

Effekter av skjeve opplegg på en trespenns betongbru

Ved bruk av bjelke- og platemodeller

Christoffer Marstein Ring
Anders Bjerketvedt

Bygg- og miljøteknikk (2 årig)

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Terje Kanstad, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for konstruksjonsteknikk



MASTEROPPGAVE 2012

FAGOMRÅDE: Betongbruer	DATO: 11.06.12	Antall sider: 108 + omslag
------------------------	----------------	-------------------------------

TITTEL:

**Effekter av skjeve opplegg på en trespenns betongbru:
Ved bruk av bjelke- og platemodeller**
Effects of skew supports on a three spanned concrete bridge:
With beam and plate models

UTFØRT AV:

Anders Bjerketvedt
Christoffer M. Ring



SAMMENDRAG:

Opgaven omhandler en trespenns betongbru der det er undersøkt effektene av skjeve opplegg. Det har blitt modellert og analysert fire brumodeller med ulike oppleggsvinkler i både Diana og NovaFrame. De ulike oppleggsvinklene er 0, 15, 30 og 45 grader. NovaFrame er et rammeprogram som bruker en bjelkebetragtning, mens Diana er et plateprogram som baseres på plateteori. Formålet med oppgaven har vært å vurdere om NovaFrame vil gi tilfredsstillende resultater sammenlignet med Diana når bruene gis skjeve opplegg.

Det er sett på lastvirkninger fra egenlast, trafikklaster og spennarmering.

FAGLÆRER: Terje Kanstad

VEILEDER(E): Terje Kanstad og Max Hendriks ved NTNU, Håvard Johansen og Thomas Reed ved SVV.

UTFØRT VED: Institutt for konstruksjonsteknikk

Forord

Denne masteroppgaven er utarbeidet ved Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet, NTNU våren 2012, som et avsluttende arbeid for sivilingeniørutdannelsen. Oppgaven omhandler modellering og analysering av en trespenns betongbru der det ses på effekten av skjeve opplegg. Det er brukt to forskjellige programmer med basis i hhv. bjelketeori og plateteori for å belyse hvilke forskjeller dette kan resultere i. Oppgavens tema ble valgt på bakgrunn av en felles interesse for betongbruer og bruk av analyseverktøy, som kan komme til nytte i et fremtidig arbeidsliv. Oppgaven er forfattet av Anders Bjerketvedt og Christoffer M. Ring. Arbeidet med modelleringen ble delt hvor Anders jobbet med Diana og Christoffer jobbet med NovaFrame, men ellers har det meste blitt drøftet i fellesskap.

Det er brukt mye tid vedrørende modellering og analysering i Diana slik at det ikke er funnet tid til en grundigere armeringsbetraktning som i starten var ønskelig.

Vi vil rette en takk til Jan Arve Øverli og Max Hendriks for veiledning vedrørende Diana. Terje Kanstad takkes også for generell veiledning.

Det skal også rettes en stor takk til SSV ved Håvard Johansen og Thomas Reed for veiledning og introduksjonskurs i NovaFrame.

Trondheim, juni 2012

Sammendrag

Oppgaven tar for seg en trespenns veibru i betong der virkningene fra skjeve opplegg vurderes. NovaFrame og Diana er benyttet ved analysene av fire forskjellige oppleggsvinkler på brua der vinklene er 0° , 15° , 30° og 45° . NovaFrame er et rammeprogram som bruker en bjelkebetragtning, mens Diana er et plateprogram som baseres på plateteori.

Formålet med denne oppgaven har vært å vurdere om NovaFrame vil gi tilfredsstillende resultater sammenliknet med Diana når bruene gis skjeve opplegg. Det er i den sammenheng forsøkt å danne et godt sammenligningsgrunnlag ved å gi modellene i de to programmene så like betingelser som mulig. Oppgaven presenterer derfor noen ulike modelleringsmetoder som vurderes. Det er valgt å se på isolerte lasttilfeller for å kunne tydeliggjøre virkningene av skjeve opplegg. De ulike lasttilfellene er egenlast, trafikklast der ugunstigste lastplasseringer betraktes for ulike lastvirkninger og et tilfelle for spennarmering.

Resultatene funnet i oppgaven viser en generelt god overensstemmelse mellom programmene for brua med rette opplegg (0°). Derimot for bruene med oppleggsvinkel større enn 0° viser programmene ulike resultater for lastvirkningene. Det kan trekkes frem at feltmomentet i midtspennet fra lasttilfellet med egenlast gir god overensstemmelse for alle oppleggsvinkler, men andre likheter utover dette finnes ikke i særlig stor grad. Det kan derfor ut ifra resultatene i oppgaven konkluderes med at NovaFrame ikke vil gi tilfredsstillende resultater for bruer med skjev oppleggsvinkel. For en vurdering av lastvirkninger der det ikke stilles store krav til nøyaktighet kan NovaFrame likevel gi tilfredsstillende resultater da programmet stort sett overestimerer virkningene for de fleste lastvirkningene i mer eller mindre grad. Det presiseres at det da bør studeres hvilke lastvirkninger som utgjør de største forskjellene mellom programmene som fremgår i denne oppgaven.

Tilfellet for spennarmeringen gir ingen gode overensstemmelser programmene imellom, heller ikke for brua med rette opplegg. Det konkluderes derfor med at resultatene fra dette tilfellet ikke er helt korrekte, da det er lite trolig at forskjellene mellom programmene skal være i denne størrelsesorden for spennarmeringstilfellet.

Abstract

This master thesis considers actions regarding skew supports on a three-spanned motorway bridge. The programs NovaFrame and Diana are used to analyze the bridge dealing with four different skew angles, where the angles are 0° , 15° , 30° and 45° . NovaFrame is a program based on beam theory while Diana is based on plate theory.

The purpose of this study was to assess to which extent NovaFrame gave satisfactory results compared with Diana for an increasing angle of skewed supports. In this context it has been attempted to form a good basis for comparison by providing as similar conditions for the two programs as possible. The thesis therefore presents a variety of modeling methods to be considered. It has been chosen to look at different load cases in an isolated matter in order to clarify the effects of skew supports. The various load cases are dead load, traffic load, with the most unfavorable positions for different load effects, and post-tensioning forces.

The results found in this thesis show similar results, in general, between the programs for the bridge without skewed supports. However, for the bridges with skewed supports, the programs do show quite different results for the various load effects. The moments in midspan due to the dead load, show similar tendencies for all the different angles of skew, but none other similarities are apparent for the other effects. Therefore, based on the results in the thesis, it is concluded that NovaFrame does not give satisfying results for bridges with skewed supports. For an assessment of load effects due to skewed supports, where strict requirements for accuracy are not required NovaFrame can still be of use due to a general overestimation of the effects. In this case it is urged to seek out which load effects that make the greatest differences shown in this thesis.

The case of post-tensioned reinforcement does not provide any similar actions between the programs, not even for the bridge without skewed supports. A conclusion can be made that the results for this case are not entirely correct, since it is unlikely that the differences between the programs should be of this magnitude for post-tensioning forces.

Figurer

2.1	Prinsippskisse av skjeve opplegg	4
2.2	Retning av hovedmomenter i en rett og skjev plate	5
2.3	Bjelke med skjeve opplegg påsatt gjevnt fordelt last og torsjon	6
2.4	Støttemoment som funksjon av skjevhet på opplegg og forholdet mellom bøyings- og torsjonsstivhet	7
2.5	Eksempel på spennarmeringsføring for en plate med skjeve opplegg	9
3.1	Tverrsnitt fra tegningsgrunnlag for Nøkleby bru	12
3.2	Forenklet tverrsnitt med mål og koordinater	13
3.3	Tverrsnitt fra tegningsgrunnlag for bru på rv57	14
3.4	Endefeltet med spennarmeringsføring	16
4.1	Eksempel på nummerering av kjørefiler for et generelt tilfelle	20
4.2	Anvendelse av lastmodell 1	22
5.1	Krefter i skallmodell	27
5.2	Membran-metoden, ekvivalente krefter	27
5.3	Konturplott for støttemoment i Diana for 45° brumodell, metersstriper for armeringsberegning	29
5.4	Momentplott over støtte i NovaFrame “alt. 2” for 45° brumodell, til armeringsberegning	29
5.5	Armeringsbehov for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast	30
6.1	Brumodell med monolittisk forbundet søyler	34
6.2	Brumodell 45° med søyler forbundet i samme node på bruaksen ved “master-slave-noder”	36
6.3	Brumodell 45° med søyler forbundet normalt på bruaksen ved “master-slave-noder”, alternativ 2	37
6.4	Influensdiagram for moment for LM1, brumodell med rette opplegg	38
6.5	Trafikklastplassering for LM1 for størst torsjonsmoment, “alt.1” med rette opplegg	39
6.6	Brumodellene i NovaFrame med skjeve opplegg	40
6.7	Nummerering av opplegg	41

6.8	Utvikling av opplagerreaksjoner for feltopplegg 1, 2 og endeopplegg A, B for “alt. 1”	42
7.1	kurvet skallelement	49
7.2	Brumodellen modellert med “solid elements”	51
7.3	Forenklet skildring av trykk- (blå) og strekkspenninger (strek) i “solid elements-modellen”	52
7.4	Spenningsfordeling over tverrsnittet i midtfelt med gausspunktverdier	52
7.5	Aksialkrefter i tverrsnittet, trykk i vingene og strekk i midtdelen	53
7.6	Tverrsnittet i brumodellen med illustrerte aksialkrefter og tyngepunktsakse	54
7.7	Konturplott av moment i lengderetning, M_{xx}	54
7.8	Ulik mesh og “stier” for uttak av resultater	56
7.9	Konturplott av torsjonsmoment for 45° oppleggsvinkel, M_{xy} .	56
8.1	Utvikling av opplagerreaksjoner for endeopplegg i begge program	62
8.2	Utvikling av opplagerreaksjoner for søyleopplegg i begge program	62
8.3	Utvikling av feltmoment for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast	63
8.4	Utvikling av støttemomenter for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast	64
8.5	Utvikling av torsjonsmomenter over støtte for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast	65
8.6	Utvikling av feltmomenter i midtfelt for NovaFrame- og Diana-modeller påkjent av trafikklast LM1	68
8.7	Utvikling av støttemomenter for NovaFrame- og Diana-modeller påkjent av trafikklast LM1	68
8.8	Utvikling av torsjonsmomenter over støtte for NovaFrame- og Diana-modeller for trafikklast LM1	70
8.9	Utvikling av feltmoment i midtfelt for NovaFrame- og Diana-modeller for spennarmering	70
8.10	Utvikling av støttemoment for NovaFrame- og Diana-modeller for spennarmering	72
8.11	Utvikling av torsjon for NovaFrame- og Diana-modeller for spennarmering	72

Tabeller

3.1	Tverrsnittsdata	13
4.1	Nummer og bredde på tenkte veifiler	20
4.2	Karakteristiske verdier for lastmodell 1	22
5.1	Resultater fra kontrollberegninger med egenvekt som last	26
5.2	Oppleggskrefter fra forskyvningsmetoden med egenvekt som last	26
5.3	Resultater fra kontrollberegning med trafikklast	26
5.4	Nødvendige armeringsmengder over støtte for Diana og NovaFrame	30
5.5	Nødvendige armeringsmengder over støtte for alternative modeller i NovaFrame	31
6.1	Nedbøyninger for NovaFrame-modeller med ulike opplegg	37
6.2	Lastvirkninger [kNm] for egenlast i NovaFrame, “alt.1”	40
6.3	Lastvirkninger [kNm] for egenlast i NovaFrame, “alt.2”	41
6.4	Oppleggskrefter [kN] for egenlast i NovaFrame, “alt.1”	42
6.5	Oppleggskrefter [kN] for egenlast i NovaFrame, “alt.2”	43
6.6	Lastvirkninger [kNm] fra trafikklast LM1 i NovaFrame, “alt. 1”	44
6.7	Lastvirkninger [kNm] fra trafikklast LM1 i NovaFrame, “alt. 2”	44
6.8	Lastvirkninger [kNm] fra spennarmering i NovaFrame, “alt. 1”	45
6.9	Lastvirkninger [kNm] fra spennarmering i NovaFrame, “alt. 2”	45
7.1	Konvergenstest i Diana ved ulike grader av forfinet mesh	49
7.2	Kontroll av opplagertype	50
7.3	Lastvirkninger [kNm] for egenlast i Diana	58
7.4	Oppleggskrefter for egenlast i Diana	58
7.5	Lastvirkninger for trafikklast LM1 i Diana	59
7.6	Momentvirkninger for spennarmering, LC11, i Diana	60
8.1	Feltmoment i midtspenn NF og Diana for egenlast [kNm]	63
8.2	Feltmoment i sidespenn NF og Diana for egenlast [kNm]	63
8.3	Støttemoment NF og Diana for egenlast [kNm]	64
8.4	Skjærkraft NF og Diana for egenlast [kNm]	65
8.5	Torsjonsmoment i NF og Diana for egenlast [kNm]	65

8.6	Feltmoment i midtspenn NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]	67
8.7	Feltmoment i sidespenn NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]	67
8.8	Støttemoment NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]	68
8.9	Skjærkraft NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]	69
8.10	Torsjonsmoment i NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm] . .	69
8.11	Feltmoment i midtspenn NF og Diana for spennarmering [kNm]	71
8.12	Feltmoment i sidespenn NF og Diana for spennarmering [kNm]	71
8.13	Støttemoment NF og Diana for spennarmering [kNm]	72
8.14	Torsjonsmoment utvikling i NF og Diana for spennarmering [kNm]	73

Innhold

Forord	i
Sammendrag	iii
Abstract	v
Figurliste	viii
Tabelliste	x
1 Innledning	1
2 Litteraturstudie	3
2.1 Skjeve opplegg	3
2.2 Plate med skjeve opplegg	3
2.3 Spennarmeringsføring	9
3 Forutsetninger	11
3.1 Brumodellen	11
3.2 Opplagring og skjeve opplegg	13
3.3 Materialer	15
3.4 Spennarmering	15
3.5 Øvrige betingelser	17
4 Laster	19
4.1 Trafikkklaster	19
4.1.1 Lastmodeller	21
5 Håndberegninger	25
5.1 Kontroll av beregningsmodeller	25
5.2 Nødvendig armeringsmengder	26
6 Bjelkemodell - NovaFrame	33
6.1 Bjelkeprogram	33
6.2 En studie med ulike opplegg	33
6.3 Trafikkklaster	37
6.4 Lastvirkninger	38

INNHold

6.5	Sammenligning for skjeve opplegg	39
6.5.1	Virkninger fra egenlast	40
6.5.2	Virkninger fra trafikklast LM1	42
6.5.3	Virkninger fra spennarmering	44
7	Platemodell - Diana	47
7.1	FEM-programmet Diana	47
7.2	Modellering	48
7.2.1	Prosessen	48
7.2.2	Mesh	49
7.3	Verifisering av modellen, ulike studier	49
7.3.1	Konvergenstest	49
7.3.2	Kontroll av opplager	50
7.3.3	Kontroll av eksentrisk kobling i modellen	50
7.4	Trafikkklaster	53
7.5	Lastvirkninger	54
7.5.1	Aksialkrefter	54
7.5.2	Feltmomenter	55
7.5.3	Støttemomenter	55
7.5.4	Torsjonsmomenter	56
7.5.5	Skjærkrefter	57
7.6	Sammenligning for skjeve opplegg	57
7.6.1	Virkninger fra egenlast	57
7.6.2	Virkninger fra trafikklast LM1	59
7.6.3	Virkninger fra spennarmering	59
8	Resultater og diskusjon	61
8.1	Virkninger fra egenlast	61
8.2	Virkninger fra trafikklast LM1	67
8.3	Virkninger fra spennarmering	70
9	Konklusjoner og videre arbeid	75
9.1	Konklusjon	75
9.2	Videre arbeid	77
	Bibliografi	II

1. Innledning

Oppgaven omhandler dimensjonering og sammenligning av en trespenns vei-bru av spennbetong med en varierende grad av horisontal skjevstilling av opplagere. Beregningene blir utført ved bruk av to ulike beregningsverktøy som består av programmet plateprogrammet Diana og bjelkeprogrammet NovaFrame. Skjeve opplegg er et sentralt tema i oppgaven hvor det blir sett på virkningene dette gir. Resultater av lastvirkninger fra begge programmene skal sammenlignes for å se etter forskjeller og deretter forsøke å begrunne. NovaFrame benytter bjelkeelementer som kun får virkninger i to plan, mens Diana er et elementmetodeprogram hvor platevirkninger tas i betraktning og kan fremstille mer eksakte virkninger.

Brumodellens geometri er valgt fra to eksisterende bruer som Statens vegvesen har bidratt med tegningsgrunnlag til. Det er brukt spennviddelengder, noe tverrsnittsgeometri og spennarmeringsgeometri mens andre antagelser er blitt gjort for å tilpasse brua etter oppgavens formål. Det er laget et utvalg av modeller i begge programmene med 15° , 30° og 45° skjevstilling av opplagere, samt en bru med rette opplegg. Modellene består av et T-tverrsnitt med spennarmering. Det blir sett på laster og lasttilfeller som har størst relevans for denne sammenligningen der trafikklaster og spennarmering blir nærmere beskrevet.

For å kontrollere datamodellene er det utført kontrollregninger både ved håndregning og ut fra tabellverk. For å øke den praktiske forståelsen er det også valgt å se på nødvendige armeringsmengder.

Problemstillingene i oppgaven er på ulike måter blitt belyst i tidligere oppgaver ved instituttet. I denne oppgaven forsøkes det å gi en nøye gjennomgang av modelleringen og alternative metoder som påvirker resultatet.

Forventninger til resultatene er beskrevet i oppgavens litteraturliste der det presenteres ulike studier tidligere gjort innenfor dette temaet.

2. Litteraturstudie

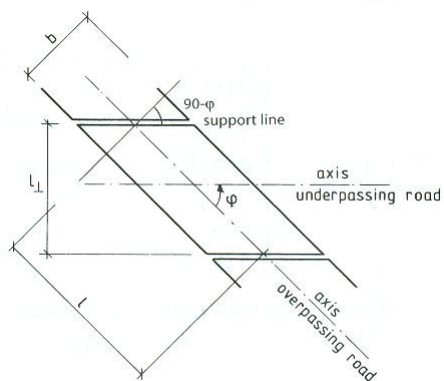
Det blir her presentert noe teori og studier for plater og bruer med skjeve opplegg. Målet er å finne noen føringer for hvilken oppførsel brumodellene i oppgaven kan ventes å ha med en varierende grad av skjeve opplegg.

2.1 Skjeve opplegg

Skjeve opplegg defineres som en horisontal rotasjon på oppleggskanten i forhold til den fortsatt rette veibanen, se figur 2.1. Spennet i brua eller plata får dermed utformingen som et parallelogram. Skjeve opplegg konstrueres som oftest på veibruer med kortere spenn, i mange tilfeller over en kryssende vei med hensikten å skape planfrie veikryss. En teoretisk korrekt dimensjonering av en slik bru blir fort komplisert og skaper tidkrevende analysearbeid. Dette kan resultere i forenklete beslutninger og antagelser kan tas som resulterer i overdimensjonering og dårlig armeringsutnyttelse. I litteraturen blir oppleggskjevheten presentert slik som i figurene i dette kapittelet viser der $\phi = 90^\circ$ tilsvarer en bru med rette oppleggskanter, mens i resten av oppgaven vil de modellerte bruene bli beskrevet fra 0° til 45° , der 0° er rette opplegg normalt på bruaksen.

2.2 Plate med skjeve opplegg

Det er blitt publisert flere verk med tabeller for influensflater for å gi en oversikt over momentvirkningene i plater med skjeve opplegg, blant annet Rüsç et al. [1964]. Her dekkes plater over et spenn med ulike bredde/lengdeforhold og flere vinkler for skjevhet. I boka til Mondorf [2006] presenteres det en metode for slik utregning tatt fra en separat publikasjon av Andrä og



Figur 2.1: Prinsippskisse av skjeve opplegg

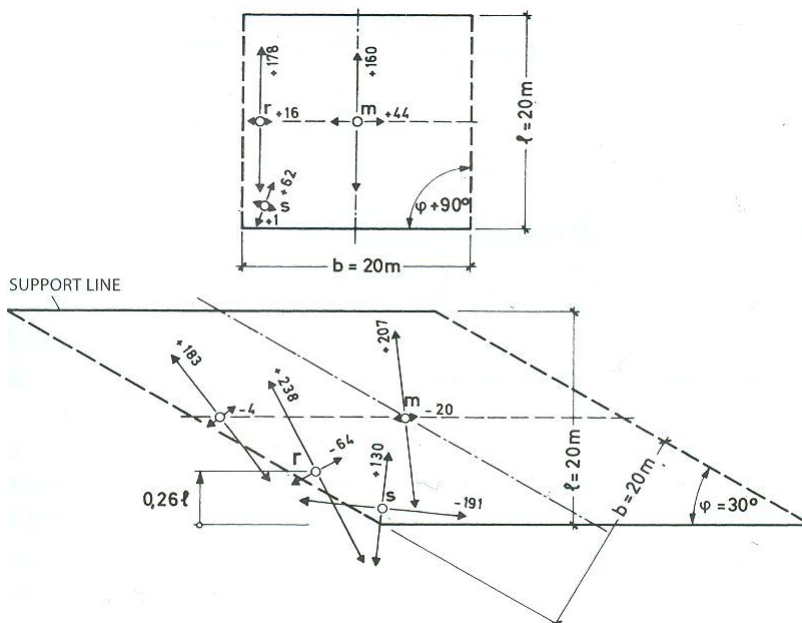
Leonhardt. Den er nøyere forklart nedenfor og fokuserer på hovedmomentene i størrelse og retning, og de største momentvirkningene. Virkningene er spesielt avhengig av følgende faktorer:

- vinkelen på de skjeve oppleggene
- bredde/lengde-forholdet, w/L , på brua hvor lengden L er langs midtsnittet
- hvilken type opplegg
- størrelse og plassering av lastene

Virkingen av skjeve opplegg illustreres videre i Mondorf [2006] hvor det er sammenlignet to plater, en med rette opplegg (90°) og en med oppleggskjevhet på 30° , målt fra oppleggskanten, se figur 2.2. Det vises til tre punkter det bør fokuseres på, punkt m som er i midten av plata, r nær midten av den frie kanten og s som ligger i det butte hjørnet ved opplegg. Begge platene er påkjent av en gjevnt fordelt last og en punktlast, og platene har lik bredde og utstrekningslengde lik 20 meter. Dette gir $w/L = 1$. I punktene sammenlignes hovedmomentene m_1 og m_2 ved bruk av verdiene m_x , m_y og m_{xy} . Resultatene som vises i figuren i hvert punkt tolkes som følger;

m: hovedmomentet, m_1 , øker i plata med skjevt opplegg og retningen vil til dels rotere med vinkelen. Tverrmomentet, m_2 , minker betraktelig ved mindre vinkler og har i dette tilfellet blitt negativ. Roterer også med m_1 .

- r:** dette punktet forflyttes langs den frie kanten mot opplegget, i dette tilfellet midtveis, slik at den er på ca $l/4$. Her er verdien på m_1 mer enn i punkt m mens retningen i større grad følger skjevheten.
- s:** her ses en drastisk økning i negativt moment i m_2 -retningen hvor den frie kanten fastholdes av opplagerkanten. Størrelsen avhenger av randbetingelser. Ved opplageret i dette hjørnet opptrer det betydelige reaksjonskrefter, mens i den andre enden av opplageret kan det oppstå negative reaksjonskrefter. m_1 , normalt på det negative momentet, oppstår med en relativt stor positiv verdi som virker innover mot midten av plata.



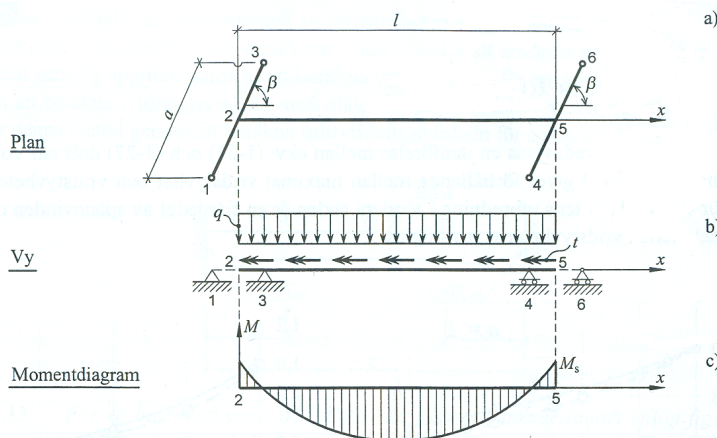
Figur 2.2: Retning av hovedmomenter i en rett og skjev plate

Det konkluderes av resultatene til dette tilfellet at det største positive momentet økes med 30 % med denne skjevheten på opplageret, mens spennlengden langs plateaksen har økt til det dobbelte. Dermed fastslås det at resultatene hadde vært i høy grad på den konservative siden hvis lengden langs plateaksen hadde vært brukt for beregning av momentene istedenfor den opprinnelig lengden l . Konklusjonen som trekkes av dette igjen, i Mondorf [2006], opplyser at skjevheten har en gunstig effekt på kapasiteten til plata og at den bør inkluderes i analysen, spesielt for plater med høy

grad av skjevhet/stor vinkel.

Krefter i opplagerene viser seg å være lett påvirkelig i forhold til geometri og stivhet av opplagerene. Det viser seg at valg av punktlager fremfor linjelager har en gunstig effekt på både momentet og opplageret. I opplagerenden med skarp vinkel kunne det oppstå negative reaksjonskrefter og bør dette helst unngås da strekk i opplagere er meget ugunstig og er i seg selv kostbare løsninger.

For brutilfellene i denne oppgaven fokuseres det på en annen dreining av skjeve opplegg. Mens det i Mondorf [2006] er sett på plater som har skjevhet som følger av en parallell forskyvning av endeoppleggene normalt bruaksen, som dermed skaper en forlengelse av bruaksen, blir det her foretatt en parallell forskyvning av oppleggspunktene langs bruaksen slik at lengden holdes konstant. Det er funnet litteratur med et slikt tilfelle i “Vridning och Lastfördelning” av Petersson and Sundquist [2001], som tar for seg torsjon ved en bjelke med skjeve opplegg. Kompendiet tar for seg et enkelt tilfelle med en fritt opplagt bjelke over en spennvidde på skjeve opplegg. I eksemplet belastes bjelken med torsjonsmoment og en jevnt fordelt last som begge skaper bøyning og torsjon i oppleggsbjelken, se figur 2.3.



Figur 2.3: Bjelke med skjeve opplegg påsatt gjevnt fordelt last og torsjon

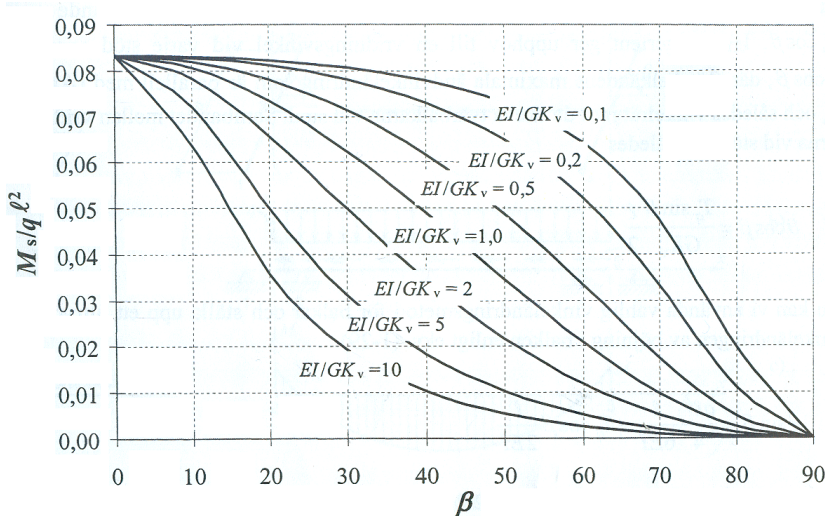
Med rette opplegg vil torsjonsmomentet tas opp av et kraftpar forårsaket av moment i x -retning, dvs. ren bøyning av oppleggsbjelken. I samme tilfellet med gjevnt fordelt last vil dette kun skape torsjon om bjelkens lengdeakse. Det ses videre at med et skjevt opplegg vil begge de påførte lastene skape både torsjon og bøyning i oppleggsbjelkene. Denne virkningen kan beregnes

med dekomponering av krefter og det utledes en ligning for støttemomentet M_s gitt ved konstant torsjonsmoment og skjevinkel på støtte:

$$M_s = T_t \cos \beta = \frac{tl}{2} \frac{1}{\tan \beta} \quad (2.1)$$

der t er den konstante torsjonen fra f.eks. en eksentrisk plassert linjelast, l lengden på bruaksen og β som er skjevstillingsvinkelen. I bjelkeprogrammet NovaFrame kan en slik bjelke modelleres og det er med et lignende oppsett brumodellene i oppgaven er blitt laget med. Dog, har bruene tre spenn og resultater for en slik håndberegning vil gi avvik, men tendensen for M_s vil forhåpentligvis være lignende.

Figur 2.4 fra Petersson and Sundquist [2001] viser hvordan støttemomentet endrer seg med oppleggsvinkelen. De ulike grafene har forskjellig forhold mellom bøyestivhet og torsjonsstivhet/vridningsstivhet. Det blir ikke gjort beregninger av dette forholdet i oppgaven, men tendensen er at støttemomentet øker med økende oppleggsvinkel, der 90° er rett opplegg.



Figur 2.4: Støttemoment som funksjon av skjevhet på opplegg og forholdet mellom bøyings- og torsjonsstivhet

I tidligere oppgaver med lignende tema er det blitt fremmet noen forventninger til hva som ventes av skjeve opplegg, der blant annet Nilsen [2008] har vurdert en studie utført av Funkhouser et al. [1972]. Studiet tar for seg

en rekke forskjellige kombinasjoner av oppleggsvinkler, horisontalkurvaturvinkler, spennvidder, og antall kjørefelt. Den er i all hovedsak knyttet opp mot horisontalkurvatur på bruene, men det ble trukket ut bruene med minst horisontalkurvatur og på denne måten kunnet si noe om hvilke virkninger skjeve opplegg gir. Følgende forventninger er gitt til resultatene pga. skjeve opplegg:

- bøyemomentene reduseres ca. 4-5%
- torsjonsmomentene økes kraftig med opptil 110% fra rette opplegg til en oppleggsvinkel på 30 grader.
- skjærkreftene økes 10-15% som skyldes en reduksjon av spennvidden.
- nedbøyningene reduseres med 2-4 %

Denne informasjonen er, som nevnt over, hentet fra en tidligere oppgave og kan ikke regnes som en sikker kilde. Derfor kan konklusjonene kun tas i betraktning som en tilleggsinformasjon og ikke brukes videre som reell fakta. Pga. kurvaturen til bruene i studiet vil sannsynligvis ikke resultatene kunne rettes direkte mot resultater funnet i denne oppgaven, men det fokuseres mer på tendensene som oppstår og at de er av samme art. Torsjonsmomentet for brua med 0° oppleggsvinkel vil i denne oppgaven ikke få torsjonsmoment, mens i studien i Funkhouser et al. [1972] vil brua med 0° oppleggsvinkel fortsatt ha en horisontalkurvatur som vil føre til noe torsjonsmoment. I tillegg er det i den omtalte studien kun data fra bruene med ett spenn, slik at en trespennsbru ikke vil være direkte sammenlignbar.

Som nevnt er lastvirkninger på plater med skjeve opplegg avhengig av bredde/lengde-forholdet og dette bekreftes også i en artikkel av Ashebo et al. [2007]. Her undersøkes en trespenns veibru for trafikklaster hvor det er utført målinger for både statiske og dynamiske virkninger. Det konkluderes med at det er små forskjeller i feltmoment for brua med en skjevhet på oppleggene fra 0° til 30°, mens det fra 30° og økende gir mer merkante virkninger for brua med lavt w/L -forhold. Testbrua i artikkelen får et redusert feltmoment på ca. 14 - 17 % fra 0° til 45° skjevhet. Ytterligere nærmere 20 % reduksjon fra 45° til 60°. Et redusert feltmoment i en flerspennsbru bekreftes også i følgende artikkel, He et al. [2012], der det er funnet spennende virkninger for en skalamodel av en flerspenns betongbru med 45° oppleggsvinkel i spennet og rette opplegg på endene. Brua undersøkes som en jernbanebru med sidespennvidder på 40 m og midtspenn på 70 m. Her er det funnet flere interessante konklusjoner som kan undersøkes i brumodelene i denne oppgaven. Noen av funnene omtalt i artikkelen er som følger;

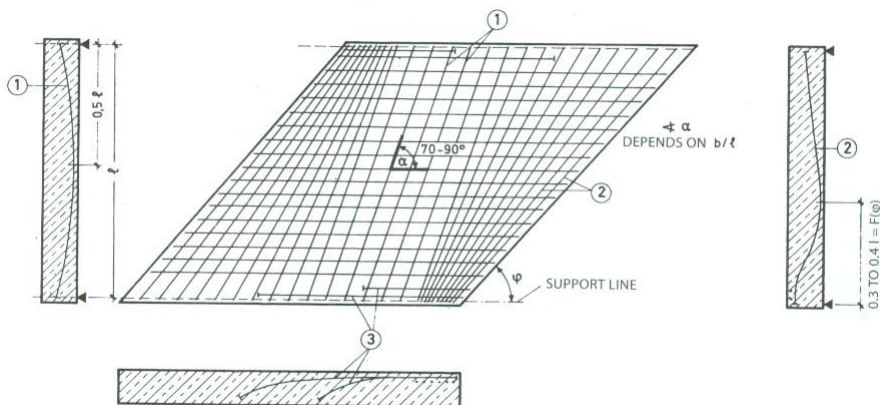
ved en økende grad av skjev oppleggsvinkel kan det ses en effekt av reduserte støttemomenter i spennet og reduserte feltmomenter. I tillegg viser konklusjonene reduserte nedbøyninger i midtspennet. Det ble også funnet at for oppleggsvinkler mellom 40° og 60° kan torsjonseffektene i midtspennet nærme seg 10-15 % av verdien på tilsvarende bøyemoment i samme felt.

Litteraturen undersøkt i dette kapittelet har gitt eksempler på hva som kan ventes av virkninger fra skjeve opplegg, både for enveisplater og kontinuerlige bruer. Hva som er relevant og kan forventes for brumodellen i oppgaven med økende oppleggsvinkel er som følger

- Feltmomenter reduseres
- Støttemomenter i spennet reduseres
- Torsjonsmomenter økes

I hvilken grad disse virkningene vil opptre er usikkert, men det gir noen føringer for hva som kan forventes av resultatene i oppgaven.

2.3 Spennarmeringsføring



Figur 2.5: Eksempel på spennarmeringsføring for en plate med skjeve opplegg

Spennarmeringsføringen for en vanlig rektangulær plate er som oftest kabler lagt med en fast senteravstand langs opplegget, eventuelt lagt tett ved bestemte områder slik at det danner en bjelkestripe hvis det ses nødvendig.

For plater med skjeve opplegg kan spennarmeringsføringen endres for å optimalisere virkningen. Dette er avhengig av både lengden og bredden på plata og forholdet dem i mellom. Spennkablene kan arrangeres slik at det er tettere mellom kablene på den ene siden på et opplegg og at det fordeler seg utover mot det andre opplegget. Motsatt for den andre retningen, se figur 2.5 fra Mondorf [2006].

For relativt smale brudekker kan det være hensiktsmessig å plassere spennarmeringen langs bruaksen. Geometrien og størrelsen på kablene blir deretter bestemt ut i fra graden av skjevhet som følger oppleggene. Bruer som går over flere spenn vil ha en kabelplassering som oftest vil være gitt og ligge parallelt med bruaksen, men for ekstra brede bruer kan spennarmeringen vurderes plassert på en mer optimalisert måte. Pga. et lite bredde/lengdeforhold på brumodellene i oppgaven vil ikke dette utbroderes videre.

3. Forutsetninger

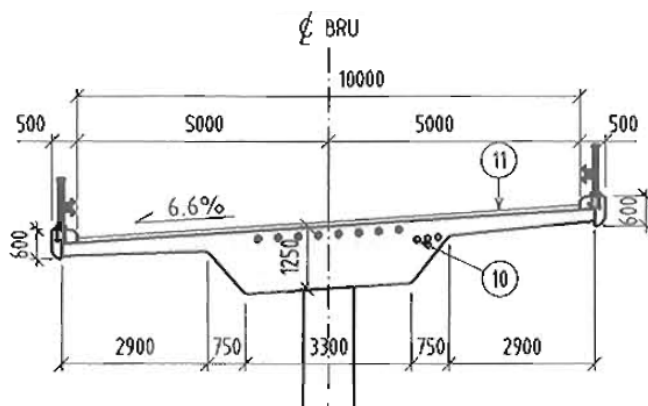
I dette kapitlet presenteres brumodellen som er valgt for modellering i oppgaven og ulike forutsetninger knyttet til tverrsnittsdata, opplegg og spennarmering.

3.1 Brumodellen

Oppgavens brugeometri er utarbeidet fra to forskjellige bruer fra tegningsgrunnlag Statens vegvesen har bidratt med. Nøkleby bru i figur 3.1, danner utgangspunktet for bruas generelle geometri. Den består av tre spenn med en total lengde på 87 m. Sidespennene er på 26 m og hovedspennet er 35 m langt. Som utgangspunkt for skjeve opplegg og søyler er det sett på en bru langs fylkesvei 57, Espeland II, se figur 3.3. Dette er en typisk bru som konstrueres for å oppnå planfrie veikryss og har ofte skjeve opplegg. Brua består av to søylepar som begge følger endeoppleggenes vinkel for å kunne tilpasses etter veien under.

Grunnen til at oppgavens brugeometri er tatt fra to forskjellige bruer er at det er ønskelig å se på effekten spennarmering gir på en bru med skjeve opplegg. Siden brua med skjeve opplegg ikke inneholder spennarmering er det valgt å basere brugeometrien på tegningsgrunnlaget fra Nøkleby bru og kun oppleggene fra Espeland II.

Brua er en klassisk utformet veibru. Den har relativt korte spennlengder, er økonomisk utformet som en plate med utstrekkinge vinger, som er en økonomisk løsning som gir mindre egenvekt og en lavere byggehøyde enn for eksempel kassetverrsnitt. Opprinnelig er dette tverrsnittet laget med skrå overganger mellom steg og flenser samt en lineær tykkelsesendring ut til tupene. I denne oppgaven er tverrsnittet forenklet. Det ble vurdert om den skulle forenkles slik at det ble en ren platebru, da med et helt rektangulært

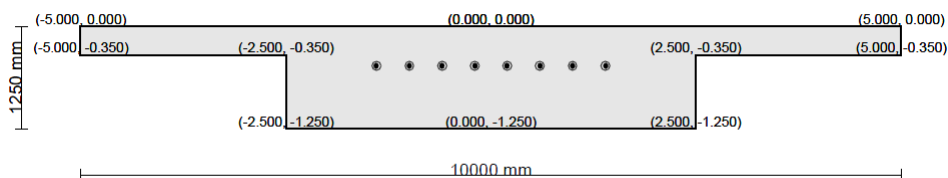


Figur 3.1: Tverrsnitt fra tegningsgrunnlag for Nøkleby bru

tverrsnitt. Et rektangulært tverrsnitt er det enkleste å operere med i modelleringsprogrammer fordi det er symmetrisk om begge akser og har behov for en mindre grad av beskrivende punkter og noder. Derimot vil ikke dette tilsvare tverrsnittet som ville vært valgt i virkeligheten. Et slikt tverrsnitt kan også gi unødvendig tillegg til egenvekten til brua uten å bidra spesielt til stivheten. Hovedformålet har vært å finne en god tverrsnittsgeometri med tanke på at brua beregnes for hånd og med dataprogrammer, slik at resultatene lar seg godt sammenligne og i tillegg gir et så riktig bilde av hvordan brua virkelig ville vært utformet. Valget ble et kompromiss der tverrsnittet har to ulike tykkelser slik at det danner et T-tverrsnitt, se figur 3.2. Midtdelen er 1250 mm tykk og inneholder spennarmeringen. Sidene, eller vingene, er på 350 mm hvor overgangen til midtdelen er vertikal. Slik brutverrsnittet er utformet i virkeligheten med en tykkelsesendring fra midten ut til kanten ble vurdert litt for avansert. Dette ville komplisert modelleringsprosessen og i dette tilfellet muligens ikke gitt veldig mye utslag i utbredelsen av krefter og vanskeliggjort en dimensjoneringskontroll for hånd.

Figur 3.2 er modellen hentet ut fra NovaFrame og viser det 10 m brede tverrsnittet ved bruas start og slutt punkt der spennarmeringen har sin vertikale starthøyde. Mer om spennarmeringen under 3.4. For tverrsnittsdata se tabell 3.1.

For å gjøre tverrsnittet mer realistisk er det tatt hensyn til kantdragere og rekkverk. Kantdragerne er bestemt etter tab. 1.1 i SVV. Håndbok 185 [2011] og gir en dimensjon på 500 mm bredde og 150 mm høyde over belegning. Dette gir videre bestemmelser til rekkverk som er gitt en styrkeklasse H2



Figur 3.2: Forenklet tverrsnitt med mål og koordinater

SVV. Håndbok 231 [2011] og egenvekten fra disse elementene har blitt lagt til en total egenvekt av brutverrsnittet i modellene, se ??.

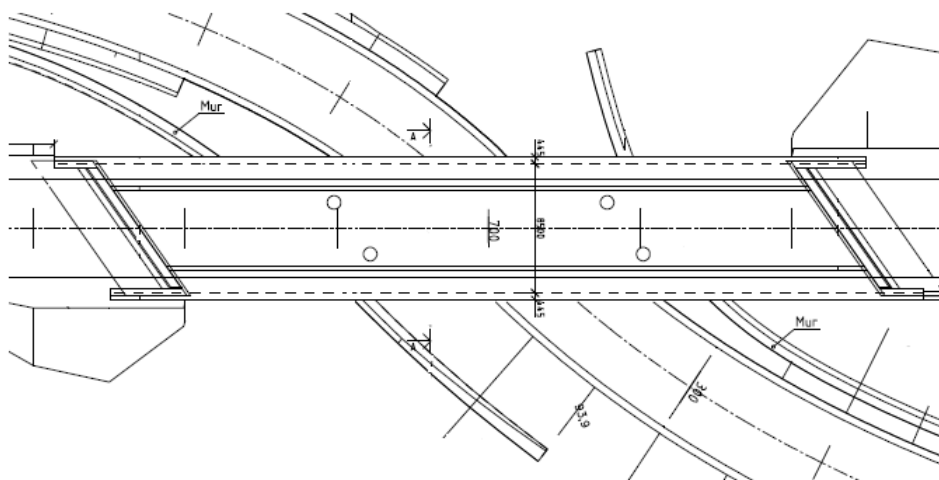
Tabell 3.1: Tverrsnittsdata

Data	Verdi
Høyde midtparti	1 250 mm
Høyde sideflens	350 mm
Bredde midtparti	5 000 mm
Bredde per flens	2 500 mm
Bredde totalt	10 000 mm
Tverrsnittsareal, A_c	$8,0 \times 10^6 \text{ mm}^2$
Nøytralakse fra bunn, y_{uk}	722,6 mm
Indre momentarm midtparti, z	1 075 mm
2. arealmoment, I_{cx}	$11,0852 \times 10^{11} \text{ mm}^4$

3.2 Opplagring og skjeve opplegg

Det er valgt å bruke søylepar som opplagring i spennet fremfor kun en søyle. Dette ble valgt da det ble sett på som en bedre løsning for å ta opp torsjonskrefter. Torsjonskreftene kan tas opp i søylene i tillegg til landkarene istedenfor at de blir ført hele brulengden til endene. I tillegg for å gjøre virkningene fra skjeve opplegg mer synlig. Alternativet er kun en enkelt søyle og med større brulengder vil effektene skjeve endeopplegg gjevnes ut mot midtpartiet. Søylene er påsatt den samme horisontale skjevheten som endeoppleggene vil ha på de ulike brumodellene med skjeve opplegg.

Det finnes også eksempler der opplagringen i spennet utformes slik at de er satt på linje normalt på bruaksen, for å forenkle den statiske modellen.



Figur 3.3: Tverrsnitt fra tegningsgrunnlag for bru på rv57

Dette avhenger av hvordan plassen under brua er utformet, om det er rom mellom de underliggende veiene og ha søyler som ikke går parallellt med veien.

I brumodellene er det valgt å ikke modellere søylene, men sette oppleggene som fritt opplagte linjelager. Sammen med fritt opplagte endeopplegg, hvor den ene enden er fastholdt i lengderetning gir det et enkelt statisk system hvor virkningene på bruseksjonen er satt i fokus. Brua kan forskyves og rotere uten at det dannes tvangskrefter. Dette er drøftet i tidligere oppgaver, bl.a. Nilsen [2008], samt plasseringen av oppleggene i tverretning Bjørvik and Kirkevold [2010]. Modellering av søylene ble prioritert bort da det dette kommer i andre rekke ved dimensjonering, da det først fokuseres på brukonstruksjonen, deretter de underliggende konstruksjonensdelene. Skal søylene støpes monolittisk til brutverrsnittet kreves det at forskyvninger og rotasjoner fra analyse av brudekket overføres til søyletoppene ved analyse av sekundærkonstruksjoner.

Modellene består av fire bruer med forskjellige oppleggsvinkler på 0° , 15° , 30° og 45° . Det tas utgangspunkt i den rette brumodellen og de parvise oppleggspunktene forskyves parallellt langs bruaksen slik at det dannes ønsket vinkel.

3.3 Materialer

Valgte materialer for brumodellen. Det er i størst mulig grad blitt benyttet samme materialverdier- og faktorer for bruk i begge modelleringsprogrammene. Faktorer og verdier for Betong:

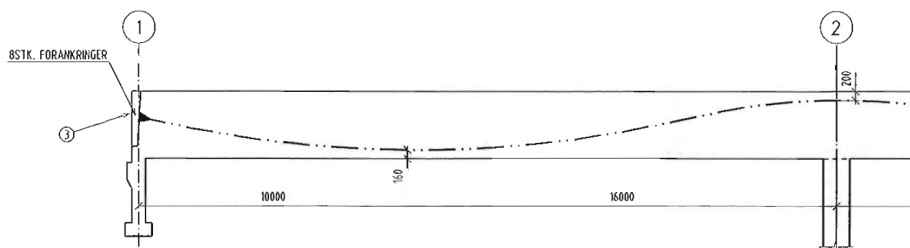
- Normalbetong valgt til B45. Gir $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$
- E-modul, $E_{cm} = 36000 \text{ MPa}$
- Poisson's ratio $\nu = 0,2$
- Tyngdetetthet for uarmert betong valgt til $\rho = 24 \text{ kN/m}^3$. Dette fordi det er standardverdien NovaFrame bruker, [NovaFrame Userguide, 2011]
- Eksponeringsklasse = XD1, korrosjon framkalt av klorider som ikke stammer fra sjøvann, moderat fuktighet etter EC?
- Slakkarmering B500NC, $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

Det er vist etter modelltester med plater med skjeve opplegg at kontraksjonstallet i en stor grad øker bøyemomenter og nedbøyning, spesielt ved fri ende, Mondorf [2006]. Det ble påvist at et kontraksjonstall $\nu = 0,33$, som er betraktelig høyere enn normalverdier for betong, derav kan antas å gi konservative resultater. I denne oppgaven brukes likevel en normal verdi fordi det skal være praktisk rettet mot dimensjonering.

3.4 Spennarmering

For etterspente konstruksjonsdeler er det hensiktsmessig å la kabelføringen følge en parabelform. Parabelformen kan sies å følge momentdiagrammet fra konstruksjonsdelens ytre laster slik at når kablene spennes opp så motvirkes lastene til en viss grad. Geometrien på spennarmering i brumodellene er tatt fra tegningsgrunlaget og er angitt med plassering fra bunn på tverrsnittet, hvor forankringen på begge ender begynner på 770 mm, se figur 3.4. Nær midten ved maksimalt feltmoment for gjevnt fordelte laster som egenvekt, er kablene på det laveste, 160 mm, mens over støtte plasseres den 200 mm fra toppen, dvs. 1050 mm fra bunn.

For modellene med skjeve opplegg vil spennkablene forflyttes med graden av skjevhet. Dette er for at bunn- og toppunktene skal være på sin rette



Figur 3.4: Endefeltet med spennarmeringsføring

plass i forhold til hvor maksimalt felt- og støttemoment opptrer langs brua.

Med sine 87 m er brua innenfor en lengde slik at kablene kan legges kontinuerlig fra ende til ende. I tegningsgrunnlaget er det vist kabelskjøter, både faste og bevegelige, men dette ses bort ifra siden vi ikke modellerer med støpetapper og det påvirker ikke sammenligningen av brumodellene i ferdig tilstand.

Det er valgt å bruke noe data fra tegningsgrunnlaget til Nøkleby bru og oppdaterte verdier i følge Eurocode fra en leverandør av spennarmeringsløsninger, KB Spenneteknikk og deres brosjyre KB [2010]. I tverrsnittet er det plassert 8 spennkabler som består av 19 spenntau med dimensjonen 0,6", som tilsvarer 140 mm^2 .

- E-modul = 195000 MPa
- Injiseringsmørtel er satt til 50 MPa
- Tverrsnittsareal per kabel, $A_p = 19\text{tau} \times 140 \text{ mm}^2 = 2660 \text{ mm}^2$
- Bruddfastheten iht EC $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$
- Karakteristisk flytegrense $f_{p0,1k} = 1640 \text{ MPa}$, teoretisk beregnet til 88 % av f_{pk} .
- Oppspenningskraften $F_{p0,1k} = 2660 \text{ mm}^2 \times 1640 \text{ MPa} = 4362 \text{ kN}$
- Friksjonskoeffisient satt til 0,18 1/rad

Ifølge 1991-2:2003+NA:2010 pkt. 5.10.2.1 skal kraften som påføres en spennkabel P_{max} (dvs. kraften i den aktive enden under oppspenning) ikke overskride følgende verdi:

$$P_{max} = A_p \times \sigma_{p,max} \quad (3.1)$$

der A_p er spennarmeringens tverrsnittsareal og $\sigma_{p,max}$ er største spenning påført spennkabelen med en verdi: $\min [k_1 \times f_{pk}; k_2 \times f_{p0,1k}]$.

$$k_1 = 0,8 \text{ og } k_2 = 0,9 \text{ som gir}$$

$$\sigma_{p,max1} = 0,8 \times 1860 \text{ MPa} = 1488 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p,max2} = 0,9 \times 1640 \text{ MPa} = 1476 \text{ MPa}$$

Ser av verdiene over at $\sigma_{p,max2} = 1476 \text{ MPa}$ er den som skal brukes. Dette gir en oppspenningskraft per kabel som er brukt til modellene i oppgaven lik

$$F_{p0,1k} = \sigma_{p,max1} \times A_p = 1476 \text{ MPa} \times 2660 \text{ mm}^2 = 3926 \text{ kN}$$

Ved dimensjonering av spennarmering inngår det forskjellige parametere som påvirker dens oppførsel og kraftpåvirkning.

Det er valgt å se bort ifra en del parametere forbundet med tap av spennkraft i spennarmering. De umiddelbare tapene låsetap ved oppspenning og tidsavhengige tap som relaksasjon av kabelen, og tap fra kryp og svinn i betongen. Siden hovedfokuset i oppgaven ligger på en sammenligning mellom Diana og NovaFrame og virkninger fra skjeve opplegg vil ikke umiddelbare og tidsavhengige tap spille inn som en faktor. Det kan bidra til noen forskjeller i programmene seg i mellom og forstyrre sammenligningsgrunnlaget.

3.5 Øvrige betingelser

Beliggenhet av brua

Miljøpåvirkninger bestemmes ut fra bruas beliggenhet spiller inn for bl.a. årsdaøgnstrafikk. Det er valgt å ta utgangspunkt i tegningsgrunnlaget for Nøkleby bru som ligger langs riksvei 7 i Hønefoss. Eksponeringsklassen nevnt under 3.3 er valgt på dette grunnlaget.

Ut ifra beliggenheten bestemmes også daglige påkjenninger på brua. Det estimeres et overslag for trafikkmengden som er sannsynlig for denne strekningen og årsdøgntrafikken er satt til 5000 fra tegningsgrunnlaget. I oppgaven gir dette kun bestemmelser for valg av betongslitelag og tilhørende laster for dimensjonering. Etter SVV. Håndbok 185 [2011] gir en ÅDT på 5000 et slitelag på 120 mm med (tab.2.3) klasse A3 (tab.7.1), asfaltslitelag med full fuktisolering av brudekket, som gir et tillegg til egenvekten med lasten $3,0 \text{ kN/mm}^2$.

Tidsavhengige effekter

Det er valgt å se bort i fra virkninger fra riss og svinn i betongen i modellene. Disse faktorene har stor innvirkning ved dimensjonering av betongkonstruksjoner, men i denne oppgaven blir de sett bort ifra for å forenkle sammenligningen.

Forutsetninger vedrørende laster

Etter diskusjoner om hvordan resultater skulle sammenlignes ble det først vurdert å analysere med dimensjonerende lastkombinasjoner. Det ble deretter konkludert med at ved å se på kun enkelte lasttilfeller isolert sett vil dette danne et bedre sammenligningsgrunnlag. Derfor er det valgt å se bort ifra lastkombinering i denne oppgaven.

Det blir kun tatt hensyn til egenlast, trafikklast og laster fra spennarmring på brumodellene i denne oppgaven. Temperaturpåkjenninger er ikke tatt hensyn til i denne oppgaven da modellene har et oppleggssystem som ikke vil gi tvangskrefter. Snølast utelukkes fordi store snømengder ikke blir liggende samtidig som biltrafikk finnes på brua, pkt A.A2.2.2(4) i 1990-A1+NA:2010. Det er heller ikke valgt å ta hensyn til vindlast i denne oppgaven da dette blir vurdert som en last som ikke gir varierende påkjenninger på de ulike modellene med skjeve opplegg. Andre laster som er blitt utelukket er last fra vanntrykk, jordtrykk, jordskjelvlaster og ulykkeslaster.

Det er i etterkant av alle resultatuttakene funnet at egenlasten for de to programmene ikke har vært lik pga. bruk av $9,81 \text{ kgm/s}^2$ fremfor 10 kgm/s^2 ved definerings av betongens egenvekt i Diana. Dette har blitt justert i kapittel 8, men ikke i kapittel 5 og 6.

4. Laster

I følgende kapittel presenteres trafikklaster og hvordan de skal brukes.

4.1 Trafikklaster

Det blir brukt NS-EN 1991-2:2003+NA:2010, Trafikklast på bruer, for å finne trafikklastene som gjelder brumodellene. Påfølgende henvisninger gjelder til denne stardarden, om ikke annet er spesifisert.

4.1(1) Regler gjelder for bruer mindre enn 200 m, mens nasjonalt tillegg sier at det gjelder for bruer utover 200 m så lenge ikke annet er spesifisert.

4.2.1(1) Laster fra vegtrafikk bestående av biler, lastebiler og spesialkjøretøy gir opphav til vertikale, horisontale, statiske og dynamiske krefter.

Beregningsmodellene i oppgaven vil bare påsettes vertikale krefter og de resterende blir neglisjert.

4.2.2(2) Kjøretøytrafikk kan variere mellom bruer avhengig av fordelingen av type trafikk, trafikkdensiteten, kjøreforhold, sansynlig ekstremvekt på kjøretøy og akslinglaster og, hvis relevant, påvirkningen av skilt med bruas maksimal laskapasitet.

Disse forskjellene bør tas i betraktning gjennom bruk av lastmodeller tilpasset brua plassering. Dette gjøres ved justering av faktorene α og β definert i punkt 4.3.2 og 4.3.3, for lastmodell 1 og 2, henholdsvis.

4.2.3 Beskriver deling av vegbanen i tenkte filer, w_l , i forhold til den totale bredden av veibanen, w , som måles fra kant til kant fortauskant eller midtdeler. Inndeling av veibanene er angitt i tabell 4.1

Brua i oppgaven er som tidligere vist 10 m i bredden. Ved å trekke ifra

Tabell 4.1: Nummer og bredde på tenkte veifiler

Carriageway width w	Number of notional lanes	Width of a notional lane w_l	Width of the remaining area
$w < 5,4$ m	$n_l = 1$	3 m	$w - 3$ m
$5,4 \text{ m} \leq w < 6$ m	$n_l = 2$	$\frac{w}{2}$	0
$6 \text{ m} \leq w$	$n_l = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right)$	3 m	$w - 3 \times n_l$

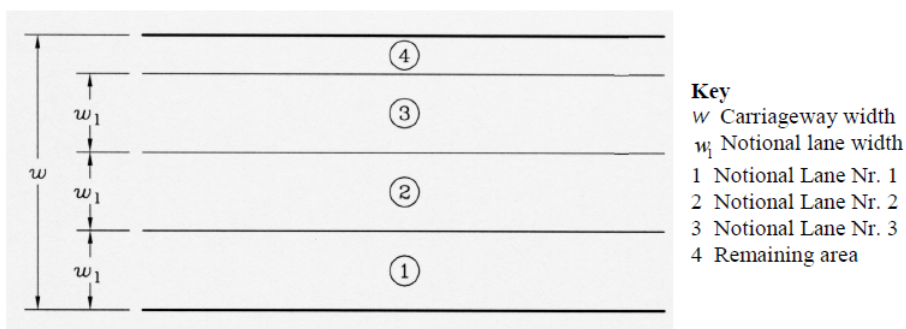
NOTE For example, for a carriageway width equal to 11m, $n_l = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right) = 3$, and the width of the remaining area is $11 - 3 \times 3 = 2$ m.

kantdragerene, som hver er 0,5 m brede, gir dette en total veibanebredde, w , på 9 m. Antall kjørefiler, n_l , tas ut fra tabell 4.1 hvor bredden per kjørefil, w_l , settes til 3 m. Dette vil gi følgende antall filer

$$n_l = \text{Int}(w/3) = 3 \quad (4.1)$$

Siden hele kjørebanelen blir delt opp i 3 filer, hver 3 m, blir det ingen resterende areal.

Videre angir punkt 4.2.4 beliggenheten og nummerering av kjørefiler hvor nummereringen starter på 1 og oppover, hvor 1 er den mest ugunstige kjørefilen, 2 er den nest mest ugunstige kjørefilen osv., uavhengig av hvor kjørefilen er plassert i veibredden. Dette skal vurderes for hver type kontroll som utføres, om det er bøyemoment, skjærkraft eller torsjon tverrsnittet skal dimensjoneres for. I denne oppgaven utføres tverrsnittkontrollene med ulike kombinasjonene for kjørebanelenummer for å sjekke hva som blir mest ugunstig.

**Figur 4.1:** Eksempel på nummerering av kjørefiler for et generelt tilfelle

4.1.1 Lastmodeller

Det finnes fire forskjellige lastmodeller, forkortet LM, ifg EC1 pkt. 4.3.1. De er benevnt LM1 til LM4 der LM1 er hovedgruppen som dekker det meste av trafikklaster fra biler og lastebiler. Disse lastene er både konsentrerte laster og gjevnt fordelte laster. Videre angir LM2 enakslede laster på de ugunstigste plasseringer som dekker de dynamiske effektene fra normal trafikk. LM3 angir akslinglaster for spesialkjøretøy, som for eksempel industritransport, som kan kjøre ruter som er tillatt for unormale laster. Videre angir LM4 laster fra folkemengder.

Lastmodell 1

LM1 består av to partielle systemer, “tandem system” - “TS” og “uniformly distributed loads system” - “UDL system”. Dette er henholdsvis dobbelakslet konsentrerte laster hvor det skal plasseres kun én per kjørefil og gjevnt fordelte laster som skal plasseres på ugunstigste plass i kjørefila. I “TS” skal hver aksling ha vekten gitt som

$$\alpha_Q Q_k \quad (4.2)$$

og denne skal fordeles over to identiske hjulpunkter slik at en kontaktflate tilsvarende lasten lik $0,5\alpha_Q Q_k$ der kontaktflaten er kvadratisk med sider på 0,4 m. I “UDL system” er den jevnt fordelte lasten gitt som

$$\alpha_q q_k \quad (4.3)$$

hvor denne skal fordeles på de ugunstigste plassene i veibanen, både langsgående og på tverrs. På de gjenstående områdene skal belastningen være gitt som

$$\alpha_{qr} Q_{rk} \quad (4.4)$$

Korreksjonsfaktorene α er gitt i nasjonalt tillegg, NA.4.3.2. Ved verdien lik 1,0 korresponderer dette til en forventet trafikk av tung industriell internasjonal trafikk med en betydelig del tungtransport.

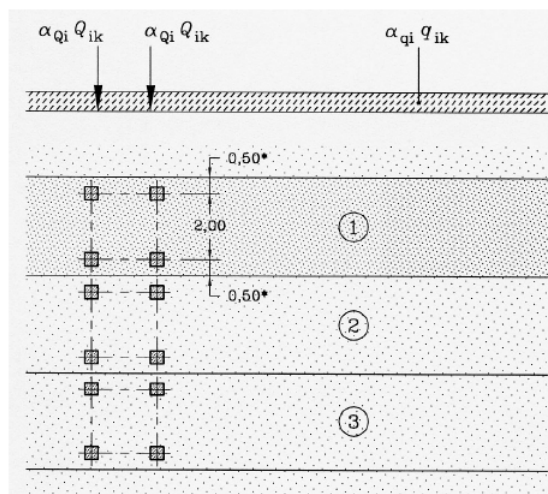
$$\begin{aligned} \alpha_{Qi} &= 1,0 && \text{for } i=1, 2 \text{ og } 3 \\ \alpha_{q1} &= 0,6 \\ \alpha_{qi} &= 1,0 && \text{for } i > 1 \\ \alpha_{qr} &= 1,0 \end{aligned}$$

De karakteristiske verdier for Q_{ik} og q_{ik} , inkludert dynamisk forsterkning, som skal brukes finnes i tabell 4.2

Tabell 4.2: Karakteristiske verdier for lastmodell 1

Location	Tandem system TS	UDL system
	Axle loads Q_{ik} (kN)	q_{ik} (or q_{ik}) (kN/m ²)
Lane Number 1	300	9
Lane Number 2	200	2,5
Lane Number 3	100	2,5
Other lanes	0	2,5
Remaining area (q_{ik})	0	2,5

Anvendelse av LM1 er illustrert i figur 4.2 hvor avstanden mellom akslingene er gitt til 1,2 m.

**Key**

- (1) Lane Nr. 1 : $Q_{1k} = 300$ kN ; $q_{1k} = 9$ kN/m²
 (2) Lane Nr. 2 : $Q_{2k} = 200$ kN ; $q_{2k} = 2,5$ kN/m²
 (3) Lane Nr. 3 : $Q_{3k} = 100$ kN ; $q_{3k} = 2,5$ kN/m²

* For $w_l = 3,00$ m

Figur 4.2: Anvendelse av lastmodell 1

Standarden oppgir i tillegg et sett med forenklete regler for LM1 for bruk i en modell hvor de globale og lokale effektene kan beregnes separat. Dette er gitt i pkt 4.3.2(6), men ifg. NA.4.3.2 skal de forenklete, alternative reglene ikke benyttes med mindre det er angitt for et prosjekt.

Trafikklastenes plassering i brubanen til modellene i oppgaven utbroderes i ref

Lastmodell 2

Lastmodell 2 består av en last fra en enkeltaksling, gitt som

$$\beta_Q Q_{ak} \quad (4.5)$$

hvor Q_{ak} settes lik 400 kN og ifg NA.4.3.3 er $\beta_Q = 1,0$. Lasten er inkludert dynamisk forsterkning og denne bør plasseres på et utvalgt sted i kjørebanelen. Hvis relevant, kan også kun et hjul på 200 β_Q kN tas i betraktning. Størrelsen på kontaktflaten er for LM2 gitt til å være et kvadrat med sider på 0,35 m og 0,60 m. I følge tabell NA.4.4a skal ikke LM2 kombineres med andre lastmodeller og siden de globale effektene vil bli størst med LM1, på grunn av større laster, tas ikke LM2 med i betraktning av modellene videre i oppgaven.

Øvrige lastmodeller

Lastmodell 3 kan, ifg NA4.3.4, bestemmes på det enkelte prosjekt, mens lastmodell 4, for laster fra folkemengder, settes til å være en gjevnt fordelt last på 5 kN/m^2 .

Horisontalkrefter oppstår fra bremse- og akselerasjonskrefter og omhandles i 4.4 i 1991-2:2003+NA:2010. Etter tabell NA.4.4a skal disse lastene kombineres med en ofte forekommende verdi fra LM1, altså ikke den største dimensjonerende verdien. Horisontalkrefter kan skape uvisse effekter, f.eks. torsjon i planet ved skjeve opplegg og uønskede horisontale virkninger i bruklagere. Dette er ikke videre behandlet i oppgaven og horisontallastene blir derfor neglisjert i den videre sammenligningen.

5. Håndberegninger

I dette kapitlet utføres kontrollberegninger for å sikre at modellene kan godskrives, samt beregning av armeringsmengder der membranmetoden presenteres kort. Armeringsmengdene sammenlignes tilslutt mellom de ulike modeller og diskuteres.

5.1 Kontroll av beregningsmodeller

For å verifisere at brumodellene er fornuftig modellert i analyseprogrammene er noen utvalgte verdier kontrollert ved å utføre enkle beregninger for hånd med forskyvningsmetoden, det er brukt et tabellverk for momenter og det er utført enkle analyser i rammeprogrammet, Focus 2D. Resultatene fra disse utregningene er ment for sammenligning av brumodellen med rette opplegg i NovaFrame.

Verdier som kontrolleres er maksimalverdier av momenter i felt og over støtter, og totale oppleggskrefter. Tabellverket av Zellerer and Anger [1975] gir momentervirkningene for en 3-feltsdrager.

Håndberegningene er utført i mathcad der forskyvningsmetoden ved direkte momentfordeling er benyttet, se vedlegg A. Forskyvningsmetoden er brukt for å kontrollere momentverdier og oppleggskrefter både for egenvekt og for ugunstigste trafikklastplassering.

Resultatene fra forskyvningsmetoden sammenlignes med resultatene for bruene med rette opplegg i NovaFrame og Diana. Resultatene kan ses i tabellene 5.1, 5.2 og 5.3.

Tabell 5.1: Resultater fra kontrollberegninger med egenvekt som last

Momenter [kNm]	Midtspenn	Støttemoment	Sidespenn
Tabellverk	10 944	-18 560	8 268
Focus 2D	11 042	-18 358	8 302
Forskyvningsmetoden	10 919	-18 482	8 299

Tabell 5.2: Oppleggskrefter fra forskyvningsmetoden med egenvekt som last

Oppleggskrefter [kN]	Kantopplegg	Søyleopplegg	Totalt
Forskyvningsmetoden	893	3283	16 704

Tabell 5.3: Resultater fra kontrollberegning med trafikklast

Momenter i:	Midtspenn	støttemom	Skjærkraft
Forskyvningsmetoden	9 636	-7 131	1 768

Håndberegningene gir gode overensstemmelser ved sammenligning med de to programmene slik at det konkluderes med at brumodellene gir tilfredsstillende resultater.

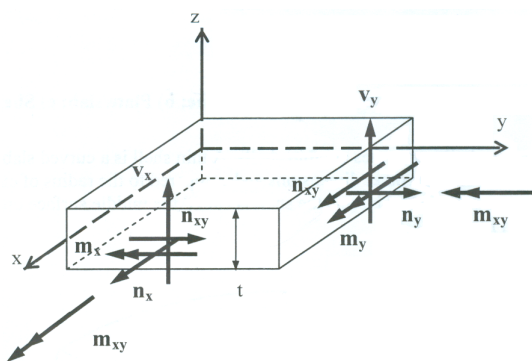
5.2 Nødvendig armeringsmengder

Det blir sett på nødvendige armeringsmengder over støtte for brumodellene i både Diana og NovaFrame. Resultatene skal sammenlignes for de ulike modellene med skjeve opplegg og hva programmene seg i mellom gir av forskjeller. Det er armeringsmengdene som praktisk sett viser hvordan kreftene tas opp i tverrsnittet og f.eks. ulike fordelinger av krefter kan bunne ut i de samme mengdene med armering. Derfor er dette en, praktisk sett, interessant sammenligning og det fokuseres på armering i lengderetning langs brua som har det største behovet.

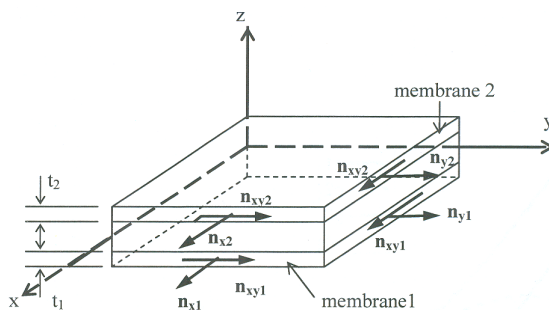
I en FEM-modell kan kreftene hentes ut i ulike punkter over tverrsnittsbredden som viser ulike virkninger, mens i bjelkemodelen fås kun én verdi som må fordeles over hele tverrsnittet. Fordelingen må her gjøres etter skjønn, men behovsmessig vil det være nødvendig med en større armeringstetthet over støttene og en mindre tetthet i mellom støttene. Denne fordelingen vil det være mulig å hente ut fra en FEM-modell og det er her en slik modellering har sin styrke. Det gir en større mulighet for optimalisering av

tverrsnittet.

I SVV. Håndbok 185 [2011] under punkt 5.3.4.1.4 står følgende: ‘*Dimensjonering av skiver, plater og skall kan baseres på krefter som virker i planet. Ved samtidig virkende momenter og membrankrefter kan dimensjoneringen foretas ved at konstruksjonsdelen antas oppdelt i lag der lastvirkningene opp-tas som membrankrefter jevnt fordelt over tykkelsen i hvert lag. . .*’. I Diana tas det ut seks forskjellige krefter som skal benyttes i membran-metoden, omtalt i kompendiumet til Sørensen and Øverli [2011].



Figur 5.1: Krefter i skallmodell



Figur 5.2: Membran-metoden, ekvivalente krefter

Membran-metoden, også kalt skivemetoden, er en enkel metode for å dimensjonere betongskall. Alle åtte spenningsresultanter i et skallelement, se figur 5.1, bestående av to bøyemomenter m_x og m_y , torsjonsmoment m_{xy} , to tverrskjærkrefter v_x og v_y , og tre membrankrefter n_x , n_y og n_{xy} , gjøres om til seks moment- og membrankrefter, se figur 5.2. Skjærkreftene neglisjeres i denne metoden. Membrankreftene fordeles så i to lag i betongskallet, et topplag og et bunnlag mens midtpartiet ikke tas med i betraktning. Tykkel-

se på skivene kan ha forskjellig størrelse og de bestemmes ut ifra den indre armen i tverrsnittet gitt som

$$z = h - 0,5(t_1 + t_2) \quad (5.1)$$

der h er høyden på tverrsnittet og t_1 og t_2 tykkelse på de to membraner. Det er utarbeidet et mathcad-ark på utregningsmetoden som kan ses i vedlegg B.

Armeringsmengder er beregnet for de fire brumodellene laget i Diana og for NovaFrame med to forskjellige valg av oppleggsmetoder. For å få et godt sammenligningsgrunnlag er det valgt å kun se på effekter av egenvekten, dog vil et dimensjonerende lasttilfelle praktisk sett bestå av mer enn kun egenvekt.

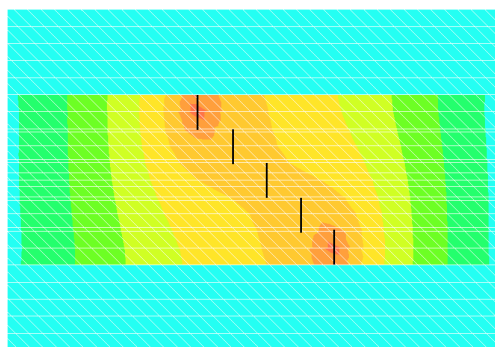
De to ulike modelleringsløsningene som er valgt for sammenligning i NovaFrame gir store forskjeller i lastvirkninger. For gjennomgang av ulike modeller i NovaFrame, se 6.2. Den ene løsningen, kalt “alt. 1”, inneholder master-slave-noder forbundet til samme node uavhengig av skjevhet på opplegg og den andre har master-slave-noder som er forbundet i størst mulig grad normalt til bruaksen, kalt “alt. 2”, se avsnitt 6.2.

Armeringsmengdene for NovaFrame-modellene er beregnet ut fra bøye-momentene M_{sx} i lengderetning som opptrer over støtta. De er gitt etter formelen for nødvendig armering bestemt ut fra momentlikevekt med en fullt utnyttet trykksone

$$A_{sx} = \frac{M_{sx}}{f_{yd} \times z} \quad (5.2)$$

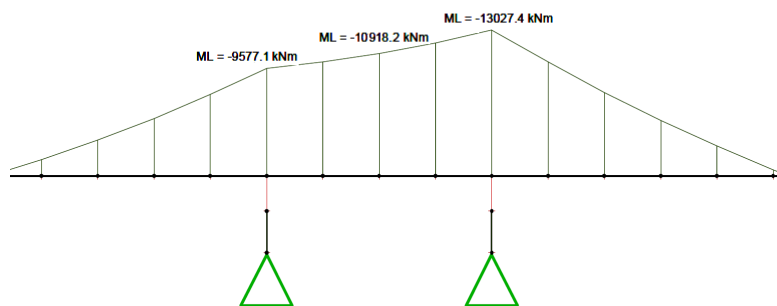
der z er indre momentarm gitt i tabell 3.1 og f_{yd} definert i avsnitt 3.3. Momentverdien, M_{sx} , er funnet over støtta som gir det største momentet.

For “alt. 1” er det et samlet støttemoment som opptrer og ved skjeve opplegg må de beregnede armeringsmengdene gjelde over tverrsnittet for begge søylepunktene. Momentverdien som plukkes ut av NovaFrame gjelder for hele tverrsnittet og det er blitt valgt å fordele denne over 5 m, som utgjør midtpartien på brudekket. Som vist av resultater i Diana er det midtdelen som tar opp hoveddelen av momentet i tverrsnittet og “vingene” bidrar i liten grad. Dette har derfor dannet grunnlaget for å fordele utregnet nødvendig armering kun i midtdelen. Det er også beregnet armeringsmengder for “alternativ 2”, men da dette ikke virker som en god løsning, diskutert i avsnitt 6.2, vil heller ikke armeringsmengdene her sies å kunne være et sikkert resultat.



Figur 5.3: Konturplott for støttemoment i Diana for 45° brumodell, metersstriper for armeringsberegning

I Dianamodellene med skjeve opplegg er virkningene tatt ut over den værste påkjente søyla og inn på midten av tverrsnittet mellom oppleggspunktene, slik at de reduserte verdiene mellom søylene blir med i beregningen. Dette medfører at fordelingen av armering blir mer optimalisert og denne metoden er brukt for fem metersstriper over midtdelen som vist i figur 5.3. Av figuren ses også



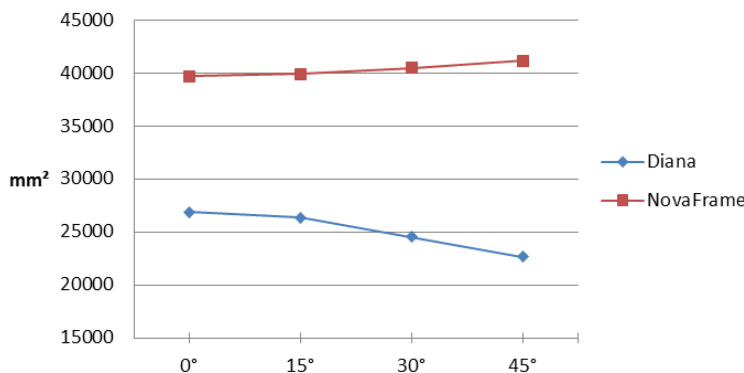
Figur 5.4: Momentplott over støtte i NovaFrame “alt. 2” for 45° brumodell, til armeringsberegning

Resultatene for armeringsmengder blir presentert i to tabeller. Tabell 5.4 viser de utregnede verdiene for Dianamodellene og for modellene i NovaFrame etter “alt. 1”. Tabell 5.5 viser de to modelleringsalternativene i NovaFrame og resultatene opp mot hverandre. Det ble valgt å bruke “alt. 1” i sammenligningen mellom programmene da denne modellen representerer en typisk bjelkemodell som er brukt for videre sammenligning i oppgaven. Tabellen viser en stor forskjell mellom programmene for alle oppleggsvinklene der

den rette modellen har minst avvik fra Diana med hele 47,6 %. Avvikene vokser der NovaFrame får større verdier, mens Diana får et mindre behov for økende oppleggsvinkel. Den sistnevnte har fått en optimalisert mengde hvor det er tatt hensyn til mindre krefter i sonen mellom oppleggspunktene, vist i figur 5.3, mens NovaFrame-modellen har fått en stor mengde fra momenttoppen over støttene. Her er det ikke mulighet for å redusere eller fordele ulikt utover ved hjelp av opplysninger fra bjelkemodellen. Alikevel vil det under praktisk utførelse være nødt til å ligge tettest over søyler og hvor mye det kan reduseres mellom oppleggene fås ikke fra bjelkemodellen.

Tabell 5.4: Nødvendige armeringsmengder over støtte for Diana og NovaFrame

Armeringsmengder for egenvekt [mm^2]				
Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Diana	26 894	26 360	24 516	22 672
NovaFrame alt.1	39 700	39 927	40 476	41 136
Avvik målt i økning	47,6 %	51,4 %	65,1%	81,4%



Figur 5.5: Armeringsbehov for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast

Totalt sett gir bjelkemodellen et ca 50 % høyere armeringsbehov for 0° og 15° skjevhet. Ved å legge inn denne mengden for langsgående armering kan dette være så mye at den dekker behovet også for torsjon og tverrmoment. Videre for 30° og 45°-modellene økes forskjellen drastisk. En så stor forskjell var det ikke forventet på forhånd der verdiene i Diana synker og NovaFrame øker.

Tabell 5.5 viser forskjellen mellom to ulike måter å modellere søylepunktene på, med svært varierende resultater for armeringsbehov. For “alt. 1” samles

Tabell 5.5: Nødvendige armeringsmengder over støtte for alternative modeller i NovaFrame

Armeringsmengder for egenvekt [mm^2]				
Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
NovaFrame alt.2	39 603	39 321	31 423	24 085
NovaFrame alt.1	39 700	39 927	40 476	41 136
Avvik målt i økning	0,2%	1,5%	28,8%	70,8%

kreftene over støtta i et punkt, dvs. at kreftene som oppstår over støttepartiet fordeles kun til et punkt langs bjelkeaksen. Dermed blir momentverdien høyere og videre også armeringsbehovet i denne sammenligningen. Siden støttemomentet viser en økning med en større vinkel på oppleggene, virker dette direkte inn til at armeringsbehovet øker. For modellen med 45° skjevhet er det hele 70,8 % større behov for den enklere modellen enn for “alt. 2”. Den sistnevnte modellen gir et meget redusert behov som nærmer seg de optimaliserte verdiene for Dianamodellen. Om dette er et realistisk behov kan ikke fastslås da måten den er modellert på ikke er tilstrekkelig verifisert.

6. Bjelkemodell - NovaFrame

I dette kapitlet presenteres bjelkemodellene som utgjør den ene halvdel av sammenligningsgrunnlaget i denne oppgaven. Det blir fremvist alternative modeller som har blitt vurdert, forklart om trafikklaster i programmet og til slutt vist en sammenligning av lastvirkninger for modellene med ulik oppleggsvinkel der resultatene også kommenteres.

6.1 Bjelkeprogram

NovaFrame er et tredimensjonalt rammeprogram som er basert på elementmetoden. Det er utviklet av Dr.Ing. A.Aas-Jakobsen A/S og er tilpasset bruker for statiske og dynamiske analyser, samt dimensjonering. Brukergrensesnittet er relativt oversiktlig med en modelleringsprosess lagt opp steg for steg. Det kan i noen tilfeller være mer oversiktlig å bruke input-filer til redigering av modellen ved bruk av et eksternt tekstfil-program. Input-filer kan enkelt mates inn i programmet, både for en hel modell og f.eks. kun for lasttilfeller.

6.2 En studie med ulike opplegg

Det er blitt utarbeidet en rekke modeller med ulike oppleggssystemer for å studere oppførselen til brumodellen. For å lage en god sammenligning mellom to ulike dataprogrammer er det viktig å modellere slik at modellene oppfører seg så likt som mulig. I tillegg er det en fordel å kunne forutse hvilken retning resultatene tar. Derfor ble det modellert følgende brumodeller

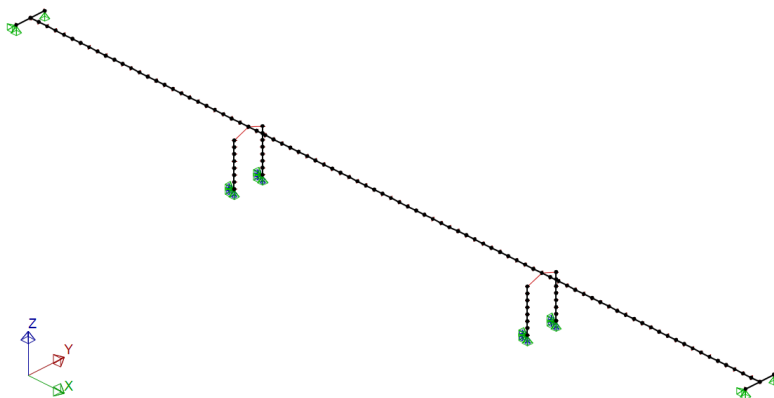
- brumodell med fast innspente søyler monolittisk forbundet til overbygget

- brumodell fritt opplagt på bjelker
- brumodell fritt opplagt på korte søyler, med to alternative forbindelsesløsninger for skjeve opplegg

Hver av tilfellene blir beskrevet og diskutert nedenfor.

Søyler, monolittisk forbundet

Dette er den første modellen som ble utviklet med tanke på å skape en virkelighetsnær modell for hele brua ved å inkludere monolittiske søyler. Endeoppleggene består av to punkter med fastholding i z-retning og et fastholdt i y-retning, se figur 6.1 for globalt aksesystem. Dette gjør at brua kan forskyves i lengderetningen, som ved praktisk utførelse kan bestå av en glideskjøt som forhindrer tvangskrefter. Endeoppleggene er tilknyttet bjelker som representerer landkar. For å modellere søylene monolittisk til brudekket er det brukt “master-slave” forbindelse som knytter nodene i søyletoppene til en node i bruelementene. Dette virker som en fast innspent forbindelse og oppfylder dermed kravene som ønsket. Rotasjoner og forskyvninger ivaretas med lengden i mellom “master-slave-nodene” tatt i betraktning NovaFrame Userguide [2011].



Figur 6.1: Brumodell med monolittisk forbundet søyler

Søylene er fast innspent til fundamenter i bakken og dette er fremstilt med opplagerbetingelser med fastholding mot alle forskyvninger og rotasjoner. Søylene bidrar til å stive av hele brua i lengderetning. Siden begge søyler er

innspent i brudekket kan dette skape tvangskrefter som oppstår ved f.eks. temperaturpåkjenninger.

Stivheten på endebjellene er kontrollert ved å sjekke nedbøyningen den får av total egenvekt. Kraftene i oppleggene, vist i tabell 6.4, kan konservativt settes til 4000 kN for å vise en nedbøyning beregnet til

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI} \approx 1,8\text{mm} \quad (6.1)$$

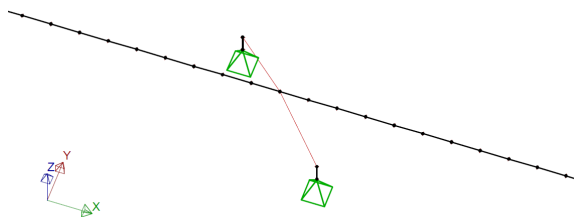
med $L = 4\,000$ mm, $E = 36\,000$ MPa, $I = \frac{1}{12} \times 1000^4$. Dette vurderes til å ikke være tilfredsstillende for systemet der dette vil påvirke den totale nedbøyningen av brudekket og kraftfordelingen. En løsning kan være å øke bjelke­dimensjonene for å oppnå er større stivhet, men denne oppleggsmetoden anses ikke som beste alternativ.

Bjelker, fritt opplagt

I en tidligere oppgave, Nilsen [2008], ble det sett på bjelker som opplagring fremfor søyler i spennet. Hensikten blir å lage fritt opplagte forbindeler på søylene for å forhindre at søylene tar opp moment. Den statiske modellen blir dermed enklere og det fokuseres mer på selve brutverrsnittet. I dette tilfellet er det valgt å fastholde det ene endeopplegget i bruas lengderetning, de andre i z- og y-retning og kun fastholding i z-retning ved opplagere i spennet. Denne modellen får ikke tvangskrefter siden den kun fastholdes i en ende og er ellers fri til å forskyves. Dermed er dette en god modell for sammenligning der det skal fokuseres på skjeve opplegg og virkninger fra egenvekter og trafikklaster. En ulempe med denne modellen er at bjelkene i spennet ikke er 100 % stive, som beskrevet i avsnittet over. I tillegg vil det ved økende oppleggsvinkel føre til at bjelken får en lavere stivhet pga. den økte lengden mellom oppleggspunktene. Dette spiller i større grad inn her når bjelkene plasseres ute i spennet hvor kreftene blir flere ganger større enn ved endeopplegg, se tabell 6.4 for oppleggskrefter i “alternativ 1”. Etter beregninger av nedbøyninger i NovaFrame i noden tilknyttet bjelkene ved første støtte, viser dette at bjelken får betydelige nedbøyninger, se tabell 6.1. Dette øker også i takt med oppleggsvinkelen, der modellen med 45° oppleggsvinkel får en nedbøyning på 8 mm ved støtta ifølge NovaFrame. Dette vil ikke gi et godt grunnlag for nøyaktig beregning og alternativene blir å øke bjelkehøyden betraktelig eller velge en annen løsning.

Korte søyler, alternativ 1

Siden forrige løsning med bjelker i spennet ikke var 100 % tilfredsstillende er det også valgt å se på løsningen med korte, fritt opplagte søyler. Som i modellen med lange søyler er det her brukt “master-slave-noder” for å få en tilfredsstillende forbindelse. Forskjellen er at søylene er fritt opplagt, kun fastholdt i z-retning og er laget med et element på 750 mm som har høy stivhet med diameter 900 mm.



Figur 6.2: Brumodell 45° med søyler forbundet i samme node på bruaksen ved “master-slave-noder”

For å bevise at søylene er tilstrekkelige for å virke som et “node-punkt” så gir maksimale opplagskrefter, konservativt valgt til 4000 kN, en lengdeendring på søylene satt til

$$\Delta = \frac{NL}{EA} = \frac{4000kN \cdot 0,75m}{36000MPa \cdot (\pi \cdot (0,45m)^2)} \approx 0,13mm \quad (6.2)$$

- som er neglisjerbart. Beregninger i NovaFrame viser en nedbøyning i underkant av 0,1 mm i noden over støtte, nevnt tidligere, i alle modellene med ulike oppleggsvinkler. Det kan konkluderes med at dette er en akseptabel modellering, kalt “alternativ 1”, og den vil bli videre brukt for sammenligning i oppgaven.

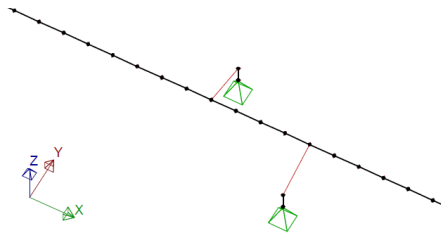
Korte søyler, alternativ 2

Etter en del sammenligninger av modellene nevnt over ble det utarbeidet en siste løsning for modellering av opplegg i NovaFrame-modellen. For å betrakte søylenes tilkobling til tverrsnittet på en alternativ måte, ble det valgt å forsøke å koble hvert søylepunkt til ulike noder. For å modellere

Tabell 6.1: Nedbøyninger for NovaFrame-modeller med ulike opplegg

Nedbøyninger for egenvekt [mm]				
Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Alternativ 1: Midtfelt	-23,2	-23,7	-23,1	-21,7
Alternativ 2: Midtfelt	-23,2	-23,7	-22,5	-19,3
Bjelkeopplegg: Midtfelt	-27,9	-26,9	-28,4	-32,3
Alternativ 1: Støttenode	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1
Bjelkeopplegg: Støttenode	-3,1	-3,2	-4,4	-8,0

den eksentriske søyletilkoblingen ble det brukt “master-slave-noder” som i alternativ 1, men nå ble det brukt to “master-noder” som i størst mulig grad lå normalt på bruaksen ift. søylepunktet. Ønsket var med dette at søyleoppleggene ville bli mer individuelle for å se om denne oppførselen kunne være en bedre sammenligning mot en platemodell. For modellene med 0° og 15° oppleggsvinkel var det ikke hensiktsmessig å splitte “master-noden” da en slik kobling ville gitt et dårligere bilde da en 15° oppleggsvinkel ikke skaper en så stor avstand mellom søylepunktene i lengderetningen. Denne modellen, kalt “alternativ 2”, er dermed også valgt til videre bruk og sammenligning i oppgaven, sammen med “alternativ 1”. Forskjeller diskuteres i avsnitt 6.5

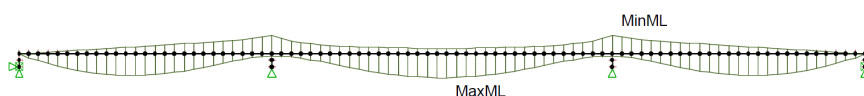
**Figur 6.3:** Brumodell 45° med søyler forbundet normalt på bruaksen ved “master-slave-noder”, alternativ 2

6.3 Trafikkklaster

I NovaFrame beregnes trafikkklaster på følgende måte. Først må det lages en trafikklinje som spesifiserer hvilke elementer som skal påkjennes av lasten. Det er denne linja som trafikklastene knyttes til senere. Elementene som inngår i trafikklinja kan deles inn i flere delementer om ønskelig hvor

lastene vil bli fordelt, alt etter hvor nøyaktig analysen skal være. På hvert delement genereres to lasttilfeller som består av en sentrert punktlast og et torsjonsmoment. Det er likevel foretatt forenklinger i programmet som gjør at de jevnt fordelte lastene blir omgjort til en punktlast som virker midt på delementet og punktlaster kommer ikke nærmere et opplegg enn avstanden på et halvt delement.

Lasttilfellene LM1 og LM2 for bilveier, som tidligere er omtalt i avsnitt 4.1.1, er forhåndsprogrammert inn i NovaFrame. Dette vil si at det på et lastfelle er lagt opp til å plote inn verdiene på lastene og andre faktorer direkte fra NS-EN 1991-2:2003+NA:2010. Deretter genererer programmet et influensdiagram for ugunstigste lastvirkning i hvert element for valgt trafikklast, her LM1 for bøyemoment i figur 6.4.



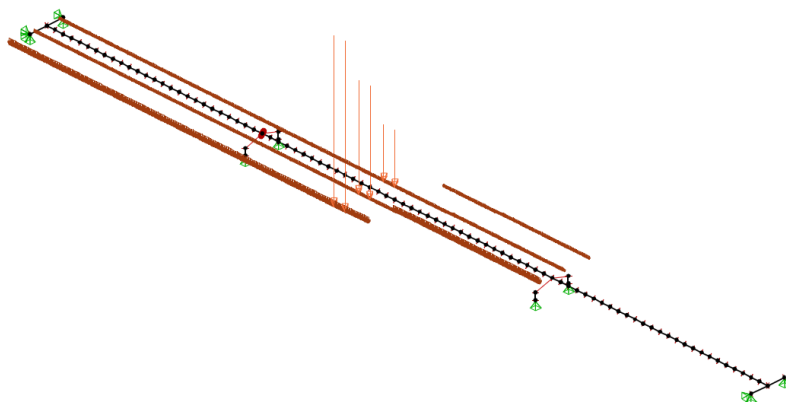
Figur 6.4: Influensdiagram for moment for LM1, brumodell med rette opplegg

Trafikklastplassering for ugunstigste lastvirkning kan vises i NovaFrame og dette kommer til nytte i andre programmer som ikke har dette innebygd. Plasseringene som finnes i NovaFrame er vurdert og brukes videre i Diana slik at det ugunstigste tilfellet oppnås. Plasseringen av trafikklasten for største torsjonsmoment over støtte, fra figur 6.4, presenteres i figur 6.5. De jevnt fordelte lastene som virker i LM1 omgjøres til linjelaster som kan ses av figuren. I Dianamodellene blir de modellert etter standarden som jevnt fordelte flatelaster, se 7.4.

Videre vises trafikklastplasseringen for de ulike lastvirkningene for brumodellen med rette opplegg.

6.4 Lastvirkninger

Det er produsert resultater for feltmomenter, støttemomenter, skjærkrefter og torsjon som leses direkte ut av programmet etter analysering. Siden NovaFrame er et bjelkeprogram og modellen består av én bjelkeakse fås kun én verdi over tverrsnittsbredden. Ved dimensjonering må det derfor vurderes hvordan denne verdien skal behandles. Enten fordele den jevnt ut over



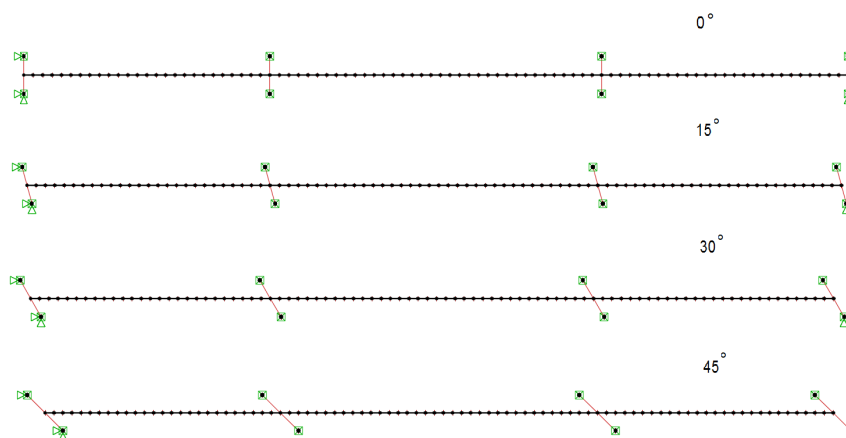
Figur 6.5: Trafikklastplassering for LM1 for størst torsjonsmoment, “alt.1” med rette opplegg

tverrsnittet eller vurdere en mer lokal konsentrering av virkningene som det da dimensjoneres for.

En effekt som har vist seg å være gjeldene for alle brumodellene med skjeve opplegg er utviklingen av moment i bruendene. For den rette brua blir det ingen momenter i enden siden oppleggene ikke er fastholdt mot rotasjon. Når oppleggene gis en vinkel dannes det et kraftpar av eksentrisiteten til bruaksen. Dette illustreres i figur 2.3 fra kompendiumet Petersson and Sundquist [2001]. Dette resulterer i at feltmomentet reduseres, samtidig som torsjonen økes.

6.5 Sammenligning for skjeve opplegg

Det vil her bli sammenlignet resultater for brumodellene med ulike oppleggsvinkler. To av brumodellene med ulike oppleggsvarianter i NovaFrame, alternativ 1 og 2, vil bli vurdert mot hverandre. Det er dog kun modellene med 30° og 45° oppleggsvinkel som skiller disse alternativene, beskrevet under avsnitt 6.2, og det er valgt å inkludere alle verdiene i tabellene for helhetens skyld.



Figur 6.6: Brumodellene i NovaFrame med skjeve opplegg

6.5.1 Virkninger fra egenlast

Det er valgt å bruke egenlast som et lasttilfelle for sammenligningen, grunnet at lasten er konstant og jevnt fordelt uavhengig av oppleggsvinkel. Det gjør forskjellene mellom modellene mer tydelige. Følgende to tabeller, 6.2 og 6.3, viser lastvirkninger for begge modelleringsalternativene, begge med de forskjellige bruene med ulik grad av oppleggsvinkel.

Merk at i kapittel 8 er verdiene for egenvekt i NovaFrame blitt nedjustert med faktoren 0,981 da det viste seg at programmene ikke har hatt et likt sammenligningsgrunnlag, se avsnitt 3.5.

Tabell 6.2: Lastvirkninger [kNm] for egenlast i NovaFrame, “alt.1”

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	10 899	11 031	10 886	10 513
Feltmoment sidefelt	8 292	7 665	6 812	6 100
Støttemoment	-18 477	-18 345	-18 490	-18 863
Torsjonsmoment	0	4 923	9 082	10 397
Skjærkraft [kN]	-3 360	-3 360	-3 360	-3 360

Verdiene viser like tendenser for feltmomentene, både for midtfelt og sidefelt. De er svakt synkende for midtfeltet, mens for sidefelt synker verdiene i alt.2 mer drastisk med totalt 32 % fra 0° til 45° . Dette er pga. tilknyttingen

Tabell 6.3: Lastvirkninger [kNm] for egenlast i NovaFrame, “alt.2”

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	10 899	11 031	10 766	9 999
Feltmoment sidefelt	8 292	7 665	6 694	5 659
Støttemoment	-18 477	-18 345	-15 426	-13 056
Torsjonsmoment	0	4 923	9 479	11 335
Skjærkraft [kN]	-3 360	-3 360	-3 168	-2 976

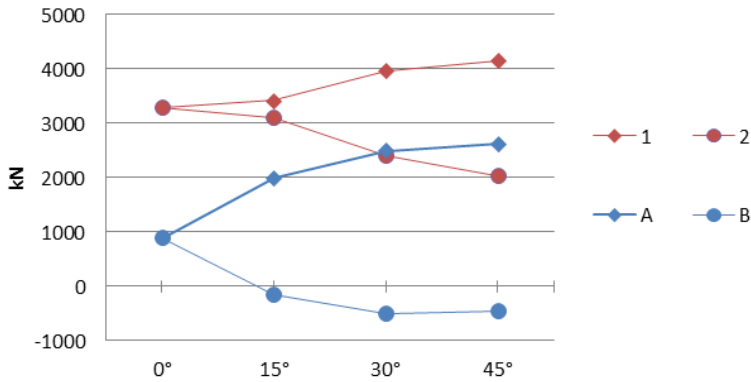
mellom søylepunktene og bjelkeaksen som forkorter den effektive spennvidden med 2 m per opplegg - totalt 4 m. I tillegg vil den største faktoren være endemomentet som oppstår pga. oppleggene med en eksentrisitet i forhold til hverandre. Støttemomentet for alt.1 viser at den holdes relativt konstant for de ulike oppleggsvinklene. For alt.2 minker denne, men dette er fordi verdien er hentet ut for kun ett opplegg.

Torsjonsmomentene utvikler seg med nesten en dobling fra 15° til 30°. For 30°til 45°økningen på ca 15 % for alt.1 og 20 % for alt.2. Denne forskjellen bunner igjen ut i modelleringen som tvinger brudekket inn i vridning i en større grad for alt.2 der oppleggene er koblet normalt til bruaksen. Torsjonsmomentene gjenspeiles i oppleggskreftene der tabell 6.4 viser dannelsen av et kraftpar i endeoppleggene allerede ved en oppleggsvinkel på 15°. Skjærkreftene holder seg konstante ved alt.1 og dette er forventet siden den totale fordelingen av krefter holdes konstant til oppleggsområdene.

**Figur 6.7:** Nummerering av opplegg

Oppleggskreftene blir også her sammenlignet for å få et klarere bilde av kraftfordelingen ved økende oppleggsvinkel. Tabell 6.4 og 6.5 gjelder for hhv. alternativ 1 og 2. Oppleggsnummereringen vises i figur 6.7. Kraftfordelingen i modellene med skjeve opplegg beskriver et økende torsjonsmoment i bjelkemodellene, som tidligere nevnt. Summen av kreftene i A og B ved endeopplegget øker med økende oppleggsvinkel. Kraftfordelingen endres med økende oppleggsvinkel og endeoppleggene vil bidra i større grad til kraftopptaket. Dette kan begrunnes med at endeopplegget tar til seg en større mengde krefter pga. et oppstående kraftpar. Figur 6.8 illustrerer

utviklingen av opplagerreaksjonene for ende- og feltopplegg.



Figur 6.8: Utvikling av opplagerreaksjoner for feltopplegg 1, 2 og endeopplegg A, B for “alt. 1”

Tabell 6.4: Oppleggskrefter [kN] for egenlast i NovaFrame, “alt.1”

Opplegg	0°	15°	30°	45°
A	893	1 991	2 493	2 626
B	893	-150	-507	-455
C	893	-150	-507	-455
D	893	1 991	2 493	2 626
1	3 283	3 417	3 955	4 151
2	3 283	3 094	2 411	2 030
3	3 283	3 094	2 411	2 030
4	3 283	3 417	3 955	4 151
Sum	16 704	16 704	16 704	16 704

6.5.2 Virkninger fra trafikklast LM1

Det er valgt å vise verdier fra virkningene fra et tilfelle med kun trafikklasten LM1. Plasseringen av LM1 er forskjellig for hver lastvirkning for å gi det ugunstigste tilfellet, beskrevet i avsnitt 6.3. Følgende to tabeller, 6.6 og 6.7, viser lastvirkningene for NovaFrame-modellene med begge alternative oppleggstyper.

Feltmomentene i midtspennet og sidefeltene viser en reduksjon for begge alternativene. Dette kan begrunnes i økningen i torsjon i brudekket samt en

Tabell 6.5: Oppleggskrefter [kN] for egenlast i NovaFrame, “alt.2”

Opplegg	0°	15°	30°	45°
A	893	1 991	2 573	2 792
B	893	-150	-584	-604
C	893	-150	-580	-595
D	893	1 991	2 570	2 782
1	3 283	3 417	3 975	4 233
2	3 283	3 094	2 387	1 941
3	3 283	3 094	2 384	1 933
4	3 283	3 417	3 979	4 233
Sum	16 704	16 704	16 704	16 715

forkortelse av feltet ved økt oppleggsvinkel. Ved en økende oppleggsvinkel tvinges brudekket i vridning og torsjonsmoment som skapes tas opp av kraftpar i oppleggene. Torsjonen er ikke vist for lasttilfellene som skaper maks feltmoment, men som det kan ses av tabellene for egenvekt vil torsjon oppstå ved en økende oppleggsvinkel. Det oppstår momenter i enden av brudekket som reduserer feltmomentet i sidefeltene.

Støttemomentene viser forskjellige tendenser. Verdien for alt.1 økes med 40 % fra 0° til 45° oppleggsvinkel, mens det for alt.2 varierer for modellene innenfor en økning på 15 %. En sammenligning av støttemoment for de forskjellige alternativene blir noe ukorrekt pga. tilkoblingen til forskjellig “master-node” i bruaksen og verdien som er hentet fra det ene opplegget. Økningen for alt.1 kommer av en mer optimalisert plassering for trafikklastene der kun feltene på hver side av betraktet støtte får laster. Støttemomentene i både ende- og feltopplegg vil øke med økende oppleggsvinkel.

Torsjonsmomentene er beregnet for en relativt lik trafikklastplassering for de forskjellige brumodellene, der det er fokusert på virkninger over samme støtte. Punktlastene er plassert på hver sin side av tverrsnittet, på kryss over støtta for å fremkalle vridning i området rundt feltoppleggene. Det er sett at for modellene med en økende oppleggsvinkel vil trafikklastplasseringen flytte seg litt rundt og ikke vise maksimal verdi for en låst plassering. Derimot, for å overføre plasseringene til FEM-modellen, er det av praktiske årsaker valgt å bruke en fast plassering og deretter studere virkningene. I FEM-modellene er det også sett at de største torsjonsvirkningene oppstår i området rundt søyleoppleggene slik at dette også er tatt i betraktning ved bestemmelse av trafikklastens plassering. I NovaFrame modellene ses det at torsjonen øker

fra rette opplegg til 15° med nærmere 30 %. Deretter avtar den og jevnes ut for ytterligere skjevhet. Torsjonen får ikke den samme tendensen i disse tilfellene slik som for egenvekten, der den øker kraftig, fordi det er valgt å fokusere på samme område på brua slik at det kan trekkes paralleller til resultater fra FEM-modellen. I alt.2 oppstår det en noe større verdi for bruene med skjeve opplegg igjen pga. søyleforbindelsen til bruaksen, som forsterker effektene av torsjon.

Skjærkraften er jevn for begge alternativene over alle brumodellene. Siden kreftene fordeles likt til hvert opplagerpar i bjelkemodellene vil skjærkraftene bli ca. konstante. De små forskjellene mellom de alternative oppleggs-systemene viser at alt.2 får en liten reduksjon.

Tabell 6.6: Lastvirkninger [kNm] fra trafikklaster LM1 i NovaFrame, "alt. 1"

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	9 230	8 187	7 364	6 945
Feltmoment sidefelt	8 362	6 851	5 445	4 819
Støttemoment	-7 125	-8 228	-9 109	-10 009
Torsjonsmoment	4 442	5 734	4 915	4 153
Skjærkraft [kN]	-1 772	-1 780	-1 789	-1 816

Tabell 6.7: Lastvirkninger [kNm] fra trafikklaster LM1 i NovaFrame, "alt. 2"

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	9 230	8 187	7 260	6 664
Feltmoment sidefelt	8 362	6 851	5 448	4 729
Støttemoment	-7 125	-8 228	-7 918	-7 621
Torsjonsmoment	4 442	5 734	5 227	5 349
Skjærkraft [kN]	-1 772	-1 780	-1 742	-1 728

6.5.3 Virkninger fra spennarmering

For å kunne se virkningene fra spennarmering uforstyrret av andre faktorer blir den her fremvist i følgende tabeller, 6.8 og 6.9, for alle modeller med ulike oppleggsvinkler. I modelleringen er det tatt hensyn kun til friksjon mellom kabelen og betongen og dette viser utslag i verdiene for midtfeltet og sidefeltet sammenlignet med hverandre. Alt.1 viser en økning i midtfeltet fra rette opplegg til de to neste skjevhetene, mens 45° får mindre bøyemoment i feltet. Momentet i sidefelt har en verdi på i underkant av 16 000 kNm for

0° og det reduseres jevnt med totalt 50 %. Støttemomentene får for begge alternativene et hopp opp i verdi fra 0° til 15° mens en reduksjon følger ved en mer økende vinkel. Her kan det igjen trekkes paralleller til torsjonsmomentet som oppstår, der moment i lengderetning reduseres som følge av økte torsjonsvirkninger og moment i endeopplegg. Torsjonen oppstår med en verdi på 9 544 kNm og øker for begge alternativene med hhv. 20 % og 33 %. Dette gir altså en økende verdi for torsjon, på samme måte som torsjonen øker for en påkjenning kun fra egenlast, der spennarmeringen gir større virkninger.

Skjærkreftene får i begge alternativer en økende verdi på inntil 19 % der forskjellen er størst for alt.1 som får verdien samlet over 2 oppleggspunkter.

Tabell 6.8: Lastvirkninger [kNm] fra spennarmering i NovaFrame, “alt. 1”

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	-12 564	-13 518	-13 881	-13 548
Feltmoment sidefelt	-15 935	-14 093	-12 202	-10 658
Støttemoment	13 633	14 318	13 274	12 249
Torsjonsmoment	0	-9 544	-10 887	-11 505
Skjærkraft [kN]	-2 714	-2 786	-2 970	-3 210

Tabell 6.9: Lastvirkninger [kNm] fra spennarmering i NovaFrame, “alt. 2”

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	-12 564	-13 518	-13 934	-13 590
Feltmoment sidefelt	-15 935	-14 093	-12 062	-10 222
Støttemoment	13 633	14 318	13 155	11 761
Torsjonsmoment	0	-9 544	-11 229	-12 663
Skjærkraft [kN]	-2 714	-2 786	-2 947	-3 130

7. Platemodell - Diana

I følgende kapittel presenteres den andre halvdel av brumodellene som blir modellert i FEM-programmet. Modelleringsprosessen blir lagt frem, samt kontroller og verifiseringer av modellene ved ulike metoder. Det blir også beskrevet litt om trafikklaster i FEM-programmet og om uttak av resultater for de ulike lastvirkningene. Til slutt blir det gjort en sammenligning og en diskusjon av resultatene fra modellene med ulik oppleggsvinkel.

7.1 FEM-programmet Diana

Diana er et FEM-analyse program basert på forskyvningsmetoden. Programmet er et kraftig verktøy som ikke gir begrensninger i modellenes geometri. Dette gjør at modellene kan lages svært virkelighetsnært. Ved bruk av et slikt elementmetodeprogram er det viktig å ha litt kunnskap om elementmetodens muligheter og begrensninger og kjenne til hvordan konstruksjonen som modelleres virker, slik at resultater kan tas ut med et øye som kan vurdere resultatene programmet gir.

Det er brukt mye tid på å lære programmet og utarbeide modellene slik at det danner et godt sammenligningsgrunnlag for en studie mellom to ulike modelleringsprogram. Dette har ført til at det er blitt gjort noen antakelser og forenklinger for at forutsetningene skal bli best mulig. Det er blitt vurdert utforming av opplegg, plassering av trafikklaster, og vurdert ulike metoder for uttak av resultater. Disse ulike undersøkelsene legges frem senere i dette kapitlet.

7.2 Modellering

7.2.1 Prosessen

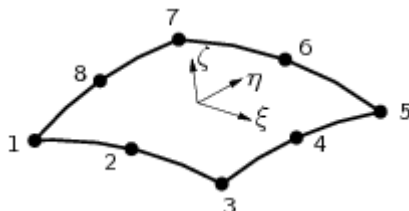
Modelleringen har vært en tidkrevende prosess og det er laget utallige modeller og endringer for å komme frem til endelig modell.

Det ble først laget en modell uten skjeve opplegg for å kunne sammenligne med NovaFrame og på denne måten verifisere om Dianamodellen gav gode resultater uten at effektene fra skjeve opplegg spiller inn. I denne modellen ble det brukt mye tid slik at modellen skulle gi en så god sammenligning som mulig. Det var også et mål å lage en solid modell siden planen var å bruke denne modellen som mal for de andre brumodellene. Ved utarbeidelse av bruene med skjeve opplegg ble den rette brumodellen duplisert. Alle linjene i modellen som går i bruas lengderetning ble forskjøvet i forhold til hverandre slik at ønsket oppleggsvinkel ble oppnådd. Alle noder, elementer, laster, 'set' osv. blir på denne måten opprettholdt.

Det negative med denne metoden er at akselplasseringen for trafikklast også forskyves. Dette fører til at aksellastene ikke lenger vil ha en riktig plassering i forhold til hva NovaFrame beskriver og hjullastene vil også forskyves i forhold til hverandre, noe som ikke vil være realistisk. Dette har blitt løst ved at aksellastene er tilegnet de riktige nodene på manuelt vis vha. input-filer, dat-filer for Diana. Elementet som er brukt gir også en begrensning i maks oppleggsvinkel da elementet ikke kan ha en vinkel på mindre enn 35° . Det ble derfor valgt å begrense brumodellene til modeller med skjeve opplegg på inntil 45° , slik at modellen med rette opplegg kunne brukes som en basis for alle brumodellene.

7.2.2 Mesh

Meshet er et enkelt mesh med så å si samme elementstørrelse over hele brua. Det er ikke brukt en finere inndeling rundt opplegg og trafikklaster, og meshet er derfor ikke egnet til å vurdere lokale effekter.



Figur 7.1: kurvet skallelement

Alle linjer deles inn i divisions som angir hvor mange elementer linjen skal deles inn i. Det deles inn slik at meshet blir tilfredsstillende. Det er brukt 4420 elementer av typen CQ40S som er et skall-element med 8 noder, se figur 7.1. Meshet beholdes med samme inndeling for alle modellene siden linjene kun blir forskjøvet i bruas lengderetning for å modellere skjevheten.

7.3 Verifisering av modellen, ulike studier

7.3.1 Konvergenstest

Det er kontrollert om meshet er tilstrekkelig forfinet slik at resultatene konvergerer mot eksakt løsning. Det er da betraktet de ulike resultatene som vist i tabell 7.1. Modellen er meshet med tre forskjellige elementstørrelser som gir ulikt antall elementer. Det er kun brukt tre modeller for å bevise konvergensten da det viser seg at resultatene konvergerer fort. Det er valgt å bruke modellen med 4420 elementer i det videre arbeidet.

Tabell 7.1: Konvergenstest i Diana ved ulike grader av forfinet mesh

Antall elementer	1 760	4 420	10 608
Nedbøyning [mm]	-24,3	-24,3	-24,3
Sum oppleggskrefter [kN]	-16 390	-16 385	-16 385
Feltmoment [kNm]	10 725	10 744	10 725
Støttmoment [kNm]	18 083	18 110	18 110

7.3.2 Kontroll av opplager

I tidligere oppgaver, bl.a. Bjørvik and Kirkevold [2010] og Børde [2011], er det blitt vurdert punktlager og linjelager som oppleggsmetoder, men kun for en plate over ett spenn. I denne oppgaven vurderes de samme alternativene i trespenssbrua med rette opplegg i tillegg til et alternativ med et stripelager som fastholder hele bredden av tverrsnittets midtdel i z-retning.

Tabell 7.2: *Kontroll av opplagertype*

Opplagertype	Punktlager	Linjelager	Stripelager
Nedbøyning [mm]	-24,3	-24,3	-23,7
Sum oppleggskrefter [kN]	-16 385	-16 366	-16 388
Feltmoment [kNm]	10 744	10 730	10 652
Støttemoment [kNm]	18 110	18 110	18 193

Ser av tabell 7.2 at de ulike oppleggsmetodene gir rimelig like verdier og forskjellene neglisjerbare, slik at det derfor er valgt å fortsette med punktopplegg på “søylestøttene”. På endeoppleggene er det valgt å modellere linjelager med en lengde på 500mm. I en global analyse som i dette tilfellet, er det blitt vurdert at det ikke oppstår unøyaktigheter i resultatene pga. at det plasseres en stor kraft i en node som kan føre til singulariteter. For lokale vurderinger bør kreftene fordeles ut over et større areal og modellen er dermed ikke egnet for dette.

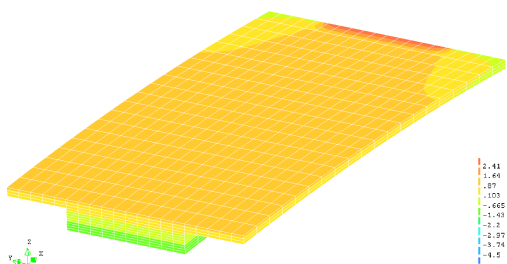
Årsaken til at forskjellene mellom de ulike oppleggstypene er så små er at oppleggene kun gis utbredelse i bruas bredderetning. Dette gir ikke brua større stivhet i lengderetningen. Hadde oppleggene også blitt gitt utbredelse i bruas lengderetning ville støttemomentet blitt mye større siden det da ville gitt større rotasjonsmotstand.

7.3.3 Kontroll av eksentrisk kobling i modellen

Det ble i tidlig fase vurdert om vingenes eksentrisitet, som danner T-tverrsnittet, ble modellert på en tilstrekkelig måte da det kunne ses at vingene bidro svært lite til opptak av moment. Det ble derfor gjort en del undersøkelser for å verifisere Dianamodellen. I første omgang ble spenningen i midtfeltet kontrollert og omregnet til moment. Dette gav et moment som stemte bra med resultatet fra NovaFrame og håndregninger. Da momentet ble forsøkt hentet ut ved å summere momentene over tverrsnittsbredden med hjelp av

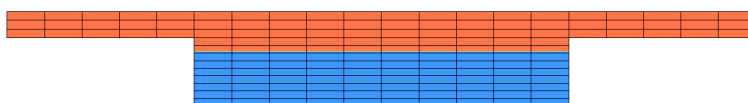
kommandoer i Diana, viste det seg at momentet ikke var det samme som ble funnet ved omregning fra spenningene. Dette skapte en del usikkerhet med tanke på om “vingene” var koblet riktig til midtdelen. Det ble derfor valgt å lage flere teststudier for å verifisere den eksentriske koblingen. De ulike studiene var:

- Det ble laget små enkle eksempler der vi testet flere ulike måter å modellere vingens eksentrisitet på. Vingen ble plassert eksentrisk ved å inkludere “ECCENT 0 0 450” i dat-filen, dvs. at geometrien gis en eksentrisitet.
- Det ble forsøkt et eksempel med layred shell elements som er elementer som kan deles inn i forskjellige lag som kan tilegnes ulike tykkelser og materialegenskaper. Skallelementet ble delt i to lag der det øverste laget ble gitt vingetykkelsen og betongens egenskaper. Det nedre laget ble gitt tykkelse slik at hele elementet fikk samme tykkelse som elementene i midtdelen. Denne delen ble tilegnet “dummy-egenskaper”, materialegenskaper som ble satt tilnærmet lik null. Dette gjør at kun det øverste laget blir virksomt. Denne metoden viste samme resultat som “ECCENT”-kommandoen.
- Det ble også valgt å modellere elementene i vingene med en eksentrisk plassering i forhold til midtdelens elementer og deretter koble sammen nodene langs overgangen med “tyings”. “Tyings”, også kalt “master-slave-forbindelser”, kobler to noder sammen uavhengig av plassering og ivaretar rotasjoner og translasjoner, også med tanke på eksentrisiteten. Å påføre dette i Diana er en tidkrevende prosess og etter veiledning fra førsteamanuensis ved Institutt for konstruksjonsteknikk, NTNU, Jan Arve Øverli, ble det foreslått å heller lage en modell med “solid elements” for å se hvordan spenningsfordelingen opptrer over tverrsnittet og sammenligne dette med skallmodellen.



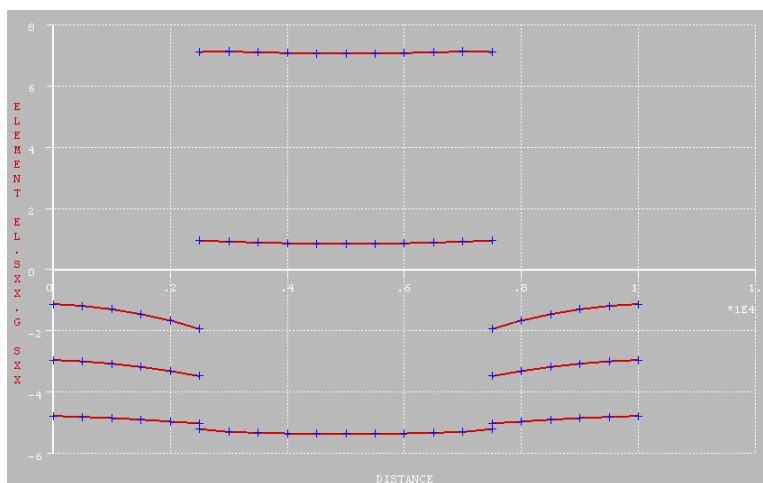
Figur 7.2: Brumodellen modellert med “solid elements”

- “Solid elements-modellen” gir et visuelt sett enklere bilde av spenningsfordelingen over tverrsnittet. Brutverrsnittet ble modellert som en 5 m lang utkrager der den ene ende ble fastholdt mot rotasjon - tverrsnittsflaten fastholdt i lengderetning og nedre hjørner fastholdt i z- og y-retning. På den andre enden av utkrageren ble det påsatt en linjelast over hele brubredden. De første resultatene ble ikke tilfredsstillende pga. for kort utkragerlengde slik at spenningen forårsaket av linjelasten ikke ble fullstendig fordelt. Utkragerlengden ble økt til 20 m og spenningsfordelingen over tverrsnittet tilsvarer resultater fra skallmodellen. Figur 7.2 viser konturplottet av spenningene.



Figur 7.3: Forenklet skildring av trykk- (blå) og strekkspenninger (streck) i “solid elements-modellen”

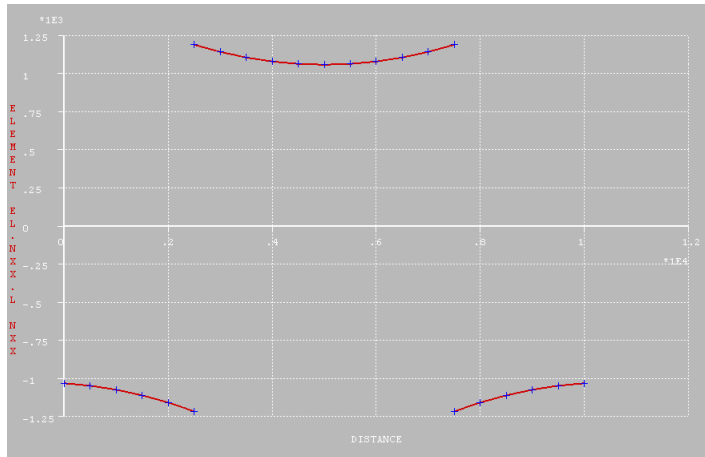
Figur 7.3 viser et forenklet konturplott av spenningsfordelingen over tverrsnittet og bekrefter at skallmodellen gir riktig spenningsverdier. Skallmodellens spenningsfordeling vises i grafen i figur 7.4.



Figur 7.4: Spenningsfordeling over tverrsnittet i midtfelt med gausspunktverdier

Dermed kan det konkluderes med at spenningene stemmer overens. Forklaringen til at momentsummen ikke stemte for brumodellen med eksentrisk

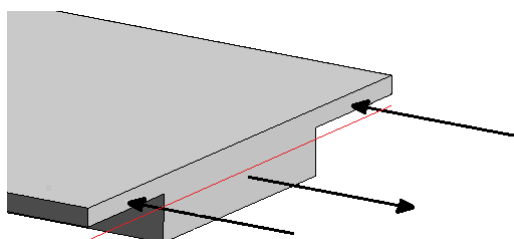
plasserte vinger er at det oppstår aksialkrefter i tverrsnittet som gir et bidrag til momentet.



Figur 7.5: Aksialkrefter i tverrsnittet, trykk i vingene og strekk i midtdelen

7.4 Trafikkklaster

Det er laget lasttilfeller for de ulike interessante lastvirkningene som maksimal støttemoment, feltmoment i hovedspenn og sidespenn, torsjon og skjærkraft. Trafikklastenes plassering for de ulike lastvirkningene er hentet fra NovaFrame da programmet genererer verste plassering automatisk. I noen tilfeller og spesielt med økende oppleggsvinkel beskriver NovaFrame en svært oppdelt trafikklastplassering slik at det er blitt gjort noen forenklinger av NovaFrames nøyaktige trafikklastplassering i Diana. For torsjon er det blitt satt fokus på området over støtte, slik at plasseringen av trafikklasten blir nogenlunde lik for de forskjellige tilfellene av skjeve opplegg. Denne plasseringen er valgt på bakgrunn av trafikklastplasseringen for NovaFrame-modellen for 0° og 15° og siden det er her torsjonen oppstår for skjeve opplegg med egenvekt som last. Dette er en forenkling da NovaFrame viser litt sprikende lastplasseringer for maksimal torsjon i 30° og 45° -modellene som skaper tidkrevende lastmodellering i Diana.

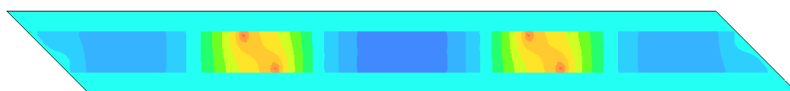


Figur 7.6: Tverrsnittet i brumodellen med illustrerte aksialkrefter og tyngdepunktsakse

7.5 Lastvirkninger

7.5.1 Aksialkrefter

Aksialkreftenes resultanter virker henholdsvis i vingenes og midtdelens tyngdepunkt og aksialkreftene får med dette en arm til tverrsnittets tyngdepunkt som gir et bidrag til momentet M_{xx} , i brumodellens lengderetning. Aksialkreftene har blitt behandlet ved at det er plottet ut grafer som viser aksialkreftenes størrelse og retning. Grafen viser aksialkreftene på tvers av brua. De positive punktene tilsvarer her aksialkraften i midtdelen og de negative vingenes aksialkraft. Diana brukes til å integrere, og resultatet for den positive og den negative verdien blir presentert. Disse verdiene er da kraftens størrelse i hhv. midtdelen og vingene. For å finne momentbidraget fra disse kreftene multipliseres de med sine respektive momentarmer. Midtdelens arm er 97,6 mm, fra midtdelens tyngdepunkt til tverrsnittets tyngdepunkt, mens aksialkraften i vingene har en arm på 352,4 mm, som tilsvarer avstanden fra vingenes tyngdepunkt til tverrsnittets tyngdepunkt. Det er her da viktig å passe på at momentet virker motsatt eller samme vei som momentet fra aksialkreftene, motsatt tilfellet kan oppstå ved spennarmering som tilfører trykk i hele tverrsnittet. Med ulike fortegn på kraften i midtdelen og vingene fører dette til at de gir momenter med samme fortegn siden kreftenes plassering er på hver sin side av tverrsnittets nøytralakse.



Figur 7.7: Konturplott av moment i lengderetning, M_{xx}

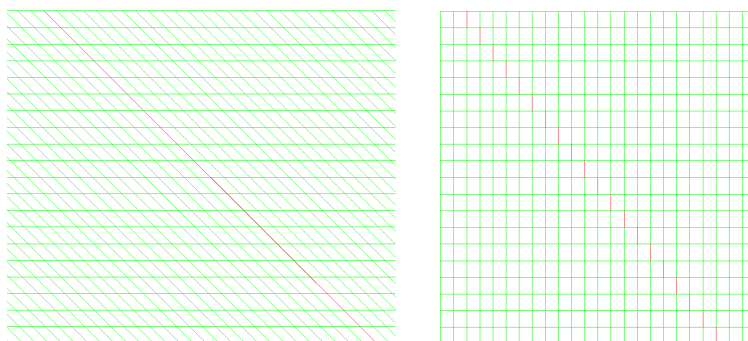
7.5.2 Feltmomenter

Feltmomentene er hentet ut av Diana ved å snitte brua i bredderetning og plote momentfordelingen for snittet i en graf. Programmet summerer momentet over brubredde som da gir momentet M_{xx} i dette snittet. Bidraget fra aksialkreftene er deretter lagt til som forklart over. Snittet for maksimalt feltmoment ligger midt i midtspennet og mellom 10 og 13 m fra enden for feltmomentet i sidefeltet. Snittet i sidespennet er derfor funnet ut fra hvor konturplottet viser størst verdier for momentet. Det kan ses fra konturplottet for M_{xx} at virkningene i feltet er symmetrisk om bras senterlinje. Dette betyr at det her oppstår en renere bøyning i lengderetningen enn hva som er tilfellet over støtte der det skapes en vridning pga. de skjeve oppleggene. Siden oppleggsskjevheten ikke innvirker på konturplottet i feltmidte, pga. ren bøyning, har det vært tilstrekkelig å kun betrakte et snitt for å bestemme disse momentene.

7.5.3 Støttemomenter

Over støttene må det en litt annen betraktning vurderes enn å kun ta et snitt over bruas bredde. Når oppleggene forskyves i forhold til hverandre vil momenttoppene som oppstår over søyleoppleggene også forskyves og ikke lenger være plassert i samme snitt. Siden meshet for bruene med skjeve opplegg følger oppleggsvinkelen medfører dette til at elementene får form som et parallelogram. Det har derfor ikke vært en mulighet å snitte på skrå over bredden da resultatet integreres over en for lang lengde og den totale verdien blir overestimert. Skulle det vært brukt en sti på skrå burde meshet i stedet vært utformet med elementenes sidekanter parallelt med bruas lengde- og breddeakse som i figuren til høyre i figur 7.8. Med en slik utformet mesh og ved en konstruert sti, kunne verdiene blitt funnet ved integrasjon over denne stien med total lengde lik brubredde.

Det er derfor betraktet flere snitt som gir en grovere forenkling av stien i figur 7.8 til høyre. Snittene inkluderer da i enkleste tilfelle begge momenttoppene. Det er for brua med 15 grader betraktet to snitt som hver går over de to søylepunktene. Det totale støttemomentet er så funnet ved å bruke momentsummen for halve brubredde i de to grafene og multiplisere sammen verdiene. For bruene med 30 og 45 grader er det benyttet tre snitt siden det her vil bli større lengde mellom søylepunktene slik at nøyaktigheten blir mindre ved kun å benytte to snitt. Det er da for snittene over søylene summert momentene fra de ytterste 4,5 m av brubredde.

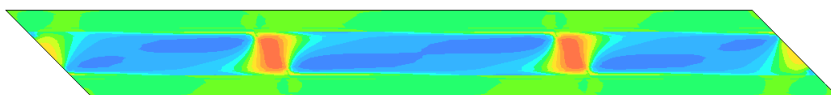


Figur 7.8: Ulik mesh og “stier” for uttak av resultater

Momentet fra den resterende meteren i midtdelen er tillagt fra et snitt midt mellom søyleoppleggene. Det oppstår i tillegg aksialkrefter her slik at bidraget til momentet fra disse kreftene er inkludert på samme måte som for feltmomentet.

7.5.4 Torsjonsmomenter

For torsjonsmomentene er det valgt å fokusere på tendensen i torsjonsmomentutviklingen og ikke i like stor grad verdiene i seg selv. Dette er fordi usikkerheten rundt uttagning av bidrag til torsjonen i tverrsnittet har vist seg å være stor fordi det ikke ble funnet en god metode for avlesning som kunne gi jevlig tilfredsstillende resultater. Skiveskjærkreftene lest ut av modellen ga resultater som viste seg å være meget ømfintlige. Derfor ble det besluttet å fokusere kun på torsjonsmomentet M_{xy} , avlest med lignende metode som for M_{xx} for felt- og støttemoment. Betrakte snitt er mellom søyleoppleggspunktene. Konturplottene har vist at det vil være tilstrekkelig å kun betrakte ett snitt da torsjonsmomentene stort sett konsentrerer seg på tvers av brua for alle oppleggsvinklene.



Figur 7.9: Konturplott av torsjonsmoment for 45° oppleggsvinkel, M_{xy}

7.5.5 Skjærkrefter

Skjærkreftene er funnet ved å summere den totale skjærkraften over et breddesnitt nær søyleoppleggene, hvor de største skjærkreftene oppstår. Siden det er benyttet punktopplegg og ikke modellert med fysisk størrelse på opplegg, er det valgt å ikke se på lokale skjærkrefter rundt søylene som ville vært nødvendig ved en full dimensjonering. En alternativ metode for skjærkrefter rundt søyle er å bruke oppleggskraften fra punkttopplageret og manuelt fordele denne utover et snitt, slik som beskrevet etter pkt. 6.4.3 i NS-EN 1992-1-1:2004+NA:2008. Ved sammenlikning av totale skjærkrefter mellom modellene med ulike grader skjeve opplegg og med verdier fra NovaFrame er det derfor besluttet at verdiene funnet i et snitt vil være tilfredsstillende.

7.6 Sammenligning for skjeve opplegg

I følgende avsnitt blir modellene med ulike oppleggsvinkler presentert og diskutert. Resultatene er delt inn i avsnitt etter lastvirkning der det ses på egenvekt, trafikklasten LM1 og spennarmering hver for seg.

7.6.1 Virkninger fra egenlast

I tabell 7.3 fremlegges lastvirkninger for egenlast. Ser av tabellen at feltmomentet nærmest ikke får noen reduksjon med økende oppleggsvinkel, kun 2,6 %. I teorien skal spennlengden få en liten reduksjon ved skjeve opplegg siden lasten velger kortest vei mellom oppleggene, men i dette tilfellet er bredde/lengde-forholdet lite, $w/L = 0,29$, slik at dette kan være grunnen til det minimale utslaget. Sidefeltet derimot, får en større og jevn reduksjon av momentverdien med økende oppleggsvinkel. Her er $w/l = 0,38$ som kan gi en større effekt på reduksjonen av feltmoment pga. et “avkortet” felt.

Støttemomentet blir redusert med nærmere 17 % fra 0° til 45° oppleggsvinkel. Ut ifra litteraturen er det ikke ventet en reduksjon, men bøyningen som blir forårsaket av de skjeve oppleggene vil ikke lenger være enerådende i bruksens retning men også forandres med vinkelen. Dette gjør at støttemomentet M_{xx} reduseres og det oppstår større virkninger i andre momentretninger.

Torsjonsmomentet har en klar økende tendens med økende oppleggsvinkel, som forventet fra litteraturen, siden søyleplasseringen vil føre til at tverrsnittet blir utsatt for en vridning. Dette oppstår fordi en “oppleggslinje”

Tabell 7.3: Lastvirkninger [kNm] for egenlast i Diana

Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	10 744	10 744	10 701	10 462
Feltmoment sidefelt	8 157	8 046	7 696	7 045
Støttemoment	-18 110	-17 862	-17 044	-15 118
Torsjonsmoment	0	779	1 250	1 460
Skjærkraft [kN]	-3 300	-3 540	-3 160	-3 120
Nedbøyning midtfelt [mm]	-24,3	-24,2	-23,9	-22,7

vil gå på skrå gjennom begge søylepunktene som fører til at tverrsnittet bøyes om denne linjen som ikke har orientering vinkelrett på lengdeaksen. Torsjonsmomentet får tilnærmet en dobling i verdi fra 15° til 45° oppleggs-vinkel.

Tabell 7.4: Oppleggskrefter for egenlast i Diana

Oppleggskrefter for modeller [kN]				
Opplegg	0°	15°	30°	45°
A	877	781	699	639
B	876	976	1070	1164
C	876	781	700	639
D	876	975	1072	1164
1	3220	3180	3170	3200
2	3220	3260	3250	3190
3	3220	3260	3250	3190
4	3220	3180	3170	3200
Sum	16386	16393	16381	16387

Opplagerkreftene viser en klar utvikling for brumodellene når oppleggsvinkelen økes. Bruendene får en økende forskjell mellom de to oppleggspunktene hvor kraftfordelingen for brua med 45° oppleggsvinkel blir prosentvis fordelt ca. 35/65. Bæreretningen endres noe og fordeler kreftene i større grad til oppleggene plassert lengst inn i feltet, nærmere beskrevet oppleggene som ligger i den “butte” vinkelen i feltet, vist i figur 2.2. De parvise søylepunktene viser derimot en tilnærmet konstant fordeling for oppleggsvinkler. Som en kontroll er totale oppleggskrefter summert slik at det bevises alle brumodeller med ulike oppleggsvinkler har samme påført last. Grunnen til at summeringen ikke gir helt like verdier kommer av avrundingsfeil.

7.6.2 Virkninger fra trafikklast LM1

For momentvirkningene fra trafikklasten kan samme tendenser som for egenlasten sees, men feltmomentet i hovedspennet reduseres her med 14 % fra 0° til 45° , se tabell 7.5. Trafikklasten er plassert kun i midtfeltet for tilfellet for maks feltmoment og dette vil forsterke effektene av skjeve opplegg. For sidefeltmoment er trafikklastplasseringen påsatt i begge sidefeltene og ikke noe i midtfeltet. Ved en økt oppleggsvinkel vil spennvidden minke og dermed også feltmomentene minke. At støttemomentene også minker har samme forklaring som diskutert over for egenlast. Torsjonsmomentet får også en økning for trafikklasttilfellet.

Tabell 7.5: Lastvirkninger for trafikklast LM1 i Diana

Resultater fra Diana [kNm]				
Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	9 288	9 014	8 602	7 848
Feltmoment sidefelt	8 649	8 023	7 603	6 150
Støttemoment	-7 139	-6 694	-6 506	-6 142
Torsjonsmoment	807	835	950	1 125
Skjærkraft [kN]	-1 630	-1 460	-1 060	-950

Ut ifra hva litteraturen sier om utviklingen av de forskjellige momentvirkningene stemmer det at feltmomentet skal synke med økende oppleggsvinkel. Det er da litt uklart i hvor stor grad feltmomentet skal synke da feltmomentet fra egenlasten kun får en reduksjon på ca. 2,6 % mens trafikklasten gir en reduksjon på ca. 14 %. I artikkelen Ashebo et al. [2007], vises det til en målt reduksjon av feltmomentet på ca 14-17 % for et lasttilfelle med egenvekt og trafikklast. Resultatene her viser at trafikklasttilfellet samsvarer med denne studien.

7.6.3 Virkninger fra spennarmering

Momentene forårsaket av spennarmeringen viser at feltmomentet i hovedspennet øker med økende oppleggsvinkel. Støttemomentet er forholdsvis stabilt og utvikler seg ikke klart i en retning. Nøyaktigheten av bidraget til støttemomentet fra aksialkreftene kan være noe usikre da avlesningene av grafene måtte gjøres manuelt uten bruk av integrasjonssummasjon, slik at det kan være feil i avlesningen som gjør at det ikke sees en klar utvikling av dette momentet. Torsjonsmomentet får en jevn økning med økende

Tabell 7.6: Momentvirkninger for spennarmering, LC11, i Diana

Resultater fra Diana [kNm]				
Skjevhet på opplegg	0°	15°	30°	45°
Feltmoment midtfelt	-11 068	-11 208	-11 705	-12 262
Feltmoment sidefelt	-15 356	-15 079	-14 191	-13 077
Støttemoment	14 796	14 657	14 870	14 708
Torsjonsmoment	0	690	1 250	1 620

oppleggsvinkel og de største verdiene oppstår i midtdelen av sidespennene. Feltmomentet i sidespennet får en reduksjon med økende oppleggsvinkel. Dette viser da motsatt utvikling som feltmomentet i hovedspennet. Forklaringen kan være at det i sidespennet oppstår torsjon ved økende oppleggsvinkel, mens det i midtspennet ikke oppstår noe torsjon av betydning. Dette kan være forklaringen på at utviklingen for feltmoment er ulikt for de to spennene.

8. Resultater og diskusjon

I dette kapitlet samles resultatene fra bjelkemodellene og FEM-modellene der de fremlegges for hver lastvirkning og sammenlignes. Hva som forventes av resultatene og hva som fremgår av dem blir diskutert.

8.1 Virkninger fra egenlast

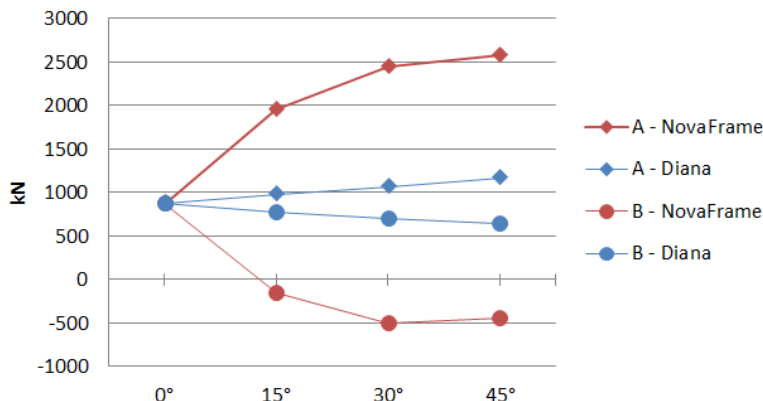
Følgende tabeller er inndelt etter lastvirkningstype med egenlast som lasttilfelle. Det er valgt å bruke kun egenlast for å få et klarere bilde av forskjellene som oppstår mellom brumodellene med ulike oppleggsvinkel, siden egenlasten gir et enkelt lastbilde.

Merknad: Det er i etterkant av alle resultatuttakene funnet at egenlasten for de to programmene ikke har vært lik pga. bruk av $9,81 \text{ kgm/s}^2$ fremfor 10 kgm/s^2 ved definering av betongens egenvekt i Diana. Det er derfor i dette kapitlet gjort justeringer for at sammenligningsgrunnlaget skal bli det samme. Alle NovaFrame verdier for egenvekt er i dette kapitlet justert ned med en faktor på 0,981. Det presiseres at egenvekten ikke er justert i kapittel 5 og 6.

Oppleggskrefter

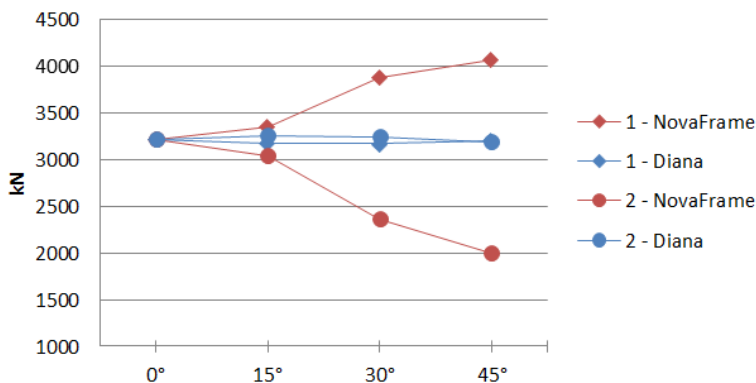
Figur 8.1 og 8.2 viser hvordan fordelingen av oppleggskrefter endrer seg ved økende oppleggsvinkel. Ved endeoppleggene A og B (se figur 6.7 for oppleggsnummerering) ses det at oppleggene i modellen med rette opplegg har lik kraft i begge programmene, men utviklingen er meget forskjellig. Reaksjonskreftene i Diana er svært stabile i forhold til NovaFrame som gir en stor spredning av kreftene. Det bør også merkes at opplegg B får strekk alle-

rede ved 15° oppleggsvinkel. Disse forskjellene kan relateres til forskjellene i torsjonsmoment, der NovaFrame får meget høye verdier i forhold til Diana.



Figur 8.1: Utvikling av opplagerreaksjoner for endeopplegg i begge program

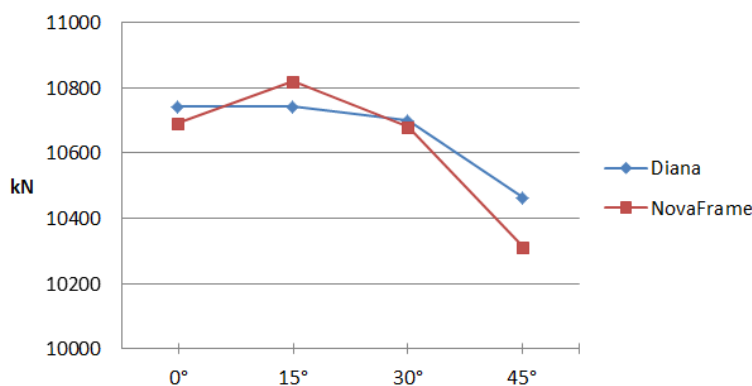
I figur 8.2 kan en lignende spredning ses for søyleoppleggene, med unntak av modellen med 15° oppleggsvinkel der verdiene nå er mer lik verdiene for Dianamodellen. Diana viser en nesten konstant fordeling av oppleggskreftene i søylene mens NovaFrame igjen får en stor spredning i oppleggskreftene ved 30°.



Figur 8.2: Utvikling av opplagerreaksjoner for søyleopplegg i begge program

Tabell 8.1: Feltmoment i midtspenn NF og Diana for egenlast [kNm]

Feltmoment i midtspenn	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	10 692	10 821	10 679	10 313
Diana	10 744	10 744	10 701	10 462
Avvik	-0,5 %	0,7 %	-0,2 %	-1,4 %

**Figur 8.3:** Utvikling av feltmoment for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast

Feltmomenter

Tabellen for feltmomentet i midtfeltet, 8.1, viser at det ikke er store forskjeller mellom programmene når det gjelder feltmomenter ved ulike oppleggsvinkler. Det blir i begge programmene en liten reduksjon i feltmomentet ved økende oppleggsvinkel. Diana viser en reduksjon i feltmomentet på 2,6 %, mens NovaFrame gir en reduksjon på 3,5 %.

Tabell 8.2: Feltmoment i sidespenn NF og Diana for egenlast [kNm]

Feltmoment i sidespenn	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	8 134	7 519	6 683	5 984
Diana	8 157	8 046	7 696	7 045
Avvik	-0,3 %	-6,5 %	-13,2 %	-15,1 %

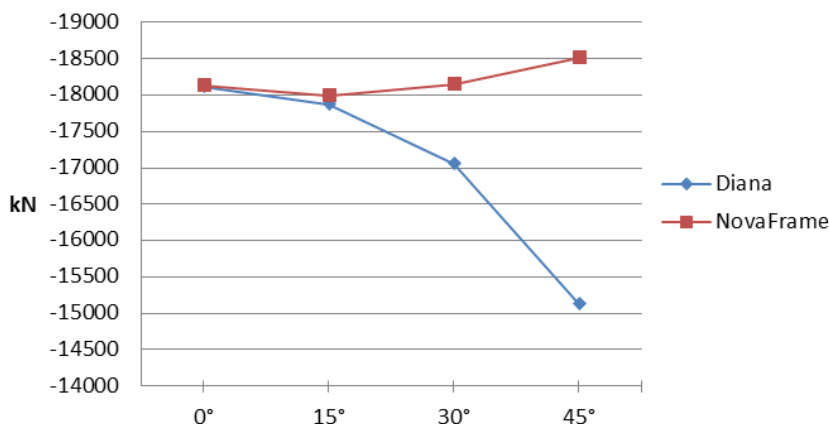
For sidefeltmomentet er også momentet minkende, men i en vesentlig større grad enn i midtspennet. Forskjellene programmene imellom er også økende med økende oppleggsvinkel. Dette kan forklares med at NovaFrame vil gi et støttemoment ved endeopplegget jfr. Petersson and Sundquist [2001], som

vil føre til at feltmomentet reduseres. Dette støttemomentet øker med oppleggsvinkelen og feltmomentet reduseres pga. dette. I Diana oppstår ikke dette støttemomentet ved endeopplegget siden Diana tillater at brutverrsnittet bøyes i en annen retning enn bruas lengderetning.

Støttemomenter

Tabell 8.3: Støttemoment NF og Diana for egenlast [kNm]

Støttemoment	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	-18 126	-17 996	-18 139	-18 505
Diana	-18 110	-17 862	-17 044	-15 118
Avvik	0,1 %	0,8 %	6,4 %	22,4 %



Figur 8.4: Utvikling av støttemomenter for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast

Støttemomentet i Diana synker med økende oppleggsvinkel og det er spesielt mellom 30° og 45° at den største reduksjonen oppstår. Denne utvikling ble også funnet i studiet Ashebo et al. [2007]. NovaFrame viser lik tendens som Diana kun frem til 15°, deretter snus utviklingen og viser en liten økning, illustrert i figur 8.3.

Skjærkrefter

Tabell 8.4 viser maksimale skjærkrefter i midtfeltet. For NovaFrame er skjærkreftene konstante ved ulike oppleggsvinkler. Dette er fordi belastnin-

Tabell 8.4: Skjærkraft NF og Diana for egenlast [kNm]

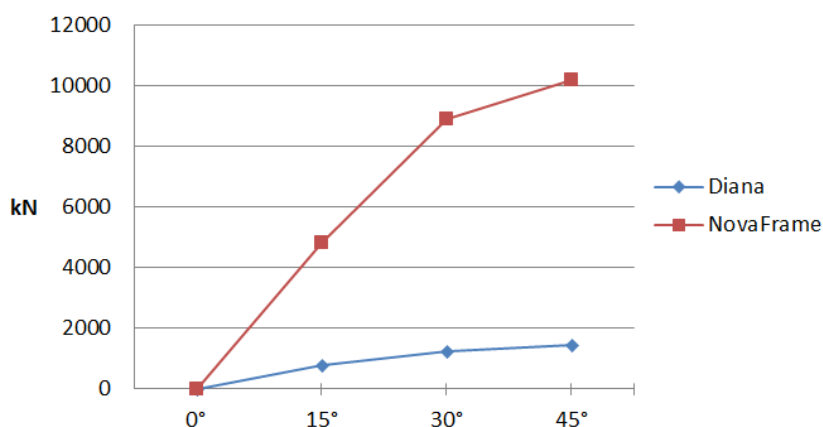
Skjærkraft	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	-3 296	-3 296	-3 296	-3 296
Diana	-3 300	-3 540	-3 160	-3 120
Avvik	-0,1 %	-6,9 %	4,3 %	5,6 %

gene i midtfeltet ikke endrer seg, og kreftene fordeles til den samme noden uavhengig av oppleggsvinkelen. I Diana kan det ses en tvetydig utvikling av verdiene. Da dette ikke gir en klar tendens, settes det spørsmålsteget ved om uttaksmetoden for verdiene i Diana viser korrekte resultater. Se avsnitt 7.5.5 for uttaksmetode for skjærkreftene i Diana.

Torsjonskrefter

Tabell 8.5: Torsjonsmoment i NF og Diana for egenlast [kNm]

Torsjonsmoment	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	0	4 829	8 909	10 199
Utvikling	-	-	84,5 %	14,5 %
Diana	0	779	1 250	1 460
Utvikling	-	-	60,5 %	16,8 %

**Figur 8.5:** Utvikling av torsjonsmomenter over støtte for NovaFrame- og Diana-modeller for egenlast

For torsjonsmomenter er forskjellene store og noe annet en utviklingen innad

i de to programmene kan ikke sammenlignes. Begge programmene viser den samme utviklingen der torsjonen dobles i verdi fra 15° til 30° oppleggsvinkel og at utviklingen deretter flater noe ut. Det presiseres at Dianaverdiene kun inneholder torsjonsmomentet fra et M_{xy} plot og bidrag fra skiveskjærkrefter er her ikke medregnet. Dette fordi verdiene var svært følsomme for utlesning og omregning som bidrag til torsjonen, og derfor sett bort ifra for å unngå store unøyaktigheter i resultatene. Torsjonen illustrerer godt effektene som oppstår ved skjeve opplegg, se figur 8.5.

Resultatene fra egenlasttilfellet viser at NovaFrame stort sett overestimerer lastvirkningene i forhold til Diana. For oppleggskreftene vises det store sprik der det oppstår strekk i et noen opplegg for NovaFrame. Dette fører til at en videre utredning av kreftene bør tas. Feltmomentet i sidespenet er den eneste lastvirkningen som skiller seg ut for egenlast som ikke ligger på sikker side i forhold til Diana.

8.2 Virkninger fra trafikklast LM1

I dette avsnittet er tabellene inndelt etter lastvirkningstype med trafikklast LM1 som lasttilfelle. Lasttilfellet er også uten egenvekt og lastfaktorer. Dette er brukt for å tydeliggjøre forskjellene på resultatene og vil ikke gjenspeile et tilfelle ved praktisk dimensjonering. Som beskrevet i avsnitt 7.4 er hvert lasttilfelle plassert for å skape ugunstigste effekt for den betraktede lastvirkningen. Det presiseres at trafikklasten er forenklet plassert i Diana som forklart i avsnitt 7.4.

Feltmomenter

Tabell 8.6: Feltmoment i midtspenn NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]

Feltmoment i midtspenn	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	9 230	8 187	7 364	6 945
Diana	9 288	9 014	8 602	7 848
Avvik	-0,6 %	-9,2 %	-14,4 %	-11,5 %

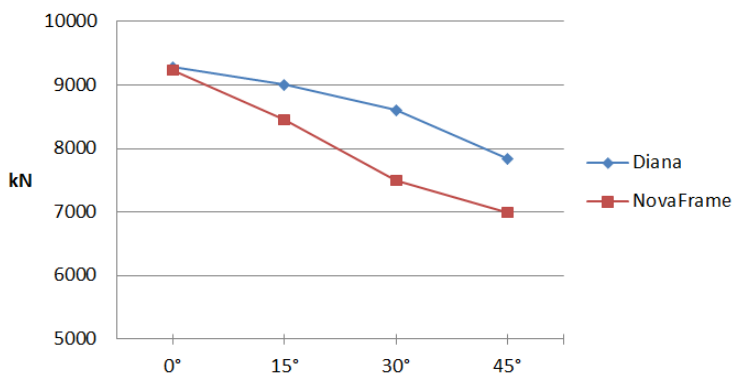
I dette lasttilfellet er kun midtfeltet belastet. Ser av tabell 8.6 og figur 8.6 at feltmomentene får en større reduksjon i NovaFrame enn i Diana. Også for tilfellet for maks sidefeltmoment blir virkningene i stor grad redusert. Begge feltmomentene for dette lasttilfellet viser samme tendens feltmomentene fra egenvekt, men trafikklasten gir større reduksjon mellom de ulike oppleggsvinklene.

Tabell 8.7: Feltmoment i sidespenn NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]

Feltmoment i sidespenn	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	8 362	6 851	5 445	4 819
Diana	8 649	8 023	7 603	6 150
Avvik	-3,3 %	-14,6 %	-28,4 %	-21,6 %

Støttemomenter

For støttemomentene gir programmene en motsatt utvikling ved økende oppleggsvinkel. NovaFrame gir en økning på hele 40 % fra 0° til 45° oppleggsvinkel, mens Diana viser en reduksjon på totalt 14 %. For egenlast ga

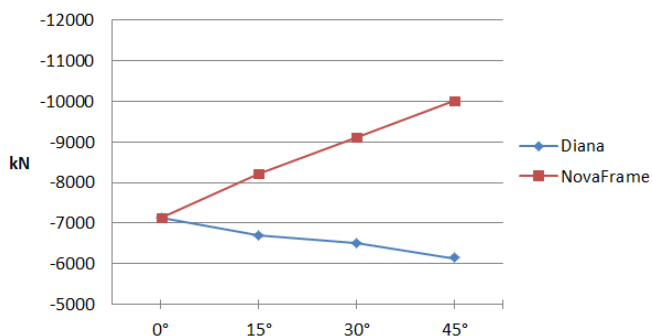


Figur 8.6: Utvikling av feltmomenter i midtfelt for NovaFrame- og Diana-modeller påkjent av trafikklaster LM1

NovaFrame omtrent konstante verdier for støttemomentet, mens det for trafikklaster gir en betydelig økning. Grunnen til denne forskjellen er noe uklart da tilsvarende verdier i Diana viser en relativt lik tendens for støttemomentet.

Tabell 8.8: Støttemoment NF og Diana for trafikklaster LM1 [kNm]

Støttemoment	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	-7 125	-8 228	-9 109	-10 009
Diana	-7 139	-6 694	-6 506	-6 142
Avvik	-0,2 %	22,9 %	40,0 %	63,0 %



Figur 8.7: Utvikling av støttemomenter for NovaFrame- og Diana-modeller påkjent av trafikklaster LM1

Skjærkrefter

Tabell 8.9: Skjærkraft NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]

Skjærkraft	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	-1 772	-1 780	-1 789	-1 816
Diana	-1 630	-1 460	-1 060	-950
Avvik	8,7 %	21,9 %	68,8 %	91,2 %

For skjærkraften fra trafikklast viser tabell 8.9, også her relativt like verdier for alle oppleggsvinkler i NovaFrame. Den automatiske trafikklastplasseringen blir noe ulik for de forskjellige oppleggsvinklene som kan ha innvirkning på at de totale kreftene ikke blir eksakte for hvert tilfelle. I Diana er trafikklasten forenklet plassert slik at noe av spriket i verdiene kan ha en sammenheng med dette. Derimot blir det også her satt tvil om uttaksmetoden av verdiene i Diana er riktig.

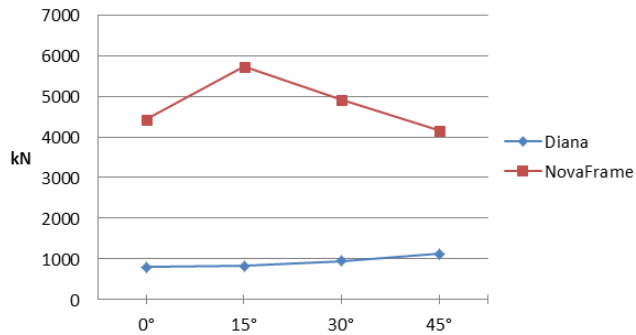
Torsjonsmomenter

Tabell 8.10: Torsjonsmoment i NF og Diana for trafikklast LM1 [kNm]

Torsjonsmoment	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	4 442	5 734	4 915	4 153
Utvikling	-	29,1 %	-14,3 %	-15,5 %
Diana	807	835	950	1 125
Utvikling	-	3,5 %	13,8 %	18,4 %

Torsjonsmomentene i tabell 8.10 viser utviklingen for torsjonen over støtte. Diana viser en økende tendens mens NovaFrame har en økning fra 0° til 15° oppleggsvinkel. Fra 15° reduseres torsjonsmomentet og viser ikke samme utvikling som for lasttilfellet for egenlast. Dette kan forklares ved at Novaframe ikke gir maksimal torsjonsmoment over støtte for 30° og 45° oppleggsvinkel som beskrevet i avsnitt 6.5.2.

Resultatene fra trafikklasttilfellet beskriver også her at NovaFrame har en tendens til å overestimere lastvirkningene, med unntak for feltmomentene. For støttemoment, skjærkrefter og torsjon er verdiene større enn det Diana viser.

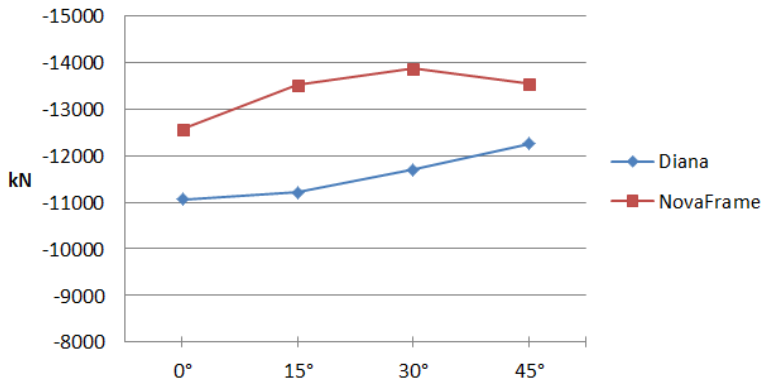


Figur 8.8: Utvikling av torsjonsmomenter over støtte for NovaFrame- og Diana-modeller for trafikklaster LM1

8.3 Virkninger fra spennarmering

Her blir det presentert lastvirkninger fra spennarmering for brumodellene i Diana og NovaFrame. For sammenligningen er også lasttilfelle her sett på som en isolert virkning.

Feltmomenter



Figur 8.9: Utvikling av feltmoment i midtfelt for NovaFrame- og Diana-modeller for spennarmering

Feltmomentet i midtspennet viser samme tendens i begge programmene, men NovaFrame får en større økning fra 0° til 15°. Det settes spørsmålsteget ved hvorfor forskjellen er så stor mellom programmene også for brua med

Tabell 8.11: Feltmoment i midtspenn NF og Diana for spennarmering [kNm]

Feltmoment i midtspenn	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	-12 564	-13 518	-13 881	-13 548
Diana	-11 068	-11 208	-11 705	-12 262
Avvik	13,5 %	20,6 %	18,6 %	10,5 %

rette opplegg, der effektene av skjeve opplegg ikke skal forstyrre resultatene. Det er i den forbindelse kontrollert om modellene har samme oppspenningskraft, spennarmeringsføring og tap. Dette viste seg å stemme rimelig godt slik at det ikke kan konkluderes med at feilen ligger her. Det er derfor lagt mer vekt på tendensene de to programmene viser for de ulike lastvirkningene.

Tabell 8.12: Feltmoment i sidespenn NF og Diana for spennarmering [kNm]

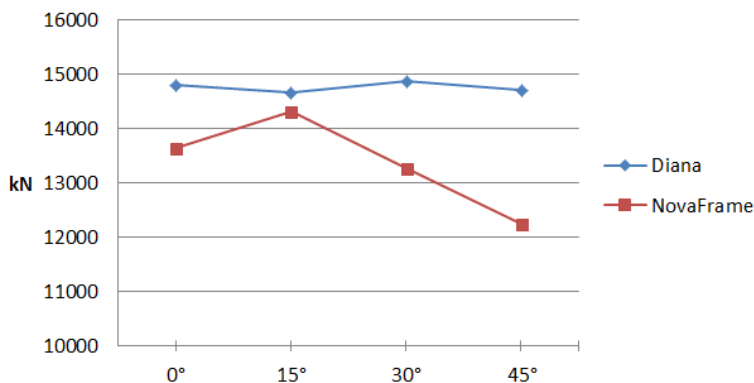
Feltmoment i sidespenn	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	-15 935	-14 093	-12 202	-10658
Diana	-15 356	-15 079	-14 191	-13 077
Avvik	3,8 %	-6,5 %	-14,0 %	-18,5 %

Sidespennet viser en feltmomentutvikling i begge programmene som er synkende ved økende oppleggsvinkel. For den rette brua er momentverdien noe større i NovaFrame sammenlignet med Diana. Reduksjonen er dog større for NovaFrame med økende oppleggsvinkel. Reduksjonen i NovaFrame er på totalt 31 %, mens brumodellene i Diana har en forskjell på 15 %.

Ser at momentverdiene for den rette brua stemmer godt overens med kun 3,8 % avvik, men siden verdiene for både støttemoment og feltmoment i midtspennet viser store avvik kan det ikke utelukkes at dette er en tilfeldighet.

Støttemomenter

Som figur 8.10 viser er støttemomentet i Diana nesten uforandret av skjeve opplegg med belastninger fra spennarmering. NovaFrame får derimot en litt spredt utvikling. Ved 15° har støttemomentet økt, mens det deretter reduseres ved ytterligere vinkeløkning.

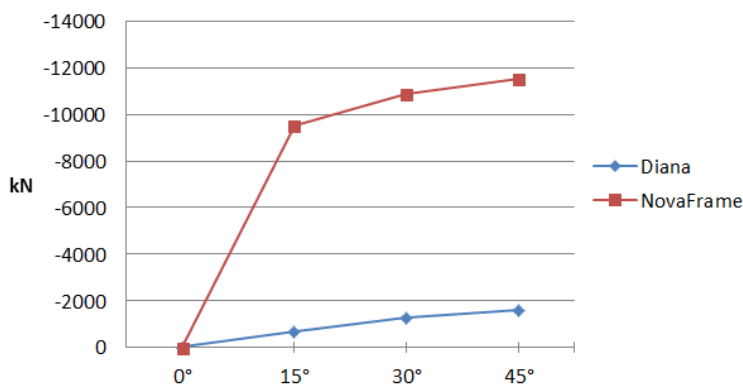


Figur 8.10: Utvikling av støttemoment for NovaFrame- og Diana-modeller for spennarmering

Tabell 8.13: Støttemoment NF og Diana for spennarmering [kNm]

Støttemoment	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	13 633	14 318	13 274	12 249
Diana	14 796	14 657	14 870	14 708
Avvik	-7,9 %	-2,3 %	-10,7 %	-16,7 %

Torsjonsmomenter



Figur 8.11: Utvikling av torsjon for NovaFrame- og Diana-modeller for spennarmering

Slik verdiene for torsjonsmoment har vist seg å være for de andre lasttilfellene er den heller ikke her spesielt sammenlignbar som verdi. Tendensen

Tabell 8.14: Torsjonsmoment utvikling i NF og Diana for spennarmering [kNm]

Torsjonsmoment	0°	15°	30°	45°
NovaFrame	0	-9 544	-10 887	-11 505
Utvikling			14,1 %	5,7 %
Diana	0	-690	-1 250	-1 620
Utvikling			81,2 %	29,6 %

er som forventet, økende med større oppleggsvinkel, men i hvilken grad den øker er svært forskjellig. NovaFrame viser et stort torsjonsmoment ved første skjeve oppleggsvinkel og deretter med en videre svak økning, viser Diana en mer gradvis stigning i modellene med oppleggsvinkel fra 15° til 30°. Torsjonsmomentet øker med 20 % og ca. 135 % fra 15° til 45°-modellene for hhv. NovaFrame og Diana.

Resultatene fra spennarmeringstilfellet viser ingen tydelige tendenser mellom programmene. Det er forventet at NovaFrame overestimerer lastvirkningene, men dette kommer ikke frem av de presenterte resultatene for det aktuelle lasttilfellet.

9. Konklusjoner og videre arbeid

9.1 Konklusjon

I de mange tilfellene undersøkt i oppgaven har virkninger fra skjeve opplegg vært varierende mellom NovaFrame og Diana. Det er dog noen klare trekk som skiller seg ut som følger.

Ved økende oppleggsvinkel vises det et redusert feltmoment for både egenlast og trafikklast. Trafikklasten gir en reduksjon i feltmomentet på 15,5% i Diana som kan sammenlignes med resultater fra artikkelen Ashebo et al. [2007] som viste en reduksjon av feltmomentet på 14-17 %. For egenlasten er reduksjonen av feltmoment i midtspenn på 2,6 % som i en viss grad kan relateres til utdraget fra Funkhouser et al. [1972]. Det kan trekkes frem at feltmomentet i midtspennet fra lasttilfellet med egenlast gir god overensstemmelse for alle oppleggsvinkler.

For støttemomenter viser resultatene fra Diana en reduksjon på totalt 14 - 17% for både lasttilfellet for egenlast og trafikklast. Dette viser seg å være en korrekt tendens som i He et al. [2012]. I NovaFrame har støttemomentene stort sett vist en motstridende tendens, der den øker for samme lasttilfeller.

Torsjonsmomentene viser en klar økning i Diana for økende oppleggsvinkel. Dette var som forventet, men tendensen er svakere for trafikklasten. NovaFrame gir generelt mye større torsjonsmomenter og dette virker noe høyt da He et al. [2012] beskriver et torsjonsmoment for 40 - 60° som kan ligge i størrelsesorden 10-15% av bøyemoment i midtspennet. Derfor virker resultatene fra Diana å være mer realistiske, med forbehold om at bidrag fra skiveskjærkrefter ikke gir vesentlige økninger av torsjonsmomentet i denne oppgaven.

Med det overstående kan det konkluderes med at Dianaresultatene stemmer godt overens med hva som var forventet ut ifra litteraturen presentert i kapittel 2. NovaFrame-modellene viser seg og ha god overensstemmelse med Diana for bruene med rette opplegg, men likheten mellom programmene minker generelt i takt med økende oppleggsvinkel. Det kan dermed ikke konkluderes med annet enn at NovaFrame kun vil gi resultater av tilstrekkelig nøyaktighet for bruer med rette opplegg. Datamengden i denne oppgaven er for liten til at det kan gis en anbefaling vedrørende hvor NovaFrame eventuelt når en oppleggsvinkel hvor nøyaktigheten til resultatene ikke lenger er av tilstrekkelig grad. En slik grense blir også veldig vag da det kommer ann på hvilken nøyaktighet som kreves og hvilke lastvirkninger som skal vurderes.

9.2 Videre arbeid

Her følger en liste med forslag til videre arbeider innenfor samme oppgavetema. Forslagene har enten blitt vurdert brukt i oppgaven eller tenkt som tema for videre oppgaver.

- For en mer omstendig modellering i NovaFrame kan det utarbeides en modell med flere bjelkerekker langs bruaksen. Dette vil muligens gi bedre resultater for lokale betraktninger da dette kan gi en jevnere fordeling av oppleggskrefter.
- Inkludere en betraktning av temperaturpåkjenninger og utføre ikke-lineære analyser for oppsprekking i bjelketopper ved maksimale momenter.
- Analysere modellene med lastkombinasjoner for så å bruke dette i en praktisk rettet armeringsberegning. En mer omfattende sammenligning av nødvendige armeringsmengder kan fremheve praktiske forskjeller ved dimensjonering og utførelse av brua.
- Modellere bruene med søyler og fysisk størrelse på oppleggene der en representativ rotasjonsstivhet inkluderes.
- Lage en bjelkemodell i Diana som kan brukes til verifisering for platemodellen.
- Vurdere bjelke/lengde-forhold og se på innvirkningen i Diana kontra NovaFrame.

Bibliografi

- 1990-A1+NA:2010. Eurocode 0: Endringsblad a1; grunnlag for prosjektering av konstruksjoner, 1990-a1:2002/a1:2005+na:2010.
- 1990:2002+NA:2008. Eurocode 0: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner.
- 1991-1-5:2003+NA:2008. Eurocode 1: Laster på konstruksjoner; del 1-5: Allmenne laster, termiske påvirkninger.
- 1991-2:2003+NA:2010. Eurocode 1 laster på konstruksjoner; del 2: Trafikklast på bruer.
- 1992-1-1:2004+NA:2008. Eurocode 2: Prosjektering av betongkonstruksjoner. del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger.
- Demeke B. Ashebo, Tommy H.T. Chan, and Ling Yu. Evaluation of dynamic loads on a skew box girder continuous bridge part i: Field test and modal analysis. *Engineering Structures*, 2007. ISSN 0141-0296.
- Kolbein Bell. *Matrisestatikk - Statistiske beregninger av rammekonstruksjoner*. Tapir akademisk forlag, 2011.
- T. Bjørvik and T. Kirkevold. *Beregning av plate- og bjelkebruer av betong: Effekt av skeive opplegg og usymmetrisk trafikklast*. NTNU, 2010.
- Carl-Jørgen Blakstad. *Beregning og dimensjonering av spennarmert platebru*. NTNU, 2010.
- Øyvind Børde. *Beregning av platebruer av betong: effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk trafikklast*. NTNU, 2011.
- TNO Diana BV. *Diana 9.4.4 documentation*.
- R.D. Cook. *Concepts and applications of finite element analysis*. Wiley, 1981.
- D.W. Funkhouser, C.P. Heins, Maryland. State Highway Administration, and United States. Federal Highway Administration. *Skew and Elevated Support Effects on Curved Bridges*. Civil Engineering Department, University of Maryland, 1972.

- X.H. He, X.W. Sheng, A. Scanlon, D.G. Linzell, and X.D. Yu. Skewed concrete box girder bridge static and dynamic testing and analysis. *Engineering Structures*, 2012.
- BBR VT CONA CMI BT. KB Spennteknikk, 2010.
- P. Mondorf. *Concrete Bridges*. Taylor & Francis, 2006. ISBN 9780415393621.
- Thomas Nilsen. *Beregning av platebruer av betong: Effekt av skjeve opplegg og usymmetrisk last*. NTNU, 2008.
- Dr.Ing. A. Aas Jakobsen A/S NovaFrame Userguide. *NovaFrame Userguide v. 5*, 2011.
- T. Petersson and H. Sundquist. *Vridning och Lastfördelning*. Institutionen for byggkonstruktion Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 2001.
- H. Rüsçh, A. Hergenröder, and Technische Hochschule München. *Einflussfelder der Momente schiefwinkliger Platten*. Materialprüfungsamt f. d. Bauwesen d. Technischen Hochschule, 1964.
- S. I. Sørensen and J. A. Øverli. *Concrete Structures 3, TKT4222 - Compendium*. Department of Structural Engineering, NTNU, 2011.
- Svein Ivar Sørensen. *Betongkonstruksjoner - Beregning og dimensjonering etter Eurocode 2*. Tapir akademisk forlag, 2010.
- SVV. Håndbok 185. *Statens vegvesen veiledning: Håndbok 185 Bruprosjektering, Eurokodeutgave*, 2011.
- SVV. Håndbok 231. *Statens vegvesen veiledning: Håndbok 231 rekkverk*, 2011.
- E. Zellerer and G. Anger. *Durchlaufträger: Einflusslinien, Momentenlinien, Schnittgrößen*. Durchlaufträger / Ernst Zellerer. Ernst, 1975.

Vedlegg A

Håndregning etter forskyvningsmetoden

Direkte metode.

Dette beregningseksempelet er laget for virkninger fra egenlast.

Dette arket vil derfor ikke gjelde for de andre lasttilfellene, men arkene er i prinsipp like men med ulike lastvektorer mv.

E-modul
$$E := 36000 \frac{N}{mm^2}$$

2 arealmoment
$$I_{bru} := 11.0852 \cdot 10^{11} mm^4$$

$$EI_1 := E \cdot I_{bru}$$

$$I_{søyle} := 0.644 \cdot 10^{11} mm^4$$

$$EI_2 := E \cdot I_{søyle}$$

Stivhet
$$EI_1 = (3.99 \cdot 10^{16}) N \cdot mm^2$$

$$EI_2 = (2.32 \cdot 10^{15}) N \cdot mm^2$$

Fordelt last

$$q := 192 \frac{kN}{m}$$

Aksellast/Boggilast

$$P := 0 kN$$

Elementlengder

$$l_1 := 26 m$$

$$l_2 := 35 m$$

$$l_{tot} := 87 m$$

R=Lastvektor

$$R := -q \cdot \begin{bmatrix} \frac{l_1^2}{8} & \frac{l_2^2}{12} \\ \frac{l_2^2}{12} & \frac{l_1^2}{8} \end{bmatrix} - P \cdot \begin{bmatrix} -\frac{l_2}{8} \\ \frac{l_2}{8} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 3376 \\ -3376 \end{bmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m}$$

K=Stivhetsmatrise

$$K := \begin{bmatrix} \frac{3 \cdot EI_1}{l_1} + \frac{4 \cdot EI_1}{l_2} & \frac{2 \cdot EI_1}{l_2} \\ \frac{2 \cdot EI_1}{l_2} & \frac{3 \cdot EI_1}{l_1} + \frac{4 \cdot EI_1}{l_2} \end{bmatrix}$$

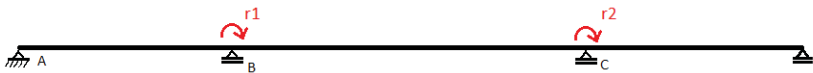
$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 1.16 \cdot 10^{-7} & -2.89 \cdot 10^{-8} \\ -2.89 \cdot 10^{-8} & 1.16 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix} \frac{1}{\text{kN}\cdot\text{m}}$$

Frihetsgrader

$$r := K^{-1} \cdot R = \begin{bmatrix} 4.9 \cdot 10^{-4} \\ -4.9 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$r_{0,0} = 4.9 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{1,0} = -4.9 \cdot 10^{-4}$$



Momenter

Element 1

$$M_{B.1.q} := \frac{q \cdot l_1^2}{8} = (1.62 \cdot 10^4) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.1.1} := \frac{3 \cdot EI_1}{l_1} \cdot r_{0,0} = 2257.834 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Element 2

$$M_{B.2.q} := \frac{-q \cdot l_2^2}{12} = -19600 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.2.P} := \frac{-P \cdot l_2}{8} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.2.1} := \frac{4 \cdot EI_1}{l_2} \cdot r_{0,0} = 2236.331 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.2.2} := \frac{2 \cdot EI_1}{l_2} \cdot r_{1,0} = -1.12 \cdot 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.2.q} := \frac{q \cdot l_2^2}{12} = 19600 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.2.P} := \frac{P \cdot l_2}{8} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.2.2} := \frac{4 \cdot EI_1}{l_2} \cdot r_{1,0} = -2236.331 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.2.1} := \frac{2 \cdot EI_1}{l_2} \cdot r_{0,0} = (1.12 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Element 3

$$M_{C.3.q} := \frac{-q \cdot l_1^2}{8} = -1.62 \cdot 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.3.2} := \frac{3 \cdot EI_1}{l_1} \cdot r_{1,0} = -2257.834 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Oppleggskrefter

Element 1

$$V_{A.1.q} := \frac{3 \cdot q \cdot l_1}{8} = 1872 \text{ kN}$$

$$V_{A.1.1} := \frac{-3 \cdot EI_1}{l_1^2} \cdot r_{0,0} = -86.84 \text{ kN}$$

$$V_{B.1.q} := \frac{5 \cdot q \cdot l_1}{8} = 3120 \text{ kN}$$

$$V_{B.1.1} := \frac{3 \cdot EI_1}{l_1^2} \cdot r_{0,0} = 86.84 \text{ kN}$$

Element 2

$$V_{B.2.q} := \frac{q \cdot l_2}{2} = 3360 \text{ kN}$$

$$V_{B.2.P} := \frac{P}{2} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{B.2.1} := \frac{-6 \cdot EI_1}{l_2^2} \cdot r_{0,0} = -95.84 \text{ kN}$$

$$V_{B.2.2} := \frac{-6 \cdot EI_1}{l_2^2} \cdot r_{1,0} = 95.84 \text{ kN}$$

$$V_{C.2.q} := \frac{q \cdot l_2}{2} = 3360 \text{ kN}$$

$$V_{C.2.P} := \frac{P}{2} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{C.2.1} := \frac{6 \cdot EI_1}{l_2^2} \cdot r_{0,0} = 95.84 \text{ kN}$$

$$V_{C.2.2} := \frac{6 \cdot EI_1}{l_2^2} \cdot r_{1,0} = -95.84 \text{ kN}$$

Element 3

$$V_{C.3.q} := \frac{5 \cdot q \cdot l_1}{8} = 3120 \text{ kN}$$

$$V_{C.3.2} := \frac{-3 \cdot EI_1}{l_1^2} \cdot r_{1,0} = 86.84 \text{ kN}$$

$$V_{D.3.q} := \frac{3 \cdot q \cdot l_1}{8} = 1872 \text{ kN}$$

$$V_{D.3.2} := \frac{3 \cdot EI_1}{l_1^2} \cdot r_{1,0} = -86.84 \text{ kN}$$

Totale momenter

$$M_{B.1} := M_{B.1.q} + M_{B.1.1} = 18481.834 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B.2} := M_{B.2.q} + M_{B.2.P} + M_{B.2.1} + M_{B.2.2} = -18481.834 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.2} := M_{C.2.q} + M_{C.2.P} + M_{C.2.2} + M_{C.2.1} = 18481.834 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C.3} := M_{C.3.q} + M_{C.3.2} = -18481.834 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Kontroll av summen av momenter i knutepunktene

$$\Sigma M_B := M_{B.1} + M_{B.2} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\Sigma M_C := M_{C.2} + M_{C.3} = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Totale opplagerkrefter

$$V_A := V_{A.1.q} + V_{A.1.1} = 1785.16 \text{ kN}$$

$$V_B := V_{B.1.q} + V_{B.1.1} + V_{B.2.q} + V_{B.2.P} + V_{B.2.1} + V_{B.2.2} = 6566.84 \text{ kN}$$

$$V_C := V_{C.2.q} + V_{C.2.P} + V_{C.2.1} + V_{C.2.2} + V_{C.3.q} + V_{C.3.2} = 6566.84 \text{ kN}$$

$$V_D := V_{D.3.q} + V_{D.3.2} = 1785.16 \text{ kN}$$

Kontroll av summen av krefter i z-retning

$$\Sigma F_Z := -q \cdot l_{tot} - P + V_A + V_B + V_C + V_D = 0 \text{ kN}$$

Lokalisering av maks sidefeltmoment fra endeopplegg (L):

$$L := \frac{V_A}{q} = 9.3 \text{ m}$$

Formler for utregning av feltmomenter og støttemoment:

$$\text{Støttmoment} := M_{B,2}$$

$$\text{Feltmoment} := \frac{q \cdot l_2^2}{8} - \left(- \left(\frac{M_{B,2} - M_{C,2}}{2} \right) \right)$$

$$\text{Sidefeltmoment} := \left((V_A \cdot L) - q \cdot L \cdot \frac{L}{2} \right)$$

Oppsummering:

$$\text{Feltmoment} = 10918 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Sidefeltmoment} = 8299 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Støttmoment} = -18482 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Vedlegg B

MERK: Vedlegget inneholder ikke reelle tall

Nødvendig armeringsmengde etter skivemetoden fra kompendiet Concrete structures 3

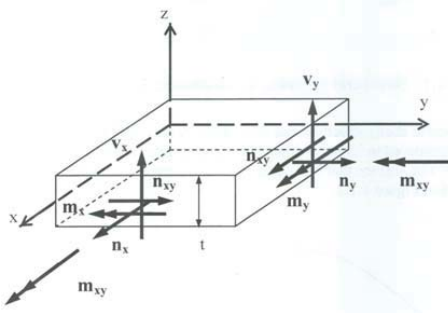
Materialdata og faktorer

Armering B500NC: $\gamma_s := 1.15$

$$f_{yk} := 500 \frac{N}{mm^2} \quad f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \frac{N}{mm^2}$$

Betong B45: $\gamma_c := 1.5$ $\alpha_{cc} := 0.85$

$$f_{ck} := 45 \frac{N}{mm^2} \quad f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 25.5 \frac{N}{mm^2} \quad f_{ctm} := 3.8 \frac{N}{mm^2}$$



Dimensjonerende skivekrefter fra Diana

$$N_x := -1200 \frac{kN}{m} \quad N_y := -1 \frac{kN}{m} \quad N_{xy} := 25 \frac{kN}{m}$$

$$M_x := -2600 \frac{kN \cdot m}{m} \quad M_y := 150 \frac{kN \cdot m}{m} \quad M_{xy} := -80 \frac{kN \cdot m}{m}$$

Først noen geometriske data:

Tverrsnittets høyde: $h := 1250 \text{ mm}$

Avstanden fra betongens overflate til armeringens tyngdepunkt (middel i begge armeringsretninger): $c := 75 \text{ mm}$

Bestemmelse av skivetykkelse:

Skivene blir først gitt initielle tykkelser $h/2$

Initiell tykkelse skive 1: $t_{1i} := \frac{h}{2}$

Initiell tykkelse skive 2: $t_{2i} := \frac{h}{2}$

Disse tykkelsene gir k_1 og k_2 som er faktorer som avhenger av tykkelsene t_1 og t_2 . Disse beregnes ved en likevektsbetraktning

$$k_{1i} := 0.5$$

$$k_{2i} := 0.5$$

Dette gir en indre initiell momentarm: $z_i := \frac{h}{2} = 625 \text{ mm}$

Nå beregnes totale ekvivalente skivekrefter ut fra de initielle verdiene.

Skive1:

$$N_{x1i} := k_{1i} \cdot N_x + \frac{M_x}{z_i} = -4760000 \frac{N}{m}$$

$$N_{y1i} := k_{1i} \cdot N_y + \frac{M_y}{z_i} = 239500 \frac{N}{m}$$

$$N_{xy1i} := k_{1i} \cdot N_{xy} + \frac{M_{xy}}{z_i} = -115500 \frac{N}{m}$$

Skive2:

$$N_{x2i} := k_{2i} \cdot N_x - \frac{M_x}{z_i} = 3560000 \frac{N}{m}$$

$$N_{y2i} := k_{2i} \cdot N_y - \frac{M_y}{z_i} = -240500 \frac{N}{m}$$

$$N_{xy2i} := k_{2i} \cdot N_{xy} - \frac{M_{xy}}{z_i} = 140500 \frac{N}{m}$$

Største initielle hovedkraft:

Skive 1:

$$N_{11_1} := \frac{N_{x1i} + N_{y1i}}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_{x1i} - N_{y1i}}{2}\right)^2 + N_{xy1i}^2} = 242.2 \frac{kN}{m}$$

Skive 2:

$$N_{11_2} := \frac{N_{x2i} + N_{y2i}}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_{x2i} - N_{y2i}}{2}\right)^2 + N_{xy2i}^2} = (3.6 \cdot 10^3) \frac{kN}{m}$$

Nå bestemmes nye tykkelser for de to skivene ut fra fortegnet på den initielle hovedkrafta

Tykkelse skive 1: $t_1 := \text{if}\left(N_{11_1} < 0, \frac{h}{2}, 2c\right) = 150 \text{ mm}$

Tykkelse skive 2: $t_2 := \text{if}\left(N_{11_2} < 0, \frac{h}{2}, 2c\right) = 150 \text{ mm}$

Dette gir :

$$z := h - 0.5 (t_1 + t_2) = 1100 \text{ mm}$$

$$k_1 := \frac{(h - t_2)}{(2h - t_1 - t_2)} = 0.5$$

$$k_2 := 1 - k_1 = 0.5$$

Beregner nå de ekvivalente skivekreftene på nytt:

Skive1:

$$N_{x1} := k_1 \cdot N_x + \frac{M_x}{z} = -2963.6 \frac{kN}{m}$$

$$N_{y1} := k_1 \cdot N_y + \frac{M_y}{z} = 135.9 \frac{kN}{m}$$

$$N_{xy1} := k_1 \cdot N_{xy} + \frac{M_{xy}}{z} = -60.2 \frac{kN}{m}$$

Skive2:

$$N_{x2} := k_2 \cdot N_x - \frac{M_x}{z} = 1763.6 \frac{kN}{m}$$

$$N_{y2} := k_2 \cdot N_y - \frac{M_y}{z} = -136.9 \frac{kN}{m}$$

$$N_{xy2} := k_2 \cdot N_{xy} - \frac{M_{xy}}{z} = 85.2 \frac{kN}{m}$$

Når de ekvivalente skivekreftene nå er kjente dimensjoneres de to lagene ved bruk av trykkfeltsteori:

Det skal beregnes en rissvinkel og det må da antas et forhold mellom armeringen i lengde- og tverretning:

Antar armeringsforhold i begge skiver: $A_{sx} := 4$

$$A_{sy} := 1 \quad \frac{A_{sx}}{A_{sy}} = 4$$

Bruker en andregradslikning som baserer seg på at armeringen flyter i begge retninger. Dette gir full utnyttelse av armeringen:

$$\tan^2(\phi) + \left(\frac{N_x}{N_{xy}} - \frac{N_y}{N_{xy}} \cdot \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \right) \cdot \tan(\phi) - \frac{A_{sx}}{A_{sy}} = 0$$

Bytter ut tan(vinkel) med x og y og regner ut rissvinkelen til slutt

Skive 1: $(x)^2 + \left(\frac{N_{x1}}{N_{xy1}} - \frac{N_{y1}}{N_{xy1}} \cdot \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \right) \cdot x - \frac{A_{sx}}{A_{sy}} = 0$

$$A := 1$$

$$B := \left(\frac{N_{x1}}{N_{xy1}} - \frac{N_{y1}}{N_{xy1}} \cdot \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \right) = 58.231$$

$$C := -\frac{A_{sx}}{A_{sy}} = -4$$

$$x_1 := \frac{(-B) + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = 0.069$$

$$x_2 := \frac{(-B) - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = -58.3$$

$$\phi_1 := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.069 \\ -58.3 \end{bmatrix}$$

Rissvinkelen skal ha samme fortegn som N_{xy1}

$$\phi_1 := \text{if}(N_{xy1} < 0, \min(\phi_1), \max(\phi_1)) = -58.3$$

$$\text{Rissvinkel}_{\text{skive1}} := \text{atan}(\phi_1) = -89.017 \text{ deg}$$

Skive 2:
$$(y)^2 + \left(\frac{N_{x2}}{N_{xy2}} - \frac{N_{y2}}{N_{xy2}} \cdot \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \right) \cdot y - \frac{A_{sx}}{A_{sy}} = 0$$

$$D := 1$$

$$E := \left(\frac{N_{x2}}{N_{xy2}} - \frac{N_{y2}}{N_{xy2}} \cdot \frac{A_{sx}}{A_{sy}} \right) = 27.117$$

$$F := -\frac{A_{sx}}{A_{sy}} = -4$$

$$y_1 := \frac{(-E) + \sqrt{E^2 - 4 \cdot D \cdot F}}{2 \cdot D} = 0.147$$

$$y_2 := \frac{(-E) - \sqrt{E^2 - 4 \cdot D \cdot F}}{2 \cdot D} = -27.264$$

$$\phi.2 := \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.147 \\ -27.264 \end{bmatrix}$$

Rissvinkelen skal ha samme fortegn som N_{xy2}

$$\phi_2 := \text{if}(N_{xy2} < 0, \min(\phi.2), \max(\phi.2)) = 0.147$$

$$\text{Rissvinkel}_{\text{skive2}} := \text{atan}(\phi_2) = 8.347 \text{ deg}$$

Nå kan armeringskreftene beregnes:

Skive 1:

$$F_{sx1} := N_{x1} + N_{xy1} \cdot \tan(\text{Rissvinkel}_{\text{skive1}}) = 547.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_{sy1} := N_{y1} + N_{xy1} \cdot \cot(\text{Rissvinkel}_{\text{skive1}}) = 136.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Skive 2:

$$F_{sx2} := N_{x2} + N_{xy2} \cdot \tan(\text{Rissvinkel}_{\text{skive2}}) = 1776.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_{sy2} := N_{y2} + N_{xy2} \cdot \cot(\text{Rissvinkel}_{\text{skive2}}) = 444 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Trykkraft i betongen:

Skive 1:

$$F_{c1} := \frac{N_{xy1}}{\sin(\text{Rissvinkel}_{\text{skive1}}) \cdot \cos(\text{Rissvinkel}_{\text{skive1}})} = 3512.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Skive 2:

$$F_{c2} := \frac{N_{xy2}}{\sin(\text{Rissvinkel}_{\text{skive2}}) \cdot \cos(\text{Rissvinkel}_{\text{skive2}})} = 593.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kontroll av betongtrykk kapasiteten:

$$v_{\text{Rd,max}} := 0.6 \cdot v' \cdot f_{cd} = 12.546 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad v' := \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)$$

Skive 1:

$$\sigma_{c1} := \frac{F_{c1}}{t_1} = 23.415 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \sigma_{c1.\text{kontroll}} := \text{if} \left(\frac{\sigma_{c1}}{v_{\text{Rd,max}}} \leq 1, \text{"OK"}, \text{"IKKE.OK"} \right)$$

$$\sigma_{c2} := \frac{F_{c2}}{t_2} = 3.956 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \sigma_{c2.\text{kontroll}} := \text{if} \left(\frac{\sigma_{c2}}{v_{\text{Rd,max}}} \leq 1, \text{"OK"}, \text{"IKKE.OK"} \right)$$

$$\sigma_{c1.\text{kontroll}} = \text{"IKKE.OK"}$$

$$\sigma_{c2.\text{kontroll}} = \text{"OK"}$$

Nødvendig armering:

Skive 1:

$$A_{sx1} := \frac{F_{sx1}}{f_{yd}} = 1259.4 \frac{mm^2}{m}$$

$$A_{sy1} := \frac{F_{sy1}}{f_{yd}} = 314.9 \frac{mm^2}{m}$$

Skive 2:

$$A_{sx2} := \frac{F_{sx2}}{f_{yd}} = 4085.1 \frac{mm^2}{m}$$

$$A_{sy2} := \frac{F_{sy2}}{f_{yd}} = 1021.3 \frac{mm^2}{m}$$

Minimumsarmering etter Eurocode NS-EN 1992-1-1

I punkt 7.3.2. Der står det blant annet at: For profiltverrsnitt som t-bjelker og kassetverrsnitt bestemmes arealet av minimumsarmeringen for hver enkelt del av tverrsnittet (steg og flenser).

Opgavens brutverrsnitt kan verken antas å være en t-bjelke eller et kassetverrsnitt. Det er derfor valgt å betrakte tverrsnittet som en plate, men at det bestemmes minimumsarmering for både midtdelen og vingene. Vingene og midtdelen betraktes da helt uavhengig av hverandre.

Det beregnes derfor minimumsarmering etter punkt 9.3 Plater i NS-EN 1992-1-1

$$b_t := 1000 \text{ mm} \quad d := h - c = 1175 \text{ mm}$$

$$A_{s,\min} := \max \left(0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d, 0.0013 \cdot b_t \cdot d \right) \cdot \frac{1}{m} = 2321.8 \frac{mm^2}{m}$$

Nødvendig armering kontrollert mot minimumskrav:

Skive 1:

$$A_{sX1} := \text{if} (A_{sx1} < A_{s,\min}, A_{s,\min}, A_{sx1}) = 2321.8 \frac{mm^2}{m}$$

$$A_{sY1} := \text{if} (A_{sy1} < A_{s,\min}, A_{s,\min}, A_{sy1}) = 2321.8 \frac{mm^2}{m}$$

Skive 2:

$$A_{sx2} := \mathbf{if}(A_{sx2} < A_{s.min}, A_{s.min}, A_{sx2}) = 4085.1 \frac{mm^2}{m}$$

$$A_{sy2} := \mathbf{if}(A_{sy2} < A_{s.min}, A_{s.min}, A_{sy2}) = 2321.8 \frac{mm^2}{m}$$

Oppsummert gir dette nødvendig armering:

Skive 1:

$$A_{sx1} = 2321.8 \frac{mm^2}{m} \quad \text{Lengdearmering}$$

$$A_{sy1} = 2321.8 \frac{mm^2}{m} \quad \text{Tverrarmering}$$

Skive 2:

$$A_{sx2} = 4085.1 \frac{mm^2}{m} \quad \text{Lengdearmering}$$

$$A_{sy2} = 2321.8 \frac{mm^2}{m} \quad \text{Tverrarmering}$$