

Ikke-lineær tverrsnittsdimensjonering av betongskall

Renate Aspelund

Bygg- og miljøteknikk (2 årig)

Innlevert: juni 2013

Hovedveileder: Jan Arve Øverli, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2013

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsteknikk	DATO: 10.06.2013	ANTALL SIDER: 45 sider + 16 sider vedlegg
------------------------------------	---------------------	--

TITTEL:

Ikke-lineær tverrsnittsdimensjonering av betongskall

Non-linear cross-sectional analysis of concrete shells

UTFØRT AV:

Renate Aspelund



SAMMENDRAG:

Denne masteroppgaven går i hovedsak ut på å lage et dataprogram for kontroll av kapasiteten til betongskall. Til denne kontrollen benyttes iterasjonsmetoden. I tillegg til dataprogrammet er det i masteroppgaven lagd en brukermanual og det er skrevet om iterasjonsmetoden og verifiseringen av programmet. En beregningsmetode for dimensjonering av betongskall fra NS-EN 1992-2, vedlegg LL, sandwichmodellen, er også beskrevet i oppgaven.

Dataprogrammet er lagd i MATLAB, og brukermanualen til dataprogrammet er et eget kapittel i denne oppgaven. Manualen forklarer alle steg i beregningene og er lett å følge.

For å verifisere programmet har det blitt gjort tre tester hvor man på forhånd vet hva svaret skal bli. Den første testen er en trykktest for testing av betongberegningene i programmet. Den andre testen er en test med et momentpåkjent tverrsnitt som tester armeringsberegningene. Den tredje testen er en totaltest som sammenligner resultatene fra et tilsvarende program med resultatene fra denne oppgavens program. Denne siste testen er gjennomført for å sjekke at hele programmet virker slik det skal.

Resultatene fra testene stemmer ikke 100 % med resultatene fra denne oppgavens dataprogram, men siden avvikene er små kan man konkludere med at dataprogrammet fungerer slik det er forventet.

FAGLÆRER: Jan Arve Øverli

VEILEDER(E): Jan Arve Øverli

UTFØRT VED: Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet, institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne masteroppgaven er den avsluttende oppgaven på Bygg- og miljøteknikk, 2-årig master, ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU. Oppgaven har blitt gjennomført i 4. semester og har blitt gjennomført på 20 uker.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder, Jan Arve Øverli, som kom opp med denne oppgaven og som har gitt meg god veiledning gjennom denne våren. Jeg vil også rette en takk til Håvard Nedrelid som hjalp meg når jeg stod fast i MATLAB.

Trondheim, 10.06.2013

Renate Aspelund

Sammendrag

Denne masteroppgaven går i hovedsak ut på å lage et dataprogram for kontroll av kapasiteten til betongskall. Til denne kontrollen benyttes iterasjonsmetoden. I tillegg til dataprogrammet er det i masteroppgaven lagd en brukermanual og det er skrevet om iterasjonsmetoden og verifiseringen av programmet. En beregningsmetode for dimensjonering av betongskall fra NS-EN 1992-2, vedlegg LL, sandwichmodellen, er også beskrevet i oppgaven.

Dataprogrammet er lagd i MATLAB, og brukermanualen til dataprogrammet er et eget kapittel i denne oppgaven. Manualen forklarer alle steg i beregningene og er lett å følge.

For å verifisere programmet har det blitt gjort tre tester hvor man på forhånd vet hva svaret skal bli. Den første testen er en trykktest for testing av betongberegningene i programmet. Den andre testen er en test med et momentpåkjent tverrsnitt som tester armeringsberegningene. Den tredje testen er en totaltest som sammenligner resultatene fra et tilsvarende program med resultatene fra denne oppgavens program. Denne siste testen er gjennomført for å sjekke at hele programmet virker slik det skal.

Resultatene fra testene stemmer ikke 100 % med resultatene fra denne oppgavens dataprogram, men siden avvikene er små kan man konkludere med at dataprogrammet fungerer slik det er forventet.

Summary

This thesis is mainly about making a software program for checking the capacity of concrete shells. To provide this check the iteration method is used. In addition to the software this thesis consists of an user manual, some theory about the iteration method and verifications of the software. A method for design of concrete shells given in NS-EN 1992-2, annex LL, the sandwich model, is also described in this thesis.

The software is created in MATLAB and the user manual is a chapter in this thesis. The manual explains all the steps in the calculation and is easy to follow.

In order to qualify the software three tests with known results have been done. The first test is a pressure test for testing the concrete calculations in the program. The second test is a test on a cross section with a bending moment, which tests the reinforcement calculations. The third test is an overall test that compares the results of a similar program with the results of this thesis program. This last test is performed to ensure that the software operates properly.

The results of the tests do not match 100% with the results of this thesis software, but since the differences are minor, one can conclude that the software is working as expected.

Innhold

Forord	I
Sammendrag	III
Summary	IV
Symboler.....	VII
1. Innledning.....	1
2. Teorigrunnlag	3
2.1. Dimensjonering av betongskall	3
2.2. Iterasjonsmetoden	6
3. Dataprogrammet.....	13
3.1. Brukermanual.....	13
3.2. Verifisering av dataprogrammet	24
3.2.1. Test av betong.....	24
3.2.2. Test av armering.....	37
3.2.3. Test av iterasjonsmetoden.....	41
4. Oppsummering og konklusjon	44
5. Referanser	45
Vedlegg 1: Oppgaveteksten	46
Vedlegg 2: Resultatet fra test av betong.....	47
Vedlegg 3: Resultatet fra test av armering	58
Vedlegg 4: Resultatet fra test av iterasjonsmetoden.....	60
Vedlegg på CD: Dataprogrammet	

Symboler

Store latinske bokstaver

I oppgaven I programmet

A_{ci}	A_{ci}	matrise som omdanner tverrsnittsmidtplanets tøyninger og krumninger til betonglamellenes tøyning
A_{sj}	A_{sj}	matrise som omdanner tverrsnittsmidtplanets tøyninger og krumninger til armeringslagenes tøyning
A_{sx1}	A_{sx1}	armering i x-retning, nederste lag
A_{sx2}	A_{sx2}	armering i x-retning, øverste lag
A_{sy1}	A_{sy1}	armering i y-retning, nederste lag
A_{sy2}	A_{sy2}	armering i y-retning, øverste lag
C_{c0}	C_{c0}	betonglamellenes materialmatrise før loop
C_{ck}	C_{ck}	betonglamellenes materialmatrise i loop i global retning
C_{sx0}	C_{sx0}	armeringslagenes materialmatrise i x-retning før loop
C_{sxx}	C_{sxx}	armeringslagenes materialmatrise i x-retning i loop i global retning
C_{sy0}	C_{sy0}	armeringslagenes materialmatrise i y-retning før loop
C_{syk}	C_{syk}	armeringslagenes materialmatrise i y-retning i loop i global retning
E_{11}	E_{11}	elastisitetsmodul for betong i x-retning i loop
E_{12}	E_{12}	elastisitetsmodul for betong i xy-retning i loop
E_{22}	E_{22}	elastisitetsmodul for betong i y-retning i loop
E_{cd}	E_{cd}	dimensjonerende elastisitetsmodul for betong før loop
E_{cm}	E_{cm}	sekantmodul, elastisitetsmodul for betong før loop
E_{sxj}	E_{sxj}	elastisitetsmodul for armeringslag i x-retning før og i loop
E_{syj}	E_{syj}	elastisitetsmodul for armeringslag i y-retning før og i loop
K	K	tverrsnittets stivhetsmatrise
K_c	K_c	betongens stivhetsmatrise
K_s	K_s	armeringens stivhetsmatrise
K_{sx}	K_{sx}	armeringens stivhetsmatrise i x-retning
K_{sy}	K_{sy}	armeringens stivhetsmatrise i y-retning
R	R	den ytre kraftvektoren
S	S	den indre kraftvektoren
S_c	S_c	betongens bidrag til den indre kraftvektoren
S_s	S_s	armeringens bidrag til den indre kraftvektoren
$T_{eci}(\theta_{ci})$	$T_{epscithtaci}$	transformasjonsmatrise for betonglamell
$T_{esj}(\alpha_{sj})$	$T_{epssjalfasj}$	transformasjonsmatrise for armeringslag

Små latinske bokstaver

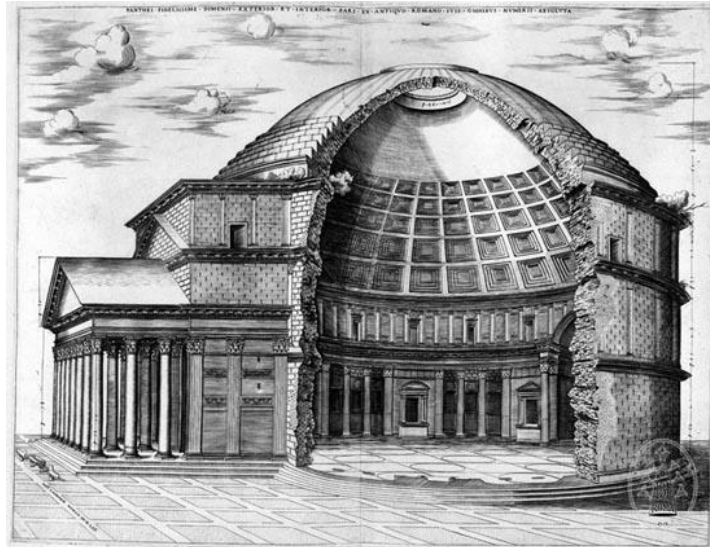
I oppgaven	I programmet	
c_1	$c1$	overdekning, avstand fra underkanttverrsnitt til mellom A_{sx1} og A_{sy1}
c_2	$c2$	overdekning, avstand fra overkanttverrsnitt til mellom A_{sx2} og A_{sy2}
C_{ck}	cck	betonglamellenes materialmatrise i loop i lokal retning
C_{sxx}	$csxx$	armeringslagenes materialmatrise i x-retning i loop i lokal retning
C_{syk}	$csyk$	armeringslagenes materialmatrise i y-retning i loop i lokal retning
f_{cd}	fcd	dimensjonerende betongtrykkfasthet
f_{ck}	fck	betongens karakteristiske sylindetrykkfasthet etter 28 døgn
f_{cm}	fcm	middelverdi av betongens sylindetrykkfasthet
f_{yd}	fyd	armeringens dimensjonerende flytegrense
f_{yk}	fyk	armeringens karakteristiske flytegrense
h	h	tykkelsen på betongskallet
k	k	antall ganger beregningene har gått, $k-1$ =antall ganger i loop
m_x	mx	bøyemoment i x-retning
m_{xy}	mxy	bøyemoment i xy-retning
m_y	my	bøyemoment i y-retning
n	n	antall betonglameller i tverrsnittet
n_c	nc	eksponent, brukt i spenningsformel for betong
n_x	nx	membrankrefter i x-retning
n_{xy}	nxy	membrankrefter i xy-retning
n_y	ny	membrankrefter i y-retning
x	x	differansen mellom den ytre og den indre kraftvektoren
z_{ci}	zci	betonglamellenes indre momentarm, avstand fra skalltverrsnittets midtplanet til lamellens midtplan
zC_c	zCc	summen av betonglamellenes materialmatrise multiplisert med minus deres momentarm, z_{ci}
zzC_c	$zzCc$	summen av betonglamellenes materialmatrise multiplisert med deres momentarm opphøyd i andre, z_{ci}^2
z_{s1}	$zs(1)$	armeringslag 1 sin indre momentarm, avstand fra skalltverrsnittets midtplanet til mellom A_{sx1} og A_{sy1}
z_{s2}	$zs(2)$	armeringslag 2 sin indre momentarm, avstand fra skalltverrsnittets midtplanet til mellom A_{sx2} og A_{sy2}
zC_{sx}	$zCsx$	summen av armeringslagenes materialmatrise i x-retningen multiplisert med minus deres momentarm, z_s
zC_{sy}	$zCsy$	summen av armeringslagenes materialmatrise i y-retningen multiplisert med minus deres momentarm, z_s
zzC_{sx}	$zzCsx$	summen av armeringslagenes materialmatrise i x-retningen multiplisert med deres momentarm opphøyd i andre z_s^2
zzC_{sy}	$zzCsy$	summen av armeringslagenes materialmatrise i y-retningen multiplisert med deres momentarm opphøyd i andre, z_s^2

Små greske bokstaver

I oppgaven	I programmet	
α_1	alfa(1)	vinkel mellom armering i nederste lag og x-retning, i grader
α_2	alfa(2)	vinkel mellom armering i øverste lag og x-retning, i grader
α_{sj}	alfasj	vinkel mellom armering i et lag og x-retning, i radianer
β	beta	konvergenskriteriet mellom den ytre og den indre kraftvektoren
ϵ_{ci}	epsci	tøyningen innad i en betonglamell i global retning
ϵ_{c2}	epsc2	tøyningen til betong idet maksimalspenningen nås
ϵ_{cu2}	epscu2	tøyningsgrensen til betong i bruddtilstanden
ϵ_{cxi}	epscxi	tøyning i betongen i x-retning i global retning
ϵ_{cyi}	epscy	tøyning i betongen i y-retning i global retning
ϵ_{pci}	epspci	tøyningen i betonglamellene i lokal retning
ϵ_{psj}	epspsj	tøyningen i armeringslagene i lokal retningen
ϵ_{sj}	epsj	tøyningen i armeringslagene i global retning
ϵ_t	epst	tøyning og krumning i midten av skalltverrsnittet
η_c	etac	forholdet mellom tøyning i en betonglamell og tøyningen idet betongens maksimal spenning nås
γ_c	gammac	materialfaktor for betong
γ_{cxyi}	gammacxyi	tøyning i betongen i xy-retning i global retning
γ_s	gammass	materialfaktor for armeringsstål
κ	kappa	krumning
ν_c	vc	poissons tall for betong
σ_{ci}	sigci	spenning i betonglamellene i global retning
σ_{sj}	sigsj	spenningen i armeringslagene i global retning
σ_{pci}	sigpci	spenning i betonglamellene i lokal retning
σ_{psj}	sigpsj	spenningen i armeringslagene i lokal retning
θ_{ci}	thetaci	vinkelen mellom betonglamellens lokal retning og skallets global retning

1. Innledning

Betong er et mye benyttet byggemateriale, men betongskall er ikke like vanlig. Skallkonstruksjoner kan man se flere steder i verden og det eldste kjente betongskallet er Panteon i Roma, som var ferdig i år 125 etter Kristus, se figur 1.1. Betongen som ble brukt bestod av brent kalk, vulkansk aske og knust teglstein [1] og skallet er uarmert. Betongskallene som man benytter i dag ble utviklet på 1920-tallet hvor skallet ble selvbærende ved å benytte armert betong [2].



Figur 1.1: Bilde av Panteon i Roma, Italia, [3].

Betongskall er definert som elementer som kan ta opp bøye- og membrankrefter, og kreftene blir fordelt i planet [4]. Betongskall kan være rette, enkeltkrummete eller dobbeltkrummet. De rette blir stort sett brukt som fritt fram bygg buer og etteroppspente flatdekker, mens de krummede kan benyttes som for eksempel tak, siloer og som understell på oljeplattformer. Betongskall er som regel tynne i forhold til geometrien til konstruksjonen.

På samme måte som buer, gjør den krummede formen at skall er en naturlig sterk konstruksjon og kan derfor spenne over store områder uten å benytte ekstra støtte, som for eksempel søyler. Dette, i tillegg til dens tynne form, gjør at det reduserer byggekostnader i forhold til andre konstruksjonstyper.

Denne masteroppgaven går i hovedsak ut på å lage et dataprogram for kontroll av kapasiteten til betongskall. Til denne kontrollen benyttes iterasjonsmetoden. Data-programmet er lagd i MATLAB og det har gått med mye tid for å lære dette programmet. I tillegg til dataprogrammet er det i masteroppgaven lagd en brukermanual og det er skrevet om iterasjonsmetoden og verifiseringen av programmet. En beregningsmetode for

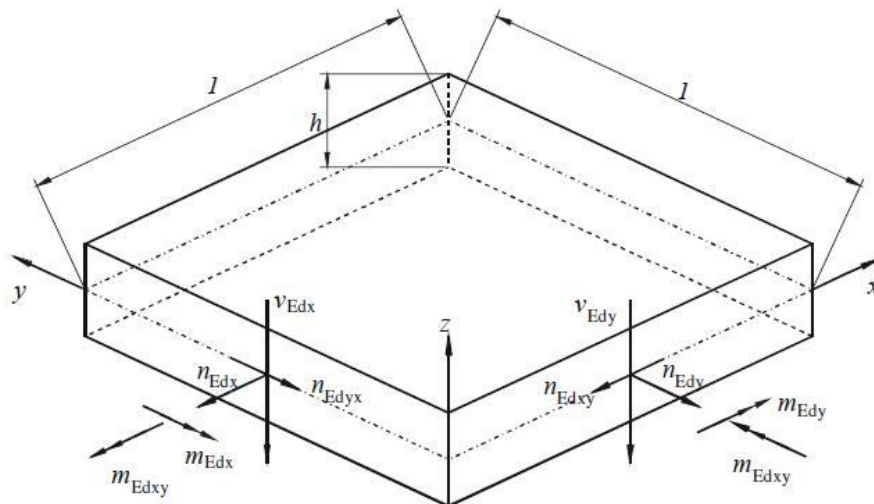
dimensjonering av betongskall fra NS-EN 1992-2, vedlegg LL, sandwichmodellen [5], er også beskrevet i oppgaven.

Oppsettet i oppgaven er slik at det er meningen at man kan benytte programmet kun ved å følge brukermanualen. Teoridelen om iterasjonsmetoden og brukermanualen vil inneholde mye av det samme. Teoridelen om iterasjonsmetoden vil inneholde mer utfyllende teori, mens brukermanualen vil inneholde mer praktisk bruk av programmet. Hvis man føler at brukermanualen ikke er tilstrekkelig for å skjønne all teori, kan man gå inn i teoridelen for mer påfyll.

2. Teorigrunnlag

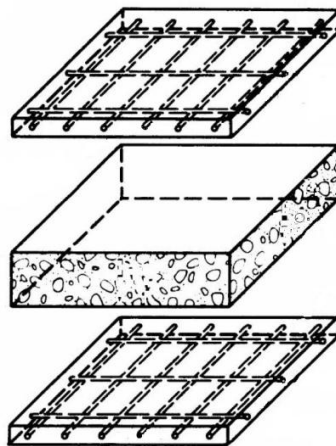
2.1. Dimensjonering av betongskall

Dimensjonering av betongskall går i hovedsak ut på å finne nødvendige armeringsmengder ved å se på de 8 snittkreftene som virker i planet. Disse snittkreftene er 3 membrankrefter, n_x , n_y , $n_{xy}=n_{yx}$, 3 bøyemomenter, m_x , m_y , $m_{xy}=m_{yx}$, og 2 transversale skjærkrefter, v_x og v_y , [6], se figur 2.1.



Figur 2.1: Krefter som virker i skallplanet, [5].

Norsk Standard NS-EN 1992-2: bruer, vedlegg LL [5] viser en metode for dimensjonering av betongskall. Beregningsmetoden benytter sandwichmodellen hvor betongskallet deles inn i tre deler, to ytre og et indre lag. De langsgående armeringsjernene ligger i de ytre lagene, se figur 2.2. Tykkelsen på disse lagene avhenger av overdekningen til armeringen, spenningen i lagene og betongens kapasitet. Tykkelsen på de ytre lagene skal ikke være mindre enn det dobbelte av minimum overdekning [4] hentet fra punkt 4.4.1.2 i NS-EN 1992-1-1 [7]. De ytre lagene dimensjoneres som membranelementer og tar opp membrankreftene og bøyemomentene, mens det indre laget dimensjoneres som en bjelke som tar opp skjærkreftene.



Figur 2.2: Betongskall som er delt i tre lag med langsgående armering i de ytre lagene, [8].

Det første man må gjøre er å finne ut om skallelementer har riss eller ikke. Dette gjøres ved å benytte de lokale spenningene innad i lagene. Hvis ligning LL.101 i EC2-2 [5] er oppfylt er betongen urisset, $\Phi \leq 0$. Den eneste kontrollen man behøver å gjøre av urissede elementer, er å sjekke at spenningene i lagene er mindre enn den dimensjonerende betongtrykkfastheten, f_{cd} . I rissede elementer skal sandwichmodellen benyttes for dimensjonering av lagene hvor tykkelsen på laget og armeringsmengdene beregnes.

Når man skal starte med sandwichmodellen bør man først dimensjonere det indre laget fordi resultatet har innvirkning på de ytre lagene. Dimensjonering av det indre laget gjøres ved å sjekke om skjærkapasiteten er tilstrekkelig i forhold til skjærkreftene som virker på skallet. Skjærkapasiteten beregnes med metoden for konstruksjonsdeler uten beregningsmessig behov for skjærarmering, punkt 6.2.2 i EC2-2 [5], der laget innerholder minimum skjærarmering. Den dimensjonerende skjærkraften til betonglaget finner man ved å kombinere skjærkraften i x- og y-retningen. Hvis kapasiteten til laget ikke er tilstrekkelig trengs det mer skjærarmering enn minimumskravet. Armeringsmengden finner man ved å benytte metoden for konstruksjonsdeler med beregningsmessig behov for skjærarmering, punkt 6.2.3 i EC2-2 [5]. Hvis det kreves mer enn minimum mengde skjærarmering bidrar det til en økning i membrankreftene, se tabell 2.1.

Tabell 2.1: Eksempel på beregning av krefter i ytre lag når indre lag har x mengde armering, [5].

Kraft i ytre lag ved minimumsarmering	Kraft i ytre lag ved behov for mer armering
$n_{Edxs} = n_{Edx} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edx}}{z}$	$n_{Edxs} = n_{Edx} \frac{z - y_s}{z} + \frac{m_{Edx}}{z} + \frac{1}{2} \frac{v_{Edx}^2}{v_{Edo}} \cot\theta$

Beregningene på de ytre lagene begynner med å finne avstanden fra armeringslagenes tyngdepunkt til tverrsnittets midtplan. Når disse er funnet kan man beregne kreftene som virker i de ytre lagene. Kreftene i lagene tas opp av armeringen og betongen. Armeringen tar opp strekk i x- og y-retningen, mens betongen tar opp trykk i betongens lokale retning. Dersom lagets krefter i x- og y-retningene er strekk tas disse kreftene opp av armeringen, men man må sjekke at betongen kan ta opp deler av kreftene fra xy-retningen som virker i betongens lokale retning.

$$\sigma_c = \frac{n_{Edxys}}{t_s * \sin\varphi * \cos\varphi}$$

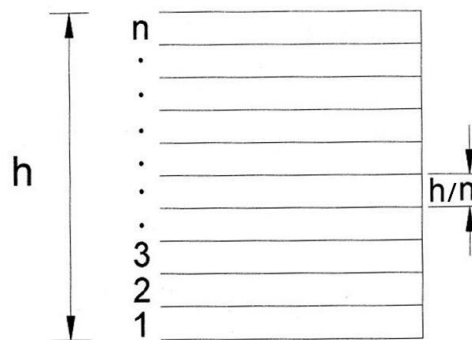
Hvis kapasiteten overskrides må lagets tykkelse øke slik at betongen får økt kapasitet. Hvis det er trykk i laget tar betongen opp disse og man må sjekke at betongens kapasitet er tilstrekkelig. Hvis kapasiteten ikke er tilstrekkelig, kreves det mer betong for å ta opp kreftene og man må da øke tykkelsen på laget.

$$\sigma_c * t_i = \frac{n_{Edxi} + n_{Edyi}}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_{Edxi} - n_{Edyi}}{2}\right)^2 + n_{Edxyi}^2}$$

Dersom tykkelsen på lagene har blitt endret, endres også avstanden fra lagets tyngdepunkt til tverrsnittets midtplan, og kreftene i de ytre lagene endrer seg. Kreftene må beregnes på nytt og man må sjekke at de nye kreftene ikke overskrider betongens kapasitet. Strekkreftene skal tas opp av armeringene og man beregner kreftene i x- og y-retningene som armeringen skal ta opp. Nødvendig armeringsmengde blir så beregnet og hvis det ikke er behov for armering må man huske å legge inn minimumsarmering.

2.2. Iterasjonsmetoden

I hovedtrekk går iterasjonsmetoden ut på å kontrollere kapasiteten til skallkonstruksjoner og metoden er presentert i kompendiet for faget Betongkonstruksjoner 3 på NTNU [4]. Geometri og armeringsmengde er kjent og ved hjelp av de ytre kreftene som virker i skallet finner man tøyning og spenning innad i armeringslagene og i betonglamellene som tverrsnittet er delt inn i, se figur 2.3. Spenningene benyttes så til å beregne den indre kraftvektoren, S , som blir sammenlignet med den ytre kraftvektoren, R . Når differansen mellom den ytre og indre kraftvektoren når konvergenzkriteriet, β , leser man av tøyningen og spenningen i tverrsnittet og sammenligner det med betongens og armeringens kapasitet.



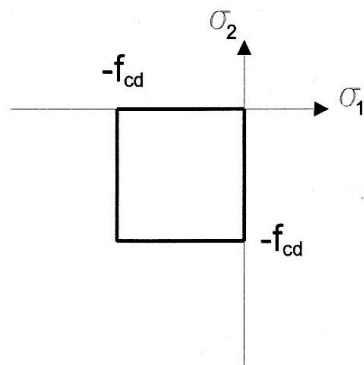
Figur 2.3: Betonglameller, [4].

I forkant av iterasjonsmetoden har det blitt gjort en FEM-analyse hvor man finner de ytre kreftene som virker i skallet, R , ved å benytte de ytre kreftene som virker på konstruksjonen. I iterasjonsmetoden ser man bort i fra skjærkreftene og konsentrerer seg om de langsgående armeringsjernene og betongen. I forkant har tverrsnittet blitt dimensjonert etter for eksempel sandwichmodellen, og armeringsmengden er kjent.

Når man benytter iterasjonsmetoden vil man i starten før man begynner å loope, regne med at betongen og armeringen er lineære materialer. Det vil si at elastisitetsmodulene (e-modulene) til materialene er konstante. E-modulen for betong, E_{cd} , er avhengig av fasthetsklassen til betongen, mens e-modulen til armeringen, E_s , er som regel 200 000 N/mm², se punkt 3.2.7(4) i EC2 [7]. E-modulen benyttes til å finne materialmatrisen, C , som igjen blir brukt til å finne stivhetsmatrisen, K . Betongen antas å være isotropisk lineær elastisk noe som betyr at Hooks lov gjelder og betongens materialmatrise, C_{co} , blir:

$$C_{co} = \frac{E_{cd}}{1 - \nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu_c}{2} \end{bmatrix}$$

Ved å anta at Poissons tall, ν_c , er 0 i bruddgrensetilstanden sier man at de to lokalretningene til betongens spenning er ukoblet, se figur 2.4.



Figur 2.4: Biaksial bruddkriterium for betong, [4].

Armeringens materialmatrise, C_{s0} , er satt sammen av armeringens e-moduler som representerer to endimensjonale tøyings-spenningsforhold.

$$C_{s0} = \begin{bmatrix} E_{sx} & 0 & 0 \\ 0 & E_{sy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow C_{sx0} = \begin{bmatrix} E_{sx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ og } C_{sy0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{sy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Stivhetsmatrisene finner man ved å benytte materialmatrisen og avstanden fra hver betonglamell/armeringslag til midten av tverrsnittet, z . Stivhetsmatrisene til betong vil se slik ut:

$$K_c = \sum_{i=1}^n \Delta h * A_i^T * C_{0i} * A_i = \Delta h \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} C_{c0i} & -z_{ci} * C_{c0i} \\ -z_{ci} * C_{c0i} & z_{ci}^2 * C_{c0i} \end{bmatrix}$$

Stivhetsmatrisen til armering er avhengig av armeringsmengden i retningene og lagene, og armeringens stivhetsmatrise blir slik:

$$K_s = \sum_{j=1}^m (A_{sxj} * \begin{bmatrix} C_{sxj} & -z_{sj} * C_{sxj} \\ -z_{sj} * C_{sxj} & z_{sj}^2 * C_{sxj} \end{bmatrix} + A_{syj} * \begin{bmatrix} C_{syj} & -z_{sj} * C_{syj} \\ -z_{sj} * C_{syj} & z_{sj}^2 * C_{syj} \end{bmatrix})$$

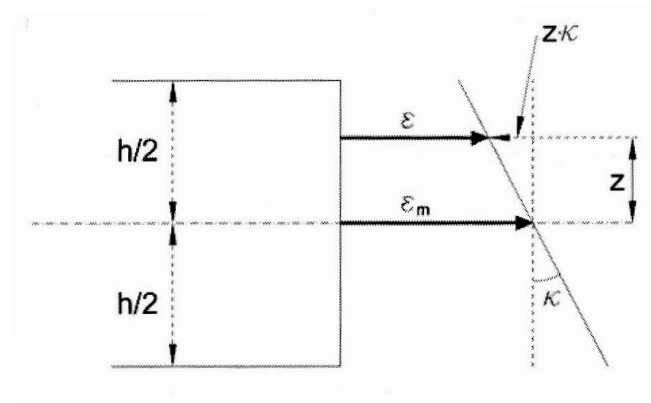
Stivhetsmatrisen for hele tverrsnittet er betongens bidrag addert med armeringens bidrag.

$$K = K_c + K_s$$

Videre blir stivhetsmatrisen, K , og vektoren med de ytre kreftene, R , benyttet til å finne tøyningen, ε_m , og krumningen, κ , i tverrsnittets midtplan.

$$\varepsilon_t = K^{-1} * R = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm} \\ \varepsilon_{ym} \\ \gamma_{xym} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

Spenningsene i planene er basert på Kirchoffs hypotese om at spenningen er lineært fordelt over hele tverrsnittet. For å finne tøyningene i de forskjellige betonglamellene, ε_{ci} , blir avstanden fra tverrsnittets midtpunkt til lamellens midtpunkt, z_{ci} , multipliser med krumningen, κ , som blir subtrahert fra tøyningen i midten av tverrsnittet, ε_t , se formel og figur 2.5. Tilsvarende metode benyttes også for å finne tøyningene i armeringslagene, ε_{sj} .



Figur 2.5: Tøyningsfordeling i en skallamell, [4].

$$\varepsilon_{ci} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xi} \\ \varepsilon_{yi} \\ \gamma_{xyi} \end{bmatrix} = \varepsilon_m - z * \kappa = A_{ci} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z_{ci} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z_{ci} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -z_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm0} \\ \varepsilon_{ym0} \\ \gamma_{xym0} \\ \kappa_{x0} \\ \kappa_{y0} \\ \kappa_{xy0} \end{bmatrix}$$

For å finne spenningen i betonglamellene og armeringslagene benyttes tøyningene i de lokale hovedretningene.

$$\varepsilon_{pci} = T_{\varepsilon_{ci}}(\theta_i) * \varepsilon_{ci}$$

Tøyningene i betonglamellene, ε_{ci} , og armeringen, ε_{sj} , blir multiplisert med en transformasjonsmatrise, $T_{\varepsilon_{ci}}(\theta_i)$ og $T_{\varepsilon_{sj}}(\alpha_{sj})$, som man finner ved å benytte vinkelen mellom de globale hovedaksene, x- og y-retningen til tverrsnittet, og de lokale hovedaksene til materiallagene/-lamellene. For armeringen bestemmer man denne vinkelen når man legger

armeringen. Som regel blir armeringen lagt i x- og y-retningen, og vinkelen mellom lokal og global akse, α_j , er 0. Betongens vinkel, θ_i , beregner man ved å benytte tøyningene i betonglamellene, ε_{ci} .

$$T_{eci}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_i & \sin^2 \theta_i & \sin \theta_i \cos \theta_i \\ \sin^2 \theta_i & \cos^2 \theta_i & -\sin \theta_i \cos \theta_i \\ 2\sin \theta_i \cos \theta_i & 2\sin \theta_i \cos \theta_i & \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i \end{bmatrix}$$

$$\theta_i = \frac{1}{2} * \tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{xyi}}{\varepsilon_{xi} - \varepsilon_{yi}}\right)$$

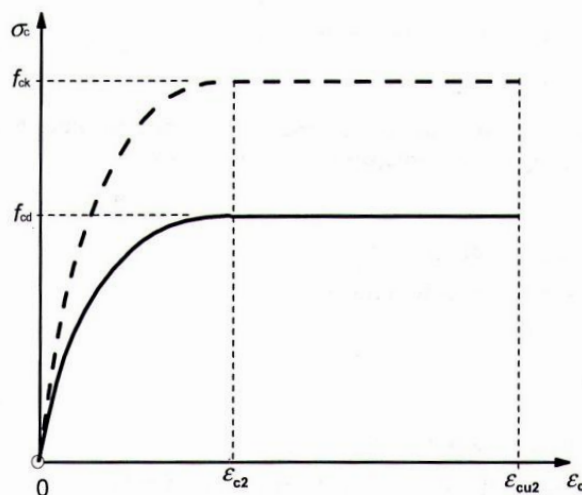
Kravene til spenningen i de enkelte betonglamellene og armeringen ut i fra en gitt tøyning, er ikke lik for betongen og armeringen. Betongens spenning, σ_{pci} , finner man ved å benytte punkt 3.1.7: Spennings- tøyningssammenheng for dimensjonering av tverrsnitt, i EC2, [7].

$$\sigma_{pci} = f_{cd} * (1 - (1 - \eta_{ci})^{n_c})$$

Tøyningen til de enkelte betonglamellene i deres lokalretning, ε_{pci} , benyttes til å finne lamellenes spenning.

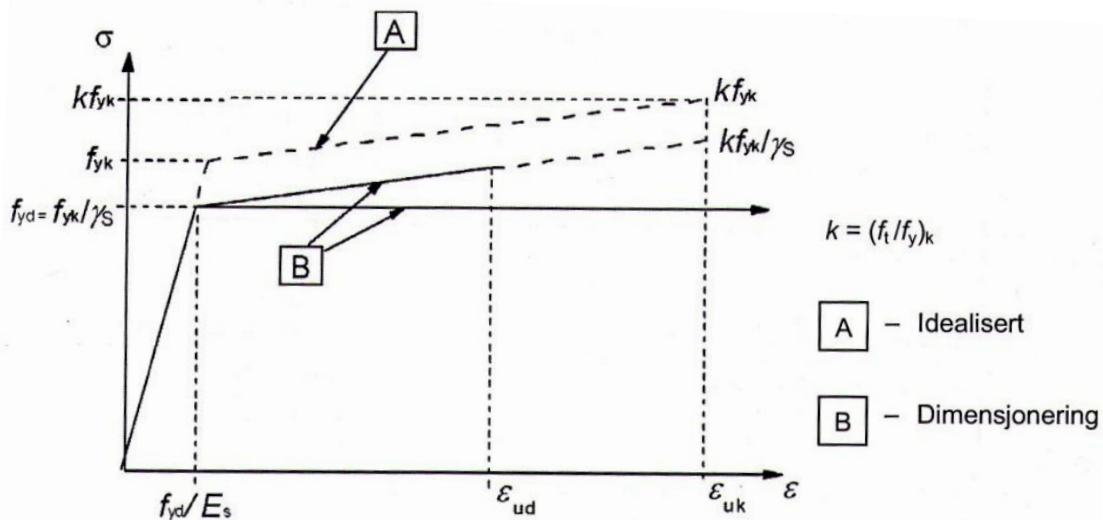
$$\eta_{ci} = \frac{\varepsilon_{pci}}{\varepsilon_{c2}}$$

Figur 2.6 viser kravene for å finne spenningen med trykkspenning og trykktøyning som absolutt verdier, det vil si positive verdier. For å kunne finne en tilhørende spenning til tøyningen må tøyningen være innenfor kravet. Med en tøyning mellom null og $-\varepsilon_{c2}$ vil spenningen beregnes, σ_{pci} . Er tøyningen mellom $-\varepsilon_{c2}$ og $-\varepsilon_{cu2}$, vil spenningen være konstant og lik den dimensjonerende trykkfastheten, $-f_{cd}$. Er tøyningen utenfor dette området, og/eller positiv, vil spenningen være null.



Figur 2.6: Spennings-tøyningssammenheng for betong under trykk, [7].

Armeringen har slike krav gitt i punkt 3.2.7: dimensjoneringsforutsetninger, i EC2, [7]. Her ser man at spenningen, etter en viss tøyning, er konstant, lik den dimensjonerende flytegrensen, f_{yd} . I motsetning til betong gjelder disse kravene for trykk og strekk, det vil si at det er det samme om tøyningen er positiv eller negativ og det er ikke noe krav til maksimal tøyning.



Figur 2.7: Idealisert og dimensjonerende spennings-tøyningssammenheng for armeringsstål, [7].

Spenningsene som nå er funnet blir så multiplisert med den transformerte transformasjonsmatrisen, $T_{eci}^T(\theta_i)$ og $T_{esj}^T(\alpha_{sj})$, for å få spenningsene i de globale retningene, σ_{ci} og σ_{sj} .

Neste steg i iterasjonsmetoden er å finne den indre kraftvektoren, S . Den finner man ved å legge sammen bidraget fra betongen, S_c , og armeringen, S_s . Kraftvektoren består av krefter, n , og momenter, m , slik som den ytre kraftvektoren, R . Betongens bidrag til krefter, n , finner man ved å multiplisere spenningsene til lamellene, i den globale retningen, med høyden til lamellene, h/n , for så å legge sammen verdiene for alle lamellene. Momentbidraget finner man ved å multiplisere spenningsene i lamellene med lamellenes høyde og med lamellens avstand inn til tverrsnittets midtpunkt, z_{ci} , for så å legge de sammen.

$$S_c = \frac{h}{n} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_{ci} \\ -z_{ci} * \sigma_{ci} \end{bmatrix}$$

Armeringens bidrag til kreftene, n , finner man ved å legge sammen spenningsene i x-retning multipliser med armeringsmengden i samme retning. Dette gjøres også i y-retning. Momentbidragene finner man ved å multiplisere spenningsene i armeringenes x-lag med avstanden til midten og armeringsmengden i x-retning, og tilsvarende i y-retning.

$$S_s = \sum_{j=1}^m \begin{bmatrix} A_{sxj} * \sigma_{sxj} \\ A_{syj} * \sigma_{syj} \\ 0 \\ -z_{sj} * A_{sxj} * \sigma_{sxj} \\ -z_{sj} * A_{syj} * \sigma_{syj} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Denne indre kraftvektoren, S , blir sammenlignet med den ytre kraftvektoren, R , og hvis ikke differansen mellom dem er liten nok, tilsvarende konvergenskriteriet, β , må man prøve igjen. Det vil si at man må loope.

$$Maxdiff = \left| \frac{R - S}{R} \right| \leq \beta$$

Når man begynner å loope må man finne nye material- og stivhetsmatriser. Man starter med å finne de nye e-modulene. Nå regner man med at materialet oppfører seg slik som standarden tilsier, det vil si ikke-lineært. Når man skal se på betong som et ikke-lineært materiale finner man materialmatrisen ved å bruke ortotropisk materialmodell, C_c .

$$C_c = \frac{1}{1 - \nu_c^2} \begin{bmatrix} E_{11} & \nu_c * E_{12} & 0 \\ \nu_c * E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1 - \nu_c) * E_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

De to hovedretningenes e-modul, E_{11} og E_{22} , finner man ved å dele spenningen på tøyningen i lokalaksen, mens E_{12} er middelverdien av disse.

$$E_{ii} = \frac{\sigma_{pci}}{\varepsilon_{pci}}$$

$$E_{12} = \frac{E_{11} + E_{22}}{2}$$

Armeringen oppfører seg lineært til en gitt tøyning, f_{yd}/E_{cm} , og har konstant e-modul til dette punktet. Etter dette punktet er spenningen konstant, f_{yd} , og armeringens e-modul vil minke dersom tøyningen øker. E-modulen i dette området finner man ved å dele spenningen på tøyningen i lokalakse.

$$E_s = E_s \text{ for } 0 < |\varepsilon_{psi}| \leq \frac{f_{yd}}{E_{cm}}$$

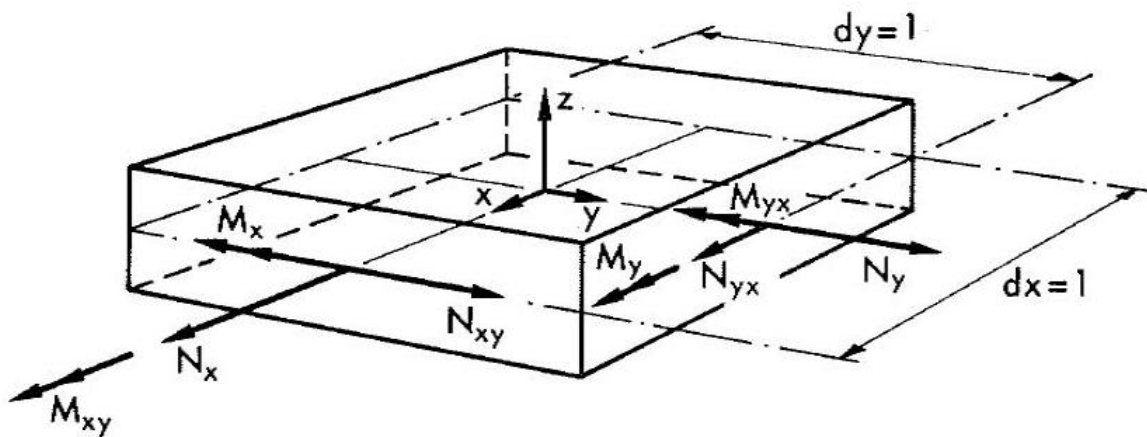
$$E_s = \frac{\sigma_{psi}}{\varepsilon_{psi}} \text{ for } |\varepsilon_{psi}| > \frac{f_{yd}}{E_{cm}}$$

Materialmatrisene til armeringen, C_{sx} og C_{sy} , blir den samme som før, bare med nye e-moduler. Stivhetsmatrisene beregnes på samme måte som tidligere, men med de nye materialmatrisene. Videre blir betongens og armeringens bidrag addert, og sammen med vektoren for de ytre kreftene i skallet, R , blir de nye tøyningene og krumningene i tverrsnittets midtplan funnet, ϵ_t . Etter dette blir hele prosessen repetert og hvis differansen mellom den nye indre kraftvektoren, S , og den ytre kraftvektoren, R , er mindre enn konvergenskriteriet, β , vil løppen stoppe og spenningen og tøyningene i det gitte tverrsnittet blir hentet ut fra de lokale spenningene. Hvis differansen er større enn konvergenskriteriet må man gjenta loopen helt til differansen blir mindre enn konvergenskriteriet.

3. Dataprogrammet

3.1. Brukermanual

Programmet er lagd i MATLAB og er satt opp slik at først kommer det en input del hvor man må fylle inn verdier, se tabell 3.1. For å kunne benytte programmet må man finne den inputen man trenger. Noe av det man trenger å vite/bestemme er tykkelsen på skallet, h , og betongfastheten, f_{ck} . En FEM-analyse må gjennomføres for å finne de ytre kreftene som virker i skallet, se figur 3.1. Kraftene i skallet benyttes også til å dimensjonere betongskallet slik at man finner nødvendig mengde armering. Her må også armeringens egenskaper og overdekninger bestemmes.



Figur 3.1: Illustrasjon av kreftene som virker i planet, [9].

Man må også bestemme om armeringen ligger i skallets x - og y -retning eller om den ligger i en vinkel, α_j . Antall lameller betongtverrsnittet skal deles inn i må bestemmes. Desto flere lameller man benytter, desto mer nøyaktig blir svaret, men samtidig vil programmet bruke lengre tid. E-modulene til de forskjellige armeringslagene og retningene må også bestemmes. Som regel benyttes samme type armering i alle lagene/retningene, og armeringen har da lik e-modul, som oftest er $200\,000\text{ N/mm}^2$, se punkt 3.2.7(4) i EC2 [7]. Programmet looper et viss antall ganger inntil konvergenzkriteriet, β , er mindre enn maksimal differanse mellom den ytre kraftvektoren, R , og den indre, S . Konvergenzkriteriet må settes i inputen og den skal være nær null, for eksempel 0,001. Hvis man ikke er fornøyd med svaret man får fra programmet, kan man redusere kriteriet. Dermed øker antall looper og svaret vil bli mer nøyaktig.

På slutten av input delen i programmet står det detaljer=0. Her kan man sette inn en annen verdi å få ut detaljer på en mellomregning hvis man vil kontrollere programmet. Setter man detaljer=1 vil man få detaljer om egenskapene til armeringen og betongen, som for eksempel f_{cd} . Setter man detaljer=2 vil man få detaljer om materialmatrisene, stivhetsmatrisene samt tøyning og krumning i midten av skalltverrsnittet. Setter man detaljer=3 vil

man få detaljer om betongens tøyninger og spenninger og setter man detaljer=4 vil man få tilsvarende detaljer for armeringslagene. Setter man detaljer =5 vil man få betongens nye e-moduler og materialmatriser og setter man detaljer=6 får man tilsvarende for armeringslagene. Detaljer=7 gir verdier man benytter ved beregning av betongens nye stivhetsmatrise og detaljer =8 gir tilsvarende for armeringen. Detaljer som vil vises uansett er betongens og armeringens bidrag til vektoren for den indrekraften, S_c og S_s samt vektoren S . Differansen mellom R og S , x , vises også i tillegg til antall ganger beregningene er blitt gjort, k . Subtraksjonen $k-1$ viser hvor mange ganger loopen har gått.

Programmet er også lagd med en stoppfunksjon. Det vil si at man kan bestemme hvor mange ganger beregningene/den ytre loopen skal gå før programmet stopper. Man kan benytte denne funksjonen til å kjøre loopen i programmet et gitt antall ganger. Hvis man kun ønsker én gjennomkjøring av programmet setter man "stopp"=0 og programmet vil stoppe etter en beregningsgjennomkjøring. Stoppfunksjonen er også gitt som en sikkerhet i tilfelle differansen mellom den ytre og den indre kraftvektoren ikke konvergerer mot null. Stoppverdien må bestemmes før man starter programmet, og står med en standard verdi på 1000 repetisjoner. Hvis man opplever at den indre kraftvektoren nesten er lik, men ikke lik nok den ytre kraftvektoren, R , når programmet stopper, kan man øke stoppverdien og kjøre programmet på nytt.

Tabell 3.1: Inputen i dataprogrammet med benevning. Eksemplet er fra kompendiet i faget Betongkonstruksjoner 3 på NTNU, [4].

Input	Benevning	Input	Benevning
$n_x = 4127;$	kN/m	$\alpha_1 = 0;$	<i>grader</i>
$n_y = 250;$	kN/m	$\alpha_2 = 0;$	<i>grader</i>
$n_{xy} = -464;$	kN/m		
$m_x = -38;$	kNm/m	$h = 350;$	<i>mm</i>
$m_y = 70;$	kNm/m	$c_1 = 75;$	<i>mm</i>
$m_{xy} = 3;$	kNm/m	$c_2 = 75;$	<i>mm</i>
		$n = 10;$	
$f_{ck} = 65;$	N/mm^2	$E_{sx1} = 200\ 000;$	N/mm^2
$f_{yk} = 500;$	N/mm^2	$E_{sx2} = 200\ 000;$	N/mm^2
$\gamma_c = 1,5;$		$E_{sy1} = 200\ 000;$	N/mm^2
$\gamma_s = 1,15;$		$E_{sy2} = 200\ 000;$	N/mm^2
$A_{sx1} = 5570;$	mm^2/m		
$A_{sy1} = 1289;$	mm^2/m	$\beta = 0,001;$	
$A_{sx2} = 5365;$	mm^2/m	detaljer = 0;	
$A_{sy2} = 1241;$	mm^2/m	stopp = 1000;	

Det første programmet regner ut verdier på materialenes egenskaper, som f_{cd} , f_{cm} , E_{cm} , f_{yd} , og andre verdier man trenger for å kjøre programmet. Programmet regner også ut de indre momentarmene for betonglamellene og armeringslagene. For armeringslagene er dette avstanden z_s fra tyngdepunktet i armeringslagene, det vil si midt mellom armeringen i x- og y-retningen, og til tverrsnittets midtplan. For betonglamellene er avstandene z_{ci} fra betonglamellenes midtplan til tverrsnittets midtplan. Etter disse beregningene starter den ytre loopen hvor den indre kraftvektoren, S , beregnes.

Første gang programmet går, det vil si når $k=0$, antar man at både armeringen og betongen er lineære elastiske materialer og at Hooks lov gjelder. Det vil si at både e-modulen for armeringen, E_s , og e-modulen for betongen, E_{cm} , er konstante. Poissons tall, ν_c , antas å være 0 i bruddgrensetilstand, se forklaring i kapittel 2.2.

I den ytre loopen blir det først gjort beregninger på betonglamellene, for så å gjøre samme beregning på armeringslagene. Det første som beregnes er materialmatrisen for betong, for så å finne betongens stivhetsmatrise. Her ser man på betongens tverrsnitt i flere lameller og man antar første gangen i loopen at betongen har samme egenskaper i alle lamellene. Betongens materialmatrise, C_{c0} , finner man ved å benytte isotropisk lineær elastisk materialmodell, hvor man antar at betongen har de samme egenskapene i x- og y-retning.

$$C_{c0} = \frac{E_{cd}}{1 - \nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu_c}{2} \end{bmatrix}$$

Videre beregner programmet betongens stivhetsmatrise, K_c . Her legger man sammen materialmatrisene for alle betonglamellene og multipliserer med tykkelsen på lamellene. Stivhetsmatrisen består av fire materialmatriser hvor tre av materialmatrisene blir multiplisert med den indre momentarmen, z_{ci} .

$$K_c = \sum_{i=1}^n \Delta h * A_i^T * C_{0i} * A_i = \Delta h \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} C_{c0i} & -z_{ci} * C_{c0i} \\ -z_{ci} * C_{c0i} & z_{ci}^2 * C_{c0i} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{h}{n} \begin{bmatrix} n * C_{c0} & n * C_{c0} * -\sum_{i=1}^n z_{ci} \\ n * C_{c0} * -\sum_{i=1}^n z_{ci} & n * C_{c0} * \sum_{i=1}^n z_{ci}^2 \end{bmatrix}$$

Videre beregner programmet det samme for armeringslagene. Armerings materialmatrise, C_s , er delt inn i x- og y-retning. Materialmatrisen for x-retningen består av betongens e-modul i x-retning. Den er plassert slik i matrisen fordi armeringen i x-retningen kun tar opp

kreftene i x-retningen. Det er tilsvarende for y-retningen, hvor armeringen i y-retningen tar opp kreftene i y-retningen.

$$C_{sx0} = \begin{bmatrix} E_{sx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_{sy0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{sy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Stivhetsmatrisen for armeringen, K_{s0} , er bygd opp på nesten samme måte som betongens. Den består av fire materialmatriser og tre blir multiplisert med den indre momentarmen, z_s . Man skiller også her mellom x- og y-retningen, siden materialmatriser og armeringsmengde er de to retningene er forskjellige. I motsetning til betongen skal materialmatrisene multipliseres med sin armeringsmengde.

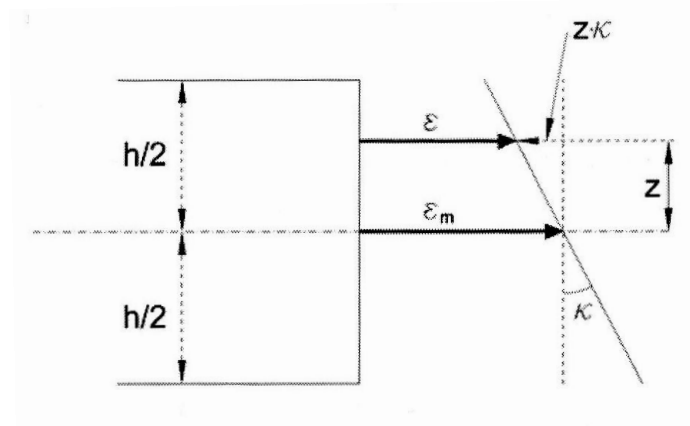
$$K_{s0} = \sum_{j=1}^m (A_{sxj} * \begin{bmatrix} C_{sxj} & -z_{sj} * C_{sxj} \\ -z_{sj} * C_{sxj} & z_{sj}^2 * C_{sxj} \end{bmatrix} + A_{syj} * \begin{bmatrix} C_{syj} & -z_{sj} * C_{syj} \\ -z_{sj} * C_{syj} & z_{sj}^2 * C_{syj} \end{bmatrix})$$

Programmet legger så sammen stivhetsmatrisene for armeringen og betongen for å få stivhetsmatrisen for hele tverrsnittet, K . Videre beregner programmet tøyning, ε_m , og krumning, κ , i midtplanet til skallets tverrsnitt, ε_t , ved å multiplisere den inverse stivhetsmatrisen med vektoren, R , som består av de ytre kreftene som virker i skallet, som ble funnet ved hjelp av FEM-analysen.

$$\varepsilon_t = K^{-1} * R = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm} \\ \varepsilon_{ym} \\ \gamma_{xym} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

Når man nå ser videre på programmet gjøres det en indre loop hvor programmet gjør beregninger på en lamell av gangen. Det første programmet beregner er tøyningen innad i lamellen, ε_{ci} . Dette gjøres ved å ta tøyningen i midtplanet til tverrsnittet, ε_t , og trekke fra krumningen, κ , multiplisert med denne delens indre momentarm, z_{ci} , se formel og figur 3.2.

$$\varepsilon_{ci} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xi} \\ \varepsilon_{yi} \\ \gamma_{xyi} \end{bmatrix} = \varepsilon_m - z * \kappa = A_{ci} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z_{ci} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z_{ci} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -z_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm} \\ \varepsilon_{ym} \\ \gamma_{xym} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$



Figur 3.2: Tøyingsfordeling i en skallamell, [4].

Videre beregnes vinkelen for lamellens lokale retning i forhold til tverrsnittets globale retning, θ_i . Vinkelen benyttes videre i transformasjonsmatrisen, $T_{eci}(\theta_i)$, som så multipliseres med tøyningen innad i lamellen for å få tøyningen i lamellen i lamellens lokale retning, ε_{pci} .

$$\theta_i = \frac{1}{2} * \tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{xyi}}{\varepsilon_{xi} - \varepsilon_{yi}}\right)$$

$$T_{eci}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_i & \sin^2 \theta_i & \sin \theta_i \cos \theta_i \\ \sin^2 \theta_i & \cos^2 \theta_i & -\sin \theta_i \cos \theta_i \\ 2\sin \theta_i \cos \theta_i & 2\sin \theta_i \cos \theta_i & \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i \end{bmatrix}$$

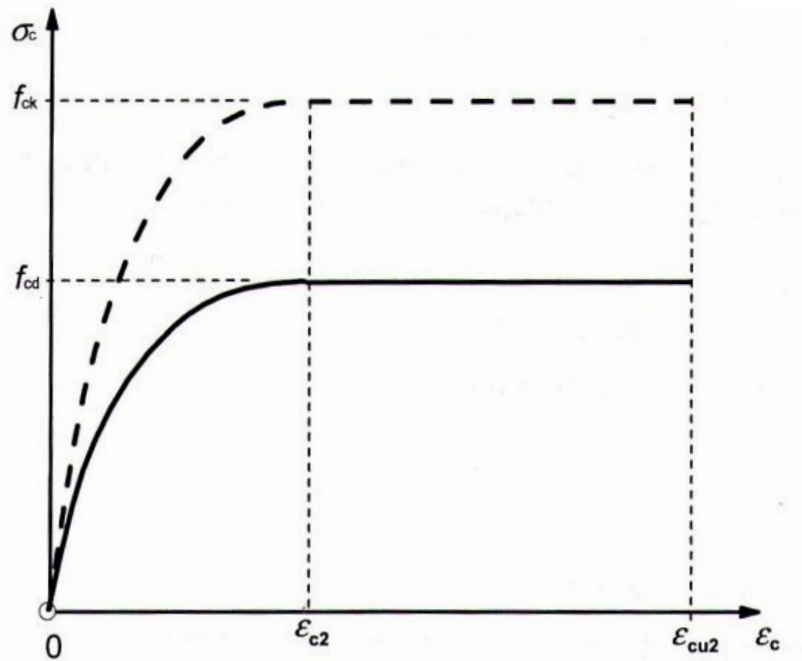
$$\varepsilon_{pci} = T_{eci}(\theta_i) * \varepsilon_{ci}$$

Denne tøyningen benyttes til å finne spenningen i lokalretning, σ_{pci} . Punkt 3.1.7 i EC2: Spennings- tøyningssammenheng for dimensjonering av tverrsnitt [7], blir benyttet til denne beregningen.

$$\sigma_{pci} = f_{cd} * (1 - (1 - \eta_{ci})^{n_c})$$

$$\eta_{ci} = \frac{\varepsilon_{pci}}{\varepsilon_{c2}}$$

For å finne en tilhørende spenning til tøyningen må tøyningen være innenfor gitte krav. Figur 3.3 viser kravene for å finne spenningen med trykkspenning og trykktøyning som absolutt verdier, det vil si positive verdier. Med en tøyning mellom null og $-\varepsilon_{c2}$ vil spenningen være σ_{pci} . Er tøyningen mellom $-\varepsilon_{c2}$ og $-\varepsilon_{cu2}$, vil spenningen være konstant og lik den dimensjonerende trykkfastheten, $-f_{cd}$. Er tøyningen utenfor dette området, og/eller positiv, vil spenningen være null.



Figur 3.3: Spennings-tøyningssammenheng for betong under trykk, [7].

Når dette er gjort multipliseres denne spenningen med den transponerte transformasjonsmatrisen for lamellen, $T_{\epsilon_{ci}}^T(\theta_i)$, for å få spenningen til den globale retningen, σ_{ci} . Det er denne spenningen man skal benytte senere i programmet, så denne verdien blir tatt vare på igjennom alle loopene for n betonglameller.

Når denne indre loopen har gått sine n ganger beregner programmet betongens bidrag til den indre kraftvektoren, S , S_c . Denne vektoren består av krefter og momenter. Kraftene finner man ved at spenningene i den globale retningen multipliseres med lamellens tykkelse og legges så sammen med de tilsvarende verdiene for de andre lamellene. Momentbidraget finner man ved i tillegg å multiplisere lamellene med deres indre momentarmen, z_{ci} .

$$S_c = \frac{h}{n} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_{ci} \\ -z_{ci} * \sigma_{ci} \end{bmatrix}$$

Videre skal disse verdiene også beregnes for armeringslagene. Her blir det også kjørt en liten indre loop som tar for seg et og et lag. Disse verdiene vil være like uavhengig av om man er i x - eller y -retningen fordi verdiene er avhengig av den indre momentarmen, z_s , som er lik for lagets x - og y -retning.

I denne indre loopen beregner programmet først tøyningen innad i det første laget, ϵ_{s1} . Dette gjøres ved å ta tøyningen i tverrsnittet midtplan, ϵ_t , og trekke fra krumningen, κ , multiplisert med dette lagets indre momentarm, z_{s1} , se formel og figur 3.2.

$$\varepsilon_{s1} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x1} \\ \varepsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{bmatrix} = \varepsilon_m - z * \kappa = A_{s1} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -z_{s1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm} \\ \varepsilon_{ym} \\ \gamma_{xym} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

Videre beregnes lagets transformasjonsmatrise, $T_{\varepsilon s1}(\alpha_{s1})$, ut i fra vinkelen man satte i starten, α_1 . Transformasjonsmatrisen multipliseres med tøyningen innad i laget, ε_{s1} , for å få tøyningen i armeringslaget i lagets lokale retning.

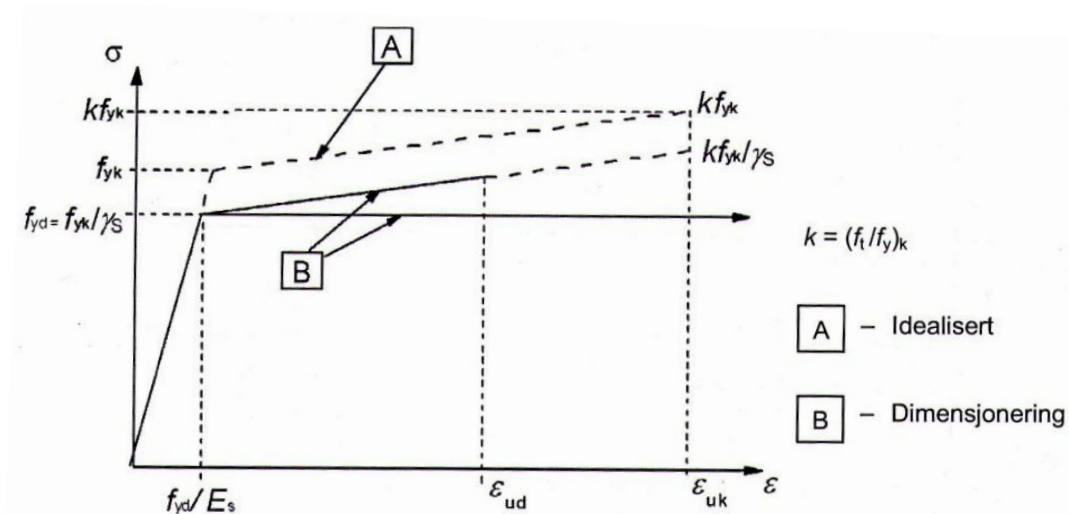
$$T_{\varepsilon s1}(\alpha_{s1}) = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_{s1} & \sin^2 \alpha_{s1} & \sin \alpha_{s1} \cos \alpha_{s1} \\ \sin^2 \alpha_{s1} & \cos^2 \alpha_{s1} & -\sin \alpha_{s1} \cos \alpha_{s1} \\ 2\sin \alpha_{s1} \cos \alpha_{s1} & 2\sin \alpha_{s1} \cos \alpha_{s1} & \cos^2 \alpha_{s1} - \sin^2 \alpha_{s1} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{ps1} = T_{\varepsilon s1}(\alpha_{s1}) * \varepsilon_{s1}$$

Denne tøyningen benyttes for å beregne spenningen fra punkt 3.2.7 i EC2, dimensjoneringsforutsetninger [7]. Her ser man ut i fra figur 3.4 at spenningen, etter en viss tøyning, er konstant lik den dimensjonerende flytegrensen f_{yd} . Det er ikke noe krav til maksimal tøyning og kravene gjelder for trykk og strekk, og det vil si at det er det samme om tøyningen er positiv eller negativ.

$$\sigma_{psj}(1) = \frac{\varepsilon_{ps1}(1)}{|\varepsilon_{ps1}(1)|} * f_{yd} \text{ når } |\varepsilon_{ps1}(1)| \geq \frac{f_{yd}}{E_{cm}}$$

$$\sigma_{psj}(1) = \varepsilon_{ps1}(1) * E_{sxj} \text{ når } |\varepsilon_{ps1}(1)| \leq \frac{f_{yd}}{E_{cm}}$$



Figur 3.4: Idealisert og dimensjonerende spennings-tøyningssammenheng for armeringsstål, [7].

Da dette er gjort multipliseres spenningen med den transponerte transformasjonsmatrisen, $T_{\varepsilon sj}^T(\alpha_{sj})$, for å få spenningen i den globale retningen. Det er denne spenningen man skal benytte senere i oppgaven, så denne verdien blir tatt vare på igjennom de indre loopene for j antall armeringslag.

$$\sigma_{sj} = T_{\varepsilon sj}^T(\alpha_{sj}) * \sigma_{psj}$$

Når begge de indre loppene har gått antall ganger lik antall armeringslag, j, skal armerings bidrag til den indre kraftvektoren beregnes. Kraftvektoren, S_s , består som nevnt av krefter og momenter. Kraftene blir beregnet ved at armeringsmengden i x-retningen blir multiplisert med spenningene i armeringsjernene i x-retningen i lagene. Og tilsvarene for y-retningen. For å finne momentbidragene skal det også multipliseres med lagenes indre momentarm, z_s .

$$S_s = \sum_{j=1}^m \begin{bmatrix} A_{sxj} * \sigma_{sxj} \\ A_{syj} * \sigma_{syj} \\ 0 \\ -z_{sj} * A_{sxj} * \sigma_{sxj} \\ -z_{sj} * A_{syj} * \sigma_{syj} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Når betongens og armerings bidrag til en indre kraftvektoren er beregnet skal den indre kraftvektoren, S , beregnes og det gjøres ved å legge sammen bidragene.

$$S = \frac{h}{n} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_{ci} \\ -z_{ci} * \sigma_{ci} \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^m \begin{bmatrix} A_{sxj} * \sigma_{sxj} \\ A_{syj} * \sigma_{syj} \\ 0 \\ -z_{sj} * A_{sxj} * \sigma_{sxj} \\ -z_{sj} * A_{syj} * \sigma_{syj} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Denne vektoren skal sammenlignes med den ytre kraftvektoren, R , og hvis differansen er større enn angitt konvergenzkriteriet, β , må man prøve igjen, det vil si den ytre loopene må gå flere ganger.

$$Maxdiff = \left| \frac{R - S}{R} \right| \leq \beta$$

Videre i programmet blir de nye e-modulene og materialmatrisene beregnet slik det trengs hvis den ytre loopene skal fortsette å gå. Det blir benyttet en indre loop her også for å beregne betongens nye e-moduler og materialmatriser for alle lamellene. Lamellenes lokalakser har to hovedretninger og deres e-modul, E_{11} og E_{22} , finner man ved å dele spenningen på tøynings i lokalaksen, og E_{12} er middelveien av disse to.

$$E_{11} = \frac{\sigma_{ci}(1)}{\varepsilon_{pci}(1)}$$

$$E_{22} = \frac{\sigma_{ci}(2)}{\varepsilon_{pci}(2)}$$

$$E_{12} = \frac{E_{11} + E_{22}}{2}$$

For å finne de nye materialmatrisene ser man på betongens som et ikke-lineær materiale og materialmatrisen finner man ved å benytte ortotropisk materialmodell, C_c .

$$C_c = \frac{1}{1 - \nu_c^2} \begin{bmatrix} E_{11} & \nu_c * E_{12} & 0 \\ \nu_c * E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1 - \nu_c) * E_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

Disse materialmatrisene er i de lokale retningene, så for å få de i global retning må man multiplisere med den transformerte transformasjonsmatrisen, $T_{eci}^T(\theta_i)$, og transformasjonsmatrisen, $T_{eci}(\theta_i)$. Materialmatrisene blir også tatt vare på til senere bruk.

Det blir også benyttet en loop for å beregne armeringslagenes nye e-moduler og materialmatriser. Armeringenes e-moduler, E_{sxj} og E_{syj} , blir beregnet på samme måte som betongens e-moduler i lokalaksenes retning. X-spenningen blir dividert på x-tøyningen, og tilsvarende for y-retningen.

$$E_{sxj} = \frac{\sigma_{psj}(1)}{\varepsilon_{psj}(1)} \quad E_{syj} = \frac{\sigma_{psj}(2)}{\varepsilon_{psj}(2)}$$

De nye materialmatrisene, C_{sx} og C_{sy} , er slik de var i starten, men med nye e-moduler. Materialmatrisene er i de lokale retningene og må multipliseres med den transformerte transformasjonsmatrisen, $T_{esj}^T(\alpha_{sj})$, og transformasjonsmatrisen, $T_{es1}(\alpha_{s1})$, for å bli i den globale retningen, c_{sxj} og c_{syj} . Materialmatrisene blir også tatt vare på.

$$C_{sxj} = \begin{bmatrix} E_{sxj} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_{syj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{syj} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Etter at de nye e-modulene og materialmatrisene er funnet kan man beregne verdier til de nye stivhetsmatrisene. Det kjøres en liten indre loop for betongens lameller der det summeres alle de nye materialmatrisene som det har blitt tatt vare på, det summeres alle de nye materialmatrisene multiplisert med deres negative indre momentarm, $-z_{ci}$, og det

summeres opp alle de nye materialmatrisene multiplisert med deres indre momentarm opphøyd i andre, z_{ci}^2 .

$$C_c = C_c + \left(\frac{h}{n}\right) * C_{ck} \quad \text{for } i = 1:n$$

$$zC_c = zC_c + (-z_{ci} * \left(\frac{h}{n}\right) * C_{ck}) \quad \text{for } i = 1:n$$

$$zzC_c = zzC_c + (z_{ci}^2 * \left(\frac{h}{n}\right) * C_{ck}) \quad \text{for } i = 1:n$$

Tilsvarende blir summeringer blir så gjort for armeringslagene, men her deles verdiene for stivhetsmatrisen i x- og i y-retningen. En liten indre loop blir kjørt hvor man summerer alle de nye materialmatrisene, som har blitt tatt vare på, man summerer alle de nye materialmatrisene multiplisert med deres negative indre momentarm, $-z_s$, og man summerer alle de nye materialmatrisene multiplisert med deres indre momentarm opphøyd i andre, z_s^2 . Dette gjøres for x- og y-retningen.

$$C_{sx} = C_{sx} + (A_{sxj} * c_{sxj}) \quad \text{for } j = 1:2$$

$$zC_{sx} = zC_{sx} + (-z_{sj} * A_{sxj} * c_{sxj}) \quad \text{for } j = 1:2$$

$$zzC_{sx} = zzC_{sx} + (z_{sj}^2 * A_{sxj} * c_{sxj}) \quad \text{for } j = 1:2$$

$$C_{sy} = C_{sy} + (A_{syj} * c_{syj}) \quad \text{for } j = 1:2$$

$$zC_{sy} = zC_{sy} + (-z_{sj} * A_{syj} * c_{syj}) \quad \text{for } j = 1:2$$

$$zzC_{sy} = zzC_{sy} + (z_{sj}^2 * A_{syj} * c_{syj}) \quad \text{for } j = 1:2$$

Hvis den ytre loopen må fortsette benytter man de beregnede verdiene til stivhetsmatrisene, og man beregner en ny total stivhetsmatrise, K.

$$K_c = \begin{bmatrix} C_c & zC_c \\ zC_c & zzC_c \end{bmatrix}$$

$$K_{sx} = \begin{bmatrix} C_{sx} & zC_{sx} \\ zC_{sx} & zzC_{sx} \end{bmatrix}$$

$$K_{sy} = \begin{bmatrix} C_{sy} & zC_{sy} \\ zC_{sy} & zzC_{sy} \end{bmatrix}$$

$$K = K_c + K_{sx} + K_{sy}$$

Den nye stivhetsmatrisen benyttes så sammen med R for å finne den nye tøyningen i tverrsnittets midtplan. Etter dette blir hele prosessen repetert og når differansen mellom den nye indre kraftvektoren, S, og den ytre kraftvektoren, R, er mindre enn konvergenskriteriet, β , vil den ytre løppen stoppe.

Når den ytre loopen stopper vises de verdiene man har valgt skal vises, ved å sette detaljer $\neq 0$, og, som tidligere nevnt, stivhetsmatrisen, K, differansen mellom K og R, x, og antall ganger beregningen har gått, k. Løppen har da gått k-1 gang. Hvis k verdien er lik verdien til stoppfunksjonen er det nødvendig å kontrollere om differansen x er mindre enn konvergenskriteriet, β , slik at man vet om programmet stoppet av seg selv eller på grunn av stoppfunksjonen. Hvis x nærmer seg β er det smart å endre stoppverdien og prøve på nytt, men hvis man ser at x ikke nærmer seg β kan det være noe galt med inputen.

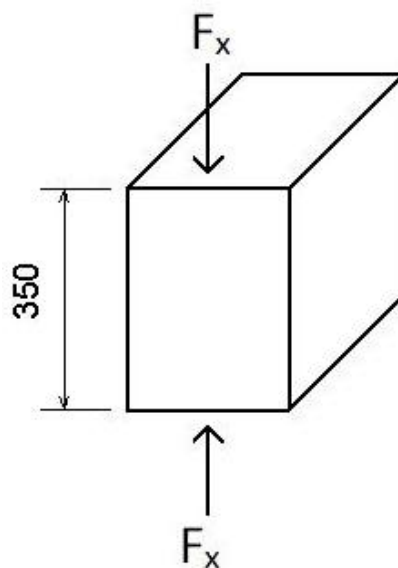
Når den ytre loopen slutter vises også maksimal spenning i betongens lokale retning og armeringens lokale tøyning og spenning. Disse verdiene kalles "maksspenningibetonglokal", "tøyningiarmeringenlokal" og "spenningiarmeringenlokal". Verdiene for armeringen vises i x- og y-retningen for begge lagene. Verdiene skal sammenlignes med materialenes kapasiteter for å se hvordan de er utnyttet. Det vil også vises en graf som viser spenningsfordelingen i betongens tverrsnitt i positiv verdi. Hvis man benytter seg av flere lameller vil denne grafen og verdiene være mer nøyaktige.

3.2. Verifisering av dataprogrammet

Det er gjort flere tester på dataprogrammet for å kontrollere at det virker slik det skal. Den første testen er en trykktest. Her blir tverrsnittet utsatt for trykk i x-retningen og senere i y-retningen, for å teste at betongberegningene i programmet stemmer. I den andre testen er tverrsnittet belastet med et moment i x-retningen. Det er armering i x-retningen både i bunnen og i toppen av tverrsnittet, det vil si i lag en og to. Det er også gjort en tilsvarende beregning for y-retningen for å dobbeltsjekke at programmet stemmer. Den siste testen som er gjort er tatt ut fra kompendiet som er benyttet i faget Betongkonstruksjoner 3 på NTNU [4], hvor det er gjort et eksempel med et dataprogram som benytter iterasjonsmetoden.

3.2.1. Test av betong

Den første testen som ble gjort av programmet var en trykktest. Den gikk ut på å sette på trykk på tverrsnittet i x-retningen uten bruk av armering. Trykket vil tas opp av betongen og spenningen vil være jevnt fordelt over hele tverrsnittet, hvor spenningen er $\sigma_x = F_x / h$, se figur 3.5. Med en trykkraft på -1000 KN/m og med en høyde på 350 mm skal spenningen være $-2,857 \text{ N/mm}^2$ over hele tverrsnittet.



Figur 3.5: Tverrsnitt belastet med trykk i x-retningen.

I denne testen skal det ikke så mye beregninger til for å komme fram til svaret testen skal gi. På grunn av dette og fordi det er den første testen på programmet, blir dette eksemplet regnet for hånd for så å kontrollere om det samsvarer med beregningene programmet gjør. Det første man gjør er å fylle inn verdier i inputen og deretter regner ut betongens egenskaper og lamellenes indre momentarmer.

Inputen til programmet blir:

$$n_x = -1000 \text{ KN/m} = -1000 \text{ N/mm}$$

$$n_y = n_{xy} = m_x = m_y = m_{xy} = 0$$

$$f_{ck} = 0$$

$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_c = 0$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$A_{sx1} = A_{sx2} = A_{sy1} = A_{sy2} = 0$$

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0$$

$$h = 350 \text{ mm}$$

$$c_1 = 0, c_2 = 0, z_{s1} = 0, z_{s2} = 0$$

$$n = 10$$

$$E_{sx1} = E_{sx2} = E_{sy1} = E_{sy2} = 0$$

$$\beta = 0,001$$

Betongens egenskaper:

$$f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 19,8 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 43 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 22000 * \frac{f_{cm}^{0,3}}{10} = 34077,15 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1,0} = 34077,15 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu_c = 0$$

$$\varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰ siden } f_{ck} < 50$$

$$n_c = 2 \text{ siden } f_{ck} < 50$$

$$\varepsilon_{cu2} = 3,5 \text{ ‰ siden } f_{ck} < 50$$

Armeringens egenskaper:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 0$$

Indre momentarm for betong og armering:

$$z_i = \frac{h}{n} * (i - 1) + \frac{h}{2} - \frac{h}{2}$$

$$z_i = -157,5, -122,5, -87,5, -52,5, -17,5, 17,5, 52,5, 87,5, 122,5, 157,5 \text{ mm}$$

$$z_{s1} = 0, z_{s2} = 0$$

Den ytre kraftvektoren:

$$R = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Når disse beregningene er gjennomført kan man starte på beregningene. Betongens materialmatrise, C_{c0} , og stivhetsmatrise, K_{c0} , blir først beregnet.

$$C_{c0} = \frac{E_{cd}}{1 - \nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu_c}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34077 & 0 & 0 \\ 0 & 34077 & 0 \\ 0 & 0 & 17038 \end{bmatrix}$$

Det blir benyttet 2 desimaler i videre beregning selv om ikke det er vist i matrisene. Dette skyldes plassmangel. Videre beregner man betongens bidrag til stivhetsmatrisen, K_c .

$$K_c = \sum_{i=1}^n \Delta h * A_i^T * C_{0i} * A_i = \Delta h \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} C_{c0i} & -z_{ci} * C_{c0i} \\ -z_{ci} * C_{c0i} & z_{ci}^2 * C_{c0i} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{h}{n} \begin{bmatrix} n * C_{c0} & C_{c0} * -\sum_{i=1}^n z_i \\ C_{c0} * -\sum_{i=1}^n z_i & C_{c0} * \sum_{i=1}^n z_i^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11927003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11927003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5963501 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120537269016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120537269016 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60268634508 \end{bmatrix}$$

Etter at betongens bidrag er beregnet ser man vanligvis på armeringens bidrag. Siden det ikke er noe armering i tverrsnittet vil det heller ikke gi noe bidrag. Derfor sees det bort fra alle beregninger som omfatter armering i denne testen.

Den totale stivhetsmatrisen for tverrsnittet, K , blir lik betongens bidrag.

$$K = K_s = \begin{bmatrix} 11927003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11927003 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5963501 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120537269016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120537269016 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60268634508 \end{bmatrix}$$

For å regne ut spenningene i tverrsnittets midtplan, ε_t , benyttes MATLAB siden det er en veldig tungvint utregning å gjøre for hånd.

$$\varepsilon_t = K^{-1} * R = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm} \\ \varepsilon_{ym} \\ \gamma_{xym} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Videre gjør programmet en indre loop for å beregne spenningene og tøyningene i alle betonglamellene, ε_{ci} . Siden tverrsnittet kun er utsatt for trykk vil alle verdiene i denne loopen, bortsett fra A_{ci} , være like for alle lamellene. Her vises derfor bare beregningen for første lamell med indre momentarm, z_1 , lik 157,5 mm.

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z_{ci} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z_{ci} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -z_{ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -157,5 \end{bmatrix}$$

Tøyningen i lamellen blir:

$$\varepsilon_{c1} = A_{c1} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x1} \\ \varepsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Videre beregnes vinkelen mellom den globale retningen til tverrsnittet og den lokale retningen til lamellen, θ_1 , før denne benyttes i transformasjonsmatrisen, $T_{\varepsilon_1}(\theta_1)$, for så å få spenningen i lamellen i den lokale retningen, ε_{pc1} .

$$\theta_1 = \frac{1}{2} * \tan^{-1}\left(\frac{\gamma_{xy1}}{\varepsilon_{x1} - \varepsilon_{y1}}\right) = 0$$

$$T_{\varepsilon_1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_1 & \sin^2 \theta_1 & \sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ \sin^2 \theta_1 & \cos^2 \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ 2\sin \theta_1 \cos \theta_1 & 2\sin \theta_1 \cos \theta_1 & \cos^2 \theta_1 - \sin^2 \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{pc1} = T_{\varepsilon c1}(\theta_1) * \varepsilon_{c1} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tøyningen i lamellene i lokalretning, ε_{pc1} , benyttes til å finne spenningen σ_{pc1} . Man benytter punkt 3.1.7 i EC2 til dette [7].

$$\eta_c = \frac{\varepsilon_{pc1}(1)}{-\varepsilon_{c2}} = \frac{-8,384 * 10^{-5}}{-0.002} = 0,042$$

$$\sigma_{pc}(1) = f_{cd} * (1 - (1 - \eta_c)^{n_c}) = -1,625, \quad \sigma_{pc}(2) = 0, \quad \sigma_{pc}(3) = 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,625 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Så benyttes den transformerte transformasjonsmatrisen, $T_{\varepsilon c1}^T(\theta_1)$, for å finne spenningen i lamellen i den globale retningen, σ_{c1} .

$$\sigma_{c1} = T_{\varepsilon c1}^T(\theta_1) * \sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,625 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Spenningen i alle lamellene, σ_{ci} , er ved første beregning $-1,625 \text{ N/mm}^2$. Man beregner så den indre kraftvektoren, S , for å kunne sammenligne den med den ytre kraftvektoren, R . Siden armeringens bidrag er null blir betongens bidrag til den indre vektoren, S_c lik den indre vektoren, S .

$$S_c = S = \frac{h}{n} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \sigma_{c0i} \\ -z_{ci} * \sigma_{c0i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{350}{10} * 10 * -1,625 \\ \frac{350}{10} * 10 * 0 \\ \frac{350}{10} * 10 * 0 \\ \frac{350}{10} * 0 * 10 * -1,625 \\ \frac{350}{10} * 0 * 10 * 0 \\ \frac{350}{10} * 0 * 10 * 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -568,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Etter første omgang med beregning er den indre kraftvektoren, S , nesten halvparten av den ytre, R , så man ser tydelig at man må kjøre loopen for å få den indre, S , til å nærme seg den ytre, R , og for å få maksimal differanse til å nærme seg konvergenzkriteriet, β . For å kjøre loopen beregnes først de nye e-modulene, E_{11} , E_{22} og E_{12} , og den nye materialmatrisen, C_c .

$$E_{11} = \frac{\sigma_c(1)}{\varepsilon_{pc1}(1)} = \frac{-1,625}{-8,384 * 10^{-5}} = 19382$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = \frac{E_{11} + E_{22}}{2} = \frac{19385 + 0}{2} = 9691$$

$$C_c = \frac{1}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} E_{11} & \nu * E_{12} & 0 \\ \nu * E_{12} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1 - \nu)E_{12}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19382 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4845 \end{bmatrix}$$

Når man skal loope begynner man å finne de nye stivhetsmatrisene, K.

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 6784750 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1696188 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 68568379688 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17142094922 \end{bmatrix}$$

Videre gjøres alle beregningene på nytt, og det vises også her bare beregninger for første lamell.

$$\varepsilon_t = K^{-1} * R = \begin{bmatrix} -1,474 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = A_{c1} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} -1,474 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = \frac{\varepsilon_{pc1}(1)}{\varepsilon_{c2}} = \frac{-1,474 * 10^{-4}}{-0.002} = -0,074$$

$$\sigma_c(1) = f_{cd} * (1 - (1 - \eta_c)^{n_c}) = -2,811$$

$$\sigma_{pc1} = \sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -2,811 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -983,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nå er spenningen, σ_{ci} , og den indre kraftvektoren, S , nærmere, men maksimal differanse er fortsatt ikke mindre enn konvergenzkriteriet, β , så man looper derfor en gang til.

$$E_{11} = \frac{\sigma_c(1)}{\varepsilon_{pc1}(1)} = \frac{-2,811}{-1,474 * 10^{-4}} = 19070$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = \frac{E_{11} + E_{22}}{2} = \frac{19070 + 0}{2} = 9535$$

$$C_{pc1} = \begin{bmatrix} 19070 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4768 \end{bmatrix}$$

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 6674500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1668625 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 67454165625 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16863541406 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_t = K^{-1} * R = \begin{bmatrix} -1,498 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = A_{c1} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} -1,498 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = \frac{\varepsilon_{pc1}(1)}{\varepsilon_{c2}} = \frac{-1,498 * 10^{-4}}{-0.002} = -0,075$$

$$\sigma_c(1) = f_{cd} * (1 - (1 - \eta_c)^{n_c}) = -2,855$$

$$\sigma_{pc1} = \sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -2,855 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -999,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nå er den indre kraftvektoren, S, ganske lik den ytre, R, så man regner derfor ut differansen mellom disse.

$$\left| \frac{R - S}{R} \right| = 0,00076$$

Denne differansen er mindre enn konvergenzkriteriet som ble valgt, β , men for å få spenningen, σ_{ci} , så lik som mulig gjør man om kravet på β fra 0,001 til 0,0001 slik at man må beregne en gang til og spenningen blir mer nøyaktig.

$$E_{11} = \frac{\sigma_c(1)}{\varepsilon_{pc1}(1)} = \frac{-2,855}{-1,498 * 10^{-4}} = 19059$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = \frac{E_{11} + E_{22}}{2} = \frac{19059 + 0}{2} = 9529$$

$$C_{pc1} = \begin{bmatrix} 19059 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4765 \end{bmatrix}$$

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 6670472 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1667618 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6741345257 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16853363149 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_t = K^{-1} * R = \begin{bmatrix} -1,499 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = A_{c1} * \varepsilon_t = \begin{bmatrix} -1,499 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = \frac{\varepsilon_{pc1}(1)}{\varepsilon_{c2}} = \frac{-1,499 * 10^{-4}}{-0.002} = -0,075$$

$$\sigma_c(1) = f_{cd} * (1 - (1 - \eta_c)^{n_c}) = -2,857$$

$$\sigma_{pc1} = \sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -2,857 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -999,9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Her ser man at den indre kraftvektoren, S, er veldig lik den ytre kraftvektoren, R, og differansen er:

$$\left| \frac{R - S}{R} \right| = 0,0001$$

Etter fjerde gang, tre ganger i loop, ble spenningen som forventet, -2,857, og den indre kraftvektoren, S, er veldig nær den ytre, R.

Nå blir det sjekket at programmet faktisk beregner slik som det ble gjort for hånd. Programmet blir først kjørt en gang hvor alle verdiene blir sammenlignet. Også her blir det sett bort i fra verdier fra armeringene. De neste gangene programmet blir kjørt blir bare noen verdier sammenlignet for å se om det fortsatt stemmer. Alle beregningene fra alle gangene programmet kjørte, inkludert beregninger på armeringene, kan man se i vedlegg 2.

Første kjøring av programmet:

$$C_{c0} = \begin{bmatrix} 34077 & 0 & 0 \\ 0 & 34077 & 0 \\ 0 & 0 & 17038 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5963501 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60268627786 \end{bmatrix}$$

$$K_s = K_{sx} + K_{sy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5963501 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60268627786 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -157,5 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{pc1} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = 0,042$$

$$\sigma_c(1) = -1,628$$

$$\sigma_c(2) = 0$$

$$\sigma_c(3) = 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,628 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -1,628 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_c = S = \begin{bmatrix} -569,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{11} = 19418$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = 9709$$

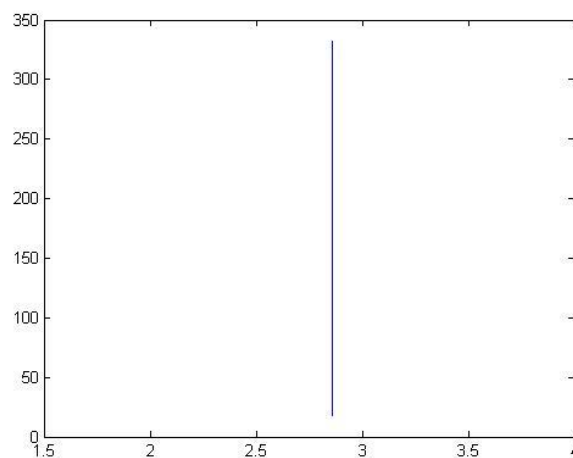
$$C_c = \begin{bmatrix} 19418 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4854 \end{bmatrix}$$

Resultatet fra første gjennomkjøring av programmet stemmer ganske bra. Man ser at det er noen avvik, spesielt i stivhetsmatrisen, men dette er på grunn av avrundninger gjort i beregningene for hånd. De neste gangene programmet kjørte ble spenningene i den globale retningen og den indre kraftvektoren sammenlignet med verdiene gjort i håndberegningene.

Tabell 3.2: Stivhetsmatrisen og spenningen i betongen beregnet av programmet og for hånd.

	1. gang	2.gang	3.gang	1.gang	2.gang	3.gang
	Beregning gjort av programmet			Beregning gjort for hånd		
σ_{pc1}	$\begin{bmatrix} -2,811 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2,855 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2,857 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2,811 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2,855 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2,857 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$S_c = S$	$\begin{bmatrix} -983,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -999,4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -999,9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -983,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -999,2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -999,9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Ut fra verdiene vist i tabell 3.2. kan man se at resultatene fra programmet stemmer med beregningene gjort for hånd. Når programmet har stoppet vises en graf som illustrerer spenningsfordelingen over hele tverrsnittet, se figur 3.6.



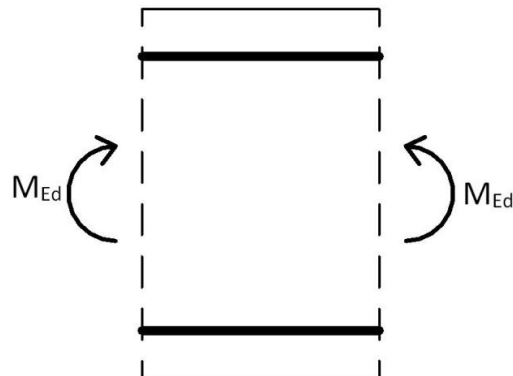
Figur 3.6: Spenningsfordelingen i betongen som absoluttverdi.

Denne testen ble også gjort i y-retningen hvor $n_y = -1000$ kN/m. Testen ble kun gjort i programmet og etter 3 ganger i den ytre loopen ble spenningen som forventet.

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2,857 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2.2. Test av armering

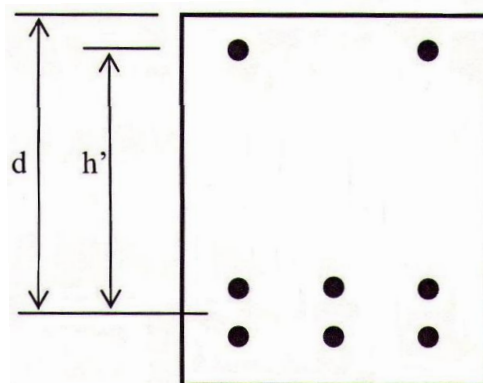
Den andre testen er en test av armeringen der tverrsnittet er påkjent av et moment i x-retningen og det er armering i overkant og underkant av tverrsnittet i x-retningen, se figur 3.7.



Figur 3.7: Tverrsnitt belastet med moment i x-retningen.

Testen er en oppgave tatt ut av boken *Betongkonstruksjoner* av Svein Ivar Sørensen [10], eksempel 4.6, hvor man ser på en bjelke som er utsatt for et moment og tverrsnittet trenger strekk- og trykkarmering. For å kunne teste programmet vil alle verdiene til inputen være kjent og programmet skal kontrollere tøyningene i armeringen i forhold til det som ble beregnet i oppgaven. I programmet ble verdiene gjort om slik at man ser på en bjelke med bredde på én meter.

Oppgaven i boken er en bjelke med mål $h=370$ mm og $b=300$ mm som har en momentpåkjenning i x-retningen på $M_{Ed} = 190$ kNm. Betongkvaliteten er B35 og armeringen er B500C. Videre antas det at strekkarmeringen ligger i to lag med overdekning på 35 mm, slik at $d=300$ mm. Det antas også at trykkarmeringen har overdekning på 35 mm og armeringene har en diameter på 20 mm, som gjør at $h'=255$ mm, se figur 3.8.



Figur 3.8: Illustrasjon av armeringens beliggenhet og avstander, [10].

Det første oppgaven gjør er å finne mengde armering ut fra betongens momentkapasitet. Deretter beregner man antatt tøyning i armeringen. Beregningene under er tatt fra oppgaven i boken Betongkonstruksjoner [10] hvor noen verdier er tatt fra tabeller, se vedlegg 3.

Betongtrykksonekapasitet:

$$M_{Rd} = 0,275 * f_{cd} * b * d^2 = 0,275 * 19,8 * 300 * 300^2 = 147 \text{ kNm}$$

Strekkarmeringsandelen som balanserer trykksonen:

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} * z} = \frac{147 * 10^6}{434 * 0,835 * 300} = 1352 \text{ mm}^2$$

Tilleggsarmering på trykk- og strekkside som tar vare på resten av det ytre momentet:

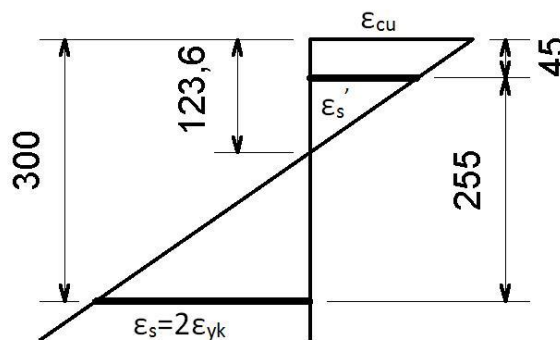
$$A_{s2} = \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd} * h'} = \frac{(190 - 147) * 10^6}{434 * 255} = 389 \text{ mm}^2$$

Nødvendig armering blir:

$$\text{Strekkside: } A_s = A_{s1} + A_{s2} = 1741 \text{ mm}^2$$

$$\text{Trykkside: } A_s' = A_{s1} = 389 \text{ mm}^2$$

Man finner så den antatte tøyningen i trykkarmeringen ved å anta at tøyningen i betongen, ϵ_{cu} , er lik den nominelle tøyningsgrensen til betongen og tøyningen i strekkarmeringen, ϵ_s , er lik armeringens tøyning ved brudd, se figur 3.9.



Figur 3.9: Illustrasjon av tverrsnittets tøyningsdiagram, [10].

Ut fra figur 3.7 vil tøyningene bli:

$$\varepsilon_s' = \frac{123,6 - 45}{123,6} * \varepsilon_{cu} = 0,636 * 0,0035 = 0,0022$$

$$\varepsilon_s' > \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,00217, \text{ det vil si armeringen flyter}$$

$$\varepsilon_s = 2 * \varepsilon_{yk} = 2 * \frac{f_{yk}}{E} = 2 * \frac{500}{200000} = 0,005$$

Etter at beregningene i oppgaven ble gjennomført kom man fram til at man trengte $\varnothing 20$ armering i bunnen og $\varnothing 16$ i topp, noe som gjør at $c_1=35+35=70$ og $c_2=35+16/2=43$.

For å teste om programmet stemmer vil disse verdiene bli lagt inn i programmet og tøyningene skal sammenlignes med beregnet tøyning fra oppgaven.

Ut fra denne oppgaven vil inputen i programmet bli slik:

$$m_x = (190 * (1/0,3))$$

$$f_{ck} = 35$$

$$f_{yk} = 500$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$A_{sx1} = (1741 * (1/0,3))$$

$$A_{sx2} = (385 * (1/0,3))$$

$$h = 370$$

$$c_1 = 70$$

$$c_2 = 43$$

$$n = 10$$

$$E_{sx1} = E_{sx2} = 200\ 000$$

$$\beta = 0,001$$

Programmet stopper etter 77 ganger, det vil si etter 76 looper, og resultatene ble som følgende:

Tøyning i strekkarmering:

$$\varepsilon_{psx1} = 0,00442$$

Tøyning i trykkarmering:

$$\varepsilon_{psx2} = -0,00216$$

Tabell 3.3: Tøyning i armeringslagene fra oppgaven i boken og fra programmet

	Fra oppgaven	Fra programmet
ε_{psx1}	0,0050	0,00442
ε_{psx2}	0,0022	0,00216

Som man ser i tabell 3.3 er resultatene i programmet nesten lik det oppgaven beregnet. Differansene i tabellen kan komme av at verdien til betongtrykksonens momentkapasitet i oppgaven er avrundet. Tøyningsverdiene som er valgt og beregningene i oppgaven baserer seg på at tverrsnittet er normalarmert. Hvis momentkapasiteten ikke hadde vært avrundet, ville armeringsmengden være noe mindre. Det viser at med verdiene fra oppgaven er tverrsnittet overarmert, og tøyningen blir derfor noe mindre enn for et normalarmert tverrsnitt siden kreftene er fordelt på mer armering.

En annen ting som er med på å gi noe unøyaktige verdier er konvergenzkriteriet for maks differanse mellom den ytre og den indre kraftvektoren, $\beta = 0,001$.

Denne testen ble også gjennomført i y-retningen hvor dette ble inputen:

$$m_y = (190 * (1/0,3))$$

$$A_{sy1} = (1741 * (1/0,3))$$

$$A_{sy2} = (385 * (1/0,3))$$

Programmet stoppet etter 76 looper og resultatet ble som forventet i forhold til resultatene til testen i x-retningen.

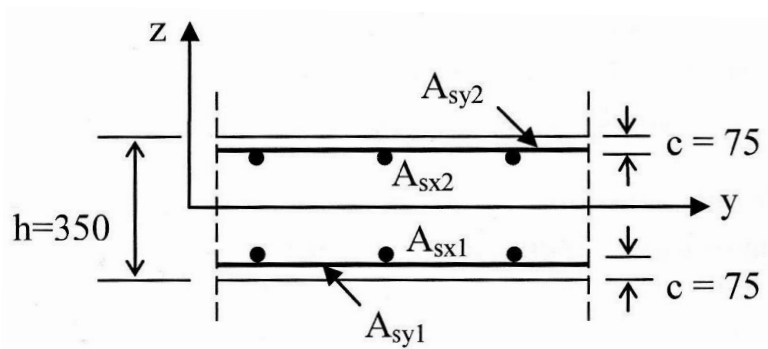
$$\varepsilon_{ps1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,00442 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{ps2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,00216 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2.3. Test av iterasjonsmetoden

Den siste testen som ble gjort på programmet er et eksempel som er tatt fra kompendiet benyttet i faget Betongkonstruksjoner 3 på NTNU [4]. Det er et eksempel på bruk av iterasjonsmetoden med et dataprogram tilsvarende det som er lagd i denne masteroppgaven. Det eneste man får vite i eksemplet er deler av inputen og ikke detaljer om programmet.

Oppgaven i kompendiet går ut på å finne tøyning og spenning i armeringslagene. Et betongskall bestående av to lag armering er påkjent med krefter som er funnet i en FEM-analyse. Betongens kvalitet er B65 og armeringen er B500C. Figur 3.10 viser tverrsnittets dimensjoner, og konvergenskriteriet β er 0,001.



Figur 3.10: Illustrasjon av tverrsnittet til oppgaven, [4].

Inputen i programmet blir:

$$\begin{aligned}n_x &= 4127 \\n_y &= 250 \\n_{xy} &= -464 \\m_x &= -38 \\m_y &= 70 \\m_{xy} &= 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{ck} &= 65 \\f_{yk} &= 500 \\ \gamma_c &= 1,5 \\ \gamma_s &= 1,15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{sx1} &= 5570 \\A_{sx2} &= 5365 \\A_{sy1} &= 1289 \\A_{sy2} &= 1241\end{aligned}$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$h = 350$$

$$c_1 = 75$$

$$c_2 = 75$$

$$n = 10$$

$$E_{sx1} = 200\,000$$

$$E_{sx2} = 200\,000$$

$$E_{sy1} = 200\,000$$

$$E_{sy2} = 200\,000$$

$$\beta = 0,001$$

Resultatet fra programmet er avhengig av hvor mange lameller man deler betongtverrsnittet inn i. Programmet har her blitt kjørt med 100 lameller.

Tabell 3.4: Maksimal spenning i betonglamellene i deres lokalretning fra eksemplet i kompendiet og fra programmet.

	Fra kompendiet	Fra programmet
σ_{pc} [N/mm ²]	12	11,5

Tabell 3.5: Spenning og tøyning i armering.

	Armering [mm ² /m]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]
		Fra kompendiet		Fra programmet	
A_{sx1}	5570	401	2,0	403,2	2,0
A_{sy1}	1289	435	3,1	430,5	3,5
A_{sx2}	5365	435	4,1	434,8	3,9
A_{sy2}	1241	262	1,3	260,7	1,3

Når man sammenligner resultatene fått med denne oppgavens program og resultatet fra programmet benyttet i kompendiet, ser man at resultatene er noenlunde like, se tabell 3.4 og 3.5. Det er små forskjeller i noen verdier og det er vanskelig å si om svaret kompendiet har fått er riktig i forhold til svaret fått med dette programmet. Forskjeller kan komme av at man har benyttet andre verdier for antall lameller, materialkoeffisienter, samt andre faktorer som har innvirkning på resultatet. I tillegg har man at andre materialeegenskaper som spennings- tøyningssammenhengen kan ha blitt benyttet.

I kompendiet har programmet kjørt 365 looper, mens dette programmet brukte kun 184 looper. Ved å endre konvergensverdien, β , og antall lameller, vil antall ganger loopen kjører endres, se vedlegg 4.

Man legger merke til at spenningen i A_{sy1} fra kompendiet er 435. Det er den avrundede verdien til f_{yd} . Verdien programmet får er 434,78 som er den nøyaktige verdien til f_{yd} . Det kan også se ut til at det er gjort avrundinger på materialverdier som har blitt satt inn i kompendiets program, og resultatene vil da bli noe forskjellig fra denne masteroppgavens program som benytter eksakte verdier.

4. Oppsummering og konklusjon

I forbindelse med denne masteroppgaven har det blitt lagd et dataprogram i MATLAB for kontroll av kapasiteten til betongskall. Til denne kontrollen benyttes iterasjonsmetoden. Det har blitt skrevet teori om dimensjonering av betongskall og om iterasjonsmetoden. En brukermanual for programmet er også blitt lagd. Det har blitt kjørt en rekke tester på programmet for å kontrollere at resultatene er tilfredsstillende.

Den første testen var en test på betongberegningene hvor tverrsnittet ble utsatt for en trykkraft i x-retningen og deretter i y-retningen. Resultatene dataprogrammet ga var sammenfallende med det forventede resultatet etter at man endret konvergenskriteriet til 0,00001.

Den andre testen var en test på armeringsberegningene. Tverrsnittet ble utsatt for et moment i x-retningen og deretter i y-retningen. Kreftene ble tatt opp av trykk- og strekkarmeringen som lå i hvert sitt lag. Resultatene i x- og y-retningene ble de samme, men det var noen avvik mellom tøyningresultatene fra dette dataprogrammet og tøyningresultatene fra oppgaven det ble vurdert mot. Dette kommer trolig av at verdier som ble benyttet for å regne ut armeringsmengdene i oppgaven var avrundet, og antatt tøyning ble da feil i forhold til beregnet armeringsmengde. En annen grunn til resultatforskjellene kan være at konvergenskriteriet ble satt så høyt som 0,001. Det er vanskelig å si konkret at dette er grunnen til avvikene, men det ville trolig gitt bedre resultater hvis verdiene i oppgaven ikke var blitt avrundet og konvergenskriteriet i dette dataprogrammet hadde vært satt noe lavere.

Den siste testen som ble gjort av dataprogrammet var en test av hele iterasjonsmetoden. Det har tidligere blitt gjort en beregning med et tilsvarende dataprogram og resultatene derfra ble sammenlignet med dette dataprogrammets resultater. Resultatene var ikke helt like, og det er vanskelig å gi en konkret begrunnelse for avvikene siden ikke all informasjon om inputen for det tilsvarende dataprogrammet var oppgitt. Betingelsene i det tilsvarende programmet var heller ikke gitt og det er derfor vanskelig å si om betingelsene er like for de to programmene. Det kan være forskjellig bruk av materialfaktorer og andre verdier samt bruk av forskjellige spennings-tøyningssammenhenger.

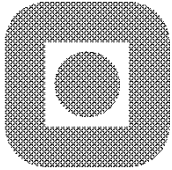
Disse tre testene har blitt benyttet gjennom hele prosessen med å utvikle dataprogrammet, og har vært nyttige i arbeidet med å kvalitetssikre programmet underveis.

Resultatene fra testene stemmer ikke 100 % med resultatene fra denne oppgavens dataprogram, men siden avvikene er små kan man konkludere med at dataprogrammet fungerer slik det er forventet.

5. Referanser

- [1] Delphin ILA. Betong-historie, Store Norske Leksikon, 2009.
- [2] Books LLC. Concrete shell structures. Memphis: Books LLC; 2010.
- [3] Mindeguía FM. ANTOINE BABUTY DESGODETS i les mesures del Pantheon. Universitat Politècnica de Catalunya: ARQUITECTURA EN DIBUIXOS EXEMPLARS. Hentet: 08.06.2013. Tilgjengelig fra: <http://www.etsavega.net/dibex/Desgodets-e.htm>
- [4] Sørensen SI, Øverli JA. Compendium, TKT422: Concrete Structures 3, Autumn 2012. Trondheim: Department of Structural Engineering, NTNU; 2012.
- [5] Norsk standard NS-EN 1992-2:2005+NA:2010: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Bruer, engelsk versjon; 2010.
- [6] Bergan PG, Sørensen SI, Løseth S, Holand I, Fiskvatn A. Ikke-lineær analyse av armerte betongkonstruksjoner: foredrag fra et nordisk betongforskningsseminar holdt 15. mai 1981 ved Institutt for statikk, NTH. Rapport (Norges tekniske høgskole. Institutt for statikk), bind-/heftenr 81-2. Trondheim; 1981.
- [7] Norsk standard NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008: Prosjektering av betongkonstruksjoner, Allmenne regler og regler for bygninger, norsk versjon; 2008.
- [8] Concrete Shell Reinforcement Design, Technical Note, Design Information. Computer and Structures Inc, Berkeley, California, 2006. Hentet: 23.01.2013. Tilgjengelig fra: <http://www.comp-engineering.com/downloads/manuals/SAP2000/English/S-TN-RCS-General-001-1.pdf>
- [9] Brøndum-Nilsen T. Optimum design of reinforced concrete shells and slabs. Afdeling for bærende konstruksjoner, Danmarks tekniske højskole. Danmark; 1974.
- [10] Sørensen SI. Betongkonstruksjoner, Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag; 2010.

Vedlegg 1: Oppgaveteksten



NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET, NTNU
Institutt for konstruksjonsteknikk

Masteroppgave i konstruksjonsteknikk 2013 for Renate Aspelund

Ikke-lineær tverrsnittsdimensjonering av betongskall Non-linear cross-sectional analysis of concrete shells

INNLEDNING

Skallkonstruksjoner kan i en del sammenhenger være statisk nødvendig, økonomisk gunstig og/eller arkitektonisk ønskelig sammenlignet med tradisjonelle bæresystemer.

Oppgaven fokuserer på kapasitetskontroll av tverrsnitt påkjent av skallkrefter. Det skal utvikles et brukervennlig dataprogram som beregner kapasiteten. Kapasitetskontrollen utføres med iterasjonsmetoden som er en metode for ikke-lineær tverrsnittsanalyse av skallsnitt.

OPPGAVE

Oppgaven kan deles opp som følger:

- Et litteraturstudium og teoridel som beskriver metode for beregning av betongskall
- Utvikling av et dataprogram for kapasitetskontroll av betongskall.
- Verifikasjon av dataprogram mot kjente løsninger.
- Lage en brukermanual for beregningsprogrammet.

Oppgaven skal være gjennomført innen den 10. juni 2013.

Trondheim den 31.01.2013

Jan Arve Øverli
Førsteamanuensis / Faglærer

Vedlegg 2: Resultatet fra test av betong

Input:

$$n_x = -1000$$

$$n_y = 0$$

$$n_{xy} = 0$$

$$m_x = 0$$

$$m_y = 0$$

$$m_{xy} = 0$$

$$f_{ck} = 35$$

$$f_{yk} = 500$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$A_{sx1} = 0$$

$$A_{sx2} = 0$$

$$A_{sy1} = 0$$

$$A_{sy2} = 0$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$h = 350$$

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = 0$$

$$n = 10$$

$$E_{sx1} = 200\,000$$

$$E_{sx2} = 200\,000$$

$$E_{sy1} = 200\,000$$

$$E_{sy2} = 200\,000$$

$$\beta = 0,001$$

Betongens egenskaper:

$$f_{cd} = 19,8$$

$$f_{cm} = 43$$

$$E_{cm} = 34077,15$$

$$E_{cd} = 34077,15$$

$$\nu_c = 0$$

$$\varepsilon_{c2} = 0,002$$

$$n_c = 2$$

$$\varepsilon_{cu2} = 0,0035$$

Armeringens egenskaper:

$$f_{yd} = 434,78$$

Indre momentarm for betong og armering:

$$z_i = -157,5 \quad -122,5 \quad -87,5 \quad -52,5 \quad -17,5 \quad 17,5 \quad 52,5 \quad 87,5 \quad 122,5 \quad 157,5$$

$$z_s(1) = 0$$

$$z_s(2) = 0$$

$$k = 0$$

$$R = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Verdier fra første gang programmet går:

Materialmatriser og stivhetsmatrise til betong og armering:

$$C_{c0} = \begin{bmatrix} 34077 & 0 & 0 \\ 0 & 34077 & 0 \\ 0 & 0 & 17038 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5963501 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60268627786 \end{bmatrix}$$

$$C_{sx1} = \begin{bmatrix} E_{sx1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ tilsvarende for } C_{sx2}$$

$$C_{sy1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{sy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 200000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ tilsvarende for } C_{sy2}$$

$$K_s = K_{sx} + K_{sy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11927001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5963501 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120537255571 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60268627786 \end{bmatrix}$$

Tøyning og krumning i midtplanet i skalltverrsnittet:

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tøyning og spenning i den første betonglamellen:

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -157,5 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{pc1} = \begin{bmatrix} -8,384 * 10^{-5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = 0,042$$

$$\sigma_c(1) = -1,628$$

$$\sigma_c(2) = 0$$

$$\sigma_c(3) = 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,628 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -1,628 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Betongens bidrag til den indre kraftvektoren:

$$S_c = \begin{bmatrix} -569,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tøyninger og spenninger i armeringene:

$$A_{sj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{sj} = 0$$

$$T_{esj}(\alpha_{sj}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{psj} = 0$$

$$\sigma_{c1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Armeringens bidrag til den indre kraftvektoren:

$$S_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Den indre kraftvektoren:

$$S = \begin{bmatrix} -569,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Differansen mellom R og S:

$$x = 0,43 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Betongens nye e-moduler og materialmatriser for første lamell:

$$E_{11} = 19418$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = 9709$$

$$C_{ck} = \begin{bmatrix} 19418 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4854 \end{bmatrix}$$

Armeringens nye e-moduler og materialmatriser for armeringslag 1:

$$E_{sx1} = E_{sy1} = 0$$

$$C_{sxx} = C_{syk} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Verdier til den nye stivhetsmatrisen til betong:

$$C_c = \begin{bmatrix} 6796163 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1699041 \end{bmatrix}$$

$$zC_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$zzC_c = \begin{bmatrix} 68683727179 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17170931795 \end{bmatrix}$$

Verdier til de nye stivhetsmatrisene til armeringen:

$$\begin{aligned} C_{cx} &= 0 \\ zC_{cx} &= 0 \\ zzC_{cx} &= 0 \\ C_{cy} &= 0 \\ zC_{cy} &= 0 \\ zzC_{cy} &= 0 \end{aligned}$$

$$k = 1$$

Programmets første beregning er gjennomført og man ser tydelig at armeringen ikke gir noe bidrag/innvirkning på resten av beregningene, så derfor ser man bort fra beregninger på armeringen i videre beregning. Man kjører nå programmet i loop og noterer svarene.

Første gang i loop, k=1.

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 6796163 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1699041 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 68683727179 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17170931795 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} -1,471 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -157,5 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = \begin{bmatrix} -1,471 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,471 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = -0,074$$

$$\sigma_c(1) = -2,811$$

$$\sigma_c(2) = 0$$

$$\sigma_c(3) = 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -2,811 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -2,811 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -983,8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = 0,0162 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$E_{11} = 19104$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = 9552$$

$$C_{pc1} = \begin{bmatrix} 19104 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4776 \end{bmatrix}$$

Andre gang i loop, k=2.

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 6686314 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1671579 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 67573563541 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16893390885 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} -1,496 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -157,5 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = \begin{bmatrix} -1,496 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,496 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = -0,075$$

$$\sigma_c(1) = -2,855$$

$$\sigma_c(2) = 0$$

$$\sigma_c(3) = 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -2,855 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -2,855 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -999,4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = 0,00063 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$E_{11} = 19092$$

$$E_{22} = 0$$

$$E_{12} = 9559$$

$$C_{pc1} = \begin{bmatrix} 19092 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4773 \end{bmatrix}$$

Tredje gang i loop, k=3.

$$K = K_c + K_s = \begin{bmatrix} 6682119 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1670530 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 67531166050 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16882791512 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_t = \begin{bmatrix} -1,497 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -157,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -157,5 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{c1} = \begin{bmatrix} -1,497 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = 0$$

$$T_{\varepsilon c1}(\theta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{pc1} = \begin{bmatrix} -1,497 * 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\eta_c = -0,075$$

$$\sigma_c(1) = -2,857$$

$$\sigma_c(2) = 0$$

$$\sigma_c(3) = 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} -2,857 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{c1} = \begin{bmatrix} -2,857 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -999,9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = 0,00002 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

Siden maksimal verdi av x er mindre enn konvergenzkriteriet, β , vil programmet stoppe.

Programmet er også kjørt med $n_y = -1000$. Verdiene ble da tilsvarende som for eksemplet over, men verdiene ble nå i y-retningen.

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ -999,9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x = 0 \ 0,00002 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$\sigma_{pc1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2,857 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vedlegg 3: Resultatet fra test av armering

Verdier som er tatt fra tabeller til bruk i beregning av armeringsmengde og tøyning i tverrsnittet er tatt fra følgende tabeller i boken Betongkonstruksjoner [10]:

Tabell 4.2: Verdi av α for B25-B95. Armering B500C. Normalarmert.

$$\alpha = x/d = 0,412 \text{ som gir } x = 0,412 * 300 = 123,6$$

Tabell 4.3: Verdi for K for B20-B95. Armering B500C. Normalarmert.

$$K = 0,275$$

Tabell 4.4: Verdi av z/d for B20-B95. Armering B500C. Normalarmert.

$$z/d = 0,835 \text{ som gir } z = 0,835 * 300$$

Inputen i programmet vil se slik ut:

$$n_x = 0$$

$$n_y = 0$$

$$n_{xy} = 0$$

$$m_x = (190 * (1 - 0.3))$$

$$m_y = 0$$

$$m_{xy} = 0$$

$$f_{ck} = 35$$

$$f_{yk} = 500$$

$$\gamma_c = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$A_{sx1} = (1741 * (1 - 0.3))$$

$$A_{sx2} = (385 * (1 - 0.3))$$

$$A_{sy1} = 0$$

$$A_{sy2} = 0$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$h = 370$$

$$c_1 = 70$$

$$c_2 = 43$$

$$n = 10$$

$$E_{sx1} = 200\ 000$$

$$E_{sx2} = 200\ 000$$

$$E_{sy1} = 200\ 000$$

$$E_{sy2} = 200\ 000$$

$$\beta = 0,001$$

Programmet måtte gjøre 77 beregninger, det vil si at loopen gikk 76 ganger. Siden loppene gikk så mange ganger viser jeg bare noen verdier for den indre kraftvektoren og tøyningene i armeringene, som er verdiene som skal sammenlignes med resultatene fra oppgaven i boken. Oppgaven i boken gis følgende verdier: $R=633333$, $\varepsilon_{psx1}=0,005$ og $\varepsilon_{psx1}=0,0022$.

Tabell V3.1: Den indre kraftvektoren og tøyningene i armeringslagene ved k-1 antall ganger i loop

Etter antall ganger i loop, k-1	S	ε_s	
		1. lag	2. lag
0	224487	0,00042	-0,00058
1	568146	0,00209	-0,00132
5	621627	0,00241	-0,00169
10	624578	0,00275	-0,00178
20	627532	0,00333	-0,00191
30	629764	0,00375	-0,00202
40	631247	0,00402	-0,00208
50	632151	0,00417	-0,00213
60	632560	0,00427	-0,00214
70	632652	0,00437	-0,00216
75	632693	0,00441	-0,00216
76	632701	0,00442	-0,00216

Vedlegg 4: Resultatet fra test av iterasjonsmetoden

I kompendiet fra faget Betongkonstruksjoner 3 på NTNU [4], som eksemplet er tatt fra, er det ikke mange detaljer om dataprogrammet som har blitt benyttet. Det mangler også noen detaljer rundt inputen slik som antall lameller tverrsnittet er delt inn i. Inputen som er benyttet i programmet til denne masteroppgaven er gitt i 3.2.3, noe som gir følgende verdier for videre beregning.

$$R = \begin{bmatrix} 4127 \\ 250 \\ -464 \\ -38000 \\ 70000 \\ 3000 \end{bmatrix}$$

$$A_{sx1} = 5,570$$

$$A_{sy1} = 1,289$$

$$A_{sx2} = 5,365$$

$$A_{sy2} = 1,241$$

$$f_{cd} = 36,83$$

$$f_{yd} = 434,78$$

Resultatene i programmet er avhengig av antall lameller betongen er delt inn i. Dette ser man i tabell V4.1 som viser resultatet med 10, 100 og 1000 lameller.

Tabell V4.1: Spenning og tøyning i armeringene med 10, 100 og 1000 lameller

	Armering [mm ² /m]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]
		10 lameller		100 lameller		1000 lameller	
A _{sx1}	5570	403,8	2,0	403,2	2,0	403,2	2,0
A _{sy1}	1289	430,0	3,6	430,5	3,5	430,6	3,5
A _{sx2}	5365	434,8	4,0	434,8	3,9	434,8	3,9
A _{sy2}	1241	261,7	1,3	260,7	1,3	260,7	1,3

Antall ganger i loop endrer seg også ved endring av antall lameller. Det gjør også maksimal spenning i betongen. Fra tabell V4.2 ser man at spenningen blir høyere når antall lameller øker. Spenningen blir regnet ut fra spenningen i lamellens midtplan. Når det er flere lameller blir det mindre avstand fra betongens topp-/bunnkant der spenningen er størst, til topp/bunnamellens midtplan hvor spenningen beregnes.

Tabell V4.2: Antall ganger i loop og spenning i betongen i lokal retningen

	10 lameller	100 lameller	1000 lameller
k-1	192	184	184
σ_{pc}	9,8	11,5	11,7

Ved å minke konvergensverdien, β , til 0,00001 vil verdiene og antall ganger i loop endre seg.

Tabell V4.3: Spenning og tøyning i armeringene med 10, 100 og 1000 lameller og $\beta = 0,00001$

	Armering [mm ² /m]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]	Spenning [N/mm ²]	Tøyning [‰]
	10 lameller			100 lameller		1000 lameller	
A _{sx1}	5570	403,8	2,0	403,3	2,0	403,3	2,0
A _{sy1}	1289	429,8	3,6	430,3	3,5	430,4	3,5
A _{sx2}	5365	434,8	4,0	434,8	4,0	434,8	4,0
A _{sy2}	1241	262,1	1,3	261,1	1,3	261,1	1,3

Endringen av konvergenskriteriet ga små endringer i resultatene i tabell V4.3 sammenlignet med tabell V4.1, men man ser tydelig i tabell V4.4 sammenlignet med tabell V4.4 at programmet må gå flere ganger i loop for å oppfylle konvergenskriteriet.

Tabell V4.4: Antall ganger i loop og spenning i betongen i lokal retning

	10 lameller	100 lameller	1000 lameller
k-1	385	369	370
σ_{pc}	9,8	11,5	11,7