

## Konseptstudie for flytebru

**Stine Fossbakken**

Bygg- og miljøteknikk (2 årig)

Innlevert: juni 2013

Hovedveileder: Arne Aalberg, KT

Medveileder: Tore Søreide, Reinertsen

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk





## MASTEROPPGAVE 2013

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 10.6.2012	ANTALL SIDER: 208
------------------------------------	--------------------	----------------------

TITTEL:

**Konseptstudie for flytebru**

Concept Study for Floating Bridge

UTFØRT AV:

Stine Fossbakken



SAMMENDRAG:

I denne oppgaven er det gjennomført et litteraturstudium som omhandler knekking av sirkulære buer. Grunnleggende teori for beregning av naturlaster fra vind, bølger og strøm er gjennomført, samt beregning av den dynamiske påvirkningen slike laster har på buede og rette flytebruer med sideforankring.

Rette og buede bruer med ulike lengder er modellert ved bruk av Ansys Workbench 14.0. Bruene er modellert med lik pongtongavstand, og stivhet lik Bergsøysundbruas fagverkstverrsnitt (1992). Det er utført modale, transiente, statiske og lineære knekkingsanalyser for å utarbeide kriterier for last og geometri for flytebruer.

Av laster er det vind som får avgjørende effekt når buede bruer blir lengre. Den dynamiske forsterkningsfaktoren til vind avtar med økende brulengde. Den totale responsen vil likevel øke, fordi bruene får lengre utstrekning. Forskyvninger til buede bruer på grunn av vind påført i to sinushalvbølger øker tilnærmet eksponentielt. Forskyvninger av rett bru med sideveis forankring til sjøbunnen vil derimot stabiliseres fordi det er lik avstand mellom sideforankringene.

Buet bru med jevnt fordelt vindlast knekker ved lengde på ca. 2600 m. Men tverrsnittet vil høyst sannsynlig gå til brudd, ved lengder mellom 1700-2000 m, før knekking inntreffer.

FAGLÆRER: Arne Aalberg

VEILEDER: Tore H. Søreide

UTFØRT VED: Institutt ved konstruksjonsteknikk, Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet





## MASTEROPPGAVE VÅREN 2013

*Stine Fossbakken*

### Beregninger for flytebro

### Floating Bridge

#### 1. Bakgrunn

Det har i senere tid blitt øket interesse for brokonstruksjoner for kryssing av brede fjorder. Statens vegvesen har blant annet satt i gang et prosjekt som ser på utfordringene knyttet til bygging av en fergefri kystriksveg E39 fra Trondheim til Kristiansand. Her har ingeniørselskapene i Norge bidratt med ideer og forslag til tekniske løsninger. Sognefjorden har vært sett på som den største utfordringen, på grunn av sin store bredde og dybde, og har vært brukt som referanseprosjekt i ide- og utviklingsarbeidet. Det er blant annet sett på løsninger med skråstagbro på flytene pontonger forankret med strekkstag til fjordbunnen, på kombinasjon av flytebro og rørbro, på neddykket rørbro som henger i pontonger, og på en hengebro som spenner over hele fjorden.

Denne masteroppgaven knyttes til Reinertsen Engineering AS i Trondheim og deres studier for konsepter med flytebro. Reinertsen er i samarbeid med Statens vegvesen i gang med utviklingsarbeid for fjordkryssinger med lengde 3 700m, og ønsker å se på et konsept med et fagverk i stål som hovedbæresystem, opplagt på flytepontonger. Det vurderes alternativer som benytter løsninger som ligner de som ble valgt for Bergsøysundbrua (1992), men et nytt forankringssystem tilpasset dype fjorder.

#### 2. Gjennomføring

Oppgaven kan gjennomføres med følgende elementer:

- Litteraturstudium omkring konsepter for flytebroer. Hovedvekt på de to norske, Bergsøysundbrua og Nordhordlandsbrua.
- Gjennomgang av grunnleggende teori for last fra vind, bølge, strøm. Her vil saktevarierende effekter komme inn på grunn av høye egenperioder.
- Etablere bjelkemodell av broa med pontonger i vannlinjen som punkter med fjærstivheter og eksentrisk kobling til hovedbjelken. Det sees på sideforankret bro og buebro for ulike spennlengder fra 1,0 – 5,0 km. Snittkrefter og bevegelser tas ut.

- Sette opp kriterier for kapasitetskontroll i bruddgrensetilstanden og utmattingstilstanden for hovedfagverket i brobjelken. Miljølaste inklusive variasjoner for utmatting fremskaffes fra pågående prosjekt hos Reinertsen. Her kan regler og anvisninger fra NS-EN 1993 og Norsok benyttes, blant annet for spenningskonsentrasjoner. Det kan også vurderes å benytte et elementmetodeprogram og generere en begrenset modell av knutepunkter.
- Se på bruksgrensebetingelser og bevegelser av broa i forhold til krav i Statens vegvesens håndbøker.
- Identifisere hvilke parametere for last og geometri som styrer konseptvalg. Med bru i horisontal bue eller med sideforankring. Nøkkelord i denne sammenheng er slanketskriterier, buekneking, egenperioder, første- og andreordens analyser.

Kandidaten kan i samråd med faglærer og veileder velge å konsentrere seg om enkelte av punktene i oppgaven, eller justere disse.

### 3. Kontaktpersoner

Veileder ved Reinertsen Engineering AS i Trondheim er Professor Tore Helge Søreide.

### 4. Rapporten

Oppgaven skal skrives som en teknisk rapport i et tekstbehandlingsprogram slik at figurer, tabeller og foto får god rapportkvalitet. Rapporten skal inneholde et sammendrag, evt. en liste over figurer og tabeller, en litteraturliste og opplysninger om andre relevante referanser og kilder.

Oppgaver som skrives på norsk skal også ha et sammendrag på engelsk.  
Oppgaven skal leveres igjennom «DAIM».

Sammendraget skal ikke ha mer enn 450 ord og være egnet for elektronisk rapportering.

Masteroppgaven skal leveres innen 10. juni 2013.

Trondheim, 14. januar 2013

Faglærer

## 1 FORORD

Denne rapporten er skrevet i det avsluttende semester av det 2-årige masterprogrammet til sivilingeniørstudiet ved bygg- og miljøteknikk ved institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) våren 2013. Rapporten utgjør 30 studiepoeng og er utført under 20 ukers arbeid.

Rapporten er skrevet etter avtale med Reinertsen i deres studie som omhandler et flytebrukonsept over Sognefjorden. Den er den dypeste og bredeste fjorden som må krysses for ferjefri E39 mellom Trondheim og Kristiansand.

Masteroppgaven omhandler litteraturstudium omkring flytebruer og naturlaster fra bølger, vind og strøm, og hvordan slike laster med dynamisk skiftende virkning har innflytelse på flytebruer av ulik lengde. Det er utført både statiske og dynamiske beregninger, og for FEM-analyser er Ansys Workbench 14.0 benyttet som dataverktøy.

Hovedfokuset i rapporten er bevegelser flytebruene har i svai sideveis. Spesielt er egenperioder til vind og bølger sammenlignet med bruens egenperioder, for deretter å finne spenninger og forskyvninger i kritiske snitt langs brulengdene.

Tema som hydrodynamikk og dynamiske beregninger av vind og bølger er nye tema for studenten, som det har tatt en del tid å sette seg inn i.

I løpet av perioden oppgaven har funnet sted har jeg hatt kontor plass hos Reinertsen i Trondheim.

Jeg vil takke mine veiledere Arne Aalberg ved institutt for konstruksjonsteknikk og Tore H. Søreide ved Reinertsen for hjelp og veiledning underveis.

Trondheim, juni 2013

Stine Fossbakken





## 2 SUMMARY

This thesis contains a study of literature of buckling of circular arches with both pinned and clamped ends. Basic theory of calculating loads from wind, waves and current have been completed. The dynamic influences of such loads on curved and straight floating bridges have been calculated. Traffic loads have also been taken into account, but only the static pressures have been used. The positional loads are taken from Sognefjorden for authentic values.

Straight and curved bridges with different lengths are calculated with the FEM-analysis program Ansys Workbench 14.0. The bridges are modeled with equal lengths between the pontoons. The stiffness of the cross sections is similar to the stiffness of the cross section of the Bergsøysundbrua (1992). Modal, transient, static and linear buckling analyses are performed to develop criteria for loading and geometry for floating bridges.

The wave load for curved bridges gives moments in the magnitude of  $1,16 \cdot 10^8 Nm$  to  $2,67 \cdot 10^8 Nm$ . The moments vary relative to the bridge lengths and how close the peak-period of the wave is to the periods of the bridges.

Moments about both axis of the cross section for curved bridges are adjusted for axial loading by hand calculations in a 2. order beam-column analysis. The moments from wave loading must be corrected for axial forces from wind and vice versa. The second order moments become more dominant for longer than for shorter bridges.

Wind is the crucial load when the bridges are longer. The dynamic amplification factor of wind decreases with increasing of the length. The line load per meter bridge is lower the longer the bridges are, because the probability for wind blowing along the whole bridge at the same time is lower. Nevertheless the total response will increase, because the bridges are longer, and they are only anchored at the ends.

The displacement of curved bridges increases about exponentially when wind is applied in two sinus half waves. However, the displacements of straight bridges with side mooring cables to the seabed will stabilize, because there are equal distances between the mooring cables. Bridges with a mooring system have lower response the longer the bridge is. A portion of the forces dissipates into side mooring, due to axial stiffness  $EA/L$ . A bridge with a side mooring system can be considered as a beam with equal distance between bearings, only with less wind load per meter. This means that straight bridges with mooring cables to the seabed can be infinite long by consideration to side movements.

A curved bridge with uniformly distributed wind load, without dead load, traffic load and wave load buckles at a length of approximately 2600 meters. Anyway, the cross section will most likely reach the ultimate limit state before buckling occurs.



### 3 SAMMENDRAG

I denne oppgaven er det gjennomført et litteraturstudium som omhandler knekking av sirkulære buer, der det har blitt studert buer med både ledd og innspenning i endene. Grunnleggende teori for beregning av naturlaster fra vind, bølger og strøm er gjennomført, samt beregning av den dynamiske påvirkningen slike laster har på buede og rette flytebruer med sideforankring. Trafikklast er også beregnet. Naturlaster tas fra Sognefjorden for autentiske verdier.

Rette og buede bruer med ulike lengder er modellert ved bruk av FEM-analyseverktøyet Ansys Workbench 14.0. Bruene er modellert med lik pongtongavstand, og stivhet lik Bergsøysundbruas fagverkstverrsnitt (1992). Det er utført modale, transiente, statiske og lineære knekkingsanalyser for å utarbeide kriterier for last og geometri for flytebruer.

Bølgelasten for buede bruer resulterer i momenter i størrelsesorden  $1,14 \cdot 10^8 Nm$  til  $2,67 \cdot 10^8 Nm$ . Momentene varierer i forhold til brulengdene og hvor godt peak-perioden  $T_p$  til bølgene ligner på egenperiodene til de ulike brulengdene.

Momenter om begge akser til bruens tverrsnitt er korrigert for aksialkraft ved håndberegninger i en 2. ordens bjelke-søyle-analyse. Bjelke-søylar er elementer som kjennetegnes for et 1. ordens moment som opptrer sammen med aksialkraft. De ulike analysene i denne oppgaven er kjørt separat for hver last, slik at momentene fra bølgelast må for eksempel korrigeres for aksialkraft fra vindlast. Når buede bruer blir lengre er aksialkreftene fra vind større, og 2. ordens moment blir mer dominerende enn for kortere bruer. Momenter langs rette bruer får ingen korreksjon da det kun oppstår strekk i bruene ved påføring av laster.

Av laster er det vind som får avgjørende effekt når buede bruer blir lengre. Den dynamiske forsterkningsfaktoren til vind avtar med økende brulengde. Linjelast per meter bru blir derfor lavere dess lengre bruene blir, fordi sannsynligheten for at det blåser mot hele bruas lengde blir mindre. Den totale responsen vil likevel øke, fordi bruene får lengre utstrekning og de kun er endeforankret.

Forskyvninger til buede bruer på grunn av vind påført i to sinushalvbølger øker tilnærmet eksponentielt. Forskyvninger av rett bru med sideveis forankring til sjøbunnen vil derimot stabiliseres fordi det er lik avstand mellom sideforankringene. Bruer med sideforankring til sjøbunnen får lavere respons dess lengre bruene blir. Dette fordi sideforankringen, på grunn av aksialstivhet  $EA/L$ , tar opp en del av kreftene. Slik kan en sideforankret bru betraktes som en bjelke med lik avstand til opplager og mindre vindlast per meter. Dette betyr at rette bruer med sideforankring kan være uendelig lange på grunnlag av betraktning sideveis.

Buet bru med jevnt fordelt vindlast, uten at egenlast og trafikklast tas i betraktning, knekker ved lengde på omtrent 2600 m. Men tverrsnittet vil høyst sannsynlig gå til brudd før knekking inntreffer.



## 4 INNHOLDSFORTEGNELSE

1	INNLEDNING.....	1
2	FLYTEBRUER.....	3
2.1	HISTORIE.....	3
2.2	KONSEPT.....	4
2.3	TYPER FLYTEBRUER.....	4
3	BERGSØYSUNDBRUA.....	7
3.1	GEOMETRI.....	7
3.2	KREFTER OG LASTINNFØRING.....	8
4	NORDHORDLANDSBRUA.....	9
4.1	GEOMETRI.....	10
4.2	FLYTEBRUA.....	10
4.3	VIADUKTEN OG HØGBRUA.....	11
5	BERGSØYSUNDKONSEPTET.....	13
6	KNEKKING AV SIRKULÆRE BUER.....	15
6.1	LEDDET BUE MED JEVNT FORDELT LAST.....	15
6.2	INNSPENT BUE MED JEVNT FORDELT LAST.....	18
6.3	KRITISK KNEKKLAST FOR BERGSØYSUNDBRUA.....	22
7	EGENVEKT.....	25
7.1	STÅLFAGVERK.....	25
7.2	PONGTONGER.....	25
7.3	TOTAL EGENVEKT.....	25
8	TRAFIKKLASTER.....	27
8.1	GENERELT.....	27
9	BØLGER.....	31
9.1	BERGSØYSUNDKONSEPTET.....	31
10	VIND.....	35
10.1	VINDDATA.....	35
10.2	VINDBEREGNINGER.....	37
11	HYDRODYNAMIKK.....	53
11.1	GENERELT.....	53

11.2	HYDRODYNAMISK MASSE .....	56
11.3	HYDRODYNAMISK DEMPING .....	60
11.4	BØLGEKREFTER .....	64
12	STRØM .....	67
13	EGENFREKVENSER .....	69
13.1	GENERELT .....	69
13.2	EGENFREKVENSER BERGSØYSUNDBRUA .....	70
14	ANSYS WORKBENCH 14.0 .....	77
14.1	MODELL .....	77
14.2	ANALYSETYPER .....	81
15	LASTKOMBINASJONER .....	95
15.1	BRUDDGRENSETILSTAND .....	95
15.2	BRUKSGRENSETILSTAND .....	100
15.3	2. ORDENS BJELKE-SØYLE-ANALYSE .....	101
16	RESULTATER .....	103
16.1	MODAL ANALYSE .....	103
16.2	BUEKNEKKING MED VINDLAST TILFELLE 2 .....	105
16.3	BRUDDGRENSETILSTAND .....	107
16.4	BRUKSGRENSETILSTAND .....	143
17	RETT BRU MED SIDEFORANKRING .....	145
17.1	FJÆRSTIVHET .....	145
17.2	EGENFREKVENSER OG EGENPERIODER .....	146
17.3	DEMPING .....	148
17.4	BØLGER .....	148
17.5	VINDKREFTER .....	148
17.6	DIMENSJONERENDE SPENNINGER .....	150
17.7	TOTAL DEFORMASJON .....	154
18	SKIFTENDE LASTER OVER PONGTONGER .....	157
19	DISKUSJON OG KONKLUSJON .....	159
20	VIDERE ARBEID .....	165
21	REFERANSER .....	167

22 VEDLEGG .....171





# 1 INNLEDNING

Statens vegvesen har et prosjekt gående for å se på mulighetene for ferjefri kystriksveg E39, se Figur 1-1. Slik vegen er i dag innebærer denne strekningen syv fjordkryssinger med ferje, og kjøretiden er omtrent 20 timer. Med bruer over alle kryssinger er ny estimert kjøretid 13 timer, altså en syv timers reduksjon. Av alle fjordene er Sognefjorden den dypeste og bredeste ved aktuelt krysningspunkt for E39. Løses utfordringen for kryssing av Sognefjorden kan den overføres til de andre kryssingene som er kortere og grunnere, samt utvikle flytebrukonseptet for lignende steder i verden.

Blant løsninger som er diskutert for fjordkryssingen er flytebru et alternativ til tradisjonelle bruer. Et eksempel er hengebruer, der Akashi Kaikyō Bridge i Japan er verdens lengste med hovedspenn på 1991 m. Strait of Messina Bridge fra Sicilia til Italia er under planlegging med et hovedspenn på 3300 meter og prosjektet skal stå ferdig i 2016. Reinertsen har en studie gående om flytebruer, og er i samarbeid med statens vegvesen med et utviklingsarbeid for fjordkryssinger med lengde 3700 m.

På verdensbasis finnes det omtrent 20 flytebruer. Verdens lengste flytebru er i dag The Evergreen Point Bridge i Seattle med sine 2310 m. Den består av en lang pongtongbjelke som er sideforankret til sjøbunnen. Sognefjorden er 3700 meter bred og 1300 meter dyp. Dette krever nye løsninger til stabilitet og geometri til en flytebru, da sideforankring ned til sjøbunnen ikke er en mulighet. Reinertsen ønsker å se på et konsept med fagverk i stål som hovedbæresystem opplagt på separate flytepongtonger. Alternativer som vurderes er løsninger som ligner på de som ble valgt for Bergsøysundet (1992), men med et nytt forankringssystem tilpasset dype fjorder.

I denne masteroppgaven skal det utføres et litteraturstudium om konseptet flytebru, samt studere vind- og bølgekrefter, og hvordan slike krefter med dynamisk skiftende virkning har på buede flytebruer, og rette flytebruer med sideforankring. Bergsøysundbrua med sitt fagverkstverrsnitt



*Figur 1-1 Europaveg 39 fra Kristiansund til Trondheim med fjordkryssinger, hentet fra (Hasselø, 2012)*

og krumning i horisontalplanet skal benyttes som eksempel for å finne ut hvor langt endeforankrede flytebruer med separate pongtonger kan strekkes i forhold til kapasitet i bruddgrensetilstand og knekkingsutfordringer. Det samme tverrsnittet benyttes også for å se på hvilken virkning sideforankring ned til sjøbunnen har på bevegelser i horisontalplanet, samt spenningsfordeling over bruens lengde. Buet bru med lengde 844,8 meter benyttes i oppgaven som eksempel ved håndberegninger. Samme framgangsmåte benyttes for de andre bruene, men disse er ikke presentert i sin helhet.

En eventuell flytebrukonstruksjon over Sognefjorden må ha tilstrekkelig kapasitet og stivhet for å motstå horisontale laster, samtidig som den skal være behagelig å kjøre på. Bevegelser til bruene og spenningsfordeling av tverrsnittet er hentet ut for å definere kriterier for last og geometri som avgjør konseptvalg. Kontroll av spenningstilstand utføres med gjeldene regelverk.

Det er modellert fem buede bruer, og tre rette bruer med sideforankring i FEM-analyseprogrammet Ansys Workbench 14.0. Enkle håndberegninger er utført for å kontrollere modellene.

Naturlastene beregnes med data fra Sognefjorden slik at resultatene i oppgaven kan knyttes til studien Reinertsen har på prosjektet.

Oppgaven begrenses til bevegelser i horisontalplanet. Bevegelser og reaksjoner knyttet til hiv og rull er ikke omhandlet her. For dynamiske beregninger i horisontalplanet benyttes svingform og mode om samme sak. Det betyr hvor mange halve sinushalvbølger som inngår i en svingning.

## 2 FLYTEBRUER

Statens vegvesen definerer flytebru i sin «Håndbok 185 Bruprojektering» som:

*«Flytende konstruksjon bygd for vegtrafikk direkte på flytelegemet eller på separat oppbygd kjørebane, og den kan ha faste eller elastiske opplegg mellom landfestene.»* (Isaksen, 2011)

### 2.1 HISTORIE

Flytebruer har vært kjent siden oldtiden. Herodes, klientkonge av Judea, har berettet om tre store militære flytebruprosjekter. Mot slutten av det femte århundret før Kristus beordret den persiske monarken Darius om at pongtongbruer skulle bygges over elven Donau nær Svartehavet og over Bosporosstredet. Den største militære bragden fra den tiden var da Darius sønn Xerxes i år 480 før Kristus bygde en flytebru av doble rader med båter over Hellespont, en distanse på over 1,6 km, i sitt felttog mot grekerne. (Brown, 1993) og (Øderud & Nordahl, 2012)

Historisk sett har flytebruer vært mest brukt til militære eller provisoriske forhold. I dag finnes det i underkant av 20 flytebruer i verden.

I Norge har ikke flytebruer vært vanlig. Kroksund bru ved Sundvollen var den viktigste og mest kjente permanente flytebrua i Norge. Den ble benyttet fra rundt år 1800 til 1840, da den nåværende steinhvelvsbrua ble bygd. (Olsen, 2008) På nittitallet ble det bygd to flytebruer i Norge, Bergsøysundbrua (1992) og Nordhordlandsbrua (1994).

Etter 1940 er det bygd et lite antall flytebruer for ordinær vegtrafikk i verden. Fire bruer i USA og to i Norge. Bruene i USA ligger i nærheten av Seattle i staten Washington, og den mest kjente er Hood Canal brua. (SNL, 2005 - 2007) Den lengste flytebrua i verden, The Evergreen Point Bridge er 2310 meter lang, og flyter over Lake Washington fra Seattle til Medina, USA, se Figur 2-1. Begge disse bruene er kontinuerlige flytebruer med sideforankring, se Figur 2-2.



*Figur 2-1 The Evergreen Point Bridge og The Hood Canal bridge, Washington, hentet fra (Collons & Thompson, u.d.) og (Book, 2011)*

## 2.2 KONSEPT

Konseptet for flytebruer er at den bærende konstruksjonen flyter i vannets overflate og utnytter den naturlige loven om oppdrift som motstand for å bære vertikal last. Ei flytebru er i utgangspunktet en bjelke på elastisk underlag der oppdriften sørger for bæring av egenlast og nyttelast. Dette gjøres for eksempel ved å feste brubjelken til separerte pongtonger av betong eller båter, som har oppdrift i fortrengt vannmengde. Bjelken kan alternativt flyte i hele sin lengde som en båt og virke som en kontinuerlig pongtong. Pongtongene kan bestå av armert betong, med eller uten forspenning. Kjørebanelen kan være festet direkte til pongtongene eller være løftet høyere opp på pilarer. Ved separate individuelle pongtonger plassert langs brua, må hovedstrukturen ha tilstrekkelig stivhet og styrke for å opprettholde den relative avstanden mellom pongtongene, og bære vertikale laster til pongtongene. (Chen & Duan, 2000)

## 2.3 TYPER FLYTEBRUER

Design og geometri for flytebruer kan deles inn i flere typer. To eksempler er en rett bru som er forankret til sjøbunnen eller en buet bru som er forankret til land i hver ende. Krefter sideveis fra bølger, vind og strøm tas da enten opp som strekk ved forankring til sjøbunnen, ved rett flytebru, eller som aksialkrefter og skjær i buen som føres inn til land ved buet bru. Slike dynamiske laster har også en skiftende virkning som er avgjørende for dimensjoneringen. (SNL, 2005 - 2007) I USA er flytebruene forankret til sjøbunnen.



*Figur 2-2 Kontinuerlig flytebru med sideforankring, hentet fra (Chen & Duan, 2000)*



*Figur 2-3 Separat pongtongbru med sideforankring, hentet fra (Chen & Duan, 2000)*

Flytebruer kan ofte være til hinder for fri ferdsel for skipstrafikken. For å løse dette kan deler av flytebrua kombineres med en høgbru, som Nordhordlandsbrua, slik at båter kan passere. I noen tilfeller kan pongtongene være så store at småbåter kan passere under brua mellom pongtongene. I USA er det montert inn skyvespenn på flytebrueene slik at dette løses. Dette fører imidlertid til at vegtrafikken må stoppes, som fører til dårlig flyt i kjøremønsteret.

Begge de norske brueene er forankret ved landfestene og har buet form da fjorddybden er så stor at det er uaktuelt å forankre til sjøbunnen. Designet var delvis inspirert av flytebrueene i Washington samtidig som kunnskap og metoder fra offshorebransjen ble tatt i bruk. Dette designet førte til større kapasitet mot bevegelse i rull samtidig som strøm og bølger ikke ble hindret. Rull er når brua i hele sin lengde roterer om lengdeaksen. (Aune, 2012) Se kapittel 3 og 4 for studie av de norske endeforankrede flytebrueene Bergsøysundbrua og Nordhordlandsbrua.

I følge (Chen & Duan, 2000) er flytebruer kostnadseffektive ved dype og brede fjordkryssinger, henholdsvis 30 m og 900 m. Men strømmene bør ikke være store (over 6 knop), vinden bør ikke være for sterk (over 160 km/t) og bølgene ikke for høye (over 3 m).



### 3 BERGSØYSUNDBRUA



*Figur 3-1 Bergsøysundbrua, hentet fra (Bjertnæs, 2012)*

Bergsøysundbrua er ei flytebru på E39 i Møre og Romsdal fylke. Den krysser Bergsøysundet fra Bergsøya i Gjemnes kommune til Aspøya i Tingvoll kommune. Vegbrua er en del av Krifast, en betegnelse for Kristiansund og Freis fastlandsforbindelse på E39 og Riksveg 70. (SNL, 2005 - 2007) Brua og Krifast ble åpnet i 1992. I 2008 ble Bergsøysundbrua fredet av Riksantikvaren for å bevare detaljene og hovedkonstruksjonen. (Riksantikvaren, 2012). Bergsøysundbrua var den første moderne flytebrua i Norge, og den var også den første av sitt slag i verden på grunn av sin oppbygging.

#### 3.1 GEOMETRI

Brua har en total lengde på 931 meter. Flytedelen av brua er på 845 meter og brua kurver med en radius på 1300 meter i horisontalplanet. Bruas lengste spenn er på 106 meter. Kjørebane har en eksentrisitet på 10,6 meter over vannoverflaten.

Bergsøysundbrua har kjørebane av ortotrop stålplate på fagverk i stål med rørknutepunkter. Fagverket er montert på syv separate utskiftbare pongtonger med avstand på ca. 105 meter. Pongtongene er ovale og består av høyfast lettbetong LC55. (Holt, 2013) Fagverket er 12 meter bredt og 7 meter høyt, og har fasthet på 460 MPa i stålet. Overgurtene er laget av rektangulære stålrør, mens undergurtene består av sirkulære stålrør, se Figur 6-8.

### 3.2 KREFTER OG LASTINNFØRING

Flytebrua er forankret i hver ende mot land. Laster fra bølger, vind og strøm horisontalt på buen føres inn som aksialkrefter ved landfestene. Forankringen er stivt forbundet med fagverket og landfestet, og består av et 18 meter langt tykkvegget stålrør, se Figur 3-2. Endringer i vinkler horisontalt og vertikalt på brua tas opp av bøyning i stålrøret. (Holt, 2013)

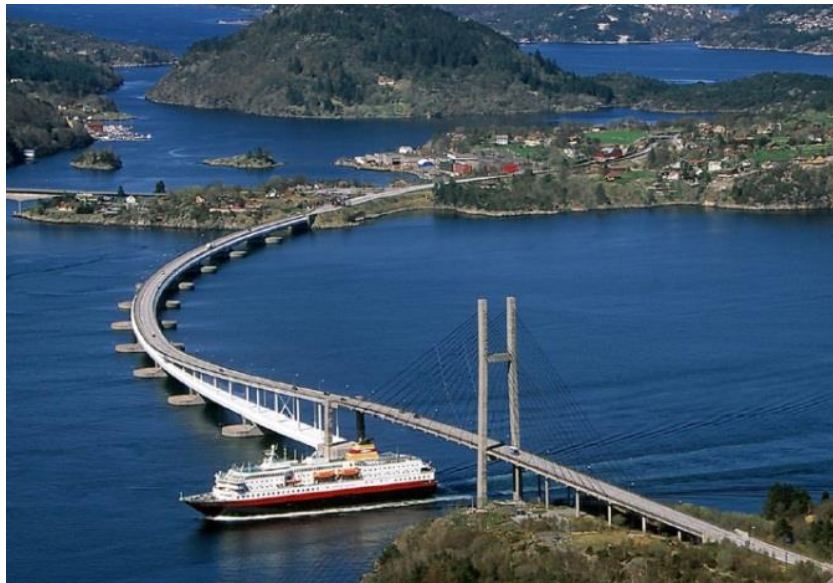


*Figur 3-2 Stålrør ved landfeste, hentet fra (Øiseth, 2012)*



## 4 NORDHORDLANDSBRUA

Nordhordlandsbrua krysser Salhusfjorden i Hordaland fylke fra Klauvaneset på Bergensiden til Flatøy på Nordhordaland, og er en del av E39. Brua ble åpnet i 1994, to år etter Bergsøysundbrua. Brua er verdens lengste flytebru uten forankring til sjøbunnen og landets lengste over vann. (SVV, 2005)



*Figur 4-1 Nordhordlandsbrua, hentet fra (NRK, 2013)*

Historien om transport av kjøretøy over Salhusfjorden går tilbake til 1936. Da ble det første ferjesambandet åpnet mellom Bergenshalvøya og Nordhordaland. Trafikkutviklingen ekspanderte, og på 1960-tallet var sambandet Steinestø-Knarvik ett av de mest trafikkerte i Norge. I 1993 ble hele 1 683 000 kjøretøy fraktet over fjorden.

Et ønske om bru over Salhusfjorden vokste frem mot slutten av 1950-årene. Nordhordaland tiltakskontor startet i 1962 med de første bruplanene og i 1966 ble det første forslaget om flytebru over fjorden lagt frem av konsulentfirmaet Prosjektering A/S. Bruavdelinga i Vegdirektoratet tok over ansvaret på 70-tallet, og i 1977 la Statens vegvesen Hordaland frem et forslag til hovedplan for bru over Salhusfjorden.

Det finnes flytebruer i USA og Canada av betongbjelker med sideforankring helt ned til 140 meters dyp. Salhusfjorden, med sine 500 dybdemeter, gjorde at sideforankring ikke var mulig. Derfor ble brua bygget kun med fester i hver ende. De største utfordringene til ingeniørene var hvordan de kunne lage en enkel og robust løsning som kunne ta opp bevegelser fra tidevannet og en festeordning for viadukten som var slik at bevegelsene i flytebrua ikke førte til uakseptable krefter i den. Samtidig ville de bruke kjent teknologi og minst mulig uprøvd mekanikk. Både

fagverksbru på pongtonger og kontinuerlig betongkasse ble vurdert, men løsningen ble en stålkasse på separate pongtonger av betong.

## 4.1 GEOMETRI

Nordhordlandsbrua har en total lengde på 1614,75 meter. Brua er sammensatt av ei skråstagbru fra Klauvaneset til Klauvaskallen og flytebru fra Klauvaskallen til Flatøy. Overgangen er løst ved bruk av en viadukt på 415 meter, som fører vegbanen fra høgbrua ned til flytebrua, se Figur 4-1.

## 4.2 FLYTEBRUA

Flytebrudelen er 1 246 meter lang og består av ei brukasse i stål. Den hviler på 10 pongtonger av lettbetong LC55. Pongtongene er 42,0 meter lange og 20,5 meter brede. Teoretisk spennvidde mellom dem er 113,25 meter. Høyden på pongtongene varierer mellom 7,0 til 8,6 meter. Endepongtongene har den største høyden med 3,0 meter fribord og 5,6 meter under havoverflaten. Fribord er den delen av høyden til pongtongene som flyter over vann. Variasjon i pongtonghøyde skyldes i hovedsak innvirkning fra viadukten i den ene enden av flytebrua, og at endespennene er like lange som midtspennene av brua. Hver pongtong er inndelt i ni celler som kun har åpninger i betongdekket gjennom vanntette luker. Størrelsen på cellene er laget slik at to naboceller kan fylles med vann uten at det oppstår fare for brua.

Stålkassen er bygd i rette seksjoner med lengder på henholdsvis 21, 36 og 42 meter. De er sveist sammen til elleve større moduler med en skjev vinkel på 1,2-1,3 grader for å tilpasse modulene til kurvaturen i horisontalplanet, som tilsvarer en radius på 1700 m. Tverrsnittet er 15,9 meter bredt og 5,5 meter høyt og det er holdt uendret i hele bruas lengde med unntak av forsterkninger ved pongtonginnfestningene og i endene av brua. Kjørebanelen (11 moh.) ligger på selve stålkassen fra Flatøy og føres til 34 moh. med viadukten til høgbrua. Stålkassen har et åttekantet tverrsnitt og består av stålplater som er henholdsvis 14 og 20 mm tykke. I lengderetningen er platene avstivet med trapesstivere. Stiverne er støttet av tverrammer med lengste avstand på 4,5 meter. Det er benyttet hele skott ved støttepunktene på pongtongene og under viaduktssøylene, da store krefter må overføres. Det er to skott over hver pongtongpilaster. De er sveist sammen av plater med varierende tykkelse på 8 til 50 mm. Utvendige innfestningskonsoller er sammenbygd med skottene, og konsollene overfører opplagerkreftene til pongtongene.

Det er stor variasjon på spenningsnivået over brulengden. Lengden fra landfestene til første pongtong er spesielt utsatt, og i disse områdene er det benyttet stål med høyere flytespenning (540 MPa) enn resten av brua (355 MPa).

På innsiden av stålkassen er det to avfuktingsanlegg som sørger for at den relative fuktigheten holdes under 40 % og at det dermed ikke dannes rust på stålet.

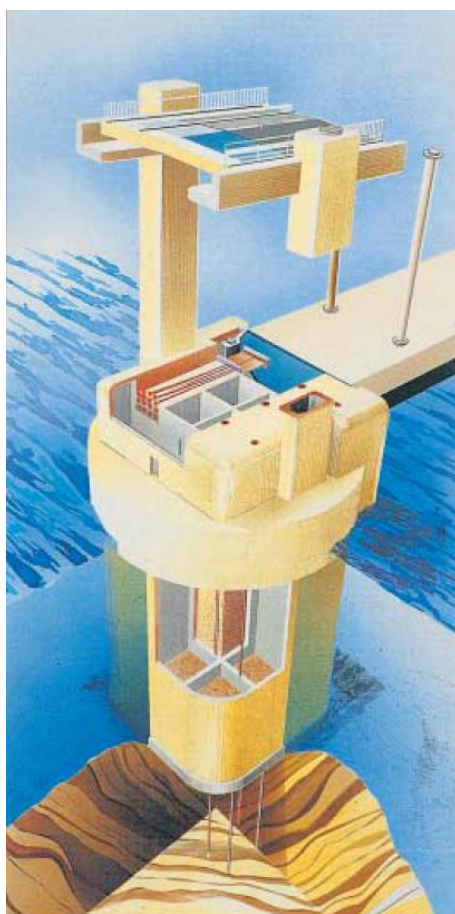
### 4.3 VIADUKTEN OG HØGBRUA

Viadukten består hovedsakelig av en stålkonstruksjon med spennvidder mellom på 18 og 33 meter, og har en stigning på 5,7 prosent. Stålkvalitet med flytespenning 355 MPa er benyttet. Kjørebanelen er en ortotrop stålplate, slik som stålkassen til flytebrua. Tykkelsen på platene er 12 mm og de er avstivet med trapesstivere og tverrbjelker. Hovedbjelkene til viadukten har en høyde på 1,2 meter og kjørebanelen hviler på sirkulære rør med diameter fra 610 til 1000 mm. Hele viadukten veier 1600 tonn.

Høgbrua er ei 369 meter lang skråkabelbru i betong, inklusiv landfestet på Klauvskallen. En slik løsning med skråkabler som bærer brubanen gir ei sikker skipslei under brua. Leia er 50 meter bred og 32 meter høy.

#### 4.3.1 LANDFESTENE

Landfestet på Klauvaskallen, se Figur 4-2, er fundamentert på 30 meters dyp. Nedre del av landfestet er formet som en kasse med mål 20 x 21 meter. Den er delt inn i 16 celler som er fylt med grus til et nivå fem meter over vannoverflaten. Selve ankringsområdet til flytebrua er oppå kassedekket. Hovedspennet til høgbrua og viadukten hviler på søyler som står på kassedekket.

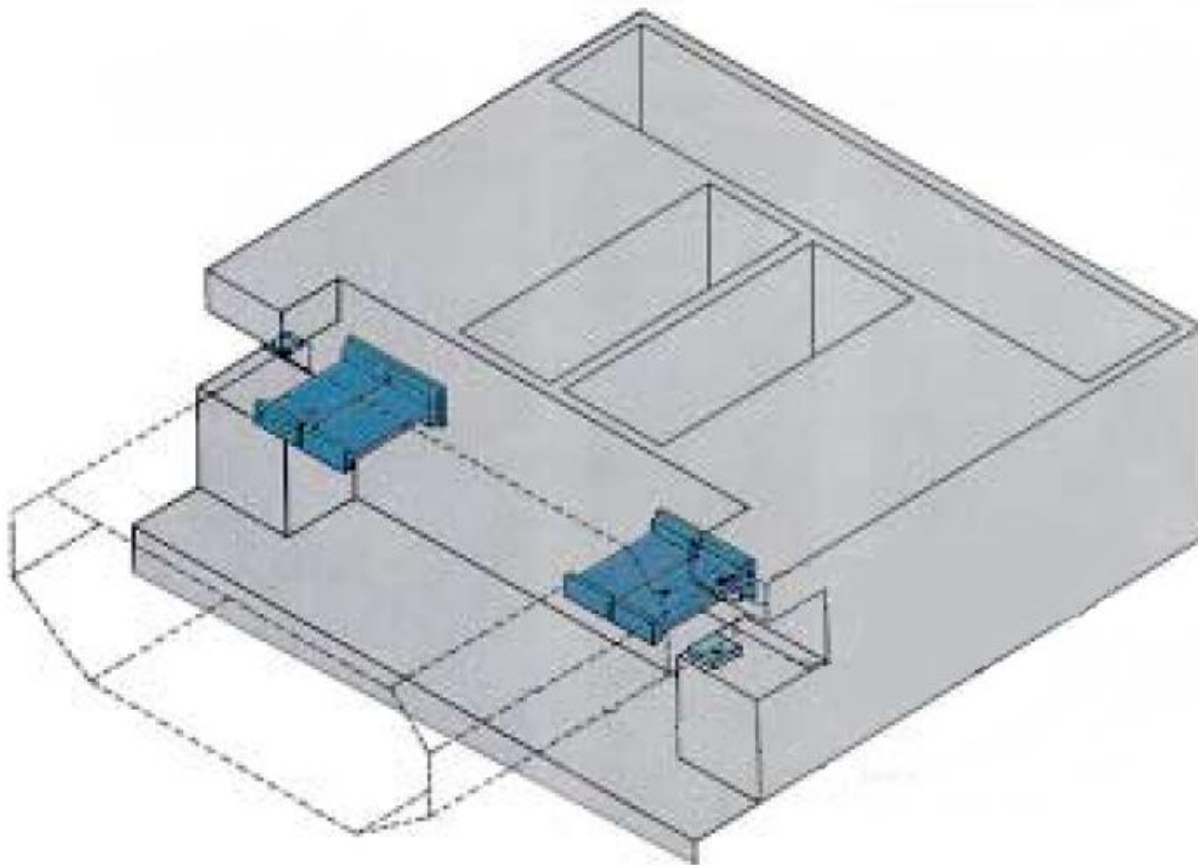


*Figur 4-2 Landfestet på Klauvaskallen, hentet fra (SVV, 2005)*

Landfestet på Flatøy står i en tørr, utsprengt byggegrop i strandsonen. Det er festet til land og støpt direkte mot fjell. Det er i hovedsak ei massiv betongblokk som er 22 meter lang, 20 meter bred og 14,5 meter høy. For å gi fundamentene tilstrekkelig stabilitet ved ekstremlaster, er det anvendt vertikale, forspente fjellanker. I landfestet på Klauvaskallen er det brukt 12 slike kabelanker og i landfestet på Flatøy er det benyttet 14. Samlet spennkraft er på respektive 42 MN og 44 MN.

#### 4.3.2 INNFESTING MOT LANDFESTENE

Nordhordlandsbrua har også kun sideforankring som Bergsøysundbrua. I stedet for et rør som overfører endekreftene i buen er stålkassen fastholdt mot landfestene med spesiallagde fleksible platestag, se Figur 4-3. Sideveis bøyemoment, aksialkrefter og horisontale skjærkrefter blir tatt opp om den sterke akse til platestagene. De er fleksible nok til å bøyes om svak akse slik at deformasjoner på grunn av tidevann ikke påfører noen tvangskrefter i festene. Vertikal skjærkraft og torsjon blir tatt opp av separate lagre av neopren. (SVV, 2005)



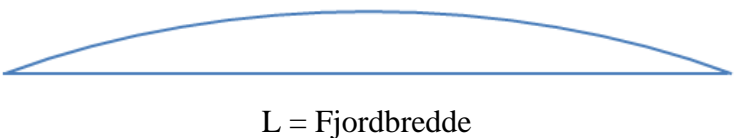
*Figur 4-3* Fleksible platestag mot innfesting til landfestene, hentet fra (SVV, 2005)

## 5 BERGSØYSUNDKONSEPTET

Som nevnt innledningsvis benyttes Bergsøysundets tverrsnittsgeometri som grunnlag til å finne kriterier for lengre flytebruer. Modale analyser, statiske, transiente og lineære knekkingsanalyser beregnes i programmet Ansys Workbench 14.0. Bergsøysundbrua med sin geometri er brukt som utgangspunkt med naturlaster fra Sognefjorden. I denne oppgaven benyttes Bergsøysundbrua om selve brua i Kristiansundområdet, mens betegnelsen Bergsøysundkonseptet benyttes om dens geometri benyttet i denne oppgaven for utvikling av flytebrukonseptet over Sognefjorden.

Buet bru med ulike lengder benyttes med samme radius/lengde-forhold som Bergsøysundbrua og pongtongavstanden holdes konstant med 105,6 meter. Tabell 5-1 viser brulengder og fjordbredder for buede bruer benyttet i oppgaven.

**Tabell 5-1 Fjordbredder og buelengder for buet bru**

$L_{bru}$ = buelengde i horisontalplanet  L = Fjordbredde	
L = 830,2 m (Bergsøysundbrua)	$L_{bru}$ = 844,8 m
L = 1037,5 m	$L_{bru}$ = 1056,0 m
L = 1245 m	$L_{bru}$ = 1267,2 m
L = 1660 m	$L_{bru}$ = 1689,6 m
L = 2045 m	$L_{bru}$ = 2112,0 m

Rett bru med sideforankring med samme tverrsnitt som Bergsøysundbrua er også modellert i Ansys Workbench 14.0. Tre bruer med forskjellige lengder med lik pongtongavstand som Bergsøysundbrua er benyttet for å finne reaksjonskrefter og bevegelser. Bruene er modellert slik at sideforankringen er konstant for hver tredje pongtong. Tabell 5-2 viser en oversikt over rette bruer med sideforankring.

**Tabell 5-2 Brulengder, antall pongtonger og antall punkter med sideforankring for rett bru**

Brulengde [m]	Antall pongtonger	Antall punkter med sideforankring
950,4	8	2
3168,0	29	9
5068,8	47	15

Buede bruer med lengde 2545 meter og 5089 meter benyttes som supplerende bruer ved beregning av strømlaster, se kapittel 12, og i de lineære knekkingsanalysene, se kapittel 14.2.3.

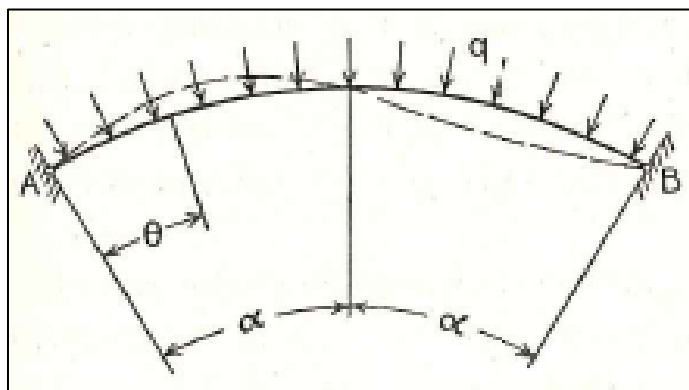


## 6 KNEKKING AV SIRKULÆRE BUER

Knekking omhandler stabilitet av elementer, oftest staver, som er påkjent av trykk. Knekking skjer når aksiell tøyingsenergi plutselig endres til bøyingsenergi ved minimal lastøkning, og for slanke elementer inntreer knekking før brudd av materialet. Se kapittel 14.2.3 for mer teori om knekking.

### 6.1 LEDDET BUE MED JEVNT FORDELT LAST

Figur 6-1 viser en buet bjelke i planet med jevnt fordelt last som spenner mellom punktene A og B. Kurvaturen til bjelken bestemmes ved sektorvinkelen  $2\alpha$  som er skjæringsvinkelen til punkt A og B i sirkelsenteret. Knekkingsformen til en bjelke med sirkulær kurvatur i planet med jevnt fordelt last, er som vist på figuren to halve sinusbølger. Den kritiske verdien av lasten  $q_{cr}$  finnes ved å løse differensialligningen av forskyvningskurven til den utknekkede bjelken. (Timoshenko & Gere, 1983)



*Figur 6-1 Knekking av sirkulær leddet bue med jevnt fordelt last  $q$ , vinkel  $\alpha$ , vinkelvariabel  $\theta$  og ender A og B, hentet fra (Timoshenko & Gere, 1983)*

Differensialligningen for en slank bjelke med sirkulær senterlinje er som vist i ligning ( 6-1 ):

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{MR^2}{EI} \quad (6-1)$$

Der  $w$  er forskyvning i radiell retning,  $\theta$  er vinkel til et bestemt snitt langs bjelken med tilhørende  $M$ ,  $R$  er radiusen til bjelkekrumningen og  $EI$  er bjelkens stivhet om knekkingsaksen.

$M$  substitueres med  $Sw$ :

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{SwR^2}{EI} \quad (6-2)$$

der  $S = qR$  er den aksielle trykkraften i buen.

Notasjonen  $k^2$  i ligning ( 6-3 ) benyttes for å notere differensialligningen med kun én variabel i tillegg til forskyvning og vinkel.  $k^2$  erstatter  $1 + \frac{qR^3}{EI}$  i differensialligningen.

$$k^2 = 1 + \frac{qR^3}{EI} \quad (6-3)$$

Differensialligningen med notasjonen  $k$  blir som vist i ligning ( 6-4 ).

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + k^2w = 0 \quad (6-4)$$

Den generelle løsningen av likningen er:

$$w = A \sin k\theta + B \cos k\theta \quad (6-5)$$

For å tilfredsstillte randbetingelsene til venstre ende av buen ( $\theta = 0$ ) må  $B$  være lik 0. Randbetingelsene på høyre ende ( $\theta = 2\alpha$ ) oppfylles når:

$$\sin 2\alpha k = 0 \quad (6-6)$$

Der  $\alpha$  er vinkelen mellom endepunkt til midt på bjelken som vist på Figur 6-1.

Løsning med minste verdi finnes når:

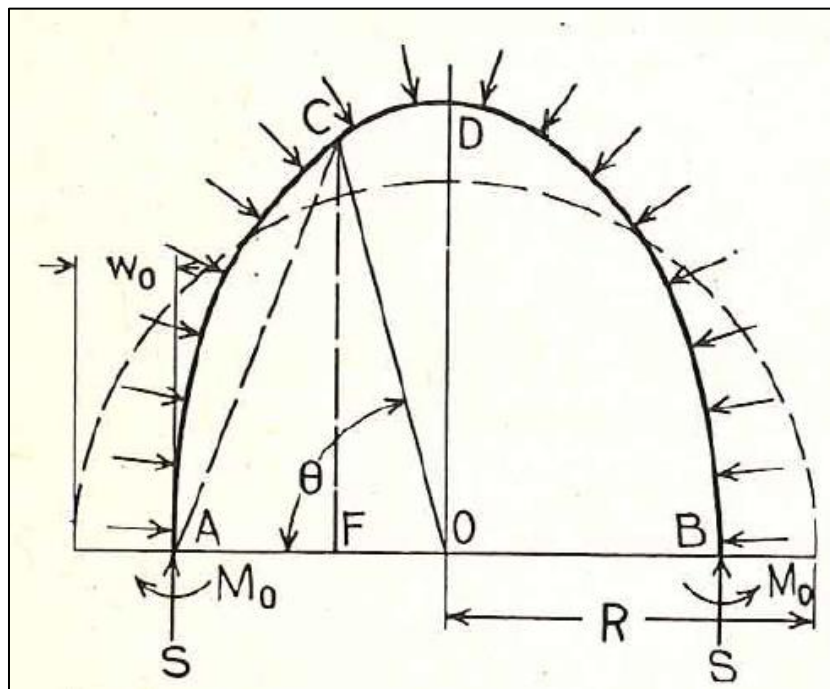
$$k = \frac{\pi}{\alpha} \quad (6-7)$$

Kritisk verdi for knekklast blir som vist i ligning ( 6-8 ).

$$q_{cr} = \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right) \quad (6-8)$$

Ut i fra formel ( 6-8 ), når  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , vil knekklasten  $q_{cr}$  være den samme som for en komplett ring, se Figur 6-2. Da er  $q_{cr} = \frac{3EI}{R^3}$ . Dette resultatet er forventet siden denne verdien av  $\alpha$  representert i Figur 6-1, er i eksakt samme tilstand som for hver halvdel av en utknekket ring mellom to motsatte bøyningpunkt i en ring.





**Figur 6-2 Knekkning av komplett ring, hentet fra (Timoshenko & Gere, 1983)**

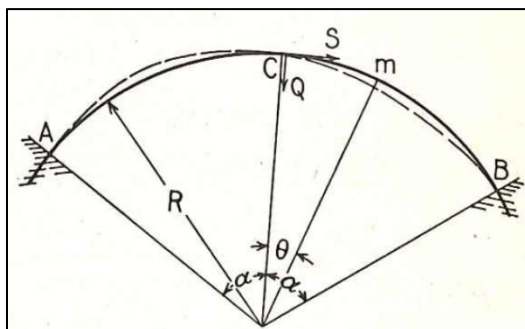
Når  $\alpha$  går mot  $\pi$  vil buen gå mot en hel sirkel og  $q_{cr} = 0$ . Dette kan forklares ved at leddene vil sammenfalle til ett ledd, og ringen vil være fri til å rotere som et stivt legeme om dette leddet. Slik vil den aldri knekke ut.

Når  $\alpha$  er liten i forhold til  $\pi$  kan 1-tallet i parentesene i formel ( 6-8 ) neglisjeres. Da vil den kritiske kraften  $qR$  være lik den kritiske lasten for en leddet stav og lengde  $R\alpha$ , se ligning ( 6-9 ):

$$qR = \frac{\pi^2 EI}{(R\alpha)^2} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = N_{cr} \quad (6-9)$$

## 6.2 INNSPENT BUE MED JEVNT FORDELT LAST

En bue med jevnt fordelt last og innspenne ender vil få knekkingsform lik den stiplede linjen i Figur 6-3. Langs buen vil det ikke bare oppstå aksialkrefter i buen etter knekking, men også en skjærkraft  $Q$  på tvers av bjelken.



Figur 6-3 Knekking av sirkulær innspent bue, hentet fra (Timoshenko & Gere, 1983)

Momentet i et vilkårlig snitt i buen kan skrives som ligning ( 6-10 ) når  $w$  er forskyvningen i radiell retning.

$$M = Sw - QR \sin \theta \quad (6-10)$$

Differensialligningen for forskyvningen blir dermed:

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{R^2}{EI} (Sw - QR \sin \theta) \quad (6-11)$$

Benytttes samme notasjon med  $k$  som for leddet bue kan ligning ( 6-11 ) skrives om til:

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + k^2w = \frac{QR^3 \sin \theta}{EI} \quad (6-12)$$

Den generelle løsningen av differensialligningen er vist i ligning ( 6-13 ).

$$w = A \sin k\theta + B \cos k\theta + \frac{QR^3 \sin \theta}{(k^2 - 1)EI} \quad (6-13)$$

For å bestemme  $A$ ,  $B$  og  $Q$  benyttes randbetingelsene:

$$w = \frac{d^2w}{d\theta^2} = 0 \quad \text{når} \quad \theta = 0 \quad (6-14)$$

$$w = \frac{dw}{d\theta} = 0 \quad \text{når} \quad \theta = \alpha \quad (6-15)$$

Randbetingelse ( 6-14 ) er oppfylt når  $B = 0$ . Fra randbetingelse ( 6-15 ) dannes det to ligninger:

$$A \sin k\alpha + Q \frac{R^3 \sin \alpha}{(k^2 - 1)EI} = 0 \quad (6-16)$$

og

$$Ak \sin k\alpha + Q \frac{R^3 \cos \alpha}{(k^2 - 1)EI} = 0 \quad (6-17)$$

Ligningen for beregning av kritisk verdi av jevnt fordelt last  $q$  finnes ved å sette determinanten til ( 6-16 ) og ( 6-17 ) lik 0. Ligningene blir:

$$\sin k\alpha \cos \alpha - k \sin \alpha \cos k\alpha = 0 \quad (6-18)$$

og

$$k \tan \alpha \cot k\alpha = 1 \quad (6-19)$$

Verdiene av  $k$  og  $q$  avhenger av størrelsen på vinkelen  $\alpha$ . I Tabell 6-1 er det listet opp minste gyldige  $k$  for forskjellige verdier av  $\alpha$ . Se Figur 6-4 og Figur 6-5 for grafisk framstilling av ligning ( 6-18 ) med  $k$ -verdier for  $\alpha$  lik  $\frac{\pi}{2}$  og med  $\alpha$  lik  $\pi$ . Figurene illustrerer at  $k$  minker når  $\alpha$  øker.

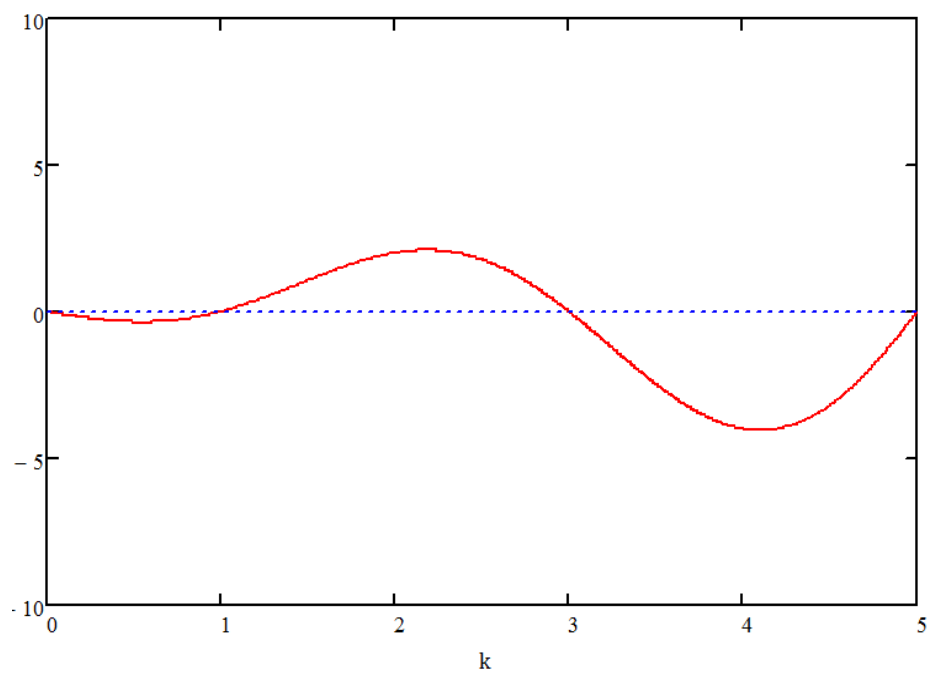
**Tabell 6-1 Minste gyldige  $k$ -verdier for valgt vinkel  $\alpha$ , reproduisert fra (Timoshenko & Gere, 1983)**

$\alpha$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
$k$	8,621	4,375	3	2,364	2,066	2

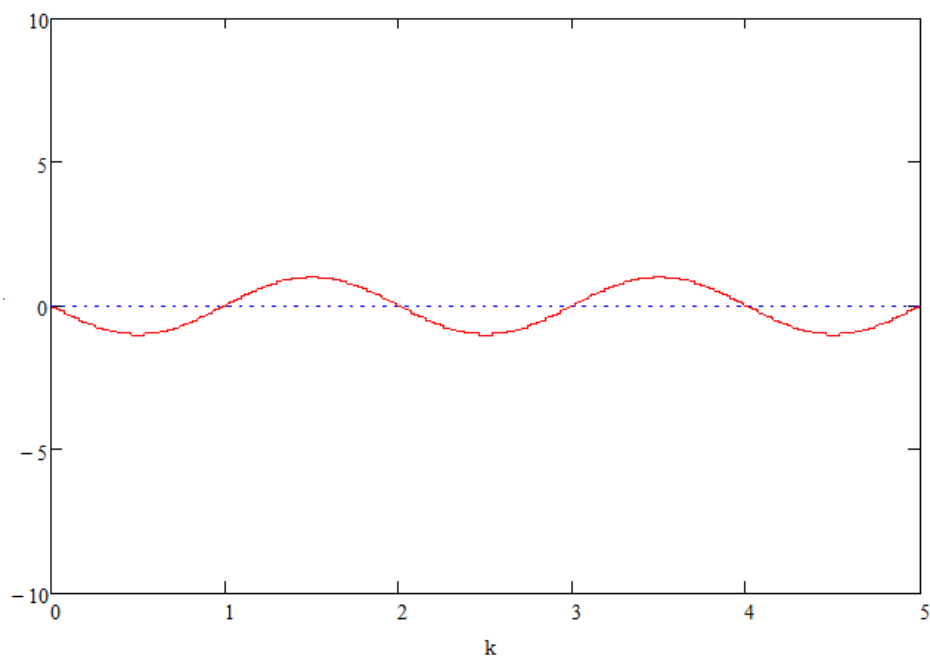
Kritisk last for innspent bue, med substitusjon av ligning ( 6-3 ) kan skrives som:

$$q_{cr,innspent} = \frac{EI}{R^3}(k^2 - 1) \quad (6-20)$$

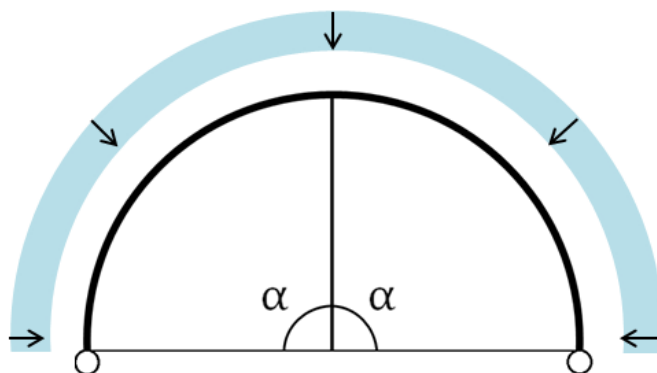
$k$  må være større enn 1 for at ligning ( 6-20 ) skal være gyldig. For samme vinkel  $\alpha$  er  $q_{cr,innspent}$  alltid større enn  $q_{cr,leddet}$  fra ligning ( 6-8 ). Ved små vinkler blir  $k$  stor, og amplituden til grafisk framstilling større. For  $\alpha = \pi$ , er  $q_{cr,innspent}$  lik  $q_{cr,leddet}$  med  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . Det vil si at buelengden kan være dobbelt så lang for en bue med innspendte ender for samme knekklast som for leddede ender med  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . Se Figur 6-6 og Figur 6-7.



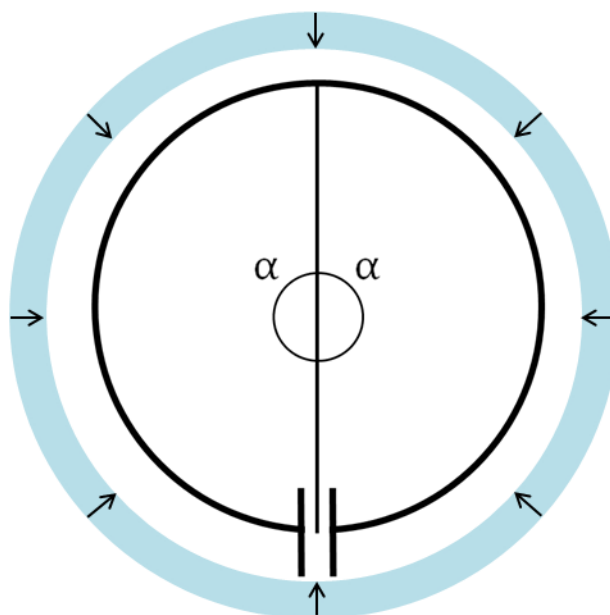
*Figur 6-4 k-verdier for  $\alpha$  lik  $\frac{\pi}{2}$ , k er lik 3*



*Figur 6-5 k-verdier for  $\alpha$  lik  $\pi$ , k er lik 2*



*Figur 6-6 Leddet bue med jevnt fordelt last og  $\alpha$  lik  $\frac{\pi}{2}$*

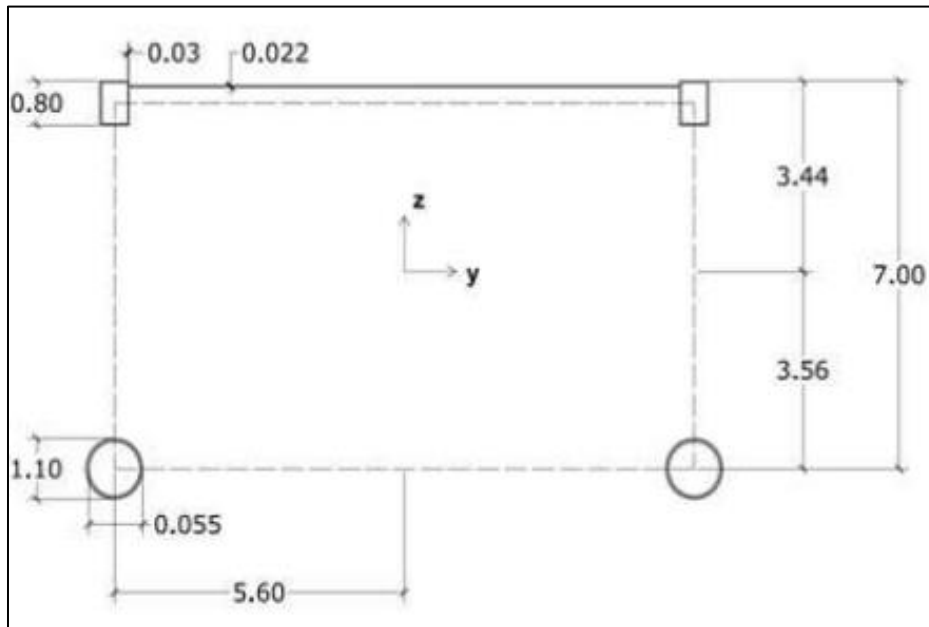


*Figur 6-7 Innspent bue med jevnt fordelt last og  $\alpha$  lik  $\pi$*

Det er alltid en utfordring å lage helt innspennte forbindelser. I virkeligheten vil en tenkt innspent situasjon ligge et sted mellom leddet og innspent teoretisk løsning. En løsning nær innspent verdi vil uansett få høyere knekklast enn for en løsning med leddede ender.

### 6.3 KRITISK KNEKKLAST FOR BERGSØYSUNDBRUA

Som en del av parameterstudiet i oppgaven er det av interesse å se på kritisk knekklast for Bergsøysundbrua og hvilke faktorer som spiller inn. Kritisk knekklast  $q_{cr}$  for både leddede og innspenne ender for brua beregnes. Brua er i hovedsak leddet i endene, men ved en tenkt innspent situasjon er det interessant å vite hva knekklasten ville ha vært. Figur 6-8 viser fagverkstverrsnittet til Bergsøysundbrua og Tabell 6-2 viser verdier av størrelsene i tverrsnittet.



Figur 6-8 Tverrsnittsmål Bergsøysundbrua, [m]

Tabell 6-2 Parametere ståltverrsnitt Bergsøysundbrua

Parametere ståltverrsnitt	Størrelse
Andre arealmoment om z-akse	18,6 m <sup>4</sup>
Andre arealmoment om y-akse	8,7 m <sup>4</sup>
E-modul stål	0,21 · 10 <sup>12</sup> N/m <sup>2</sup>
Stivhet EI om z-akse	3,906 · 10 <sup>12</sup> Nm <sup>2</sup>
Krumningsradius	1300 m
Vinkel $\alpha$	0,325 rad
Ståltverrsnitt $A_s$	760 354 mm <sup>2</sup>
Flytespenning stål, $f_y$	460 N/mm <sup>2</sup>
Masse, m	8,2 tonn/m
Lengde bru mellom ledd	844,8 m
Materialfaktor, $\gamma_{m1}$	1,05

### 6.3.1 LEDDEDE ENDER

Parametere som inngår i ligning ( 6-8 ) er stålfagverkets stivhet om z-aksen, bruas radius og vinkel fra midten og ut til enden av brua. Kritisk knekklast for Bergsøysundbrua med ledd i endene er:

$$q_{cr,leddet} = \frac{3,906 \cdot 10^{12}}{1300^3} \left( \frac{\pi^2}{0,325^2} - 1 \right) = 164,4 \frac{kN}{m} \quad (6-21)$$

Kritisk aksialkraft i buen:

$$N_{cr} = q_{cr} \cdot R = 213,8 \text{ MN} \quad (6-22)$$

Kritisk spenning i buen:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A_s} \quad (6-23)$$

Relativ slankhet (NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008) p. 6.3.1.3:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A_s f_y}{N_{cr}}} \quad (6-24)$$

**Tabell 6-3 Kritisk knekklast og reduksjonsfaktor  $\chi$  for leddet bru**

Kritisk knekklast, $q_{cr,leddet}$	164,4 kN/m
Kritisk aksialkraft i buen, $N_{cr} = q_{cr} \cdot R$	213,8 MN
Bruddkapasitet i buen, $F_y = A_s \cdot f_y$	349,7 MN
Relativ slankhet, $\lambda_z$	1,279
Fra Tabell 6.2 i NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008	Sveist kasseprofil, kurve b
Fra Figur 6.4 i NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008	Reduksjonsfaktor $\chi = 0,44$

Dette vil si at aksialkraftkapasiteten til bruas tverrsnitt må multipliseres med en reduksjonsfaktor  $\chi = 0,44$ .

$$N_{b,Rd,leddet} = \frac{\chi A_s f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,44 \cdot 760354 \text{ mm}^2 \cdot 460 \frac{N}{\text{mm}^2}}{1,05} = 146,6 \text{ MN} \quad (6-25)$$

Kritisk aksialkraftkapasitet i buen blir 146,6 MN. Det tilsvarer en trykkspenning på 192,8 MPa.

### 6.3.2 INNSPENDE ENDER

Med bru som er innspent i endene må  $k$  beregnes fra vinkelen  $\alpha$ . Med vinkel 0,325 radianer blir  $k$  lik 13,8534. Dette resulterer i en kritisk knekklast lik:

$$q_{cr,innspent} = \frac{3,906 \cdot 10^{12}}{1300^3} (13,8534^2 - 1) = 339,4 \text{ kN/m} \quad (6-26)$$

**Tabell 6-4 Resultater for innspent bru**

Kritisk knekklast, $q_{cr,innspent}$	339,4 kN/m
Kritisk aksialkraft i buen, $N_{cr} = q_{cr} \cdot R$	441,3 MN
Bruddkapasitet i buen, $F_y = A_s \cdot f_y$	349,7 MN
Relativ slankhet, $\lambda_z$	0,89
Fra Tabell 6.2 i NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008	Sveiste kasseprofil, kurve b
Fra Figur 6.4 i NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008	Reduksjonsfaktor $\chi = 0,68$

For innspent bru blir den kritiske knekklasten  $q_{cr,innspent}$  over to ganger større enn for leddet bru, og kritisk aksialkraftkapasitet blir 54,5 % høyere.

$$N_{b,Rd,innspent} = \frac{\chi A_s f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,68 \cdot 760354 \text{ mm}^2 \cdot 460 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,05} = 226,5 \text{ MN} \quad (6-27)$$

Kritisk aksialkraftkapasitet i buen blir 226,5 MN. Det tilsvarer en trykkspenning på 297,9 MPa.



## **7 EGENVEKT**

### **7.1 STÅLFAGVERK**

Egenvekt av stålfagverket er 8,2 tonn per meter bru. Dette resulterer i en egenlast på 80,4 kN per meter bru. (ROO, 2012)

### **7.2 PONGTONGER**

Med 4 meter dypgang på pongtongene beregnes hver pongtong til å ha en masse rundt 1450 tonn ved en avstand på 105,6 meter.

### **7.3 TOTAL EGENVEKT**

Fordeles pongtongenes vekt jevnt over bruas lengde blir egenvekten rundt 20,2 tonn per meter lengde. Bergsøysundbrua med sin lengde får en total masse på 17000 tonn.



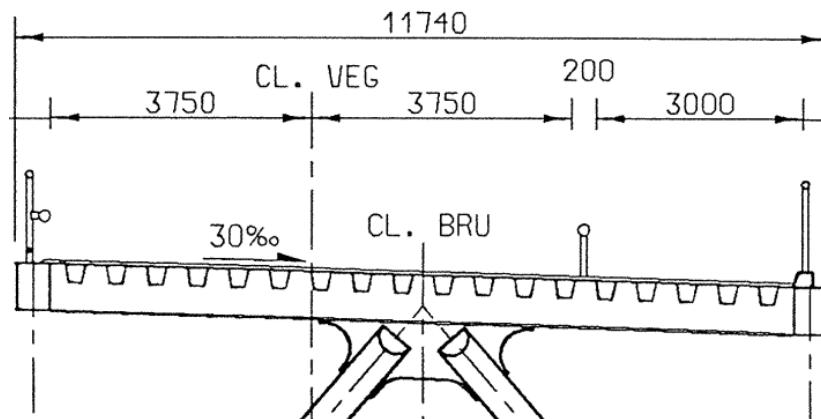
## 8 TRAFIKKLASTER

### 8.1 GENERELT

Trafikklaster på bruer bestemmes i henhold til NS-EN 1991-2:2003+NA:2010, «Eurokode 1, del 2, Trafikklast på bruer». Lastmodeller som defineres i standarden bør benyttes for design av vegbruer med lastlengde mindre enn 200 meter. Det vil si at 200 m er den lengste lengden for lastpåføring i lastmodell 1. I henhold til punkt 4.1 Note 2 i «Eurokode 1, del 2» er det på den sikre siden å bruke lastmodell 1 for lengder over 200 meter. Den faktiske trafikklaster på bruer resulterer fra målinger fra flere forskjellige kategorier av kjøretøy og fotgjengere. Se kapittel 8.1.2 for beskrivelse av ulike lastmodeller.

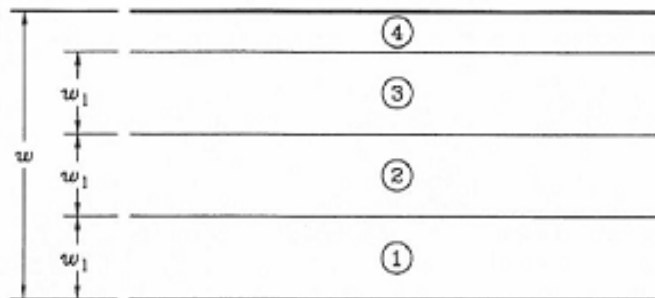
#### 8.1.1 NOMINELLE KJØREBANER

Eurokode 1, del 2, kapittel 4, tar for seg trafikk på bruer og andre krefter spesifikt for vegbruer. Kapittel 4.3 «Vertical Loads», deler inn kjørebane til brua i nominelle felt. Antall nominelle felt avhenger av kjørebanens bredde. Figur 8-1 viser et snitt fra tverrsnittet til Bergsøysundbrua og figuren viser at kjørebane er 2 x 3,75 meter bred. Gang- og sykkel feltet er 3 meter bredt.



*Figur 8-1 Tverrsnitt kjørebane og gang- og sykkel felt Bergsøysundbrua*

Antall nominelle baner og bredden til banene og det resterende feltet, bestemmes i henhold til Table 4.1 i Eurokode1, del 2. Maksimal bredde av en nominell bane er 3,0 meter. Figur 8-2 viser banenummereringen.



**Figur 8-2 Banenummerering for generelt tilfelle med baner 1, 2, 3 og rest 4, samt totalbredde  $w$ , hentet fra Eurokode 1, del 2**

For Bergsøysundkonseptet blir de nominelle banene over bruas kjørebane som vist i Tabell 8-1.

**Tabell 8-1 Nominelle baner og rest med tilhørende breddemål**

Nominelle baner	Bredde
Bane 1	3,0 m
Bane 2	3,0 m
Rest 4	1,5 m
SUM	7,5 m

### 8.1.2 LASTMODELLER

NS-EN 1991-2:2003+NA:2010 foreslår fire ulike lastmodeller for påføring av trafikklaster på bruer. Disse er reproduisert og sammenfattet i Tabell 8-2.

**Tabell 8-2 Beskrivelse av lastmodeller på bruer, reproduisert fra Eurokode 1, del 2**

Lastmodell	Beskrivelse
1	Konsentrerte og jevnt fordelte laster som dekker de fleste tilfeller av trafikk fra biler og lastebiler. Denne modellen bør brukes for generelle og lokale verifikasjoner.
2	Én enkelt aksellast påført på spesifikke hjulkontaktområder som dekker dynamiske effekter av normal trafikk på korte strukturelementer.
3	Et sett av en samling aksellaster som representerer spesielle kjøretøy (f.eks. industrielle kjøretøy) som kan kjøre på strekninger tillatt for unormale laster. Denne modellen er tiltenkt brukt til generelle og lokale verifikasjoner.
4	Last fra folkemengde. Benyttes kun for generelle verifikasjoner.

Lastmodell 1, 2 og 3, hvor det er relevant, skal tas i betraktning for alle typer dimensjonerende situasjoner. Lastmodell 4 skal bare brukes for forbigående situasjoner. I denne oppgaven benyttes lastmodell 1.

*Lastmodell 1 består av et todelt lastbilde:*

- Dobbelakslede konsentrerte laster, der hver aksellast har størrelse  $\alpha_Q Q_k$ , hvor  $\alpha_Q$  er en korreksjonsfaktor.
- Jevnt fordelt last per areal med størrelse  $\alpha_q q_k$ , med korreksjonsfaktor  $\alpha_q$ .

Lastmodell 1 bør påføres hver nominelle bane og på resterende areal. Verdiene til justeringsfaktorene bør velges på grunnlag av forventet trafikk, og tas ut fra det nasjonale tillegget. Korreksjonsfaktorene for trafikklaster fra i NA.4.3.2 Lastmodell 1 er gjengitt i Tabell 8-3.

**Tabell 8-3 Korreksjonsfaktorer for aksellaster og jevnt fordelte laster i Lastmodell 1**

Korreksjonsfaktor	Verdi
$\alpha_{Qi}$	1,0 for $i = 1, 2$ og 3
$\alpha_{q1}$	0,6
$\alpha_{qi}$	1,0 for $i > 1$
$\alpha_{qr}$	1,0

**Tabell 8-4 Aksellaster og jevnt fordelte laster for Lastmodell 1**

Baner	Aksellast	Jevnt fordelt last
	$Q_{ik}$ [kN]	$q_{ik}$ [kN/m <sup>2</sup> ]
Bane 1	300	9,0
Bane 2	200	2,5
Bane 3	100	2,5
Andre baner	0	2,5
Restbane	0	2,5

I henhold til punkt 4.3.2 Load Model 1(6) b) i «Eurokode 1, del 2, Trafikklast på bruer» kan aksellasterne på brua, for spennlengder lengre enn 10 meter, erstattes med én enakslet konsentrert last med størrelse lik summen av to aksler. Dermed blir  $Q_{ik}$  dobbelt så stor som gitt i Tabell 8-4.

### 8.1.3 GANG- OG SYKKELVEG

Trafikklaster på gang- og sykkelveg bestemmes i kapittel 5 «Actions on footways, cycle tracks and footbridges» i NS-EN 1991-2:2003+NA:2010. Anbefalt verdi for jevnt fordelt last på gang- og sykkelveg er  $q_{fk} = 5 \text{ kN/m}^2$ . Den skal kun påføres på de mest uheldige feltene. Den

karakteristiske verdien for konsentrert last er  $Q_{f_{wk}} = 10 \text{ kN}$ , og virker over et areal med sider lik 0,10 meter.

#### 8.1.4 TRAFIKKLAST PÅ BERGSØYSUNDBRUKONSEPTET

I bjelkemodellen i Ansys Workbench 14.0 er brua modellert som en bjelke, se kapittel 14. Det vil si at den kan påføres linjelast og punktlaster langs sin lengde. Jevnt fordelt last på brua må derfor multipliseres med bredden til tverrsnittet slik at den får enheten kraft per meter.

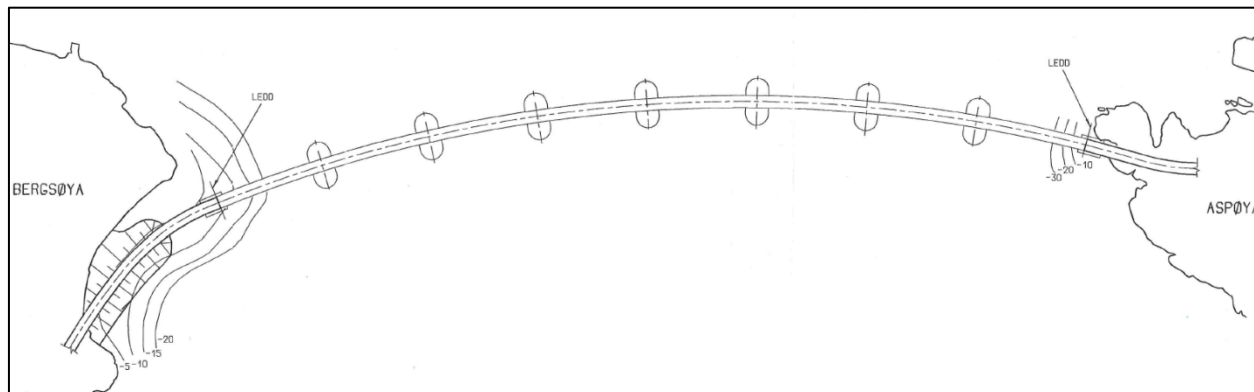
*Tabell 8-5 Trafikklaster på Bergsøysundkonseptet med korreksjonsfaktorer i Lastmodell 1*

<i>Inndeling av tverrsnitt</i>	<i>Konsentrert last [kN]</i>	<i>Jevn fordelt last [kN/m]</i>
Bane 1	$1,0 \cdot 2 \cdot 300 = 600$	$0,6 \cdot 9 \cdot 3 \text{ m} = 16,2$
Bane 2	$1,0 \cdot 2 \cdot 200 = 400$	$1,0 \cdot 2,5 \cdot 3 \text{ m} = 7,5$
Rest 4	0	$1,0 \cdot 2,5 \cdot 1,5 \text{ m} = 3,75$
Gang- og sykkelveg	10	$3 \text{ m} \cdot 5,0 = 15$
SUM	1010	42,45

Bremse- og akselerasjonskrefter i henhold til punkt 4.4 i «Eurokode 1, del 2» er ikke tatt hensyn til i denne oppgaven. Bremskrefter på en buet bru vil gi krefter ut av bruas senterlinje langs tangenten til bremsepunktet og dermed være med på å påvirke bruas spenningsnivå sideveis.

## 9 BØLGER

### 9.1 BERGSØYSUNDKONSEPTET



**Figur 9-1 Tegning av Bergsøysundbrua**

Alle bruene i oppgaven kontrolleres for bølge-, vind- og strømlaster fra Sognefjorden i en dynamisk analyse i forhold til egenfrekvensene til brua.

#### 9.1.1 SOGNEFJORDEN

I et punkt midt på Sognefjorden mellom Oppedal og Lavik har SINTEF Byggforsk estimert ekstremverdier for vindgenererte bølger i en 100-års returperiode. Data finnes i Tabell 9-1. Av dønning eller havsjø er den maksimale signifikante bølgehøyde 0,1 meter med tilhørende spektral toppperiode på 13,0-14,0 s. Maksimal enkeltbølgehøyde av dønning eller havsjø er 0,2 meter.

**Tabell 9-1 Vindbølger midt i Sognefjorden, SINTEF**

Parameter	Måltall midt i Sognefjorden
Signifikant bølgehøyde	$H_s = 2,34$ m
Peak-periode	$T_p = 4,8$ s
Sirkelfrekvens	$\omega = 1,309$ [rad/s]
Bølgetall	$k = 0,175 \frac{1}{m}$
Retning i fjorden	fra $240^\circ$ (normalt på brua)

Signifikant bølgehøyde  $H_s$  er gjennomsnittsverdien av den høyeste tredjedelen av individuelle bølgehøyder i en periode på 20 minutter. Den signifikante bølgehøyden (9-1) er omtrent proporsjonal med kvadratroten av den totale bølgeenergien, som er integralet av bølgespekteret.

$$H_s \approx H_{m0} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{8E}{\rho_w g}} = 4\sqrt{m_0} \quad (9-1)$$

Bølgespekteret beskriver havoverflaten som summen av sinusformede bølgekomponenter som hver har en unik bølgelengde, bølgeretning og amplitude. Spektral-topp-periode er tid mellom hver bølgetopp, og bølgefrekvensen beskriver avstanden mellom bølgetoppene. Dess kortere avstand det er mellom bølgetoppene, dess høyere frekvens har bølgen. I bølgeberegninger benyttes sirkelfrekvens  $\omega = \frac{2\pi}{T_p}$ , altså bølgefrekvensen multiplisert med  $2\pi$ .

Bølgetallet  $k$  er antall bølgelengder per lengdeenhet. Bølgetallet multiplisert med  $2\pi$  kalles vinkelbølgetallet. Bølgehevingen  $\eta$  er amplituden til bølgen.

Peak-perioden,  $T_p=4,8$  s, er viktig videre i beregningene da bruens egenperiode skal sammenlignes med den. Den signifikante bølgehøyden  $H_s$  benyttes til å beregne bølgekraft mot hver pongtong.

### 9.1.2 KORTKAMMET SJØTILSTAND

Kortkammeret sjøtilstand er når bølgen opptrer på en måte som gjør at kun én og én pongtong blir påkjent av bølgekraft samtidig. Bølgespredningsfunksjonen for kortkammeret sjøtilstand er definert ved:

$$\psi(\theta) = \frac{\cos^n \theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^n \theta d\theta} \quad (9-2)$$

Hvor  $\theta$  er vinkelen mellom normalen og lengderetningen til brua. Bølgespredningsfunksjonene inngår i koherensfunksjonen gitt i ligning (9-3).

$$G(x, \theta, \omega) = \psi(\theta) \cdot \alpha(x, \theta, \omega) \quad (9-3)$$

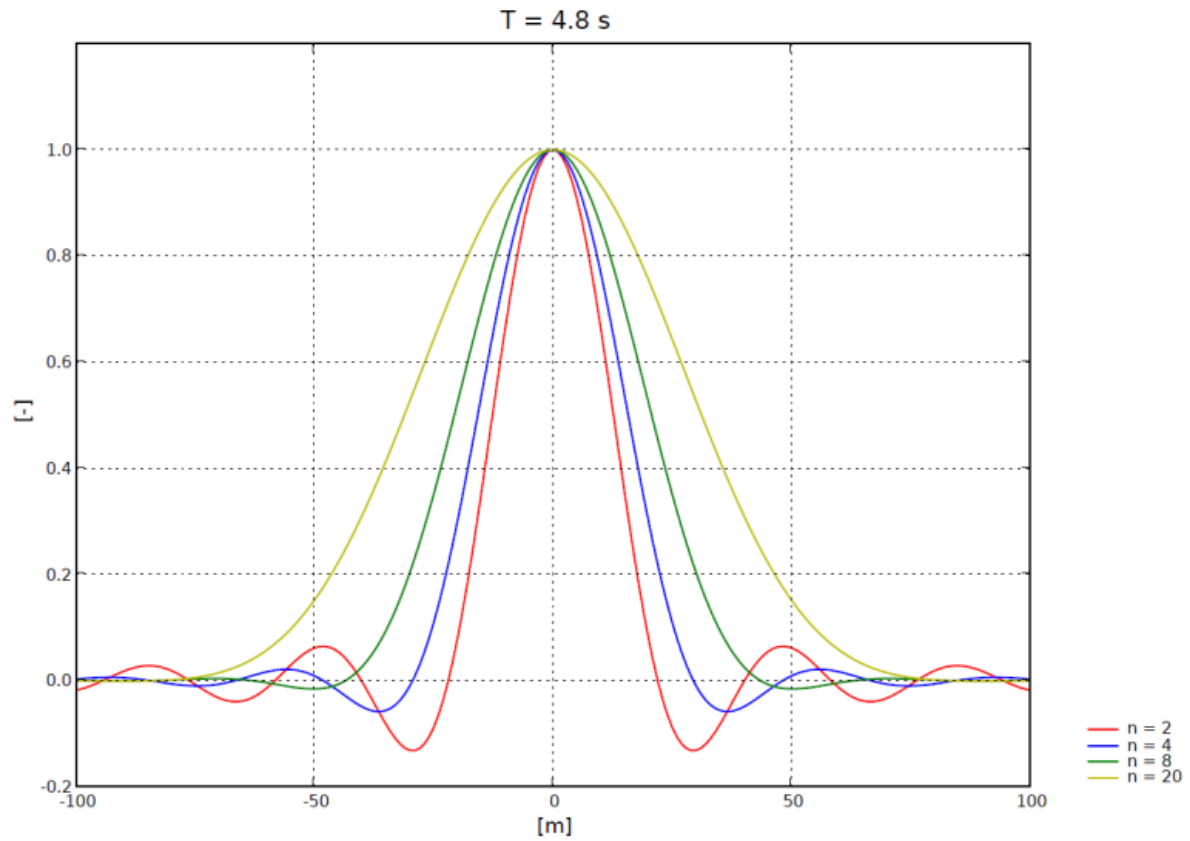
der 
$$\alpha(x, \theta, \omega) = e^{-ikx \cdot \sin \theta} \quad (9-4)$$

$\alpha(x, \theta, \omega)$  er en koordinatavhengig fasefunksjon for skrå, langkammeret bølge med vinkel  $\theta$ .

Koherensfunksjonen for sirkelfrekvens  $\omega = 1,309 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ , og vinkel  $\theta = 0$ , bølger normalt mot brua, er gitt i Figur 9-2 for  $n = 2, 4, 8$  og  $20$ . For  $n = 2$  viser bølgespredningsfunksjonen at avstanden der kurven krysser 0-aksen er i underkant +/- 25 meter. Det vil si at bølgen har en utstrekning som gjør at det kun oppstår koherens i en avstand i underkant av 50 meter langs bruas lengdeakse. Fordi pongtongene ligger i en avstand på 105,6 meter vil det ikke oppstå koherens mellom to pongtonger. Med koherens menes kobling mellom pongtongene. Mangel på koherens vil si at bølgen treffer kun én pongtong samtidig. Kortkammeret sjøtilstand ligger til grunn for formelverket benyttet i kapittel 11. (Søreide & Brekke, 1989)

Ved økende  $n$  vil bølgen gå fra kortkammeret til langkammeret og treffe alle pongtongene samtidig. Et slikt tilfelle er ikke betraktet i denne oppgaven.





**Figur 9-2** Koherensfunksjon for kortkammetsjøtilstand,  $G(x, \theta, \omega)$

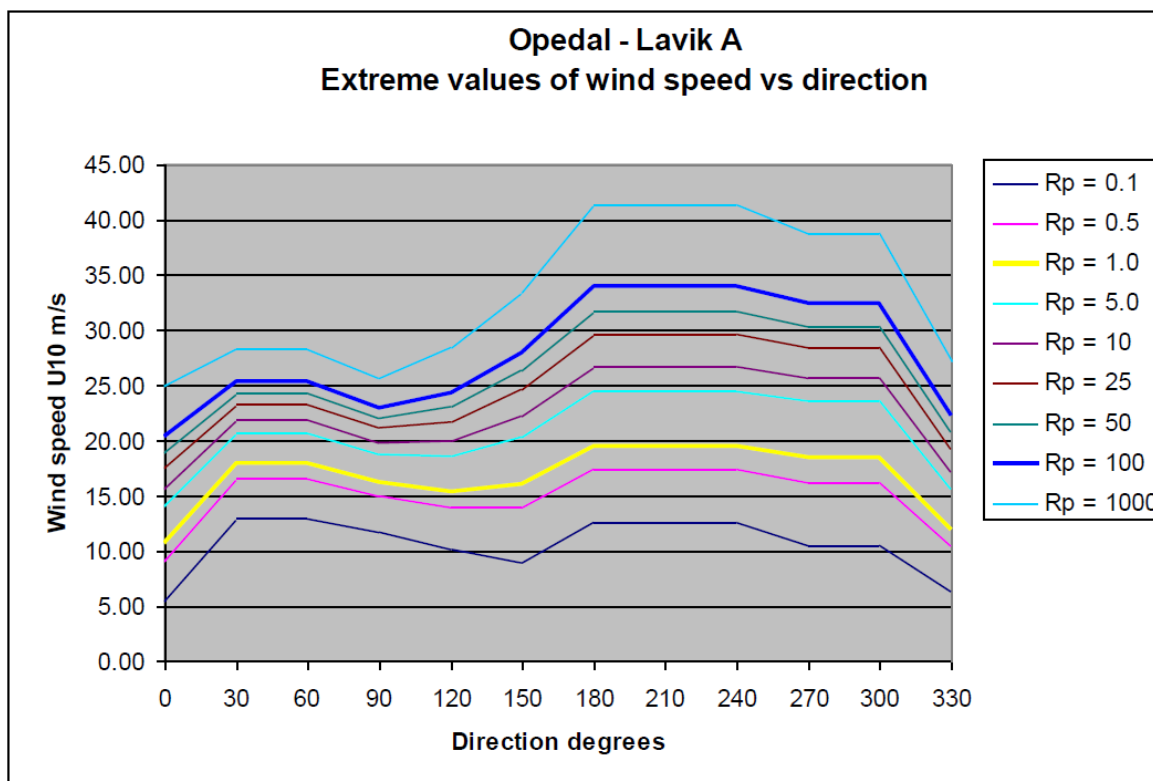
Beregning av laster på brua fra bølger er gitt i kapittel 11.



## 10 VIND

### 10.1 VINDDATA

SINTEF har justert vinddata fra Takle, Meteorologisk institutt sin målestasjon ca. 7 km sørvest for Oppedal. Takle er skjermet av høye fjell i vest og sør. I følge SINTEF det er grunn til å anta at vinden er noe høyere ved kryssingsstedet i Sognefjorden. Vinddataene er økt med 10 % i sektorene 30, 60, 270 og 300°, der 0° er nordlig retning. Figur 10-1 viser beregningsresultat for ekstremverdier av 10 min middelvind for 12 retninger med returperiode fra 0,1 til 1000 år. Varighet av storm er antatt lik 3 timer. (Lothe & Brørs, 2011)



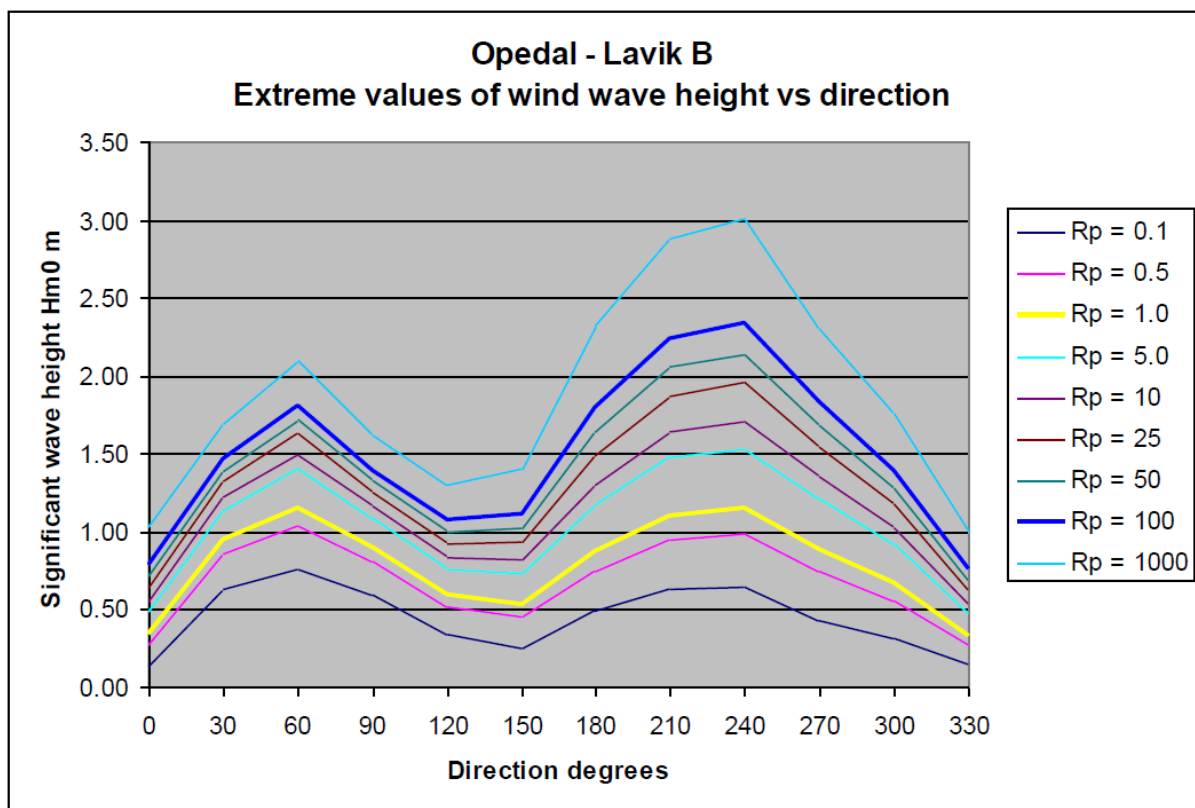
Figur 10-1 Ekstremverdier av 10 min middelvind ved kryssingsstedet Oppedal-Lavik, SINTEF

Vindlaster i denne oppgaven er beregnet med NS-EN1991-1-4:2005+NA:2009, «Eurokode 1, del 4, Vindlaster» og «Recommendations for Calculating the Effects of Wind on Constructions». Beregningene er gitt i kapittel 10.2.

#### 10.1.1 VINDBØLGER

Vindbølger som dannes i Sognefjorden dannes fra lokal vind. Fjorden er lang og smal, omgitt av høye fjell, slik at topografien vil ha en styrende effekt på vinden. SINTEF har i sine beregninger forutsatt at bølgeretningen er lik vindretningen. Da vil en ekstrem vind skape en ekstrem bølgesituasjon med identisk returperiode. Eksempelvis vil 100 års vind skape 100 års bølger. Den

ene opptrer ikke uten den andre. Figur 10-2 viser ekstremverdier av vindgenererte bølger for strekningen Oppedal-Lavik. Den signifikante bølgehøyden avhenger av returperiode og retning i fjorden.



**Figur 10-2 Ekstremverdier av vindgenererte bølger, SINTEF**

Ved 100 års returperiode kan det regnes at det i gjennomsnitt tar 1,5 timer fra en storm starter til maksimal tilstand oppnås. I den fasen stormen avtar, og bølgene reduseres mot null, vil bølgehøyden reduseres lineært, mens perioden holdes konstant.

Med denne informasjonen kan maksimal vind- og bølgelaster påføres brua samtidig, da det ikke kan være store bølger uten at det er kraftig vind samtidig. Lastkombinasjoner er gitt i kapittel 15.

## 10.2 VINDBEREGNINGER

For definering og beregning av dynamisk respons av vind er «EC1, del 4 Vindlaster» benyttet ved utregning av vindhastighet, terrengkategoriklasser og vindturbulens. I tillegg B under punkt B.2 i «EC1, del 4, Vindlaster» finnes en merknad som er sitert nedenfor.

*«For svingeformer med nullpunkter innenfor konstruksjonen bør mer detaljerte beregninger utføres»*

For en buet bru vil den første egensvingeformen være i to sinushalvbølger og brua vil dermed ha nullpunkter innenfor konstruksjonen, se kapittel 13 Egenfrekvenser. Vindkast kan ha en dynamisk virkning på brua. For beregning av den dynamiske forsterkningsfaktoren er det derfor benyttet teori fra «Håndbok for forenklet analyse av flytebruer», (Søreide & Brekke, 1989) Håndboken baseres på teori fra «Recommendations for Calculating the Effects of Wind on Constructions», (Augusti, et al., 1987). Symboler benyttet i dette kapittelet er gitt i Tabell 10-1.

**Tabell 10-1 Symboler i vindberegninger**

Symboler	
$A$	Areal
$B$	Korrelasjonsfaktor
$C$	Vindlastfaktor for bruer
$c_{dir}$	Retningsfaktor
$c_e(z)$	Eksponeringsfaktor
$c_d$	Dynamisk koeffisient
$c_f$	Kraftfaktor / Friksjonsfaktor
$c_o$	Terrengformfaktor
$c_p$	Trykkoeffisient
$c_r$	Ruhetsfaktor
$c_{season}$	Årstidsfaktor
$E$	Vindenergifaktor
$H$	Svingeformfaktor
$i$	Antall elementer
$I_v(z)$	Turbulensintensitet
$k_I$	Turbulensfaktor
$k_r$	Terrengruhetsfaktor
$l_e$	Effektiv lengde
$L_e$	Korrelasjonslengde
$m$	Masse per lengdeenhet
$n_i$	Konstruksjonens $i$ -te egenfrekvens
$n_{lim}$	Grensefrekvens

$q_b$	Basisvindhastighetstrykk
$q_p$	Topphastighetstrykk
$q_k$	Karakteristisk dynamisk vindtrykk
$R$	Svingningsfaktor
$S(W)$	Samlet effekt fra vind
$v_b$	Basisvindhastighet
$v_{b,0}$	Referansevindhastighet
$v_m$	Stedsvindhastighet / Middelvind
$w$	Vindtrykk
$z$	Høyde over terreng
$z_0$	Ruhetslengde
$z_{0,II}$	Referanseruhet for terrengkategoriklasse II
$z_c$	Konstruksjonens høyde
$z_{min}$	Minste høyde av konstruksjonen
$\beta_j$	Responskoeffisient
$\delta$	Logaritmisk dekrement av dempning
$\delta_a$	Logaritmisk dekrement av aerodynamisk dempning
$\delta_s$	Logaritmisk dekrement av dempning for konstruksjonen
$\rho$	Lufttetthet ( $1,25 \text{ kg/m}^3$ )
$\psi_\lambda$	Endeffektfaktor

### 10.2.1 VINDENS NATUR

Vind er bevegelse av luft for å balansere ulikt lufttrykk på jorda på grunn av forskjellig temperatur i atmosfæren. Oppvarmet luft er avhengig av solen, samt breddegrad og overflatestruktur. Vind påvirkes av jordas gravitasjon og rotasjon, og friksjon mellom lufta og jordas overflate. Effekten av friksjon senker farten på lufta nær bakken. Grov overflate skaper turbulens i vinden og mer intense svingninger i lufta enn ved finere overflater. Vind på et gitt sted er definert av hastighet eller dynamisk trykk, og retning. (Augusti, et al., 1987)

### 10.2.2 VINDHASTIGHET

Referansevindhastigheten til alle kommunene i Norge er gitt i Tabell NA.4(901.1) i «Eurokode 1, del 4». Referansevindhastigheten er basert på karakteristisk 10 minutters middelvindhastighet. I henhold til punkt 3.4 i NS-EN 1991-1-4:2005/NA:2009 har vindhastigheten en årlig sannsynlighet for overskridelse lik 0,02, som svarer til en midlere returperiode på 50 år. I Gulen kommune ved Sognefjorden er referansevindhastigheten i henhold til Tabell NA.4(901.1) lik:

$$v_{b,0} = 28 \frac{m}{s} \quad (10-1)$$

Basisvindhastigheten er referansehastigheten korrigert for retning og årstid:

$$v_b = c_{dir} c_{season} v_{b,0} \quad (10-2)$$

Konservative verdier for  $c_{dir}$  og  $c_{season}$  er 1,0 slik at basisvindhastigheten settes lik referansevindhastigheten.

### 10.2.3 TERRENGKATEGORIKLASSER

Ruheten til terrenget er inndelt i fem klasser og er gitt i Tabell 4.1 i NS-EN 1991-1-4:2005/NA:2009.  $z_0$  er ruhetslengden og  $z_{min}$  er minste høyde av konstruksjonen. For valg av ruhetsklasse skal det betraktes en sektor der den minste ruhetslengden innenfor  $30^\circ$  skal velges. Områder med mindre enn 10 % avvik i ruhet kan neglisjeres, men står valget mellom to ruhetslengder, skal den minste velges. I «Håndbok 185 Bruprosjektering del 6.12 Flytebruer» stiller Statens vegvesen krav til at flytebruer skal behandles i vindlastklasse II.

Terrengkategori		$z_0$ m	$z_{min}$ m
0	Kyststrøk som er eksponert for åpent hav	0,003	1
I	Innsjøer eller flatt og horisontalt område med lite vegetasjon og uten hindringer	0,01	1
II	Område med lav vegetasjon som gress og spredte hindringer (trær, bygninger) med avstand minst 20 ganger deres høyde	0,05	2
III	Område med vegetasjon eller bygninger eller med spredte hindringer med avstand minst 20 ganger deres høyde (landsbyer, forstadsterreng, permanent skog)	0,3	5
IV	Område der minst 15 % av overflaten er dekket av bygninger, og deres gjennomsnittlige høyde overskrider 15 m	1,0	10

MERKNAD Terrengkategoriene er illustrert i A.1.

**Figur 10-3 Terrengkategoriklasser, hentet fra NS-EN 1991-1-4:2005/NA:2009**

Terrengruhetsfaktor  $k_r$  og ruhetsfaktor  $c_r$  kan beregnes når terrengruheten er definert:

$$k_r = 0,19 \left( \frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0,07} = 0,19 \left( \frac{0,05m}{0,05m} \right)^{0,07} = 0,19 \quad (10-3)$$

$$c_r = k_r \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) = 0,19 \cdot \ln \left( \frac{10m}{0,05m} \right) = 1,007 \quad (10-4)$$

Med ruhetsfaktor, terrengformfaktor og basisvindhastighet, kan stedsvindhastigheten (også kalt middelvind) bestemmes:

$$v_m = c_r c_o v_b = 1,007 \cdot 1,0 \cdot 28 = 28,187 \frac{m}{s} \quad (10-5)$$

### 10.2.4 VINDTURBULENS OG VINDKASTHASTIGHETSTRYKK

I henhold til «Eurokode 1, del 4», punkt 4.4(1) er følgende sitert: «Turbulensintensiteten  $I_v(z)$  ved høyde  $z$  er definert som standardavviket  $\sigma_v$  av momentanvindhastigheten dividert med middelvindhastigheten.» Turbulensintensiteten er et uttrykk for hvor raskt vindhastigheten endres.

$$I_v(z) = \frac{\sigma_v}{v_m(z)} = \frac{k_I}{c_o \ln\left(\frac{z}{z_o}\right)} = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{10m}{0,05m}\right)} = 0,189 \quad (10-6)$$

Med stedsvindhastigheten, lufttrykket og turbulensintensiteten kan vindkasthastighetstrykket bestemmes:

$$q_p(z) = (1 + 7I_v(z)) \frac{1}{2} \rho v_m^2(z) = c_e(z) q_b \quad (10-7)$$

$$q_p(z) = (1 + 7 \cdot 0,189) \frac{1}{2} 1,25 \frac{kg}{m^3} \left(28 \frac{m}{s}\right)^2 = 1,153 \frac{kN}{m^2}$$

Vindkasthastighetstrykket er det maksimale vindtrykket som kan oppstå.

### 10.2.5 STIV ELLER FLEKSIBEL KONSTRUKSJON

For å beregne effekten av vind på en konstruksjon er det nødvendig å bestemme om konstruksjonen er stiv eller fleksibel. For stive strukturer er den dynamiske effekten av resonans mellom vindens turbulens og strukturens egne svingeformer neglisjerbar. For fleksible konstruksjoner må disse dynamiske effektene tas i betraktning. Den dynamiske koeffisienten  $c_d$  inkluderer effekten av ikke-samtidige vindkast på hele strukturen og effekten av svingninger av fleksible konstruksjoner i resonans med vindkastene.

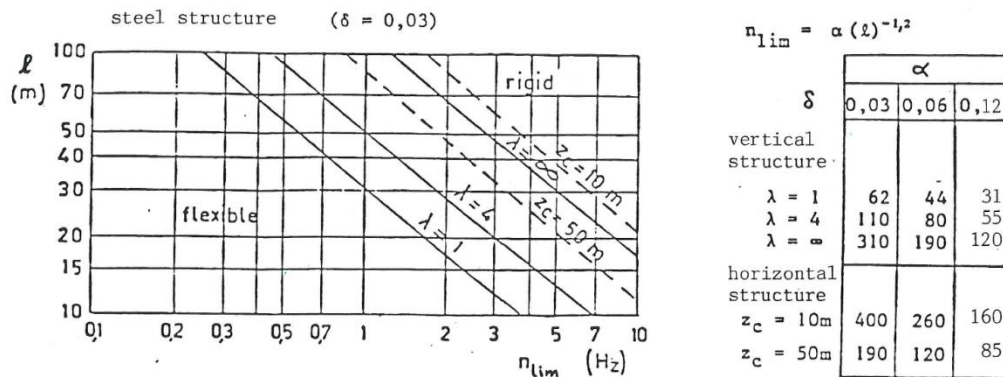
En struktur er stiv hvis den første egensvingemoden  $n_1$  er større eller lik grensefrekvensen  $n_{lim}$ , se Figur 10-4. En struktur er fleksibel hvis  $n_1$  er mindre enn  $n_{lim}$  eller hvis den horisontale avstanden er lenger enn 100 m. For ei bru er  $l$  avstanden mellom opplagere som holder fast brua sideveis. For flytebru på pongtonger uten sideforankring, er  $l$  avstanden mellom landfestene. Vind mot horisontal konstruksjon leses av ved stiplet linje på Figur 10-4. Tabell 10-2 gir verdier for brulengde 844,8 meter.

**Tabell 10-2 Stiv eller fleksibel konstruksjon**

Horisontal avstand $l$ mellom landfester	844,8 m
Konstruksjonshøyde $z_c$	10 m
Grensefrekvens $n_{lim}$ iht. Figur 10-4 og ligning ( 10-8 )	0,123 Hz
Første egenfrekvens $n_1$	0,112 Hz
Konstruksjon	Fleksibel



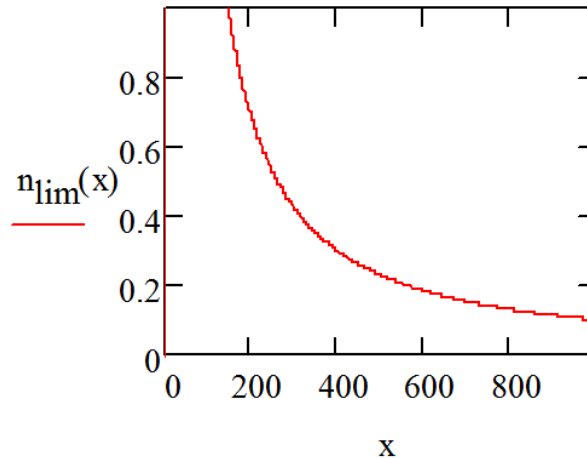
Bru med lengde 844,8 er fleksibel fordi den har fester lenger enn 100 meter fra hverandre og den første egenfrekvensen er lavere enn grensefrekvensen.



**Figur 10-4 Stiv eller fleksibel konstruksjon som funksjon av lengde, vertikal eller horisontal konstruksjon og materiale, hentet fra (Augusti, et al., 1987)**

For en horisontal stålkonstruksjon med høyde  $z_c$  lik 10 m, blir  $\alpha$  lik 400, se Figur 10-4 høyre side.  $n_{lim}$  skrives da som:

$$n_{lim} = 400(L)^{-1,2} = 400 \cdot 844,8^{-1,2} = 0,123 \quad (10-8)$$



**Figur 10-5 Grafisk framstilling av  $n_{lim}$**

Det framkommer av Figur 10-5 at grensefrekvensen synker raskt ved lengder over 200 meter. Konstruksjoner lenger enn det uten sideforankring vil være fleksible, og dynamiske effekter fra vind må tas i betraktning.

### 10.2.6 SAMLET EFFEKT FRA VIND

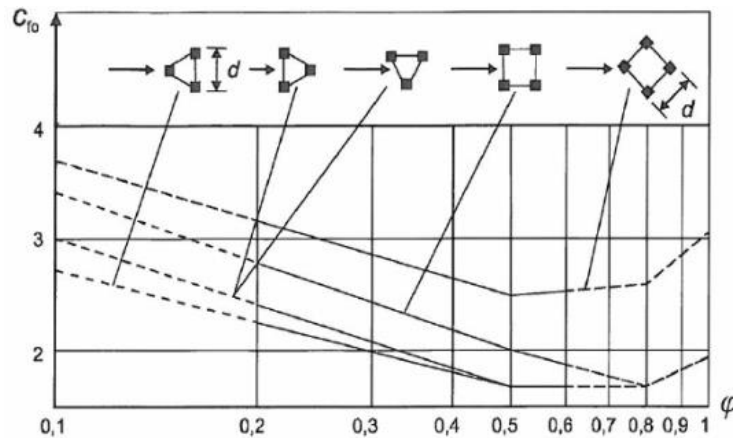
Den samlede effekten av vind på en struktur er resultatanten av ulike trykk som virker på overflater normalt på vindens retning. Overflatene inndeles i så mange elementer  $j$  at en tilstrekkelig nøyaktighet oppnås. Effekten korrigeres også for friksjon,  $c_f$ , og dynamisk forsterkning,  $c_d$ .

$$S(W) = c_f c_d \sum_{j=1}^n \beta_j A_j q_p \quad (10-9)$$

$\beta_j$  endres for hvilken respons som betraktes når lasten påføres jevnt fordelt på konstruksjonen. For fritt opplagt bru sideveis er  $\beta = \frac{L}{2}$  for skjær, og for moment er  $\beta = \frac{L^2}{8}$ .  $c_f$  er en kraftkoeffisient som tar hensyn til friksjon mellom vind og overflaten til konstruksjonen, massiviteten og slankheten.  $c_f$  beregnes for fagverkskonstruksjoner og stillaser under punkt 7.11 i «Eurokode 1, del 4, Vindlaster».

$$c_f = c_{f0} \cdot \psi_\lambda \quad (10-10)$$

der  $c_{f0}$  er kraftfaktor for fagverkskonstruksjoner og stillaser uten endeeffekter.  $c_{f0}$  leses av fra figur 7.34 i «Eurokode 1, del 4, Vindlaster» for romlig fagverk med fire hjørner og et gitt massivetsforhold. Massivetsforholdet  $\varphi$  bestemmes med ligning (10-11).

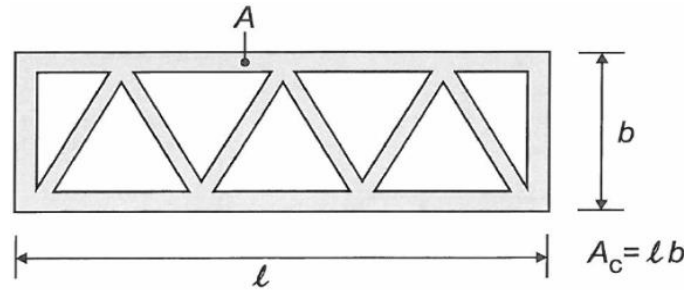


**Figur 10-6 Kraftfaktor  $c_{f0}$  for en romlig fagverkskonstruksjon med staver som funksjon av et massivetsforhold  $\varphi$ , hentet fra NS-EN 1991-2:2003+NA:2010**

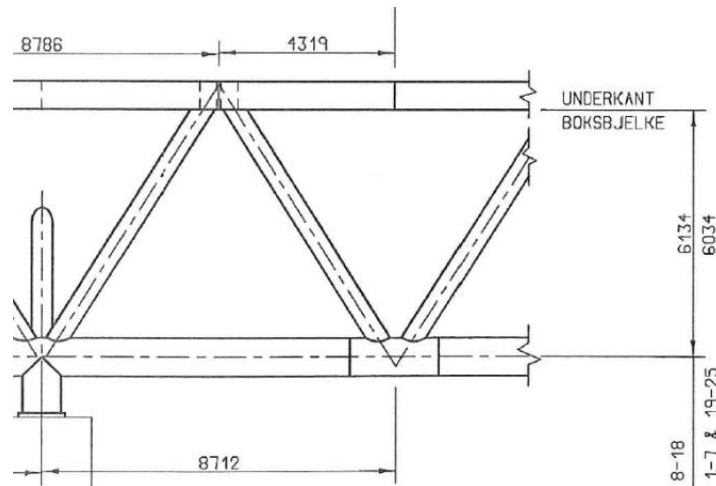
Massivetsforholdet  $\varphi$  beregnes fra ligning 7.26 i «Eurokode 1, del 4, Vindlaster» og er uttrykt ved forholdet:

$$\varphi = \frac{A}{A_c} \approx 0,4 \quad (10-11)$$

der  $A$  er summen av areal av fagverket som vinden projiseres på og  $A_c$  er det samlede omsluttete arealet. Figur 10-7 viser grafisk fremstilling av definisjonen. Figur 10-8 viser et snitt av fagverket til Bergsøysundbrua.



**Figur 10-7** Definisjon av massivitetsforhold  $\phi$ , hentet fra «Eurokode 1, del 4»

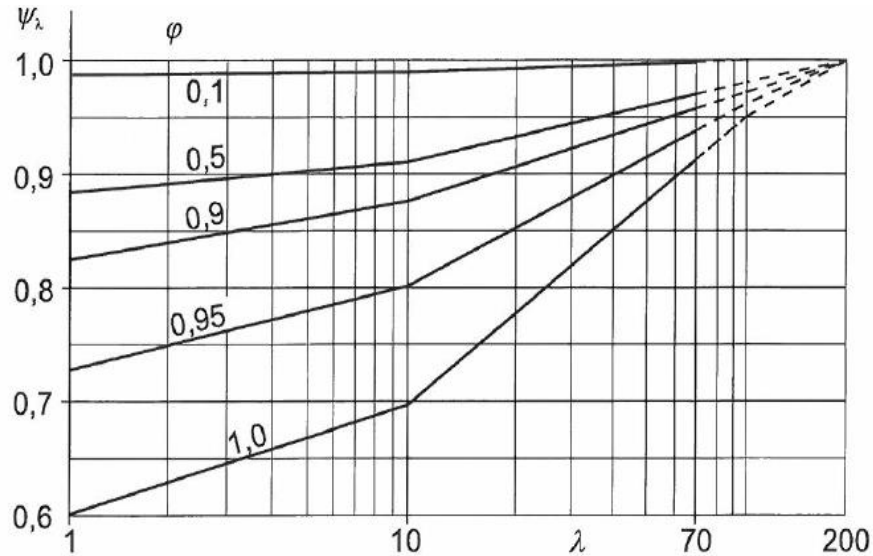


**Figur 10-8** Utsnitt fagverk Bergsøysundbrua

$\psi_\lambda$  er endeffekt faktoren som er funksjon av konstruksjonens slankhet  $\lambda$ , lengde  $l$  og høyde  $d$ . Fra tabell 7.16 i «Eurokode 1, del 4, Vindlaster», for konstruksjoner lengre enn 50 meter beregnes slankheten til å være den minste av:

$$\lambda = \min\left(70, 1,4 \cdot \frac{l}{d}\right) = \min\left(70, 1,4 \cdot \frac{844,8}{7,55}\right) = 70 \quad (10-12)$$

Med massivitetsforhold  $\phi = 0,4$  og slankhet  $\lambda = 70$ , kan endefaktoren  $\psi_\lambda$  leses av fra Figur 10-9.



**Figur 10-9** Verdier av endefaktoren  $\psi_\lambda$  som funksjon av et massivitetsforhold  $\varphi$  og slankhet  $\lambda$ , hentet fra «Eurokode 1, del 4, Vindlaster»

Kraftkoeffisienten  $c_f$  blir dermed:

$$c_f = c_{f0} \cdot \psi_\lambda = 2,2 \cdot 0,98 = 2,16 \quad (10-13)$$

### 10.2.7 DYNAMISK EFFEKT FRA VINDKAST

Den dynamiske effekten fra vindkast uttrykkes ved den dynamiske koeffisienten  $c_d$  som er gitt ved:

$$c_d = \frac{1 + 7I_v(z)\sqrt{B + R}}{1 + 7I_v(z)} \quad (10-14)$$

$B$  er en korrelasjonsfaktor som tar hensyn til påvirkning fra vindkast over konstruksjonslengden. Faktoren tar hensyn til at vindhastigheten ikke når sin maksimale verdi mot hele konstruksjonens lengde ved lange bruer samtidig.

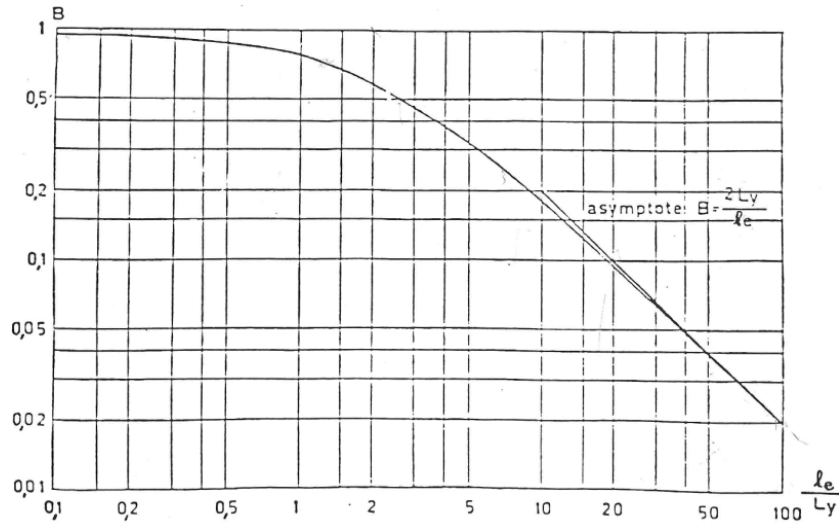
$B$  er avhengig av effektiv lengde  $l_e$  og korrelasjonslengde  $L_y$ , og leses av fra Figur 10-10.

Effektiv lengde for moment og skjærkraft:

$$l_{e,MV} = 0,75L = 0,75 \cdot 844,8 \text{ m} = 633,6 \text{ m}$$

Effektiv lengde for deformasjon:

$$l_{e,D} = 0,80L = 0,80 \cdot 844,8 \text{ m} = 675,8 \text{ m}$$



**Figur 10-10 Korrelasjonsfaktor  $B$  som funksjon av forholdet mellom effektiv lengde og korrelasjonslengden, hentet fra (Augusti, et al., 1987)**

Korrelasjonslengden  $L_y$ , med  $z = 10 \text{ m}$ , er gitt ved:

$$L_y = 42m^4 \sqrt{\frac{z}{20m}} = 35,3 \text{ m} \quad (10-15)$$

$$B = \frac{2L_y}{l_e} \text{ for } \frac{l_e}{L_y} \leq 2 \quad (10-16)$$

På grunn av ulike effektive lengder for moment og skjærkraft og deformasjon, beregnes to forskjellige verdier for  $B$ . Én for moment og skjærkraft, og én for deformasjon.

$$B_{MV} = \frac{2 \cdot L_y}{l_{e,MV}} = \frac{2 \cdot 35,3 \text{ m}}{633,6 \text{ m}} = 0,111$$

$$B_D = \frac{2 \cdot L_y}{l_{e,D}} = \frac{2 \cdot 35,3 \text{ m}}{675,8 \text{ m}} = 0,105$$

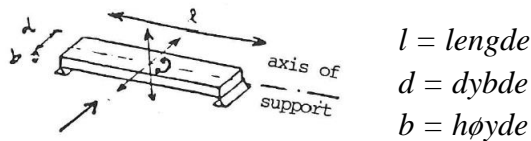
$R$  er en svingningsfaktor som tar hensyn til at vindtrykkets variasjon med tiden kan sette konstruksjonen i svingninger. Vindkast med lik frekvens som egenfrekvensene til konstruksjonen vil typisk føre til en forsterkende effekt som kan gi større reaksjonskrefter i tverrsnittet, enn kun fra statisk vindtrykk.  $R$  er summen av alle modene, men i de fleste tilfeller er bare den første moden av betydning. Svingningsformfaktoren er gitt ved ligning (10-17) og beregnes separat for skjær, moment og deformasjon. Den er avhengig av konstruksjonens totale demping, svingeform, vindenergifaktor og korrelasjon med vindkastene.

$$R = \sum_i^m \frac{2\pi}{\delta} H_i E_i B_i \quad (10-17)$$

der 
$$\delta = \delta_a + \delta_s \quad (10-18)$$

Med jevn masse langs konstruksjonen og konstant tverrsnitt kan  $\delta_a$  skrives som:

$$\delta_a = \frac{c_f \rho v_m \phi b}{2n_i m} \quad (10-19)$$



**Figur 10-11 Geometriske størrelser**

$$\delta_a = \frac{2,2 \cdot 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 28,187 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,4 \cdot 7,55 \text{ m}}{2 \cdot 0,11 \cdot 22,2 \cdot 10^3 \text{ kg}} = 0,046$$

$$\delta_s = 0,02$$

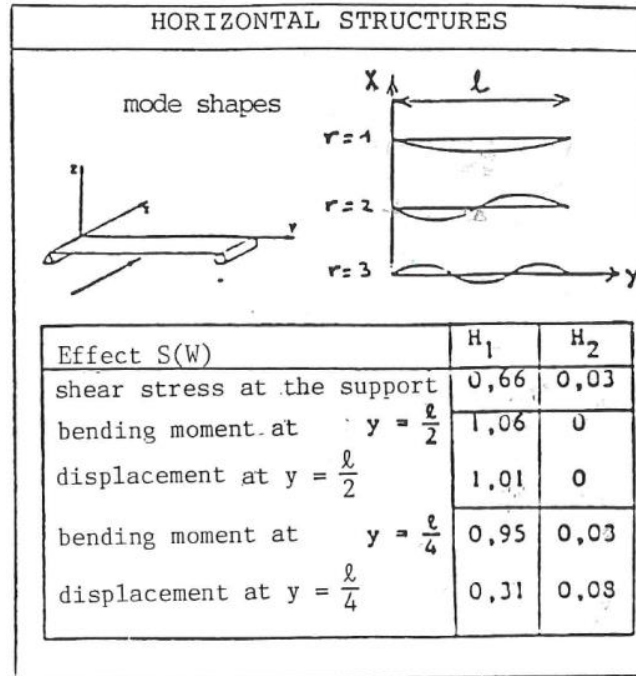
$$\delta = 0,046 + 0,02 = 0,066$$

$H_i$  er en svingeformfaktor som angir effekten av svingeform  $i$  på responsen  $S(W)$ . For strukturer med konstant masse og tverrsnitt, og med konstant vindtrykk over hele høyden, kan  $H_i$  tas fra Figur 10-12. For Bergsøysundkonseptet med buet form består første egensvingemode av to halve sinusbølger. Det vil si at kolonne to ( $H_2$ ) leses av.

$$H_V = 0,03$$

$$H_M = 0,03$$

$$H_D = 0,08$$



**Figur 10-12** Svingeformfaktor  $H_i$ , hentet fra (Augusti, et al., 1987)

$E_i$  er en vindenergifaktor som beskriver den reduserte verdien av energien i vindspekteret for egenfrekvens av mode i:

$$E_i = \frac{15,7f_i}{(0,5 + 33f_i)^{\frac{5}{3}}} \quad (10-20)$$

$$f_i = \frac{n_i z_c}{v_m} \quad (10-21)$$

$$f_1 = \frac{0,11 \text{ Hz} \cdot 10\text{m}}{28,187 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,039$$

$$E_1 = \frac{15,7 \cdot 0,039}{(0,5 + 33 \cdot 0,039)^{\frac{5}{3}}} = 0,232$$

$B_i$  er en korrelasjonsfaktor som tar hensyn til at vindtrykkets variasjon med tiden kan sette konstruksjonen i resonante svingninger. For horisontale strukturer bestemmes  $B_i$  med Figur 10-10 der:

$$\frac{l_e}{L_y} = \frac{7,2n_1 l}{v_m} = \frac{7,2 \cdot 0,11 \text{ Hz} \cdot 844,8\text{m}}{28,187 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 24 \quad (10-22)$$

Fra Figur 10-10:

$$B_1 = 0,08$$

Svingningsformfaktoren  $R$  kan da beregnes for skjær og moment, og deformasjon. Kun den første egenperioden benyttes.

$$R = \frac{2\pi}{\delta} H_1 E_1 B_1$$

$$R_{MV} = \frac{2\pi}{0,066} \cdot 0,03 \cdot 0,232 \cdot 0,08 = 0,053$$

$$R_D = \frac{2\pi}{0,066} \cdot 0,08 \cdot 0,232 \cdot 0,08 = 0,141$$

### 10.2.8 DYNAMISK RESPONS

Den dynamiske responsen av vind kan til slutt skrives som ligning ( 10-24 ).

$$S(W) = c_f \left( \frac{1 + 7I_v(z)\sqrt{B+R}}{1 + 7I_v(z)} \right) \sum_{j=1}^n \beta_j A_j (1 + 7I_v(z)) q_m \quad (10-23)$$

$$S(W) = c_f \cdot D \sum_{j=1}^n \beta_j A_j q_m \quad (10-24)$$

$q_m$  er middelvind som beregnes som i ligning ( 10-25 ).

$$q_m = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \frac{kg}{m^3} \cdot \left( 28,187 \frac{m}{s} \right)^2 = 0,497 \frac{kN}{m^2} \quad (10-25)$$

$D$  er den dynamiske forstørrelsesfaktoren:

$$D = 1 + 7I_v(z)\sqrt{B+R} \quad (10-26)$$

På grunn av ulike  $B$  og  $R$  for moment, skjær og deformasjon, kan det bli tre forskjellige dynamiske forstørrelsesfaktorer. For dette tilfellet blir det lik forstørrelsesfaktor for moment og skjær, og en annen for forskyvning.

$$D_{MV} = 1 + 7 \cdot 0,189 \sqrt{0,111 + 0,053} = 1,54$$

$$D_D = 1 + 7 \cdot 0,189 \sqrt{0,105 + 0,141} = 1,65$$

Dette betyr at linjelasten som påføres brulengde 844,8 meter for å beregne moment og skjærkraft multipliseres med 1,54. Linjelasten for å beregne forskyvning multipliseres med 1,65.

$$q_{MV} = 1,54 \cdot 2,16 \cdot 0,4 \cdot 7,55m \cdot 0,497 \frac{kN}{m^2} = 5,0 \frac{kN}{m}$$

$$q_D = 1,65 \cdot 2,16 \cdot 0,4 \cdot 7,55m \cdot 0,497 \frac{kN}{m^2} = 5,3 \frac{kN}{m}$$



### 10.2.9 VIND MOT PONGTONGER

Pongtongene har 3,0 m fribord, det vil si at pongtongene flyter med 3 meter over vannet i fri luft. Det bredeste partiet til pongtongene er 20 meter vinkelrett på brua. Det er derfor grunn til at det oppstår punktlaster fra vind mot pongtongene, i tillegg til jevnt fordelt vindlast på fagverket. Vindlast på pongtonger i henhold til (Augusti, et al., 1987) kan beregnes slik:

$$P_{pongton} = c_f D A q_m = 0,5 \cdot D \cdot 60 \text{ m}^2 \cdot 0,497 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (10-27)$$

Der  $c_f$  er kraftfaktor på grunn av pongtongens geometri.  $D$  er den dynamiske forstørrelsesfaktoren definert i ligning (10-26),  $A$  er pongtongens tverrsnitt over vannoverflaten og  $q_m$  er stedsvindhastigheten. I henhold til (Augusti, et al., 1987) kan kraftfaktoren  $c_f$  beregnes fra figur A1.21. Den er reproduisert i Tabell 10-3.

**Tabell 10-3 Kraftfaktor  $c_f$  på pongonger på grunn av vind som funksjon av vindretning, geometri, Reynolds-tall og slankhet, reproduisert fra (Augusti, et al., 1987)**

Geometri	$\frac{r}{a}$	$Re = 0,7 \cdot 10^5 v_m b$	$\alpha$	$c_f$		
				$\lambda_e \leq 10$	$\lambda_e = \infty$	
	$\leq \frac{1}{50}$	alle	0°	1,3	2,2	
			90°	1,2	1,8	
	$\frac{1}{12}$	alle	0°	1,1	1,9	
			90°	1,0	1,4	
	$\frac{1}{4}$		$Re < 3 \cdot 10^5$	0°	0,9	1,6
			$Re < 1,5 \cdot 10^5$	90°	0,6	0,8
$Re > 3 \cdot 10^5$			0°	0,5	0,6	
		$Re > 1,5 \cdot 10^5$	90°	<b>0,5</b>	0,6	

Reynoldstallet  $Re$  er et dimensjonsløst tall som er definert av forholdet mellom tregheten til fluidet, for eksempel luft eller vann, og viskositeten til fluidet. Tregheten til fluidet avhenger av hastigheten, og lengden eller bredden den virker på, mens viskositeten avhenger av friksjonen i lufta dividert på densiteten. Når et objekt påkjennes av fluid vil molekylene i fluidet feste seg til overflaten av objektet. Dette vil danne et lag omkring objektet, ofte kalt grenselag, som vil endre formen til objektet. Når fluidet strømmer mot objektet vil det oppføre seg som om grenselaget er en fysisk del av objektet. Grenselaget kan også separere seg fra objektet og danne en helt annen form enn det opprinnelige objektet. Strømbetingelsene i og nær dette grenselaget endres ofte med tiden som gjør dette komplekst. For å forutse og bestemme betingelser knyttet til friksjonskrefter, brukes vindtunneler og tilpassede dataprogrammer. Reynolds-tallet kan ofte se ut som en

konstant multiplisert med vindhastighet og høyde, som i Tabell 10-3, Dette er fordi enkelte parametere, som at fluidet er luft, allerede er bestemt. (Benson, 2009)

### 10.2.10 DYNAMISKE FORSTØRRELSFAKTORER OG LINJELASTER

Dynamiske forstørrelsesfaktorer for vindlast med tilhørende linjelast for ulike buede brulengder er gitt i Tabell 10-4 til Tabell 10-11. Som nevnt i kapittel 10.2.7 blir det forskjellige laster for skjær og momenter, og forskyvninger langs brua på grunn av ulike dynamiske forstørrelsesfaktorer.

**Tabell 10-4** *Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for Bergsøysundbrua*

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_2$	Dynamisk forstørrelsesfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,03	1,54	5,0
Moment $\frac{1}{4}$ L	0,03	1,54	5,0
Deformasjon $\frac{1}{4}$ L	0,08	1,65	5,3

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 23,0 kN for skjær og moment, og 24,6 kN for deformasjon.

**Tabell 10-5** *Dynamisk respons fra vind for Bergsøysundbrua, håndberegnete resultater og resultater fra Ansys*

Bergsøysundbrua	Håndberegning uten vind på pongtonger	Ansys uten vind på pongtonger	Ansys med vind på pongtonger
Skjær ved ender	$1,05 \cdot 10^3 \text{ kN}$	$1,00 \cdot 10^3 \text{ kN}$	$1,04 \cdot 10^3 \text{ kN}$
Skjær $\frac{1}{2}$ L	$1,05 \cdot 10^3 \text{ kN}$	$1,04 \cdot 10^3 \text{ kN}$	$1,08 \cdot 10^3 \text{ kN}$
Moment $\frac{1}{4}$ L	$1,11 \cdot 10^5 \text{ kNm}$	$1,09 \cdot 10^5 \text{ kNm}$	$1,14 \cdot 10^5 \text{ kNm}$
Forskyvning $\frac{1}{4}$ L	0,56 m	0,59 m	0,61 m

**Tabell 10-6** *Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for brulengde 1056 m*

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_2$	Dynamisk forstørrelsesfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,03	1,50	4,8
Moment $\frac{1}{2}$ L	0,03	1,50	4,8
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	0,08	1,63	5,2

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 22,4 kN for skjær og moment, og 24,3 kN for deformasjon.

**Tabell 10-7 Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for brulengde 1267,2 m**

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_2$	Dynamisk forstørrelsesfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,03	1,42	4,6
Moment $\frac{1}{2}$ L	0,03	1,42	4,6
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	0,08	1,49	4,8

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 21,2 kN for skjær og moment, og 22,2 kN for deformasjon.

**Tabell 10-8 Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for brulengde 1689,6 m**

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_2$	Dynamisk forstørrelsesfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,03	1,37	4,4
Moment $\frac{1}{2}$ L	0,03	1,37	4,4
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	0,08	1,45	4,7

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 20,4 kN for skjær og moment, og 21,6 kN for deformasjon.

**Tabell 10-9 Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for brulengde 2112 m**

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_2$	Dynamisk forstørrelsesfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,03	1,32	4,3
Moment $\frac{1}{2}$ L	0,03	1,32	4,3
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	0,08	1,38	4,5

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 19,7 kN for skjær og moment, og 20,6 kN for deformasjon.

**Tabell 10-10 Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for brulengde 2545 m**

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_2$	Dynamisk forstørrelsesfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,03	1,30	4,2
Moment $\frac{1}{2}$ L	0,03	1,30	4,2
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	0,08	1,35	4,3

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 19,4 kN for skjær og moment, og 20,1 kN for deformasjon.

**Tabell 10-11** *Svingeformfaktor, dynamisk forstørrelsesfaktor og linjelast for brulengde 5089 m*

<i>Reaksjon</i>	<i>Svingeformfaktor <math>H_2</math></i>	<i>Dynamisk forstørrelsesfaktor</i>	<i>Linjelast [kN/m]</i>
Skjær ved ender	0,03	1,20	3,9
Moment $\frac{1}{2} L$	0,03	1,20	3,9
Deformasjon $\frac{1}{2} L$	0,08	1,23	4,0

Vindlast mot pongtonger blir henholdsvis 17,9 kN for skjær og moment, og 18,3 kN for deformasjon.

Den dynamiske forstørrelsesfaktoren blir lavere dess lengre brua blir. Det betyr at for lengre bruer vil last per meter lengde avta på grunn av at korrelasjonslengden blir liten i forhold til bruas totale lengde. Dette fordi sannsynligheten for at vinden blåser mot hele bruas lengde samtidig er lav. Den totale responsen i bruene vil likevel vokse med økende lengder, fordi det blir mer total last på hele strukturen, selv om last per meter har avtatt.

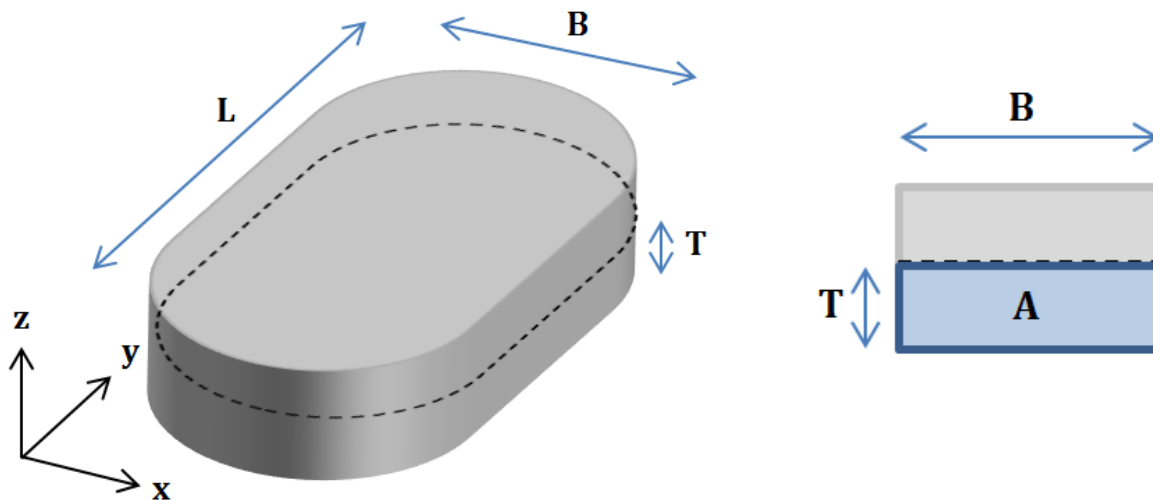
# 11 HYDRODYNAMIKK

## 11.1 GENERELT

Hydrostatikk er læren om trykk i stillestående væske. Hydrodynamikk er læren om trykk i væsker som beveger seg.

Et legeme som flyter i vann, for eksempel en pongtong påkjent av krefter, vil få tilleggsmasse og tilleggsdemping på grunn av vannlinjestivheten. Dette fordi pongtongen vil prøve å dytte på vannet når pongtongen blir påkjent av laster. Pongtonger benyttet for bruene i denne oppgaven er tilsvarende Bergsøysundets pongtonger. De har en lengde  $L$  på 34 meter, bredde  $B$  på 20 meter og høyde 7 meter. Dypgangen  $T$  er 4 meter og fribordet 3 meter.

I dette kapittelet benyttes teori om hydrodynamikk fra «Håndbok for forenklet analyse av flytebruer», (Søreide & Brekke, 1989) som er basert på stripeteori, og laget på grunnlag av Vugts diagram.



**Figur 11-1 Pongtong med geometriske størrelser og neddykket areal  $A$**

x-akse er bruas lengdeakse, y-akse går tvers på brua og z-akse er i vertikalplanet.

Pongtongparametere og bølgekoeffisienter er gitt i Tabell 11-1.

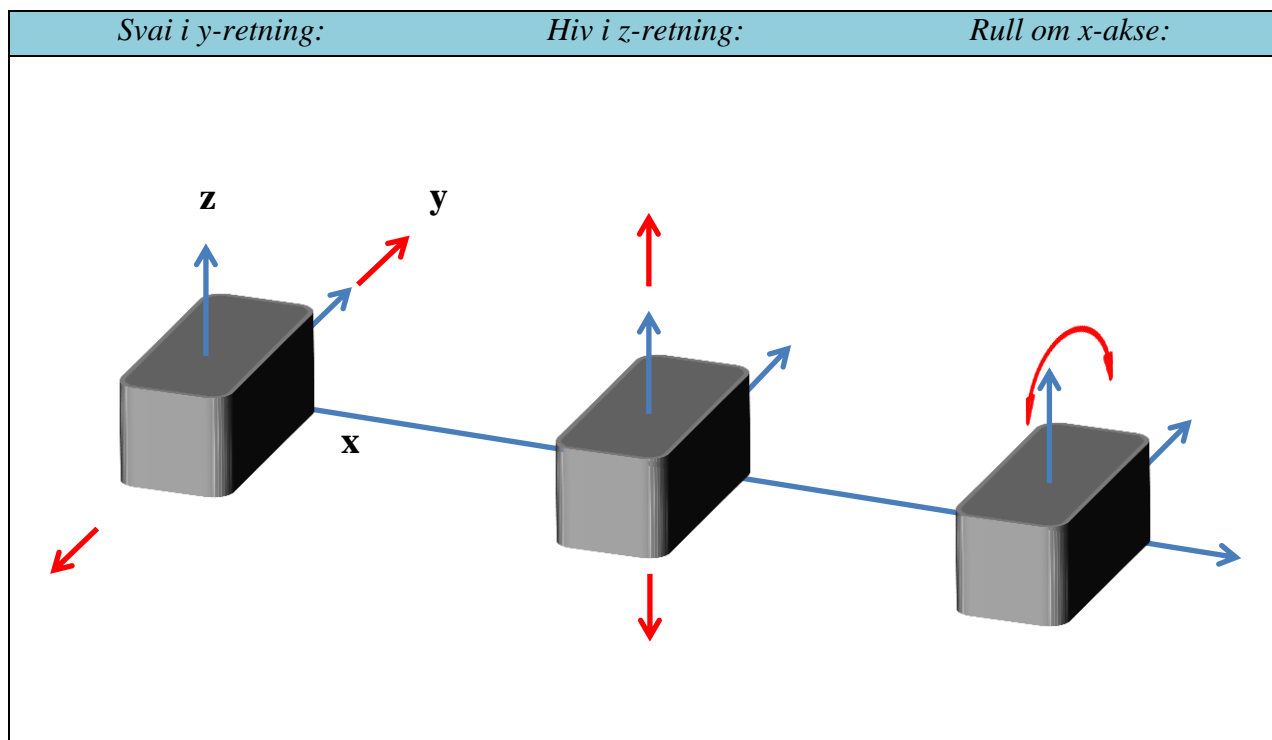
**Tabell 11-1 Parametere pongtong og bølgekoeffisienter**

Parameter	Navn
$B$	Pongtongbredde i vannlinjen [m]
$T$	Dypgang [m]
$L$	Pongtongens lengde (relativ) [m]

$A$	Neddykket tverrsnittsareal [ $\text{m}^2$ ]
$g$	Tyngdeakselerasjonen [ $\text{m/s}^2$ ]
$\rho$	Vannets tyngdetetthet [ $\text{kg/m}^3$ ]
$\omega$	Bølgefrekvens [ $\text{rad/s}$ ]
$k = \omega^2/g$	Bølgetallet [ $\text{m}^{-1}$ ]
$\eta$	Bølgehevingen [ $\text{m}$ ]
$a_{yy}$	Massekoeffisient i svai ( <i>i y-retning</i> )
$a_{zz}$	Massekoeffisient i hiv ( <i>i z-retning</i> )
$a_{\varphi\varphi}$	Massekoeffisient i rull ( <i>om x-akse</i> )
$b_{yy}$	Dempingskoeffisient i svai ( <i>i y-retning</i> )
$b_{zz}$	Dempingskoeffisient i hiv ( <i>i z-retning</i> )
$b_{\varphi\varphi}$	Dempingskoeffisient i rull ( <i>om x-akse</i> )

### 11.1.1 SVAI, HIV OG RULL

Svai, hiv og rull er bevegelser et legeme i vann får ved påkjening av bølger. Svai er bevegelser knyttet til horisontalplanet, dvs. at en pongtong kan bevege seg horisontalt langs x- eller y-akse. Hiv er bevegelsen i vertikalretning. Rull er når pongtongen roterer om en av de tre aksene.



*Figur 11-2 Bevegelsesmønstre pongtong*

Ved en global betraktning av Bergsøysundkonseptet vil bruene kunne få svai i y-retning, hiv i z-retning og rull om x-aksen. Lokal svai x-retning og rull om y- og z-aksen av pongtongene oppstår i liten grad, da de er fastholdt sideveis av stålfagverket, og beregnes ikke i denne oppgaven.

Lengden av pongtongen regnes om til en lengde relativ til pongtongens bunnareal. Slik kan beregningsregler for kvadratiske pongtonger benyttes. Den relative lengden beregnes slik at bunnarealet for kvadratisk pongtong er lik bunnarealet til den virkelige pongtongen.  $L_R$  tilsvarer lengden av kvadratisk pongtong. Den benyttes videre i beregningene.  $L_R$  beregnes nedenfor.

$$L_R B = \frac{\pi B^2}{4} + (L - B)B \quad (11-1)$$

$$L_R = \frac{\frac{\pi B^2}{4} + (L - B)B}{B} = \frac{\frac{\pi \cdot (20m)^2}{4} + (34m - 20m) \cdot 20m}{20m} = 29,708m \quad (11-2)$$

## 11.2 HYDRODYNAMISK MASSE

Diagrammer basert på Vugts diagram og hydrodynamiske analyser av pongtonger er tatt med, fordi det ved en senere anledning skal være enklere å ta opp arbeidet med hydrodynamikk og bølbelast mot pongtonger.

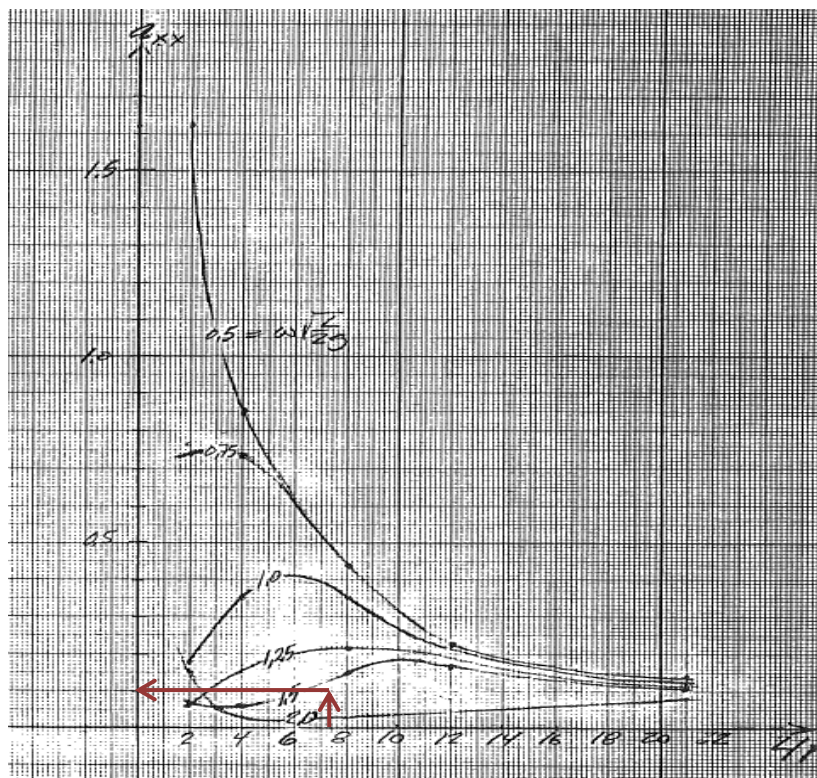
### 11.2.1 MASSEKOEFFISIENT I SVAI

Kurve 5.9 for svai benyttes fra (Søreide & Brekke, 1989).  $\frac{L}{T}$  forholdet til pongtongen er langs y-aksen, og massekoeffisient  $a_{xx}$  langs pongtongens lengdeakse. For systemet i denne oppgaven blir  $a_{yy} = a_{xx}$  da y-aksen er pongtongens lengdeakse. For Bergsøysundkonseptets pongtonger gjelder:

$$\frac{L}{T} = \frac{29,708}{4} = 7,427 \quad (11-3)$$

$$\omega \sqrt{\frac{L}{2g}} = 1,309 \sqrt{\frac{29,708}{2 \cdot 9,81}} = 1,611 \quad (11-4)$$

$$a_{yy} = 0,1 \quad (11-5)$$



Figur 11-3 Massekoeffisient  $a_{yy}$  i svai i y-retning som funksjon av  $\frac{L}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$ ,  
(Søreide & Brekke, 1989)



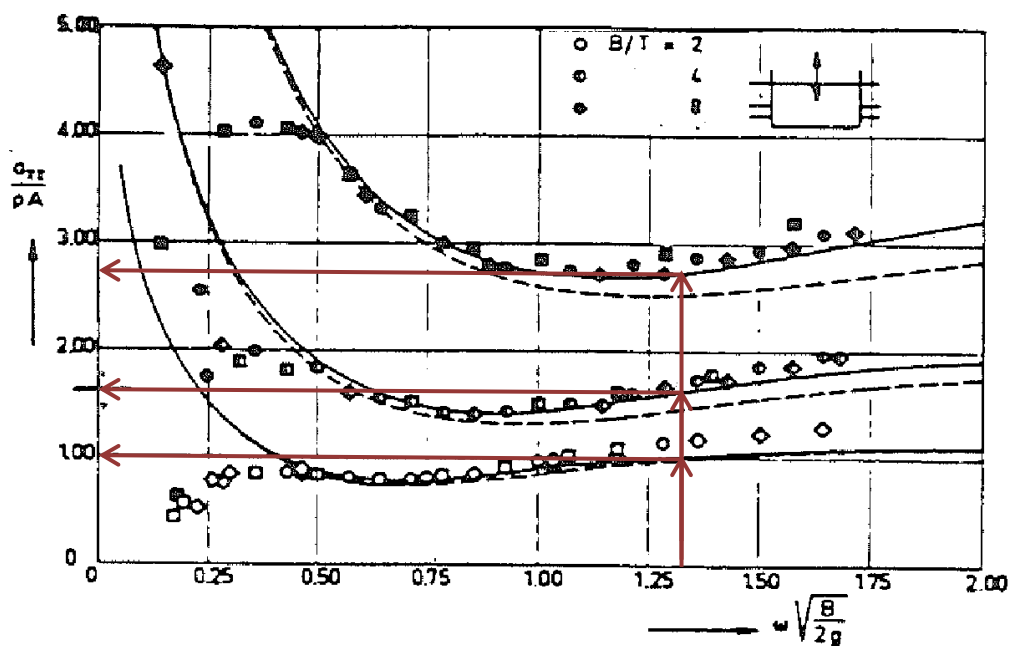
### 11.2.2 MASSEKOEFFISIENT I HIV

Kurve 5.4 for hiv benyttes fra (Søreide & Brekke, 1989). Langs horisontal akse er  $\omega \sqrt{\frac{B}{2g}}$  og langs vertikal akse er  $\frac{a_{zz}}{\rho A}$ . De tre kurvene leses av for  $\frac{B}{T}$ -verdier 2, 4 og 8. Det interpoleres for å finne  $a_{zz}$  for riktig verdi av  $\frac{B}{T}$ .

$$\frac{B}{T} = \frac{20}{4} = 5 \quad (11-6)$$

$$\omega \sqrt{\frac{B}{2g}} = 1,309 \sqrt{\frac{4}{2 \cdot 9,81}} = 1,322 \quad (11-7)$$

$$a_{zz} = 1,926 \quad (11-8)$$



Figur 11-4 Massekoeffisient  $a_{zz}$  i hiv i z-retning som funksjon av  $\frac{B}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{B}{2g}}$ ,  
(Søreide & Brekke, 1989)

Tabell 11-2 Massekoeffisient  $a_{zz}$  i hiv i z-retning som funksjon av  $\frac{B}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{B}{2g}}$

$\frac{B}{T}$	2	4	5	8
$a_{zz}(\omega \sqrt{\frac{B}{2g}})$	1,00	1,63	<b>1,926</b>	2,74

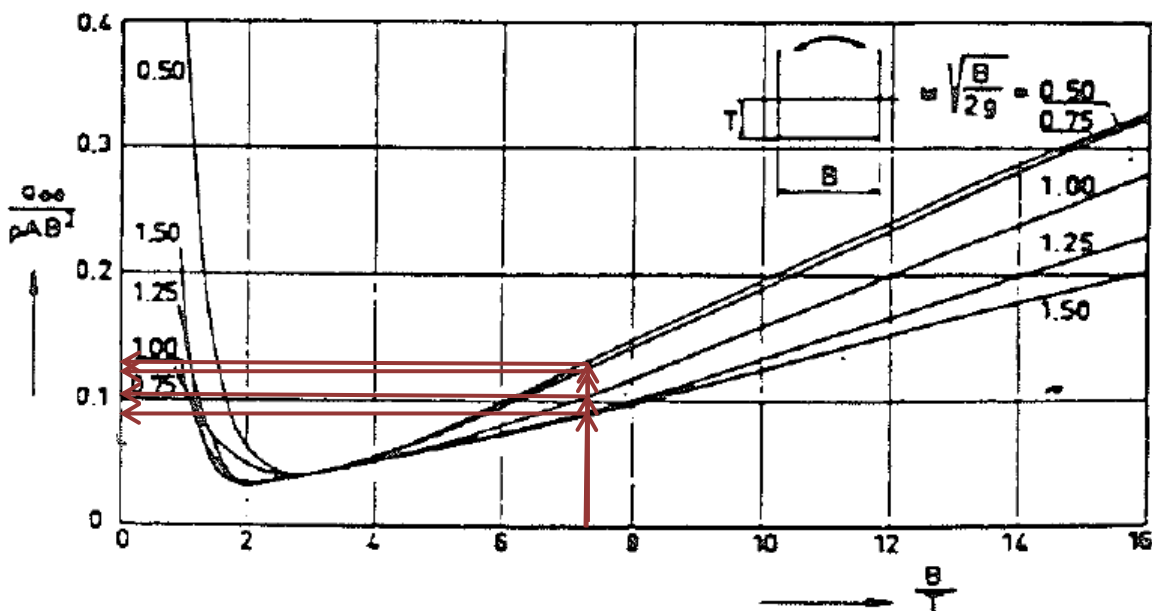
### 11.2.3 MASSEKOEFFISIENT I RULL

Kurve 5.4 for rull benyttes fra (Søreide & Brekke, 1989). I Figur 11-5 må  $B$  erstattes med  $L$  da det er rull om  $x$ -akse. De tre kurvene leses av for  $\frac{B}{T} = 7,427$  og det ekstrapoleres for å finne riktig verdi.

$$\frac{L}{T} = \frac{29,708}{4} = 7,427 \quad (11-9)$$

$$\omega \sqrt{\frac{L}{2g}} = 1,309 \sqrt{\frac{29,708}{2 \cdot 9,81}} = 1,611 \quad (11-10)$$

$$a_{\varphi\varphi} = 0,09 \quad (11-11)$$



Figur 11-5 Massekoeffisient  $a_{\varphi\varphi}$  i rull om  $x$ -aksen som funksjon av  $\frac{L}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$ ,  
(Søreide & Brekke, 1989)

Tabell 11-3 Massekoeffisient  $a_{\varphi\varphi}$  i rull om  $x$ -aksen som funksjon av  $\frac{L}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$

$\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,611
$a_{\varphi\varphi}(\frac{L}{T})$	0,135	0,130	0,105	0,091	0,091	<b>0,090</b>

### 11.2.4 HYDRODYNAMISK MASSE PER PONGTONG

$$\text{Masse i y-retning:} \quad A_y = a_{yy}\rho AL \quad A_y = 243,6 \text{ tonn} \quad (11-12)$$

$$\text{Masse i z-retning:} \quad A_z = a_{zz}\rho AL \quad A_z = 4692 \text{ tonn} \quad (11-13)$$

$$\text{Rotasjonsmasse om x-akse:} \quad A_{xx} = a_{\varphi\varphi}\rho AL^3 \quad A_{xx} = 193,4 \text{ kilotonn} \cdot \text{m}^2 \quad (11-14)$$

Den hydrodynamiske massen til pongtongene adderes sammen med den faktiske massen til brua for beregning av statisk og dynamisk respons.

I svai i y-retning blir den totale tilleggsmassen  $7 \cdot A_y = 1705,2 \text{ tonn}$ . Dette fordi brulengde 844,8 m har syv pongtonger. Tilleggsmassen utgjør rundt 10 % av bruas opprinnelig masse på 17000 tonn. Med lik pongtongavstand og samme stålfagverk, vil dette tallet være tilnærmet konstant slik at total masse i svai kan skrives som:

$$M_{total,svai} \approx 1,1 \cdot M_{bru} \quad (11-15)$$

I hiv i z-retning utgjør den totale tilleggsmassen på  $7 \cdot A_z = 32844 \text{ tonn}$  nesten to ganger bruas masse. På samme måte som for svai kan den fullstendige massen i hiv forenklet skrives som:

$$M_{total,hiv} \approx 3 \cdot M_{bru} \quad (11-16)$$

Når bruene øker i lengde vil andelen pongtonger på brua øke slik at betraktningen om total masse over ikke er korrekt for alle brulengder. Men ligning ( 11-15 ) og ( 11-16 ) er gyldig for brulengde 844,8 meter.

### 11.3 HYDRODYNAMISK DEMPING

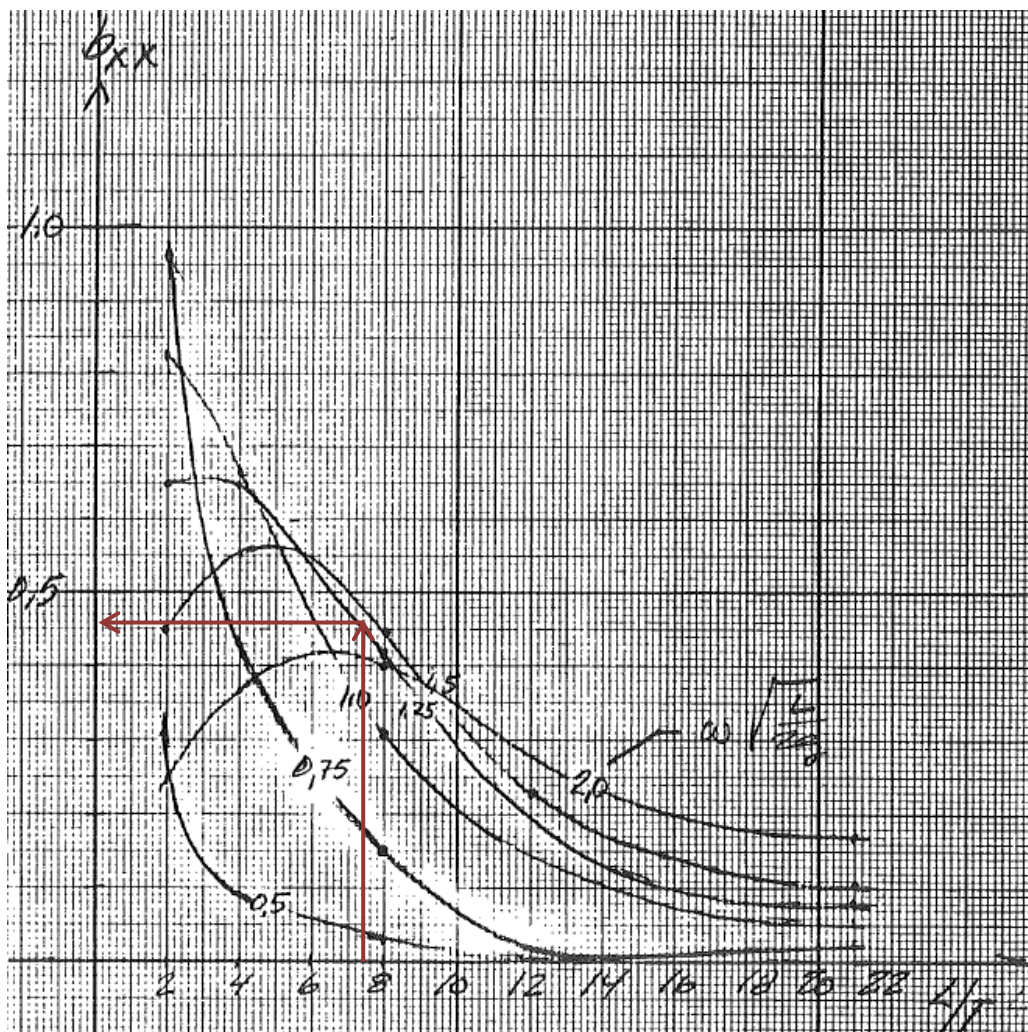
#### 11.3.1 DEMPINGSKOEFFISIENT I SVAI

Kurve 5.4 for demping i svai benyttes fra (Søreide & Brekke, 1989). For Bergsøysundkonseptet er  $b_{yy} = b_{xx}$  da y-aksen er pongtongens lengdeakse.

$$\frac{L}{T} = \frac{29,708}{4} = 7,427 \quad (11-17)$$

$$\omega \sqrt{\frac{L}{2g}} = 1,309 \sqrt{\frac{29,708}{2 \cdot 9,81}} = 1,611 \quad (11-18)$$

$$b_{yy} = 0,46 \quad (11-19)$$



Figur 11-6 Dempingskoeffisient  $b_{yy}$  i svai i y-retning som funksjon av  $\frac{L}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$ ,  
(Søreide & Brekke, 1989)

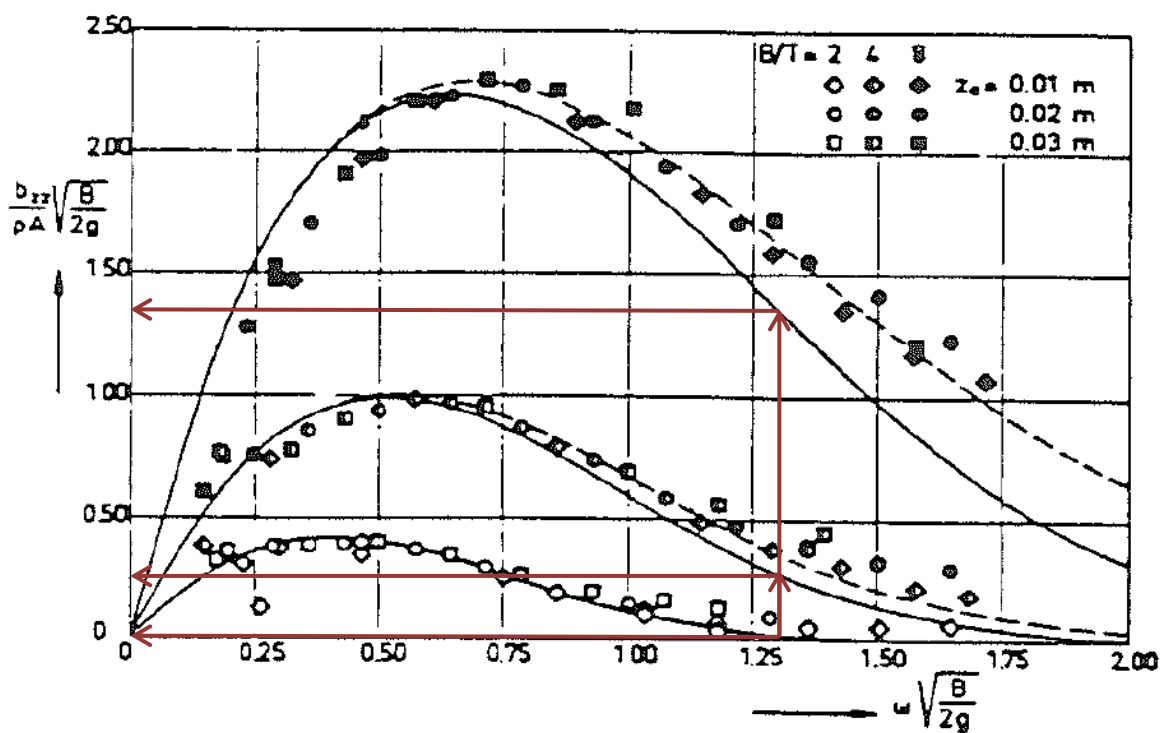
### 11.3.2 DEMPINGSKOEFFISIENT I HIV

Kurve 5.4 for damping i hiv benyttes fra (Søreide & Brekke, 1989). De tre kurvene leses av for  $\frac{B}{T}$  lik 2, 4 og 8. Det interpoleres for å finne riktig verdi av  $b_{zz}$  for  $\frac{B}{T} = 5$ .

$$\frac{B}{T} = \frac{20}{4} = 5 \quad (11-20)$$

$$\omega \sqrt{\frac{B}{2g}} = 1,309 \sqrt{\frac{4}{2 \cdot 9,81}} = 1,322 \quad (11-21)$$

$$b_{zz} = 0,282 \quad (11-22)$$



Figur 11-7 Dempingskoeffisient  $b_{zz}$  i hiv i  $z$ -retning som funksjon av  $\frac{B}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{B}{2g}}$ ,  
(Søreide & Brekke, 1989)

Tabell 11-4 Dempingskoeffisient  $b_{zz}$  i hiv i  $z$ -retning som funksjon av  $\frac{B}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{B}{2g}}$

$\frac{B}{T}$	2	4	5	8
$b_{zz}(\omega \sqrt{\frac{B}{2g}})$	0,066	0,25	<b>0,282</b>	1,33

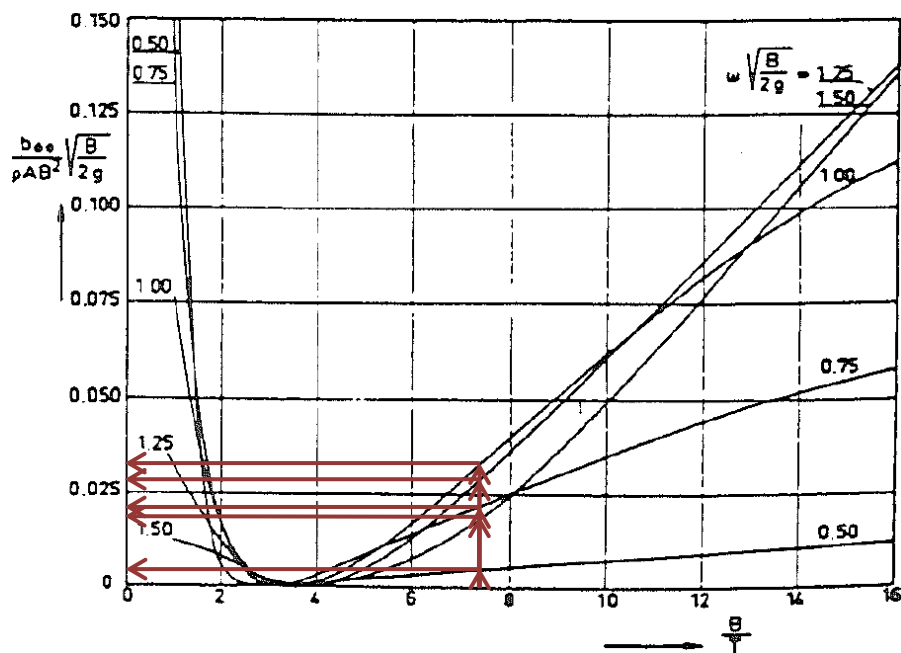
### 11.3.3 DEMPINGSKOEFFISIENT I RULL

Kurve 5.4 for rull benyttes fra (Søreide & Brekke, 1989). I Figur 11-8 må  $B$  erstattes med  $L$  da det er rull om x-akse. De fem kurvene leses av for  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$  for  $\frac{L}{T} = 7,427$  og det ekstrapoleres for å finne riktig verdi av  $b_{\varphi\varphi}$ .

$$\frac{L}{T} = \frac{29,708}{4} = 7,427 \quad (11-23)$$

$$\omega \sqrt{\frac{L}{2g}} = 1,309 \sqrt{\frac{29,708}{2 \cdot 9,81}} = 1,611 \quad (11-24)$$

$$b_{\varphi\varphi} = 0,019 \quad (11-25)$$



Figur 11-8 Dempingskoeffisient  $b_{\varphi\varphi}$  i rull om x-aksen som funksjon av  $\frac{L}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$ , (Søreide & Brekke, 1989)

Tabell 11-5 Dempingskoeffisient  $b_{\varphi\varphi}$  i rull om x-aksen som funksjon av  $\frac{L}{T}$  og  $\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$

$\omega \sqrt{\frac{L}{2g}}$	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,611
$b_{\varphi\varphi} \left(\frac{L}{T}\right)$	0,005	0,022	0,034	0,029	0,018	<b>0,019</b>

**11.3.4 HYDRODYNAMISK DEMPING PER PONGTONG**

$$\text{Demping i y-retning:} \quad B_y = b_{yy}\rho AL \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad B_y = 910,5 \frac{\text{tonn}}{\text{s}} \quad (11-26)$$

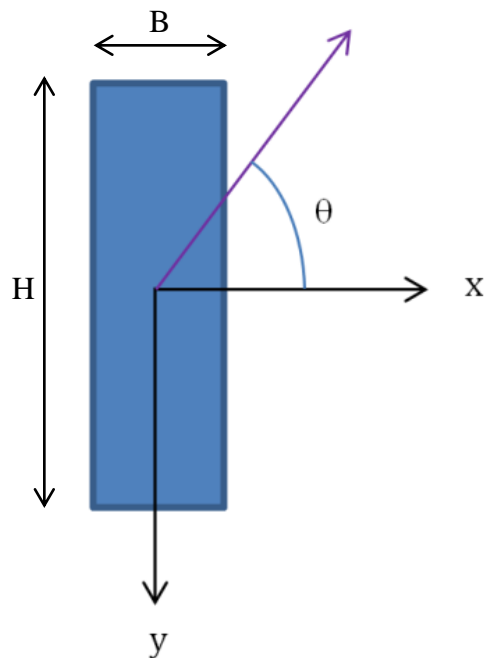
$$\text{Demping i z-retning:} \quad B_z = b_{zz}\rho AL \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad B_z = 681,5 \frac{\text{tonn}}{\text{s}} \quad (11-27)$$

$$\text{Rotasjonsdemping om} \\ \text{x-akse:} \quad B_{xx} = b_{\varphi\varphi}\rho AL^3 \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad B_{xx} = 33,6 \frac{\text{kilotonn}}{\text{s}} \cdot \text{m}^2 \quad (11-28)$$

Den hydrodynamiske dempingen til pongtongene legges sammen med dempingen til konstruksjonen. Dette benyttes videre for beregning av responsen som bølgekraftene har på brua.

### 11.4 BØLGEKREFTER

Bølgekrefter på rektangulær pongtong beregnes ved bruk av det hydrodynamiske trykket mot pongtongen når bølgene støter mot den. Bølgekrefter beregnes med bølger normalt på brua for hver enkelt pongtong. Det vil si at bølgene opptrer i y-retning. Da er  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .



**Figur 11-9 Bølgeretning på pongtong ved  $\theta$**

Kraft i x-retning: 
$$F_x = 2\rho gLT \cdot \frac{1 - e^{-kt}}{kt} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} \quad (11-29)$$

Kraft i y-retning: 
$$F_y = 2\rho gBT \cdot \frac{1 - e^{-kt}}{kt} \cdot \sin \beta \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad (11-30)$$

Kraft i z-retning: 
$$F_z = \rho gBLE^{-kT} \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} \quad (11-31)$$

Moment om x-aksen: 
$$M_x = \frac{1}{2}\rho gBL^2e^{-kT} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin \beta - \beta \cos \beta}{\beta^2} \quad (11-32)$$

Moment om y-aksen: 
$$M_y = \frac{1}{2}\rho gLB^2e^{-kT} \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} \cdot \frac{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha}{\alpha^2} \quad (11-33)$$

Moment om z-aksen: 
$$M_z = \rho gTL^2 \frac{1 - e^{-kT}}{kT} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\sin \beta - \beta \cos \beta}{\beta^2} \quad (11-34)$$



$$\alpha = \frac{kB}{2} \cos \theta = 0$$

Forholdstall:

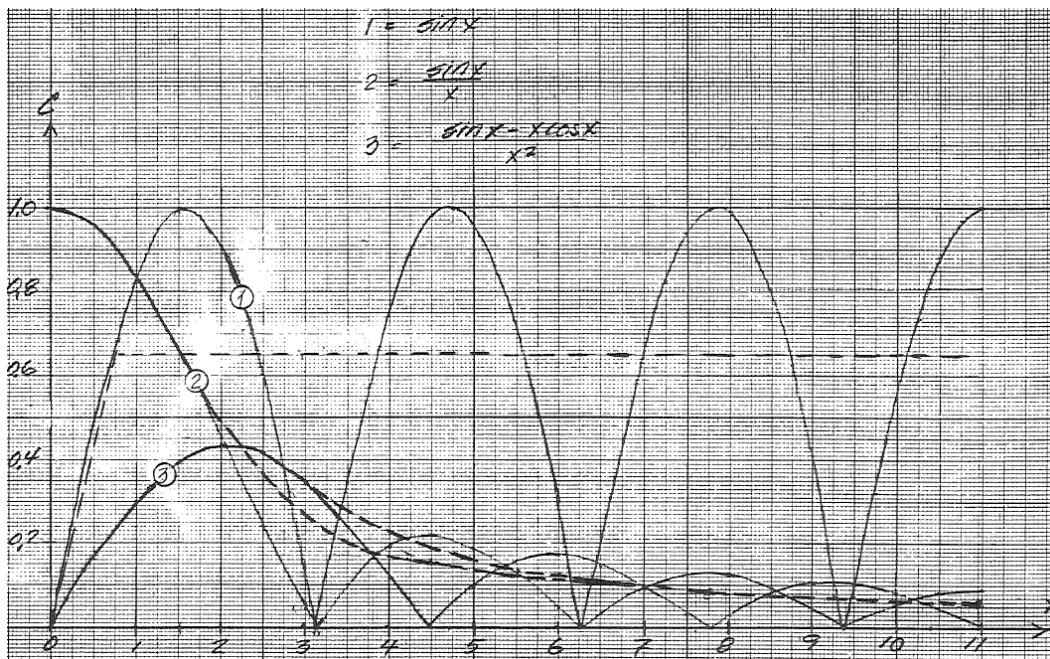
$$\beta = \frac{kL}{2} \sin \theta = \frac{kL}{2}$$

Det henvises til Figur 11-10 og Figur 11-11 for avlesning av retningskoeffisienter og dybdecoeffisienter som inngår i kraft- og momentformlene ( 11-29 ) til ( 11-34 ).

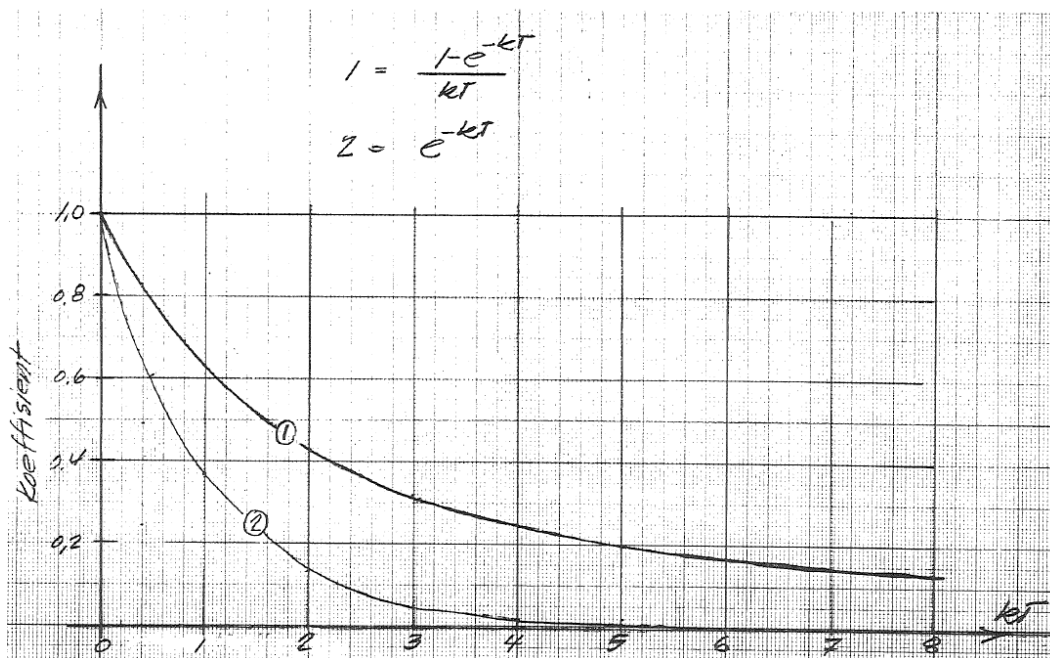
Bølgekrefter per pongtong ved bølger opptrædende i y-retning er gitt i Tabell 11-6.

**Tabell 11-6 Bølgekrefter per pongtong av bølger normalt på brua**

<i>Kraft / Moment</i>		
$F_x$	0	0
$F_y$	752,2 kN/m	$1,76 \cdot 10^3 kN$
$F_z$	594,3 kN/m	$1,39 \cdot 10^3 kN$
$M_x$	17,9 MNm/m	358,4 MNm
$M_y$	0	0
$M_z$	0	0
der [kN/m] er kN per meter bølgehøyde, $H_s = 2,34$ m. $M_x$ per meter multipliseres med pongtongens bredde.		



Figur 11-10 Retningskoeffisienter avhengig av  $a$  for beregning av bølgekrefter, (Søreide & Brekke, 1989)



Figur 11-11 Dybdecoeffisienter avhengig av  $kT$  for beregning av bølgekrefter, (Søreide & Brekke, 1989)

## 12 STRØM

På dyp fra 0-10 meter i Sognefjorden har SINTEF beregnet maksimal inn- og utoverrettet strøm til henholdsvis 0,77 m/s og 0,56 m/s. Ved 75 meters dyp er beregnet maksimal inn- og utoverrettet strøm henholdsvis 0,14 m/s og 0,19 m/s. Se Tabell 12-1.

**Tabell 12-1 Strøm midt i Sognefjorden, SINTEF**

Dyp	Inn	Ut	Anbefalte sikkerhetsmarginer
0-10 meter	0,77 m/s	0,56 m/s	+/- 0,50 m/s (inn/ut)
75 meter	0,14 m/s	0,19 m/s	+/- 0,25 m/s (inn/ut)

I overflatelaget (0-0,5 m) vil vind drive et tynt lag av overflatevann som kan ha en annen retning enn strømmene i lagene under. Hastigheten til et slikt lag vil typisk være omtrent 3 % av vindhastigheten. For 1, 100 og 1000 års vind tilsvarende det strømhastigheter på henholdsvis 0,6, 1,0 og 1,2 m/s. I følge SINTEF er det ikke sannsynlig at slike strømhastigheter vil kunne påvirke eller utgjøre krefter på ei flytebru. Strøm drevet av vind er den strømmen som oftest observeres, og danner subjektive oppfatninger av strømmens hastighet selv om den kan være svært ulik strømmene nedover i lagene.

Krefter på grunn av strøm inn i fjorden med sikkerhetsmarginer mot hver pongtong kan beregnes slik i henhold til «Prosjekteringsregler for anbudsfasen».

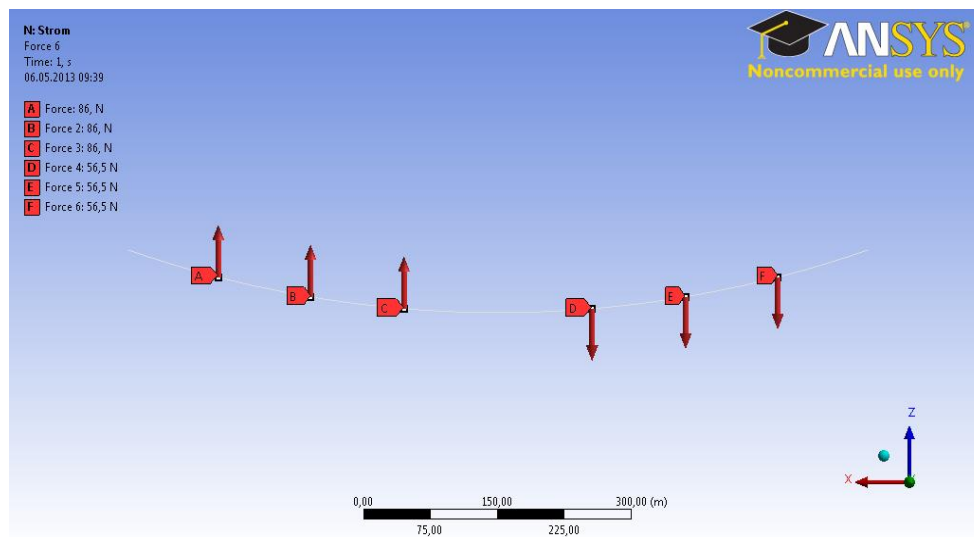
$$F_{strøm,inn} = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_D = \frac{1}{2} \cdot 1,025 \frac{kg}{m^3} \cdot 1,27 \frac{m}{s} \cdot 80 m^2 \cdot 1,3 = 86 N \quad (12-1)$$

Der  $\rho$  er densiteten til vannet,  $v$  er strømhastigheten,  $A$  er neddykket areal av pongtongen normalt på strømrretningen og  $C_D$  er en friksjonsfaktor som kan bestemmes fra tabell 2.1 i (Vegdirektoratet, 1989) av forhold til pongtongens form og geometri.

Kraft mot hver pongtong ut av fjorden blir lavere på grunn av at strømhastigheten er redusert.

$$F_{strøm,ut} = 56,5 N$$

Hvordan kreftene påføres brua vises i Figur 12-1. Kreftene fra strøm påføres i pongtongpunktene i hver sin retning om senter av bjelken på samme måte som vindlast påføres. Dette gjøres fordi strøm opptrer samtidig med vind. Vindlast påføres i den lengste egenperioden til brua som gir svingning i to sinushalvbølger. Se kapittel 13 for egenfrekvenser til bruene.



**Figur 12-1 Strømkrefter på pongtonger**

**Tabell 12-2 Resultater fra strømkrefter på bru 844,8 meter**

Skjær ved ender	114,02 N
Skjær ved $\frac{1}{2} L$	116,55 N
Moment ved $\frac{1}{4} L$	15190 Nm
Deformasjon $\frac{1}{4} L$	0,07 mm

**Tabell 12-3 Resultater fra strømkrefter på bru 2545 meter**

Skjær ved ender	384,39 N
Skjær ved $\frac{1}{2} L$	399,23 N
Moment ved $\frac{1}{4} L$	$1,341 \cdot 10^5 Nm$
Deformasjon $\frac{1}{4} L$	6,07 mm

**Tabell 12-4 Resultater fra strømkrefter på bru 5089 meter**

Skjær ved ender	786,16 N
Skjær ved $\frac{1}{2} L$	818,75 N
Moment ved $\frac{1}{4} L$	$5,34 \cdot 10^5 Nm$
Deformasjon $\frac{1}{4} L$	97,3 mm

Dette viser at reaksjonskrefter fra strøm på bruene er lave. Det stemmer med konklusjonen som SINTEF har gjort. Det er fornuftig da selve strømkreftene er små sammenlignet med krefter fra vind og bølger.

## 13 EGENFREKVENSER

### 13.1 GENERELT

Egenfrekvenser til et system er frekvenser der en konstruksjon kan svinge fritt uten noe ytre påvirkning. Sirkelfrekvensen til et dynamisk system kan forenklet skrives som: (Chopra, 2007)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13-1)$$

der  $k$  er stivheten og  $m$  er massen til det dynamiske systemet. Sirkelfrekvensen ( 13-1 ) utledes fra bevegelsesligningen til et udempet system med én frihetsgrad som vist nedenfor:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (13-2)$$

$$u = \sin(\omega t) \quad (13-3)$$

$$\dot{u} = \omega \cos(\omega t) \quad (13-4)$$

$$\ddot{u} = -\omega^2 \sin(\omega t) \quad (13-5)$$

$$-m\omega^2 \sin(\omega t) + k \sin(\omega t) = 0 \quad (13-6)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13-7)$$

Egenfrekvensen til systemet,  $f_n$ , finnes ved å dividere sirkelfrekvensen med  $2\pi$ . Egenperioden  $T_n$  er den inverse av egenfrekvensen og er tiden det tar å gjennomføre en svingning fra 0 til  $2\pi$ .

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13-8)$$

$$T_n = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (13-9)$$

### 13.2 EGENFREKVENSER BERGSØYSUNDBRUA

For Bergsøysundbrua er det ulike stivhetsbidrag fra stålfagverk og pongtonger. Det samme gjelder for massefordelingen, der stålfagverket har jevnt fordelt last, mens pongtongene i virkeligheten er punktlaster. I håndberegningene legges massen til stålfagverk og sum av pongtongenes masse sammen inkludert tilleggsmassen beregnet i kapittel 11.2.4.

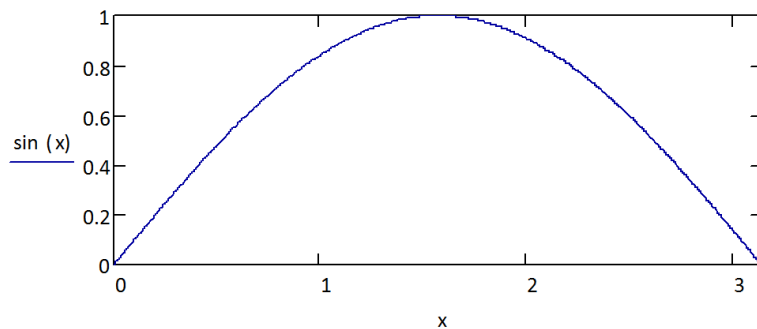
**Tabell 13-1 Plassering av pongtonger på sinuskurver av økende orden langs halve brua (symmetri)**

$x_j$	$\sin^2 \frac{\pi}{L} x_j$	$\sin^2 \frac{2\pi}{L} x_j$	$\sin^2 \frac{3\pi}{L} x_j$	$\sin^2 \frac{4\pi}{L} x_j$
0 m	0	0	0	0
105,6 m	0,146	0,5	0,854	1
211,2 m	0,5	1,0	0,5	0
316,8 m	0,854	0,5	0,146	1
422,4 m	1	0	1	0
SUM $\Sigma$	4	4	4	4

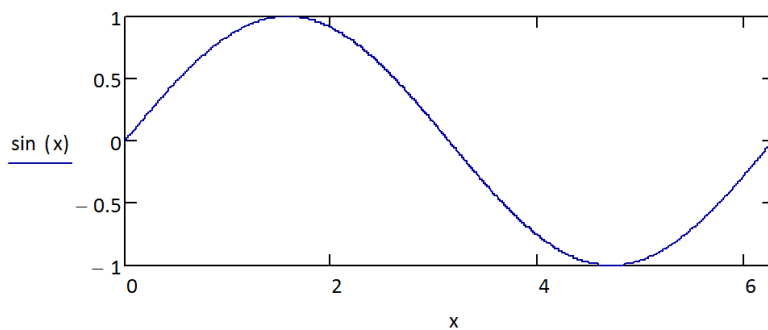
For å fordele massen til pongtongene langs brua i håndberegningene benyttes Tabell 13-1 for å plassere pongtongene langs sinusbølger av økende orden relativ til bruas lengde. Grafisk framstilling av sinusbølger er gitt i Figur 13-1 til Figur 13-4. I første kolonne er  $x_j$  avstand fra ende bru til hver pongtong mot midten av brua ved 422,4 meter. Andre kolonne viser verdier for en halv sinusbølge der 1,0 er på midten av brua. Tredje kolonne angir to sinushalvbølger, fjerde kolonne illustrerer tre sinushalvbølger og femte kolonne gir verdier for fire sinushalvbølger. Summen for alle sinusbidrag for hele brua finnes i nederste rad. (Søreide & Brekke, 1989) Studentens egne observasjoner ligger til grunn for at summen for alle flytebruer med konstant pongtongavstand kan formuleres som:

$$SUM = \frac{n_{pontonger} + 1}{2} \quad (13-10)$$

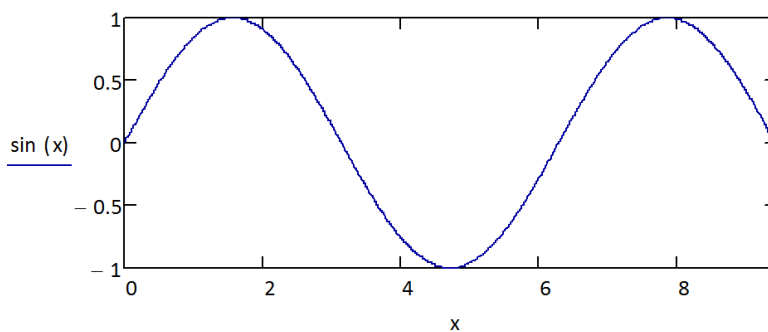
Denne summen inngår i beregning av bruas egenfrekvenser, modal masse og modal demping, samt dynamisk respons av bølger. På neste side er det gitt figurer av sinushalvbølger av orden 1 til 4.



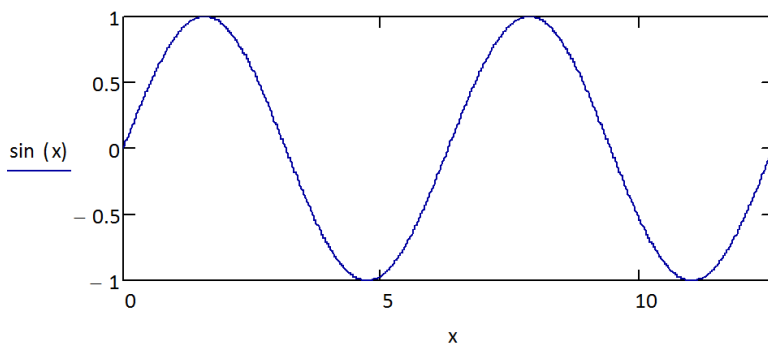
**Figur 13-1 En sinushalvbølge**



**Figur 13-2 To sinushalvbølger**



**Figur 13-3 Tre sinushalvbølger**



**Figur 13-4 Fire sinushalvbølger**

### 13.2.1 EGENFREKVENSER I SVAI

Brua vil være fri til å svinge globalt i y-retning. Antatt svingform er:

$$\varphi = \sin \frac{n\pi}{L_{bru}} x \quad \begin{array}{l} L_{bru} = \text{buelengden} \\ x = \text{lengder langs brua} \\ n = \text{antall sinushalvbølger} \end{array} \quad (13-11)$$

For en buet bru kan sirkelfrekvensen ( 13-1 ) skrives som i ligning ( 13-12 ). Over brøkstreken er stivheten til stålfagverket om z-aksen pluss et bidrag som tar hensyn til bueeffekten på grunn av pilhøyden til brua, fordi den er buet. Under brøkstreken er bruas totale masse, stålfagverk pluss pongtonger, multiplisert med lengden av brua i tredjepotens. Massen blir altså jevnt fordelt over hele brulengden.  $m_{ps}$  er tørrmassen til én pongtong inkludert den dynamiske massen fra vannlinjestivheten i svai fra ligning ( 11-12 ).  $\Sigma$  under brøkstreken representerer summen av hver sinusmode for alle pongtongene fra Tabell 13-1. (Søreide & Brekke, 1989)

$$\text{For } n = 1: \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{\pi^4 EI_z \left(1 + \frac{A_s H^2}{2I_z}\right)}{(m_b L_{bru} + 2 \cdot m_{ps} \cdot \Sigma) L_{bru}^3}} = \sqrt{\frac{\pi^4 EI_z + \frac{EAH^2}{2}}{m L_{bru}^3}} \quad (13-12)$$

$$\text{Egenperioden blir:} \quad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad (13-13)$$

For  $n > 1$  kan bidraget i parentesene neglisjeres slik at:

$$w_n = \sqrt{\frac{(n\pi)^4 EI_z}{(m_b L_{bru} + 2 \cdot m_{ps} \cdot \Sigma) L_{bru}^3}} \quad (13-14)$$

Bidraget  $\left(1 + \frac{A_s H^2}{2I_z}\right)$  som benyttes for  $n = 1$  er et stivhetsbidrag som må være med ved beregning første mode. For å få en buet bru inn i en sideveis svingning med en halv sinusbølge kreves det en forlenging eller forkorting av hele brulengden. Dette krever energi i aksial retning, derav  $EA$ . Ved en sideveis svingning med to sinushalvbølger kreves det forlengning av halve brua og forkorting av den andre halvdelen. Da kan dette leddet neglisjeres. Ved tre og fire sinushalvbølger kreves det også forkorting og forlenging av ulike deler av brua, slik at ligning ( 13-14 ) kan benyttes. Fordi ligning ( 13-14 ) ikke tar hensyn til pilhøydeeffekten, representerer formelen egentlig sirkelfrekvenser for en rett bru.

Håndberegnete sirkelfrekvenser, egenfrekvenser og egenperioder i svai for Bergsøysundbrua er presentert i Tabell 13-2.



**Tabell 13-2 Sirkelfrekvenser, egenfrekvenser, egenperioder og opptredende rekkefølge for svai i y-retning for buet bru, håndberegnet**

Antall sinushalvbølger	Sirkelfrekvens $[\frac{\text{rad}}{\text{s}}]$	Egenfrekvens $[\text{Hz}]$	Egenperiode $[\text{s}]$	Opptredende rekkefølge
$n = 1$	$w_1 = 1,676$	$f_1 = 0,267$	$T_1 = 3,749$	3
$n = 2$	$w_2 = 0,687$	$f_2 = 0,109$	$T_2 = 9,149$	1
$n = 3$	$w_3 = 1,545$	$f_3 = 0,246$	$T_3 = 4,066$	2
$n = 4$	$w_4 = 2,747$	$f_4 = 0,437$	$T_4 = 2,287$	4
$n = 5$	$w_5 = 4,292$	$f_4 = 0,683$	$T_5 = 1,464$	5

For et dynamisk system er det alltid den svingeformen som krever minst energi som opptrer først, og den har også den lengste egenperioden, (Chopra, 2007) For Bergsøysundbrua er det svingeform med to sinushalvbølger som opptrer først.

Tabell 13-2 viser at det er svingeform tre  $T_3 = 4,066 \text{ s}$ , som ligger nærmest perioden til bølgene,  $T_p = 4,8 \text{ s}$ . Denne verdien benyttes videre i beregning av maksimal forskyvning og opptredende moment i y-retning på grunn av bølger mot brua.

### 13.2.2 RESPONS I SVAI PGA BØLGER

For å beregne maksimal forskyvning og tilhørende moment i svai, må stivhet, masse, demping og modal frekvensfunksjon regnes om til modale størrelser. Siden det er svingeform tre som ligger nærmest perioden til bølgene, inngår  $3\pi$  i beregning av den modale stivheten i ligning ( 13-15 ) og beregning av maksimalt svaimoment i ligning ( 13-20 ). Stivhet, masse og demping må regnes om til modale størrelser for å få ukoblede likevektsligninger som kan løses uavhengig av hverandre.

$$\text{Modal stivhet:} \quad K_m = \frac{(3\pi)^4 EI_z}{2L_{bru}^3} \quad (13-15)$$

$$\text{Modal masse:} \quad M_m = \frac{1}{2} m_b L_{bru} + m_{ps} \cdot \Sigma \quad (13-16)$$

$$\text{Modal demping:} \quad C_m = B_y \cdot \Sigma \quad (13-17)$$

$$\text{Modal frekvensfunksjon:} \quad Y(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(K_m - \omega_p^2 M_m)^2 + (\omega_p C_m)^2}} \quad (13-18)$$

$$\text{Maksimal forskyvning:} \quad \Delta y_s = F_y Y(\omega_p) H_s \sqrt{\Sigma} \quad (13-19)$$

Maksimalt svaimoment: 
$$M_z = \Delta y_s \left( \frac{3\pi}{L_{bru}} \right)^2 EI_z \quad (13-20)$$

Maksimal forskyvning og maksimalt moment i svai er gitt i Tabell 13-3.

**Tabell 13-3 Respons i svai, håndberegnet forenklet metode**

Modal stivhet	$2,441 \cdot 10^7 \frac{N}{m}$
Modal masse	$1,022 \cdot 10^7 kg$
Modal demping	$3,642 \cdot 10^6 \frac{kg}{s}$
Modal frekvensfunksjon	$1,193 \cdot 10^{-7} \frac{m}{N}$
Maksimal forskyvning i svai	$\Delta y_s = 0,42 m$
Maksimalt svaimoment	$M_z = 195,0 MNm$
Moment-forskyvning forhold: $\left( \frac{M_z}{\Delta y_s} \right)$	$F = 464,4 MN$

Se vedlegg C for beregning av respons i svai.

### 13.2.3 EGENFREKVENSER I HIV

Brua vil være fri til å svinge i z-retning. Antatt svingeform er:

$$\varphi = \sin \frac{n\pi}{L_{bru}} x \quad (13-21)$$

der  $x$  er lengder langs brua.

For buet bru kan egenfrekvensen i hiv skrives som i ligning ( 13-22 ). Over brøkstreken er stivheten til stålfagverket om y-aksen pluss stivheten til pongtongene i vannlinjen. Under brøkstreken er bruas totale masse, stålfagverk pluss pongtonger, multiplisert med lengden av brua i tredjepotens. Massen blir altså jevnt fordelt over hele brulengden.  $m_{ph}$  er tørrmassen til én pongtong inkludert den dynamiske massen fra vannlinjestivheten i hiv fra ligning ( 11-26 ).  $\Sigma$  under brøkstreken representerer summen av hver sinusmode for alle pongtongene fra Tabell 13-1.

$$\text{For alle } n: \quad w_n = \sqrt{\frac{(n\pi)^4 EI_y + 2K_p L_{bru}^3 \cdot \Sigma}{(m_b L_{bru} + 2 \cdot m_{ph} \cdot \Sigma) L_{bru}^3}} \quad (13-22)$$

$$K_p = \rho g B L$$

Egenperiodene beregnes i hiv på sammen måte som for svai, ligning ( 13-13 ).

**Tabell 13-4 Egenfrekvenser og egenperioder for hiv i z-retning**

Antall sinushalvbølger	Sirkelfrekvens	Egenfrekvens	Egenperiode	Opptredende rekkefølge
$n = 1$	$w_1 = 0,926 \frac{rad}{s}$	$f_1 = 0,147 \text{ Hz}$	$T_1 = 6,784 \text{ s}$	1
$n = 2$	$w_2 = 0,968 \frac{rad}{s}$	$f_1 = 0,154 \text{ Hz}$	$T_2 = 6,491 \text{ s}$	2
$n = 3$	$w_3 = 1,131 \frac{rad}{s}$	$f_1 = 0,180 \text{ Hz}$	$T_3 = 5,555 \text{ s}$	3
$n = 4$	$w_4 = 1,484 \frac{rad}{s}$	$f_1 = 0,236 \text{ Hz}$	$T_4 = 4,235 \text{ s}$	4

Tabell 13-4 viser at det er svingeform fire  $T_4 = 4,235 \text{ s}$ , som ligger nærmest perioden til bølgene,  $T_p = 4,8 \text{ s}$ . Denne verdien benyttes videre i beregning av maksimal forskyvning og opptredende moment i z-retning på grunn av bølgene. Fordi brua er rett i vertikalplanet virker det som om at svingeformene opptrer i samme rekkefølge som antall sinushalvbølger.

### 13.2.4 RESPONS I HIV PGA BØLGER

For å beregne maksimal forskyvning og tilhørende moment i hiv, må stivhet, masse, demping og modal frekvensfunksjon regnes om til modale størrelser.

$$\text{Modal stivhet:} \quad K_m = \frac{(4\pi)^4 EI_y}{2L_{bru}^3} + K_p \cdot \Sigma \quad (13-23)$$

$$\text{Modal masse:} \quad M_m = \frac{1}{2} m_b L_{bru} + m_{ph} \cdot \Sigma \quad (13-24)$$

$$\text{Modal demping:} \quad C_m = B_z \cdot \Sigma \quad (13-25)$$

$$\text{Modal frekvensfunksjon:} \quad Y(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(K_m - \omega^2 M_m)^2 + (\omega C_m)^2}} \quad (13-26)$$

$$\text{Maksimal forskyvning:} \quad \Delta z_h = F_z Y(\omega) H_s \sqrt{\Sigma} \quad (13-27)$$

$$\text{Maksimalt svaimoment:} \quad M_y = \Delta z_h \left( \frac{4\pi}{L_{bru}} \right)^2 EI_y \quad (13-28)$$

**Tabell 13-5 Respons i hiv**

Modal stivhet	$5,987 \cdot 10^7 \frac{N}{m}$
Modal masse	$2,802 \cdot 10^7 kg$
Modal demping	$2,726 \cdot 10^6 \frac{kg}{s}$
Modal frekvensfunksjon	$8,073 \cdot 10^{-5} \frac{m}{N}$
Maksimal forskyvning	$\Delta z_h = 0,23 m$
Maksimalt svaimoment	$M_z = 86,4 MNm$
Forholdstall ( $M_z/\Delta y_s$ )	$F = 376 MN$

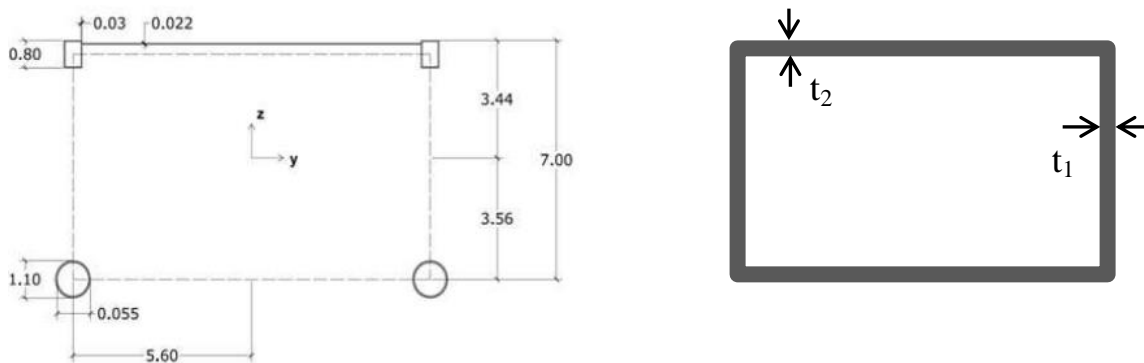
Se vedlegg C for beregning av respons i hiv.

## 14 ANSYS WORKBENCH 14.0

### 14.1 MODELL

#### 14.1.1 GEOMETRI

Fagverket til Bergsøysundbrua er modellert om til et ekvivalent kassetverrsnitt med tilnærmet samme stivhet om y- og z-akse som det faktiske stålfagverket, se Figur 14-1. Fordelen med denne framgangsmåten er at modelleringen går raskt, fordi bjelken kun modelleres med et gitt tverrsnitt i stedet for å modellere alle gurter og staver i fagverket. Etter analysene er kjørt kan globale størrelser som moment, skjær og deformasjon tas ut, men ikke spenninger. Sistnevnte blir ukorrekt fordi kreftene vil fordeles annerledes i det faktiske fagverkstverrsnittet.



*Figur 14-1 Fagverkstverrsnitt til ekvivalent kassetverrsnitt*

Tabell 14-1 viser geometriske størrelser og tverrsnittsegenskaper til eksakt fagverkstverrsnitt og kassetverrsnitt.

*Tabell 14-1 Geometri fra fagverkstverrsnitt til ekvivalent kassetverrsnitt*

<i>Geometri</i>	<i>Eksakt tverrsnitt</i>	<i>Kassetverrsnitt Ansys</i>
<i>Bredde</i>	11,2 m (stiplet)	12 m (utvendig)
<i>Høyde</i>	6,6 m (stiplet)	7 m (utvendig)
$I_y$ (Figur 14-1)	$8,7 \text{ m}^4$	$8,584 \text{ m}^2$
$I_z$ (Figur 14-1)	$18,6 \text{ m}^4$	$18,665 \text{ m}^2$
$t_1$	-	0,023 m
$t_2$	-	0,025 m
<i>Areal</i>	$0,760 \ 354 \text{ m}^2$	$0,9197 \text{ m}^2$

Brua med lengde 844,8 meter er modellert som en hel krum bjelke som består av åtte bjelkesegmenter. Pongtongene er modellert med en avstand på 105,6 meter langs bruas lengde. Radiusen til buen er 1300 meter.

### 14.1.2 MASSE OG DENSITET

I omregningen fra fagverk til kassetverrsnitt ble arealet til tverrsnittet noe større enn det opprinnelige arealet. Densiteten til benyttet materiale i programmet er justert i forhold til dette, slik at konstruksjonens masse inngår riktig i programmet. Massen til pongtongene og hydrodynamisk tilleggsmasse er inkludert i densiteten, i tillegg til stålfagverkets masse. Densiteten som skrives inn i programmet beregnes som i ligning ( 14-1 ):

$$\rho = \frac{M_{st\ddot{a}l} + n_{pongtonger}(M_{pongtong} + M_{svai})}{A_{kasse} \cdot L_{bru}} \quad (14-1)$$

**Tabell 14-2 Lengder og densitet for buet bru**

<i>Fjordbredde</i>	830,2 m	1037,5 m	1245,0 m	1660,0 m	2075 m
<i>L<sub>bru</sub></i>	844,8 m	1056,0 m	1267,2 m	1689,6 m	2112 m
<i>R</i>	1300 m	1625 m	1950 m	2600 m	3250 m
<i>n<sub>pongtonger</sub></i>	7	9	11	15	19
<i>c/c-pongtonger</i>	105,6 m	105,6 m	105,6 m	105,6 m	105,6 m
<i>ρ</i>	24140 $\frac{kg}{m^3}$	24830 $\frac{kg}{m^3}$	25290 $\frac{kg}{m^3}$	25870 $\frac{kg}{m^3}$	26210 $\frac{kg}{m^3}$

De ulike buelengdene modelleres med samme lengde/radius-forhold som for Bergsøysundbrua. Likt neddykket areal til pongtongene er antatt slik at tilleggsmasse og tilleggsdemping holdes konstant for alle pongtonger uansett brulengde. I Tabell 14-2 vises det at densiteten til bruene øker med brulengden. Det kan virke som det er slik fordi forholdet mellom antall pongtonger delt på brulengden stiger ved økende brulengde.

### 14.1.3 BJELKEELEMENT OG MESH

Det er benyttet bjelkeelement av typen Beam 189. Elementet er basert på Timoshenkos bjelketeori som inkluderer skjærdeformasjon. Denne teorien er en første ordens teori der tverrgående skjær er konstant gjennom hele elementet. Det vil si at plane tverrsnitt forblir plane og uforstyrt forutsatt liten deformasjon.

Elementet er et kvadratisk trenodet bjelkeelement i 3D, men elementet er endimensjonalt i rommet. Innstillinger er satt til seks frihetsgrader per node, det vil si translasjoner og rotasjoner om alle tre akser(x, y, z). Elementet har dessuten en syvende frihetsgrad som inkluderer vipping, men det er ikke omhandlet i denne oppgaven. Elementet passer godt til lineære, store rotasjoner eller ikke-lineære oppgaver med store tøyninger.

Beam 189 er basert på kvadratiske polynomer og momentet varierer lineært. Bjelkeelementet er effektivt i forhold til datakraft, og har superkonvergenssegenskaper når nettinndelingen blir fin.

Når massematrisen og konsistent lastvektor blir definert, benyttes det høyere ordens integrasjonsregler enn for etablering av stivhetsmatrisen. Elementet kan benyttes for konsistent massematrise og antagelsen om masse kun i nodepunkt. Men konsistent er massefordeling forvalgt av programmet fordi Beam 189 er et høyere ordens element. (Beam189 Element Description, 2011)

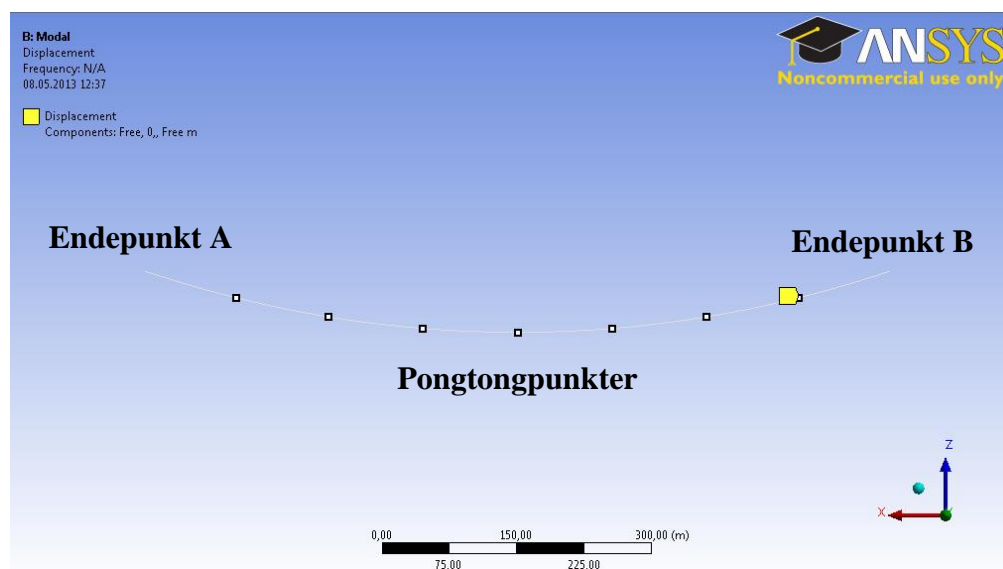
Graden av inndeling av nettet er grov. Ansys deler opp bjelken automatisk fra 24 til 40 elementer. Det vil si at elementene er 52,8 meter. Dette er ok når det kun hentes ut momenter, aksialkrefter og deformasjon. Brua blir betraktet globalt og da er det ikke behov for fin inndeling av nettet. Grov nettinndeling resulterer i raskere analysetid kontra finere inndeling.

#### 14.1.4 AKSESYSTEM

I Ansys Workbench 14.0 er bruene med Bergsøysundkonseptet modellert med lengde langs x-aksen, høyde i y-akse og tverretning langs z-aksen. Det vil si at y- og z-aksen er byttet om i forhold til aksene i håndberegningene tidligere i kapittel 11.

#### 14.1.5 RANDBETINGELSER

Figur 14-2 viser brulengde 844,8 meter i Ansys Workbench 14.0 med endepunkter og syv pongtongpunkter. Hvert av punktene har randbetingelse som tilsvarende bruas egenskaper når den flyter på vannet.



*Figur 14-2 Pongtongpunkter og endepunkter for buet bru*

Når brua flyter på pongtonger i vannlinjen antas det at pongtongene er fri til å beveges i x- og z-retning og kan rotere om x- og y-aksen. Fastholding av rotasjon om z-aksen er valgt fordi det antas at brubjelken hindrer denne bevegelsen. Endepunktens randbetingelser avhenger av om den ene enden er fri til å forskyves i lengderetning. Virkninger som blir utelatt er pongtongenes

oppførsel som fjærer i vertikalplanet når de flyter i vannlinjen. Denne oppførselen har lite å si når bruene betraktes sideveis i planet. Samtlige randbetingelser er gitt i Tabell 14-3 og Tabell 14-4.

Rett bru og buet bru uten aksialstivhet er bruene modellert med randbetingelser som vist i Tabell 14-3.

**Tabell 14-3 Randbetingelser for rett og buet bru uten aksialstivhet**

	<i>Venstre endepunkt</i>	<i>Høyre endepunkt</i>	<i>Pongtongpunkter</i>
Fri:	My, Mz	Fx, My, Mz	Fx, Fz, Mx, My

Med aksialstivhet er buet bru modellert med randbetingelser som vist i Tabell 14-4.

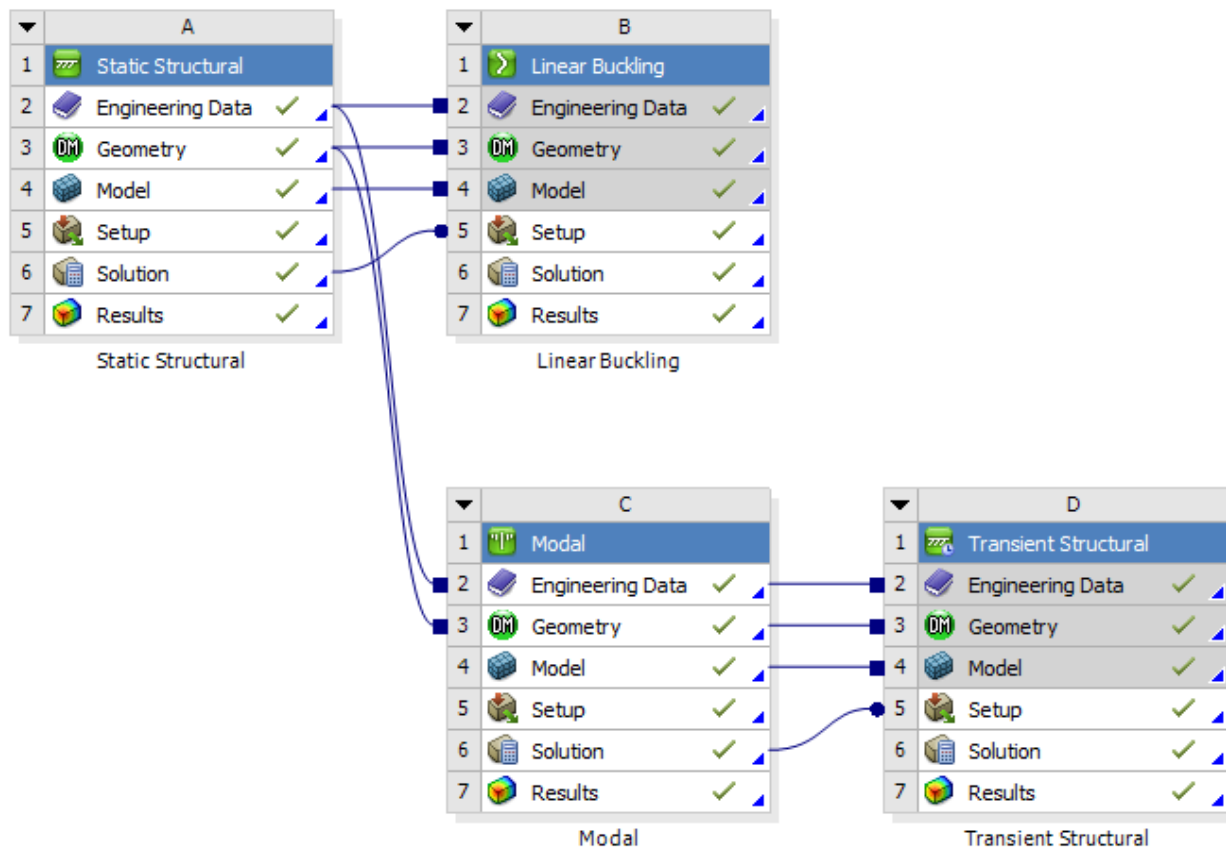
**Tabell 14-4 Randbetingelser for buet bru med aksialstivhet**

	<i>Venstre endepunkt</i>	<i>Høyre endepunkt</i>	<i>Pongtongpunkter</i>
Fri:	My, Mz	My, Mz	Fx, Fz, Mx, My



## 14.2 ANALYSETYPER

Ansyes Workbench 14.0 har mange analysetyper og store bruksområder. For bruene i denne oppgaven er det benyttet statisk analyse, modal analyse, transient analyse og lineær knekkingsanalyse.



*Figur 14-3 Sammenkobling mellom analyser i Ansys Workbench, statisk analyse, lineær knekkingsanalyse, modal analyse og transient analyse*

Det kan være hensiktsmessig å lage en statisk analyse først der materialdata og geometri fastsettes. Parametere kan da kopieres inn i de andre analysetypene slik at det unngås å lage hele modellen på nytt for hver analysetype. Dette vises med streker mellom analysetypene i Figur 14-3. En statisk analyse må ligge til grunn for en lineær knekkingsanalyse da den geometriske stivhetsmatrisen må etableres. Se kapittel 14.2.3. Den transiente analysen ligger i det modale underrommet fordi den bygger på modal superposisjon. Se kapittel 14.2.2.

### 14.2.1 MODAL ANALYSE

En modal analyse benyttes for å finne egenfrekvenser med tilhørende svingformer til en konstruksjon. Høyre side av bevegelsesligningen ( 14-2 ) er lik 0, det vil si at ingen ytre last påføres konstruksjonen under den modale analysen. En modal analyse kan utføres først og deretter benyttes som input-data til en transient analyse ved bruk av mode-superposisjonsmetoden.

I en modal analyse beregnes de udempede frie svingningene, det vil si at bevegelsesligningen ikke inneholder noen demping. Beregning av egenfrekvenser og svingformer er ekvivalent med den matematiske løsningen av egenverdi-problemet. Bevegelsesligningen er gitt i ligning ( 14-2 ).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (14-2)$$

Løsningen blir: 
$$([K] - \omega_i^2[M])\{\varphi_i\} = 0 \quad \begin{array}{l} \omega_i: \text{sirkelfrekvens} \\ \varphi_i: \text{tilhørende egenvektor} \end{array} \quad (14-3)$$

**Tabell 14-5 Modale svingformer, egenperioder og egenfrekvenser for buet bru med aksial fastholdning fra Ansys**

Egenperiode og egenfrekvens	Svingform
$T_2 = 9,0 \text{ s}$ $f_2 = 0,11 \text{ Hz}$ Maksimal forskyvning ved $1/4 L$	
$T_{3.1} = 4,4 \text{ s}$ $f_{3.1} = 0,23 \text{ Hz}$ Maksimal forskyvning ved $1/2 L$	
$T_{3.2} = 2,8 \text{ s}$ $f_{3.2} = 0,35 \text{ Hz}$ Maksimal forskyvning ved $1/4 L$	
$T_4 = 2,2 \text{ s}$ $f_4 = 0,45 \text{ Hz}$ Maksimal forskyvning ved $1/8 L$	

### 14.2.2 TRANSIENT ANALYSE

En transient-dynamisk analyse brukes til å bestemme responsen av en struktur påkjent av tidsavhengige laster. Den refereres ofte som en tidshistorieanalyse og tar hensyn til treghetskrefter og dempingeffekter. Ansys Workbench 14.0 kan utføre en transient-dynamisk analyse ved full, redusert eller mode-superposisjonsmetoden. Den fulle metoden bruker fulle systemmatriser for å beregne den transiente responsen til hvert løsningspunkt. Redusert metode reduserer matrisene for å løse problemet. Mode-superposisjonsmetoden skalerer svingeformene fra egenfrekvensanalysen og summerer dem for å oppnå den dynamiske responsen. (ANSYS, 2013) Ved en transient dynamisk analyse kan tidsvariasjonen av forskyvninger, tøyninger, spenninger og krefter i en struktur bestemmes. Tidsskalaen til lasten er slik at treghetskrefter og demping er viktig. Hvis treghetskrefter og demping ikke er av betydning kan det kjøres en statisk analyse. (Ansys, 1998)

Den generelle bevegelsesligningen for hver node som løses i en transient dynamisk analyse er:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (14-4)$$

$$\begin{aligned} [M] &= \text{massematrise} & \{\dot{u}\} &= \text{hastighetsvektor} \\ [C] &= \text{dempingsmatrise} & \{u\} &= \text{forskyvningsvektor} \\ [K] &= \text{stivhetsmatrise} & \{F(t)\} &= \text{lastvektor} \\ \{\ddot{u}\} &= \text{akselerasjonsvektor} \end{aligned}$$

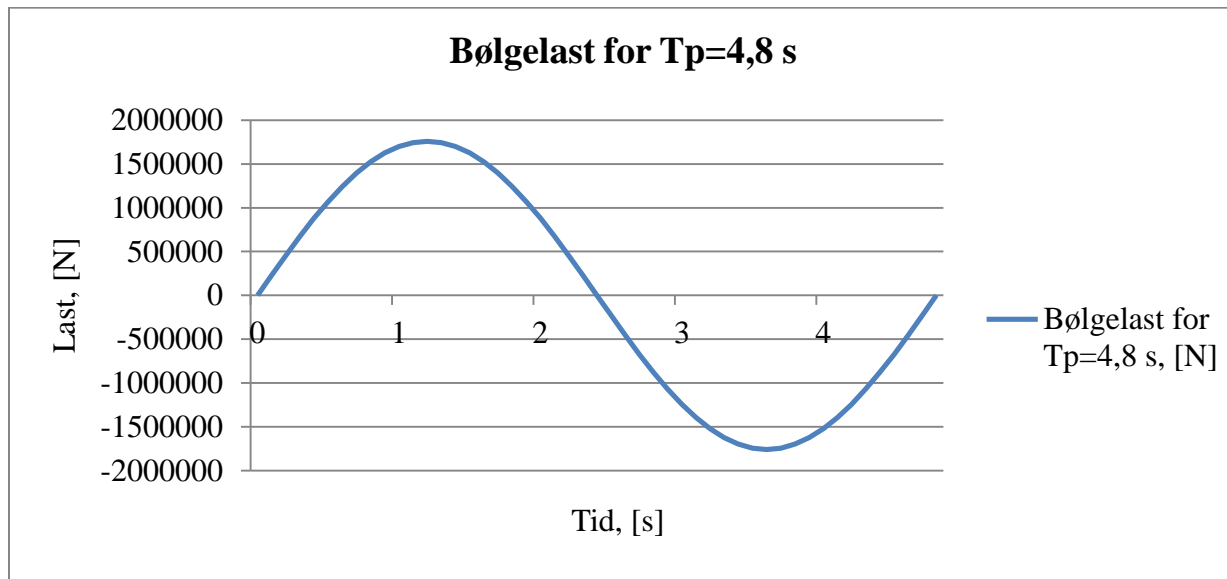
For alle gitte tidspunkt  $t$ , kan bevegelsesligningene tenkes som sett av statiske likevektsligninger som også tar hensyn til treghetskrefter  $[M]\{\ddot{u}\}$ , og dempingskrefter  $[C]\{\dot{u}\}$ . En transient analyse foregår altså i tidsplanet.

For en sinusvarierende last som bølgelast, blir høyre side av ligning ( 14-4 ) lik  $\{F(t)\} = P_0 \sin \omega_t t$ , der  $\omega_t$  er sirkelfrekvensen til bølgen og  $t$  er tid som variabel. Med tidssteg lik 0,1 sekund er de første fem laststegene vist i Tabell 14-6.  $P_0$  er fra Tabell 11-6.

**Tabell 14-6 Bølgelast med sinusvariasjon, første fem tidssteg**

Tid [s]	$P_0$ [kN]	$\sin \omega_t t$ [rad]	Last [kN]
0,1	$1,76 \cdot 10^3$	0,1305	229,726
0,2	$1,76 \cdot 10^3$	0,2588	455,522
0,3	$1,76 \cdot 10^3$	0,3827	673,523
0,4	$1,76 \cdot 10^3$	0,5000	880,000
0,5	$1,76 \cdot 10^3$	0,6088	1071,420

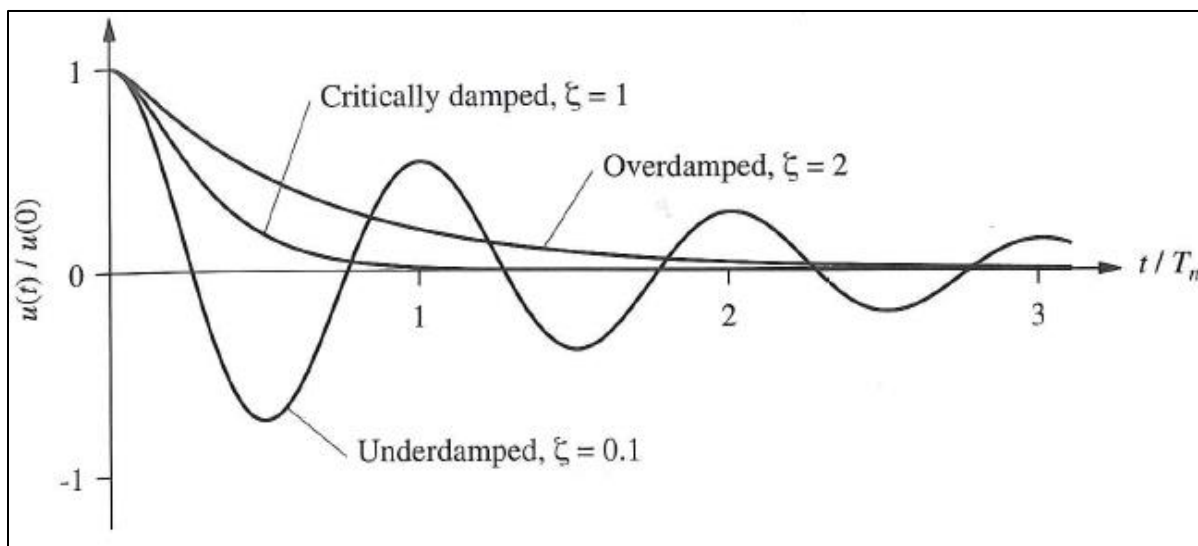
Etter  $T_p=4,8$  s er en hel periode fullført og lastsyklusen begynner på nytt, se Figur 14-4 for grafisk framstilling av bølgelast mot hver pongtong avhengig av tid,  $t$ .



*Figur 14-4 Bølgelast for  $T_p=4,8$  s*

## DEMPING

I en transient analyse i Ansys Workbench 14.0 er beta-demping  $\beta$ , tilgjengelig.  $\beta$  multipliseres med stivhetsmatrisen ved løsning av bevegelsesligningen. Verdien av  $\beta$  er ikke kjent direkte, men den beregnes fra det modale dempingsforholdet  $\xi$ . Dette er forholdet mellom virkelig demping og kritisk demping for en spesiell svingform, og kalles for konstant dempingsforhold. Figur 14-5 skisserer oppførselen til en konstruksjon med tre ulike dempningsforhold etter påført last eller forskyvning. Når det konstante dempingsforholdet er mindre enn 1 vil konstruksjonen svinge, men amplituden til svingningen vil avta etter hvert.



*Figur 14-5 Kritisk dempet, overdempet og underdempet system, hentet fra (Chopra, 2007)*

Når  $\omega_n$  er en naturlig sirkelfrekvens, er  $\beta$  relatert til  $\xi$  ved ligning ( 14-5 ).

$$\beta = \frac{2\xi}{\omega_n} \quad (14-5)$$

Konstant dempningsforhold beregnes av de modale størrelsene til masse, stivhet og demping i aktuell svingeform som er nærmest peak-perioden til bølgen. For buet bru med lengde 844,8 meter, og svingeform med tre sinushalvbølger nærmest bølgeperioden, blir konstant dempningsforhold som vist i ligning ( 14-6 ). Dempingen  $c$  er et mål på energien som forsvinner i én syklus i fri vibrasjon eller i en tvunget harmonisk vibrasjon.

$$\xi = \frac{c}{c_{kritisk}} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{3,642 \cdot 10^6 \frac{kg}{s}}{2\sqrt{1,022 \cdot 10^7 kg \cdot 2,441 \cdot 10^7 \frac{kg}{s^2}}} = 0,115 \quad (14-6)$$

Stivhetsdemping  $\beta$  for brulengde 844,8 meter med egenfrekvens 0,228 blir da:

$$\beta = \frac{2\xi}{\omega_3} = \frac{2 \cdot 0,115}{0,228 \cdot 2\pi} = 0,16 \quad (14-7)$$

Egenfrekvens tas fra modal analyse i Ansys for aktuell brulengde.

Konstant dempningsforhold og beta-demping, samt tilhørende svingeform som ligger nærmest bølgeperioden for buede bruer, er gitt i Tabell 14-7. Tid der stabil forskyvning plukkes, er gitt i siste kolonne.

**Tabell 14-7 Dempningsforhold og stivhetsdemping for ulike brulengder samt tid  $T$  der stabil forskyvning i modell plukkes**

Brulengde [m]	Mode	$\xi$	$\beta$	Tid $T$ ved stabil forskyvning
844,8	3	0,115	0,16	$T=997,8$
1056,0	4	0,101	0,12	$T=999,4$
1267,2	4	0,145	0,21	$T=999,1$
1689,6	5	0,164	0,29	$T=999,0$
2112,0	7	0,130	0,19	$T=998,8$

$\xi$  og  $\beta$  avhenger av hvor godt tidsperioden til bølgen ligner egenperioden til brua, samt hvilken svingeform som svarer til bølgeperioden. Tabell 14-7 viser at de konstante dempningsforholdene til bruene ligger i området fra 0,1 til 0,16. Det forventes derfor at bruene vil svinge ved påført last med minkende amplitude.

Ansys benytter Newmark tidsintegrasjonsmetode for å løse bevegelsesligningene ved diskrete tidspunkt. Tidsinkrementet mellom suksessive tidspunkt kalles *integrasjonstidssteg*. Newmarks metode er en implisitt, eller en indirekte metode. Stabiliteten til denne metoden kontrolleres av to parametere ( $\beta$  og  $\gamma$ ) som er satt til standardverdier slik at integrasjonen er ubetinget stabil, og effekten av numerisk demping er minimert. Når Newmarkmetoden benyttes på bevegelsesligningen ( 14-4 ) resulterer det i lineære ligninger for hvert tidssteg. Stivhetsmatrisen havner på venstre side i ligning ( 14-11 ), og det medfører at den må inverteres ved hvert tidssteg i den inkrementelle løsningsprosessen. Denne inverteringen krever mye datakraft, spesielt for ikke-lineære problemer Newmark tidsintegrasjonsmetode er derfor et godt valg for systemer som ikke er kritisk dominert av ikkelineariteter.

Newmark-metoden danner uttrykk for akselerasjon og hastighet for tidssteg  $n+1$ :

$$\ddot{u}_{n+1} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(u_{n+1} - u_n - \Delta t\dot{u}_n) - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_n \quad (14-8)$$

$$\dot{u}_{n+1} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(u_{n+1} - u_n) - \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\dot{u}_n - \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_n \quad (14-9)$$

Disse ligningene substitueres inn i likevektsligningen for steg  $n+1$ :

$$m\ddot{u}_{n+1} + c\dot{u}_{n+1} + ku_{n+1} = P_{n+1} \quad (14-10)$$

der ledd med  $n+1$  flyttes til venstre side og ledd med  $n$  flyttes til høyre side:

$$\left(\frac{m}{\beta\Delta t^2} + \frac{\gamma c}{\beta\Delta t} + k\right)u_{n+1} = P_{n+1} + m\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}u_n + \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_n\right) + c\left(\frac{\gamma}{\beta\Delta t}u_n + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\dot{u}_n + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\ddot{u}_n\right) \quad (14-11)$$

Som kan skrives:

$$k^{eff}u_{n+1} = P_{n+1}^{eff} \quad (14-12)$$

$k^{eff}$ : effektiv stivhet

$P_{n+1}^{eff}$ : effektiv last

(Lecture 8: Solution of the Dynamic Equilibrium Equation by Implicit Direct Integration, 2012)

*Den fulle metoden* reduserer ikke dimensjonen av det betraktede problemet siden alle matriser benyttes for å beregne løsningen. Denne løsningsmetoden er enkel å bruke, alle slags ikke-lineariteter kan defineres, automatiske tidssteg er mulig, alle slags laster kan spesifiseres, massen blir ikke antatt at den er konsentrert i nodene og til slutt er alle resultater beregnet ved en kalkulering. Den store ulempen med den fulle metoden er at den påkrevde løsningstiden vil øke med størrelsen til modellen.

*Den reduserte metoden* reduserer matrisene for å løse det transiente problemet. Denne metoden er derfor raskere enn den fulle metoden. Men brukeren må spesifisere «master degrees of freedom» som representerer den dynamiske oppførselen så godt som mulig. Den eneste ikke-lineariteten som kan spesifiseres er node-til-node kontakt med «gap»-tilstand. Automatiske tidssteg er ikke mulig. Konsekvensen er at denne metoden ikke er populær siden alle ulempene ikke veier opp for den reduserte analysetiden.

*Den modale superposisjonsmetoden* utføres i det modale underrommet, jamfør Figur 14-3, slik at metoden reduserer dimensjonen til problemet til dimensjoner lik antall svingeformer funnet i den modale analysen. Hovedfordelen er redusert analysetid og metoden er mer effektiv enn de to ovennevnte metodene. Nøyaktigheten avhenger av antall svingeformer som ligger til grunn. Kontaktproblemer kan innføres på samme måte som den reduserte metoden. Tidssteget må velges som konstant og en modal analyse må utføres før modal superposisjon i en transient dynamisk analyse kan benyttes. Dette er egentlig en fordel da egenfrekvensene til en konstruksjon ofte er nyttige å ha uansett. (Wang & Nelson, u.d.)

Ideen om modal superposisjon er å beskrive den dynamiske responsen til en struktur med en lineær kombinasjon av sine første udempede frie svingeformer. Dette kan formuleres som:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_n(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i \cdot y_i(t) = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{y}(t) \quad (14-13)$$

der  $\varphi_i$  er den udempede svingeformen  $i$ .  $y_i(t)$  er den modale koordinaten som angir størrelsen av svingeformen  $\varphi_i$  som er inkludert i den totale forskyvningen  $\mathbf{u}(t)$ . Det vil si at en forskyvning  $\mathbf{u}(t)$  består av flere modale bidrag  $\varphi_i \cdot y_i(t)$ .

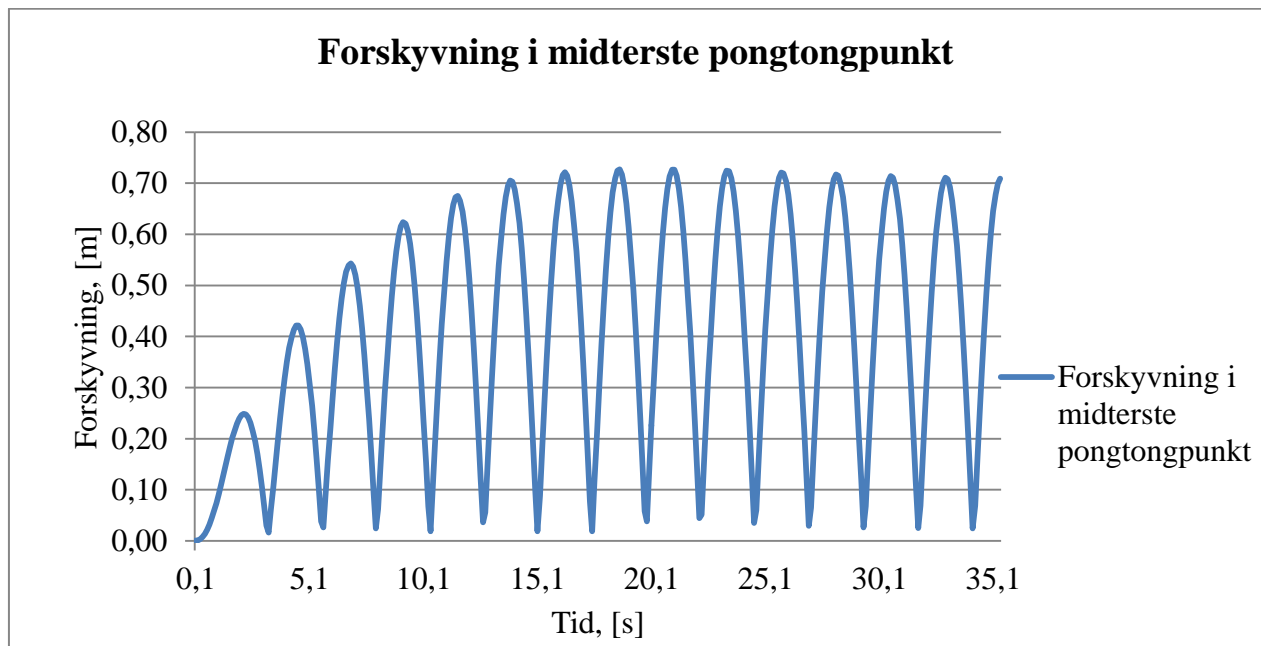
Metoden kalles for modal superposisjon fordi individuelle (ukoblede) modale ligninger løses for å bestemme modale koordinater  $y_i(t)$  og den modale responsen  $\mathbf{u}_n(t)$ . Sistnevnte benyttes for å finne den totale responsen  $\mathbf{u}(t)$ . Modale forskyvninger blir summert. (Chopra, 2007)

Tabell 14-8 viser framgangsmåte for å hente ut korrekte momenter og forskyvninger langs bruene i denne oppgaven.

**Tabell 14-8 Framgangsmåte for å ta ut riktige momenter og forskyvninger langs bruene**

Rekkefølge	Framgangsmåte
1	Egenperioder til brua, $T_n$ , beregnes ved modal analyse
2	Stivhetsdemping $\beta$ på grunnlag av egenfrekvensene til brua, modal stivhet, modal masse og modal demping beregnes og skrives inn i Ansys Workbench
3	Sinusvarierende bølgelast påføres den midterste pongtongen med små nok tidssteg i transient analyse med intervallet 0-1000 sekunder
4	Tidsvarierende deformasjon tas ut fra den midterste pongtongen
5	Tid $T$ der forskyvningene svinger stabilt finnes, se Figur 14-6
6	Sinusvarierende bølgelast påføres i alle pongtongpunkter hver for seg og snittkrefter hentes ut langs bruas lengde ved tid $T$
7	Momenter, skjær og forskyvning kombineres hver for seg og diagram lages

Figur 14-6 viser absoluttverdier av sideveis forskyvning av midterste pongtong for brulengde 844,8 meter.



**Figur 14-6 Forskyvning i midterste pongtong for brulengde 844,8 m ved påføring av dynamisk bølgelast, absoluttverdier**

Figur 14-6 viser at forskyvningen i midterste pongtongpunkt stabiliseres etter ca. 20 sekunder. Tidsperioden er kjørt fra 0,1 til 1000 sekunder slik at forskyvningene er plukket fra slutten av tidsperioden. Figur 14-6 viser kun fra intervallet 0 til 35 sekunder.



Det er viktig at pålastingen begynner gradvis med små nok tidssteg. Da vil konstruksjonen få tid til å reagere slik at den svinger med. Ved for store tidssteg får konstruksjonen sjokk fordi pålastingen ikke blir jevn som i Figur 14-4 og konstruksjonen vil få en hakket respons.

Tre bruer med lengde 844,8 meter modelleres for å se hvilket system som svarer til håndberegningene for respons i svai. To buede og en rett uten sideforankring. En buet og en rett bru er fri til å forskyves i den ene enden, mens den resterende brua er fastholdt mot forskyvning i begge ender. Dette gjøres for å finne ut om det er forskjeller i respons for buede og rette bruer, med og uten aksialstivhet.

Resultater fra transient analyse i Ansys Workbench er vist i Tabell 14-9 for rett og buet bru med glidelager i høyre endepunkt.

**Tabell 14-9 Respons i midtsnitt for rett og buet bru med glidelager i høyre punkt, symmetri**

	<i>Rett bru med glidelager, <math>t = 990,7</math> s</i>		<i>Buet bru med glidelager, <math>t = 999,9</math> s</i>	
$i$	Forskyvning i midtsnitt, [m]	Moment i midtsnitt, [Nm]	Forskyvning i midtsnitt, [m]	Moment i midtsnitt, [Nm]
1	0,14918	$6,92 \cdot 10^7$	0,20559	$7,27 \cdot 10^7$
2	0,11436	$5,90 \cdot 10^7$	0,21675	$6,51 \cdot 10^7$
3	0,00803	$2,13 \cdot 10^7$	0,00469	$1,56 \cdot 10^7$
4 (midten)	0,20662	$1,01 \cdot 10^8$	0,00666	$1,05 \cdot 10^8$
$\sqrt{\sum i^2}$	<b>0,355</b>	<b><math>1,66 \cdot 10^8</math></b>	<b>0,433</b>	<b><math>1,76 \cdot 10^8</math></b>
$\left(\frac{M_z}{\Delta y_s}\right)$	<b><math>F = 4,676 \cdot 10^8</math></b>		<b><math>F = 4,065 \cdot 10^8</math></b>	

For rett bru med glidelager har resultatene tilnærmet samme forholdstall mellom moment og forskyvning som håndberegninger selv om verdiene fra håndberegningene er litt høyere. Buet bru med glidelager får lavere forholdstall, men høyere moment og forskyvning enn rett bru med glidelager.

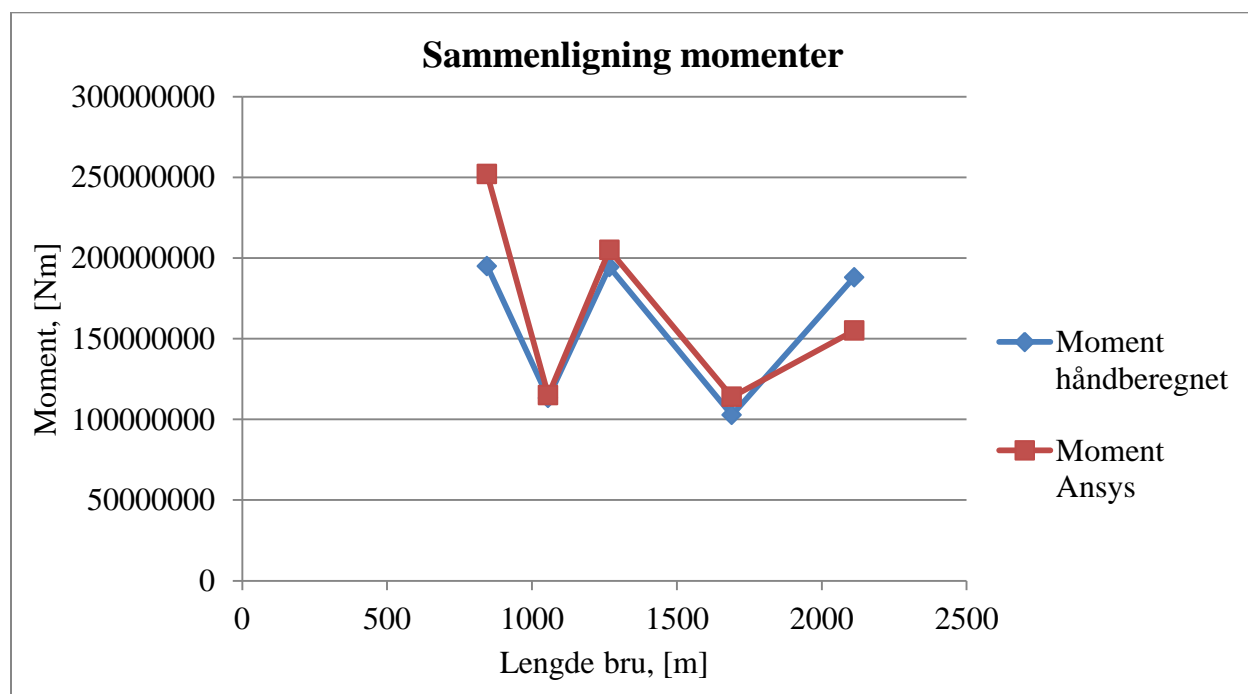
Rett bru med glidelager i Ansys gjør at modellen passer til den matematiske modellen i ligning ( 13-19 ) og ( 13-20 ). Når systemet er statisk bestemt, stemmer den matematiske modellen. Når begge ender er fastholdt mot å forskyve seg, blir bjelken én gang statisk ubestemt i planet. Dette påfører tvangskrefter i konstruksjonen slik at momenter fra den transiente analysen blir større enn håndberegnete verdier.

Det er bevist at den transiente modellen i Ansys Workbench 14.0 er ok og kan benytte den videre for buet bru uten glidelager i høyre punkt.

**Tabell 14-10 Forskyvninger og momenter for brulengde 844,8 m, håndberegnet og fra Ansys**

Brulengde [m]	Håndberegning		Ansys	
	Forskyvning $\Delta$ [m]	Moment $M_z$ [Nm]	Forskyvning $\Delta$ [m]	Moment $M_z$ [Nm]
844,8	0,420	$1,950 \cdot 10^8$	<b>0,40</b> / 0,92	<b><math>2,52 \cdot 10^8</math></b> / $2,67 \cdot 10^8$
1056,0	0,241	$1,133 \cdot 10^8$	<b>0,38</b> / 0,50	<b><math>1,15 \cdot 10^8</math></b> / $1,35 \cdot 10^8$
1267,2	0,530	$1,944 \cdot 10^8$	<b>0,58</b> / 0,60	<b><math>2,05 \cdot 10^8</math></b> / $2,08 \cdot 10^8$
1689,6	0,318	$1,027 \cdot 10^8$	<b>0,38</b> / 0,47	<b><math>1,14 \cdot 10^8</math></b> / $1,16 \cdot 10^8$
2112,0	0,465	$1,880 \cdot 10^8$	0,37 / <b>0,43</b>	$1,43 \cdot 10^8$ / <b><math>1,55 \cdot 10^8</math></b>

Tabell 14-2 gir forskyvninger og momenter fra håndberegninger og transient analyse for brulengde 844,8 meter uten glidelager. Forskyvningene og momentdiagrammene fra Ansys består av flere ulike verdier langs brulengden. Verdien som ligger nærmest håndverdiene er uthevet i tabellen. Disse verdiene er plottet inn i Figur 14-7.

**Figur 14-7 Momenter fra bølgelast, håndberegnet og verdier fra Ansys**

Figur 14-7 viser hvordan håndberegnete momenter av buede bruer sammenlignet med momenter fra den transiente analysen i Ansys. Momentene for brulengde 1056, 1267,2 og 1689,6 meter passer godt med håndberegnete moment. Det er større forskjeller mellom momentene fra 844,8 og 2112 meter.

### 14.2.3 LINEÆR KNEKKINGSANALYSE

Når slanke konstruksjoner er utsatt for trykkrefter kan den strukturelle stivheten reduseres dramatisk og konstruksjonen bli ustabil og knekke. Knekking kan refereres til at en svært liten økning i last kan føre til en stor forskyvning. Knekking skjer når aksial tøyingsenergi plutselig blir konvertert til bøyingsenergi uten endring av lastpåføring. I slanke konstruksjoner er den aksielle tøyingsenergien mye større enn bøyingsenergien, og derfor oppstår store deformasjoner ved konvertering fra aksial oppførsel til bøyning.

Stivhet består av to bidrag, materialstivhet og geometrisk stivhet. Materialstivhet, eller elastisk stivhet, avhenger av materialegenskapene til konstruksjonen, mens den geometriske stivheten avhenger av spenningstilstanden til materialet. Strekkrefter vil øke den geometriske stivheten, mens trykkrefter vil redusere den. Knekking skjer når summen av de to stivhetene blir singularer som vist i ligning ( 14-14 ).

$$[K_t] = [K_m] + [K_g] = [0] \quad (14-14)$$

En knekkingsanalyse representeres ved å løse egenverdiproblemet:

$$([K_m] + \lambda_j [K_g])\{\varphi\}_j = \{0\} \quad (14-15)$$

Der  $\lambda_j$  er egenverdier med korresponderende egenvektor  $\{\varphi\}_j$  som representerer knekkingsformene. Knekkingslasten  $P_j$  er produktet mellom egenverdien  $\lambda_j$ , og påført last  $P$ :

$$P_j = \lambda_j P \quad (14-16)$$

Knekkingsfaktoren (BLF) representerer forholdet mellom knekkingslasten og påført last, og er lik egenverdien  $\lambda_j$ .

$$(BLF)_j = \frac{P_j}{P} = \lambda_j \quad (14-17)$$

En lineær knekkingsanalyse finner knekkingsfaktorene  $\lambda_j$  og knekkingsformene  $\{\varphi\}_j$ . En lineær knekkingsanalyse forutsier den teoretiske knekkingslasten for en ideell konstruksjon, men i virkeligheten vil ujevnheter og formfeil i materiale og utførelse føre til at den virkelige knekklasten er lavere. En lineær knekkingsanalyse er rask og vil gi et ikke-konservativt resultat. En struktur kan ha flere knekkingsformer  $\{\varphi\}_j$ , men i de fleste tilfeller er den laveste formen mest relevant. Knekkingsformene  $\{\varphi\}_j$  viser kun knekkingsform og er ikke en skalar som representerer virkelig forskyvning. (Lecture 13: Stress Stiffness and Buckling Analysis, 2012)

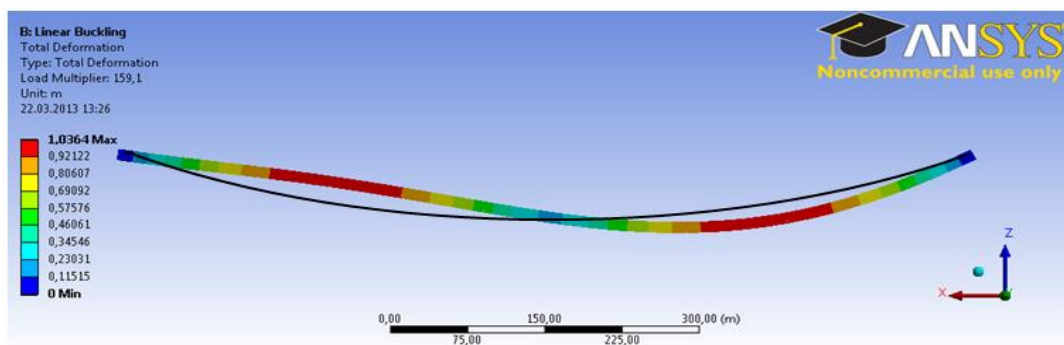
For å kunne utføre en lineær knekkingsanalyse i Ansys Workbench 14.0 må det først utføres en statisk analyse av konstruksjonen for å danne den geometriske stivhetsmatrisen som inngår i egenverdiproblemet. I den statiske analysen påføres en linjelast på 1000 N/m i bruas tverretning.

Deretter kjøres knekkingsanalysen og knekkingsfaktoren etableres. Den multipliseres deretter med den statiske linjelasten for å etablere kritisk knekklast.

$$BLF = 159,1 \quad (14-18)$$

$$q_{cr,Ansys} = BLF \cdot 1000 \frac{N}{m} = 159,1 \frac{kN}{m} \quad (14-19)$$

Kritisk knekklast fra Ansys avviker kun med 5 kN/m fra håndberegnet  $q_{cr,leddet}$  fra ligning (6-25). Kritisk knekklast i Ansys kan være lavere fordi programmet benytter en E-modul lik  $0,2 \cdot 10^{12} N/mm^2$ , mens håndberegningene inneholder en E-modul lik  $0,21 \cdot 10^{12} N/mm^2$ .



**Figur 14-8 Knekkingsform for buet bru, Ansys**

Tabell 14-11 viser kritisk knekklast for ulike buede brulengder i Ansys, samt dimensjonerende aksialkraft og tilhørende dimensjonerende aksialspenning. Framgangsmåten presentert i kapittel 6.3.1 benyttes.

**Tabell 14-11 Kritisk knekklast for ulike brulengder fra Ansys**

	$L = 844,8 \text{ m}$	$L = 1056 \text{ m}$	$L = 1267,2 \text{ m}$	$L = 1689,6 \text{ m}$	$L = 2112 \text{ m}$
$q_{cr}$ fra Ansys	159,1 kN/m	81,4 kN/m	47,1 kN/m	19,9 kN/m	10,2 kN/m
$N_{cr} = q_{cr} R$	206,8 MN	132,3 MN	91,8 MN	51,7 MN	33,2 MN
$F_y = f_y A$	349,7 MN	349,7 MN	349,7 MN	349,7 MN	349,7 MN
$\lambda$	1,30	1,63	1,95	2,60	3,25
$b$	b	b	b	b	b
Figur 6.49 i NS-EN1993-1-1	0,43	0,30	0,22	0,13	0,085*
Tillat dim. aksialkraft	143,3 MN	99,9 MN	73,3 MN	43,3 MN	28,3 MN
Tilhørende dim. aksialspenning	188 MPa	131,4 MPa	96,4 MPa	56,9 MPa	37,2 MPa

	$L = 2545 \text{ m}$	$L = 5089 \text{ m}$	
$q_{cr, fra Ansys}$	5,8 kN/m	0,7 kN/m	
$N_{cr} = q_{cr} R$	22,7 MN	5,4 MN	
$F_y = f_y A$	349,7 MN	349,7 MN	
$\lambda$	3,92	8,05	
$b$	b	b	
6.49 i NS-EN 1993-1-1	0,06*	0,02*	
Tillat dim. aksialkraft	20,0 MN	6,7 MN	
Tilhørende dim. aksialspenning	26,3 MPa	8,8 MPa	
*Beregningsregler under punkt 6.3.1.2 Knekkurver i Eurokode 3, del 1 er benyttet			

Tverrsnittet til Bergsøysundkonseptet får utnyttet lite av sin aksialkapasitet når bruene blir slankere. Dette er naturlig da Bergsøysundbrua i sin størrelse hadde vært kraftig overdimensjonert hvis den kunne hatt lengre utstrekning uten noen form for sideforankring.



# 15 LASTKOMBINASJONER

## 15.1 BRUDDGRENETILSTAND

I henhold til NS-EN 1990:2002/NA:2008, «Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner», Tabell NA.A1(901) er veg- og jernbanebruer i pålitelighetsklasse 3. Punkt 1.5.2.13 i «Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner» definerer bruddgrensetilstander som:

«Tilstander som er knyttet til sammenbrudd eller andre lignende former for konstruksjonssvikt».

Tabell NA.A1.2(B) benyttes for lastkombinasjoner for egenlast, trafikklast, vind-, bølge- og strømlast. Den er reproduert og gitt i Tabell 15-1.

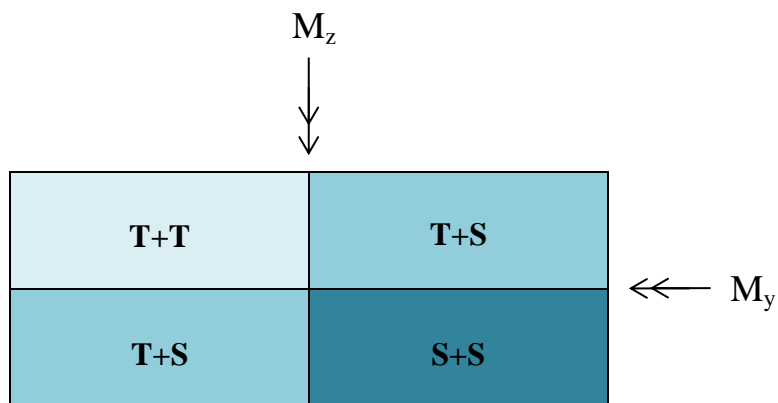
**Tabell 15-1 Bruddgrensetilstand for vedvarende og forbigående dimensjonerende situasjoner, reproduert fra NA.A1.2(B) i NS-EN 1990:2002/NA:2008**

Vedvarende og forbigående dimensjonerende situasjoner	Permanente laster		Dominerende variabel last	Øvrige variable laster
	Ugunstig	Gunstig		
Ligning 6.10a	1,35	1,00	1,05	1,05
Ligning 6.10b	1,20	1,00	1,50	1,05

Tverrsnittet til brua vil få spenninger både på grunn av laster i vertikal og horisontal retning. Spenninger på grunn av laster i z-retning og y-retning beregnes hver for seg med lastfaktorer og summeres deretter for å finne verste spenningstilstand i tverrsnittet. Se Figur 15-1 for eksempel på trykk- og strekkrefter i tverrsnittet gitt momenter om begge akser. I Tabell 15-2 viser uthevet skrift hvilke lastkombinasjoner som blir kritisk for bruene.

**Tabell 15-2 Lastkombinasjoner i z- og y-retning**

I z-retning, om y-akse	6.10a	$1,35 \cdot M_{y,egenvekt} + 1,05 \cdot M_{y,trafikk}$	<b>( 15-1 )</b>
<b>I z-retning, om y-akse</b>	<b>6.10b</b>	<b><math>1,20 \cdot M_{y,egenvekt} + 1,50 \cdot M_{y,trafikk}</math></b>	<b>( 15-2 )</b>
I y-retning, om z-akse	6.10a	$1,05 \cdot (M_{z,vind} + M_{z,bølger}) + 1,05 \cdot (M_{z,strøm})$	<b>( 15-3 )</b>
<b>I y-retning, om z-akse</b>	<b>6.10b</b>	<b><math>1,50 \cdot (M_{z,vind} + M_{z,bølger}) + 1,05 \cdot (M_{z,strøm})</math></b>	<b>( 15-4 )</b>



**Figur 15-1 Tverrsnitt brubjelke skissert med trykk og strekk fra momenter om begge akser**

Figur 15-1 illustrerer hvordan krefter fra momenter om begge akser fordeles i tverrsnittet. Trafikklaster og egenlast gir momenter om y-aksen. Bølge-, vind- og strømlaster gir momenter om z-aksen. I tillegg er tverrsnittet påkjent av rene aksialkrefter som trykk og strekk over hele tverrsnittet fra bølge- og vindlast.

I de snitt som betraktes langs bruene kombineres alltid momenter om samme akse i samme retning. Det vil si den mest konservative kombinasjonen. Skjærspenninger beregnes ikke i denne oppgaven, men må ellers tas i betraktning.



### 15.1.1 KOMBINASJONER AV TRAFIKKLAST MED EGENLAST

Maksimalt moment langs bruas lengde på grunn av trafikklast kombinert med egenlast, finnes ved å kombinere følgende plasseringer av trafikk langs brua b) - h) med egenlast a).

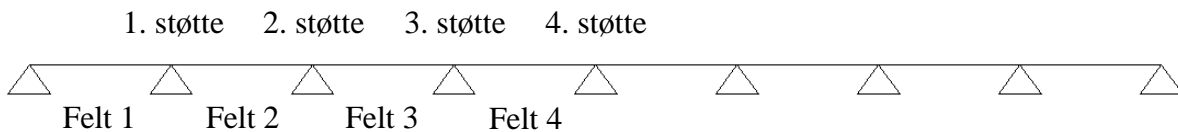
**Tabell 15-3 Lastkombinasjoner trafikklast b) til h) med egenlast a)**

a)	
b)	
c-1)	
c-2)	
d)	
e)	
f)	
g)	
h)	
	<p>a) Egenlast stålfagverk            b) Trafikklast på hele brua            c) Trafikklast på annenhvert felt            d) Trafikklast over første pongtong</p> <p>e) Trafikklast over andre pongtong            f) Trafikklast over tredje pongtong            g) Trafikklast over fjerde pongtong            h) Trafikklast på halve brua</p>

Ligning 6.10a og 6.10b, henholdsvis ligning ( 15-2 ) og ( 15-4 ), benyttes for lastfaktorer for egenlast og trafikklast. Statisk analyse i Ansys Workbench 14.0 viser at følgende kombinasjoner gitt i Tabell 15-4, gir maksimale moment i felt og over støtter for til ligning 6.10b. Ligning 6.10a gir samme resultat, men lavere verdier på totalmomentene.

**Tabell 15-4 Kombinasjoner egenlast og trafikklast som gir maksimale moment i felt og over støtter, ligning 6.10b**

Over støtte 1	Over støtte 2	Over støtte 3	Over støtte 4
d) $M = 2,18 \cdot 10^8$	e) $M = 1,83 \cdot 10^8$	f) $M = 1,89 \cdot 10^8$	g) $M = 1,87 \cdot 10^8$
I felt 1	I felt 2	I felt 3	I felt 4
c-1) $M = -1,85 \cdot 10^8$	c-2) $M = -1,23 \cdot 10^8$	c-1) $M = -1,38 \cdot 10^8$	c-2) $M = -1,34 \cdot 10^8$



**Figur 15-2 Felt og støttenummerering for brulengde 844,8 m**

Maksimale verdier for egenlast og trafikk opptrer over alle støtter unntaksvis i første felt. Det er da hensiktsmessig å kontrollere snitt langs brua over pongtonger kombinert med bølge-, vind- og strømlaster for å oppnå kritiske verdier.

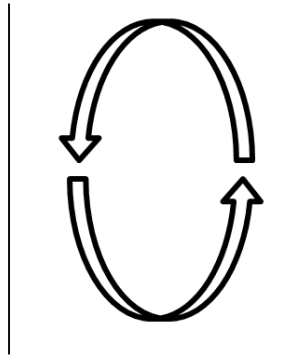
### 15.1.2 KOMBINASJON AV VINDTILFELLER

Buede brulengder kontrolleres for vind i tre forskjellige tilfeller i kombinasjon med egen-, trafikk-, bølge- og strømlast. Tilfeller av vind er gitt i Tabell 15-5.

*Tabell 15-5 Tilfeller vind med beskrivelse*

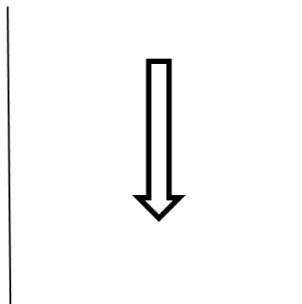
<i>Tilfeller vind</i>	<i>Beskrivelse</i>
1	Vind i svingeform to med dynamisk forsterkningsfaktor
2	Middelvind over hele brulengden i samme retning
3	Kombinasjon av 1 og 2

Tilfelle 1 beskriver en situasjon der vinden blåser i begge retninger i fjorden samtidig som vist på Figur 15-3. Da oppstår det vindlast med motsatt fortegn på hver halvdel av brua. Dette lasttilfellet samsvarer med den første svingeformen for buet bru, som er to sinushalvbølger.



*Figur 15-3 Vind i begge retninger i fjorden*

Tilfelle 2 beskriver en situasjon der middelvind blåser langs hele fjorden som vist på Figur 15-4. Da oppstår det et jevnt fordelt statisk trykk langs hele brua uten dynamisk forsterkning.



*Figur 15-4 Vind i hele fjordbredden*

Disse tilfellene av vind defineres, fordi de ulike tilfellene antageligvis vil gi forskjellige reaksjoner langs bruene. Det er derfor ikke gitt på forhånd hvilke tilfeller av vind som vil være kritiske.

## 15.2 BRUKSGRENSETILSTAND

I punkt 1.5.2.14 i «Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner» defineres bruksgrensetilstander som:

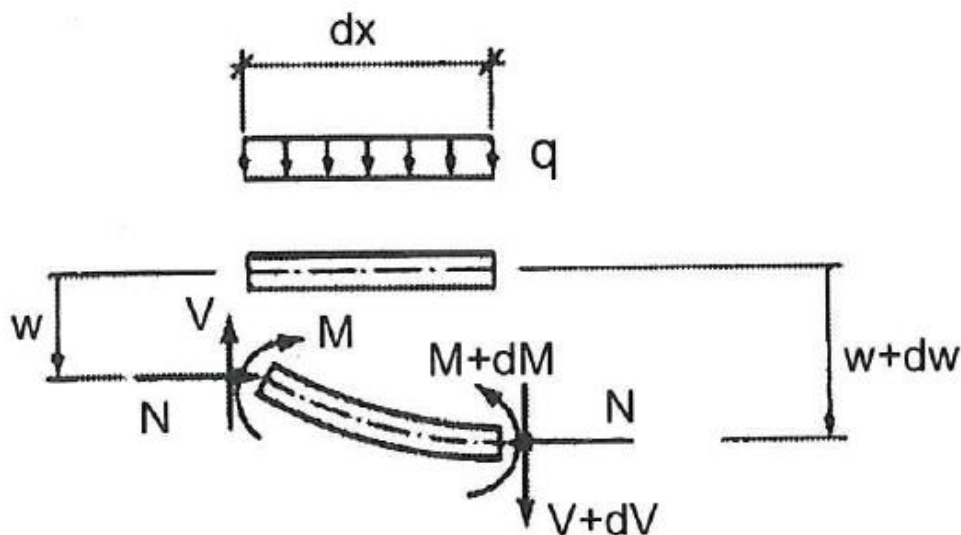
*«Tilstander som danner grensen for når konstruksjonen eller konstruksjonsdelene ikke lenger oppfyller fastsatte krav ved normal bruk.»*

I henhold til «Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner», punkt A1.4.1, beregnes forskyvninger med partialfaktor 1,0 for bølge, vind og strømlast. Kun forskyvninger i horisontalplanet betraktes i denne oppgaven.

Forskyvninger for buede bruer og rette bruer presenteres i kapittel 16.4 og 17.7.

### 15.3 2. ORDENS BJELKE-SØYLE-ANALYSE

Slanke staver som belastes med både 1. ordens bøyemoment og trykkaksialkraft har betegnelsen bjelke-søyle. I henhold til «Dimensjonering av stålkonstruksjoner» må dimensjonering av staven baseres på en 2. ordens analyse. Dette fordi interaksjonen mellom moment og aksialkraft er ikke-lineær.



Figur 15-5 Differensiert bjelkeelement (Larsen, 2010)

Ved betraktning av et element  $dx$  i en stav med tverrlast og normalkrefter, se Figur 15-5, vil normalkraften til høyre angripe med en eksentrisitet  $w+dw$  fra nøytralaksen på grunn av forskyvningen fra tverrlasten  $q$ . Da oppstår det et ekstra moment i staven i tillegg til momentet forårsaket av tverrlasten  $q$ .

1. ordens momenter beregnes på grunnlag av tverrlaster og andre lastvirkninger uten at konstruksjonens deformasjoner tas i betraktning. For en fritt opplagt bjelke med sinusformet tverrlast kan 2. ordens moment skrives som 1. ordens moment multiplisert med en forsterkningsfaktor. Selv om ligning ( 15-5 ) er utledet for et spesialtilfelle er den tilstrekkelig nøyaktig for de fleste tilfeller. Denne ligningen benyttes ved forsterkning av momenter på grunn av aksialkraft i denne oppgaven.

$$M_2 = M_1 \cdot f_m = M_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (15-5)$$

der  $N$  er aksialkraften i staven og  $N_{cr}$  er den kritiske aksialkraftkapasiteten til staven. Her blir  $N_{cr}$  den kritiske aksialkraftkapasiteten til buen gitt i kapittel 6.1 og i Tabell 14-3.

Faktoren  $\frac{N}{N_{cr}}$  etableres fra løsningen av differensialligningen for forskyvningsfunksjonen til en aksialbelastet stav med tverrlast.

Når  $N \rightarrow N_{cr}$  vil  $M_2 \rightarrow \infty$ , og det blir stor forskjell mellom første- og 2. ordens momenter. 2. ordens momenter kan føre til kritiske spenninger i tverrsnittet og må tas i betraktning ved betydelige aksialkrefter i tverrsnittet opptredende sammen med 1. ordens moment. (Larsen, 2010)

Det er ingen sammenheng mellom knekkformen til en stav og deformasjonene på grunn av ytre laster. Kritisk aksialkraft med tilhørende knekkform bestemmes i denne oppgaven fra en stabilitetsanalyse av en perfekt bue uten egenspenninger eller formavvik. Bøyedeforrasjonene har derimot en vesentlig betydning for kapasiteten til buen.

I oppgaven benyttes det både statiske og dynamiske reaksjonskrefter i kombinasjon med hverandre og da må spenninger fra tilleggsmomentet  $M_2$  beregnes for hånd og adderes med spenningene fra 1. ordensanalysen.

Spenning i et gitt punkt i tverrsnittet blir summen av normalspenninger og bøyespenninger om begge akser:

$$\sigma_{tot} = \frac{N}{A} + \left( \frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \right) + \left( \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \right) \quad (15-6)$$

der  $W_y$  og  $W_z$  er motstandsmomenter om henholdsvis y- og z-akse. Motstandsmoment er ekvivalent med høyden fra nøytralaksen i tverrsnittet delt på andre arealmoment om bøyningaksen.

## 16 RESULTATER

### 16.1 MODAL ANALYSE

Tabell 16-1 viser egenperioder i svai for ulike buede brulengder. Uthevet skrift viser egenperioder nærmest peak-perioden til bølgene,  $T_p=4,8$  s.

**Tabell 16-1 Egenperioder  $T_n$  i svai for ulike buede brulengder fra Ansys**

Antall sinushalvbølger	$L_{bru}=844,8$ m	$L_{bru}=1056$ m	$L_{bru}=1267,2$ m	$L_{bru}=1689,6$ m	$L_{bru}=2112$ m
	Ansys	Ansys	Ansys	Ansys	Ansys
2	9,0 s	14,3 s	20,7 s	37,3 s	58,6 s
3	<b>4,4 s</b> / 2,8 s	6,8 s	9,7 s	17,3 s	27,1 s
4	2,2 s	<b>3,7 s</b> / 3,5 s	5,1 s / <b>4,6 s</b>	9,2 s	14,4 s
5		2,2 s	3,2 s	6,6 s / <b>5,47 s</b>	9,6 s / 7,4
6				4,07 s	6,4 s
7					<b>4,7 s</b>
8					3,6 s

Svingeform tre for  $L_{bru} = 844,8$  m er en blandingsmode mellom mode 1 og mode 3. Dette vises i Tabell 14-5. Det er en blandingsmode fordi den ikke svinger med tre like store sinushalvbølger, men én større på midten og to mindre på hver side. Den modale analysen i Ansys Workbench 14.0 viser ikke svingeform med kun én sinushalvbølge beregnet i Tabell 13-2, fordi det virker som den inkluderes i en mode med tre sinushalvbølger. Det kreves så mye energi å få en buet bru inn i en halv sinusbølge at det trolig aldri oppstår. To verdier i samme rute i Tabell 16-1 viser at det finnes to forskjellige egenperioder for samme svingeform, med likt antall sinushalvbølger.

Tabell 16-2 viser egenfrekvenser for buet og rett bru for lengde 844,8 meter, både med og uten glidelager i høyre endepunkt. Siste kolonne i tabellen viser at håndberegnete verdier, der aksialledet fra kapittel 13 ikke er inkludert for  $n=1$ .

**Tabell 16-2 Egenfrekvenser for buet og rett bru i Ansys Workbench 14.0 samt håndberegnete verdier, [Hz]**

<i>Mode</i>	<i>Buet bru Ansys uten glidelager</i>	<i>Buet bru Ansys med glidelager</i>	<i>Rett bru Ansys uten glidelager</i>	<i>Rett bru Ansys med glidelager</i>	<i>Håndberegnet uten pilhøyde</i>
1	-opptrer ikke-	$2,79 \cdot 10^{-2}$	$2,85 \cdot 10^{-2}$	$2,85 \cdot 10^{-2}$	$2,70 \cdot 10^{-2}$
2	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
3	0,22	0,25	0,26	0,26	0,25
3	0,35	-	-	-	-
4	0,45	0,45	0,45	0,45	0,44
5	0,70	0,70	0,70	0,70	0,68

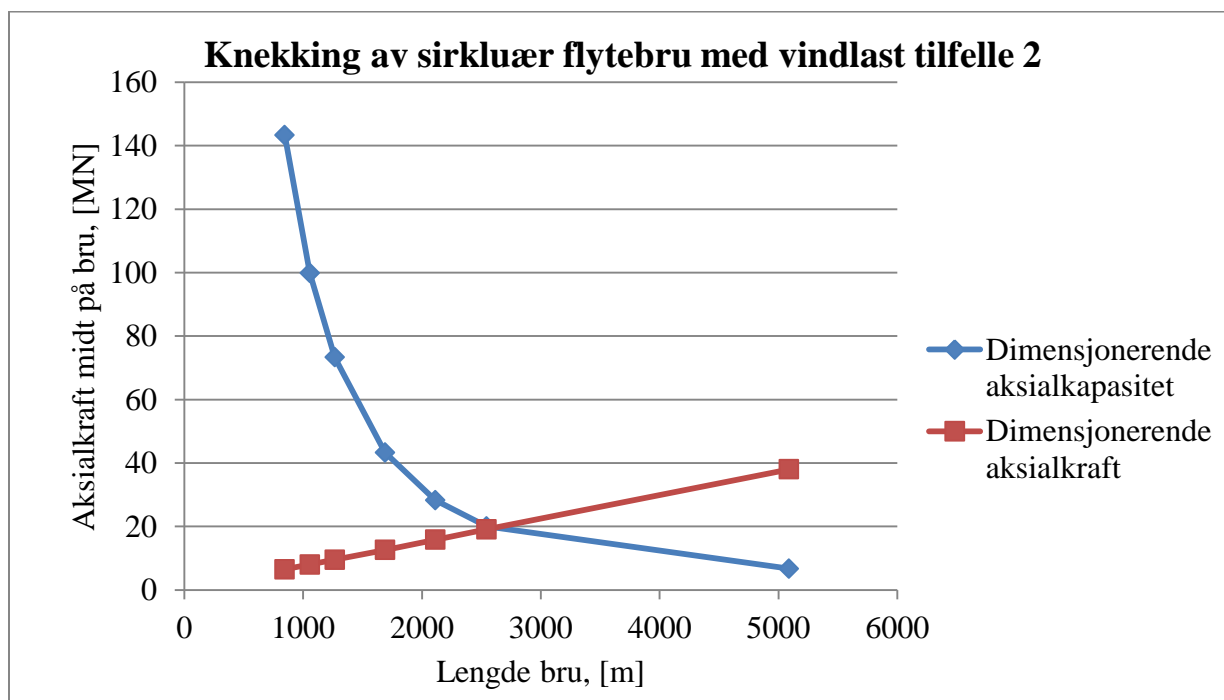


## 16.2 BUEKNEKKING MED VINDLAST TILFELLE 2

Tabell 16-3 Dimensjonerende aksialkraftkapasitet og aksialkraft

Brulengde [m]	Dimensjonerende aksialkapasitet [MN]	Dimensjonerende aksialkraft [MN]
844,8	143,0	$1,5 \cdot 4,35 = 6,5$
1056,0	99,9	$1,5 \cdot 5,3 = 8,0$
1267,2	73,3	$1,5 \cdot 6,3 = 9,5$
1689,6	43,3	$1,5 \cdot 8,4 = 12,6$
2112,0	28,3	$1,5 \cdot 10,5 = 15,8$
2545,0	20,0	$1,5 \cdot 12,7 = 19,1$
5089,0	6,7	$1,5 \cdot 25,3 = 38,0$

Figur 16-1 framstiller verdiene i Tabell 16-3 grafisk. I denne framstillingen er egenlast og trafikklast utelatt fra beregningene. Figuren viser at kurven for dimensjonerende aksialkraft avtar tilnærmet eksponentielt med økende brulengde. Kurven for dimensjonerende aksialkraft er tilnærmet lineær. Dette samsvarer godt med teorien i kapittel 6 da  $N_{cr}$  kun har lengden som variabel, da lengde-radiusforholdet holdes konstant for alle bruene.



Figur 16-1 Knekking av sirkulær flytebru med vind lasttilfelle 2

Av Figur 16-1 framkommer det at knekking for sirkulær bue med jevnt fordelt vindlast opptrer rundt 2600 meters brulengde. Det er ikke tatt hensyn til egenlast og trafikklast. Slankheten for en eventuell bru med lengde 2600 meter ligger rundt 4,0 i henhold til Tabell 14-11.



### 16.3 BRUDDGRENSETILSTAND

Spenninger fra bruddgrensetilstanden sammenlignes med dimensjonerende kapasitet i tverrsnittet for buede bruer med lengder 844,8 m til 2112 m, fra kapittel 5.

$$\begin{aligned} \sigma_{Ed} &\leq f_{yd} \\ \text{Dimensjonerende} & \\ \text{kapasitet:} & \quad f_{yd} = \frac{460 \text{ MPa}}{1,05} = 438 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (16-1)$$

$$\begin{aligned} \text{Dimensjonerende} & \\ \text{spenninger:} & \quad \sigma_{N,Ed} = \gamma \cdot \frac{N}{A} \end{aligned} \quad (16-2)$$

$$\sigma_{M,Ed,y} = \frac{\gamma \cdot M_{egenlast} + \gamma \cdot M_{trafikk}}{I_y} \cdot z \quad (16-3)$$

$$\sigma_{M,Ed,z} = \frac{\gamma \cdot M_{bølger} + \gamma \cdot M_{vind} + \gamma \cdot M_{strøm}}{I_z} \cdot y$$

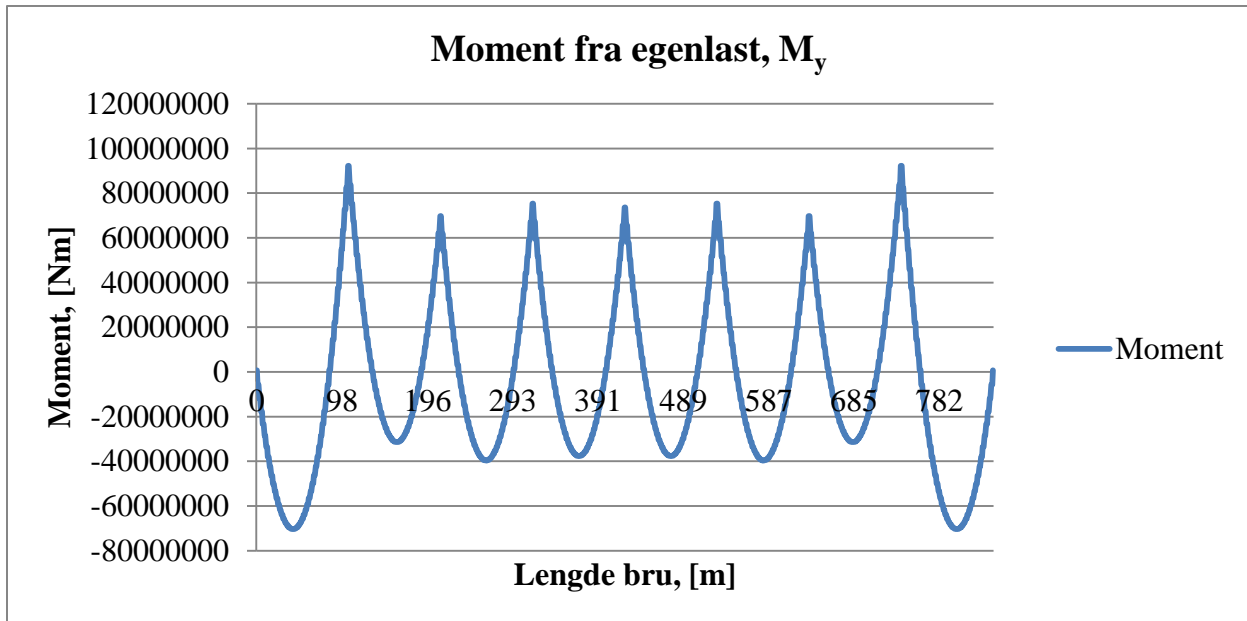
$$\sigma_{tot} = \gamma \cdot \frac{N}{A} + \left( \gamma \cdot \frac{M_y}{W_y} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \right) + \left( \gamma \cdot \frac{M_z}{W_z} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \right)$$

Spenninger i stålfagverket beregnes ut i fra at stivhetssenteret er i midten av fagverket. Det vil si at arm for beregning av spenninger om y-aksen blir 3,3 meter og arm for beregning av spenninger om z-aksen blir 5,6 meter.

I følgende momentdiagram for de enkelte bruene er ikke verdiene på horisontalaksene konsistente, fordi nettinndelingen i modellene i Ansys ikke går opp i heltall.

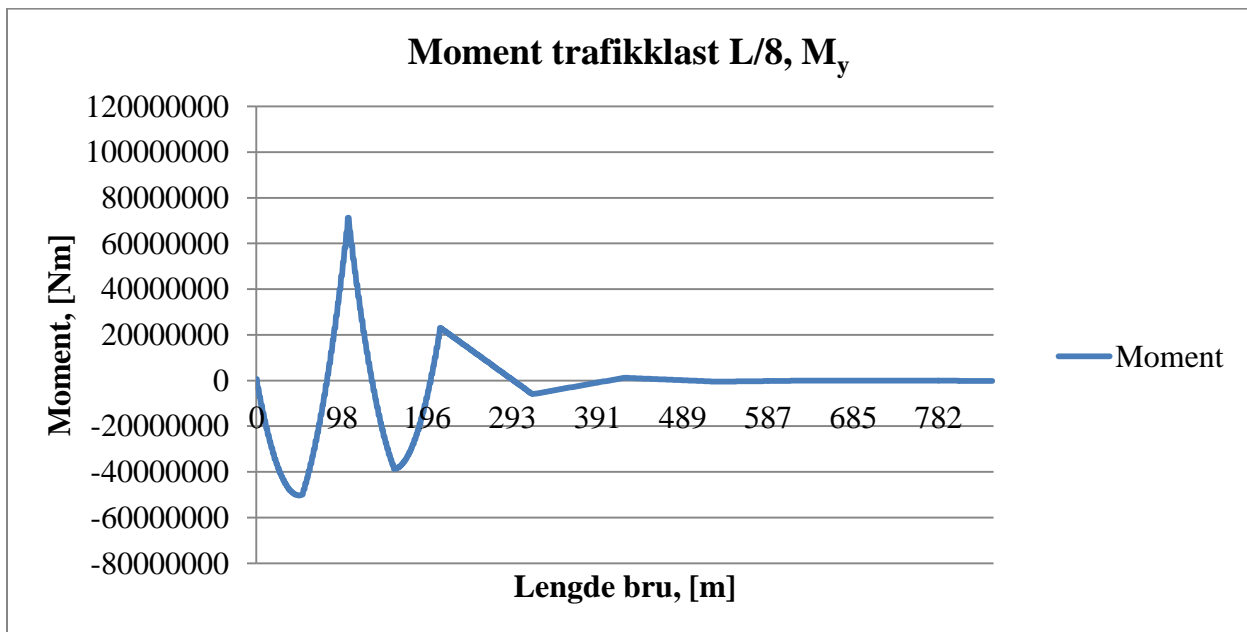
Alle spenninger som beregnes i dette kapitlet er dimensjonerende spenninger. Spenninger fra egenlast og trafikklaster beregnes for brulengde 844,8 meter, men benyttes for de andre bruene også da pongtongavstanden holdes konstant.

16.3.1 MOMENTDIAGRAM FRA EGENLAST OG TRAFIKKLAST



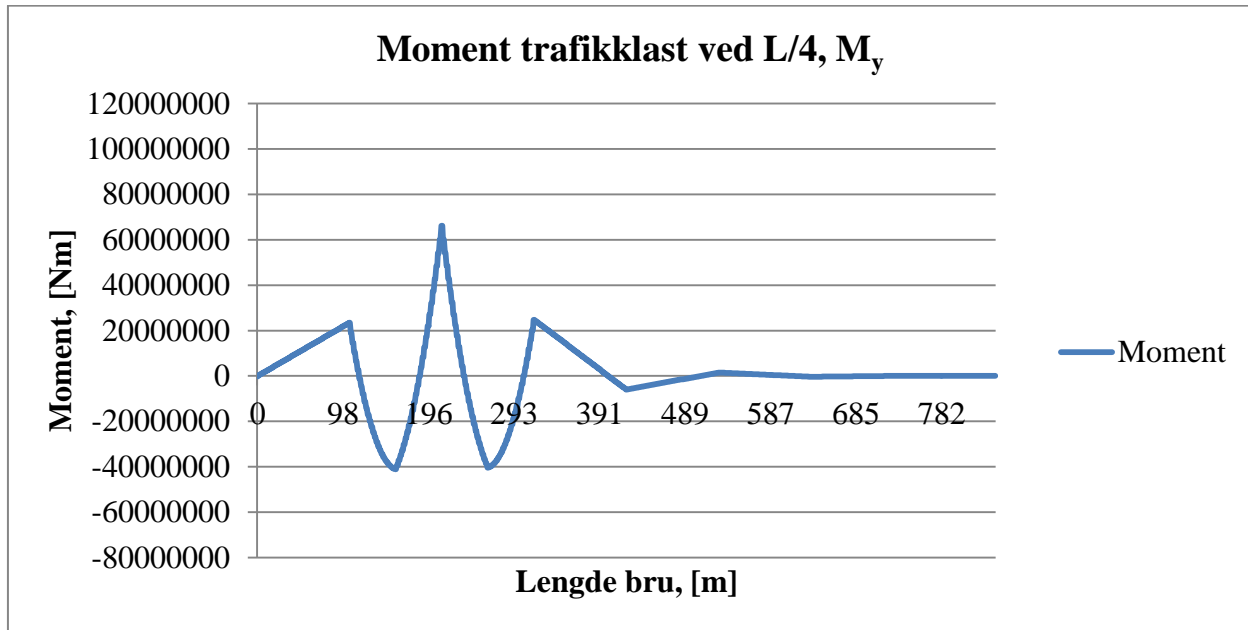
Figur 16-2 Moment av egenvekt langs brulengde 844,8 m

Moment $\frac{1}{8} L$	Moment $\frac{1}{4} L$	Moment $\frac{3}{8} L$	Moment $\frac{1}{2} L$
$M_y = 9,22 \cdot 10^7 Nm$	$M_y = 6,97 \cdot 10^7 Nm$	$M_y = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$M_y = 7,37 \cdot 10^7 Nm$



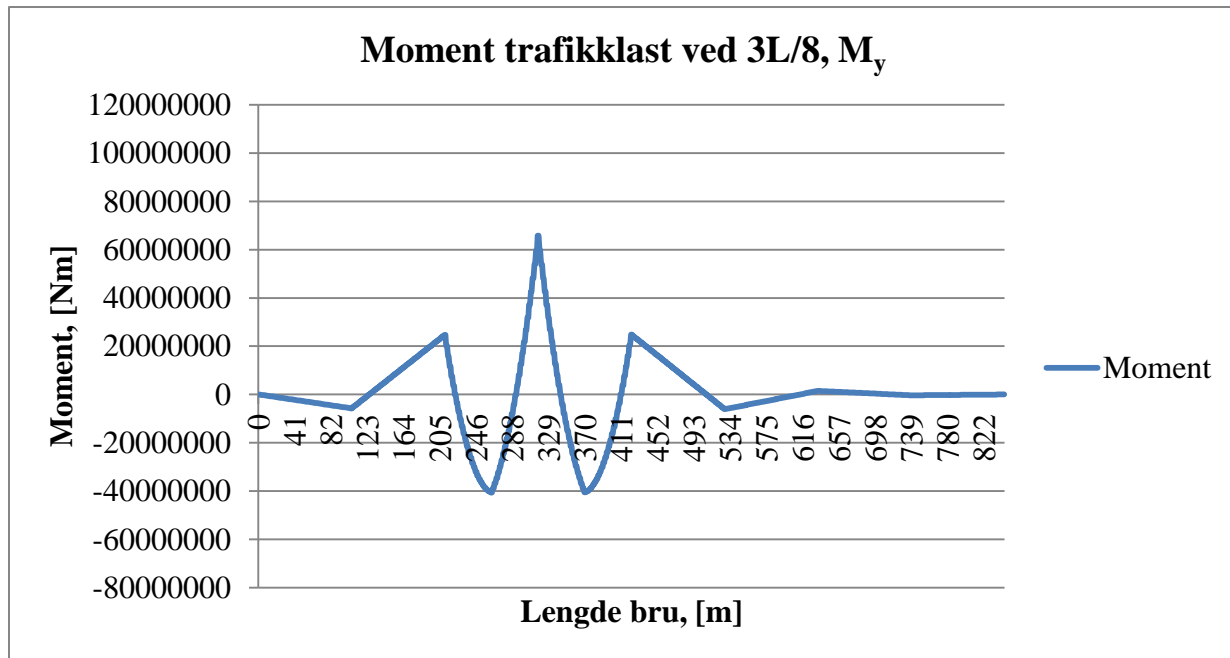
Figur 16-3 Moment av trafikklast ved  $\frac{1}{8} L$  langs brulengde 844,8 m

$$M_y = 7,13 \cdot 10^7 Nm$$



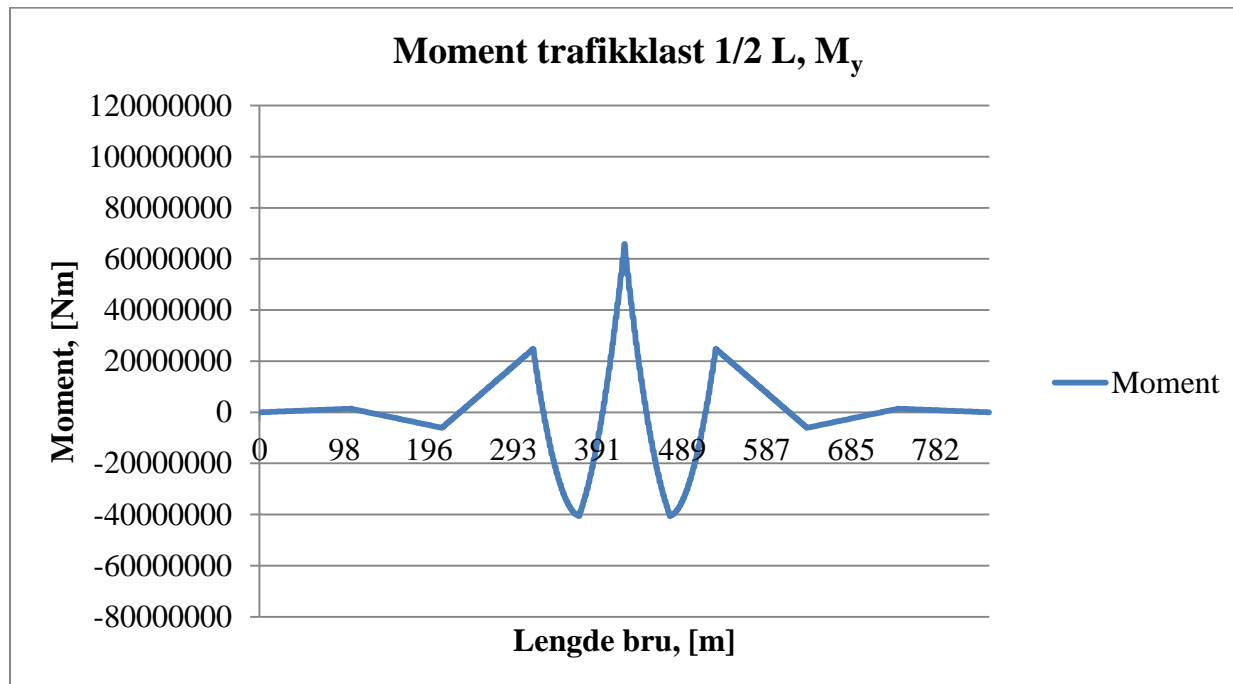
Figur 16-4 Moment av trafikklast ved 1/4 L langs brulengde 844,8 m

$$M_y = 6,62 \cdot 10^7 Nm$$



Figur 16-5 Moment av trafikklast ved 3L/8 langs brulengde 844,8 m

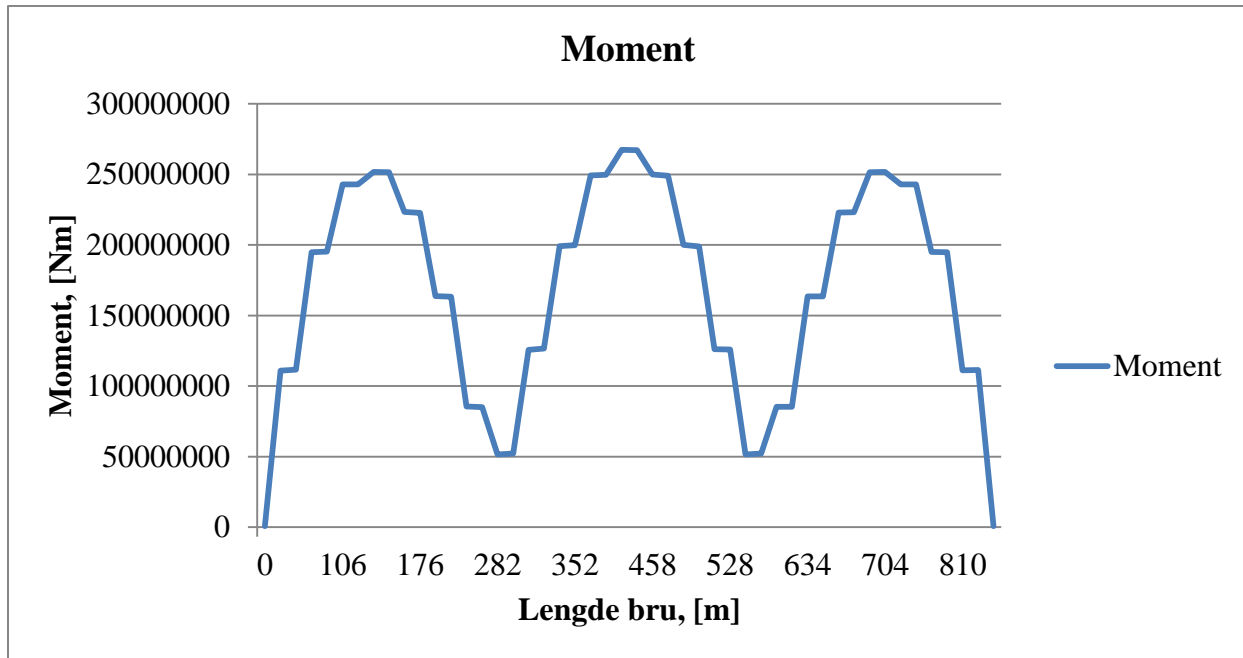
$$M_y = 6,58 \cdot 10^7 Nm$$



*Figur 16-6 Moment av trafikklast ved  $\frac{1}{2} L$  langs brulengde 844,8 m*

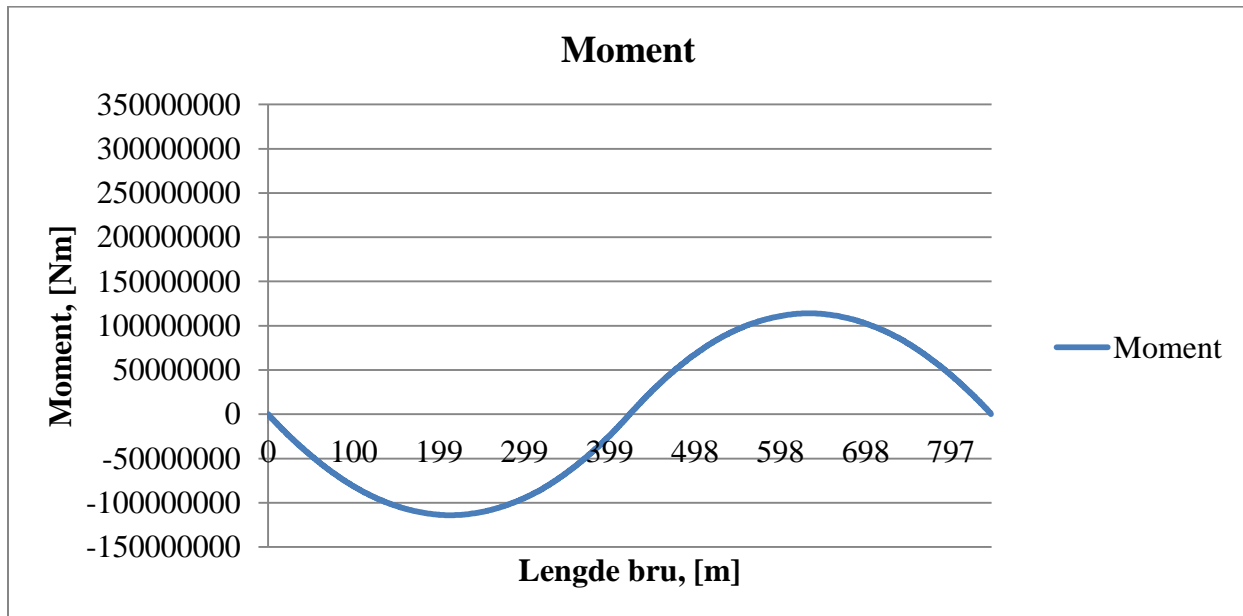
$$M_y = 6,58 \cdot 10^7 Nm$$

16.3.2 BUELENGDE 844,8 M MOMENT- OG AKSIALKRAFTDIAGRAM



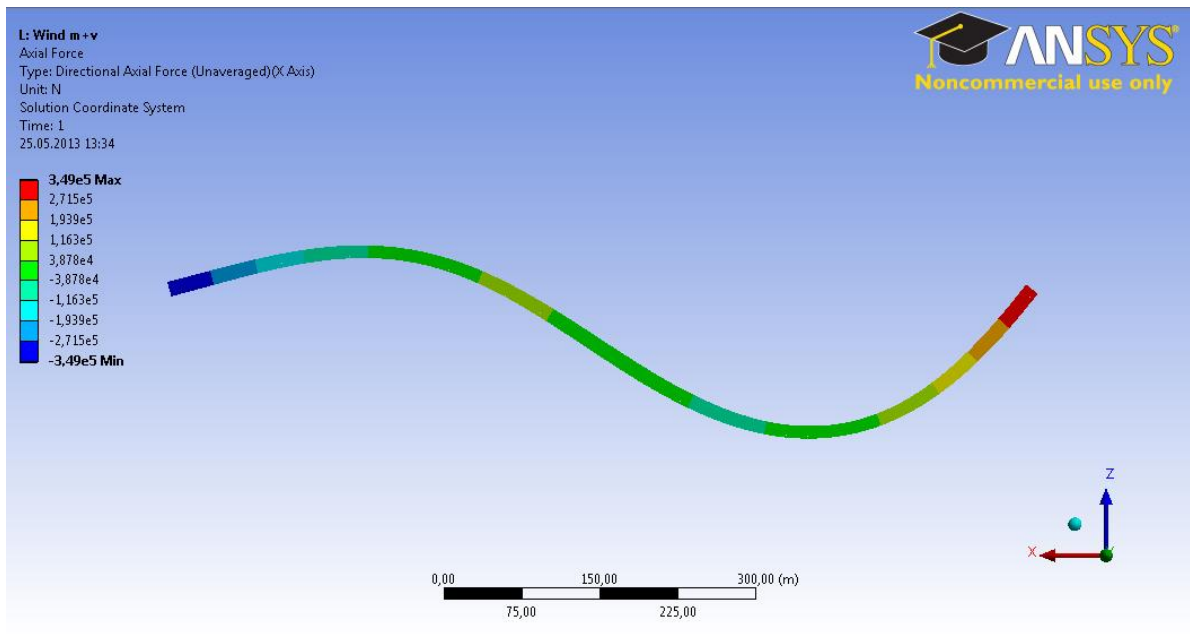
Figur 16-7 Moment av bølgelast langs brulengde 844,8 m

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{6} L$
$M_z = 2,67 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 2,52 \cdot 10^8 Nm$



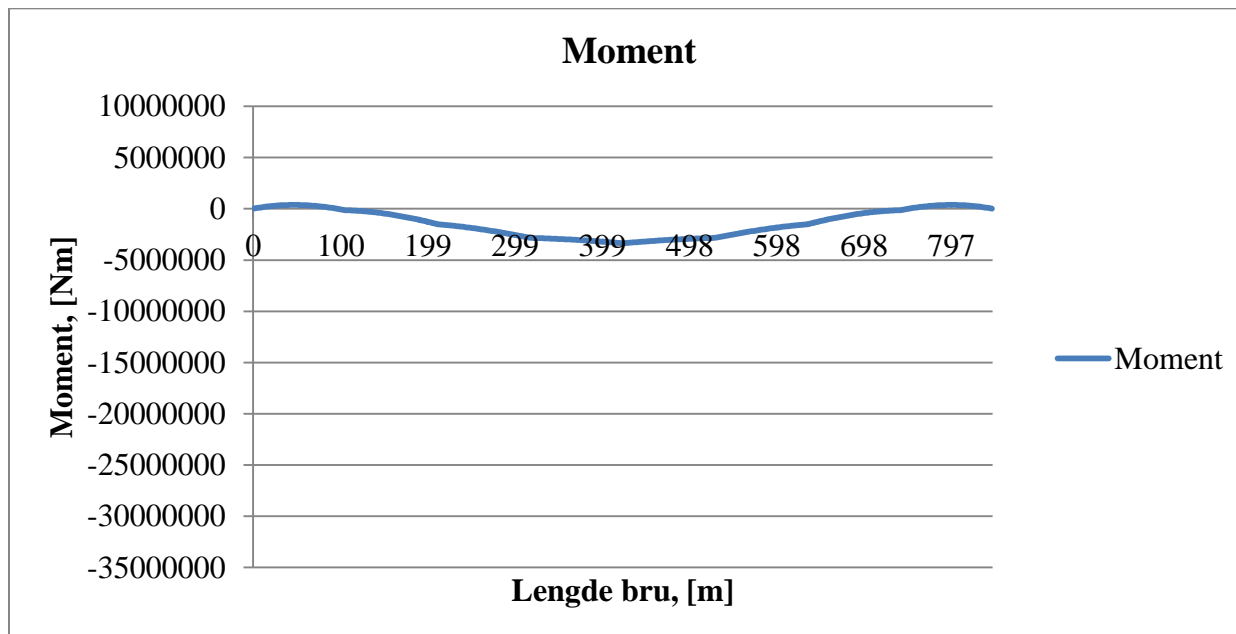
Figur 16-8 Moment av vindlast ved tilfelle 1 langs brulengde 844,8 m

$$M_z = 1,14 \cdot 10^8 Nm$$



**Figur 16-9 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 1 langs brulengde 844,8 m**

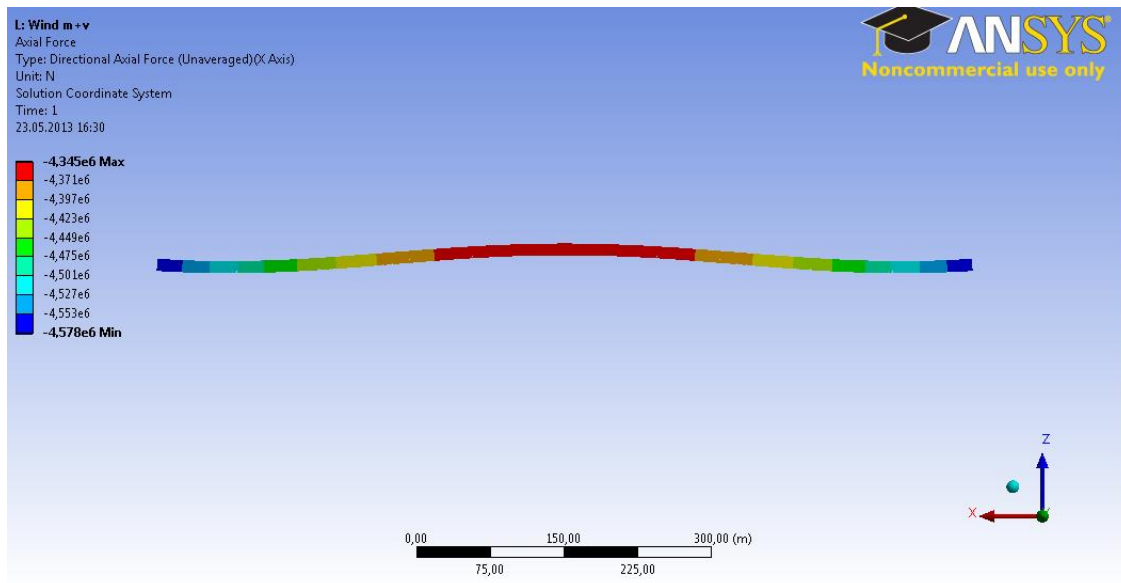
$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$\pm 3,9 \cdot 10^4 N$	$\pm 3,5 \cdot 10^5 N$



**Figur 16-10 Moment av vindlast ved tilfelle 2 langs brulengde 844,8 m**

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{4} L$
$M_z = 3,37 \cdot 10^6 Nm$	$M_z = 1,51 \cdot 10^6 Nm$





*Figur 16-11 Aksialkrefter av vindlast ved tilfelle 2 langs brulengde 844,8 m*

<i>Ved <math>\frac{1}{2} L</math></i>	<i>Ved <math>\frac{1}{4} L</math></i>	<i>Ved endepunkt</i>
$-4,35 \cdot 10^6 N$	$-4,46 \cdot 10^6 N$	$-4,57 \cdot 10^6 N$

**16.3.3 BUELENGDE 844,8 M SPENNINGSTILSTAND ¼ L LASTKOMBINASJON 1**

Spenning i tverrsnittet på grunn av vertikal last, egenlast og trafikklast, vil være konstant for alle brulengder fordi pongtongavstanden holdes konstant uavhengig av bruas lengde. Spenninger i tverrsnittet på grunn av sideveis last vil endres med bruas lengde da den får lengre utstrekning. Vind- og bølgelast vil få ulik dynamisk forsterkning på grunn av egenperiodene til bruene.

*Dimensjonerende spenninger fra egenlast ved ¼ L:*

$$\sigma_{M.y} = 1,2 \cdot \frac{M_y}{I_y} \cdot z = 1,2 \cdot \frac{7,53 \cdot 10^7 Nm}{8,7 m^4} \cdot 3,3m = 34,3 MPa$$

*Dimensjonerende spenninger fra trafikklast ved ¼ L:*

$$\sigma_{M.y} = 1,5 \cdot \frac{6,62 \cdot 10^7 Nm}{8,7 m^4} \cdot 3,3m = 37,7 MPa$$

*Dimensjonerende spenninger fra bølgelast (maksimal verdi):*

$$\sigma_{M.z} = 1,5 \cdot \frac{M_z}{I_z} \cdot y = 1,5 \cdot \frac{2,67 \cdot 10^8 Nm}{18,6 m^4} \cdot 5,6 m = 120,6 MPa$$

$$\sigma_N = 1,5 \cdot \frac{N}{A} = 1,5 \cdot \frac{12,5 \cdot 10^6}{0,760 354} = 24,7 MPa$$

*Dimensjonerende spenninger fra vindlast ved ¼ L:*

$$\sigma_{M.z} = 1,5 \cdot \frac{1,14 \cdot 10^8 Nm}{18,6 m^4} \cdot 5,6 m = 51,5 MPa$$

$$\sigma_N = 1,5 \cdot \frac{-3,9 \cdot 10^4}{0,760 354} = -0,1 MPa$$

*Spenninger fra strømlast:*

$$\sigma_{M.z} = 1,05 \cdot \frac{15,2 \cdot 10^3 Nm}{18,6 m^4} \cdot 5,6 m = 0,005 MPa$$

$$\sigma_{N.z} = 1,05 \cdot \frac{-148,5 N}{0,760 354} = 2 \cdot 10^{-4} MPa$$

### DIMENSJONERENDE SPENNINGER KORRIGERT FOR AKSIALKRAFT

Opptredende spenninger fra strømlast neglisjeres da verdiene er små sammenlignet med de andre spenningene. Spenning fra egenlast og trafikklast må forsterkes med normalkraft fra vind- og bølgelast. Spenninger fra vindlast må forsterkes med normalkraft fra bølgelast. Moment fra modell der moment og normalkraft opptrer samtidig er allerede forsterket.

$$(N_{bølger} + N_{vind}) = 12,5 \cdot 10^6 N$$

Dette er en strekkraft og medfører ingen korreksjon for aksialkraft for momenter om y-akse.

$$\sigma_{M,y,tot} = (34,3 + 37,7) MPa \cdot 1,0 = 72,0 MPa$$

Bølgemomenter om z-akse må korrigeres for aksialkraft fra vind:

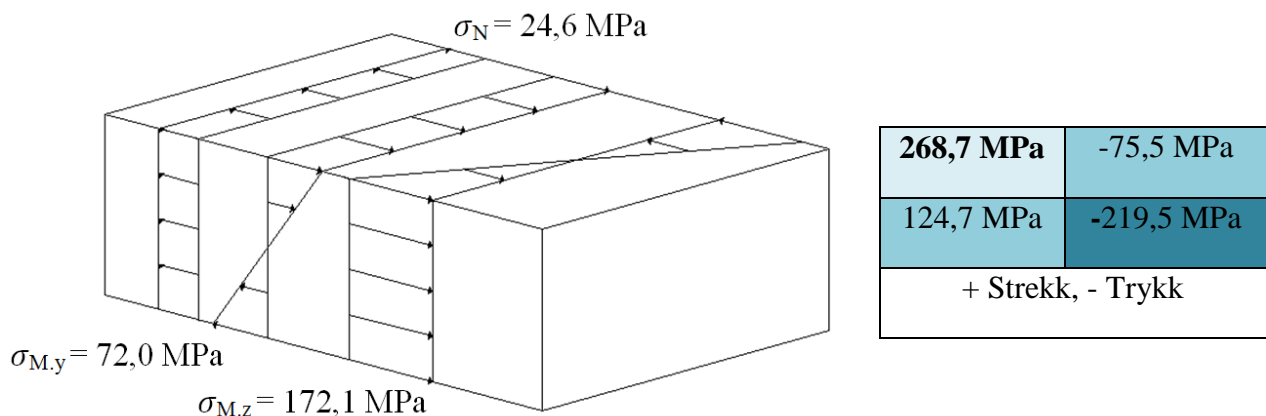
$$\sigma_{M,z,tot} = 120,6 MPa \cdot \frac{1}{1 - \frac{3,9 \cdot 10^4 N}{206,8 \cdot 10^6 N}} + 51,5 MPa \cdot 1,0 = 120,6 + 51,5 = 172,1 MPa$$

Aksialkraft fra vind gav ingen forsterkning på grunn av lav verdi i forhold til kritisk knekklast.

$$\sigma_{N,tot} = 24,6 MPa$$

Normalspenninger fra egenlast og trafikklast kan neglisjeres fordi verdiene er små. I en situasjon der normalspenninger avgjør om tverrsnittet har tilstrekkelig kapasitet bør disse likevel tas i betraktning. Avlesning av normalspenninger i Ansys har en stor usikkerhet da valgfunksjonen i programmet ved avlesning er å trykke på ønsket sted på konstruksjonen for verdi. De gis ikke i tabeller.

Maksimal spenning i fagverkstverrsnittet blir en kombinasjon av aksialspenninger og momenter om begge akser, som vist i Figur 16-12. Spenningstilstanden i tverrsnittet er:



**Figur 16-12 Spenningstilstand i tverrsnittet**

### 16.3.4 BUELENGDE 844,8 M SPENNINGSTILSTAND VED $\frac{1}{2} L$ , LASTTILFELLE 2

Spenning fra egenlast:

$$\sigma_{M,y} = 1,2 \cdot \frac{7,37 \cdot 10^7 Nm}{8,7 m^4} \cdot 3,3 m = 33,5 MPa$$

Spenning fra trafikklast:

$$\sigma_{M,y} = 1,5 \cdot \frac{6,58 \cdot 10^7 Nm}{8,7 m^4} \cdot 3,3 m = 37,4 MPa$$

Spenning fra bølgestlast:

$$\sigma_{M,z} = 1,5 \cdot \frac{M_z}{I_z} \cdot y = 1,5 \cdot \frac{2,67 \cdot 10^8 Nm}{18,6 m^4} \cdot 5,6 m = 120,6 MPa$$

$$\sigma_N = 1,5 \cdot \frac{N}{A} = 1,5 \cdot \frac{12,5 \cdot 10^6}{0,760354} = 24,7 MPa$$

Spenning fra vindlast uten dynamisk effekt:

$$\sigma_{M,z} = 1,5 \cdot \frac{3,37 \cdot 10^6 Nm}{18,6 m^4} \cdot 5,6 m = 1,5 MPa$$

$$\sigma_N = 1,5 \cdot \frac{-4,35 \cdot 10^6 N}{0,760354 m^2} = -8,6 MPa$$

$$(N_{bølger} + N_{vind}) = 8,1 \cdot 10^6 N$$

Siden analysen av vind- og bølgestlast kjøres separat i Ansys, må momentet fra bølgestlast korrigeres med en forsterkningsfaktor som avhenger av aksialkraften i buen forårsaket av vindlast, og størrelsen på denne.

$$\sigma_{M,y,tot} = 70,9 MPa \cdot 1,0 = 70,9 MPa$$

$$\sigma_{M,z,tot} = 120,6 MPa \cdot \frac{1}{1 - \frac{4,35 \cdot 10^6 N}{206,8 \cdot 10^6 N}} + 1,5 MPa \cdot 1,0 = 124,7 MPa$$

$$\sigma_{N,tot} = 16,1 MPa$$

Spenninger fra strømlast neglisjeres.

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

<b>211,7 MPa</b>	-37,7 MPa
69,9 MPa	-179,5 MPa
+ Strekk, - Trykk	

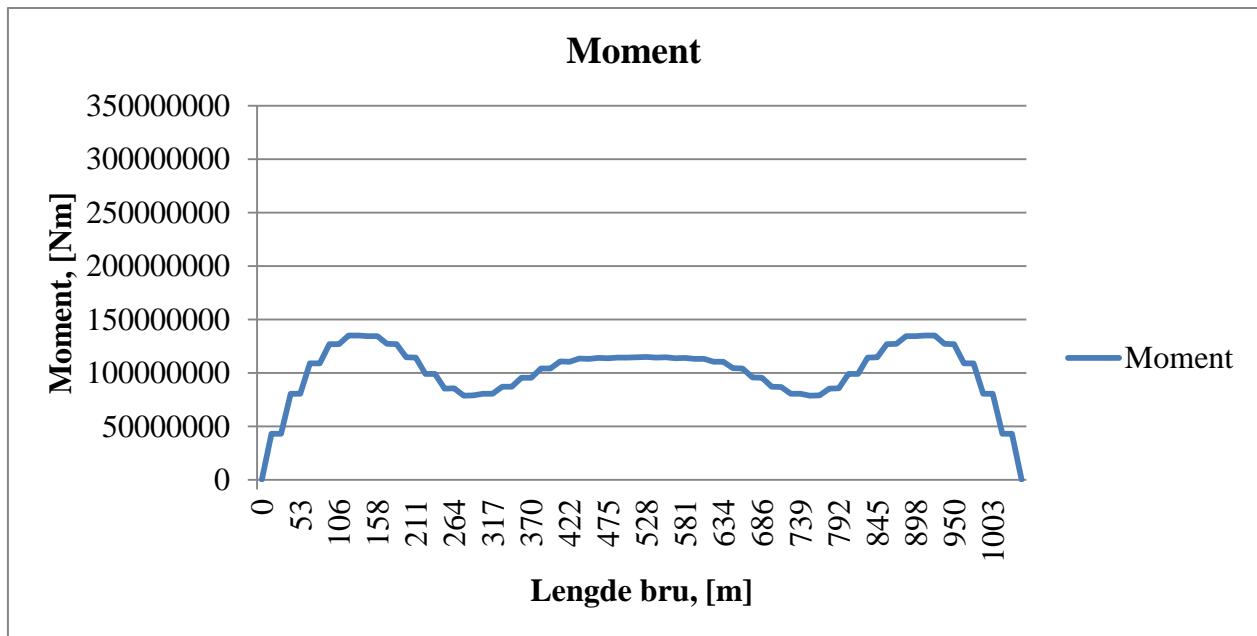
**Tabell 16-4 Buelengde 844,8 m, spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  ved lasttilfelle 3**

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 2,67 \cdot 10^8 Nm$ $N = 12,5 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 120,6 MPa$ $\sigma_N = 24,7 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 1,14 \cdot 10^8 Nm$ $N = -3,9 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 51,5 MPa$ $\sigma_N = -0,1 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 1,51 \cdot 10^6 Nm$ $N = -4,46 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 0,7 MPa$ $\sigma_N = -8,8 MPa$
Total N	$N_{tot} = 8,0 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = 15,8 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (34,3 + 37,7) \cdot 1,0 = 72,0 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 120,6 \cdot 1,022 + 51,5 \cdot 1,021 + 0,7 \cdot 1,0$ $= 176,5 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

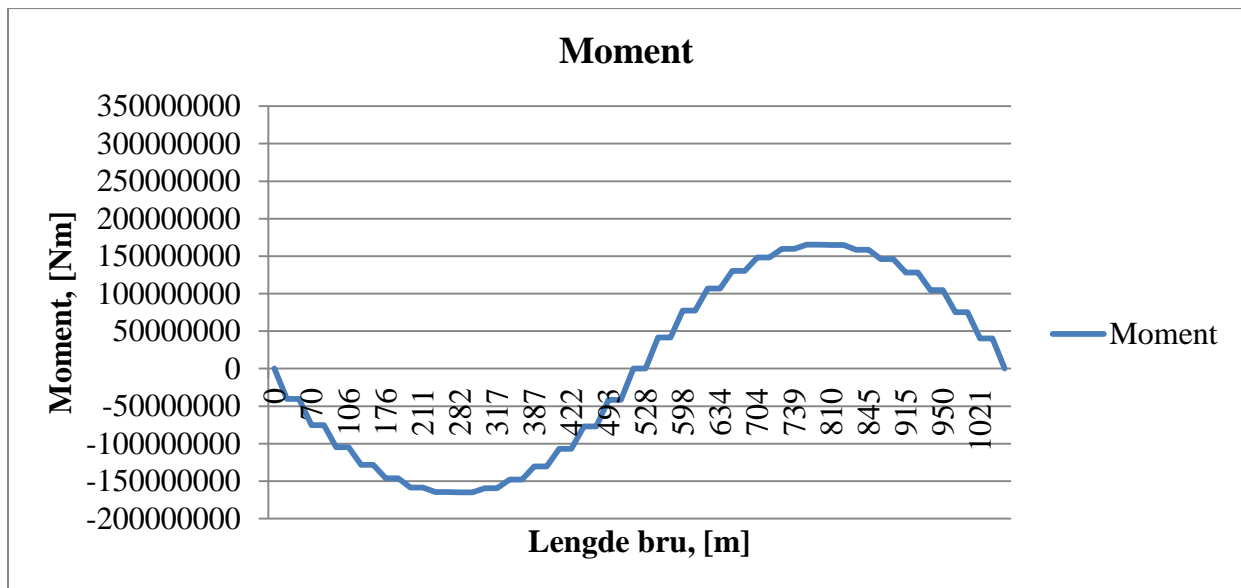
<b>264,3 MPa</b>	-88,7 MPa
120,3 MPa	-232,7 MPa
+ Strekk, - Trykk	

16.3.5 BUELENGDE 1056 M MOMENT- OG AKSIALKRAFTDIAGRAM



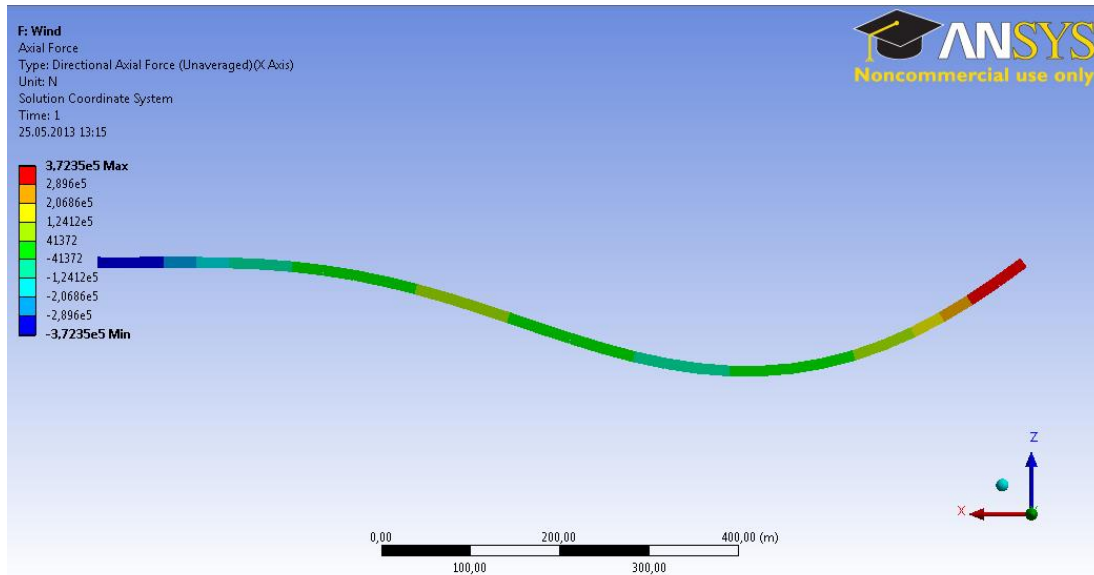
Figur 16-13 Moment av bølgest last langs brulengde 1056 m

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{6} L$
$M_z = 1,15 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 1,35 \cdot 10^8 Nm$



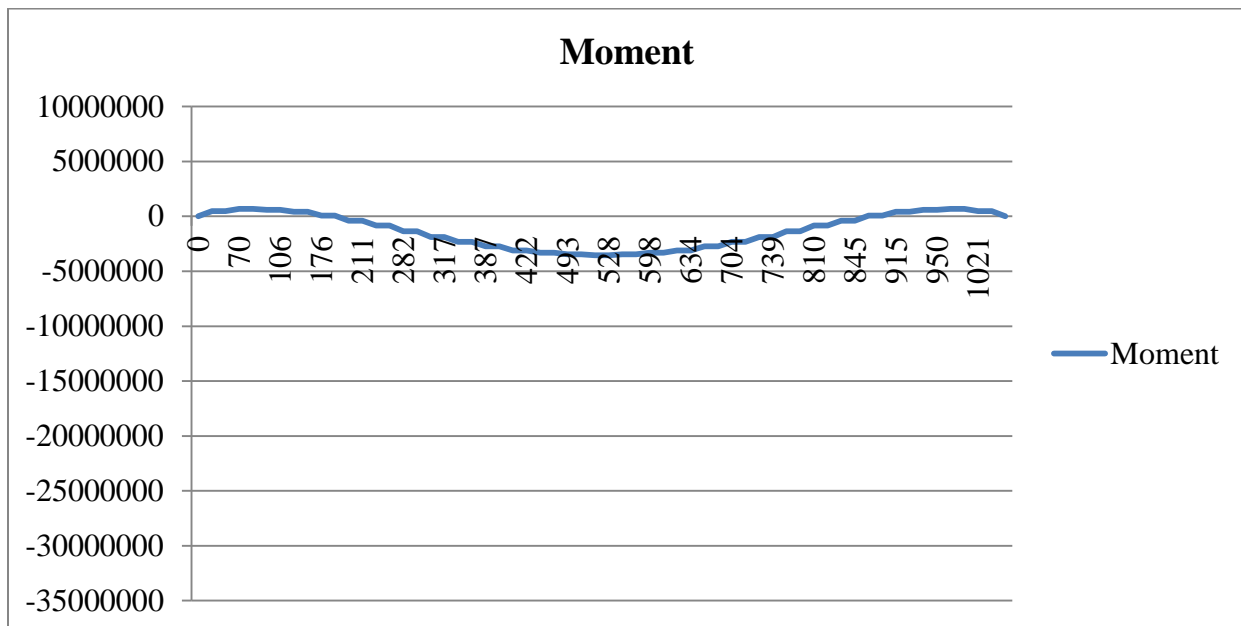
Figur 16-14 Moment av vindlast tilfelle 1 langs brulengde 1056 m

$$M_z = 1,65 \cdot 10^8 Nm$$



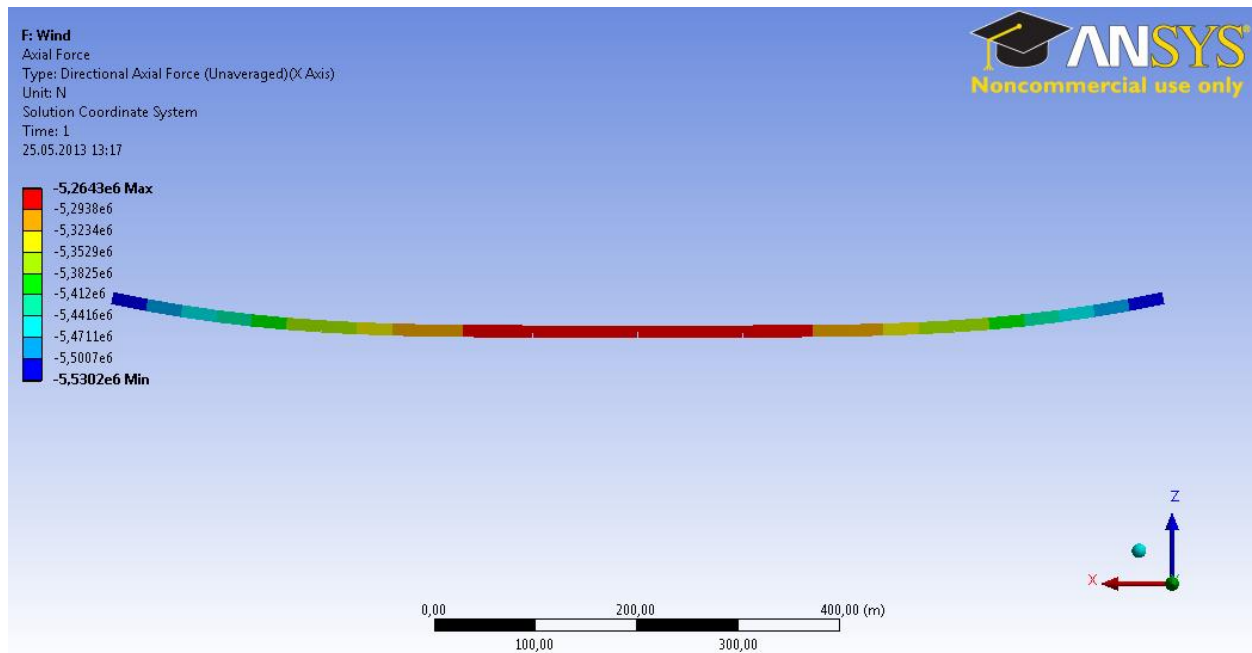
Figur 16-15 Aksialkrefter fra vindlast tilfelle 1 langs brulengde 1056 m

$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$\pm 4,1 \cdot 10^4 N$	$\pm 3,7 \cdot 10^5 N$



Figur 16-16 Moment av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 1056 m

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{4} L$
$M_z = 3,55 \cdot 10^6 Nm$	$M_z = 1,14 \cdot 10^6 Nm$



*Figur 16-17 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 1056 m*

$\frac{1}{2} L$	$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$-5,3 \cdot 10^6 N$	$-5,4 \cdot 10^6 N$	$-5,5 \cdot 10^6 N$



### 16.3.6 BUELENGDE 1056 M SPENNINGSTILSTAND VED $\frac{1}{4} L$

**Tabell 16-5 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for buelenge 1056 m, lastkombinasjon 1**

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 1,35 \cdot 10^8 Nm$ $N = -6,0 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 61 MPa$ $\sigma_N = -11,8 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 1,65 \cdot 10^8 Nm$ $N = -4,1 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 74,5 MPa$ $\sigma_N = -0,08 MPa$
Total N	$N_{tot} = -6,04 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -11,9 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (34,3 + 37,7) \cdot 1,048 = 75,5 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 61 \cdot 1,0 + 74,5 \cdot 1,048 = 139,1 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

202,7 MPa	-75,5 MPa
51,7 MPa	<b>-226,5 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

### 16.3.7 BUELENGDE 1056 M SPENNINGSTILSTAND VED $\frac{1}{2} L$

**Tabell 16-6 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{2} L$  for brulengde 1056 m, lasttilfelle 2**

Egenlast	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 33,5 MPa$
Trafikklast	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,4 MPa$
Bølgelast	$M = 1,35 \cdot 10^8 Nm$ $N = -6,0 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 61 MPa$ $\sigma_N = -11,8 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 3,55 \cdot 10^6 Nm$ $N = -5,3 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 1,6 MPa$ $\sigma_N = -10,5 MPa$
Total N	$N_{tot} = -11,3 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -22,3 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (33,5 + 37,4) \cdot 1,093 = 77,5 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 61 \cdot 1,042 + 1,6 \cdot 1,048 = 65,2 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

120,4 MPa	-10,0 MPa
-34,6 MPa	<b>-165 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

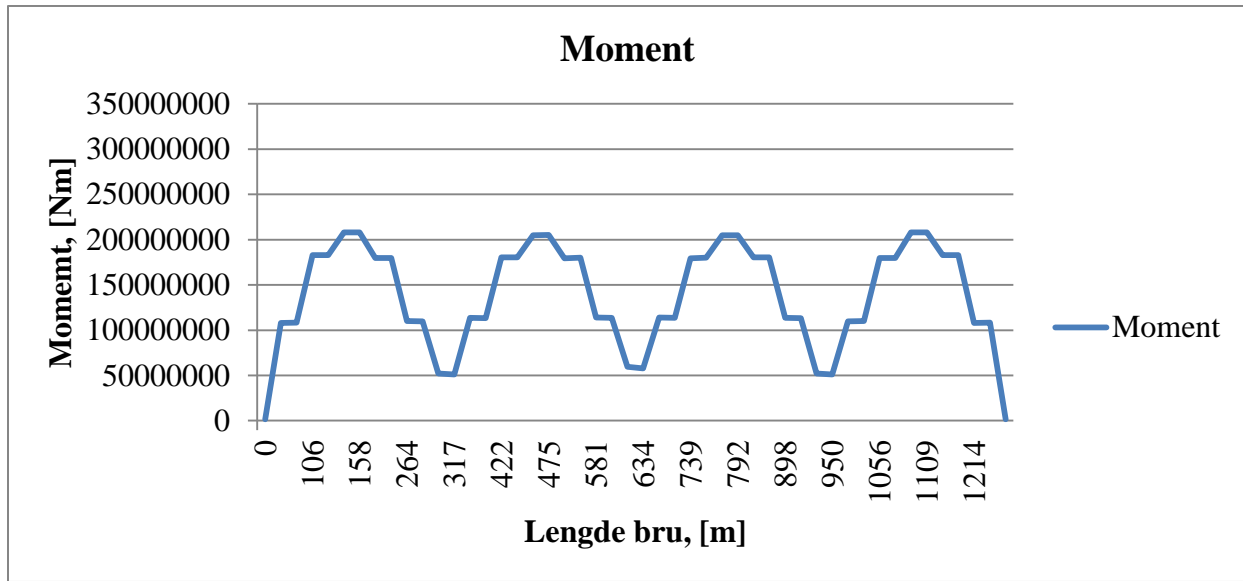
**Tabell 16-7 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 1056 m, lasttilfelle 3**

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikk	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 1,35 \cdot 10^8 Nm$ $N = -6,0 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 61 MPa$ $\sigma_N = -11,8 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 1,65 \cdot 10^8 Nm$ $N = -4,1 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 74,5 MPa$ $\sigma_N = -0,08 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 1,14 \cdot 10^6 Nm$ $N = -5,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 0,5 MPa$ $\sigma_N = -10,7 MPa$
Total $N$	$N_{tot} = -11,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -22,6 MPa$
Total om $y$		$\sigma_{M,y,tot} = (34,3 + 37,7) \cdot 1,094 = 78,8 MPa$
Total om $z$		$\sigma_{M,z,tot} = 61 \cdot 1,043 + (74,5 \cdot 1,043 + 0,5 \cdot 1,0) \cdot 1,048 = 145,6 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

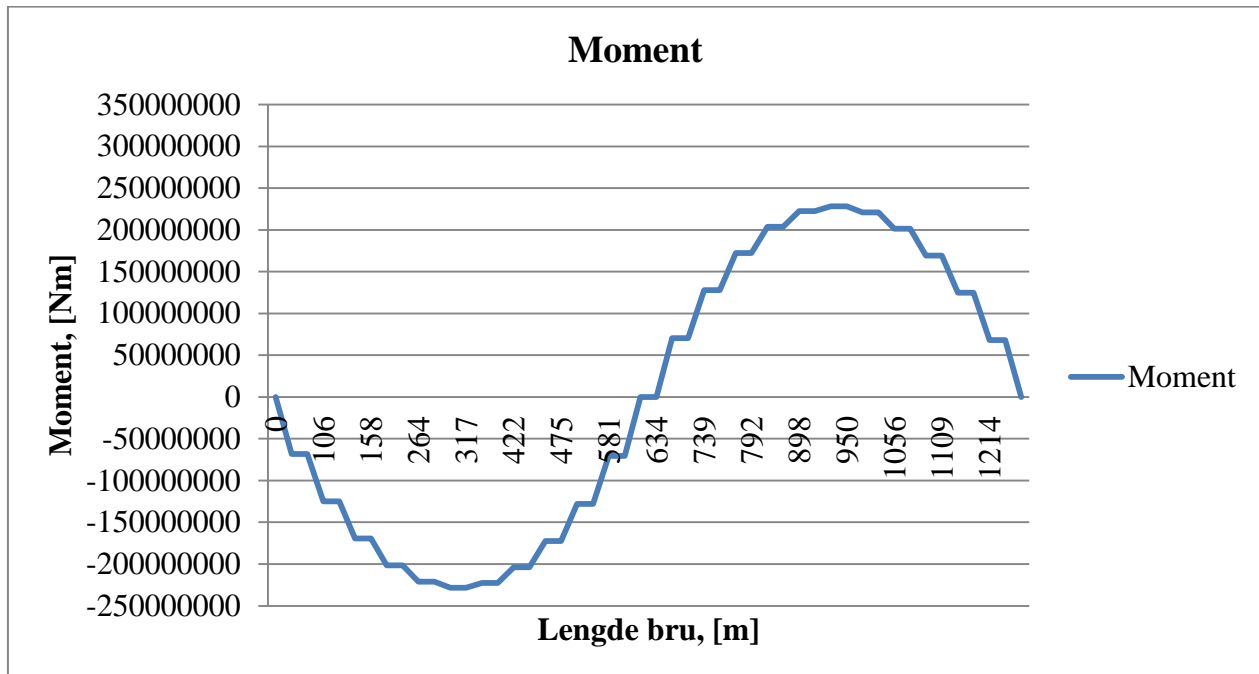
201,8 MPa	-89,4 MPa
44,2 MPa	<b>-247 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

**16.3.8 BUELENGDE 1267,2 M MOMENT- OG AKSIALKRAFTDIAGRAM**



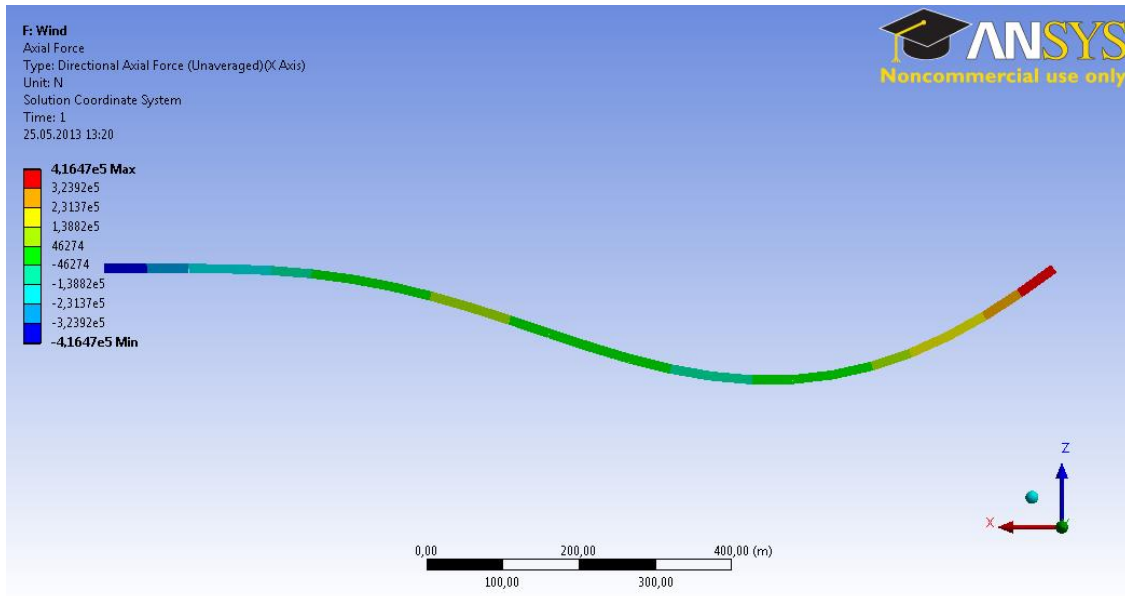
*Figur 16-18 Moment av bølgelast langs brulengde 1267,2 m*

<i>Moment <math>\frac{1}{8} L</math></i>	<i>Moment <math>\frac{1}{2} L</math></i>
$M_z = 2,08 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 2,05 \cdot 10^8 Nm$



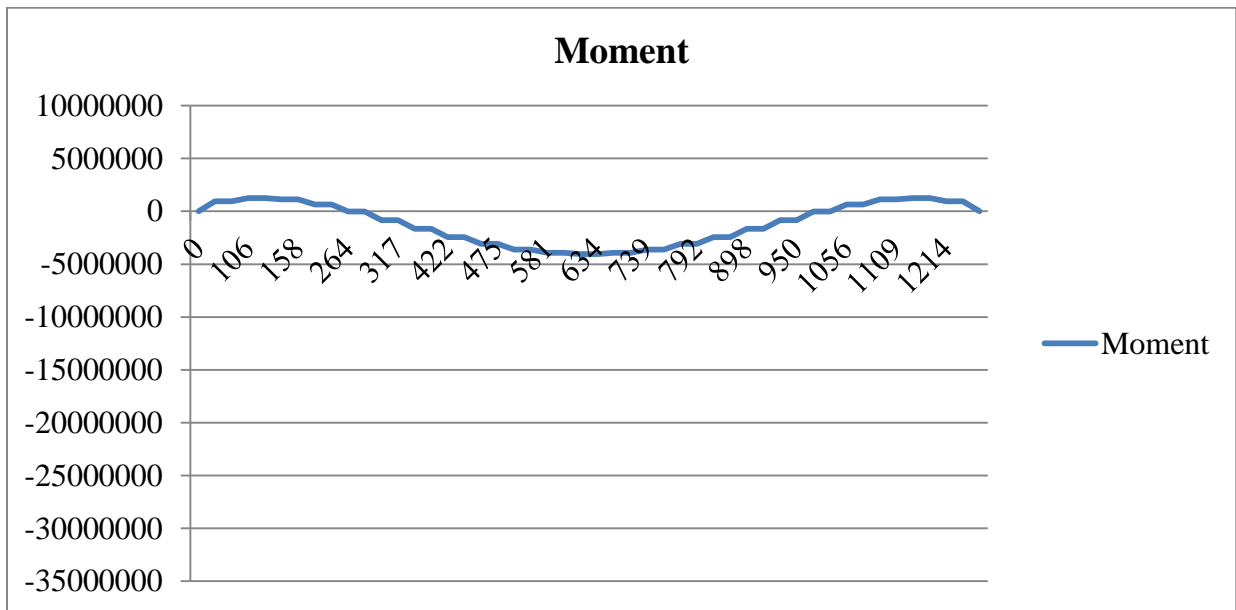
*Figur 16-19 Moment av vindlast tilfelle 1 langs brulengde 1267,2 m*

$$M_z = 2,28 \cdot 10^8 Nm$$



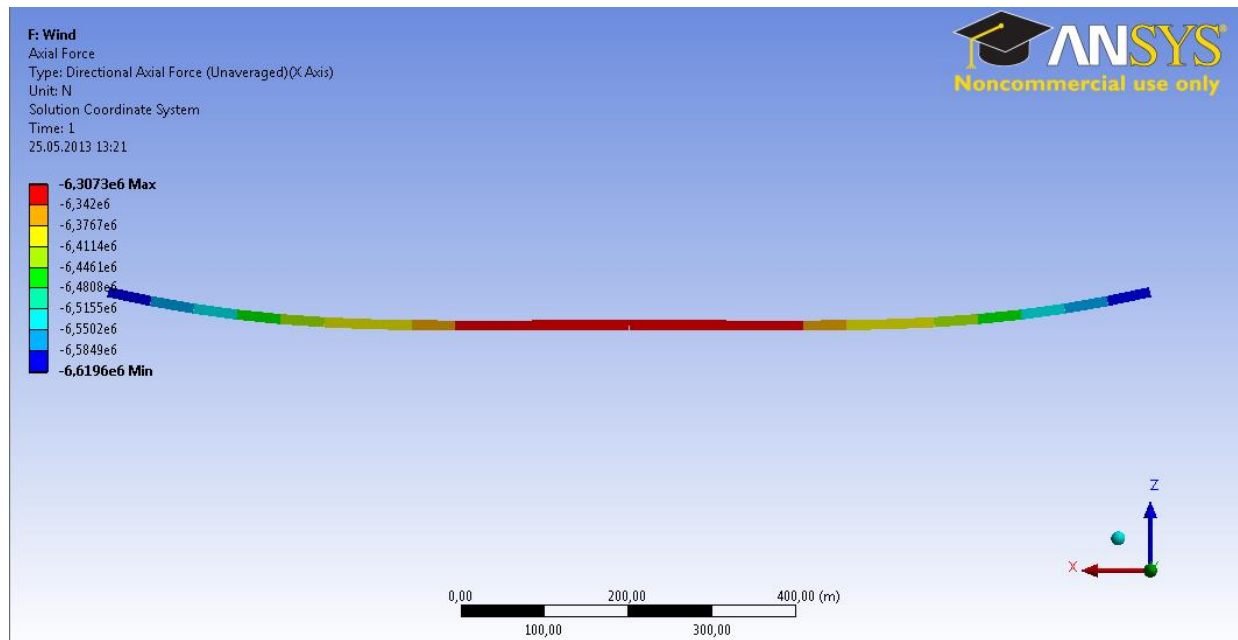
Figur 16-20 Aksialkrefter av vind lasttilfelle 1 langs brulengde 1267,2 m

$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$\pm 4,6 \cdot 10^4 N$	$\pm 4,2 \cdot 10^5 N$



Figur 16-21 Moment av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 1267,2 m

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{4} L$
$M_z = 4,04 \cdot 10^6 Nm$	$M_z = 8,32 \cdot 10^5 Nm$



*Figur 16-22 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 1267,2 m*

<i>Aksialkraft <math>\frac{1}{2} L</math></i>	<i>Aksialkraft <math>\frac{1}{4} L</math></i>	<i>Aksialkraft ved ender</i>
$-6,3 \cdot 10^6 Nm$	$-6,5 \cdot 10^6 Nm$	$-6,6 \cdot 10^6 Nm$

### 16.3.9 BUELENGDE 1267,2 M SPENNINGSTILSTAND VED $\frac{1}{4} L$

**Tabell 16-8 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 1267,2 m, lasttilfelle 1**

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 2,08 \cdot 10^8 Nm$ $N = 5,9 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 93,9 MPa$ $\sigma_N = 11,6 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 2,28 \cdot 10^8 Nm$ $N = -4,6 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 103,0 MPa$ $\sigma_N = -0,09 MPa$
Total N	$N_{tot} = 5,85 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = 11,5 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (34,4 + 37,7) \cdot 1,0 = 72,1 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 93,9 \cdot 1,0 + 103,0 \cdot 1,0 = 196,9 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

<b>280,5 MPa</b>	<b>-113,3 MPa</b>
<b>136,3 MPa</b>	<b>-257,5 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

### 16.3.10 BUELENGDE 1267,2 M SPENNINGSTILSTAND VED $\frac{1}{2} L$

**Tabell 16-9 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{2} L$  for brulengde 1267,2 m, lasttilfelle 2**

Egenlast	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 33,5 MPa$
Trafikklast	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,4 MPa$
Bølgelast	$M = 2,08 \cdot 10^8 Nm$ $N = 5,9 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 93,9 MPa$ $\sigma_N = 11,6 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 4,04 \cdot 10^6 Nm$ $N = -6,3 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 1,8 MPa$ $\sigma_N = -12,4 MPa$
Total N	$N_{tot} = -0,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -0,8 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (33,5 + 37,4) \cdot 1,004 = 71,2 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 93,9 \cdot 1,074 + 1,8 \cdot 1,0 = 102,6 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

173 MPa	-32,2 MPa
30,6 MPa	<b>-174,6 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	



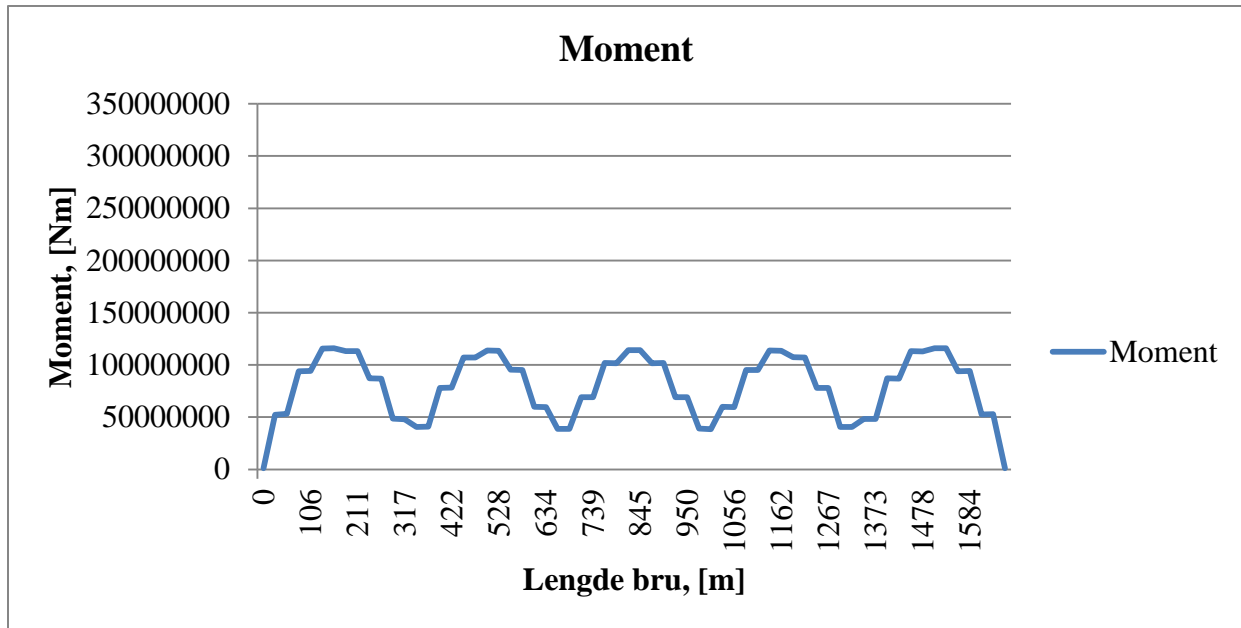
**Tabell 16-10 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 1267,2 m, lasttilfelle 3**

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 2,08 \cdot 10^8 Nm$ $N = 5,9 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 93,9 MPa$ $\sigma_N = 11,6 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 2,28 \cdot 10^8 Nm$ $N = -4,6 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 103 MPa$ $\sigma_N = -0,09 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 8,32 \cdot 10^5 Nm$ $N = -6,5 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 0,4 MPa$ $\sigma_N = -12,8 MPa$
Total $N$	$N_{tot} = -0,6 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -1,3 MPa$
Total om $y$		$\sigma_{M,y,tot} = (34,4 + 37,7) \cdot 1,007 = 72,6 MPa$
Total om $z$		$\sigma_{M,z,tot} = 93,9 \cdot 1,077 + 103 \cdot 1,076 + 0,4 \cdot 1,0 = 212,4 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

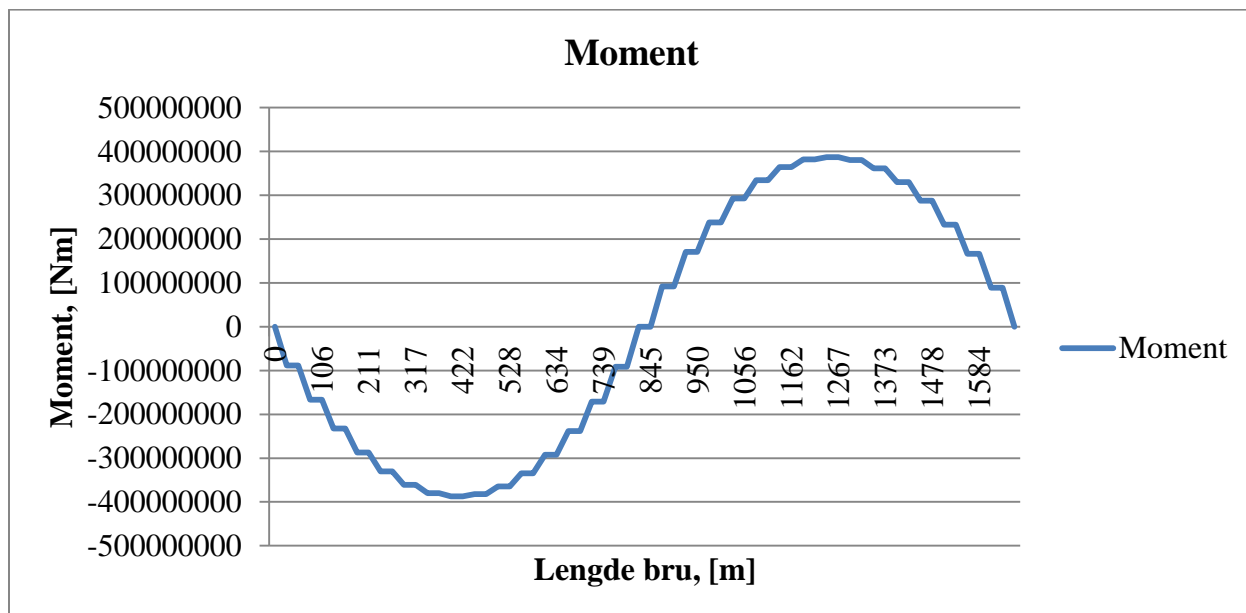
283,7 MPa	-141,1 MPa
138,5 MPa	<b>-286,3 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

16.3.11 BUELENGDE 1689,6 M MOMENT- OG AKSIALKRAFTDIAGRAM



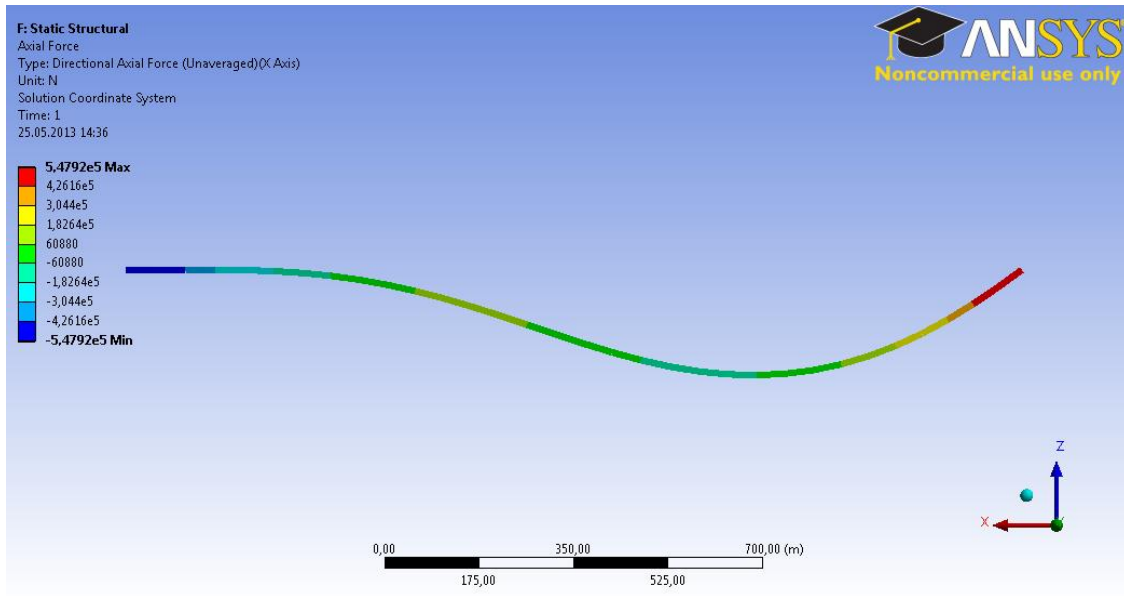
Figur 16-23 Moment av bølgelast langs brulengde 1689,6 m

Moment 1/10 L	Moment 3/10 L	Moment 1/2 L
$M_z = 1,16 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 1,14 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 1,14 \cdot 10^8 Nm$



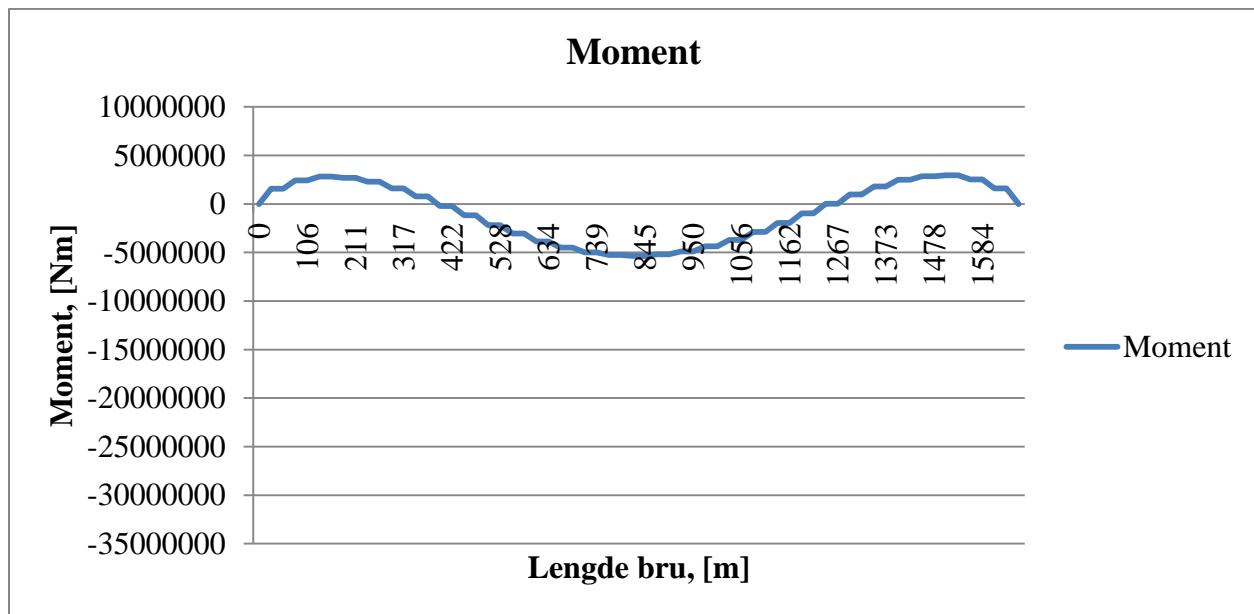
Figur 16-24 Moment av vindlast lasttilfelle 1 langs brulengde 1689,6 m

$$M_z = 3,87 \cdot 10^8 Nm$$



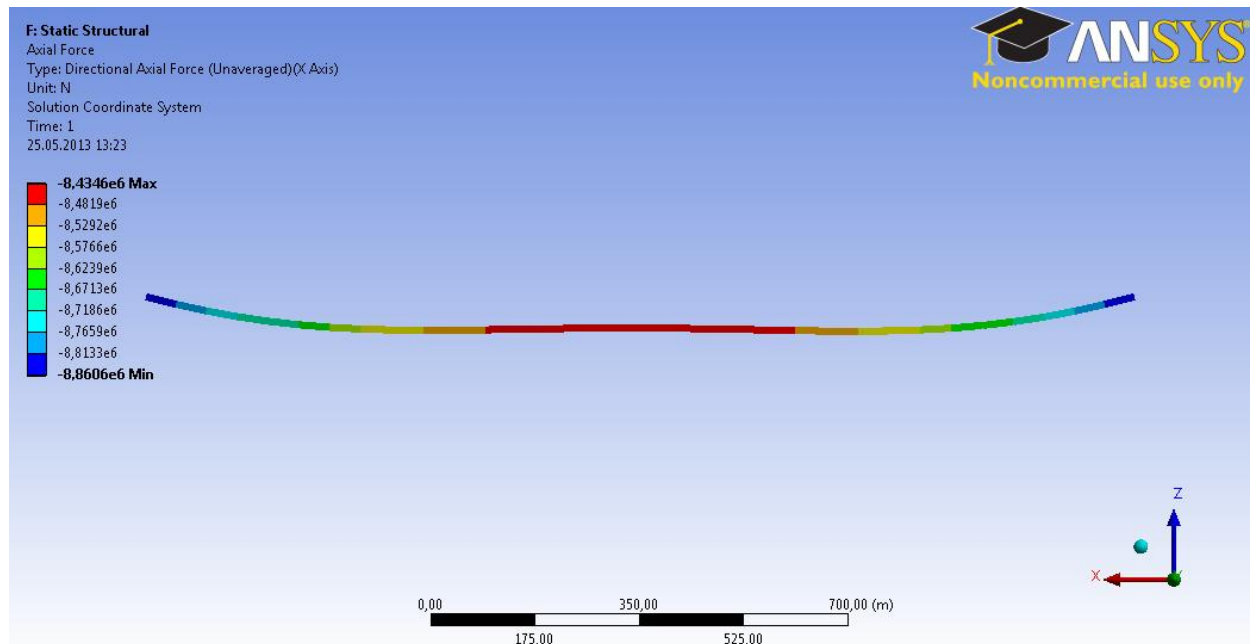
Figur 16-25 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 1 langs brulengde 1689,6 m

$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$\pm 6,1 \cdot 10^4 N$	$\pm 5,5 \cdot 10^5 N$



Figur 16-26 Moment av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 1689,6 m

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{4} L$
$M_z = 5,35 \cdot 10^6 Nm$	$M_z = 2,15 \cdot 10^5 Nm$



*Figur 16-27 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 1689,6 m*

$\frac{1}{2} L$	$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$-8,4 \cdot 10^6 N$	$-8,7 \cdot 10^6 N$	$-8,9 \cdot 10^6 N$

16.3.12 BUELENGDE 1689,6 M SPENNINGSTILSTAND VED  $\frac{1}{4} L$ Tabell 16-11 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 1689,6 m, lasttilfelle 1

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 1,16 \cdot 10^8 Nm$ $N = 7,6 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 52,4 MPa$ $\sigma_N = 15,0 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 3,87 \cdot 10^8 Nm$ $N = -6,1 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 174,8 MPa$ $\sigma_N = -0,1 MPa$
Total N	$N_{tot} = 7,5 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = 14,9 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (34,4 + 37,7) \cdot 1,0 = 72,1 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 52,4 \cdot 1,001 + 174,8 \cdot 1,0 = 227,3 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

<b>314,3 MPa</b>	-140,3 MPa
170,1 MPa	-284,5 MPa
+ Strekk, - Trykk	

### 16.3.13 BUELENGDE 1689,6 M SPENNINGSTILSTAND VED $\frac{1}{2} L$

*Tabell 16-12 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{2} L$  for brulengde 1689,6 m, lasttilfelle 2*

<i>Egenlast</i>	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 33,5 MPa$
<i>Trafikklast</i>	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,4 MPa$
<i>Bølgelast</i>	$M = 1,16 \cdot 10^8 Nm$ $N = 7,6 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 52,4 MPa$ $\sigma_N = 15,0 MPa$
<i>Vindlast</i> $\frac{1}{2} L$	$M = 5,35 \cdot 10^6 Nm$ $N = -8,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 2,4 MPa$ $\sigma_N = -16,6 MPa$
<i>Total N</i>	$N_{tot} = -0,8 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -1,6 MPa$
<i>Total om y</i>		$\sigma_{M,y,tot} = (33,5 + 37,4) \cdot 1,016 = 72,0 MPa$
<i>Total om z</i>		$\sigma_{M,z,tot} = 52,4 \cdot 1,194 + 2,4 \cdot 1,0 = 65,0 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

135,4 MPa	5,4 MPa
-8,6 MPa	<b>-138,6 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

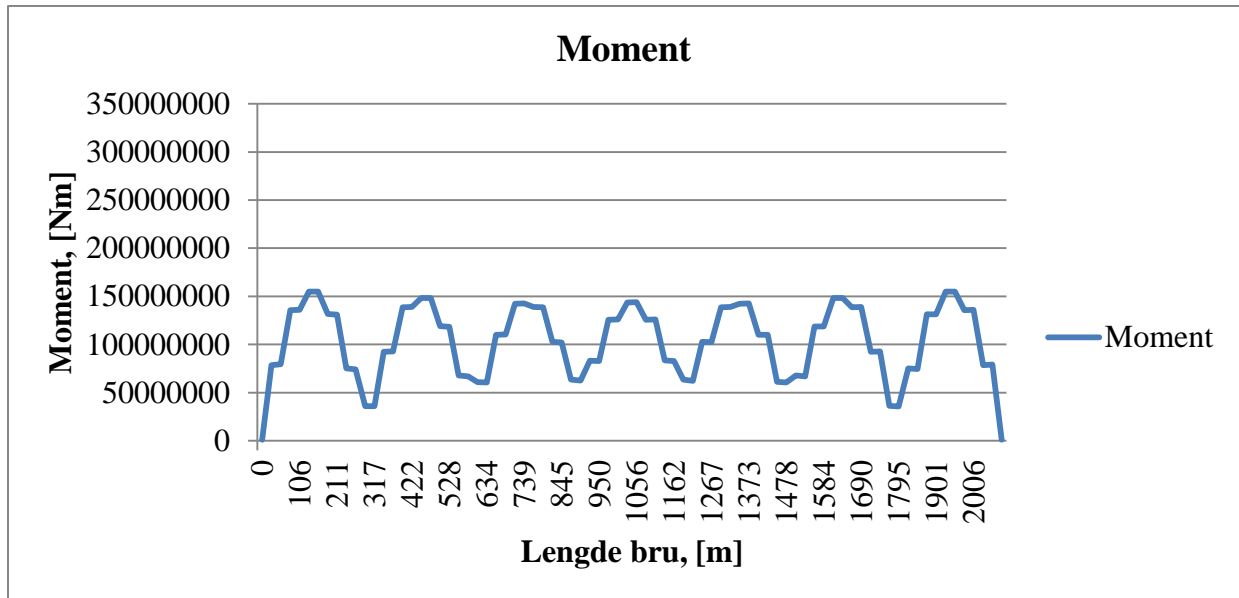
**Tabell 16-13 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 1689,6 m, lasttilfelle 3**

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 1,16 \cdot 10^8 Nm$ $N = 7,6 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 52,4 MPa$ $\sigma_N = 15,0 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 3,87 \cdot 10^8 Nm$ $N = -6,1 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 174,8 MPa$ $\sigma_N = -0,1 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 2,15 \cdot 10^5 Nm$ $N = -8,7 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 0,1 MPa$ $\sigma_N = -17,2 MPa$
Total N	$N_{tot} = -1,2 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -2,3 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (34,4 + 37,7) \cdot 1,024 = 73,8 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 52,4 \cdot 1,204 + 174,8 \cdot 1,202 + 0,1 \cdot 1,001$ $= 273,3 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

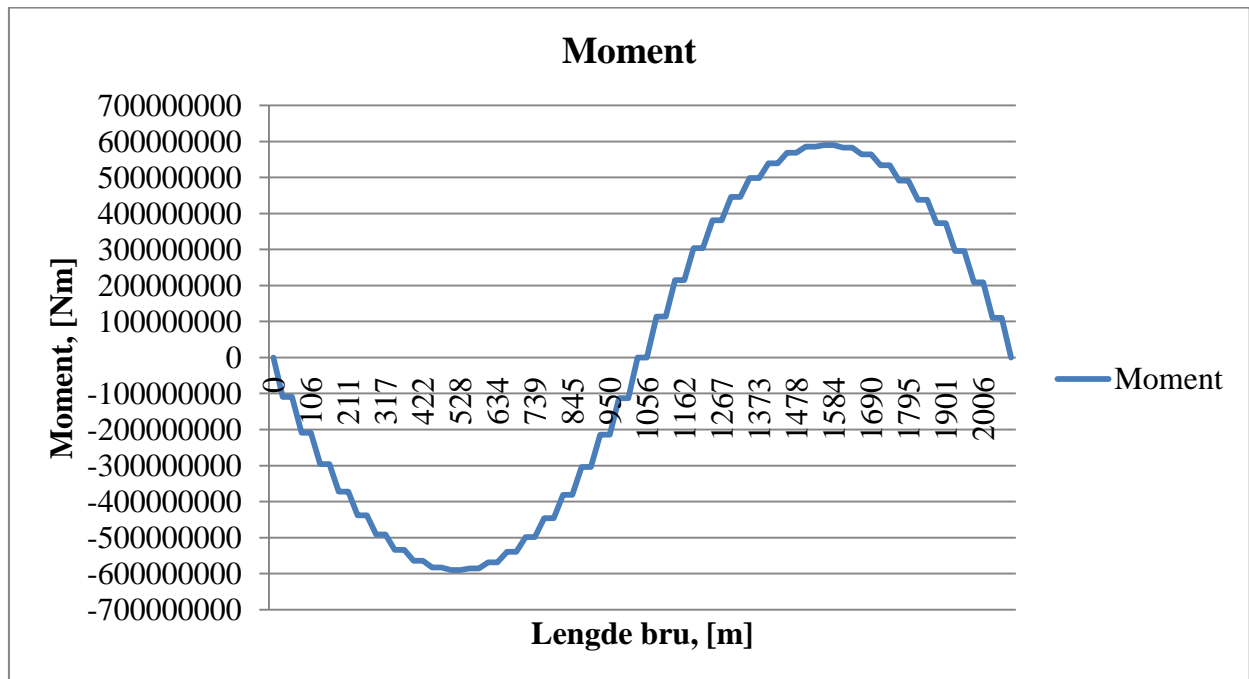
344,8 MPa	-201,8 MPa
197,2 MPa	<b>-349,4 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

16.3.14 BUELENGDE 2112 M MOMENT- OG AKSIALKRAFTDIAGRAM



Figur 16-28 Moment av bølgebelast langs brulengde 2112 m

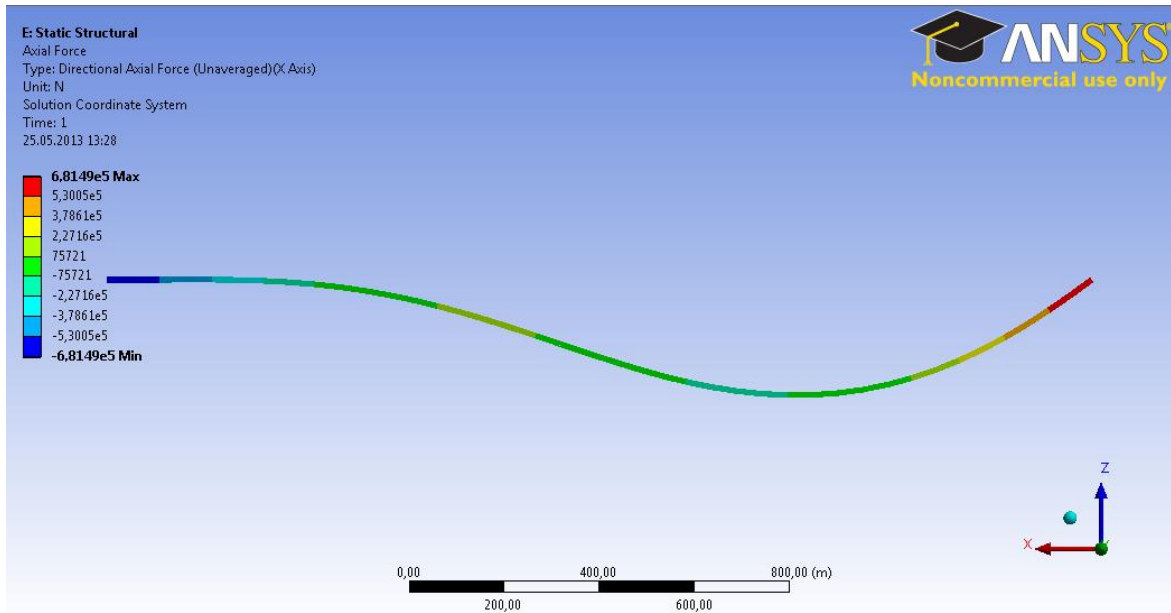
Moment 1/14 L	Moment 2/7 L	Moment 3/7 L	Moment 1/2 L
$M_z = 1,55 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 1,48 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 1,44 \cdot 10^8 Nm$	$M_z = 1,43 \cdot 10^8 Nm$



Figur 16-29 Moment av vindlast tilfelle 1 langs brulengde 2112 m

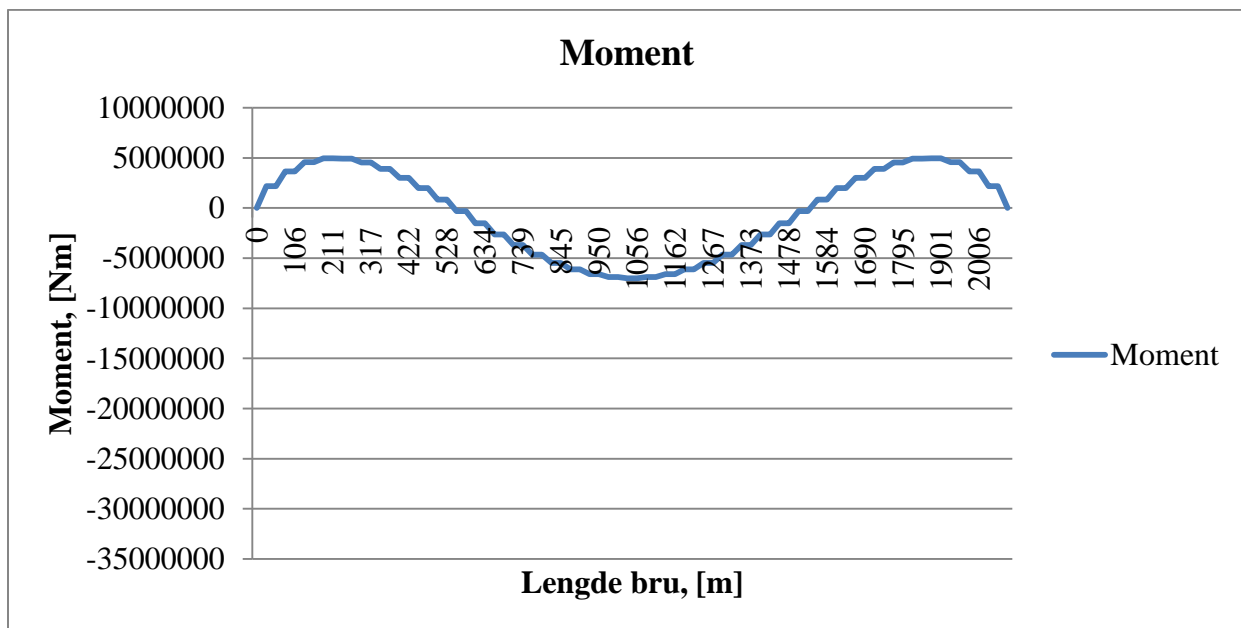
$$M_z = 5,90 \cdot 10^8 Nm$$





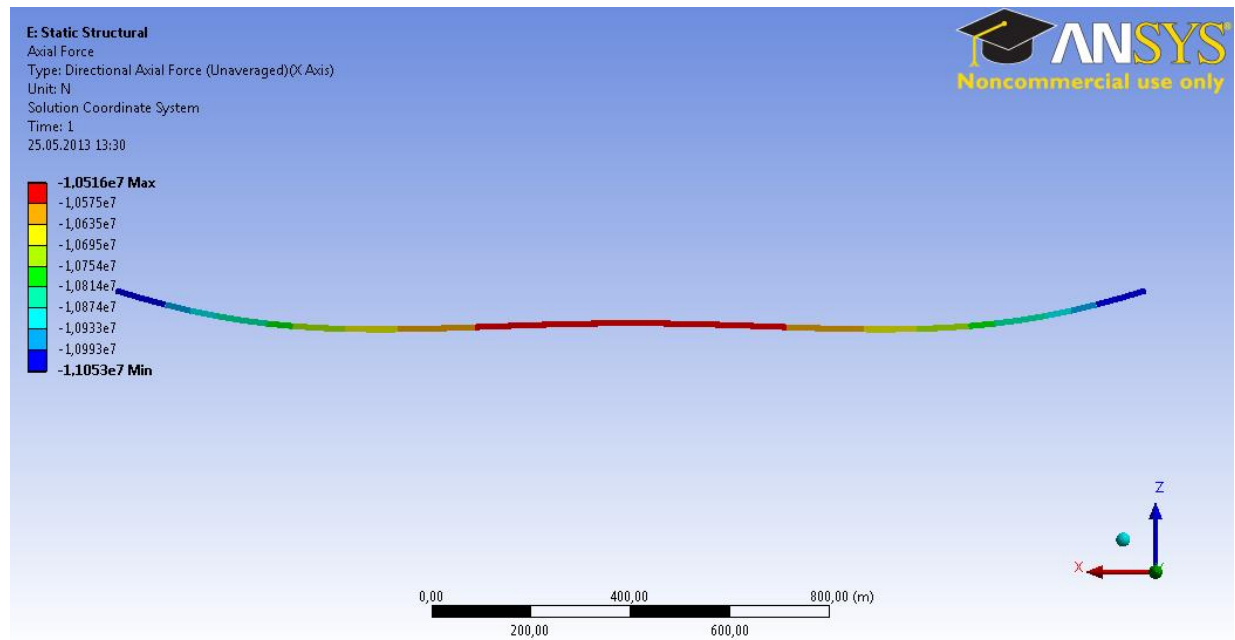
Figur 16-30 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 1 langs brulengde 2112 m

$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$\pm 7,6 \cdot 10^4 N$	$\pm 6,8 \cdot 10^5 N$



Figur 16-31 Moment av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 2112 m

Moment $\frac{1}{2} L$	Moment $\frac{1}{4} L$
$M_z = 7,0 \cdot 10^6 Nm$	$M_z = 8,5 \cdot 10^5 Nm$



*Figur 16-32 Aksialkrefter av vindlast tilfelle 2 langs brulengde 2112 m*

$\frac{1}{2} L$	$\frac{1}{4} L$	Ved endepunkt
$-1,05 \cdot 10^7 N$	$-1,08 \cdot 10^7 N$	$-1,11 \cdot 10^7 N$

16.3.15 BUELENGDE 2112 M SPENNINGSTILSTAND VED  $\frac{1}{4} L$ Tabell 16-14 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 2112 m, lasttilfelle 1

Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 1,55 \cdot 10^8 Nm$ $N = 4,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 70 MPa$ $\sigma_N = 8,7 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 5,9 \cdot 10^8 Nm$ $N = -7,6 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 266,5 MPa$ $\sigma_N = -0,2 MPa$
Total N	$N_{tot} = 4,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = 8,5 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (34,4 + 37,7) \cdot 1,0 = 72,1 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 70 \cdot 1,002 + 266,5 \cdot 1,0 = 336,6 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

417,2 MPa	-256 MPa
273,0 MPa	-400,2 MPa
+ Strekk, - Trykk	

16.3.17 BUELENGDE 2112 M SPENNINGSTILSTAND VED  $\frac{1}{2}L$ Tabell 16-15 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{2}L$  for brulengde 2112 m, lasttilfelle 2

Egenlast	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 33,5 MPa$
Trafikk	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,4 MPa$
Bølgelast	$M = 1,55 \cdot 10^8 Nm$ $N = 4,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 70 MPa$ $\sigma_N = 8,7 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2}L$	$M = 7,0 \cdot 10^6 Nm$ $N = -1,05 \cdot 10^7 N$	$\sigma_{M,z} = 3,2 MPa$ $\sigma_N = -20,7 MPa$
Total N	$N_{tot} = -6,1 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -12 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = (33,5 + 37,4) \cdot 1,225 = 86,9 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 70 \cdot 1,463 + 3,2 \cdot 1,0 = 105,6 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

180,5 MPa	-30,7 MPa
6,7 MPa	<b>-204,5 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

**Tabell 16-16 Spenningstilstand ved  $\frac{1}{4} L$  for brulengde 2112 m, lasttilfelle 3**

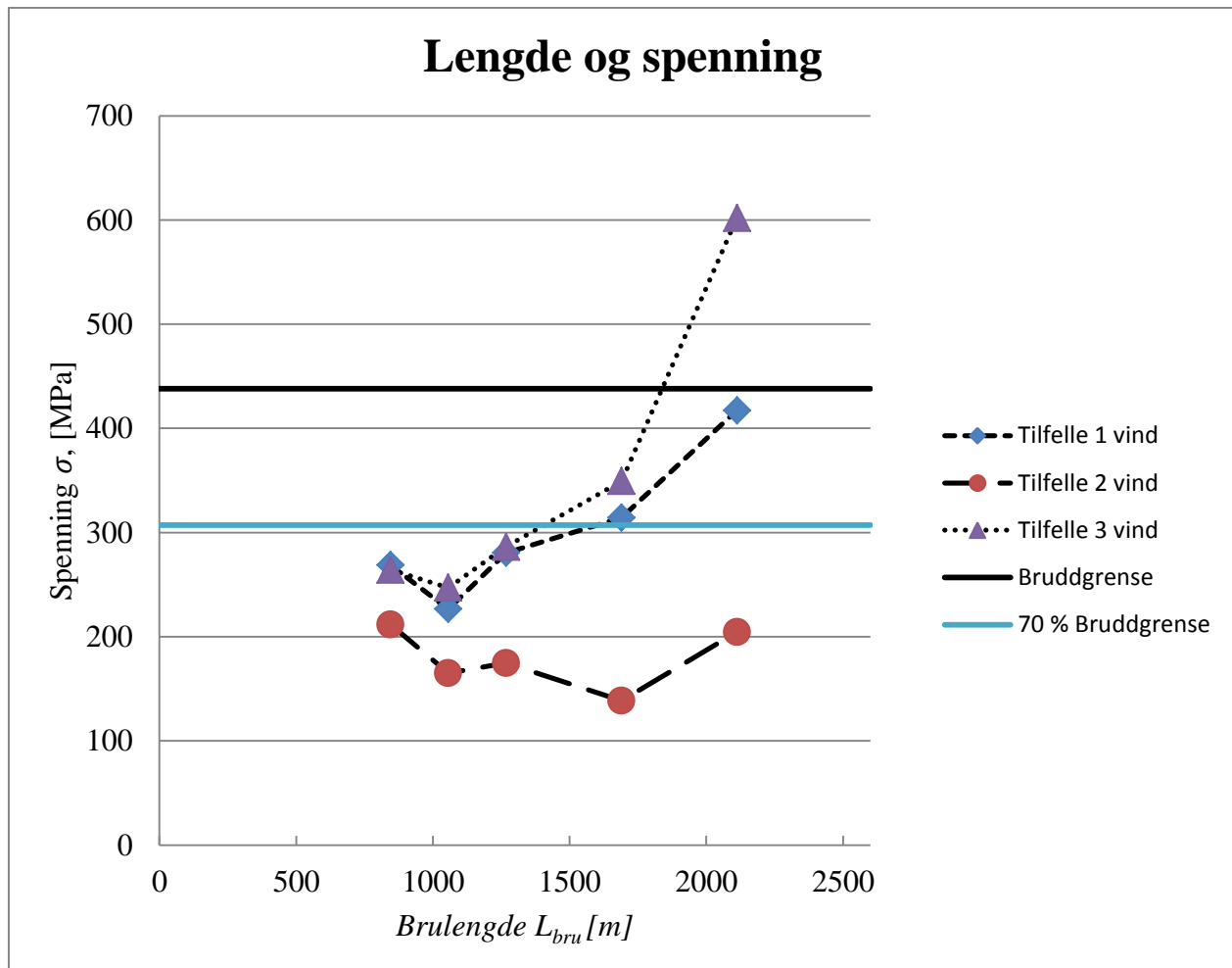
Egenlast	$M = 7,53 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 34,3 MPa$
Trafikklast	$M = 6,62 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,7 MPa$
Bølgelast	$M = 1,55 \cdot 10^8 Nm$ $N = 4,4 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{M,z} = 70 MPa$ $\sigma_N = 8,7 MPa$
Vindlast $\frac{1}{4} L$	$M = 5,9 \cdot 10^8 Nm$ $N = -7,6 \cdot 10^4 N$	$\sigma_{M,z} = 266,5 MPa$ $\sigma_N = -0,2 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 8,5 \cdot 10^5 Nm$ $N = -1,08 \cdot 10^7 N$	$\sigma_{M,z} = 0,4 MPa$ $\sigma_N = -21,3 MPa$
Total $N$	$N_{tot} = -6,5 \cdot 10^6 N$	$\sigma_{N,tot} = -12,8 MPa$
Total om $y$		$\sigma_{M,y,tot} = (34,4 + 37,7) \cdot 1,243 = 89,6 MPa$
Total om $z$		$\sigma_{M,z,tot} = 70 \cdot 1,489 + 266,5 \cdot 1,482 + 0,4 \cdot 1,002$ $= 499,6 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet er:

576,4 MPa	-422,8 MPa
397,2 MPa	<b>-602 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

### 16.3.18 SPENNINGSTILSTAND I BRUDDGRENSE

Figur 16-33 viser spenningstilstand i bruddgrense som funksjon av brulengde.



**Figur 16-33 Lengde og spenning i bruddgrensetilstand**

Bruer med vindlast i tilfelle 1 vil høyst sannsynlig gå til brudd ved lengde rundt 2200 meter.

Bruer med vindlast i tilfelle 3 vil trolig gå til brudd ved en brulengde på omtrent 1750 meter.

Tilfelle 2 går ikke til brudd for brulengdene i denne oppgaven, fordi spenningsnivået i tverrsnittene kun ligger kun rundt 200 MPa.

Figur 16-33 viser en tydelig trend fra brulengde 1056 m til 2112 m for tilfelle 1 og 2, fordi spenningstilstanden øker jevnt. Stigningen av kurven mellom de to siste bruene er brattere ettersom aksialkreftene i brua på grunn av vindlast gir et større 2. ordens moment. Dette fordi den kritiske knekklasten til buen er lav.

## 16.4 BRUKSGRENSETILSTAND

**Tabell 16-17 Sideveis forskyvning fra bølge- og vindlast fra lastkombinasjon 1 og 2 på buede bruer, samt total forskyvning**

Brulengde [m]	Forskyvning fra bølger [m]	Forskyvning fra vind $\frac{1}{4}$ L LK1 [m]	Forskyvning fra vind $\frac{1}{2}$ L LK2	Total forskyvning [m]
844,8	0,92 ( $\frac{1}{2}$ L)	0,61	0,05	1,58
1056	0,50 ( $\frac{1}{2}$ L)	1,40	0,08	1,98
1267,2	0,60 ( $\frac{3}{8}$ L)	2,69	0,12	3,41
1689,6	0,47 ( $\frac{1}{2}$ L)	8,31	0,23	9,01
2112	0,43 ( $\frac{1}{14}$ L)	19,34	0,39	20,16

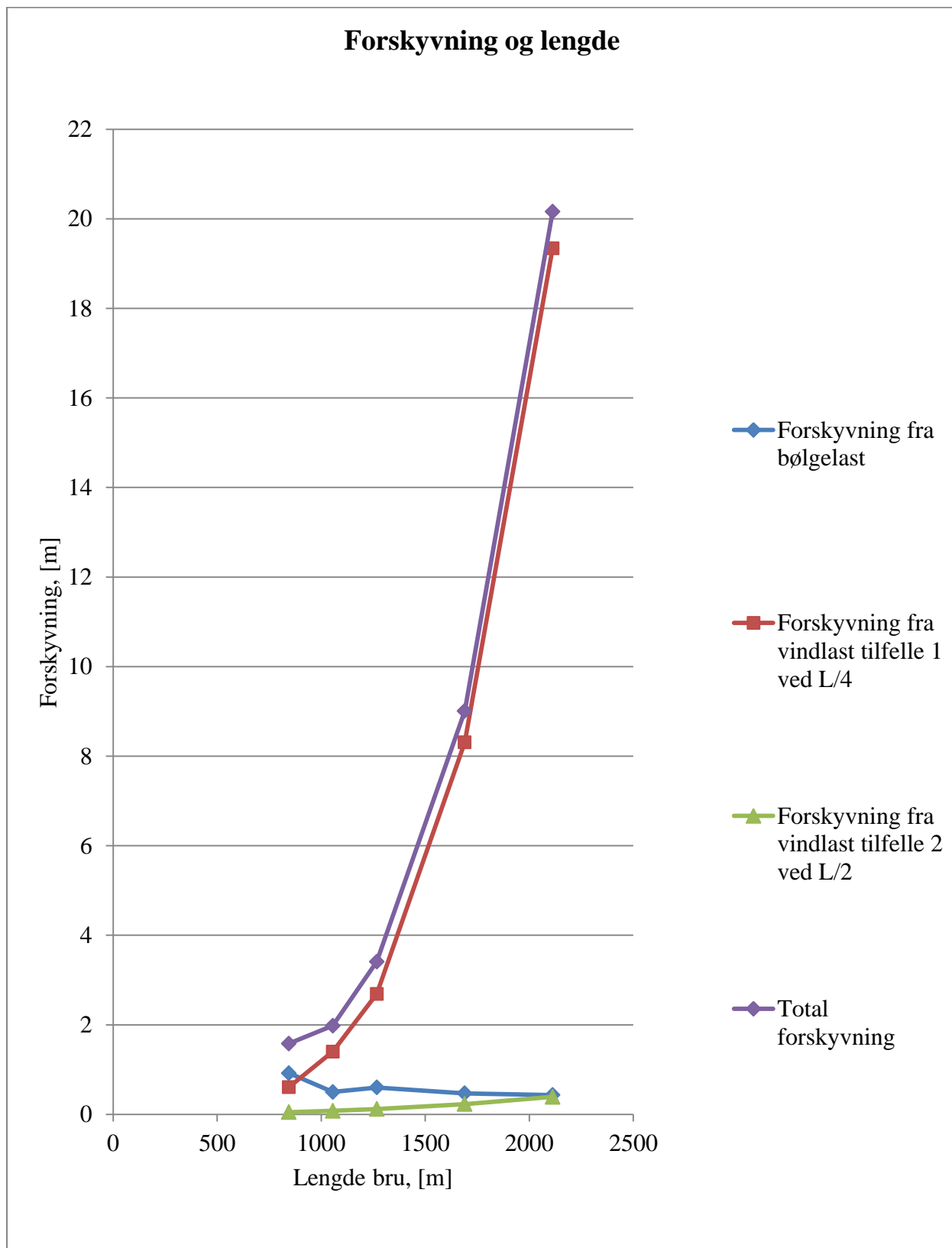
Forskyvninger fra strømlaster neglisjeres da de i henhold til kapittel 12 er svært små.

Maksimal sideveis forskyvning fra bølgelast har høyeste verdi for brulengde 844,8 meter og laveste verdi for brulengde 2112 meter. Se vedlegg A.1 for forskyvningsdiagram på grunn av bølger.

Maksimal sideveis forskyvning fra vindlast tilfelle 1 ved  $\frac{1}{4}$  L øker fra 0,61 meter til 19,34 meter ved økende brulengde og lengre egenperiode. Se vedlegg A.2 for forskyvningsdiagram på grunn av vind.

Maksimal sideveis forskyvning tilfelle 2 ved  $\frac{1}{2}$  L ved statisk vindtrykk øker fra 0,05 meter til kun 0,39 meter. Denne lastsituasjonen viser hvor effektiv buen er når den får jevnt fordelt trykk langs hele brulengden. Den gir mye mindre forskyvning enn under lastkombinasjon 1.

Figur 16-34 viser forskyvninger fra bølge- og vindlast på buede bruer. Det er tydelig at det er vindlast som bidrar mest til forskyvninger sideveis på lengre bruer. Det virker som om forskyvning fra vindlast tilfelle 1 øker eksponentielt.



*Figur 16-34 Forskyvninger fra bølge- og vindlast på buede bruer*



## 17 RETT BRU MED SIDEFORANKRING

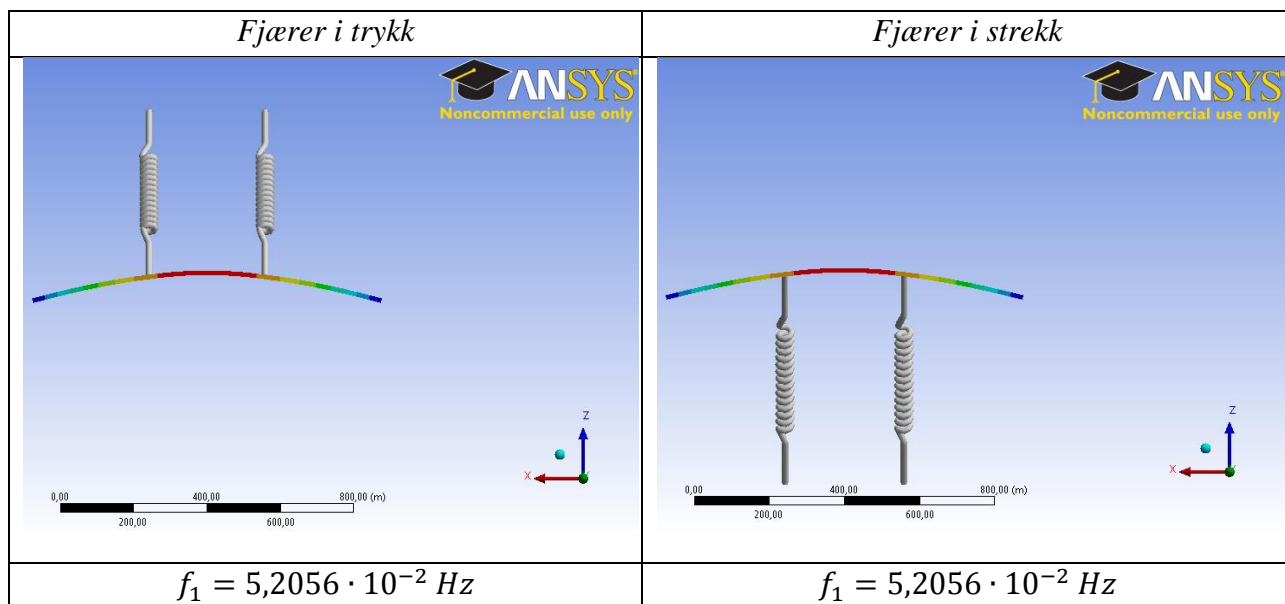
### 17.1 FJÆRSTIVHET

Tre rette bruer med ulike lengder (950,4 m, 3168 m og 5068,8 m) med sideforankring ned til sjøbunnen er modellert. Bruene har samme pongtongavstand på 105,6 meter som Bergsøysundbrua. Bruene er sideforankret ved hver tredje pongtong, altså for hver 316,8 meter.

Sideforankring er i Ansys Workbench 14.0 modellert som fjærer med aksialstivhet lik et stålrør med diameter 200 mm og D/T-forhold på 30. Ved dette forholdet flyter rørene nøytralt i vann. Tykkelsen på røret settes til 7 mm. Fjærstivheten til røret som er sideforankret med 45° med horisontalplanet med lengde 500 m blir som vist i ligning ( 17-1 ).

$$k = \frac{EA}{L} = \frac{2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \cdot \pi(100^2 - 93^2) \text{ mm}^2}{500 \cdot \sqrt{2} \text{ m}} = 1260 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (17-1)$$

Med så lange og tynne rør vil de kun ta opp strekkrefter, da de er for slanke til å ta opp trykk. I Ansys er det ikke mulig å modellere fjærer med kun strekk i analysetyper benyttet i denne oppgaven. Det har ingen betydning hvor fjærene påføres fordi de har like lineære egenskaper i trykk og strekk. Se Figur 17-1. Egenfrekvenser for bru med lengde 950,4 meter får samme egenfrekvens om fjærene er i trykk eller strekk. Ved modellering av bruene er det derfor tilstrekkelig å sette på fjærer kun på den ene siden av brua, da det uansett er bare den ene siden av forankringspunktet som er aktivt til enhver tid, fordi rørene i virkeligheten kun tar strekk. Fjærene er modellert uten forspenning.



**Figur 17-1 Fjærer i trykk og strekk har like egenskaper i Ansys Workbench 14.0**

## 17.2 EGENFREKVENSER OG EGENPERIODER

Modal analyse i Ansys Workbench 14.0 benyttes for å finne egenfrekvenser og egenperioder for rette bruer med sideforankring for lengder 950,4 meter, 3168 meter og 5068,8 meter.

Egenperioder og egenfrekvenser til bruene både med og uten sideforankring, er presentert i Tabell 17-1 til Tabell 17-3.

**Tabell 17-1 Egenfrekvenser og egenperioder for sideforankret rett bru med lengde 950,4 m, samt uten sideforankring**

Mode	Egenfrekvens med sideforankring [Hz]	Egenperiode med sideforankring [s]	Egenperiode uten sideforankring [s]
1	$5,2056 \cdot 10^{-2}$	19,2	44,7
2	0,10076	9,9	11,2
3	0,20026	5,0	5,0
4	0,35775	2,8	2,8

Svingeform nummer tre ligger nærmest peak-perioden til bølgene. Tabell 17-1 viser at sideforankring har stor betydning for de laveste svingeformene med høyest egenperiode. Rett bru med sideforankring har lavere egenperiode enn uten. Dette skjer fordi hele systemet får større stivhet på grunn av fjærstivhetene til rørene. Større stivhet medfører høyere egenfrekvens, og dermed lavere egenperiode, jamfør ligning ( 13-18 ) og ( 13-19 ). For svingeform tre er ikke fjærene aktive da plasseringen ligger i svingeformens nullpunkter.

**Tabell 17-2 Egenfrekvenser og egenperioder for sideforankret rett bru med lengde 3168 m, samt uten sideforankring**

Mode	Egenfrekvens med sideforankring [Hz]	Egenperiode med sideforankring [s]	Egenperiode uten sideforankring [s]
1	$4,6661 \cdot 10^{-2}$	21,4	501,5
2	$4,7282 \cdot 10^{-2}$	21,2	125,4
3	$4,9915 \cdot 10^{-2}$	20,0	55,7
4	$5,6416 \cdot 10^{-2}$	17,7	31,4
5	$6,8124 \cdot 10^{-2}$	14,7	20,1
6	$8,5389 \cdot 10^{-2}$	11,7	14,0
7	0,10794	9,3	10,3
8	0,13538	7,4	7,9
9	0,1673	6,0	6,2
10	0,19883	5,0	5,0
11	0,24541	4,1	4,2

For brulengde 3168 meter ligger svingeform nummer 10 nærmest peak-perioden til bølgene.

**Tabell 17-3 Egenfrekvenser og egenperioder for sideforankret rett bru med lengde 5068,8 m, samt tilfelle uten sideforankring**

Mode	Egenfrekvens med sideforankring [Hz]	Egenperiode med sideforankring [s]	Egenperiode uten sideforankring [s]
1	$4,4846 \cdot 10^{-2}$	22,3	1334,5
2	$4,4935 \cdot 10^{-2}$	22,3	333,7
3	$4,5330 \cdot 10^{-2}$	22,1	148,3
4	$4,6388 \cdot 10^{-2}$	22,6	83,4
5	$4,8552 \cdot 10^{-2}$	20,6	53,4
6	$5,2263 \cdot 10^{-2}$	19,1	37,1
7	$5,7861 \cdot 10^{-2}$	17,3	27,3
8	$6,5525 \cdot 10^{-2}$	15,3	20,9
9	$7,5289 \cdot 10^{-2}$	13,3	16,5
10	$8,7094 \cdot 10^{-2}$	11,5	13,4
11	0,10085	9,9	11,1
12	0,11646	8,6	9,3
13	0,13383	7,5	7,9
14	0,15287	6,5	6,8
15	0,17340	5,8	5,9
16	0,19125	5,2	5,2
17	0,22106	4,5	4,6

For brulengde 5068,8 meter ligger svingeform 17 nærmest peak-perioden til bølgene.

### 17.3 DEMPING

Stivhetsdemping ( $\beta$ ) i konstruksjonen skrives inn i Ansys og beregnes på samme måte som for buede bruer. Konstant dempingsforhold og beta-demping, samt tid der stabil forskyvning plukkes, er gitt i Tabell 17-4.

*Tabell 17-4 Stivhetsdemping  $\beta$  for rette bruer med tilhørende  $T$  som svarer til stabil forskyvning på midten av brua*

Brulengde [m]	$\xi$	$\beta$	$T$ [s]
950,4	0,145	0,232	998,8
3168,0	0,143	0,229	999,1
5068,8	0,127	0,182	999,0

Ansys har i tillegg en numerisk demping på 0,005 som er kontrollert av programmet. Den numeriske dempingen kontrollerer støy på høye egenfrekvenser til strukturen. Vanligvis er ikke bidragene fra disse høye frekvensene nøyaktige. Det er derfor gunstig med numerisk demping. (SAS, 2010)

Rørene vil dessuten være med å dempe konstruksjonen i vannet, men dette neglisjeres.

### 17.4 BØLGER

Bølgelast gitt i kapittel 11.4 påføres rette bruer med samme framgangsmåte som i kapittel 14.2.2. Etersom pongtongene har samme størrelse er bølgelastene like.

### 17.5 VINDKREFTER

For rett bru med sideforankring er den første svingemoden en halv sinusbølge. Dette vil medføre mye større dynamisk forsterkningsfaktor til vindlast enn for buet bru, fordi egenperioden er lengre. Ved lange egenperioder er det større sannsynlighet for at vinden rekker å komme i korrelasjon med brua enn for lavere egenperioder. Svingeformfaktorene fra Figur 10-12 blir derfor større for rett bru enn for buet bru med to halve sinusbølger som første svingeform. Rett bru med sideforankring kan defineres som fleksible konstruksjoner fordi sideforankringen er festet med en avstand på 316,8 meter, som er lenger en 100 meter.

Svingeformfaktorene hentes fra Figur 10-12 for en sinushalvbølge. De dynamiske forsterkningsfaktorene og tilhørende linjelast er gitt i Tabell 17-5 til Tabell 17-7.

**Tabell 17-5** *Svingeformfaktor, dynamisk forsterkningsfaktor og linjelast til vind for reaksjoner for rett bru med lengde 950,4 m*

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_1$	Dynamisk forsterkningsfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,66	2,56	8,2
Moment $\frac{1}{2}$ L	1,06	2,95	9,5
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	1,01	2,90	9,3

Linjelast 9,5 kN/m benyttes for å finne moment ved midtsnitt for bru med lengde 950,4 meter. Tilhørende vindkraft mot pongtonger blir 43,9 kN. Vindlast på pongtonger blir 43,2 kN. Dette nyttes for å finne deformasjon.

**Tabell 17-6** *Svingeformfaktor, dynamisk forsterkningsfaktor og linjelast til vind for reaksjoner for rett bru med lengde 3168 m*

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_1$	Dynamisk forsterkningsfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,66	1,88	6,1
Moment $\frac{1}{2}$ L	1,06	2,11	6,8
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	1,01	2,08	6,7

Linjelast 6,8 kN/m benyttes for å finne moment ved midtsnitt for bru med lengde 3168 meter. Tilhørende vindkraft mot pongtonger blir 31,4 kN. Vindlast på pongtonger blir 31,0 kN. Dette nyttes for å finne deformasjon.

**Tabell 17-7** *Svingeformfaktor, dynamisk forsterkningsfaktor og linjelast til vind for reaksjoner for rett bru med lengde 5068,8 m*

Reaksjon	Svingeformfaktor $H_1$	Dynamisk forsterkningsfaktor	Linjelast [kN/m]
Skjær ved ender	0,66	1,75	5,6
Moment $\frac{1}{2}$ L	1,06	1,94	6,2
Deformasjon $\frac{1}{2}$ L	1,01	1,91	6,2

Linjelast 6,2 kN/m benyttes for å finne moment ved midtsnitt for bru med lengde 5068,8 meter. Tilhørende vindkraft mot pongtonger blir 28,9 kN. Vindlast på pongtonger blir 28,5 kN. Dette nyttes for å finne deformasjon.

## 17.6 DIMENSJONERENDE SPENNINGER

Dimensjonerende spenninger ved midtpunkt beregnes fra momenter på grunn av egenlast, trafikklast, bølge- og vindlast. Strømlast neglisjeres. Spenninger fra aksialkrefter neglisjeres da de er svært små sammenlignet med spenninger fra momenter. Se vedlegg B.1 for momentdiagram på grunn av bølger og B.3 for momentdiagram på grunn av vind.

**Tabell 17-8 Momenter fra egenlast, trafikklast, bølgelast og vindlast ved  $\frac{1}{2} L$  beregnet til dimensjonerende spenninger for brulengde 950,5 m**

Egenlast	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 33,5 MPa$
Trafikklast	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M,y} = 37,4 MPa$
Bølgelast	$M = 2,43 \cdot 10^8 Nm$	$\sigma_{M,z} = 109,7 MPa$
Vindlast	$M = 2,16 \cdot 10^8 Nm$	$\sigma_{M,z} = 97,5 MPa$
Total om y		$\sigma_{M,y,tot} = 70,9 MPa$
Total om z		$\sigma_{M,z,tot} = 207,2 MPa$

Spenningstilstanden i tverrsnittet ved  $\frac{1}{2} L$  er:

<b>278,1 MPa</b>	-136,3 MPa
136,3 MPa	<b>-278,1 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

**Tabell 17-9 Momenter fra egenlast, trafikklast, bølgelast og vindlast ved  $\frac{1}{2} L$  beregnet til dimensjonerende spenninger for brulengde 3186 m**

Egenlast	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.y} = 33,5 MPa$
Trafikklast	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.y} = 37,4 MPa$
Bølgelast maks $M$	$M = 1,48 \cdot 10^8 Nm$	$\sigma_{M.z} = 66,8 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 5,44 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.z} = 28,5 MPa$
Vind 2. pongtong	$M = 1,06 \cdot 10^8 Nm$	$\sigma_{M.z} = 47,9 MPa$
Total om $y$		$\sigma_{M.y.tot} = 70,9 MPa$
Total om $z$		$\sigma_{M.z.tot} = 95,3 MPa$ $\sigma_{M.z.tot} = 114,7 MPa$

For de to lengste bruene med sideforankring oppstår ikke maksimalt moment fra vind ved midtsnitt, men ved andre pongtong. Dette skyldes at brua er fritt opplagt sideveis i endene og at første innfesting av sideforankring ikke er før ved tredje pongtong. Det bør kanskje vurderes å starte innfestningen til sideforankringen ved første eller andre pongtong og deretter suksessivt ved hver tredje pongtong. Ellers kan opplagerbetingelsene til landfestene utføres uten rotasjonsfrihet.

Spenningstilstanden i tverrsnittet ved  $\frac{1}{2} L$  er:

<b>166,2 MPa</b>	-24,4 MPa
24,4 MPa	<b>-166,2 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

Spenningstilstanden i tverrsnitt ved 2. pongtong er:

<b>185,6 MPa</b>	-43,8 MPa
43,8 MPa	<b>-185,6 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

**Tabell 17-10 Momenter fra egenlast, trafikklast, bølgelast og vindlast ved  $\frac{1}{2} L$  beregnet til dimensjonerende spenninger for brulengde 5068,8 m**

Egenlast	$M = 7,37 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.y} = 33,5 MPa$
Trafikk	$M = 6,58 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.y} = 37,4 MPa$
Bølgelast maks $M$	$M = 1,45 \cdot 10^8 Nm$	$\sigma_{M.z} = 65,5 MPa$
Vindlast $\frac{1}{2} L$	$M = 4,97 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.z} = 22,4 MPa$
Vind 2. pongtong	$M = 9,65 \cdot 10^7 Nm$	$\sigma_{M.z} = 43,6 MPa$
Total om $y$		$\sigma_{M.y.tot} = 70,9 MPa$
Total om $z$		$\sigma_{M.z.tot} = 87,9 MPa$ $\sigma_{M.z.tot} = 109,1 MPa$

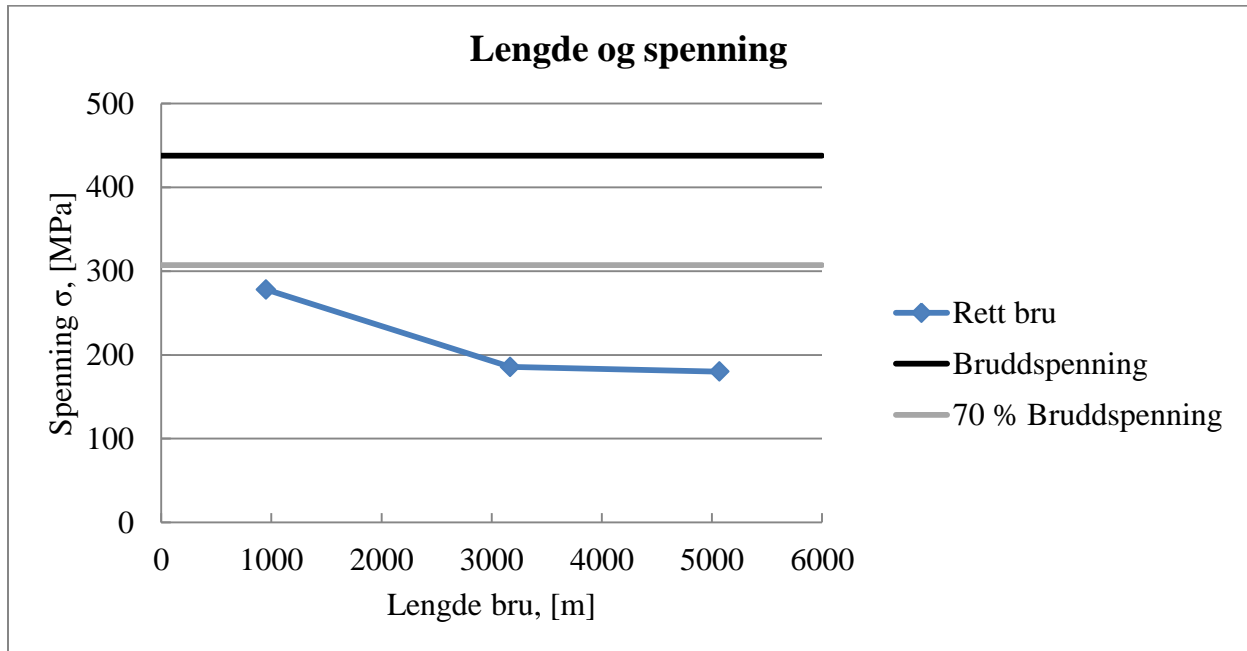
Spenningsstilstanden i tverrsnittet er:

<b>158,8 MPa</b>	-17,0 MPa
17,0 MPa	<b>-158,8 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	

Spenningsstilstanden i tverrsnitt ved 2. pongtong er:

<b>180,0 MPa</b>	-38,2 MPa
38,2 MPa	<b>-180,0 MPa</b>
+ Strekk, - Trykk	





**Figur 17-2** *Maksimal spenning i tverrsnittet ved rett bru med sideforankring*

Figur 17-2 viser maksimal spenningstilstand for de tre rette bruene med sideforankring ved 2. pongtong. Etter hvert som brulengden øker minker spenningstilstanden i tverrsnittet. Spenningstilstanden for rette bruer med sideforankring er generelt lavere enn for buede bruer.

## 17.7 TOTAL DEFORMASJON

Total deformasjon sideveis for rette bruer beregnes med lastfaktor 1,0 for alle laster jamfør «Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner», punkt A1.4.1.

Deformasjon fra bølgelast beregnes som summen av alle forskyvninger langs brua. Deformasjon fra vindlast beregnes i en statisk analyse med lastverdier fra Tabell 17-5 til Tabell 17-7.

**Tabell 17-11 Sideveis deformasjon for rette bruer fra bølge- og vindlast, samt totalverdi**

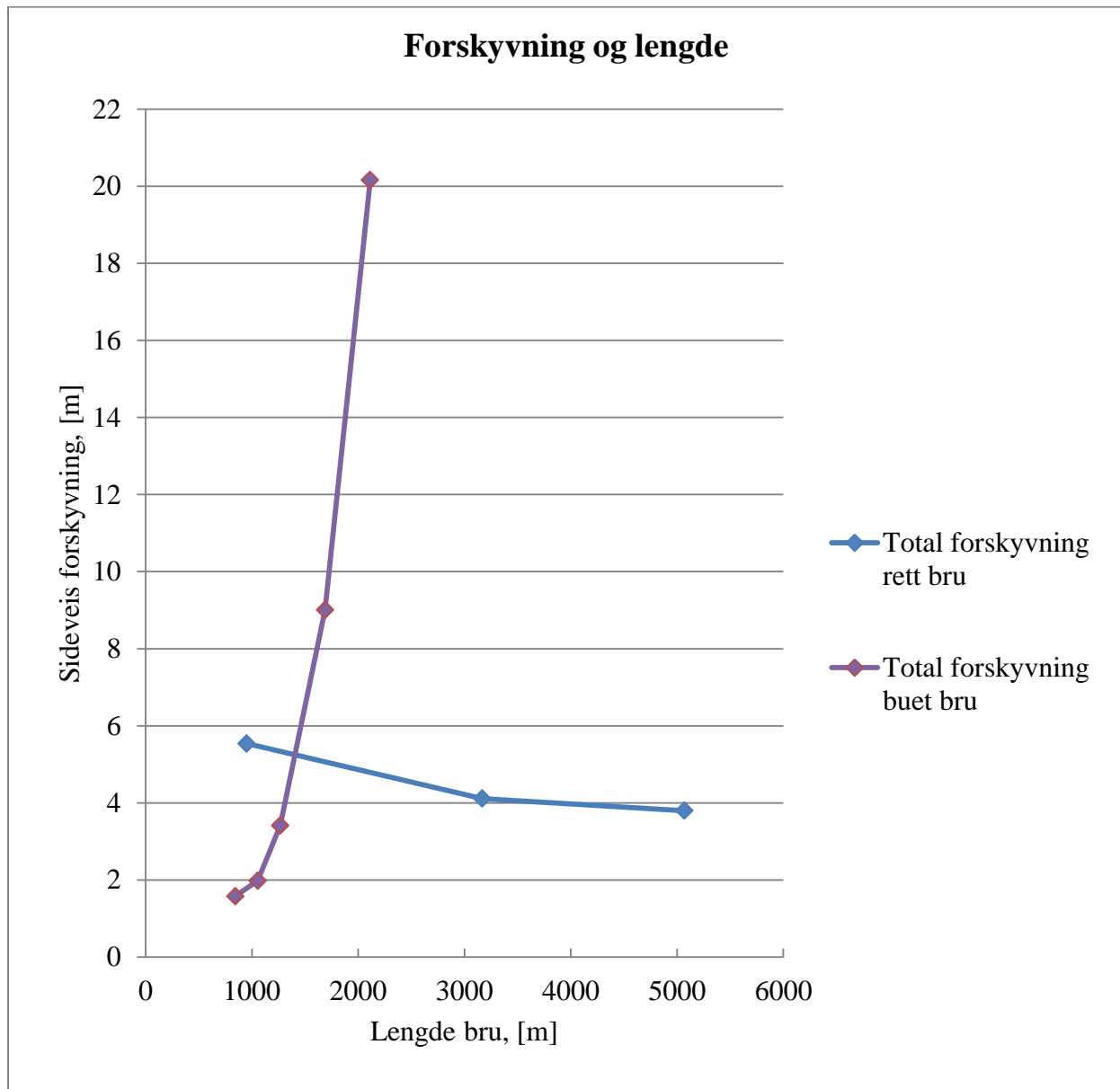
Brulengde [m]	Deformasjon fra bølgelast [m]	Deformasjon fra vindlast [m]	Total deformasjon [m]
950,4	0,68	4,86	5,54
3168,8	0,47	3,64	4,11
5068,8	0,44	3,36	3,80

Total forskyvning av rett bru med sideforankring har høyest verdi for brulengde 950,4 meter og lavest verdi for brulengde 5068,8 meter. Se vedlegg B.2 for forskyvningsdiagram fra bølger og B.4 for forskyvningsdiagram fra vind.

For å vise effekten av sideforankringen ved påføring av vindlast fjernes sideforankringen. Forskyvning på grunn av vindlast finnes for brulengde 950,4 meter og blir 26,6 meter. Det er over fem ganger så mye som forskyvningen med sideforankring. Dette viser at sideforankring er helt nødvendig for at stivheten sideveis skal være tilstrekkelig for å holde brua i riktig posisjon ved påkjenning fra vind- og bølgelast.

Forskyvninger til rett bru med sideforankring stabiliseres siden det langs brulengden er like randbetingelser, fordi sideforankringen har fast avstand, selv om brua blir lengre. Forskyvningene blir mindre når brulengden øker ettersom vindlasten da får lavere forsterkningsfaktor. Ved lange bruer er sannsynligheten for at det blåser mot hele bruas lengde mindre.

Figur 17-3 viser krysningspunkt mellom forskyvninger for rett bru med sideforankring og buet bru.



**Figur 17-3 Forskyvninger buede og rette bruer**

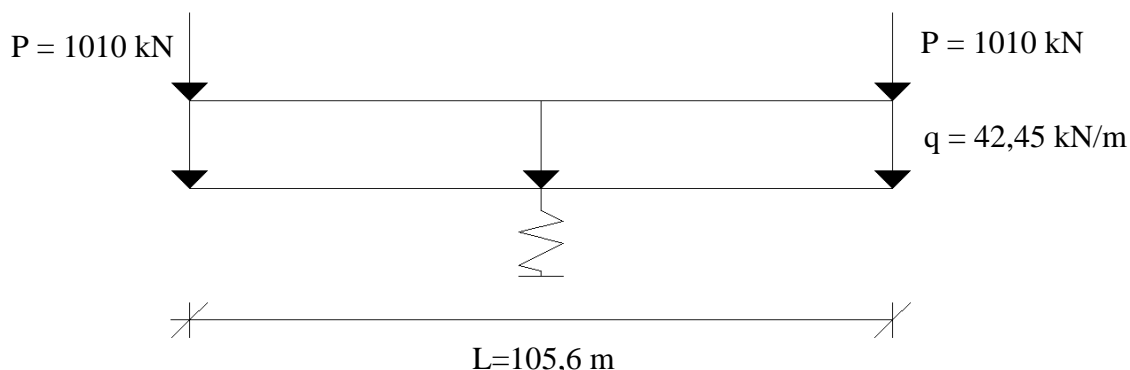
Forskyvningene for buede og rette bruer krysser hverandre ved ca. 1400 meter, med en forskyvning på omtrent 5,3 meter.



## 18 SKIFTENDE LASTER OVER PONGTONGER

En pongtong virker som en fjær når den flyter på vannet, fordi hele flytebruen kan betraktes som en bjelke på elastisk underlag. Fjærstivheten til en pongtong som flyter i vannlinjen er  $K_p = \rho g A_{bunn}$ , jamfør «Håndbok for forenklet analyse av flytebruer». Flytebruen flyter nøytralt i vannet på grunn av sin egenlast. Når den blir påkjent av andre vertikale laster, som trafikklaster, vil pongtongen nedsenkes i vannet på grunn av den ekstra lasten.

Med trafikklaster over kun én pongtong, og resten av brua fri for trafikklaster, kan systemet betraktes som i Figur 18-1.



*Figur 18-1 Statisk system for én pongtong*

Total last i  
y-retning:

$$F_y = 42,25 \frac{kN}{m} \cdot 105,6m + 2 \cdot \frac{1010kN}{2} \approx 5500kN$$

Fjærstivheten til én  
pongtong:

$$K_p = 1025 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{kg}{s^2} \cdot (20m \cdot 14m + \pi \cdot (10m)^2) \approx 6000 \frac{kN}{m}$$

Forskyvning av  
pongtong:

$$\Delta = \frac{F_y}{K_p} = \frac{5500 \frac{kN}{m}}{6000 \frac{kN}{m}} \approx 0,9 \text{ m}$$

Dette er en betydelig vertikal forskyvning. Ved gjentatte hendelser med slik trafikklaster vil dette mulig kunne føre til utmatting på sikt.



## 19 DISKUSJON OG KONKLUSJON

Tabell 16-2 viser at egenfrekvensene for håndberegnet bru og bruer i Ansys Workbench er svært like for partallsmoder. For mode tre stemmer håndberegningene med de rette bruene, mens buet bru i Ansys Workbench får to tilfeller med tre sinushalvbølger. Det kan da se ut som at buevirkningen spiller en rolle for lave oddetallsmoder for buet bru uten glidelager, og ikke bare for  $n=1$ , da brulengden må forkortes og forlenges ulikt. Håndberegninger stemmer med de rette bruene, fordi ligning ( 13-14 ) utelukker pilhøyde, og er da ensartet med betraktningen rett bru. Buet bru med glidelager får ganske lik egenfrekvens for svingeform 1 som for rett bru, fordi aksialstivheten er utelatt av stivhetsmatrisen til programmet når den ene enden er fri til å bevege seg.

Håndberegnet egenfrekvens med pilhøyde for mode 1, er lik 0,27 Hz. Denne svingemoden oppstår ikke i Ansys Workbench da brua trolig er for stiv til å få den svingeformen. Svingeform tre har som nevnt to svingeformer. I følge animasjonene til programmet vises det at ingen av de to svingeformene er rene moder med tre like sinushalvbølger. Svingemode 1 er inkludert i begge disse modene, men spesielt i den første av de to svingeformene med egenfrekvens lik 0,23 Hz. Denne verdien er nokså lik den håndberegnete egenfrekvensen 0,27 Hz. Dette underbygger at ligning ( 13-14 ) representerer sirkelfrekvensen i programmet godt. Det er uansett hensiktsmessig å utføre en modal analyse i et program, da resultatene kan avvike fra håndberegningene. Rekkefølgen på svingeformene kan også være annerledes enn antatt. En modal analyse er erfaringsvis relativt rask å utføre.

Alle buede bruer i Tabell 16-1 har opptil to svingeformer med likt antall sinushalvbølger, men med ulike tidsperioder. Dette oppstår både i odde- og partallsmoder. Det kan virke som om den første svingeformen med en sinushalvbølge oppstår sammen med en annen svingeform og er derfor mer skjult, og derfor ikke åpenbar i begynnelsen. Den teoretiske løsningen for svingeform med en sinushalvbølge viser seg å ligge i nærheten av en av de doble verdiene i Tabell 16-1. Dette underbygger at buevirkningen spiller en rolle for egenfrekvensene til buede bruer, kontra rette bruer.

Etter hvert som de buede i Bergsøysundkonseptet bruene blir lengre, svinger bruene med flere sinushalvbølger for å svinge nær peak-perioden til bølgene. Momentdiagrammet fra bølgelast for brulengde 844,8 meter ser ut som tre sinushalvbølger der maksimalverdien finnes på midten. På grunn av at momentene er kombinert sammen i et regneark, er verdiene i diagrammene absolutte verdier. I virkeligheten vil brua svinge om sin egen lengdeakse, tilsvarende Figur 13-3.

Fra den transiente analysen vises det at høyere stivhetsdemping  $\beta$  gir lavere momenter og forskyvninger. Dette virker fornuftig da en større demping vil minke amplituden til forskyvningene etter hvert som tiden går.

Ulikheter i momenter fra håndberegninger og transient dynamisk analyse oppstår eventuelt fordi programmet benytter modal superposisjon, mens håndberegningene kun beregner moden som ligger nærmest peak-perioden til bølgene. Den nærmeste perioden til brulengde 844,8 meter er kun 4,0 sekunder, og det er et stykke unna 4,8 sekunder. Perioden til brulengde 844,8 meter i Ansys ligger nærmere peak-perioden, med en verdi på 4,4 sekunder.

Momentdiagrammene for brulengde 1267,2 meter til 2112 meter fra bølgelast presenterer samme antall sinushalvbølger som egenperiodene til bruene viser de skal svinge i.

Forskyvningsdiagrammene til de samme bruene viser også likt antall halvbølger lik svingeform. Brulengde 1689,6 meter har litt ulike verdier i forskyvningskurven. Dette kan være årsaken til at momentene for denne brulengden er lavere enn for de andre brulengdene. Denne brulengden har også stor demping i forhold til de andre bruene, på grunn av at egenperioden til denne brua er forskjellig fra  $T_p = 4,8$  s.

Momentene for brulengde 1056 meter er lavere enn for de andre brulengdene. Dette fordi momentdiagrammet viser en sinushalvbølge på hver side og en flatere i midten. Dette oppstår kanskje fordi bølgeperioden ikke helt treffer med svingeformen til brua. Det kan tenkes at verdiene av den grunn blir lavere. Forskyvningene i vedlegg A1 viser derimot tre sinushalvbølger. Det kan være at brua svinger med tre sinushalvbølger, selv om beregningene tilsier at den skulle svingt med fire. Det er derfor grunn til å tro at momentene blir lave.

Til tross for ulike momenter fra bølgelast kan det se ut som om de helhetlig avtar ved økende brulengde. Dette fordi ved lange bruer det er flere pongtonger som ikke har innflytelse fra den pongtongen som blir pålastet, på grunn av korrelasjonslengden til bølgen. For en brulengde med egenperiode svært nært peak-perioden til bølgene, blir reaksjonskreftene i brua store, selv om brua er lang. Store spenninger fra bølgelast oppstår for korte bruer med få pongtonger eller bruer som har egenperiode nært bølgenes peak-periode.

Den statiske analysen med vindlast viser sammenheng mellom håndberegninger og resultater fra Ansys. Som nevnt tidligere øker responsen for buede bruer på grunn av vindlast da bruene kun er endeforankret. Vindlast per meter avtar med økende brulengde. Dette fordi sannsynligheten for at det blåser over hele brulengden samtidig er lav, men responsen øker fordi bruene blir lengre.

Med jevnt fordelt vindlast over hele brulengden viser det seg at buede bruer er svært effektive. Kraftene fordeles som trykk i buen og momentene er svært små sammenlignet med momenter fra vind i lasttilfelle 1 og bølgelast. Forskyvningene fra vind i lasttilfelle 2 er også svært små. Dette er likevel kun et lasttilfelle, og ikke nok i seg selv for å si at alle laster mot buede bruer resulterer i aksialkrefter som tas opp av endeforankringen. De dynamiske vind- og bølgelastberegningene har vist at det kan oppstå store momenter langs buede bruer. Slike krefter blir nødvendigvis ikke tatt opp som aksialkrefter i buen. Dette fordi hele brulengden ikke belastes samtidig eller i samme retning. Resultatene viser at en bue er svakere når den kun pålastes ved enkelte punkter.



Det viser seg av Figur 16-33 at tilfelle 1 og 3 med vindlast er avgjørende i forhold til kapasitet i bruddgrensetilstanden for buede bruer. Kombinasjonen med trykk i tverrsnittet fra vind i lasttilfelle 2 øker 2.ordens moment betydelig for lengre buede bruer. Dette fordi den kritiske knekklasten er lav for lange bruer. Vindlasttilfelle 1 vil høyst sannsynlig gi brudd ved brulengde rundt 2200 meter. Vindlasttilfelle 3 gir brudd for brulengde 1750 meter. Tilfelle 2 går ikke til brudd, fordi bruene her er for korte. Knekkning av buede bruer uten trafikklast og egenlast er omhandlet i en annen del av oppgaven. Nyttet av å beregne vindlasttilfelle 2 til brudd ved en lenger bru sees ikke nødvendig, da tilfelle 1 og 3 gir mye høyere spenningsnivå i tverrsnittene. I henhold til Figur 16-34 er vind er den kritiske lasten i forhold til forskyvninger i lasttilfelle 1 og 3. Forskyvninger fra bølger og har mest å si for kortere brulengder.

For rette bruer med sideforankring er den første egensvingeformen en halv sinushalvbølge. Det vises at sideforankring har stor betydning for egensvingeformene, spesielt for de lengre bruene. For brulengde 3168 meter uten sideforankring er første egensvingeperioden  $501,5 \text{ s} = 8,4$  minutter. For brulengde 5068,8 meter er den første perioden uten sideforankring lik  $1334,5 \text{ s} = 22,2$  minutter. Med sideforankring ved hver tredje pongtonginnfestning reduseres egenperioden drastisk til 19,2 s, 21,4 s og 22,3 sekunder for henholdsvis brulengder 950,4, 3168, og 5068,8 meter. Dette skyldes at systemene får mye større stivhet på grunn av aksialstivheten  $EA/L$  fra sideforankringene som inngår i ligning (13-1). Større stivhet gir lavere egenperiode. For bru 3168 m og 5068,8 m oppstår ikke egenperioden som ligner mest på peak-perioden til bølgen før henholdsvis svingeform 10 og 17. Det er interessant at tidsperiodene for de rette bruene med sideforankring har svært like verdier av første egenperiode uansett brulengde. Det virker som om stivheten og massen øker lineært, slik at de frie egensvingeformene blir svært like. For buede bruer øker massen ved økende brulengde, mens stivheten avtar. Dette resulterer i lengre egenperioder for de buede bruene ved økende brulengder.

Forsterkningsfaktorene for vindlaster påført rett flytebru beregnes med svingeformfaktor  $H_1$ . Dette fordi bruens lengste egenperiode er en sinushalvbølge. Dette resulterer i ulike dynamiske forsterkningsfaktorer for skjær, moment og deformasjon. De dynamiske forsterkningsfaktorene er generelt større for de rette enn for de buede bruene som svinger i to sinushalvbølger. De rette bruene svinger med lengre egenperiode. Dermed er sannsynligheten for forsterkning på grunn av vindkast større for rette bruer. Vindkastene har lengre tid å virke på.

Momenter langs de rette bruene endres over brulengden ved innfestninger til sideforankringene. Dette fordi sideforankringen tar opp en del av kreftene påført bruene. Avstanden mellom sideforankringen, samt dens aksialstivhet, avgjør størrelsen på momentfordelingen langs bruene.

Det kan være tilfelle at beregningen av det kritiske dempingsforholdet som inngår i beregningen av  $\beta$  ikke er helt korrekt, da stivheten til fjærene ikke er inkludert i den håndberegnete modale stivheten,  $K_m$ . Konsekvensen dette har for beta-dempingen er at en større stivhet  $k$  medfører en lavere  $\xi$ , som resulterer i en lavere  $\beta$ . Dette vil si at dempingen innskrevet i programmet er for høy, slik at krefter tatt ut kan være for lave i forhold til reelle verdier.

Dimensjonerende spenninger for rette bruer med sideforankring blir lavere enn for buede bruer. En av de største forskjellene er at spenningsnivåene i de rette bruene avtar når brulengden øker, mens de stiger for buede. Dette er sammensatt. I de rette bruene oppstår det ikke trykk i tverrsnittet på grunn av jevnt fordelt vind, kun strekk oppstår. Slik blir det ingen 2. ordens momenter på grunn av aksialkrefter. De rette bruene har heller ingen kritisk knekklast da det antas at de ikke er utsatt for trykk i bruene. Spenningene avtar også fordi vindlast per meter bru blir lavere for økende brulengde, og sideforankringene tar opp en del av kreftene. Dette har også innflytelse på forskyvningene. Fordi sideforankringen stabiliserer bruene, avtar disse også ved økende brulengde på grunn av minkende last.

I følge knekkingsanalysene er ikke Bergsøysundbruas tverrsnitt spesielt slankt. Det er trolig aldri bare trykk i tverrsnittet, fordi egenlasten til stålfagverket vil gi momenter. Brudd oppstår høyst sannsynlig før knekking inntreffer for brulengder undersøkt i denne oppgaven. Med jevnt fordelt vindlast, uten at egen-, trafikk- og bølgelast tas i betraktning, knekker tverrsnittet ved en lengde rundt 2600 meter. Dette tilfellet er ikke reelt, da egenlasten alltid vil være til stede.

Bru med lengde 844,8 meter tilsvarer Bergsøysundbrua som ble bygd i 1992. Spenningsnivået for denne brua ligger under 300 MPa i bruddgrensetilstanden. Knekkingsberegningene viser at et slikt tverrsnitt ikke knekker før en brulengde på 2600 meter. Det er derfor grunn til å tro at utmatting kan være avgjørende i dimensjoneringen av flytebruer. Bergsøysundbrua hadde ellers vært kraftig overdimensjonert da den ble bygget, i følge resultatene i denne rapporten. Utmatting ved knutepunkter i hovedfagverket kunne vært dimensjonerende i sin tid. Ulik spenningstilstand i tverrsnittene påvist i bruddgrensetilstanden, viser at spenningsfordelingen i tverrsnittet høyst sannsynlig også vil være variert i en utmattingstilstand.

Bevegelser som hiv og rull er ikke omhandlet i denne oppgaven. Bevegelser og momenter fra slike tilfeller kan også være dimensjonerende for brukonstruksjonen.

Med hensyn til forskyvninger i svai sideveis er det gunstig å velge rette bruer med sideforankring til sjøbunnen. Når dette ikke er mulig eksempelvis i Sognefjorden, må det utarbeides en løsning som likevel skaper større stivhet sideveis, slik at bevegelser i denne retningen minimeres.

Buet bru kan strekkes opp til 1700 meter før brudd og omtrent 1400 meter før forskyvningen krysser forskyvningskurven til rett bru med sideforankring. Resultatene kan tolkes som at det er hensiktsmessig å designe endeforankrede bruer opp til 1400 m og sideforankrede bruer fra 1400 meter. Ved sideveis betraktning kan sideforankrede bruer være «uendelig» lange.

Avstanden mellom ende og sideforankring til rette bruer viser seg å være utsatt med høye spenninger. Som løsning kan sideforankringen begynne ved første eller andre pongtong, og deretter suksessivt for hver tredje pongtong. En annen løsning er å benytte en høyere fasthet på stålet i slike områder, som Nordhordlandsbrua.

Det bør lages en konstruksjon som svinger med en egenperiode fjernt fra peak-perioden til bølgen for å oppnå lavest mulige spenninger fra bølger. På den måten kan spenninger fra vindlast i hovedsak tas opp ved hjelp av sideforankring tilpasset dype fjorder.



## 20 VIDERE ARBEID

Ved en eventuell fortsettelse av arbeidet må en flytebru kontrolleres for respons i hiv og rull. Det kan belyse andre kritiske faktorer enn i denne oppgaven. Det er mulig at en egenperiode i hiv eller rull blir kritisk for vind- og bølgeresponsene, i stedet for svai.

Det bør gjennomføres nøyaktige beregninger av tverrsnitt som passer lange fjordkryssinger. Som et steg videre kan pongtongene modelleres som fjærpunkter i vannlinjen. Selve fagverket kan også modelleres i stedet for en bjelkemodell. En sideforankring tilpasset dype fjorder må også modelleres slik at krefter i den også kan sjekkes.

Studering av utmatting av stålfagverket gjenstår. Mulig dette har stor innvirkning på levetiden til fagverket.

Det bør også lages en helhetlig modell av brua som inkluderer alle laster samtidig slik at kombinasjonseffekter mellom laster lettere kan oppdages. Skjærspenninger må også beregnes.



## 21 REFERANSER

Ansys, 1998. *Monstreal*. [Internett]

Available at: [http://mostreal.sk/html/guide\\_55/g-str/GSTR5.htm](http://mostreal.sk/html/guide_55/g-str/GSTR5.htm)

[Funnet 29 April 2013].

ANSYS, 2013. *ANSYS*. [Internett]

Available at:

<http://www.ansys.com/Resource+Library/Webinars/Transient+Dynamic+Analysis+in+ANSYS+Mechanical+14.0>

[Funnet 29 April 2013].

Augusti, G. et al., 1987. *Recommendations for Calculating the Effects of Wind on Constructions*. 2 red. Brussels: European Convention for Constructional Steelwork.

Aune, V., 2012. *Catenary Stabilized Floating Bridge, Concept Screening - Floating Bridges*, Trondheim: Reinertsen.

*Beam189 Element Description* (2011).

Benson, T., 2009. *Reynolds number*. [Internett]

Available at: <http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/reynolds.html>

[Funnet 9 May 2013].

Bjertnæs, E. J., 2012. *Broer*. [Internett]

Available at: <http://broer.no/bro/index.php?ID=40>

[Funnet 28 May 2013].

Book, E., 2011. *EdBookPhoto*. [Internett]

Available at: <http://edbookphoto.photoshelter.com/image/I00003oLWbIYTRxA>

[Funnet 28 May 2013].

Brown, D. J., 1993. *BRIDGES Three thousand years of defying nature*. London: Reed International Books Ltd.

Chen, W.-F. & Duan, L., 2000. *Bridge engineering handbook*. Florida: CRC Press.

Chopra, A. K., 2007. *Dynamics of Structures*. 3 red. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Collons, B. & Thompson, R., u.d. *Post-tensioning Solutions*. [Internett]

Available at: [http://posttensioningsolutions.com/?page\\_id=164](http://posttensioningsolutions.com/?page_id=164)

[Funnet 28 May 2013].

Hasselø, J. A., 2012. *E39 og Kyststamvegen Grensesprengende teknologi*. Kristiansund, Statens vegvesen.

Holt, J., 2013. *Johs. Holt as*. [Internett]

Available at: <http://www.johsholt.no/wip4/blist.epl?cat=14758&id=217651>

[Funnet 15 January 2013].

Isaksen, B., 2011. *Håndbok 185 Bruprosjektering 6.12 Flytebruer, Konseptutvikling av flytebru, Mulighetsstudie for kryssing av Sognefjorden*, s.l.: Statens Vegvesen.

Larsen, P. K., 2010. *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. 2 red. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.

*Lecture 13: Stress Stiffness and Buckling Analysis* (2012) Mathisen, Kjell Magne.

*Lecture 8: Solution of the Dynamic Equilibrium Equation by Implicit Direct Integration* (2012) Mathisen, Kjell Magne.

Lothe, A. E. & Brørs, B., 2011. *Mulighetsstudie for kryssing av Sognefjorden Oppedal - Lavik, Estimat på bølger og strøm*, Trondheim: Sintef Byggforsk Kyst- og havneteknikk.

NRK, 2013. *NRK*. [Internett]

Available at: <http://tv.nrk.no/serie/korpsfiksert/dvfj69003111/sesong-1/episode-1>

[Funnet 6 March 2013].

Øderud, H. T. & Nordahl, R. S., 2012. *Store norske leksikon*. [Internett]

Available at: <http://snl.no/brø/>

[Funnet 15 January 2013].

Øiseth, O., 2012. *Bilder Bergsøysundbrua*. Trondheim: s.n.

Olsen, S. M., 2008. *Broer i Norge*. 1 red. Bergen: Vigmostad & Bjørke AS.

Riksantikvaren, 2012. *Kulturminnesøk*. [Internett]

Available at: [http://www.kulturminnesok.no/Lokaliteter/Moere-og-](http://www.kulturminnesok.no/Lokaliteter/Moere-og-Romsdal/Gjemnes/Bergsoeysundbrua)

[Romsdal/Gjemnes/Bergsoeysundbrua](http://www.kulturminnesok.no/Lokaliteter/Moere-og-Romsdal/Gjemnes/Bergsoeysundbrua)

[Funnet 15 January 2013].

ROO, 2012. *Concept 1 - Catenary stabilized floating bridge*, s.l.: Internal report.

SAS, 2010. *Sharcnet*. [Internett]

Available at: [http://www.sharcnet.ca/Software/Fluent13/help/wb\\_sim/ds\\_damping\\_controls.html](http://www.sharcnet.ca/Software/Fluent13/help/wb_sim/ds_damping_controls.html)

[Funnet 22 May 2013].

SNL, 2005 - 2007. *Store norske leksikon*. [Internett]

Available at: [http://snl.no/Bergs%C3%B8ysundet\\_bru](http://snl.no/Bergs%C3%B8ysundet_bru)

[Funnet 15 January 2013].



SNL, 2005 - 2007. *Store norske leksikon*. [Internett]

Available at: <http://snl.no/Krifast>

[Funnet 15 January 2013].

Søreide, T. & Brekke, H., 1989. *Håndbok for forenklet analyse av flytebruer*. Trondheim: s.n.

SVV, 2005. *Internet archive*. [Internett]

Available at:

[http://web.archive.org/web/20060209233657/http://www.vegvesen.no/region\\_vest/prosjekter/nordhordlandsbrua/brosjyre\\_1994.pdf](http://web.archive.org/web/20060209233657/http://www.vegvesen.no/region_vest/prosjekter/nordhordlandsbrua/brosjyre_1994.pdf)

[Funnet 15 January 2013].

Timoshenko, S. P. & Gere, J. M., 1983. *Theory of elastic stability*. 2 red. Tokyo: Tosho printing co.

Vegdirektoratet, 1989. *Bergsøysundet bru Prosjekteringsregler for anbudsfasen*, Møre og Romsdal: Vegdirektoratet.

Wang, E. & Nelson, T., u.d. *Structural Dynamic Capabilities of ANSYS*. [Internett]

Available at:

<http://www.ansys.mobi/staticassets/ANSYS/staticassets/resourcelibrary/confpaper/2002-Int-ANSYS-Conf-200.PDF>

[Funnet 29 April 2013].



## **22 VEDLEGG**

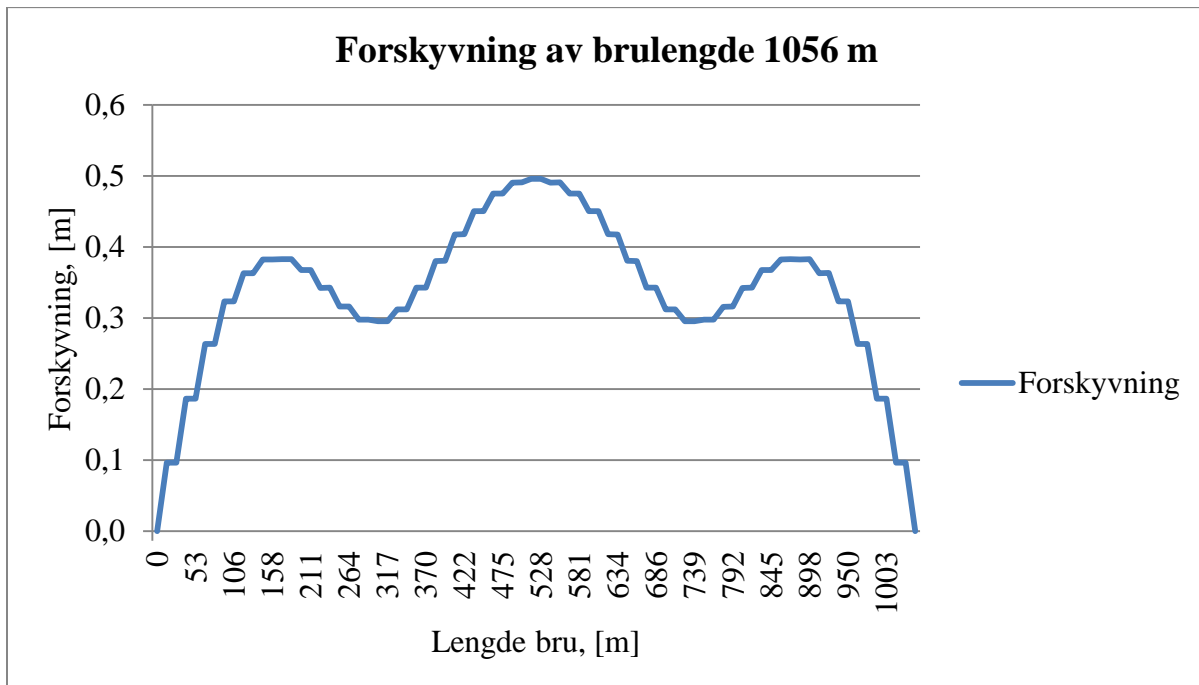
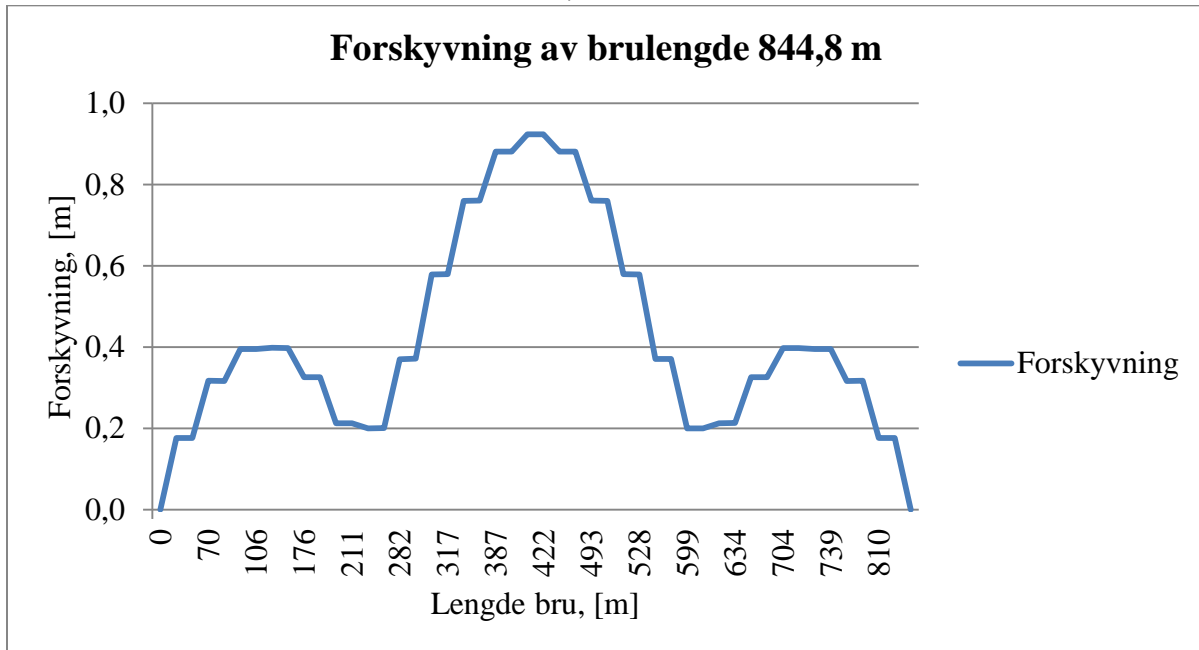


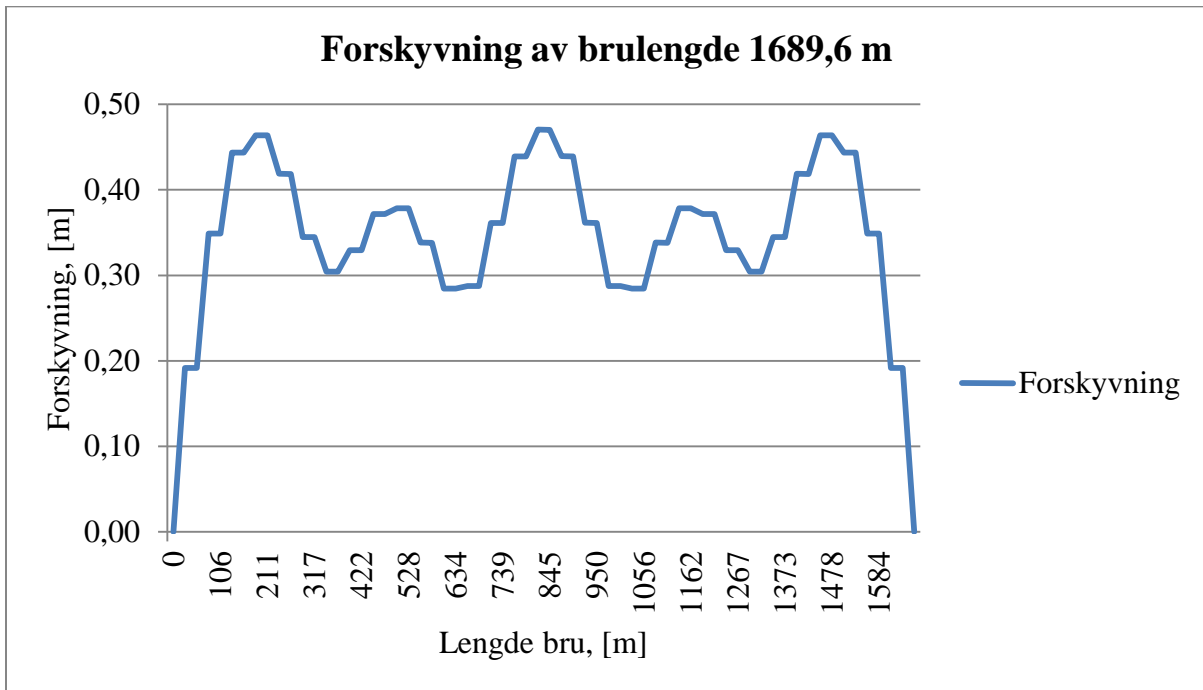
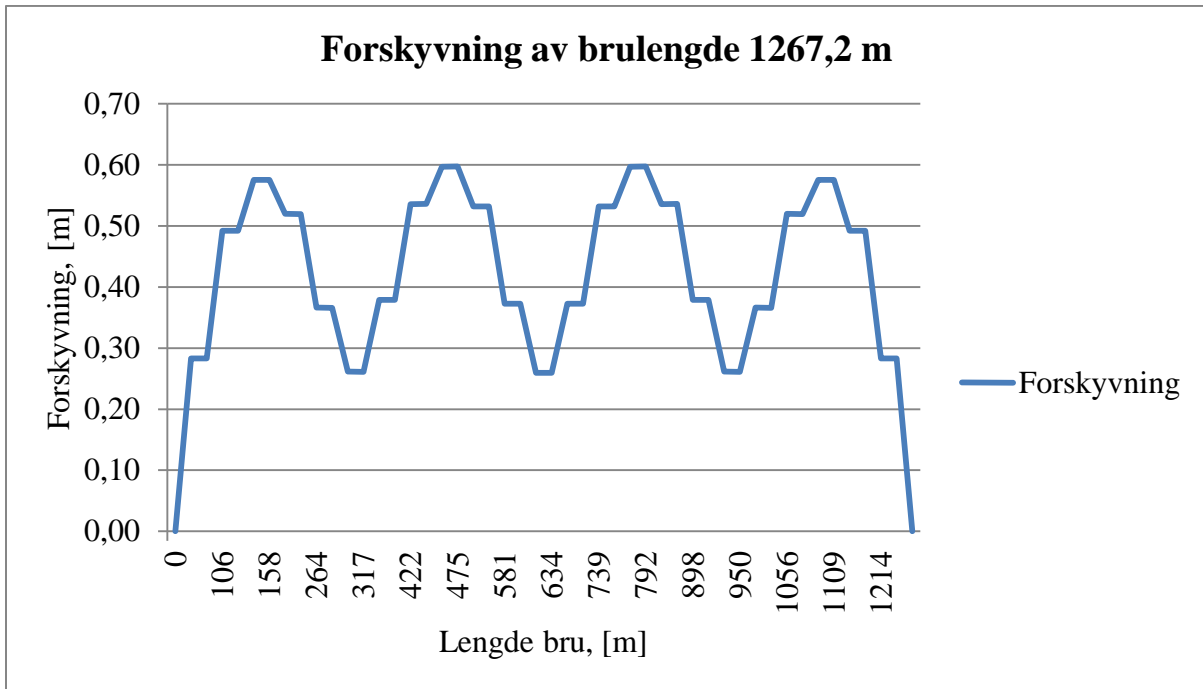
## VEDLEGGSLISTE

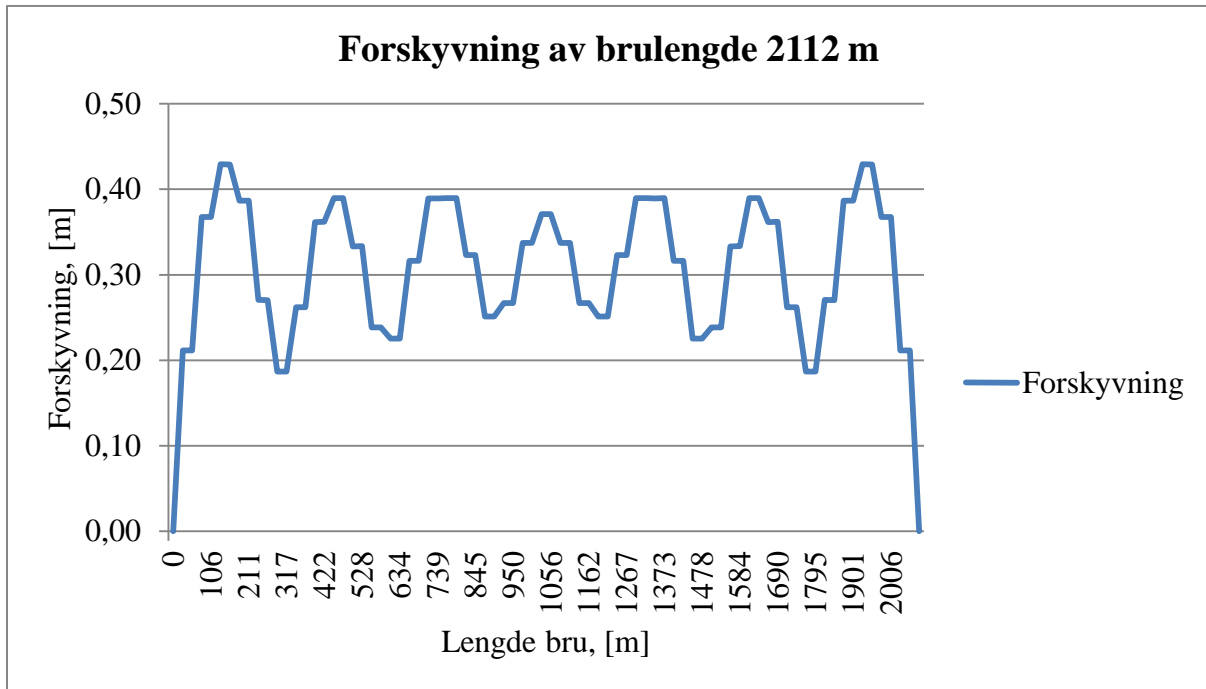
A	BUEDE BRUER .....	2
A.1	FORSKYVNING PÅ GRUNN AV BØLGER .....	2
A.2	FORSKYVNING PÅ GRUNN AV VIND .....	5
B	RETTE BRUER MED SIDEFORANKRING.....	10
B.1	MOMENT PÅ GRUNN AV BØLGER .....	10
B.2	FORSKYVNING PÅ GRUNN AV BØLGER .....	12
B.3	MOMENT PÅ GRUNN AV VIND .....	14
B.4	FORSKYVNING PÅ GRUNN AV VIND .....	16
C	RESPONS I SVAI OG HIV HÅNDBEREGNET .....	18

## A BUEDE BRUER

### A.1 FORSKYVNING PÅ GRUNN AV BØLGER

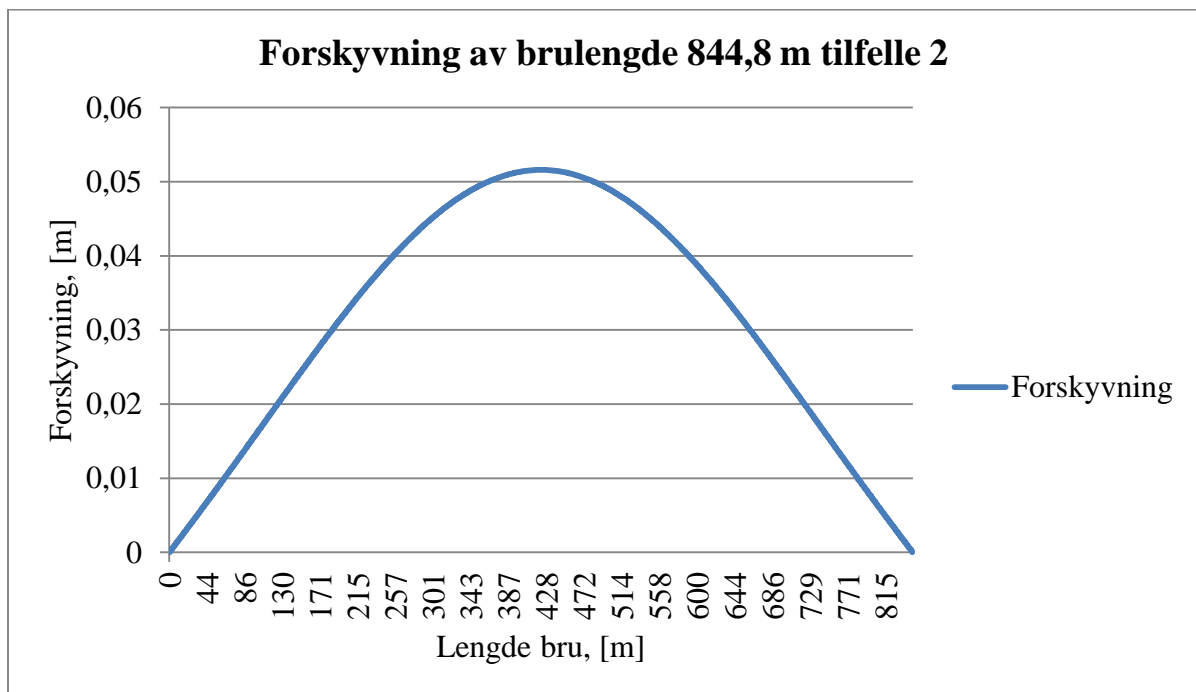
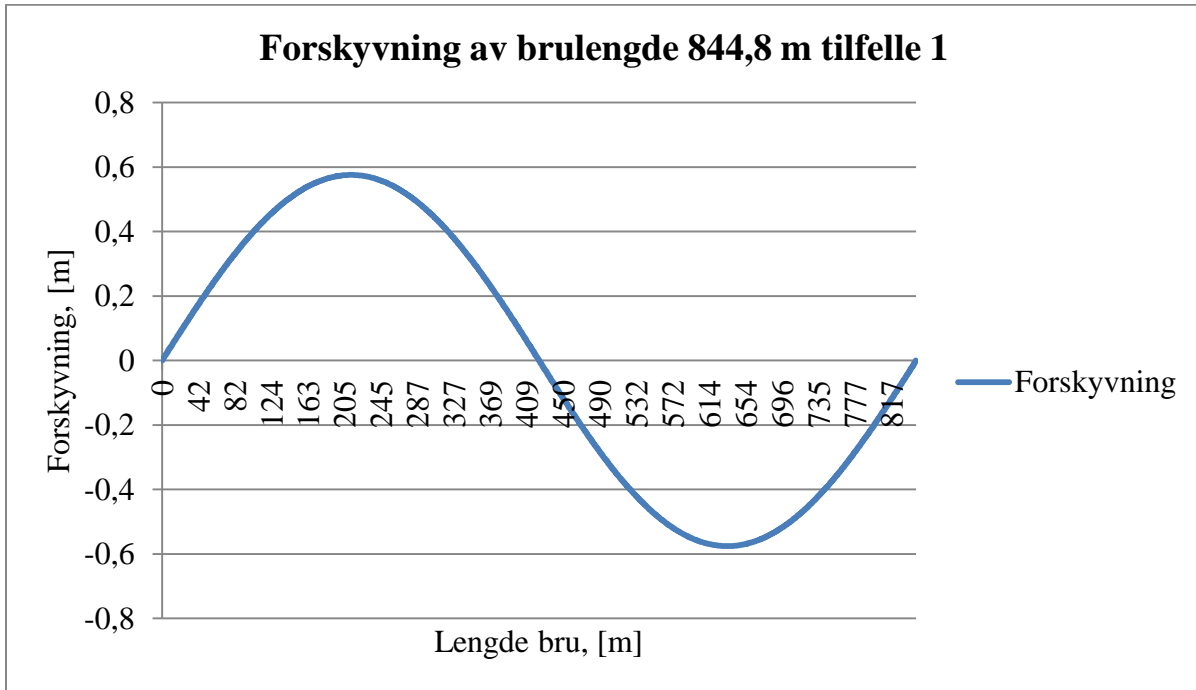


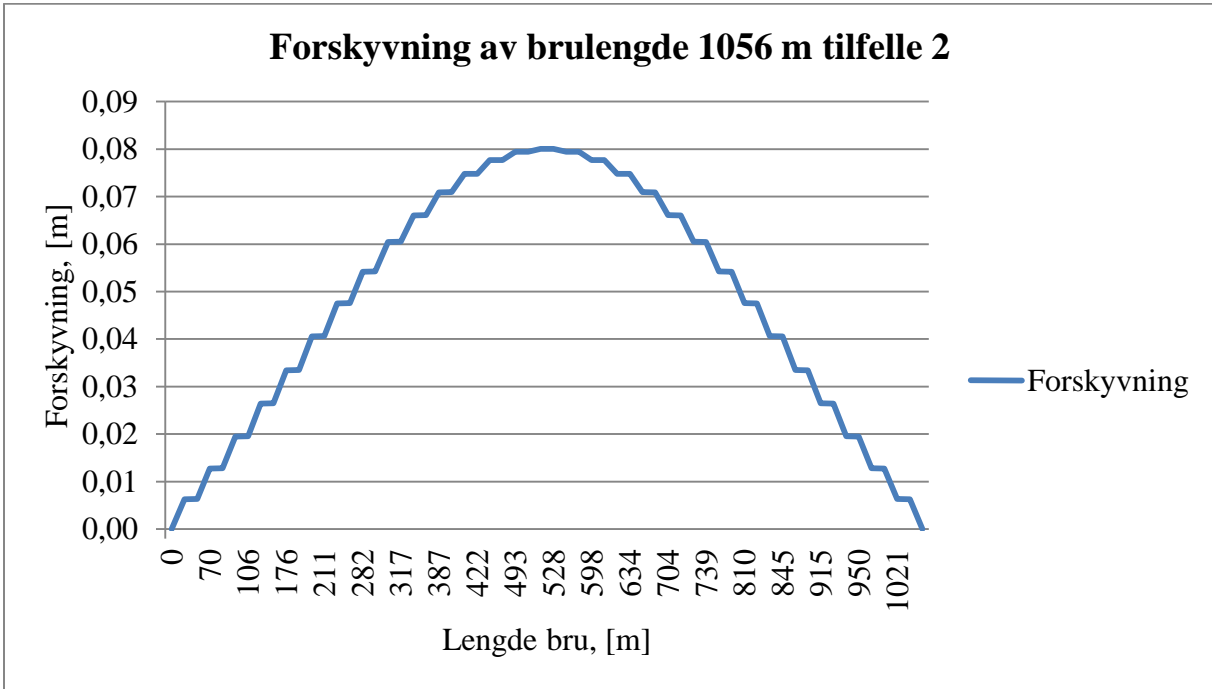
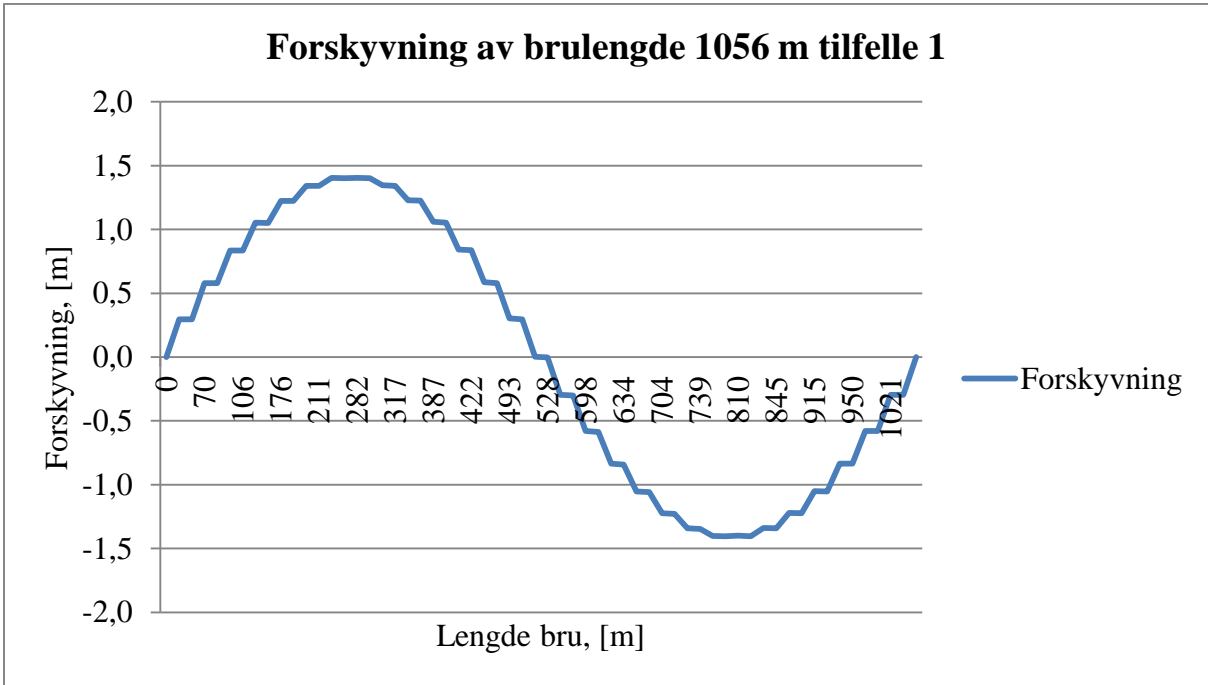




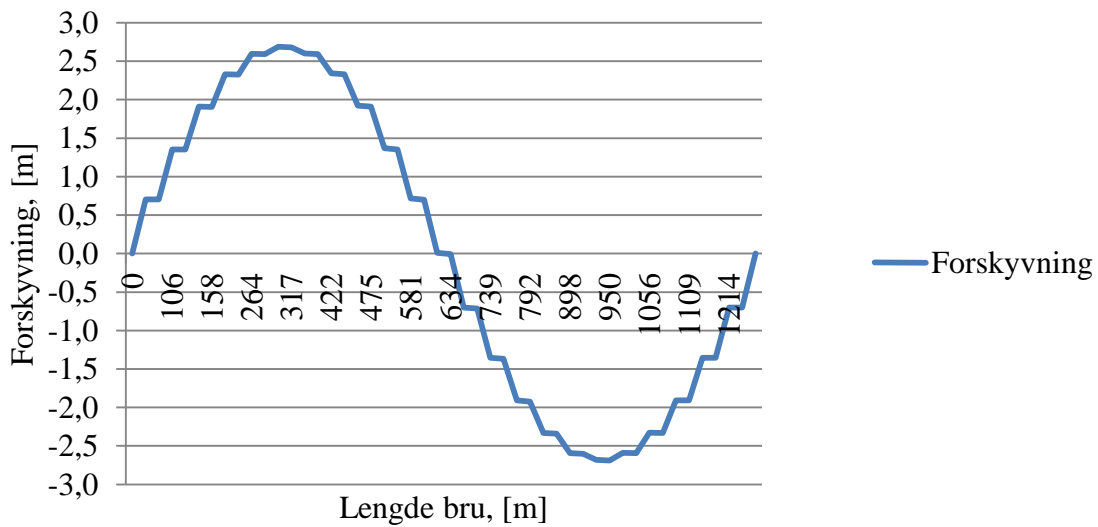


## A.2 FORSKYVNING PÅ GRUNN AV VIND

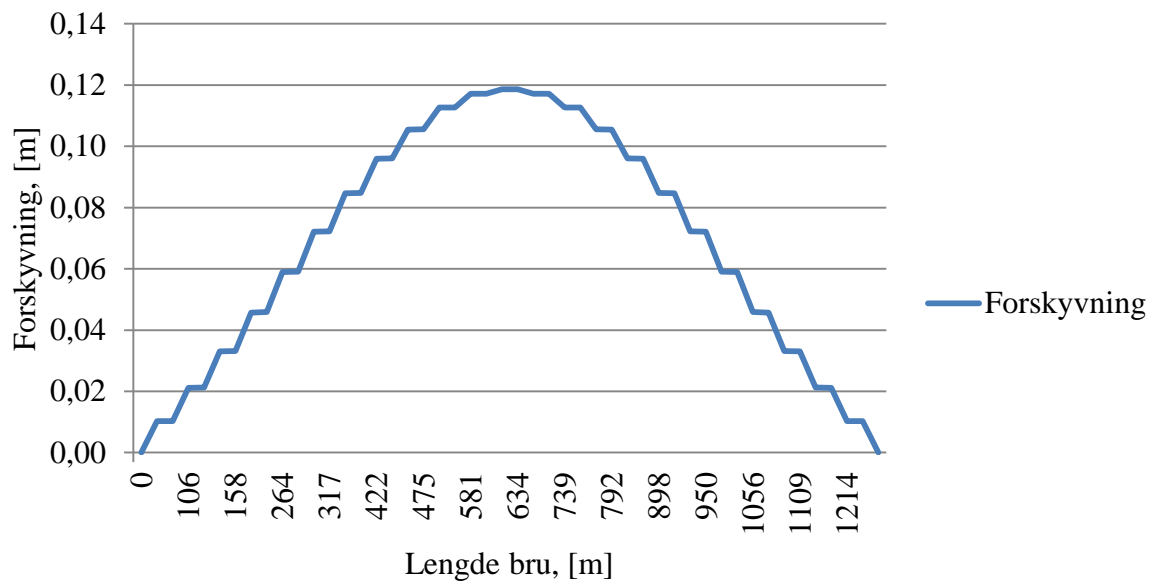




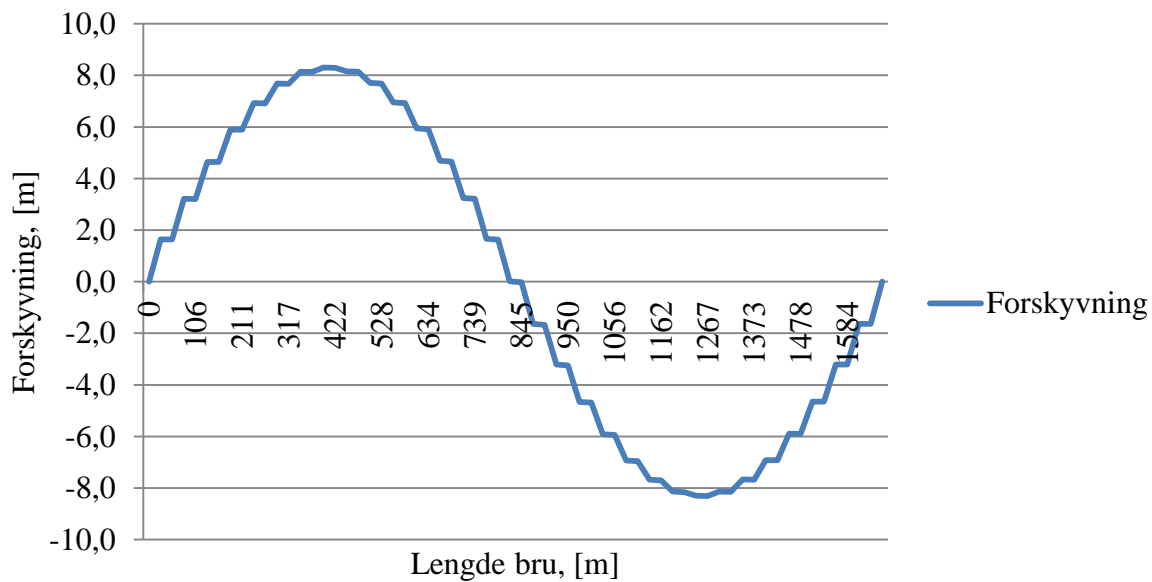
### Forskyvning av brulengde 1267,2 m tilfelle 1



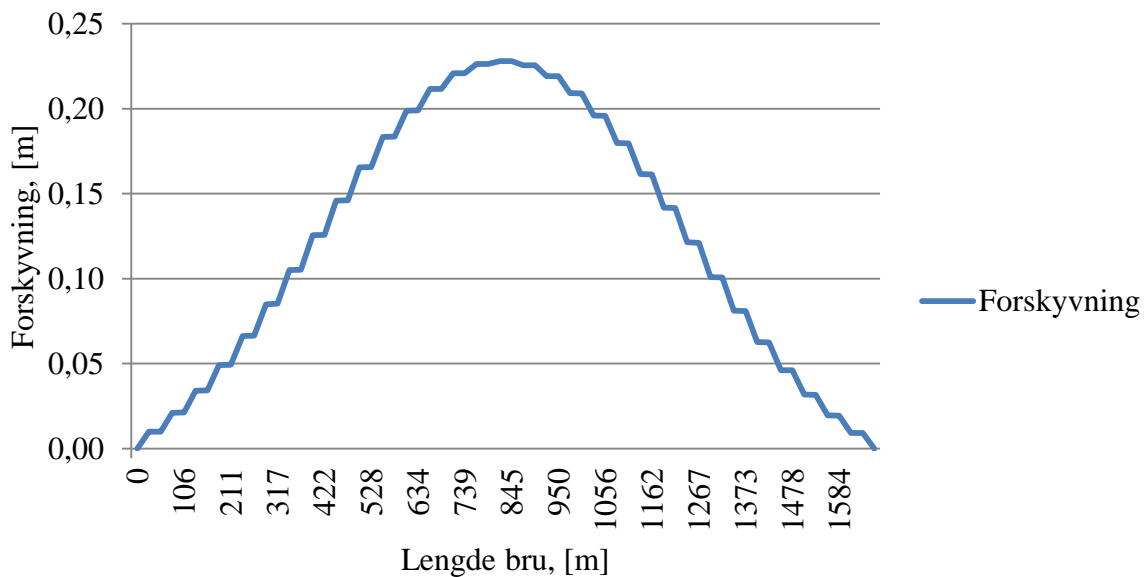
### Forskyvning av brulengde 1267,2 m tilfelle 2



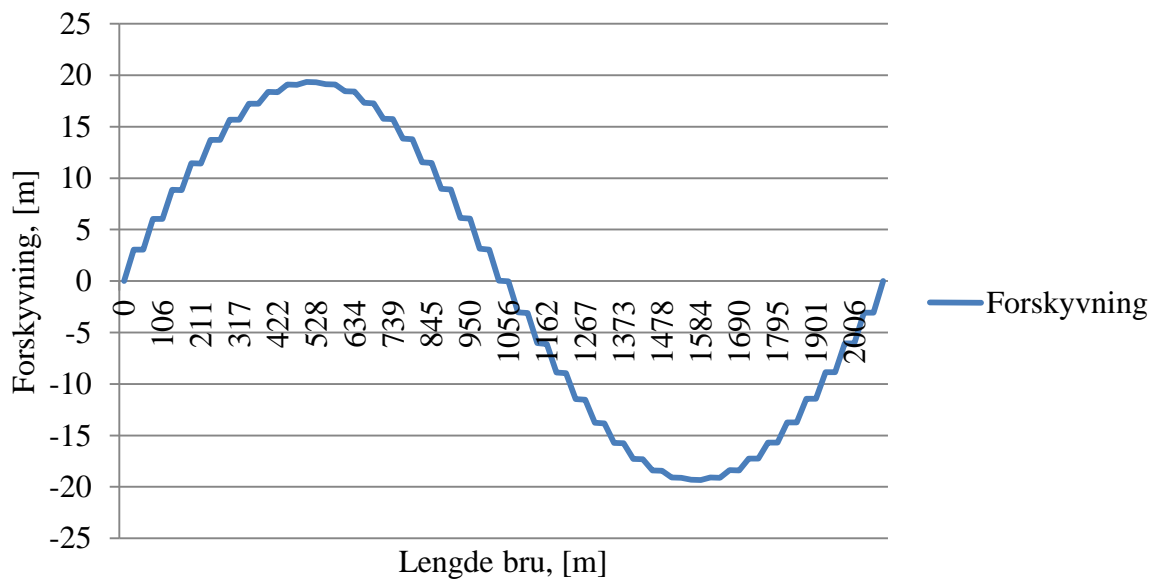
**Forskyvning av brulengde 1689,6 m tilfelle 1**



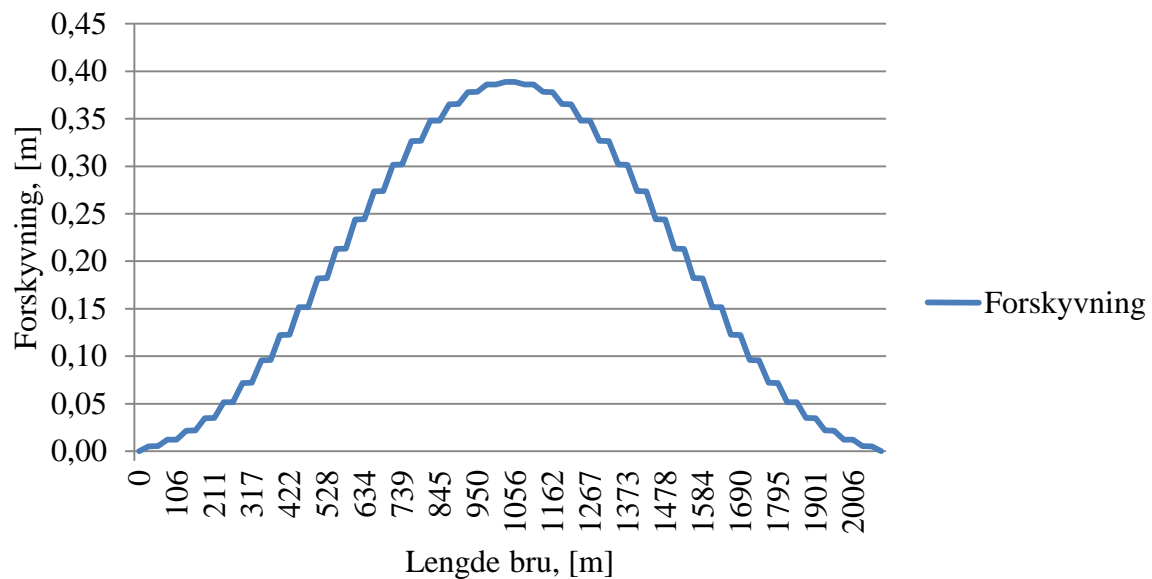
**Forskyvning av brulengde 1689,6 m tilfelle 2**



### Forskyvning av brulengde 2112 m tilfelle 1

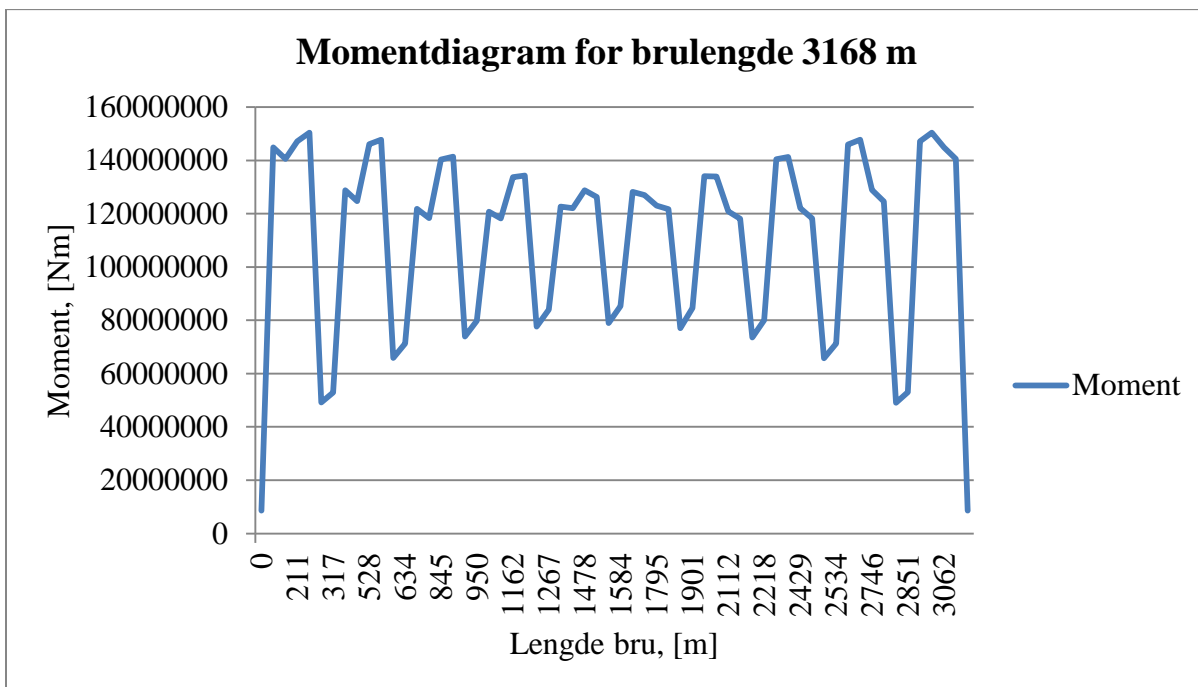
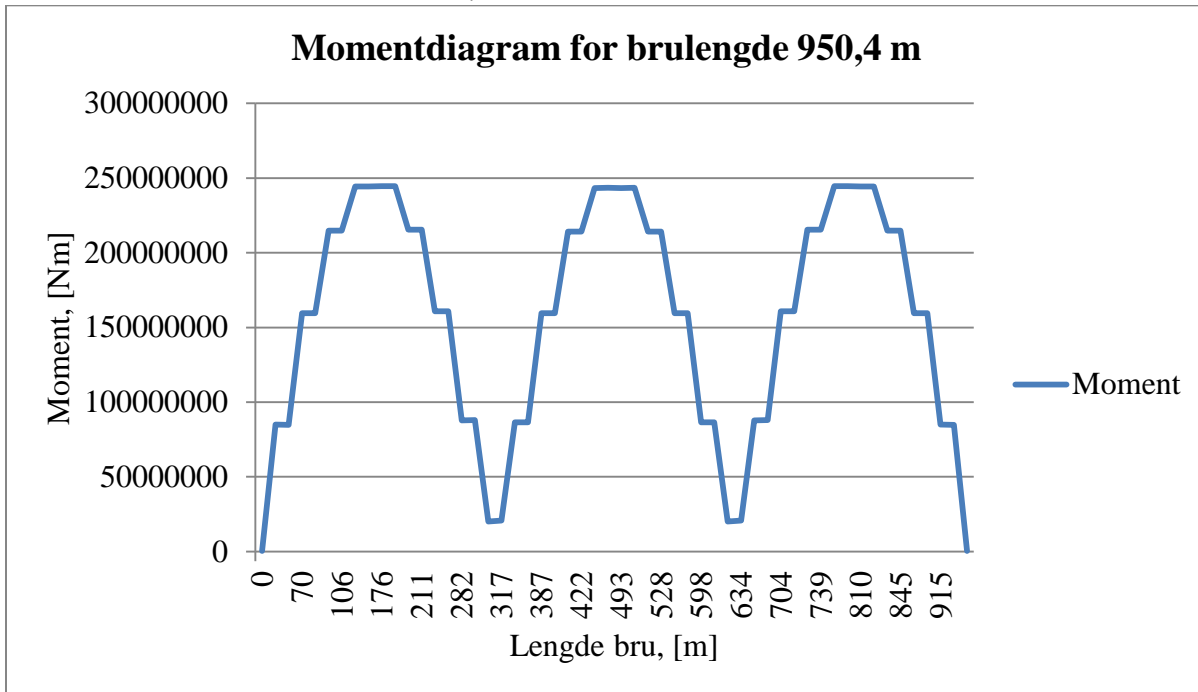


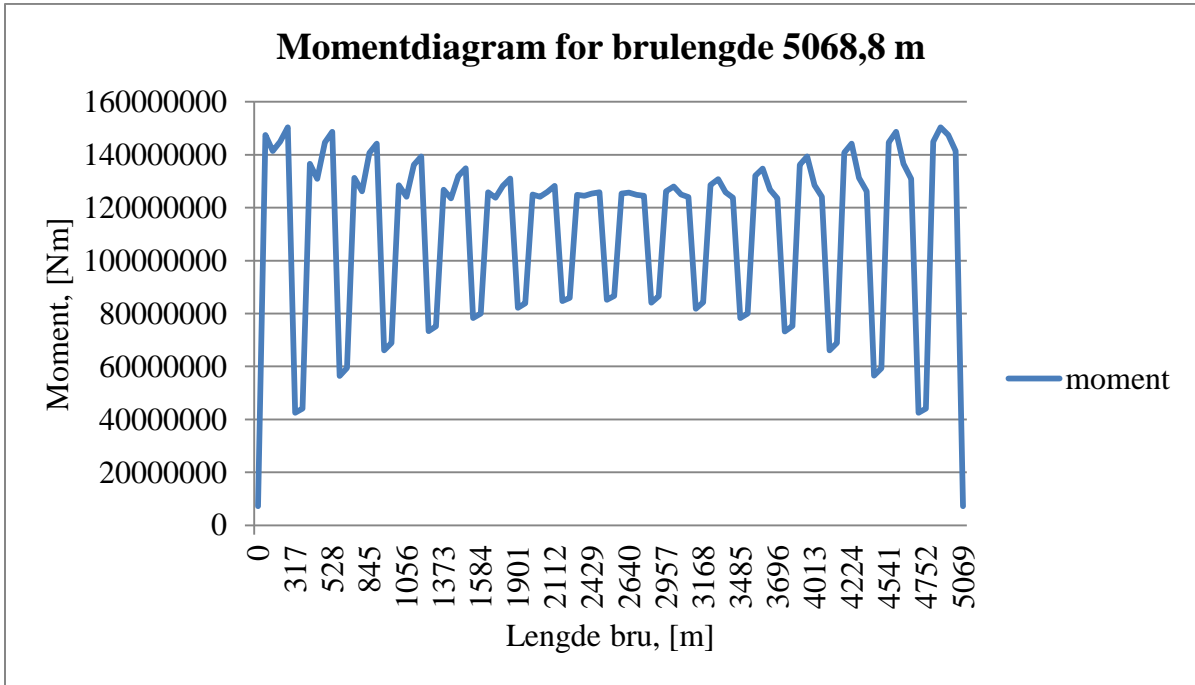
### Forskyvning av brulengde 2112 m tilfelle 2



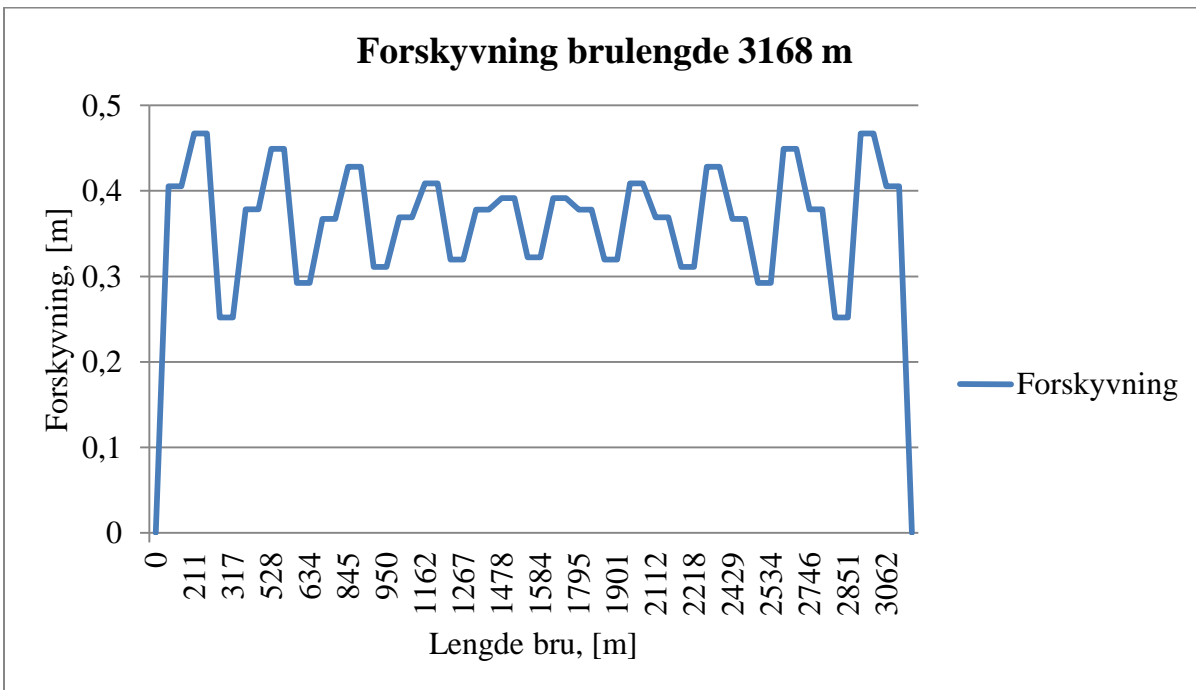
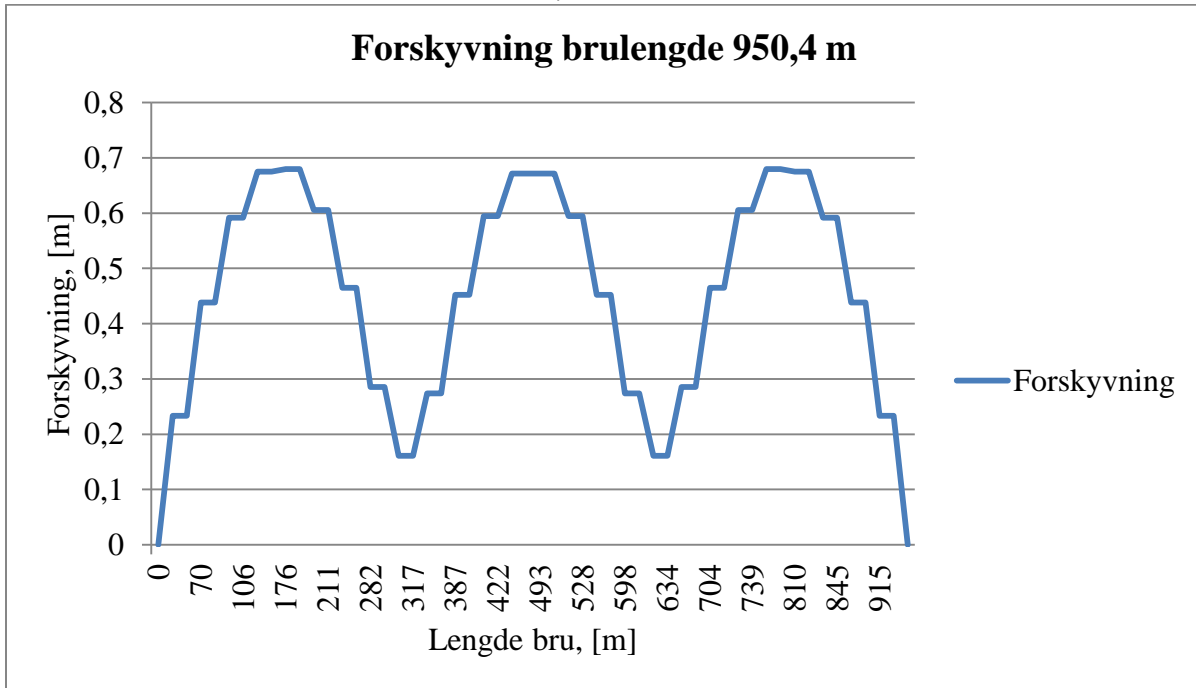
## B RETTE BRUER MED SIDEFORANKRING

### B.1 MOMENT PÅ GRUNN AV BØLGER

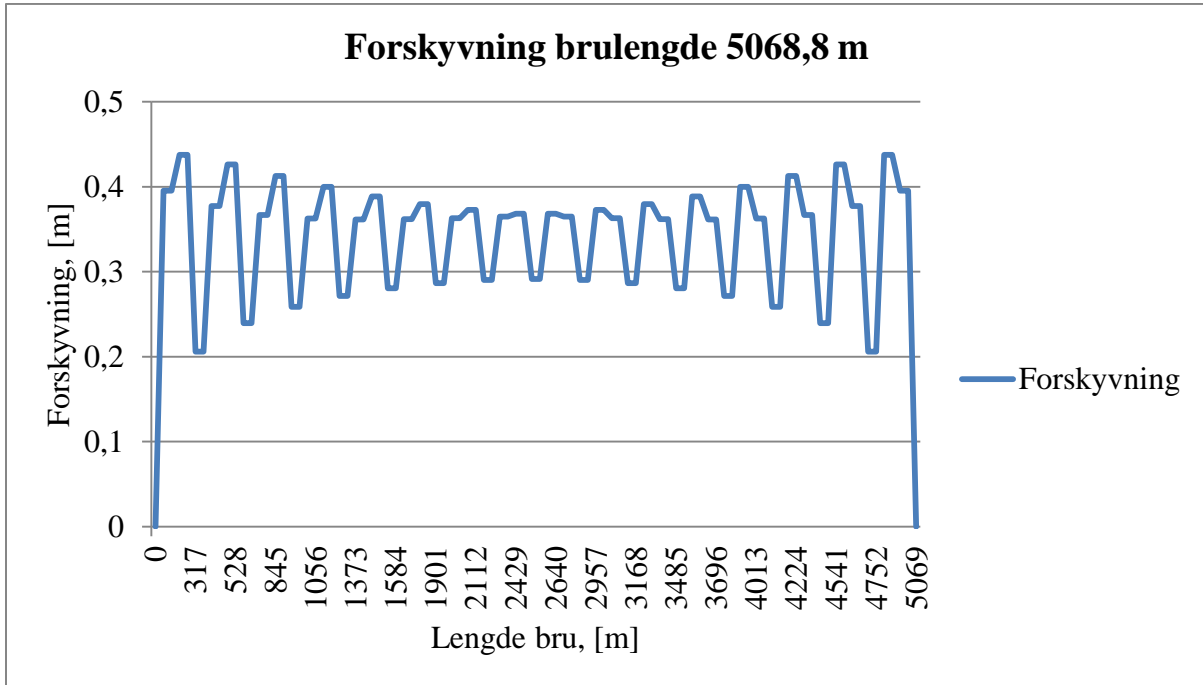




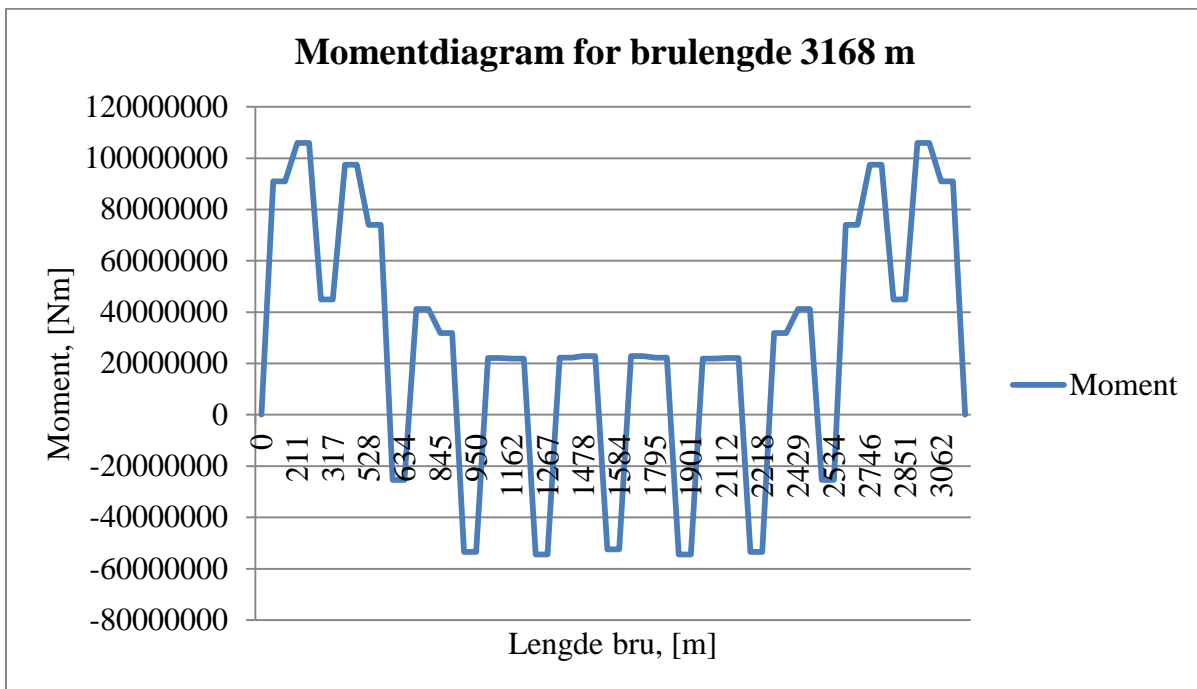
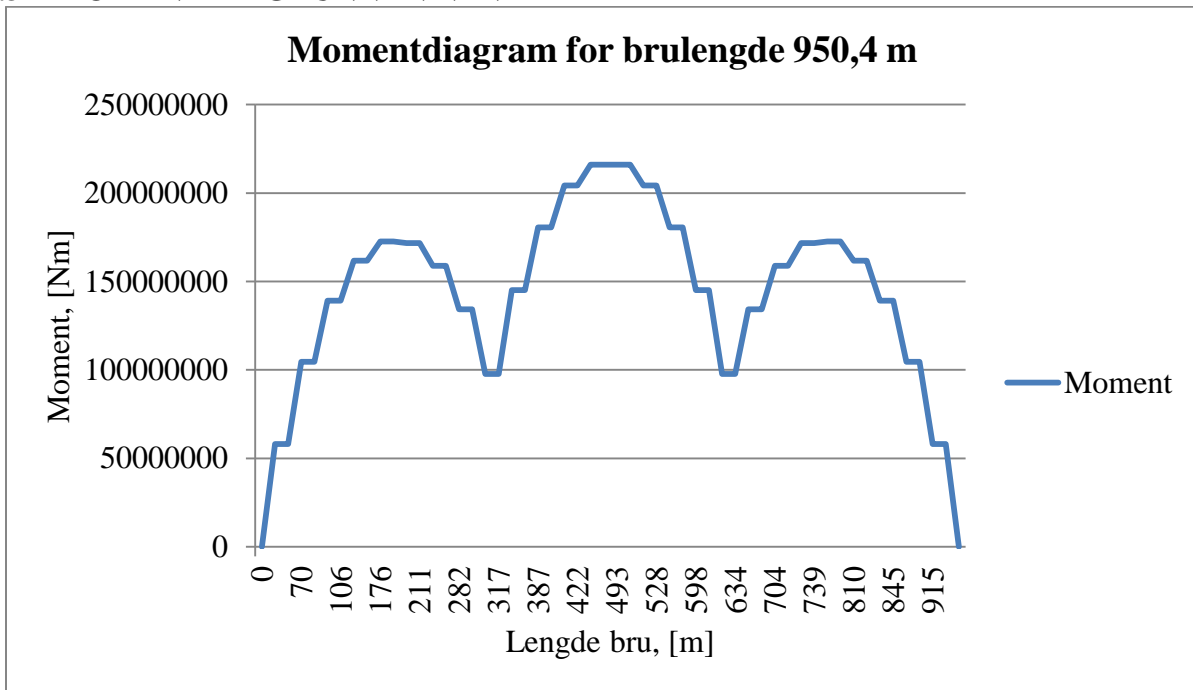
## B.2 FORSKYVNING PÅ GRUNN AV BØLGER

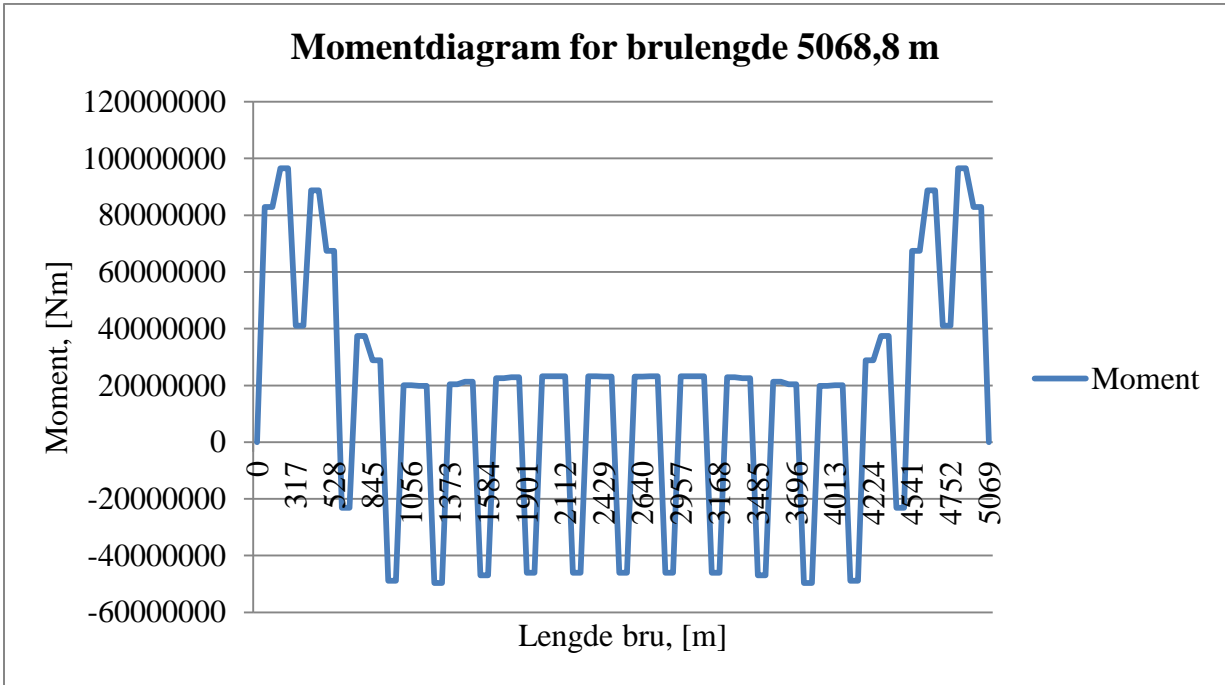




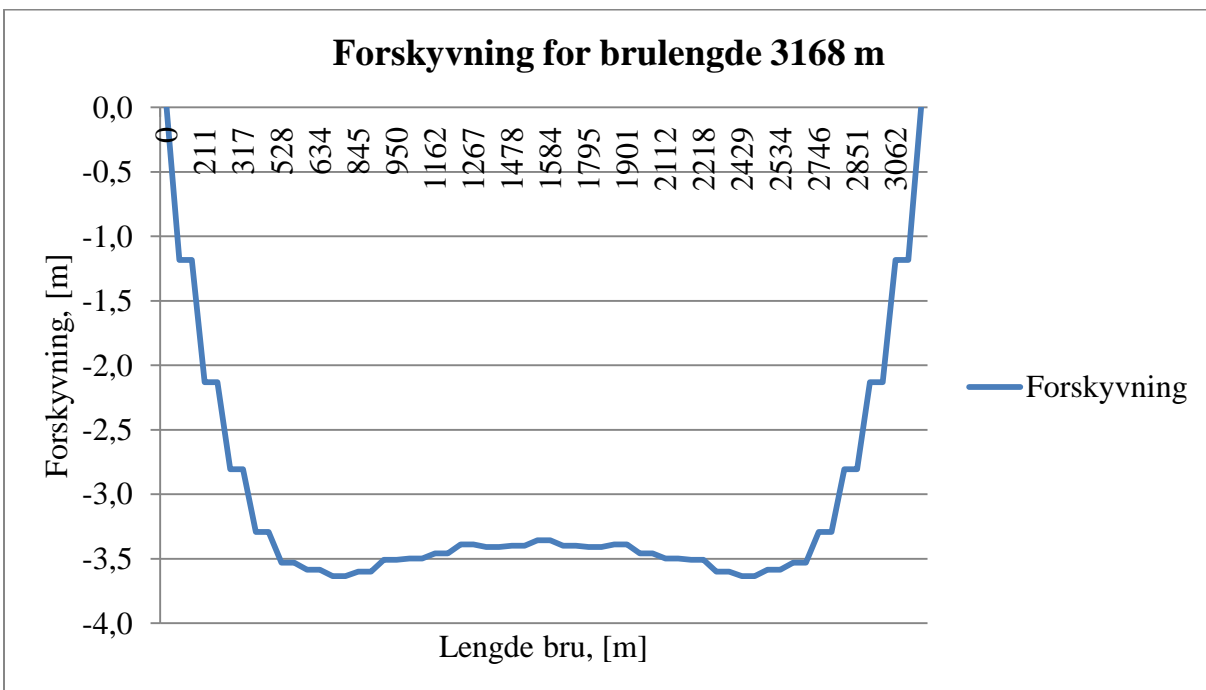
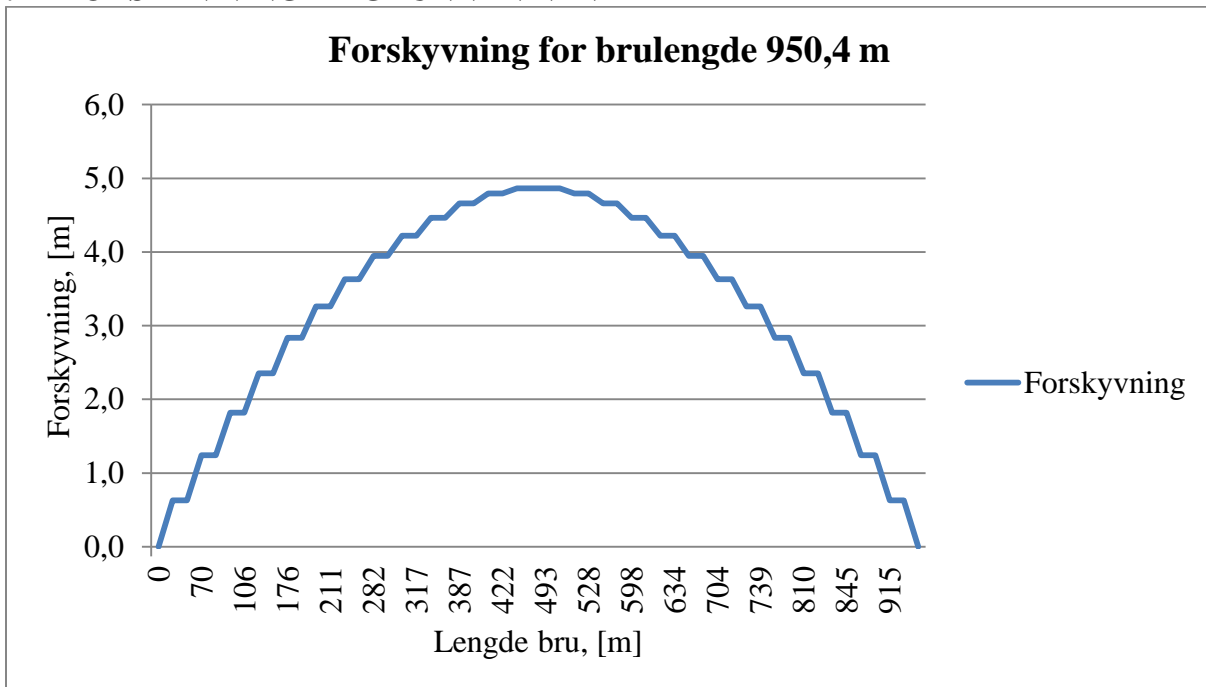


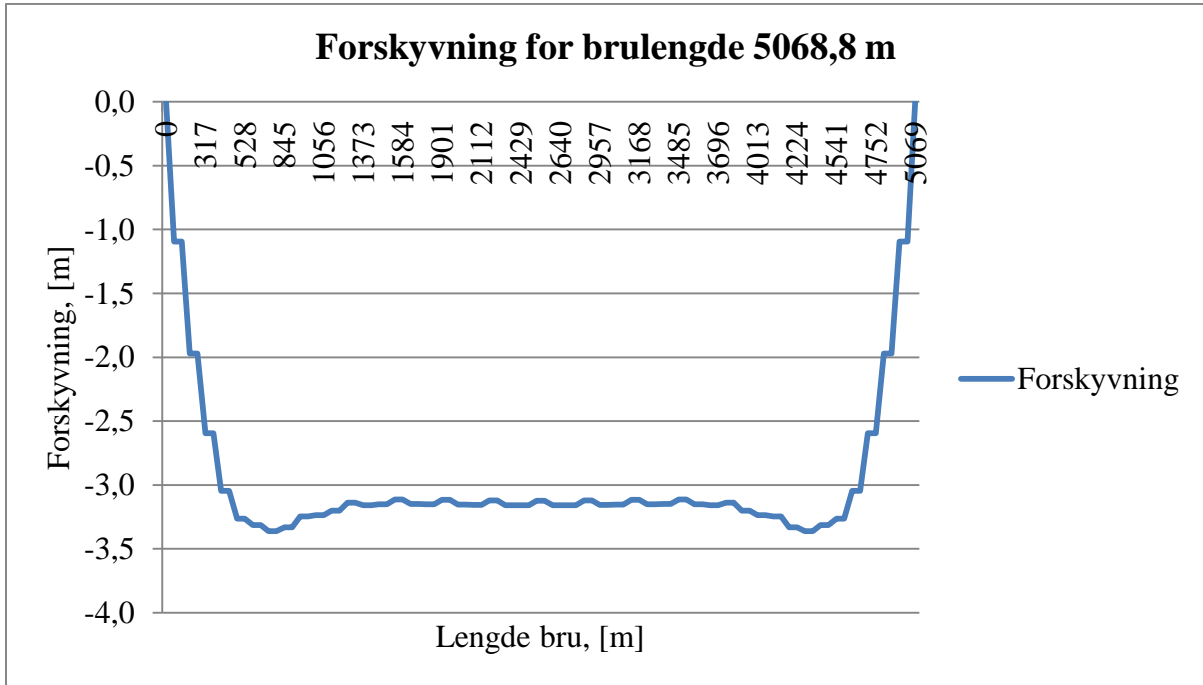
### B.3 MOMENT PÅ GRUNN AV VIND





#### B.4 FORSKYVNING PÅ GRUNN AV VIND





## **C RESPONS I SVAI OG HIV HÅNDBEREGNET**



### Respons i svai:

Bruker svingform nr. 3. Den ligger nærmest peakperioden til bølgene.

$$\phi(x) := \sin\left(\frac{3\pi \cdot x}{L_{bru}}\right)$$

Bølgefrequens:  $\omega := 1.309 \frac{1}{s}$

Modal stivhet:

$$K_m := \frac{(3\pi)^4 \cdot E \cdot I_z}{2 \cdot (L_{bru})^3} \quad K_m = 2.441 \times 10^7 \frac{N}{m}$$

Modal masse:

$$M_m := \frac{1}{2} \cdot m_b \cdot L_{bru} + m_{ps} \cdot \Sigma \quad M_m = 1.022 \times 10^7 \cdot kg$$

Modal demping:

$$C_m := B_y \cdot \Sigma \quad C_m = 3.642 \times 10^6 \frac{kg}{s}$$

Modal frekvensresponsfunksjon:

$$Y_s := \frac{1}{\sqrt{[K_m - (\omega^2 \cdot M_m)]^2 + (\omega \cdot C_m)^2}} \quad \xi := \frac{C_m}{[2 \cdot \sqrt{(M_m \cdot K_m)}]} = 0.115$$
$$\frac{2 \cdot \xi}{0.2282\pi} = 0.161$$

$$Y_s = 1.193 \times 10^{-7} \frac{m}{N}$$



$$F_Y = 1.76 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Maksimal forskyvning blir:

$$\Delta y_s := F_Y \cdot Y_s \cdot H_s \cdot \sqrt{\Sigma}$$

$$\Delta y_s = 0.42\text{m}$$

Maksimal svaimoment:

$$M_Z := \Delta y_s \cdot \left( \frac{3 \cdot \pi}{L_{bru}} \right)^2 \cdot E \cdot I_Z$$

$$M_Z = 195.012 \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$M_Z = 1.95 \times 10^8 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

Moment - forskyvning forhold:

$$\frac{M_Z}{\Delta y_s} = 4.644 \times 10^8 \text{N}$$

### Respons i hiv:

Bruker svingeform nr. 4. Den ligger nærmest peakperioden til bølgene.

$$\phi_h(x) := \sin\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot x}{L_{bru}}\right)$$

$$\omega = 1.309 \frac{1}{s}$$

Modal stivhet:

$$K_{mh} := \frac{(4 \cdot \pi)^4 \cdot E \cdot I_y}{2 \cdot L_{bru}^3} + K_p \cdot \Sigma$$

$$K_{mh} = 5.987 \times 10^7 \frac{N}{m}$$

Modal masse;

$$M_{mh} := \frac{1}{2} \cdot m_b \cdot L_{bru} + m_{ph} \cdot \Sigma$$

$$M_{mh} = 2.802 \times 10^7 \text{ kg}$$

Modal demping:

$$C_{mh} := B_z \cdot \Sigma = 2.726 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{s}$$

Modal frekvensfunksjon:

$$Y_h(\omega) := \frac{1}{\sqrt{\left(K_{mh} - \omega^2 \cdot M_{mh}\right)^2 + \left(\omega \cdot C_{mh}\right)^2}}$$

$$Y_h(\omega) = 8.073 \times 10^{-5} \frac{m}{kN}$$

Maksimal forskyvning:

$$\Delta z := F_z \cdot Y_h(\omega) \cdot H_s \cdot \sqrt{\Sigma}$$

$$\Delta z = 0.225 \text{ m}$$

Maksimalt hivmoment:

$$M_y := \Delta z \cdot \left(\frac{4 \cdot \pi}{L_{bru}}\right)^2 \cdot E \cdot I_y$$

$$M_y = 86.438 \text{ MN} \cdot \text{m}$$