seg å gi tilfredsstillende gode resultater (Muzaferija & Peric, 1999). C er Couranttallet, C_u og C_l er grenser på henholdsvis 1 og 0.5 i STAR.



Figur 3.2: Figuren viser at HIRC er nødvendig for å håndtere mer komplekse overflatekrumninger (Muzaferija & Peric, 1999).

$$\zeta_f = \begin{cases} \zeta_c & \text{hvis } \zeta_c < 0 \\ 2\zeta_c & \text{hvis } 0 \leq \zeta_c < 0.5 \\ 1 & \text{hvis } 0.5 \leq \zeta_c < 1 \\ \zeta_c & \text{hvis } 1 \leq \zeta_c \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\zeta_f^* = \begin{cases} \zeta_f & \text{hvis } C < C_l \\ \zeta_c + (\zeta_f - \zeta_c) \frac{C - C_l}{C_u - C_l} & \text{hvis } C_l \leq C < C_u \\ \zeta_c & \text{hvis } C_u < C \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\zeta_f^{**} = \zeta_f^* (\cos \theta)^{C_\theta} + \zeta_c (1 - (\cos \theta)^{C_\theta}) \quad (3.11)$$

θ er vinkelen til fluidoverflaten i forhold til celleflaten som vist i figur 3.2, del c). C_θ er en konstant med verdi 0.05 i STAR. Dette gir det endelige uttrykket for verdien på celleflaten.

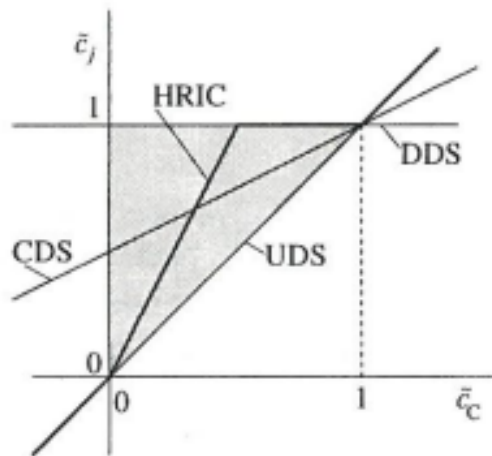
$$\alpha_f^{**} = \zeta_f^{**} (\alpha_D - \alpha_U) + \alpha_U \quad (3.12)$$

Under vises et alternativt NVD, hvor HIRC-grensen er tegnet inn med tykk strek.

Dette kapitlet er basert på teorien fra Muzaferija & Peric (1999), men gjengitt slik den er anvendt i STAR (CD-Adapco, 2010c).

3.2 VOF-bølger

For å simulere bølger bruker STAR VOF-waves. Disse blir brukt til å simulere bølger ved en grenseflate med et tungt og et lett fluid. Det kreves at modellen VOF er valgt for modellering



Figur 3.3: Oppdatert NVD med HIRC-sammenhengen tegnet inn med uthevet strek.

av fri overflate. VOF-bølgegeneratoren lager *field functions*, som er et datasett i hele domenet og grensene, på grunnlag av ønsket utforming på bølgen. Disse field functions kan velges som grense- og initialbetingelser. Det kan velges mellom fem forskjellige typer VOF waves:

- Flatt vann
- 1. ordens bølge teori. Gjengitt i for eksempel Faltinsen (2005).
- Superposisjonerte bølger. Mulighet for å kombinere flere 1. ordens bølger.
- 5. ordens bølge teori, basert på Fenton (1985).
- Irregulære bølger. Mulighet for å bruke enten Pierson-Moskowitz eller JONSWAP spektere. Teorien er gengitt i Myrhaug (2007).

Det er i oppgaven kun benyttet flatt vann og førsteordens bølger. VOF bølgen skal gies visse egenskaper, slik som figur 3.4 viser. Det skal defineres et punkt som ligger på gjennomsnittlig for overflate, vertikal retning og utbredelses retning på bølgen. Det kan også gis hastigheter til det tunge og det lette fluidet, disse er kalt strøm og vind. Egenskapene til bølgen defineres ved å sette amplituden og velge om det skal spesifiseres bølgelengde eller periode. Dette gjøres i en undermeny, sammen med vanddybden, hvis boksen for "deep water approximation" ikke er haket av. Til slutt er massetettheten til det lette og det tunge fluidet gitt.

FirstOrderVofWave 1 - Properties	
Properties	
Point On Water Level	[0.0, 0.0, 0.0] m
Vertical Direction	[0.0, 0.0, 1.0]
Advancing Direction	[1.0, 0.0, 0.0]
Current	[0.0, 0.0, 0.0] m/s
Wind	[0.0, 0.0, 0.0] m/s
Amplitude	0.1 m
Specification Type	Wave Length
Deep Water Approximation	<input type="checkbox"/>
Light Fluid Density	1.18415 kg/m ³
Heavy Fluid Density	997.561 kg/m ³

Figur 3.4: Utsnitt fra STAR av VOF waves-egenskapene.

STAR tilbyr også en mulighet for å dempe ut bølger. Refleksjon av bølger fra outlet-grensen kan være et stort problem, som ødelegger lange simuleringer av en beregning. Derfor er det en offten en fordel å dempe disse bølgene ut. STAR gjør dette ved å legge restriksjoner på vertikalbevegelsen til bølgen en avstand fra outlet.

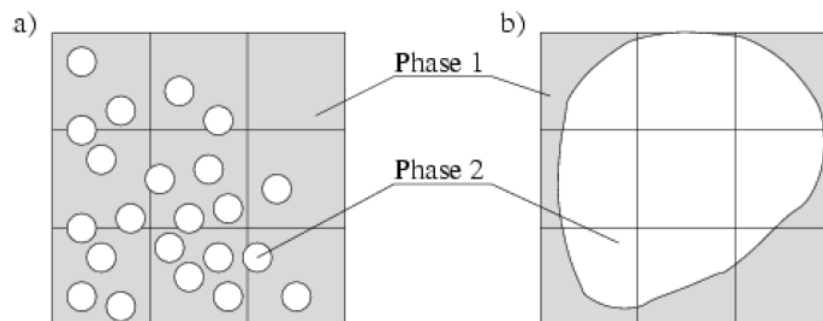
$$S_z = \rho (f_1 + f_2 |w|) \frac{e^\kappa - 1}{e - 1} w \quad (3.13)$$

$$\kappa = \left(\frac{x - x_s}{x_e - x_s} \right)^{n_d} \quad (3.14)$$

f_1 , f_2 og n_d er dempingsameterer, som er gitt verdiene 10, 10 og 2 i STAR. x_s og x_e er henholdsvis start- og sluttposisjonene på dempingsområdet. w er vertikal hastighet. Dette avsnittet om demping er basert på Choi & Sung (2009).

3.3 Meshing av fri overflate

For å unngå numeriske feil i beregningen av den frie overflaten er det viktig at området rundt den frie overflaten er meshet fint nok. Siden VOF regner at alle faser i en celle har samme hastighet og trykk og avvik fra denne antagelsen blir en diskretiseringsfeil. Det er viktig at området med faseovergangen består av minst tre celler slik figur 3.5 viser.



Figur 3.5: Essempler på gal og riktig meshing av overflateproblematikk (CD-Adapco, 2010c).

Dette er imidlertid et litt feil eksempel for fri overflatestrømning med bølger. Figuren over viser at det er nødvendig med et svært fint mesh for brytende bølger, for å fange opp detaljene. For en bølge med en kontinuerlig overflate har CD-adapco (Seidler, 2011) kommet med følgende anbefaling: 40 – 80 celler per bølgelengde og 12 – 14 celler per bølgehøyde. Denne oppløsning har fungert svært godt. Det har vist seg at man får gode resultater med ned mot 20 elementer per bølgelengde. For de beregninger hvor det er hentet ut data for overflatehevingen, er overflaten definert som der hvor volumfraksjonen, c , er lik 0.5.

Kapittel 4

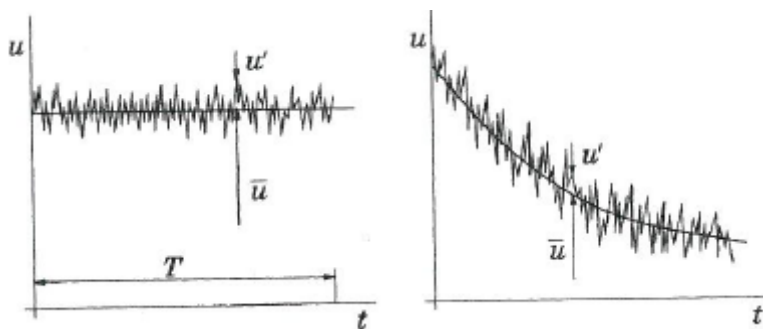
Turbulens

Ved økende Reynoldstall går en strømning etterhvert over fra å være laminær til å bli turbulent. Turbulent strømning er preget av utforutsigbarhet og tredimensjonale effekter. Dette er det ikke mulig å regne på analytisk. Derfor er turbulensmodellering viktig innen CFD for å kunne gjengi strømmingen riktig.

4.1 RANS

For turbulente strømninger er det behov for å modellere turbulensen, siden den ikke kan finnes analytisk. Den mest utbredte måten å gjøre dette på, er ved å bruke Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) ligninger. Prinsippet bak denne metoden er å midle variabelverdiene over et tidsrom, T , som er mye større enn fluktuerende variasjonene til variabelen, t . Det vil si $T \gg t$. Dette er gyldig både for strømninger som er statistisk stasjonære og strømninger hvor middelverdien forandrer seg med tiden slik figur 4.1 viser.

$$\bar{\phi} = \frac{1}{T} \int_0^T \phi dt. \quad (4.1)$$



Figur 4.1: Midling av variabelverdier

Videre antar man at verdien til variabelen deles i en midlet verdi, $\bar{\phi}$, og en fluktuerende del, ϕ' , slik som ligning 4.2 viser. Fra ligning 4.1 følger også at $\bar{\phi}' = 0$.

$$\phi_i = \bar{\phi}_i + \phi'_i \quad (4.2)$$

Med dette uttrykket satt inn for hastighetene, og tilsvarende for trykket, kan ligning 4.3 og 4.4 utledes fra den ikke-lineære Navier-Stokes-ligningen. For utledning, se sidene 406–409 i White (2006).

$$\rho \frac{D\bar{\mathbf{V}}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla \bar{p} + \nabla \tau_{ij} \quad (4.3)$$

hvor τ_{ij} er skjærspenningen og består av to deler. Den første delen i ligning 4.4 er bidraget fra laminær strømming og den siste delen er tillegget på grunn av turbulens.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \quad (4.4)$$

Det er det siste leddet i ligning 4.4 som gjør ting vanskelig, da uttrykket for dette ikke vites *a priori*. Derfor må dette modelleres. Dette leddet kalles ofte for *Reynoldspenningen*. I tillegg blir ligningssettet uløselig, da innførselen av *Reynoldspenningen* gjør at det blir flere ukjente enn det er ligninger. Innholdet i dette avsnittet er hentet fra White (2006) og Ferziger & Peric (2002).

4.1.1 k- ϵ

Den mest utbredte RANS-turbulens modellen er k- ϵ -modellen. Den er en turbulensmodell med to ligninger, det vil si at modellen inneholder ligninger for å gjengi transport av energi, k , og dissipasjon, ϵ . Ligning 4.5 viser den virvel-viskøse-modellen for *Reynoldspenningen*, hvor man har antatt at effektene av turbulensen kan beskrives ved et tillegg i viskositeten, μ_t . (Ferziger & Peric, 2002)

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (4.5)$$

hvor k er gjennomsnittlig kinetisk energi i turbulensen.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (4.6)$$

Turbulens kan helt enkelt beskrives med to parametere: Turbulensens gjennomsnittlige kinetiske energi og en lengde, L som er karakteristisk lengde for turbulensen. Ved dimensjonsanalyse har Ferziger & Peric (2002) vist at $\mu_t = \rho C_\mu \sqrt{2k} L$. C_μ er en dimensjonsløs konstant.

Det er også nødvendig med en ligning til for å bestemme L . Her har flere alternative ligninger blitt brukt. Den mest populære løsningen, og som også er gjeldende i denne modellen, er basert på observasjoner på at energitap, eller dissipasjon, er nødvendig i energiligningen. Det antas at strømmingen er i turbulent likevekt, det vil si at turbulensproduksjonen er omtrent like stor som turbulensdissipasjonen. For en slik strømming har vi følgende uttrykk for sammenhengen mellom dissipasjonen, ϵ , k og L .

$$\epsilon \approx \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L} \quad (4.7)$$

Denne likningen er en av flere på formen $\epsilon \approx k^m L^n$ hvor m og n varierer. For en oversikt se tabell 1 i Andersson (1988). Idéen bak er at det for strømning ved høye Reynoldstall er en energioverføring i et stort spekter av lengdestørrelser, fra L og nedover, og energien til de mindre størrelsesordenene dissiperer. Det bør kommenteres at ligning 4.7 er hentet fra Ferziger & Peric (2002), mens det i tilsvarende ligning i Launder & Spalding (1974) inneholder en konstant. Denne konstanten er tatt bort fra ligningen, men inngår i andre konstanter i løsningen, ligning 4.9.

Ved kombinasjon av ligningen 4.7 og uttrykket for μ_t over får vi et nytt uttrykk:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.8)$$

Transportligningene for ϵ og k basert på Navier-Stokes-ligningene ser slik ut:

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\delta}{\delta x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\delta \epsilon}{\delta x_j} \right) + \frac{C_1 \mu_t \epsilon}{\rho k} \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} + \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right) \frac{\delta U_i}{\delta x_j} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.9)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\delta}{\delta x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\delta k}{\delta x_j} \right) + \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} + \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right) \frac{\delta U_i}{\delta x_j} - \epsilon \quad (4.10)$$

Det inngår flere konstanter i disse ligningene. Disse er funnet ved eksperiment av strømning i kanaler av Launder et al. (1972), men Launder & Spalding (1974) slår fast at disse verdiene også vil gi gode resultater for strømning nær vegg. Disse verdiene finner vi også igjen i Ferziger & Peric (2002) og står i tabell 4.1.

C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

Tabell 4.1: Konstant-verdier

Dette avsnittet er basert på Ferziger & Peric (2002) og Launder & Spalding (1972, 1974), samt i mindre grad Andersson (1988).

4.1.2 k- ϵ for lave Reynoldstall

Som nevnt over er disse ligningene basert på at Reynoldstallet er høyt. Det vil si at teorien over ikke er gyldig for alle Reynoldstall. En utvidelse av teorien som er gjengitt i forrige avsnitt er gitt i Jones & Launder (1972, 1973). De kom frem til noe annerledes transportligninger for ϵ og k , se ligning 4.11 og 4.12, og alternative konstanter.

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\delta}{\delta x_j} \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu \right) \frac{\delta \epsilon}{\delta x_j} \right) + \frac{C_1 \mu_t \epsilon}{\rho k} \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} + \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right) \frac{\delta U_i}{\delta x_j} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} - 2 \frac{\nu \mu_t}{\rho} \left(\frac{\delta^2 U_i}{\delta x_j \delta x_i} \right)^2 \quad (4.11)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\delta}{\delta x_j} \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu \right) \frac{\delta \epsilon}{\delta x_j} \right) + \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} + \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right) \frac{\delta U_i}{\delta x_j} - 2\nu \left(\frac{\delta k^{0.5}}{\delta x_j} \right)^2 - \epsilon \quad (4.12)$$

Forandringene for konstantene er at C_μ og C_2 er ikke lenger konstante men en funksjon av Reynoldstallet. Ligningen for disse er gitt under. $C_{\mu\infty}$ og $C_{2\infty}$ tilsvarer verdiene fra tabell 4.1 for henholdsvis C_μ og C_2 . De andre konstantene er uforandret.

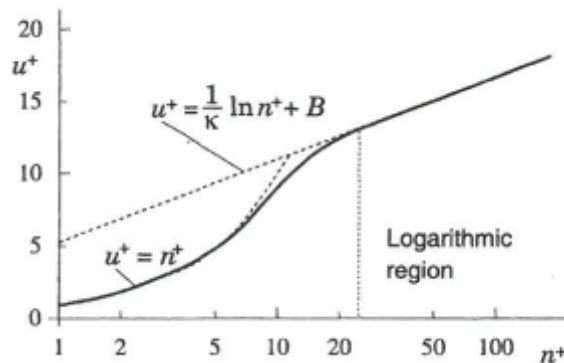
$$C_\mu = C_{\mu\infty} \exp(-2.5/(1 + Re/50)) \quad (4.13)$$

$$C_2 = C_{2\infty} (1 - 0.3 \exp(-Re^2)) \quad (4.14)$$

4.2 Wall functions

For høye Reynoldstall vil det viskøse grensesjiktet bli så tynt at det er vanskelig å lage et tilstrekkelig fint mesh for å løse opp grensesjiktet. Dette problemet kan omgås ved å bruke *wall functions*, eller veggfunksjoner. *wall functions* er settet med matematiske relasjoner som blir brukt for å behandle grensebetingelsene nært veggen i kontinuitetsligningen, hvor det blant annet antas at turbulensmodellen kun er gjeldende utenfor den viskøse delen av grensesjiktet og at denne delen av grensesjiktet ikke blir løst. I tillegg er det antatt at lengden på det elementet som ligger nærmest veggen ligger i den logaritmiske regionen av grensesjiktet, slik figur 4.2 viser. Ligning 4.15 viser at dimensjonsløs avsvastand y^+ er proporsjonal med y som er elementlengden normalt på veggen til det nærmeste elementet.

$$y^+ = \rho \frac{u_\tau y}{\mu} \quad (4.15)$$



Figur 4.2: Turbulentgrensesjikt. Hastighetsprofiler som funksjon av avstend til veggen i turbulent grensesjikt. Den hele linjen kommer fra eksperiment. $n^+ = y^+$

Uttrykket for dimensjonsløs hastighet er som følger:

$$u^+ = \frac{\bar{u}_t}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \quad (4.16)$$

hvor \bar{u}_t er midlet hastighet parallellt med veggen, mens u_τ er skjærhastigheten, gitt ved $u_\tau = \sqrt{|\tau_w|/\rho}$. Videre er τ_w skjærspenningen på veggen, κ er *von Karmans*-konstant, med en verdi på 0.41 og B er en empirisk konstant relatert til tykkelsen av grensesjiktet. For en glatt flat plate vil $B \approx 5.5$ være en god verdi.

Noe som er viktig ved bruk av *wall functions* er y^+ -verdien. Fra side 298 i Ferziger & Peric (2002) blir grensebetingelsene for bruk av *wall functions* diskutert. Her blir det slått fast at riktig bruk av *wall functions* krever at y^+ ligger i det logaritmiske området, slik som nevnt innledningsvis. For eksempel i områder med separasjon i strømmingen vil dette kravet ikke være oppfylt og grensebetingelsene vil ikke være riktige, noe som kan føre til større modelleringsfeil. I disse tilfellene bør det benyttes en annen modell, som løser ligningen for alle y^+ -verdier og hvor man antar at turbulensmodellen også gjelder i grensesjiktet. Dette omtals ofte som *Low-Reynolds Number Approach*. Løsninger hvor y^+ er tilstrekkelig stor kalles gjerne *high y^+ wall treatment*.

Ferziger & Peric (2002) angir $y^+ > 30$ som en tommelfingerregel. Andre kilder bruker andre verdier, men stort sett i samme størrelsesorden. Enger et al. (2010) nevner at verdiene 40 – 60 er ønskelige når man bruker *wall functions*. CD-Adapco (2010a) har y^+ -verdier lik 32 i sine beregninger. CD-Adapco (2010c) mener det er høyst usannsynlig at det vil bli noen feil av betydning for $y^+ > 12$, og nevner at store feil kan forekomme ved for store y^+ -verdier også. De mener det er hensiktsmessig å sikte på y^+ -verdier mellom 30 og 50.

Dette avsnittet er basert på Ferziger & Peric (2002) og CD-Adapco (2010c).

4.3 STAR og turbulens

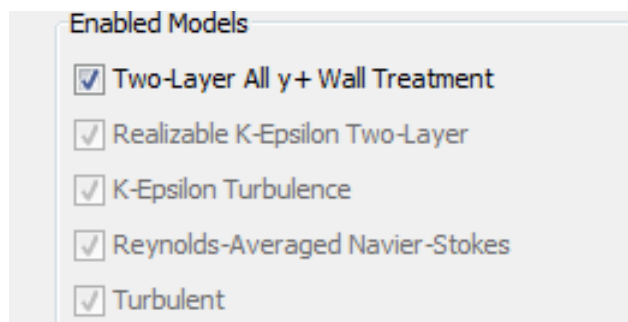
STAR byr på en stort utvalg av turbulensmodeller. $k - \epsilon$ -modellen er valgt i beregningene, da denne virker til å være *best practice*, basert på CD-Adapco (2010a), CD-Adapco (2010b) og Enger et al. (2010). Det er sannsynlig at dette er *best practice* sett fra et kommersielt synpunkt, hvor beregningstid og behov for datakraft er viktig. $k - \epsilon$ -modellen gir en godt kompromiss mellom økt beregningstid, robusthet og nøyaktighet (CD-Adapco, 2010c). Kritik og sammenligning av turbulensmodeller vil det ikke bli gått videre inni, men det kan nevnes at *Reynolds Stress-Transportmodell*(RSM) er antatt å gi gode resultater for hastighetfordeling (Enger et al., 2010), men at den er av de mest komplekse, og derav datakraftkrevende, modellene som finnes. Det gir derimot ingen garanti for at løsningen blir riktigere (Ferziger & Peric, 2002).

Figur 4.3 viser valget av turbulensmodeller. Dette er valg som STAR velger for deg, når automatisk velger er slått på, når du selv har valgt $k - \epsilon$ -modellen. Denne automatiske velgeren er naturligvis mulig å slå av.

Som det sees av figuren over er det brukt *Realizable $k - \epsilon$ two layer model med all y^+ wall treatment*. Her er det tre elementer det skal gåes nærmere inn på. Two layer modell, Realizable $k - \epsilon$ og all y^+ wall treatment.

4.3.1 Realizable $k - \epsilon$

Realizable $k - \epsilon$ baserer seg i stor grad på teorien i kapittel 4.1.1, men er en forbedret modell da $k - \epsilon$ -modellen viser seg å anslå for høy virvel-viskositet når strømmingen har høy gjennomsnitt-



Figur 4.3: Valg av turbulensmodeller

lig skjærkraft eller det er stor separasjon. Det transportlingene og behandlingen av konstantene som utgjør forskjellen. Transportligningene finnes i side 2542 i CD-Adapco (2010c).

Uttrykket for μ_t er fortsatt som i ligning 4.8, men C_μ er ikke lenger en konstant.

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S U^* \frac{k}{\epsilon}} \quad (4.17)$$

Koeffesientene er gitt som:

$$A_0 = 4.0 \quad (4.18)$$

$$A_S = \sqrt{6} \cos(\phi) \quad (4.19)$$

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W) \quad (4.20)$$

$$W = \frac{\tau_{ij}\tau_{jk}\tau_{ki}}{\tau^3} \quad (4.21)$$

og U^* er $\sqrt{SS - RR}$, hvor $S = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} + \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right)$ og $R = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta U_i}{\delta x_j} - \frac{\delta U_j}{\delta x_i} \right)$

$$C_1 = \max \left(0.43, \frac{\eta}{5 + \eta} \right), \quad (4.22)$$

hvor η er Sk/ϵ . En oversikt over konstantene er gitt i tabell 4.2.

	C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ϵ	A_0
Launder & Spalding (1974)	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	
Shih et al. (1994)	ligning 4.17	ligning 4.22	1.9	1.0	1.2	4

Tabell 4.2: Konstant-verdier

4.3.2 Two layer model

Two layer modell, eller tolags-modell, benyttes for å anvende k - ϵ modellen i det viskøse grensesjiktet, som et alternativ til spesielle k - ϵ modeller designet for lave reynoldstall. I laget nært veggen er, ϵ og μ_t spesifisert på grunnlag av distansen til veggen.

Tolags-modellen blander en en-ligningsmodell, hvor det blir løst for k , mens ϵ blir beskrevet algebraisk, med den realizable k - ϵ modellen som nevnt over. Tolagsmodellen er parametrisert som en funksjon av en lengdeskala og en ratio av den turbulente viskositeten, henholdsvis $L = f(y, Re_y)$ og $\mu_t/\mu = f(Re_y)$ hvor Re_y er gitt som

$$Re_y = \rho \frac{\sqrt{k}y}{\mu} \quad (4.23)$$

Dissipasjonsraten er gitt som ligning 4.7 og verdiene funnet nært veggen blir blandet med verdiene til den gjeldende k - ϵ -modellen ved bruk av en glatt blandingsfunksjon. Blandingsfunksjonen er gitt i ligning 4.24.

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{Re_y - Re_y^*}{A} \right) \right) \quad (4.24)$$

Re_y^* bestemmer grensen på anvendbarheten til modellen. Re_y^* er satt til 60 i STAR. Videre bestemmer konstanten A bredden til blandingsfunksjonen. Ved å definere en bredde slik at verdien av λ vil være mindre enn 1% av verdien langt fra veggen for en gitt endring av ΔRe_y , får man sammenhengen i ligning 4.25. ΔRe_y er satt til 10 i STAR. Flere detaljer finnes på side 2554 i CD-Adapco (2010c).

$$A = \frac{|\Delta Re_y|}{\tanh 0.98} \quad (4.25)$$

STAR har gir valgmuligheten mellom tre forskjellige tolags-modeller. Det er brukt Wolfstens modell (se side 2554–5 i CD-Adapco (2010c) eller Wolfstein (1969)), som er en god modell når det er skjærkrefter som er grunnlaget for turbulensen. Denne er angitt som standardinnstilling.

4.3.3 Wall treatment

I STAR er det mulig å velge en veggtilnærning som er gyldig for både høye og lave y^+ -verdier. Den er designet for å oppføre seg som enten en modell for høye og lave y^+ -verdier når grensene går mot henholdsvis $y^+ > 30$ og $y^+ \rightarrow 0$. I området i mellom er denne metoden forventet til å gi de gode resulater. I uttrykkene til for eksempel k og ϵ inngår blandingsfunksjonen g , som er definert ut fra Reynoldstallet.

$$g = \exp\left(-\frac{Re_y}{11}\right) \quad (4.26)$$

Et eksempel på hvordan blandingsfunksjonen blir brukt er i uttrykket for u_τ :

$$u_\tau = \sqrt{g\nu u/y + (1-g)\sqrt{C_\mu}k} \quad (4.27)$$

For flere detaljer og ligninger se side 2557 i CD-Adapco (2010c).

Kapittel 5

Videre arbeid fra prosjektoppgaven

Som en forløper til masteroppgaven ble det i 9. semester gjort en prosjektoppgave (Kopperstad, 2010). Temaet for oppgaven var hydrodynamiske beregninger med STAR-CCM+, og det ble det blant annet gjort simuleringer av todimensjonal strømming rundt kvadratisk og rund sylinder i uendelig væske og en rund sylinder nært en vegg. Simuleringene gav noen resultater som ikke stemte med referanselitteraturen. For flere detaljer om prosjektoppgaven se Kopperstad (2010).

5.1 Lave Strouhalstall

For både den kvadratiske og den runde sylindere var kreftene i samsvar med referanselitteraturen, mens Strouhalstallene var betydelig lavere, slik det kommer fram av tabell 5.1 og 5.2. Beregningene ble gjort på nytt, men med kun en forandring i innstillingene i softwaren. Antallet indre itersjoner ble økt for å være sikre å konvergens for hvert tidssteg, i henhold til kapittel 2.2. I prosjektoppgaven ble beregningen gjort med kun én iterasjon for hvert tidssteg, hvilket ikke er tilfredsstillende og som ikke nødvendigvis gir en løsning som konvergerer. Slik tabellene under viser medførte de nye beregningene at det ikke ble noen endringer i kreftene, men gjorde at Strouhalstallet for begge tilfellene ble identisk med referansene.

	Mean Drag	Løftamplitude	St	Antall elementer
Kopperstad (2010)	1.93	0.73	0.11	19188
Nye resultater	1.93	0.73	0.18	19188
Endresen & Kopperstad (2010)	1.89	0.70	0.18	ca.15000

Tabell 5.1: Verdier fra beregningen for kvadratisk sylinder

	Mean Drag	Løftamplitude	St	Antall elementer
Kopperstad (2010)	1.37	0.31	0.11	14998
Nye resultater	1.37	0.31	0.16	14998
Havn (2010)	1.39	0.32	0.17	11700
Park et al. (1998)	1.33	0.33	0.16	<i>N/A</i>

Tabell 5.2: Verdier fra beregningen for sirkulær sylinder.

Kapittel 6

Strømning over legeme nær fri overflate

Strømning over legemer nært en fri overflate er et viktig strømningstilfelle innenfor marine anvendelser i fluiddynamikk. Et eksempel på dette kan være foilene på en hurtiggående hydrofoilbåt. Hvordan overflaten reagerer på tilstedeværelsen av hydrofoilen kan være av stor betydning. Bølger generert av foilen vil øke motstanden, og hvis det i tillegg er brytende bølger vil motsanden øke betraktelig. Derfor er det viktig å kunne beregne og vite hvordan en neddykket legeme påvirker den frie overflaten.

Strømning over neddykkede legemer er regnet som å være et godt testtilfelle for numeriske beregninger av viskøse strømningsproblemer med fri overflate. Siden legemet er helt neddykket, slipper man interaksjonen mellom den frie overflaten og veggen på legemet som kan være vanskelig å modellere (Holm, 2005).

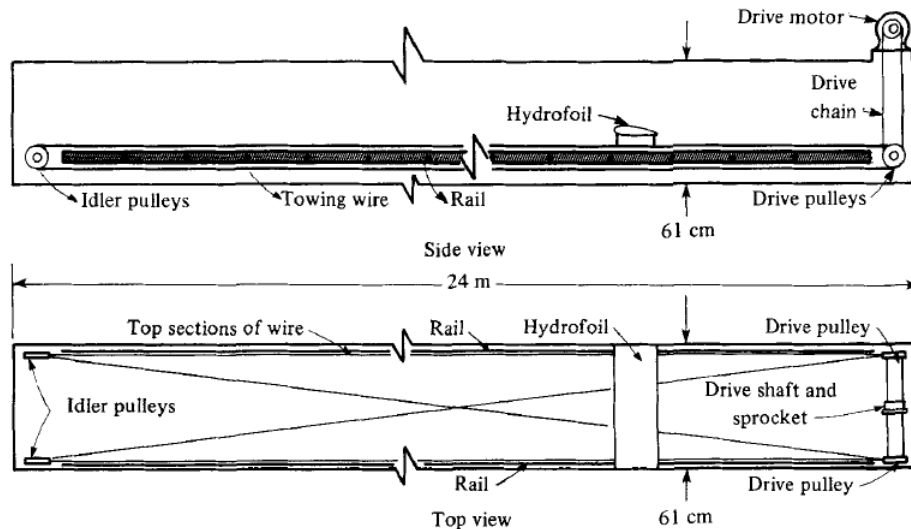
I dette kapittelet vil strømning over en neddykket NACA0012 hydrofoil bli beregnet. Resultatene vil bli sammelignet med ekperiment utført av Duncan (1983).

6.1 Eksperiment

Eksperimentet er utført av James H. Duncan in 1982, og publisert i Journal of Fluid Mechanics i 1983. Disse resultatene er i dag ofte brukt for validering av numeriske beregninger hvor effekten av fri overflate er inkludert(Holm, 2005).

Formålet med eksperimentet var å undersøke hvordan brytende og ikke-brytende bølger bak et neddykket legeme påvirker drag-kraften på legemet. Eksperimentet ble utført ved å slepe en NACA0012 hydrofoil med en chord-lengde 0.203 m, med en angrepsvinkel 5° i en slepetank i 0.80 m/s. Slepetanken 24 m lang med et tverrsnitt på 0.61 m ganger 0.61 m. Dypgangen til hydrofoilen ble variert under forsøket for å undersøke oppførselen til bølgene bak foilen. For sammenligning er de kjøringene som ble gjort med en dypgang på 0.21 m i stille vann valg ut.

Figur 6.1 viser en skisse over oppsettet av eksperimentet. Målingene startet etter at foilen hadde beveget seg minst 6 m, for å være sikker på at bølgemønsteret var kvasi-statisk. For flere detaljer om eksperimentet se Duncan (1983).



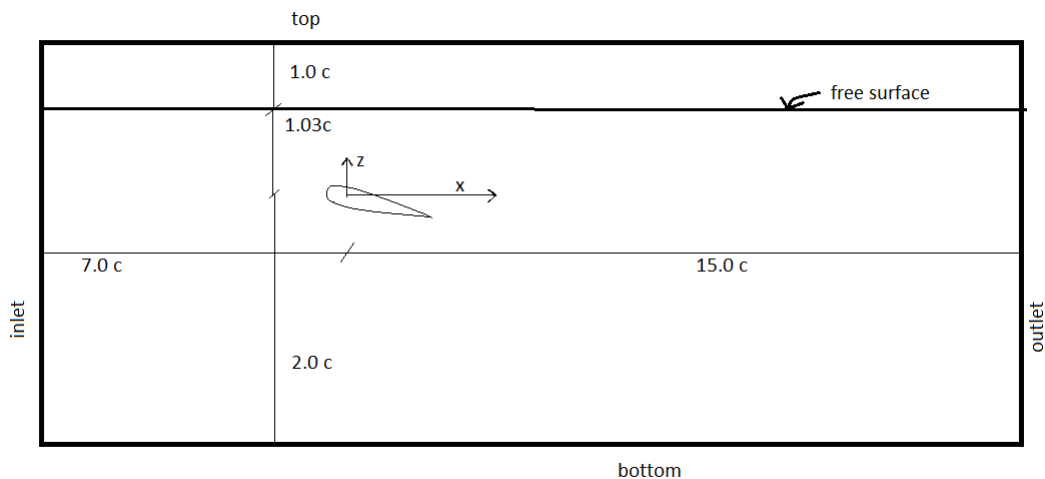
Figur 6.1: Oppsett av eksperimentet i henhold til Duncan (1983).

I sin PhD-oppgave gjorde Håvard Holm det samme eksperimentet numerisk, Holm (2005). Han pekte på noen grunner til at forsøket egnet seg for numeriske beregninger.

- Strømningen er antatt til å være todimensjonal og laminær.
- Det viskøse grensesjiktet ved overflaten er ikke en viktig parameter.
- Geometrien til foilen er kjent og lett tilgjengelig.
- Både numeriske og eksperimentelle data fra tilsvarende forsøk finnes.

6.2 Oppsett av domenet

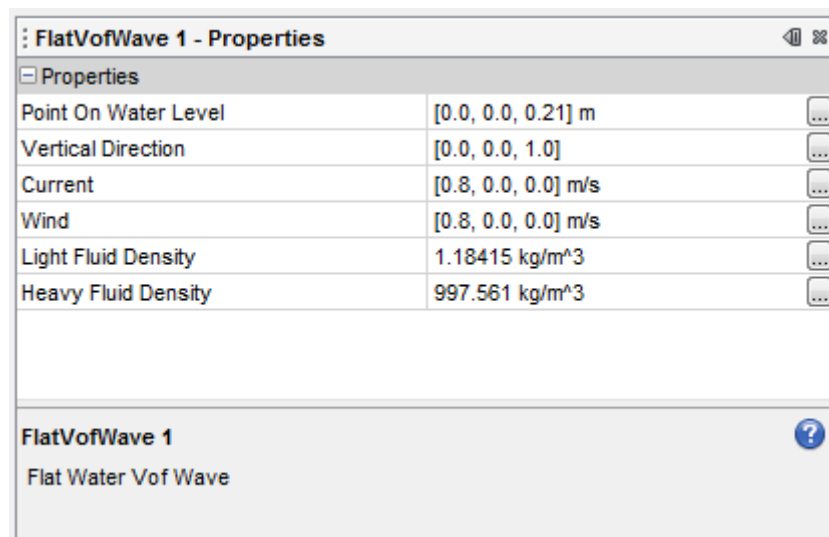
Foilen har en chord-lengde på 0.203 m (en chord-lengde blir videre betegnet 1 c) og en an-grepsvinkel på 5° . Vinkelen framkom ved å rotere foilen 5° om y -aksen. Origo er plassert på symmetrilinjen, $0,25\text{ c}$ bak ledende kant av foilen, slik som vist i figur 6.2. Domenet er 23 c lang, 7 i negativ x -retning og 15 i positiv x -retning. I z -retning domenet er 2.0 c i negativ retning og 2.03 c i positiv retning. Den frie overflaten er plassert 1.03 c over origo, noe som gir en dypgang på 21 cm . Foilen er ikke bevegelig. I y - retning er domenet 5 cm langt, da det er antatt todimensjonal strømning.



Figur 6.2: 2D-skisse av domenet.

6.2.1 VoF solver

For dette tilfellet ble det valgt en flat VoF-bølge, altså flatt vann. Vannet ble gitt en innstrømningshastighet på 0.80 m/s i henhold til ekperimentet. Luften ble gitt en også gitt en hastighet på 0.80 m/s.



Figur 6.3: Skjerm bilde av VoF-solveren.

Som det kan sees av 6.3 er hastighetene på vann og luft gitt og den frie overflaten blir definert ved et punkt som fungerer som en initialbetingelse. Tetthetene til det lette og tunge fluidet, henholdsvis luft og vann blir også gitt her.

Det ble ikke anvendt demping av bølgene mot enden av domenet, da det ikke forekom refleksjon ved outlet-grensen.

6.2.2 Grensebetingelser

Grensebetingelsene ble valgt slik

- Inlet: Velocity inlet
Hastighet ble satt til å være lik hastighet av VoF-bølgen.
- Outlet: Pressure outlet
Trykket ble satt til å være hydrostatisk trykk av VOF-bølgen
- Topp og bunn: Symmetry plane
- Sider: Symmetry plane

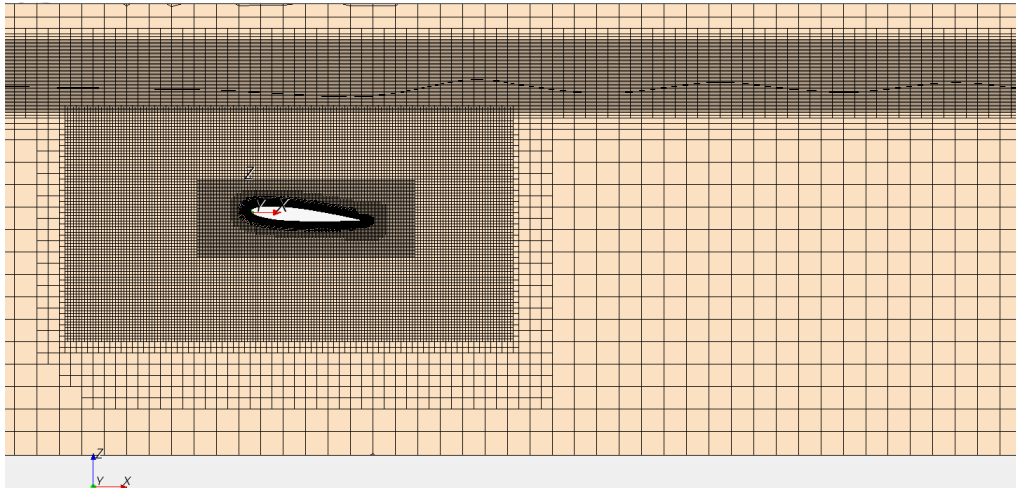
Grensebetingelsen ved bunnen kan diskuteres. Her er symmetry plane valgt. Dette er fordi at den grensebetingelsen ikke utvikler noe grensesjikt ved veggene. Det vil det heller ikke være siden foilen i eksperimentet slepes gjennom stillestående vann. Hadde foilen stått stille i en sirkulasjonstank ville det blitt utviklet grensesjikt langs veggene og grensebetingelsene måtte blitt revidert.

6.2.3 Mesh

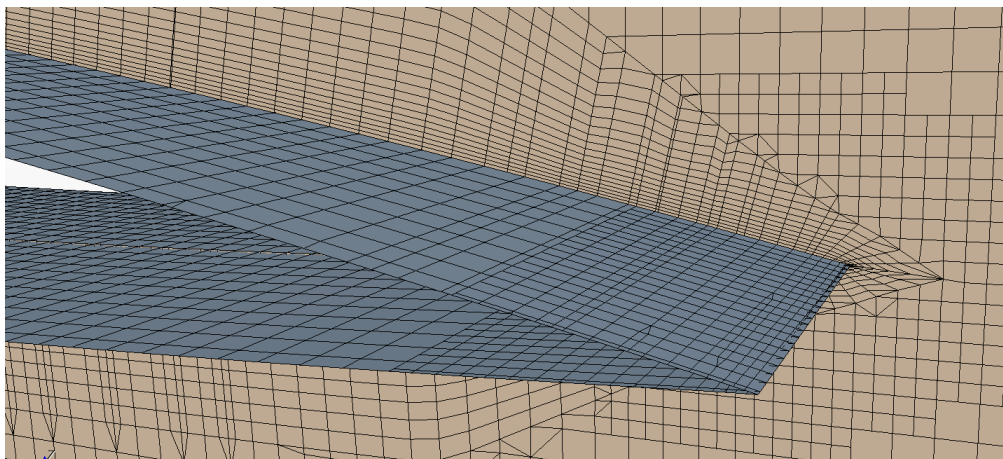
For meshet var det to viktige ting å ta hensyn til. Det ene var cellestørrelsen ved den frie overflaten og den andre var oppløsningen rundt selve foilen. Diskusjon rundt oppløsning av fri overflate er gjort i kapittel 3.3. I beregningene har det stort sett blitt brukt omtrent 20 elementer per bølgelengde, λ , og 14-18 elementer per bølgehøyde, $2\zeta_a$. Utprøving viste at det var ingen forskjell av betydning når antall elementer ble økt til 30 celler både per λ og per $2\zeta_a$. En minking til 10 celler for hver bølgelengde viste tydelig en rask numerisk utdemping av bølgene. Som nevnt tidligere var domenet 5 cm langt i y -retning. Dette medførte at i de områder med forfinet mesh ble det her flere celler i y -retning, noe som kunne gi mulighet for tredimensjonale effekter.

Når det gjaldt foilen var der to viktige hensyn å ta når det ble meshet. Den ene var at grensesjiktet ble løst opp på en tilfredsstillende måte. Dette ble ivaretatt ved å bruke *prismalayer* meshing nært foilen. Det andre var at området rundt følgende kant av foilen. Dette er svært viktig for å få modellert trykkfordelingen riktig. Å få modellert trykkfordelingen riktig er svært viktig i disse simuleringene, da dette påvirker hele løsningen.

Det hadde vært ønskelig å fått strukturert meshet rundt foilen som et C-mesh. Dette viste seg å være vanskelig. Løsningen ble å bruke prism layer mesh rundt foilen som gav samme effekten. Det andre som hadde vært ønskelig å forbedre med meshet er tettheten av celler i strømretningen nært følgende kant av foilen. Her virket det som det ikke fantes noen måte å kontrollere dette på. I begge tilfeller hadde det vært ønskelig med større kontroll og flere muligheter i mesh-generatoren.



Figur 6.4: Meshet i domenet.



Figur 6.5: Meshet ved følgende kant av foilen.

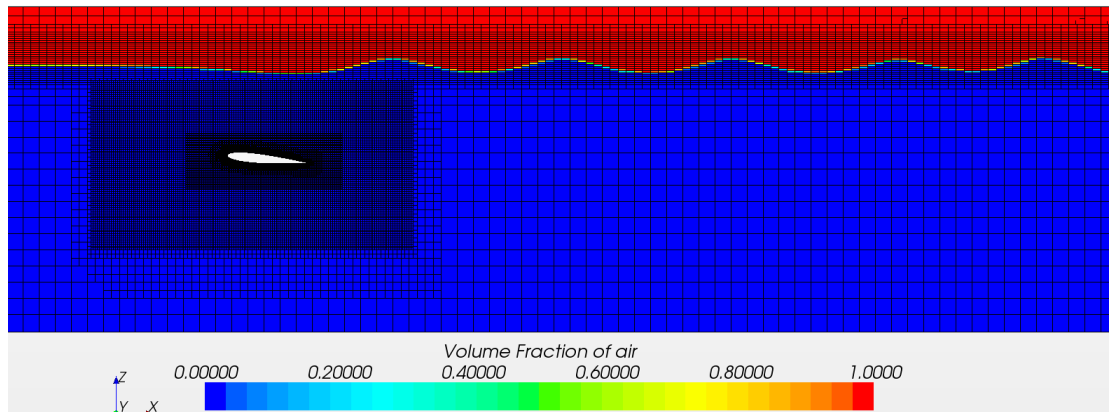
6.3 Resultater

Det ble gjort mange beregninger for foilen, de fleste for å teste ut forskjellige effekter og finne ut til det beste oppsettet ved prøve-og-feile-metoden. En av de mest interessante tingene som kom frem, var at antagelsen om at beregningen kunne behandles som et laminært tilfelle, som ble gjort i kapittel 6.1 ikke viste seg å stemme. Beregningen med laminært strømningsstilfelle viste tydelig at dette ikke var riktig, da strømmingen ble separert fra foilen omtrent ved $x = 0$, noe som gav en bred wake bak foilen. Det ble derfor valgt en $k - \epsilon$ -turbulensmodell slik som beskrevet i kapittel 4.3. Beregningen ble gjort med et mesh på 258560 celler.

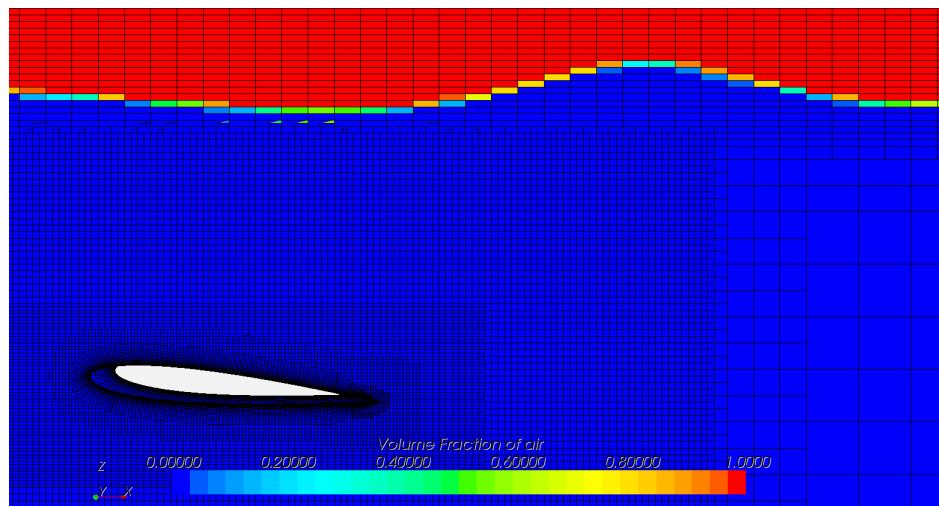
Bølgehevning

Figur 6.6 viser volumfraksjonen av luft. Rødt tilsier celler fulle av luft, mens blått er vann. Dette viser en gjengiving av bølgehevningen som forekommer på grunn av foilen. Figur 6.7 viser et nærmere utsnitt av samme bilde. Her ser vi tydelig overflaten og meshet, og at overflaten stort

sett er fordelt over et fåtall celler. Som det sees av figurene under er det tydelig at det er et bølgemønster som fremkommer på grunn av foilens tilstedeværelse.



Figur 6.6: Bølgehevning.

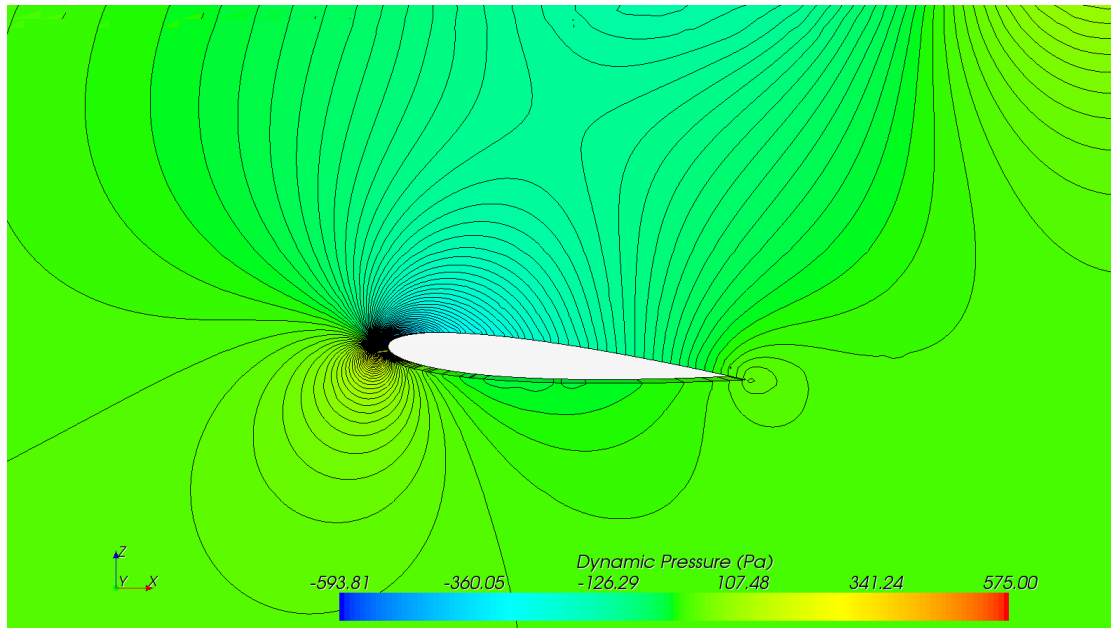


Figur 6.7: Volumfraksjon nærme foilen.

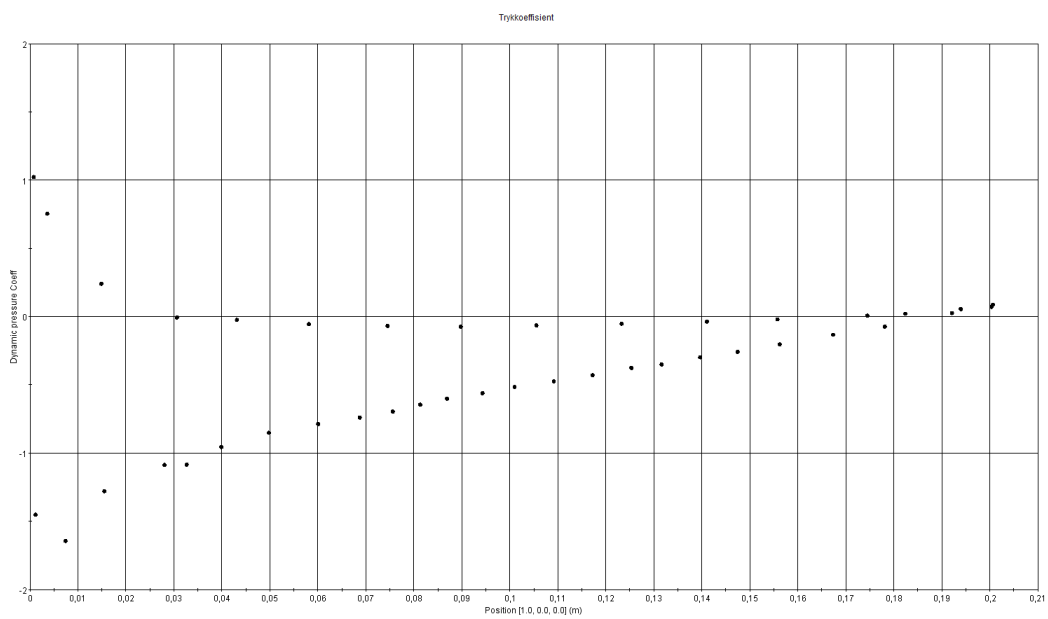
Trykk

Figur 6.8 viser det dynamiske trykket, altså totalt trykk minus statisk trykk, rundt foilen. Mønstret over foilen som kan minne om en 4-armed sjøstjerne er typisk for hydrofoiler og samsvarer svært godt med tilsvarende figur i Holm (2005).

I figur 6.9 vises trykkfordelingen på foilen. Trykk-koeffesienten er gitt som dynamisk trykk delt på $\frac{1}{2}\rho U^2$, hvor U er karakteristisk hastighet lik 0.8 m/s. Merk at de målepunktene som lå på oversiden av foilen, har lavest verdier, noe som er riktig. I tillegg er trykket høyest ved stagnasjonspunktet og trykkene fra begge sidene går mot samme verdi når man når mot følgende kant av foilet. Hvorvidt denne trykkfordelingen er helt korrekt vites ikke da det ikke har lyktes og finne litteratur for en tilsvarende foil med samme angrepsvinkel og dypgang. Figur 26 i Tzabarias (1997) viser trykkfordelingen for et tilsvarende eksperiment, men med lavere dypgang og høyere angrepsvinkel. Resultatene er ikke direkte sammenlignbare, men tendensene går igjen hos begge. Det er derfor rimelig å anta at dette er et godt resultat.



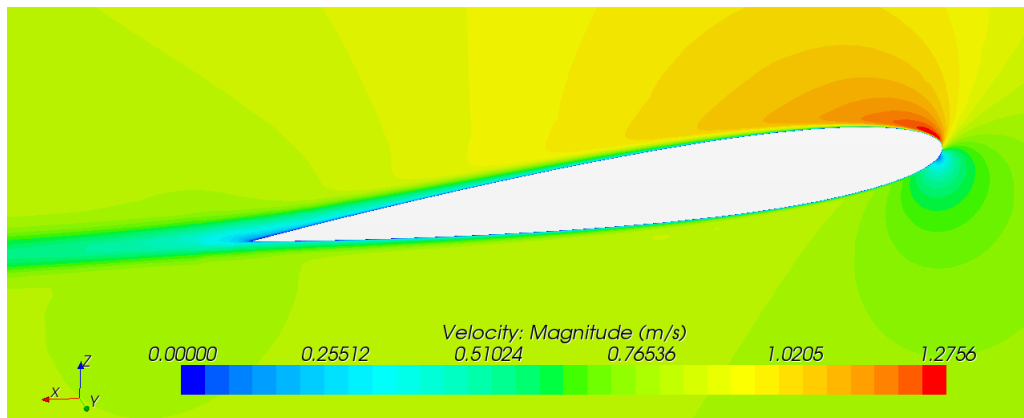
Figur 6.8: Dynamisk trykk over foilen.



Figur 6.9: Trykk-koeffisienter.

Hastigheter

Under vises et bilde av den toatale hastigheten. Det er tydelig at det utvikles et grensesjikt, både over og under foilen. At det utvikles et viskøst grensesjikt er som forventet og samsvarer med figur 9 i Zwart & Orlando (2010).



Figur 6.10: Totalhastighet rundt foilen.

6.3.1 Sammenligning med eksperiment

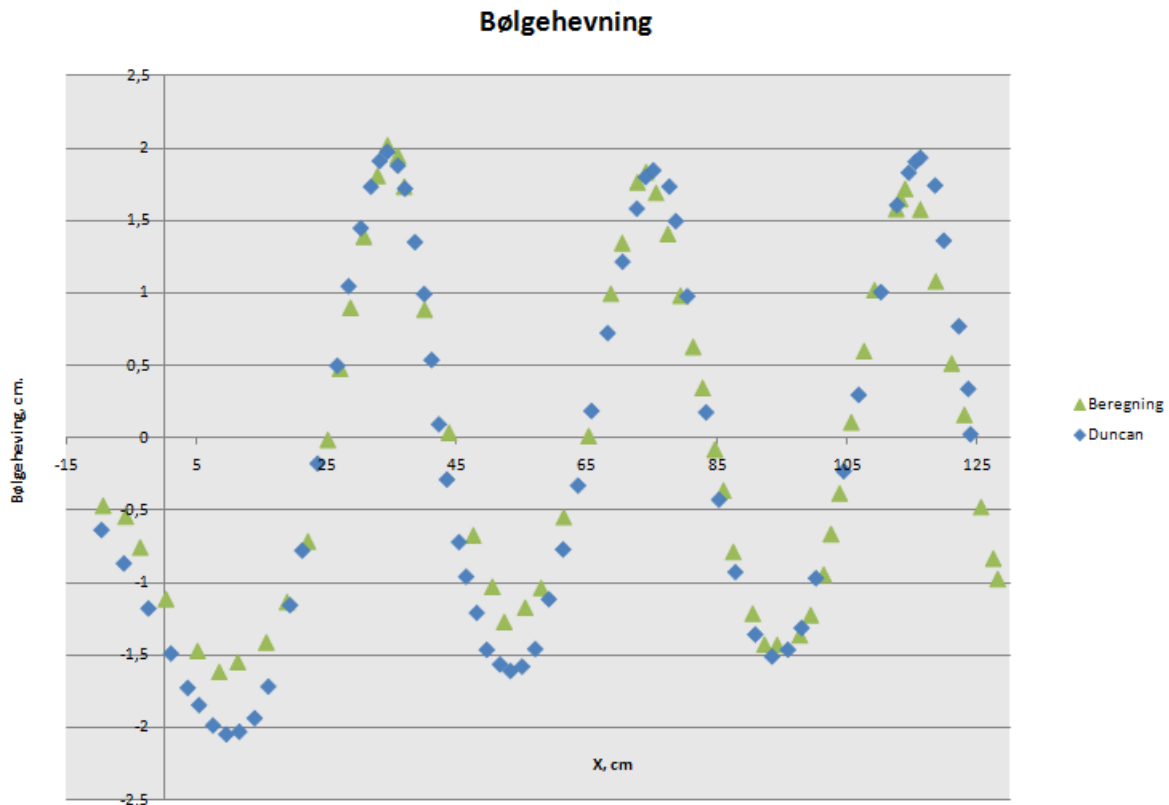
Duncan (1983) gjorde tilsvarende eksperiment. Fra det eksperimentet har man bare data på bølgehevingen bak foilet. Det kunne være interessant å også sett på drag- og løftkrefter, men disse er ikke gjengitt i resultatene. Sammenligning av bølgeprofilen fra beregningen og Duncans resultater framkommer i figur 6.11. Som det sees av figuren er det relativt godt samsvar mellom beregningene og referansen. Det må også nevnes at Duncan oppgav en usikkerhet på ± 0.3 cm. Dette betyr at beregningsresultatene ligger innen for usikkerheten for alle datapunkter, unntatt den første bølgedalen hvor avviket var på 0.44 cm.

At første bølgedal ikke blir like dyp som sammenligningsverdien er allerede nevnt. Dette er et kjent problem for slike beregninger for eksempel har Holm (2005), Hino (1993), Zwart & Orlando (2010) og Yoo (1998) tilsvarende resultat. Alle har riktig nok ikke like stort avvik.

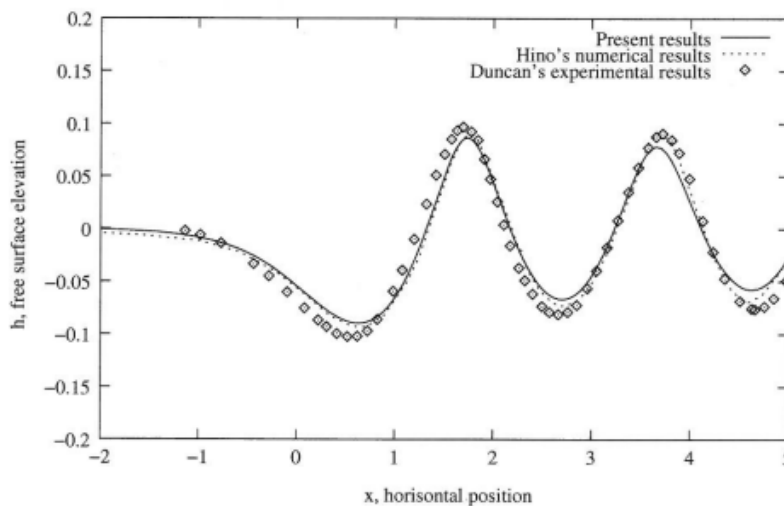
Det er også et lite avvik i bølgelengden. I beregningen blir bølgelengden noe kortere enn i Duncan. Dette går også igjen i flere de referansene som er nevnt over. Beregningene fra STAR har et mindre avvik fra eksperimentet enn for eksempel Holm (2005) og Zwart & Orlando (2010). Figuren under her hentet fra Holm (2005) og viser sammenligning mellom eksperiment, resultater fra Holm og resultater fra Hino. Merk at aksene her er normert i forhold til en c , slik at 0.1 tilsvarer 0.0203 m.

6.4 Konklusjon

Når det gjelder mulig feilkilder til resultatene kan det være flere faktorer som har spilt inn. En faktor er om beregningen har stabilisert seg. Duncan (1983) lot foilen bevege seg minst 6 m eller 7.5 s før han startet målingene. Beregningen var kjørt i 22 s. Hvis ikke løsningen har stabilisert



Figur 6.11: Bølgehevningen sammenlignet med Duncan (1983).



Figur 6.12: Bølgehevning fra Holm (2005) sammenlignet med Duncan (1983) og Hino (1993).

seg innen 22 s vil beregning ikke gi helt riktige resultater. Dette ser imidlertid ikke ut til å være et problem, da bevegelsen av overflaten var svært liten under siste del av simuleringen.

Som nevnt tidligere i kapittelet er det mulig at ikke trykket har blitt modellert riktig, på grunn av et ikke optimalt mesh. Som diskutert over er det rimelig å anta at trykkfordelingen er brukbar, men det ikke har vært mulig finne sammenligningslitteratur for trykket og det er usikkert hvor stor feil som kan fremkomme ved et avvik i trykket.

Selv om det var ment å lage et kvasi-todimensjonalt domene, ble det flere celler i y -retning på

grunn av forfiningen av meshet. Dette gjorde at det var muligheter for uønskede tredimensjonale effekter. Hastighetene i y -retning var ikke større enn av $O \sim 10^{-4}$, slik at tredimensjonale effekter trygt kan neglisjeres.

Totalt sett har beregningen i STAR gitt tilfredstillende resultater. Sammenlignet med eksperimentelle data er resultatene fra beregningen gode, og sammenlignet med andre numeriske forsøk er resultatene svært gode.

Kapittel 7

Bølger

Å skape numeriske bølger har vært en utfordring i utvikling av main CFD. En numerisk bølgetank, som sikter til å etterligne fysiske bølger, har de siste tre tiårene vært gjenstand for forskning innen marin CFD. Eksperimentell bølgetanker er fortsatt i utstrakt bruk over hele verden, men med en stadig økende bruk av numeriske bølgetanker er håpet at numeriske bergninger skal kunne ta over for eksperimentelle, og for eksempel gjøre beregninger for ekstreme tilfeller, som tsunamier, som vanskelig kan gjennomføres eksperimentelt. Temaer som har være sentrale innenfor utviklingen av numerisk bølgetank kan nevnes: bølgegenerering, demping og absorbering av bølger, diffraksjon, bevegelse og krefter på flytende legemer, i tillegg til numeriske formuleringen av problemene (Kim et al., 1999).

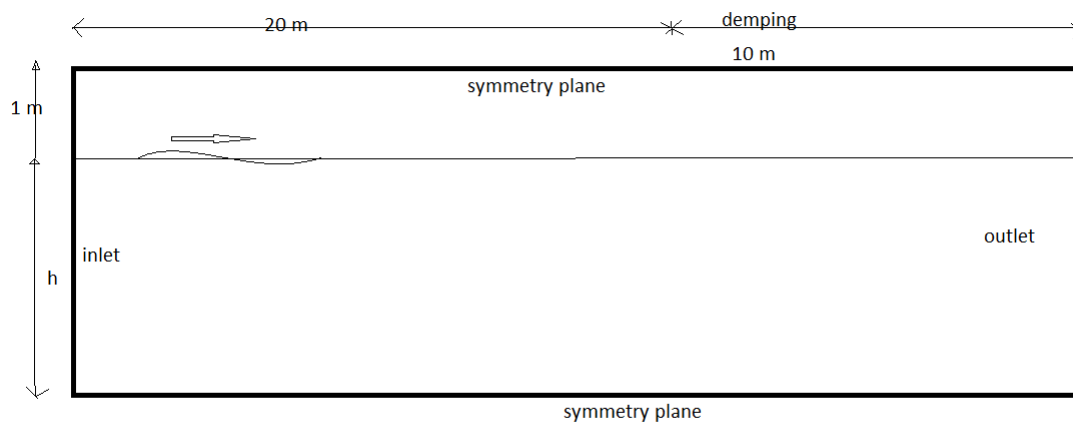
Å validere at STAR genererer bølger riktig er viktig, da problemstillinger med konstruksjoner i bølger blir gjennomgått senere i oppgaven. Det er gjort valideringscaser for lineære bølger på dypt og endelig vanddyb.

7.1 Domenet

Domenet ble satt opp slik som vist i figur 7.1. Domenet var 30 m langt, men med innført demping av bølgene, slik som forklart i kapittel 3.2, de siste 10 m. Dette etterlater 20 m til å studere bølgenes utbredelse. Alle simuleringene er gjort med en bølgelengde på 5 m, slik at det uforstyrrede bølgerommet blir 4 bølgelengder langt. h blir variert for å skille mellom grunt og dypt vann. Domenet er i utgangspunktet kvasi-todimensjonalt, med en bredde på 0.01 m. Amplituden, ζ_A , ble satt til å være 0.1 m. Amplituden må være lav for å kunne bruke føresteordens teorien. Å unngå at bølgene bryter må også taes hensyn til. Terøi sier at bølgen bryter når H/λ er større en $1/7$, med $H = 2\zeta_A$. Derfor er det ønskelig med et H/λ -forhold som er mye mindre enn dette. Med bølgelengde og amplitude som over blir $H/\lambda = 0.04$, hvilket er tilfredstillende. Simuleringen er laminær, da turbulente effekter antas å være svært små.

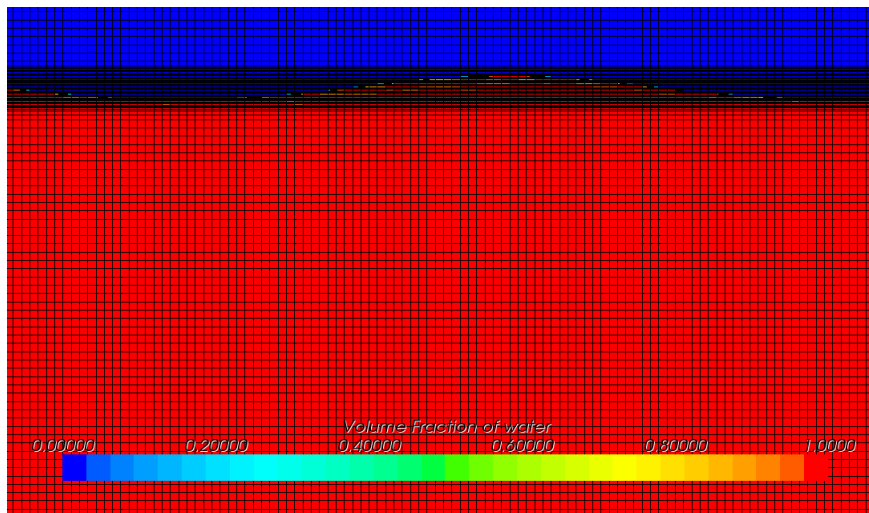
7.1.1 Mesh

Meshing av dett problemet var relativt enkelt. Det ble brukt et trimmet mesh med grunnstørrelse på 0.25 m, og de største elementene var sett til å være lik denne størrelsen. Ved bruk av en volumetrisk kontroll ble meshet rundt den frie overflaten forfinet. For $|z| \leq 0.15\text{m}$ og for alle



Figur 7.1: Skisse av den numeriske bølgetanken.

x - og y -verdier ble meshet forfinet slik at en celle var 6.25 cm lang og 0.78 cm høy. Dette tilsvarer 80 celler per bølgelengde og drøyt 25 celler per bølgehøyde. I y -retning var det en celle i bredden for de todimensjonale simuleringen. I de tredimensjonale beregningene var cellene like bred som de var lang.



Figur 7.2: Todimensjonalt mesh ved den frie overflaten.

7.1.2 Grensebetingelser

Grensebetingelsene ble valgt slik:

- Inlet: Velocity inlet

Hastighet ble satt til å være lik hastighet av 1. ordens VoFbølge.

- Outlet: Pressure outlet

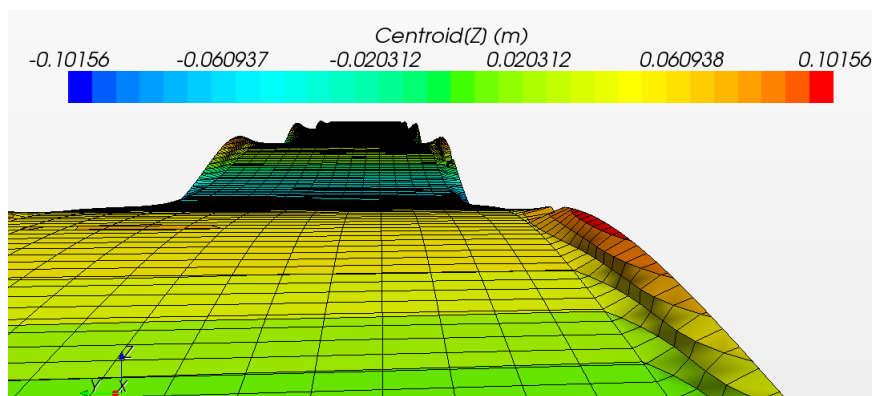
Trykket ble satt til å være hydrostatisk trykk av 1. ordens VoFbølge

- Topp og bunn: Symmetry plane
- Sider: Symmetry plane

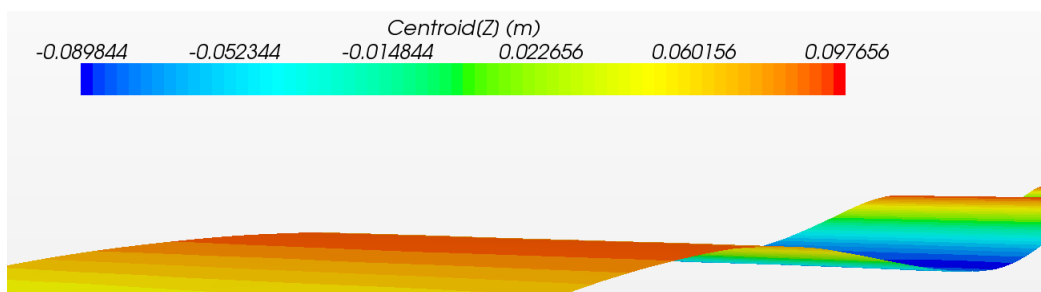
Valgene av outelt og inlet var naturlige. Her var det åpenbart hva som var riktige valg. De andre grensene var gjenstand for diskusjon. I en tutorial i brukermanualen (CD-Adapco, 2010c) og fra supportkontoret til CD-Adapco (Röper, 2011) ble det anbefalt at alle grenser unntatt outlet, skulle defineres som velocity inlets, med verdier som field functions av gjeldene VOF-bølge.

Gjennom systematisk testing ble det kommet fremt til følgende: For topp og bunn var det ingen forskjell når disse grensene var definert som symmetry planes og når de var definert som velocity inlets. Det ble da valgt å beholde disse som symmetry planes.

For sidene utgjorde grensebetingelsen i midlertid en forskjell. Figur 7.3 er tatt fra en tredimensjonal simulering hvor sidene var definert som velocity inlet. Figuren viser tydelig at implementeringen av velocity inlet som grensebetingelse fører til uønsket oppførsel ved grensen. For todimensjonale simuleringer med bare en celle i bredden var disse problemene ikke tilstede. Det ser ut som at hastighetene definert på grensen ønsker å få bølgen til å oscillere med større amplitude en det bølgen gjør. Tendensen ved bølgebunnene er tilsvarende. For samme simulering, men med sidene definert som symmetry planes, var det ikke antydning til slike grenseeffekter (figur 7.4).



Figur 7.3: Fri overflate med velocity inlet som grensebetingelse på sidene. Skalaen angir z -verdi.



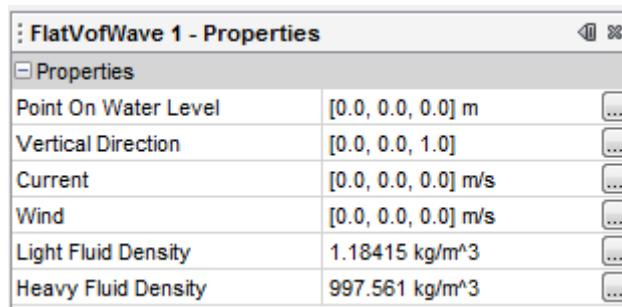
Figur 7.4: Fri overflate med symmetry planes som grensebetingelse på sidene. Skalaen angir z -verdi.

Når det i en senere beregning blir aktuelt å sette en gjenstand i bølgetanken, vil det være uanturlig og feil, å velge en grensebetingelse som vil påvirke bølgen ved å "tvinge" den tilbake til

opprinnelig form. Dette, sammen med at symmetry planes gir riktigst resultater, gjør at symmetry planes blir valgt som grensebetingelse. For de tredimensjonale beregningene, ble det også forsøkt med periodic grenserbetingelse, uten at det endret løsningen.

7.1.3 Initialbetingelse

Initialbetingelsen ble valgt på grunnlag av en flat VoF-bølge, med egenskaper som i figur 7.5. Hastighetene ble satt som en field function på grunnlag av hastigheten til den flate vofbølgen. Trykket som hydrostatisk trykk



FlatVofWave 1 - Properties	
Point On Water Level	[0.0, 0.0, 0.0] m
Vertical Direction	[0.0, 0.0, 1.0]
Current	[0.0, 0.0, 0.0] m/s
Wind	[0.0, 0.0, 0.0] m/s
Light Fluid Density	1.18415 kg/m ³
Heavy Fluid Density	997.561 kg/m ³

Figur 7.5: Data for den flate bølgen som angir initialbetingelser.

7.2 Dypt vann

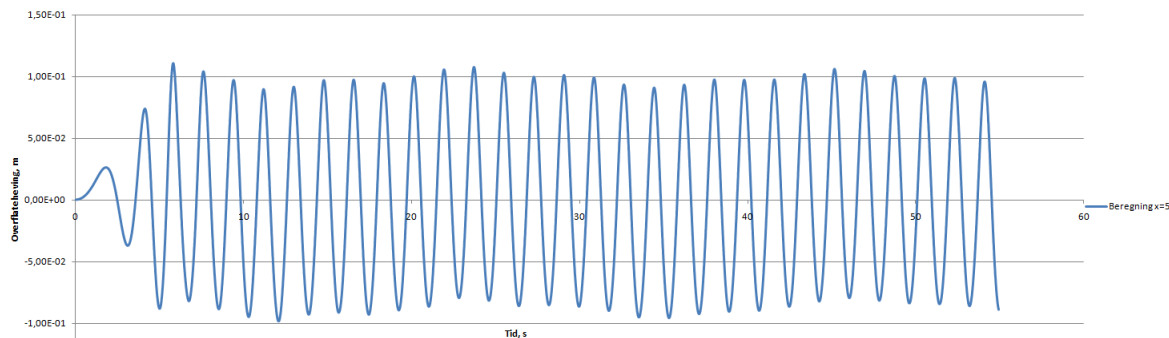
Det ble først gjort simuleringer i et domene som skissert innledningsvis, med en dybde, h på 2.5 m. Dette tilsvarer akkurat betingelsen om dypt vann som gitt i teorien over. Det ble gjort simuleringer for både todimensjonalt domene og tredimensjonalt med en bredde på 1 m. Resultatene ble helt like, både for hastigheter, trykk og overflateheving, og det var ingen tredimensjonale effekter. Under er det kun gjengitt resultater fra den todimensjonale simuleringenn.

Overflateheving

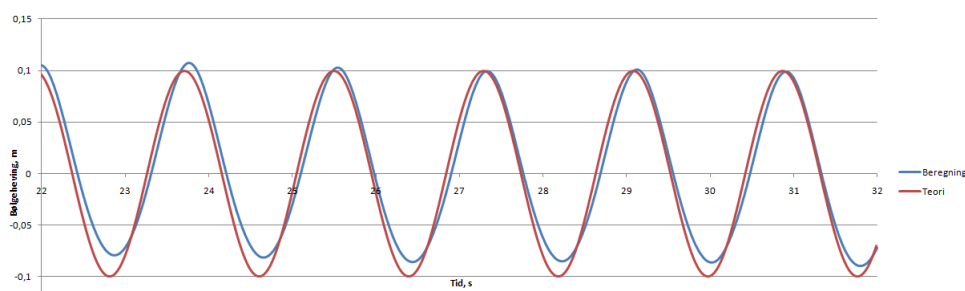
Figur 7.6 viser overflatehveingen for et punkt 5 m bak inlet. Her ses det tydelig at det er noen høyere ordens effekter som spiller inn, da hele søsningen svinger men en amplitude på omtrent 2 cm og en periode på omtrent 25 s. Bølgene har en amplitude på omlag 8 cm, noe som er litt lavere enn de $\zeta_A = 0.1 m$ som var input. Perioden sammerfaller svært godt med en harmonisk svingning, slik figur 7.7 viser.

Hastighet

For hastighetene ble det hentet ut hastighetsprofiler under topp og bunn. I figuren under er det vist hastighetsprofilene for horisontal hastighet, ved inlet ($x = 0$), 2.5 m bak inlet, og 10 m bak inlet, samt teoretisk hastighet. Siden bølgelengden er 5 m vil den ene måleingen være i motfase til resten, fra denne målingen er absoluttverdien til hastigheten benyttet. Sammenligningen viser

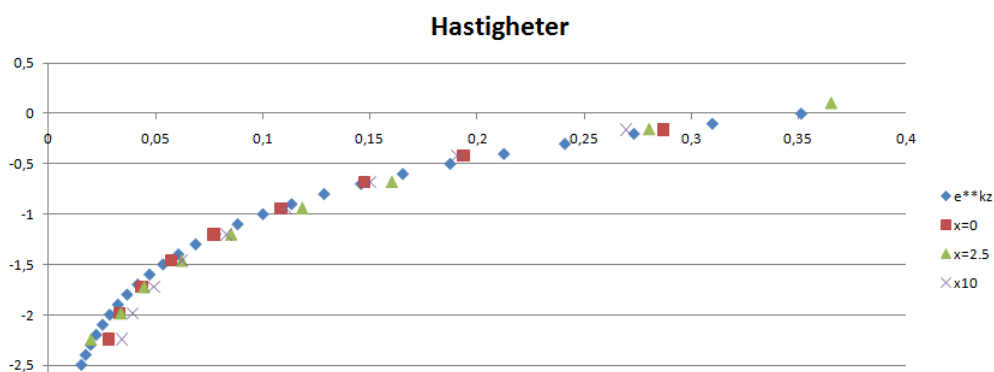


Figur 7.6: Overflatehevingen i et punkt 5 meter fra inletgrensen, som en funksjon av tiden. Punktet lå på symmetrilinjen i bredden.



Figur 7.7: Utsnitt fra den stasjonære delen av simuleringen, sammenlignet med en teoretisk sinuskurve.

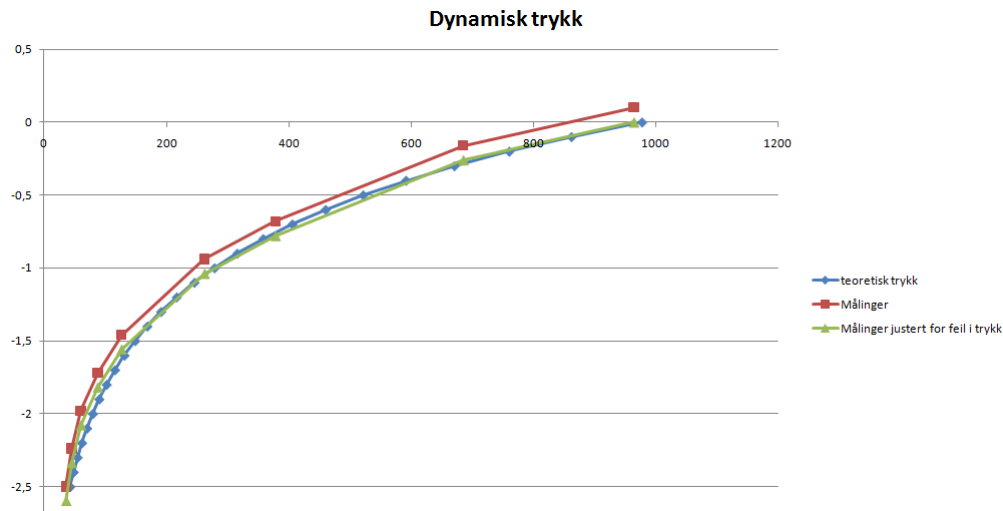
svært godt samsvar mellom teori og beregnede resultater. Nært bunnen avviker resultatene noe, dette skyldes at vanddypet ikke er uendelig dypt og at effekten av en vegg gjør seg gjeldende.



Figur 7.8: Hastighetsprofiler.

Trykk

Under en bølgetopp ble det hentet ut et trykkprofil av det dynamiske trykket. Det dynamiske trykket var ventet å avta som $\exp(kz)$ fra gjennomsnittlig fri overflate slik figur 1.3 viser. Det gjør det i midlertid ikke. Det som figur 7.9 viser et at trykket avtar som $\exp(kz)$, men fra den faktiske overflaten. En justering av z -verdien slik at det beregnede trykket får samme utgangspunkt som det teoretiske viser at det er svært godt samsvar mellom teori og beregning.



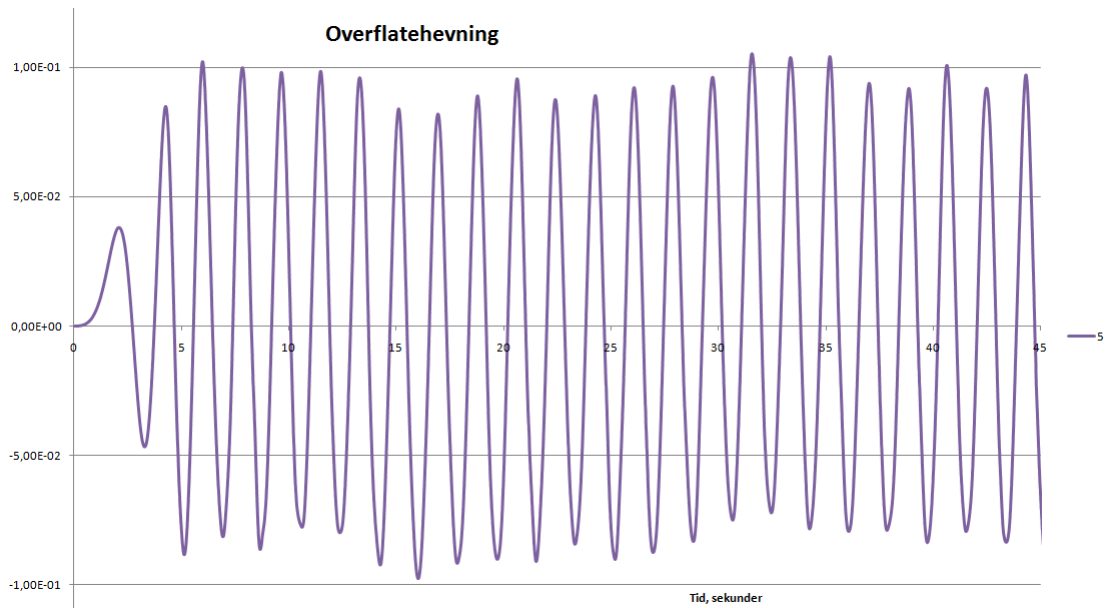
Figur 7.9: Trykkfordeling fra fri overflate og ned mot bunnen. Blå kurve er teoretiske verider, rødt er målinger og grønt er målingene, men justert ned en ζ_A .

7.3 Endelig vanndyp

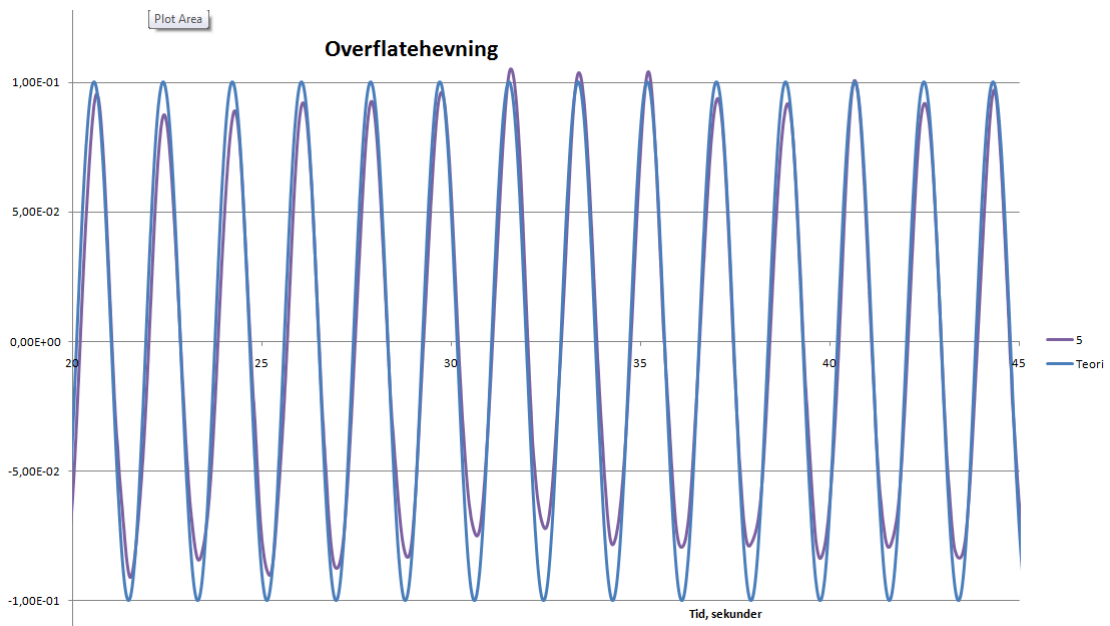
Det ble også gjort en simulering for å sjekke oppførselen til bølgene i et endelig vanndyp. Alle parametere var like som for simuleringen i dypt vann, men h ble endret til å være 1.6 m. Noe som gav $h/\lambda = 0.32$. Også her ble det gjort både todimensjonal og tredimensjonal analyse. Resultatene ble like, data fra den todimensjonale simuleringen er vist.

Overflateheving

Som det ses av figuren under er det også for endelig vanndyp problemer med at det er en høyere ordens effekt på overflatehevingen. Denne effekten ser ut til å være tilsvarende som for dypt vann, med tilsvarende amplitude og periode. Resultatene er like som for dypt vann, amplituden er noe lavere enn ζ_A , men frekvensen er lik. Det må nevnes at frekvensen ikke er den samme som for dypt vann på grunn at dispersjonrelasjonen ikke er lik for de to tilfellene, jfr. figur 1.1.



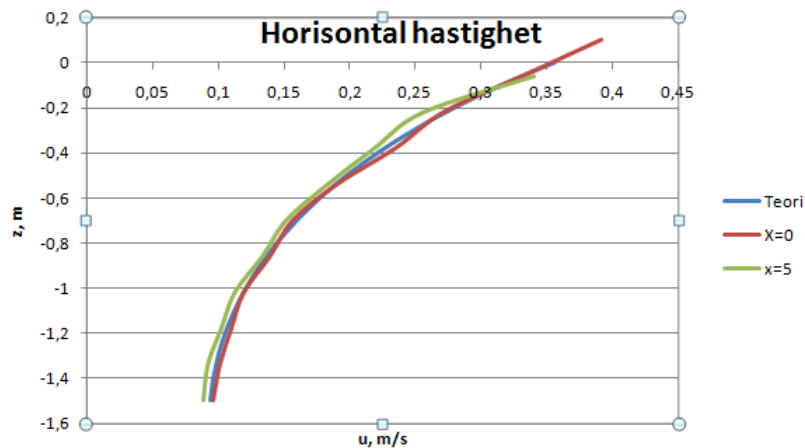
Figur 7.10: Bølgehevning i et punkt 5 meter fra inlet, som funksjon av tiden.



Figur 7.11: Utsnitt av bølgehevningen, sammenlignet med en teoretisk sinuskurve.

Hastighet

Hastighetene stemmer godt overens med teorien. For et målepunkt rett ved inletgrensen, svarer målte data nært 100% med teorien. Dette var som forventet da, hastighetene som er definert ved den grensen er lik de teoretiske. Målingene fra $x = 5m$ viser et avvik på omtrent 5%, men de følger samme kurven.



Figur 7.12: Hastighetsfordelinger ved inlet, 5 meter og teori.

7.4 Konklusjon

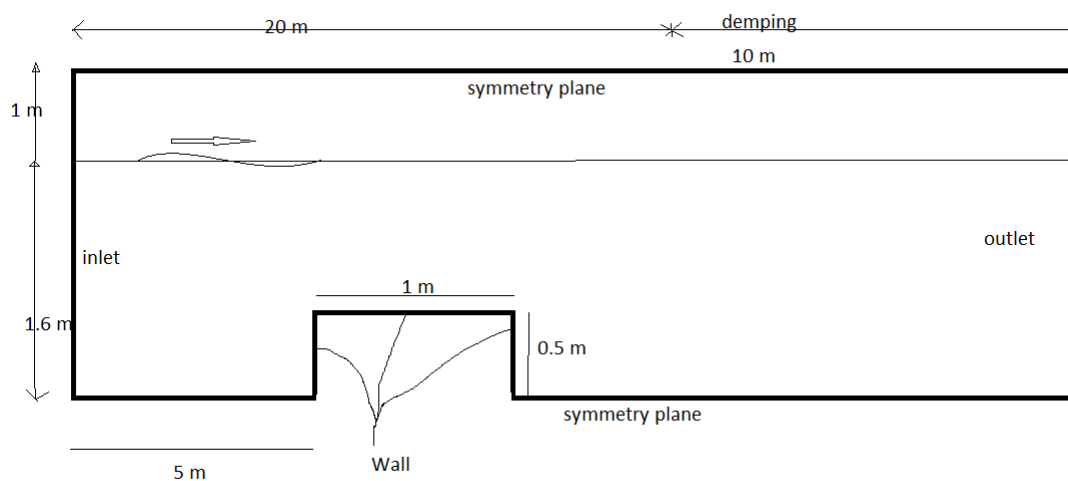
Etter tester på både dypt og endelig vanddyb har STAR klart å gjenskape første ordens bølger på en god måte, selv om det er avvik i bølgehevingen. Manglende amplitude kan tildels skyldes måten data for overflaten er hentet ut på, ved $c = 0.5$, noe som er en tilnærming. Dette forklarer likevel ikke hele avviket, ei heller de svingningene som finnes i løsningen med lav amplitude og liten frekvens. Som gitt innledningsvis i kapeittelet, har første ordens teori forenklinger nært den frie overflaten for å gjøre uttrykkene for hastighet og trykk linjært avhengig av bølge amplituden, noe som er en forenkling. Disse forenklingene klarer ikke STAR å gjenskape, men både hastigheter og trykk utvikler seg nedover i væsken etter samme kurve som teorien. Det er heller noen signifikante endringer i bølgen i hele domenet, slik at resultatene fra den første bølgen er lik for den fjerde. Bølgegenereringen i STAR er tilfredsstillende og bølgene kan benyttes videre.

Kapittel 8

Konstruksjon i bølger

8.1 Domenet

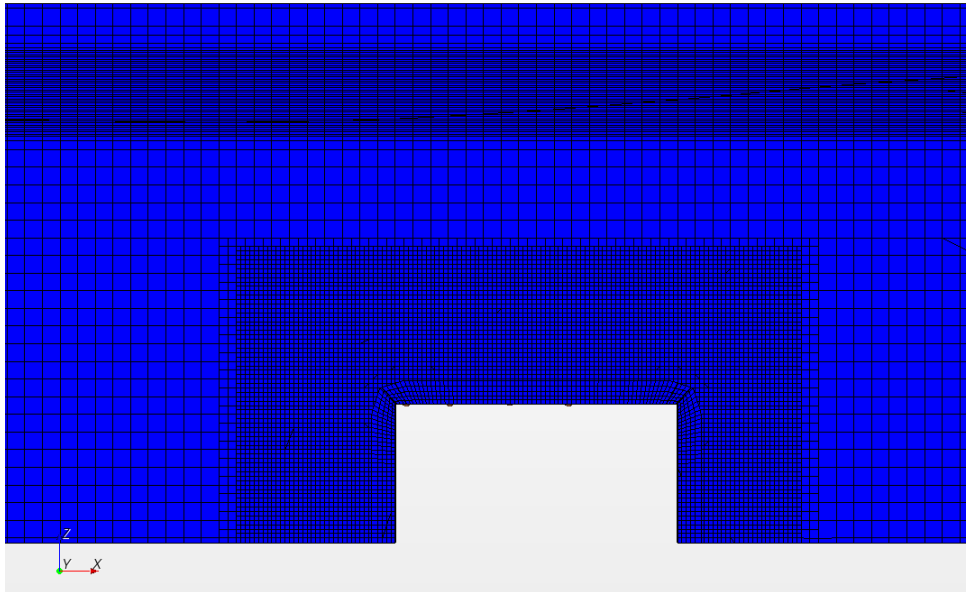
Domenet ble satt opp helt tilsvarende som for beregningene for endelig vandyp i forrige kapittel. Dybden var satt til 1.6 m, og bredden i y -retning var 0.01 m. Som konstruksjon er det en ført en rektangulær boks, som er 1.0 m lang og 0.5 m høy. Det ble valgte en realizable turbulensmodell, slik som beskrevet i kapittel 4. Bølgen var også slik som i forrige kapittel, medn en bølgelengde på 5 m og en høyde på 0.1 m.



Figur 8.1: Skisse av domenet.

8.1.1 Mesh

Meshet ble satt opp med samme egenskaper som i forrige kapittel: Base size på 0.25 m, men en mål størrelse på 0.0625 m. Meshet ved overflaten var også satt tilsvarende som i forrige kapittel. Det vil si celler som var 6.25 cm lang og 0.78 cm høy, noe som tilsvarer 144 celler per bølgelengde og i overkant 25 celler per bølgehøyde.



Figur 8.2: Mesh rundt boksen.

8.1.2 Grensebetingelser

Grensebetingelsene ble valgt slik:

- Inlet: Velocity inlet
Hastighet ble satt til å være lik hastighet av 1. ordens VoFbølge.
- Outlet: Pressure outlet
Trykket ble satt til å være hydrostatisk trykk av 1. ordens VoFbølge.
- Topp og bunn: Symmetry plane
- Sider: Symmetry plane
- Boks: Wall

8.1.3 Initialbetingelse

Initialbetingelsen ble valgt på grunnlag av en flat VoF-bølge, med egenskaper som i figur 8.3.

FlatVofWave 1 - Properties	
Point On Water Level	[0.0, 0.0, 0.0] m
Vertical Direction	[0.0, 0.0, 1.0]
Current	[0.0, 0.0, 0.0] m/s
Wind	[0.0, 0.0, 0.0] m/s
Light Fluid Density	1.18415 kg/m ³
Heavy Fluid Density	997.561 kg/m ³

Figur 8.3: Initialbetingelse.

8.2 Teoretisk bakgrunn

I denne oppgaven er både bølgelengden og lengden på boksen gitt. Dette gir et størrelsesforhold på λ/D på 9. Det vil si at dette er en småvolum-konstruksjon. Grensen mellom stor- og småvolum-konstruksjoner er på $\lambda/D = 5$. Dette er ikke eksakt vitenskap, og det er mulig for konstruksjoner nært grensen å variere mellom kategoriene, alt etter hvilken egenskap man vil sjekke. Dette betyr at konstruksjonen er en småvolumkonstruksjon, men ligger ikke langt over grensen. For storvolumkonstruksjoner er det en viktig faktor hvordan konstruksjonen genererer bølger, gjennom refleksjon og diffraksjon. For småvolumkonstruksjonene er det massekrefter, dragkrefter eller begge deler som er de sentrale bidregene for krefter på konstruksjonen. For en vertikal sylinder i regulære bølger kan en tommelfingerregel være at en småvolumkonstruksjon er dominert av massekrefter når $H/D < 4\pi$. Over denne verdien vil dragkrefter vere dominerende. I oppgaven er $H/D = 0.2$.

Siden konstruksjonen er fastholdt er det ikke nødvendig å ta hensyn til dempings- gjenopprettende krefter som skyldes bevegelse av konstruksjonen. Kraftbidragene på konstruksjonen kan deles i to og vi antar at disse bidragene kan superposisjoneres: Froude-Kriloff-krfter er krefter bergenet fra kreftene til uforstyrret bølge og eksitasjonskrefter er kreftene som tilsvarer kreftene for å holde konstruksjonen i ro under påvirkning av bølgene.

$$F_i^{2D} = \underbrace{- \int p n_i ds}_{\text{Froude-Kriloff}} + \underbrace{A_{ii} a_i}_{\text{Eksitasjon}} \quad (8.1)$$

F_i er to dimansjonal kraft i i -retning, p er det dynamiske trykket, slik som gitt i figur 1.1. Videre er n_i normalvektoren og s todimensjonal overflate til konstruksjonen. For eksitasjonskreftene er A_{ii} added mass i ii -retning, Her må det nevnes at $A_{ij} = 0$ for $i \neq j$ på grunn av symmetri. a_i er akselerasjon i i -retning som vist i figur 1.1.

For added mass antas det at den kan skrives på formen:

$$A_{ii} = \rho k \frac{A_{ref}}{A} \quad (8.2)$$

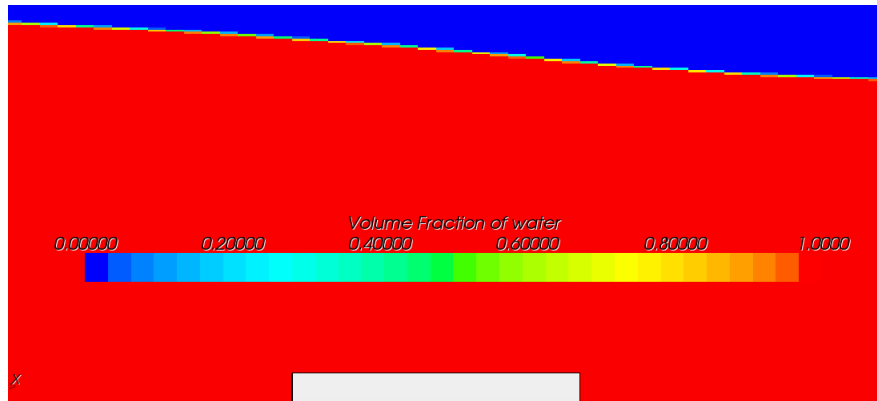
Hvor k er added mass koeffesient og hvor A_{ref} er arealet til en sirkel med dimensjoner som vist i vedlegg A. I vedlegget vises det også at sammenhengen mellom added mass for en sirkel og for et rektangel med breddeforhold 0.5 er en faktor på 1.7. Figur 1 i samme vedlegg viser at added mass-koeffesientetn for en sirkel inntil en vegg er 2.29. Det antas at dette er også er gyldig for et rektangel. Dette gir en added mass-koeffisient i horisontal retning på:

$$C a_1 = 2.29 \cdot 1.7 \frac{\pi 0.25^2}{0.5 \cdot 1} = 1.53 \quad (8.3)$$

I vertikal retning blir bidraget fra added mass neglisjert og det antas at det bare er Froude-Kriloff-krfter som virker siden λ/D er stort.

8.3 Resultater

For resultater der det sett på strømningsbildet rundt sylindren i fire steg i løpet av en bølgeperiode og krefter. For strømningsbildene er $t = 0$ satt når det bølgeknutepunkt, med bølgetoppen til venstre over midten av boksen, slik som vis i figur 8.4. For $t = T/4$ er boksen under en bølgetopp, for $t = T/4$ under et knutepunkt og for $t = T/4$ under en bølgedal.



Figur 8.4: Volumfraksjon som illustrer bøgens posisjon ved $t = 0$.

8.3.1 krefter

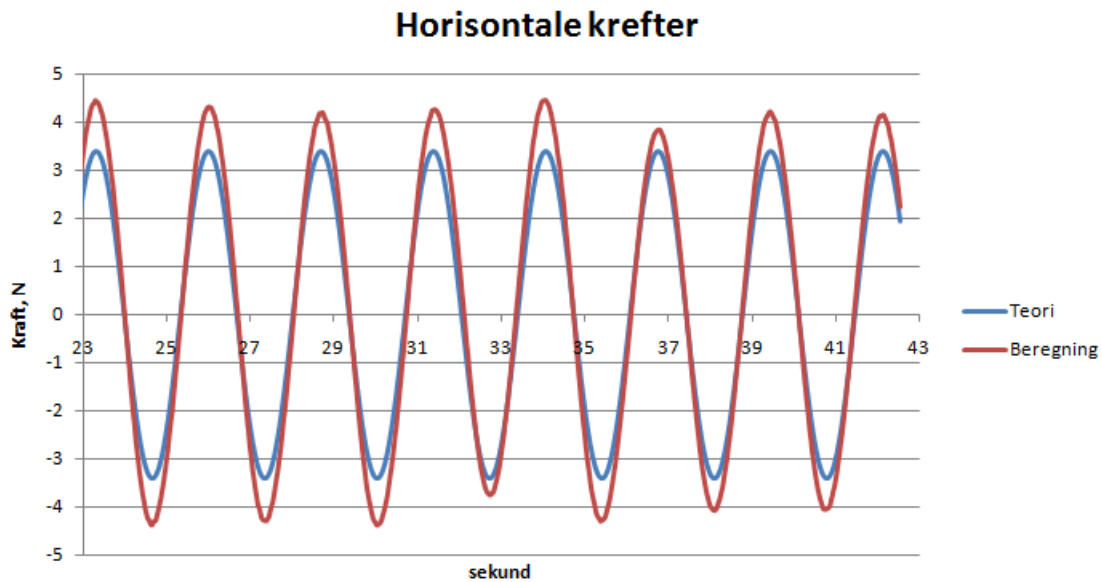
Analytiske uttrykk for kreftene er vist under. For mer detaljert utledning se vedlegg ??????. Det er i utledningen ikke tatt hensyn til fasevinkelen ϵ , da faseforskjellen mellom kreftene er kjent og er tilsvarende en kvart bølgeperiode. z_{topp} er z -verdien på øvre kant av boksen. x_m og z_m er mildere verdier på boksen, altså senterverdiene.

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -dy \int p n_1 ds + dy A_{11} a_1 \\
 &= -dy \rho g \zeta_A \cdot [\sin(\omega t - kx) \cdot n_1]_{5,6} \cdot \int_{-1.6}^{-1.1} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} ds \\
 &= 1.53 A dy \rho \omega^2 \zeta_A \frac{\cosh k(h+z_m)}{\sinh kh} \cdot \cos(\omega t - kx_m) \\
 &= (2.0 + 1.4) \sin(\omega t + \epsilon_1) = 3.4 \sin(\omega t + \epsilon_1)
 \end{aligned} \tag{8.4}$$

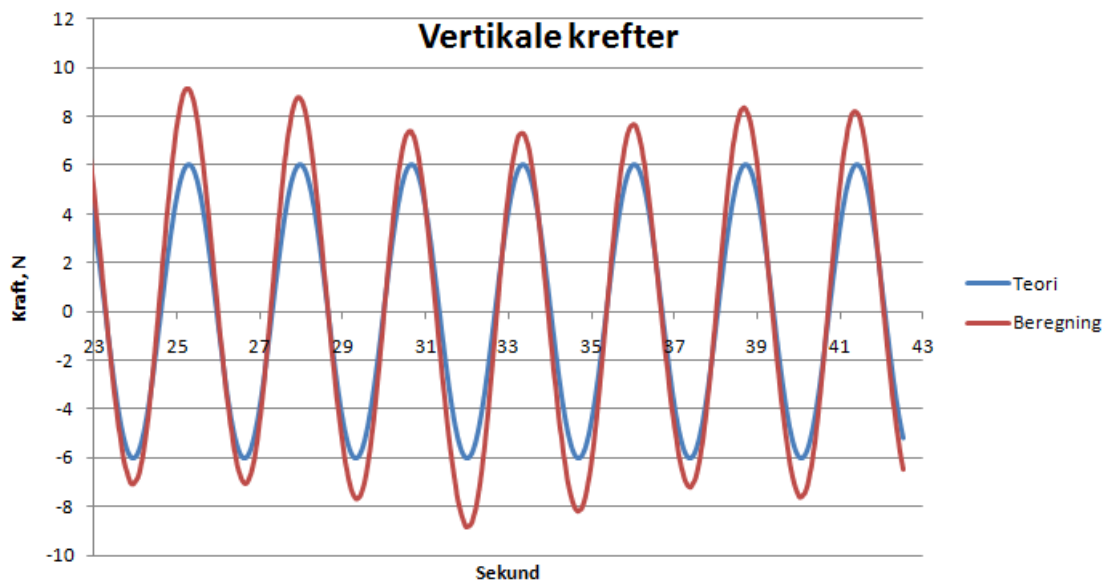
$$\begin{aligned}
 F_3 &= -dy \int p n_3 ds \\
 &= -dy \rho g \zeta_A \cdot \frac{\cosh k(h+z_{topp})}{\cosh kh} \cdot \int_5^6 \sin(\omega t - kx) ds \\
 &= 6.0 \sin(\omega t + \epsilon_3)
 \end{aligned} \tag{8.5}$$

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 3.3 \sin \omega t + \epsilon_1 \\
 F_3 &= 6.0 \sin \omega t + \epsilon_3
 \end{aligned} \tag{8.6}$$

I figurene under er det gjort sammenligning mellom de beregnede kreftene og de teoretiske. Det sees at de beregnede kreftene varierer noe. Som det sees viser både horisontale og vertikale kreftene for liten amplitude i forholdt til teorien, men perioden er god. Det har ikke lyktes å finne årsken til avvikene. De horisontale kreftene har en amplitude på 3.3, mens den teoretiske amplituden er på 4.4, noe som gir et avvik på 25%. For de vertikale kreftene er teoretisk svinge-amplitude 6.0 mens beregnigen viser en amplitude på 7.5. Dette er et avvik på 25%. Det kan være at added mass ikke skulle være neglisjert i dette tilfellet.



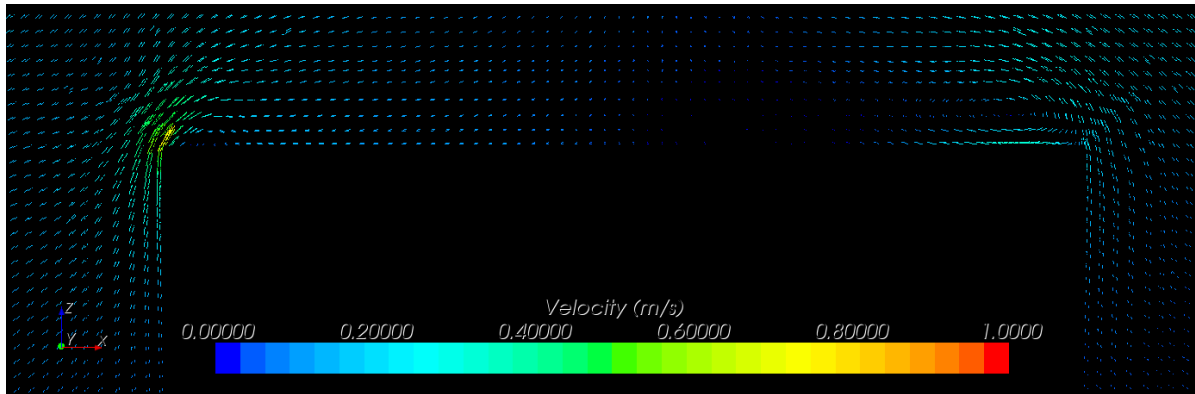
Figur 8.5: Horisontale krefter sammenlignet med teori.



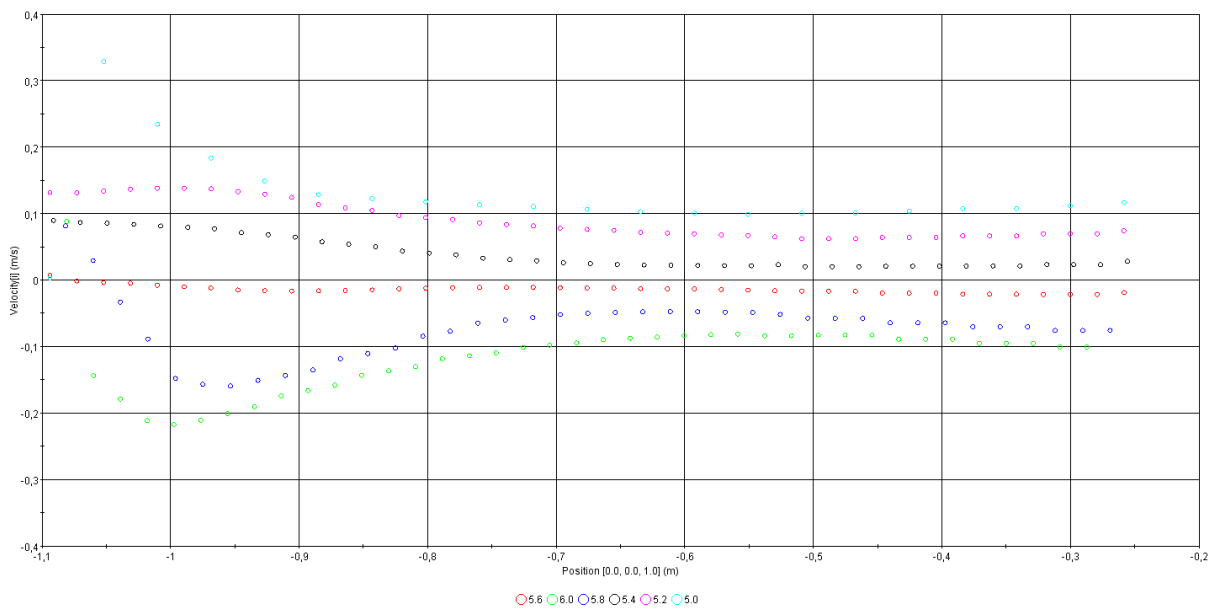
Figur 8.6: Vertikale krefter sammenlignet med teori.

8.3.2 $t = 0$

Under et knutepunkt har den uforstyrrede bølgen minimale horisontalhastigheter. Fra vektorplottet sees det at hastighetene er svært små på midten av boksen. Dette kommer også fram av hastighetsprofilene, som viser horisontalkomponenten. I venstre kant av boksen vises det at horisontalhastigheten øker og det har så vidt begynt å oppstå separasjon på hjørnet. Over høyre hjørne sees det tydelig konturene av en hvirvel, dannet av separasjonen på hjørnet i forrige tidssteg. For dette tidssteget er vertikale krefter lik 0 og horisontale krefter er maksimale.



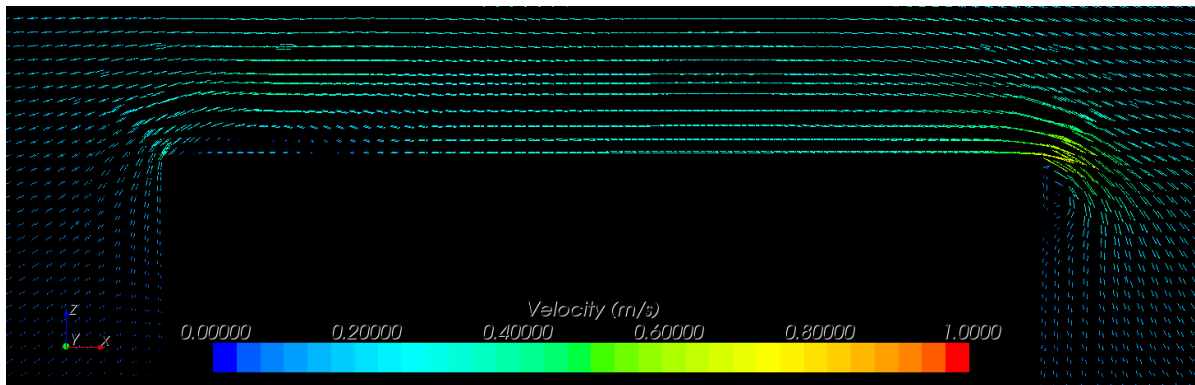
Figur 8.7: Vektorplott ved $t = 0$. Plottet viser farten.



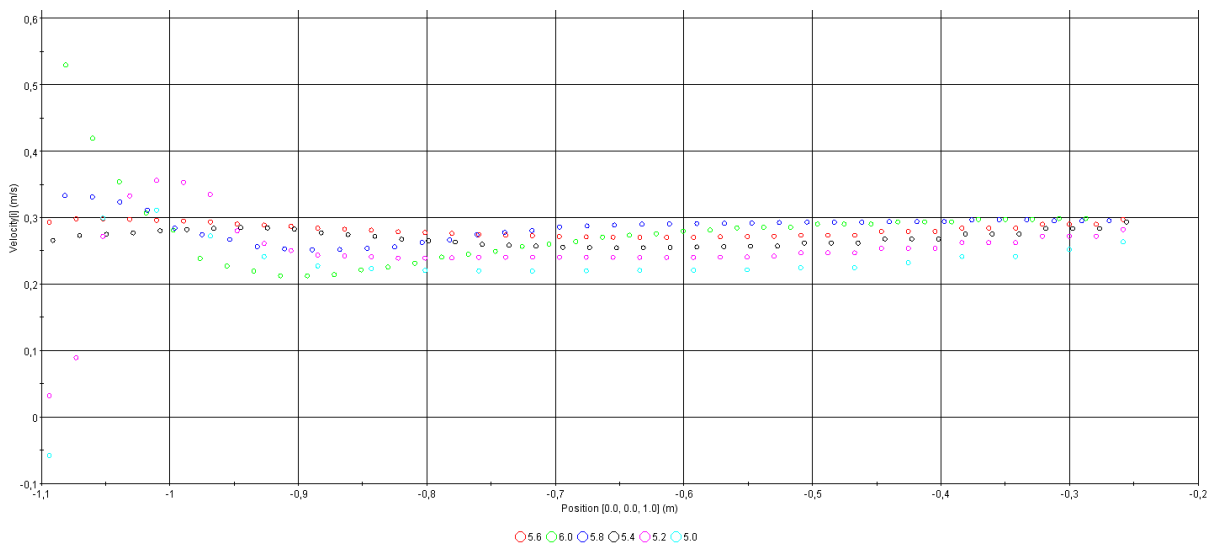
Figur 8.8: Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = 0$.

8.3.3 $t = T/4$

For $t = T/4$ befinner det seg en bølgetopp symmetrisk over boksen. Under en bølgetopp er vertikalhastigheten 0 og horisontalhastigheten på sitt største. Det sees på vektorplottet at til venstre på overkant av boksen er en hvirvel, som ble satt opp av separasjonen som vises i forrige tidssteg. Horisontalhastigheten er stor og symmetrisk, noe som også kan sees av hastighetsprofilene, og det er separasjon ved høyre hjørne. De vertikale kreftene er maksimale og de horisontale kreftene er 0.



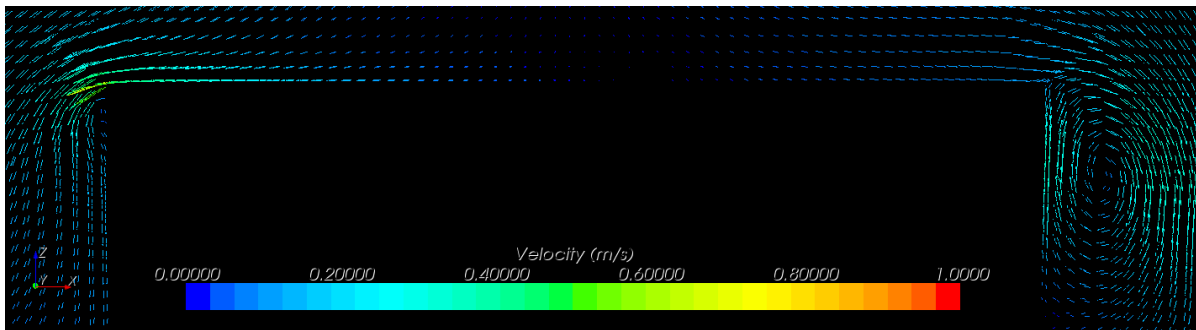
Figur 8.9: Vektorplott ved $t = T/4$. Plottet viser farten.



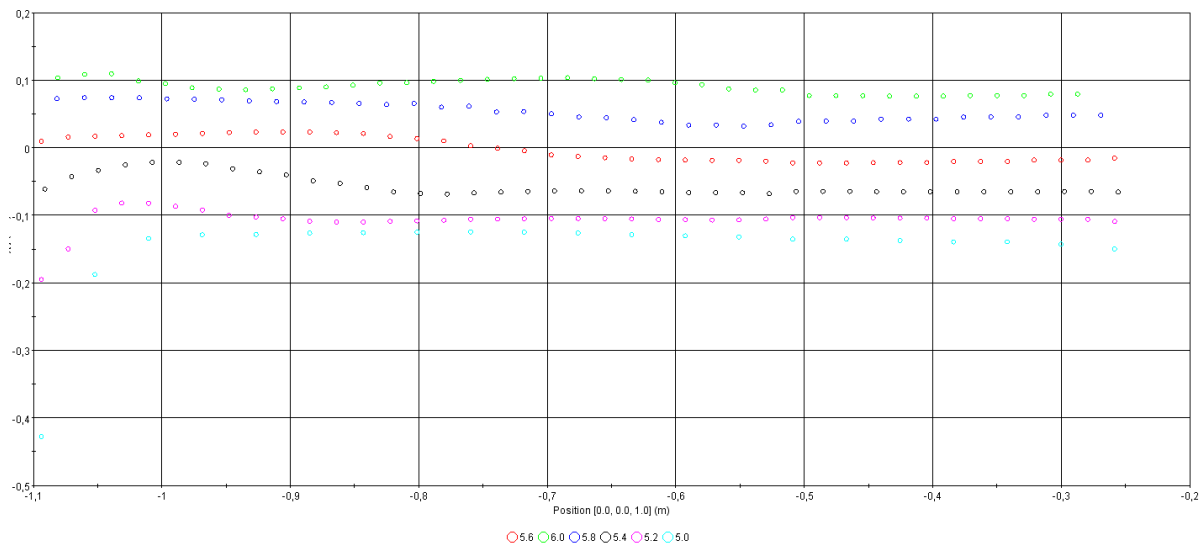
Figur 8.10: Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = T/4$.

8.3.4 $t = T/2$

For $t = T/2$ er det et bølgeknutepunkt over midten av boksen, med bølgetoppen til høyre. Des ses, akkurat som i for $t = 0$ at hastighetene er små på midten av boksen. Ved høyre kant er det et stor virvel på grunn av tidligere separasjon ved hjørnet. Til venste har de negative horisontalhastigheter, begynt å skape separasjon. Her er de horisontale kreftene på sitt minste og de vertikale 0.



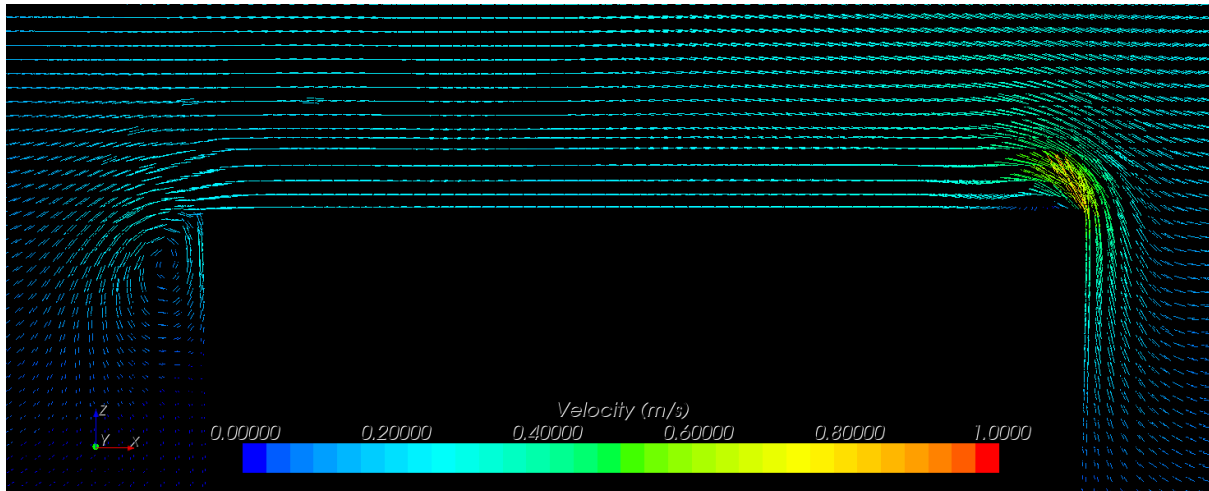
Figur 8.11: Vektorplott ved $t = T/2$. Plottet viser farten.



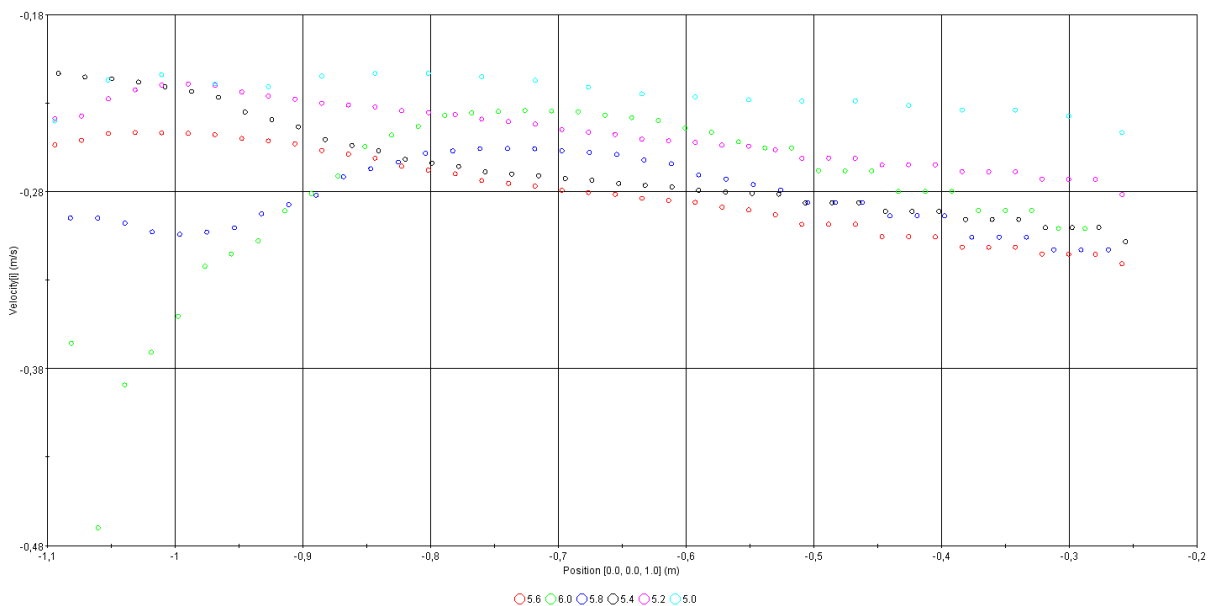
Figur 8.12: Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = T/2$.

8.3.5 $t = 3T/4$

For det siste tidssteget er det en bølgebunn over boksen, noe som vil gi store horisontale hastigheter i negativ x -retning. Hastigheter mot boksens høyre side, medfører separasjon ved det høyre hjørnet, mens ved venste kant er det en virvel fra en tidligere separasjon. her er vertikale krefter på sitt minste og de horisontale er maksimale.



Figur 8.13: Mvektorplott ved $t = 3T/4$. Plottet viser farten.



Figur 8.14: Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = 3T/4$.

8.4 Konklusjon

Strømningsmessig ser vektorplottene bra ut. Det oppstår separasjon ved hjørnene som forventet og det sannes virvler både i overkant og på sidene av bosken. Hastighetsfordelingene ser

også bra ut, og samstemmer godt med vektorplottene. Kreftene stemmer ikke like godt. Krefte-
ne svinger mer riktig periode, men både for horisontale og vertikale krefter viser at beregnede
krefter er 25% høyere amplitude enn teoretiske krefter.

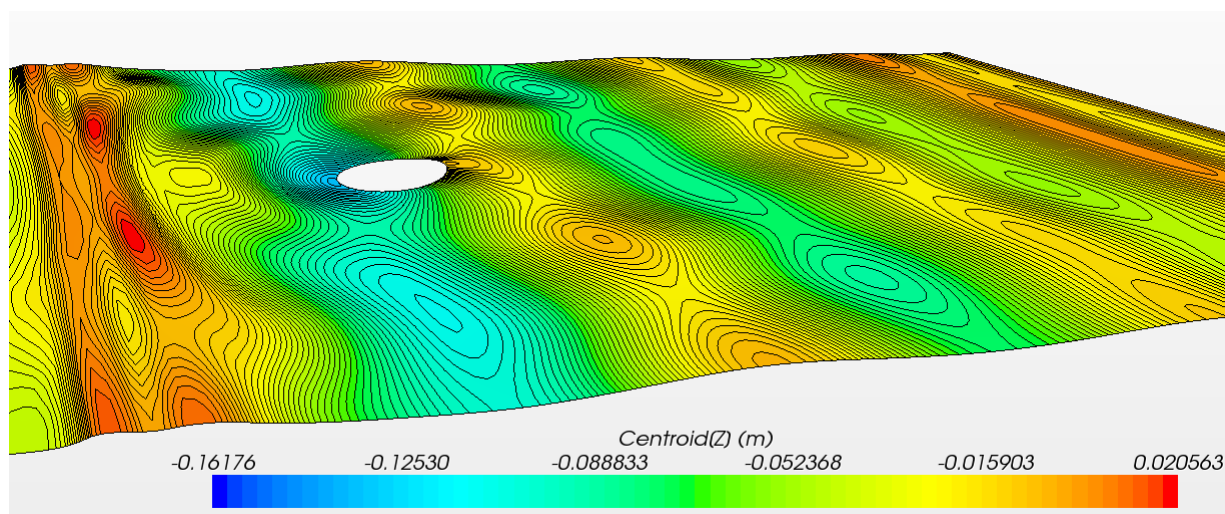
Kapittel 9

Resultater og videre arbeid

Totalt sett har STAR levert gode resultater i denne oppgaven. Det har blitt gjort simuleringer for en gjenstand i konstant strøm, bølger, og en konstruksjon i bølger. I kapittel 6 ble det gjort simulering av strømning rundt en NACA0012 hydrofoil nært fri overflate. Sammenlignet med eksperiment gjort av Duncan (1983) er resultatene svært gode. I kapittel 7 ble det testet ut numerisk bølge tank, etter første ordens teori. Hastigheter og trykk viste god samsvar med teorien. Riktig nok, uten de forenklinger som gjøres ved den frie overflaten, som er gjort for å sikre en førsteordens relasjon mellom hastighetspotensialet og ζ_A . Når det gjaldt bølgehevingen var denne også god. Svingeamplituden var 8 cm mot forventede 10 . Gjennomsnittlig heving av overflaten varierte også noe, uten at grunnen til dette er avdekket. I kapittel 8 ble en rektangulær konstruksjon ført inn i bølgetanken. Stømningsbildene for hver fjeredels bølgeperiode, ser riktige ut, men både horisontale og vertikale krefter er 25% høyere enn teorien.

I det videre arbeidet hadde det vært interessant å tatt utgangspunkt i casen i kapittel 6 eller 8 og gjort vurderinger på forskjellige turbulensmodeller, og sett hvordan dette påvirket løsningen. Når det gjelder bølgene i kapittel 7, vil det være greit å få undersøkt hva den underordnede svingningen som preger hele overflaten skyldes, og sett om den var mulig å bli kvitt denne effekten. Det vil også være nødvendig å gjøre en valideringscase for grunt vann, $h/\lambda \leq 1/20$, hvis STAR skal benyttes for slike vandyp. For kapittel 8 er det nødvendig å se på hva avviket i kreftene skyldes. Både beregningen og teorien bør gjennomgås. Spesielt beregningen av added mass kan være greit å se på. Det har ikke lyktes å finne litteratur som gir de uttrykkene for added mass som er relevante for oppgaven.

I det videre arbeidet var det også planlagt å gjøre en fullverdig tredimensjonal analyse av en sylinder som går igjennom den frie overflaten, i bølger. Det hadde vært interessant å se på beregninger for dette både for stor volum og småvolum konstruksjon. Arbeidet ble påbegynt, men ble stoppet etter en stund, da tiden ikke strakk til. Dette skyldtes i hovedsak at det oppstod avvik i beregningene i kapittel 8 og simulering med så mange elementer tok fryktelig lang tid, omtrent 1 døgn per simulert sekund. Dette gjorde at det ble vanskelig å simulere så lenge at man var sikker på at oppstartseffektene var forsvunnet. Som figuren under viser gav den første delen av en simulering for en storvolum et interessant strømningsbilde, hvor det tydelig vises refleksjon fra sylinderen. Dette virket lovende i henhold til litteratur funnet i Malencia & Molin (1995) og Ferrant et al. (1999).



Figur 9.1: Utsnitt av bølgeheving rundt en sylinder i korte bølger.

Kilder

- Andersson, H. I. (1988). Introduction to turbulence modelling.
- CD-Adapco (2010a). Case 2.1, gothenburg workshop.
- CD-Adapco (2010b). Case 3.1a, gothenburg workshop.
- CD-Adapco (2010c). Using star ccm+ version 5.04.008. Brukermanual.
- Choi, J., & Sung, B. (2009). Numerical simulations using momentum source wave maker applied to rans equation model. *Coastal Engeneering*, 56..
- Duncan, J. H. (1983). The breaking and non-breaking wave resistance of a two dimentional hydrofoil. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 126.
- Endresen, P. C., & Kopperstad, A. (2010). Rapport i nummerisk hydrodynamikk. TMR15 Øving 3, NTNU.
- Enger, S., Peric, M., & Peric, R. (2010). Simulation of flow around kcs-hull. CD-Adapco.
- Faltinsen, O. M. (1990). *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*. Cambridge University Press.
- Faltinsen, O. M. (2005). *Hydrodynamics of High-Speed Marine Vehicles*. Cambridge University Press.
- Fenton, J. D. (1985). A fifth-order stokes theory for steady waves. *Journal of Waterway, Port, Costal and Oscean Engeneering*, nr 111.
- Ferrant, P., Malencia, S., & Molin, B. (1999). Nonlinear wave loads and run up on a vertical cylinder. *Kapittel 3, Nonlinear Water Wave Interaction*. Red.: Mahrenholtz og Markiewicz. WIT-Press, UK..
- Ferziger, J. H., & Peric, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Verlag.
- Havn, J. (2010). Rapport i nummerisk hydrodynamikk. TMR15 Øving 3, NTNU.
- Hino, T. (1993). A finite-volume method with unstructured grid for free surface flow simulation. *Sixth International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*.
- Holm, H. (2005). *Numerical calulation of viscous of free surface flow around marine structures*. Ph.D. thesis, NTNU.

- Jones, W., & Launder, B. (1972). The prediction of laminarization with a 2-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15.
- Jones, W., & Launder, B. (1973). The prediction low reynolds number phenomena with a 2-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 16.
- Kim, C. H., Clement, A. H., & Tanizawa, K. (1999). Recent research and development of numerical wave tanks- a review. *ISOPE Vol. 9 Nr. 4*.
- Kopperstad, A. (2010). Prosjektoppgave marin hydrodynamikk. TMR4520 , NTNU.
- Launder, B., Morse, A., Rodi, W., & Spalding, D. (1972). The prediction of free shear flows. *Proceedings of NASA Conference on Free Shear Flows*.
- Launder, B., & Spalding, D. (1972). Mathematical models of turbulence. *Academic Press, London*.
- Launder, B., & Spalding, D. (1974). The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3.
- Malencia, S., & Molin, B. (1995). Third harmonic wave diffraction by a vertical cylinder. *Journal of Fluid Mechanics, Vol 302*.
- Muzaferija, S., & Peric, M. (1999). Computation for free surface flows using interface tracking and interface capturing methods. *Kapittel 2, Nonlinear Water Wave Interaction. Red.: Mahrenholtz og Markiewicz. WIT-Press, UK.*
- Myrhaug, D. (2007). Uregelmessig sjø, tnr4180. Tapir Uttrykk.
- Park, J., Kwon, K., & Choi, H. (1998). Numerical solutions of flow past a circular cylinder at reynolds numbers up to 160. *KSME International Journal, Vol. 12, No 6*.
- Pettersen, B. (2007). Kompendium i marin 3 hydrodynamikk. Tapir Uttrykk.
- Ransau, S. R. (2002). Solution methods for incompressible viscous free surface flows: A literature review. <http://www.stat.ntnu.no/preprint/numerics/2002/N3-2002.pdf>.
- Röper, J. (2011). Support cd-adapco. E-post korrespondanse.
- Seidler, K. (2011). Support cd-adapco. E-post korrespondanse.
- Shih, T.-H., Liou, W., Shabir, A., Yang, Z., & Zhu, J. (1994). A new k-epsilon model for high reynolds number turbulent flows. *Computers Fluid Vol. 24 No. 3*.
- Tzabarias, G. D. (1997). A numerical investigation og 2d, steady free surface flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol 25.a*.
- White, F. M. (2006). *Viscous Fluid Flow. 3rd Edition.*. McGraw-Hill.
- Wolfstein, M. (1969). The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 41*.
- Yoo, S. (1998). Numerische berechnung von strömungen mit freien oberflächen auf randangepasstin gitter. *Avhandling ved Universitetet i Hamburg, Tyskland. Gjengitt i Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer Verlag*.

Zwart, P., & Orlando, S. (2010). Validation case: Free surface flow over a submerged hydrofoil. ANSYS CANADA.

Figurer

1.1	Oversikt over analytiske uttrykk for en bølge, hastigheter og akselerasjoner, for både dypt og endelig vandyp (Faltinsen, 2005).	3
1.2	Skisse av hastighetsutviklingen under en bølgetopp og bølgebunn, basert på lineær teori (Faltinsen, 2005).	4
1.3	Skisse av trykkfordelingen under en bølgetopp og en bølgebunn (Faltinsen, 2005).	4
2.1	Midling av variabelverdier	8
2.2	Residualer for en beregning av overflatebølger. Den mørkerøde linjen i øvre kant av bilde er residualen for luft. Merk at det er logaritmisk skala på vertikal akse.	10
3.1	Del <i>a</i>) viser oppsettet for tre seller og notasjonen som er benyttet. Del <i>b</i>) viser et NVD som gir sammenhengen mellom ζ_C og ζ_f	13
3.2	Figuren viser at HIRC er nødvendig for å håndtere mer komplekse overflatekrunninger (Muzaferija & Peric, 1999).	14
3.3	Oppdatert NVD med HIRC-sammenhengen tegnet inn med uthevet strek.	15
3.4	Utsnitt fra STAR av VOF waves-egenskapene.	15
3.5	Essempler på gal og riktig meshing av overflateproblematikk (CD-Adapco, 2010c).	16
4.1	Midling av variabelverdier	17
4.2	Turbulentgrensesjikt. Hastighetsprofiler som funksjon av avstand til veggen i turbulent grensesjikt. Den hele linjen kommer fra eksperiment. $n^+ = y^+$	20
4.3	Valg av turbulensmodeller	22
6.1	Oppsett av eksperimentet i henhold til Duncan (1983).	28
6.2	$2D$ -skisse av domenet.	29
6.3	Skjerm bilde av VoF-solveren.	29
6.4	Meshet i domenet.	31
6.5	Meshet ved følgende kant av foilen.	31
6.6	Bølgehevning.	32
6.7	Volumfraksjon nærme foilen.	32
6.8	Dynamisk trykk over foilen.	33
6.9	Trykk-koeffisienter.	33
6.10	Totalhastighet rundt foilen.	34
6.11	Bølgehevningen sammenlignet med Duncan (1983).	35
6.12	Bølgehevning fra Holm (2005) sammenlignet med Duncan (1983) og Hino (1993).	35
7.1	Skisse av den numeriske bølgetanken.	38
7.2	Todimensjonalt mesh ved den frie overflaten.	38

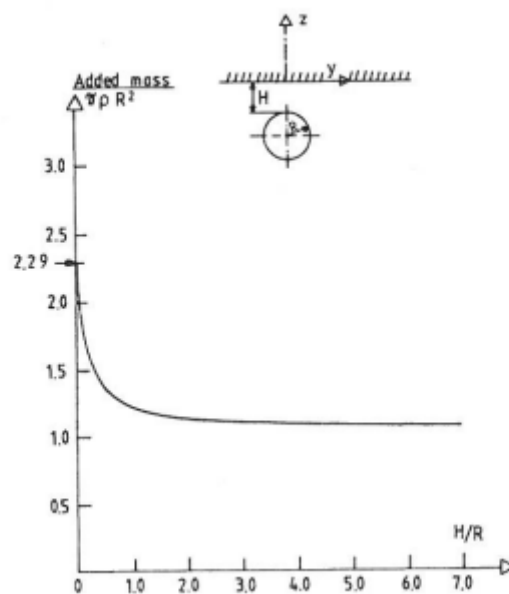
7.3	Fri overflate med velocity inlet som grensebetingelse på sidene. Skalaen angir z -verdi.	39
7.4	Fri overflate med symmetry planes som grensebetingelse på sidene. Skalaen angir z -verdi.	39
7.5	Data for den flate bølgen som angir initialbetingelser.	40
7.6	Overflatehevingen i et punkt 5 meter fra inletgrensen, som en funksjon av tiden. Punktet lå på symmetrilinjen i bredden.	41
7.7	Utsnitt fra den stasjonære delen av simuleringen, sammenlignet med en teoretisk sinuskurve.	41
7.8	Hastighetsprofiler.	41
7.9	Trykkfordeling fra fri overflate og ned mot bunnen. Blå kurve er teoretiske verdier, rødt er målinger og grønt er målingene, men justert ned en ζ_A	42
7.10	Bølgeheving i et punkt 5 meter fra inlet, som funksjon av tiden.	43
7.11	Utsnitt av bølgehevingen, sammenlignet med en teoretisk sinuskurve.	43
7.12	Hastighetsfordelinger ved inlet, 5 meter og teori.	44
8.1	Skisse av domenet.	45
8.2	Mesh rundt boksen.	46
8.3	Initialbetingelse.	46
8.4	Volumfraksjon som illustrer bøgens posisjon ved $t = 0$	48
8.5	Horisontale krefter sammenlignet med teori.	49
8.6	Vertikale krefter sammenlignet med teori.	49
8.7	Vektorplott ved $t = 0$. Plottet viser farten.	50
8.8	Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = 0$	50
8.9	Vektorplott ved $t = T/4$. Plottet viser farten.	51
8.10	Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = T/4$	51
8.11	Vektorplott ved $t = T/2$. Plottet viser farten.	52
8.12	Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = T/2$	52
8.13	MVektorplott ved $t = 3T/4$. Plottet viser farten.	53
8.14	Hastighetsplott horisontalhastighet for posisjonen 5(mint), 5.2(lilla), 5.4(svart), 5.6(rød), 5.8(blå) og 6(grønn) meter, fra toppen av boksen og opp til -0.1 meter, for $t = 3T/4$	53
9.1	Utsnitt av bølgeheving rundt en sylinder i korte bølger.	56
A.1	Utvikling av added mass nære en vegg for en sylinder (Faltinsen, 1990).	III
A.2	Oversikt over added mass koeffesienter (Pettersen, 2007).	IV

Tabeller




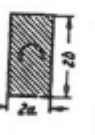


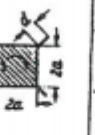




4.1	Konstant-verdier	19
4.2	Konstant-verdier	22
5.1	Verdier fra beregningen for kvadratisk sylinder	25
5.2	Verdier fra beregningen for sirkulær sylinder.	26

Tillegg A

Added mass



Figur A.1: Utvikling av added mass nære en vegg for en sylinder (Faltinsen, 1990).

Tversnitt		Hydrodyn. masse pr. lengdeenhet	Massekoeff $C = \frac{A'}{A'_{\text{Sirkel}}}$	Hydrodyn. treghetsmoment pr. lengdeenhet	Tregghetskoeff $D = \frac{A'}{A'_{\text{Plate}}}$
	$\frac{a}{b} = 1$ (Sirkel)	$A' = \pi \rho a^2$ ^[11]	1	$A' = 0$	0
		$\pi \rho a^2$ ^[11]	1	$= 0.125 \pi \rho (a^2 - b^2)$ ^[11]	$\left[\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 1 \right]^2$
	Plate	$= \pi \rho a^2$ ^[11]	1	$= 0.125 \pi \rho a^4$ ^[11]	1
	$\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$	$= 1.7 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.7	$= 0.15 \pi \rho b^4$ ^[6]	} 1.2 Ref. til plate med bredde 2b
	$\frac{a}{b} = \frac{1}{5}$	$= 1.98 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.98	$= 0.15 \pi \rho b^4$ ^[6]	
	$\frac{a}{b} = \frac{1}{10}$	$= 2.23 \pi \rho a^2$ ^[2]	2.23	$= 0.147 \pi \rho b^4$ ^[6]	
	Kvadrat	$= 1.51 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.51	$= 0.234 \pi \rho a^4$ ^[12,2]	1.872
	$\frac{a}{b} = 2$	$= 1.36 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.36	} $= 0.15 \pi \rho a^4$ ^[6]	} 1.2 Ref. til plate med bredde 2a
	$\frac{a}{b} = 5$	$= 1.21 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.21		
	$\frac{a}{b} = 10$	$= 1.14 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.14		
	$\frac{d}{a} = 0.05$	$= 1.61 \pi \rho a^2$ ^[2]	1.61	} Ref. til sirkel med radius a	} 2.4 Ref. til plate med bredde 2a
	$\frac{d}{a} = 0.1$	$= 1.72 \pi \rho a^2$ ^[6]	1.72		
	$\frac{d}{a} = 0.25$	$= 2.19 \pi \rho a^2$ ^[6]	2.19		
		$= 0.76 \pi \rho a^2$ ^[2]	0.76	$= 0.059 \pi \rho a^4$ ^[6]	0.47
	$\frac{a}{b} = 1$	$= 0.67 \pi \rho a^2$ ^[2]	0.67		
	$\frac{a}{b} = 5$	$= 0.61 \pi \rho a^2$ ^[2]	0.61		
	$\frac{a}{b} = 2$	$= 0.85 \pi \rho a^2$ ^[2]	0.85		
	Regulær åttekant			$\approx 0.055 \pi \rho a^4$ ^[6]	0.44

Hydrodynamisk masse- og treghetsmoment beregnet av Lamb (1), Lewis (2), Proudman (3), Weinblum (4), Wendel (5), og funnet eksperimentelt v.h.j.a. elektrisk analogi av Koch (6).

Figur A.2: Oversikt over added mass koeffesienter (Pettersen, 2007).

Tillegg B

Oppgavetekst