

Jordskjelvrespons av vindturbiner med jord-struktur-interaksjon

Erlend Hovind

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: juni 2013

Hovedveileder: Amir Kaynia, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



TILGJENGELIGHET

Åpen

Institutt for konstruksjonsteknikk
Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi
NTNU- Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet

MASTEROPPGAVE 2013

FAGOMRÅDE: Konstruksjonsdynamikk	DATO: 10.06.2013	ANTALL SIDER: 131 20 + 90 + 21
-------------------------------------	---------------------	-----------------------------------

TITTEL:

Jordskjelvrespons av vindturbiner med jord-struktur-interaksjon
Earthquake Response of Wind Turbines with Soil-Structure Interaction

UTFØRT AV:

Erlend Hovind



SAMMENDRAG:

I denne rapporten er det evaluert jordskjelvrespons for en vindturbin fundamentert med bøttefundament. Ved hjelp av elementprogrammet Abaqus CAE er det etablert en elementmodell av systemet, som inneholder jord, bøttefundament og vindturbin. I etableringen av modellen er det benyttet geometri og masseegenskaper fra en bøttefundamentprototype i Fredrikshavn, Danmark. Basert på sammenligninger av teori om dynamikk, plastisitet, jord og jordskjelv, og ulike verifikasjonsanalyser er det funnet ut at modellen representerer systemet utsatt for jordskjelvsituasjon på en god måte. Dette forutsetter at de plastiske deformasjonene ikke blir for store, ettersom det er antatt full kontakt for kontaktflatene mellom jord og fundament.

Først er systemet analysert med lineær-elasticisk jord. To metoder for å inkludere jord-struktur-interaksjon i beregningene av responsen er benyttet og sammenlignet, tretrinnsmetoden og direkte metode. Direkte metode går ut på å modellere hele systemet i ett. Tretrinnsmetoden deler systemet opp i tre steg; kinematisk interaksjon, impedans og analyse av struktur. I det tredje steget modelleres kun tårnet med fjærer og dempere, og påsatt horisontalakselerasjon og vinkelakselerasjon. Disse egenskapene og tidsseriene etableres i de to første trinnene. Etableringen av frekvensavhengige impedanser har vist seg å være et usikkerhetsmoment da interaksjonen mellom jord og bøttefundament er kompleks. Resultatene viser at responsene er i samme størrelsesorden, men at tretrinnsmetoden gir lavere egenperiode enn direkte metode.

Tretrinnsmetoden er også utvidet til ikke-lineære systemer. Mens $PGA(\text{grunnfjell})=0.05g$ for de lineære analysene, er denne grunnakselerasjonen multiplisert med både tre og seks for å få to ulike tidsserier, hvor den ene gir mer plastisk oppførsel enn den andre. Impedansen er da i form av stegvis lineære statiske stivheter, gitt i form av forskyvning-last-syklus og rotasjon-moment-syklus. Resultatene viser at det hovedsakelig er rotasjonen som står for den plastiske oppførselen i analysene. Det viser seg at systemet "kollapser" når det eksiteres av tidsserien med den høyeste PGA-en, så "kollapser" det. "Kollaps" betyr i dette tilfellet permanent rotasjon av fundamentet.

Nøkkelord: Jordskjelvrespons; Jord-struktur-interaksjon; Tretrinnsmetode; Direkte metode; Offshore vindturbin; Bøttefundament.

FLAGLÆRER: Amir M. Kaynia
VEILEDER: Amir M. Kaynia
UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU

MASTEROPPGAVE 2013

for

Erlend Hovind

Jordskjelvrespons av vindturbiner med jord-struktur-interaksjon

Earthquake Response of Wind Turbines with Soil-Structure Interaction

Oppgaven går i første omgang ut på å undersøke ulike fundamenteringskonsepter for offshore vindturbiner. Deretter å etablere en realistisk Abaqus-modell av et system bestående av jord, bøttefundament og vindturbin. Denne modellen skal benyttes til både lineære- og ikke-lineære analyser av systemet ved å ta hensyn til jord-struktur-samvirke. I oppgaven skal både direkte metode og tretrinnsmetoden anvendes i analysene, og resultatene sammenlignes. Det innebærer å etablere frekvensavhengige fundamentfjærer for tretrinnsmetoden. Et annet formål med oppgaven er å utvide den klassiske tretrinnsmetoden, som er utviklet for lineære systemer, til også å gjelde ikke-lineære systemer.

Besvarelsen organiseres i henhold til gjeldende retningslinjer.

Veileder: Amir M. Kaynia

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 10. juni 2013.

NTNU, 18. januar , 2013

Amir M. Kaynia
faglærer

Forord

Denne oppgaven ble utført våsemesteret 2013 ved Institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i Trondheim. Oppgaven representerer avslutningen av det femårige masterstudiet, Bygg- og Miljøteknikk, og tilsvarer 30 studiepoeng.

Jeg ønsker å takke professor II Amir M. Kaynia som har vært veileder for denne oppgaven. Hans engasjement og kunnskap har vært avgjørende gjennom hele prosessen, fra definisjon av oppgave til tolkning av resultater. En takk rettes også til Amirs kollegaer på NGI i Oslo som har delt sin kunnskap om modellering av jord i Abaqus. This goes especially to Khoa D. V. Huynh who let me come and visit him at his office in Oslo and “steal” some valuable time.

Trondheim, juni 2013

Erlend Hovind

Sammendrag

I denne rapporten er det evaluert jordskjelvrespons for en vindturbin fundamentert med bøttefundament. Ved hjelp av elementprogrammet Abaqus CAE er det etablert en elementmodell av systemet, som inneholder jord, bøttefundament og vindturbin. I etableringen av modellen er det benyttet geometri og masseegenskaper fra en bøttefundamentprototype i Fredrikshavn, Danmark. Basert på sammenligninger av teori om dynamikk, plastisitet, jord og jordskjelv, og ulike verifikasjonsanalyser er det funnet ut at modellen representerer systemet utsatt for jordskjelvsitasjon på en god måte. Dette forutsetter at de plastiske deformasjonene ikke blir for store, ettersom det er antatt full kontakt for kontaktflatene mellom jord og fundament.

Først er systemet analysert med lineær-elastisk jord. To metoder for å inkludere jordstruktur-interaksjon i beregningene av responsen er benyttet og sammenlignet, tretrinnsmetoden og direkte metode. Direkte metode går ut på å modellere hele systemet i ett. Tretrinnsmetoden deler systemet opp i tre steg; kinematisk interaksjon, impedans og analyse av struktur. I det tredje steget modelleres kun tårnet med fjærer og dempere, og påsatt horisontalakselerasjon og vinkelakselerasjon. Disse egenskapene og tidsseriene etableres i de to første trinnene. Etableringen av frekvensavhengige impedanser har vist seg å være et usikkerhetsmoment da interaksjonen mellom jord og bøttefundament er kompleks. Resultatene viser at responsene er i samme størrelsesorden, men at tretrinnsmetoden gir lavere egenperiode enn direkte metode.

Tretrinnsmetoden er også utvidet til ikke-lineære systemer. Mens $PGA(\text{grunnfjell}) = 0.05g$ for de lineære analysene, er denne grunnakselerasjonen multiplisert med både tre og seks for å få to ulike tidsserier, hvor den ene gir mer plastisk oppførsel enn den andre. Impedansen er da i form av stegvis lineære statiske stivheter, gitt i form av

forskyvning-last-syklus og rotasjon-moment-syklus. Resultatene viser at det hovedsakelig er rotasjonen som står for den plastiske oppførselen i analysene. Det viser seg at systemet “kollapser” når det eksiteres av tidsserien med den høyeste PGA-en, så “kollapser” det. “Kollaps” betyr i dette tilfellet permanent rotasjon av fundamentet.

Nøkkelord: Jordskjelvrespons; Jord-struktur-interaksjon; Tretrinnsmetode; Direkte metode; Offshore vindturbin; Bøttefundament.

Abstract

In this thesis, the earthquake response of a wind turbine with suction bucket foundation has been evaluated. The system, which contains a soil volume, suction bucket and wind turbine, was created in the finite element programme Abaqus CAE. The establishment of the model is based on geometry and mass properties of the suction bucket prototype in Fredrikshavn, Denmark. Comparisons with relevant theory and results from verification analyses imply that the model represents the system subjected to earthquake excitation in a satisfactory way. This is only true for earthquakes leading to small plastic deformations, because full contact is assumed in the interface between soil and foundation in the model.

First, the system with linear-elastic soil is analyzed. Two methods of soil-structure interaction are applied and compared, the three-step method and the direct method. The latter represents the entire system in one model. The three-step method divides the dynamic system into three steps; kinematic interaction, impedance and analysis of the structure. In the third step, the wind turbine is founded on springs and dampers with properties from the impedance step. This system is subjected to both horizontal acceleration and angular acceleration from the kinematic interaction. Because the interaction between soil and a suction bucket is complex, the establishment of frequency-dependent impedances has led to uncertainties. The results show a response for the two methods in the same order of magnitude, but the three-step method tends to give a higher amplitude. For the steady-state oscillations towards the end of the time series, the three-step method gives a lower eigenperiod compared with the direct method.

The three-step method is extended in order to cover non-linearities. While $PGA(\text{bedrock}) = 0.05g$ for the linear analysis, the time series is multiplied by three and six in order to

give different plastic deformations for the non-linear analyses. The impedance is now given as stepwise linear stiffnesses defined by a force-displacement cycle and a moment-rotation cycle which take isotropic hardening into account. The results show that it is mainly rotation that gives plastic behaviour in the analyses. It also turns out that the system “collapses” while subjected to the time series with the highest PGA. In this case, “collapsing” means permanent rotation of the foundation.

Keywords: Earthquake response; Soil-Structure Interaction; Three-step method; Direct method; Offshore wind turbine; Suction Bucket.

Innhold

1	Introduksjon	1
2	Teori	3
2.1	Dynamikk	3
2.1.1	Bevegelsesligningen	3
2.1.2	Implisitt integrasjon	5
2.1.3	Rayleigh-demping	7
2.2	Plastisitet	7
2.2.1	Tresca-kriteriet	8
2.2.2	Isotropisk herding	9
2.2.3	Demping	10
2.3	Jordskjelv	11
2.3.1	Generelt	11
2.3.2	Forsterkningsfaktor	14
2.3.3	Egenfrekvens til jordlag	17
2.3.4	Responsspekter	17
2.3.5	Dimensjoneringsstandarder	19

2.4	Jord-struktur-interaksjon	21
2.4.1	Generelt	21
2.4.2	Direkte metode	23
2.4.3	Tretrinnsmetoden	24
3	Offshore vindturbiner	31
3.1	Generelt	32
3.2	Støttestrukturkonsepter	33
3.2.1	Gravitasjonsfundament	35
3.2.2	Monopel	36
3.2.3	Stålfagverk-understell	37
3.2.4	Bøttefundament	38
3.2.5	Tripod	39
4	Elementmodell	41
4.1	Koordinatsystem og frihetsgrader	42
4.2	Grensebetingelser	42
4.3	Geometri	43
4.3.1	Jordskive	44
4.3.2	Fullstendig modell	44
4.4	Materialparametre	47
4.4.1	Stål	48
4.4.2	Lineær-elastisk jord	48
4.4.3	Elasto-plastisk jord	49
4.5	Rayleigh-demping	49
4.6	Jordskjelveksitasjon	50

5	Resultater	53
5.1	Verifikasjon av modell	53
5.1.1	Forsterkningsfaktor	54
5.1.2	Jordlagets egenfrekvens	54
5.1.3	Avstivere	55
5.2	Lineær analyse	56
5.2.1	Tretrinnsmetoden	56
5.2.2	Sammenligning med direkte metode	62
5.3	Ikke-lineær analyse	65
5.3.1	Tretrinnsmetoden	65
5.3.2	Sammenligning med direkte metode	69
6	Diskusjon	73
6.1	Verifikasjon av modell	73
6.2	Lineær analyse	75
6.2.1	Kinematisk interaksjon	75
6.2.2	Impedans	75
6.2.3	Sammenligning	77
6.3	Ikke-lineær analyse	79
6.3.1	Kinematisk interaksjon	79
6.3.2	Impedans	79
6.3.3	Sammenligning	80

7 Konklusjon	83
7.1 Verifikasjon av modell	83
7.2 Lineær analyse	84
7.3 Ikke-lineær analyse	85
7.4 Videre arbeid	86
Bibliografi	86
A Jordskjelvskala	91
A.1 Jordskjelvintensitet	92
B Eurokode 8-tabeller	93
B.1 Grunntyper	93
B.2 Seismiske klasser	94
C Matlabskript	95
C.1 Forsterkningsfaktor	95
C.2 Rayleigh-demping	98
C.3 Responsspektrum	100
C.4 Impedanser	103
C.5 Isotropisk herding	105
C.6 Demping i elasto-plastisk jord	107
D Tidsserier	109
D.1 Horisontalakselerasjon fra kinematisk interaksjon	109
D.1.1 Elasto-plastisk jord, $PGA = 0.15g$	109
D.2 Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon	110
D.2.1 Lineær-elastisk jord, $PGA = 0.05g$	110
D.2.2 Elasto-plastisk jord, $PGA = 0.15g$	110
D.2.3 Elasto-plastisk jord, $PGA = 0.30g$	111

Figurer

2.1	Trescas flyteflate for plan spenningstilstand. [12]	9
2.2	Elastisk og total energi for en elasto-plastisk syklus med herding	10
2.3	Notasjon for jordskjelv-lokasjon.	12
2.4	Forkastninger: (a) Normalforkastning; (b) Reversforkastning; (c) Side- lengsforkastning. [21]	12
2.5	Seismiske bølger: (a) Rombølger; (b) Overflatebølger. [14]	13
2.6	Skjærbølgeforplantning gjennom jordlag. [14]	14
2.7	Teoretisk forsterkningsfaktor for dempet system, med $\xi = 2, 5, 10\%$	16
2.8	Responsspekter fra Eurokode 8 for ulike grunntyper, A-E. [24]	19
2.9	Dekomponering av jord-struktur-system. [22]	21
2.10	Kinematisk interaksjon med fritt felt-respons som stiplede linjer: (a) overflatefundament; (b) blokk-fundament. [15]	23
2.11	Tretrinnsmetoden for jord-struktur-interaksjon: (a) geometrien til jord- struktur-problemet; (b) dekomponering i kinematisk- og treghetsinter- aksjon; (c) tottrinnsanalyse av treghetsinteraksjon. [20]	25
2.12	Overflatefundament-geometri.	28
2.13	Forskyvningskomponenter for tretrinnsmetoden. [15]	29
3.1	Årlig og akkumulert installert kapasitet av offshore vindenergi. [17]	31

3.2	Vindturbin.	32
3.3	Fundamenteringskonsepter. [4]	35
3.4	Fundamenteringskonsepter. [4]	37
4.1	Bøttefundament-prototype i Fredrikshavn.	42
4.2	Grensebetingelser.	43
4.3	Jordskive-geometri.	44
4.4	Geometri for prototypen i Fredrikshavn. [10]	45
4.5	Elementmodell av jord og stål hver for seg.	46
4.6	Modeller for tretrinnsmetoden	47
4.7	2 % Rayleigh-demping.	50
4.8	Grunnakselerasjon fra jordskjelv i Nahanni i 1985.	51
5.1	Sammenligning av forsterkningsfaktor for jordskive i Abaqus med teoretisk.	54
5.2	Modenes form.	55
5.3	Avstivet tårnbunn	55
5.4	Tårnbunn på uendelig stiv plate	55
5.5	Horisontal akselerasjon av kontrollpunktet.	57
5.6	Pseudo-spektralakselerasjon for horisontal akselerasjon av kontrollpunktet.	57
5.7	Translasjonsstivhet (i x-retning).	58
5.8	Rotasjonsimpedans (om y-aksen).	59
5.9	Forskyvning av tårntopp med tretrinnsmetoden.	61
5.10	Sammenligning av tretrinnsmetoden med koblede og ukoblede fjærer.	61
5.11	Sammenligning av horisontal akselerasjon av tårntopp.	63

5.12	Sammenligning av forskyvning av tårntopp.	63
5.13	Sammenligning av forskyvning av tårnbunn.	64
5.14	Sammenligning av rotasjon av tårnbunn.	64
5.15	Horizontal akselerasjon av kontrollpunktet med PGA for grunnfjell lik 0.30g.	66
5.16	Pseudo-spektralakselerasjon for horisontal akselerasjon av kontrollpunktet med PGA for grunnfjell lik 0.30g.	66
5.17	Sammenligning av reell impedans og tilnærming med lineære intervaller	67
5.18	Elasto-plastiske sykluser for horisontalt påsatte krefter	68
5.19	Dempingskoeffisient med elasto-plastiske sykluser	68
5.20	Sammenligning av horisontal akselerasjon av tårntopp med PGA = 0.15g.	69
5.21	Sammenligning av horisontal akselerasjon av tårntopp med PGA = 0.30g.	69
5.22	Sammenligning av forskyvning av tårnbunn med PGA = 0.15g.	70
5.23	Sammenligning av forskyvning av tårnbunn med PGA = 0.30g.	70
5.24	Sammenligning av rotasjon av tårnbunn med PGA = 0.15g.	71
5.25	Sammenligning av rotasjon av tårnbunn med PGA = 0.30g.	71
D.1	Horizontalakselerasjon fra kinematisk interaksjon med elasto-plastisk jord og PGA = 0.15g.	109
D.2	Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon med lineær-elastisk jord og PGA = 0.05g.	110
D.3	Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon med elasto-plastisk jord og PGA = 0.15g.	110
D.4	Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon med elasto-plastisk jord og PGA = 0.30g.	111

Tabeller

2.1	Risikonivå for ulike scenarioer. [7]	20
2.2	Returperiode for risikonivåer. [23]	20
2.3	Stivhet, demping og ekvivalent masse (eller treghetsmoment) for sirkulært overflatefundament. [14]	28
3.1	Oppsummering av fundamenteringsmetoder for offshore vindturbiner.	34
4.1	Elementmodellens egenskaper.	45
4.2	Stålplatetykkelser for modellen.	47
4.3	Materialparametre for stål.	48
4.4	Materialparametre for lineær jord.	48
4.5	Materialparametre for ikke-lineær jord.	49
5.1	Teoretiske egenfrekvenser for modellert jordlag.	55
5.2	Sammenligning av egenfrekvens for avstivet og uavstivet tårnbunn. . .	56
5.3	Teoretiske og analytiske impedanser for modellen.	60
5.4	Masseegenskaper i kontrollpunktet for tårn med punktmasser, hentet fra Abaqus CAE.	62
5.5	Egenperioder for tretrinnsmetoden.	62
5.6	Stivheter og flytning for Abaqus-fjærer.	67

A.1	EMS98 jordskjelvintensitetskala. [21]	92
B.1	Beskrivelser av grunntyper fra Eurokode 8. [24]	93
B.2	Beskrivelse av seismiske klasser fra Eurokode 8. [24]	94

Kapittel 1

Introduksjon

Utvikling av offshore vindturbiner er i vinden for tiden. For å unngå at kostnadene øker drastisk med vanndybden er disse konstruksjonene svært fleksible. Dette gjør de sårbare for dynamiske påkjenninger. I denne oppgaven er det sett på jordskjelvrepons av en vindturbin fundamentert med bøttefundament. Selv om hydrodynamikk ikke er inkludert i oppgaven omtales vindturbinen fortsatt som fundamentert til havs, ettersom fundamentet krever en viss vanndybde.

Innledningsvis går oppgaven ut på å sette seg inn i ulike fundamenteringskonsepter for offshore vindturbiner, og hva som er avgjørende for valg av konsept. I resten av oppgaven skal bøttefundamentkonseptet benyttes. Det skal da først etableres en elementmodell i elementprogrammet Abaqus CAE som representerer jord, bøttefundament og vindturbin, utsatt for jordskjelveysitasjon, på en realistisk måte.

Modellen skal benyttes til å sammenligne to metoder for å inkludere jord-struktur-samvirke, tretrinnsmetoden og direkte metode. Ettersom tretrinnsmetoden bygger på superposisjonsprinsippet er dette gjort med lineære analyser. Bruk av tretrinnsmetoden på bøttefundamenter er ikke godt dokumentert. Et av oppgavens formål er derfor beskrive denne fremgangsmåten, og se hva slags responser denne metoden gir i forhold til direkte metode. Dette innebærer å etablere frekvensavhengige impedanser.

Til slutt skal det undersøkes hvordan den klassiske tretrinnsmetoden kan utvides til å inkludere ikke-lineære systemer. Responsene fra disse analysene skal også sammenlignes med direkte metode.

Kapittel 2

Teori

Dette kapitlet gir en kort innføring i teorien som er benyttet i denne oppgaven. Først presenteres den grunnleggende konstruksjonsdynamikken og numeriske løsningsmetoder. Deretter gis en kort beskrivelse av plastisk materialoppførsel. Til slutt gis en innføring i jordskjelvteori og interaksjon mellom jord og struktur. Selv om parametre og fremgangsmåter presenteres, antas det at leseren har grunnleggende kunnskap om konstruksjonsdynamikk, jordskjelvdimensjonering og elementmetoden. Det er ikke nødvendig med geotekniske forhåndskunnskaper.

2.1 Dynamikk

Den grunnleggende dynamikken er utgangspunkt for oppgaven og de mer avanserte metodene som benyttes. Det gis derfor en kort innføring i bevegelsesligningen og implisitt løsning av denne. I tillegg presenteres Rayleigh-demping.

2.1.1 Bevegelsesligningen

For et system med én frihetsgrad utsatt for jordskjelveksitasjon, ser bevegelsesligningen slik ut [1]:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = -M\ddot{u}_g \quad (2.1)$$

hvor M er masse, C er demping, K er stivhet og y er relativ respons i forhold til u_g , som er jordskjelvsitasjonen. Hvis en introduserer den totale forskyvningen, $u = y + u_g$, kan bevegelsesligningen skrives som:

$$M\ddot{u} + C\dot{y} + Ky = 0 \quad (2.2)$$

Eigenfrekvensen, ω_n , og dempingskoeffisienten, ξ , kan uttrykkes med sammenhengene [1]:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{og} \quad \xi = \frac{C}{2M\omega_n} \quad (2.3)$$

Utnyttet disse sammenhengene, og ligning 2.1 divideres på massen, kan bevegelsesligningen skrives som:

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = -\ddot{u}_g \quad (2.4)$$

I henhold til Chopra [1] kan den stasjonære løsningen av ligning 2.4 i det komplekse plan uttrykkes som:

$$y_p(t) = \text{Re} \left[-\frac{M\ddot{u}_g}{K} \left(\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 - i2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right) e^{i\omega t} \right] \quad (2.5)$$

Hvor Re betegner at det er snakk om realdelen og $i = \sqrt{-1}$.

For et system med flere frihetsgrader etableres bevegelsesligningen på matrisiform [1]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = -\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g \quad (2.6)$$

Vektorer og matriser gjenkjennes med fete bokstaver. \mathbf{M} er massematrisen, \mathbf{C} er dempingsmatrisen, \mathbf{K} er stivhetsmatrisen og \mathbf{y} er responsvektoren. Det må understrekes at responsvektoren kan inneholde både translasjoner og rotasjoner, avhengig av hvilke frihetsgrader systemet er representert med. \mathbf{I} er en enhetsvektor som gir retningen på jordskjelvsitasjonen.

2.1.2 Implisitt integrasjon

Dette avsnittet presenterer Newmarks metode for lineære systemer i sin helhet. Deretter tar det for seg hvilke endringer som må gjøres for å løse ikke-lineære systemer. Til slutt presenteres α -metoden av Hilber, Hughes og Taylor, som kan sees på som en generalisering av Newmarks metode. Teorien som omfatter de implisitte metodene, er hentet fra Cook et al. [3] og Mathisen [19]. Implisitte metoder tar utgangspunkt i likevekt for systemet ved tid, t_{i+1} , hvor indeksen i betegner det i -te tidssteget.

Newmarks metode tar utgangspunkt i følgende tilnærminger :

$$\dot{\mathbf{y}}_{i+1} = \dot{\mathbf{y}}_i + \Delta t [\gamma \ddot{\mathbf{y}}_{i+1} + (1 - \gamma) \ddot{\mathbf{y}}_i] \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \Delta t \dot{\mathbf{y}}_i + \frac{1}{2} \Delta t^2 [2\beta \ddot{\mathbf{y}}_{i+1} + (1 - 2\beta) \ddot{\mathbf{y}}_i] \quad (2.8)$$

hvor Δt er tidssteget. β og γ er numeriske parametre som blant annet styrer nøyaktigheten, numerisk stabilitet og algoritmisk damping. Kombinasjonene $\beta = \frac{1}{4}, \gamma = \frac{1}{2}$ og $\beta = \frac{1}{6}, \gamma = \frac{1}{2}$ representerer henholdsvis konstant-gjennomsnittlig akselerasjon-metoden og lineær akselerasjon-metoden.

Løses ligning 2.8 for $\ddot{\mathbf{y}}_{i+1}$, og innsettes i ligning 2.7 fås:

$$\ddot{\mathbf{y}}_{i+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{y}_{i+1} - \mathbf{y}_i - \Delta t \dot{\mathbf{y}}_i) - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{y}}_i \quad (2.9)$$

$$\dot{\mathbf{y}}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} (\mathbf{y}_{i+1} - \mathbf{y}_i) - \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{y}}_i - \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{y}}_i \quad (2.10)$$

Disse ligningene introduseres i bevegelsesligningen, ligning 2.6, som løses for \mathbf{y}_{i+1} :

$$\mathbf{K}^{eff} \mathbf{y}_{i+1} = -\mathbf{M} \mathbf{I} \ddot{u}_g + \mathbf{M} \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{y}_i + \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{y}}_i + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{y}}_i \right] +$$

$$\mathbf{C} \left[\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{y}_i + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{y}}_i + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{y}}_i \right] = \mathbf{P}^{eff} \quad (2.11)$$

hvor den effektive stivheten, \mathbf{K}^{eff} , kan uttrykkes som:

$$\mathbf{K}^{eff} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbf{C} + \mathbf{K} \quad (2.12)$$

For et lineært system er denne stivheten konstant og det er kun den effektive lasten \mathbf{P}^{eff} som må beregnes for hvert tidssteg, for å finne responsen, \mathbf{y}_{i+1} . Ikke-lineære systemer krever, på sin side, at både \mathbf{P}^{eff} og \mathbf{K}^{eff} beregnes for hvert tidssteg. På grunn av ikke-lineæriteten vil stivheten, \mathbf{K} , i ligning 2.12 ikke være konstant. Denne varierende stivheten kalles *tangensiell stivhet*, og betegnes \mathbf{K}_T . Samtidig innføres *tangensiell effektiv stivhet*, \mathbf{K}_T^{eff} , for å skille mellom lineær og ikke-lineær effektiv stivhet. Ligning 2.11 kan da, for ikke-lineære systemer, uttrykkes som:

$$\left(\mathbf{K}_T^{eff}\right)_i \Delta\mathbf{y}_i = \Delta\mathbf{P}_i^{eff} \quad (2.13)$$

For å finne endringen i forskyvningsvektoren, $\Delta\mathbf{y}$, må en benytte et itereringsskjema. Newton-Raphson og modifisert Newton-Raphson er to metoder for å iterere seg frem til $\Delta\mathbf{y}$. Førstnevnte metode beregner ny tangensiell stivhet for hver iterasjon, mens sistnevnte metode benytter samme tangensielle stivhet for hver iterasjon innen samme tidssteg. Det henvises til Chopra [1] for detaljert gjennomgang av iterasjonsskjemaene.

Ved å øke ξ eller innføre Rayleigh-demping i Newmarks metode dempes hovedsakelig modene i midten av frekvensspennet. For å dempe høyfrekvent støy er det hensiktsmessig å introdusere algoritmisk demping, det vil si å sette $\gamma > \frac{1}{2}$. Dette medfører å redusere nøyaktigheten til Newmarks metode. Derfor innførte Hilber, Hughes og Taylor α -metoden. Den baserer seg på ligning 2.9 og ligning 2.10 fra Newmarks metode og den modifiserte bevegelsesligningen:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}_{i+1} + (1 + \alpha)\mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}_{i+1} - \alpha\mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}_i + (1 + \alpha)\mathbf{K}\mathbf{y}_{i+1} - \alpha\mathbf{K}\mathbf{y}_i = (-\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g)_\alpha \quad (2.14)$$

hvor $(-\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g)_\alpha$ er jordskjelvlasten evaluert ved $t = t_{i+1} + \alpha\Delta t$. Hvis lasten varierer lineært over tidssteget, tilsvarer det:

$$(-\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g)_\alpha = (1 + \alpha)(-\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g)_{i+1} - \alpha(-\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{u}_g)_i \quad (2.15)$$

α -metoden er ubetinget stabil når:

$$-\frac{1}{3} \leq \alpha \leq 0, \quad \gamma = \frac{1}{2}(1 - 2\alpha) \text{ og } \beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha)^2 \quad (2.16)$$

Hvis $\alpha = 0$, reduseres α -metoden til Newmarks metode.

2.1.3 Rayleigh-demping

En måte å introdusere demping på i systemer med flere frihetsgrader, er Rayleigh-demping. Rayleigh-demping definerer den globale dempingsmatrisen som en lineær kombinasjon av den globale massematrisen og den globale stivhetsmatrisen [3]:

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (2.17)$$

Dempingsmatrisen etableres med utgangspunkt i to valgte dempingskoeffisienter. Fremgangsmåten følger Chopra [1]. For den n -te moden kan dempingskoeffisienten uttrykkes som:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (2.18)$$

Her er det første leddet det masseproporsjonale bidraget, mens det siste leddet er det stivhetsproporsjonale bidraget. Det betyr at det masseproporsjonale leddet demper de laveste modene sterkest, mens det stivhetsproporsjonale leddet demper de høyeste modene sterkest. De to koeffisientene a_0 og a_1 bestemmes ved å etablere ligning 2.18 på matriseform:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Ved å velge $\xi_i = \xi_j$ kan a_0 og a_1 uttrykkes slik:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad \text{og} \quad a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (2.20)$$

2.2 Plastisitet

Dette delkapittelet tar for seg ikke-lineær oppførsel i form av plastisitet. Derfor vil både Trescas flytekriterie og isotropisk herding presenteres. Den ekstra dempingen som introduseres gjennom plastisiteten er også beskrevet.

2.2.1 Tresca-kriteriet

Trescas flytekriterie går ut på at materialet flyter når den maksimale skjærspenningen, τ_{maks} , er identisk med halve flytespenningen, f_y [12]:

$$\tau_{maks} = \frac{f_y}{2} \quad (2.21)$$

Introduseres sammenhengen

$$\tau_{maks} = \frac{1}{2}(\sigma_{maks} - \sigma_{min}) \quad (2.22)$$

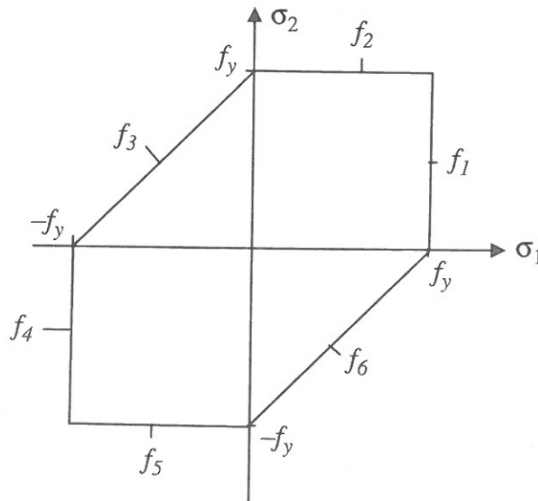
hvor σ_{maks} og σ_{min} henholdsvis er maksimal og minimum hovedspenning, kan funksjonen for flytning etableres:

$$f(T) = \sigma_{maks} - \sigma_{min} - f_y \quad (2.23)$$

Her er $T = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ og $f(T)$ er funksjonen som definerer flyteflaten for et Tresca-materiale. Denne flaten kan da representeres av seks plan:

$$\begin{aligned} f_1 = \sigma_1 - \sigma_3 - f_y = 0, \quad f_2 = \sigma_2 - \sigma_3 - f_y = 0 \\ f_3 = \sigma_2 - \sigma_1 - f_y = 0, \quad f_4 = \sigma_3 - \sigma_1 - f_y = 0 \\ f_5 = \sigma_3 - \sigma_2 - f_y = 0, \quad f_6 = \sigma_1 - \sigma_2 - f_y = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

For en plan spenningstilstand ser flyteflaten ut som vist i figur 2.1.



Figur 2.1: Trescas flyteflate for plan spenningstilstand. [12]

2.2.2 Isotropisk herding

Det finnes to hovedtyper av elasto-plastisk materialoppførsel; lineær elastisk perfekt-plastisk og lineær elasto-plastisk [12]. Førstnevnte oppførsel betyr at det ikke er noen herding av materialet. I dette avsnittet presenteres det en metode for å representere lineær elasto-plastisk materialoppførsel med isotropisk herding som en sum av flere lineær elastiske perfekt-plastiske forløp.

Poenget er å etablere en stegvis lineær tilnærming til de ikke-lineære pålastningskurvene. De lineære intervallene er som sagt en sum av flere lineære elastiske perfekt-plastiske forløp, og hver av dem har en gitt stivhet, k , og et gitt punkt for hvor flytning oppstår, F_y (kraft eller moment). Fremgangsmåten er her gitt som et eksempel med med fire lineære steg. Hvis k_1 til k_4 er stivhetene til de fire intervallene, hvor k_1 hører til det laveste flytepunktet, F_{y1} , kan den totale stivheten for det første steget, K_1 , skrives som:

$$K_1 = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \quad (2.25)$$

De totale stivhetene er stivhetene fra den lineære tilnærmingen. Etter at det første flytepunktet er nådd, vil den totale stivheten for det andre steget, K_2 , være:

$$K_2 = k_2 + k_3 + k_4 \quad (2.26)$$

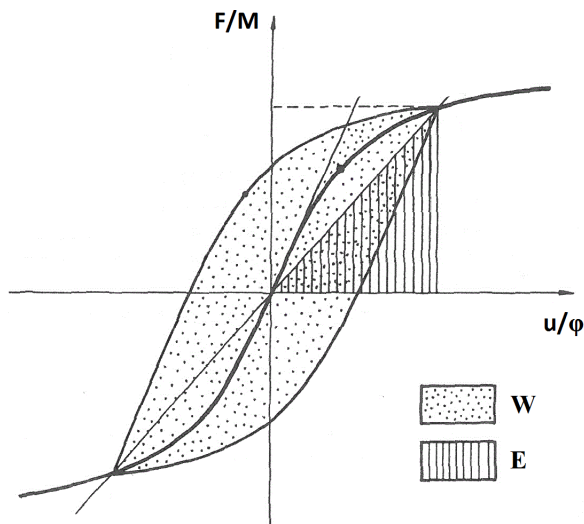
Til slutt er den totale stivheten for det fjerde steget, $K_4 = k_4$. Dette ligningssystemet kan enkelt løses baklengs for å etablere de ulike stivhetene.

2.2.3 Damping

Med elasto-plastisk materialoppførsel, vil det i tillegg til den vanlige dempingen i materialene introduseres en demping i forbindelse med energitapet. Figur 2.2 viser både den elastiske og totale energien for en elasto-plastisk syklus med fastning. Syklusen kan være for enten kraft-forskyvning eller moment-rotasjon. I henhold til Kramer [15] kan dempingskoeffisienten til systemet uttrykkes som:

$$\xi = \frac{W}{4\pi E} \quad (2.27)$$

hvor E er den elastiske energien og W er den totale energien til den gitte syklusen.



Figur 2.2: Elastisk og total energi for en elasto-plastisk syklus med herding

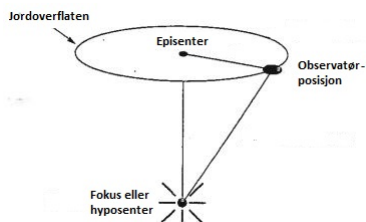
2.3 Jordskjelv

Dette delkapittelet tar først for seg grunnleggende teori om jordskjelv, som hvordan de oppstår og forskjellige begreper. Deretter presenteres essensielle parametre og hjelpemidler for å dimensjonere konstruksjoner for jordskjelv.

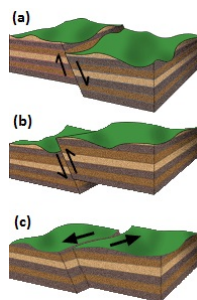
2.3.1 Generelt

Det er viktig med grunnleggende kunnskap om jordas indre struktur for å forstå hvordan jordskjelv oppstår. Teorien som omhandler både dette og målemetoder for jordskjelv, er hentet fra Kramer [15] og NORSAR [21]. Store jordskjelv har nok energi til å produsere målbare bevegelser over hele jordkloden. Ved å studere hvordan bølgene forplanter seg fra bruddlokasjonen, kalt *fokus* eller *hyposenter*, til en observatørposisjon med seismograf, dannes det et bilde av de forskjellige lagenes egenskaper. Figur 2.3 viser fokus, observatørposisjon og episenteret, som er punktet på jordoverflaten direkte over fokus.

Jorda består av seks kontinentalplater og 14 subkontinentalplater, som alle er i konstant bevegelse. Bruddene oppstår ved at det over en tid bygges opp mye elastisk tøyingsenergi i form av skjærspenninger i plategrensene. Når skjærspenningene overgår skjærstyrken til fjellet i bruddflaten, utløses jordskjelvet. Bruddflaten kalles *forkastning*, og det er vanlig å dele inn forkastningstypene etter hvordan platene beveger seg i forhold til hverandre. Figur 2.4 viser de tre hovedtypene, som kalles *normalforkastning*, *reversforkastning* og *sidelengsforkastning*. Jordskjelv kan også oppstå innad i en plate, men disse skjelvene har som regel ikke samme styrken.



Figur 2.3: Notasjon for jordskjelvelokasjon.



Figur 2.4: Forkastninger: (a) Normalforkastning; (b) Reversforkastning; (c) Sidelengsforkastning. [21]

Når det kommer til jordskjelvets styrke og størrelse, kan det bestemmes både kvalitativt og kvantitativt. Førstnevnte betegnes som *magnitude*, som på grunn av stor spredning er en logaritmisk skala. Det finnes utallige metoder for å måle magnituden til et jordskjelv. Det vil her kort bli presentert to metoder for å beregne magnituden, Richter-magnitudo og seismisk moment.

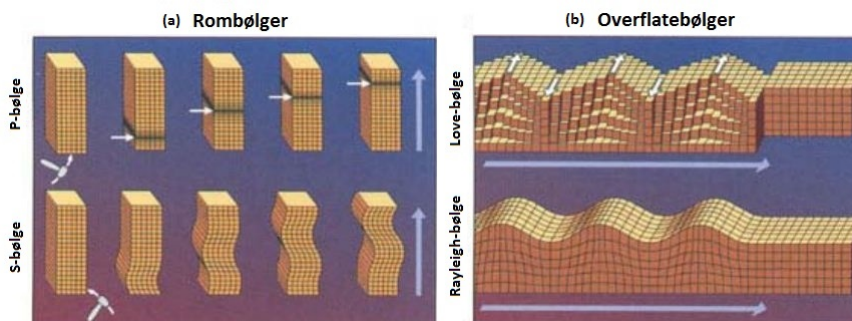
Richter-magnituden er den mest kjente metoden i dag. Denne magnituden beregnes basert på målinger av rystelsene med et spesielt instrument og avstanden til episenteret. Richters skala er uegnet for jordskjelv over 1000 km fra målepunktet og jordskjelv med Richter-magnitudo over 7.5. Seismisk moment blir sett på som det mest korrekte målet på et jordskjelvs styrke. Det kan beregnes fra enten bruddareal, bevegelsesdistanse og stivheten til fjellet, eller alternativt bruddareal og hvor effektivt spenningene i grunnen er utløst. Seismisk moment omgjøres gjerne til *momentmagnitude*, for å gjøre magnituden sammenlignbar med andre magnituder. [21]

Det kvantitative målet på jordskjelvsstørrelsen kalles *intensitet*, og bestemmes av observasjoner av jordskjelvs konsekvenser. I Norge benyttes skalaen EMS98, som deler intensiteten inn i 12. De seks laveste intensitetene baserer seg på hvordan mennesker opplever rystelsene, mens de seks høyeste intensitetene bestemmes av ødeleggelser på bygningsmasse og andre strukturer. Hele skalaen er gitt i vedlegg A.1.

Rystelsene en kan kjenne under et jordskjelv skyldes de seismiske bølgenes. Disse kan forplante seg som rombølger eller overflatebølger. Forskjellen er at rombølgene i første omgang forplanter seg fra fokus og oppover i jordlaget, mens overflatebølgene holder seg i nærheten av jordoverflaten, og kan dannes når rombølgene når overflaten.

Rombølger kan deles inn i primærbølger, P-bølger, og sekundærbølger, S-bølger. I jord som utsettes for primærbølger, beveger jordpartiklene seg i samme retning som bølgen forplanter seg (se figur 2.5a). I henhold til Clough og Penzien [2] beveger disse normalspenningsbølgene seg raskere enn sekundærbølgene, og når derfor jordoverflaten først, derav navnet *primærbølge*. Sekundærbølgene kan også kalles *skjærbølger*, fordi jordpartiklene beveger seg vinkelrett på bølgenes forplantningsretning, som vist i figur 2.5a.

Figur 2.5b viser to forskjellige overflatebølger, Rayleigh-bølge og Love-bølge. Førstnevnte baserer seg, i likhet med P-bølger, på strekk og trykk. Love-bølgene på sin side er skjærbølger, og er dermed overflatebølgenes svar på S-bølgene. Overflatebølgene avtar fort etter hvert som en beveger seg nedover fra jordoverflaten.



Figur 2.5: Seismiske bølger: (a) Rombølger; (b) Overflatebølger. [14]

For små tøyninger i jorda kan skjærbølgehastigheten, V_s , sammen med densiteten, ρ , definere jordas skjærmodul. I henhold til Stewart og Kramer [25] er sammenhengen gitt som:

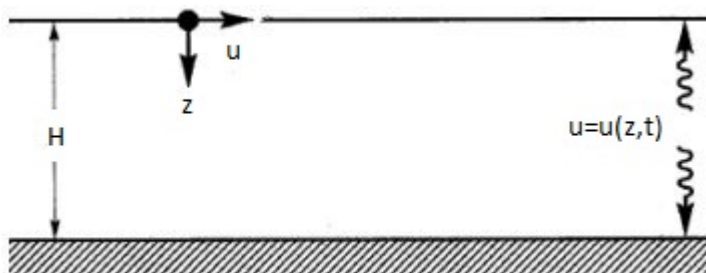
$$G = V_s^2 \rho \quad (2.28)$$

Jordas elastisitetsmodul, E , kan uttrykkes med skjærmodulen, G , og Poisson-tallet, ν :

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (2.29)$$

2.3.2 Forsterkningsfaktor

I dette avsnittet tar oppgaven for seg et jordlag utsatt for jordskjelvelksitasjon som forplanter seg gjennom laget som skjærbølger, i henhold til figur 2.6. Det forutsettes at jordlaget er homogent elastisk, isotropisk og hviler på uendelig stivt grunnfjell. Forholdet mellom forskyvningen på under- og oversiden av et jordlag kalles *forsterkningsfaktor*. Dette forholdet avhenger av både jordas egenskaper, som skjærbølgehastighet, lagtykkelse og demping, og selve jordskjelvelksitasjonen. Dette avsnittet tar for seg den teoretiske forsterkningsfaktoren for både udempet og dempet jordlag.



Figur 2.6: Skjærbølgeforplantning gjennom jordlag. [14]

Udempet forsterkningsfaktor. For å beregne forsterkningsfaktoren for et udempet jordlag tas det utgangspunkt i bevegelsesligningen for skjærbølgeforplantning gjennom et udempet jordlag, i henhold til Kaynia [14]:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} - \rho \ddot{u} = 0 \quad (2.30)$$

hvor ρ er jordas densitet, u er forskyvningen, z er vertikalaksen og G er skjærmodulen til jorda. Det antas at forskyvningen, $u = u(z, t)$, kan uttrykkes som en cosinusfunksjon i tidsdomenet [14]:

$$u = \bar{u} \cos(\omega t) \quad \text{og} \quad \tau = G\gamma = G \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.31)$$

$$G \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \rho \omega^2 \bar{u} \cos(\omega t) = 0 \quad (2.32)$$

Introduseres ligning 2.28 i ligning 2.32, kan bevegelsesligningen skrives på formen:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{V_s}\right)^2 \bar{u} = 0 \quad (2.33)$$

Løsningen av denne ligningen kan uttrykkes på følgende måte [14]:

$$\bar{u} = A \cos\left(\frac{\omega}{V_s} z\right) + B \sin\left(\frac{\omega}{V_s} z\right) \quad (2.34)$$

Innsatt grensebetingelsene $\bar{u} = u_0$ ved $z = H$ og $\tau = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 0$ ved $z = 0$, fås $A = u_0$ og $B = u_0 \tan\left(\frac{\omega H}{V_s}\right)$, som gir:

$$\bar{u} = u_0 \cos\left(\frac{\omega}{V_s} z\right) + u_0 \tan\left(\frac{\omega H}{V_s}\right) \sin\left(\frac{\omega}{V_s} z\right) \quad (2.35)$$

Den udempede forsterkningsfaktoren betegnes $F_1(\omega)$:

$$F_1(\omega) = \frac{|u|_{z=0}}{|u|_{z=H}} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega H}{V_s}\right)} \quad (2.36)$$

Dempet forsterkningsfaktor. For et dempet jordlag baserer Kramer [15] seg på at jorda er et visko-elastisk materiale. Mer spesifikt tas det utgangspunkt i at jorda er et Kelvin-Voigt-materiale, som kan representeres med denne differensialligningen for skjærbølgeforplantning:

$$\rho \frac{d^2 u}{dt^2} = G \frac{d^2 u}{dz^2} + \eta \frac{d^3 u}{dz^2 dt} \quad (2.37)$$

hvor η er viskositeten. Løsningen på denne differensialligningen kan skrives på formen:

$$u(z, t) = A e^{i\omega t + \frac{\omega}{V_s^*} z} + B e^{i\omega t - \frac{\omega}{V_s^*} z} \quad (2.38)$$

Her er V_s^* den komplekse skjærbølgehastigheten. Setter en inn den komplekse skjærmødulen, $G^* = G(1 + i2\xi)$ for G i ligning 2.28 blir den komplekse skjærbølgehastigheten som følger:

$$V_s^* = \sqrt{\frac{G^*}{\rho}} = \sqrt{\frac{G(1 + i2\xi)}{\rho}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} (1 + i\xi) = V_s (1 + i\xi) \quad (2.39)$$

Settes V_s^* inn for V_s i ligning 2.36, fås et uttrykk for den dempede forsterkningsfaktoren, $F_2(\omega)$:

$$F_2(\omega) = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega H}{V_s(1+i\xi)}\right)} \quad (2.40)$$

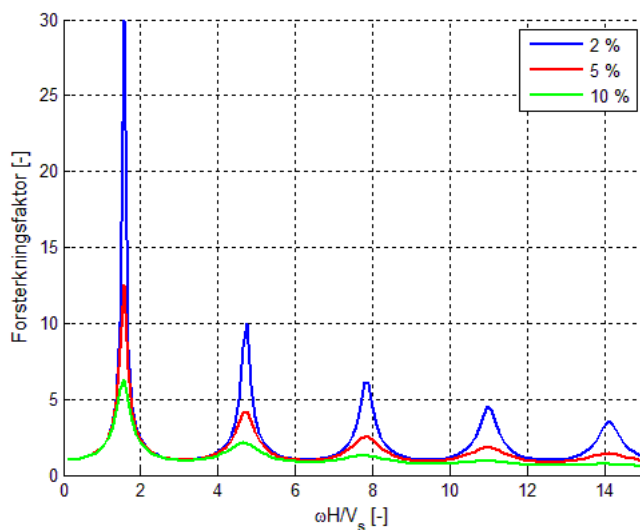
Anvendes også den trigonometriske sammenhengen $|\cos(x + iy)| = \sqrt{\cos^2 x + \sinh^2 y}$ blir uttrykket seende slik ut:

$$|F_2(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \frac{\omega H}{V_s} + \sinh^2 \frac{\omega H \xi}{V_s}}} \quad (2.41)$$

Ettersom $\sinh^2 y = y^2$ når y er liten, blir det endelige uttrykket for den dempede forsterkningsfaktoren forenklet til:

$$F_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\left(\frac{\omega H}{V_s}\right) + \left(\xi \frac{\omega H}{V_s}\right)^2}} \quad (2.42)$$

I figur 2.7 er forsterkningsfaktoren plottet mot den dimensjonsløse frekvensen $\omega H/V_s$ for konstant demping, $\xi = 2, 5, 10\%$.



Figur 2.7: Teoretisk forsterkningsfaktor for dempet system, med $\xi = 2, 5, 10\%$.

2.3.3 Egenfrekvens til jordlag

Utleddningen av egenfrekvensen til et gitt jordlag baserer seg på den udempede bevegelsesligningen for skjærbølgeforplantning i jorda, som er gitt ligning 2.30. Det vil si at jordlaget er homogent elastisk og at det hviler på uendelig stivt grunnfjell. Geometri og koordinatsystem er i henhold til figur 2.6.

Jordlagets egenfrekvenser vil være frekvensene som gir det maksimale forholdet mellom forskyvningene på under- og oversiden, det vil si maksimal forsterkningsfaktor. I henhold til ligning 2.36 oppnås den maksimale forsterkningsfaktoren, $F_{1,max}$ for:

$$\omega_i = \frac{2i-1}{2} \pi \frac{V_s}{H} \quad \text{eller} \quad f_i = \frac{2i-1}{4} \frac{V_s}{H} \quad (2.43)$$

Med $i = 1$ blir første egenfrekvens:

$$f_1 = \frac{V_s}{4H} \quad (2.44)$$

2.3.4 Responsspekter

I jordskjelvdimensjonering er responspektre essensielt og benyttes blant annet i Eurokode 8 (se figur 2.8). Spektrene gir maksimal respons som funksjon av egenfrekvens/egenperioden for et system med én frihetsgrad [2]. Respons i denne sammenhengen er forskyvning, hastighet og akselerasjon. Responspektre kan estimeres blant annet med impulsrespons eller numerisk integrasjon. Under følger den matematiske definisjonen for førstnevnte metode for å estimere responspektre. Teorien som omhandler dette, er hentet fra Chopra [1] og Clough og Penzien [2]. Det tas utgangspunkt i Duhamels integral for å uttrykke den relative responsen, y :

$$y(t) = \frac{1}{M\omega_D} \int_0^t P e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_D (t-\tau) d\tau \quad (2.45)$$

hvor ω_D er den dempede egenfrekvensen. Det antas at dempingen både er konstant, $\xi_n = \xi$, og liten, slik at $\omega_D \approx \omega_n$. I tillegg introduseres jordskjelvpåkjenningen, $P = -M\ddot{u}_g$. Da kan Duhamels integral skrives som:

$$y(t) = -\frac{1}{\omega_n} \int_0^t \ddot{u}_g e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \quad (2.46)$$

Den førstederiverte med hensyn på tid blir:

$$\dot{y}(t) = \int_0^t \ddot{u}_g e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \cos \omega_n(t-\tau) d\tau - \xi \int_0^t \ddot{u}_g e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \quad (2.47)$$

Introduseres bevegelsesligningen, kan den dobbeltderiverte totalforskyvningen, i henhold til ligning 2.2 og ligning 2.4, skrives som:

$$\ddot{u} = -2\omega_n \xi \dot{y}(t) - \omega_n^2 y(t) \quad (2.48)$$

Spektralresponsene for relativ forskyvning, $S_y(\xi, \omega_n)$, relativ hastighet, $S_v(\xi, \omega_n)$, og absolutt akselerasjon, $S_a(\xi, \omega_n)$, er gitt som maksimalverdiene til henholdsvis ligning 2.46, ligning 2.47 og ligning 2.48. For de fleste konstruksjoner er det ikke nødvendig å beregne $S_v(\xi, \omega_n)$ og $S_a(\xi, \omega_n)$. Det er da tilstrekkelig å beregne såkalt *pseudo-responsspekter*. Sammenhengen mellom den relative pseudo-spektralhastigheten og den relative spektralforskyvningen kan uttrykkes som:

$$PS_v(\xi, \omega_n) = \omega_n S_y(\xi, \omega_n) \quad (2.49)$$

hvor $PS_v(\xi, \omega_n)$ er relativ pseudo-spektralhastighet. Så lenge dempingen er lav, vil $PS_v(\xi, \omega_n) \approx S_v(\xi, \omega_n)$. Det samme gjelder for den absolutte spektralakselerasjonen $S_a(\xi, \omega_n)$ og den absolutte pseudo-spektralakselerasjonen, $PS_a(\xi, \omega_n)$. Settes $\xi = 0$ i ligning 2.48, fås sammenhengen mellom den absolutte pseudo-akselerasjonen og den relative spektralforskyvningen:

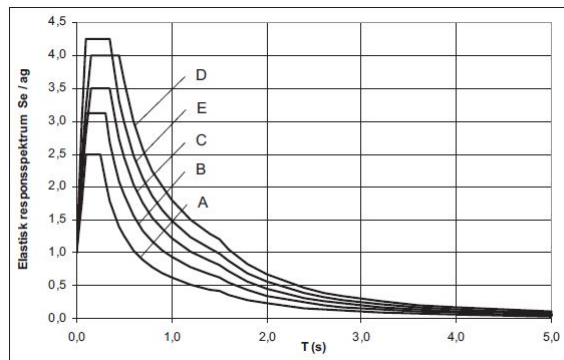
$$PS_a(\xi, \omega_n) = \omega_n^2 S_y(\xi, \omega_n) \quad (2.50)$$

I resten av oppgaven er det underforstått at spektralforskyvning og -hastighet er relativ, mens spektralakselerasjon er absolutt.

2.3.5 Dimensjoneringsstandarder

Responsspekter kan etableres på to grunnlag, enten basert på en gitt jordskjelvtidsserie eller jordskjelvstatistikk. Spektrene i Eurokode 8 er et eksempel på det sistnevnte [24]. Denne standarden gir et spekter ut fra lokasjon, grunnforhold og konstruksjonens seismiske klasse. Figur 2.8 viser responspekter fra Eurokode 8 for de ulike grunntypene, A-E, hvor A tilsvareer grunnfjell. Den totale oversikten over grunntypene fra eurokodens nasjonale tillegg er gitt i vedlegg B.1. De seismiske klassene deles inn i I-IV og avhenger av hvor viktig konstruksjonen er for infrastrukturen eller hvor stor fare det innebærer for menneskeliv. Klasse IV er de mest kritiske konstruksjonene som sykehus og kraftverk. Vedlegg B.2 inneholder veiledningen om valg av seismisk klasse fra nasjonalt tillegg i Eurokode 8. Småhus er eksempelvis i klasse I.

Det nasjonale tillegget i eurokoden tar utgangspunkt i en returperiode for den seismiske referanselasten for krav til motstand mot sammenbrudd på 475 år. Returperioden for enn gitt konstruksjon avhenger av den seismiske klassen, hvor klasse II tilsvareer referansereturperioden på 475 år. Det henvises til Eurokode 8 [24] for detaljert dimensjoneringsprosedyre. Det kan etableres både elastisk og inelastisk responspekter, for å ta hensyn til inelastisk oppførsel innfører eurokoden en duktilitetsfaktor, q . Her tilsvareer $q = 1$ elastisk responspekter, mens $q > 1$ gir inelastisk responspekter.



Figur 2.8: Responspekter fra Eurokode 8 for ulike grunn typer, A-E. [24]

Mens Eurokode 8 gjelder for landbaserte konstruksjoner, finnes det også en standard for petroleums- og naturgassindustrien med spesifikke krav til offshorekonstruksjoner [23]. Del 2 omhandler dimensjonering for jordskjelv, og i motsetning til eurokoden

opererer den med en to-nivås dimensjoneringsprosedyre. Nivåene baserer seg på jordskjelvets returperiode. Det første nivået er ekstreme jordskjelv (ELE), som skal føre til ingen eller liten skade på konstruksjonen, men som også oppstår hyppigere. Det andre nivået er unormale jordskjelv (ALE), som har mindre sannsynlighet for å oppstå, men hvor stor skade uten kollaps er godtatt. Returperioden for et ALE-jordskjelv avhenger av risikoen, som deles i tre nivåer; L1, L2 og L3, i henhold til tabell 2.1. Risikonivået avhenger av om konstruksjonen er bemannet og om bemanningen i så fall kan evakueres, og graden av konsekvens ved sammenbrudd. [7]

Tabell 2.1: Risikonivå for ulike scenarier. [7]

	Store konsekvenser	Middels konsekvenser	Små konsekvenser
Bemannet - ikke evakuert	L1	L1	L1
Bemannet - evakuert	L1	L2	L2
Ubemannet	L1	L2	L3

Den årlige sannsynligheten for sammenbrudd, p_f , for de ulike risikonivåene, er gitt i tabell 2.2. Tabellen viser også tilhørende returperiode.

Tabell 2.2: Returperiode for risikonivåer. [23]

Risikonivå	p_f	Returperiode
L1	$4 * 10^{-4}$	2500 år
L2	$1 * 10^{-3}$	1000 år
L3	$2.5 * 10^{-3}$	400 år

Japan har utarbeidet en dimensjoneringsstandard for vindturbiner utsatt for jordskjelv. Denne krever dimensjonering for nivå 2-jordskjelv som tilsvarer en returperiode på 500 år. Dette er utdypet i Ishihara og Sarwar [13].

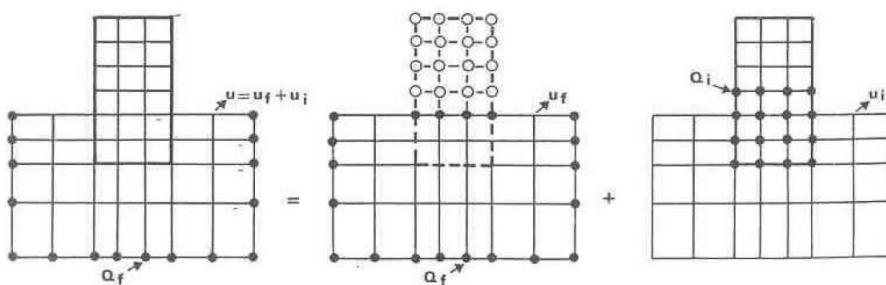
2.4 Jord-struktur-interaksjon

Å jordskjelvdimensjonere et jordlag eller en konstruksjon alene er veldokumentert, men ved samvirke mellom dem blir alt fort mer komplekst. Under følger en innføring i prinsippet om jord-struktur-interaksjon og hvordan dette kan løses i praksis. To ulike metoder presenteres, direkte metode og tretrinnsmetoden.

2.4.1 Generelt

I følge Clough og Penzien [2] er det alltid, i større eller mindre grad, en interaksjon mellom jord og struktur for konstruksjoner som utsettes for jordskjelv. Interaksjonseffekten avhenger av både jordas stivhets- og masseegenskaper og fundamentets stivhets- og masseegenskaper. I tillegg varierer den med fundamentets dybde og utforming, som kan være alt fra dype og slanke pelar til enorme betongfundamenter som hviler på havbunnen.

Prinsippet bak jord-struktur-interaksjon er forklart i Pecker [22] og tar utgangspunkt i figur 2.9. Indeksen “f” betegner “fritt felt”, altså et uberørt jordlag, og indeksen “i” står for “interaksjon”. Figuren viser at den totale responsen består av en fritt felt-respons og en interaksjonsrespons.



Figur 2.9: Dekomponering av jord-struktur-system. [22]

Pecker [22] tar utgangspunkt i forskyvningen for et fritt felt, u_f , hvilket gir bevegelsesligningen på følgende form:

$$M_f \ddot{u}_f + C_f \dot{u}_f + K_f u_f = Q_f \quad (2.51)$$

Her er \mathbf{M}_f fritt-felt-massematrisen, \mathbf{C}_f er fritt-felt-dempingsmatrisen og \mathbf{K}_f er fritt-felt-stivhetsmatrisen. \mathbf{Q}_f er lastvektoren som representerer jordskjelvet, $\mathbf{Q}_f = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_f$, hvor $\ddot{\mathbf{u}}_f$ er fritt-felt-akselerasjon i jordmodellens ytterkant. Det vil si at $\mathbf{Q}_f = 0$ for alle andre frihetsgrader i modellen. Det er antatt denne ytterkanten er tilstrekkelig langt unna fundamentet, slik at ytterkantens bevegelse ikke påvirkes. Det er viktig at elementmodellen er såpass stor at jordskjelvbølgene absorberes av jorda før de reflekteres av ytterkantene.

Lar en den totale forskyvningen bestå av både fritt felt-forskyvningen og interaksjons-forskyvningen, \mathbf{u}_f , som illustrert i figur 2.9, får en:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_f + \mathbf{u}_i \quad (2.52)$$

Likevekten for interaksjonen kan da skrives som:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{K}\mathbf{u}_i = -\mathbf{Q}_i \quad (2.53)$$

Lastvektoren, \mathbf{Q}_i , bestemmes av fritt felt-forskyvningene, og er kun ulik null for nodene som jorda og strukturen har felles. Den kan uttrykkes som følgende for interaksjonen:

$$\mathbf{Q}_i = [\mathbf{M} - \mathbf{M}_f] \ddot{\mathbf{u}}_f + [\mathbf{C} - \mathbf{C}_f] \dot{\mathbf{u}}_f + [\mathbf{K} - \mathbf{K}_f] \mathbf{u}_f \quad (2.54)$$

Ser en på ligning 2.54, er det klart at interaksjonseffekten forsvinner hvis systemets totale masse er identisk med fritt felt-massen. I så fall er det ingen struktur med masse i modellen. Det samme gjelder for demping og stivhet. Differansen mellom de totale egenskapene og fritt felt-egenskapene til systemet, må altså være bidraget fra strukturen i interaksjonsområdet.

Dette vises lettere hvis demplingsleddet utelates fra ligning 2.54, og det antas at strukturen er fundamentert på horisontalt jordlag utsatt for skjærbølger. Under slike forhold vil alle punkter på jordoverflaten bevege seg i fase, og med et uendelig stivt overflatefundament forsvinner også stivhetsleddet fra uttrykket for lastvektoren:

$$\mathbf{Q}_i = [\mathbf{M} - \mathbf{M}_f] \ddot{\mathbf{u}}_f \quad (2.55)$$

Dermed skapes interaksjonen kun av tregheitskrefter i fundamentet, som tilsvarer kreftene, \mathbf{Q}_i . Disse kreftene gir igjen bevegelse av strukturen. Dette fenomenet kalles

treghetsinteraksjon.

Hvis en i stedet ser for seg en struktur med nedsenket fundament hvor delen over bakken er masseløs, mens delen under bakken har lik densitet som jorda, blir ligning 2.54 redusert til:

$$\mathbf{Q}_i = [\mathbf{K} - \mathbf{K}_f] \mathbf{u}_f \quad (2.56)$$

Nå skapes kreftene, \mathbf{Q}_i , kun av differansen i stivhet mellom det totale systemet og fundamentet i interaksjonsområdet. Dette kalles *kinematisk interaksjon*. I praksis motvirker stivhetsdifferansen forskyvningene i jorda og hindrer fundamentet i å følge forskyvningene, påtvunget av jorda. Om strukturen står på jordoverflaten eller er senket ned, har derfor stor innvirkning, som illustrert i figur 2.10. Figur 2.10a viser hvordan stivheten til et overflatefundament forhindrer fundamentet i å følge vertikalkomponenten til fritt felt-responsens overflatebølger, mens figur 2.10b viser hvordan et blokkfundament forhindrer fundamentet i å følge horisontalkomponenten til fritt felt-responsens rombølger.



Figur 2.10: Kinematisk interaksjon med fritt felt-respons som stiplede linjer: (a) overflatefundament; (b) blokk-fundament. [15]

2.4.2 Direkte metode

Med direkte metode modelleres og analyseres hele systemet, med jord, fundament og konstruksjon, i ett steg [?]. Metoden går ut på å løse bevegelsesligningen for det totale systemet, det vil si systemet til venstre i figur 2.9. Bevegelsesligningen for dette systemet kan skrives som:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{Q}_f \quad (2.57)$$

For å løse dette komplekse systemet er det naturlig å benytte seg av numeriske metoder basert på elementmetoden. Siden direkte metode ikke bygger på prinsippet om superposisjon, er det velegnet til å løse ikke-lineære systemer.

2.4.3 Tretrinnsmetoden

Tretrinnsmetoden er kun egnet til å løse lineære systemer, det vil si både lineær-elastisk jord og struktur, ettersom metoden benytter superposisjonsprinsippet. Metoden består, som navnet tilsier av tre steg, men tar utgangspunkt i kinematisk interaksjon og treghetsinteraksjon. I henhold til Pecker [22], kan den totale responsen skrives som summen av responsen for kinematisk interaksjon og treghetsinteraksjon:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{kin} + \mathbf{u}_{treg} \quad (2.58)$$

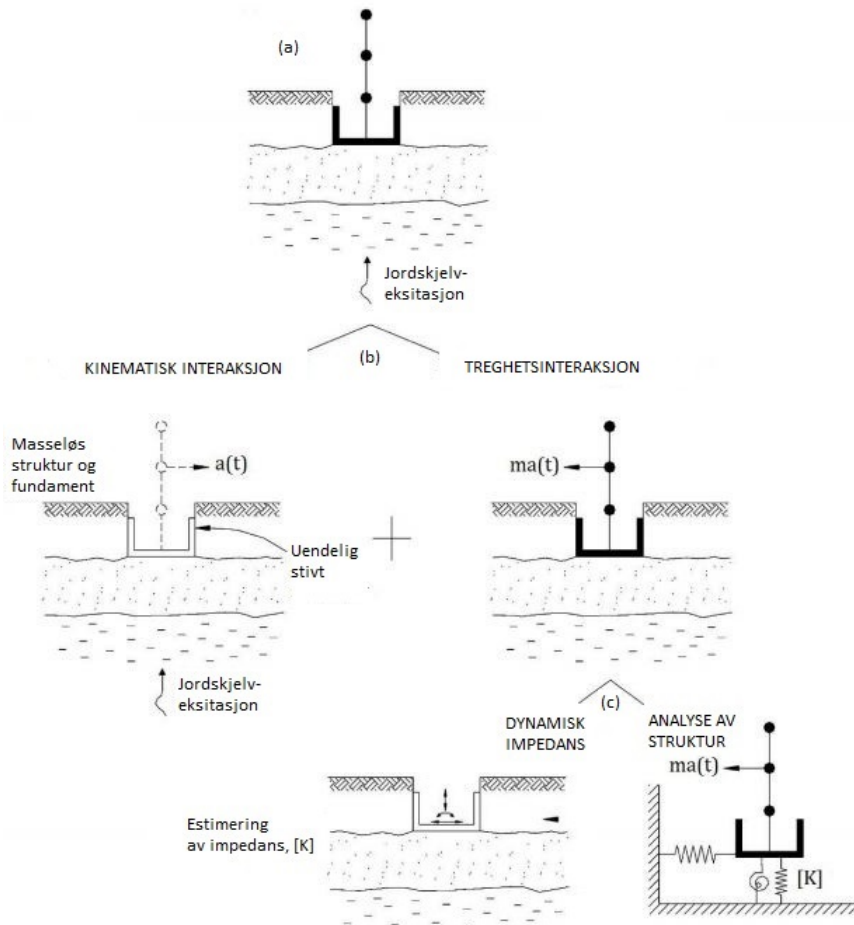
Da representeres hele systemet av to differensialligninger:

$$\mathbf{M}_{soil} \ddot{\mathbf{u}}_{kin} + \mathbf{K} \mathbf{u}_{kin} = -\mathbf{M}_{soil} \mathbf{I} \ddot{u}_g \quad (2.59)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{treg} + \mathbf{K} \mathbf{u}_{treg} = -\mathbf{M}_{St} [\ddot{\mathbf{u}}_{kin} + \mathbf{I} \ddot{u}_g] \quad (2.60)$$

hvor \mathbf{M}_{soil} er massematrisen under forutsetning om masseløs struktur og masseløst fundament, mens \mathbf{M}_{St} er massematrisen for kun fundament og struktur. Den totale massematrisen kan derfor skrives som $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{soil} + \mathbf{M}_{St}$. \mathbf{I} er en enhetsvektor som gir retning på jordskjelveysitasjonen.

Tretrinnsmetoden deler opp treghetsinteraksjonen i to deler, som i denne oppgaven blir kalt *dynamisk impedans* og *analyse av struktur*. Figur 2.11 illustrerer hvordan metoden ved hjelp av superposisjon håndterer interaksjon mellom jord og struktur utsatt for jordskjelveysitasjon.



Figur 2.11: Tretrinnsmetoden for jord-struktur-interaksjon: (a) geometrien til jord-struktur-problemet; (b) dekomponering i kinematisk- og treghetsinteraksjon; (c) totrinnsanalyse av treghetsinteraksjon. [20]

Kinematisk interaksjon. Denne interaksjonen går, i henhold til figur 2.11b, ut på å bestemme responsen til det masseløse og uendelig stive fundamentet utsatt for jordskjelvs-eksitasjon. Teoretisk sett blir dette å løse ligning 2.59 for den kinematiske responsen. Dette gjøres for et spesifikt punkt eller en spesifikk node i fundamentet, som i denne oppgaven blir kalt *kontrollpunkt*. Kinematisk interaksjon-steget blir i praksis utført med dynamiske analyser i elementmetode-programmer. For overflatefundamenter kan kinematisk interaksjon ignoreres, effekten av å forhindre overflatebølgene å følge fritt felt-responsen, som vist i figur 2.10a, er neglisjerbar.

Dynamisk impedans. Dette steget går ut på å etablere fundamentets impedansmatrise for de relevante frihetsgradene i kontrollpunktet. Dette blir ofte analysert i frekvensdomenet basert på en harmonisk eksitasjon på formen $R(t) = Re^{i\omega t}$. Teorien som omhandler dette, er tatt fra Gazetas [6]. Impedansen består både av en realdel og imaginærdel, hvor realdelen beskriver stivhets- og treghetsegenskapene til interaksjon, mens imaginærdelen beskriver dempingsegenskapene til interaksjonen. Både realdelen og imaginærdelen er frekvensavhengige.

Den dynamiske impedansen, som i denne oppgaven betegnes som K^* , er for hver harmoniske eksitasjon med frekvens ω , definert som forholdet mellom den stasjonære (“steady state”) kraften (eller -momentet) og den resulterende forskyvningen (eller rotasjonen) i kontrollpunktet. For et fundament utformet med et symmetripunkt i planet, kan for eksempel den vertikale impedansen uttrykkes som:

$$K_v^* = \frac{R_v(t)}{v(t)} \quad (2.61)$$

hvor $R_v(t) = R_v e^{i\omega t}$ er vertikale kraften påsatt i kontrollpunktet, og $v(t) = v e^{i\omega t}$ den resulterende harmoniske vertikale forskyvningen. Den vertikale kraften representerer den totale vertikale motstanden jorda yter på fundamentet, det vil si normalspenninger for overflatefundamenter, og i tillegg skjærspenninger som følge av friksjon, for nedsenkede fundamenter. Det samme kan defineres fra horisontalkrefter og forskyvninger langs hovedaksene K_h^* , fra momenter og rotasjoner om horisontale hovedakser K_r^* eller fra torsjonsmoment og rotasjon om den vertikale hovedaksen K_t^* . Ettersom horisontalkrefter langs hovedaksene i tillegg til forskyvninger gir rotasjoner, og omvendt, fås også impedansen, K_{hr}^* . Denne impedansen er ofte neglisjerbar for grunne fundamenter, men når fundamentet blir dypere, blir effekten større. Den harmoniske kraften (eller momentet) er som regel ikke i fase med forskyvningen (eller rotasjonen). Det er derfor beleilig å uttrykke impedansen på kompleks form, som har én komponent i fase og én 90 grader ute av fase. Dermed kan den dynamiske impedansen skrives som

$$K_a^*(\omega) = K_{a1}^*(\omega) + iK_{a2}^*(\omega) \quad (2.62)$$

med $a = h, v, r, hr, t$ og $i = \sqrt{-1}$. Den reelle komponenten representerer jordas stivhet og treghet, hvor det utelukkende er tregheten som er frekvensavhengig. Den imaginære komponenten representerer jordas demping, som er satt sammen av materialdemping i jorda og energiabsorpsjon av bølger som forplanter seg bort fra fundamentet. Først-

nevnte del av dempingen er praktisk talt uavhengig av frekvens, mens sistnevnte er den frekvensavhengige delen.

Bevegelsesligningen som reflekterer systemet i figur 2.11c, hvis det kun sees på én vilkårlig frihetsgrad, kan uttrykkes som følger når systemet utsettes for en harmonisk eksitasjon, $R(t) = Re^{i\omega t}$:

$$(K - m\omega^2) + iC\omega = \frac{R(t)}{x(t)} \quad (2.63)$$

hvor $x(t) = xe^{i\omega t}$ er den harmoniske responsen for systemet med én frihetsgrad. K er stivheten, C er dempingen og m er den ekvivalente massen/treggheten. Høyresiden av ligning 2.63 tilsvarer ligning 2.61, hvilket gjør at den dynamiske impedansen kan skrives som:

$$K^* = (K - m\omega^2) + iC\omega \quad (2.64)$$

Sammenlignet med ligning 2.62 gir dette:

$$K_1^* = K - m\omega^2 \quad (2.65)$$

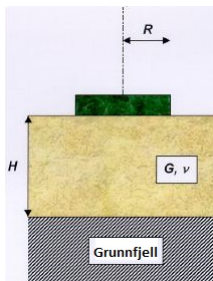
$$K_2^* = C\omega \quad (2.66)$$

Dermed er den dynamiske impedansen til én-frihetsgrad-systemet en kompleks verdi, med en frekvensavhengig realdel som reflekterer stivheten og treggheten, og en frekvensavhengig imaginærdel som reflekterer dempingen. Stivhetskompontenten til impedansens realdel, K_1^* , er som tidligere nevnt uavhengig av frekvensen, mens tregghetskomponenten er avhengig med kvadratet av frekvensen. Impedansens imaginærdel, K_2^* , varierer lineært med frekvensen.

Tretrinnsmetoden kan forenkles ved å benytte teoretiske impedanser. Tabell 2.3 gir statisk stivhet fra DNV [5], og demping og ekvivalent masse (eller tregghetsmoment) fra Kaynia [14], for et sirkulært overflatefundament, som vist i figur 2.12. Tabellverdiene forutsetter i tillegg et uniformt jordlag med skjærmodul G , densitet ρ , og Poisson-tall ν . I tillegg tar stivheten hensyn til høyden, H , ned til grunnfjell. Stivheten og den ekvivalente massen (eller tregghetsmomentet) fra tabellen tilsvarer henholdsvis K og m i ligning 2.65, mens dempingen fra tabellen tilsvarer C i ligning 2.66.

Tabell 2.3: Stivhet, demping og ekvivalent masse (eller treghetsmoment) for sirkulært overflatefundament. [14]

Retning	Stivhet	demping	Ekv. masse
Vertikal	$\frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right)$	$1.79\sqrt{K\rho R^3}$	$1.5\rho R^3$
Horisontal	$\frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + \frac{R}{2H}\right)$	$1.08\sqrt{K\rho R^3}$	$0.28\rho R^3$
Rotasjon	$\frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R}{6H}\right)$	$0.47\sqrt{K\rho R^5}$	$0.49\rho R^5$
Torsjon	$\frac{16GR^3}{3}$	$1.11\sqrt{K\rho R^5}$	$0.70\rho R^5$



Figur 2.12: Overflatefundament-geometri.

Det er også verdt å introdusere dynamisk fleksibilitet. Den dynamiske fleksibiliteten er definert som forholdet mellom harmoniske forskyvninger (eller rotasjoner) og resulterende harmoniske reaksjonskrefter (eller -momenter) i kontrollpunktet. På samme måte, og av samme grunn, som for den dynamiske impedansen, defineres også den dynamiske fleksibiliteten, F^* , i det komplekse plan:

$$F_a^*(\omega) = F_{a1}^*(\omega) + iF_{a2}^*(\omega) \quad (2.67)$$

Med $a = h, v, r, hr, t$. For et fundament utformet med symmetripunkt i planet er den dynamiske fleksibiliteten for vertikal forskyvning og rotasjon om vertikalaksen gitt som:

$$F_b^* = \frac{1}{K_b^*} \quad (2.68)$$

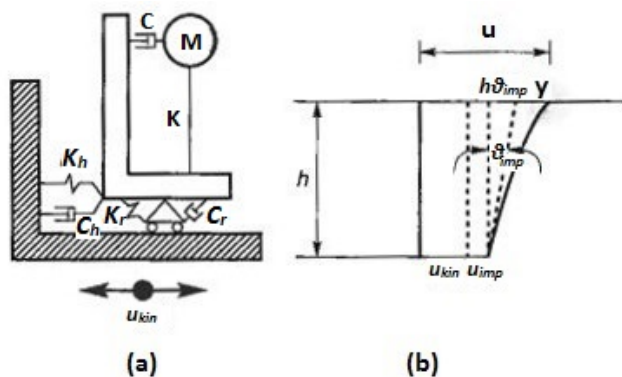
hvor $b = v, t$. Forskyvningene langs hovedaksene i planet og rotasjonene om hovedaksene i planet er som nevnt påvirket av hverandre. Fleksibiliteten er derfor gitt som den dynamiske impedansen invertert:

$$\mathbf{F}^* = \begin{bmatrix} F_h^* & F_{hr}^* \\ F_{hr}^* & F_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_h^* & K_{hr}^* \\ K_{hr}^* & K_r^* \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.69)$$

Analyse av struktur Det tredje trinnet i tretrinnsmetoden går ut på å kombinere de to tidligere trinnene i en modell som kun inkluderer strukturen (se figur 2.11c). Slik beholdes jordas egenskaper samtidig som beregningene av strukturens respons blir enklere. Responsen fra den kinematiske interaksjonen påsettes i strukturens bunn, og den dynamiske impedansen introduseres gjennom fjærer og dempere. Den totale responsen av strukturen blir da en sum av flere bidrag.

For å utlede sammenhengen mellom de forskjellige bidragenes egenperiode og systemets totale egenperiode, tar vi utgangspunkt i et system med én horisontal frihetsgrad i massesenteret. Impedansen er inkludert i systemet ved hjelp av én fjær med horisontalstivhet, én fjær med rotasjonstivhet, én horisontal demper og én rotasjonsdemper, som vist i figur 2.13a. Responsen av systemet blir da som vist i figur 2.13. I figuren er u_{kin} forskyvningen basert på den kinematiske interaksjonen, mens u_{imp} og θ_{imp} er henholdsvis forskyvning forbundet med horisontalimpedansen og rotasjon forbundet med rotasjonsimpedansen. I henhold til superposisjonsprinsippet kan den totale forskyvningen, u , uttrykkes som summen av alle bidragene:

$$u = u_{kin} + u_{imp} + h\theta_{imp} + y \quad (2.70)$$



Figur 2.13: Forskyvningskomponenter for tretrinnsmetoden. [15]

Bevegelsesligningen for dette systemet, hvis dempingen neglisjeres, kan skrives som:

$$M(\ddot{u}_{imp} + h\ddot{\theta}_{imp} + \ddot{y}) + Ky = -M\ddot{u}_{kin} \quad (2.71)$$

Kraftlikevekt og momentlikevekt gir sammenhengene:

$$Ky = K_h u_{imp} \Rightarrow u_{imp} = \frac{K}{K_h} y \quad (2.72)$$

$$Kyh = K_r \theta_{imp} \Rightarrow \theta_{imp} = \frac{Kh}{K_r} y \quad (2.73)$$

Introduseres dette i bevegelsesligningen, ligning 2.71, fås:

$$M \left(1 + \frac{K}{K_h} + \frac{Kh^2}{K_r} \right) \ddot{y} + Ky = -M \ddot{u}_{kin} \quad (2.74)$$

Den ekvivalente egenperioden, T_e , kan da uttrykkes som:

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{M \left(1 + \frac{K}{K_h} + \frac{Kh^2}{K_r} \right)}{K}} \quad (2.75)$$

Hvis denne ligningen kvadreres, forsvinner rottegnet:

$$T_e^2 = (2\pi)^2 \frac{M \left(1 + \frac{K}{K_h} + \frac{Kh^2}{K_r} \right)}{K} = (2\pi)^2 \left[\frac{M}{K} + \frac{M}{K_h} + \frac{Mh^2}{K_r} \right] \quad (2.76)$$

Dette er identisk med å uttrykke den ekvivalente egenperioden som:

$$T_e^2 = T_0^2 + T_h^2 + T_r^2 \quad (2.77)$$

hvor T_0 er egenperioden til systemet med uendelig stive fjærer. T_h er egenperioden gitt uendelig stiv rotasjonsfjær og tårn, mens T_r er egenperioden gitt uendelig stiv translasjonsfjær og tårn.

Kapittel 3

Offshore vindturbiner

Inntil nylig har produksjon av vindenergi vært landbasert, men med større turbiner og ny kunnskap om vindforholdene til havs, er det blitt økonomisk interessant å produsere vindenergi utenfor kysten. Figur 3.1 viser, gjennom årlige og akkumulerte megawatt installert, at offshore vindenergi har økt betraktelig de siste 3-4 årene. Mot slutten av 2012 var det totalt 2688 intallerte vindturbiner til havs. Hittil er de fleste fundamentert på mindre havdyp, det vil si under 10 meter. [17]

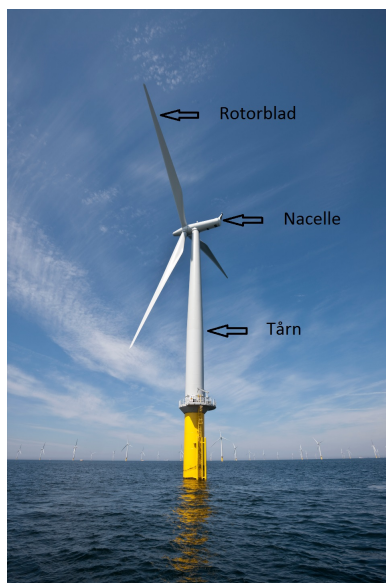
Dette kapittelet presenterer hvordan en vindturbin er bygd opp, og ulike konsepter for å fundamentere dem til havs. Det beskrives også hva slags forhold en må ta hensyn til når det skal velges fundamenteringskonsept.



Figur 3.1: Årlig og akkumulert installert kapasitet av offshore vindenergi. [17]

3.1 Generelt

Grovt sett er selve vindturbinen bygd opp av et tårn, rotorblader og en nacelle, som vist i figur 3.2. Tårnet er som regel konisk formet, med avtagende diameter med høyden over havoverflaten. Større momenter i bunnen krever større tårndiameter. På toppen av tårnet sitter nacellen, som rotorbladene er koblet til. Det er typisk tre rotorblader som omgjør vindenergi til rotasjonsenergi. Denne rotasjonsenergien blir transformert til elektisk energi i nacellen. I tillegg inneholder nacellen blant annet en girboks som holder rotasjonen av bladene innenfor et godkjent område og bremses hvis det oppstår feil eller for sterk vind.



Figur 3.2: Vindturbin.

I motsetning til på land, hvor tårnet fundamenteres rett på bakken, er det nødvendig med en konstruksjon som binder sammen fundamentet på havbunnen med selve tårnet. Denne konstruksjonen kalles *støttestruktur*. Grensen mellom hva som defineres som støttestruktur og fundament, illustreres i figur 3.3a. Fundamentet er den delen av strukturen som er i kontakt med havbunnen, mens støttestrukturen sørger for stabilitet mellom fundamentet og vindturbin-tårnet. Støttestrukturen og fundament(er) installeres først, slik at støttestrukturen stikker opp av havet med en viss høyde. Fordelen er da at en slipper å foreta montering under vann, som hadde vært tilfellet hvis

vindturbinen var i direkte kontakt med fundamentet. Nå kan støttestruktur og selve vindturbinen kobles sammen i forholdsvis tørre omgivelser. Dette er vist i figur 3.2, hvor vindturbinen og støttestrukturen henholdsvis er hvit og gul.

3.2 Støttestrukturkonsepter

I dette delkapittelet vil det sees nærmere på noen støttestrukturkonsepter. Når det snakkes om støttestrukturkonsepter, kan type fundament være inneforstått eller det kan være mulighet for ulike typer fundamenter. Det kan også være en flytende overgang mellom støttestruktur og fundament, som for eksempel for monopel, som presenteres seinere i kapittelet.

Det er hovedsakelig tre måter å fundamenterer bunnfundamenterte konstruksjoner til havs på, og det er [4]:

- Pelar
- Bøttefundament
- Gravitasjonsfundament

Disse fundamenteringsmetodene blir presentert nøyere under de respektive støttestrukturkonseptene.

Det finnes i dag et stort antall forskjellige støttestrukturkonsepter for vindturbiner til havs. For eksempel kom det inn over 100 bidrag i den britiske organisasjonen *Carbon Trusts* konkurranse om mest kostnadseffektive konsept [18]. Valg av fundament og støttestruktur er avhengig av følgende faktorer [16]:

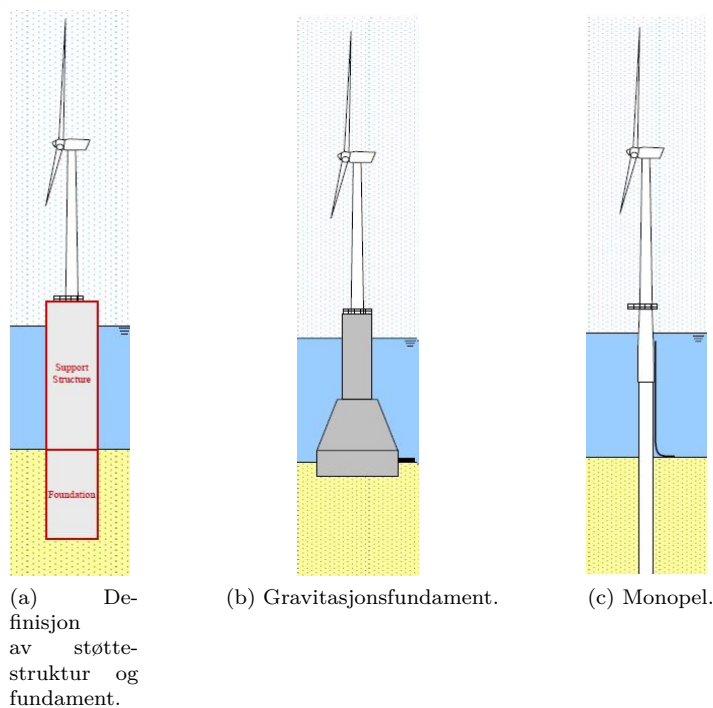
- Jordforhold
- Vanndybde
- Erosjonsmuligheter
- Størrelse og type vindturbin

- Klimatiske forhold
- Økonomi og politikk

Dette kapitlet tar for seg fem av dagens mest populære løsninger: gravitasjonsfundament, monopel, stålfagverk-understell, bøttefundament og tripod. Det er verdt å merke seg at alle disse konseptene fundamenteres på havbunnen, selv om det i dag finnes løsninger med flytende fundament. Flytende fundamenter gir teoretisk sett mulighet for uendelige vanndybder, mens bunnmonterte fundamenter begrenses til drøye 50 meters vanndybde. Bunnmonterte fundamenter har fordelen av å være billigere og er derfor en svært interessant løsning for land med forholdsvis grunne havområder. Tabell 3.1 oppsummerer fordeler og ulemper med de fem forskjellige konseptene. Det er ikke lagt vekt på miljøaspektetene ved de forskjellige konseptene, men det er i hvert fall viktig å være klar over at nedramming av peler er en svært støyende prosess som kan skade fisk og andre sjødyr. Det jobbes både med regler og metoder for å dempe denne støyen. [18]

Tabell 3.1: Oppsummering av fundamenteringsmetoder for offshore vindturbiner.

	Gravitasjonsfundament	Monopel	Stålfagverk-understell	Bøttefundament	Tripod
Fordeler	<ul style="list-style-type: none"> - Kan flytes ut - Betong er billig - Slitesterk konstruksjon 	<ul style="list-style-type: none"> - Enkel konstruksjon - Vel-dokumentert metode 	<ul style="list-style-type: none"> - Høy momentkapasitet - Lett konstruksjon - 20 til 40 meters havdyp 	<ul style="list-style-type: none"> - Ikke utsatt for erosjon - 0 til 55 meter vanndybde - Lave kostnader 	<ul style="list-style-type: none"> - Høy momentkapasitet - Havdyp mellom 20 og 50 meter
Ulemper	<ul style="list-style-type: none"> - Dyr på havdyp over 10 meter - Sårbar for erosjon og bløt jord 	<ul style="list-style-type: none"> - Store hydrodynamiske krefter - Lite stiv for havdyp over 25 meter 	<ul style="list-style-type: none"> - Mye sveisearbeid - Komplisert transport - Fare for utmatting 	<ul style="list-style-type: none"> - Avhengig av havbunn uten stein - Mye sveising 	<ul style="list-style-type: none"> - Fare for utmatting - Stor vind- og bølgekrefter



Figur 3.3: Fundamenteringskonsepter. [4]

3.2.1 Gravitasjonsfundament

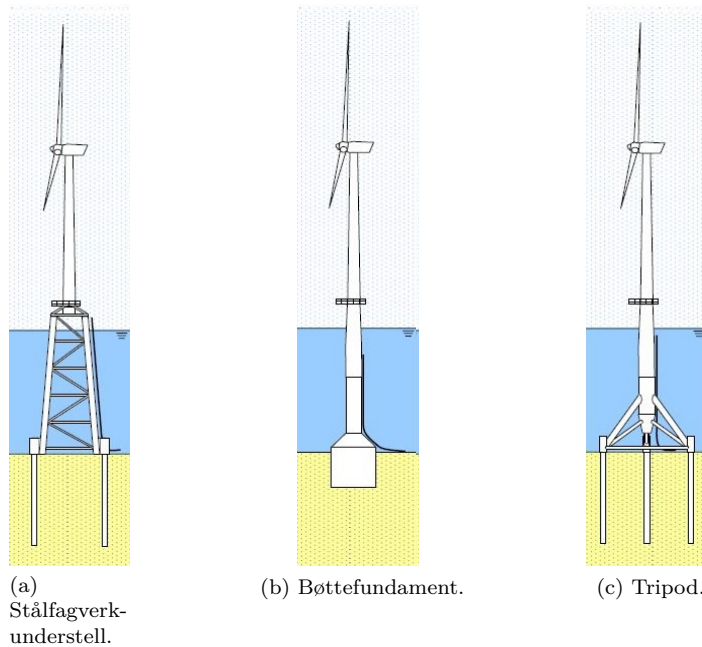
Det ligger i ordet at gravitasjonsfundamentet står på havbunnen ved hjelp av tyngdekraften, som vist i figur 3.3b. Fundamentet er dimensjonert for å bære vindturbinen kun gjennom trykkrefter mot havbunnen. Det er derfor avhengig av en betydelig tyngde for å hindre at fundamentet tilter, og at det dermed oppstår strekkrefter. For å sørge for den nødvendige stabiliteten er det også viktig med lavt tyngdepunkt og en stor bunnplate. Tyngden kan enten oppnås med en massiv, armert betongkonstruksjon, eller med en lettere konstruksjon som tilføres ballast i form av for eksempel sand. Det er likvel grenser for hvor store og tunge gravitasjonsfundamentene kan være for å kunne være priskonkurrerende med andre konsepter. Dette begrenser bruken av gravitasjonsfundamenter når vannet blir dypere. En ulempe med gravitasjonsfundamentet er at stabiliteten er sårbar for erosjon under fundamentet. En måte å løse dette på er å montere et såkalt *skjørt* av stål eller betong i fundamentets ytterkant som senkes ned i havbunnen. [16]

Vindturbinparken Thornton Bank i Belgia er likvel fundamentert med gravitasjonsfundamenter på opptil 27.5 meters dyp, og er dermed det dypeste fundament i verden av sitt slag. I motsetning til tidligere, da fundamentene gjerne var sirkulære, har det nå kommet alternative design som skal gi mulighet for dypere fundamentering. Et eksempel på dette er det tyske selskapet Strabags juletrefotdesign som har en totalvekt med ballast på nærmere 10000 tonn og som skal kunne installeres på opptil 60 meters vanddyb. [18]

3.2.2 Monopel

I og med at to tredeler av alle offshore vindturbiner er fundamentert med monopel, er per 2013 dette den mest utbredte fundamenteringsløsningen. Som navnet tilsier og i henhold til figur 3.3c består fundamentet av én stålpele som i tillegg til vertikalkraften, må dimensjoneres for betydelige momentkrefter. De vertikale kreftene blir tatt opp av friksjon langs pelveggene og som trykk mellom jorda og pelspissen. Momentkreftene overføres mellom pelen og jorda som horisontalkrefter. Å dimensjonere for disse momentkreftene krever en peldiameter på 3.5 til 6.0 meter, hvilket igjen fører til store hydrodynamiske krefter. [18]

Monopelen er enkel både å produsere og å installere. Den installeres på samme måte som på land, ved å hamre den ned i jorda. Den er også blant de letteste fundamentene, en typisk vekt er rundt 500 tonn. For å ha tilstrekkelig stivhet til å tåle momentkreftene, er de likevel best egnet for vanddybder fra 0 til 25 meter [5]. Skal de kunne monteres på dypere vann, krever det en diameter som gjør dem både vanskelig å produsere og å installere med dagens utstyr. [4]



Figur 3.4: Fundamenteringskonsepter. [4]

3.2.3 Stålfagverk-understell

Stålfagverk-understell er godt kjent fra petroleumsindustrien, og er kanskje mer kjent under det engelske navnet *jacket* også i Norge. Stålunderstellet gjorde sitt inntog i vindturbinbransjen i 2007, da det dypeste installerte fundament hittil var på 20 meters dybde [18]. Demonstrasjonsprosjektet Beatrice i Skottland ble fundamentert på 45 meters dybde, som representerte en stort sprang for vindturbinfundamenter til havs. Potensialet er stort for stålfagverk-understell, og olje- og gassinstallasjoner er allerede fundamentert på over 100 meters dybde med denne metoden. For offshore vindturbiner er fagverkene velegnet på havdyp mellom 20 og 40 meter [5]. Fagverk-konstruksjonene kan ha enten tre eller fire bein og består av mange mindre stålrør som stiver opp beina (se figur 3.4a). Stålkomponentene er gjerne sveiset sammen, en jobb som må gjøres for hånd og dermed er tid- og kostnadskrevende. Sveisene vil i tillegg være svake punkter med tanke på utmatting, noe som er kritisk for en konstruksjon som kontinuerlig belastes med dynamiske laster [4].

Stålfagverket fundamenteres som regel med én pel i hvert bein, men det er også mulig med for eksempel bøttefundamenter. Beina kan ha en diameter på opptil 1,4 meter, men sammenlignet med monopelen som har ett bein med diameter på opptil 5-6 meter, gir flere slankere stålrør mindre hydrodynamiske påkjenninger. Stålkonstruksjonen er også relativt lett - drøye 800 tonn er det tyngste som er installert per desember 2012. På grunn av størrelsen er likevel transport en utfordring for disse fundamentene. [18]

3.2.4 Bøttefundament

Bøttefundamentkonseptet er fortsatt kun på prototypestadiet. Det består av en sylinder som er lukket på toppen og ved hjelp av stivere sveiset til en søyle i sentrum, som vist i figur 3.4b. Stiverne fører kreftene fra tårnet ut til sylinderveggene. Hele konstruksjonen er i stål. Sylinderveggene vil bli omtalt som *stålskjørtet* eller bare *skjørtet* i denne oppgaven. Konseptet baserer seg på vakuum, og går ut på å suge ut vann fra sylinderen når den er plassert på havbunnen. På denne måten vil den trekkes ned i havbunnen, helt til topplata hviler på havbunnen, som vist i figur 3.4b. Når bøttefundamentet er installert, vil friksjon mellom stålskjørtet og jorda og motstanden mot topplata bære vindturbinen. Å fjerne den igjen gjøres enkelt ved å pumpe vann inn igjen i sylinderen, slik at den løfter seg opp av havbunnen. Bøttefundamentet er avhengig av en viss vanndybde for å kunne skape den nødvendige trykkforskjellen som skal til for installeringen. I henhold til DNV [5] er fundamentet velegnet for vanndybder opp til 25 meter. I tillegg må havbunnen være fri for stein og den må prepareres på forhånd slik at bøttefundamentet står rett når det er ferdig installert. Ved hjelp av dysene i bøttefundamentet kan den vertikale vinkelen justeres med en toleranse på 0.1 grader. [4, 18]

Det ble installert en prototype i Fredrikshavn, Danmark i 2002. Denne står fortsatt i 2013, og tilter ikke mer enn det som er godkjent av vindturbinprodusenten. For denne prototypen, som har en diameter på 12 meter, er vekten så lav som 165 tonn, men vanndybden er kun 4 meter. [18]

3.2.5 Tripod

Tripod er også et kjent konsept fra olje- og gassindustrien, men hittil er det ikke mange vindturbiner som er fundamentert med tripoder. Figur 3.4c viser geometrien. Det er altså en søyle i sentrum som er stivet av med tre diagonale bein, alt i stål. Denne stålkonstruksjonen alene veier omkring 700 tonn. Hvert av de tre beina fundamenteres med peler som drives ned til 40 meter under havbunnen. I forhold til monopelen så sørger tripoden for at det hovedsakelig føres aksialkrefter ned i pelene. Tripoden har derfor større motstand mot momentkrefter og er dermed bedre egnet på dypere vann, typisk 20-50 meter [5]. Sammenlignet med monopelen er den selvfølgelig dyrere, både med tanke på materialbruk og transport. Det er også mulig å fundamentere tripoden med bøttefundamenter, men dette er ennå ikke gjort for vindturbiner. [16, 18]

De store stålrørdimensjonene gjør at også tripoden er utsatt for store bølgekrefter. I tillegg har både bølgenes og vindens retning betydning når fundamentet er trebeinet. Som for andre støttestrukturer bestående av komplekse stålkonstruksjoner, vil utmatting være et sentralt tema for dimensjoneringen. [4]

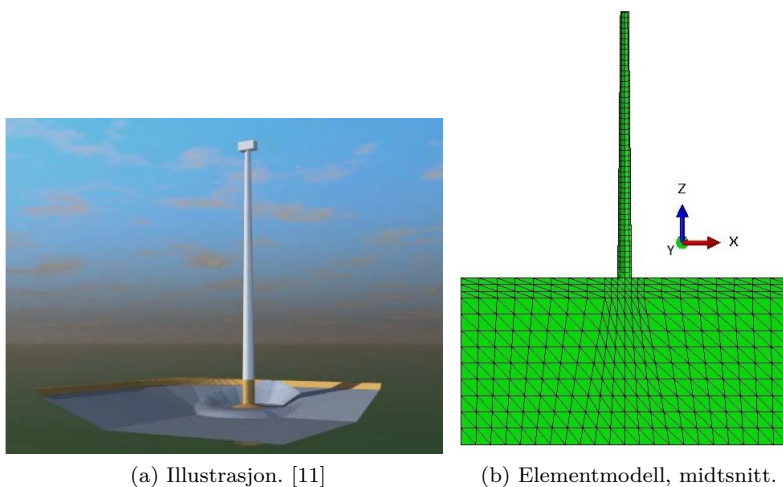
Kapittel 4

Elementmodell

Elementmodellen er etablert i elementprogrammet *Abaqus CAE*, stort sett referert til som bare *Abaqus*. Dette er i stor grad gjort i henhold til vedlegg K i DNV [5], som er en veiledning om hvordan beregninger basert på elementmetoden skal utføres for offshore vindturbiner. Modellen i denne oppgaven tar utgangspunkt i geometrien og egenskapene til bøttefundamentprototypen i Fredrikshavn, presentert i Ibsen og Liingaard [10]. Figur 4.1a fra Ibsen et al. [11] viser en illustrasjon av prototypen, som er en Vestas V90-3.0 MW offshore vindturbin, fundamentert med bøttefundament. I figuren er støttestrukturen og selve bøttefundamentet farget gult. Figur 4.1b viser elementmodellen (midtsnitt) av det samme systemet. Denne figuren viser i likhet med de andre figurene fra elementmodellen i dette kapitlet hva slags elementnett som er benyttet, da dette har betydning for nøyaktigheten til resultatene. I tillegg til denne fullstendige modellen av systemet er det også etablert modeller av forskjellige deler av systemet til analysene med tretrinnsmetoden.

Kapitlet er bygd opp av delkapitler som omhandler ulike aspekter ved elementmodellene. Først gis det en innføring i koordinatsystem og relevante frihetsgrader. Deretter presenteres grensebetingelser, geometrier, materialparametre, last og demping i materialene. Det er modellert både lineær-elastisk og elasto-plastisk jord, noe som vil bli beskrevet nærmere i dette kapitlet. Det må presiseres at dette kapitlet tar utgangspunkt i den fullstendige modellen med jord, fundament og tårn. Egenskapene som presenteres trenger for eksempel derfor ikke være gyldige for modeller av tretrinnsmetoden. Eventuelle avvik kommenteres i hvert delkapittel.

Dette kapitlet gir også et innblikk i metodene som er benyttet i oppgaven. Metodene bygger på elementmodellens egenskaper som presenteres her. For eksempel krever lineær-elastisk og elasto-plastisk materialoppførsel ulike tilnærminger.



Figur 4.1: Bøttefundament-prototype i Fredrikshavn.

4.1 Koordinatsystem og frihetsgrader

Koordinatsystemet i modellen er i henhold til figur 4.1b, hvor y-retning er innover i planet. Origo er valgt som sentrum i bøttefundamentets topplate. Denne oppgaven forenkler systemet og tar derfor kun for seg to frihetsgrader. Det er forskyvning i x-retning, som er samme retning som jordskjelvseksitasjonen, og rotasjon om y-aksen. Det er derfor alltid snakk om forskyvning i x-retning når det står *forskyvning*, og rotasjon om y-aksen når det er skrevet *rotasjon*.

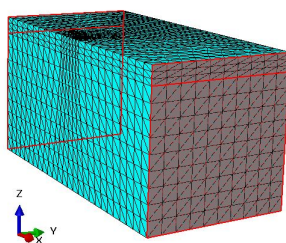
4.2 Grensebetingelser

Grensebetingelsene avgjør om den modellerte jordblokken oppfører seg realistisk. Det vil si at den alene skal oppføre seg på samme måte som om den var en del av et større jordområde under et jordskjelv. Oppgaven tar for seg jordskjelvseksitasjon i x-retning,

mens all bevegelse i y -retning er fastholdt. Den modellerte jordblokken vil få relativt store forskyvninger i z -retning gjennom overflatebølger som forplanter seg i x -retning. Disse forskyvningene vil i virkeligheten delvis holdes på plass av den omkransende jorda. Dette er løst ved å koble nodene på de to rendene til hverandre. Rendene er markert i rødt i figur 4.2. De to nodene på hver rand med samme y - og z -koordinat er fastholdt i forhold til hverandre. De vil da bevege seg likt i x -retning og samtidig være fastholdt i y - og z -retning.

For modellen er det utnyttet symmetri om planet: $x = 0$, $z = 0$. Derfor er kun halve bredden (y -retning) modellert. Etersom tårnet er fundamentert i sentrum av jordvolumet, vil de samme symmetriegenskapene gjelde for fundament og tårn. Det er da nødvendig med grensebetingelser som kan uttrykke symmetrien. Symmetri-overflaten er derfor holdt fast mot forskyvninger i y -retning og rotasjoner om både x - og z -aksen. Denne flaten tilsvarer midtsnittflaten, som er vist i figur 4.1b.

For statiske- og stasjonære (“steady state”) analyser er det i denne oppgaven ikke interessant med jordskjelveysitasjon av jordlagets bunn. Disse analysene er kun for å bestemme ulike egenskaper ved systemet. Derfor erstattes jordskjelveysitasjonen med fastholding mot alle translasjoner og rotasjoner.



Figur 4.2: Grensebetingelser.

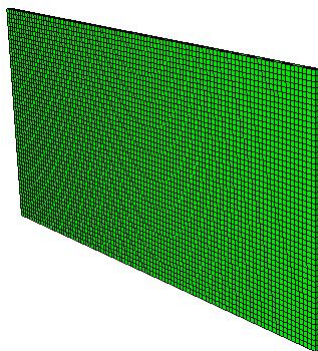
4.3 Geometri

I dette delkapittelet vil de geometriske egenskapene til de benyttede modellene presenteres, og i denne oppgaven inkluderer det også punktmasser. Det er i første omgang modellert en jordskive for å sammenligne modellen med teorien som omhandler jord. Deretter blir den fullstendige modellen presentert. Den består i tillegg til jord av et

bøttefundament og et tårn, som vist i figur 4.1b. Delkapittelet tar også for seg hvordan den fullstendige modellen ved hjelp av tretrinnsmetoden kan deles i to: jord og bøttefundament, og tårn med fjærer og dempere.

4.3.1 Jordskive

Jordskivemodellen har et volum på $100m * 1m * 50m$, dvs 100 meter lang i x-retning, 1 meter bred i y-retning og 50 meter høy i z-retning. Materialeegenskapene til lineær-elastisk jord presenteres i delkapittel 4.4. I henhold til figur 4.3 er det valgt et fint elementnett med kun ett element i bredden, noe som i størst grad kan sammenlignes med teorien fra kapittel 2. Som en kan se av figuren, er det benyttet volumelementer.



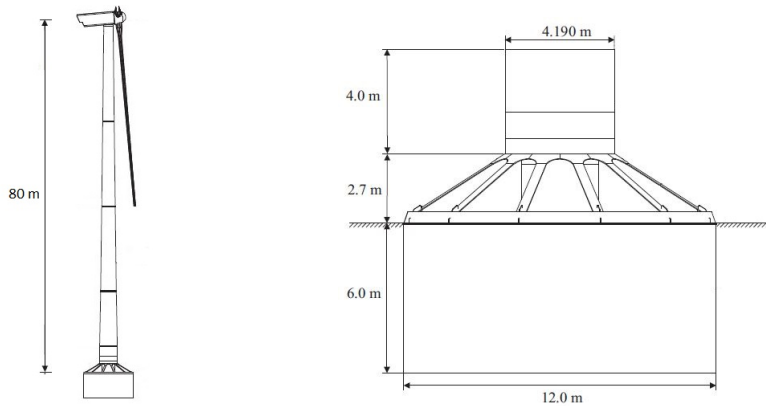
Figur 4.3: Jordskive-geometri.

4.3.2 Fullstendig modell

Den fullstendige elementmodellen er som nevnt satt sammen av et jordvolum med et bøttefundament og et tårn, som vist i figur 4.1b. Det er altså gjort flere forenklinger av systemet som vises i figur 4.4, tatt fra Ibsen og Liingaard [10]. Følgende betydelige antagelser er gjort med hensyn på geometrien:

- Støttestrukturen er erstattet med en fortsettelse av tårnet, som nå går fra nacellen og helt ned til fundamentet
- Rotorbladene og nacellen er sammen representert med en punktmasse i toppen av tårnet

- Avstiverne, som vises detaljert i figur 4.4b, er erstattet med en uendelig stiv topplate i bøttefundamentet
- Kontaktflaten mellom jord og fundament er fullkontakt



(a) Geometri for vindturbin og bøttefundament.

(b) Geometri for bøttefundament.

Figur 4.4: Geometri for prototypen i Fredrikshavn. [10]

Tabell 4.1 viser de viktigste egenskapene til den etablerte elementmodellen, både mål og masser. Disse egenskapene stemmer i stor grad overens med egenskapene til prototypen i Fredrikshavn [10].

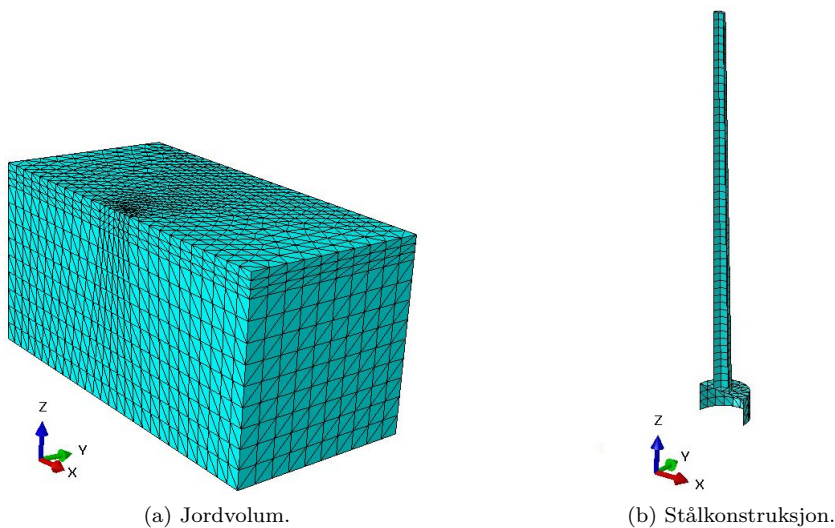
Tabell 4.1: Elementmodellens egenskaper.

Egenskap	Verdi
Høyde nacelle	80.0 m
Fundamentdybde	6.0 m
Fundamentradius	6.0 m
Tårnradius bunn	4.2 m
Tårnradius topp	2.5 m
Masse fundament	100 t
Masse nacelle+rotor	110 t

Figur 4.5 gir en bedre innsikt i modellens oppbygning. Den presenterer jordvolumet (se figur 4.5a), og stålkonstruksjonen (se figur 4.5b), hver for seg.

Jordvolumet er i utgangspunktet $100\text{ m} * 100\text{ m} * 50\text{ m}$, men i modellen, er det som beskrevet i delkapittel 4.2 utnyttet symmetri om planet: $x = 0, z = 0$. Derfor er kun halve modellert. I henhold til figur 4.5a er jordvolumet bygd opp av tetraeder-elementer. Figuren viser også at elementnettet er grovt, men samtidig blir finere nærmere fundamentet, både på overflaten og i dybden, siden de største tøyningene vil oppstå her.

Stålkonstruksjonen består av bøttefundamentet og tårnet. I henhold til figur 4.5b er stålkonstruksjonen utelukkende modellert med skall-elementer. Tykkelsen på disse skallene eller stålplatene er gitt i tabell 4.2. Tabellen gjenspeiler stålplatetykkelsene til Fredrikshavn-prototypen, hentet fra Ibsen et al. [11].

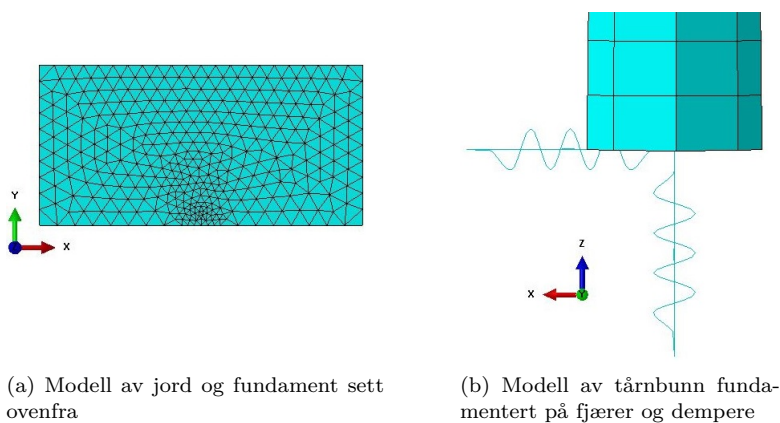


Figur 4.5: Elementmodell av jord og stål hver for seg.

Tabell 4.2: Stålplatetykkelser for modellen.

	Tykkelse [mm]
Tårn	50
Stivere	30
Skjørt	30
Topplate	50

Å inkludere jord-struktur-interaksjon med tretrinnsmetoden krever en modell med jord og fundament, og en med tårn fundamentert på fjærer og dempere. Bortsett fra at den fullstendige modellen er delt i to deler, er all geometri uendret. De to modellene er vist i figur 4.6. Figur 4.6a viser modellen av jord og fundament, sett ovenfra, mens figur 4.6b viser i detalj hvordan tårnet er fundamentert på fjærer og dempere.



Figur 4.6: Modeller for tretrinnsmetoden

4.4 Materialparametre

Det er i modellen benyttet tre materialer: stål, lineær-elastisk jord og elasto-plastisk jord. I og med at det er antatt at stålet holder seg i elastisk sone, er det kun benyttet én stål kvalitet i oppgaven. Det er da ikke tatt hensyn til de fiktive materialene for

tretrinnsmetoden, som betegnes *uendelig stivt stål* og *masseløst stål*. Som navnene tilsier er dette materialer med samme egenskaper som stål, sett bort i fra at de har henholdsvis uendelig elastisitetmodul og null densitet.

4.4.1 Stål

Det er benyttet vanlig konstruksjonsstål i modellen. Materialeegenskapene til dette stålet er gitt i tabell 4.3.

Tabell 4.3: Materialparametre for stål.

Egenskap		Verdi
Elastisitetmodul	E_s	210000 MPa
Poisson-tall	ν_s	0.3
Densitet	ρ_s	7850 kg/m ³

4.4.2 Lineær-elastisk jord

For lineær-elastisk jord kan teoretiske verdier for ulike parametre, som for eksempel impedans, forsterkningsfaktor og egenfrekvens, bestemmes. Det er derfor modellert med lineær-elastisk jord for å verifisere at modellen er realistisk. Det er valgt en skjærbølgehastighet, et Poisson-tall og en densitet for jorda i henhold til tabell 4.4. Ved hjelp av ligning 2.28 og ligning 2.29 er jordas skjærmodul og elastisitetmodul beregnet. Disse parametrene er også gitt i tabell 4.4.

Tabell 4.4: Materialparametre for lineær jord.

Egenskap		Verdi
Poisson-tall	ν	0.49
Densitet	ρ	2000 kg/m ³
Skjærbølgehastighet	V_s	300 m/s
Skjærmodul	G	180 MPa
Elastisitetmodul	E	540 MPa

4.4.3 Elasto-plastisk jord

I virkeligheten vil jorda også ha plastisk oppførsel, slik at vil være mer realistisk å modellere med ikke-lineær jord. Som vist i tabell 4.5 er det er antatt et Poisson-tall, en densitet og en kohesjon som øker lineært med dybden. I overflaten er kohesjonen $s = 5 \text{ kPa}$, mens på bunnen av jordlaget ($z = -50 \text{ meter}$) er kohesjonen $s = 120 \text{ kPa}$, som tilsvarer en økning på 2.3 kPa per meter. Kohesjon er implementert i modellen ved hjelp av Mohr-Coulombs flytekriterie. Det er valgt en friksjonsvinkel lik null. Mohr-Coulomb-kriteriet tilsvarer da Trescas flytekriterie, som gir flytning når kohesjonen er identisk med maksimal skjærspenning. Det betyr at kohesjonen tilsvarer skjærfastheten for dette tilfellet. Det henvises til avsnitt 2.2.1 for teorien som omhandler Trescas flytekriterie. For materialet er det i tillegg valgt isotropisk herding.

Skjærmodulen er satt til

$$G = 700\bar{s} \quad (4.1)$$

hvor \bar{s} er den gjennomsnittlige skjærfastheten gjennom jordlaget.

Tabell 4.5: Materialparametre for ikke-lineær jord.

Egenskap		Verdi
Poisson-tall	ν	0.49
Densitet	ρ	2000 kg/m^3
Skjærfasthet	s	$5 \text{ kPa} - 120 \text{ kPa}$
Skjærmodul	G	44 MPa
Elastisitetetsmodul	E	131 MPa

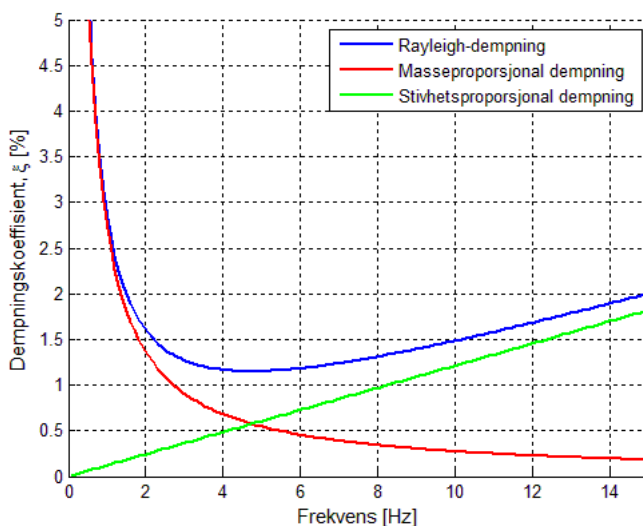
4.5 Rayleigh-demping

For dempingen i modellens materialer er det benyttet Rayleigh-demping, som er beskrevet i delkapittel 2.1.3. Som tidligere nevnt er denne dempingen modeavhengig. I modellen er det valgt 2 % demping for mode 1, ved 1.5 Hz, og mode 5, ved omtrent 15 Hz. For å implementere dette i modellen tar Abaqus inn koeffisientene a_0 og a_1 . Disse

to koeffisientente er gitt i ligning 2.20, og for denne modellen fås:

$$a_0 = 0.343 \quad \text{og} \quad a_1 = 0.00039$$

Figur 4.7 viser den totale Rayleigh-dempningen, samt både det masseproporsjonale og det stivhetsproporsjonale bidraget. Detaljerte beregninger er gitt i vedlegg C.2. Figuren bekrefter at masseproporsjonal damping demper de laveste modene sterkest, mens stivhetsproporsjonal damping demper de høyeste modene sterkest.

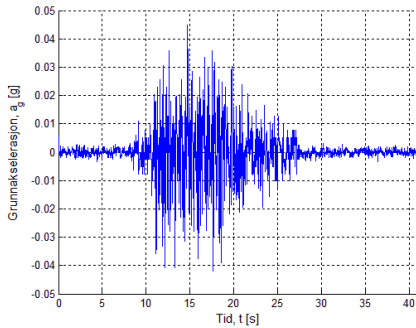


Figur 4.7: 2 % Rayleigh-dempning.

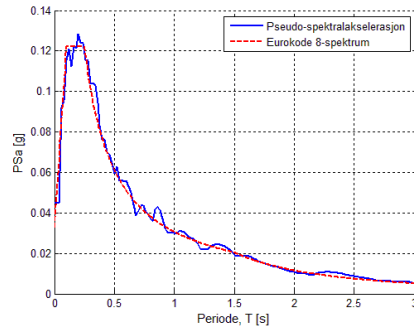
4.6 Jordskjelveksitasjon

Jordskjelveksitasjonen inkluderes i modellen i form av en grunnakselerasjonstidsserie i modellens x-retning. Akselerasjonen påsettes bunnen av jordlaget for å etterligne at grunnfjellet akselereres. I denne oppgaven er det benyttet en tidsserie fra et jordskjelv i Nahanni i Canada. I henhold til figur 4.8a er maksimal grunnakselerasjon (PGA) omtrent 0.045g, for den 41 sekunder lange tidsserien. Leseren bes være oppmerksom på at begrepet *PGA* i denne oppgaven er tvetydig. *PGA* (“peak ground acceleration”) som det snakkes om i dette delkapittelet er *PGA* for grunnfjellet, mens det på toppen av jordlaget vil være en annen *PGA*. Pseudo-spektralakselerasjonen i figur 4.8b

bekrefter en PGA omkring 0.04g. Denne figuren viser også overenstemmelsen med Eurokode 8-spekteret, gitt samme PGA. Pseudo-spektralakselerasjonen er beregnet ved hjelp av Newmarks metode med lineær akselerasjon, som beskrevet i avsnitt 2.1.2. dempingskoeffisienten er 5 %. For detaljerte beregninger refereres det til vedlegg C.3.



(a) Tidsserie.



(b) Pseudo-spektralakselerasjon.

Figur 4.8: Grunnakselerasjon fra jordskjelv i Nahanni i 1985.

Kapittel 5

Resultater

Dette kapitlet gir en oversikt over resultater fra forskjellige analyser i Abaqus. Det starter med et delkapittel om verifisering av modellen. Her gis resultatene som sammenligninger mellom teori og modell, eller mellom modeller med og uten forenklinger.

Selve jordskjelvanalysene er delt i to siden fremgangsmåten er ulik for lineær-elastisk materialoppførsel og elasto-plastisk oppførsel. Først gis en innføring i resultatene fra analysene med lineær-elastisk jord, som innebærer resultater fra de forskjellige trinnene i tretrinnsmetoden og en sammenligning med direkte metode. Resultatene fra de ikke-lineære analyse, det vil si med elasto-plastisk jord, er bygd opp på akkurat samme måte.

5.1 Verifikasjon av modell

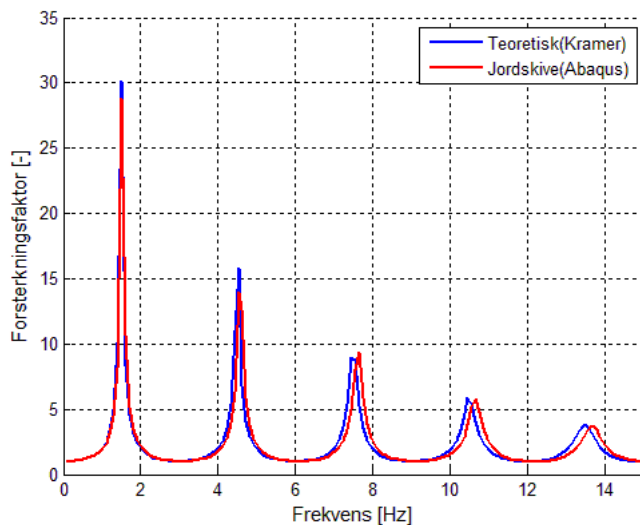
For å verifisere at modellen representerer vindturbinen på en tilfredsstillende måte er det foretatt ulike kontroller. Den første er å sjekke at jordlaget oppfører seg i henhold til teorien om dempet forsterkningsfaktor. Den andre er å se hvorvidt modellens egenfrekvenser stemmer med jordlagets teoretiske egenfrekvenser. Den tredje kontrollen er å sjekke betydningen av forenklingen som erstatter avstiverne i bunnen av tårnet med en uendelig stiv plate.

5.1.1 Forsterkningsfaktor

Teorien som omhandler dempet forsterkningsfaktor er beskrevet i delkapittel 2.3.2. Den dempede forsterkningsfaktoren for modellen er funnet ved hjelp av en stasjonær (“steady state”) analyse av jordskiven på $100\text{ m} * 1\text{ m} * 50\text{ m}$ (se figur 4.3). Den ble påsatt en enhetsforskyvning av bunnflata i frekvensområdet 0 til 15 Hz. Settes enhetsforskyvningen inn i ligning 2.36, blir forsterkningsfaktoren for det dempede systemet lik magnituden av forskyvningen:

$$F(\omega) = \frac{|u|_{z=0}}{|u|_{z=H}} = \frac{|u|_{z=0}}{1} = |u|_{z=0} \quad (5.1)$$

I figur 5.1 sammenlignes den teoretiske forsterkningsfunksjonen for et dempet system, se ligning 2.42, med magnituden av forskyvningen fra den stasjonære analysen. Beregningene er gitt i vedlegg C.1.



Figur 5.1: Sammenligning av forsterkningsfaktor for jordskive i Abaqus med teoretisk.

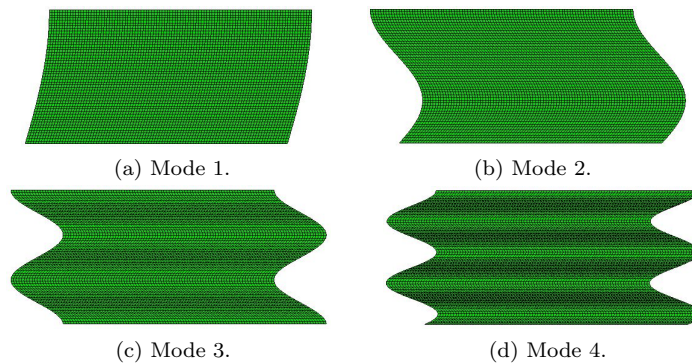
5.1.2 Jordlagets egenfrekvens

De teoretiske egenfrekvensene til et homogent elastisk jordlag over grunnfjell er gitt med ligning 2.43. For det lineær-elastiske jordlaget, med dybde 50 m og skjærbølgehas-

tighet 300 m/s , blir de fire første teoretiske egenfrekvensene som oppgitt i tabell 5.1. De kan også leses av den teoretiske forsterkningsfaktorkurven i figur 5.1, som ligningen for egenfrekvensene baserer seg på. Disse fire modenes tilhørende form er gitt i figur 5.2.

Tabell 5.1: Teoretiske egenfrekvenser for modellert jordlag.

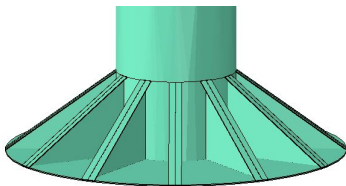
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Teoretisk frekvens [Hz]	1.5	4.5	7.5	10.5



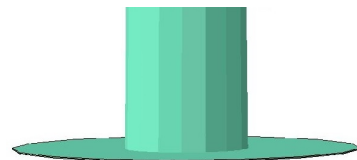
Figur 5.2: Modenes form.

5.1.3 Avstivere

Det er som nevnt også gjort en sammenligning mellom et tårn med avstivere i bunnen, som tilfellet er i Fredrikshavn (se figur 4.4), og forenklingen med en uendelig stiv plate i stedet. Første egenfrekvens er sammenlignet for de to løsningene. Egenfrekvensen er beregnet med egenverdianalyse i Abaqus CAE, og resultatet er gitt i tabell 5.2.



Figur 5.3: Avstivet tårnbunn



Figur 5.4: Tårnbunn på uendelig stiv plate

Tabell 5.2: Sammenligning av egenfrekvens for avstivet og uavstivet tårnbunn.

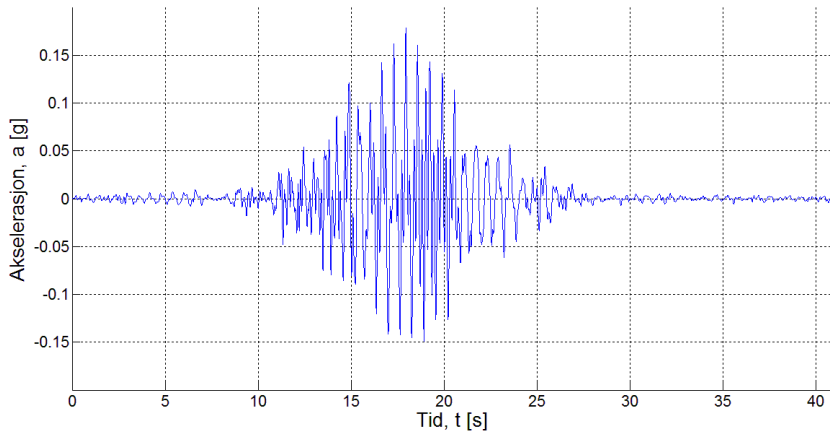
Modell	Første egenfrekvens [Hz]
Avstivet	0.360
Uendelig stiv plate	0.394

5.2 Lineær analyse

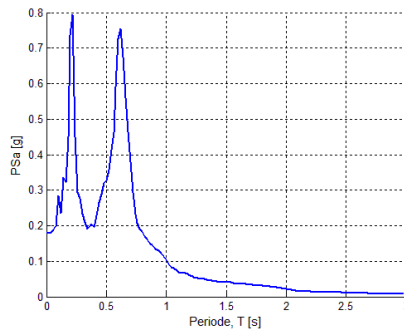
Den lineære analysen er utført ved hjelp av de to forskjellige metodene for jordstruktur-interaksjon, direkte metode og tretrinnsmetoden, presentert i delkapittel 2.4. Modellene som er benyttet i analysene er presentert i kapittel 4. For denne lineære analysen er det kun benyttet lineær-elastisk jord.

5.2.1 Tretrinnsmetoden

Kinematisk interaksjon Som beskrevet i avsnitt 2.4.3, tar dette trinnet utgangspunkt i en modell av jord og fundament, som vist i figur 4.6a. I dette trinnet er det benyttet en implisitt dynamisk analyse i Abaqus, som avsluttes etter 41 sekunder. I henhold til 4.8a tilsvarende dette jordskjelvtidsseriens varighet. Under denne analysen er det hentet ut både akselerasjon i x-retning og vinkelakselerasjon om y-aksen av kontrollpunktet. Kontrollpunktet i denne oppgaven er sentrum i fundamentets toppplate, som tilsvarende sentrum i bunnen av tårnet. Førstnevnte akselerasjon er gitt i figur 5.5, representert ved tidsserien (se figur 5.5), og pseudo-spektralakselerasjonen (se figur 5.6). Dampingskoeffisienten for pseudo-spektralakselerasjonen er 5 %. Pseudo-spektralakselerasjonen har to markante topper, den første ved $T \simeq 0.22$ s og den andre ved $T \simeq 0.66$ s. Vinkelakselerasjonen av kontrollpunktet er i henhold til vedlegg D.2.1.



Figur 5.5: Horisontal akselerasjon av kontrollpunktet.



Figur 5.6: Pseudo-spektralakselerasjon for horisontal akselerasjon av kontrollpunktet.

Impedans

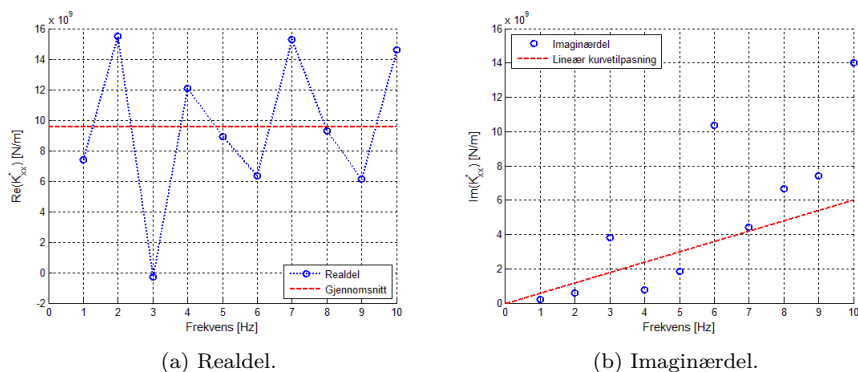
Statisk impedans. Ved å kjøre statisk analyse i Abaqus påsatt enhetslast og enhetsmoment hver for seg kan fleksibilitetsmatrisen etableres:

$$\mathbf{F}^* = \begin{bmatrix} u_{F=1} & u_{M=1} \\ \phi_{F=1} & \phi_{M=1} \end{bmatrix} = 10^{-12} \begin{bmatrix} 107.25 \text{ m} & 1.66 \text{ m} \\ 1.66 \text{ rad} & 1.56 \text{ rad} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

I henhold til ligning 2.69 oppnås impedansmatrisen, som i dette tilfellet tilsvarer statisk stivhet, ved å invertere fleksibilitetsmatrisen:

$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} K_{uu}^* & K_{u\phi}^* \\ K_{\phi u}^* & K_{\phi\phi}^* \end{bmatrix} = 10^9 \begin{bmatrix} 9.48 \text{ N/m} & -10.09 \text{ N/rad} \\ -10.09 \text{ N/rad} & 651.76 \text{ Nm/rad} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

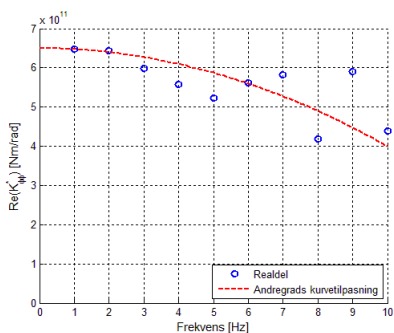
Dynamisk impedans. Stivhetene er i virkeligheten frekvensavhengige. Gjennom en stasjonær (“steady state”) analyse hvor enhetskraften er eksitert med heltallfrekvensene fra 1 Hz til 10 Hz, er fleksibilitetsmatrisen etablert for hver frekvens. Flexibilitetsmatrisen inneholder nå komplekse fleksibiliteter, hvilket gir komplekse impedanser når fleksibilitetsmatrisen inverteres. Real- og imaginærdelen til impedansen for translasjon, K_{xx}^* , er hentet ut hver for seg. Realdelen tilsvarer K_1^* i ligning 2.65, mens imaginærdelen tilsvarer K_2^* i ligning 2.66. Figur 5.7a og figur 5.7b viser henholdsvis real- og imaginærdel av denne translasjonsimpedansen, K_{xx}^* , som funksjon av frekvensen. I tillegg er det i begge figurene lagt inn en tilpasset trendfunksjon. Dette er et hjelpemiddel for å sammenligne med teoretiske impedanser fra tabell 2.3. For realdelen av translasjonsimpedansen, $Re(K_{xx}^*)$, er denne trenden konstant lik gjennomsnittet av realdelen til translasjonsimpedansen over frekvensene 1 Hz til 10 Hz (se figur 5.7a). Trenden til imaginærdelen av translasjonsimpedansen, $Im(K_{xx}^*)$, er på sin side tilpasset med en lineær kurve (se figur 5.7b).



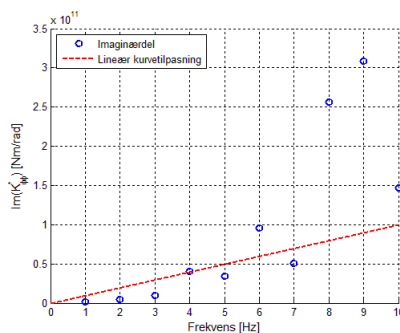
Figur 5.7: Translasjonsstivhet (i x-retning).

Samme prosedyre er gjennomført, men denne gangen med et enhetsmoment eksitert med heltallfrekvensene fra 1 Hz til 10 Hz, i den stasjonære analysen. Det er også her

hentet ut real- og imaginærdelene hver for seg, men nå for rotasjonsimpedansen, $K_{\phi\phi}^*$. Realdelen tilsvareer K_1^* i ligning 2.65, mens imaginærdelen tilsvareer K_2^* i ligning 2.66. I figur 5.8a og figur 5.8b vises henholdsvis real- og imaginærdel av rotasjonsimpedansen, $K_{\phi\phi}^*$. Trenden til realdelen av rotasjonsimpedansen, $Re(K_{\phi\phi}^*)$, er tilpasset med en annengradsfunksjon på formen i ligning 2.65 (se figur 5.8a). I likhet med imaginærdelen av translasjonsimpedansen, $Im(K_{xx}^*)$, er imaginærdelen av rotasjonsimpedansen, $Im(K_{\phi\phi}^*)$, tilpasset med en lineær kurve (se figur 5.8b).



(a) Realdel.



(b) Imaginærdel.

Figur 5.8: Rotasjonsimpedans (om y-aksen).

Sammenligning med teoretiske impedanser. Dette underavsnittet vil ta for seg overenstemmelsen mellom de teoretiske impedansene og impedansene fra de stasjonære analysene for de to frihetsgradene i systemet, translasjon i x-retning og rotasjon om y-aksen. Tabell 2.3 gir de nevnte teoretiske impedansene i form av stivhet, demping og ekvivalent masse (eller treghetsmoment). I henhold til kapittel 4 er $R = 6m$, $G = 180MPa$, $\nu = 0.49$ og $\rho = 2000 \frac{kg}{m^3}$. Tabell 5.3 gir de teoretiske impedansene for overflatefundament samt de analytiske impedansene fra elementmodellen, for de to relevante retningene. Tabellen inkluderer kun stivhetene på hoveddiagonalen, som tilsvareer et ukoblet system. I utgangspunktet er derfor de koblede stivhetene fra ligning 5.3 neglisjert, men seinere i oppgaven er det også kort sett på effekten av å inkludere dem.

I henhold til ligning 2.64 er stivheten konstantleddet av impedansens realdel, mens den ekvivalente massen øker med kvadratet av frekvensen. Samme ligning viser at dempingen er stigningstallet til den lineære imaginærdelen av impedansen. Dette samsvarer

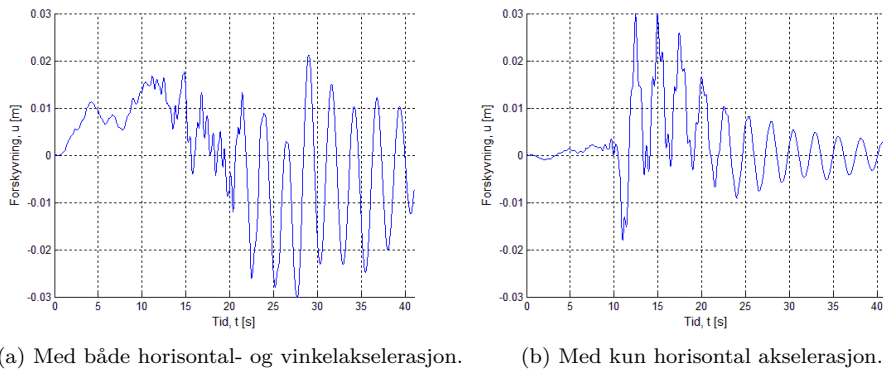
som sagt med trendfunksjonene i figur 5.7 og figur 5.8. Det understrekes at ligning 2.64 er en funksjon av vinkelfrekvensen (rad/s), mens impedansene i figur 5.7 og figur 5.8 er funksjoner av frekvens (Hz). Derfor kan ikke dempingen og den ekvivalente massen, som er funksjoner av frekvensen, leses direkte av grafene. De må henholdsvis divideres på 2π og $(2\pi)^2 = 4\pi^2$.

Tabell 5.3: Teoretiske og analytiske impedanser for modellen.

Retning	Metode	Stivhet	demping	Ekv. masse
Horisontal	Teoretisk ^a	6.55E+09 <i>N/m</i>	5.75E+07 <i>Ns/m</i>	1.21E+05 <i>kg</i>
	Abaqus CAE	9.5E+09 <i>N/m</i>	9.5E+07 <i>Ns/m</i>	0 <i>kg</i>
Rotasjon	Teoretisk ^a	2.10E+11 <i>Nm/rad</i>	6.01E+08 <i>Nms/rad</i>	7.62E+06 <i>kgm²/rad</i>
	Abaqus CAE	6.5E+11 <i>Nm/rad</i>	1.6E+09 <i>Nms/rad</i>	6.3E+07 <i>kgm²/rad</i>

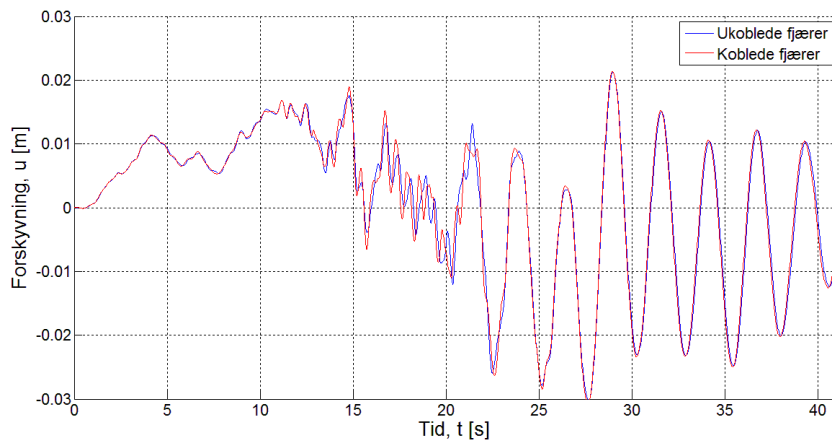
^aVerdiene gjelder for overflatefundament.

Analyse av struktur Ved å implementere tidsseriene og egenskapene i tårnmodellen, er systemets totale respons funnet. Stivhetene og dempingene fra tabell 5.3, som er funnet ved hjelp av analyser i Abaqus, er tilordnet henholdsvis fjærene og demperne i figur 4.6b. Når det kommer til den ekvivalente massen og det ekvivalente treghetsmomentet, er disse egenskapene tilordnet kontrollpunktet i form av en punktmasse. Dette systemet er analysert med en implisitt dynamisk analyse i Abaqus. Figur 5.9 viser den registrerte forskyvningen av tårntoppen både med og uten vinkelakselerasjonen implementert. Figur 5.9a viser forskyvningen til modellen med både horisontal- og vinkelakselerasjon, mens figur 5.9b viser forskyvningen når kun horisontalakselerasjonen er inkludert i modellen. Horisontalakselerasjonen er gitt i figur 5.5, og vinkelakselerasjonen er gitt i figur D.2.



Figur 5.9: Forskyvning av tårntopp med tretrinnsmetoden.

I disse tidsseriene er fjærene antatt ukoblet, det vil si null sammenheng mellom de to frihetsgradene, forskyvning og rotasjon, for stivheten. Derfor er effekten av å modellere fjærene som ukoblet vist i figur 5.10. Figuren viser forskyvningen av tårntoppen, med og uten den koblede stivheten.



Figur 5.10: Sammenligning av tretrinnsmetoden med koblede og ukoblede fjærer.

Egenperioden til den stasjonære delen av forskyvningen, det vil si etter omtrent 23 sekunder i figur 5.9, skal tilsvare den ekvivalente egenperioden beregnet med ligning 2.77. Egenfrekvensen med uendelige stive fjærer, f_0 , er gitt i tabell 5.2, hvor det er

verdien for uendelig stiv plate som er benyttet. Egenperiodene for horisontalfjær og rotasjonsfjær er i henhold til avsnitt 2.4.3 gitt av ligningene:

$$T_h = 2\pi\sqrt{\frac{M_{xx}}{K_h}} \quad \text{og} \quad T_r = 2\pi\sqrt{\frac{I_{yy}}{K_r}} \quad (5.4)$$

hvor M_{xx} og I_{yy} er henholdsvis masse i x-retning og treghetsmoment om y-aksen. Det er nødvendig med treghetsmoment ettersom det er inkludert et ekvivalent treghetsmoment i kontrollpunktet. I tillegg er massen i tårnet fordelt og ikke punktmasser. Disse masseegenskapene er hentet fra Abaqus og gjengitt i tabell 5.4. Stivhetene, K_h og K_r i ligning 5.4, er Abaqus-stivhetene fra tabell 5.3.

Tabell 5.4: Masseegenskaper i kontrollpunktet for tårn med punktmasser, hentet fra Abaqus CAE.

	Masse, M_{xx} [kg]	Treghetsmoment, I_{yy} [kgm^2/rad]
Kontrollpunkt	4.3E+05	6.75E+08

De tre forskjellige egenperiodene, T_0 , T_h og T_r , blir da som vist i tabell 5.5.

Tabell 5.5: Egenperioder for tretrinnsmetoden.

T_0	T_h	T_r
2.54 s	0.04 s	0.20 s

Ligning 2.77 gir da den ekvivalente egenperioden:

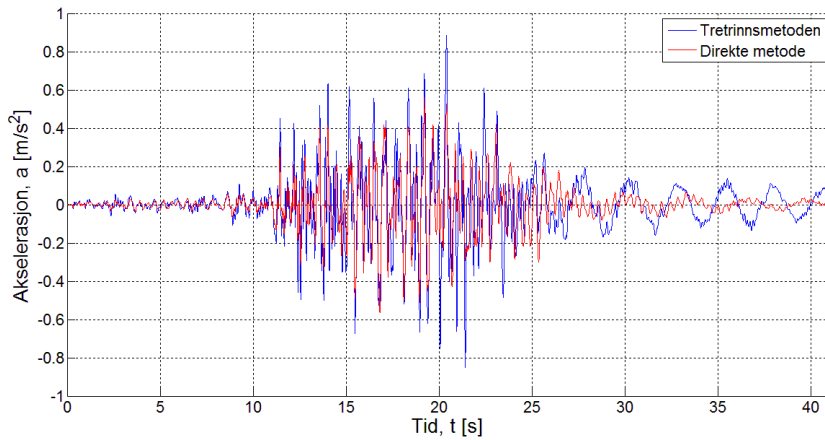
$$T_e = \sqrt{2.54^2 + 0.04^2 + 0.20^2} = 2.55 \text{ s} \quad (5.5)$$

Den ekvivalente egenperioden er altså omtrent 2.6 sekunder.

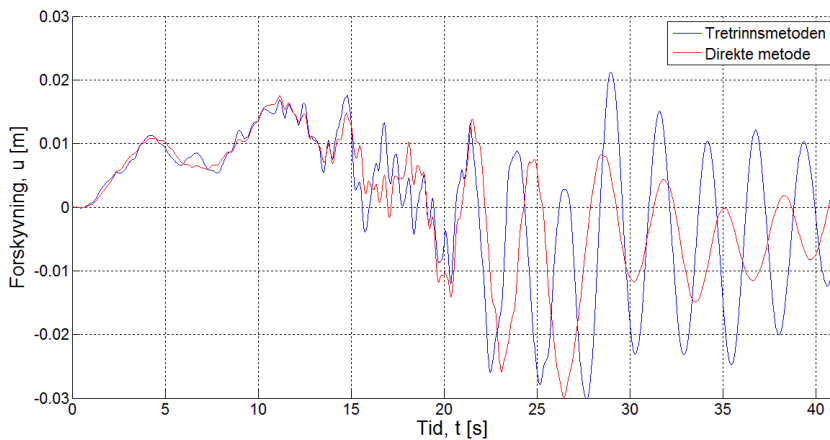
5.2.2 Sammenligning med direkte metode

For å sjekke om tretrinnsmetoden gir realistiske resultater, er forskyvningen sammenlignet med tilsvarende akselerasjon og forskyvning for direkte metode. Den horisonta-

le akselerasjonen og forskyvningen av tårntoppen med de to forskjellige metodene er henholdsvis vist i figur 5.11 og figur 5.12. Tretrinnsmetoden er den blå kurven, mens direkte metode er den røde kurven.



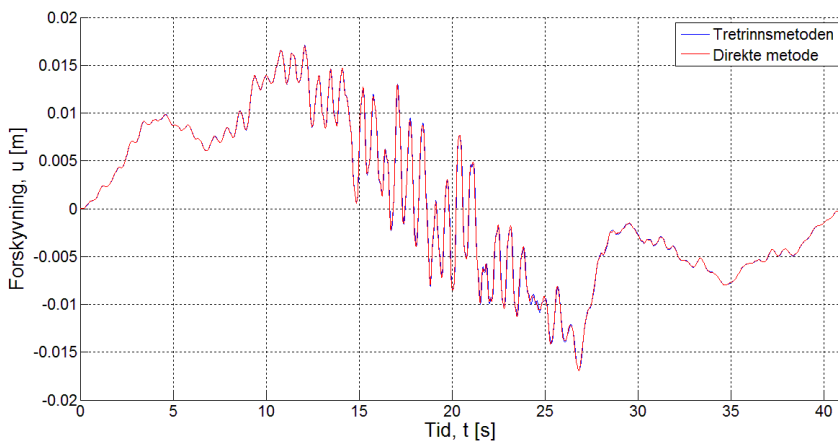
Figur 5.11: Sammenligning av horisontal akselerasjon av tårntopp.



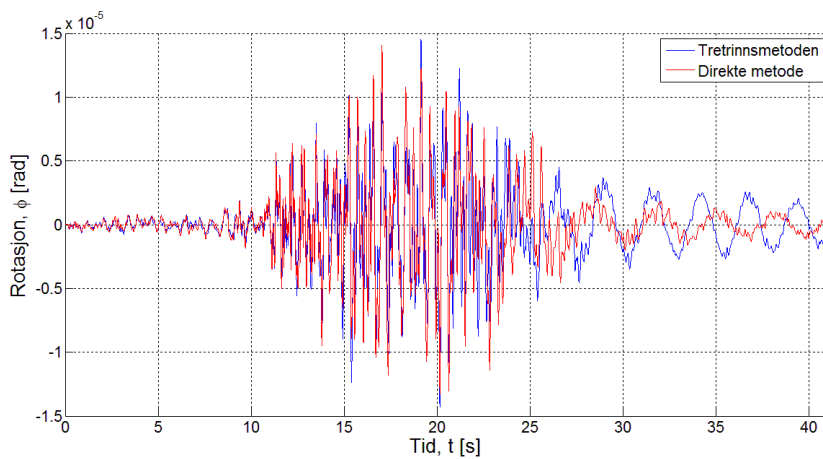
Figur 5.12: Sammenligning av forskyvning av tårntopp.

For å kunne analysere overenstemmelsen mellom tretrinnsmetoden og direkte metode nærmere, er det i tillegg hentet ut respons av tårnbunnen, nærmere bestemt kontrollpunktet. Denne responsen er hentet ut som forskyvning og rotasjon. Figur 5.13

sammenligner forskyvningen fra tretrinnsmetoden og direkte metode, mens figur 5.14 sammenligner rotasjonen fra de samme metodene.



Figur 5.13: Sammenligning av forskyvning av tårnbunn.



Figur 5.14: Sammenligning av rotasjon av tårnbunn.

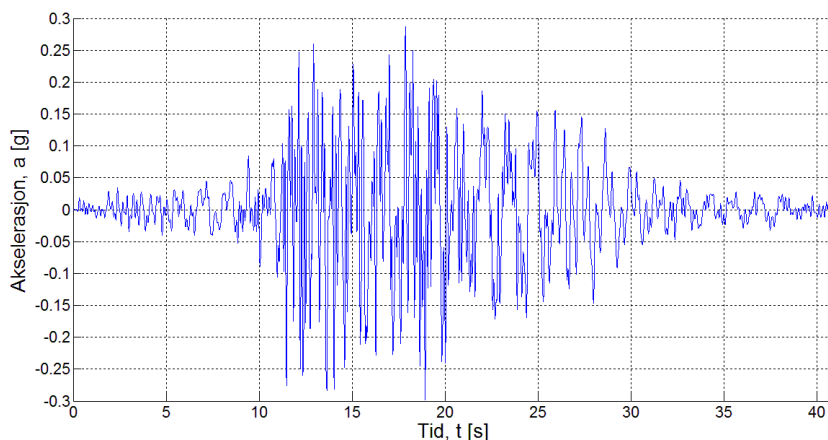
5.3 Ikke-lineær analyse

Siden jorda i virkeligheten ikke vil holde seg i det elastiske området ved større deformasjoner, er det også gjort analyser med elasto-plastisk jord. Skjærfastheten er i henhold til tabell 4.5 lineært økende med dybden. Jordskjelvtidsserien i figur 4.8a er multiplisert med både tre og seks, slik at PGA for grunnfjell blir omtrent 0.15g og 0.30g. Den opprinnelige tidsserien er multiplisert opp for å få plastisk respons. Med to ulike tidsserier kan responsen sammenlignes for å bekrefte plastisk oppførsel. Dette delkapittelet tar for seg de samme metodene som for lineær analyse, det vil si tretrinnsmetoden og direkte metode. Det understrekes at resultatene fra de lineære analysene ikke er sammenlignbare med disse resultatene fra de ikke-lineære analysene, på grunn av ulik elastisitetsmodul. Leseren gjøres også oppmerksom på at jordas plastisitet er den eneste ikke-lineæriteten som er inkludert i oppgaven.

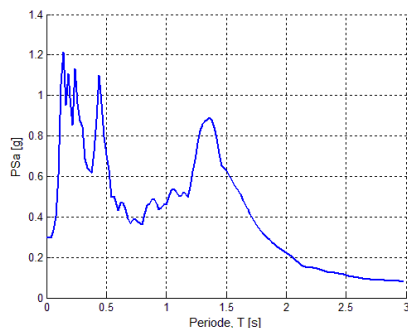
5.3.1 Tretrinnsmetoden

Ettersom tretrinnsmetoden bygger på prinsippet om superposisjon er den teoretisk sett ikke egnet til å løse et ikke-lineært system. I denne oppgaven er den likvel benyttet, da en er interessert i så på hvilken effekt dette har. Metoden er litt modifisert, som dette avsnittet vil gå nærmere inn på.

Kinematisk interaksjon Bortsett fra at den lineær-elastiske jorda er byttet ut med elasto-plastisk jord, er den kinematiske interaksjonen lik for lineær og ikke-lineær analyse. Både horisontal- og vinkelakselerasjon av kontrollpunktet er altså hentet ut. Den horisontale akselerasjonen med PGA for grunnfjell lik 0.30g er gitt i figur 5.15, mens det tilhørende pseudo-akselerasjonsspekteret er gitt i figur 5.16. Vinkelakselerasjonen for samme PGA er gitt i vedlegg D.2.3. Horisontalakselerasjon og vinkelakselerasjon for $PGA = 0.15g$ er gitt i henholdsvis vedlegg D.1.1 og vedlegg D.2.2.



Figur 5.15: Horizontal akselerasjon av kontrollpunktet med PGA for grunnfjell lik 0.30g.



Figur 5.16: Pseudo-spektralakselerasjon for horisontal akselerasjon av kontrollpunktet med PGA for grunnfjell lik 0.30g..

Impedans Det er kun etablert statisk impedans for den ikke-lineære modellen. Horisontalstivhet og rotasjonsstivhet er funnet ved å belaste fundamentet med henholdsvis en kraft og et moment, som gir plastiske deformasjoner. Kraften som ble påsatt økte lineært fra 0 til $2.0E+08$ N, mens momentet økte lineært fra 0 til $4.0E+08$ Nm. På bakgrunn av disse pålastningene er det etablert sammenhenger mellom kraft og forskyvning, og moment og rotasjon.

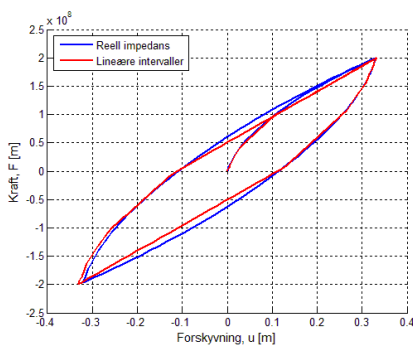
Ettersom jorda er elasto-plastisk med isotropisk herding disse sammenhengene i denne oppgaven delt opp i lineære intervaller. Hvert intervall kan representeres av et elastisk

perfekt-plastisk forløp, med en stivhet og et tilhørende flytepunkt. I denne oppgaven er det valgt å representere pålastningskurven med fire intervaller for forskyvning og fire for rotasjon. Det vil si at både forskyvning-kraft og rotasjon-moment er delt opp i fire lineære intervaller. Det er valgt kortere intervaller i starten av pålastningen, siden de største ikke-lineæritetene oppstår her. I tillegg vil jordskjelvlastene hovedsakelig gi respons i dette området. Fremgangsmåten er presentert i avsnitt 2.2.2, og beregningene er i sin helhet vist i vedlegg C.5. Stivheter og flytning for de totalt åtte intervallene er gitt i tabell 5.6.

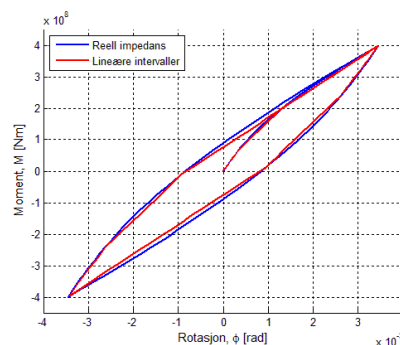
Tabell 5.6: Stivheter og flytning for Abaqus-fjærer.

Retning	Egenskap	Intervall 1	Intervall 2	Intervall 3	Intervall 4
Horisontal	Stivhet [N/m]	7.32E+08	4.14E+08	2.71E+08	4.50E+08
	Flytekraft [N]	0.09E+08	0.14E+08	0.28E+08	1.49E+08
Rotasjon	Stivhet [Nm/rad]	1.95E+10	4.61E+10	4.33E+10	9.35E+10
	Flytemoment [Nm]	0.03E+08	0.19E+08	0.54E+08	3.24E+08

Reell impedans og tilnærmingen med lineære intervaller er sammenlignet for en hel syklus i figur 5.17. Figur 5.17a og figur 5.17b viser sammenligningen for henholdsvis forskyvning-kraft-syklus og moment-rotasjon-syklus.



(a) Forskyvning-kraft-syklus

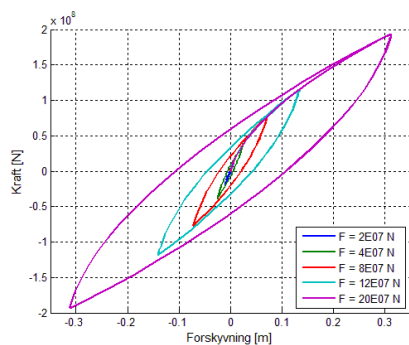


(b) Rotasjon-moment-syklus

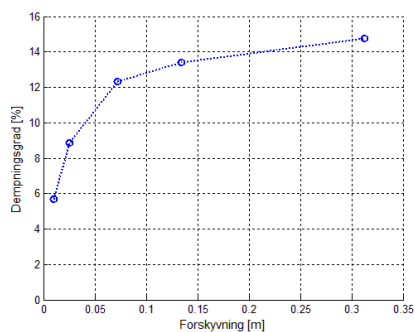
Figur 5.17: Sammenligning av reell impedans og tilnærming med lineære intervaller

Analyse av struktur For den ikke-lineære analysen er tårnet nå kun fundamentert på ikke-lineære fjærer, og altså uten dempere. Den elasto-plastiske oppførselen med isotropisk herding er inkludert i Abaqus-modellen ved at de ikke-lineære fjærene er koblet i parallell i bunnen av tårnet. Hver fjær representerer ett intervall i tabell 5.6, og har dermed en egen stivhet og et eget flytepunkt. Det vil si at det i Abaqus-modellen er fire parallelle horisontale fjærer og fire parallelle rotasjonsfjærer.

Det er også verdt å nevne hvordan dempingen i jorda inkluderes i modellen uten dempere. Det er nemlig en demping i form av energitap i syklusene. Dempingskoeffisienten kan beregnes med ligning 2.27 i avsnitt 2.2.3. Den baserer seg på total energi og elastisk energi i en syklus. Syklusen kan enten være for forskyvning-kraft eller for rotasjon-moment. I figur 5.18 er sykluser for ulike påsatte krefter vist. Basert på maksimal forskyvning fra disse syklusene er det beregnet tilhørende dempingskoeffisient, som beskrevet i vedlegg C.6. Figur 5.19 viser dempingskoeffisienten som funksjon av forskyvningen.



Figur 5.18: Elasto-plastiske sykluser for horisontalt påsatte krefter

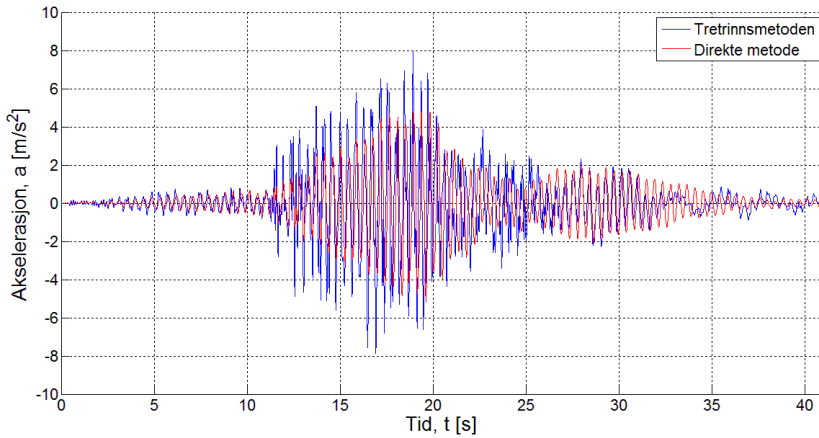


Figur 5.19: Dempingskoeffisient med elasto-plastiske sykluser

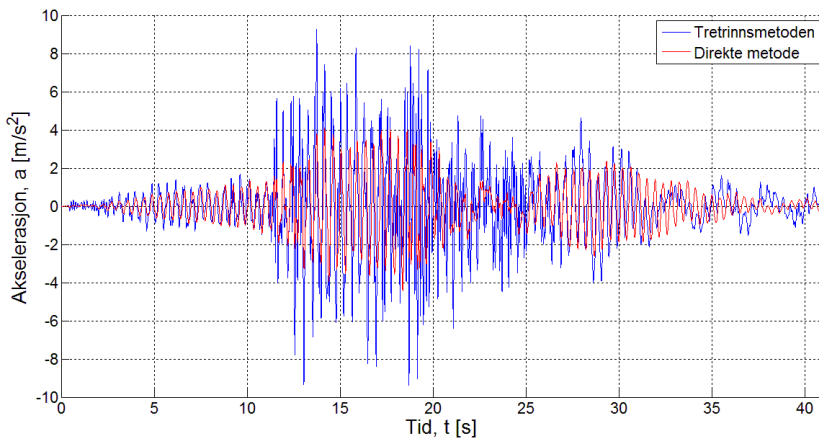
I likhet med den lineære analysen så er både akselerasjon og vinkelakselerasjon fra den kinematiske interaksjonen inkludert i denne tårnmodellen. Responen av dette systemet er den blå grafen i figur 5.21, som viser forskyvning av tårntoppen.

5.3.2 Sammenligning med direkte metode

Sammenligning av tretrinnsmetoden og direkte metode for den ikke-lineære modellen med elasto-plastisk jord er gitt i i figur 5.20 og figur 5.21. Sammenligningen er med PGA av grunnfjellet på henholdsvis 0.15g og 0.30g, og er i form av horisontal akselerasjon av tårntoppen.



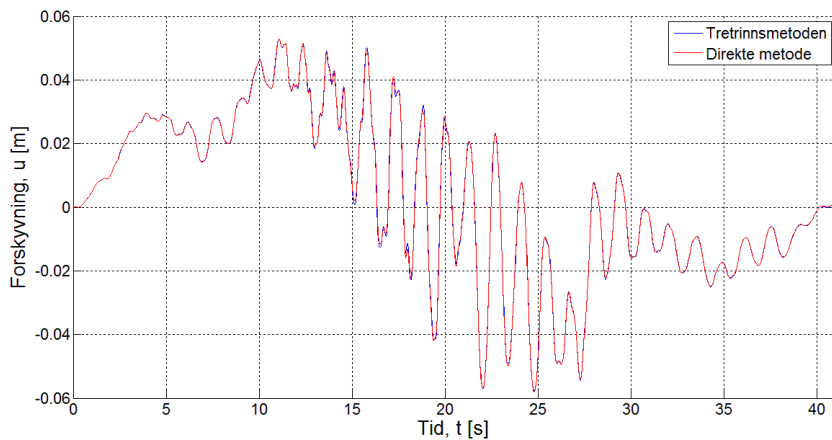
Figur 5.20: Sammenligning av horisontal akselerasjon av tårntopp med $\text{PGA} = 0.15\text{g}$.



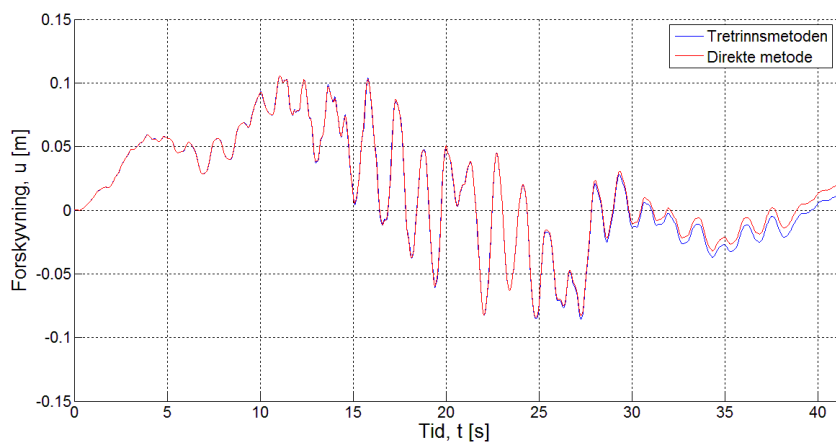
Figur 5.21: Sammenligning av horisontal akselerasjon av tårntopp med $\text{PGA} = 0.30\text{g}$.

På samme måte som for de lineære analysene er det også her sammenlignet forskyvning

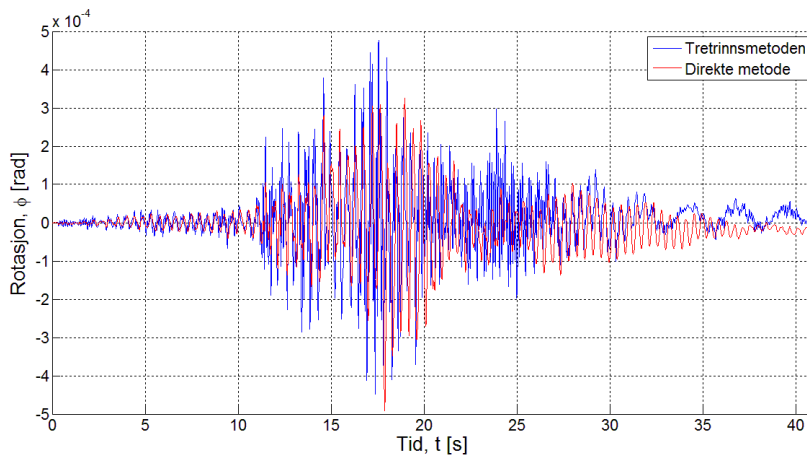
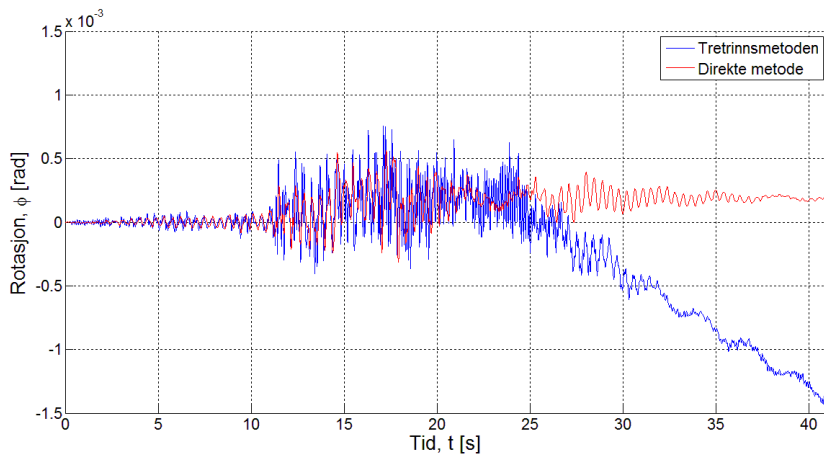
og rotasjon av kontrollpunktet i bunnen av tårnet. Figur 5.23 sammenligner forskyvningen av tårnbunnen, mens figur 5.25 sammenligner rotasjonen av tårnbunnen for de to metodene.



Figur 5.22: Sammenligning av forskyvning av tårnbunn med $PGA = 0.15g$.



Figur 5.23: Sammenligning av forskyvning av tårnbunn med $PGA = 0.30g$.

Figur 5.24: Sammenligning av rotasjon av tårnbunn med $\text{PGA} = 0.15g$.Figur 5.25: Sammenligning av rotasjon av tårnbunn med $\text{PGA} = 0.30g$.

Kapittel 6

Diskusjon

Dette kapitlet drøfter forenklinger og forutsetninger fra kapittel 4.1b, i tillegg til de presenterte resultatene fra kapittel 5. Innledningsvis diskuteres det derfor hvor realistisk modellen representerer en offshore vindturbin, som er fundamentert med bøttefundament og utsettes for jordskjelvsituasjon. Deretter drøftes resultatene fra både de lineære og ikke-lineære analysene.

6.1 Verifikasjon av modell

At modellen kun inkluderer to frihetsgrader, forskyvning i x -retning og rotasjon om y -aksen, trenger ikke å være urealistisk. I henhold til DNV [5] kan to horisontale bevegelser ofte dekomponeres til én horisontal bevegelse. Dette er fordi systemet er symmetrisk, og da kan en hovedakse settes til å være parallell med den ene horisontale komponenten. Ettersom rendene ved $x = -50\text{ m}$ og $x = 50\text{ m}$ ikke beveger seg vertikalt (z -retning), vil det ikke være store vertikale forskyvninger av fundamentet. Fundamentet kan likevel fortsatt rotere. Derav rotasjonsfrihetsgraden.

Denne oppgavens mål er ikke å dimensjonere en offshore vindturbin, men snarere å sammenligne to metoder for å finne responsen av strukturen utsatt for jordskjelv. Det er da viktig at de samme forenklingene og forutsetningene gjøres for begge metodene. Det er også tatt utgangspunkt i at modellens oppførsel skal være realistisk når

en påsetter jordskjelvsitasjon av bunnen. Vind- og bølgelaster er ikke inkludert i modellen. I tillegg er de andre bidragene fra luft og vann neglisjert. Det innebærer luftmotstand, og vannets treghet og demping. For prototypen i Fredrikshavn vil ikke dette ha for store konsekvenser for responsen, fordi vanndybden er kun 4 meter.

Skal responsen være realistisk, er det viktig at jorda er modellert med passende grensebetingelser. Poenget med grensebetingelsene er at jorda i størst mulig grad skal oppføre seg slik den ville ha gjort om en skar den ut av et jordområde under et jordskjelv. Rendene i modellen vil da være i kontakt med annen jord og vil dermed ikke bevege seg fritt. Dette er etterlignet som beskrevet i delkapittel 4.2. Figur 5.1 viser at modellen stemmer godt overens med teorien, men er litt stivere for høyere frekvenser. Dette underbygges også av de teoretiske egenfrekvensene fra avsnitt 5.1.2, som sammenfaller med toppene til den teoretiske forsterkningsfaktoren. Det er også da grunn til å anta at jordvolumet er stort nok, slik at ikke rendene reflekterer de bølgeene som oppstår i jorda som følge av jordskjelvsitasjonen.

Geometrien er også forenklet. Nacellen og rotorbladene er representert med en sentrert punktmasse i toppen av tårnet, mens treghetsmomentet til nacellen og bladene ikke er inkludert. I henhold til DNV [5] er det, for horisontal respons som følge av jordskjelv, akseptabelt å representere nacellen og rotoren med en punktmasse. I tillegg er avstiverne i bunnen av tårnet erstattet med en uendelig stiv plate. Effekten av denne forenklingen er funnet å være marginal i avsnitt 5.1.3 ved hjelp av egenfrekvensanalyser. I modellene som inkluderer både jord og fundament, er det i tillegg antatt at det er full kontakt mellom bøttefundamentet og jorda. Dermed vil det aldri bli åpning mellom fundamentet og jorda, som det i realiteten ville vært med stor nok forskyvning eller rotasjon. Dette forutsetter plastisk oppførsel av jorda, og gjelder dermed den ikke-lineære analysen. Full kontakt innebærer også at friksjonstallet i kontaktflaten mellom jord og fundament er lik 1. Det tilsier at alle skjærspenningene overføres fra bøttefundamentet til jorda i kontaktflaten, noe som hindrer dem i å bevege seg i forhold til hverandre. Jorda kan dermed ikke gli på stålet.

At skjærfastheten er konstant i xy -planet innebærer en antagelse om at jordskjelvsitasjonen opptrer en viss tid etter installasjon. I forbindelse med installasjonen vil det nærmeste jordsjiktet til bøttefundamentet bli forstyrret og vil ha en redusert skjærstyrke, kalt *omrørt skjærstyrke*.

6.2 Lineær analyse

6.2.1 Kinematisk interaksjon

Det første steget i tretrinnsmetoden er å bestemme den kinematiske interaksjonen. På bakgrunn av jordskjelvtidsserien fra Nahanni i 1985, som er gjengitt i figur 4.8a på side 51, er det etablert både horisontal- og vinkelakselerasjon av kontrollpunktet. Figur 5.5 på side 57 viser at PGA har økt fra omtrent 0.05g på bunnen av jordlaget (grunnfjell), til over 0.15g i kontrollpunktet. Dette tyder på at frekvensinnholdet er i området rundt systemets egenfrekvenser, noe som bekreftes av figur 5.6 på side 57. Toppene ved $T \simeq 0.66 \text{ s}$ og $T \simeq 0.22 \text{ s}$ tilsvarer henholdsvis $f \simeq 1.5 \text{ Hz}$ og $f \simeq 4.5 \text{ Hz}$. Sammenlignet med tabell 5.1 på side 55, er disse to frekvensene henholdsvis første og andre egenfrekvens til jordlaget.

6.2.2 Impedans

Det er både funnet statisk og dynamisk impedans, med god overenstemmelse. Den dynamiske impedansen består av en realdel som representerer stivhet og treghet, og en imaginærdel for dempingen. Trendlinjene er inkludert for å kunne identifisere de forskjellige bidragene. Stivheten er i teorien konstant, mens dempingen og tregheten varierer henholdsvis med frekvensen og kvadratet av frekvensen. Det må understrekes at trendlinjene er lagt til manuelt for å representere bidragene, og derfor kun er en tilnærming.

Angående dempingen fra imaginærdelen så er dette demping i form av absorpsjon av bølger. Denne dempingen vil i virkeligheten være lik null for lavere frekvenser enn første egenfrekvens [6]. I henhold til ligning 2.64 på side 27 blir likevel dempingen representert ved en lineær kurve med start i origo, som det også er gjort for trendlinjene. Denne dempingen fra absorpsjon av bølger er inkludert i tretrinnsmetoden gjennom dempere. For frekvenser lavere enn første egenfrekvens fører dette til en litt annerledes demping for tretrinnsmetoden enn for direkte metode. Materialdempingen kommer i tillegg, og er lik for de to metodene.

Den totale dempingen av systemet består også av demping i materialene. Denne dempingen er introdusert gjennom Rayleigh-demping med 2 % dempingskoeffisient for

både $f = 1.5 Hz$ og $f = 15 Hz$. Det gir den frekvensavhengige dempingen som vist i figur 4.7 på side 50. Rayleigh-dempingen er inkludert både i alle modellene for tretrinnsmetoden og modellen for direkte metode, og gir således ingen forskjell for de to metodene.

I henhold til ligning 2.64 på side 27 er impedansens realdel for et statisk tilfelle lik stivheten til systemet i den aktuelle retningen. Siden det er vanskelig å finne trenden til realdelen av den horisontale impedansen i figur 5.7a på side 58, er den antatt konstant lik gjennomsnittet av de registrerte verdiene. Uten at det bør vektlegges for mye, observeres det at gjennomsnittsverdien, gitt i tabell 5.3 på side 60, er tilnærmet lik den statiske impedansen fra ligning 5.3 på side 58, på $9.5E+09 N/m$. Trenden er mer tydelig for realdelen av rotasjonsimpedansen i figur 5.8a på side 59. Både trendlinja og den statiske rotasjonsimpedansen fra ligning 5.3 på side 58 gir en statisk stivhet på $6.5E+11 Nm/rad$.

Treghetsleddet i impedansens realdel er proporsjonal med kvadratet av frekvensen. Derfor er trenden tilnærmet med en annengradslikning, som vist i figur 5.8a på side 59. Det ekvivalente treghetsmomentet blir $6.3E+07 kgm^2/rad$ med den valgte trendlinja. Den ekvivalente massen for den horisontale impedansen er antatt lik null ettersom realdelen ble satt konstant.

Både teoretiske og analytiske impedanser er gitt i tabell 5.3 på side 60. Tabellen viser at alle de analytiske impedansene er høyere enn tilsvarende teoretiske impedans. Generelt sett er de halvannen til tre ganger så høye. Unntaket er det analytiske ekvivalente treghetsmomentet som er hele åtte ganger høyere enn det teoretiske. Det er også verdt å merke seg at for de horisontale impedansene tilsvarer forskjellen omtrent en faktor halvannen, mens for rotasjonsimpedansene tilsvarer denne forskjellen omtrent en faktor tre.

Ettersom trendlinjene er manuelle tilnærminger vil de ikke gi de korrekte impedansene. Det er likevel ikke dette som gjør at det ikke kan forventes å få samme analytiske impedanser som de teoretiske. For som tidligere nevnt gjelder de teoretiske impedansene for overflatefundamenter, mens Abaqus-modellen inneholder et bøttefundament med skjørt som penetrerer jorda. Begge impedansene baserer seg på samme radius, så å forkorte skjørtet vil føre til bedre overenstemmelse. Dette bekreftes av Ibsen et al. [9], hvor både horisontal impedans og rotasjonsimpedans er beregnet. Dette er gjort for ulike skjørtlengder i tillegg til overflatefundament.

Det er å forvente at de analytiske impedansene vil være høyere enn de teoretiske. For de horisontale impedansene vil skjørtet føre til at et større tverrsnittsareal av jorda mobiliseres, og dermed gi høyere impedanser. Dette vil hovedsakelig skyldes normalspenninger mellom bøttefundamentet og jorda. For et overflatefundament vil skjærspenninger mellom fundament og jord være mest toneangivende for impedansen. I denne sammenhengen er det viktig å huske at det er full kontakt mellom jorda og fundamentet i Abaqus-modellen. Dette vil ikke ha like mye å si for de horisontale impedansene, som for rotasjonsimpedansene. De teoretiske rotasjonsimpedansene inkluderer hovedsakelig normalspenninger som følge av at overflatefundamentet tiltes. Bøttefundament-modellen vil i tillegg til denne effekten inkludere skjærspenningene langs skjørtet. På grunn av full kontakt er det derfor å forvente at forskjellen mellom de teoretiske og analytiske impedansene er vel så høy for rotasjonsimpedansene som for de horisontale impedansene.

Det er ennå ikke diskutert den ekvivalente massen (eller treghetsmomentet). Etter som den analytiske ekvivalente massen er antatt lik null, er kun teoretisk og analytisk ekvivalent treghetsmoment sammenlignet. Den analytiske verdien er hele åtte ganger større enn tilsvarende teoretiske verdi. Dette er likevel forståelig ettersom både forskyvning og rotasjon av bøttefundamentet krever at ikke bare fundamentets masse beveges, men også massen av jorda inni “bøtta”. Denne mengden jord er betydelig større enn mengden som aktiviseres for et overflatefundament.

6.2.3 Sammenligning

De to metodene, tretrinnsmetoden og direkte metode, er sammenlignet gjennom forskyvning og akselerasjon av tårntopp, og forskyvning og rotasjon av kontrollpunktet. Førstnevnte responser er plottet mot tiden for de to metodene i henholdsvis figur 5.11 og figur 5.12 på side 63. De viser at det er grei overenstemmelse før den stasjonære delen, 20 til 25 sekunder ut i tidsseriene, som er mest interessant å sammenligne. Her ser en at både amplitudene og periodene er ulike. Tretrinnsmetoden har mot slutten flere ganger så høy amplitude som direkte metode, som på sin side tydelig dempes fort ut. En kan også se antydninger til en svak demping i tretrinnsmetoden, men ikke i samme størrelsesorden. Den stasjonære delen av tidsseriene viser også at perioden for tretrinnsmetodens svingninger er betydelig lavere enn for direkte metode. Perioden for tretrinnsmetoden er omtrent 2.7 sekunder, mens den for direkte metode er omtrent

3.3 sekunder. Egenperioden for tretrinnsmetoden stemmer godt med den ekvivalente egenperioden, som ble beregnet til å være 2.6 sekunder i ligning 5.5 på side 62. Denne ligningen viser at det så og si bare er tårnet som bidrar til egenperioden på 2.6 sekunder. I mens forskyvningen av tårntoppen domineres av denne egenperioden, er akselerasjonen av samme punkt mer sensitiv for unøyaktigheter i modellen. Der kan en også se at akselerasjonen fra tretrinnsmetoden har større utslag,

For å analysere hva som er kilden til uoverenstemmelsen er forskyvningen og rotasjonen av kontrollpunktet, eller bunnen av fundamentet, også plottet. Figur 5.13 og figur 5.14 på side 64 viser sammenligning av henholdsvis forskyvning og rotasjon. Der er forskyvningen identiske for de to metodene. Dette står i sterk kontrast til rotasjonen, som viser de samme uoverstemmelsene som ble påpekt for forskyvningen av tårntoppen. Etter 25 sekunder ut i tidsseriene er perioden til tretrinnsmetoden tydelig lavere. I tillegg er det en forskjell i amplitude, hvor igjen tretrinnsmetoden har de største utslagene. Ettersom dette er rotasjonen av tårnbunnen vil det ha innvirkning på forskyvningen i toppen.

Det er også undersøkt hvilken påvirkning ulike parametre har på responsen for tretrinnsmetoden. I tårnmodellen for tretrinnsmetoden er både horisontal akselerasjon og vinkelakselerasjon påsatt. Det er likevel i figur 5.9 på side 61 sammenlignet forskyvningen av tårntoppen med og uten vinkelakselerasjonen. Bortsett fra at egenperioden, for den stasjonære delen, og maksimal forskyvning er lik for de to tidsseriene, er det tydelig at vinkelakselerasjonen har stor påvirkning på responsen. Den er derfor nødvendig å ha med.

I henhold til ligning 5.3 er det en kobling mellom horisontal stivhet og rotasjonsstivhet. Denne effekten er neglisjert, slik at det ikke er noen kobling mellom horisontal- og rotasjonsfjær i tårnmodellen. Ettersom effekten er utelatt for tretrinnsmetoden, men er innebygd i direkte metode er det interessant å se på forskjellen. Figur 5.10 på side 61 viser forskyvning av tårntoppen med både koblede og ukoblede fjærer. Forskjellen er helt klart neglisjerbar, og for den stasjonære delen av tidsserien er de to grafene identiske.

6.3 Ikke-lineær analyse

De ikke-lineære analysene består av analyser med to forskjellige jordskjelveysitasjoner, $PGA = 0.15g$ og $PGA = 0.30g$. På grunn av ulike materialparametre er ikke de lineære og ikke-lineære resultatene direkte sammenlignbare.

6.3.1 Kinematisk interaksjon

Den første egenperioden til jordlaget med materialparametrene som er gitt i avsnitt 4.4.3, er $T_1 = 1.33 s$. Dette gjelder dog kun for elastisk område. Den horisontale akselerasjonen med $PGA(\text{grunnfjell}) = 0.30g$ (se figur 5.15 på side 66), viser at det ikke lenger er noen forsterkning gjennom jordlaget, som det var for lineær-elastisk jord. Det tyder på at plastisiteten “absorberer” de største utslagene i akselerasjon. Det tilhørende pseudo-akselerasjonsspekteret i figur 5.16 på side 66, viser at toppene er mindre markante enn for den lineære analysen. Det er likevel en topp rundt den første egenperioden, $T_1 = 1.33 s$. Det er derfor grunn til å tro at den elastiske responsen fortsatt dominerer, ellers ville sannsynligvis egenperioden blitt forskjøvet.

6.3.2 Impedans

For de ikke-lineære analysene er impedansen utelukkende statisk. Eventuell frekvens-avhengighet blir derfor neglisjert i forhold til effekten av plastisiteten. Impedansene i form av en konstant stivhet, en demping og en ekvivalent masse (eller treghetsmoment) er byttet ut med en varierende stivhet. Stivheten er definert av en stegvis lineær pålastningskurve. Figur 5.17 på side 67 viser at overenstemmelsen mellom reell stivhet og tilnærmet stivhet er god for hele syklusen med isotropsisk herding. Ved å velge kortere lineære intervaller i starten av pålastningen beholdes nøyaktigheten tross relativt stor krumning av kurven. I henhold til tabell 5.6 på side 67 er stivheten definert for forskyvning opp til $0.33 m$ og rotasjon opp til $3.4E-03 rad$. Det er ingen fare for at dette overstiges. Ut i fra responsene fra direkte metode i tårnbunnen, gitt i figur 5.22 til figur 5.25 på side 71, er maksimal forskyvning og akselerasjon henholdsvis $0.1 m$ og $1.5E-03 rad$.

Formen på sykklusene stemmer også godt med feltforsøkene til Houlby et al. [8], hvor stivheten avtar med størrelsen på sykklusene. Disse forsøkene er gjort for bøttefundamenter i leire med påsatt sykklisk momentkraft. Det er også gjort forsøk med mye større påsatt momentkraft. Det fører til en glippe mellom jord og fundament, som gir en helt annen form på sykklusene. Stivheten rundt null påsatt moment reduseres da betraktelig. Blir det for store forskyvninger eller rotasjoner av bøttefundamentet, vil derfor modellen gi et for stivt system.

6.3.3 Sammenligning

I likhet med den lineære analysen er de to metodene også her sammenlignet gjennom akselerasjon av tårntopp, og forskyvning og rotasjon av tårnbunn. For de ikke-lineære analysene er dette gjort for både $PGA = 0.15g$ og $PGA = 0.30g$. Figur 5.20 og figur 5.21 på side 69 viser den horisontale akselerasjonen av tårntoppen for de to PGA-ene. Selv om sistnevnte figur har dobbelt så stor PGA for grunnfjellet, gjenspeiles ikke dette i akselerasjonen av tårntoppen. Sett bort i fra at figuren med $PGA = 0.30g$ har noen få større utslag. Maksimal akselerasjon er henholdsvis 8 og 9 m/s^2 for lavest og høyest PGA. Dette tyder på at mye av den ekstra energien som tilføres systemet med høyest PGA absorberes av plastisiteten. Figurene antyder også at mer plastisk bevegelse gir dårligere overenstemmelse med direkte metode. For begge PGA-ene viser tretrinnsmetoden generelt høyere amplitude. Mot slutten av tidsseriene er det også en forskjell i frekvensinnholdet for de to metodene. Tretrinnsmetoden inneholder i tillegg til den høyfrekvente akselerasjonen, en akselerasjon med lavere frekvens. Denne ser ut til å ha en periode rundt 2.5 sekunder, som igjen ligner på tårnets egenfrekvens.

Akkurat som for den lineære analysen er det god overenstemmelse mellom forskyvningen av tårnbunnen for direkte metode og tretrinnsmetoden. Figur 5.22 og figur 5.23 på side 70 viser at $PGA = 0.15g$ gir perfekt overenstemmelse, mens $PGA = 0.30g$ gir en liten forskjell etter omtrent 30 sekunder ut i tidsserien. Med enda sterkere jordskjelv er det derfor mulig at plastisiteten gir dårligere overenstemmelse. På en annen side er det ting som tyder på at disse forskyvningene i stor grad er lineær-elastiske. For lineær-elastiske systemer er prinsippet om superposisjonen gjeldende, det betyr at responsen for $PGA = 0.15g$ kan multipliseres med to for å få responsen for $PGA = 0.30g$. Dette ser ut til å være tilfellet her, bortsett fra for den øverste delen av toppene og den nederste delen av bunnene, hvor formen er litt annerledes.

Figur 5.24 og figur 5.25 på side 71 sammenligner rotasjon av tårnbunn for de to PGA-ene. Også her ser en at frekvensinnholdet for tretrinnsmetoden er ulikt direkte metode, med et innslag av en rotasjon med lavere frekvens for tretrinnsmetoden. I motsetning til forskyvningen av tårnbunnen har rotasjonstidsseriene for ulike PGA annerledes form. Dette tyder på mer plastisk oppførsel for rotasjonen enn for forskyvningen. “Kollapsen” etter omtrent 25 sekunder i rotasjonstidsserien for $PGA = 0.30g$ gir også indikasjoner om dette. Det skal likevel ikke være noen grunn til at jorda “kollapser” på denne måten. Rotasjonen er ikke stor nok til å overstige den definerte pålastningskurven i figur 5.17b. En mulig årsak er at egenfrekvensen for rotasjon av bøttefundamentet i den elasto-plastiske jorda sammenfaller med jordskjelveksitasjonens frekvens.

I mens sammenhengen mellom frekvens og dempingen for den lineære analysen var tilnærmet lineær, er den mer kompleks for de ikke-lineære analysene. Figur 5.19 på side 68 viser at sammenhengen mellom forskyvning og dempingskoeffisient ikke er lineær. Ettersom forskyvningen er frekvensavhengig er dempingen det samme. Så lenge de reelle syklusene og de stegvis lineære syklusene stemmer godt overens, vil samtidig denne dempingen i jorda være lik for tretrinnsmetoden og direkte metode.

Kapittel 7

Konklusjon

Jordskjelvanalyser er et komplekst tema, men samtidig veldig aktuelt. Det er hovedsakelig samvirke mellom jord og struktur som er utfordrende å håndtere. I denne oppgaven har derfor to metoder for jord-struktur-interaksjon blitt benyttet til å beregne jordskjelvrespons av vindturbinen, direkte metode og tretrinnsmetoden. Direkte metode går enkelt og greit ut på å modellere hele systemet i ett, mens tretrinnsmetoden deler systemet i kinematisk interaksjon, treghtsinteraksjon og til slutt analyse av struktur. Utgangspunktet har vært å etablere en modell som på en realistisk måte representerer systemet med jord, bøttefundament og vindturbin. Deretter har ulike responser fra lineære analyser, som innebærer lineær-elastisk jord, blitt sammenlignet for de to metodene. Ettersom tretrinnsmetoden bygger på prinsippet om superposisjon er den kun gyldig for lineære systemer. Det er likevel sett på hvordan tretrinnsmetoden kan utvides til å representere et ikke-lineært system, det vil si et system med elasto-plastisk jord. Resultatene er da igjen sammenlignet for de to metodene.

7.1 Verifikasjon av modell

Hvor realistiske responser oppgaven gir avhenger av elementmodellen som er etablert. Det er da viktig at alle de relevante frihetsgradene inkluderes. Med jordskjelvsitasjon som kan dekomponeres til én komponent i x-retning, vil modellens to frihetsgrader være tilstrekkelig for å bestemme responsen av systemet.

Det er god grunn til å tro at modellen representerer en vindturbin fundamentert med bøttefundament, og utsatt for jordskjelvsitasjon, på en realistisk måte. Store deler av geometrien følger geometrien til prototypen som har stått i Fredrikshavn siden 2002. Dette inkluderer også masse av rotorblader og nacelle. Det er også vist at å erstatte avstiverne i forbindelsen mellom tårn og fundament i modellen ikke har betydning for responsen av tårntoppen. Det vil derimot forenklingen som innebærer full kontakt mellom jord og fundament ha, for store forskyvninger eller rotasjoner. Når det gjelder jorda er det veldig god overenstemmelse mellom teoretiske og analytiske egenfrekvenser, som tyder på at grensebetingelsene i modellen er gode. Det er dog ikke veldig realistisk at jordskjelvsitasjon er den eneste lasten på systemet, både bølger og vind vil sannsynligvis opptre samtidig. I tillegg vil både luft og vann gi demping- og treghetsbidrag.

Modellen og resultatene kan derfor ikke benyttes til dimensjonering av offshore vindturbiner, men for å se på jordskjelvrespons alene er den tilstrekkelig. Dette forutsetter likevel at de plastiske deformasjonene ikke blir så store at det i virkeligheten blir en glippe mellom jord og fundament.

7.2 Lineær analyse

Når det gjelder analysene med lineær-elastic jord, så viser resultatene at responsene absolutt er i samme størrelsesorden. Det er likevel noen synlige ulikheter. Akselerasjonen av tårntoppen viser at de største utslagene generelt er sterkere for tretrinnsmetoden. Den største forskjellen ligger i egenperioden for den stasjonære delen. For tretrinnsmetoden er det så og si kun tårnet som bidrar til egenfrekvensen, mens det for direkte metode åpenbart er flere bidrag. Dette skyldes sannsynligvis impedansene som det er knyttet stor usikkerhet til. Spesielt det ekvivalente treghetsmomentet i kontrollpunktet, som er funnet med en trendlinje som varierer med kvadratet av frekvensen. Det er ikke funnet teoretiske impedanser for bøttefundamenter. De analytiske impedansene er som forventet større enn de teoretiske impedansene for overflatefundamenter. For i hvert fall å få litt sikrere impedanser kan det være lurt å hente ut fleksibilitetsmatrisen for flere frekvenser. I denne oppgaven er denne komplekse matrisen hentet ut for hver heltallsfrekvens fra 0-10 Hz.

En kan altså ikke konkludere med at tretrinnsmetoden, med forutsetningene i denne oppgaven, representerer systemet tilfredstillende i forhold til direkte metode.

7.3 Ikke-lineær analyse

For analysene med elasto-plastisk jord og isotropisk herding er responsen sammenlignet for tretrinnsmetoden og direkte metode. Dette er gjort for $PGA(\text{grunnfjell}) = 0.15g$ og $PGA(\text{grunnfjell}) = 0.30g$. Gjennom den kinematiske interaksjonen viser det seg at denne forskjellen i PGA ikke reflekteres av akselerasjonen av fundamentet, som er relativt lik med de to PGA-ene. Dette betyr at plastisiteten ikke gir samme forsterkning gjennom jordlaget og at magnituden til jordskjelvelksitasjonen ikke har alt å si.

Mye av det samme som er observert for de lineære analysene går igjen for de ikke-lineære analysene. Akselerasjonen fra tretrinnsmetoden har generelt høyere amplitude enn tilsvarende akselerasjon fra direkte metode. I mens tretrinnsmetoden i den stasjonære delen fortsatt har lavfrekvent innhold, er dette borte for akselerasjonene fra direkte metode. Det er grunn til å tro at dette kan skyldes impedansene også her. Impedansen for de ikke-lineære analysene er utelukkende statisk, noe som ikke er en korrekt fremstilling. I tillegg er det knyttet usikkerhet til den stegvis lineære statiske stivheten.

Denne usikkerheten forsterkes når en ser “kollapsen” i rotasjonen av tårnbunnen for $PGA = 0.30g$. Det er ingen god grunn til at dette skal skje, selv om den høyeste PGA-en åpenbart gir mer elasto-plastisk oppførsel. Ser en på akselerasjonene av tårntoppen ser en at akselerasjonen fra tretrinnsmetoden med høyest PGA har en mer tilfeldig form, som ligner mindre på direkte metode, enn akselerasjonen fra tretrinnsmetoden med lavest PGA. Da er det tydelig at høyere PGA gir utslag på responsen. Ut i fra forskyvning og rotasjon av tårnbunn ser en forskyvningen er tilnærmet identisk for de to metodene, mens rotasjonen viser de samme “symptomene” som akselerasjonen av tårntoppen. Derfor er det tydelig at det hovedsakelig er rotasjonen som står for den plastiske oppførselen.

Hvis resultatene fra tretrinnsmetoden representerer det virkelige systemet kan det være en idé å øke diameteren på bøttefundamentet, på denne måten blir andelen av normalkrefter i forhold til skjærkrefter mellom jord og fundament økt. Dette er basert

på at rotasjonen som står for mesteparten av den plastiske oppførselen, hovedsakelig gir skjærkrefter langs skjørtet. Det er likevel ikke grunn til å anta at tretrinnsmetoden representerer systemet tilfredstillende når en sammenligner med direkte metode, særlig med tanke på “kollapsen”.

7.4 Videre arbeid

Det første som må gjøres for å kunne anta at modellen representerer systemet på en troverdig måte for jordskjelv med ulike styrker, er å endre kontaktegenskapene mellom jord og fundament. Enten må det modelleres et tynt jordsjikt med redusert styrke rundt skjørtet eller så må det modelleres som kontakt med et friksjonstill.

For denne oppgaven er den største usikkerheten, både for lineære- og ikke-lineære analyser, knyttet til impedansene. Det er nødvendig med flere forsøk og analyser for å kunne avgjøre hva slags stivhet, demping og ekvivalent masse bøttefundamenter gir. Når det kommer til de ikke-lineære analysene, er det også behov for å se på definisjonen av plastisitet og isotropisk herding i Abaqus, slik at “kollapser” unngås.

Bibliografi

- [1] Anil K. Chopra. *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*. Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2007. 3rd ed.
- [2] Ray W. Clough and Joseph Penzien. *Dynamics of structures*. McGraw-Hill, New York, 1993. 2nd ed.
- [3] Robert D. Cook, David S. Malkus, and Michael E. Plesha. *Concepts and applications of finite element analysis*. Wiley, New York, 1989. 3rd ed.
- [4] W.E. de Vries. Assessment of bottom-mounted support structure types with conventional design stiffness and installation techniques for typical deep water sites. Technical report, Delft University of Technology, 2007.
- [5] Det Norske Veritas (DNV). *Design of Offshore Wind Turbine Structures*. Number DNV-OS-J101 in Offshore Standard. 2010.
- [6] G. Gazetas. *Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art*. Soil dynamics and earthquake engineering. Rensselaer Polytechnic Institute, New York, USA, 1982.
- [7] O. T. Gudmestad. Seismic design of facilities for the oil and gas industry, risk based seismic desing criteria and upgrading of existing facilities. *Journal of Seismology and Earthquake Engineering*, 5(3), 2003.
- [8] G. Houlsby, L. B. Ibsen, and B. Byrne. Suction caissons for wind turbines. In *International Symposium on Frontiers in Offshore Geotechnics*, volume 75-94, Perth, 2005. Taylor & Francis.
- [9] L. B. Ibsen, M. Liingaard, and L. Andersen. Dynamic stiffness of suction caissons - torsion, sliding and rocking. Technical report, Aalborg Univ., Dept. of Civil Engineering, Aalborg, 2006.

- [10] L.B. Ibsen and M. Liingaard. Prototype bucket foundation for wind turbines - natural frequency estimation. Technical report, Aalborg Univ., Dept. of Civil Engineering, 2006.
- [11] L.B. Ibsen, M. Liingaard, and S.A. Nielsen. Bucket foundation, a status. Technical report, Department of Civil Engineering, Aalborg University, Denmark; MBD Offshore Power A/S, Denmark, 2005.
- [12] F. Irgens. *Continuum Mechanics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 9783540742982.
- [13] T. Ishihara and M. W. Sarwar. Numerical and theoretical study on seismic response of wind turbines. Technical report, Department of Civil Engineering, The University of Tokyo, Japan.
- [14] A. M. Kaynia. *Forelesningsnotater: TKT4108, Dynamikk VK, NTNU, Institutt for konstruksjonsteknikk*. Trondheim, 2012.
- [15] S. L. Kramer. *Geotechnical earthquake engineering*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996. ISBN 0-13-374943-6.
- [16] M. Liingaard. *Dynamic Behaviour of Suction Caissons*. PhD thesis, 2006.
- [17] Lindoe Offshore Renewables Center. Installed capacity, 2011. URL <http://www.lorc.dk/offshore-wind-farms-map/statistics/installed-capacity/commission-year>.
- [18] Lindoe Offshore Renewables Center. Support structures. www.lorc.dk/offshore-wind/foundations, 2011. URL www.lorc.dk/offshore-wind/foundations.
- [19] K. M. Mathisen. Forelesningsnotater: TKT4197, ikke-lineær elementmetode, NTNU, institutt for konstruksjonsteknikk, 2012.
- [20] G. Mylonakis, Nikolaou S., and Gazetas G. Footings under seismic loading: Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 26(9), 2006.
- [21] Norwegian Seismic Array (NORSAR). Om jordskjelv. <http://www.jordskjelv.no/jordskjelv/>, 2010. URL <http://www.jordskjelv.no/jordskjelv/>.

- [22] A. Pecker. Soil structure interaction. In *Advanced Earthquake Engineering Analysis*, volume 494 of *CISM International Centre for Mechanical Sciences*, pages 33–42. Springer Vienna, 2007.
- [23] Standard Norge. *Petroleums- og naturgassindustri - Spesifikke krav til off-shorekonstruksjoner - Del 2: Dimensjonering for jordskjelv*. Number NS-EN ISO 19901-2:2004 in Norsk Standard. February 2006.
- [24] Standard Norge. *Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk paa-virkning - Del 1: Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger*. Number NS-EN 1998-1:2004+NA:2008 in Eurokode. February 2008.
- [25] J. Stewart and S. L. Kramer. Geotechnical aspects of seismic hazards. In *Earthquake Engineering*. CRC Press, 2004. ISBN 978-0-8493-1439-1.

Vedlegg A

Jordskjelvskala

A.1 Jordskjelvintensitet

Tabell A.1: EMS98 jordskjelvintensitetskala. [21]

EMS98 intensitetskala		
Intensitet	Navn	Beskrivelse av observasjoner (forkortet)
I	Ikke merket	Ikke merket
II	Såvidt merket	Merket kun av svært få mennesker i ro innendørs.
III	Svak	Merket av noen innendørs. Personer i ro merker svaing eller lette rystelser.
IV	Stort sett merket	Merket av mange innendørs, utendørs av få. Noen personer vekkes. Vinduer, dører og porselen skrangler.
V	Sterk	Merket av de fleste innendørs, utendørs av få. Mange vekkes. Noen blir redde. Bygninger ryster gjennomgående. Hengende gjenstander svinger betydelig. Små gjenstander flyttes. Dører og vinduer svinger opp eller igjen.
VI	Litt skadelig	Mange blir redde og løper ut. Noen gjenstander faller. Mange hus får mindre, ikke-strukturelle skader som hårfine sprekker i mur og små skader på murpuss.
VII	Skadelig	De fleste blir redde og løper ut. Møbler flyttes og mange gjenstander faller fra hyller o.l. Mange vanlige, velbygde bygninger får moderate skader: Mindre sprekker i vegger, murpuss løsner, skader på piper. Eldre bygninger kan få større sprekker i mur.
VIII	Svært skadelig	Mange får problemer med å holde seg oppreist. Mange hus får store sprekker i veggene. Noen vanlige, velbygde bygninger kan få alvorlige brudd i vegger. Noen svakere, eldre bygninger kan kollapse.
IX	Destruktivt	Generell panikk. Mange svake konstruksjoner kollapse. Selv velbygde konstruksjoner får alvorlige skader.
X	Svært destruktivt	Mange vanlige, velbygde bygninger kollapse
XI	Ødeleggende	De fleste vanlige, velbygde bygninger kollapse, noen jordskjelvsikre konstruksjoner ødelegges.
XII	Totalt ødeleggende	Nesten alle bygninger ødelegges

Vedlegg B

Eurokode 8-tabeller

B.1 Grunntyper

Tabell B.1: Beskrivelser av grunntyper fra Eurokode 8. [24]

Grunn- type	Beskrivelse av stratigrafisk profil	Parametere		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (slag/30cm)	c_u (kPa)
A	Fjell eller fjell-liknende geologisk formasjon, medregnet høyst 5 m svakere materiale på overflaten.	> 800	–	–
B	Avleiringer av svært fast sand eller grus eller svært stiv leire, med en tykkelse på flere titalls meter, kjennetegnet ved en gradvis økning av mekaniske egenskaper med dybden.	360 – 800	> 50	> 250
C	Dype avleiringer av fast eller middels fast sand eller grus eller stiv leire med en tykkelse fra et titalls meter til flere hundre meter.	180 – 360	15 - 50	70 - 250
D	Avleiringer av løs til middels fast kohesjonsløs jord (med eller uten enkelte myke kohesjonslag) eller av hovedsakelig myk til fast kohesjonsjord.	130 – 180	10 – 15	40 – 70
E	Et grunnprofil som består av et alluviumlag i overflaten med v_s -verdier av type C eller D og en tykkelse som varierer mellom ca. 5 m og 20 m, over et stivere materiale med $v_s > 800$ m/s.			
S ₁	Avleiringer som består av eller inneholder et lag med en tykkelse på minst 10 m av bløt leire/silt med høy plastisitetindeks ($PI > 40$) og høyt vanninnhold.	< 100 (antydnet)	–	10 - 20
S ₂	Avleiringer av jord som kan gå over i flytefase (liquefaction), sensitive leirer eller annen grunnprofil som ikke er med i typene A – E eller S ₁ .			

B.2 Seismiske klasser

Tabell B.2: Beskrivelse av seismiske klasser fra Eurokode 8. [24]

Byggverk	I	II	III	IV
Byggverk der konsekvensene av sammenbrudd er særlig store				X ¹⁾
Viktig infrastruktur: sykehus, brannstasjoner, redningssentraler, kraftforsyning og lignende			(X)	X
Høye bygninger, mer enn 15 etasjer		(X)	X	
Jernbanebruer ²⁾			X	(X)
Veg- og gangbruer ²⁾		(X)	X	(X)
Byggverk med store ansamlinger av mennesker (tribuner, kinosaler, sportsbarer, kjøpesentre, forsamlingslokaler osv.)		(X)	X	
Kaier og havneanlegg		X	(X)	
Tårn, master, skorsteiner, siloer	(X)	X	(X)	
Industrianlegg		X	(X)	
Skoler og institusjonsbygg		(X)	X	
Kontorer, forretningsbygg og boligbygg		X	(X)	
Småhus, rekkehus, bygg i én etasje, mindre lagerhus osv.	X	(X)		
Landbruksbygg	(X)			
Fiskerhavner	(X)			
Kaier og fortøyningsanlegg for sport og fritid	(X)			

¹⁾ For byggverk der konsekvensene av sammenbrudd er særlig store, for eksempel ved atomreaktorer og lagringsanlegg for radioaktivt avfall, store dammer og marine konstruksjoner bør jordskjelvriskoen vurderes spesielt, eventuelt basert på en risikoanalyse.
Lagertanker for flytende gass og store hydrokarbonførende rørledninger over land er behandlet i NA til NS-EN 1998-4.

²⁾ Se veiledende tabell for valg av seismisk klasse for bruer i NA til NS-EN 1998-2.

Vedlegg C

Matlabskript

C.1 Forsterkningsfaktor

```
%% Forsterkningsfaktor
% Beregner teoretisk forsterkningsfaktor for dempningsgradene 2, 5 og 10 %,
% og plotter disse mot hverandre som funksjon av dimensjonsløs frekvens.
% Henter inn forsterkningsfaktor fra Abaqus og sammenligner med teoretisk
% forsterkningsfaktor med Rayleigh-dempning, akkurat som i Abaqus-modellen.
% Beregner og plotter teoretisk forsterkningsfaktor(Kramer) med
% ff er forsterkningsfaktor og matrisen ff er rayleigh-dempet, mens ff2 er
% med konstant dempning
%


---


%% @ Erlend Hovind, NTNU, masteroppgave vår 2013
%


---


%%
clc
clear all
close all
%


---


%% Last inn Abaqus-output
% Demping i Abaqus-modell = 2 %
%
load jordskive_150.txt
%
f=jordskive_150(:,1); %frekvenser
ff_skive=jordskive_150(:,2); %forsterkningsfaktor for jordskive
%
```

```

%% Rayleigh-dempning
%
f1=1.5; % Hz
f2=15; % Hz
zet=0.01*[2 5 10]; % 2,5,10 % dempning ved 1.5Hz og 15Hz
zet2=zet; % for konstant dempning
%
a0=zet*(2*f1*f2/(f1+f2));
a1=zet*(2/(f1+f2));
%


---


%% Teoretisk(Kramer)
H=50; % m
Vs=300; % m/s
%
ff=zeros(length(f),length(zet));
ff2=zeros(length(f),1);
%
for j=1:3
for i=1:length(f)
zet(i,j)=0.5*a0(j)/f(i)+0.5*f(i)*a1(j);
ff(i,j)=1/sqrt((cos(f(i)*2*pi*H/Vs))^2+(zet(i,j)*f(i)*2*pi*H/Vs)^2);
ff2(i,j)=1/sqrt((cos(f(i)*2*pi*H/Vs))^2+(zet2(j)*f(i)*2*pi*H/Vs)^2);
end
end
%
figure(1)
hold on
grid on
plot(f,ff(:,1),f,ff_skive,'r','LineWidth',2.) % 2% dempning
xlabel('Frekvens [Hz]','FontSize',11);
ylabel('Forsterkningsfaktor [-]','FontSize',11);
set(gca,'Xtick',0:2:16)
hleg1 = legend('Teoretisk(Kramer)', 'Jordskive (Abaqus)');
set(hleg1,'Location','NorthEast')
set(hleg1,'Interpreter','none')
hold off
%

```

```
kH=f*2*pi*(H/Vs);
figure(2)
hold on
grid on
plot(kH,ff2(:,1),kH,ff2(:,2),'r',kH,ff2(:,3),'g','LineWidth',2.)
xlabel('\omegaH/V_s [-]','FontSize',11);
ylabel('Forsterkningsfaktor [-]','FontSize',11);
axis([0 15 0 30])
set(gca,'Xtick',0:2:16)
hleg1 = legend('2 %','5 %','10 %');
set(hleg1,'Location','NorthEast')
set(hleg1,'Interpreter','none')
hold off
```

C.2 Rayleigh-dempning

```

%% Rayleig-dempning
% Beregner koeffisientene a0 og a1 for Rayleigh-dempning, basert på
% dempningsgradene zet og zet2 ved henholdsvis frekvens f1 og frekvens f2.
% Plotter dempningen som funksjon av frekvens, og gjør det samme for den
% masseproposjonale og stivhetsproposjonale delen.



---


%% @ Erlend Hovind, NTNU, masteroppgave vår 2013
%


---


%%
clc
clear all
close all
%


---


%% Last inn Abaqus-output
% Demping i Abaqus-modell = 2 %
load jordskive_150.txt
f=jordskive_150(:,1); %frekvenser
%


---


%% Rayleigh-dempning
%
f1=1.5; % Hz
f2=15; % Hz
zet=0.01*[2 5 10]; % 2,5,10 % dempning ved 1.5Hz og 15Hz
zet2=zet; % for konstant dempning
%
a0=zet*(2*f1*f2/(f1+f2));
a1=zet*(2/(f1+f2));
%
H=50; % m
Vs=300; % m/s
%
for j=1:3
for i=1:length(f)
    if j==1
        mp(i)=0.5*a0(j)/f(i); % masseproposjonal
        sp(i)=0.5*f(i)*a1(j); % stivhetsproposjonal
    end
    zet(i,j)=0.5*a0(j)/f(i)+0.5*f(i)*a1(j);
end
end
end

```



```
figure(1)
hold on
grid on
plot(f,zet(:,1)*100,f,mp*100,'r',f,sp*100,'g','LineWidth',2.)
xlabel('Frekvens [Hz]','FontSize',11);
ylabel('Dempningskoeffisient, \xi [%]','FontSize',11);
axis([0 15 0 5])
set(gca,'Xtick',0:2:16)
hleg1 = legend('Rayleigh-dempning','Masseproposjonal dempning','Stivhetspr
set(hleg1,'Location','NorthEast')
set(hleg1,'Interpreter','none')
hold off
```

C.3 Responsspektrum

```

%% Elastisk respons-spektrum
% Beregner og plotter respons-spektrum til akselerasjons-tidserier



---


%% @ Erlend Hovind, NTNU, masteroppgave vår 2013


---


%%
clc
clear all
close all

load Input4a_g.txt

t = Input4a_g(:,1) ; % tidsintervall
ag = Input4a_g(:,2) ; % grunn-akselerasjon



---


%% Newmarks lineære metode (gamma=1/2, beta=1/6)

gamma=0.5; beta=1/6; % Newmarks lineære metode
zet=0.05; % dempningsgrad
Tend=3; % høyeste periode

dt=t(2)-t(1);

u=zeros(size(ag));
v=u;
ac=u;
ag(end+1)=0;
T(1,1)=0;

for j=1:round(Tend/dt)
    omega(j,1)=2*pi*(1/T(j,1));
    m=1;
    k=(omega(j))^2*m;
    c=2*zet*omega(j)*m;
    keff=k+(gamma/(beta*dt))*c+(1/(beta*dt^2))*m;
    a=(1/(beta*dt))*m+(gamma/beta)*c;
    b=(1/(2*beta))*m+dt*((gamma/(2*beta))-1)*c;
for i=1:length(u)-1
    dR=-(ag(i+1)-ag(i))+a*v(i,1)+b*ac(i,1);
    du=dR/keff;
    dv=(gamma/beta)*(du/dt-v(i,1))+(1-(gamma/(2*beta)))*dt*ac(i,1);

```

```

        dac=(1/beta)*(du-dt*v(i,1))/(dt)^2-(1/(2*beta))*ac(i,1);
        u(i+1,1)=u(i,1)+du;
        v(i+1,1)=v(i,1)+dv;
        ac(i+1,1)=ac(i,1)+dac;
    end
    %
    Sd(j,1)=max(abs(u));
    PSa(j,1)=Sd(j,1)*(omega(j))^2;
    T(j+1,1)=T(j)+dt;
end
ag(end)=[];
T(end)=[];
Sd(2,1)=0; PSv(1:2,1)=0; PSa(1:3,1)=max(abs(ag));

%% Eurokode 8
%
q=1;
N=500; % inkrementer
%
S=1.0; %Grunntype A
a_g=0.8*1*0.6/9.81; %Nordsjøen og seismisk klasse II
T_B=0.1;
T_C=0.25;
T_D=1.5;
%
Te=linspace(0,Tend,N);
Sd=zeros(1,length(Te));
]for i=1:N
    if Te(i)<=T_B;
        Sd(i)=a_g*S*((2/3)+(Te(i)/T_B)*((2.5/q)-(2/3)));
    end
    if T_B<Te(i) && Te(i)<=T_C
        Sd(i)=a_g*S*(2.5/q);
    end
    if T_C<Te(i) && Te(i)<=T_D;
        Sd(i)=a_g*S*(2.5/q)*(T_C/Te(i));
    end
    if Te(i)>T_D;
        Sd(i)=a_g*S*(2.5/q)*(T_C*T_D/(Te(i))^2);
    end
end
end
%

```

```
%% Plot
%

figure(1)
hold on
plot(T,PSa,'LineWidth',2.)
plot(Te,Sd,'r--','LineWidth',2.)
grid on
hleg1 = legend('Pseudo-spektralakselerasjon','Eurokode 8-spektrum');
set(hleg1,'Location','NorthEast')
set(hleg1,'Interpreter','none')
xlabel('Periode, T [s]','FontSize',11);
ylabel('PSa [g]','FontSize',11);
hold off

figure(2)
hold on
plot(t,ag)
grid on
set(gca,'Ytick',-0.05:0.01:0.05)
xlabel('Tid, t [s]','FontSize',11);
ylabel('Grunnakselerasjon, a_g [g]','FontSize',11);
axis([0 41 -0.05 0.05])
hold off
```

C.4 Impedanser

```
%% Plotting av impedansenes real- og imaginærdel
%


---


%% @ Erlend Hovind, NTNU, masteroppgave vår 2013
%


---


%% Beskrivelse av skript
% Dette skriptet tar inn U1 og UR2 for henholdsvis enhetskraft og
% enhetsmoment fra Abaqus. Det tar inn real- og imaginærdel for hvert
% element før det slår disse sammen til komplekse tall.
% For hver frekvens etableres det en
% fleksibilitetsmatrise. Denne inverteres til stivhetsmatrise.
% Real- og imaginærdel for stivheten K11 skrives til hver sin vektor.
% De to vektorene plottes deretter mot frekvensen, sammen med en valgt
% kurve som representerer trenden.


---


%%
clear all
close all
clc


---


%% Innhenting av data fra Abaqus
%
% force er enhetskraft, moment er enhetsmoment
% a er realdel, mens b er imaginærdel
load freq.txt;
load force_U1_a.txt;
load force_U1_b.txt;
load force_UR2_a.txt;
load force_UR2_b.txt;
load moment_U1_a.txt;
load moment_U1_b.txt;
load moment_UR2_a.txt;
load moment_UR2_b.txt;


---


%% Etablering av komplekse tall
%
kraft_U1=complex(force_U1_a,force_U1_b);
kraft_UR2=complex(force_UR2_a,force_UR2_b);
moment_U1=complex(moment_U1_a,moment_U1_b);
moment_UR2=complex(moment_UR2_a,moment_UR2_b);


---


%% Etablering av matriser, invertering og utskrivning til vektorer
%
im=zeros(size(freq));
re=im;
```

```

for n=1:length(freq)
    K=zeros(2,2);
    F(1,1)=kraft_U1(n);
    F(1,2)=kraft_UR2(n);
    F(2,1)=moment_U1(n);
    F(2,2)=moment_UR2(n);
    K=inv(F);
    im(n)=imag(K(1,1));
    re(n)=real(K(1,1));
end

x=[0 10];
y=[0 6E9];
c=(y(2)-y(1))/((x(2)-x(1))*2*pi)
figure(1)
hold on
grid on
plot(freq,im,'o','LineWidth',2.)
plot(x,y,'r--','LineWidth',2.)
hleg1 = legend('Imaginærdel','Lineær kurvetilpasning');
set(hleg1,'Location','NorthWest')
set(hleg1,'Interpreter','none')
xlabel('Frekvens [Hz]','FontSize',11)
ylabel('Im(K^{*})_{xx} [N/m]','FontSize',11)
axis([0 10 0 16E9])
hold off

x=[0 10];
y=[mean(re) mean(re)];
Kmean=mean(re)
figure(2)
hold on
grid on
plot(freq,re,'o:','LineWidth',2.)
plot(x,y,'r--','LineWidth',2.)
hleg1 = legend('Realdel','Gjennomsnitt');
set(hleg1,'Location','SouthEast')
set(hleg1,'Interpreter','none')
xlabel('Frekvens [Hz]','FontSize',11)
ylabel('Re(K^{*})_{xx} [N/m]','FontSize',11)
axis([0 10 -2E9 16E9])
hold off

```

C.5 Isotropisk herding

```
%% Stegvis lineær etterligning av fastningen
% Beregner stivhet og flytekraft/-moment for et gitt antall fjærer,
% basert på en pålastningskurve fra Abaqus. Antall intervaller
% pålastningskurven deles opp i tilsvarende antall fjærer i modellen.

%% @ Erlend Hovind, NTNU, masteroppgave vår 2013

%%
clc
clear all
close all

%% Hente inn data
load forcedisp_plastic_half.txt

F_epl = forcedisp_plastic_half(:,1) ; %elasto-plastisk kraft/moment
u_epl = forcedisp_plastic_half(:,2) ; %elasto-plastisk forskyvning/rotasjon

%% Initialverdier

n=length(F_epl);
int=4; % intervaller
F=zeros(1,int+1);
u=F;
k=zeros(1,int);
k2=k;
F(1)=0;
u(1)=0;

%% Etablering av stivhet

for i=2:int+1
    f=floor(((1/(2^int))*(2^(i-1)))*n);
    if f<1
        F(i)=F(1);
        u(i)=u(1);
    else
        F(i)=F_epl(f);
        u(i)=u_epl(f);
    end
    k(i-1)=(F(i)-F(i-1))/(u(i)-u(i-1));
end
```

```
for h=1:int
    if h==int
        k2(h)=0;
    else
        k2(h)=k(h+1);
    end
end
k2;
K=k-k2; % Stivhet til fjærer i Abaqus



---


%% Etablering av flytekraft/-moment
% Beregner flytning ved å ta utgangspunkt i stivhetene og forskyvningene

dF=zeros(int,int);
Fy=zeros(1,int);

for j=1:int
    du=u(j+1)-u(j);
    dF(j,:)=du*K;
    F_y=sum(dF(1:j,j));
    Fy(j)=F_y;
end

Fy; % Flytekraft/-moment for Abaqus
```


C.6 Demping i elasto-plastisk jord

```
%% Dempning i elasto-plastisk jord
%
%% @ Erlend Hovind, NTNU, masteroppgave vår 2013
%
%% Beskrivelse av skript
% Dette skriptet tar inn en enten kraft-forskyvning eller moment-rotasjon
% og plottes det, før det beregner arealet inni kurven ved hjelp av
% trapesmetoden.
%
%
clear all
close all
clc
%
%% Innhenting av data fra Abaqus
%
load curve2.txt;
load curve4.txt;
load curve8.txt;
load curve12.txt;
load curve20.txt;

F1 = curve2(:,2) ;
u1 = curve2(:,1) ;
F2 = curve4(:,2) ;
u2 = curve4(:,1) ;
F3 = curve8(:,2) ;
u3 = curve8(:,1) ;
F4 = curve12(:,2) ;
u4 = curve12(:,1) ;
F5 = curve20(:,2) ;
u5 = curve20(:,1) ;
%
%% Plotting
%
hold on
plot(u1, F1, u2, F2, u3, F3, u4, F4, u5, F5)
grid on
hold off
%
```

```

%% Beregning av elastisk energi (E)
%
E1=max(F1)*max(u1)*0.5;
E2=max(F2)*max(u2)*0.5;
E3=max(F3)*max(u3)*0.5;
E4=max(F4)*max(u4)*0.5;
E5=max(F5)*max(u5)*0.5;
%


---


%% Bererning av elasto-plastisk energi for syklus (W)
% Utnytter symmetrien til først å beregne arealet over x-aksen, deretter
% multiplisere med to. Deretter beregnes dempningen.

[C1,I1]=max(u1);
W1=2*(trapz(u1(1:I1),F1(1:I1))+trapz(u1(I1:length(F1)),F1(I1:length(F1))));
xi1=100*W1/(4*pi*E1);
[C2,I2]=max(u2);
W2=2*(trapz(u2(1:I2),F2(1:I2))+trapz(u2(I2:length(F2)),F2(I2:length(F2))));
xi2=100*W2/(4*pi*E2);
[C3,I3]=max(u3);
W3=2*(trapz(u3(1:I3),F3(1:I3))+trapz(u3(I3:length(F3)),F3(I3:length(F3))));
xi3=100*W3/(4*pi*E3);
[C4,I4]=max(u4);
W4=2*(trapz(u4(1:I4),F4(1:I4))+trapz(u4(I4:length(F4)),F4(I4:length(F4))));
xi4=100*W4/(4*pi*E4);
[C5,I5]=max(u5);
W5=2*(trapz(u5(1:I5),F5(1:I5))+trapz(u5(I5:length(F5)),F5(I5:length(F5))));
xi5=100*W5/(4*pi*E5);


---


%% Etablere dempningen som funksjon av maksimal forskyvning for syklus

C=[C1 C2 C3 C4 C5];
xi=[xi1 xi2 xi3 xi4 xi5];

figure(2)
hold on
grid on
plot(C,xi,'o','LineWidth',2.)
xlabel('Forskyvning [m]','FontSize',11)
ylabel('Dempningsgrad [%]','FontSize',11)
axis([0 0.35 0 16])
hold off

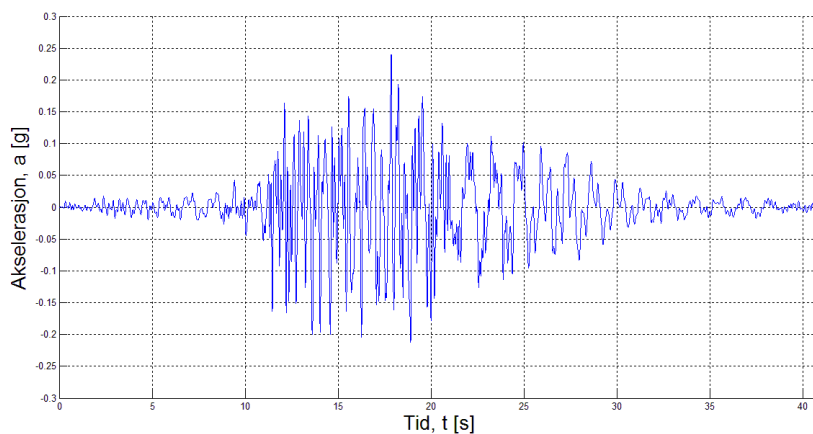
```

Vedlegg D

Tidsserier

D.1 Horisontalakselerasjon fra kinematisk interaksjon

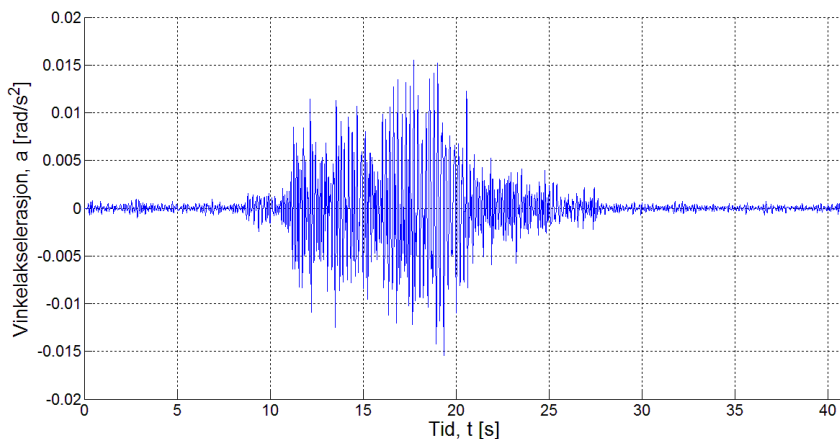
D.1.1 Elasto-plastisk jord, $PGA = 0.15g$



Figur D.1: Horisontalakselerasjon fra kinematisk interaksjon med elasto-plastisk jord og $PGA = 0.15g$.

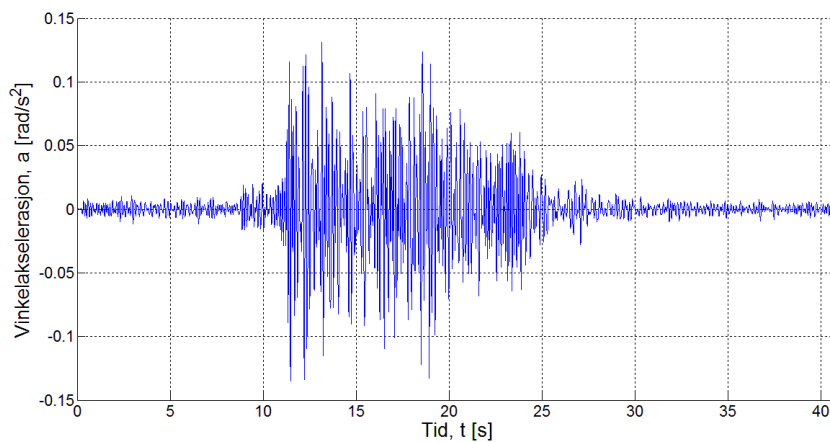
D.2 Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon

D.2.1 Lineær-elastic jord, $PGA = 0.05g$



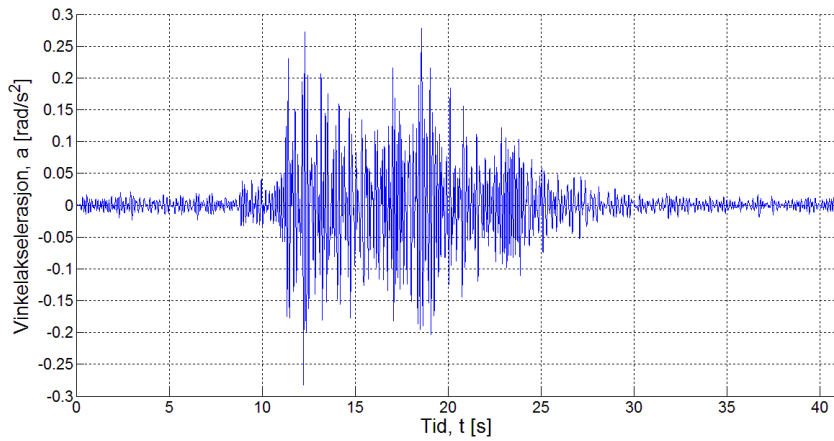
Figur D.2: Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon med lineær-elastic jord og $PGA = 0.05g$.

D.2.2 Elasto-plastisk jord, $PGA = 0.15g$



Figur D.3: Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon med elasto-plastisk jord og $PGA = 0.15g$.

D.2.3 Elasto-plastisk jord, $PGA = 0.30g$



Figur D.4: Vinkelakselerasjon fra kinematisk interaksjon med elasto-plastisk jord og $PGA = 0.30g$.