

Identifikasjon av vindindusert dynamisk respons i Gjemnessundbrua

Jan Håvard Nordtug

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2014

Hovedveileder: Ole Andre Øiseth, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk

MASTEROPPGAVE 2014

for

Jan Håvard Nordtug

Sammenlikning av predikert og målt vindindusert dynamisk respons av Gjemnessundbrua

Comparison of predicted and measured dynamic response of the Gjemnessund Bridge

I forbindelse med prosjektet ferjefri E39 blir Gjemnessundbrua instrumentert for å kartlegge nøyaktigheten til de metodene som benyttes til å beregne dynamisk respons av konstruksjoner utsatt for vindlaster.

Denne oppgaven dreier seg om analyse av måledata og beregning av dynamisk respons

Opgaven bør inneholde følgende temaer:

- Beregninger av demping, svingeformer og egenfrekvenser i Abaqus
- Beregninger av demping, svingeformer og egenfrekvenser ved hjelp av måledata
- Analyse av vindfeltet for å bestemme dets romlige statistiske egenskaper
- Beregning av vindindusert dynamisk respons
- Analyse av usikkerheter knyttet til beregningene

Besvarelsen organiseres i henhold til gjeldende retningslinjer.

Veileder(e): Ole Andre Øiseth, Knut Andreas Kvåle

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 10. juni 2014.

NTNU, 28. januar, 2014

Ole Andre Øiseth
faglærer

Sammendrag

Denne oppgaven tar for seg den vindinduserte dynamiske responsen i Gjemnesundbrua. Dette gjøres først gjennom systemidentifikasjon ved å finne aktuelle egenfrekvenser og egenmoder. Disse finnes ved å analysere tidsserier fra akselerometre montert på brua. Tidsseriene filtreres for å redusere støy for så å overføres til frekvensplanet og ut fra akselerasjonenes autospektraltettheter identifiseres egenfrekvensene til brua.

Gjemnesundbrua er også modellert i elementmetodeprogrammet Abaqus. I Abaqus er det gjennomført en egenfrekvenssimulering. Egenfrekvensene som finnes av elementmetodeanalysen sammenlignes med resultatene fra systemidentifikasjonen utført med utgangspunkt i måledata. Ut fra akselerometeranalysen er det identifisert 14 egenfrekvenser som anses som sikre, samt tilhørende modeform. Dempingsverdiene for egenmodene er også beregnet.

I tillegg til akselerometer er det montert et anemometer, en vindmåler, på brua som måler vindhastigheter samtidig som det registreres akselerasjonsdata. Tidsseriene fra vindmåleren overføres også til frekvensdomenet for å finne spektraltettheten til turbulenskomponentene. Når dette er kjent, samt bruas dynamiske egenskaper hentet ut fra Abaqus, overføres vindspekteret over til et forskyvningsspekter.

Når spektraltettheten for forskyvningene er kjent kan dette integreres opp for å finne standardavviket til akselerasjonene. Denne verdien er også enkel å beregne med utgangspunkt i tidsseriene fra akselerometrene, og dermed er man i stand til å vurdere gyldigheten til resultatene fra de to metodene ved å sette de opp mot hverandre.

Resultatene er funnet å gi gode resultater for horisontalretningen. I vertikalretningen er de målte forskyvningene større enn de beregnede. Det er knyttet noe usikkerhet til tidsseriene med data for vertikalretningen ettersom de består av en større andel støy enn horisontalverdiene. Egenmodene som er identifisert fra akselerometrene er også noe asymmetriske, noe som ikke er tilfellet i abaqusmodellen, dette kan også bidra til avvik.

Summary

This thesis aims to identify the wind induced dynamic response in the Gjemnessund bridge. The first step in this process is to apply system identification and identify relevant eigenfrequencies and eigenmodes. This is done by analysing timeseries from accelerometers mounted to the bridge. The timeseries are first noise-reduced and then transformed to the frequency-domain. The eigenfrequencies of the bridge are then identified from the spectral densities of the acceleration of the bridge at the accelerometerpoints.

The Gjemnessund bridge is also modelled in the "Finite Element Method"-program Abaqus. This model is put through a frequency simulation and the resulting eigenfrequencies are compared to the results from the system identification done based on the acceleration data. The analysis based on the accelerometer data yielded 14 eigenfrequencies which are regarded as certain. For each of the eigenfrequencies the according mode shapes and damping values are calculated.

In addition to accelerometers, the bridge is also fitted with an anemometer, a wind gauge, which measures windspeeds at the same time as the accelerations are recorded. The turbulence data is also transformed to the frequency domain in order to calculate the spectral density of the turbulence components. When the spectral density is known, as well as the dynamic properties of the bridge obtained from Abaqus, the wind spectrum can be transformed to the displacement spectrum.

When the displacement spectral densities are known the integral of the spectrum can be calculated, thereby finding the standard deviations of the accelerations. This value is also easy to calculate from the accelerometer data, and these two values can be compared. How well these values match is an indication of the quality of the simulated response.

The analysis has given good results in the horisontal direction. In the vertical direction the measured displacements are bigger than the simulated. There is some uncertainty regarding the timeseries containing data for the vertical accelerations since these contain a larger portion of noise than the horisontal direction. The eigenmodes from the accelerometers are also somewhat asymmetrical, which is not the case in the Abaqus model.

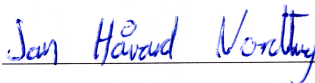
Forord

Denne oppgaven utgjør den avsluttende masteroppgaven etter mitt 5-årige studie ved Bygg- og Miljøteknikk ved NTNU. Oppgaven er skrevet ved institutt for konstruksjonsteknikk innen spesialiseringen beregningsmekanikk. Arbeidet er gjennomført i tidsrommet 14. Januar til 10. Juni.

Oppgaveformuleringen ble utformet i samarbeid med veileder Ole Andre Øiseth, og etter retningslinjer gitt av Statens Vegvesen for undersøkelser av nøyaktigheten til metodene som benyttes for beregning av dynamisk respons i forbindelse med prosjektet "ferjefri E39".

Forfatteren vil rette en stor takk til veileder Ole Andre Øiseth. Han har gitt god faglig veiledning som har hjulpet meg å tilegne meg den kunnskapen som har vært nødvendig for å gjennomføre denne oppgaven. I tillegg har det vært stor hjelp i rettleiding for å sikre fremdrift i oppgaven, samt et stort bidrag av Matlab-kode som har vært til stor hjelp.

Jan Håvard Nordtug



NTNU, 10. Juni 2014

Innhold

| | |
|--|-----------|
| Sammendrag | III |
| Summary | IV |
| Forord | V |
| 1 Begrepsdefinisjoner | 1 |
| 1.1 formatering | 1 |
| 1.2 Brukonstruksjonen | 1 |
| 1.3 dynamikk | 1 |
| 1.4 vind | 2 |
| 2 Innledning | 3 |
| 2.1 Fullskalamåling av Gjemnessundbrua | 3 |
| 2.2 Problemstilling og oppgavens omfang | 3 |
| 3 Teori | 5 |
| 3.1 Signalprosessering | 5 |
| 3.1.1 Fourier-transformasjon | 5 |
| 3.1.2 Autospekter og Krysspekter | 6 |
| 3.1.3 Nyquistfrekvensen | 8 |
| 3.1.4 Lavpassfilter | 9 |
| 3.1.5 Nedskalering | 10 |
| 3.1.6 Welchs metode | 10 |
| 3.1.7 Peak picking | 11 |
| 3.1.8 Modeform | 13 |
| 3.2 Dynamikk | 15 |
| 3.2.1 Modalanalyse | 15 |
| 3.2.2 Demping | 16 |
| 3.3 Vindlast | 19 |
| 3.4 Dynamisk respons | 23 |
| 3.4.1 Overføring fra vindspekter til lastspekter | 25 |
| 4 Arbeidsprosess | 28 |
| 4.1 Programmer som benyttes | 28 |
| 4.2 Systemidentifikasjon | 28 |
| 4.2.1 Importering av data | 29 |
| 4.2.2 Lavpassfilter og nedskalering | 30 |
| 4.2.3 Beregne kryss- og autospekter | 30 |
| 4.2.4 Velge aktuell egenfrekvens | 30 |

| | | |
|---|--|-----------|
| 4.2.5 | Beregne fasevinkler | 31 |
| 4.2.6 | Beregne størrelse på utslag | 31 |
| 4.2.7 | Beregne demping | 31 |
| 4.2.8 | Visualisering av svingemodene | 31 |
| 4.3 | Identifikasjon av egenmoder - ABAQUS | 32 |
| 4.4 | Beregning av vindlast | 33 |
| 5 | Resultater og diskusjon | 38 |
| 5.1 | Identifiserte egenmoder fra MATLAB | 38 |
| 5.2 | Modeplot | 42 |
| 5.2.1 | Egenmode 1 | 43 |
| 5.2.2 | Egenmode 2 | 44 |
| 5.2.3 | Egenmode 3 | 45 |
| 5.2.4 | Egenmode 4 | 46 |
| 5.2.5 | Egenmode 5 | 47 |
| 5.3 | Resultater for vind | 50 |
| 5.3.1 | Valg av tidsserie | 50 |
| 5.3.2 | Valg av nedskaleringsverdi | 50 |
| 5.3.3 | Tilnærming av vindspekter | 51 |
| 5.3.4 | Vurderingskriterie for forskyvningsspekter | 56 |
| 5.4 | Resultater for demping | 58 |
| 5.5 | Overføring til forskyvningsspekteret | 62 |
| 6 | Konklusjon | 67 |
| 7 | Videre arbeid | 68 |
| Tillegg A Matlabkode | | |
| A.1 | masterfil.m | |
| A.2 | AutoImport.m | |
| A.3 | lowpass.m | |
| A.4 | downSample.m | |
| A.5 | crossSpectrum.m | |
| A.6 | windCalc.m | |
| A.7 | spektertilpassing.m | |
| A.8 | integralscript.m | |
| A.9 | finnTopp.m | |
| Tillegg B Alternative vindplot | | |
| Tillegg C Oversikt over turbulensverdier | | |

Tillegg D Filer med vind vinkelrett i forhold til brua

Figurer

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Gjemnessundbrua | 3 |
| 2 | Oversikt over hvor nodene er plassert på brua, rødt er akselerometer, grønt er hovedloggekasse. | 3 |
| 3 | Signalet har den maksimale frekvensen som kan registreres med den gitte digitaliseringsfrekvensen. | 9 |
| 4 | Signal med høyfrekvent støy. Blå representerer det aktuelle, filtrerte signalet, det røde er signalet inkludert støy. | 9 |
| 5 | Butterworth filter med orden 10 og en cutoff-frekvens på 50 rad/s . . | 10 |
| 6 | Hanning vindu med normalisert abcisse | 11 |
| 7 | Peak picking-metoden illustrert. Markerte frekvenser tas med videre i analysen. Merk at dette er bare eksempeldata. | 12 |
| 8 | Fasevinklene som ligger innenfor de røde feltene regnes som uaktuelle. | 13 |
| 9 | Illustrasjon av et idealisert dempingsforløp. | 16 |
| 10 | Relevante frekvenser for dempningsberegning etter (3.32). | 17 |
| 11 | Empirisk dempingsforhold mot egenfrekvens for stålkonstruksjoner [9]. | 18 |
| 12 | Definering av dimensjoner og retninger. | 19 |
| 13 | Aktuelle vinkler og lastbetegnelser. | 20 |
| 14 | Abaqusmodellen som benyttes i egenfrekvensanalysen. | 32 |
| 15 | Figur som viser overføringen fra polare til kartesiske koordinater for beregning av turbulensverdier | 33 |
| 16 | Her har sensoren registrert data som ikke er reelle første halvdel av tidsserien. Serien er fra 13. Mai 19:50. | 35 |
| 17 | Plot av de tre vindhastighetene, serien er fra 13. Mai 2013, kl 15:30. Her ses normalfordelte turbulenskomponenter, samt en jevn og høy middelvind. | 36 |
| 18 | Spektraltettheter for S_{uu} , S_{uw} og S_{ww} | 36 |
| 19 | Autospekter i vertikalretningen. Her er de største utslagene, verdiene er normalisert ut fra dette spekteret. | 38 |
| 20 | Autospekter i y-retning, det vil si horisontalt på tvers av brua. Utslagene her er noe mindre enn i z-retning, men fremdeles nevneverdige, omtrent 25 % av største horisontalutslag. | 39 |
| 21 | Autospekter i x-retning, det vil si langsmed brubanen, merk de lave utslagene. Her er utslaget omtrent 5 % av i horisontalretningen . . . | 40 |
| 22 | Her er det brukt suboptimale inndata, og dermed er resultatet vanskelig å tolke. Dette er autospekteret i z-retning, altså det samme som i figur 19 (her er det brukt 20 vinduer og 5000 punkter overlapp, ca 3 millioner verdier). | 41 |
| 23 | Egenmode 1 - 0.0910 Hz - Matlab | 43 |
| 24 | Egenmode 1 - 0.0929 Hz - Abaqus | 43 |

| | | |
|----|--|----|
| 25 | Egenmode 2 - 0.1716 Hz - Matlab | 44 |
| 26 | Egenmode 2 - 0.1728 Hz - Abaqus | 44 |
| 27 | Egenmode 3 - 0.2204 Hz - Matlab | 45 |
| 28 | Egenmode 3 - 0.1986 Hz - Abaqus | 45 |
| 29 | Egenmode 4 - 0.2616 Hz - Matlab | 46 |
| 30 | Egenmode 4 - 0.2662 - Abaqus | 46 |
| 31 | Egenmode 5 - 0.2980 Hz - Matlab | 47 |
| 32 | Egenmode 5 - 0.2833 - Abaqus | 47 |
| 33 | Her er modellen for A-rammene som forbinder brubanen til tårnene. | 48 |
| 34 | Standardavvik beregnet for 5 og 5 minutter av en tidsserie med akselerasjonsdata. | 50 |
| 35 | Ulike verdier for variansen til en akselerasjonsserie plottet mot nedskaleringssverdien på x-aksen. | 51 |
| 36 | Vindspekter ut fra målte data plottet i blått og det tilnærmede i grønt. Dette plottet gjelder i lengderetningen, u. | 53 |
| 37 | Vindspekter ut fra målte data plottet i blått og det tilnærmede i grønt. Dette plottet gjelder i vertikalretningen, w. | 54 |
| 38 | Ulike verdier for variansen til en vindserie plottet mot nedskaleringssverdien på x-aksen. | 55 |
| 39 | Forskjellen mellom signalet direkte fra sensor og etter nedskalering. Til høyre er det mindre støy og dermed mindre standardavvik. Dette er totalt 10 sekunder med data. | 55 |
| 40 | Sammenligning av forventede og målte dempeverdier. Forventede i henhold til [9] i blått, og målte ut fra akselerometerdata i rødt. | 58 |
| 41 | Samme egenfrekvens med to forskjellige datasett, her vises tydelig grunnen til at dempingen er særdeles usikker. Toppen på spekteret ligger på samme sted, men ville fått en radikalt forskjellig dempingsverdi. | 59 |
| 42 | Illustrasjon som viser når beregningen av dempingsforhold kan feile. | 60 |
| 43 | Samme frekvensområde med ulike data. Dette illustrerer mye av det samme som i figur 41, men her ser man også at det kan oppstå feil med modeplot som følge av dette. | 61 |
| 44 | Autospekteret for forskyvning i horisontalretningen og integralet som beregnes i (5.13). | 62 |
| 45 | Autospekteret for forskyvning i vertikalretningen og integralet som beregnes i (5.13). | 63 |
| 46 | Autospekteret for forskyvning i rotasjonsretningen og integralet som beregnes i (5.13). | 63 |
| 47 | Sammenligning av standardavvik før og etter nedskalering i Z- og Y-retning | 65 |

Tabeller

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Oversikt over kolonnennummer fra akselerometrene | 29 |
| 2 | Et utvalgt beregnede vindverdier. Verdiene markert i rødt er vist i figur 16. | 34 |
| 3 | Et utvalg verdier som er undersøkt for å få gode autospekter. Stjerne angir tidsserier som er nedskalert 1:50. | 41 |
| 4 | Oversikt over de første egenfrekvensene. | 42 |
| 5 | Sammenlikning av ulike radier på A-rammene og dens innvirkning på egenfrekvensene. | 48 |
| 6 | Oversikt over ulike verdier for variablene i (5.3). | 52 |
| 7 | Oversikt over egenfrekvensene hentet ut fra MATLAB-analysen . . . | 59 |
| 8 | Standardavvik for midtpunktet på brua, Y-retning, enhet er mm/s^2 | 64 |
| 9 | Standardavvik for midtpunktet på brua, Z-retning, enhet er mm/s^2 | 64 |
| 10 | Standardavvik for midtpunktet på brua, θ -retning, enhet er $\cdot 10^{-3} rad/s^2$ | 64 |

1 Begrepsdefinisjoner

1.1 formatering

Fet skrift angir matrise, for eksempel \mathbf{M}_0

tilde over symbolet angir modal verdi, eksempelvis \tilde{M}

horisontal linje over symbolet angir middelvei, for eksempel \bar{C}_L

apostrof angir symbolets førstederiverte med hensyn på en aktuell variabel, eksempelvis C'_L

hatt over symbolet angir normalisert verdi, for eksempel $\hat{\mathbf{B}}$

1.2 Brukonstruksjonen

B : Brukassens bredde

D : Brukassens høyde

C_D : Aerodynamisk koeffisient i horisontal tverretning

C_L : Aerodynamisk koeffisient i vertikal tverretning

C_M : Aerodynamisk koeffisient i rotasjonsretning

L_{exp} : Lengden på den eksponerte delen av konstruksjonen, dvs brukassens lengde

1.3 dynamikk

r : Konstruksjonens forskyvning fra udeformert tilstand

\dot{r} : Konstruksjonens hastighet i forhold til nøytralaksen

\ddot{r} : Konstruksjonens akselerasjon i forhold til nøytralaksen

η : Modal forskyvning

$\dot{\eta}$: Modal hastighet

$\ddot{\eta}$: Modal akselerasjon

\mathbf{M} : Massematrise

\mathbf{C} : Dempingsmatrise

\mathbf{K} : Stivhetsmatrise

f : Frekvens i Hz

ω : Vinkelfart i rad/s

T : Periode i s

ζ : Dempingskoeffisient

a_k : Konstant i Fouriertransformasjonen

b_k : Konstant i Fouriertransformasjonen

ϕ : Modeform

\tilde{M} : Modal masse

\tilde{C} : Modal demping

\tilde{K} : Modal stivhet

H : Frekvensresponsfunksjon

S_{xy} : Krysspekter for x og y.

1.4 vind

U : Øyeblikksvind

V : Middelvind over et visst tidsrom

v : Avvik fra middelvind på tvers av middelvindretningen

u : Avvik fra middelvind på langs med middelvindretningen

w : Avvik fra middelvind i vertikalretningen

q : Linjelast på konstruksjonen som følge av vind

I_u, I_v, I_w : Turbulensintensiteter for turbulenskomponentene u, v og w.

$\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$: Standardavvik for turbulenskomponentene u, v, og w.

A_u, A_v, A_w : Skaleringsparameter for tilnærming av vindspekteret.

C_u, C_v, C_w : Skaleringsfaktor for å skalere opp eller ned turbulenskomponentenes autospekter.

M_{ae} : Aerodynamisk massematrise

C_{ae} : Aerodynamisk dempingsmatrise

K_{ae} : Aerodynamisk stivhetsmatrise

C, \bar{C}, C' : Vindmotstandskoeffisient, dens middelerdi og den førstederiverte med hensyn på vinkel α .

ρ : luftens tetthet.

B_q : Overføringsmatrise fra vindhastighet til last på konstruksjonen.

\tilde{Q} : Modal linjelast på konstruksjonen.

${}^{xf}L_n$: Integrallengdeskala

\hat{f} : normalisert frekvens

α : Vinkel mellom brukassen og middelvind

β : Vinkel mellom middelvind og horisontalakse

ϕ : Vinkel mellom Middelvind og øyeblikksvind

θ : Vinkel mellom vindmålerens aksesystem og middelvindretningen

σ : Standardavvik

S_{nn} : Autospekter i retning n

2 Innledning

2.1 Fullskalamåling av Gjemnessundbrua

Gjemnessundbrua er ei hengebru som går over Gjemnessundet fra fastlandet og over til Bergsøya i Møre og Romsdal. Brua er en del av Europavei 39 og ble åpnet i 1992. Brua er totalt 1257 m lang, og lengste spenn er på 623 m. Det ble i 2013 igangsatt fullskalamålinger av den dynamiske oppførselen til brua, og det ble da montert et anemometer, det vil si en vindmåler, samt 14 akselerometre som registrerer akselerasjon langs hovedspennet [15].



Figur 1: Gjemnessundbrua

Måledataene kommer fra totalt 14 noder plassert to og to på broen som vist i figur 2. Her er det 7 punkter med to noder i hver. Hver node måler akselerasjon i x, y, og z-retning, orientert med x-retning langs brobanen og z-retning vertikalt. I disse nodene registreres det akselerasjon med en digitaliseringsfrekvens på 200 Hz. Informasjon fra akselerometrene blir registrert i en hovedloggekasse og sendes fortløpende med WiFi videre til en nettbasert plattform hvor den lagres.



Figur 2: Oversikt over hvor nodene er plassert på brua, rødt er akselerometer, grønt er hovedloggekasse.

2.2 Problemstilling og oppgavens omfang

I forbindelse med at Statens Vegvesen planlegger og bygging av ny og ferjefri E39, er det blitt satt i gang flere prosjekter på NTNU som har som mål å øke kunnska-

pen om hvordan aktuelle brukonstruksjoner oppfører seg. I flere oppgaver [13], [1], [15], er det gjort analyser for å finne den dynamiske responsen av Gjemnesundbrua. Våren 2013 ble brua instrumentert med utstyr for å måle akselerasjoner og vindhastigheter. Montering og kalibrering av måleutstyret er beskrevet i detalj i Dalen og Lystads masteroppgave [15]. I denne masteroppgaven tas det utgangspunkt i at leseren har en viss kjennskap til innholdet i [15], men relevant informasjon vil bli gjengitt i korte trekk der det er nødvendig og naturlig.

Denne oppgaven bygger også videre på arbeidet som er gjort i prosjektoppgaven ”Dynamisk respons av Gjemnessundbrua” [1]. Der er elementmetodemodellen av brua laget og det greies ut i detalj hvilke valg som er gjort med tanke på forenklinger og tilnærminger.

For å vurdere kvaliteten på beregningsmodellene som simulerer de dynamiske egenskapene til brua er det ønskelig å se hvordan de beregnede verdiene samsvarer med målte verdier. Dette er hovedformålet til denne oppgaven. Tidsserier med måldata fra brua er analysert i frekvensplanet, med mål om å identifisere egenfrekvenser og tilhørende svingemoder. Disse frekvensene og modeformene vil sammenlignes med frekvensene og modeformene gitt av elementmetodemodellen.

I tillegg til akselerasjoner er det samlet inn vindhastigheter. Vindhastighetene skal brukes til å anslå vindlast og beregne tilhørende spektraltettheter for vinden. Spektraltetthetene kan benyttes til å anslå størrelsen på svingningene som er registrert på brua, ved hjelp av verdier hentet ut fra Abaqus. Disse to forskyvningsverdiene kan så sammenlignes med de målte forskyvningsspektrene for å vurdere validiteten til resultatene.

3 Teori

I dette kapitlet skal relevant teori fremlegges. Det vil bestå av fire relativt adskilte deler. Først kommer generell signalprosessering, behandling av diskrete data og overføring fra tidsplanet til frekvensplanet. Deretter presenteres de dynamiske bevegelseslikninger og utledning av frekvensresponsfunksjonen. Etter det presenteres beregningsmetodene for å estimere vindlasten på en konstruksjon. Til slutt er disse kombinert i beregningen av den dynamiske responsen til konstruksjonen som følge av den målte vindhastigheten.

3.1 Signalprosessering

En stor del av oppgaven handler om å behandle data for å få frem den aktuelle informasjonen og fjerne data som er uaktuell, enten ved feilmålinger eller som følge av støy. Dette gjøres i tre trinn. Først fjernes mest mulig støy fra rådataene, deretter overføres data til frekvensdomenet. Til slutt må dataene tolkes. I det følgende gjennomgås den nødvendig teoretiske bakgrunn for de ulike stegene.

3.1.1 Fourier-transformasjon

En kontinuerlig tidsserie $x(t)$ kan omskrives til en sum av harmoniske svingninger etter formelen: [17]

$$x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N X_k(\omega_k, t) \quad (3.1)$$

hvor X_k er gitt ved

$$X_k(\omega_k, t) = c_k \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (3.2)$$

her er $c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ og $\phi_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$, konstantene a_k og b_k er gitt ved:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(\omega_k t) dt \quad (3.3)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(\omega_k t) dt \quad (3.4)$$

hvor $\omega_k = k\Delta\omega$ og $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$ [8].

Alternativt finnes den ekvivalente komplekstransformasjonen ved hjelp av uttrykket

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k(\omega_k, t) \quad (3.5)$$

som beskriver det samme som likning (3.1). Med komplekstransformasjonen finnes imidlertid X_k som

$$X_k(\omega, t) = c_k e^{i\omega t} \quad (3.6)$$

hvor c_k er gitt ved

$$c_k = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-i\omega_k t_n} \quad (3.7)$$

Hvor T er lengden på tidsserien t , $i = \sqrt{-1}$ og $t_n = \frac{nT}{N}$. c_k er et uttrykk for hvor stor "andel" av den totale responsen som foregår med frekvens ω_k .

3.1.2 Autospekter og Krysspekter

Når prosessene $x(t)$ er stokastiske lar det seg ikke gjøre å uttrykke frekvensamplitudene c_k eksplisitt. Isteden innføres spektraltetthetsfunksjonen, som gjør det mulig å studere variansen til prosessen i frekvensplanet [17]. Autospektraltettheten er gitt ved

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[|X_i(\omega, T)|^2 \right] \quad (3.8)$$

og krysspektraltettheten er

$$S_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E [X_i^*(\omega, T) Y_i(\omega, T)] \quad (3.9)$$

hvor X_i og Y_i er Fourier-transformasjonen av de ulike tidsseriene i henhold til (3.6). * uttrykker at X_i er komplekskonjugert. X og Y er signaler fra to ulike prosesser, eksempelvis akselerasjonsresponsen i to ulike noder. Sammenhengen mellom akselerasjonsspekteret og det tilhørende forskyvningsspekteret er gitt ved

$$S_{\ddot{x}}(\omega_k) = \omega_k^4 S_x(\omega_k) \quad (3.10)$$

hentet fra [18]. Det innebærer at for en gitt frekvens er forholdet mellom akselerasjon og forskyvning konstant, og man kan bruke akselerasjonsspekteret til å beskrive forskyvningene til en betraktet konstruksjon.

Omgjøring fra rad/s til Hz gjøres som følger

$$S_{xy}(f) = 2\pi S_{xy}(\omega) \quad (3.11)$$

For N tidsserier organiseres spektraltetthetene i en $N \times N$ -matrise.

$$S_{rr} = \begin{bmatrix} S_{r_1 r_2} & \cdots & S_{r_1 r_i} & \cdots & S_{r_1 r_j} & \cdots & S_{r_1 r_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{r_i r_j} & \cdots & S_{r_i r_i} & \cdots & S_{r_i r_j} & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ S_{r_j r_1} & \cdots & S_{r_j r_i} & \cdots & S_{r_j r_j} & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ S_{r_N r_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & S_{r_N r_N} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Mens autospekteret S_{xx} forteller om variasjonen mellom to signaler av samme type til forskjellig tid, sier kryss-spektraltettheten sier noe om koherensen eller samtidigheten mellom to ulike signaler [17]. Generelt er kryss-spekteret komplekst. Den reelle delen kalles co-spekteret, mens den imaginære delen kalles quad-spekteret.

$$S_{xy}(\omega) = Co_{xy}(\omega) - iQu_{xy}(\omega) \quad (3.13)$$

$$S_{xy}(\omega) = |S_{xy}(\omega)| e^{i\phi_{xy}(\omega)} \quad (3.14)$$

Fasevinkelen ϕ_{xy} uttrykker graden av samtidighet, og kan beregnes fra co- og quad-spekteret som

$$\phi_{xy} = \arctan\left(\frac{Qu_{xy}(\omega)}{Co_{xy}(\omega)}\right) = \arctan\left(\frac{Im(S_{xy}(\omega))}{Re(S_{xy}(\omega))}\right) \quad (3.15)$$

Når det gjelder å identifisere svingeformen til brua må man ha kjennskap til fasevinkelen. Er fasevinkelen 0 er svingningene i perfekt fase og forskyvningene har samme retning. Er fasevinkelen π er forskyvningene i perfekt ufase og forskyvningene går i motsatt retning.

For å verifisere at det er en egenmode kan man også beregne koherensverdien, og om det er en egenmode vil verdien på denne være nærme enten 1 eller -1. Koherensverdien beregnes som

$$Coh_{xy}(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega)S_y(\omega)} \quad (3.16)$$

Fra definisjonen av autospekteret i (3.8) har man også at

$$S_x(\omega_k) = \frac{\sigma_{X_k}^2}{\Delta\omega} \quad (3.17)$$

som kan skrives om til

$$\sigma_x^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \sigma_{X_k}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N S_x(\omega_k) \Delta\omega \quad (3.18)$$

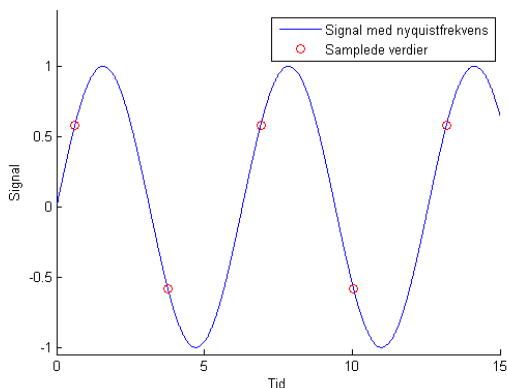
om $\Delta\omega$ blir liten nok kan dette skrives som

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_x(\omega) d\omega \quad (3.19)$$

Dette uttrykket kan så brukes til å vurdere gyldigheten til et gitt spekter om man kjenner variansen til den opprinnelige prosessen.

3.1.3 Nyquistfrekvensen

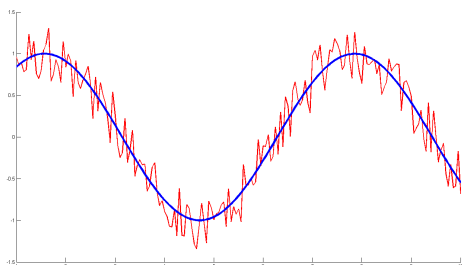
Når en verdi som varierer med tiden skal måles, lagres signalet ofte som en samling av diskrete verdier til en korresponderende tid. Frekvensen disse verdiene lagres ved, kalles digitaliseringsfrekvensen. Den høyeste frekvensen man kan registrere i signalet kalles Nyquistfrekvensen. Nyquistfrekvensen er halvparten av digitaliseringsfrekvensen. Dette er illustrert i figur 3. Hadde signalet her hatt en høyere frekvens ville man ikke være i stand til å registrere det med den gitte digitaliseringsfrekvensen.



Figur 3: Signalet har den maksimale frekvensen som kan registreres med den gitte digitaliseringsfrekvensen.

3.1.4 Lavpassfilter

Et filter kan benyttes for å fjerne deler av signalet utenfor et ønsket frekvensområde. Ved signalprosessering av en bru er man i hovedsak ute etter de mest lavfrekvente svingningene. Når digitaliseringsfrekvensen til måledataen er så høy som 200 Hz, består signalet av mye uønsket høyfrekvent data, som reduserer nøyaktigheten ved beregning av egenfrekvenser og fasevinkler. Eksempel som illustrerer dette er vist i figur 4. Her er det i utgangspunktet en harmonisk svingning, men i registreringen er det dukket opp noe høyfrekvent støy som man ikke ønsker å ha med videre. Ved å benytte et lavpassfilter, reduseres amplituden til delen av signalet som består av frekvenser over en gitt grense. Man sitter da igjen med kun den relevante andelen av signalet.

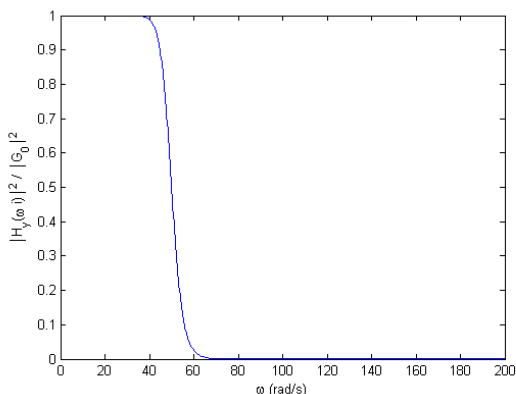


Figur 4: Signal med høyfrekvent støy. Blå representerer det aktuelle, filtrerte signalet, det røde er signalet inkludert støy.

Et eksempel på et lavpassfilter er et Butterworth-filter som beskrives av formelen

$$|H(i\omega)|^2 = \frac{G_0^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} \quad (3.20)$$

H =signal på kompleks form, $i = \sqrt{-1}$, $G_0 = H(0)$, n = filterets orden, ω_c = cutoff-frekvens [4]. Ved å øke orden så vil filteret bli mer og mer rektangulært, altså nærmere ideelt. Cutoff-frekvensen beskriver frekvensen hvor man ønsker å fjerne verdier.



Figur 5: Butterworth filter med orden 10 og en cutoff-frekvens på 50 rad/s

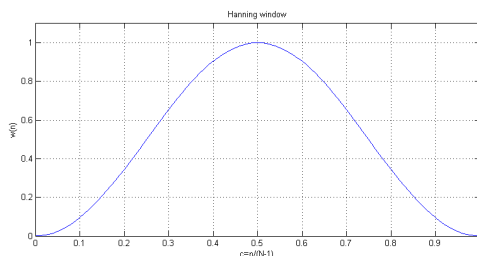
3.1.5 Nedskalering

Hvis signalet har en mye høyere frekvens enn det som er aktuelt å analysere kan det være aktuelt å nedskalere, eller downsample, signalet. Dette gjøres både for å redusere uønsket støy, samt å redusere behovet for datakraft for å behandle et unødvendig høyt antall verdier. Nedskalering gjøres ved å ta for eksempel 10 og 10 verdier og beregne gjennomsnittet. Dette er en effektiv metode for å redusere støy og få bedre resultater i et lavere frekvensområde om det er målet. Om nedskalering gjennomføres er det viktig at det gjøres ved å ta hensyn til 3.1.3 ettersom det nedskalerte signalet vil ha en ny digitaliseringsfrekvens. Dette bidrar også til å forbedre problemene som nevnes i 3.1.4.

3.1.6 Welchs metode

Welchs metode er en metode for å beregne spektraltettheten til et signal. Ved bruk av Welchs metode deles signalet opp i flere overlappende segmenter, bestående av K

måleverdier. Størrelsen på overlappingen defineres som D/K , der D er antall overlappende verdier. Verdiene i hvert segment blir multiplisert med et Hamming-vindu [12]. Et vindu er en vektning av verdiene i segmentet, som tilegner verdiene i starten og slutten av segmentet mindre verdi enn verdiene mot midten av segmentet. Et eksempel på et Hamming-vindu kalt Hanning-vindu er vist på figur 6.



Figur 6: Hanning vindu med normalisert abcisse

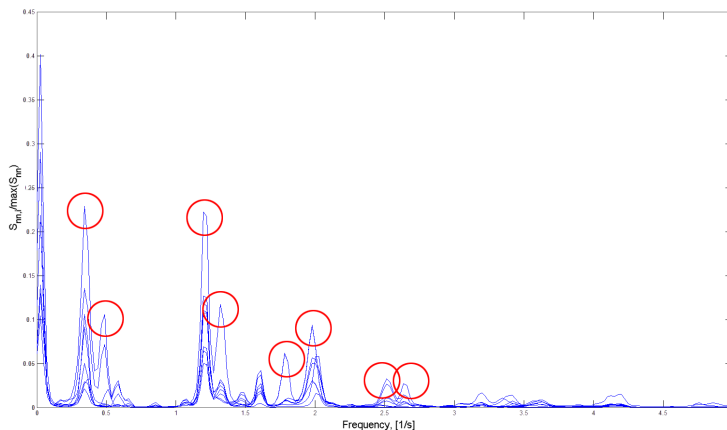
Hanning-vinduet beregnes ut fra formelen:

$$w(n) = 0.5 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \right) \quad (3.21)$$

hvor $w(n)$ er window-funksjonen, n er diskret signalverdi og N er lengden av signalet [12]. Lekkasje oppstår når perioden tilhørende en frekvens i den diskrete fouriertransformasjonen ikke går opp med lengden til signalet. Fordelen med å benytte et vindu er at lekkasjen i signalet reduseres når den første og siste verdien blir vektet mindre enn de resterende verdiene. På grunn av Hanning-vinduets form blir verdiene mot endene av signalet ikke inkludert i det modifiserte signalet. Lekkasjen blir derfor redusert. For å etablere kryss-spekraltetthetsmatrisen for alle signalene benyttes Diskret Fourier-Transformasjon (DFT) på hvert av de modifiserte segmentene. Variansen til spektrene blir redusert ved å gjøre DFT på hvert enkelt segment, kontra hele det totale signalet i ett.

3.1.7 Peak picking

Når auto- og krysspektre er beregnet, er det frekvensene som fører til høye verdier i spektrene som er mest interessante. Disse lar seg identifisere ved å plote spektrene mot frekvens, og plukke ut toppene i diagrammet. Metodikken er kjent som "peak picking" [14] og er i illustrert i figur 7. For å identifisere egenfrekvenser i en konstruksjon med flere målenoder er man først og fremst ute etter frekvenser som fører til topper i autospektrene til en høy andel av signalene.



Figur 7: Peak picking-metoden illustrert. Markerte frekvenser tas med videre i analysen. Merk at dette er bare eksempeldata.

Forholdet mellom kryss- og autospektraltettheten til to stokastiske prosesser x og y kan uttrykkes som

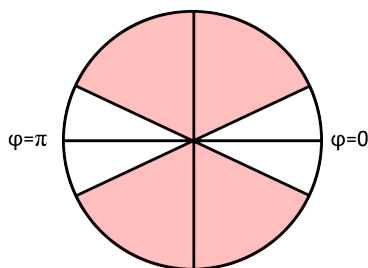
$$S_{xy}(\omega) = H_{xy}(\omega)S_{xx}(\omega) \quad (3.22)$$

Dersom x og y er henholdsvis last og respons er H_{xy} frekvensresponsfunksjonen for systemet [5]. Autospektraltettheten kan da uttrykkes som

$$S_{yy}(\omega) = |H_{xy}(\omega)|^2 S_{xx}(\omega) \quad (3.23)$$

Av dette ser vi at en frekvenstopp kan skyldes enten at det er resonans i konstruksjonen, altså en egenmode, eller så blir lasten påført med denne frekvensen.

Når frekvenstoppe man ønsker å studere nærmere er identifisert, beregnes fasevinkelen etter formel (3.15). Dette gjør at man er i stand til å vurdere om forskyvningene foregår *i fase* eller *ut av fase*. For at bevegelsen skal beskrive en egenmode må fasevinkelen ligge nær 0 eller $\pm\pi$ radianer. Dersom to signaler hverken er i fase eller i motfase antyder det at de ikke er del av samme egenmode, at frekvensområdet har bidrag fra ulike moder, eller at frekvenstoppen er et resultat av ytre påkjenning med denne frekvensen [16]. I numeriske analyser vil fasevinklene også for korrekte egenmoder avvike i ulik grad, og det må foretas en vurdering av hvilke fasevinkler som kan regnes som tilstrekkelig nær 0 eller $\pm\pi$. Dersom det kreves at avviket skal være svært lavt, vil man kunne eliminere bevegelser som er relevante for egenmoden. Tillater man for stort avvik vil man få med effekter som ikke er knyttet til konstruksjonens egenmode. Hvilke vinkler som anses som aktuelle er illustrert figur 8. I [16] bruker Rønningquist 10° som utelukkelseskriterium. I [15] foreslås 15 %, eller 27° avvik for sammenligning med simuleringer i programmet Abaqus.



Figur 8: Fasevinklene som ligger innenfor de røde feltene regnes som uaktuelle.

For de utvalgte frekvensene bør fasevinkelen beregnes for alle de relevante signalene. Dersom et tilstrekkelig antall signaler er i innbyrdes fase/motfase tyder det på at frekvensen faktisk er en egenfrekvens.

Et alternativ og supplement til identifisering ved hjelp av egenfrekvenser gis ved å studere koherensfunksjonen for de relevante frekvensene, se (3.16). Det kan vises at autospekteret for en prosess har maksima både ved egenfrekvenser, og ved frekvensen til ytre påkjenninger som ikke er relatert til frie egensvingninger. Dersom frekvenstoppen skyldes en egenfrekvens vil koherensen mellom to signaler i egenmoden være høy. Lav koherens antyder at det ikke er en relasjon mellom de to signalene, og at frekvenstoppen skyldes ytre påkjenning.

3.1.8 Modeform

Når egenfrekvensene er plukket ut etter "peak picking"-metoden hentes disse inn i krysspekterne. Når disse verdiene er kjent kan man beregne fasevinkelen fra (3.15).

Denne beregnes for samtlige 42x42 kryss- og autospekter, og deretter ser man etter verdier som er relevante i henhold til figur 8. Finner man da en frekvens hvor tilstrekkelig mange verdier er tilstrekkelig nærme 0 eller π , blir denne frekvensen notert. Dette trenger ikke å være et spesifikt antall, men er avhengig av modeform. Er det en ren vertikalmode er det ikke nødvendigvis riktig å ta med horisontalbevegelser. Når fasevinkler og utslag da er kjent gjør dette det mulig å plote egenmoden. Størrelsen på utslaget for en gitt svingemode beregnes etter formelen [16]

$$\phi_i = \phi_{xy} \cdot \frac{\sqrt{S_{xy}(\omega_i)}}{\sqrt{\max(S_{xy}(\omega_i))}} \quad (3.24)$$

x og y henviser til de ulike autospektrene. Denne verdien beregnes for samtlige autospekter, og alle frekvenser. Da kan aktuelle frekvenser som er valgt ut etter metoden i avsnitt 3.1.7 benyttes til å beregne størrelsen på utslagene for den tilhørende

moden. Kjenner man fasevinklene i tillegg kan man finne retningen på utslaget. Kombinerer man disse to er man i stand til å plotte egenmoden.

3.2 Dynamikk

3.2.1 Modalanalyse

Den dynamiske responsen til en konstruksjon vil si konstruksjonens deformasjoner /svingninger som følge av påsatt last. Svingningene består av en sum av flere svingeformer, som hver har sin egen frekvens. En mode henspeiler til svingeformen og den tilhørende frekvensen. En modal analyse brukes til å fastsette disse svingeformene og frekvensene. Et fysisk system har uendelig mange frihetsgrader og uendelig antall mulige svingeformer, men når systemet diskretiseres til en matematisk beskrivelse med elementmetoden reduseres antallet frihetsgrader til et endelig antall. Antallet frihetsgrader som benyttes i diskretiseringen avhenger av geometrien til systemet og nøyaktigheten som kreves. Systemets svingninger kan beskrives med et sett differensialligninger, kalt bevegelsesligninger [6].

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{r}(t) = \mathbf{R}(t) \quad (3.25)$$

hvor $\mathbf{r}(t)$ er forskyvningsvektor, $\dot{\mathbf{r}}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ er hastighetsvektor, $\ddot{\mathbf{r}}(t) = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ er akselerasjonsvektor, \mathbf{M} er massematrise, \mathbf{C} er dempingsmatrise, \mathbf{K} er stivhetsmatrise og $\mathbf{R}(t)$ er lastvektor.

For et lineært tidsinvariant system med neglisjerbar demping kan egenfrekvensene og svingeformene fastsettes ved å løse egenverdi-problemet til systemets bevegelsesligninger [7]. Løsningen av egenverdi-problemet gir egenfrekvens og svingeform for hver mode. Generelt kan en vibrasjon beskrives som summen av bidraget fra alle egenmoder

$$\mathbf{r}(t) = \sum_n \eta_n(t) \phi_n \quad (3.26)$$

hvor $\eta_n(t)$ er den modale responsen og ϕ_n er modeform. Dersom kun én egenmode blir eksitert vil responsen kun bestå av denne ene moden

$$\mathbf{r}(t) = \eta_n(t) \phi_n \quad (3.27)$$

Fri svingning kan beskrives som en harmonisk funksjon

$$\mathbf{r}(t) = \phi_n (A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)) \quad (3.28)$$

Ved å sette inn for $\mathbf{r}(t)$ og $\ddot{\mathbf{r}}(t)$ i bevegelsesligningen får man egenverdi-problemet

$$(-\omega_n^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \phi_n = 0 \quad (3.29)$$

Den ikke-trivielle løsningen kommer av uttrykket

$$\det(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (3.30)$$

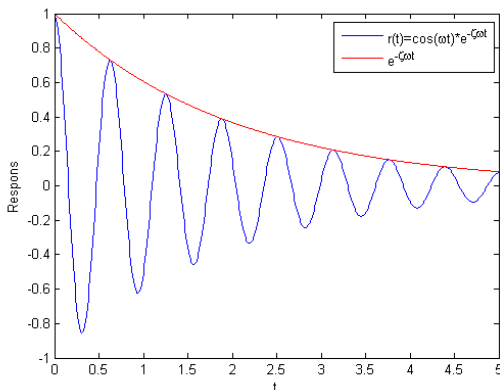
Ut fra dette uttrykket får man egenfrekvensene ω_n som kan settes inn for å finne ϕ_n . Egenverdiproblemet har like mange løsninger som det er frihetsgrader i ligningssettet [3]. Imidlertid er det slik at modene med lavest frekvens er de som gir det vesentlige bidraget til den totale responsen. For beskrivelse av responsen til en fysisk konstruksjon vil det være tilstrekkelig å summere bidraget fra et visst antall av modene med lavest frekvens for å oppnå god nøyaktighet [3].

3.2.2 Damping

Enhver svingning av en konstruksjon vil avta med tiden, fordi tøyingsenergi og kinetisk energi tappes ut av systemet grunnet damping. Mens massen og stivheten til en konstruksjon kan bestemmes relativt nøyaktig, er dampingen svært vanskelig å kvantifisere. Det er vanlig å beskrive dampingsegenskapene til en konstruksjon med viskøs damping. Viskøs damping vil si at dempingskraften er proporsjonal med hastigheten under svingningene. Dette er en forenkling, men brukes fordi det gir en enklere løsning av bevegelsesligningen som ofte benyttes til å beskrive systemet [3]. Utfordringen med å utføre en eksakt modalanalyse ligger hovedsakelig i dempingens innvirkning. Systemets stivhet og masse kan fastsettes med relativt god nøyaktighet, selv om det også her vil være unøyaktigheter. Dampingen er mer krevende å forutsi, og den må derfor bestemmes ut ifra målinger av lignende konstruksjoner [18].

Ved modale analyser kan dampingen til hver enkelt mode, n , beskrives med dempingskoeffisienten ζ_n . Dempingskoeffisienten representerer en faktor i eksponenten til en eksponensialfunksjon som definerer dekrementet ved fri svingning av moden.

$$y_n(t) = \cos(\omega_n t) e^{-\zeta_n \omega_n t} \quad (3.31)$$

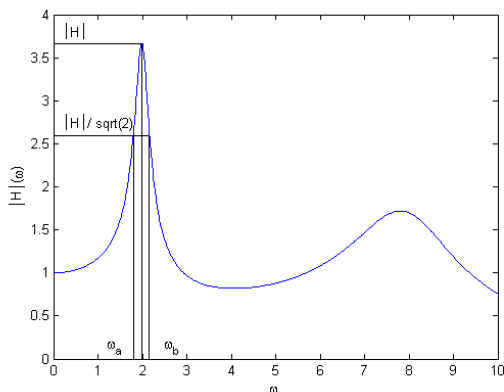


Figur 9: Illustrasjon av et idealisert dempingsforløp.

For å fastsette dempingskoeffisienten til en mode, kan man eksitere moden for så å måle det logaritmiske dekrementet over flere svingninger. Dette er imidlertid ikke mulig å utføre på en fullskala konstruksjon. En enkel måte å fastsette dempingskoeffisienter på er den såkalte "half power method". Metoden baserer seg på frekvensresponsfunksjonen, og er i utgangspunktet kun egnet for én-frihetsgradsystemer med lav demping, men kan benyttes på fler-frihetsgradsystemer dersom egenfrekvensene er tilstrekkelig spredt. Grunnen til dette er at metoden forutsetter at bidraget til verdien omkring én topp i frekvensresponsfunksjonen, altså ved en egenfrekvens, kun kommer i fra denne ene tilhørende moden.

Dempingskoeffisienten finnes ved ligningen [7]:

$$\zeta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{4\omega_r^2} \quad (3.32)$$

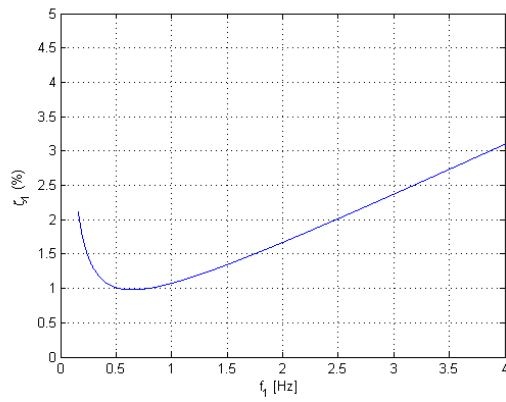


Figur 10: Relevante frekvenser for dempningsberegning etter (3.32).

Det er ansett som en rimelig antagelse at dempingens effekt er større for høyere ordens moder. I tillegg er det rimelig å anta at moder med høyere amplitude gir høyere dempingsforhold [18]. Lagomarsino samlet data fra flere fullskalamålinger og foreslo følgende likning for dempingforholdet [9]. Fig. 11 viser dempingen som en funksjon av egenfrekvens for stålkonstruksjoner med liten respons.

$$\zeta_n = \alpha_{-1}\omega_n^{-1} + \alpha_1\omega_n \quad (3.33)$$

$\alpha_{-1} = 0,02$ og $\alpha_1 = 0,0012$ for stålkonstruksjoner.



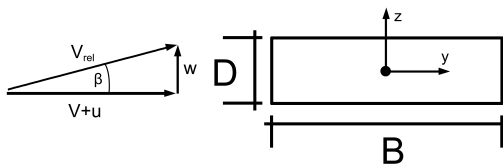
Figur 11: Empirisk dempingsforhold mot egenfrekvens for stålkonstruksjoner [9].

3.3 Vindlast

En gitt vindlast på en konstruksjon kan deles i to separate deler, en middelhastighet og en turbulent hastighet. I én dimensjon kan dette uttrykkes som

$$U(x) = V(x) + u(x, t) \quad (3.34)$$

hvor U er den totale vindhastigheten, V er vindens middelerdi innenfor et gitt tidsrom og u er variasjonene rundt middelerdien. x henviser her til punkter langs en konstruksjon. Langs x antas konstruksjonen å ha et tverrsnitt $B \times D$, som vist i figur 12. Konstruksjonen er her utsatt for en tverrlast V_{rel} som dekomponeres i en horisontal- og en vertikaldel. Tilsvarende kan forskyvningene deles inn i en statisk del $\bar{r}(x)$ og en dynamisk del $r(x, t)$.

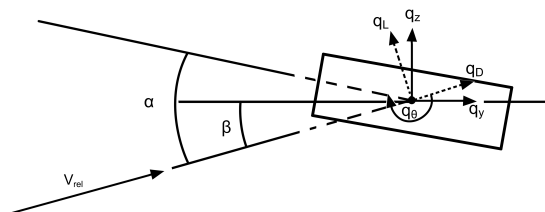


Figur 12: Definerings av dimensjoner og retninger.

Lasten kan etter denne modellen beregnes om man kjenner luftmotstandskoeffisientene C_D , C_L og C_M [17].

$$\begin{bmatrix} q_D(x, t) \\ q_L(x, t) \\ q_M(x, t) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 \cdot \begin{bmatrix} D \cdot C_D(\alpha) \\ B \cdot C_L(\alpha) \\ B^2 \cdot C_M(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Her er α vinkelen mellom konstruksjonens koordinatsystem og vindens retning, illustrert i figur 13. Koeffisientene i (3.35) kan anslås grovt, men for å sikre gode resultater er man avhengig av å gjennomføre forsøk enten i stor skala eller modellforsøk i vindtunnel.



Figur 13: Aktuelle vinkler og lastbetegnelser.

Dette overføres til konstruksjonens koordinatsystem etter formelen

$$\mathbf{q}_{tot} = \begin{bmatrix} q_y \\ q_z \\ q_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_D \\ q_L \\ q_M \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

hvor β er gitt ved

$$\beta = \arctan \left(\frac{w - \dot{r}_z}{V + u - \dot{r}_y} \right) \quad (3.37)$$

som vist i figur 12.

Dette kan forenkles ved å anta at V er stor, og u , w , \dot{r}_y og \dot{r}_z er små til sammenlikning. Dette gir da

$$V_{rel}^2 = (V + u - \dot{r}_y)^2 + (w - \dot{r}_z)^2 \approx V^2 + 2Vu - 2V\dot{r}_y \quad (3.38)$$

Når forskyvningene også antas små vil r_θ være liten, og dermed vil β være liten, og man har da at $\cos \beta \approx 1$ og $\sin \beta \approx \tan \beta \approx \beta \approx (w - \dot{r}_z)/V$. Av dette fås

$$\alpha = \bar{r}_\theta + r_\theta + \beta \approx \bar{r}_\theta + r_\theta + \frac{w}{V} - \frac{\dot{r}_z}{V} \quad (3.39)$$

Luftmotstandskoeffisientene har også en ikkelinear oppførsel, og denne forenkles som følger

$$\begin{bmatrix} C_D(\alpha) \\ C_L(\alpha) \\ C_M(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_D(\bar{\alpha}) \\ C_L(\bar{\alpha}) \\ C_M(\bar{\alpha}) \end{bmatrix} + \alpha_f \cdot \begin{bmatrix} C'_D(\bar{\alpha}) \\ C'_L(\bar{\alpha}) \\ C'_M(\bar{\alpha}) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$\bar{\alpha}$ og α_f er henholdsvis den gjennomsnittlige og den svingende delen av vinkelen. C'_D , C'_L og C'_M er den deriverte av koeffisientene for den gitte $\bar{\alpha}$.

For enkelhets skyld benyttes omskrivingen

$$\begin{bmatrix} C_D(\bar{\alpha}) \\ C_L(\bar{\alpha}) \\ C_M(\bar{\alpha}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_D \\ \bar{C}_L \\ \bar{C}_M \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} C'_D(\bar{\alpha}) \\ C'_L(\bar{\alpha}) \\ C'_M(\bar{\alpha}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_D \\ C'_L \\ C'_M \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Om man kombinerer ligning (3.36) - (3.41) kommer man frem til

$$\begin{bmatrix} q_y \\ q_z \\ q_\theta \end{bmatrix} = \rho V \left(\frac{V}{2} + u - \dot{r}_y \right) \left(\begin{bmatrix} D\bar{C}_D \\ B\bar{C}_D \\ B^2\bar{C}_D \end{bmatrix} + (r_\theta + \frac{w}{V} - \frac{\dot{r}_z}{V}) \begin{bmatrix} DC'_D \\ BC'_L \\ B^2C'_M \end{bmatrix} + \frac{w - \dot{r}_z}{V} \begin{bmatrix} -B\bar{C}_L \\ D\bar{C}_D \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (3.42)$$

Om man stryker ledd som er produktet av verdier som er antatt små kommer man til slutt frem til uttrykket

$$\mathbf{q}_{tot}(x, t) = \begin{bmatrix} \bar{q}_y(x) \\ \bar{q}_z(x) \\ \bar{q}_\theta(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_y(x, t) \\ q_z(x, t) \\ q_\theta(x, t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_q \cdot \mathbf{v} + \mathbf{C}_{ae} \cdot \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}_{ae} \cdot \mathbf{r} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{v}(x, t) = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{r}(x, t) = \begin{bmatrix} r_y \\ r_z \\ r_\theta \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\bar{\mathbf{q}}(x) = \begin{bmatrix} \bar{q}_y \\ \bar{q}_z \\ \bar{q}_\theta \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2 B}{2} \begin{bmatrix} (D/B)\bar{C}_D \\ \bar{C}_L \\ B\bar{C}_M \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{B}_q(x) = \frac{\rho V B}{2} \begin{bmatrix} 2(D/B)\bar{C}_D & ((D/B)C'_D - \bar{C}_L) \\ 2\bar{C}_L & (C'_L + (D/B)\bar{C}_D) \\ 2B\bar{C}_M & BC'_M \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{C}_{ae}(x) = -\frac{\rho V B}{2} \begin{bmatrix} 2(D/B)\bar{C}_D & ((D/B)C'_D - \bar{C}_L) \\ 2\bar{C}_L & (C'_L + (D/B)\bar{C}_D) \\ 2B\bar{C}_M & BC'_M \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{K}_{ae}(x) = \frac{\rho V^2 B}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & (D/B)C'_D \\ 0 & 0 & C'_L \\ 0 & 0 & BC'_M \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

3.4 Dynamisk respons

Når man kjenner konstruksjonens dynamiske egenskaper, kan disse benyttes for å identifisere egenmoder og egenfrekvenser. Først etableres bevegelseslikningen for en enkelt svingemode, deretter settes disse sammen til en flermodellikning for analyse av flere egenmoder kombinert. Har man løst (3.29) kjenner man konstruksjonens formfunksjon ϕ og man kan dermed beregne de modale verdiene for systemet.

$$\tilde{M}_i = \int_L (\phi_i^T \cdot \mathbf{M}_0 \phi_i) dx \quad (3.50)$$

$$\tilde{C}_i = 2\tilde{M}_i \omega_i \zeta_i \quad (3.51)$$

$$\tilde{K}_i = \omega_i^2 \tilde{M}_i \quad (3.52)$$

Her svarer \mathbf{M}_0 til massematrisen \mathbf{M} i (3.25) og ϕ_i er modeformen for mode i . Disse kan så kombineres til den modale bevegelseslikningen for en enkelt mode

$$\tilde{M}_i \cdot \ddot{\eta}_i(t) + \tilde{C}_i \cdot \dot{\eta}_i(t) + \tilde{K}_i \cdot \eta_i(t) = \tilde{Q}_i(t) + \tilde{Q}_{ae,i}(t, \eta, \dot{\eta}, \ddot{\eta}) \quad (3.53)$$

hvor \tilde{Q} kommer fra

$$\tilde{Q}_i = \int_{L_{exp}} (\phi_i^T \mathbf{q}) dx \quad (3.54)$$

$$\tilde{Q}_{ae,i} = \int_{L_{exp}} (\phi_i^T \mathbf{q}_{ae}) dx \quad (3.55)$$

L_{exp} er lengden av konstruksjonen utsatt for vindlast. Verdien av \mathbf{q} og \mathbf{q}_{ae} finnes av (3.43) Disse likningene kan videre danne likevektslikningen som danner grunnlaget for en flermodeanalyse.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}_0 &= \text{diag}[\tilde{M}_i] \\ \tilde{\mathbf{C}}_0 &= \text{diag}[\tilde{C}_i] \\ \tilde{\mathbf{K}}_0 &= \text{diag}[\tilde{K}_i] \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, N_{mod} \quad (3.56)$$

som kombineres til den flermodale bevegelseslikningen

$$\tilde{\mathbf{M}}_0 \cdot \ddot{\eta}(t) + \tilde{\mathbf{C}}_0 \cdot \dot{\eta}(t) + \tilde{\mathbf{K}}_0 \cdot \eta(t) = \tilde{\mathbf{Q}}(t) + \tilde{\mathbf{Q}}(t, \eta, \dot{\eta}, \ddot{\eta}) \quad (3.57)$$

Her er $\tilde{\mathbf{Q}}$ er den modale lasten som finnes fra (3.54) og (3.55) som kombineres til

$$\tilde{\mathbf{Q}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 \\ \vdots \\ \tilde{Q}_i \\ \vdots \\ \tilde{Q}_{N_{mod}} \end{bmatrix}_{tot} \quad (3.58)$$

Hvis man Fourier-transformerer begge sider av (3.57) får man

$$(-\tilde{\mathbf{M}}_0 \omega^2 + \tilde{\mathbf{C}}_0 i \omega + \tilde{\mathbf{K}}_0) \cdot \mathbf{a}_{\eta_i}(\omega) = \mathbf{a}_{\tilde{Q}_i}(\omega) + \mathbf{a}_{\tilde{Q}_{ae}}(\omega, \eta, \dot{\eta}, \ddot{\eta}) \quad (3.59)$$

hvor a_{η_i} , a_{Q_i} og $a_{\tilde{Q}_{ae}}$ er fourier-amplitudene for henholdsvis η_i , \tilde{Q}_i og \tilde{Q}_{ae} . Forholdet mellom Fourier-amplitudene til η_i og \tilde{Q}_{ae} kan skrives som

$$\mathbf{a}_{\tilde{Q}_{ae}} = (-\tilde{\mathbf{M}}_{ae} \omega^2 + \tilde{\mathbf{C}}_{ae} i \omega + \tilde{\mathbf{K}}_{ae}) \cdot \mathbf{a}_{\eta} \quad (3.60)$$

hvor \tilde{M}_{ae} er så liten at den kan neglisjeres [17]. $\tilde{\mathbf{C}}_{ae}$ og $\tilde{\mathbf{K}}_{ae}$ finnes av

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_{ae} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{ae} \end{bmatrix} = \int_{Lexp} \begin{bmatrix} \phi_i^T \cdot \mathbf{C}_{ae} \phi_i \\ \phi_i^T \cdot \mathbf{K}_{ae} \phi_i \end{bmatrix} dx \quad (3.61)$$

Her er formfunksjonen ϕ kjent, men verdiene for $\tilde{\mathbf{C}}_{ae}$ og $\tilde{\mathbf{K}}_{ae}$ må finnes eksperimentelt, da for eksempel ved vindtunneltester. Kombineres (3.59) og (3.60) kommer man frem til

$$[-(\tilde{\mathbf{M}}_0) \omega^2 + (\tilde{\mathbf{C}}_0 - \tilde{\mathbf{C}}_{ae}) i \omega + (\tilde{\mathbf{K}}_0 - \tilde{\mathbf{K}}_{ae})] \cdot \mathbf{a}_{\tilde{Q}}(\omega) = \mathbf{a}_{\tilde{Q}}(\omega) \quad (3.62)$$

Innføres

$$\mathbf{H}_{\eta} = [(\tilde{\mathbf{M}}_0) \omega^2 + (\tilde{\mathbf{C}}_0 - \tilde{\mathbf{C}}_{ae}) i \omega + (\tilde{\mathbf{K}}_0 - \tilde{\mathbf{K}}_{ae})]^{-1} \quad (3.63)$$

får man

$$\mathbf{a}_\eta(\omega) = \mathbf{H}_\eta \cdot \mathbf{a}_{\hat{Q}}(\omega) \quad (3.64)$$

hvor \mathbf{H}_η er frekvensresponsfunksjonen.

3.4.1 Overføring fra vindspekter til lastspekter

Når vindlasten skal overføres til frekvensdomenet, må vindens autospekter beregnes. Når vindens autospekter er kjent er det en rekke overganger som overfører vindspekteret over til et lastspekter. Dette gjøres i følgende ledd:

$$S_{uu} \rightarrow S_{vv} \rightarrow S_{qq} \rightarrow S_{QQ} \rightarrow S_{\eta\eta} \rightarrow S_{rr} \quad (3.65)$$

Den generelle formelen for det tilnærmede autospekteret til vinden angitt i [17] er

$$S_{nn}(f) = \frac{\sigma_n^2 \cdot A_n \cdot \hat{f}_n}{f \cdot (1 + 1.5 \cdot A_n \cdot \hat{f}_n)^{5/3}} \quad \text{hvor} \quad n = u, v, w \quad (3.66)$$

$$\hat{f}_n = f \cdot {}^{xf}L_n \quad (3.67)$$

Det å beregne integrallengeskalaen, ${}^{xf}L_n$, direkte kan ofte by på utfordringer, og den vil variere mye ut fra hvilke data man benytter. Videre er den derfor forenklet til å være den aktuelle konstruksjonens høyde [17].

Vinden har en viss turbulens, og dette vil føre til at en øyeblikkshastighet vil variere langs konstruksjonen. Når det kun er tilgang på ett målepunkt, må det benyttes et statistisk uttrykk for å anslå vindhastighetene som ikke er direkte målbare på andre steder langs konstruksjonen. Denne beregnes for å kunne si noe om samtidigheten til vindlasten på forskjellige punkter. Fra et enkelt målepunkt kan man ta to tidsserier

$$\mathbf{U}_a = \begin{bmatrix} u(x, t) \\ v(x, t) \\ w(x, t) \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{U}_b = \begin{bmatrix} u(x + \Delta x, t + \Delta t) \\ v(x + \Delta x, t + \Delta t) \\ w(x + \Delta x, t + \Delta t) \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

hvor \mathbf{U}_b er samme serien som \mathbf{U}_a , men forskjøvet i tid og rom. Her er det antatt at luftstrømmen er homogen, og at turbulensen er tidsuvariant. Ut fra dette uttrykkes kovariansen som følger

$$\mathbf{Cov}(\Delta x, \Delta t) = E [\mathbf{U}_a \cdot \mathbf{U}_b^T] = \begin{bmatrix} Cov_{uu} & Cov_{uv} & Cov_{uw} \\ Cov_{vu} & Cov_{vv} & Cov_{vw} \\ Cov_{wu} & Cov_{wv} & Cov_{ww} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

Finner man et uttrykk for kovariansen til de ulike vindtidsseriene, kan dette benyttes for å beregne vindhastigheten, og dermed også vindlasten i flere punkter langs brua. For en rekke punkter langs brua antas følgende uttrykk for å tilnærme kovariansen til turbulenshastighetene [17].

$$S_{vv} = S_n \cdot \widehat{C}o_{nn}(\Delta x, \omega) = S_{nn} \cdot e^{-c_n \cdot \frac{\omega \Delta x}{V}} \quad \text{hvor} \quad n = u, v, w \quad (3.70)$$

Verdien av konstantene c_u , c_w og c_{uw} er [17]

$$\begin{bmatrix} c_u \\ c_w \\ c_{uw} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1.4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Uttrykket for spektraltettheten i lengderetningen og vertikalretningen finnes dermed å være

$$\mathbf{S}_{vv}(\Delta x, \omega) = \begin{bmatrix} S_{uu} \cdot e^{-\frac{c_u \omega \Delta x}{V}} & S_{uw} \cdot e^{-\frac{c_{uw} \omega \Delta x}{V}} \\ S_{uw} \cdot e^{-\frac{c_{uw} \omega \Delta x}{V}} & S_{ww} \cdot e^{-\frac{c_w \omega \Delta x}{V}} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

hvor Δx angir avstanden mellom de to simulerte punktene. Dette uttrykket kan integreres over hele konstruksjonens lengde. Dette vil resultere i uttrykket for den samlede vindeksponeringen på hele konstruksjonen, gitt ut i fra det ene målepunktet. Når man har et uttrykk for vinden på konstruksjonen kan dette overføres til vindlastspekter ved

$$\mathbf{S}_{qq}(\omega) = \mathbf{B}_q \cdot \mathbf{S}_{vv}(\omega) \cdot \mathbf{B}_q^T = \left(\frac{\rho V B}{2} \right)^2 \cdot \hat{\mathbf{B}}_q \cdot \mathbf{S}_{vv}(\omega) \cdot \hat{\mathbf{B}}_q^T \quad (3.73)$$

hvor \mathbf{B}_q er gitt i likning (3.47). For å finne den modale lasten beregnes uttrykket

$$S_{\tilde{Q}_i \tilde{Q}_j}(\omega) = \frac{\iint L_{exp} \phi_i^T(x_1) \cdot \mathbf{S}_{qq}(\omega) \cdot \phi_j(x_2) dx_1 dx_2}{(\omega_i^2 \tilde{M}_i)(\omega_j^2 \tilde{M}_j)} \quad (3.74)$$

som organiseres som

$$\mathbf{S}_{\hat{Q}} = \begin{bmatrix} S_{\bar{Q}_1\bar{Q}_1} & \cdots & S_{\bar{Q}_1\bar{Q}_i} & \cdots & S_{\bar{Q}_1\bar{Q}_j} & \cdots & S_{\bar{Q}_1\bar{Q}_{N_{mod}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{\bar{Q}_i\bar{Q}_1} & \cdots & S_{\bar{Q}_i\bar{Q}_i} & \cdots & S_{\bar{Q}_i\bar{Q}_j} & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ S_{\bar{Q}_j\bar{Q}_1} & \cdots & S_{\bar{Q}_j\bar{Q}_i} & \cdots & S_{\bar{Q}_j\bar{Q}_j} & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ S_{\bar{Q}_{N_{mod}}\bar{Q}_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & S_{\bar{Q}_{N_{mod}}\bar{Q}_{N_{mod}}} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Dette overføres videre til modale forskyvninger ved hjelp av frekvensresponsfunksjonen gitt i (3.63)

$$\mathbf{S}_{\eta\eta}(x_r, \omega) = \mathbf{H}_{\eta}^*(\omega) \cdot \mathbf{S}_{\hat{Q}}(\omega) \mathbf{H}_{\eta}(\omega) \quad (3.76)$$

Fra de modale forskyvningene fås til slutt de reelle forskyvningene

$$\mathbf{S}_{rr}(x_r, \omega) = \boldsymbol{\phi}_r(x_r) \cdot \mathbf{S}_{\eta\eta} \cdot \boldsymbol{\phi}_r^T(x_r) \quad (3.77)$$

Dette uttrykket gir forskyvningsspekteret på et gitt sted på konstruksjonen, x_r , og er en funksjon av frekvensen ω .

4 Arbeidsprosess

I det følgende kapitlet skal arbeidsmetodene som er benyttet gjennomgå. Fremgangsmåten vil bli presentert med utgangspunkt i de dataene som analyseres. Det vil først være en gjennomgang av metodene som benyttes for å identifisere egenmodene ut ifra akselerometrene som er montert langs brua. Deretter presenteres metoden som benyttes for å anslå den aktuelle vindlasten, og hvilken respons dette gir. Kode tilhørende enkelte av operasjonene er gitt i tillegg A.

4.1 Programmer som benyttes

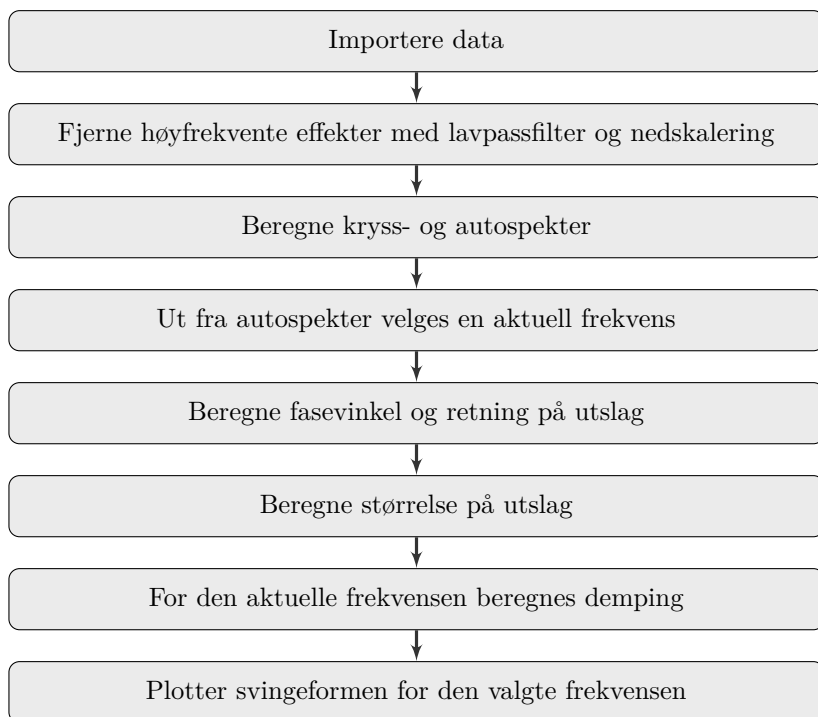
Helt sentralt i denne oppgaven er bearbeiding av store mengder data. Det meste av denne behandlingen foregår i programmet Matlab. Matlab utgis av Mathworks, og det baserer seg på programmeringsspråket Matlab, som kommer av "MATrix LABoratory". Dette programmet er benyttet på grunn av dets gode evne til å bearbeide store datamengder samt mange nyttige innebygde funksjoner. Programets hovedvekt ligger også på behandling av store matriser, noe som gjør det godt egnet til analysing av disse dataene.

I tillegg til å identifisere egenmoder ut ifra akselerasjonsdata, benyttes også elementmetodeprogrammet Abaqus. Dette benyttes til en dynamisk analyse med det formål å simulere bruas egenfrekvenser. Ut fra Abaqus fås også modeformene som benyttes til beregning av vindlast og modale verdier.

4.2 Systemidentifikasjon

Data fra akselerometerne blir levert i tekstfiler med flere lange tidsserier. Langs brua er det montert 14 akselerometre som måler akselerasjon i x-, y- og z-retning. De er fordelt på 7 punkter, med to akselerometre på hvert punkt for å identifisere rotasjon. Dette medfører at den samlede datamengden består av i alt 42 tidsserier (avsnitt 2.1). I tillegg er det montert en vindmåler midt på brua som registrerer vindhastigheten i tre dimensjoner.

Databehandlingen i denne oppgaven er sammensatt av en rekke ulike steg. I de følgende avsnittene er dataflyten presentert. Først presenteres det et overordnet bilde av de relevante trinnene i prosessen, deretter vil de ulike punktene bli diskutert mer i detalj.



4.2.1 Importering av data

Første steg i signalprosesseringen består i å hente ut de registrerte måledataene fra en .csv fil (comma separated values). I csv-filene er dataene oppgitt med nodenummer bortover kolonnene og måleverdiene nedover radene. Rekkefølgen på retningene er yxz, hvor x-retningen er langsmed brua og z-retningen er vertikal. Dermed har man følgende kolonnenummer for de ulike retningene:

Tabell 1: Oversikt over kolonnenummer fra akselerometrene

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| y | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 40 |
| x | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 |
| z | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 |

Akselerometer 1 og 2 var rotert 180° , derfor måtte fortegnet på kolonne 1 og 4 måtte endres. Det er registrert akselerasjon med en frekvens på 200 Hz, og det er benyttet flere tidserier. Disse filene importeres sekvensielt og settes sammen i en lang matrise. Beregningene er utført med i størrelsesorden noen millioner målepunkter, dvs noen titusen sekunder, eller i alt noen få timer kontinuerlig måling. Det finnes mer data, men innhenting av flere punkter utover dette har vist seg å ikke medføre merkbar

forbedring i resultatene. Det har også vist seg å være en grense for hvor mye data en vanlig privat PC klarer å håndtere samtidig. Når flere filer settes sammen slik er det viktig å fjerne eventuelle lineære trender før de settes sammen. Dette gjøres med den innebygde MATLAB-funksjonen *detrend()*.

4.2.2 Lavpassfilter og nedskalering

Etter at tidsseriene er importert påføres de et lavpassfilter i henhold til avsnitt 3.1.4. På tidsseriene påføres et Butterworth-filter for å unngå at høyfrekvente effekter påvirker de lavere frekvensene som er interessante. Orden på dette filteret er 10. Dette filteret fjerner alle effekter over 20 Hz får å få så rene data som mulig i området 0 - 5 Hz, som er aktuelt i denne oppgaven. Etter at tidsserien er behandlet med lavpassfilteret nedskaleres den i forholdet 1:50. Dette medfører at det opprinnelige signalet på 200 Hz blir et signal på 4 Hz, og er da i henhold til 3.1.3 i stand til å representere gode verdier for effekter lavere enn 2 Hz, som er det området som er aktuelt. Gyldigheten av denne nedskaleringsverdien vil diskuteres mer inngående i 5.3.2

4.2.3 Beregne kryss- og autospekter

Spektraltetthetsmatrisen beregnes med Matlabs innebygde funksjon *cpsd()* (Cross Power Spektral Density [11]). Denne gjennomfører fourier-transformasjonen i henhold til 3.1.1. I tillegg benytter funksjonen seg av Welch's metode. Tidsserien deles i flere mindre tidsserier før den beregner spektraltettheten. På den måten oppnår man å redusere variansen til spekteret. Denne metoden gir en 42x42 spektraltetthetsmatrise. I Welch's metode er det her valgt å benytte Hanning-vinduet. Overlappingen av segmenter kompenserer for tapet av signaldata som følge av vinduet (se avsnitt 3.1.6). I dette steget i beregningene er det nødvendig å eksperimentere med varierende lengde på tidsseriene, hvor mange segmenter man vil dele tidsseriene inn og hvor mye overlapp mellom Hanning-vinduene man ønsker. Målet er å finne ut hvilke kombinasjoner som fungerer best. Ulike variabler medfører varierende resultater, både med tanke på beregningstid og kvalitet på spektrene som beregnes.

4.2.4 Velge aktuell egenfrekvens

Autospektrene for alle tidsseriene plottes i tre diagrammer, et i x-retning, et i y-retning og et i z-retning. Med disse som utgangspunkt gjennomføres en visuell sjekk i henhold til 3.1.7 for å identifisere frekvensområdene hvor det potensielt befinner seg egenmoder. Disse stikker seg ut ved at det er topper på de tilhørende frekvensene. Frekvenstoppene i spekteret svarer enten til resonans som følge av en egenfrekvens, eller at konstruksjonen er påkjent av en ytre, varierende last med denne frekvensen.

4.2.5 Beregne fasevinkler

Etter å ha spesifisert en frekvens som skal studeres nærmere, beregnes fasevinklene i henhold til (3.15). Trinnet resulterer i en matrise med 42×42 verdier. En egenfrekvens med tilhørende svingemode antydes dersom et tilstrekkelig antall av fasevinklene er innenfor avviksgrensen satt i 3.1.7, og de målte fasevinklene er i samsvar med hverandre. Dersom fasevinklene tilhørende frekvensen godkjennes, må det velges en referansenode som de ulike fasevinklene beregnes i forhold til. Det er sentralt å kontrollere at den valgte noden tilhører den dominerende bevegelsen til gjeldende frekvens. Noder med fasevinkler som ikke oppfyller avvikskravet anses som ut av fase, og derfor ikke relevante for egenmoden. Her er det viktig å se på resultatet når man tar utgangspunkt i ulike noder. Hvis flere egenmoder opptrer ved like frekvenser, kan man ved å beregne fasevinkel i forhold til ulike noder oppdage at man har to ulike modeformer.

4.2.6 Beregne størrelse på utslag

Når fasevinklene er bestemt kan man definere en retning på forskyvningene. Størrelsen på utslagene beregnes etter (3.24). Disse normaliseres ved at det største utslaget er 1, og alle andre utslag ligger mellom 1 og -1. Når fasevinkel og størrelse på utslag er kjent, er man i stand til å plote egenmoden og man kan gjennomføre en visuell kontroll og vurdere om moden virker reell.

4.2.7 Beregne demping

Dempingen for den aktuelle egenmoden beregnes etter metoden beskrevet i 3.2.2. Koden itererer seg frem til høyeste topp i nærheten av frekvensen som blir angitt, deretter beregnes dempingen ut ifra det autospekteret som har størst amplitude for den gitte frekvensen.

Dempingen finnes i utgangspunktet fra frekvensresponsfunksjonen, men denne finnes ikke ut fra akselerasjonsmålingene. Ved å benytte likning (3.24) på autospekteret finnes et spekter som er proporsjonalt med frekvensresponsfunksjonen. Formelen for dempingskoeffisienten er altså gyldig på dette spekteret fordi formelen baserer seg på forholdet mellom to amplituder, og dempingen kan dermed beregnes fra (3.32).

4.2.8 Visualisering av svingemodene

Når både størrelse og retning på forskyvningene er beregnet, plottes brua med forskyvninger i tre dimensjoner. Dersom fasevinkelen til et utslag avviker mer enn

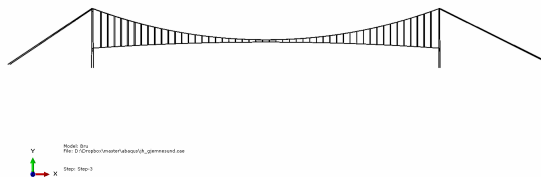
± 0.3 radianer fra 0 eller $\pm\pi$ anses ikke verdien som en del av egenmoden. Dette utslaget vil da få verdien 0 i modeformen. Fordi amplitudene på autospekteret for respons i bruas lengderetning, x, er så liten i forhold til amplitudene på autospekteret i y- og z-retning, er ikke x-verdier inkludert i vurderingen av hva som er egenmoder.

4.3 Identifikasjon av egenmoder - ABAQUS

Elementmetodeanalysen baserer seg på arbeidet som tidligere er gjort i [1], hvor modellen gjengis i detalj. Dette vil ikke få mye plass her, men de grove trekkene vil bli gjengitt. Modellen er inndelt i følgende segmenter:

- Brukasse
- Kabler
- Hengestenger
- Tårn
- A-rammer

Alle delene av konstruksjonen er modellert med elementtype B33, det vil si bjelkeelementer i det tredimensjonale rom med tredjegrads interpolering og det tas hensyn til ikkelineær oppførsel. Man kan dermed hente ut forskyvninger og rotasjoner i alle nodene. Brukassen er også modellert som éndimensjonale bjelkeelementer hvor brokassens tverrsnittsegenskaper er angitt. På denne modellen kjøres en dynamisk egenverdianalyse. Ut da får man en tekstfil som angir egenfrekvenser og modeformer for de 20 første egenfrekvensene.



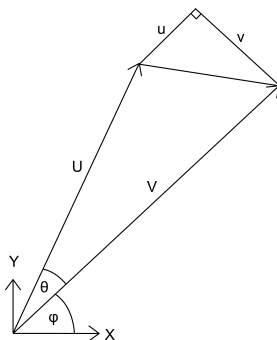
Figur 14: Abaqusmodellen som benyttes i egenfrekvensanalysen.

4.4 Beregning av vindlast

I tillegg til akselerometrene er det også montert en vindmåler på brua. Disse registrerer vindens hastighet i tre dimensjoner. I de tilgjengelige tidsseriene varierte digitaliseringsfrekvensen mellom 1 Hz og 200 Hz. Det ble derfor skrevet et skript for å identifisere tidsseriene hvor det var registrert vindverdier med 200 Hz for å få mest mulig nøyaktige data. Formatet på vindtidsseriene er angitt som

$$\mathbf{Vind} = [\text{Retning}, \text{Hastighet}, \text{Vertikalhastighet}] \quad (4.1)$$

hvor *Retning* er vinkelen i horisontalplanet. 0° er langs brubanen, så 90° og 270° angir på tvers av brubanen. *Hastighet* er den horisontale vindhastigheten i den angitte retningen [10]. For å benytte disse dataene videre må verdiene omregnes til kartesiske verdier i henhold til figur 15. V angir middelvind, både størrelse og retning. U er øyeblikksverdien, og u og v angir avvik fra middelvinden.



Figur 15: Figur som viser overføringen fra polare til kartesiske koordinater for beregning av turbulensverdier

Først roteres det polare aksesystemet slik at den gjennomsnittlige vinkelen ϕ , på utslaget blir 0° . Ut fra det roterte aksesystemet finnes turbulensverdiene etter

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \cdot \cos(\theta) - V \\ U \cdot \sin(\theta) \\ U_z - V_z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Dette gir da en tidsserie med vindens turbulensverdier. For disse tre tidsseriene beregnes så turbulensintensiteten

$$\begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_u}{V} \\ \frac{\sigma_v}{V} \\ \frac{\sigma_w}{V} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

og histogrammene plottes for å analysere fordelingen av turbulenshastigheter. Målet med dette er å finne en tidsserie som er relativt stasjonær, og har en tilnærmet normalfordelt turbulensfordeling. I [17] benyttes en periode på 10 minutter til registrering, og det er også blitt benyttet videre her. I henhold til [2] og [17] er et typisk forhold mellom de tre standardavvikene (og dermed også turbulensintensitetene) omtrent

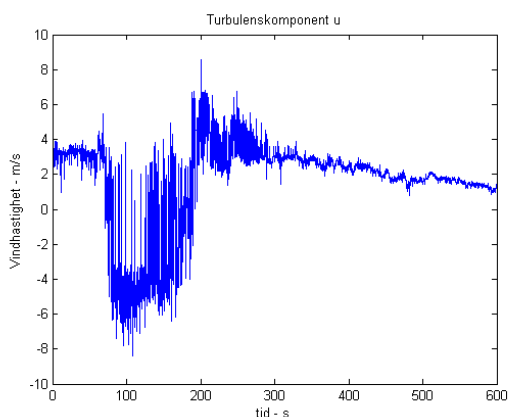
$$\sigma_u : \sigma_v : \sigma_w = 1 : 0.75 : 0.5 \quad (4.4)$$

Det er også ønskelig å se på tidsserier med forskjellige middelvindhastigheter for å vurdere om det er en sammenheng mellom turbulensen og middelvinden. Det er også ønskelig å sammenligne tilsvarende vindhastigheter fra forskjellige retninger for å se om turbulensen er avhengig av innfallsvinkel. Resultater fra 13. og 14. Mai 2013 finnes i tabellen under:

Tabell 2: Et utvalgt beregnede vindverdier. Verdiene markert i rødt er vist i figur 16.

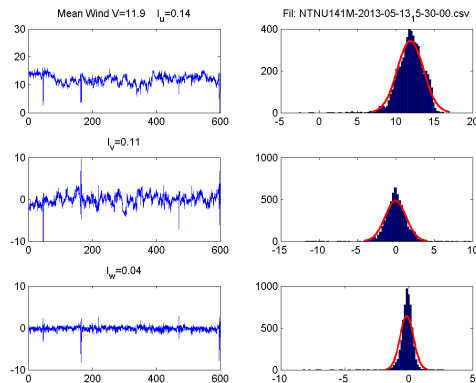
| I_u | I_v | I_w | Middelvind | Retning |
|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| 0.1993 | 0.1298 | 0.06401 | 5.395 | 105.4 |
| 0.3416 | 0.2003 | 0.1213 | 3.029 | 125.3 |
| 0.1340 | 0.1873 | 0.07176 | 5.178 | 129.8 |
| 0.1383 | 0.3545 | 0.09812 | 4.948 | 134.7 |
| 0.7778 | 0.7745 | 0.1904 | 3.219 | 118.1 |
| 0.1157 | 0.0908 | 0.04987 | 13.74 | 240.2 |
| 0.1029 | 0.1065 | 0.03094 | 13.16 | 230.5 |
| 0.1067 | 0.09749 | 0.03345 | 12.6 | 228.9 |
| 0.1174 | 0.08447 | 0.04005 | 11.06 | 227.6 |
| 0.2141 | 0.1477 | 0.0671 | 10.16 | 238.5 |
| 0.1984 | 0.1599 | 0.09325 | 6.647 | 237.4 |
| 0.3487 | 0.3696 | 0.1008 | 3.369 | 227.4 |
| 1.6730 | 0.5638 | 0.8239 | 1.587 | 200.0 |
| 0.2896 | 0.2328 | 0.08916 | 1.978 | 62.56 |
| 0.0803 | 0.0653 | 0.0414 | 5.603 | 68.49 |
| 0.1052 | 0.1158 | 0.0674 | 5.506 | 80.80 |
| 0.08594 | 0.0881 | 0.05331 | 4.306 | 118.1 |
| 0.07839 | 0.1138 | 0.06157 | 4.472 | 112.7 |
| 0.08311 | 0.06808 | 0.04698 | 6.378 | 139.0 |
| 0.04739 | 0.05423 | 0.02986 | 5.279 | 121.2 |
| 0.09184 | 0.1231 | 0.06332 | 4.159 | 91.15 |

Det kan sees av høyre kolonne at vinkelen varierer en god del i dette tidsintervallet. Dette medfører at vinden som er registrert her vil omfatte vind fra flere ulike terrengetyper som er aktuelle for Gjernessundbrua. Det kan også sees at turbulensintensiteten varierer uavhengig av både middelvind og innfallsvinkel og at det ikke er noen åpenbar sammenheng. Enkelte tidsserier har turbulensintensiteter som skiller seg sterkt fra de andre, men etter å ha sett nærmere på disse seriene er grunnen til avviket at vinden har snudd brått halvveis i serien eller en brå endring i vindhastigheten som øker seriens standardavvik. På enkelte av seriene er det også registrert sensorfeil av typen som er illustrert i figur 16.



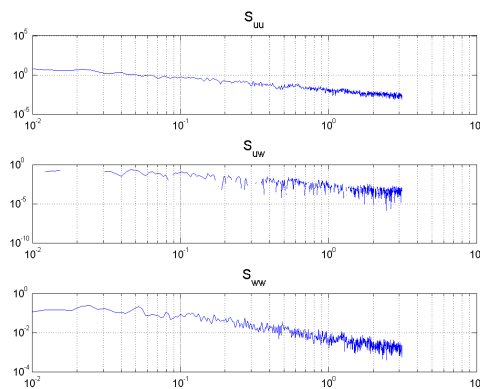
Figur 16: Her har sensoren registrert data som ikke er reelle første halvdel av tidsserien. Serien er fra 13. Mai 19:50.

For å få resultater som kan brukes videre, velges det ut en tidsserie med vind som er tilnærmet normalfordelt og har en jevn, relativt høy middelvind hele måleperioden. For å forsikre gode data er det i tillegg lagt inn sjekker som fjerner data som ikke er realistiske. Om det oppstår feil på sensoren returnerer den verdien 999, slik at disse verdiene er enkle å luke ut før det gjennomføres beregninger på tidsseriene. Et eksempel på en tidsserie med jevn middelvind og som er relativt normalfordelt er gitt i figur 17.



Figur 17: Plot av de tre vindhastighetene, serien er fra 13. Mai 2013, kl 15:30. Her ses normalfordelte turbulenskomponenter, samt en jevn og høy middelvind.

For lengderetningen og vertikalretningen beregnes spektrene S_{uu} , og S_{ww} i henhold til 3.1.2. I beregningene behøves også S_{uw} , men denne antas å utgjøre lite og kan derfor neglisjeres [17]. Verdiene for dette spekteret ligger også en del lavere enn de to andre. Disse spektrene er plottet i figur 18.



Figur 18: Spektraltettheter for S_{uu} , S_{uw} og S_{ww}

Plottene viser autospektrene beregnet ut fra de målte vinddataene. Videre finnes et uttrykk som tilnærmer disse spektrene. Ut fra de målte spektrene tilpasses et tilnærmet spekter til å stemme best mulig overens. Formen for det ikke-normaliserte spekteret som er foreslått i [17] er

$$S_n(f) = \frac{\sigma_n^2 \cdot A_n \cdot x^f L_n}{V \cdot f_n (1 + 1.5 \cdot A_n \cdot f_n)^{5/3}} \quad \text{hvor} \quad \begin{bmatrix} A_u \\ A_v \\ A_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.8 \\ 9.4 \\ 9.4 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Formålet med formelen er å simulere et vindspekter som vil være generelt nok til å dekke ulike vindsituasjoner på et gitt sted. Dette tilnærmede spekteret må så tilpasses de målte dataene. Avviket beregnes etter formelen

$$R = \sum_{k=1}^N |S_{n,m\ddot{a}lt}(\omega_k) - S_{n,tiln\ddot{a}rmet}(\omega_k)| \quad (4.6)$$

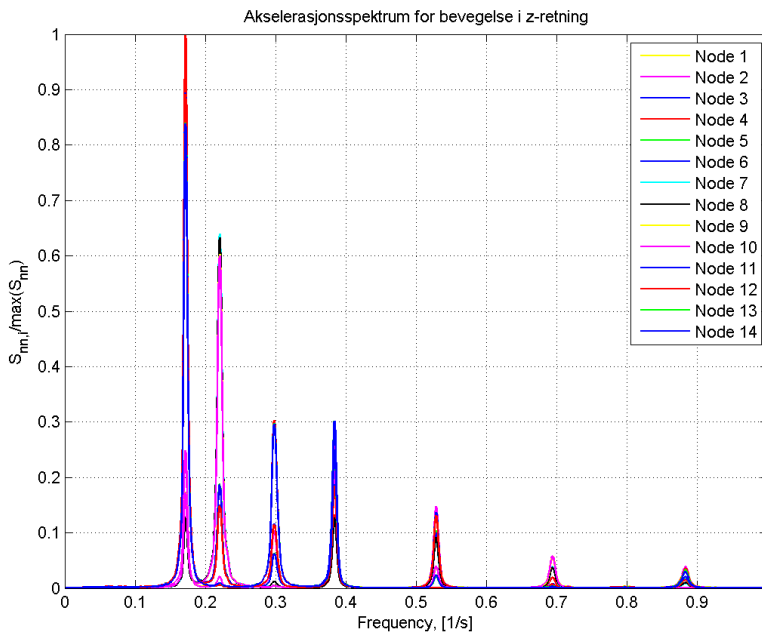
Kjenner man det tilnærmede vindspekteret kan dette overføres til last på konstruksjonen. Som et ledd i overføringen må man kjenne verdien av \mathbf{B}_q som benyttes i (3.73). Disse aerodynamiske koeffisientene kjennes ikke for Gjemnessundbrua, men brukassetverrsnittet er svært likt tverrsnittet for Hardangerbrua og dermed er disse verdiene brukt i beregningene.

5 Resultater og diskusjon

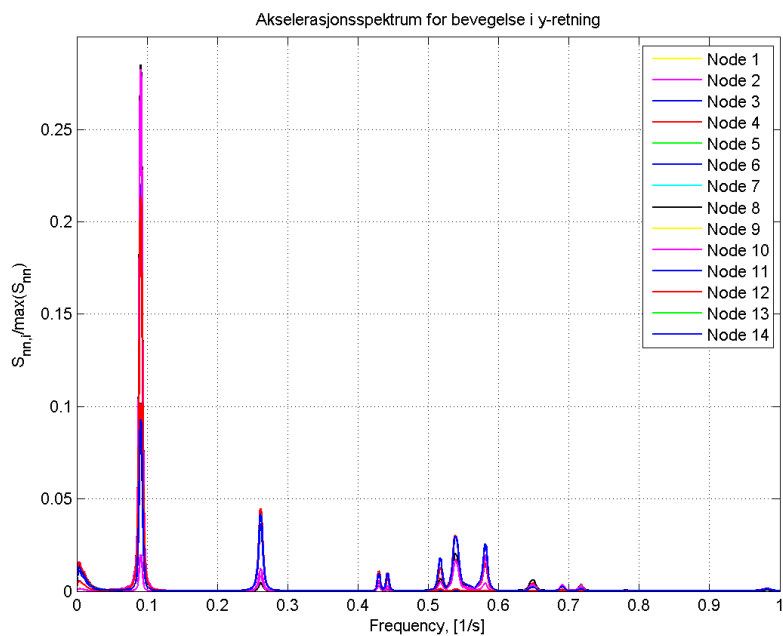
Her presenteres resultatene som er funnet ved hjelp av metodene i forrige kapittel. Det vil være samme oppbygging ved at resultatene som er funnet gjennom Matlab-analysen kommer først, deretter kommer resultatene fra Abaqus. Til slutt vil disse sammenlignes og det vil bli foretatt en vurdering av kvaliteten på arbeidsmetodene ved å sammenligne resultatene fra disse to.

5.1 Identifiserte egenmoder fra MATLAB

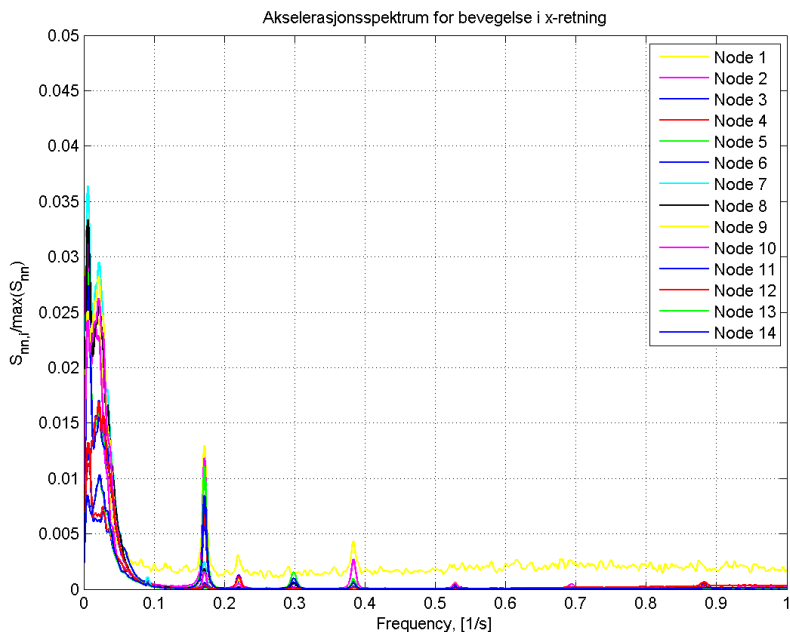
Ut fra målte akselerasjonsdata er de svingemodene med lavest frekvens identifisert i henhold til 3.1.7. Metoden benyttes på de beregnede autospektrene for de ulike tidsseriene, disse er gjengitt i figurene under.



Figur 19: Autospekter i vertikalretningen. Her er de største utslagene, verdiene er normalisert ut fra dette spekteret.



Figur 20: Autospekter i y-retning, det vil si horisontalt på tvers av brua. Utslagene her er noe mindre enn i z-retning, men fremdeles nevneverdige, omtrent 25 % av største horisontalutslag.



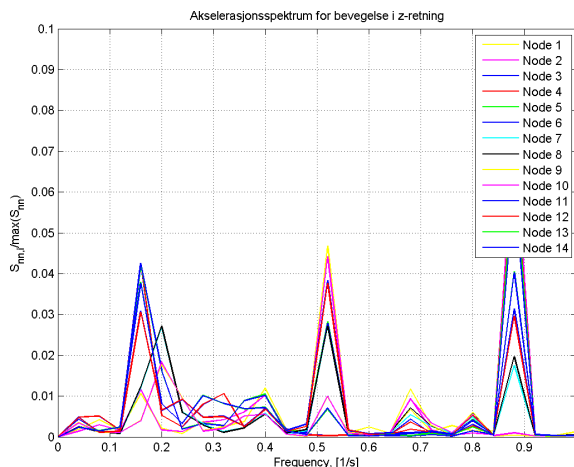
Figur 21: Autospekter i x-retning, det vil si langsmed brubanen, merk de lave utslagene. Her er utslaget omtrent 5 % av i horisontalretningen

Disse spektrene er beregnet med mange forskjellige data. Dette er gjort for å finne kombinasjonene som ga best mulige resultater for autospektrene. God kvalitet på disse er avgjørende både for å finne sikre egenmoder, samt for å gi eksakte modeplot og dempingberegninger. Inndataene som er variert er blant annet hvilke tidsserier som er lest inn, hvor mange Hanning-vinduer (ref 3.1.6) som benyttes og lengden på den overlappende delen. Hvor gode utdata beregningene resulterte i var sterkt avhengige av inndata, i tillegg varierte beregningstidene fra kun noen sekunder til mange timer. Noen eksempel på variabler og resulterende plot er gjengitt under. Plottene som ble gode nok til videre bruk er uthevet i tabellen.

Tabell 3: Et utvalg verdier som er undersøkt for å få gode autospekter. Stjerne angir tidsserier som er nedskalert 1:50.

| Antall målepunkter | Antall vinduer | overlappende punkter | beregningstid |
|------------------------|----------------|----------------------|--------------------|
| 9 millioner | 5 | 5000 | ca 7 minutter |
| 9 millioner | 50 | 10000 | ca 10 minutter |
| 9 millioner | 200 | 10000 | ca 15 minutter |
| 15 millioner | 1000 | 40000 | ca 3 timer |
| 24 millioner | 1000 | 80000 | ca 8 timer |
| 0.36 millioner* | 500 | 60000 | ca 2 timer |
| 0.26 millioner* | 300 | 20000 | ca. 5 timer |

Det viste seg at best resultat ble oppnådd med å nedskalere 1:50 i henhold til 3.1.5. Det viste seg også at lengden på tidsseriene ikke var avgjørende for beregningstid, men at det var antall Hanning-vinduer og deres overlapp utgjorde en mye større forskjell. Målet er dermed å importere mest mulig data for å få best resultater. Det viste seg at et større antall vinduer ikke nødvendigvis ga bedre autospekter, og dermed ble det forsøkt med flere kombinasjoner. Etter en visuell kontroll ble det valgt ut verdiene som ga best resultater.



Figur 22: Her er det brukt suboptimale inndata, og dermed er resultatet vanskelig å tolke. Dette er autospekteret i z-retning, altså det samme som i figur 19 (her er det brukt 20 vinduer og 5000 punkter overlapp, ca 3 millioner verdier).

Dataene som ga det endelige resultatet var 108 tidsserier på 10 minutter hver fra 13. og 14. Mai 2013. Dette svarer til 13 millioner målepunkter. Disse dataene ble så nedskalert 1:50, slik at den resulterende tidsserien har 0.26 millioner punkter.

Ut fra figur 19 - 21 er følgende egenfrekvenser funnet:

Tabell 4: Oversikt over de første egenfrekvensene.

| Matlab | | Abaqus | |
|------------|---------------|------------|---------------|
| Modenummer | Frekvens [Hz] | Modenummer | Frekvens [Hz] |
| 1 | 0.0910 | 1 | 0.0929 |
| 2 | 0.1716 | 2 | 0.1728 |
| 3 | 0.2204 | 3 | 0.1986 |
| 4 | 0.2616 | 4 | 0.2662 |
| 5 | 0.2980 | 5 | 0.2833 |
| 6 | 0.3836 | 6 | 0.3883 |
| 7 | 0.4296 | 7 | 0.4187* |
| 8 | 0.4420 | 8 | 0.4337 |
| 9 | 0.5170 | 9 | 0.4439* |
| 10 | 0.5282 | 10 | 0.4478 |
| 11 | 0.5384 | 11 | 0.5347 |
| 12 | 0.5812 | 12 | 0.5391 |
| 13 | 0.6492 | 13 | 0.5526 |
| 14 | 0.6938 | 14 | 0.5640* |

Det finnes topper også ved høyere frekvenser, men da begynner verdiene å være mellom 1% og 0.1% av de høyeste toppene, og utgjør dermed så liten del av det totale utslaget av det ikke har noen hensikt å ta de med videre.

Noen av egenfrekvensene fra Abaqus er markert med stjerne, dette skyldes at egenmoden har svært lite utslag. Når egenmodene er plottet, er utslagene oppskalert for å tydeliggjøre modeformen. På frekvensene som er markert med stjerne måtte utslagene skaleres med en faktor på 10^4 for å være like tydelige som resten, og dette tyder på at dette ikke er en reell mode. Mode 7 og 9 er begge moder med svært lite utslag, i tillegg har de samme modeform.

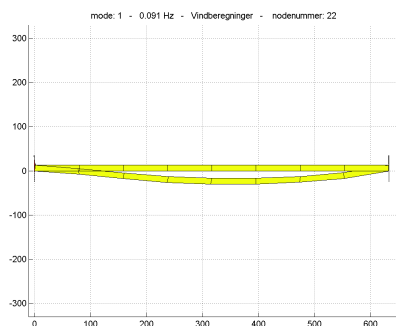
Modene fra Matlab-analysen anses som sikre da de både oppstår som svært tydelige topper i spektraltetthetsplottene, samt at de kan pares med moder fra Abaqus-beregningene. Det kan imidlertid sees av tabell 4 at Abaqus gir ut flere moder enn akselerometeranalysen over samme frekvensområde. Dette kan enten være fordi Abaqus gir egenmoder som ikke er reelle, eller så er det moder som fremkommer som så små topper i autospektrene at de ikke synes.

5.2 Modeplot

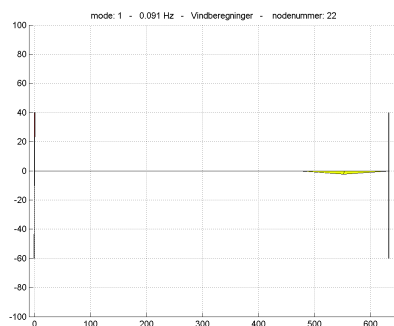
Her vil de fem første egenmodene fra både Matlab-analysen og Abaqus-analysen sammenlignes. Formålet er å verifisere at modeformene som benyttes i beregningene

er sannsynlige. Får man samme resultat når disse beregnes på to helt adskilte metoder, er det naturlig å anta at resultatet stemmer.

5.2.1 Egenmode 1

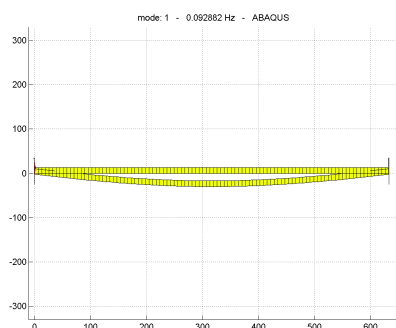


(a) Egenmoden sett ovenifra

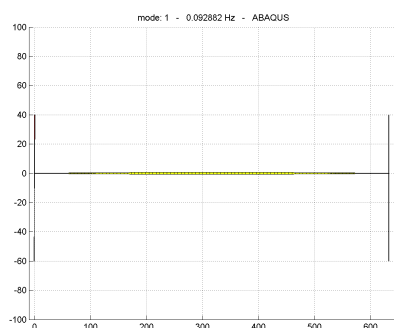


(b) Egenmoden sett fra siden

Figur 23: Egenmode 1 - 0.0910 Hz - Matlab



(a) Egenmoden sett ovenifra

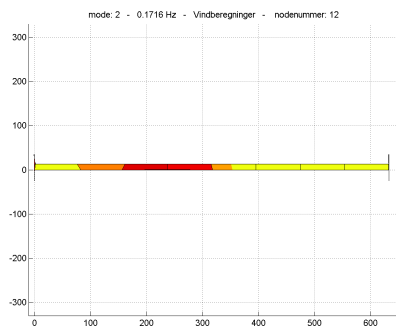


(b) Egenmoden sett fra siden

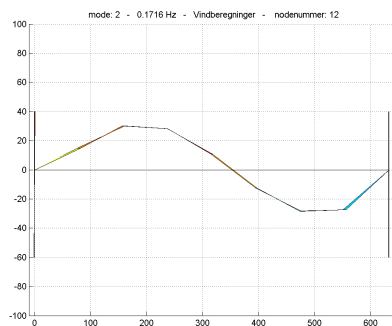
Figur 24: Egenmode 1 - 0.0929 Hz - Abaqus

Disse figurene viser første symmetriske horisontalmode. Her er det tilnærmet ingen bevegelse i vertikalretningen, men en halv sinusbølge i horisontalretningen. Både modeform og egenfrekvens stemmer svært godt overens. Som sett i figur 20 utgjør denne moden omtrent alt bidraget i horisontalretningen.

5.2.2 Egenmode 2

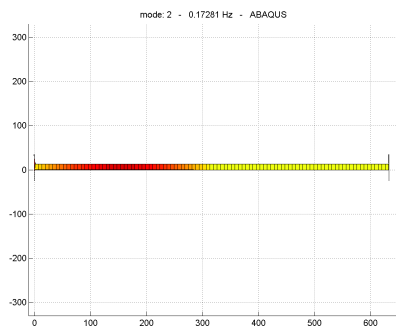


(a) Egenmoden sett ovenfra

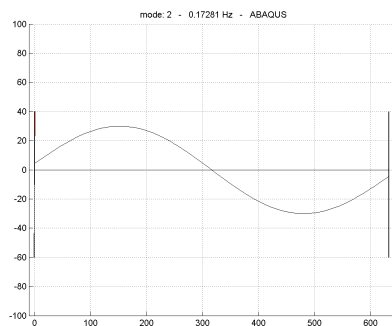


(b) Egenmoden sett fra siden

Figur 25: Egenmode 2 - 0.1716 Hz - Matlab



(a) Egenmoden sett ovenfra

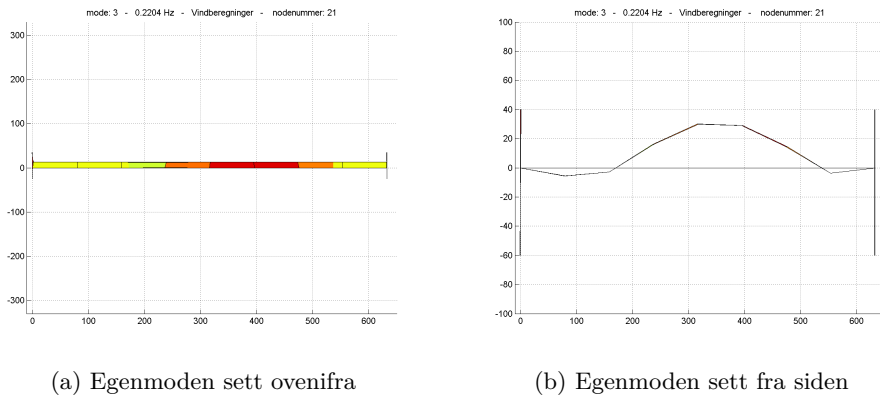


(b) Egenmoden sett fra siden

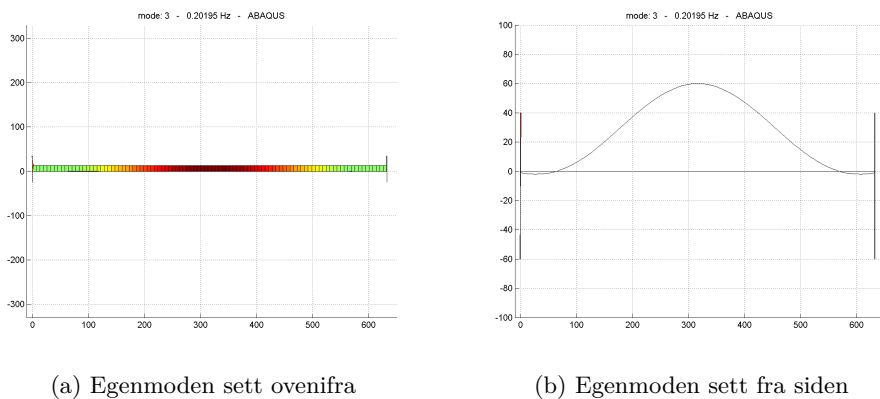
Figur 26: Egenmode 2 - 0.1728 Hz - Abaqus

Også her vises samme mønster på så godt som samme frekvens og modeformen er den samme. Dette er en ren vertikalmode uten bevegelse i horisontalretning. Det kan skyldes usikkerheter i beregningene, men Matlab-plottet ser noe asymmetrisk ut i figur 25b. Dette kan tyde på at det er ulike stivheter i overføringene i endepunktene.

5.2.3 Egenmode 3



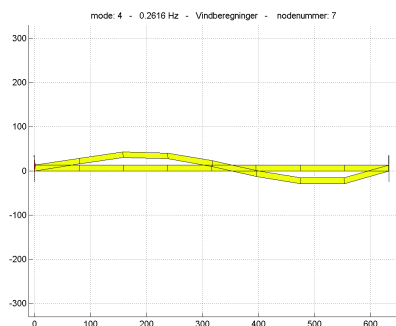
Figur 27: Egenmode 3 - 0.2204 Hz - Matlab



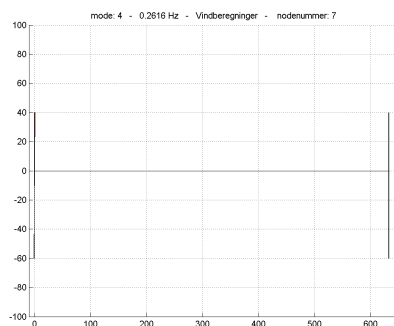
Figur 28: Egenmode 3 - 0.1986 Hz - Abaqus

I andre vertikalmode er det noe avvik i frekvensen. Det sees også av modeplottet fra Matlab at moden er noe asymmetrisk, noe som ikke er tilfellet i Abaqus. Dette kan tyde på at det i Abaqus ikke er benyttet riktige opplagerbetingelser i den ene enden, og at det i virkeligheten er ulike opplagerbetingelser i de to endene av brua. Matlabmoden har høyere egenfrekvens, dette stemmer overens med høyere stivhet i den ene enden.

5.2.4 Egenmode 4

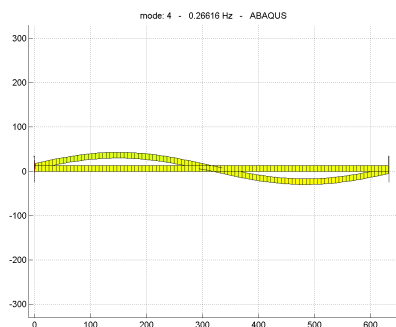


(a) Egenmoden sett ovenifra

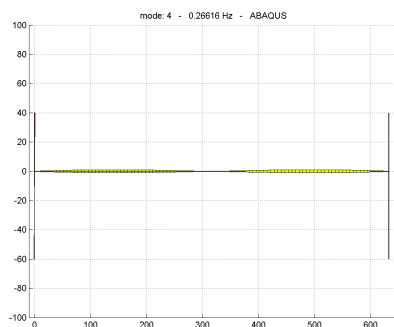


(b) Egenmoden sett fra siden

Figur 29: Egenmode 4 - 0.2616 Hz - Matlab



(a) Egenmoden sett ovenifra

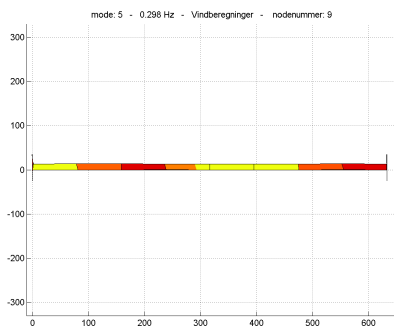


(b) Egenmoden sett fra siden

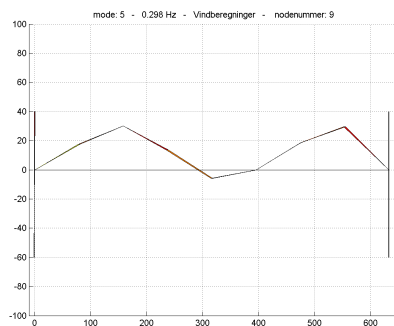
Figur 30: Egenmode 4 - 0.2662 - Abaqus

Igjen stemmer plottene godt overens, både modeform og egenfrekvens stemmer svært godt.

5.2.5 Egenmode 5

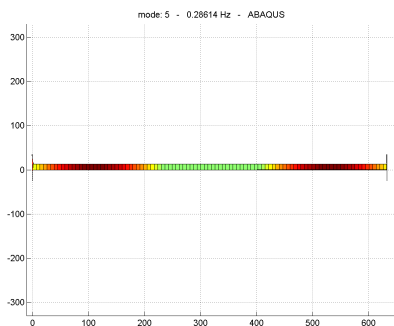


(a) Egenmoden sett ovenifra

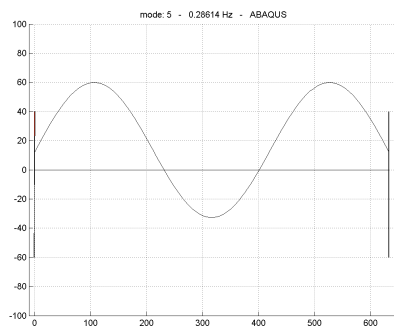


(b) Egenmoden sett fra siden

Figur 31: Egenmode 5 - 0.2980 Hz - Matlab



(a) Egenmoden sett ovenifra



(b) Egenmoden sett fra siden

Figur 32: Egenmode 5 - 0.2833 - Abaqus

Også her stemmer både svingeform og egenfrekvens godt. Dette er imidlertid det siste plottet som er tatt med. Videre begynner enkelte av Abaqus-modene å være noe usikre (som nevnt i 5.1). Ut fra autospekterplottene ser også modene ut til å ha et så lavt utslag at de ikke utgjør noen nevneverdig del av det totale utslaget, slik at avvik her vil ikke føre til noen stor feil i senere beregninger.



Figur 33: Her er modellen for A-rammene som forbinder brubanen til tårnene.

Tidlige modeller viste at det meste av forskyvninger var sentrert om midten av brua. Dette pekte i retning av at det ble overført et stort moment fra enden av brua til tårnene, og at denne forbindelsen var for stiv. I tillegg peker Matlab-plottene i retning av at det er ulike opplagerbetingelser i de to endene, noe som ikke er ivare tatt av Abaqusmodellen. Brubanen er festet til brutårnene med en A-ramme, og i den opprinnelige modellen er dimensjonene på denne antatt, og dermed usikker [1]. Denne antagelsen skyldes mangel på tilgang på tegninger. Dimensjonene er antatt som massivt stål med en diameter på 30 cm, noe som mest sannsynlig er for høyt. Dette stemmer også overens med modeplottene som er hentet ut fra akselerometeranalysen. Det er også noen verdier for de første egenfrekvensene gjengitt i tabell 5. Her sees det at med økende stivhet øker egenfrekvensene, som forventet.

| modenummer | Ulike radius [m] | | | |
|------------|------------------|--------|--------|--------|
| | 0.05 | 0.15 | 0.50 | 5.50 |
| 1. | 0.0902 | 0.0980 | 0.1201 | 0.1207 |
| 2. | 0.1618 | 0.1734 | 0.1739 | 0.1738 |
| 3. | 0.1957 | 0.2020 | 0.2071 | 0.2070 |
| 4. | 0.2220 | 0.2739 | 0.2911 | 0.2908 |
| 5. | 0.2619 | 0.2861 | 0.3128 | 0.3135 |
| 6. | 0.2811 | 0.3888 | 0.3894 | 0.3893 |
| 7. | 0.3882 | 0.4189 | 0.4191 | 0.4190 |
| 8. | 0.4186 | 0.4343 | 0.4364 | 0.4362 |
| 9. | 0.4333 | 0.4441 | 0.4443 | 0.4442 |
| 10. | 0.4438 | 0.4485 | 0.4528 | 0.4526 |

Tabell 5: Sammenlikning av ulike radier på A-rammene og dens innvirkning på egenfrekvensene.

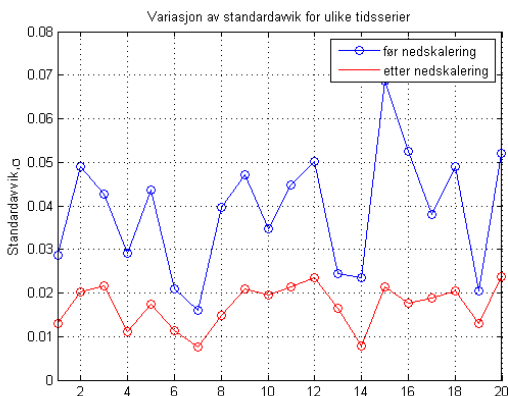
30 cm ble altså ansett som sannsynligvis for stivt, men uten tilgang til tegninger kunne tverrsnittet kun antas. Etter å ha sett på bilder er det regnet med et eksempel-tverrsnitt. Det ble antatt 25x25 cm med 1 cm tykke vegger. Andre arealmoment på dette svarte til et massivt sirkeltverrsnitt med radius på 11 cm. Dette ble bare

utført som et raskt overslag, og egnest kun som en indikator på at forbindelsen bør korrigeres for å få mer eksakte resultat. Den modifiserte forbindelsen ga mer realistiske resultat, og dette ble derfor benyttet videre i beregningene av modeform. Det er ikke gjort endringer for å ta høyde for asymmetrien som ses i modeplottene.

5.3 Resultater for vind

5.3.1 Valg av tidsserie

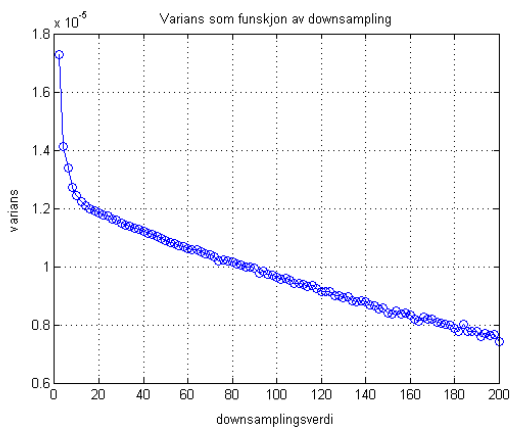
Hvilken tidsserie det sammenlignes med vil også være avgjørende for om man får gode resultater i beregningen av (3.19). Standardavviket gitt av akselerometrene varierer mye fra tidsserie til tidsserie. I figur 34 er standardavviket beregnet for 5 og 5 minutter både før og etter nedskalering. Man kan se av dette at standardavviket varierer mye, men at variasjonen ikke er like stor etter å ha nedskalert signalet. Dette viser at det er viktig å undersøke flere serier, ettersom det i løpet av kun kort tid er store variasjoner. Etter kriteriene nevnt i avsnitt 4.4 velges det ut en serie. I tillegg til de som er nevnt er det viktig at vinden ikke går for parallelt med brubanen.



Figur 34: Standardavvik beregnet for 5 og 5 minutter av en tidsserie med akselerasjonsdata.

5.3.2 Valg av nedskaleringsverdi

En vurderingssak som dukker opp i forbindelse med dette er hvilken nedskalering som skal benyttes. Ettersom det opprinnelige signalet er på 200 Hz vil det også være høyfrekvent støy til stede (illustrert i figur 4). Denne støyen vil øke standardavviket betraktelig, ved å nedskalere reduseres denne effekten som vist i figur 35.



Figur 35: Ulike verdier for variansen til en akselerasjonsserie plottet mot nedskaleringverdien på x-aksen.

En fallgrube her er å være for ivrig med å redusere støy. Nedskaleres man for mye ender man opp med å ikke bare fjerne signalstøy, men også å eliminere interessante data i det høyfrekvente området. Det gjelder derfor å finne en verdi som fjerner nok støy, men som samtidig ikke ødelegger det opprinnelige signalet. En kan se i området rundt 5-7 at det er en knekk i kurven, og at den flater mer ut etter dette. Dette skjer fordi det aller meste av støy er usikkerheter ved målingene, og disse oppstår mellom hvert enkelt målepunkt. Ved å ta gjennomsnittet av bare noen få verdier forsvinner denne støyen helt. Det er i dette knekkpunktet nedskaleringen begynner å fjerne interessant signal, i tillegg til støyen, og utover dette taper man mer enn man tjener på å nedskalere med høyere verdier. På akselerasjonsseriene er det likevel valgt å nedskalere 1:50, ettersom det aktuelle frekvensområdet ligger såpass nærme null. Man er fremdeles tilstrekkelig langt unna Nyquist-frekvensen. Det ble også forsøkt med lavere verdier på 1:20 og 1:10. Dette viste seg å ikke gi særlig bedre resultater, dermed anses 1:50 som en god nedskalerverdi.

5.3.3 Tilnærming av vindspekter

Det er tydelig at det er en del variasjoner fra serie til serie. Ut fra disse ble det foretatt et valg på hvilken vindsituasjon som var mest representativ. Faktorene som avgjorde valget var en jevn og høy vindhastighet, normalfordelte turbulenskomponenter, samt at forholdet mellom de ulike komponentene skulle være omtrent som angitt i (4.4). En viktig faktor er også vindretningen, og at denne er mer eller mindre vinkelrett på brua. Både i [17] og i [2] oppgis en rekke ulike uttrykk for å tilnærme vindspekteret. Selv om det er mange ulike eksempel som er gitt på spekteret, er det en form som går igjen.

$$S_n = C \cdot I_n \cdot \frac{A \cdot f}{(1 + A \cdot f)^{eksp}} \quad (5.1)$$

hvor I_n er turbulensintensiteten. I dette uttrykket er det tre ukjente, C , A og eksponenten under brøkstreken. For å tilnærme spekteret mest mulig eksakt ble (4.6) beregnet for mange ulike kombinasjoner av konstantene, og kombinasjonen som ga minst avvik ble valgt ut.

Resultatene man får er avhengig av hvilken tidsserie som tilpasses. Det er funnet relativt store avvik i resultatene ved bruk av forskjellige tidsserier. Et utvalg er vist i tabell 6.

Tabell 6: Oversikt over ulike verdier for variablene i (5.3).

| | |
|-----------|------|
| A_u | 2.08 |
| C_u | 0.94 |
| eksponent | 1.64 |

(a) Lengderetning 13. Mai 15:30

| | |
|-----------|------|
| A_w | 0.15 |
| C_w | 0.74 |
| eksponent | 1.51 |

(b) Vertikalretning 13. Mai 15:30

| | |
|-----------|------|
| A_u | 0.74 |
| C_u | 0.80 |
| eksponent | 1.77 |

(c) Lengderetning 13. Mai 17:10

| | |
|-----------|------|
| A_w | 0.05 |
| C_w | 1.28 |
| eksponent | 1.92 |

(d) Vertikalretning 13. Mai 17:10

| | |
|-----------|------|
| A_u | 1.13 |
| C_u | 0.22 |
| eksponent | 2.23 |

(e) Lengderetning 14. Mai 02:10

| | |
|-----------|------|
| A_w | 0.80 |
| C_w | 0.25 |
| eksponent | 1.70 |

(f) Vertikalretning 14. Mai 02:10

Dette viser at på på relativt kort tid varierer det mye hvilke verdier man kommer frem til. På bakgrunn av kriteriene nevnt ovenfor ble serien fra 13. Mai kl 15:30 benyttet til videre beregninger. Denne tidsserien er vist i figur 18. De to andre tidsseriene er vist i vedlegg B. Med denne tidsserien som utgangspunkt ble da vindspektrene beregnet til

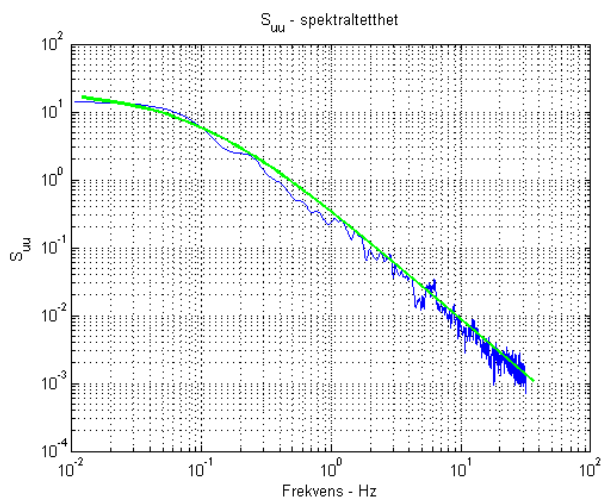
$$S_u(f) = 0.94 \cdot \frac{\sigma_n^2 \cdot 2.08 \cdot f L_n}{V \cdot f_n (1 + 1.5 \cdot 2.08 \cdot f_n)^{1.64}} \quad (5.2)$$

for lengderetningen og

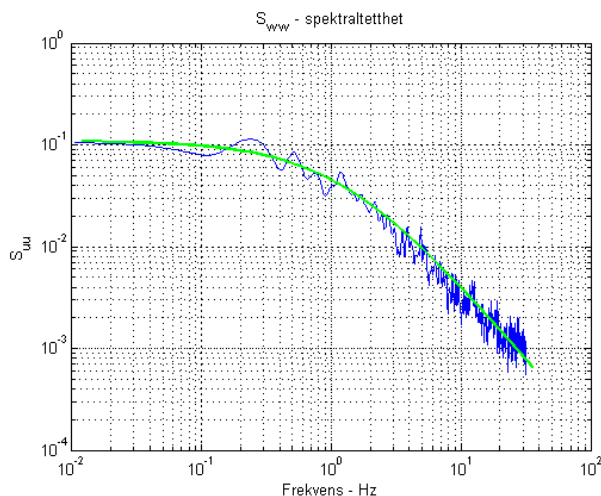
$$S_w(f) = 0.74 \cdot \frac{\sigma_w^2 \cdot 0.15 \cdot f L_n}{V \cdot f_n (1 + 1.5 \cdot 0.15 \cdot f_n)^{1.51}} \quad (5.3)$$

for vertikalretningen. Disse er vist i figur 36 og figur 37. Det er knyttet en relativt stor usikkerhet til disse spektrene. Til dataene som er brukt passer de svært godt til å simulere vind- og turbulenssituasjonen, men det kan sees at om man sammenligner med andre tidsserier oppstår det fort avvik. Som vist i tabell 2 på side 34 er det stor variasjon på vinden, selv over relativt korte perioder. Dette vindspekteret må derfor kun anses som en grov tilnærming. Det er her likevel foretatt valg av disse variablene, disse er vist i figur 36 og 37. Spektrene som beregnes i (5.2) og (5.3) benyttes så videre i beregningene i henhold til avsnitt 3.4.1. Det er knyttet størst usikkerhet til verdien C_n . I de forskjellige tidsseriene er det $\sigma_n^2/V = I_n$ som varierer mest, og dette er konstant gjennom hele spekteret. Dette medfører at spekteret bare heves/senkes, dette er samme funksjon som C_n utfører. Av tidsseriene som er analysert og som ikke inneholder feil, varierer I_u så mye som fra 0.05 til 0.40. Helningen på spekteret varierer derimot lite, og dermed vil verdien på eksponenten gjelde for mange flere ulike situasjoner.

Det er også verdt å merke seg at det finnes flere kombinasjoner av disse faktorene som kan gi gode resultater. Om man for eksempel øker C_n kan man fremdeles tilnærme det målte vindspekteret godt ved å minke A_n . Det vil også være en vurderingssak hvilket av to spektrere som passer best, ettersom man ikke klarer å tilnærme over hele frekvensområdet. Da må man foreta et valg og bestemme hvilket område som skal vektlegges.



Figur 36: Vindspekter ut fra målte data plottet i blått og det tilnærmede i grønt. Dette plottet gjelder i lengderetningen, u.

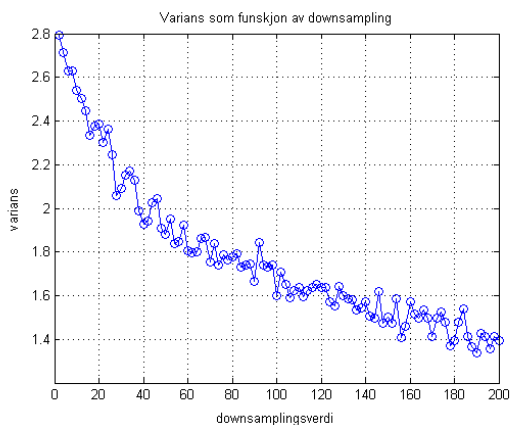


Figur 37: Vindspekter ut fra målte data plottet i blått og det tilnærmede i grønt. Dette plottet gjelder i vertikalretningen, w.

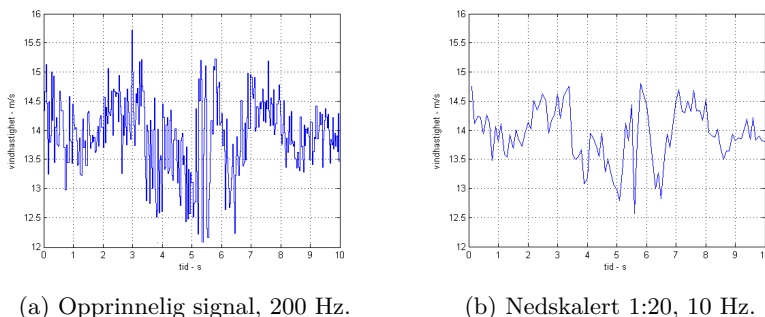
Verdt å merke seg er at begge disse plottene er på logaritmiske akser. Dette medfører at verdiene i begge endene er nokså uaktuelle for de videre beregningene. Egenfrekvensene til brua ligger hovedsaklig i området 0.05-2 Hz. Endene på disse spektrene er henholdsvis $10^{-2} = 0.01$ Hz og $10^2 = 100$ Hz. Dette bidraget vil altså være neglisjerbart sammenlignet med verdiene som ligger rundt $10^0 = 1$ Hz. Det sentrale for disse plottene er altså å ha riktig høyde og spesielt riktig stigning i dette området. For å vurdere kvantitativt hvor gode de tilnærmede spektrene er vurderes de etter følgende uttrykk

$$\sigma_n^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (X_k - \bar{x})^2 = \int_0^{\infty} S_n(\omega) d\omega \quad (5.4)$$

som gis i [17]. I dette uttrykket spiller nedskaleringfrekvensen en viktig rolle. Standardavviket, og dermed også variansen, er avhengige av hvor mye signalet nedskaleres. Signalet inneholder en høyfrekvent støy som elimineres ved nedskalering og gjennom lavpassfilteret i henhold til 3.1.4. I figur 38 er variansen plottet mot nedskaleringsverdien. En illustrasjon som viser grunnen til at variansen reduseres kan sees i figur 39.



Figur 38: Ulike verdier for variansen til en vindserie plottet mot nedskalingsverdien på x-aksen.



(a) Opprinnelig signal, 200 Hz.

(b) Nedskalert 1:20, 10 Hz.

Figur 39: Forskjellen mellom signalet direkte fra sensor og etter nedskalering. Til høyre er det mindre støy og dermed mindre standardavvik. Dette er totalt 10 sekunder med data.

Da vindspektrene skulle finnes ble det benyttet en nedskalering på 1:20, slik at man får en digitaliseringsfrekvens på 10 Hz. Dette ble vurdert som tilstrekkelig høyoppløst til at spekteret ble representativt for den faktiske situasjonen, samtidig som støy ble fjernet på en effektiv måte. Det kan også sees av figur 38 at variansen reduseres svært fort om man tar gjennomsnittet av kun få verdier. Kurven flater noe ut, men når man passerer nedskalingsverdier på 1:40-50 er det ikke lenger høyfrekvent støy man fjerner, men da begynner også deler av signalet å forsvinne. Det blir en vurderingssak om hvilken verdi som fjerner tilstrekkelig mengde støy, men samtidig beholder signalet relativt intakt. På denne tidsserien hvor digitaliseringsfrekvensen var 10 Hz ble standardavviket i henhold til (5.4) funnet til å være

$$\begin{bmatrix} \sigma_u \\ \sigma_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6884 \\ 0.5269 \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} \sigma_u^2 \\ \sigma_w^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.8506 \\ 0.2776 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Videre finnes integralene for det tilnærmede og det målte spekteret. For lengderetningen:

$$\begin{bmatrix} \text{Faktisk varians} \\ \text{Målt spekter} \\ \text{Tilnærmet spekter} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.8506 \\ 2.3508 \\ 2.7490 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

for vertikalretningen:

$$\begin{bmatrix} \text{Faktisk varians} \\ \text{Målt spekter} \\ \text{Tilnærmet spekter} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2776 \\ 0.2034 \\ 0.2131 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Det er et visst avvik i alle verdiene, men det sentrale er at det er samsvar mellom integralet for det målte spekteret og integralet for det tilnærmede spekteret. Om det er samsvar tyder det på at det tilnærmede spekteret er beskrivende nok til å benyttes i videre beregninger. Disse spektrene kunne vært tilpasset enda bedre, og stemt enda bedre overens. Variasjonen fra en enkelt tidsserie til en annen er imidlertid større enn variasjonen her mellom det målte og tilnærmede spekteret, dermed anses disse verdiene som gode nok til å beskrive en gitt vindsituasjon. Ettersom den faktiske variansen til signalet konsekvent er høyere kan dette tyde på at nedskaleringsverdien er for lav og at det fremdeles er med noe støy.

5.3.4 Vurderingskriterie for forskyvningsspekter

For å vurdere kvaliteten på modellen hvor lastpåvirkningene virker er én metode å sammenligne lastspekteret som gis av modellen med tidsserien som er brukt som utgangspunkt for modellen. Som gitt i avsnitt 3.4.1, i likning (3.19) har man

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_x(\omega) d\omega \quad (5.8)$$

som i dette tilfellet kan skrives som

$$\sigma_r^2 = \int_0^\infty S_{rr}(\omega) d\omega \quad (5.9)$$

hvor r er forskyvning. Ettersom det beregnede spekteret gjelder forskyvning, og måledataene er for akselerasjon kreves en omregningsfaktor. Etter Fourier-transformasjonen har man at forskyvningene er gitt på formen

$$r = c_k \cdot \cos(\omega t) \quad (5.10)$$

og dermed er akselerasjonen gitt ved

$$a = \ddot{r} = -c_k \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) \implies a_r = -\omega^2 a_{\ddot{r}} \quad (5.11)$$

Fra formuleringen av autospekteret

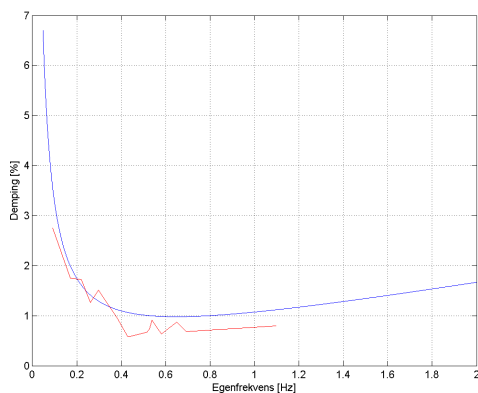
$$S_{mn}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi T} [a_m^*(\omega) \cdot a_n(\omega)] \quad (5.12)$$

og (5.11) får man da at

$$\sigma_{\ddot{r}}^2 = \int_0^\infty S_{\ddot{r}\ddot{r}}(\omega) d\omega = \int_0^\infty \omega^4 \cdot S_{rr}(\omega) d\omega \quad (5.13)$$

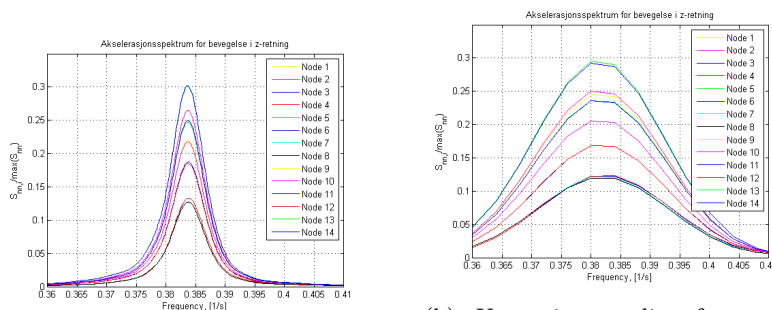
Her har man $\sigma_{\ddot{r}}$ som beregnes direkte fra tidsseriene som er gitt av akselerometrene. Når man kjenner vindspekteret kan man også i henhold til avsnitt 3.4.1 finne S_{rr} . Her er på mange måter $\sigma_{\ddot{r}}$ fasit, ettersom den er de virkelige verdiene som er målt. Om man får samme resultat ut av integralet, er dette et tydelig signal på at tilnærmingene som er gjort og verdiene som er benyttet er gode. Det medfører at modellen har en god evne til å beskrive den virkelige oppførselen.

5.4 Resultater for demping



Figur 40: Sammenligning av forventede og målte dempeverdier. Forventede i henhold til [9] i blått, og målte ut fra akselerometerdata i rødt.

Figur 40 viser dempingkoeffisientene som er beregnet for de ulike egenfrekvensene. Den teoretiske kurven gjelder for stålbygninger i henhold til [9]. Det er knyttet stor usikkerhet til de beregnede verdiene. Beregnet dempingsverdi er en av verdiene som er mest avhengig av hvilke faktorer som benyttes i Welch's metode. Opp til et visst punkt blir toppene smalere og smalere jo flere Hanning-vinduer som benyttes og jo lengre tidsserier man analyserer, dette er illustrert i figur 41. Dette medfører at verdien for dempingen synker etter hvert som man laster inn mer data, og dermed kan disse verdiene tillegges lite troverdighet. De teoretiske verdiene i figur 40 er angitt for første egenmode, og de beregnede verdiene er for økende egenmoder, som også kan bidra til avvik. Det er likevel en trend at dempingen er høy ved svært lav egenfrekvens, og gradvis avtagende utover. Dette er i samsvar med den beregnede verdien. Selv om verdiene som fås ut av spektraltetthetsanalysen er varierende, vil alle påvirkes i samme retning. Trenden som sees i figur 40 vil altså fremdeles være til stede.



(a) Gunstige verdier for antall Hanning-vinduer og overlapp.

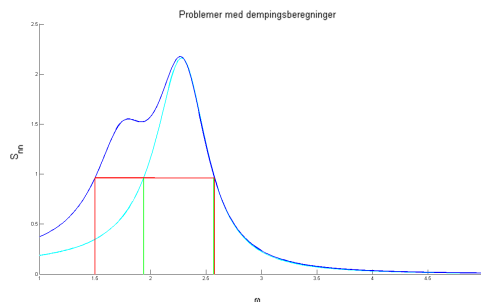
(b) Ugunstige verdier for antall Hanning-vinduer og overlapp, samt for kort tidsserie.

Figur 41: Samme egenfrekvens med to forskjellige datasett, her vises tydelig grunnen til at dempingen er særdeles usikker. Toppen på spekteret ligger på samme sted, men ville fått en radikalt forskjellig dempingsverdi.

Tabell 7: Oversikt over egenfrekvensene hentet ut fra MATLAB-analysen

| Modenummer | Frekvens [Hz] | Demping [%] |
|------------|---------------|-------------|
| 1 | 0.0910 | 2.75 |
| 2 | 0.1716 | 1.75 |
| 3 | 0.2204 | 1.724 |
| 4 | 0.2616 | 1.262 |
| 5 | 0.2980 | 1.512 |
| 6 | 0.3836 | 0.9385 |
| 7 | 0.4296 | 0.5821 |
| 8 | 0.4420 | 0.5882 |
| 9 | 0.5170 | 0.6769 |
| 10 | 0.5282 | 0.7385 |
| 11 | 0.5384 | 0.9113 |
| 12 | 0.5812 | 0.6363 |
| 13 | 0.6492 | 0.8765 |
| 14 | 0.6938 | 0.6773 |

Dempingsberegningene er gjort i henhold til formelverk som egentlig er beregnet på systemer med bare én frihetsgrad, se avsnitt 3.2.2. Metoden kan likevel benyttes gitt at toppene er tilstrekkelig adskilt. Dette er et kriterium som i noen av tilfellene ikke er oppfylt, særlig mellom 0.4 Hz og 0.6 Hz er dette noe usikkert. Flere av egenmodene ligger svært tett, og dempingen som beregnes for disse modene vil bli alt for stor sammenlignet med faktisk verdi. Opphavet til denne problematikken illustreres i figuren under.



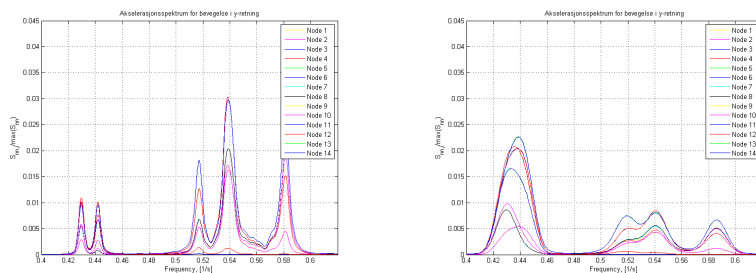
Figur 42: Illustrasjon som viser når beregningen av dempingsforhold kan feile.

De grønne strekene illustrerer verdiene som trengs for å anslå dempingen til den høyeste toppen eksakt. Ettersom det her er to moder som ligger svært nærme, finner beregningene i stedet de to verdiene markert i rødt. Konsekvensen av dette er at differansen mellom ω_b og ω_a blir større enn den skal være, og dermed større demping i henhold til (3.32).

Dempingstallet er beregnet ved å ta utgangspunkt i den av toppene blant de 42 autospektrene med størst amplitude. Det er grunn til å tro at dempningsverdien ville endret seg dersom et annet spekter hadde vært utgangspunktet.

Enkelte av egenmodene som er funnet opptrer ved svært lik frekvens, og det er derfor med et visst forbehold disse presenteres som separate moder. Ved enkelte moder er det noe forskyvning av toppene fra y -autospekteret sammenlignet med z -autospekteret. Likevel kan det være gode fasevinkler som tyder på at det er en sammenheng, selv om det likevel er en mulighet for at det er to separate moder.

I området 0.4 Hz til 0.6 Hz er det flere toppe i flere av autospektrene. Her er det en risiko for at egenmodene har en viss "lekkasje" over i andre frekvenser, og kan påvirke resultatene som følge av det. Her kan området 0.42 Hz til 0.45 Hz være vanskelig å få reelle resultater fra på plottet til høyre, da begge egenmodene er glidd over til en samlet topp. Man ser også av figur 43 at med gode data er bidraget fra modene på 0.43 Hz og 0.44 Hz svært lite. På plottet med ugunstige data kan se ut til å ha et betydelig bidrag fordi de to små toppene er kombinert til en stor.



(a) Resultatene som er brukt til beregningene her.

(b) Ugunstige data gir spekter som er vanskeligere å tolke.

Figur 43: Samme frekvensområde med ulike data. Dette illustrerer mye av det samme som i figur 41, men her ser man også at det kan oppstå feil med modeplot som følge av dette.

Hadde en modeform blitt beregnet og plottet med utgangspunkt i data gitt i figur 43b ville mest sannsynlig fasevinkler vist at dette ikke var en enkelt mode. Om fasevinklene ikke hadde vært tilstrekkelig ulike ville en visuell kontroll av egenmodeplottet vist at dette var to ulike metoder, og dermed identifisert behovet for bedre resultater for spektrene.

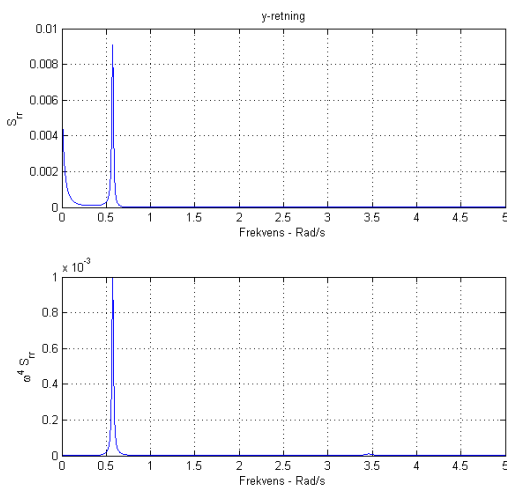
For videre beregninger er det benyttet en tilnærmet demping. Det vil si at det er valgt ut én enkelt verdi som gjelder for alle modene. Dette vil være unøyaktig, men i og med at verdiene anses som såpass usikre har det ingen hensikt å benytte så eksakte verdier i beregningene. Ettersom de laveste modene er de som har størst bidrag til svingningene, er det benyttet en dempingsverdi på 1.5 % som er rundt snittet av dempingen for de første modene.

5.5 Overføring til forskyvningsspekeret

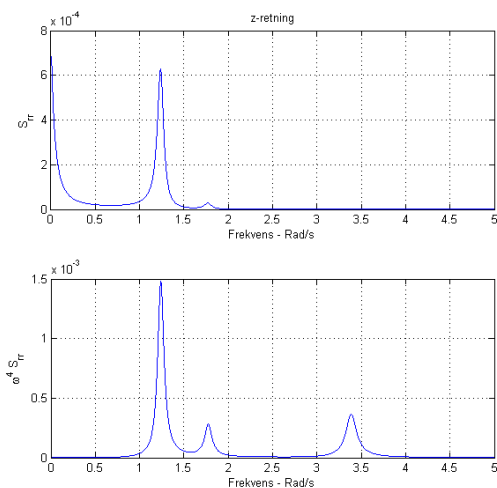
Når modeformene og egenfrekvensene er identifisert i Abaqus i henhold til 4.3, eksporteres disse til en tekstfil som importeres i Matlab. Denne tekstfilen inneholder følgende informasjon

| Symbol | Beskrivelse |
|-------------|-------------------------|
| ω | Egenfrekvensen |
| ϕ | Den aktuelle modeformen |
| \tilde{C} | Modal damping |
| \tilde{M} | Modal masse |

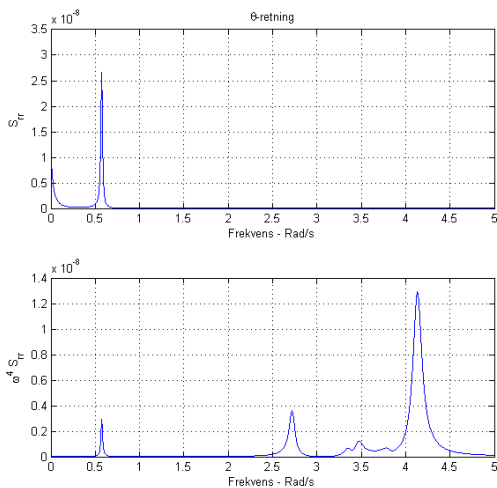
Når man kjenner uttrykket for vindspekeret kan denne informasjonen benyttes til å overføre vindspekeret til forskyvningsspekeret i henhold til avsnitt 3.4.1. Forskyvningsspektrene som ble funnet er gitt i figur 44-46. Øverst i hver figur er spekeret S_{rr} , nederst er $\omega^4 \cdot S_{rr}$. Det er da for plottene nederst integralet beregnes for å finne $\sigma_{\ddot{r}}$.



Figur 44: Autospekeret for forskyvning i horisontalretningen og integralet som beregnes i (5.13).



Figur 45: Autospekteret for forskyvning i vertikalretningen og integralet som beregnes i (5.13).



Figur 46: Autospekteret for forskyvning i rotasjonsretningen og integralet som beregnes i (5.13).

For de to nodene midt på brua beregnes standardavviket til tidsseriene fra akselerometrene både før og etter nedskalering. Dette gjøres for å vurdere effekten av nedskaleringen. I tillegg beregnes integralet $\int_0^\infty \omega^4 S_{rr}(\omega) d\omega$ for de tre retningene.

Dette skal i teorien tilsvare variansen til akselerasjonssignalet. Ettersom signalet inneholder mye støy før nedskaleringen, anses verdien etter nedskalering som den mest reelle.

Tabell 8: Standardavvik for midtpunktet på brua, Y-retning, enhet er mm/s^2 .

| Verdi | node 1 | node 2 |
|--------------------------|---------|---------|
| Integrert over spekteret | 18.0478 | 18.0478 |
| Før nedskalering | 20.2491 | 20.7361 |
| Etter nedskalering | 18.0319 | 18.0496 |

Tabell 9: Standardavvik for midtpunktet på brua, Z-retning, enhet er mm/s^2 .

| Verdi | node 1 | node 2 |
|--------------------------|---------|---------|
| Integrert over spekteret | 6.0448 | 6.0448 |
| Før nedskalering | 43.7318 | 48.8838 |
| Etter nedskalering | 32.3615 | 32.1433 |

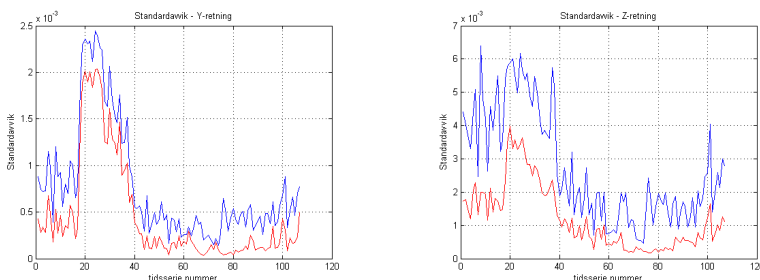
Tabell 10: Standardavvik for midtpunktet på brua, θ -retning, enhet er $\cdot 10^{-3} rad/s^2$.

| Verdi | node 1/2 |
|--------------------------|----------|
| Integrert over spekteret | 0.0571 |
| Før nedskalering | 3.0002 |
| Etter nedskalering | 0.6733 |

Det er her benyttet en nedskaleringsverdi på 1:50, som også er brukt i beregning av autospektrene til akselerasjonsdataene. Dette viser seg å gi relativt gode resultater for horisontalretningen, men i vertikalretningen er det et stort avvik mellom predikert og målt verdi. Rotasjonsforskyvningene er også beregnet ut fra forskjellen i vertikalforskyvning i de to nodene. I og med at verdiene for vindspektrene stemte godt overens i (5.6) og (5.7) (på side 56) er det naturlig å anta at feilen er oppstått i overgangen til forskyvningsspekteret. Egenfrekvensene og modeformene antas som rimelig sikre ettersom disse (som er hentet fra Abaqus) er funnet til å stemme godt med resultatene fra akselerometrene. Masse og stivhet, og dermed også modal masse og modal stivhet, er mer usikre ettersom disse er vanskeligere å etterprøve. Dette gjelder også dempingen som er særdeles vanskelig å kontrollere gyldigheten av.

Som nevnt er disse verdiene hentet ut fra midtpunktet på brua. Det er her første horisontalmode har størst utslag, dette gjør at horisontalresultatene forventes å være gode. Første vertikalmode har derimot null utslag på midten, dette gjør at forholdet mellom signal og støy forverres. Det kan ses av tabell 9 - 10 at nedskaleringen medfører en mye større endring i standardavvik her enn i horisontalretningen.

Verdiene i både tabell 9 og i tabell 10 er hentet fra samme tidsserie, så det kunne oppstått en feil på denne ene, men tidsserien er ikke funnet å inneholde feildata. Det er i tillegg forsøkt med flere forskjellige tidsserier og trenden er den samme på alle seriene som er undersøkt. Det kan ses av figur 47 at nedskaleringen utgjør en større forskjell i Z-retning.



(a) Standardavvik for 107 ulike tidsserier, Y-retning.

(b) Standardavvik for 107 ulike tidsserier, Z-retning.

Figur 47: Sammenligning av standardavvik før og etter nedskalering i Z- og Y-retning

Tallfestet er denne forskjellen

$$\frac{\sigma_{\ddot{r}_y, 200Hz}}{\sigma_{\ddot{r}_y, 4Hz}} = 1.6845 \qquad \frac{\sigma_{\ddot{r}_z, 200Hz}}{\sigma_{\ddot{r}_z, 4Hz}} = 2.2498 \qquad (5.14)$$

Det er i denne oppgaven ikke undersøkt nærmere hva denne forskjellen skyldes. Det kan imidlertid bidra til å forklare avviket i tabell 9 og tabell 10. Det ses også av figur 47b at standardavviket i Z-retning ikke bare reduseres mer av nedskalering, men det er også større variasjon fra serie til serie, sammenlignet med samme tidsrom for Y-retning.

Verdiene i tabell 8-10 er også beregnet for fjerdedelspunktet på brua, for å forsøke å forbedre resultatene i vertikalretningen. Dette ga imidlertid heller ikke gode resultater, og trenden var den samme, horisontalverdiene stemmer rimelig godt. På de fleste andre serier som er undersøkt er det mye lavere vindhastighet. Disse anses som mer usikre, ettersom lavere vind medfører lavere forskyvninger, noe som forverrer forholdet mellom signal og støy. Dette medfører at avvikene forverres sammenlignet med denne utvalgte serien. Forholdet mellom standardavvikene $\sigma_u : \sigma_w$ holdes temmelig konstant, slik at når resultatet for vertikalretningen forbedres, forverres samtidig horisontalretningen.

Grunnen til at dataene fra 13. Mai 15:30 anses som sikrere er at det her er større vindhastighet. Det er mulig å få relativt lite avvik på vertikalretningen også, men

dette gjelder kun tidsserier med 1-2 m/s vindhastighet. Resultatet for de beregnede forskyvningene i vertikalretningen kan forbedres noe med å inkludere S_{uw} , da denne bidrar positivt til utslaget. Det er i denne oppgaven ikke foretatt noen grundig analyse av dette, men noen grove overslagsberegninger viser at denne kan påvirke resultatet.

6 Konklusjon

En stor del av oppgaven har vært behandling av data fra akselerometre montert på brukonstruksjonen. Disse akselerasjonene er overført til frekvensdomenet, og tilhørende spektraltettheter er beregnet. Ved hjelp av disse er egenfrekvensene og tilhørende svingemoder for brua identifisert. De første 14 egenmodene som er funnet anses som sikre, da det er brukt mye tid på å optimalisere og forbedre resultatene som førte til disse. Resultatene ble forbedret av å lese inn så lange tidsserier som mulig, og deretter nedskalere og støyreduere disse slik at det ble fjernet så mye uønsket, høyfrekvent støy som mulig. Alle de 14 egenfrekvensene ligger under 1 Hz, og dermed er digitaliseringsfrekvensen på 200 Hz mye mye høyere enn nødvendig for systemidentifikasjonen. Verdiene ble derfor nedskalert til 4 Hz.

Når egenfrekvensene er kjent, er man også avhengig av å bestemme vindlasten for å fastsette den dynamiske responsen. Måledata fra anemometeret på brua er også analysert og turbulenskomponentenes autospektre er beregnet som første steg i beregningen av dynamisk respons. Det beregnede vindspekteret er avhengig av hvilken vindsituasjon som er i den aktuelle tidsserien. Det er derfor stor usikkerhet knyttet til disse verdiene, og for å danne et tydeligere bilde er man avhengige av data fra flere ulike vindsituasjoner. Det er her valgt ut en vindserie som er ansett som representativ for en typisk vindsituasjon, men tilgang på flere varierte tidsserier vil kunne gi et mer definitivt bilde av hvilke lastsituasjoner man kan forvente. Videre i beregningen av vindlast, er det benyttet luftmotstandskoeffisienter hentet fra vindtunnelmålinger utført på modell av Hardangerbrua som har et likt brukassetverrsnitt. Modeformene hentet ut fra Abaqus er så benyttet for å beregne spektraltettheten til forskyvningene som følge av vindlasten. Disse modeformene avviker litt fra modeformene som kommer fra akselerasjonsanalysen ved at modene fra Abaqus ikke gjengir asymmetrien som finnes i modene fra Matlab.

Ettersom standardavviket for akselerasjonen $\sigma_{\ddot{x}}$ er kjent, kan validiteten til den beregnede dynamiske responsen vurderes i henhold til likningen $\sigma_{\ddot{x}} = \int_0^\infty \omega^4 \cdot S_r(\omega) d\omega$. Her ble det funnet at resultatene for horisontalretningen stemmer godt overens. Dette var derimot ikke tilfellet for vertikalretningen. Det beregnede forskyvningspekteret angir vesentlig mindre forskyvning enn de målte dataene tilsier. Rotasjonen bestemmes også ut ifra måledata i vertikalretningen, og den samme tendensen finnes her ved at predikert forskyvning er mindre enn målt. Måledataene i vertikalretningen påvirkes i mye større grad av nedskalering, og er dermed mer sårbare for valg som gjøres her. Dette tyder også på at akselerasjonsdataene for vertikalretningen er mer usikre. Når nedskaleringen fjerner en større andel av det totale, betyr det at signalet inneholder en større andel støy, og det er dermed mindre pålitelig. Det er også utført noen overflatiske analyser av hva endringer i stivheten til A-rammene har å si for forskyvningene, men det trengs grundigere analyse for å konkludere sikkert.

7 Videre arbeid

De tidsseriene som har vært tilgjengelige for bearbeiding i denne oppgaven har dekket et relativt begrenset utvalg av vindsituasjoner. For å kunne forbedre modellen trengs måledata hentet inn når vinden både er sterk over en lengre periode, samt at den kommer fra en vinkel som er gunstig for analysens del. De nåværende måldataene overstiger aldri 12 m/s, samt at når vinden står vinkelrett på brua passerer den ikke 6 m/s. En god løsning ville vært å registrere data kun når vindhastigheten passerer en gitt grense. I denne oppgaven er det heller ikke foretatt noen vurderinger av terrenget i området rundt brua, og hva dette medfører for vindlastens karakter. Det er heller ikke tatt noe hensyn til trafikklast i analysen, noe som kan være med å øke avviket mellom de simulerte og de målte verdiene av forskyvninger.

Luftmotstandskoeffisientene som er benyttet er hentet fra vindtunnelforsøk på Hardangerbrua. Selv om brukassen har tilsvarende form er brukassen på Gjemnessundbrua både flatere og smalere, noe som kan føre til avvik. Her er det også gjort en grov antagelse for verdien av ${}^{x^f}L_u$ til å være høyden av brua. En grundigere beregning av denne verdien kan forbedre resultatene noe. Det samme gjelder verdien av S_{uw} som er antatt som liten, og dermed er bestemt til å være null. Det er funnet at S_{uw} gir noe bidrag, men dette er ikke kvantifisert, dermed kan det ikke sies sikkert at det er riktig å anta null bidrag.

I Abaqusmodellen er det foretatt flere forenklinger, samt at det er gjort antagelser som kan være feilaktige. Tverrsnittet på A-rammene som fester brubanen til tårnene er kort omtalt i denne oppgaven, men for å forbedre samsvaret mellom modellen og målte verdier bør denne modellen verifiseres og enkelte ting rettes opp i. Med en god Abaqusmodell vil det også være aktuelt å påføre denne en vindlast for å analysere responsen dette gir på modellen, og sammenligne med den målte responsen.

Referanser

- [1] Karianne Bruun, *Dynamisk respons av gjemnessundbrua*, NTNU, 2012.
 - [2] S. O. Hansen C. Dyrbye, *Wind loads on structures*, Wiley, 1997.
 - [3] Anil K. Chopra, *Dynamics of structures third edition*, Prentice Hall, 2007.
 - [4] Vinay K. Ingle Dimitris G. Manolakis, *Applied digital signal processing*, Cambridge University Press, 2011.
 - [5] G. M. L. Gladwell, *Dynamical inverse problems theory and application*, Springer, 2011.
 - [6] J. Humar, *Dynamics of structures second edition*, Taylor and Francis, 2005.
 - [7] Zhi-fang Fu Jimin Fu, *Modal analysis*, Butterworth-Heinemann, 2001.
 - [8] Erwin Kreyszig, *Advanced engineering mathematics*, Wiley, 2006.
 - [9] S. Lagomarsino, *Forecast models for damping and vibration of buildings*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics **48** (1993), 221–239.
 - [10] Gill Instruments limited, *Windmaster pro ultrasonic anemometer user manual*, <http://www.gillinstruments.com/data/manuals/WindMaster-and-Windmaster-Pro-Manual.pdf>, 7. Juni 2011.
 - [11] MathWorks, *Signal processing toolbox cpsd*, <http://www.mathworks.se/help/signal/ref/cpsd.html>, 2013.
 - [12] MathWorks, *Signal processing toolbox hann window*, <http://www.mathworks.se/help/signal/ref/hann.html>, 2013.
 - [13] B. M. Kolberg O. K. Mork og K. D. Solheim, *Dynamisk respons av gjemnessundbrua*, NTNU, 2013.
 - [14] F. Vestroni og A. Pau, *Dynamic characterization and damage identification*, Springer, 2011.
 - [15] A. Dalen og T. M. Lystad, *Instrumentering av bergsøysundbrua og gjemnessundbrua*, Master's thesis, NTNU, 2013.
 - [16] Anders Rønquist, *Pedestrian induced lateral vibrations of slender footbridges*, NTNU, 2005.
 - [17] Einar N. Strømmen, *Theory of bridge aerodynamics*, Springer, 2010.
 - [18] Einar N. Strømmen, *Structural dynamics*, Springer, 2012.
-

A Matlabkode

Her vil noen relevante Matlabskript legges ved. Generelt kjøres filen "masterfil.m" kronologisk, ved at data først importeres, så reduseres digitaliseringsfrekvensen og støy fjernes, deretter beregnes spekter for både akselerasjon og vind. Til slutt beregnes integralet over spekteret og sammenlignes med standardavviket for tidsseriene.

Det som ikke er vedlagt her er programmet laget av veileder Ole Andre Øiseth. Dette har ut ifra vindspekteret og modeformene fra Abaqus beregnet forskyvningspekteret til brua. Dette er filen "Main21.mat" som leses inn i enkelte av scriptene.

A.1 masterfil.m

```
1
2 test=input('sikker paa at du vil kjoere hele scriptet?')
3
4 %%
5 clc
6 close all
7 clear all
8 tic
9 rehash
10 %% sjekker hvilken PC det kjoeres paa
11 [~, name] = system('hostname');
12 name=cell2mat(cellstr(name));
13
14 if name(1) == 'j'
15     cd('D:\Dropbox\master\matlab\mastrermappe')
16 else
17     cd('C:\Users\janhavno\Dropbox\master\matlab\
18         mastrermappe')
19 end
20 %% Paralell processing
21 %
22 % Ncpus=3;
23 % if ne(matlabpool('size'),0)
24 %     matlabpool('close');
25 % end
26 % if ne(Ncpus,1)
27 %     matlabpool('open', Ncpus)
28 % end
29 %% innhenting av data og grunnleggende behandling
30 %
```

```
31 % importere data
32 for teller=1
33
34     ts=[];
35     Wind_polar_raw=[];
36     slutt=inf;
37     while teller < slutt+1
38         tic
39
40         [ts_temp, n_node, vind_temp, slutt] = AutoImport(
41             teller);
42
43         slutt=1;
44         disp(['filnummer: ' num2str(teller)])
45         ts_temp=detrend(ts_temp);
46         ts = [ts; ts_temp];
47         clear ts_temp
48         %vind_temp=detrend(vind_temp);
49         Wind_polar_raw = [Wind_polar_raw; vind_temp];
50         clear vind_temp
51         teller = teller + 1;
52
53         toc
54     end
55
56     Wind_polar_raw(:,4)=[];
57     %
58     ts(:,1)=-ts(:,1);
59     ts(:,4)=-ts(:,4);
60     ts(not(isfinite(ts(:)))) = 0;
61     ts=9.81*ts;
62     %
63     windCalc
64     vindintegral
65 end
66 %% beregning av vindstandardavvik
67 %
68 % importere data
69 standardavvik_vind=[]
70 teller = 1;
71 %teller = 1 + 12*4;
72 ts=[];
73 Wind_polar_raw=[];
74 slutt=inf;
```

```
75 while teller < slutt+1
76     tic
77     ts=[];
78     Wind_polar_raw=[];
79     if name(1) == 'j'
80         [ts_temp, n_node, vind_temp, slutt] = AutoImport(
            teller);
81     else
82         [ts_temp, n_node, vind_temp, slutt] = AutoImport2(
            teller);
83     end
84
85     slutt=107;
86     disp(['filnummer: ' num2str(teller)])
87     ts_temp=detrend(ts_temp);
88     ts = [ts; ts_temp];
89     clear ts_temp
90     %%vind_temp=detrend(vind_temp);
91     Wind_polar_raw = [Wind_polar_raw; vind_temp];
92     clear vind_temp
93
94
95     toc
96
97     Wind_polar_raw(:,4) = [];
98
99     [tsdown, downsample, Fs] = downSample(ts, n_node);
100
101     standardavvik_akselerometer(teller,:)=[std(ts(:,22))
        std(ts(:,24)) std(tsdown(:,22)) std(tsdown(:,24))
        std(ts(:,12))]
102     clearvars -except standardavvik_akselerometer teller
        slutt name
103     teller=teller+1;
104 end
105
106
107 %%
108 teller=1;
109 slutt=inf;
110 navnmatrise=[];
111 counter=1;
112 while teller < slutt+1
113     tic
114
```

```
115
116     [vind, slutt, navnmatrise, counter] = ImportWind(teller
            , navnmatrise, counter);
117
118     %slutt=1;
119     disp(['filnummer: ' num2str(teller)])
120     clear vind
121     teller = teller + 10;
122
123     toc
124 end
125
126
127
128
129
130
131 %%
132 vind=[];
133 WindImport;
134 %Wind_polar_raw(:,4)=[];
135 %Fs=20;
136 %[Nwindow, SS_wind, freq_wind] = WindSpectrum(vind.',Fs);
137
138 %%
139 % Plot vinddata
140 %plotvind(vind)
141 %plotvind(Wind_polar_raw)
142 close all
143 plotvind(Wind_cartesian)
144 %%
145 tic
146 windCalc
147 toc
148 %%
149 plotWindSpectrum(SS_wind, freq_wind, vind)
150 %xlim([0 0.07])
151 xlim([10^-2 3*10^2])
152 %%
153 %A=6.8;
154 strommenAutospekter
155
156
157
158 %%
```

```

159 [tsdown, downsample, Fs] = downSample(ts, n_node);
160 %%
161 % Filtrerer bort høye frekvenser
162 ts=lowpass(ts, Fs);
163 %tsdown2=highpass(tsdown, Fs);
164 %tsdown=tsdown2;
165 %%
166 clear ts
167 clear tsdown2
168 clear ts_temp
169 clear vind_pol
170 clear vind_pol_turb
171 clear vind_temp
172 clear vind_pol_rot
173 clear vind_cart
174 %
175 % Angi egenfrekvenser som er aktuelle
176 %%
177 % Fra matlab:
178 nodenummer=1;
179
180 clear egenfrekvenser
181 clear egenfrekvenser_abaqus
182
183 egenfrekvenser(:,1) = [0.0910; 0.1716; 0.2204; 0.2616;
    0.2980; 0.3836; 0.4296; ...
184     0.4420; 0.5170; 0.5282; 0.5384; 0.5812; 0.6492; 0.691;
    ...
185     1.09];%; 1.33; 1.59; 1.85];
186
187 % Egenfrekvenser fra abaqus som kommer fra gjemnesundbrua:
188 egenfrekvenser_abaqus(:,1) = [0.097952; 0.17338; 0.20195;
    0.27393; 0.28614; 0.38878;...
189     0.41885; 0.43434; 0.44408; 0.44853; 0.53589; 0.53986;
    0.55823; 0.56421; 0.56971;...
190     0.57151; 0.60734; 0.65876; 0.66961; 0.69385];
191
192 egenfrekvenser_abaqus(:,2) = [60; 30; 30; 60; 30; 30;...
193     50000; 120; 30000; 240; 240; 30; 120; 60000; 1000;...
194     1000; 240; 60; 50000; 7];
195
196 %Modal damping fra Abaqus:
197 C=[6.78087E-04; 6.51766E-04;6.60939E-04; 7.08382E-04;
    6.53008E-04; 6.54904E-04; ...
198     2.07468E-04; 2.68919E-04; 2.06373E-04; 2.48095E-04;

```

```
      8.12488E-05; 6.53396E-04;...
199      4.85183E-04; 1.71424E-09; 3.62000E-06; 4.01574E-07;
      9.25772E-05; 1.17775E-04;...
200      2.07857E-04; 6.11868E-04];
201
202 % noder som utgangspunkt for modeplot
203 egenfrekvenser(:,2) = [25; 9; 3; 1; 9; 9; 9; 19; 9; 9; 7;
      7; 21; 1; 9];
204
205
206 %%
207 % beregner krysspekter
208 tic
209 c = clock;
210 disp(['Startet kl ' num2str(c(4)) ':' num2str(c(5))])
211 [Nwindow, SS, freq] = crossSpectrum(downsample, ttdown);
212
213 %lyd()
214 toc
215 %%
216 % plot autospekter og tidsserie
217
218 plotAutoSpekter(SS, n_node, freq, egenfrekvenser)
219
220
221 %%
222 % plot tidsserier
223 plotTimeseries(ttdown, n_node)
224
225
226
227 %%
228 % Finn dempingsverdi
229
230 egenfrekvens=egenfrekvenser(2);
231 [demping nodenummer] = finnTopp(SS, freq, n_node, egenfrekvens
      );
232 utslag = displacementPlot(utslag_korr, topp1, SS, freq,
      demping, nodenummer);
233
234
235 %%
236 % verdier for mode-plot
237
238 % while 1
```

```
239 %
240 %
241 [toppl, fasevinkel, utslag_korr, entry] = finnFasevinkel(SS
    , freq, n_node, egenfrekvens);
242 %
243 [demping nodenummer, topp_eks] = finnTopp(SS, freq, n_node,
    egenfrekvens);
244 %
245 % end
246 %
247 %%
248 %
249 %
250 load D:\masterdata\tmp.mat
251 %%
252 clear nye_egenfrekvenser
253 for i=1:length(egenfrekvenser)
254
255     egenfrekvens=egenfrekvenser(i);
256     [demping nodenummer, topp_eks] = finnTopp(SS, freq,
        n_node, egenfrekvens);
257     nye_egenfrekvenser(i,:)=[topp_eks nodenummer demping
        *100];
258
259 end
260 egenfrekvenser=nye_egenfrekvenser;
261
262 %%
263
264 %%
265 skaleringsfaktor=30;
266 PlotResultsVind
267 %PlotResults
268
269
270
271
272 %%
273 % Generere alle figurene
274
275 %
276 % Fjern titler osv da disse ikke er sikre.
277 %
278
279 %for modenummer2=1:length(egenfrekvenser)
```

```
280 for modenummer=1:20
281
282     PlotResults
283
284     view(0,0)
285     saveas(gcf,['mode_' num2str(modenummer) '_side_abaqus.'
286             'png'], 'png')
287     view(0,90)
288     saveas(gcf,['mode_' num2str(modenummer) '_over_abaqus.'
289             'png'], 'png')
290
291     close all
292 end
293 %%
294
295
296
297
298 %% Plot animasjon
299
300 for modenummer2=1:1
301
302     displacementPlotAnim3
303     modenummer=modenummer2;
304     displacementPlotAnim3_2
305
306
307 end
```

A.2 AutoImport.m

```
1 function [ts, n_node, vind, slutt] = AutoImport(teller)
2
3
4 n_node = 14;
5
6 %% Initialize variables.
7 tic
8
9
10 mappe = 'K:\utvalgte\best\';
11
12
```

```

13 liste_over_filer = dir(mappe);
14 slutt = size(liste_over_filer,1)-2;
15
16 for i=1:2
17 nummer=teller+2;
18 filnavn = liste_over_filer(nummer).name
19 filename = [mappe filnavn];
20
21 if filnavn(1)=='.'
22     nummer=nummer+1;
23 end
24
25
26
27
28 delimiter = ',';
29
30 % For more information, see the TEXTSCAN documentation.
31 formatSpec = '%s%s%s%f%s%f%f%f%f%f%f%s%f%f%f%f%f%f%
    s%f%f%f%f%f%f%s%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%
    f%f%s%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%
    f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%f%
    s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%
    s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%s%
    s%[\n\r]';
32
33 %% Open the text file.
34 fileID = fopen(filename, 'r');
35
36 %% Read columns of data according to format string.
37 % This call is based on the structure of the file used to
    generate this
38 % code. If an error occurs for a different file, try
    regenerating the code
39 % from the Import Tool.
40 dataArray = textscan(fileID, formatSpec, 'Delimiter',
    delimiter, 'EmptyValue', NaN, 'ReturnOnError', false);
41
42 %% Close the text file.
43 fclose(fileID);
44
45 %% Allocate imported array to column variable names
46 VarName1 = dataArray{:, 1};
47 VarName2 = dataArray{:, 2};
48 L = dataArray{:, 3};
49 VarName4 = dataArray{:, 4};

```

```
50 active = dataArray{:, 5};
51 VarName6 = dataArray{:, 6};
52 VarName7 = dataArray{:, 7};
53 VarName8 = dataArray{:, 8};
54 VarName9 = dataArray{:, 9};
55 VarName10 = dataArray{:, 10};
56 active1 = dataArray{:, 11};
57 VarName12 = dataArray{:, 12};
58 VarName13 = dataArray{:, 13};
59 VarName14 = dataArray{:, 14};
60 VarName15 = dataArray{:, 15};
61 VarName16 = dataArray{:, 16};
62 active2 = dataArray{:, 17};
63 VarName18 = dataArray{:, 18};
64 VarName19 = dataArray{:, 19};
65 VarName20 = dataArray{:, 20};
66 VarName21 = dataArray{:, 21};
67 VarName22 = dataArray{:, 22};
68 active3 = dataArray{:, 23};
69 VarName24 = dataArray{:, 24};
70 VarName25 = dataArray{:, 25};
71 VarName26 = dataArray{:, 26};
72 VarName27 = dataArray{:, 27};
73 VarName28 = dataArray{:, 28};
74 active4 = dataArray{:, 29};
75 VarName30 = dataArray{:, 30};
76 VarName31 = dataArray{:, 31};
77 VarName32 = dataArray{:, 32};
78 VarName33 = dataArray{:, 33};
79 VarName34 = dataArray{:, 34};
80 active5 = dataArray{:, 35};
81 VarName36 = dataArray{:, 36};
82 VarName37 = dataArray{:, 37};
83 VarName38 = dataArray{:, 38};
84 VarName39 = dataArray{:, 39};
85 VarName40 = dataArray{:, 40};
86 active6 = dataArray{:, 41};
87 VarName42 = dataArray{:, 42};
88 VarName43 = dataArray{:, 43};
89 VarName44 = dataArray{:, 44};
90 VarName45 = dataArray{:, 45};
91 VarName46 = dataArray{:, 46};
92 active7 = dataArray{:, 47};
93 VarName48 = dataArray{:, 48};
94 VarName49 = dataArray{:, 49};
```

```
95 VarName50 = dataArray {:, 50};
96 VarName51 = dataArray {:, 51};
97 VarName52 = dataArray {:, 52};
98 active8 = dataArray {:, 53};
99 VarName54 = dataArray {:, 54};
100 VarName55 = dataArray {:, 55};
101 VarName56 = dataArray {:, 56};
102 VarName57 = dataArray {:, 57};
103 VarName58 = dataArray {:, 58};
104 active9 = dataArray {:, 59};
105 VarName60 = dataArray {:, 60};
106 VarName61 = dataArray {:, 61};
107 VarName62 = dataArray {:, 62};
108 VarName63 = dataArray {:, 63};
109 VarName64 = dataArray {:, 64};
110 active10 = dataArray {:, 65};
111 VarName66 = dataArray {:, 66};
112 VarName67 = dataArray {:, 67};
113 VarName68 = dataArray {:, 68};
114 VarName69 = dataArray {:, 69};
115 VarName70 = dataArray {:, 70};
116 active11 = dataArray {:, 71};
117 VarName72 = dataArray {:, 72};
118 VarName73 = dataArray {:, 73};
119 VarName74 = dataArray {:, 74};
120 VarName75 = dataArray {:, 75};
121 VarName76 = dataArray {:, 76};
122 active12 = dataArray {:, 77};
123 VarName78 = dataArray {:, 78};
124 VarName79 = dataArray {:, 79};
125 VarName80 = dataArray {:, 80};
126 VarName81 = dataArray {:, 81};
127 VarName82 = dataArray {:, 82};
128 active13 = dataArray {:, 83};
129 VarName84 = dataArray {:, 84};
130 VarName85 = dataArray {:, 85};
131 VarName86 = dataArray {:, 86};
132 VarName87 = dataArray {:, 87};
133 VarName88 = dataArray {:, 88};
134 active14 = dataArray {:, 89};
135 VarName90 = dataArray {:, 90};
136 VarName91 = dataArray {:, 91};
137 VarName92 = dataArray {:, 92};
138 VarName93 = dataArray {:, 93};
139 VarName94 = dataArray {:, 94};
```

```
140 VarName95 = dataArray{:, 95};
141 inactive = dataArray{:, 96};
142 VarName97 = dataArray{:, 97};
143 VarName98 = dataArray{:, 98};
144 inactive1 = dataArray{:, 99};
145 VarName100 = dataArray{:, 100};
146 VarName101 = dataArray{:, 101};
147 inactive2 = dataArray{:, 102};
148 VarName103 = dataArray{:, 103};
149 VarName104 = dataArray{:, 104};
150 inactive3 = dataArray{:, 105};
151 VarName106 = dataArray{:, 106};
152 VarName107 = dataArray{:, 107};
153 inactive4 = dataArray{:, 108};
154 VarName109 = dataArray{:, 109};
155 VarName110 = dataArray{:, 110};
156 inactive5 = dataArray{:, 111};
157 VarName112 = dataArray{:, 112};
158 VarName113 = dataArray{:, 113};
159 inactive6 = dataArray{:, 114};
160 VarName115 = dataArray{:, 115};
161 VarName116 = dataArray{:, 116};
162 inactive7 = dataArray{:, 117};
163 VarName118 = dataArray{:, 118};
164 VarName119 = dataArray{:, 119};
165 inactive8 = dataArray{:, 120};
166 VarName121 = dataArray{:, 121};
167 VarName122 = dataArray{:, 122};
168 inactive9 = dataArray{:, 123};
169 VarName124 = dataArray{:, 124};
170 VarName125 = dataArray{:, 125};
171 inactive10 = dataArray{:, 126};
172 VarName127 = dataArray{:, 127};
173 VarName128 = dataArray{:, 128};
174 inactive11 = dataArray{:, 129};
175 VarName130 = dataArray{:, 130};
176 VarName131 = dataArray{:, 131};
177 inactive12 = dataArray{:, 132};
178 VarName133 = dataArray{:, 133};
179 VarName134 = dataArray{:, 134};
180 inactive13 = dataArray{:, 135};
181 VarName136 = dataArray{:, 136};
182 VarName137 = dataArray{:, 137};
183 inactive14 = dataArray{:, 138};
184 VarName139 = dataArray{:, 139};
```

```

185 VarName140 = dataArray {:, 140};
186 inactive15 = dataArray {:, 141};
187 VarName142 = dataArray {:, 142};
188 VarName143 = dataArray {:, 143};
189 inactive16 = dataArray {:, 144};
190 VarName145 = dataArray {:, 145};
191
192 %% Clear temporary variables
193 clearvars filename delimiter formatSpec fileID dataArray
    ans;
194
195
196 ts=[VarName7 VarName8 VarName9 VarName13 VarName14
    VarName15 VarName19 VarName20 VarName21 VarName25
    VarName26 VarName27 VarName31 VarName32 VarName33
    VarName37 VarName38 VarName39 VarName43 VarName44
    VarName45 VarName49 VarName50 VarName51 VarName55
    VarName56 VarName57 VarName61 VarName62 VarName63
    VarName67 VarName68 VarName69 VarName73 VarName74
    VarName75 VarName79 VarName80 VarName81 VarName85
    VarName86 VarName87];
197
198 vind = [VarName91 VarName92 VarName93 VarName94];
199 vind( all( vind==0,2) ,:) = [];
200
201 end

```

A.3 *lowpass.m*

```

1 function [tsdown2] = lowpass(tsdown,Fs)
2
3 flowpass=20;
4 [~, n_series]=size(tsdown);
5
6
7 tsdown2=zeros(size(tsdown,1),size(tsdown,2));
8
9
10 for i=1:n_series
11     fnormalized=2*flowpass/Fs;
12     [b,a] = butter(10,fnormalized,'low'); %order 10
        butterworth filter
13     data_filtered=filtfilt(b,a,tsdown(:,i));
14     tsdown2(:,i)=data_filtered;
15 end

```

16 end

A.4 downSample.m

```

1
2
3 function [tsdown, downsample, Fs] = downSample(ts, n_node)
4
5 ts=lowpass(ts,200);
6
7 downsample=50;
8
9 Fs=200/downsample;
10
11
12
13 for n=1:size(ts,1)/downsample
14     tmp= ts(downsample*n-(downsample-1):downsample*n,:);
15     tsdown(n,:) = mean(tmp);
16 end

```

A.5 crossSpectrum.m

```

1
2 function [Nwindow, SS, freq] = crossSpectrum(downsample,
        tsdown)
3
4     Fs=200/downsample;
5
6     %% Calculate co-spectra with cpsd
7     Nwelch=100;
8     noverlap=1000;
9
10    N=length(tsdown);
11    tid1=tic;
12    Nwindow=round(N/Nwelch);
13    teller=1;
14    for n=1:size(tsdown,2)
15        for m=1:size(tsdown,2)
16
17            [SS(n,m,:), freq]=cpsd(tsdown(:,n)',tsdown(:,m)',
                hanning(Nwindow),[],noverlap,Fs,'onesided');
18            if n==1 || m==42;
19                disp(['ferdig med spekter ' num2str(teller) ' av
                    totalt 1764 ' num2str(floor(100*teller/1764))

```

```

        , %'])
20     end
21     teller=teller+1;
22     if m==42 && n==1
23         tid2=tic;
24         brukt=round((tid2-tid1)/1000000);
25         beregnet=14*brukt;
26         minutter=beregnet/60;
27         disp(['Beregnet tid brukt: ' num2str(beregnet)
28             ' sekunder = ' num2str(minutter) ' min'])
29     end
30 end

```

A.6 windCalc.m

```

1  close all
2
3  %% begrenser til 10 minutter
4  if length(Wind_polar_raw)>120001
5      ts=ts(1:120000,:);
6      Wind_polar_raw=Wind_polar_raw(1:120000,:);
7  end
8
9
10 %% Remove false values
11 downsamlingsverdi=20;
12
13
14 clear Wind_polar
15 t_raw=(0:size(Wind_polar_raw,1)-1)*1/200;
16 Wind_polar=zeros(size(Wind_polar_raw,1)/downsamlingsverdi
17     ,3);
18 t=zeros(size(Wind_polar_raw,1)/downsamlingsverdi,1);
19 for n=1:size(Wind_polar_raw,1)/downsamlingsverdi
20     tmp=Wind_polar_raw(downsamlingsverdi*n-(
21         downsamlingsverdi-1):downsamlingsverdi*n,:);
22     Wind_polar(n,:)=mean(tmp(tmp(:,1)<500,:),1);
23     t(n,1)=mean(t_raw(downsamlingsverdi*n-(
24         downsamlingsverdi-1):downsamlingsverdi*n));
25     if isnan(Wind_polar(n,:))
26         Wind_polar(n,:)=Wind_polar(n-1,:);
27         disp(['Missing values n= ' num2str(n) ' t='
28             num2str(round(t(n,1)))]])
29     end

```

```
26 end
27
28 %% Select data range
29 %disp('Select data range')
30 %[xo yo]=ginput(2);
31 xo=[1 length(Wind_polar)]';
32 yo=[-10 10]';
33 Wind_polar=Wind_polar(t>xo(1,1) & t<xo(2,1),:);
34 t=t(t>xo(1,1) & t<xo(2,1));
35 %% Plot selected data
36 t=t-t(1,1);
37 %figure
38 subplot(3,1,1)
39 plot(t, Wind_polar(:,1))
40 ylim([0 360])
41
42 subplot(3,1,2)
43 plot(t, Wind_polar(:,2))
44 ylim([0 40])
45
46 subplot(3,1,3)
47 plot(t, Wind_polar(:,3))
48 ylim([-10 10])
49 %% Transform to cartesian coordinate system
50 mean_dir=mean(Wind_polar(:,1));
51 phi=(Wind_polar(:,1)-mean_dir)*2*pi/360;
52 Wind_cartesian=zeros(size(phi,1),3);
53 Wind_cartesian(:,1)=Wind_polar(:,2).*cos(phi);
54 Wind_cartesian(:,2)=Wind_polar(:,2).*sin(phi);
55 Wind_cartesian(:,3)=Wind_polar(:,3);
56
57 for i=1:3
58 Wind_cartesian(:,i)=Wind_cartesian(:,i)-mean(Wind_cartesian
    (:,i));
59 end
60
61
62 t=t-t(1,1);
63 figure
64 subplot(3,1,1)
65 plot(t, Wind_cartesian(:,1))
66 ylim([0 20])
67
68 subplot(3,1,2)
69 plot(t, Wind_cartesian(:,2))
```

```

70 ylim([-10 10])
71
72 subplot(3,1,3)
73 plot(t, Wind_cartesian(:,3))
74 ylim([-10 10])
75
76
77
78
79 %% Plot time series and fitted normal distribution
80 V=mean(Wind_cartesian(:,1));
81 Iu=std(Wind_cartesian(:,1))/V;
82 Iv=std(Wind_cartesian(:,2))/V;
83 Iw=std(Wind_cartesian(:,3))/V;
84 figure
85 subplot(3,2,1)
86 plot(t, Wind_cartesian(:,1))
87 ylim([0 30])
88 title(['Mean Wind V=' num2str(1/10*round(V*10)) ' I-u='
      num2str(1/100*round(Iu*100))])
89 subplot(3,2,3)
90 plot(t, Wind_cartesian(:,2))
91 ylim([-10 10])
92 title(['I_v=' num2str(1/100*round(Iv*100))])
93 subplot(3,2,5)
94 plot(t, Wind_cartesian(:,3))
95 ylim([-10 10])
96 title(['I_w=' num2str(1/100*round(Iw*100))])
97 subplot(3,2,2)
98 histfit(Wind_cartesian(:,1))
99 %title(['Fil: ' filnavn])
100 subplot(3,2,4)
101 histfit(Wind_cartesian(:,2))
102 subplot(3,2,6)
103 histfit(Wind_cartesian(:,3))
104 %% Estimate spectra using FFT
105 titler=['u - fft'; 'v - fft'; 'w - fft'; 'u - psd'; 'v -
      psd'; 'w - psd'; 'u - norm'; 'v - norm'; 'w - norm'];
106 %figure
107 Fs=1/(t(2)-t(1));
108 clear X
109 clear freq
110 clear Spectra
111 for n=1:3
112     [X(n,:), freq(n,:)] = positiveFFT(Wind_cartesian(:,n) .* Fs

```

```

    );
113 Spectra(n,:) = X(n,:) .* conj(X(n,:)) / (2 * pi * (freq(n,2) -
    freq(n,1)));
114 subplot(3,3,n)
115 loglog(2 * pi * freq, Spectra(n,:))
116 title(titler(n,:), 'FontSize', 14)
117 hold on
118 grid on
119 loglog(2 * pi * freq(1,:), 0.01 * (2 * pi * freq(1,:)) .^ (-5/3), 'k'
    )
120 end
121 % Estimate spectra using welch
122 N = size(Wind_cartesian, 1); %
    Number of elements in the vectors
123 Fs = 1 / (t(2) - t(1)); %
    Sampling frequency
124 nfft = 1 * N;
125 Hs = spectrum.welch('Hamming', N/10, 50);
126
127
128
129 %%
130 %close all
131 for j = 11%:1:15
132
133     An = [2; 9.4; 0.4];
134     Cn = [0.75 0.75 0.4];
135     eksponent = (7/6);
136
137
138     stdavvik = [1.6884; 1.3629; 0.5269];
139     clear Spectra_welch
140     for n = 1:2:3 * size(Wind_cartesian, 2)
141         h = psd(Hs, Wind_cartesian(:,n) - mean(Wind_cartesian(:,n)),
            'NFFT', nfft, 'Fs', Fs);
142         fakse = 2 * pi * h.Frequencies;
143         Spectra_welch(:,n) = 1 / (2 * pi) * h.Data;
144         subplot(3,3,n+3)
145         figure
146         loglog(2 * pi * h.Frequencies, Spectra_welch(:,n))
147         hold on
148         grid on
149         title(titler(n+3,:), 'FontSize', 14)
150         title(['integral: ' num2str(trapz(2 * pi * h.Frequencies,
            Spectra_welch(:,n))) ' varians: ' num2str(var(

```

```

        Wind_cartesian(:,n))]])
151     loglog(2*pi*freq(1,:),0.09*(2*pi*freq(1,:)).^(-5/4),'k'
        )
152     loglog(2*pi*freq(1,:),0.02*(2*pi*freq(1,:)).^(-5/3),'k'
        )
153
154     A=An(n);
155     C=Cn(n);
156     standardavvik=stdavvik(n);
157 end
158
159 end
160 %%
161 clear Spectra_welch
162 clear Spectra_norm
163 for n=1:size(Wind_cartesian,2)
164     h=psd(Hs, Wind_cartesian(:,n)-mean(Wind_cartesian(:,n)),
        'NFFT',nfft,'Fs',Fs);
165     fakse=2*pi*h.Frequencies;
166     Spectra_welch(:,n)=1/(2*pi)*h.Data;
167     subplot(3,3,n+6)
168     loglog(2*pi*h.Frequencies,Spectra_welch(:,n))
169     Spectra_norm(:,n)=Spectra_welch(:,n).*fakse;
170     semilogx(2*pi*h.Frequencies,Spectra_norm(:,n))
171     hold on
172     grid on
173     title(titler(n+6,:), 'FontSize', 14)
174     loglog(2*pi*freq(1,:),0.03*(2*pi*freq(1,:)).^(-5/3),'k'
        )
175     A=An(n);
176     C=Cn(n);
177     standardavvik=stdavvik(n);
178     strommenAutospekter
179     xlim([0.01 100])
180 end
181
182 titler2=['S-u-u'; 'S-u-w'; 'S-w-w'];
183
184
185 clear vind
186 for n=1:3
187     vind(:,n)=Wind_cartesian(:,n)-mean(Wind_cartesian(:,n));
188 end
189
190

```

```
191 An=[2; 9.4; 0.4];
192 Cn=[0.75 0.75 0.4];
193
194
195 n=1;
196 [h fre]=cpsd(vind(:,n),vind(:,n));
197 fakse=fre*2*pi;
198 a=subplot(3,1,n);
199 loglog(fre,h/(2*pi))
200 hold on
201 grid on
202 title(titler2(n,:), 'FontSize', 14)
203 A=An(n);
204 C=Cn(n);
205 standardavvik=stdavvik(n);
206 strommenAutospekter
207 xlim([0.01 10])
208 n=2;
209 [h fre]=cpsd(vind(:,n+1),vind(:,n-1));
210 fakse=fre*2*pi;
211 a=subplot(3,1,n);
212 loglog(fre,h/(2*pi))
213 hold on
214 grid on
215 title(titler2(n,:), 'FontSize', 14)
216 A=An(n);
217 C=Cn(n);
218 standardavvik=stdavvik(n);
219 strommenAutospekter
220 xlim([0.01 10])
221 n=3;
222 [h fre]=cpsd(vind(:,n),vind(:,n));
223 fakse=fre*2*pi;
224 a=subplot(3,1,n);
225 loglog(fre,h/(2*pi))
226 hold on
227 grid on
228 title(titler2(n,:), 'FontSize', 14)
229 A=An(n);
230 C=Cn(n);
231 standardavvik=stdavvik(n);
232 strommenAutospekter
233 xlim([0.01 10])
234
235 set(gcf, 'Position', [400, 100, 1449, 895])
```

```

236
237 figure
238 for n=1:size(Wind_cartesian,2)
239     h=psd(Hs, Wind_cartesian(:,n)-mean(Wind_cartesian(:,n)),
           'NFFT', nfft, 'Fs', Fs);
240     fakse=2*pi*h.Frequencies;
241     Spectra_welch(:,n)=1/(2*pi)*h.Data;
242     subplot(1,3,n)
243     Spectra_norm(:,n)=Spectra_welch(:,n).*fakse;
244     semilogx(2*pi*h.Frequencies, Spectra_norm(:,n))
245     hold on
246     grid on
247     title(titler(n,:), 'FontSize', 14)
248     A=An(n);
249     standardavvik=stdavvik(n);
250     strommenAutospekter
251     xlim([0.001 100])
252 end

```

A.7 spektertilpassing.m

```

1
2 tic
3 close all
4 avvik = inf;
5
6 n=1;
7 h=psd(Hs, Wind_cartesian(:,n)-mean(Wind_cartesian(:,n)), '
   NFFT', nfft, 'Fs', Fs);
8 fakse=2*pi*h.Frequencies;
9 Spectra_welch(:,n)=1/(2*pi)*h.Data;
10 stdavvik=[1.7114; 1.3814; 0.5573];
11 standardavvik=stdavvik(n);
12 nedre=1;
13 ovre=length(Spectra_welch)-50;
14
15 antall=50;
16 Ovregrense=20;
17 Nedregrense=0.5;
18
19
20 avvikmatrise=[];
21
22
23

```

```
24 for A=logspace(log10(Nedregrense),log10(Ovregrense),antall)
25     for C=logspace(log10(Nedregrense),log10(Ovregrense),
26         antall)
27         for eksponent=logspace(log10(Nedregrense),log10(
28             Ovregrense),antall)
29             strommenAutospekter
30             avvik_temp = sum(abs((Spectra_welch(nedre:ovre,
31                 n)-SS_norm(nedre:ovre)')));
32             if avvik_temp < avvik;
33                 avvik=avvik_temp;
34                 disp(['A=' num2str(i) ' C=' num2str(j) '
35                     k=' num2str(k) ' avvik=' num2str(
36                         avvik)])
37                 verdier=[A C eksponent];
38             end
39         end
40     end
41 end
42 %%
43 A=verdier(1);
44 C=verdier(2);
45 eksponent=verdier(3);
46 strommenAutospekter
47 %
48 avvik_temp = sum(abs((Spectra_welch(nedre:ovre,n)-SS_norm(
49     nedre:ovre)'))))
50 %avviksmatrise=[avviksmatrise; avvik];
51 % Verdier fra 13.05 - 15:30
52 A=2.08;
53 %A=0.15;
54 C=0.94;
55 %C=0.74;
56 eksponent=1.64;
57 %eksponent=1.51;
58 %
59 strommenAutospekter
60 disp(' ')
61 disp(' ')
62 disp(' ')
63 disp('endelige verdier: ')
64 disp(['A=' num2str(A) ' C=' num2str(C) ' eksponent=')
```

```

        num2str(eksponent) ])
63 disp(['avvik= ' num2str(avvik) '          antall verdier: '
        num2str(antall)])
64 disp(' ')
65 close all
66 figure
67 loglog(2*pi*h.Frequencies , Spectra_welch(:,n))
68 hold on
69 grid on
70
71
72 if n==1
73     SS_norm = C*((A*standardavvik^2*xfLu)./(V*(1+1.5*A*f*
        xfLu/V).^ (eksponent)));
74 end
75 if n==3
76     SS_norm = C*((A*standardavvik^2*xfLu)./(V*(1+1.5*A*f*
        xfLu/V).^ (eksponent)));
77 end
78 loglog(f, SS_norm, 'g', 'LineWidth', 1.5)
79 grid on
80 ylabel('S_u_u')
81 xlabel('Frekvens - Hz')
82 if n==1
83     title('S_u_u - spektraltetthet')
84 end
85 if n==3
86     title('S_w_w - spektraltetthet')
87 end
88
89 toc
90
91 trapz(f, SS_norm)
92 trapz(fakse, Spectra_welch(:,:))

```

A.8 integralscript.m

```

1 %%
2 clc
3 close all
4 clear all
5 tic
6 rehash
7
8 standardavvikmatrise=[]

```

```
9
10 ts=[];
11 Wind_polar_raw=[];
12 slutt=inf;
13
14 teller=1;
15
16 while teller < slutt+1
17     ts=[];
18     Wind_polar_raw=[];
19     tic
20     load standard.mat
21     [ts_temp, n_node, vind_temp, slutt] = AutoImport(teller
22     );
23     disp(['filnummer: ' num2str(teller)])
24     ts_temp=detrend(ts_temp);
25     ts = [ts; ts_temp];
26     clear ts_temp
27     Wind_polar_raw = [Wind_polar_raw; vind_temp];
28     clear vind_temp
29     teller = teller + 1;
30
31     toc
32
33     Wind_polar_raw(:,4)=[];
34     %
35     ts(:,1)=-ts(:,1);
36     ts(:,4)=-ts(:,4);
37     ts(not(isfinite(ts(:)))) = 0;
38     ts=9.81*ts;
39
40     windCalc
41
42     vindintegral
43
44     standard = standardavvikz(3,1);
45
46     standardavvikmatrise=[standardavvikmatrise; standard];
47
48     save('standard.mat','standardavvikmatrise')
49     clearvars -except teller slutt name
50
51 end
52
```

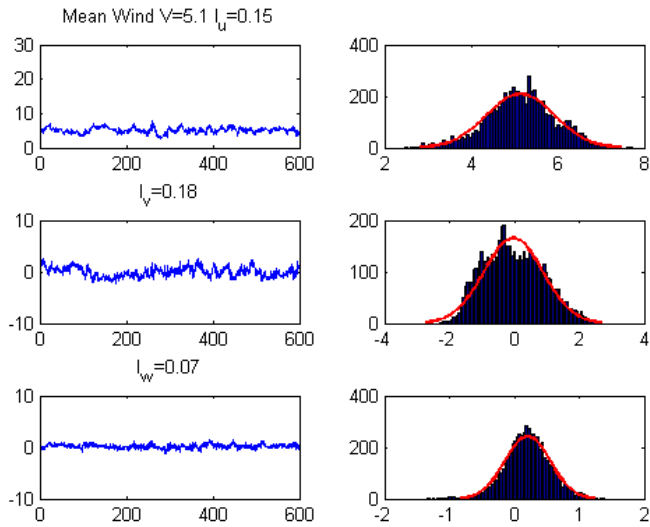
```
53
54
55
56 %%
57
58 windCalc
59
60
61 %%
62
63
64 vindintegral
```

A.9 *finnTopp.m*

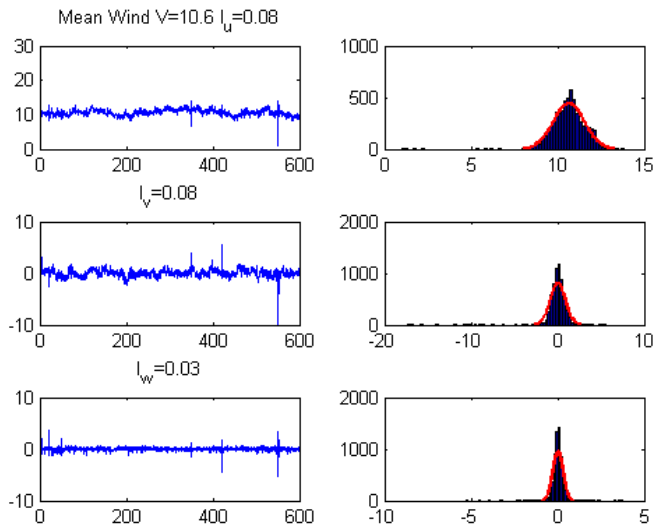
```
1 function [demping, nodenummer, topp_eks] = finnTopp(SS, freq
    , n_node, egenfrekvens)
2 respons = sqrt(SS);
3 topp1=egenfrekvens;
4 for i=1:2
5     indeks_topp1 = (floor(length(freq)/max(freq)*topp1));
6     maks_utslag=0;
7     nodenummer = 1;
8     for j = 1:3*n_node
9         SS_temp(j)=SS(j, j, indeks_topp1);
10    end
11    [maks_utslag nodenummer] = max(SS_temp);
12    H_sqr = respons(nodenummer, nodenummer, indeks_topp1)/
        sqrt(2);
13    test1=1;
14    test2=1;
15    temp_indeks = indeks_topp1;
16    temp_indeks2 = indeks_topp1;
17    wa=0;
18    wb=0;
19    while test1
20        avvik1 = respons(nodenummer, nodenummer, temp_indeks)
            -H_sqr;
21        if avvik1<0
22            test1=0;
23            wa=temp_indeks;
24        end
25        temp_indeks=temp_indeks+1;
26    end
27    while test2
```

```
28     avvik2 = respons(nodenummer, nodenummer, temp_indeks2
29     )-H_sqr;
30     if avvik2 < 0
31         test2 = 0;
32         wb = temp_indeks2;
33     end
34     temp_indeks2 = temp_indeks2 - 1;
35     end
36     maksverdi = 0;
37     for w_temp = wb:wa
38         maksverdi_temp = respons(nodenummer, nodenummer,
39         w_temp);
40         if maksverdi_temp > maksverdi
41             maksverdi = maksverdi_temp;
42             topp1 = freq(w_temp);
43         end
44     end
45     wn = topp1;
46     wa = freq(wa);
47     wb = freq(wb);
48     demping = (wa^2 - wb^2) / (4 * wn^2);
49     node_disp = ceil(nodenummer / 3);
50     disp(['Eksakt verdi paa toppen er: ', num2str(topp1)])
51     disp(['Dempingen paa toppen er: ', num2str(demping)])
52     disp(['stoerst utslag er paa node: ', num2str(node_disp)])
53     topp_eks = topp1;
54     end
```

B Alternative vindplot



Figur 48: 14. Mai - 02:20



Figur 49: 18. Juli - 11:30

C Oversikt over turbulensverdier

| Filnavn | I_u | I_v | I_w | V | retning |
|----------------------------------|--------|---------|---------|-------|---------|
| NTNU141M-2013-05-13_11-50-00.csv | 0.1993 | 0.1298 | 0.06401 | 5.395 | 105.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_12-00-00.csv | 0.2978 | 0.1752 | 0.1273 | 2.62 | 122.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_12-10-00.csv | 0.3503 | 0.3154 | 0.134 | 2.9 | 135.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_12-20-00.csv | 0.2474 | 0.4397 | 0.1821 | 3.196 | 110.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_12-30-00.csv | 0.3416 | 0.2003 | 0.1213 | 3.029 | 125.3 |
| NTNU141M-2013-05-13_12-40-00.csv | 0.2393 | 0.3317 | 0.1224 | 3.935 | 135.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_12-50-00.csv | 0.2078 | 0.1882 | 0.1017 | 5.258 | 151.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_13-00-00.csv | 0.1967 | 0.2228 | 0.1103 | 5.179 | 146.8 |
| NTNU141M-2013-05-13_13-10-00.csv | 0.134 | 0.1873 | 0.07176 | 5.178 | 129.8 |
| NTNU141M-2013-05-13_13-20-00.csv | 0.1802 | 0.1703 | 0.08198 | 3.994 | 133.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_13-30-00.csv | 0.1888 | 0.2074 | 0.1177 | 5.166 | 143.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_13-40-00.csv | 0.1495 | 0.1439 | 0.0891 | 6.159 | 148.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_13-50-00.csv | 0.1383 | 0.3545 | 0.09812 | 4.948 | 134.7 |
| NTNU141M-2013-05-13_14-00-00.csv | 0.2273 | 0.3127 | 0.1084 | 4.328 | 123.3 |
| NTNU141M-2013-05-13_14-10-00.csv | 0.117 | 0.08724 | 0.04679 | 7.132 | 115.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_14-20-00.csv | 0.1173 | 0.1672 | 0.04171 | 5.083 | 106.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_14-30-00.csv | 0.7778 | 0.7745 | 0.1904 | 3.219 | 118.1 |
| NTNU141M-2013-05-13_14-40-00.csv | 0.2261 | 0.1735 | 0.05534 | 10.68 | 214.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_14-50-00.csv | 0.1718 | 0.1353 | 0.04938 | 12.62 | 231.7 |
| NTNU141M-2013-05-13_15-00-00.csv | 0.1626 | 0.102 | 0.03756 | 12.19 | 237.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_15-10-00.csv | 0.1157 | 0.0908 | 0.04987 | 13.74 | 240.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_15-20-00.csv | 0.1082 | 0.08038 | 0.0318 | 13.83 | 237.0 |
| NTNU141M-2013-05-13_15-30-00.csv | 0.1419 | 0.1146 | 0.0443 | 11.89 | 240.1 |
| NTNU141M-2013-05-13_15-40-00.csv | 0.1532 | 0.1235 | 0.0511 | 12.56 | 235.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_15-50-00.csv | 0.1029 | 0.1065 | 0.03094 | 13.16 | 230.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_16-00-00.csv | 0.1095 | 0.08698 | 0.03388 | 13.28 | 228.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_16-10-00.csv | 0.1144 | 0.09713 | 0.04134 | 12.66 | 230.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_16-20-00.csv | 0.117 | 0.08709 | 0.03234 | 11.91 | 229.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_16-30-00.csv | 0.1067 | 0.09749 | 0.03345 | 12.6 | 228.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_16-40-00.csv | 0.1656 | 0.1055 | 0.05362 | 11.34 | 228.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_16-50-00.csv | 0.1117 | 0.1146 | 0.04147 | 11.39 | 229.8 |
| NTNU141M-2013-05-13_17-00-00.csv | 0.1251 | 0.09874 | 0.03769 | 11.24 | 230.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_17-10-00.csv | 0.1174 | 0.08447 | 0.04005 | 11.06 | 227.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_17-20-00.csv | 0.1177 | 0.0953 | 0.03446 | 11.58 | 224.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_17-30-00.csv | 0.1422 | 0.09343 | 0.03435 | 11.04 | 225.1 |
| NTNU141M-2013-05-13_17-40-00.csv | 0.1475 | 0.1293 | 0.04277 | 10.53 | 232.7 |
| NTNU141M-2013-05-13_17-50-00.csv | 0.2141 | 0.1477 | 0.0671 | 10.16 | 238.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_18-00-00.csv | 0.1565 | 0.1193 | 0.0737 | 9.242 | 240.8 |
| NTNU141M-2013-05-13_18-10-00.csv | 0.1979 | 0.1758 | 0.1047 | 8.085 | 243.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_18-20-00.csv | 0.3947 | 0.2866 | 0.2028 | 6.338 | 237.3 |
| NTNU141M-2013-05-13_18-30-00.csv | 0.1984 | 0.1599 | 0.09325 | 6.647 | 237.4 |

C OVERSIKT OVER TURBULENSVERDIER

| Filnavn | I_u | I_v | I_w | V | retning |
|----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| NTNU141M-2013-05-13_18-40-00.csv | 0.1544 | 0.1166 | 0.06168 | 6.494 | 238.7 |
| NTNU141M-2013-05-13_18-50-00.csv | 1.762 | 0.9807 | 0.8006 | 1.951 | 222.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_19-00-00.csv | 0.3629 | 0.3 | 0.1079 | 2.549 | 229.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_19-10-00.csv | 0.3487 | 0.3696 | 0.1008 | 3.369 | 227.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_19-20-00.csv | 0.185 | 0.1363 | 0.06164 | 3.328 | 239.1 |
| NTNU141M-2013-05-13_19-30-00.csv | 0.2187 | 0.1846 | 0.09396 | 3.588 | 245.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_19-40-00.csv | 0.155 | 0.1703 | 0.07973 | 4.113 | 244.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_19-50-00.csv | 1.673 | 0.5638 | 0.8239 | 1.587 | 200.0 |
| NTNU141M-2013-05-13_20-00-00.csv | 0.9418 | 0.6009 | 0.21 | 0.6612 | 220.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_20-10-00.csv | 8.597 | 8.844 | 4.976 | 0.03266 | 118.9 |
| NTNU141M-2013-05-13_20-20-00.csv | 0.155 | 0.1729 | 0.1511 | 1.311 | 42.84 |
| NTNU141M-2013-05-13_20-30-00.csv | 0.2896 | 0.2328 | 0.08916 | 1.978 | 62.56 |
| NTNU141M-2013-05-13_20-40-00.csv | 0.1658 | 0.08405 | 0.03463 | 3.254 | 74.74 |
| NTNU141M-2013-05-13_20-50-00.csv | 0.08153 | 0.04556 | 0.02876 | 4.852 | 70.5 |
| NTNU141M-2013-05-13_21-00-00.csv | 0.08153 | 0.05619 | 0.03096 | 4.997 | 63.56 |
| NTNU141M-2013-05-13_21-10-00.csv | 0.08033 | 0.06529 | 0.0414 | 5.603 | 68.49 |
| NTNU141M-2013-05-13_21-20-00.csv | 0.1031 | 0.08561 | 0.04729 | 6.165 | 68.57 |
| NTNU141M-2013-05-13_21-30-00.csv | 0.05891 | 0.06545 | 0.03368 | 5.959 | 72.74 |
| NTNU141M-2013-05-13_21-40-00.csv | 0.07145 | 0.09737 | 0.04482 | 5.561 | 74.46 |
| NTNU141M-2013-05-13_21-50-00.csv | 0.1052 | 0.1158 | 0.06739 | 5.506 | 80.8 |
| NTNU141M-2013-05-13_22-00-00.csv | 0.1598 | 0.168 | 0.1112 | 4.942 | 85.21 |
| NTNU141M-2013-05-13_22-10-00.csv | 0.1332 | 0.2012 | 0.1047 | 4.601 | 96.25 |
| NTNU141M-2013-05-13_22-20-00.csv | 0.1082 | 0.1313 | 0.06007 | 4.353 | 112.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_22-30-00.csv | 0.08594 | 0.0881 | 0.05331 | 4.306 | 118.1 |
| NTNU141M-2013-05-13_22-40-00.csv | 0.1026 | 0.1353 | 0.05052 | 4.391 | 109.6 |
| NTNU141M-2013-05-13_22-50-00.csv | 0.09296 | 0.1395 | 0.0464 | 4.88 | 124.3 |
| NTNU141M-2013-05-13_23-00-00.csv | 0.08192 | 0.1163 | 0.05189 | 4.418 | 126.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_23-10-00.csv | 0.07839 | 0.1138 | 0.06157 | 4.472 | 112.7 |
| NTNU141M-2013-05-13_23-20-00.csv | 0.1594 | 0.1284 | 0.06525 | 4.445 | 118.4 |
| NTNU141M-2013-05-13_23-30-00.csv | 0.1551 | 0.1591 | 0.09676 | 5.36 | 126.2 |
| NTNU141M-2013-05-13_23-40-00.csv | 0.07257 | 0.07949 | 0.04773 | 6.135 | 137.8 |
| NTNU141M-2013-05-13_23-50-00.csv | 0.08311 | 0.06808 | 0.04698 | 6.378 | 139.0 |
| NTNU141M-2013-05-14_00-00-00.csv | 0.09382 | 0.08075 | 0.04409 | 6.148 | 139.4 |
| NTNU141M-2013-05-14_00-10-00.csv | 0.08163 | 0.06592 | 0.04357 | 5.435 | 131.7 |
| NTNU141M-2013-05-14_00-20-00.csv | 0.05707 | 0.04617 | 0.02948 | 4.785 | 120.9 |
| NTNU141M-2013-05-14_00-30-00.csv | 0.04739 | 0.05423 | 0.02986 | 5.279 | 121.2 |
| NTNU141M-2013-05-14_00-40-00.csv | 0.106 | 0.2136 | 0.06946 | 4.819 | 114.1 |
| NTNU141M-2013-05-14_00-50-00.csv | 0.0694 | 0.09061 | 0.04191 | 4.948 | 115.6 |
| NTNU141M-2013-05-14_01-00-00.csv | 0.08226 | 0.1599 | 0.04273 | 4.386 | 102.6 |
| NTNU141M-2013-05-14_01-10-00.csv | 0.09184 | 0.1231 | 0.06332 | 4.159 | 91.15 |
| NTNU141M-2013-05-14_01-20-00.csv | 0.1059 | 0.1322 | 0.06031 | 4.321 | 85.66 |

C OVERSIKT OVER TURBULENSVERDIER

| Filnavn | I_u | I_v | I_w | V | retning |
|----------------------------------|---------|---------|---------|-------|---------|
| NTNU141M-2013-05-14_01-30-00.csv | 0.1053 | 0.09953 | 0.09106 | 4.204 | 92.41 |
| NTNU141M-2013-05-14_01-40-00.csv | 0.09289 | 0.09277 | 0.05375 | 4.724 | 86.01 |
| NTNU141M-2013-05-14_01-50-00.csv | 0.116 | 0.1486 | 0.06747 | 4.953 | 103.6 |
| NTNU141M-2013-05-14_02-00-00.csv | 0.1084 | 0.2429 | 0.07223 | 3.91 | 92.15 |
| NTNU141M-2013-05-14_02-10-00.csv | 0.1149 | 0.1334 | 0.06435 | 4.768 | 92.74 |
| NTNU141M-2013-05-14_02-20-00.csv | 0.1508 | 0.1758 | 0.06716 | 5.142 | 94.45 |
| NTNU141M-2013-05-14_02-30-00.csv | 0.1124 | 0.1867 | 0.04875 | 5.286 | 103.0 |
| NTNU141M-2013-05-14_02-40-00.csv | 0.0788 | 0.1154 | 0.04631 | 5.433 | 120.0 |
| NTNU141M-2013-05-14_02-50-00.csv | 0.06543 | 0.0972 | 0.04907 | 5.19 | 124.8 |
| NTNU141M-2013-05-14_03-00-00.csv | 0.129 | 0.1985 | 0.0817 | 5.072 | 105.1 |
| NTNU141M-2013-05-14_03-10-00.csv | 0.07929 | 0.1153 | 0.05772 | 5.454 | 86.88 |
| NTNU141M-2013-05-14_03-20-00.csv | 0.1165 | 0.158 | 0.07127 | 4.424 | 89.1 |
| NTNU141M-2013-05-14_03-30-00.csv | 0.09001 | 0.1008 | 0.0512 | 5.247 | 105.7 |
| NTNU141M-2013-05-14_03-40-00.csv | 0.1688 | 0.1266 | 0.04931 | 4.342 | 95.74 |
| NTNU141M-2013-05-14_03-50-00.csv | 0.1427 | 0.193 | 0.08694 | 3.361 | 91.18 |
| NTNU141M-2013-05-14_04-00-00.csv | 0.1951 | 0.1656 | 0.1117 | 2.985 | 91.06 |
| NTNU141M-2013-05-14_04-10-00.csv | 0.1442 | 0.09777 | 0.08067 | 3.95 | 85.55 |
| NTNU141M-2013-05-14_04-20-00.csv | 0.09331 | 0.1276 | 0.0524 | 4.038 | 93.83 |
| NTNU141M-2013-05-14_04-30-00.csv | 0.08331 | 0.1208 | 0.05476 | 4.038 | 107.0 |
| NTNU141M-2013-05-14_04-40-00.csv | 0.1243 | 0.1501 | 0.08379 | 3.785 | 107.1 |
| NTNU141M-2013-05-14_04-50-00.csv | 0.09165 | 0.1351 | 0.04576 | 4.325 | 86.16 |
| NTNU141M-2013-05-14_05-00-00.csv | 0.1262 | 0.2788 | 0.06807 | 4.3 | 110.6 |
| NTNU141M-2013-05-14_05-10-00.csv | 0.1682 | 0.1215 | 0.0725 | 4.599 | 144.4 |
| NTNU141M-2013-05-14_05-20-00.csv | 0.09341 | 0.0832 | 0.05292 | 4.939 | 139.0 |
| NTNU141M-2013-05-14_05-30-00.csv | 0.104 | 0.1235 | 0.05864 | 4.449 | 122.6 |

D Filer med vind vinkelrett i forhold til brua

Filer som har et avvik mindre en 10° fra vinkelrett i forhold til brua.

| Filnavn |
|----------------------------------|
| NTNU141M-2013-05-13_21-50-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-13_22-00-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-13_22-10-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_01-00-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_01-10-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_01-20-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_01-30-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_01-40-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_01-50-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_02-00-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_02-10-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_02-20-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_02-30-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_03-10-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_03-20-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_03-40-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_03-50-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_04-00-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_04-10-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_04-20-00.csv |
| NTNU141M-2013-05-14_04-50-00.csv |
| NTNU141M-2013-07-18_09-30-00.csv |
| NTNU141M-2013-07-18_11-30-00.csv |
| NTNU141M-2013-07-19_21-00-00.csv |
| NTNU141M-2013-07-19_21-30-00.csv |
| NTNU141M-2013-07-19_22-00-00.csv |
| NTNU141M-2013-07-21_03-00-00.csv |

NTNU141M-2013-07-21_08-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-21_15-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-21_18-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-21_19-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-21_21-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-21_22-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_01-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_04-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_05-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_07-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_10-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_13-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_13-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_14-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_15-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-22_23-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_00-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_00-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_01-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_02-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_03-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_03-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_04-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_04-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_05-00-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_05-30-00.csv
NTNU141M-2013-07-23_06-00-00.csv
NTNU141M-2013-08-01_03-00-00.csv
NTNU141M-2013-08-01_04-30-00.csv