



Behandling av inkontinens med magneter

Harald Landro

Master i elektronikk

Innlevert: Januar 2013

Hovedveileder: Johannes Skaar, IET

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for elektronikk og telekommunikasjon

Sammendrag

I fattige land hender det at kvinner mister all kontroll over urinblæra etter kompliserte fødsler. Denne oppgaven har undersøkt et mulig hjelpemiddel for disse kvinnene basert på å ha en plugg i urinblæra som styres av en magnet. Pluggen skal hindre uønsket urinering. Kraften på en magnetisk plugg vil endre seg med posisjonen i forhold til en magnet, og dette er oppgavens hovedfokus. Et verktøy for simulering av magneter ble utviklet, og magneter av forskjellige former ble simulert. I tillegg ble det gjort grove eksperimenter på realistiske plugg i feltet til kommersielt tilgjengelige magneter.

Ved hjelp av simuleringstøyet ble det forsøkt å finne geometriske former som gjør en magnet best mulig egnet til å styre pluggen. Det lyktes ikke å finne noen form som gir en magnet vesentlige fordeler fremfor kommersielt tilgjengelige magneter. Men forsøkene viste at det er plausibelt at kraften fra magneter som er lett tilgjengelige er store nok. Det ble diskutert hva som skal til for at slike magneter skal få det nevnte hjelpemiddelet til å fungere.

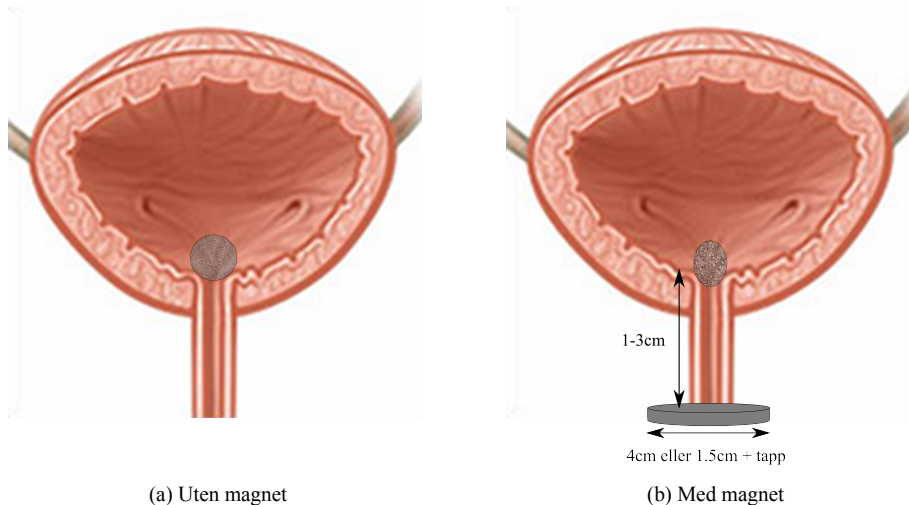
Abstract

In countries lacking sufficient health resources, women may sometimes completely lose the ability to control urination after severe or failed childbirth. This thesis has done preliminary research on a possible treatment based on a magnetic stopper in the urinary bladder, controlled by a magnet. The force on a magnetic stopper varies with its position with regards to a magnet. This is the main focus of the thesis. A tool was developed to simulate different shapes of magnets. In addition, rough experiments were done on realistic stoppers in the field of commercially available magnets.

By using the simulation tool, attempts were made to find geometric shapes that makes a magnet fit to control the stopper. No magnet was found that has significant advantages compared to already commercially available magnets. But the experiments showed that it is plausible that readily available magnets produce fields creating large enough forces on the stopper. What is needed for these magnets to have the treatment work was discussed.

Innhold

1	Introduksjon	1
1.1	Fistula	1
1.2	Hjelpemiddel	1
1.3	Krav til magneten og pluggen	2
1.3.1	Magnetens form	2
1.3.2	Kraften på pluggen	2
2	Aktuell magnetostatisk teori	2
2.1	Repetisjon av grunnleggende elektromagnetisme	2
2.1.1	Maxwells likninger	3
2.1.2	Magnetiske dipoler	3
2.1.3	Magnetisering og bundet strøm	4
2.2	Kraften på en jernkule i feltet fra permanentmagneter	4
2.2.1	Magnetfeltet i en ferromagnetisk kule plassert i ellers homogent magnetfelt	4
2.2.2	Kraften på en ferromagnetisk kule i et B-felt	5
2.3	Konstant kraft på jernkule i et område	5
2.3.1	Konstant størrelse på kraften i et område	6
2.4	Simulering av magneter	6
2.4.1	Modellering av sylindriske magneter	7
2.4.2	Modellering av sylinder-symmetriske magneter	7
2.4.3	Ikke-homogen magnetisering i sylinder-symmetriske magneter	8
2.4.4	Feltet fra en strømsløyfe langs aksene	9
2.4.5	Kraften på en jernkule langs aksene på en strømsløyfe	10
3	Simuleringer	10
3.1	Nøyaktigheten til simuleringene	11
3.2	Magneter med homogen magnetisering	12
3.3	Magneter med inhomogen magnetisering	18
4	Lab	20
4.1	Hensikt	20
4.2	Materialer og laboppsett	20
4.3	Resultater	24
4.3.1	Kommentarer til labresultatene	24
4.3.2	Sammenlikning med simuleringene	24
5	Diskusjon	31
5.1	Sammenlikning med ideell magnet	31
5.2	Sammenlikning med reelle krav til magneter	31
6	Konklusjoner	32
6.1	Videre arbeid	32



Figur 1: Urinblære med plugg

1 Introduksjon

1.1 Fistula

I forbindelse med kompliserte fødsler uten tilgang til nødvendig medisinsk utstyr oppstår noen ganger en skade kalt fistel eller fistula. Dette er et abnormt hull mellom to organer, her mellom vagina og urinblæra, og dette har store konsekvenser for helsen til kvinnen. Skaden kan opereres, men etter en vellykket operasjon står likevel 15% av kvinnene igjen uten kontroll over urinblæra [1].

Siden skaden kan forebygges med tilgang til godt medisinsk utstyr, er dette et problem som først og fremst rammer kvinner i fattige land, særlig i Afrika. Dette betyr blant annet at et hjelpemiddel må være billig å produsere.

1.2 Hjelpemiddel

Det finnes få hjelpemidler for kvinner som er inkontinente etter å ha hatt en fistel. Mathias Onsrud, som er lege ved Oslo Universitetssykehus og kontaktperson for den nevnte artikkelen [1], har jobbet en del for kvinner med slike problemer og kom med en idé for et hjelpemiddel. Denne går ut på at kvinnene kan få implantert en liten “plugg” i urinblæra ved urinrøret som vist i figur 1. Idéen er at denne pluggen skal være elastisk og fylt med jernspon, slik at når en magnet er tilstede i andre enden av urinrøret deformeres kula og trekkes litt inn i urinrøret, som på figur 1b. Uten magneten (fig. 1a) vil kula trekke seg sammen til sin naturlige form og la urinen renne rundt.

Denne oppgaven vil handle om magnetfeltene til permanentmagneter av forskjellige former og kreftene på en plugg i disse magnetfeltene. Den tar ikke hensyn til medisinske aspekter ved idéen, utover det som begrenser de fysiske dimensjonene til magneter og

plugg.

1.3 Krav til magneten og pluggen

For at det skal være mulig å bruke en magnet til å styre en slik plugg, må magneten være mulig å ha på seg, i tillegg til at det må være tilstrekkelig kraft på pluggen, slik at urinen faktisk stoppes. Kraften på pluggen må likevel ikke bli så stor at den stopper blodtilførsel.

Både magnetens form og kraften på pluggen begrenses av anatomi og fysikk. At pluggen er elastisk er også et krav, for den bør gi så jevnt trykk som mulig på veggen på urinblæra når den skal stoppe urinen.

1.3.1 Magnetens form

De fysiske dimensjonene på magneten begrenses av anatomien. Et alternativ er at magneten sitter fast i et plagg som brukeren kler på seg. Når hun har på seg et sånt plagg, vil magneten kunne flytte seg i forhold til urinrøret når hun beveger seg. Kraften på pluggen må ikke endres for mye når dette skjer.

Et annet alternativ er å la magneten ha en liten tapp som føres et lite stykke inn i urinrøret, og la resten av magneten være mellom kjønnsleppene. Magnetten må da være mindre enn i det første alternativet, men den vil ikke bevege seg særlig mye i forhold til urinrøret, og dermed heller ikke i forhold til pluggen når brukeren beveger seg. Kraften på pluggen må være stor nok til at pluggen stopper urinen fra å renne, men samtidig må den ikke være for stor så pluggen dras ut.

1.3.2 Kraften på pluggen

En av utfordringene ligger i at kraften et ferromagnetisk objekt opplever endrer seg svært mye når posisjonen endres i forhold til magneten. At kraften er konstant på pluggen er ikke ønskelig fordi levende organer ikke har godt av statisk trykk. Likevel vil denne oppgaven definere en "ideell" magnet som en magnet hvis magnetfelt skaper et område i rommet hvor kraften på pluggen er konstant. Man kunne da plassert magneten slik at dette området eksisterer rundt pluggen ved urinrøret, så pluggen opplever en konstant kraft selv om pluggen og magneten beveger seg i forhold til hverandre. Men konstant kraft betyr ikke konstant B-felt; dette tas opp i avsnitt 2.2.2. Videre vil det vise seg i avsnitt 2.3 at dette ønsket er en fysisk umulighet, uansett hvordan magneten designes. Derfor må man heller finne en magnet hvor kraften endrer seg minst mulig i det aktuelle området. Problemet kan stilles opp matematisk, men for å løse det må man løse partielle differensialligninger som ikke har analytiske løsninger.

2 Aktuell magnetostatisk teori

2.1 Repetisjon av grunnleggende elektromagnetisme

I dette avsnittet repeteres teori fra elektromagnetismen som brukes videre i oppgaven. Stoffet er hentet fra lærebøker i elektromagnetisme, f.eks. [2].

2.1.1 Maxwells likninger

Maxwells likninger er fire velkjente likninger som danner grunnlaget for den klassiske elektromagnetismen. De beskriver hvordan elektriske og magnetiske felt oppfører seg i naturen. I prinsippet finnes kun det elektriske feltet \mathbf{E} og det magnetiske feltet \mathbf{B} , men for å gjøre utregninger mulig i praksis, innføres det elektriske hjelpfeltet \mathbf{D} og det magnetiske hjelpfeltet \mathbf{H} . Disse hjelpfeltene inneholder informasjon om elektrisk polarisering \mathbf{P} og magnetisering \mathbf{M} i materie. Elektrisk polarisering er ikke interessant for denne oppgaven, men magnetiseringen beskrives litt dypere i avsnitt 2.1.3.

I denne oppgaven er det kun interessant å regne på rom som ikke inneholder frie ladninger eller frie strømmer og felt som tilnærmet er statiske. Med disse restriksjonene blir Maxwells likninger spesielt enkle, i tillegg til at de blir helt symmetriske:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{H} &= 0 \\ \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} & \mathbf{B} &= \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \\ &= \epsilon \mathbf{E} & &= \mu \mathbf{H}\end{aligned}\tag{1}$$

Her er også sammenhengen mellom de elektromagnetiske feltene \mathbf{E} og \mathbf{B} og deres hjelpfelt \mathbf{D} og \mathbf{H} gitt, i tillegg til Maxwells likninger for statiske felt i rom uten frie ladninger.

Som sagt eksisterer det ikke frie strømmer i denne oppgavens kontekst, og \mathbf{H} er derfor konservativt. Men dette behøver ikke å gjelde for \mathbf{B} -feltet, som følger Ampères lov, noe som betyr at det er såkalte bundne strømmer i rommet:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_b,\tag{2}$$

hvor μ_0 er permeabiliteten til vakuum og \mathbf{J}_b er strømmen som forårsaker magnetfeltet. Subskriptet b er lagt til for å indikere at disse strømmene er bundet til materialet det er snakk om.

2.1.2 Magnetiske dipoler

Magnetiske dipoler er en størrelse som er kjent fra magnetostatikken. En magnetisk dipol kan modelleres som en sirkulær strømsløyfe med strøm I og radius r . Det magnetiske momentet \mathbf{m} til denne strømsløyfen er definert ved

$$\mathbf{m} = I \mathbf{a},$$

hvor $\mathbf{a} = \pi r^2 \hat{\mathbf{n}}$, med $\hat{\mathbf{n}}$ en enhetsvektor normalt på sirkeloverflaten. En ideell dipol har et infinitesimalt areal.

Hvis en ideell dipol plasseres i et magnetisk felt \mathbf{B} , kan man regne ut at kraften på dipolen blir [2]

$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})\tag{3}$$

2.1.3 Magnetisering og bundet strøm

Magnetiseringen til et materiale fås ved å se på materialet som en kontinuerlig masse av magnetiske dipoler. Magnetiseringen er da definert som magnetisk dipolmoment pr. volumenhet:

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{m}}{dv} \quad (4)$$

Denne magnetiseringen gir opphav til et magnetisk felt. Hvis \mathbf{M} ikke er konservativt, vil heller ikke det magnetiske feltet bli konservativt, og etter Ampères lov vil det finnes strømmer i materialet. Som sagt regner vi med at det ikke påtrykkes noen strøm utenfra, og uten frie strømmer er hjelpefeltet fremdeles konservativt. De strømmene vi får på grunn av Ampères lov kalles bundne strømmer. Disse strømmene er regnet ut i flere bøker, bl.a. [2], og gjengis kort her:

Inni et objekt med magnetisering \mathbf{M} vil den bundne strømmen \mathbf{J}_b være gitt ved

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad (5)$$

På overflaten av det samme objektet får man en bundet overflatestrøm \mathbf{K}_b :

$$\mathbf{K}_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}, \quad (6)$$

hvor $\hat{\mathbf{n}}$ er enhetsvektoren som er normal på overflaten til objektet.

2.2 Kraften på en jernkule i feltet fra permanentmagneter

Det er et stort arbeid å finne den totale kraften på pluggen i et magnetfelt. En ting er at jern er ferromagnetisk, noe som betyr at B-feltet ikke varierer lineært med H-feltet. Et annet problem er at pluggen er stor og vil bestå av mer enn bare jern.

I utregningene vil vi anta at magnetfeltet er svakt nok til at H-feltet til jernet er proporsjonal med B-feltet ved en konstant permeabilitet μ som er svært høy. Vi vil også anta at pluggen består av mange små jernkuler som er plassert så langt fra hverandre at de ikke blir påvirket nevneverdig av B-feltet de andre jernkulene produserer.

2.2.1 Magnetfeltet i en ferromagnetisk kule plassert i ellers homogent magnetfelt

Flere lærebøker i elektromagnetisme tar for seg feltet som oppstår i og rundt en dielektrisk kule som plasseres i vakuum i et ellers homogent elektrisk felt. Likningene (1) viser at matematikken bak elektrostatikk og magnetostatikk er identiske. Dette betyr at H-feltet i en ferromagnetisk kule kan regnes ut på nøyaktig samme måte som E-feltet i en dielektrisk kule. Altså er H-feltet til en ferromagnetisk kule med permeabilitet $\mu = \mu_r \mu_0$ i et ellers homogent felt \mathbf{H}_0 lik

$$\mathbf{H} = \frac{3}{\mu_r + 2} \mathbf{H}_0$$

Kula blir som sagt plassert i vakuum, så uten kula gjelder

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0,$$

hvor \mathbf{B}_0 er magnetfeltet uten kula. Inni kula blir derfor

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu_r \mu_0 \frac{3}{\mu_r + 2} \mathbf{H}_0 = \frac{3\mu_r}{\mu_r + 2} \mathbf{B}_0$$

Hvis nå permeabiliteten er veldig høy, dvs $\mu_r \gg 1$, blir $\frac{\mu_r}{\mu_r + 2} \approx 1$:

$$\mathbf{B} \approx 3\mathbf{B}_0$$

2.2.2 Kraften på en ferromagnetisk kule i et \mathbf{B} -felt

Når permeabiliteten er høy, vil \mathbf{M} være mye høyere enn \mathbf{H} inni kula. Dermed blir

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \approx \mu_0 \mathbf{M}$$

$$\mathbf{M} \approx \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \approx \frac{3}{\mu_0} \mathbf{B}_0$$

Ved å omforme likning (4) kan det magnetiske momentet til et objekt med volum V og magnetisering \mathbf{M} enkelt regnes ut vha. integralet

$$\int d\mathbf{m} = \int_V \mathbf{M} dv.$$

Hvis kula er liten nok, kan vi regne \mathbf{B} -feltet for å være uniformt rundt kula, og momentet blir integralet over kula av magnetiseringen (som er uniform):

$$\mathbf{m} = V_{\text{kule}} \mathbf{M} \approx \frac{3V_{\text{kule}}}{\mu_0} \mathbf{B}_0,$$

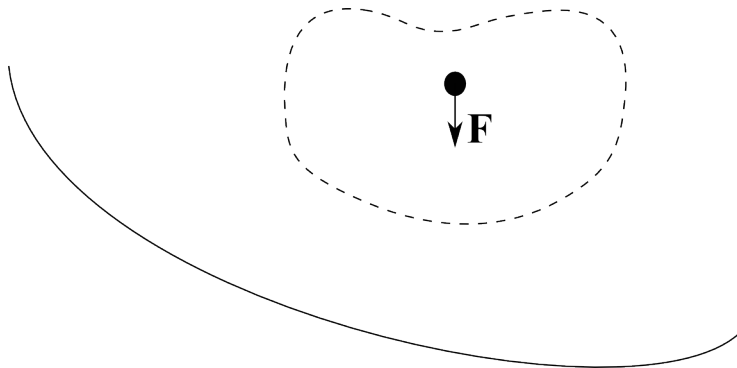
V_{kule} er volumet til jernkula. Settes dette inn i likning (3), blir kraften på denne kula

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \nabla \left(\frac{3V_{\text{kule}}}{\mu_0} \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_0 \right) \\ &= \frac{3V_{\text{kule}}}{\mu_0} \nabla B_0^2 \end{aligned} \quad (7)$$

hvor $B_0 = |\mathbf{B}_0|$. Det er viktig å merke seg at dette er en tilnærming, for dette er egentlig kraften på en ideell magnetisk dipol som har samme magnetisk moment som en jernkule med det gitte volumet ville hatt i et konstant magnetfelt av størrelse og retning som \mathbf{B}_0 i punktet kraften regnes ut.

2.3 Konstant kraft på jernkule i et område

Hvis man tar for seg kun det magnetiske aspektet ved problemet som ble beskrevet i avsnitt 1.3.2, kan denne problemstillingen beskrives omtrent som i figur 2: Et område er ønskelig hvor kraften som påvirker en ferromagnet er så konstant som mulig. Over den heltrukne linjen og utenfor det aktuelle området kan det ikke være magnetiserbare objekter. Det hele må kunne realiseres med permanentmagneter og ferromagneter.



Figur 2: Konstant kraft i område

Fra likning (7) får vi at $\nabla B_0^2 = C\hat{n}$ for en eller annen konstant C i retningen til en enhetsvektor \hat{n} . Dette innebærer at B_0^2 bare kan endres i en retning. Uten tap av generalitet kan man si at den skal endres kun i z -retningen. Hvis vi kaller de tre komponentene til \mathbf{B}_0 i hhv. ρ , ϕ og z -retning for $B_{0,\rho}$, $B_{0,\phi}$ og $B_{0,z}$, betyr dette at $B_{0,\rho}$ og $B_{0,\phi}$ må være konstante i hhv. ρ - og ϕ -retning. Siden disse to komponentene må være konstante, fås $\nabla \cdot \mathbf{B}_0 = \frac{d}{dz} B_{0,z} \neq 0$, men i følge de fysiske lovene fra avsnitt 2.1.1 må divergensen til \mathbf{B} være 0. Ønsket om konstant kraft på en jernkule i et område er med andre ord ikke fysisk mulig.

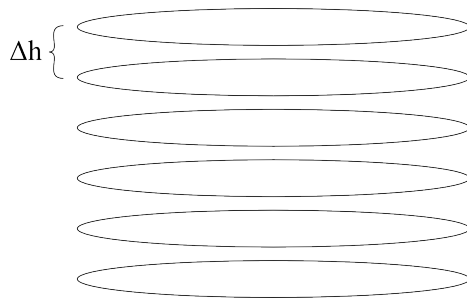
2.3.1 Konstant størrelse på kraften i et område

I stedet for å kreve at kraften skal være konstant i et område, kan man fjerne kravet om konstant retning på kraften og i stedet bare kreve at størrelsen på kraften skal være konstant. Da får vi at $|\nabla B_0^2| = C$. Denne likningen har løsninger som er fysiske, men man vil bli nødt til å løse partielle differensiallikninger som ikke er lineære, og slike likninger er svært vanskelig å løse.

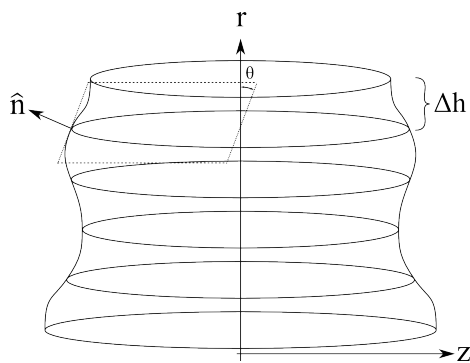
2.4 Simulering av magneter

Forrige avsnitt viste at det er vanskelig å regne seg frem til et B-felt som gir ideelle krefter på pluggen som er interessant i denne oppgaven. Og selv om man skulle finne et ideelt B-felt, vil det neppe være mulig å realisere en permanentmagnet som kan skape et slikt B-felt. Men det er ikke nødvendig at B-feltet er helt ideelt.

For å finne en best mulig magnet er det klart raskere og enklere å simulere magneter enn å prøve å realisere forskjellige typer magneter. I denne oppgaven er det kraften på ferromagneter i magnetfelt som er interessant, og derfor vil vi bygge programvare som simulerer jernspen i feltet til magneter. For å gjøre dette, må permanentmagnetenes B-felt simuleres. Her vil vi gjøre en liten forenkling igjen, og definerer permanentmagneter som objekter med konstant magnetisering.



Figur 3: Sylindermagnetmodell



Figur 4: Sylindersymmetrisk magnet

2.4.1 Modellering av sylindriske magneter

Når magnetiseringen er homogen og parallell med senteraksen til en sylinder, ser man fra likning (5) at det ikke er noen strøm inni magneten. Men likning (6) viser at det vil være bundne strømmen på overflaten av magneten og at størrelsen på denne overflatestrømmen blir lik størrelsen på magnetiseringen. Retningen på denne strømmen er derimot ikke den samme; den er vinkelrett på magnetiseringen i henhold til høyrehåndregelen. Overflatestrømmen går m.a.o. rundt sylinderen mot klokka, sett ovenfra, hvis magnetiseringen er oppover, eller med klokka når magnetiseringen er nedover.

I programvaren simuleres permanentmagneter som flere små ringer med en avstand Δh mellom hverandre. Fra figur 3 ser man at strømmen gjennom disse ringene blir integralet av overflatestrømmen i z-retning, dvs. $\Delta h K$, hvor K er størrelsen på overflatestrømmen.

2.4.2 Modellering av sylindersymmetriske magneter

Her antas også magnetiseringen å være homogen og i samme retning som senteraksen. Hvis veggen på magneten tegnes som en funksjon av z , får vi noe liknende figur 4. Igjen modelleres dette som en mengde strømsløyfer med en avstand Δh imellom. Siden

magnetiseringen er i samme retning som z-aksen, blir

$$K = |\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}| = M \cos \theta$$

($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$). Her er θ vinkelen mellom z-aksen og tangenten til kurven i punktet. Dette skal integreres langs hele kurven. Hvis vi kaller et kurveelement for dl , blir

$$dl = \frac{dz}{\cos \theta}$$

Altså blir

$$K dl = M dz$$

med andre ord blir strømmen gjennom strømsløyfelementet lik $M \Delta h$ uansett form på veggen. Den totale bundne strømmen til magneten blir Mh .

2.4.3 Ikke-homogen magnetisering i sylinder-symmetriske magneter

Hvis magnetiseringen er inhomogen, vil det være bundet strøm i hele magneten. I sylinderkoordinater er denne bundne strømmen gitt ved

$$\mathbf{J}_b = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial M_z}{\partial \phi} - \frac{\partial M_\phi}{\partial z} \right) \hat{\rho} + \left(\frac{\partial M_\rho}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial \rho} \right) \hat{\phi} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial (\rho M_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial M_z}{\partial \phi} \right) \hat{z}$$

Hvis vi krever at \mathbf{M} er sylinder-symmetrisk og at den ikke har noen ϕ -komponent, blir $J_{b,\rho} = 0$ fordi M_z ikke endres i ϕ -retning (den er sylinder-symmetrisk) og $M_\phi = 0$. Tilsvarende blir også $J_{b,z} = 0$, og \mathbf{J}_b får kun en komponent i ϕ -retning:

$$J_{b,\phi} = \frac{\partial M_\rho}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial \rho}$$

Dette betyr at \mathbf{J}_b kan simuleres med små strømsløyfer når \mathbf{M} er sylinder-symmetrisk og ikke har noe ϕ -komponent. Siden strømmen bare har en ϕ -komponent, kan den totale strømmen i et lite rektangel ved z_0, ρ_0 med sider $\Delta z, \Delta \rho$ regnes ut ved integralet

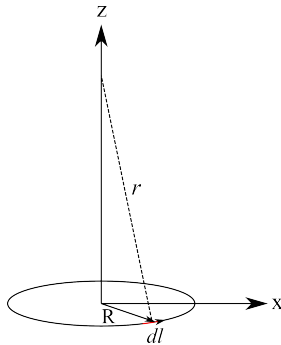
$$\begin{aligned} I &= \int_{z_0}^{z_0+\Delta z} \int_{\rho_0}^{\rho_0+\Delta \rho} \frac{\partial M_\rho}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial \rho} d\rho dz \\ &= \left[\int_{\rho_0}^{\rho_0+\Delta \rho} M_\rho d\rho \right]_{z=z_0}^{z_0+\Delta z} - \left[\int_{z_0}^{z_0+\Delta z} M_z dz \right]_{\rho=\rho_0}^{\rho_0+\Delta \rho} \end{aligned}$$

Dette kan forenkles videre ved å kreve at M_z ikke varierer i z -retning og at $M_\rho = 0$. Da blir

$$\begin{aligned} I &= -\Delta z [M_z]_{\rho=\rho_0}^{\rho_0+\Delta \rho} \\ &= \Delta z (M_z(\rho_0) - M_z(\rho_0 + \Delta \rho)) \end{aligned}$$

(sylinder-symmetri og kravet om ingen variasjon i z -retning betyr at M_z kun er en funksjon av ρ .) Siden denne strømmen ikke varierer i z -retning, kan vi la $\Delta z \rightarrow 0$ og får for overflatestrømmen på en sylinder med radius ρ_0 :

$$K_\phi = \frac{dI}{dz} = M_z(\rho_0) - M_z(\rho_0 + \Delta \rho)$$



Figur 5: Magnetfeltet langs aksen til en strømsløyfe

Med de gitte kravene for magnetiseringen kan altså magneten modelleres som flere konsentriske sylindre med overflatestrøm som gitt i ligningen over.

2.4.4 Feltet fra en strømsløyfe langs aksen

Biot-Savarts lov sier at magnetfeltet fra et strømelement $I d\mathbf{l}$ i punktet \mathbf{r} (med strømelementet i origo) er[2]

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r}|^3}.$$

Langs aksen til en strømsløyfe, som vist i figur 5, gir enkel vektorregning at z -komponenten til magnetfeltet fra strømelementet $I d\mathbf{l}$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}}.$$

Symmetrien i systemet gjør at de andre komponentene til magnetfeltet kanselleres når man integrerer over hele sirkelen. z -komponenten til magnetfeltet blir ganske enkelt

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} R dl \\ &= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Dette kan normaliseres ved å la $\zeta = \frac{z}{R}$ kalle magnetfeltet i origo for B_O , nemlig

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Etter litt enkel utregning fås at:

$$B_z = B_O \frac{1}{(\zeta^2 + 1)^{3/2}}$$

2.4.5 Kraften på en jernkule langs aksen på en strømsløyfe

Likning (7) gir kraften på en jernkule i et magnetfelt. Langs aksen til en strømsløyfe blir denne formelen

$$F = \frac{3V_{\text{kule}}}{\mu_0} B_O^2 \frac{d}{dz} \frac{1}{(\zeta^2 + 1)^{3/2}}$$

For å regne dette ut, trengs den deriverte av ζ :

$$\frac{d}{dz} = \frac{d\zeta}{dz} \frac{d}{d\zeta} = \frac{1}{R} \frac{d}{d\zeta}$$

Kraften kan dermed regnes ut:

$$\begin{aligned} F &= \frac{3V_{\text{kule}}}{\mu_0} \frac{d}{dz} B_O^2 \\ &= \frac{3V_{\text{kule}}}{\mu_0} B_O^2 \frac{1}{R} \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{1}{1 + \zeta^2} \right)^3 \\ &= F_0 \frac{\zeta}{(\zeta^2 + 1)^4} \end{aligned}$$

hvor

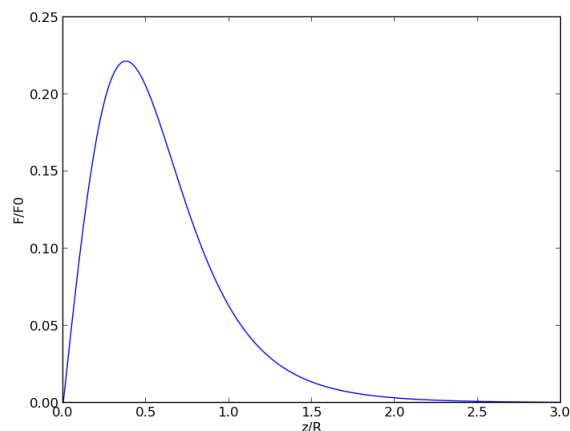
$$F_0 = -\frac{18V_{\text{kule}}B_O^2}{\mu_0 R} = -\frac{9V_{\text{kule}}\mu_0 I^2}{2R^3}$$

Her er F_0 kun en konstant, i motsetning til B_O som er feltet i sentrum av strømsløyfen. F_0 er negativ fordi kraften er rettet mot sentrum av magneten, dvs. negativ ζ -retning når ζ er positiv. Figur 6 viser den normaliserte kraften grafisk.

3 Simuleringer

I simuleringene holder vi oss til sylindersymmetriske magneter. Fra forrige avsnitt har vi at B-feltet da blir sylindersymmetrisk. Dette betyr at vi bare trenger å vise to romdimensjoner i simuleringene, nemlig aksene ρ og z . Metoden som ble beskrevet i avsnitt 2.4 ble brukt til å utvikle et simuleringsverktøy for denne oppgaven. Programmeringsverktøyet Python ble brukt til dette sammen med bibliotekene numpy og matplotlib. Feltet utenfor aksen ble regnet ut med en numerisk metode basert på elliptiske integraler. Læreboka [3] viser hvordan man finner vektorfeltet rundt en strømsløyfe på denne måten. Men metoden som ble brukt i disse simuleringene er basert på formler funnet i [5].

Simuleringene viser kraften på en infinitesimal magnetisk dipol i et B-felt fra permanentmagneter. Permanentmagnetene blir simulert som i avsnitt 2.4. Dipolen har samme dipolmoment som en jernkule på 1mm^3 i et B-felt som er homogent og av samme størrelse og retning som i punktet dipolen er plassert. Litt upresist kan man altså si at simuleringene viser omtrentlig kraft på en jernkule med volum 1mm^3 i nærheten av en simulert magnet.



Figur 6: Normalisert kraft på en jernkule langs aksen på en strømsløyfe

For enklere å kunne sammenligne forskjellige magneter med hverandre og med de ønskene vi har for magneten, vil grafene fra simuleringene være konturplott av størrelsen til kraften på jernkula. Retningen på kraften er altså ikke med i grafene.

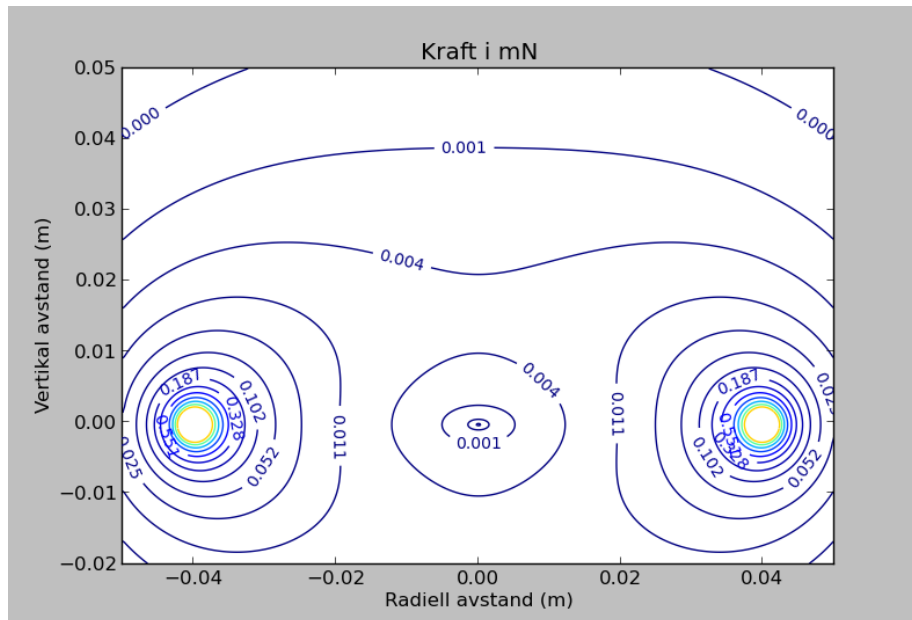
Avstanden mellom konturene i grafene er ikke lineært med forskjellen i kraft. Nivået til konturlinjene er bestemt av en liste med 20 tall med lik avstand fra 0 til 1, og hvor elementene deretter er opphøyd i sjuende potens og multipliserte med den høyeste kraften som skal vises på grafet. I praksis betyr dette at forskjellen i størrelse mellom to konturlinjer nært den simulerte magneten er mye større enn forskjellen mellom to konturlinjer lenger fra den simulerte magneten. Siden kraften går mot uendelig nært kantene på magneten, er kreftene over en viss verdi maskert bort i grafene. Disse områdene er hvite i grafene.

Aksene ρ og z er vist i meter i alle grafene. Konturene viser kraften på jernkula og er gitt i mN.

3.1 Nøyaktigheten til simuleringene

Simuleringene ble gjort på idelle dipoler. Momentet til disse dipolene er basert på det en momentet en liten jernkule vil ha på samme sted, men momentet til jernkulen ble regnet ut for et homogent magnetfelt. Jo mindre jernkulen er, jo mer vil magnetfeltet virke homogent rundt jernkulen, og derfor vil simuleringene bli mer reelle jo mindre jernkulen som brukes er.

I tillegg simuleres kun én jernkule. Pluggene som skal lages vil inneholde jernspon, dvs. mange jernbiter fordelt over kula. Kraften på pluggen blir summen av kreftene på hver av disse jernbitene, som jo vil være forskjellige steder i forhold til magneten. Merk at jernbitene påvirker magnetfeltet, og at kraften på hver av jernbitene vil avvike ytterligere fra det simuleringene viser. Jo lenger unne jernbitene er hverandre, jo mindre påvirker de feltene til hverandre, og simuleringene blir mer nøyaktige.



Figur 7: Sylindermagnet; høyde 0,0625cm, diameter 8cm

3.2 Magneter med homogen magnetisering

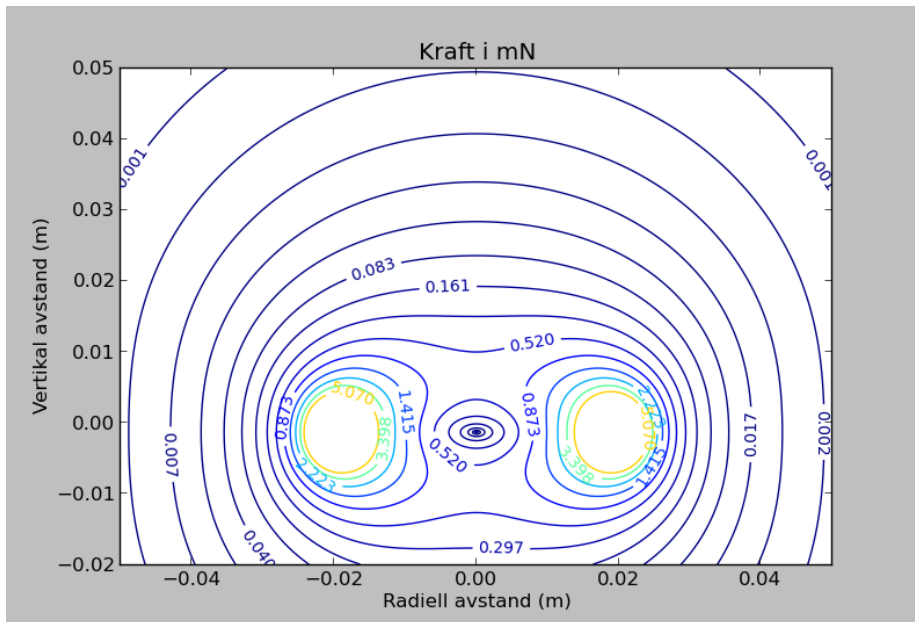
I dette avsnittet kommenteres grafene til sylinder-symmetriske magneter med homogen magnetisering som er simulert på måten som ble beskrevet i avsnitt 2.4.2. Magnetiseringen til disse simulerte magnetene er satt til å være $1T/\mu_0 \approx 800\text{kA/m}$, noe som er omtrent det man kan forvente fra neodym-magneter[4].

Figurene 7-9 viser sylindermagneter som alle har samme magnetiske moment (se avsnittene 2.1.2 og 2.4.2). Dimensjonene til magnetene er hhv. $8\text{cm} \times 0,0625\text{cm}$, $4\text{cm} \times 0,25\text{cm}$ og $2\text{cm} \times 1\text{cm}$ ($d \times h$, altså diameter \times høyde). Det kommer frem at kreftene i nærfeltet minker når arealet økes, og det er også tydelig fra grafene at jo større areal magneten har, jo langsommere endrer kraften seg i forhold til avstander.

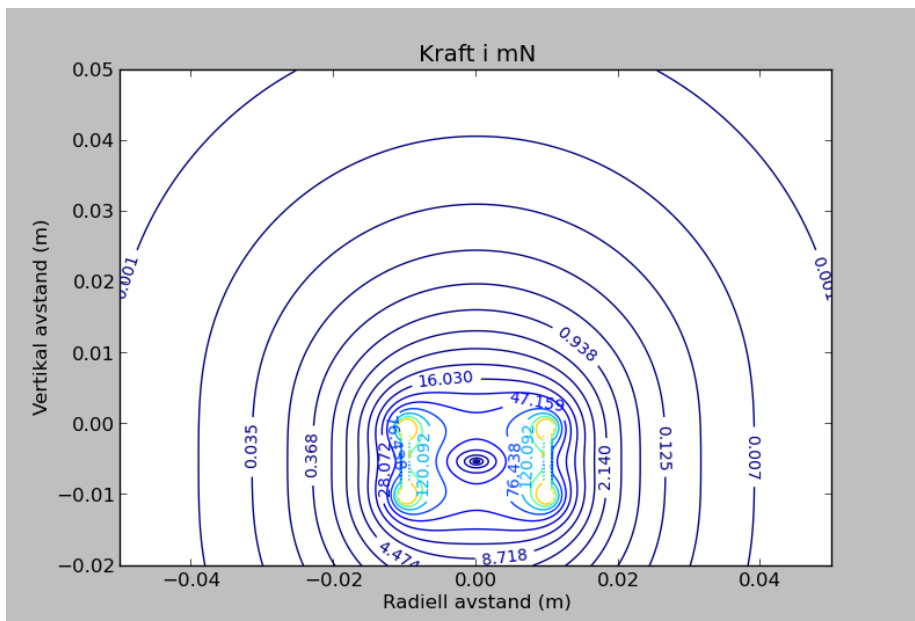
En ting som er verdt å legge merke til er sadelpunktet i kraften på jernkula som befinner seg omtrent $d/6$ over sentrum av magneten. Sentrum av magneten ligger $h/2$ under $z = 0$ (for den minste magnetens del betyr dette at sadelpunktet er inni magneten). Dette sadelpunktet samsvarer omtrent med toppunktet i figur 6.

I området $d/2$ til $d/4$ over sentrum til magneten langs akselen er et område som også er verdt å legge merke til: Her endrer kraften på jernkula seg med en faktor på 4, og dette området er ganske stort også i r -retning.

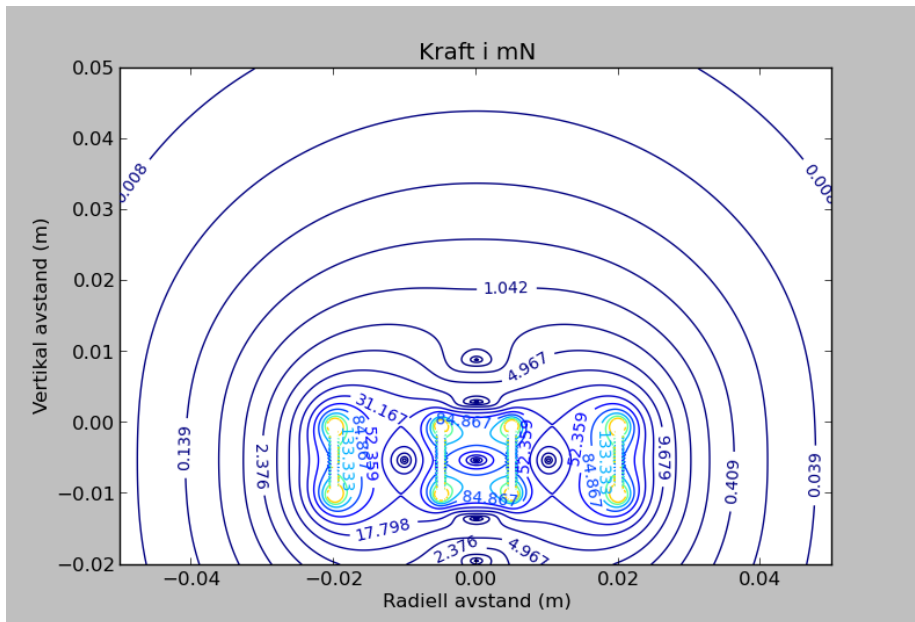
Tre ringmagneter med forskjellige indre diametre er vist i figurene 10, 11 og 12. Høyden er 1cm og den ytre diameteren er 4cm til alle tre magnetene. Det er mulig å se på disse figurene at over magnetene finnes et område hvor kraften på jernkula er jevnere enn andre områder rundt magneten (det finnes et tilsvarende område under magneten også.) Den indre diameteren på magnetene, avstanden til det aktuelle området og kraften



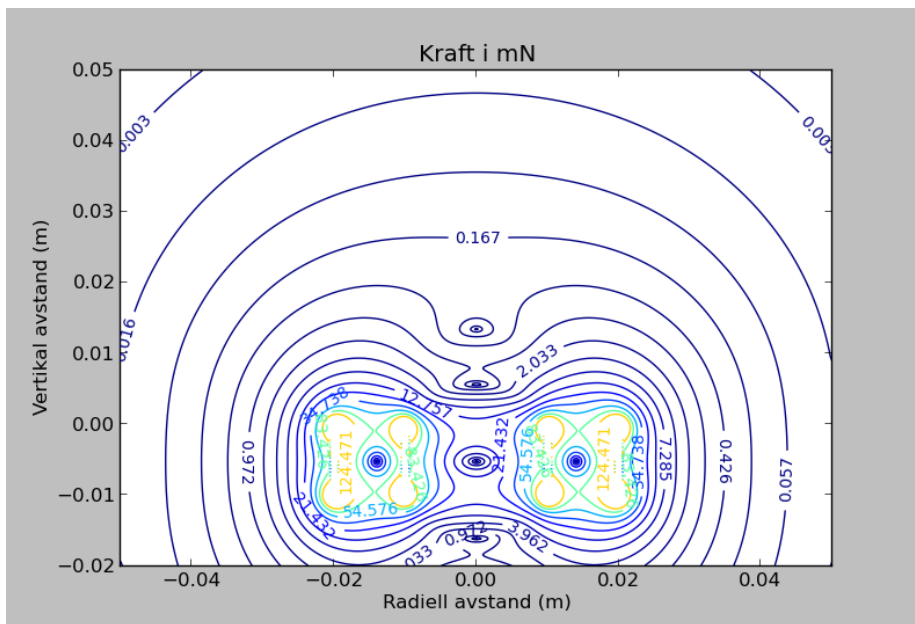
Figur 8: Sylindermagnet; høyde 0,25cm, diameter 4cm



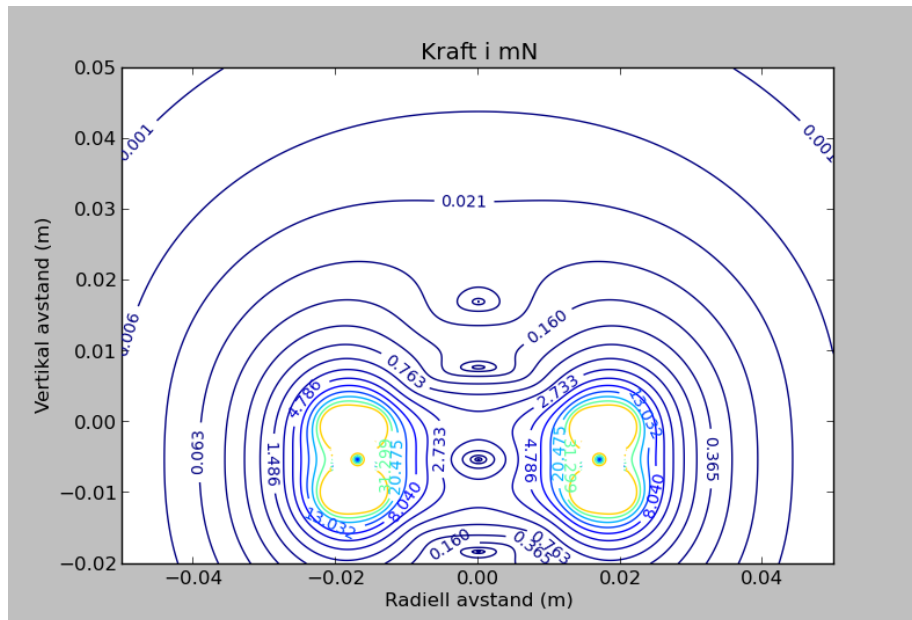
Figur 9: Sylindermagnet; høyde 1cm, diameter 2cm



Figur 10: Ringmagnet; høyde 1cm, ytre diameter 4cm, indre diameter 1cm



Figur 11: Ringmagnet; høyde 1cm, ytre diameter 4cm, indre diameter 2cm



Figur 12: Ringmagnet; høyde 1cm, ytre diameter 4cm, indre diameter 3cm

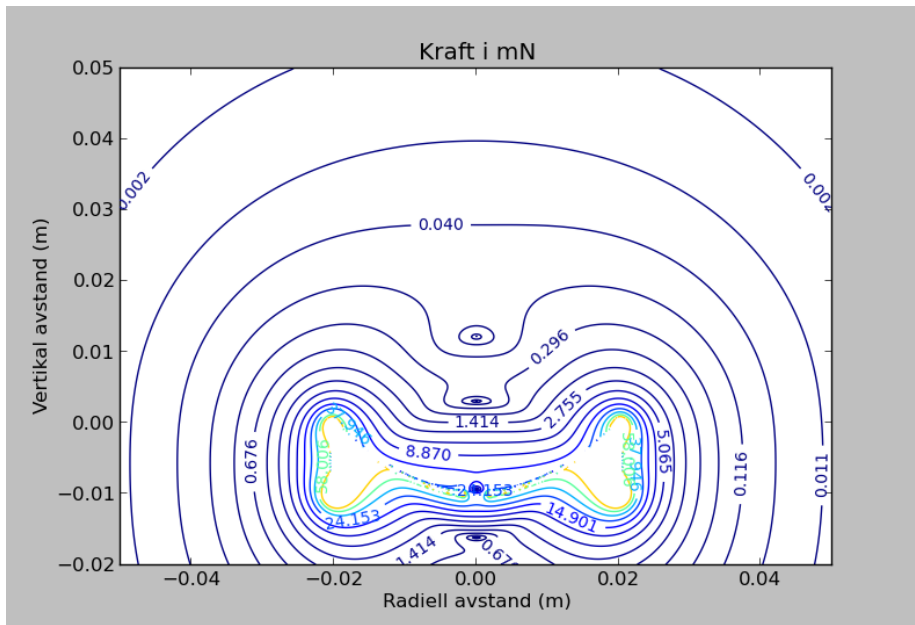
Indre diameter	Avstand til området	Kraft (omtrentlig)
1cm	1,0cm-1,9cm	1,0-2,0mN
2cm	1,5cm-2,7cm	0,17-0,3mN
3cm	1,9cm-3,1cm	0.021-0.04mN

Tabell 1: Størrelser på ringmagnetene

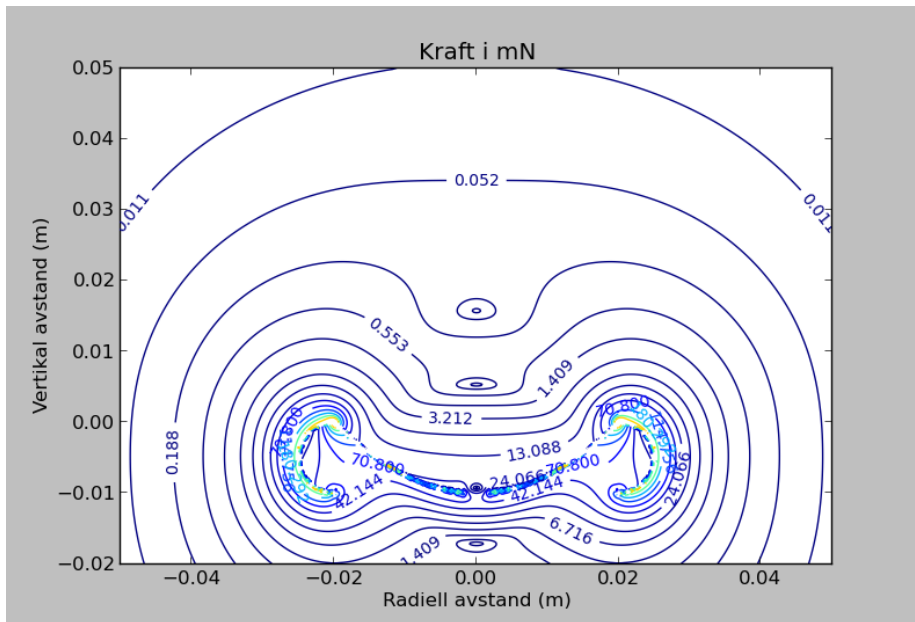
på jernkula i dette området er listet opp i tabell 1.

Flere ikke-sylindriske former ble simulert; to av de er vist på figurene 13 og 14. I figur 13 vises en sylindermagnet som er skåret ut til en skål-liknende form. Ytterveggen er rett, med radius 20mm, mens skålen har form etter formelen $\rho = 20\sqrt{\frac{z}{10}}$ mm med z fra 0m til 10mm; magneten er så flyttet nedover (negativ z -retning) med 10mm. Magnetene i figur 14 har samme form innvendig, men ytterveggen har form etter formelen $\rho = 5\sqrt{1 - (\frac{z}{5})^2}$ mm + 20mm med z fra -5mm til 5mm, flyttet ned med 5mm.

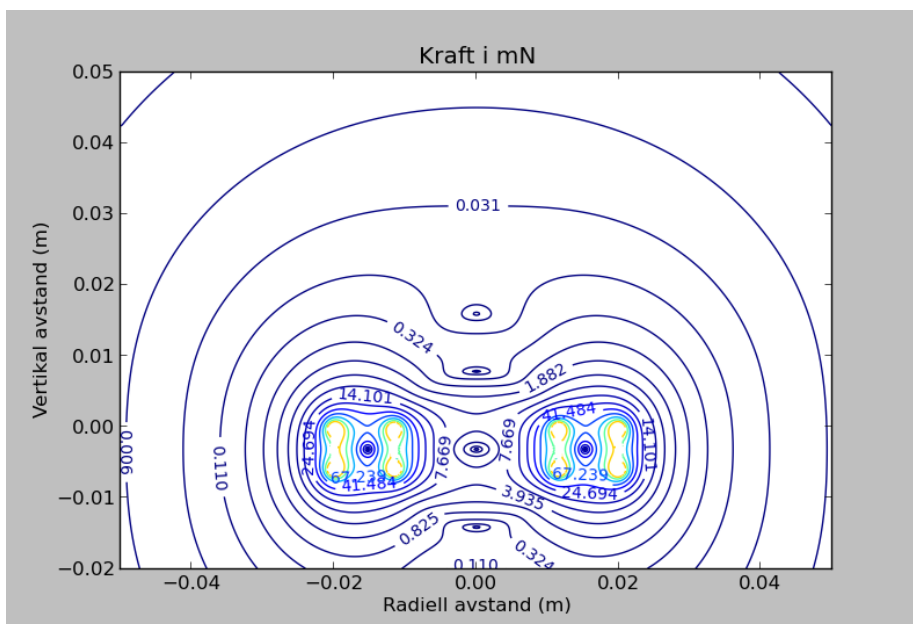
I avsnitt 4 vil det gjøres forsøk på fire reelle magneter. Den ene magneten har dimensjoner lik magneten som er simulert og vist i figur 8. De andre er vist i figurene 15, 16 og 17.



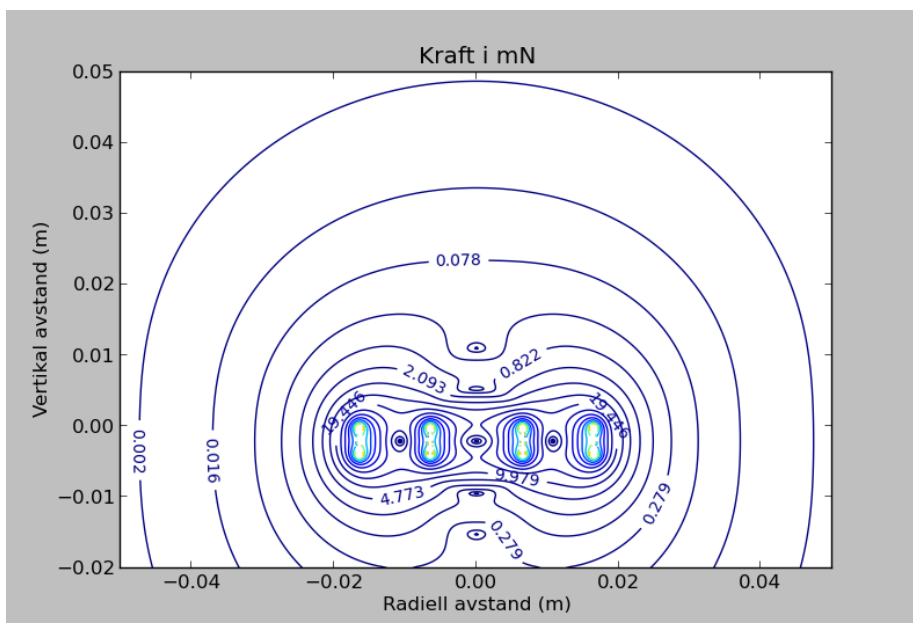
Figur 13: Skålmagnet med rette kanter



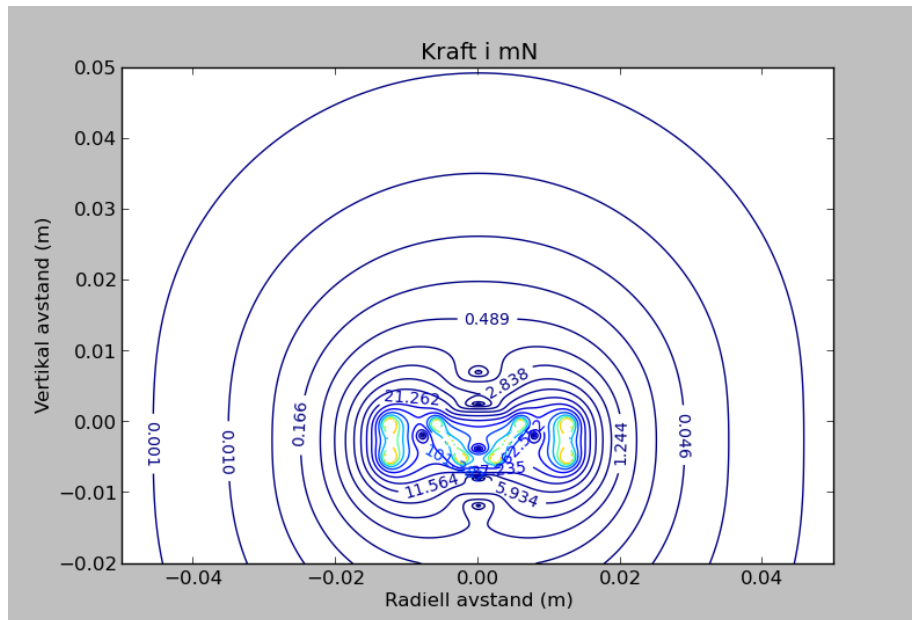
Figur 14: Skålmagnet med runde kanter



Figur 15: Ringmagnet; høyde 6mm, ytre diameter 4cm, indre diameter 2,3cm



Figur 16: Ringmagnet; høyde 4mm, ytre diameter 3,3cm, indre diameter 1,3cm



Figur 17: Magnet med kjegleformet hull

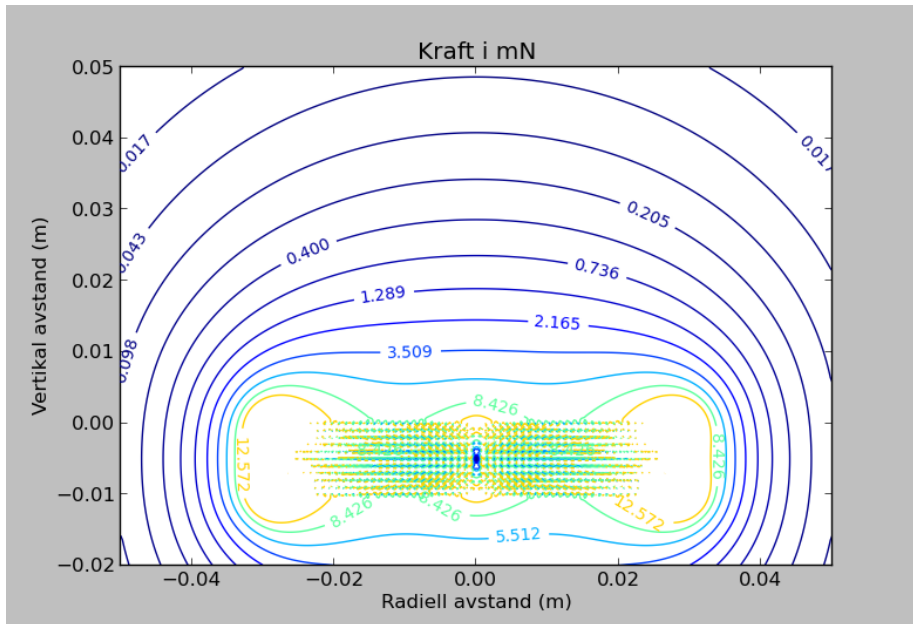
3.3 Magneter med inhomogen magnetisering

Figurene 18 og 19 viser grafene til simuleringer av magneter med inhomogen magnetisering, som beskrevet i avsnitt 2.4.3. Magnetiseringen er i z -retning, og oppgis som en funksjon av ρ . Konstanten M_0 er den samme som den konstante magnetiseringen i forrige avsnitt, nemlig $M_0 = 1\text{T}/\mu_0 \approx 800\text{kA/m}$.

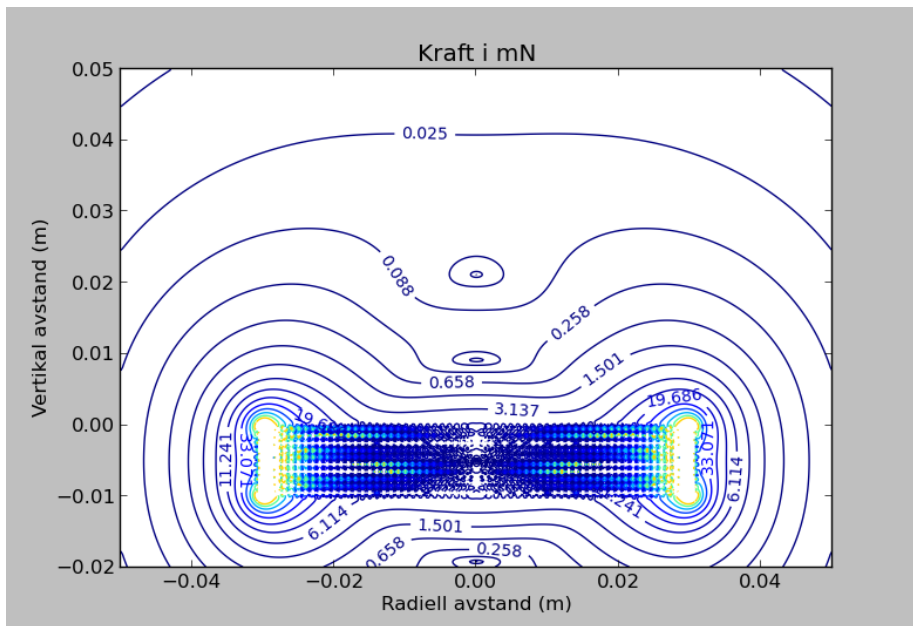
Det lyktes å finne magneter som horisontalt vil ha ganske konstant kraft nært magneten. Figur 18 viser en magnet med magnetisering $M_z = M_0 (1 - r/0,03)^{1/4}$, hvor $0 < r < 0,03\text{m}$. Her er $M_z = 0$ når $r = 0,03\text{m}$, noe som betyr at det ikke er noen bundet strøm på veggen til magneten.

Figur 19 viser en magnet med magnetisering $M_z = M_0 (r/0,03)^2$, og igjen er $0 < r < 0,03\text{m}$. Når $r = 0,03\text{m}$ blir her $M_z = M_0$, og derfor er det en bundet strøm på ytterveggen som er den samme som på en cylindermagnet med radius $0,03\text{m}$. Denne bundne strømmen er motsatt rettet i forhold til de bundne strømmene inni magneten, siden M_z øker med r frem til $r = 0,03\text{m}$, deretter går den brått til 0.

De to magnetene nevnt i dette avsnittet har altså ganske konstant kraft når jernkula beveges i r -retning, nært magneten. Men figurene viser også at dette kommer på bekostning av at kraften endrer seg mer i z -retning.



Figur 18: Inhomogen magnetisering, $M_z = M_0 (1 - r/0.03)^{1/4}$



Figur 19: Inhomogen magnetisering, $M_z = M_0 (r/0.03)^2$

4 Lab

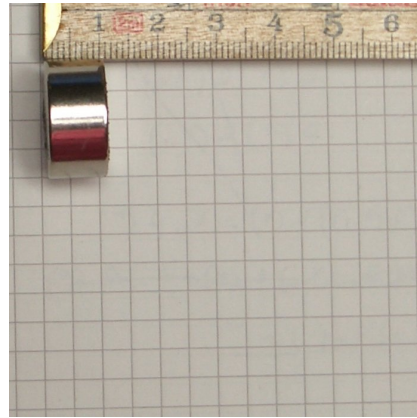
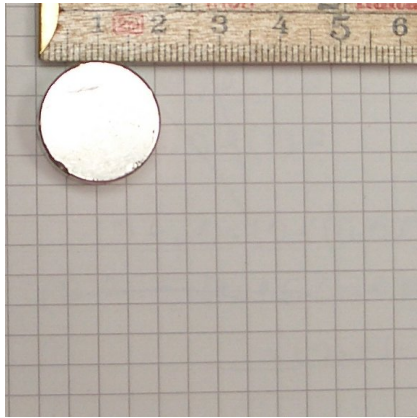
4.1 Hensikt

I simuleringene ble det gjort en del antakelser og forenklinger for å gjøre simuleringene gjennomførbare. For å etterprøve at disse antakelsene og forenklingene er rimelige, gjøres noen eksperimenter som skal måle de reelle kreftene på en plugg i et magnetfelt. Her er ikke målet stor nøyaktighet, men å få et bilde av hva man kan forvente av krefter på en slik plugg.

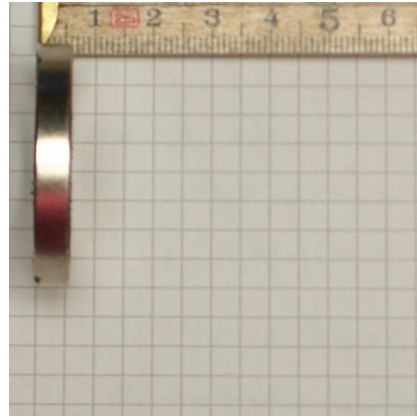
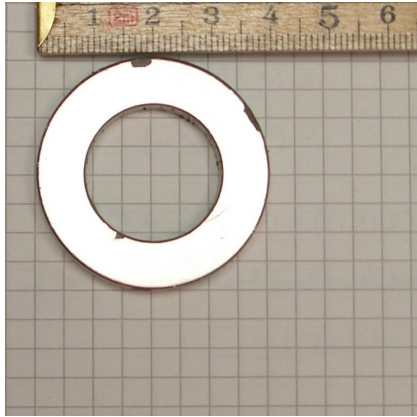
4.2 Materialer og laboppsett

Følgende materialer ble brukt i labforsøkene:

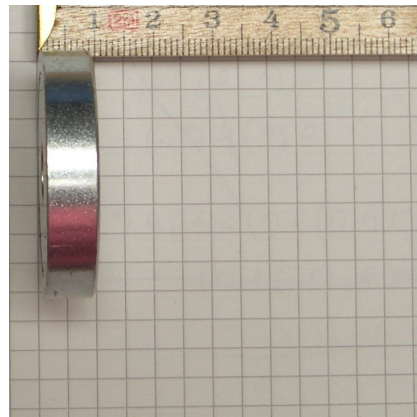
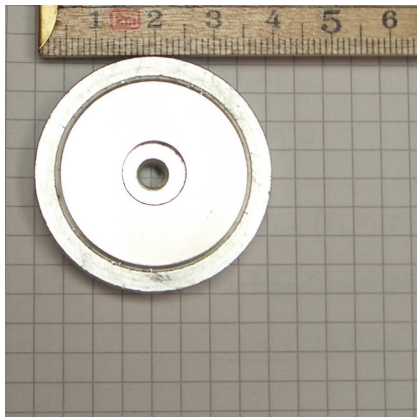
- Stålkule, diameter 1,2cm
- Jernspon
- Silikon
- Tråd
- Plater av hard papp
- Newtonmetre med følgende målingsområder:
 - 0-0,1N
 - 0-1,0N
- neodymmagneter av følgende former og dimensjoner:
 - Sylindermagneter:
 - * diameter 2cm, høyde 1cm, uten skjerming, vist i figur 20. Figur 9 viser simuleringen av denne magneten.
 - Ringmagneter:
 - * ytre diameter 4cm, indre diameter 2,3cm, høyde 6mm, uten skjerming, vist i figur 21. Magnetten er simulert i figur 15.
 - * ytre diameter 3,3cm, indre diameter 1,3cm, høyde 4mm, med skjerming, vist i figur 22. Simulert i figur 16.
 - Spesiell magnet
 - * ytre diameter 2,5cm, kjegleformet hull med diameter 0,5-1,2cm, høyde 0,5cm, med skjerming. Denne er vist i figur 23, men merk at bildet er misvisende i forhold til hullet i midten; hullet er kjegleformet, og hullet er størst øverst på magnetten (som vist på bildet). Magnetten er simulert i figur 17, der kommer formen på magnetten klarere frem.



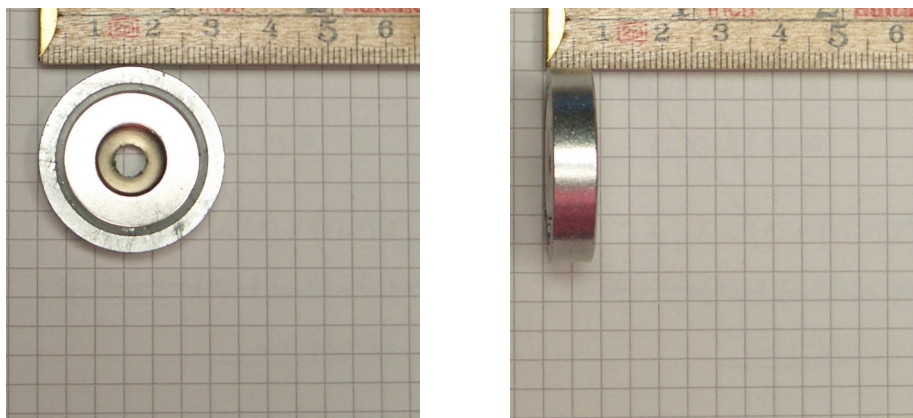
Figur 20: Magnet 1



Figur 21: Magnet 2



Figur 22: Magnet 3



Figur 23: Magnet 4

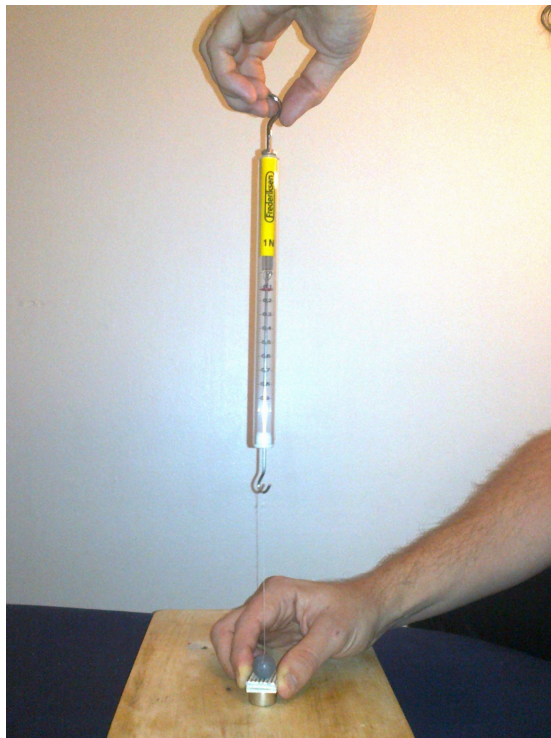
Magnetene refereres til som magnet 1-4, i rekkefølgen de ble nevnt. Merk at dimensjonene, og da spesielt høyden, til de to skjermede magnetene var forholdsvis vanskelige å måle og kan ha avvik.

Pluggen ble laget ved å blande jernspon med silikon. Dette ble formet til kuler og satt bort for å herdes. Det ble brukt ca. 6,5 gram jernspon i den største kula. Noe av dette forsvant fordi blandingen av silikon og jernspon er svært klebrig før det herdes. Dessverre var det ikke mulig å måle hvor mye som forsvant, men etter øyemål forsvant under 10 prosent. Den endelige kula veide 6,6 gram og hadde en diameter på ca. 1,7 cm. Volumet til denne kula regnes ut til å være ca. $2,5\text{cm}^3$. Massetettheten til jern er 7874kg/m^3 . Fra dette regnes volumet til jernet alene ut til å være mellom $0,8\text{cm}^3$ og $0,7\text{cm}^3$.

Til den lille kula ble det brukt 1 gram jern. Men herfra forsvant en god del mer enn 10 prosent under produksjonen; kanskje så mye som halvparten. Den endelige kula veide 0,8 gram og hadde en diameter på ca. 0,8cm. Volumet regnes derfor ut til å være ca. $0,3\text{cm}^3$. Volumet til 0,5 gram jern er ca. $0,06\text{cm}^3$.

Da kulene var herdet, ble en tråd trukket gjennom. Massen til tråden var ikke målbar med tilgjengelige instrumenter.

Etter at kulene var fedige, ble et system satt opp som på figur 24: Underst ligger magneten som skaper magnetfeltet den aktuelle kula skal måles i. Over magneten er det lagt harde papp-plater for å skape avstand til magneten. Kula som skal måles er festet til et newton-meter, og kula plasseres oppå papp-platene der hvor kraften er sterkest. Deretter skyves newtonmeteret oppover til kula "slipper;" den magnetiske kraften endrer seg så fort i rommet at det i praksis ikke er mulig å få kraften fra newton-metere til å balansere den magnetiske kraften, og dette får den konsekvensen at i det kraften fra newtonmeteret passerer den magnetiske kraften på kula, vil kula aksellerere fort mot newtonmeteret. Den verdien newtonmeteret viser idet kula slipper, noteres som et datapunkt. Før datapunktene plottes, trekkes gravitasjonskraften fra verdien som ble målt, slik at grafene viser den magnetiske kraften på kulene.



Figur 24: Laboppsett

Fra disse eksperimentene fås datapunkter i kun en dimensjon, i motsetning til simuleringene, hvor vi fikk to dimensjoner. Disse datapunktene måles likevel ikke i en linje langs f.eks. aksene, men derimot på et punkt hvor kraften er størst i den gitte avstanden fra magneten. Dette betyr at med de magnetene som ble brukt her, vil kraften måles nær aksene ved målinger et stykke unna magneten, men jo nærmere magneten målepunktene er, jo nærmere kanten på magneten vil målepunktene være, siden det er langs kanten på magneten magnetfeltet endres forstet, og dermed kraften er størst. Hver kule ble målt to ganger i feltet fra hver av magnetene.

For lettere å sammenlikne målingene med simuleringene, vises deler av simuleringensresultatene sammen med målingene. Figurene 9, 15, 16 og 17 viser simuleringer av magnetene det ble gjort forsøk på. Fra disse simuleringene verdiene tatt på samme måte som i forsøkene: For hver målingsavstand h over magneten finnes den største verdien på linja $z = h$. Disse verdiene blir multiplisert med en proporsjonalitetskonstant og kommenteres sammen med resultatene.

4.3 Resultater

Målingene er vist grafisk i semilogaritmisk skala i figurene 25 til 36. De to målingene som ble gjort på hver av systemene vises i samme figur som rød og blå kurver. Den grønne kurven viser de simulerte verdiene, multiplisert med en proporsjonalitetskonstant. Denne konstanten avhenger av kula som ble målt, og er valgt til 40 for den lille kula, 100 for den store kula og 200 for stålkula. De fire første figurene viser målingene gjort på den minste silikonkula med volum $0,3\text{cm}^3$, de fire neste figurene viser målingene gjort på den største silikonkula med volum $2,5\text{cm}^3$, mens de siste fire figurene viser målinger gjort på stålkula.

Kraftmålerne ble kallibrert før første måling, men de ble ikke omkallibrert før måling på stålkula begynte. Da måtte den kallibreres med $-0,02\text{N}$.

I tillegg til målingene vises kurver hentet fra simuleringene til de forskjellige magnetene. Disse kurvene vises sammen med målingene som grønne kurver.

4.3.1 Kommentarer til labresultatene

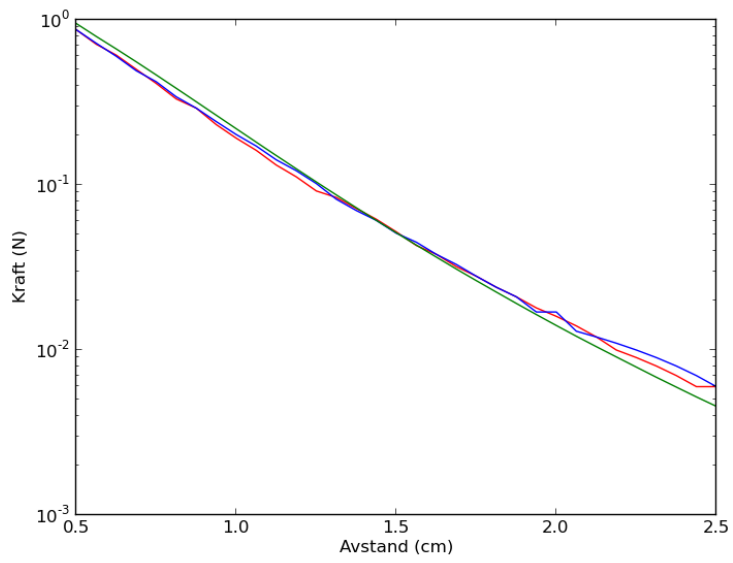
Når kraften blir liten, blir nøyaktigheten på målingene tydelig dårligere. Dette kan skyldes at det var vanskelig å bevege kraftmåleren sakte nok når kreftene ble små. I tillegg er kraftmålerne analoge, og avlesningsfeil forsterkes av den logaritmiske skalaen.

Kraften på kulene endres eksponensielt med avstanden i området som ble målt, synes det fra målingene. Spesielt sylindermagneten ser ut til å følge en slik kurve i området som ble målt. De andre magnetene flater litt ut.

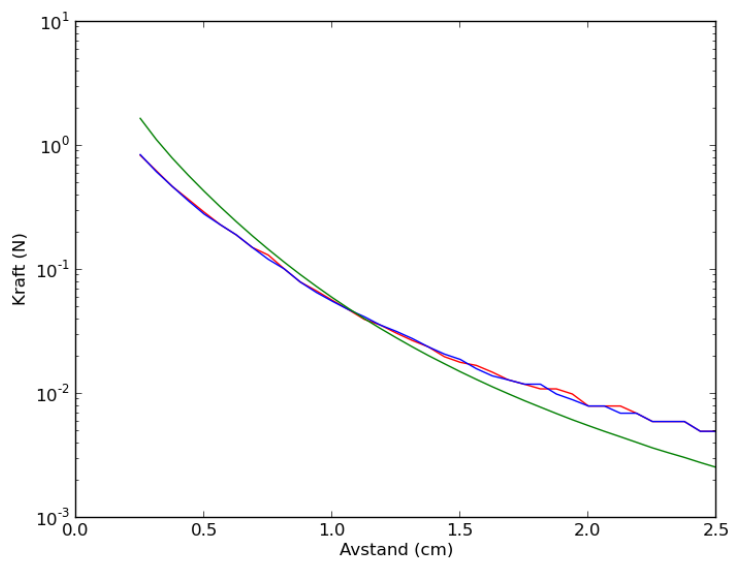
4.3.2 Sammenlikning med simuleringene

Avsnitt 3.1 forutså at det ville være avvik mellom simuleringer og labresultater. Likevel er kurvene fra målingene ganske like kurvene fra simuleringene.

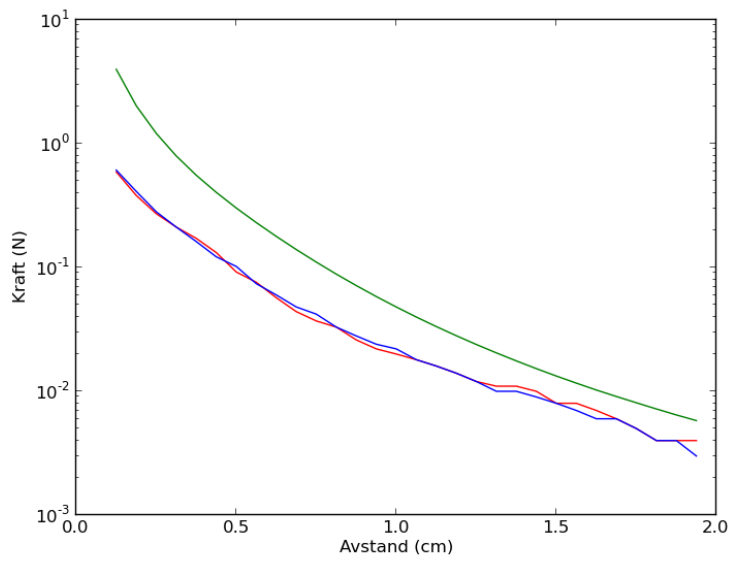
Den lille silikonkula inneholder jern som har volum 60-100 ganger volumet til jernkula som ble simulert. Proporsjonalitetskonstanten som ble valgt til den samme kula i dette avsnittet var 40. At denne konstanten er mindre enn forholdet mellom volum



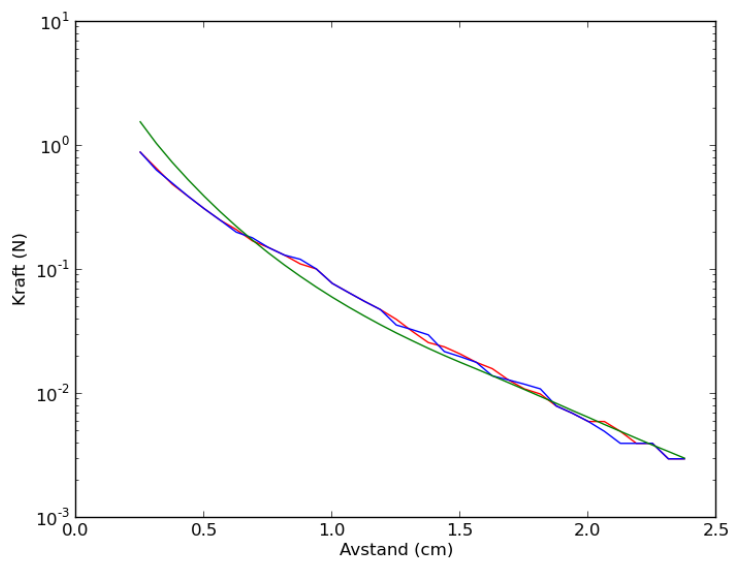
Figur 25: Liten kule, magnet nummer 1



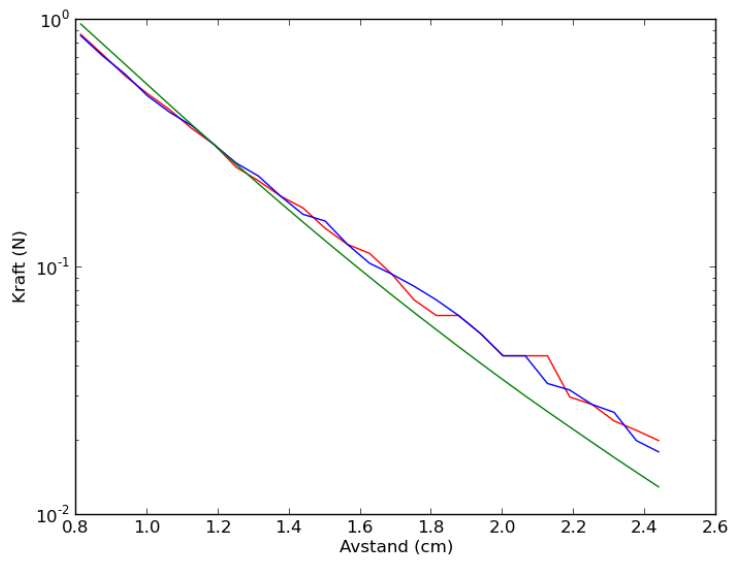
Figur 26: Liten kule, magnet nummer 2



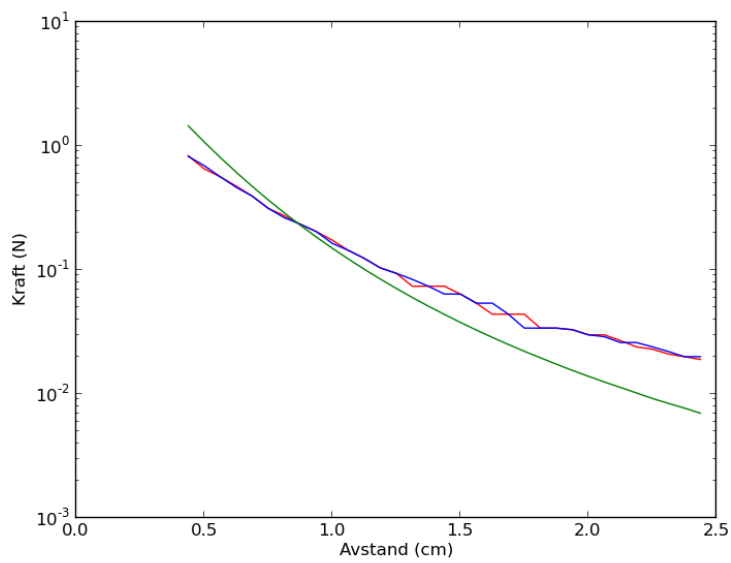
Figur 27: Liten kule, magnet nummer 3



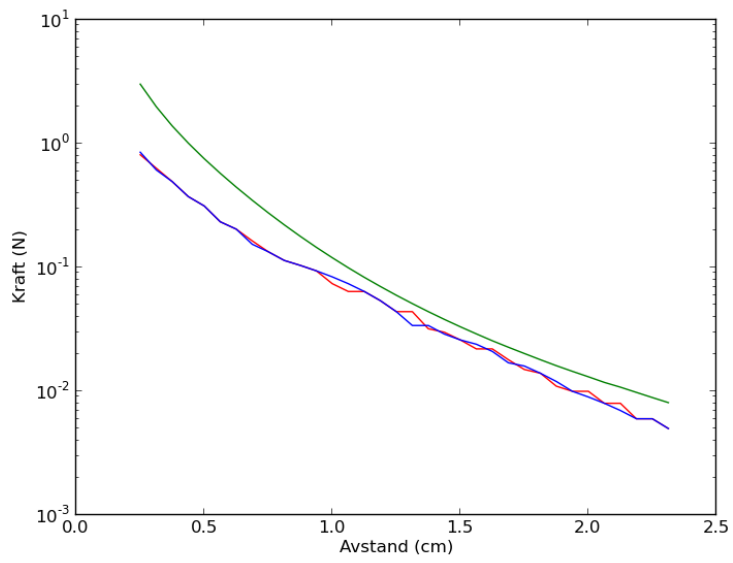
Figur 28: Liten kule, magnet nummer 4



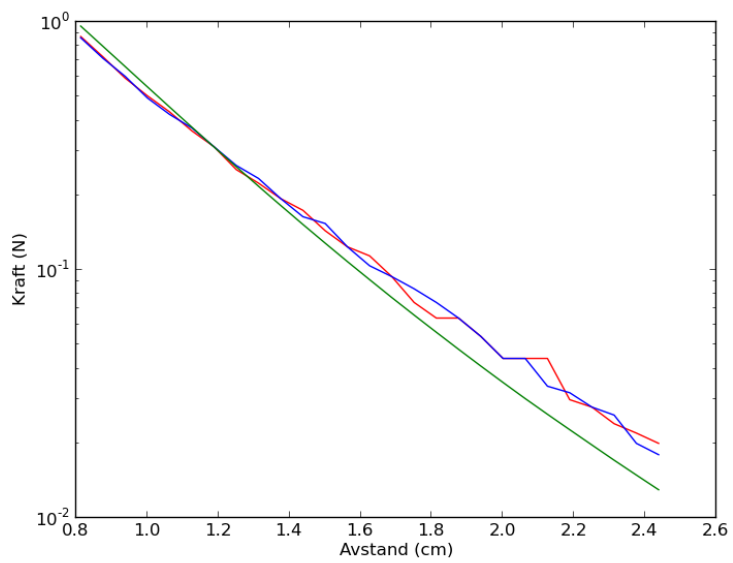
Figur 29: Stor kule, magnet nummer 1



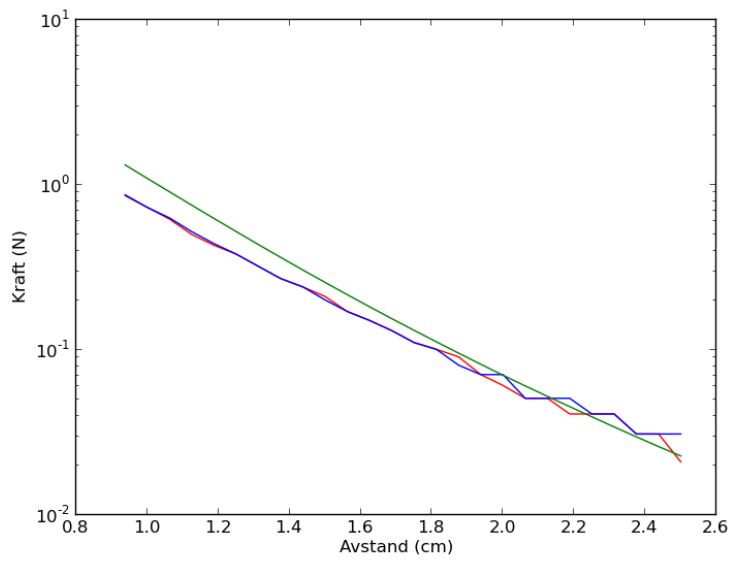
Figur 30: Stor kule, magnet nummer 2



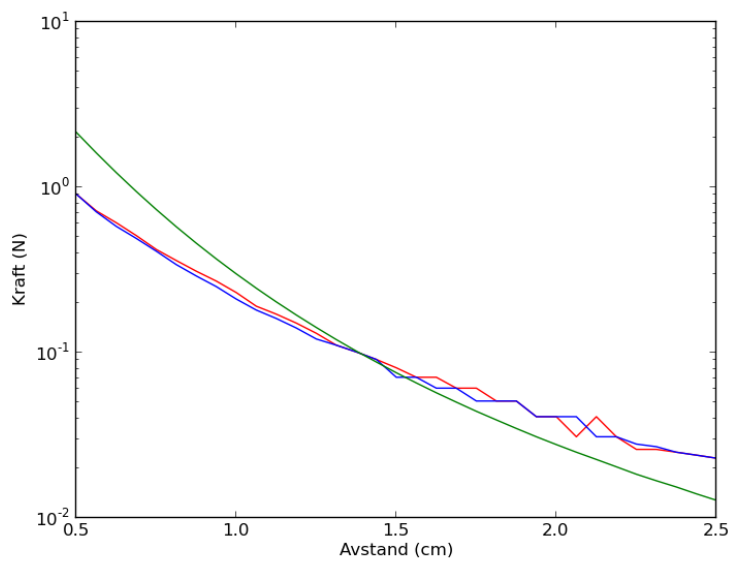
Figur 31: Stor kule, magnet nummer 3



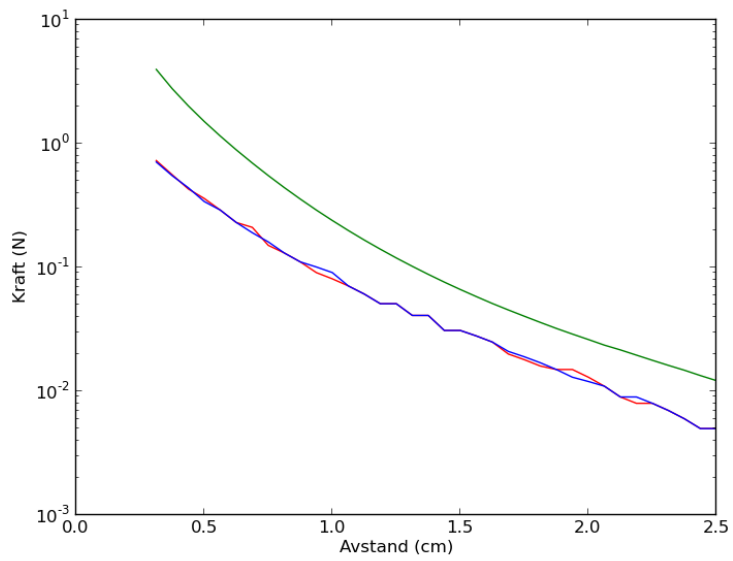
Figur 32: Stor kule, magnet nummer 4



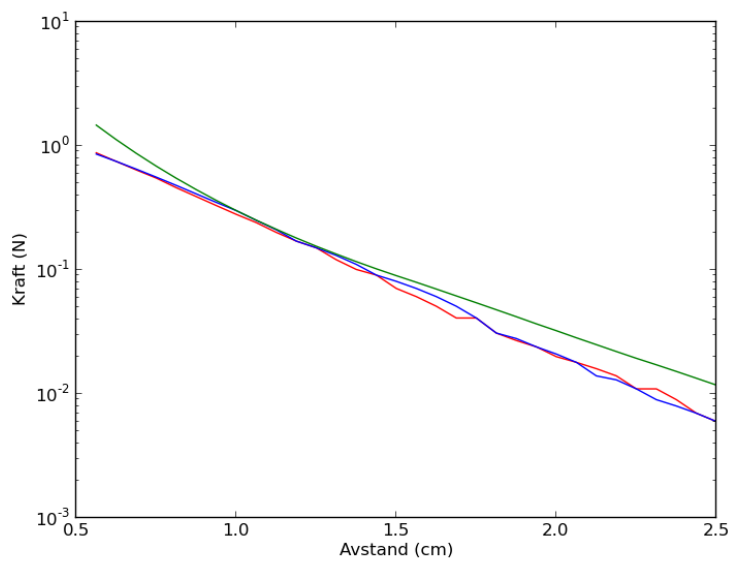
Figur 33: Stålkule, magnet nummer 1



Figur 34: Stålkule, magnet nummer 2



Figur 35: Stålkule, magnet nummer 3



Figur 36: Stålkule, magnet nummer 4

av jern i kula og volumet simuleringen er ikke overraskende, siden jernet i silikonkula befinner seg over et større område, hvor det meste av dette jernet opplever mindre kraft. Tilsvarende inneholder den store silikonkula 700-800 ganger mer jern enn det som ble simulert. Her ble proporsjonalitetskonstanten valgt til å være 100. Jernet i denne kula er spredt over et større område enn jernet i den lille kula, og derfor kan man forvente mindre kraft pr. volumenhet jern.

5 Diskusjon

Avsnitt 2.3 viser at det ikke er mulig å lage en ideell magnet, som definert i avsnitt 1.3.2. Men dette er langt fra noen indikasjon på at idéen om en magnet-styrt plugg i urinblæra ikke vil fungere. Feltet til vanlige magneter endres likevel så fort i rommet at det ville være en fordel å finne en utforming på magneten som demper denne effekten. Området dette gjelder for er avgrenset, så en skulle tro at det går an å finne en teoretisk magnet som oppfyller dette ønsket. Dette er imidlertid et vanskelig matematisk problem; med betingelsene gitt avsnitt 2.3.1 er det ikke mulig å løse analytisk. Kanskje er det fruktbart å løse problemet numerisk; selv om magneten man finner ikke er mulig å realisere fysisk, kan det kanskje gi idéer til former som går an å realisere, og som er bedre enn magnetene som ble funnet i denne oppgaven.

5.1 Sammenlikning med ideell magnet

Ringformede magneter har et lite område hvor de har egenskaper som likner noe på det ideelle. Dette området er imidlertid veldig smalt, selv om det kanskje er forholdsvis langt langs aksene, og dette området er ikke tydelig i lab-forsøkene. Forsøket ble gjort slik at kraften måles der kraften er størst i ρ -retning, dvs. horisontalt over magneten. Målingene ble altså gjort utenfor det aktuelle området.

Langs aksene til en sylindermagnet finnes en topp. Denne toppen er en tredel av magnetens radius over magnetens senter (se figur 6 på side 11). Simuleringene viser at dette er et sadelpunkt, og i et område rundt dette sadelpunktet endrer kraften seg mindre enn andre steder. Dette området er også forholdsvis vidt og kunne vært interessant. Men for at dette området skal være f.eks. rundt 2cm over magneten, må altså magneten være 12cm i diameter, og dette er neppe praktisk å ha på seg.

Ikke-standard magneter ble også simulert, men det ble ikke funnet magneter som gir noen vesentlig fordel fremfor standard magneter: Skål-form på magneten gjør det gunstige området som man finner ved ringmagneter noe større, men ikke vesentlig. Det ble funnet magneter som har liten kraft-endring på jernkuler når de beveger seg langs magneten, men dette gjelder kun svært nært magneten.

5.2 Sammenlikning med reelle krav til magneter

Kravene til kraften på pluggen er fleksible, og kanskje er de så fleksible at helt vanlige, kommersielt tilgjengelige magneter er gode nok. Figur 6 på side 11 viser at om en liten jernkule beveges langs aksene fra ca. 1 ganger til ca. 1/2 ganger radien fra sentrum av en strømsløyfe, endrer kraften på kula seg til det fire-dobbelte. Simuleringene viser at dette

området er ganske stort også i r -retning, og kan kanskje være interessant. Men kurven i den nevnte figuren og simuleringene er basert på kraften på veldig små jernkuler. En mer realistisk plugg ble gjort forsøk på, og figur 25 på side 25 viser at på en liten plugg øker kraften til det åtte-dobbelte i det aktuelle området i feltet fra en sylinderformet magnet, dvs. 1cm til 0,5cm fra magneten. Magnetene var for kraftige til at instrumentene som ble brukt kunne måle kraften i hele dette området på en større kule.

I det hele tatt tyder labforsøkene på at i området frem til 2,5cm fra kula kan man forvente eksponensiell endring av kraften som funksjon av avstanden fra magneten i de størrelsene som ble brukt i forsøkene. Dette er fremdeles ikke nødvendigvis et uoverkommelig problem, men det vil begrense hvor mye avstanden fra magneten til kula kan variere i bruk.

Hvis et menneske har et diastolisk blodtrykk på $60\text{mmHg} \approx 8\text{kPa}$, har hun lavt blodtrykk. Fra dette kan man regne ut en rimelig øvre grense for kraften på pluggen: Vi kan f.eks. anta at en plugg deformeres slik at 30% av arealet er i kontakt med veggen på urinrøret når magneten er tilstede, og at det er jevnt trykk over dette arealet. Da blir trykket på urinrøret $F/0.3A$, hvor F er kraften på kula og A er arealet til kula. Hvis pluggen har en diameter på 1,7cm, som den store kula i forsøkene, er arealet på hele kula ca. 9cm^2 . Da kan man tillate en kraft på 0,02N før trykket blir over 8kPa. Fra forsøkene er det klart at dette er godt mulig å få til.

Om antakelsene som nettopp ble gjort er rimelige, tas ikke stilling til her. Dessuten må kula trekke seg unna urinrøret nok til at urinen kan renne når magneten ikke er tilstede.

6 Konklusjoner

Utgangspunktet for oppgaven er et forslag om å lage et hjelpemiddel for kvinner med de alvorligste formene for inkontinens. Dette hjelpemiddelet fungerer ved å ha en magnetisk plugg i urinblæra som styres med en magnet utenfor kroppen. Når magneten er på plass i nærheten av pluggen, skal pluggen tette urinrøret, slik at urinen ikke renner, mens når magneten fjernes skal urinen kunne renne fritt.

Det ble definert hvordan proppen skal oppføre seg i feltet til en ideell magnet. Etter denne definisjonen ble det funnet at en ideell magnet ikke kan eksistere fysisk, og at å finne en magnet som har egenskaper som ligner ideelle ikke kan regnes ut analytisk. Et simuleringsverktøy ble laget for prøve å finne en slik magnet, men det ble ikke funnet noen magnet som har bedre egenskaper enn magnetene som er kommersielt tilgjengelige.

Sylindermagneter og ringmagneter er enkle å få tak i kommersielt, og noen slike ble simulert. Det ble også gjort eksperimenter på noen slike magneter. Det ble funnet at det er plausibelt at magneten kan lage store nok magnetiske krefter på pluggen til at dette hjelpemiddelet kan fungere, men kraften på pluggen endrer seg omtrent eksponensielt med avstanden i nærområdet til magnetene som ble målt.

6.1 Videre arbeid

En utfordring med vanlige magneter er at kraften på pluggen endrer seg mye med avstand. Forsøkene som ble gjort viser at den endrer seg omtrent eksponensielt med av-

standen fra magneten i området som ble målt. Derfor kan det bli vanskelig å holde pluggen på plass uten at trykket blir for stort på urinblæra. Det må undersøkes hvilke forhold som kan påvirke avstanden mellom magneten og pluggen i daglig bruk, og om denne avstanden er liten nok under disse forholdene.

Det er også andre utfordringer som må løses. Det ble f.eks. nevnt at når magneten fjernes, må pluggen trekke seg tilbake slik at urinen kan renne fritt. Tanken er at pluggen trekker seg sammen til en ball når magneten er borte, men hvordan dette skal fungere må problematiseres mer presist og undersøkes. Andre utfordringer vil sannsynligvis også oppstå før et hjelpemiddel som beskrevet kan fungere.

Videre kan man godt tenke seg at det finnes helt andre måter å løse problemet på. Denne oppgaven har kun tatt for seg et system hvor det finnes en plugg som inneholder jern i urinblæra og en magnet som styrer pluggen utenfra.

Referanser

- [1] Solbjørg Sjøveian *et. al.* *Surgical outcome of obstetric fistula: a retrospective analysis of 595 patients.* Acta Obstetricia et Gynecologica Scandinavica, 2011
- [2] David J. Griffiths. *Introduction to electrodynamics.* Prentice-Hall, 1999
- [3] John David Jackson. *Classical Electrodynamics.* John Wiley & Sons, 1998
- [4] Neodymium Magnet. I *Wikipedia*. Hentet 18. januar 2013 fra http://en.wikipedia.org/wiki/Neodymium_magnet
- [5] Eric Dennison. *Off-Axis Field of a Current Loop.* 2. oktober 2012 fra <http://www.netdenizen.com/emagnettest/offaxis/?offaxisloop>