

# Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbrua i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer

**Morten Leknes**

Bygg- og miljøteknikk

Innlevert: Juni 2012

Hovedveileder: Ole Andre Øiseth, KT

Medveileder: Ragnar Sigbjörnsson, KT

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for konstruksjonsteknikk





## MASTEROPPGAVE 2012

FAGOMRÅDE: <b>Dynamikk</b>	DATO: <b>11/6 - 2012</b>	ANTALL SIDER: <b>87</b>
----------------------------	--------------------------	-------------------------

TITTEL:

**Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbrua i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer**

UTFØRT AV:

**Morten Leknes**



SAMMENDRAG:

Denne rapporten omhandler simulering av vindfelt ved hjelp av autoregressive simuleringer. Målet med arbeidet var å kontrollere nøyaktigheten og kartlegge modellusikkerheten til eksisterende beregningsverktøy som benyttes til å beregne vindindusert dynamisk respons. Simuleringene er gjennomført i en FE-modell av Svinesundsbroen og er sammenlignet med resultatene fra et omfattende måleprosjekt. Svinesundsbroen er en slank brokonstruksjon med et unikt design. Den er en av verdens lengste singelbuebroer, har en hovedspennvidde på 247 meter og går mellom Norge og Sverige.

Denne rapporten har dannet et godt grunnlag for å forstå den dynamiske oppførselen til Svinesundsbroen. Resultatene fra simuleringen av vindfelt i FE-modellen samsvarer relativt godt med de målte resultatene. Likheten mellom de målte og de numeriske egenfrekvensene indikerer at massen og stivheten i FE-modellen representerer den virkelige konstruksjonen i stor grad. Likevel viser denne rapporten at det kan være flere feilkilder knyttet til modellen og parametrene i vind-simuleringen, noe som gjør at det finnes flere usikkerheter rundt sammenlikningen av de simulerte og de målte resultatene.

Digitalisering av n-varierte stokastiske prosesser med vindhastigheter på ulike bestemte punkt, krever en dekomponering av spektraltetthetsmatrisen (PSD). Prosedyren vist i denne rapporten bekrefter at autoregressive simuleringer er et effektivt beregningsverktøy for beregning av vindindusert dynamisk respons, og vil være fullt på høyde med andre metoder som for eksempel Cholesky-metoden. Den dekomponerer PSD-matrisen i triangulære matriser. Det er vist at anvendelse av metoden gjør det mulig å få fram noen veldig interessante egenskaper, som igjen fører til økt beregningseffektivitet.

For videre arbeid vil det være interessant å sammenligne resultatene fra metoden for autoregressiv simulering av varierende vind på Svinesundsbroen, med andre metoder som utnytter den ortogonale dekomponeringen av PSD-matrisen.

FAGLÆRER:	Ole Andre Øiseth
VEILEDER(E):	Ragnar Sigbjörnsson
UTFØRT VED:	Institutt for konstruksjonsteknikk



## Masteroppgave våren 2012 for stud. techn. Morten Leknes:

### Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbrua i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer



Statens vegvesen planlegger en ombygning av E39 slik at det blir mulig å reise fra Trondheim til Kristiansand ferjefritt. Dette innebærer at det skal bygges en rekke brokonstruksjoner. Enkelte av disse vil bli meget slanke slik at vindindusert dynamisk respons blir en sentral del av prosjekteringen. Det er derfor ønskelig at en kontrollerer nøyaktigheten og kartlegger modellusikkerheten til de eksisterende beregningsverktøyene som benyttes til å beregne vindindu vi sert dynamisk respons. Etter Svinesundsbrua ble ferdigstilt ble det satt i gang ett omfattende måleprosjekt. Tøyninger og akslerasjoner har blitt målt ved flere tilfeller av sterk vind.

Oppgavens formål er å:

- Opparbeide en forståelse av beregning av vindindusert dynamisk respons i tidsplanet
- Opparbeide en forståelse av modellering av vindfeltet ut i fra målinger.

Løsning av oppgaven bør inneholde de følgende temaer:

- Modellering av brua i programmet abaqus.
- Beskrivelse av den grunnleggende teorien for simulering av vindfeltet ved hjelp av autoregressive simuleringer.
- Simulering av vindfeltet for aktuelle middelvindhastigheter.
- Beregning av den vindinduserte dynamiske responsen ved hjelp av abaqus.
- Diskusjon av resultatene med vekt på usikkerhet

Oppgaven skal utføres i henhold til retningslinjer for utførelse av masteroppgave ved Institutt for konstruksjonsteknikk (se Instituttets hjemmeside).

*Faglærer:* Ole Andre Øiseth

*Veiledere:* Ragnar Sigbjörnsson

Besvarelsen skal leveres til Institutt for konstruksjonsteknikk innen 11. juni 2012.



## Forord

Denne rapporten er utarbeidet som en masteroppgave ved Institutt for konstruksjonsteknikk ved Norges Tekniske-Naturvitenskapelige Universitet (NTNU) våren 2012. Oppgaven er det avsluttende arbeidet i min utdanning innen bygg- og miljøteknikk, og tilsvarer 30 studiepoeng.

Hensikten med oppgaven er å opparbeide en forståelse av beregning av vindindusert dynamisk respons i tidsplanet og av modellering av vindfeltet ut i fra målinger. Valget av oppgave er gjort med tanke på å opparbeide kunnskaper som kan brukes i fremtidig arbeid.

Jeg vil rette en takk til de faglig ansvarlige og veiledere for oppgaven, Ole Andre Øiseth og Ragnar Sigbjörnsson. De har gjort en glimrende jobb med å gjøre masterarbeidet til en trygg opplevelse for meg, selv om oppgaven har vært både utfordrende og omfattende.





## Sammendrag

Denne rapporten omhandler simulering av vindfelt ved hjelp av autoregressive simuleringer. Målet med arbeidet var å kontrollere nøyaktigheten og kartlegge modellusikkerheten til eksisterende beregningsverktøy som benyttes til å beregne vindindusert dynamisk respons. Simuleringene er gjennomført i en FE-modell av Svinesundsbroen og er sammenlignet med resultatene fra et omfattende måleprosjekt. Svinesundsbroen er en slank brokonstruksjon med et unikt design. Den er en av verdens lengste singelbuebroer, har en hovedspennvidde på 247 meter og går mellom Norge og Sverige.

Denne rapporten har dannet et godt grunnlag for å forstå den dynamiske oppførselen til Svinesundsbroen. Resultatene fra simuleringen av vindfelt i FE-modellen samsvarer relativt godt med de målte resultatene. Likheten mellom de målte og de numeriske egenfrekvensene indikerer at massen og stivheten i FE-modellen representerer den virkelige konstruksjonen i stor grad. Likevel viser denne rapporten at det kan være flere feilkilder knyttet til modellen og parametrene i vind-simuleringen, noe som gjør at det finnes flere usikkerheter rundt sammenlikningen av de simulerte og de målte resultatene.

Digitalisering av  $n$ -varierte stokastiske prosesser med vindhastigheter på ulike bestemte punkt, krever en dekomponering av spektraltetthetsmatrisen (PSD). Prosedyren vist i denne rapporten bekrefter at autoregressive simuleringer er et effektivt beregningsverktøy for beregning av vindindusert dynamisk respons, og vil være fullt på høyde med andre metoder som for eksempel Cholesky-metoden. Den dekomponerer PSD-matrisen i triangulære matriser. Det er vist at anvendelse av metoden gjør det mulig å få fram noen veldig interessante egenskaper, som igjen fører til økt beregningseffektivitet.

For videre arbeid vil det være interessant å sammenligne resultatene fra metoden for autoregressiv simulering av varierende vind på Svinesundsbroen, med andre metoder som utnytter den ortogonale dekomponeringen av PSD-matrisen.



## Abstract

Verification of the wind induced dynamic response of the Svinesund Bridge by autoregressive simulations.

This thesis offers a survey of the issue wind field simulation, and is based on an autoregressive simulation technic. The aim was to control the accuracy and to look at the weakness or uncertainty of the already existing computational tools, which are used to calculate the dynamic response of wind energy. The simulations are conducted using the FE-model of the Svinesund Bridge and then compared to the results of a large measurement project. The Svinesund Bridge is a slim bridge construction with its own special design. The bridge is one of the longest single arched bridges in the world, and has a span of 247 meters. It connects the border between Norway and Sweden.

This thesis helps to understand the dynamic behaviors of the Svinesund Bridge. The results from the wind field simulation using the FE-model seems to correspond quite well to the earlier measured results. The similarities between the measured and numerical separate frequencies indicates that the mass and the stiffness in the FE-model highly represent the real construction. This paper also shows the sources of error that might exist, related to the model and the parameters for the simulation, and which lead to an uncertainty in the comparison of the simulated and measured results.

Digital simulation of  $n$ -variate stochastic processes, with wind speed at different specific points, requires a decomposition of the spectral density matrix. The procedure in this paper confirms that autoregressive simulations are an effective computational tool for calculation of the dynamic response of wind energy, and equally to other methods, for example The Cholesky method, which decomposes the spectral density matrix into triangular matrices. It is shown that the application of the method makes it possible to reveal some very interesting properties, which in turn leads to increased computational efficiency.

For the future it could be interesting to compare the results from autoregressive simulation of the wind energy at the Svinesund Bridge to other methods which exploit the orthogonal decomposition of the spectral density matrix.



<b>FORORD</b> .....	<b>I</b>
<b>SAMMENDRAG</b> .....	<b>III</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>V</b>
<b>1. INNLEDNING</b> .....	<b>1</b>
1.1. BESKRIVELSE AV BROEN .....	2
1.2. OVERBYGNINGEN .....	2
1.3. BUEN .....	3
1.4. HENGESTENGENE .....	4
1.5. PILARENE .....	4
1.6. MATERIAL DATA .....	4
<b>2. DEL 1: GRUNNLEGGENDE TEORI FOR SIMULERING AV VINDFELT VED HJELP AV AUTOREGRESSIVE SIMULERINGER</b> .....	<b>5</b>
2.1. SYSTEMIDENTIFIKASJON .....	5
2.2. FOURIER-ANALYSE .....	6
2.3. DISCRETE FOURIER TRANSFORM .....	8
2.4. FAST FOURIER TRANSFORM .....	8
2.5. SPEKTERANALYSE .....	9
2.6. WELCHS METODE .....	10
2.7. BURGS METODE .....	12
2.8. HALF-POWER BANDWIDTH .....	13
2.9. RAYLEIGH DAMPING .....	14
2.10. VIND-SIMULERING .....	15
2.11. SIMULERING AV TILFELDIGE STASJONÆRE NORMALE PROSESSER .....	16
2.12. VINDPROFIL .....	17
2.13. MULTI-VARIERT TILFELDIG-STASJONÆRPROSESS, SIMULERING AV VINDFELT. ....	18
2.14. AR-MODELLEN .....	23
2.15. AERODYNAMISKE KREFTER .....	25
<b>3. DEL 2: ELEMENTMODELLERING AV SVINESUNDSBRUEN I ABAQUS</b> .....	<b>29</b>
3.1. MODELLERING I ABAQUS/CAE .....	29
3.2. BESKRIVELSE AV MODELLEN .....	29
3.3. BJELKEELEMENTER .....	30
3.4. SKJÆRSENTER .....	30
3.5. BUEN .....	32
3.6. KJØREBANEN OG TVERRBJELKER .....	32
3.7. LASTER .....	33
3.8. HENGESTENGENE .....	33
3.9. PILARENE .....	33
3.10. DEMPNING AV KONSTRUKSJONEN .....	34
3.11. EGENFREKVENSER OG SVINGEFORMER .....	35
3.12. IKKE-LINEÆRE GEOMETRISKE EFFEKTER .....	35
3.13. MODELLERING AV VINDKREFTENE .....	36
<b>4. DEL 3: SIMULERING OG ANALYSE AV RESULTATER</b> .....	<b>39</b>
4.1. EGENFREKVENSER OG EGENSvingninger fra fullskala måling og FE-MODELLEN .....	39
4.2. SIMULERING AV VIND VED HJELP AV EN AUTOREGRESSIV MODEL .....	42
4.3. SIMULERT VIND FOR AKTUELLE MIDDELVINDHASTIGHETER .....	44

**Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbroen i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer**

---

4.4. RESULTATER OG ANALYSER FRA SIMULERINGENE .....	50
<b>5. FEILKILDER OG FORBEDRINGSMULIGHETER .....</b>	<b>59</b>
<b>6. KONKLUSJON .....</b>	<b>61</b>
<b>LITTERATUR.....</b>	<b>63</b>
<b>VEDLEGG 1 .....</b>	<b>67</b>
<b>VEDLEGG 2 .....</b>	<b>71</b>

FIGUR 1.1.1 BROENS GEOMETRI. [1, p. 9].....	2
FIGUR 1.2.1 TVERRSNITT AV OVERBYGNINGEN, VISER HVOR MOTVEKTEN ER Plassert. [1, p. 44] .....	3
FIGUR 1.3.1 TVERRSNITT VED BUENS TOPP TIL VENSTRE, OG BUENS TVERRSNITT VED FUNDAMENT TIL HØYRE.....	3
FIGUR 2.1.1 DYNAMISK SYSTEM MED INNGANGSSIGNALER U (LAST SOM PÅVIRKER SYSTEMET) OG UTGANGSSIGNALER Y (RESPONS). [4] .....	5
FIGUR 2.2.1 AMPLITUDESPEKTERET. [5, p. 35] .....	7
FIGUR 2.5.1 VISER OVERGANGEN FRA AMPLITUDESPEKTERET TIL SPEKTRALTETTHETEN. [5, p. 35] .....	10
FIGUR 2.8.1 BAND-WIDTH METHOD [10] .....	13
FIGUR 2.9.1 RAYLEIGH DAMPING.....	15
FIGUR 2.12.1 MIDDELVINDS PROFIL OG LANGSGÅENDE TURBULENS. ....	17
FIGUR 2.12.2 RUHETSLÆNGDER FRA EUROKODE 1 – NA .....	18
FIGUR 2.13.1 FREKVENSAVHENGIGE EGENVERDIER $\Lambda_j(\omega)$ FOR SEKS VARIERENDE VINDHASTIGHETER. [22].....	21
FIGUR 2.13.2 (A) FØRSTE SVINGEMODE FOR VINDHASTIGHET. (B) ANDRE SVINGEMODE FOR VINDHASTIGHET. [22].....	22
FIGUR 2.14.1 EN AUTOREGRESSIV MODELL.....	23
FIGUR 2.15.1 AERODYNAMISKE KREFTER PÅ BRODEKKET. [5].....	26
FIGUR 3.2.1 GRAFISK FREMSTILLING AV FE-MODELLEN I ABAQUS. ....	30
FIGUR 3.4.1 EFFEKTEN AV EKSENTRISK LAST PÅ EN FAST INNSPENT BJELKE. [8] .....	31
FIGUR 3.4.2 TVERRSNITT AV OVERBYGNINGEN I PROGRAMMET CROSSX, MED SKJÆRSENTER(S) OG MASSEENTER(M). [27].....	31
FIGUR 3.5.1 PLANTEGNINGEN SOM VISER FORDELINGEN AV BUEN. [2].....	32
FIGUR 3.10.1 TILPASSET DEMPNINGSKURVE .....	34
FIGUR 3.12.1 EKSEMPEL PÅ IKKE-LINEÆRE GEOMETRISKE EFFEKTER. VED DEFORMASJON AV BJELKEN VIL PUNKTLASTEN P2 SKAPE MOMENT I BJELKEN. [28, p. 36].....	35
FIGUR 3.13.1 FORDELINGEN AV VARIERENDE PUNKTLASTER, MARKERT I RØDT, FOR DEN FØRSTE ANALYSEN.....	37
FIGUR 4.1.1 VISER FORDELING AV DE ULIKE SENSORENE PÅ KONSTRUKSJONEN. ....	40
FIGUR 4.1.2 VISER SVINGEFORM NUMMER 5 FRA ABAQUS MODELLEN. EN TVERRSTILT UTSVINGING I KJØREBANEN PÅ SVENSK SIDE. ....	41
FIGUR 4.2.1 FREMSTILLING AV DE FIRE FØRSTE EGENVERDIENE $\Lambda_j \omega$ FOR VINDFELTET LANGS KJØREBANEN.....	42
FIGUR 4.2.2 DEN FØRSTE EGENVEKTOREN I VINDFELTET .....	43
FIGUR 4.2.3 DEN ANDRE EGENVEKTOREN I VINDFELTET .....	43
FIGUR 4.3.1 VINDPROFIL FOR REFERANSEVIND I HALDEN FOR EN 100 ÅRS PERIODE. ....	45
FIGUR 4.3.2 SIMULERT TURBULENS FOR REFERANSEHASTIGHETEN PÅ TOPPEN AV BUEN. ....	45
FIGUR 4.3.3 SIMULERT VARIERENDE VIND FOR REFERANSEHASTIGHETEN I TOPPEN AV BUEN. ....	46
FIGUR 4.3.4 ANTATT VINDPROFIL FOR DEN MÅLTE MIDDELVINDEN. ....	47
FIGUR 4.3.5 Plassering av sensoren for vindhastigheter under måleprosjektet. ....	47
FIGUR 4.3.6 SIMULERT TURBULENS FOR MIDDELVIND LIK 11.5 ms PÅ TOPPEN AV PIER 5.....	48
FIGUR 4.3.7 SIMULERT VARIERENDEVIND I TOPPEN AV PIER 5 FOR EN 10-MINUTTERS OBSERVASJONS PERIODE.....	49
FIGUR 4.3.8 VISER EN SAMMENLIGNING AV SIMULERTE OG MÅLTE VINDHASTIGHETER, PÅ TOPPEN AV PIER 5.....	50
FIGUR 4.4.1 VISER EN NEGATIV PROSENTVIS FORSKJELL MELLOM MÅLT OG SIMULERT RESPONS. ....	51
FIGUR 4.4.2 VISER MÅLTE OG SIMULERTE AKSELERASJONER I SENTERET AV KJØREBANEN.....	53
FIGUR 4.4.3 VISER MÅLTE OG SIMULERTE AKSELERASJONER I 14 PUNKTET TIL KJØREBANEN. ....	54
FIGUR 4.4.4 VISER MÅLTE OG SIMULERTE AKSELERASJONER I 14 PUNKTET TIL BUEN. ....	54
FIGUR 4.4.5 VISER EN GRAFISK FREMSTILLING AV STANDARDAVVIKET MELLOM MÅLTE OG SIMULERTE AKSELERASJONER.....	55
FIGUR 4.4.6 FORDELINGEN AV VARIERENDE PUNKTLASTER MARKERT I RØDT. SIMULERING HVOR BEGGE KJØREBANENE ER UTSATT FOR VINDKREFTER. ....	56
FIGUR 4.4.1 SVINGEFORM NR.1, TVERRSTILT OG SYMMETRISK.....	67
FIGUR 4.4.2 SVINGEFORM NR.2, VERTIKALT OG ANTISYMMETRISK.....	67
FIGUR 4.4.3 SVINGEFORM NR.3, TVERRSTILT OG ANTISYMMETRISK .....	68
FIGUR 4.4.4 SVINGEFORM NR.4, TVERRSTILT OG SYMMETRISK.....	68
FIGUR 4.4.5 SVINGEFORM NR.5, TVERRSTILT I KJØREBANEN .....	69
FIGUR 4.4.6 SVINGEFORM NR.6, TORSJON .....	69

**Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbroen i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer**

---

FIGUR 4.4.7 SVINGEFORM NR.7, VERTIKAL OG SYMMETRISK .....	70
FIGUR 4.4.1 FREMSTILLING AV ALLE EGENFREKVENSENE FRA FULLSKALA MÅLINGENE, BURGS METODE .....	71
FIGUR 4.4.2 FREMSTILLING AV ALLE EGENFREKVENSENE FRA FULLSKALA MÅLINGENE, WELCHS METODE .....	71
FIGUR 4.4.3 FREMSTILLING AV EGENFREKVENSENE VED HJELP AV FFT. ....	71
FIGUR 4.4.4 VISER EGENFREKVENSEN TIL FØRSTE SVINGEFORM VED HJELP AV BURGS METODE, MED ORDEN 150 (VENSTRE) OG ORDEN 500 (HØYRE).....	72
FIGUR 4.4.5 EGENFREKVENSEN TIL SVINGEFORM NUMMER TO.....	72
FIGUR 4.4.6 EGENFREKVENSNUMMER TRE, 6 RAD/S. ANTISYMMETRISK, TVERRSTILTRETNING I BUEN. ....	73
FIGUR 4.4.7 EGENFREKVENSNUMMER FIRE, 6.39 RAD/S. SYMMETRISK, TVERRSTILTRETNING I BUEN.....	73
FIGUR 4.4.8 EGENFREKVENSNUMMER FEM, 8.53 RAD/S. SYMMETRISK, ANTYDNINGER TIL TORSJON.....	74
FIGUR 4.4.9 EGENFREKVENSNUMMER SEKS, 9.3 RAD/S. SYMMETRISK, VERTIKALRETNING I BUEN. ....	74



## Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbroen i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer

---

TABELL 1.6.1 ELASTISITETSMODULEN FOR ARMERT BETONG I BUEN OG PILARENE. [2, p. 7].....	4
TABELL 1.6.2 MATERIALDATA FOR OVERBYGNING OG HENGESTENGER I STÅL. [1].....	4
TABELL 3.4.1 BEREGNEDE VERDIER FOR GENERALISERT PROFIL.....	32
TABELL 3.10.1 EGENFREKVENSENSER MED TILHØRENDE DEMPINGSFORHOLD. ....	34
TABELL 4.1.1 BESKRIVELSE AV SENSORENE.....	39
TABELL 4.1.2 EN SAMMENLIGNING MELLOM FE-MODELLEN OG MÅLINGENE GJORT PÅ SVINESUNDSBROEN.....	41
TABELL 4.3.1 10-MINUTTERS MIDDELVINDS HASTIGHETER.....	44
TABELL 4.4.1 DYNAMISK RESPONS FRA MÅLEDATA <i>mm</i> .....	50
TABELL 4.4.2 DEN VINDINDUSERTE DYNAMISKE RESPONSEN MED ØKENDE ANTALL NODER MED VARIERENDE VINDLAST <i>mm</i> .....	51
TABELL 4.4.3 VISER DEN VINDINDUSERTE DYNAMISKE RESPONSEN FOR VARIERENDE RUHETSLENGDE <i>mm</i> . ....	52
TABELL 4.4.4 VISER DEN VINDINDUSERTE DYNAMISKE RESPONSEN FOR VARIERENDE DRAG-KOEFFISIENT <i>mm</i> . ....	52
TABELL 4.4.5 VISER EN SAMMENLIGNING AV STANDARDAVVIKET MELLOM SIMULERTE OG MÅLTE AKSELERASJONER.....	55
TABELL 4.4.6 VISER DEN VINDINDUSERTE DYNAMISKE RESPONSEN FOR VINDKREFTER FORDELT PÅ KUN DEN ENE KJØREBANEN OG BEGGE KJØREBANENE <i>mm</i> .....	56
TABELL 4.4.7 VISER DEN VINDINDUSERTE DYNAMISKE RESPONSEN MED VARIERENDE MIDDELVIND.....	57



## 1. Innledning

Statens vegvesen planlegger en ombygning av E39 slik at det blir mulig å reise fra Trondheim til Kristiansand ferjefritt. Dette innebærer at det skal bygges en rekke brokonstruksjoner. Enkelte av disse vil bli meget slanke slik at vindindusert dynamisk respons blir en sentral del av prosjekteringen. Det er derfor behov for å kontrollere nøyaktigheten og kartlegge modellusikkerheten til de eksisterende beregningsverktøyene som benyttes til å beregne vindindusert dynamisk respons.

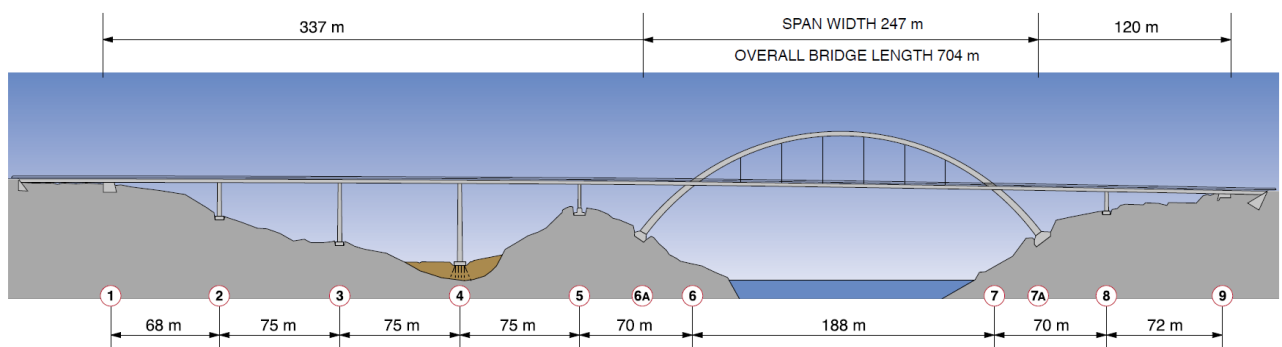
Denne rapporten omhandler en sammenfatning av ett av disse beregningsverktøyene, en autoregressiv metode for simulering av varierende vind. Det vil bli gjennomført en rekke analyser for vindindusert dynamikk av Svinesundsbroen, en relativt ny motorveibro på riksgrensen mellom Norge og Sverige. Broen har vakt stor nasjonal og internasjonal interesse på grunn av dens unike design.

Kombinasjonen av en veldig slank konstruksjon og en litt spesiell form, gjør at Svinesundsbroen blir utsatt for store dynamiske krefter på grunn av vind. Dette vil kunne føre til ugunstige vibrasjoner og må derfor alltid tas hensyn til. Ved ferdigstillingen av konstruksjonen ble det derfor startet et omfattende måleprosjekt for å kartlegge konstruksjonens dynamiske og statiske egenskaper. Den dynamiske responsen har blitt målt ved flere tilfeller av sterk vind. Denne masteroppgaven dreier seg om å få en oversikt over den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbroen i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer av vind, og på den måten kontrollere nøyaktigheten og modellusikkerheten til beregningsverktøyet.

Del 1 av rapporten omhandler den grunnleggende teorien for simulering av vindfelt ved hjelp av autoregressive simuleringer. Del 2 av rapporten er en generell presentasjon av elementmodelleringen av broen i programmet Abaqus. Formålet med denne delen er å gi en klarhet av de valg som er tatt, og gi leseren en mulighet til å lage en identisk modell og eventuelt kalibrere den til det bedre ut ifra de resultatene som blir fremstilt senere i rapporten. Videre i Del 3 vil resultatene fra vindsimuleringene i FE-modellene og fullskala målingene bli fremstilt, og en oversikt om broens vindinduserte dynamiske respons vil bli presentert. I tillegg følger en analysedel der resultatene blir diskutert.

## 1.1. Beskrivelse av broen

Svinesundsbroen (se **Figur 1.1.1**) er en av verdens lengste singelbuebroer og ble bygd i løpet av bare 36 måneder. En buebro holdes oppe ved at dens egenvekt og last ledes gjennom buen mot fundamentene istedenfor å ledes rett ned. Broen har en total lengde på 704 meter. Broen er i tillegg bygd opp som en bjelkebro hvor overbygningen er understøttet av totalt fem pilarer. Hovedspennvidden ved buen er 247 meter, og har en fri seilingshøyde på rundt 55 meter. Overbygningen består av 2 x 11 meter brede stålklasser, og er bundet til hverandre med tverrbjelker. I tillegg er overbygningen festet i halve høyden til buen, som fører til økt stabilitet sideveis i konstruksjonen. I broens midtre del er overbygningen opphengt i buen via vertikale kabler. Disse er festet til de horisontale tverrbærerne mellom kjørebaneene. [1]

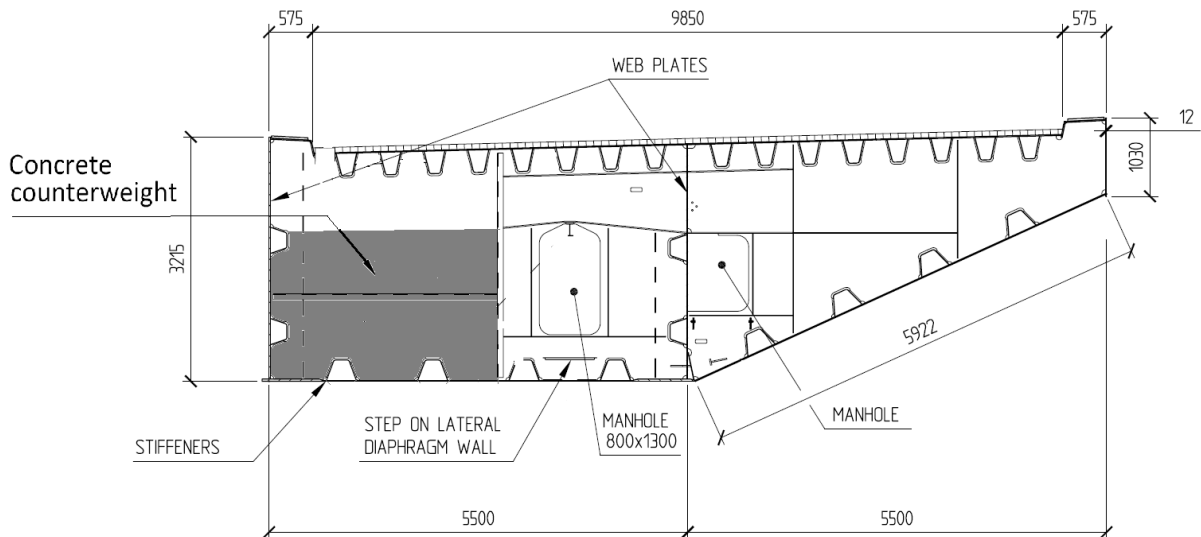


Figur 1.1.1 Broens geometri. [1, p. 9]

## 1.2. Overbygningen

Overbygningen består av to separate stålklassedragere på hver sin side av buen med åtte meters avstand. Overbygningen har et lukket trapésformet kassetverrsnitt som gir nødvendig torsjonsstivhet. Den er laget av 12 mm tykke stålplater i stål kvalitet S355 som er forsterket med langsgående profiler (se **Figur 1.2.1**). Stålklassene er festet i pilarene og i hengestengene ved hjelp av tverrbjelker. I hovedspennet er tverrbjelkene festet med et langsgående intervall på 25.5 meter, og de holdes oppe av totalt seks hengestenger. Ved pilarene spennes tverrbjelken fast til dekket med kraftige vaiere som igjen festes i spennstag i pilaren. I tillegg til dette er overbygningen montert på hver sin side av buen.

I enden av hver enkelt stålkasse er det plassert en motvekt i betong på om lag  $200 \text{ m}^3$ . Dette for å unngå oppdrift ved opplagrene.



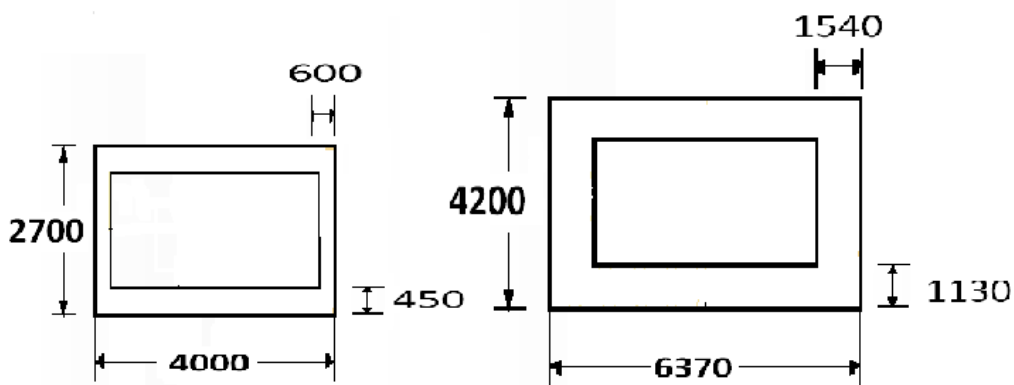
Figur 1.2.1 Tverrsnitt av overbygningen, viser hvor motvekten er plassert. [1, p. 44]

Kjørebanelen har en svingradius på 1161 meter fra pier 1 til pier 5 og en høydeforskjell på 5.3 meter fra start til ende.

[1, pp. 43-45]

### 1.3. Buen

Sirkelbuen er hovedbæresystemet til broen og har en radius på 154 meter. Buens topp ligger 91.6 meter over havet og er festet til kjørebanelen 60.1 meter over havet. Buens forankring i fjell ligger i høyde 28.4 meter over havet. Buen er hul innvendig og har et økende tverrsnitt mot grunnen (se **Figur 1.3.1**). Buen er laget av armert betong med trykkfasthetsklasse K70. High-strength betong i kombinasjon med et kassetverrsnitt er nødvendig som følge av den slanke dimensjonen på buen. Dette gir en lavere egenvekt og større dimensjon enn det et massivt tverrsnitt ville gitt. [1, p. 38]



Figur 1.3.1 Tverrsnitt ved buens topp til venstre, og buens tverrsnitt ved fundament til høyre.

## 1.4.Hengestengene

Overbygningen blir holdt oppe av seks par hengestenger (12 totalt), som er festet i buen med et intervall på 25 meter. Lengden på kablene varierer fra 12 til 26 meter. Hengestengene er av Locked Coil type, og har en diameter på 94 mm. De er spiralspunnet med 97 galvaniserte ståltråder ( $\varnothing 4.75$ ) som kjerne. Rundt kjernen ligger fire sjikt av galvaniserte tråder med profilerte tverrsnitt. Ved spinning tilsettes en sinkpasta som sammen med de profilerte trådene gjør hengestengene vanntette. Dermed slipper man å ha et ekstra beskyttelseslag rundt hengestengene, og vedlikeholdet blir enklere. [1, p. 43]

## 1.5.Pilarene

Pilarene er bygget i armert betong med trykkfasthetsklasse K40. Det er totalt fem pilarer, fire på svensk side og én på den norske siden. Pilarenes høyde varierer fra 11 til 47 meter, og de har et enkelt rektangulært kassetverrsnitt med en dimensjonsøkning mot grunnen. Tverrsnittet på toppen er 6.20 x 2.00 meter, mens tverrsnittet på oversiden av fundamentet varierer fra 6.58 x 2.21 meter til 6.93 x 2.41 meter. Fire av pilarene er fundamentert på fjell. Pilar 4 er fundamentert ved hjelp av stålpløer kjørt ned i bunnen. Pilar 3 og 4 er fastopplagt, mens de resterende pilarene er fritt opplagt. [1, pp. 30-33]

## 1.6.Material data

	Concrete Class	Characteristic Elastic Modulus $E_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastic Modulus $E_c$ (7 days) [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastic Modulus $E_c$ (28 days) [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastic Modulus $E_c$ used for analysis (85 % of 28 days) [N/mm <sup>2</sup> ]
Pier	K45	33000	26000	32000	27200
Arch	K70	37500	31000	37000	31450

Tabell 1.6.1 Elastisitetsmodulen for armert betong i buen og pilarene. [2, p. 7]

Armert betong K45 og K70 (Svensk standard) brukes i massive konstruksjonsdeler, og utføres som spesiell lavvarmebetong for å gi redusert varmeutvikling under herding og redusert termisk opprissing. De har begge en densitet på +2500 kg/m<sup>3</sup>. [3, p. 11]

Overbygning	$f_y = 355$ N/mm <sup>2</sup>	$E = 210.000$ N/mm <sup>2</sup>	$\rho = 7850$ kg/m <sup>3</sup>
Hengestenger	$f_u = 1570$ N/mm <sup>2</sup>	$E = 160.000$ N/mm <sup>2</sup>	$\rho = 7850$ kg/m <sup>3</sup>

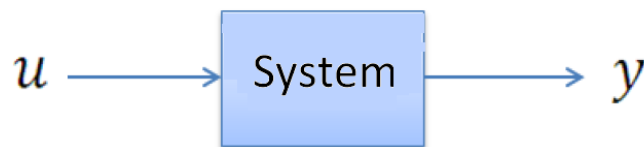
Tabell 1.6.2 Materialdata for overbygning og hengestenger i stål. [1]

## 2. Del 1: Grunnleggende teori for simulering av vindfelt ved hjelp av autoregressive simuleringer

For bygging av slanke brokonstruksjoner vil vindindusert dynamisk respons bli en sentral del av prosjekteringen. Det er derfor viktig å vite nøyaktigheten og ha kartlagt modellusikkerheten til de eksisterende beregningsverktøyene som benyttes til å beregne vindindusert dynamisk respons. Denne delen av rapporten er utarbeidet med mål om å gi en forståelse av de grunnleggende prinsippene bak en av disse beregningsverktøyene; autoregressiv simulering(AR). Dette kapitlet vil først ta for seg teori som omhandler konstruksjonsdynamikk. Deretter vil den grunnleggende teorien for simulering av vindfelt ved hjelp AR-modeller bli beskrevet.

### 2.1. Systemidentifikasjon

Systemidentifikasjon gjør det mulig å lage matematiske modeller av et dynamisk system basert på observasjoner av målte inngangssignaler( $u$ ) og/eller utgangssignaler( $y$ ) fra systemet. Med et dynamisk system menes en hvilken som helst mekanisk konstruksjon med signaler som endrer seg over tid. Disse modellene kan videre brukes til regulering av systemet og til tilstandsestimering. Ut ifra den valgte modellen kan man kalibrere de ulike parametrene i modellen slik at modellen stemmer overens med det fysiske systemet. Målet med systemidentifikasjon er å bli kjent med hvordan det dynamiske systemet oppfører seg, og på den måten evaluere tilstanden til systemet. [4]



Figur 2.1.1 Dynamisk system med inngangssignaler  $U$  (last som påvirker systemet) og utgangssignaler  $Y$  (respons). [4]

Når man samler inn et sett med inn- og ut-signaler fra systemet vi vil identifisere, er det viktig at systemet blir tilstrekkelig eksitert. God måledata er alltid viktig i eksperimenter. I tillegg til å måle inn- og utdata, må man i en systemidentifikasjon velge hvilken type modell/metode som skal brukes og strukturen til modellen. Det finnes i utgangspunktet to hovedtyper [4]:

- Parameterestimering basert på at man har utviklet en matematisk modell ved hjelp av fysikkens lover, og man ønsker å finne de ukjente modellparametrene.
- Blackbox/Subspace-metoder: Systemidentifikasjon basert på at man ikke har en matematisk modell tilgjengelig. Algoritmer brukes til å finne en matematisk modell som ikke er basert på fysiske lover.

Til slutt er det vesentlig å vurdere den estimerte modellen og se i hvilken grad modellen oppfyller konstruksjonens behov. Dette kan gjøres ved hjelp av simuleringer.

I konstruksjonsdynamikken vil ofte inngangsdata beskrive lasten, mens utgangsdata gjerne uttrykker responsen. De målte dataene er funksjoner som er avhengige av tid, og er i de fleste praktiske sammenhenger beskrevet ved hjelp av tidsserier. Analyser av tidsserier er derfor en viktig forutsetning når man arbeider med dynamiske konstruksjoner. [4]

## 2.2. Fourier-analyse

For å kunne studere de ulike parametriske tidsrekkemodellene må man vite teorien bak. En vesentlig del baserer seg på Fourier-analyse. Fourier-analyse kommer direkte fra de kjente Fourierrekkene, og studerer hvordan generelle funksjoner kan representeres i enkle deler, ofte ved hjelp av enkle trigonometriske funksjoner.

En periodisk funksjon  $x(t)$ , med periode  $T$ , kan uttrykkes som en uendelig lang trigonometriskrekke, kalt Fourierrekker:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) \quad (2.1)$$

Hvor  $a_0$ ,  $a_n$  og  $b_n$  er Fourier koeffisientene gitt som:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos(\omega_n t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin(\omega_n t) dt$$

Der den første koeffisienten representerer gjennomsnittet av funksjon  $x(t)$  i periode  $T$ . Frekvensen av den harmoniske komponenten er:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

Avstand mellom de harmoniske svingningene:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Den periodiske funksjonen kan også bli beskrevet som:

$$X(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (2.2)$$

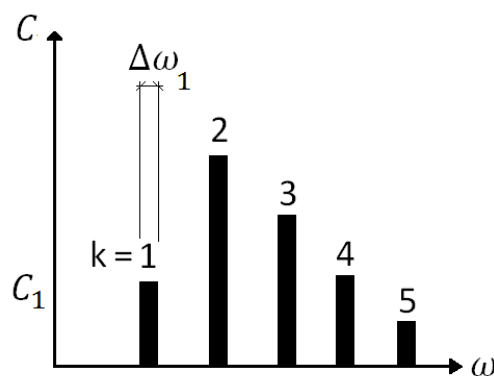


Hvor koeffisientene  $A_n$  og  $\varphi_n$  er gitt som:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$$

$A_n$  er amplituden og  $\varphi_n$  er fasevinkelen.

Ved å lage en grafisk fremstilling av størrelsesordenen mot frekvensen vil man få Fourieramplitudespekteret. Et hvilket som helst signal som kan representeres som en amplitude som varierer med tiden har et tilsvarende frekvensspekter. Fordelen med et slikt spekter er at det ofte vil være lettere å få en klar fysisk tolkning av ulike data. For eksempel vil frekvensspekteret kunne presentere egenfrekvenser som distinkte utslag på grafen, og man vil få innsikt i mekanismene som genererer hele signalet. [5]



Figur 2.2.1 Amplitudespekteret. [5, p. 35]

Når perioden  $T$  går mot uendelig, vil ikke funksjonen  $x(t)$  være periodisk lenger. Dermed kan vi heller ikke gjøre om funksjonen til diskrete frekvenskomponenter. Vi vil isteden få en kontinuerlig funksjon avhengig av frekvensen, en Fouriertransform.

Den komplekse Fouriertransformen;

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.3)$$

Den inverse Fouriertransformen;

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} dt \quad (2.4)$$

En Fouriertransform av en funksjon vil lage et frekvensspekter som inneholder all informasjon fra det opprinnelige signalet, men i en annen form. Dette betyr videre at den opprinnelige funksjonen kan rekonstrueres ved hjelp av den inverse Fouriertransformen, noe som er et gunstig verktøy når man

analyserer systemet til en konstruksjon. For perfekt rekonstruksjon må både amplituden og fasen til hver frekvens være bevart. [5]

## 2.3. Discrete Fourier Transform

The Discrete Fourier Transform (DFT) kan tolkes som en numerisk tilnærming til Fouriertransformen, og er brukt i Fourier-analyser. DFT kan på mange måter forklare enklere matematisk enn Fouriertransformen og er beregningsmessig mer relevant.

DFT kan utledes fra den komplekse Fouriertransformen, fra formel (2.3) ved å forandre det uendelige integralet til en endelig sum:

$$X(\omega)_k \triangleq \sum_{n=0}^{N-1} x(t_n) e^{-i\omega_k t_n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.5)$$

Den inverse av DFT:

$$X(\omega)_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(\omega_k) e^{i\omega_k t_n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.6)$$

DFT beregner et diskret frekvensspekter fra ett gitt diskrettidssignal som har en endelig lengde  $N-1$ . Bruken av DFT er i de fleste tilfeller basert på en av Cooley-Tukey Fast Fourier Transform (FFT) algoritmer. [6]

## 2.4. Fast Fourier Transform

For å estimere et spekter fra målte data, vil det være logisk først å anslå en korrelasjonsfunksjon for deretter å finne Fouriertransformen til denne funksjonen. Dette er en tidkrevende og ofte vanskelig prosess, og det er derfor blitt utviklet en Fast Fourier Transform (FFT). FFT er en effektiv algoritme som beregner både DFT og dens inverse funksjon. I stedet for først å finne korrelasjonsfunksjonen og beregne Fouriertransformen, beregner FFT spekteret direkte fra den opprinnelige tidsserien. Dette er en mer effektiv og presis teknikk.

Utviklingen av FFT har medført til en stor reduksjon av behovet for datakraft. I tillegg gjør bruken av FFT resultatet mer nøyaktig, siden datamaskinen har en begrensning på antall desimaler som kan brukes under beregningene. Ved å gjøre færre operasjoner vil nøyaktigheten øke på grunn av mindre avrunding. Den enorme forbedringen FFT kom med har gjort DFT-baserte algoritmer mer praktiske.

Det finnes mange ulike varianter av FFT algoritmen, og detaljene er komplekse. Generelt fungerer FFT ved å dele opp en endelig rekke  $x_n$  i mindre seksjoner. I stedet for å beregne DFT av hele den opprinnelige rekken, er kun en mindre seksjon beregnet. Deretter kombinerer FFT alle de nye seksjonene sammen for å danne hele DFT. [7]

## 2.5. Spekteranalyse

I en spekteranalyse blir et komplekst signal gjort om til forståelige verdier ved å dele opp signalet i enklere deler. De nye verdiene kan brukes til å evaluere informasjonen fra signalet. Et godt eksempel på dette er målte akselerasjoner på en konstruksjon som følge av varierende vind. Der vil man få ut mye informasjon om bevegelsen av konstruksjonen, men det vil være vanskelig å få noe fornuftig ut av tallene. Ved hjelp av en spekteranalyse vil det være mulig å fremstille mer interessant informasjon om den dynamiske oppførselen av konstruksjonen enn bare maksimum, minimum og gjennomsnittlig akselerasjon. Det vil være mulig å fremstille både egenfrekvenser og egensvingeformer til konstruksjonen. På den måten vil man kunne få kontroll over hvilke ugunstige vibrasjoner som kan fremtre ved ulike påførte laster.

Dette kan videre forklares ved å se på en stokastisk prosess. Her vil  $x(t)$  ikke være periodisk, og den kan dermed ikke bli beskrevet på samme måten som med teorien til Fourier-analyse. En løsning er å se på autokorrelasjon funksjonen,  $R_x(\tau)$ . Autokorrelasjon er et matematisk verktøy for å finne repeterende mønstre, for eksempel tilstedeværelse av et periodisk signal som er «begravd» av støy. Autokorrelasjon er ofte brukt i signalbehandling for å analysere funksjoner eller en serie av verdier.

Ved at  $R_x(\tau)$  finner informasjon om de ulike frekvensene i en stokastisk prosess, kan man løse problemet hvor  $x(t)$  ikke er periodisk. Ved å sette at  $\tau \rightarrow \infty$  og  $R_x(\tau) \rightarrow 0$ , kan vi finne Fouriertransformen til  $R_x(\tau)$  og den inverse Fouriertransformen.

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.7)$$

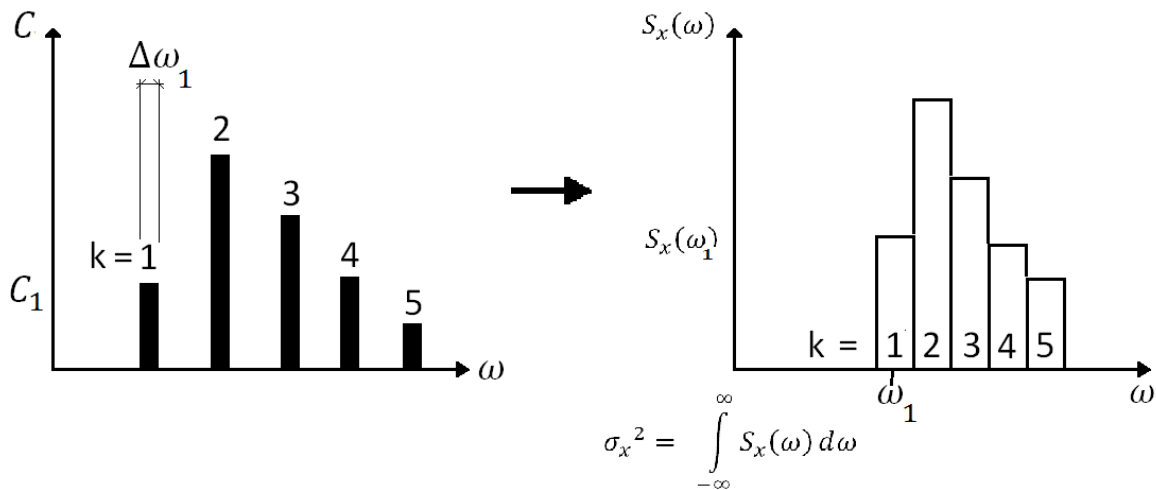
$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (2.8)$$

Der  $S_x(\omega)$  er spektral tettheten (Power spectral density) av  $x$  som en funksjon av vinkelfrekvensen (the angular frequency)  $\omega$ . Ved å sette  $\tau = 0$  får vi:

$$R_x(\tau = 0) = E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega$$

Middelverdien av  $x^2$  er gitt av arealet under grafen til spektraltettheten. For vind avhengig av  $x$  (gjennomsnittsverdien er null), kan vi dermed uttrykke spektraltettheten på denne måten: [5]

$$E[x^2] = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (2.9)$$



Figur 2.5.1 Viser overgangen fra Amplitudespekteret til spektraltettheten. [5, p. 35]

Spekterestimering er en prosedyre for å finne spektraltettheten for et vilkårlig signal basert på et endelig antall observasjoner. Spektraltettheten beskriver frekvensinnholdet til et signal og gjør det mulig å identifisere periodisitet i signalet ved å finne topper i disse frekvensverdiene. Nøyaktigheten av de estimerte spektrene er avhengig av antall observasjoner, altså vil flere observasjoner gi en mer nøyaktig fremstilling. I tillegg består signalene ofte av forstyrrelser som man må ta hensyn til.

Det finnes mange ulike metoder for spektralestimering, men alle metodene kan deles inn i tre hovedgrupper; subspace-metoder, ikke-parametriske- og parametriske metoder. En ikke-parametrisk metode er basert på direkte beregning av Fouriertransformen. Ulempen med denne metoden vil derfor være at antall målte observasjoner må være høye for at resultatene skal være tilsvarende gode. En parametriske metode vil derimot prøve å lage en tilpasset modell for de målte dataene. På den måten unngår metoden en direkte beregning av Fouriertransformen.

Rapporten vil nedenfor forklare prinsippene til en ikke-parametriskmetode, Welchs metode, og en parametriske metode, Burgs metode.

## 2.6. Welchs metode

Welchs metode karakteriseres som en ikke-parametrisk metode. Metoden er en modifisert utgave av Bartletts metode som også er kjent som metoden for gjennomsnittlig spektraltetthet. Bartletts metode deler opp sekvensen i K antall ikke-overlappende segmenter med lengde L. Ved å bruke Fouriertransformasjon på de ulike segmentene, for deretter sette dem sammen, får vi et uttrykk for den gjennomsnittlige spektraltettheten:

$$X_{snitt}(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{M=0}^{K-1} X^m(\omega) \quad (2.10)$$

Den harmoniske delen kan beskrives som:

$$K^{(m)}(\omega) = \frac{1}{L} \left| \sum_{N=0}^{L-1} c_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right|^2 \quad (2.11)$$

Welchs metode skiller seg ut på to bestemte områder. Det første er at Welchs metode benytter seg av overlappende segmenter med lengde  $D (D \neq L)$ . I tillegg til dette benytter Welchs metode en «Window funksjon» som sørger for at de overlappende segmentene passer sammen. En «Window funksjon» er en matematisk funksjon som alltid er null utenfor bestemte intervaller. Når et signal multipliseres med en «Window funksjon», er produktet også her null utenfor det bestemte intervallet. På den måten vil vi kun sitte igjen med den delen som overlapper.

Slik vil man få en kontinuerlig funksjon uten sprang mellom de ulike segmentene. Dermed kan man uttrykke Welchs metode som:

$$X_w(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{m=0}^{K-1} X^{(m)}(\omega) \quad (2.12)$$

hvor den modifiserte harmoniske delen er:

$$X^{(m)}(\omega) = \frac{1}{LU} \left| \sum_{N=0}^{L-1} c_k \omega(n) \cos(\omega_k t + \varphi_k) \right|^2 \quad (2.13)$$

hvor U er definert som:

$$U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} \omega^2(n)$$

Selv om overlapping har en tendens til å introdusere overflødig informasjon, vil denne effekten bli redusert ved bruken av et ikke-rektangulært «window». Dermed vil unødvendig informasjon bli filtrert ut. Kombinasjonen av korte måledata og ikke-rektangulære «window» vil resultere i en redusert estimator. Med andre ord må man manipulere parametrene i Welchs metode for å skaffe et bedre estimat. For å få et bedre resultat kan man også benytte seg av andre ikke-rektangulære funksjoner og tilpasse disse til det aktuelle signalet. Ulempen med denne metoden er at antall målte observasjoner må være stort for at resultatene skal være tilsvarende gode. [8]

## 2.7. Burgs metode

Burgs metode er en parametrisk metode for å estimere spektraltettheten. Den benytter seg av en lineær autoregressiv (AR) filtermodell av en gitt orden for å finne spekteret til signalet. Ordenen angir hvor mange ledd man skal ha med i den autoregressive modellen, altså hvor mange AR-parametre som skal tas hensyn til. Ved å endre på ordenen kan man tydeliggjøre fremstillingen av resultatene. En generell lineær AR-prosess er matematisk definert som:

$$\sum_{i=1}^n x(n) + a_i x(n - P) = v(n) \quad , P = 0, 1, 2 \dots P \quad (2.14)$$

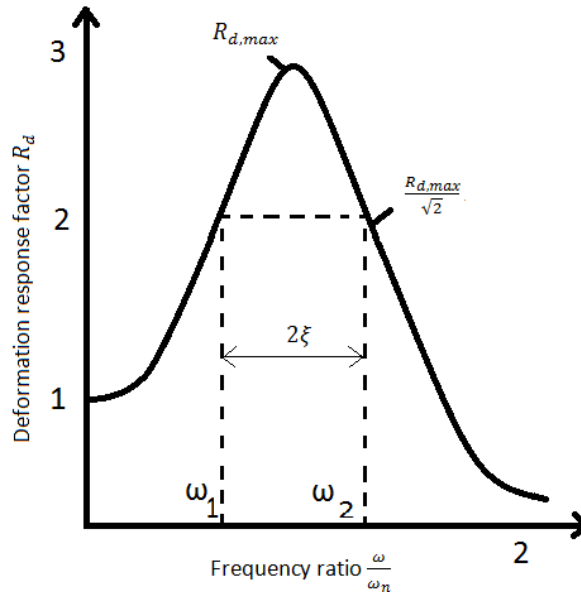
$v(n)$  er gitt som hvitstøy, mens  $a_i$  er AR-parametre.

Burgs metode bruker lineære AR-filtre sammen med minste kvadraters metode for å minimere gjennomsnittlige prediksjonsfeil. Deretter blir spektraltettheten beregnet ut i fra frekvens og responsinnhold i prediksjonsfiltrene.

Burgs metode er et effektivt verktøy til å estimere tidsserier med tett linjeavstand (kort periode) og korte måledata. Spekterestimering vil gi tilnærmet korrekte resultater selv for korte måledata og vil stemme godt med virkeligheten. Burgs metode vil også lage et jevnere estimat av spektraltettheten sammenlignet med Welchs. I tillegg gir metode en stabil AR-modell og er beregningsmessig effektiv. [9]

## 2.8. Half-power Bandwidth

Dette er en metode for å bestemme dempningsforholdet  $\xi$  fra den målte responsen.



Figur 2.8.1 Band-width method [10]

Responsen av konstruksjonen er studert i frekvensplanet. Konstruksjonen er utsatt for en harmonisk last og frekvensen av lasten steg for steg. Kurven  $R_d$  blir da dannet eksperimentelt som en funksjon av  $\frac{\omega}{\omega_n}$ . Dempningsforholdet blir videre bestemt fra de frekvensene hvor  $R_d$  er lik  $\frac{R_{d,max}}{\sqrt{2}}$ , for små  $\xi$ , se

**Figur 2.8.1:**

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_n} = 2\xi \quad (2.15)$$

Videre omskrevet til:

$$\xi = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\omega_n} \quad (2.16)$$

Bruk av Half-power Bandwidth-metoden krever litt forsiktighet. Hvis frekvensresponskurven har for få punkter vil det kunne oppstå unøyaktighet i resultatene. Metoden er avhengig av at kurven representerer virkeligheten godt nok til at ikke bredden på resonanstoppen blir unøyaktig, og dermed igjen gir unøyaktige verdier for dempning.

[11, pp. 83-84]

## 2.9. Rayleigh Damping

Tvunget dempet vibrasjoner fra et MDOF system kan uttrykkes ved equation of motion:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.17)$$

hvor  $\mathbf{C}$  er dempningsmatrisen.

Ligningen representerer den generelle bevegelsen til et system med koblede differensialligninger. Rayleigh Damping er benyttet for å legge den utregnede dempningen inn i Abaqus-modellen. Rayleigh metoden forutsetter at dempningsmatrisen kan uttrykkes som en lineær kombinasjon av masse- og stivhetsmatriser, se **Figur 2.9.1**:

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (2.18)$$

Dempningsforholdet til node  $n$  i et slikt system blir da:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (2.19)$$

Ved å uttrykke ligning (2.5) i en matrise for to valgte dempningsforhold  $\xi_i$  og  $\xi_j$  for node  $i$  og node  $j$

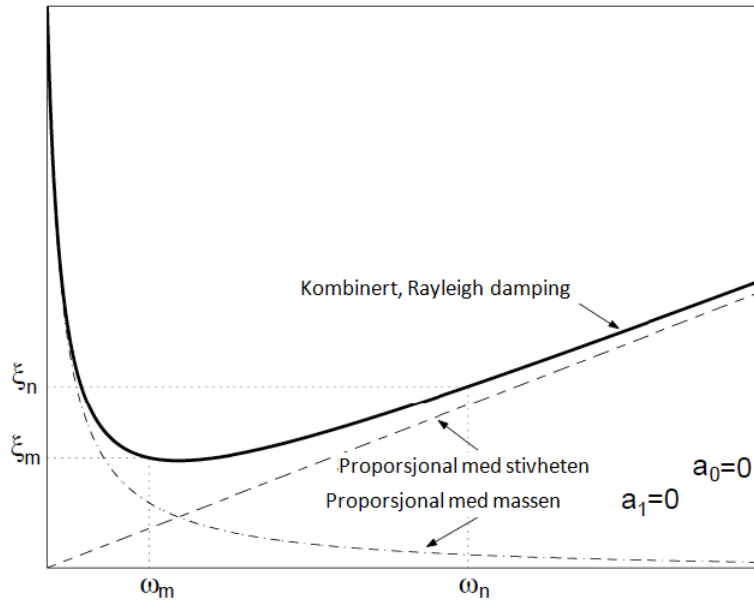
$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

kan vi løse for  $a_0$  og  $a_1$ . Hvis man antar at begge nodene har samme dempningsforhold, noe som er rimelig ut fra eksperimentelle data, får vi:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{(\omega_i + \omega_j)} \quad a_1 = \xi \frac{2}{(\omega_i + \omega_j)} \quad (2.21)$$

Rayleigh Damping er en realistisk form for dempning ettersom den gir ulike dempningsforhold i de forskjellige modene. En annen fordel er at dempningsforholdet øker lineært med høyere frekvenser, noe som fører til en effektiv eliminering av responsen til de høye modene.





Figur 2.9.1 Rayleigh damping

[11, pp. 455-458], [12]

## 2.10. Vind-simulering

En dynamisk analyse består av å studere responsen på et gitt tidspunkt for forskyvninger, opplagerkrefter, tøyninger og lignende fra et system utsatt for en belastning som er tidsvarierende. Vindkrefter er en slik tidsvarierende parameter. Det er en viktig og avansert del av prosjekteringen å finne den vindindusert dynamiske responsen på slanke broer. En effektiv tilnærming til behandling av vindefekter på slanke brokonstruksjoner, er å analysere svarene ved direkte integrering av bevegelsesligningen (2.17) i tidsdomenet. For å løse dette finnes det to ulike tilnærminger, deterministisk- og ikke-deterministisk analyse (stokastisk). [11]

Deterministisk analyse vil si at tilstanden i den dynamiske analysen er fullstendig bestemt av tidligere tilstander. Ved å ha kjennskap til alle egenskapene på et gitt tidspunkt, kan man altså forutsi alle egenskaper på et hvilket som helst senere tidspunkt. Deterministiske algoritmer er de klart mest studerte og kjente typer algoritmer, samt de mest praktiske. For beregning av vind-indusert dynamisk respons vil tidshistorien til vindkreftene være kjent, og man kan på den måten få tak i tøyninger, akselerasjoner, indre-krefter osv.

En ikke-deterministisk analyse er en nøyaktig beskrivelse av systemetsegenskaper selv om tilstanden på et senere tidspunkt er uforutsigbar. Det vil si at det vil være mulig å fortelle noe om egenskapene til et dynamisk system ut fra sannsynlighet og hyppighet. En ikke-deterministisk algoritme vil kunne gi ulike virkemåter for hver gang algoritmen blir kjørt. For beregning av vind-indusert dynamisk respons er tidshistorien til vindkreftene ukjent, og det vil være nødvendig å simulere vindfeltet broen er utsatt for. Denne tilnærmingen gjør at en må ta hensyn til en rekke ikke-lineariteter forbundet med belastningen, den strukturelle oppførselen, og modifisering av lasten på grunn av nåværende tilbakemelding fra mekanismene.

Problemet med beregning av dynamisk respons som følge av vind er at informasjonen om vindlastene på konstruksjonen som oftest er veldig begrenset. Dette fører til at det i prosjekteringen vil være nødvendig å lage en numerisk vindsimulasjon basert på observasjoner og statistiske beregninger av vindhastighet. Simulering av vindkrefter er kjent for å være både vanskelig og beregningsmessig tidkrevende, og det er derfor vesentlig for alle bruingeniører å få kartlagt modellusikkerheten og nøyaktigheten til de ulike beregningsverktøy.

Simulering av stasjonære tilfeldige prosesser kan dateres tilbake til tidlig 50-tallet og har ført til fremskritt innen forskningsfeltene jordskjelv og vind. Simulering av vind i vindtunnel har vært en viktig faktor i utformingen av mange konstruksjoner.

[13] [14]

## 2.11. Simulering av tilfeldige stasjonære normale prosesser

For simulering av tilfeldige stasjonære normale prosesser brukes det i dag Monte Carlo metoder. Disse metodene definerer mulige inndata for ulike probabilistiske egenskaper i et system. Deretter genereres en rekke inndata basert på en sannsynlighetsfordeling. Videre utføres en deterministisk beregning av inndataene for så å fremstille resultatene i en analyse.

For simulering av et vindfelt vil vindhastigheten på et gitt punkt i rommet bli modellert som en normal stokastisk prosess. Ved å vite hvordan spektraltetthets (PSD) funksjonen er, kan man finne en fullstendig beskrivelse av vindhastighetene. For å få en nøyaktig beskrivelse av hele vindfeltet, noe som er nødvendig for vindutsatte konstruksjoner, må en vite en nøyaktig beskrivelse av vindhastighetene ut fra tid og plassering. Vindhastigheten er dermed et stokastisk tidsavhengigfelt, der hastigheten på et gitt punkt avhenger av koordinatene til det punktet i rommet  $P(x, y, z)$  -og på tidspunktet  $t$ . Vindhastigheten blir dermed  $V = V(x, y, z, t)$

Monte Carlo metoder kan klassifiseres i to grupper:

1. Metodene basert på superposisjon av harmoniske bølger med tilfeldige fasevinkler (random phase method).
2. ARMA metoder basert på filtrering av ukorrelert-hvitstøy (autoregressive- eller autoregressive-moving-average-modeller).

Begge disse metodene kan brukes til å simulere stasjonære og ikke-stasjonære tilfeldige prosesser, samt normale og ikke-normale tilfeldige prosesser. Det har i den siste tiden vært ekstra oppmerksomhet rundt egenskapene til AR-modellene på grunn av noen fordelaktige egenskaper. De gir en direkte beskrivelse av korrelasjonslengden til vindfenomener. I tillegg kan de brukes til å forutsi kortsiktige vindutviklinger basert på et begrenset sett av tidligere observasjoner. De gir også troverdig informasjon om lengre serier og tillater en statistisk beskrivelse av simulerte ytterpunkter. Autoregressive (AR) algoritmer tilbyr størst allsidighet ved simulering av en tilfeldig prosess. Ved simulering av vindhastigheter vil AR-metoden gi en realistisk beskrivelse av PSD funksjonen av vindhastighetene, og kan derfor gi realistiske vindlaster og strukturelle responsestimer. I de neste

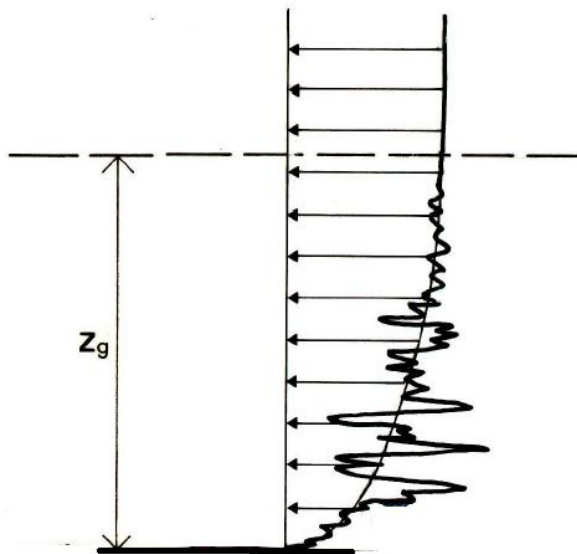
underkapitlene beskrives hvordan man kan gå frem for å simulere et vindfelt ved hjelp av en autoregressiv modell.

[15] [16] [17] [18]

## 2.12. Vindprofil

De statistiske egenskapene til middelvind-hastighet  $\bar{V}$  er nødvendig for å etablere et grunnlag for beregning av dimensjonerende last effekt i løpet av de værforholdene som er antatt for det formål å oppnå tilstrekkelig sikkerhet mot konstruksjonssvikt. For beregning av vindfelt finnes det noen bestemte retningslinjer fra Eurokode 1 – Actions on Structures, 4.2 [19]:

- Middelvind statistikk må være basert på data som dekker en rekke meteorologiske observasjoner over flere år. I henhold til internasjonal meteorologisk praksis skal en 10-minutters observasjonsperiode brukes og i denne perioden er vindfeltet antatt å være stillestående.
- Vinden forandrer systematisk retning på grunn av friksjonskrefter fra bakken til høyde  $z_g$ , og danner fenomenet Ekman spiral. For veldig høye konstruksjoner som strekker seg forbi  $z_g$  kan man anta en flat vindprofil.



Figur 2.12.1 Middelvinds profil og langsgående turbulens.

Vindhastigheten  $V$  i punkten  $P_i(x, y, z)$ , ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) ved tiden  $t$  vil da bestå av middelvinden og den varierende vindkomponenten  $U'$ :

$$V(x, y, z, t) = \bar{V}(z) + U'(x, y, z, t) \quad (2.22)$$

Middelvindsprofilen  $\bar{V}(z)$  ved en høyde  $z$  over terrenget avhenger av terreng-ruhet, terrengformen og basis-vindhastigheten  $v_b$  [19]:

$$\bar{V}(z) = k_r * \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) * c_0(z) * v_b \quad (2.23)$$

hvor  $k_r$  er terreng-ruhetsfaktoren avhengig av ruhetslengden  $z_0$  som beregnes ved bruken av  $k_r = 0.19 \left(\frac{z_0}{0.05}\right)^{0.07}$ ,  $z$  er høyden fra havoverflaten,  $c_0(z)$  er terrengformfaktoren (=1) og er basisvindhastigheten, definert som funksjon av vindretning og årstid for høyden 10 m over bakken og terrengkategori II. Se nasjonalt tillegg NA i eurokode 1: laster på konstruksjoner, NA.4.1.

Tabell NA.4.1 – Terrengruhetskategorier og tilhørende parametere

Kategorinummer	Terrengruhetskategori	$k_r$	$z_0$ (m)	$z_{min}$ (m)
0	Åpent opprørt hav	0,16	0,003	2
I	Kystnær, opprørt sjø. Åpne vidder og strandsoner uten trær eller busker	0,17	0,01	2
II	Landbruksområde, område med spredte små bygninger eller trær	0,19	0,05	4
III	Sammenhengende småhusbebyggelse, industriområder eller skogsområder	0,22	0,3	8
IV	Byområde der minst 15 % av arealet er dekket med bygninger og deres gjennomsnittlige høyde overskrider 15 m. Barskogområder	0,24	1,0	16

Figur 2.12.2 Ruhetslengder fra Eurokode 1 – NA

### 2.13. Multi-varierte tilfeldig-stasjonærprosess, simulering av vindfelt.

For en  $n$ -varierte stasjonær tilfeldigprosess er en vektor  $X(t)$  gitt av  $n$ -stasjonære tilfeldige prosesser  $x_i(t)$  for  $i = 1, \dots, n$  kan brukes for å representere vindkrefter på en konstruksjon med  $n$ -frihetsgrader. Korrelasjonsmatrisen kan defineres ved å kjøre en spekteranalyse for vektoren:

$$R_x(\epsilon) = E[X(t)X^T(t + \epsilon)] = \begin{bmatrix} R_{x_1x_2}(\epsilon) & \cdots & R_{x_1x_n}(\epsilon) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{x_nx_1}(\epsilon) & \cdots & R_{x_nx_n}(\epsilon) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

hvor hoveddiagonalen representerer autokorrelasjonsfunksjoner og resterende er krysskorrelasjonsfunksjoner av prosessen.

Fra ligning (2.7) kan vi dermed definere PSD-matrisen for en  $n$ -varierte tilfeldigstasjonærprosess for vind:

$$S_v(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_v(\epsilon) e^{-i\omega\tau} d\epsilon = \begin{bmatrix} S_{v_1v_2}(\omega) & \cdots & S_{v_1v_n}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{v_nv_1}(\omega) & \cdots & S_{v_nv_n}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Her vil hoveddiagonalen være spektral tetthetsfunksjonene og de resterende er kryss-spektral tetthetsfunksjoner for systemet.

For et vindfelt vil de langsgående varierende vindhastighetene være avhengig av både tid og plassering. Dette vil også gjelde for korrelasjonsfunksjonen til vindhastighetene, og vindhastighetene er ikke homogene. For å se nærmere på dette tar vi utgangspunkt i to tilfældige punkter  $P_1$  og  $P_2$  i  $y$ - $z$  planet. Her vil de langsgående varierende vindhastighetene  $U' = U'(y_1, z_1, t_1)$  og  $U'_2 = U'(y_2, z_2, t_2)$  bli bestemt av probabilistiske verdier for kryss-spektral tetthetsfunksjonen  $S_{v_1 v_2}(\omega)$ . Om man neglisjerer den imaginære delen vil  $S_{v_1 v_2}(\omega)$  være [18]:

$$S_{v_1 v_2}(p_1, p_2; \omega) = \sqrt{S_{v_1 v_1}(p_1; \omega) S_{v_2 v_2}(p_2; \omega)} * Coh_{v_1 v_2}(p_1, p_2; \omega) \quad (2.26)$$

hvor  $Coh_{v_1 v_2}(p_1, p_2; \omega)$  er koherensfunksjonen til turbulens komponentene  $U'_1 = U'(p_1, t_1)$  og  $U'_2 = U'(p_2, t_2)$ .  $S_{v_1 v_2}(p_1, p_2; \omega)$  er auto-spekteret til turbulenskomponentene normalisert ved forholdet:

$$\sigma_{v_j}^2(p; \omega) = \int_0^\infty S_{v_1 v_2}(p; \omega) d\omega \quad (2.27)$$

der  $\sigma_{v_j}$  er standardavviket til  $u'_j(p, t)$

For fullt å kunne karakterisere et null-gjennomsnittlig normalt stokastiskfelt fra et probabilistisk synspunkt må korrelasjonsfunksjonen defineres. Ved å øke avstanden mellom punktene og frekvensen, har koherensen mellom de to punktene en tendens til å minke. En slik avhengighet er tradisjonelt modellert gjennom enkle eksponentielle lover basert på en forutsetning om at middelvinden ikke forandrer retning. Man kan dermed uttrykke [20]:

$$Coh_{v_1 v_2}(p_1, p_2; \omega) = \exp(-f_{12}(\omega)) = + \frac{|\omega| \sqrt{C_y^2 (y_1 - y_2)^2 + C_z^2 (z_1 - z_2)^2}}{2\pi [\bar{V}(z_1) + \bar{V}(z_2)]} \quad (2.28)$$

hvor  $C_y$  og  $C_z$  er hensiktsmessige reduksjonskoeffisienter. Fra ligning (2.8) tar vi Fourier-transform av  $S_{v_1 v_2}(\omega)$  og finner de fullstendige korrelasjonsfunksjonene ved å sette inn for ligningene (2.26) og (2.27):

$$R_{v_1 v_2}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{v_1 v_2}(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (2.29)$$

Her ser vi at korrelasjonsfunksjonene, for varierende vindhastigheter er avhengig av  $\bar{V}(z_1)$ ,  $\bar{V}(z_2)$ ,  $S_{v_1 v_1}(\omega)$  og  $S_{v_2 v_2}(\omega)$  i tillegg til posisjon  $P(y, z)$  og tiden  $t$ , som videre betyr at funksjonene er avhengig av både egenfrekvensene  $\omega$  og avstanden fra bakken  $z$ .

For å produsere den vertikale turbulensen av spektrene antas det, for tekniske formål, at spektrene i Monin-kordinater  $f(z_j, \omega) = \frac{\omega^* z_j}{2\pi \bar{V}(z_j)}$  er forminvarianter av den vertikale bevegelsen. [21] Denne hypotesen som synes å være rimelig, tillater en praktisk tilnærming til å utvikle en teknikk for

spektermodeller av turbulens. Spektraltettheten til den langsgående turbulensen kan bli introdusert som [20]:

$$S_{v_j v_j} = \frac{6.868 \sigma_v^2 f(z_j, \omega) \frac{L_v}{z_j}}{\frac{\omega}{2\pi} \left[ 1 + 10.302 f(z_j, \omega) \frac{L_v}{z_j} \right]^{\frac{5}{3}}} \quad (2.30)$$

hvor  $f(z_j, \omega) = \frac{\omega^* z_j}{2\pi \bar{v}(z_j)}$  er Monin-koordinatene.  $L_v$  er; the intergral length scale av turbulens.

Videre vil vi vise hvordan PSD-matrisen kan dekomponeres ut fra egenvektorer i PSD-matrisen. For å gjøre dette, la  $\Psi(\omega)$  være egenmatrisen til  $S_v(\omega)$ , fra formel (2.25), der kolonnene er egenvektorene til  $S_v(\omega)$ . Da får vi følgende ligninger:

$$\Psi^T(\omega) S_v(\omega) \Psi(\omega) = \Lambda(\omega) \quad (2.31)$$

$$\Psi^T(\omega) \Psi(\omega) = I \quad (2.32)$$

der  $I$  er identifikasjonsmatrisen ( $n \times n$ ) og  $\Lambda(\omega)$  er diagonalmatrisen hvor diagonalverdiene representerer egenverdiene  $\Lambda_j(\omega)$  for kolonne  $j$  i matrisen  $\Psi(\omega)$  for  $j = 1, 2, \dots, n$ . Den spektrale dekomponeringen kan brukes til å uttrykke et vindfelt for N-varierte prosesser  $U'(t)$ . Dette er blant annet gjort av Di Paola (1998) og Di Paola og Gullo (2001):

$$U'(t) = \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_j(\omega) \sqrt{\Lambda_j(\omega)} e^{i\omega t} dB_j(\omega) \quad (2.33)$$

hvor  $dB_j(\omega)$  er en null-gjennomsnittlig stokastisks prosess med ortogonale inkremitter. Den n-varierte prosessen  $U'(t)$  kan videre dekomponeres i summen av uavhengige og sammenhengende vektorer:

$$Y_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_j(\omega) \sqrt{\Lambda_j(\omega)} e^{i\omega t} dB_j(\omega) \quad (2.34)$$

slik at

$$U'(t) = \sum_{j=1}^N Y_j(t) \quad (2.35)$$

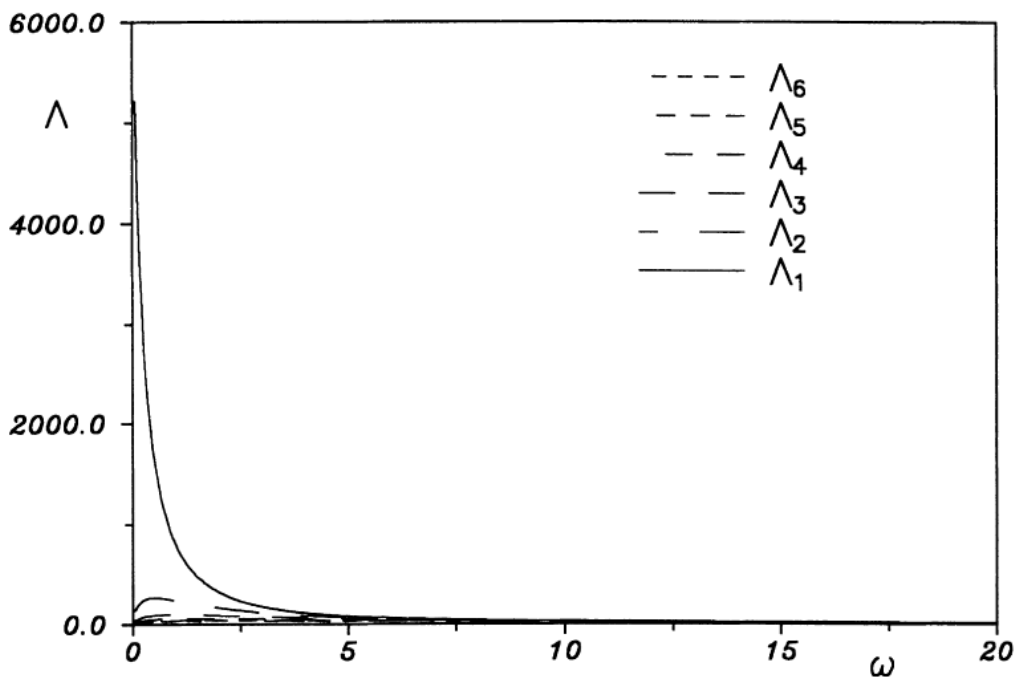
Videre beholdes bare de første og viktigste egenverdiene  $M \ll N$ , og gir tilnærmingen:

$$U'(t) \cong \sum_{j=1}^M Y_j(t) \quad (2.36)$$

Selv om denne spektraldekomposisjonen innebærer beregning av de frekvensavhengige egenverdiene av PSD-matrisen  $S_v(\omega)$ , er det en beregningsmessig fordel fordi bare  $M \ll N$  uavhengige komponenter til  $Y_j(t)$  vurderes.

I **Figur 2.13.1** ser du en fremstilling av frekvensavhengige egenverdier  $\Lambda_j(\omega)$  for seks varierende vindhastigheter i et seks-dimensjonalt vindfelt hentet fra Di Paola og Gullo (2001). Her vil den første egenverdien  $\Lambda_1(\omega)$  ha stor påvirkning og dominere resultatene, mens de andre egenverdiene blir mindre og mindre i forhold til den første egenverdien. Det betyr at man kan avkorte analysetiden ved kun å inkludere svært få egenverdier og egenvektorer. Dette viser at ved å bruke kun de første og viktigste egenverdiene  $M \ll N$  for prosedyren vist, vil man drastisk redusere analysetiden.

*M. Di Paola, I. Gullo / Probabilistic Engineering Mechanics 16 (2001) 1–10*



**Figur 2.13.1** Frekvensavhengige egenverdier  $\Lambda_j(\omega)$  for seks varierende vindhastigheter. [22]

For videre beskrivelse av egenskapene til denne metoden kan vi ta utgangspunkt i to punkter i y-z planet, hvor avstanden mellom punktene er lik  $\Delta$ . Her vil det varierende vindfeltet bli fra ligning (2.33):

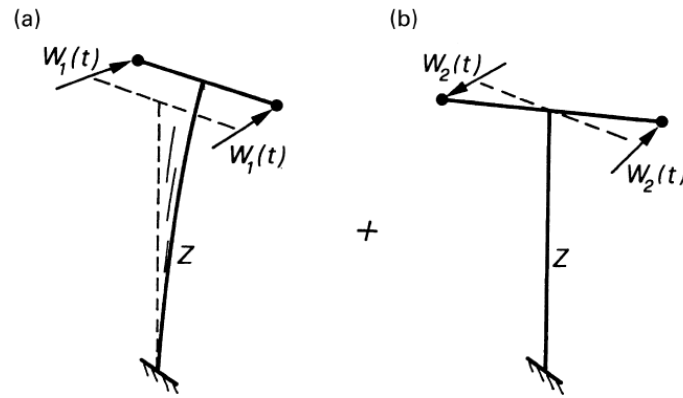
$$U'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_1(\omega) \sqrt{\Lambda_1(\omega)} e^{i\omega t} dB_1(\omega) + \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_2(\omega) \sqrt{\Lambda_2(\omega)} e^{i\omega t} dB_2(\omega) \quad (2.37)$$

kan videre dekomponere vindfeltet i to individuelle vektorer:

$$U'(t) = \Psi_1(\omega)W_1(t) + \Psi_2(\omega)W_2(t) \quad (2.38)$$

Den første vektoren vil ha en resultant i midtpunktet tilsvarende  $\frac{\Delta}{2}$ , **Figur 2.13.2(a)**. Den andre vektoren gir et moment rundt z-aksen, **Figur 2.13.2(b)**. Om avstanden mellom punktene  $\Delta$  øker, for lave  $\omega$ , vil  $\Lambda_1(\omega) \rightarrow 2S_{VV}(\omega)$  og  $\Lambda_2(\omega) \rightarrow 0$ . Derimot vil påvirkningen fra de to vektorene være lik når avstanden  $\Delta$  reduseres. Dette fordi  $-f_{12}(\omega)$  forsvinner; korrelasjonsfunksjonen blir lik 1.

Dette beskriver den fysiske betydningen av egenvektorer og egenverdier. Egenvektorene er svingemoder knyttet til de varierende vindhastighetene, mens egenverdiene representerer påvirkningen de ulike prosessene har på vindhastigheten.



**Figur 2.13.2 (a) Første svingemode for vindhastighet. (b) Andre svingemode for vindhastighet. [22]**

En viktig nøkkel i AR-modellen ved dekomponering av PSD-matrisen på grunnlag av egenvektorer, er at det ortogonale inkrementet  $dB_j(\omega)$  er en skalar. Dette kan øke effektiviteten og vil i tillegg forenkle arbeidet med modellen. Ved å definere frekvensområdet  $[\omega_0 \ \omega_c]$  fra nedre- til øvrefrekvensområde, delt inn i  $M$ -deler, ( $\omega_0 = \Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_m = \omega_c$ ), kan vi finne en tilnærming av egenvektoren  $\Psi_j(\omega)$  i et lagd intervall  $[\Omega_{s-1} \ \Omega_s]$  i en polynomform for en bestemt orden:

$$\Psi_j^{(s)}(\omega) = N_j^{(s)} l(\omega), \quad \Omega_{s-1} \leq \omega \leq \Omega_s \quad (2.39)$$

hvor  $l^T(\omega) = [1 \ \omega \ \omega^1 \ \omega^2]$ . Matrisen  $N_j^{(s)}$  av orden  $n \times 4$  blir da gitt ved å innføre kontinuitet ved grensene  $\omega = \Omega_{s-1}$  og  $\omega = \Omega_s$ :

$$N_j^{(s)} = \overline{\Psi}_j(\Omega_{s-1}, \Omega_s) L_j^{-1}(\Omega_{s-1}, \Omega_s) \quad (2.40)$$

hvor

$$L_j^{-1}(\Omega_{s-1}, \Omega_s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \Omega_{s-1} & 1 & \Omega_s & 1 \\ \Omega_{s-1}^2 & 2\Omega_{s-1} & \Omega_s^2 & 2\Omega_s \\ \Omega_{s-1}^3 & 3\Omega_{s-1}^2 & \Omega_s^3 & 3\Omega_s^2 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$



$$\overline{\Psi}_j(\Omega_{s-1}, \Omega_s) = [\Psi_j(\Omega_{s-1}, \Omega_s)\Psi_j'(\Omega_{s-1}, \Omega_s)\Psi_j(\Omega_s)\Psi_j'(\Omega_s)] \quad (2.42)$$

hvor ' er en derivasjon med hensyn på  $\omega$ .

Summen av uavhengige og sammenhengende vektorer blir da, fra ligning (2.34):

$$Y_j(t) = \sum_{s=1}^M N_j^{(s)} \int_{\Omega_{s-1}}^{\Omega_s} l(\omega) \sqrt{\Lambda_j(\omega)} e^{i\omega t} dB_j^{(s)}(\omega) \quad (2.43)$$

hvor de stokastiske prosessene med ortogonale inkremitter har egenskapene:

$$E [dB_j^{(s)}(\omega_p) dB_j^{(u)*}(\omega_q)] = \delta_{\omega_p \omega_q} \delta_{su} d\omega_p \quad (2.44)$$

og kan skrives på formen:

$$Y_j(t) = \sum_{s=1}^M N_j^{(s)} U_j^{(s)}(t) \quad (2.45)$$

hvor  $U_j^{(s)}(t)$  for  $s = 1, 2, \dots, M$ . Dette gir en enorm forenkling av prosessen for å generere vektorene  $Y_j(t)$ , og vi trenger nå bare å kjøre en orden  $(4 \times M)$ -variert prosess:

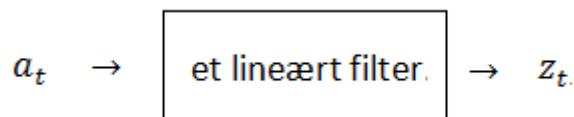
$$U_j^{(s)}(t) = \int_{\Omega_{s-1}}^{\Omega_s} e^{i\omega t} \left( \sqrt{\frac{\Lambda_j(\omega)}{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \omega \\ \omega^2 \\ \omega^3 \end{bmatrix} \right) dB_j^{(s)}(\omega), \quad s = 1, 2, \dots, M \quad (2.46)$$

## 2.14. AR-modellen

Fra teoriene fra de foregående underkapitlene vil vi nå vise hvordan vi går frem for å lage AR-modellen.

En autoregressiv modell er en tilfeldigprosess som ofte brukes til å modellere og forutsi ulike typer naturlige fenomener, og modellen brukes mye i signalbehandling. Den autoregressive modellen er én av en gruppe av lineære prediksjonsformler som forsøker å forutsi utdata fra et system basert på tidligere utdata.

En stokastiskprosess blir generert med en serie tilfeldig hvitstøy,  $a_t, a_{t+1}, \dots, a_{t+k}$ . Disse tilfeldige verdiene blir da kjørt igjennom et tilpasset lineært filter, som deretter danner utgangsverdiene  $Z_t, Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k}$ , se **Figur 2.14.1**. Dette er tidligere forklart i avsnitt (2.1).



**Figur 2.14.1 En autoregressiv modell.**

Identifikasjon av systemets egenskaper er oppnådd gjennom en analyse av autokorrelasjonsfunksjonen  $r_k$  og den delvise autokorrelasjonsfunksjonen  $r_j$ . Disse funksjonene er vist nedenfor:

$$r_k = \sum (z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu) / \sum (z_t - \mu)^2 \quad (2.47)$$

$$r_j = \hat{\phi}_{k_1} r_{j-1} + \hat{\phi}_{k_2} r_{j-2} + \dots + \hat{\phi}_{k_{(k-1)}} r_{j-(k-1)} + \hat{\phi}_{kk} r_{j-k} \quad (2.48)$$

der  $z_t$  er observasjonen på tidspunkt  $t$ ,  $\mu$  er gjennomsnittet av serien.

Ligning (2.48) er The Yule-Walker equation. Den uttrykker forholdet mellom autokorrelasjonen med tidsetterslepet,  $j$ , til tidligere antikorrelasjoner. I tillegg til å vise en enkel metode for simulering, vil AR-metoden inneholde ekstra informasjon om serien. Denne informasjonen kan generere autokorrelasjonsfunksjonen, kraftspekteret og spektraltettheten til systemet. [23]

Fra forenklingen fra ligning (2.46), vil vi lage  $M$  fullt koherente vektorer  $U_j^{(s)}$ , ved hjelp av standard generasjon for AR-modeller:

$$U_{j,1}^{(s)}(t_k) = \sum_{u=1}^p a_{j,u}^{(s)} U_{j,1}^{(s)}(t_{k-u}) + \sigma_{j,1}^{(s)} W_j^{(s)} t_k \quad (2.49)$$

$$U_{j,2}^{(s)}(t_k) = \sum_{u=1}^p b_{j,u}^{(s)} U_{j,2}^{(s)}(t_{k-u}) + \sigma_{j,2}^{(s)} W_j^{(s)} t_k \quad (2.50)$$

$$U_{j,3}^{(s)}(t_k) = \sum_{u=1}^p c_{j,u}^{(s)} U_{j,3}^{(s)}(t_{k-u}) + \sigma_{j,3}^{(s)} W_j^{(s)} t_k \quad (2.51)$$

$$U_{j,4}^{(s)}(t_k) = \sum_{u=1}^p d_{j,u}^{(s)} U_{j,4}^{(s)}(t_{k-u}) + \sigma_{j,4}^{(s)} W_j^{(s)} t_k \quad (2.52)$$

hvor  $a_{j,u}^{(s)}, \dots, d_{j,u}^{(s)}$  er parametrene for AR-modellen (hvitstøy),  $\sigma_{j,r}^{(s)}, r = 1, \dots, 4$ , er variansen til inputverdiene og  $W_j^{(s)}(t_k)$  er normalen mellom null-gjennomsnittet (zero-mean) og variansen, og  $p$  er antall parametre i filteret. Ved hjelp av The Yule-Walker equation kan vi også finne korrelasjonsfunksjonen for  $U_{j,r}^{(s)}(t_k)$ :

$$R_{U_{j,r}^{(s)}}(\phi_k - \phi_l) = \sum_{u=1}^p a_{j,r}^{(s)} R_{U_{j,r}^{(s)}}(\phi_{k-u} - \phi_l), \quad (2.53)$$

$$l = k - 1, k - 2, \dots, k - p$$

..

som er lik Fouriertransformen av  $\Lambda_j(\omega)$  i intervallet  $\Omega_{s-1}, \Omega_s$ . Dette er vist i ligningen under:

$$R_{U_{j,r}^{(s)}}(\tau) = \sum_{u=1}^p \Lambda_j(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \quad (2.54)$$

Når alle parametrene er løst for ligning (2.53) kan vi bestemme for variansen til inputverdiene.

$$R_{U_{j,r}^{(s)}}(0) = \sum_{u=1}^p a_{j,r}^{(s)} R_{u_{j,r}^{(s)}}(\phi_k - \phi_{k-s}) + \sigma_{j,r}^{(s)^2} \quad (2.55)$$

Det vil som følge av dette, være mulig å simulere den varierende vindkomponenten  $U'$  i et hvilket som helst punkt på broen med hensyn på høyden fra havet  $z$  på et gitt tidspunkt  $t$ .

Drahomir og Stoyan (1995) har beskrevet modellusikkerheten for simulering av vind ved hjelp av autoregressive modeller [24]. Det ble her representert disse vurderingen:

- Generert middelvind er svært presis, selv for et lite antall simuleringer.
- Antall tids steg bør overgå  $1024 > m$  for tilstrekkelig estimering av vindhastighetene.
- Spektralegenskapene er best modellert med en orden  $p = 3 - 5$ .
- Autoregressive simuleringer gir vindhastigheter tilsvarende virkelig vind, og kan brukes som et effektivt beregningsverktøy.

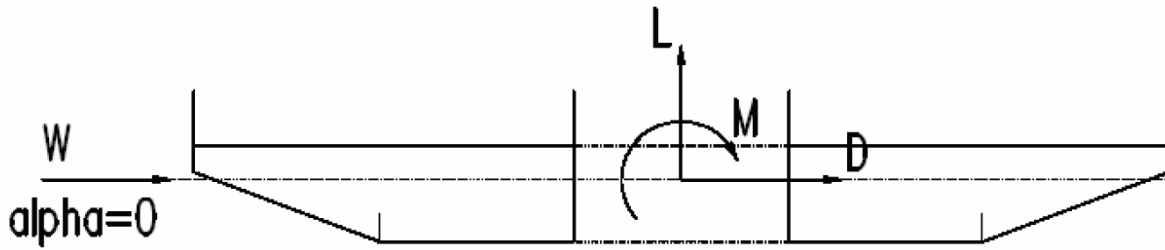
## 2.15. Aerodynamiske krefter

Fordeling av trykket på overflaten av en konstruksjon utsatt for vind er generelt representert ved hjelp av den dimensjonsløse trykk-koeffisienten  $c_p$  :

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (2.56)$$

hvor  $p$  er trykket på konstruksjonen,  $p_0$  er referanseverdien for trykk,  $\rho$  er tettheten til luft lik  $1.25 \frac{kg}{m^3}$  og  $V$  er vindhastigheten langs konstruksjonen. Generelt er det ikke nødvendig å beregne eksakt fordeling av trykket på den ytre overflaten av konstruksjonen. Det vil være nok å beregne de resulterende aerodynamiske kreftene per lengdeenhet. Dette gjelder spesielt konstruksjoner med aerodynamisk profil som en bjelkebro, slik kjørebanelen er. [5]

Drag-kraften,  $D$ , er kraften per lengdeenhet i retning av vinden. Løftekraften,  $L$ , er kraften per lengdeenhet normalt på vindretningen. Torsjonsmomentet,  $M$ , er momentet rundt akselen til brokonstruksjonen per lengdeenhet. Se **Figur 2.15.1**.



Figur 2.15.1 Aerodynamiske krefter på brodekket. [5]

De aerodynamiske koeffisientene er definert som:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho BV^2} \quad (2.57)$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho BV^2} \quad (2.58)$$

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho B^2 V^2} \quad (2.59)$$

$B$  er en karakteristisk dimensjon for konstruksjonen. For brobanen tilsvarer det den totale bredden fra den ene kjørebane til den andre, som tilsvarer 28 m. For buen representerer dette høyden, og varierer fra 2.7 m fra toppen av buen til 4.2 ved forankringen. Ved å vite de ulike aerodynamiske koeffisientene og de varierende vindhastighetene konstruksjonene er utsatt for, vil man kunne beregne de aerodynamiske kreftene  $D$ ,  $L$  og  $M$ . [5]

Vindhastighetene ved tiden  $t$  er tidligere definert i (2.29) som:

$$V(z, t) = \bar{V}(z) + U'(z, t) \quad (2.60)$$

og består av middelvinden  $\bar{V}(z)$  og den varierende vindkomponenten  $U'$ . Den minst gunstige situasjonen for brokonstruksjonen er når vinden er vinkelrett på broens akse og hvor drag-kreftene er i samme retning som vinden. En slik situasjon vil ha en stor effekt på den vindinduserte dynamiske responsen. Ved å innføre quasi-statisk teori, for en lengdeenhet, vil vi finne drag-kreftene:

$$D(z, t) = \frac{1}{2}\rho V^2(z, t)BC_d = \frac{1}{2}\rho(\bar{V}(z) + U'(z, t))^2BC_d \quad (2.61)$$

uttrykket skrevet ut:

$$D(z, t) = \frac{1}{2}\rho\bar{V}^2(z)BC_d + \frac{1}{2}\rho\bar{V}(z)U'(z, t)BC_d + \frac{1}{2}\rho U'^2(z, t)BC_d \quad (2.62)$$

Påvirkningen av de kvadratiske kreftene for varierende vind kan neglisjeres, ettersom det sannsynligvis vil gi en grei tilnærming for de aerodynamiske kreftene. Det anbefales likevel å beholde dette leddet, da det i noen tilfeller vil kunne gi feil på den dynamiske responsen.

For beregning av vindkreftene i FE-modellen kan man multiplisere kreftene med hver lengdeenhet  $L_i$ , tilsvarende avstanden mellom hver node vindkreftene blir påført. For node- $i$  i høyde  $z_i$  finner vi de aerodynamiske kreftene som følge av varierende vind:

$$D(z, t) = \frac{1}{2} \rho \bar{V}^2(z_i) BC_d L_i + \frac{1}{2} \rho \bar{V}(z_i) U'(z_i, t) BC_d L_i + \frac{1}{2} \rho U'^2(z_i, t) BC_d L_i \quad (2.63)$$

[5] [25]



## 3. Del 2: Elementmodellering av Svinesundsbroen i Abaqus

Det er flere fordeler med å lage en elementmodell av store og komplisert konstruksjoner. Det er mange variabler og usikkerheter å ta hensyn til, og en elementmodell vil kunne gi et klart overblikk over både avanserte og enkle utfordringer som vil kunne oppstå. Dette gjelder både før, under og etter et prosjekt er blitt gjennomført. Ved hjelp av modellen kan man blant annet se på statiske deformasjoner ved ulike lastsituasjoner, samt kontrollere egenfrekvenser og egensvingemoder til konstruksjonen. I tillegg er Abaqus et effektivt hjelpemiddel til å analysere vindindusert dynamisk respons.

Det er gjort en del forenklinger i modellen på bakgrunn av den informasjonen som er beskrevet i innledningen. Formålet med Del 2 av rapporten er å gi en klarhet av de valg som er tatt, og gi leseren en mulighet til å lage en identisk modell og eventuelt kalibrere den til det bedre ut ifra de resultatene som blir fremstilt senere i rapporten. Modellen skal stemme mest mulig overens med den virkelige konstruksjonen, slik at resultatene vil samsvare med målte verdier. For at dette skal gjelde er det blant annet viktig at modellen har samme randbetingelser, materialverdier, skjær- og massesenter og dimensjoner som konstruksjonen.

### 3.1. Modellering i Abaqus/CAE

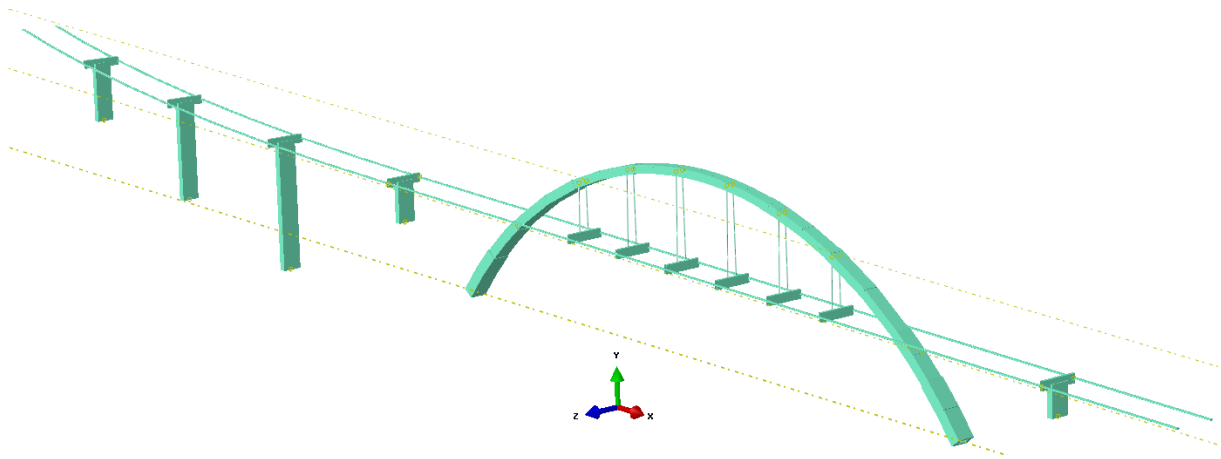
Abaqus er kjent for å være en av de aller beste programmene til å gjennomføre en FE-analyse. Spesielt på grunn av dets gode brukergrensesnitt og mulighet til å definere alle materialegenskaper på en unik måte. Dette gjelder både i arbeidslivet og i forskning. Det er i mange tilfeller lettere å lage en visualisert modell enn å beskrive hele modellen i en input fil. Med Abaqus/CAE kan man raskt og effektivt opprette, redigere, overvåke, diagnostisere og visualisere avanserte dynamiske analyser.

Hver FE-analyse består av tre separate faser. Den første fasen foregår i Abaqus/CAE, der selve modelleringen blir fullført. Der defineres geometri, materialegenskaper, randbetingelser, last og generering av mesh og lignende. I fase 2 generer Abaqus/CAE en input fil som sendes til enten Abaqus/explicit eller Abaqus/standard. Der blir selve analysen utført og en utgangsdatabase blir lagd. Til slutt, i fase tre, vil resultatene fra databasen blir presentert med et visualiserings verktøy. Der kan man studere modellene ved hjelp av animasjoner, grafer eller lese direkte fra databasen.

[26]

### 3.2. Beskrivelse av modellen

Modellen i denne rapporten består av fire ulike deler; overbygningen, buen, hengestengene og pilarene. Hele broen er modellert med 3D deformerbare bjelkeelementer, og består av totalt 444 elementer og 1324 noder. Den er definert med et kartesisk koordinatsystem (se **Figur 3.2.1**), og origo er plassert i midtpunktet av hovedspennvidden til kjørebanelen. X-aksen peker i lengdeaksen av broen, i nordlig retning mot Norge. Z-aksen peker i tverrgående retning, i østlig retning, og y-aksen peker oppover. SI-enhetene N, m og kg er brukt for å definere modellen.



Figur 3.2.1 Grafisk fremstilling av FE-modellen i Abaqus.

### 3.3. Bjelkeelementer

Abaqus modellen av Svinesundsbroen er bygd opp av B31-elementer. B31 vil si at det er et 1.ordens(lineært), 3-dimensjonalt bjelkeelement. B31-elementene har to noder og er skjærdeformerbare. Et B31 element er basert på Euler-Bernoulli og Timosjenko bjelketeori. Euler-teorien forutsetter at tverrsnittet alltid står normalt på bjelkeaksen, men vil likevel tillate en tverrstilt skjærbelastning. Denne utvidelsen fører til Timosjenko-teorien som tar hensyn til skjærdeformasjoner og treghetsmomenter, noe som gjør den egnet til å beskrive egenskapene til korte bjelker. B31 er en Timosjenkobjelke. [26]

Fordelen med å bruke bjelkeelementer er at du reduserer det matematiske problemet til én dimensjon. Ettersom lengden av alle broelementene langs sin egenakse er betydelig, sammenlignet med størrelsen av tverrsnittet, vil det være rimelig å bruke bjelkeelementer i modellen. Ved å definere bjelkeelementer til de ulike delene av broen, vil man få definert torsjonsstivhet, tverrsnitt, eksentrisitet av skjærcenter, eksentrisitet av naturligakse og treghetsmoment.

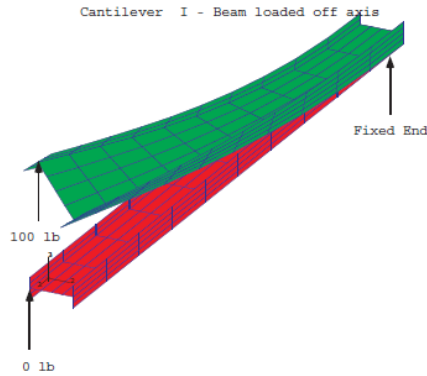
### 3.4. Skjærcenter

Torsjon utgjør ofte en vesentlig del i alle 3D konstruksjoner, ved at en påført last på en del av konstruksjonen kan føre til vridning i en annen del av konstruksjonen. I tillegg til dette fremkommer torsjon når skjærkrefter ikke opptrer gjennom skjærcenteret. Vridningen vil være lik skjærkraften ganger eksentrisiteten med hensyn til skjærcenter. Skjærcenter er et imaginært punkt på et tverrsnitt, hvor skjærkraft kan bli påført uten at torsjon vil forekomme.

Det er viktig å ta hensyn til dette ved modulering med bjelkeelementer, ettersom massesenteret og skjærcenteret ofte ikke faller i samme punkt. Om nodene ikke ligger i skjærcenteret til tverrsnittet, kan konstruksjonen vri seg ved påføring av laster (se **Figur 3.4.1**).

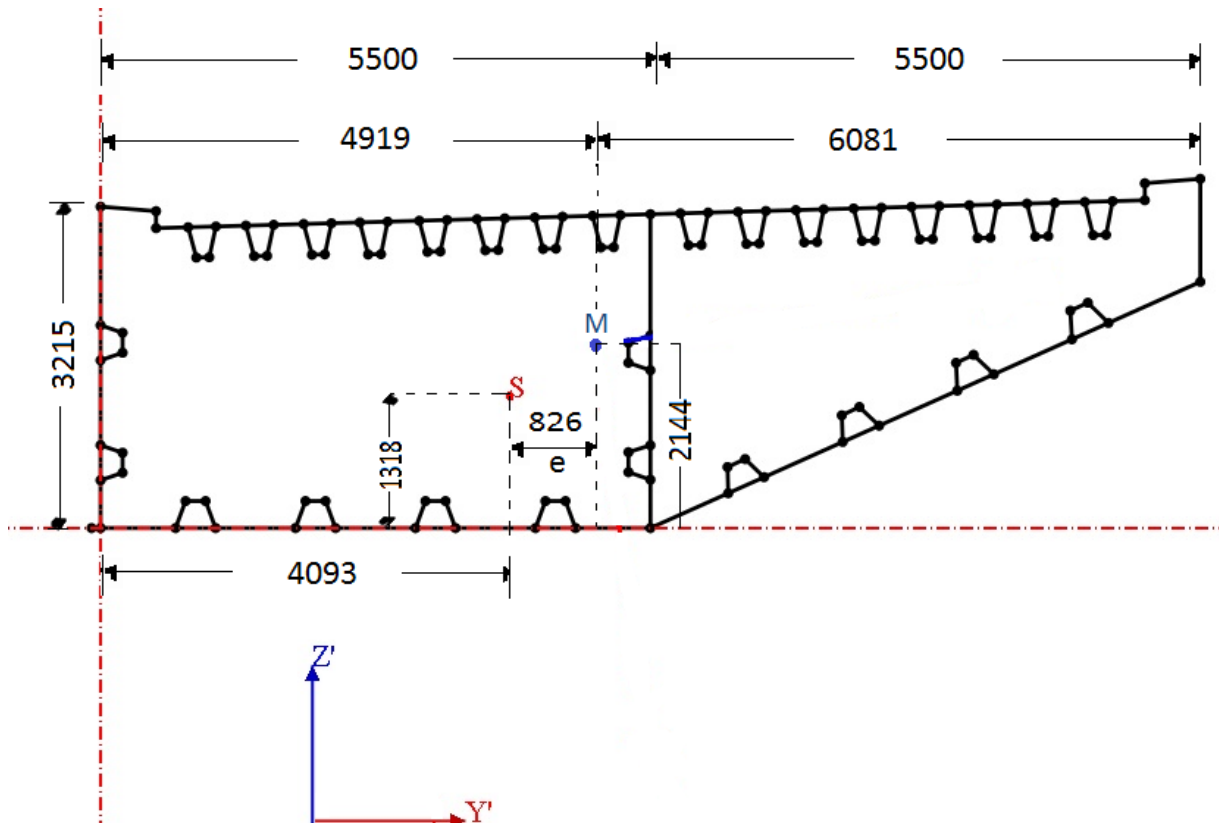
[26]





Figur 3.4.1 Effekten av eksentrisk last på en fast innspent bjelke. [8]

For å modellere overbygningen var det nødvendig å lage en generalisert profil, ettersom konstruksjonen var forsterket med langsgående stålprofiler. Det var av samme grunn viktig å passe på at overbygning også ble tegnet i skjærsenteret som forklart i forrige avsnitt. For å finne skjærsenteret ble tverrsnittet tegnet inn i programmet CrossX, vist i **Figur 3.4.2**. [27]



Figur 3.4.2 Tverrsnitt av overbygningen i programmet CrossX, med skjærsenter(S) og massesenter(M). [27]

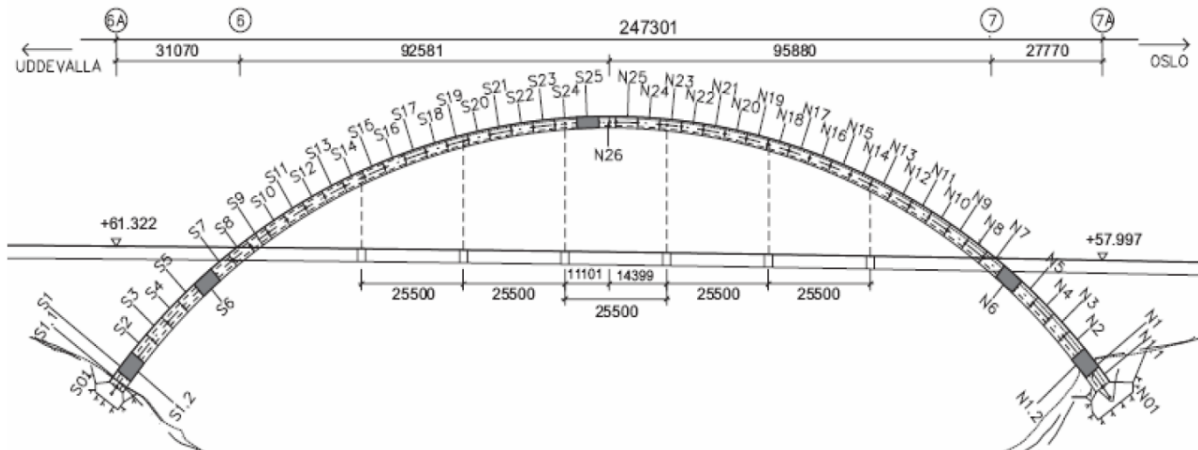
For å finne treghetsmomentene ble Steiners's teoremer brukt; resultatene finner du i **Tabell 3.4.1**.

Areal	A	0,54123 m <sup>2</sup>
Tregghetsmoment for bøying om Y-aksen	$I_{11}$	1,04 m <sup>4</sup>
Tregghetsmoment for crossbending	$I_{12}$	0,973 m <sup>4</sup>
Tregghetsmoment for bøying om Z-aksen	$I_{22}$	6,5 m <sup>4</sup>
Torsjons konstant	J	1.60213 m <sup>5</sup>

Tabell 3.4.1 Beregnede verdier for generalisert profil.

### 3.5.Buen

Buen ble modulert med et rektangulært hult kassetverrsnitt. Det ble antatt at den var fast for alle DOF (degrees of freedom). For å løse utfordringen med økende tverrsnitt mot grunnen, ble buen delt opp i ni seksjoner, S0-S4, S4-S8, S8-S16, S16-S22, S22-N22, N16-N8, N8-N4 og N4-N0. (se **Figur 3.5.1**) S står for svensk side og N for den norske siden. Tverrsnittet for hver enkelt seksjon ble et gjennomsnitt for begge ytterpunktene (maks og min).



Figur 3.5.1 Plantegningen som viser fordelingen av buen. [2]

### 3.6.Kjørebanelen og tverrbjelker

Kjørebanelen ble modellert i skjærsenteret, som forklart i avsnitt 2.4. Videre ble det antatt en jevn høydeøkning i hele modellen. Dette medførte at total stigning på hele brubanen var 7.8 meter i stedet for 5.3 meter. I tillegg ble det modellert inn en kurve radius på 1150 meter fra pilar 5 til pilar 1, i negativ z-akse.

Tilkoblingen mellom kjørebanelen og buen ble antatt å være tilnærmet momentstiv. I Abaqus er det implementert en koblingsfunksjon som er praktisk når tre punkter (noder) skal monteres og følge de samme randbetingelsene, «coupling constraint». Tverrbjelkene i hovedspennet er også antatt momentstive, og er festet direkte i kjørebanelen. [26]

Enden av kjørebanelen, både på svensk og norsk side, er fastholdt vertikalt og på tvers av kjørebanelen. (y- og z-retning). Dette kommer av at kjørebanelen vil fortsette, og man antar at hele konstruksjonen blir «stivere» som følge av dette.

De største antagelsene og forutsetningen som er gjort i denne modellen er med hensyn på randbetingelsene som er satt ved innfestingen av brobanelen til pilarene. Ved pilarene er tverrbjelken spent fast til dekket med kraftige vaiere som igjen er festet i spennstag i pilaren. I modellen er det antatt at pilarene 3 og 4 er fastinnspent i brobanelen, mens de resterende pilarene er festet som et fritttopplager (tillater bevegelse i x-retning langs kjørebanelen). Det kan likevel diskuteres om alle pilarene i virkeligheten vil fungere som fastinnspent i brobanelen, ettersom vaierne vil fungere som et stivt feste.

### 3.7.Laster

For å ta hensyn til asfaltdekket som ikke er modellert er det blitt lagt på ikke-bærende masse der hvor dekket ville vært. Asfaltlasten  $q = 2630 \frac{kg}{m}$ . Denne lasten ble jevnt fordelt utover nodene til kjørebanelen.

I tillegg til dette ble det også modellert en ikke-bærende masse på totalt  $200 m^3$  i begge kjørebanelene som skulle tilsvare betongmotvekten ved opplagene. Denne vekten ble fordelt utover de fem pilarene. Det tilsvarte en last per pilar lik [1]:

$$2 * 40m^3 * 2500 \frac{kg}{m^3} * 10 \frac{m}{s^2} = 2000 kN (200 tonn)$$

### 3.8.Hengestengene

Hengestengene er antatt momentstive til både buen og tverrbjelkene. Dette stemmer ikke helt med slik konstruksjonen er i virkeligheten, men vil likevel være en grei vurdering, basert på at hengestengene har en veldig lav bøyestivhet og alle momentkrefter som blir påført vil være neglisjerbare. I tverrbjelken er det ledd som kun tillater rotasjon parallelt med kjørebanelen. Her er egne randbetingelser satt for å hindre rotasjon i z-retning.

Hengestengene ble modellert med et sirkulært massivt tverrsnitt på 87.1 mm tilsvarende den totale massen til stålprofilen på  $5964 mm^2$ . Sammenlignet med den nominelle diameteren på 94 mm fra avsnitt 1.4. [1]

### 3.9.Pilarene

Buen ble modulert med et hult kassetverrsnitt. For å løse problemet med økende tverrsnitt ble pilar 3 og pilar 4 delt opp i fire seksjoner, mens de resterende ble delt opp i to seksjoner. Tverrsnittet for hver enkelt seksjon ble gjennomsnittet av ytterpunktene til hver seksjon. Fundamentet er fast innspent for alle pilarene, selv om pilar 4 er fundamentert ved hjelp av stålplæler kjørt ned i havbunnen.

### 3.10. Dempning av konstruksjonen

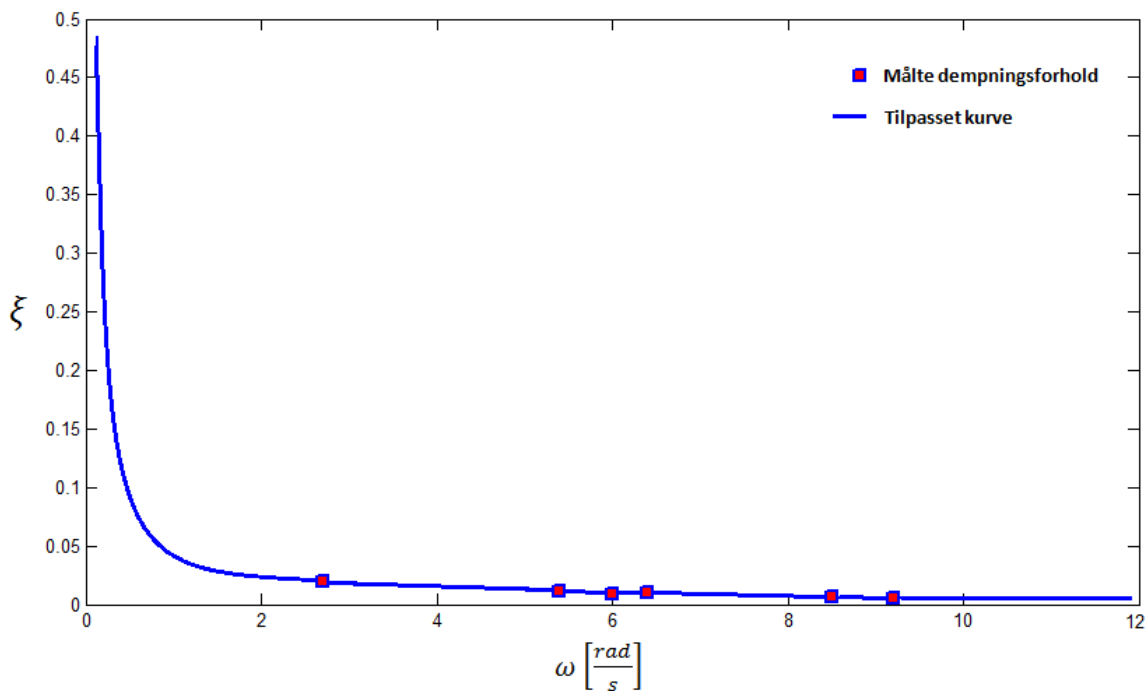
Abaqus tilbyr et enkelt brukergrensesnitt ved å bruke Rayleigh Damping til å beskrive den dynamiske dempningen i konstruksjonen. Rayleigh metoden forutsetter at dempningsmatrisen kan uttrykkes som en lineær kombinasjon av masse- og stivhetsmatriser. Dette er tidligere beskrevet i **avsnitt 2.9**. Fra ligning (2.18) har vi dette uttrykket for Rayleigh damping:

$$C = a_0 M + a_1 K \quad (3.1)$$

Rayleigh dempningsparametrene  $a_0$  og  $a_1$  blir bestemt ved å finne en tilpasset kurve hvor de målte egenfrekvensene  $\omega$  blir plottet mot det tilsvarende dempningsforholdet, se **Figur 3.10.1**. Dempningsforholdene er funnet for de seks første egenfrekvensene. Dette er gjort ved bruk av Bandwidth metoden der man ser på toppene i spektraltetthetene for de målte akselerasjonene.

Svingeform nr.	Frekvens		Dempningsforholdet
	[rad/s]	[Hz]	
1	2,7	0,43	0,0193
2	5,4	0,86	0,0108
3	6	0,95	0,0092
4	6,4	1,01	0,0102
5	8,5	1,36	0,0065
6	9,2	1,46	0,0051

Tabell 3.10.1 Egenfrekvensene med tilhørende dempningsforhold.



Figur 3.10.1 Tilpasset dempningskurve

Rayleigh dempningsparametrene ble funnet ved hjelp av fremgangsmåten for tilpasset kurve;  $\alpha_0 = 0.09441 \text{ s}^{-1}$  og  $\alpha_1 = 0.000241 \text{ s}$ .

### 3.11. Egenfrekvenser og svingeformer

FE-analysen av broen består av tre forskjellige steg. Første steget består av å innføre en gravitasjonslast, steg to finner de naturlige frekvensene og i steg tre påføres vindkreftene til broen.

For å kunne studere den dynamiske oppførselen til broen er det helt vesentlig å finne de naturlige frekvensene, da dette sier noe om stabiliteten til konstruksjonen. En lineær perturbasjons (forstyrrelse) analyse blir gjennomført for å finne alle egenfrekvensene og egensvingeformene. I Abaqus finnes det i hovedsak to ulike algoritmer for løsning av egenverdier, Lanczos og Subspace. I denne modellen er Lanczos brukt, ettersom den er raskest til å løse et stort antall egenverdier. [26]

### 3.12. Ikke-lineære geometriske effekter

«NLGEOM» er en innstilling i Abaqus som tar hensyn til alle geometriske ikke-lineariteter. Disse kan være som følge av påført last, ikke-lineariteter i materialet eller fra randbetingelsene (friksjon/kontakt). Eventuelle deformasjoner i konstruksjonen kan føre til at effekten av lastpåføringen forandrer seg. NLGEOM er brukt på alle deler av broen.



Figur 3.12.1 Eksempel på ikke-lineære geometriske effekter. Ved deformasjon av bjelken vil punktlasten P2 skape moment i bjelken. [28, p. 36]

Abaqus bruker Newtonsmetode for å løse de ikke-lineære likevektslikningene. Løsningen av historie avhengig respons oppnås ved hjelp av en serie inkrementer som itereres for å få likevekt. Størrelsen av hvert inkrement bestemmes avhengig av hvor beregningseffektive man må være i analysen. Det er viktig at hvert tids-steg følger den tilsvarende fysiske tidsskalaen, som her representerer vindkreftene. [26]

I den dynamiske analysen er det antatt et skritt på 600 sekunder som tilsvarer en 10 minutters observasjonsperiode av vindhastigheten.

### 3.13. Modellering av vindkreftene

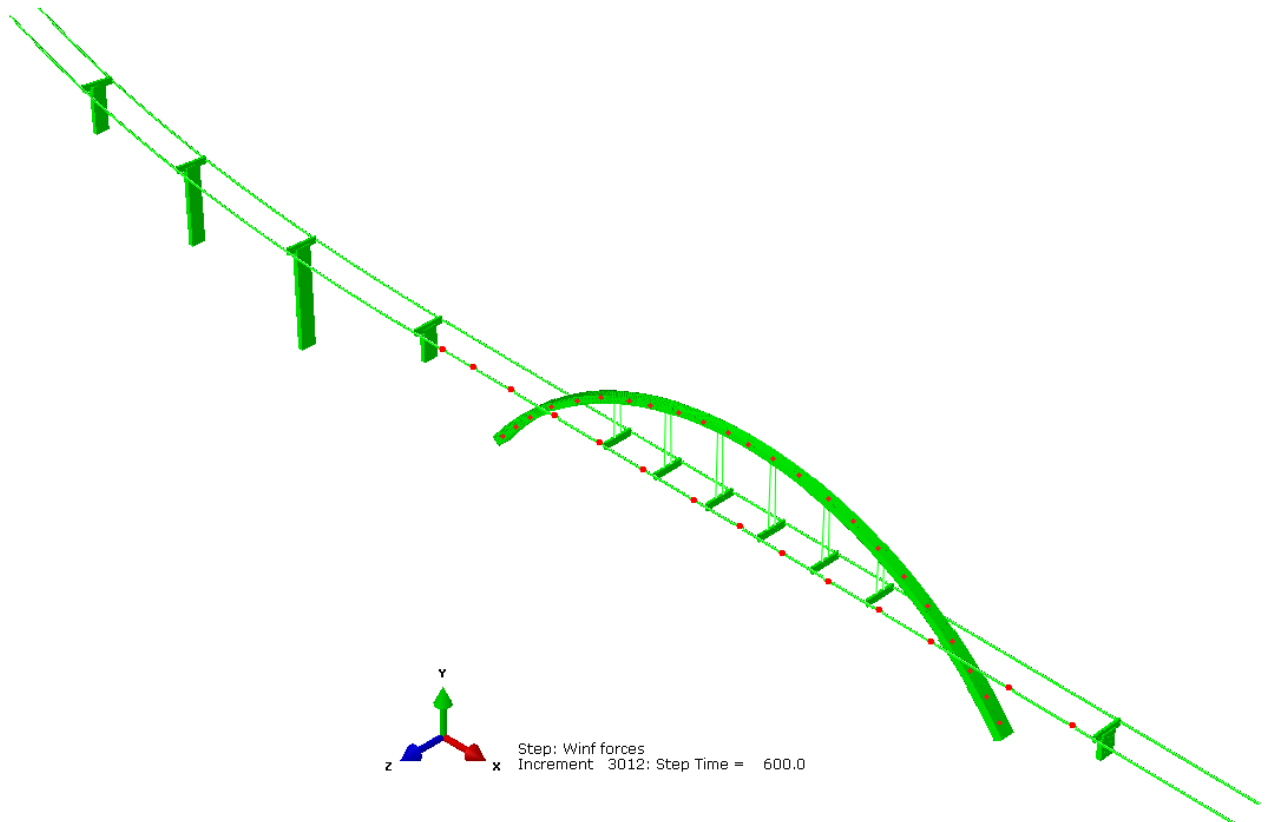
Vindkreftene ble modellert som varierende punktlaster ved hjelp av «CLOAD» funksjonen i det siste dynamiske steget. Disse vindkreftene er kun fordelt utover den sentrale delen av broen, dvs på kjørebanelen mellom pier 5 til pier 8 og hele buen, se **Figur 3.13.1**. Det er her forutsatt at responsen fra vindkreftene hovedsakelig er på den første egensvingemoden hvor kun den sentrale delen av broen blir påvirket. Dette blir vist i Del 3 av rapporten. Selv om dette er en ganske stor forenkling av alle vindkreftene som blir påført broen, er denne antagelsen fornuftig. I tillegg er det hensiktsmessig når man ser på plasseringene av sensorer fra måleprosjektet, som alle er plassert mellom pier 5 og pier 8. Det er dermed enkelt å trekke ut de tøyninger og akselerasjoner som oppstår ved flere ulike tilfeller av sterk vind, for deretter å sammenligne resultatene. Dessuten vil også beregningseffektiviteten bli betraktelig bedre.

For å kunne definere tidshistorien til vindlastene ble alternativet «AMPLITUDE» brukt. Dette er en metode brukt for å kunne definere vilkårlige tidsvariasjoner av laster og forskyvninger, og er implementert rett inn i inputfilen. Videre ble hver amplitude navngitt ved å bruke «NAME» parameteret. På den måten ble punktlaster som representerer vinden definert i steg tre.

Nodene har en høyde tilsvarende 60 meter langs hele kjørebanelen, mens nodene på buen har varierende høyde fra forankringen i fjellet til buens topp. Det ble derfor antatt at det vil være fornuftig med noe tettere punktlaster langs buen, slik at den varierende høyden blir nøyaktig beskrevet.

Det ble kjørt en rekke analyser for å få et riktig bilde av den vindinduserte dynamiske responsen. Først ble det gjennomført tre ulike analyser med et ulikt antall noder utsatt for vindkrefter. Dette for å kunne bruke færrest mulige noder med  $n$ -varierende vind og likevel få korrekte resultater. Den totale analysetiden vil slik reduseres.

Den første analysen er totalt 40 punktlaster brukt, hvor 16 er plassert langs kjørebanelen med lengdeenheten  $L_i$ , avstanden mellom nodene utsatt for varierende vindkrefter, lik 20.5 m. De resterende 24 punktlaster er plassert langs buen med  $L_i$  lik 12 m. Som man kan se fra **Figur 3.13.1** er kun den ene kjørebanelen utsatt for den varierende vinden. Det vil i Del 3 bli vist at denne forenklingen vil påvirke resultatene i liten grad.



**Figur 3.13.1 Fordelingen av varierende punktlaster, markert i rødt, for den første analysen.**

Den andre analysen har totalt 159 punktlaster fordelt utover broen. Kjørebanelen mellom pier 5 og pier 8 har totalt 64 punktlaster med  $L_i$  lik 5 m, mens buen har 95 punktlaster med en  $L_i$  lik 3 m.

Den tredje analysen har totalt 317 punktlaster fordelt utover broen. Kjørebanelen har totalt 129 punktlaster med  $L_i$  lik 2.55 m, mens buen har 188 punktlaster med en  $L_i$  lik 1.53 m.





## 4. Del 3: Simulering og analyse av resultater

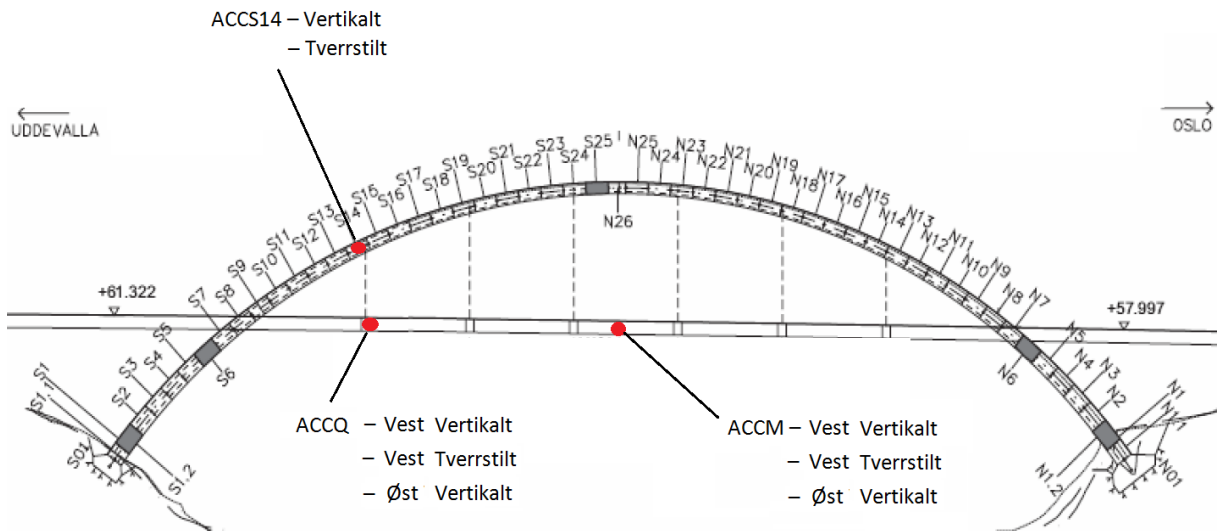
I denne delen av rapporten vil resultatene fra fullskala-målingene og simuleringen av vind i FE-modellen bli fremstilt. En sammenligning av resultatene vil fremstille broens dynamiske egenskaper, deriblant den vindinduserte dynamiske responsen. Målet med sammenligningen er å kontrollere nøyaktigheten og kartlegge modellusikkerheten ved simulering av vindfelt. Dette gjøres ved hjelp av autoregressive simuleringer.

### 4.1. Egenfrekvenser og egensvingninger fra fullskala måling og FE-modellen

Ved ferdigstillingen av Svinesundsbroen ble det startet et omfattende måleprosjekt for å kartlegge konstruksjonens dynamiske og statiske egenskaper. En rekke ulike sensorer ble plassert utover broen for å måle vibrasjoner, temperatur-forandringer, forskyvninger, vindhastigheter og akselerasjoner i konstruksjonen. I denne rapporten er måledata fra åtte ulike akselerasjonsensorer brukt (se **Figur 4.1.1** og **Tabell 4.1.1**). Disse måledata var registrert kontinuerlig ved 50Hz, og oppdelt i perioder på 10 minutter som var lagret i en datafil. Sensorene målte minimum, maksimum og standardavviket for akselerasjoner i henholdsvis vertikal- og tverrstiltretning.

Sensor nr.	Navn	Plassering	Måleretning	Matlab forkortelse	
1	ACCQ-ZW		Vest	Vertikalt	V1
2	ACCQ-YW	$\frac{1}{4}$ punktet, kjørebanelen	Øst	Tverrstilt	H1
3	ACCQ-ZE		Vest	Vertikalt	V2
4	ACCM-ZW		Vest	Vertikalt	V3
5	ACCM-YW	$\frac{1}{2}$ punktet, kjørebanelen	Øst	Tverrstilt	H2
6	ACCM-ZE		Vest	Vertikalt	V4
7	ACCS14-Z			Vertikalt	VB
8	ACCS14-Y	S14 på buen		Tverrstilt	HB

Tabell 4.1.1 Beskrivelse av sensorene.



Figur 4.1.1 Viser fordeling av de ulike sensorene på konstruksjonen.

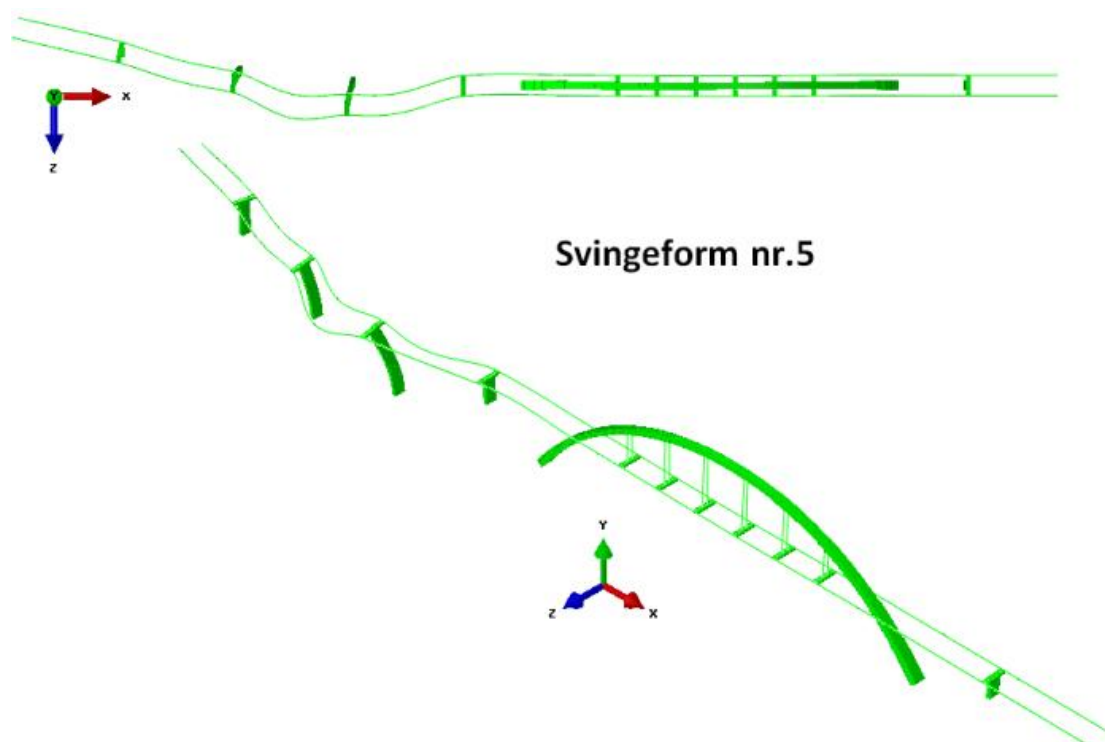
Identifiseringen av de naturlige frekvensene kan fremstilles ved å analysere spektraltettheten til de målte akselerasjonene hvor store utslag/topper fra spektraltettheten kan indikere sannsynlige posisjoner av egenfrekvenser. Både Welchs og Burgs metode har blitt brukt for å analysere spektraltettheten. I Welchs metode er det benyttet Hamming-funksjoner med en overlapping på 50 %, mens i Burgs metode er det benyttet en orden på 500. Begge metodene gir samme resultat for egenfrekvenser, men Burgs metode gir mer markante topper. Av den grunn har Burgs metode blitt brukt i den grafiske fremstillingen av egenfrekvensene i denne rapporten.

Nedenfor vil egenfrekvensene inntil en frekvens på omtrent  $10 \frac{rad}{s}$  bli vist. Frekvensene innenfor dette området gir tydelige utslag i spekteranalysen. Der høyere frekvenser inntreffer blir toppene mindre tydelige og det blir vanskeligere å identifisere de tilhørende frekvensene. Ved å sammenligne amplituden i spekteret for hver av de åtte sensorene er det mulig å studere egensvingeformen basert på symmetri eller antisymmetri. Egensvingeformene er fremstilt i **vedlegg 1** og spekteranalysen av måldataene er tilgjengelig i **vedlegg 2**.

I tabellen nedenfor vises resultatene fra FE-modellen og fra spekteranalysen fra målingene som ble gjort på Svinesundsbroen.

Svingeform nummer	Frekvens[Hz]			Beskrivelse av svingeformen
	FE-modellen	Målteverdier	Differanse	
1	0,38	0,43	9 %	Symmetrisk bøying, tverrstilt i buen
2	0,64	0,86	23 %	Antisymmetrisk bøying, vertikalt i buen
3	0,92	0,95	3 %	Antisymmetrisk bøying, tverrstilt i buen
4	1,04	1,01	-2 %	Symmetrisk bøying, tverrstilt i buen
5	1,08	X	X	Tverrstilt utsvingning i kjørebanelen på svensk side
6	1,32	1,36	2 %	Torsjon i kjørebanelen
7	1,51	1,46	3 %	Symmetrisk bøying, tverrstilt i hovedspennet

Tabell 4.1.2 En sammenligning mellom FE-modellen og målingene gjort på Svinesundsbroen.



Figur 4.1.2 Viser svingeform nummer 5 fra Abaqus modellen. En tverrstilt utsvingning i kjørebanelen på svensk side.

Figuren over viser tydelig hvordan kjørebanelen mot den svenske siden får en tverrstilt utsvingning. Dette forklarer hvorfor spekteranalysen fra måledataene ikke kan beskrive den femte svingeformen ettersom alle sensorene er plassert i hovedspennet av broen.

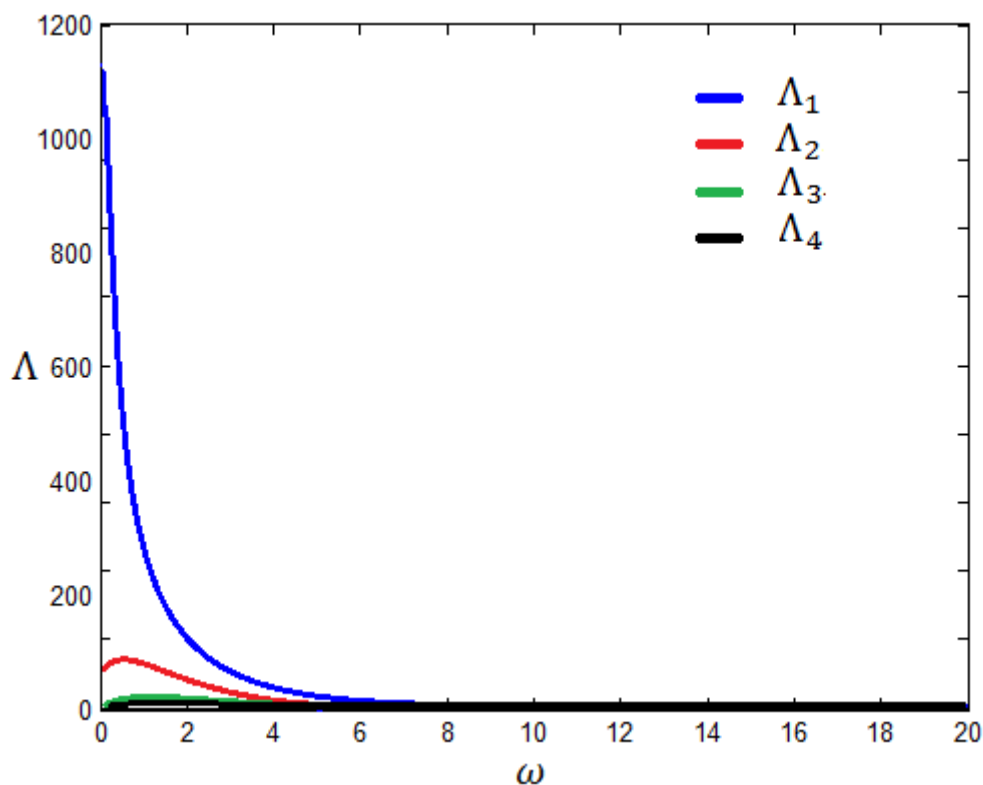
De små ulikhetene mellom de målte og de numeriske egenfrekvensene indikerer at massen og stivheten i FE-modellen representerer den virkelige konstruksjonen i stor grad.

## 4.2. Simulering av vind ved hjelp av en autoregressiv modell

Det ble først simulert vind for kjørebanelen med konstant høyde  $z$  lik  $60\text{ m}$ . Vindprofilen for det aktuelle vindfeltet er fremstilt senere i rapporten, se **Figur 4.3.4**. Turbulensen er fremstilt i ligning (2.29), for et vindfelt med 64 punktlaster (langs kjørebanelen) med en lengdeenhet på 5 meter. Vinden er simulert for 10-minutters observasjonsperiode,  $T = 600\text{ s}$ , med et tidssteg  $\Delta t = 0.2\text{ s}$ , dempningskoeffisient  $C_z = 2$  og en ruhetslengde  $z_0 = 0.025$ . Middelvinden for den varierende vinden i høyde  $z = 60\text{ m}$  er lik  $\bar{V} = 11.5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

I **Figur 4.2.1** ser man en fremstilling av de første fire egenverdiene. Her ser man at svært få av egenverdiene viser signifikant påvirkning/effekt på de tilhørende egenvektorene. Det er kun de to første egenverdiene som påvirker resultatene i signifikant grad. Fra ligning (2.35) trenger vi kun å simulere vindkrefter for de  $m$  første egenvektorene,  $m \ll n$  der  $m = 4$  og  $n = 64$ . Dette gir en betraktelig reduksjon i simuleringstiden.

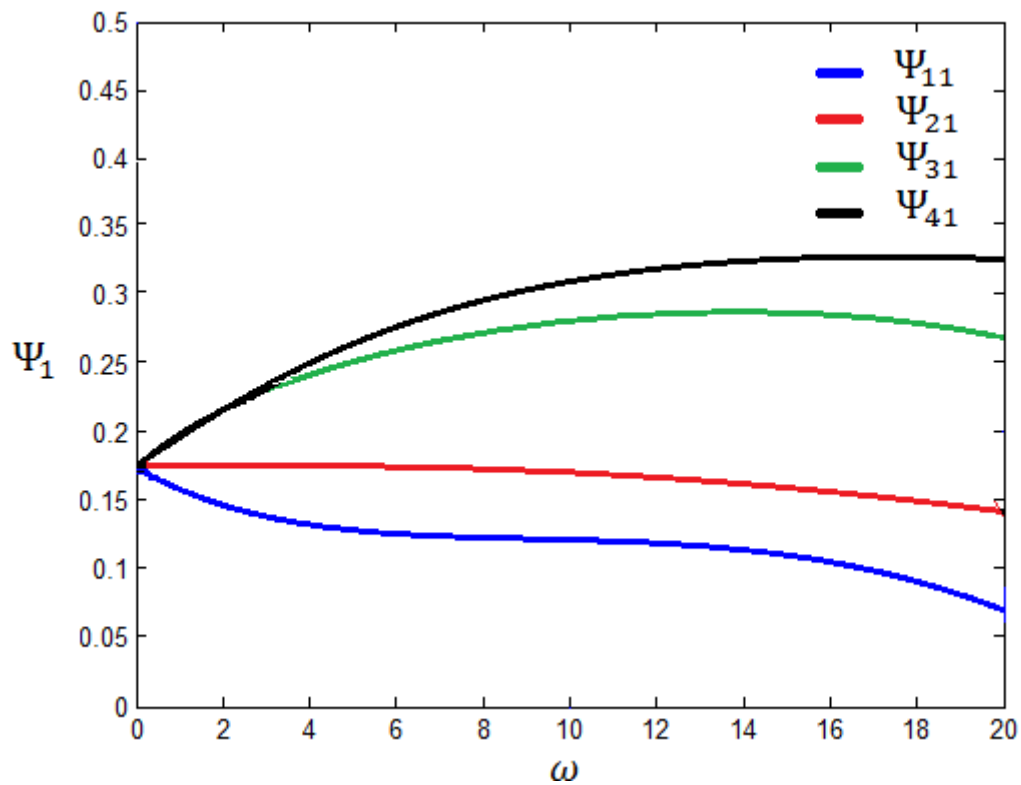
$$\Lambda_j(\omega), j = 1, 2, \dots, m \ (m \ll n)$$



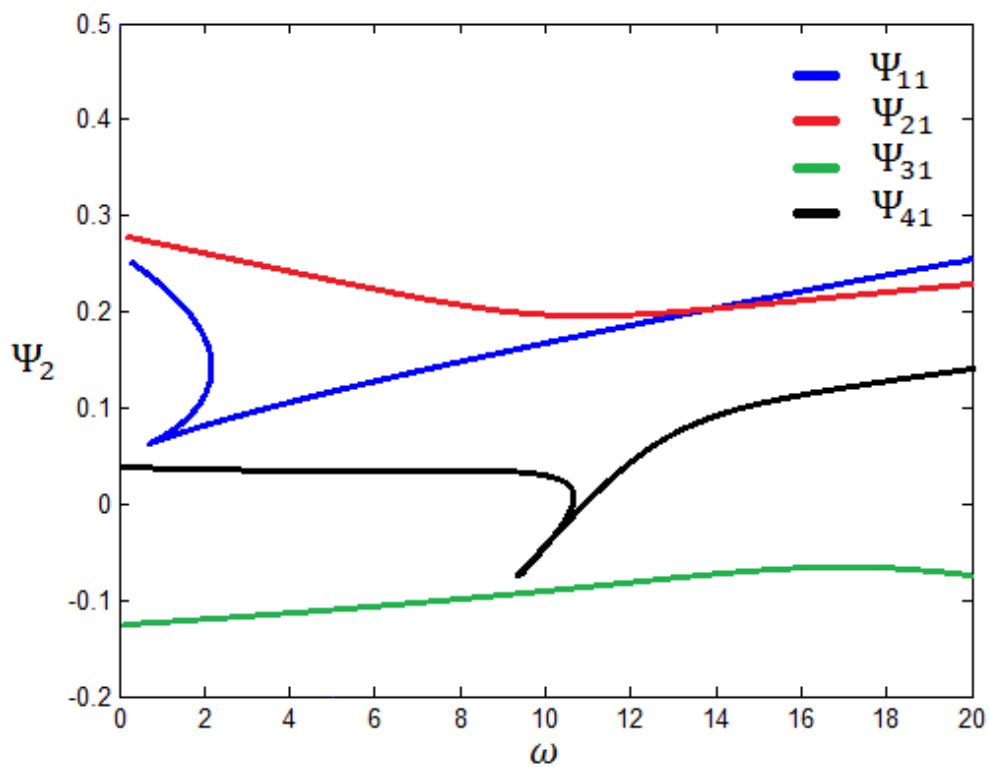
**Figur 4.2.1** Fremstilling av de fire første egenverdiene  $\Lambda_j(\omega)$  for vindfeltet langs kjørebanelen.

Resultatene fra simuleringen hadde ofte store avvik og gav utydelig resultater i deler av vindfeltet. Det var derfor svært krevende å få igjennom vindfelt som virket realistiske. En del av problemet var at egenvektorene ikke representerte de ekte svingeformene. I **Figur 4.2.2** og **Figur 4.2.3** er de to

første egenvektorene vist for de fire første vindhastighetene. I den nederste vektoren ser vi tydelig problemet som oppstår.



Figur 4.2.2 Den første egenvektoren i vindfeltet



Figur 4.2.3 Den andre egenvektoren i vindfeltet

For å simulere de ulike vindfeltene er det derfor blitt brukt en Online Wind Simulator fra NatHaz som simulerer vind ved hjelp av den autoregressive modellen beskrevet i denne rapporten. [29] Dette for å være sikker på at det simulerte vindfeltet ville stemme med teorien som er beskrevet, og kunne på den måten kartlegge modellusikkerheten til autoregressive simuleringer. Den vertikale vindkomponenten fra turbulens vil ikke bli beregnet med denne simuleringen.

### 4.3. Simulert vind for aktuelle middelvindhastigheter

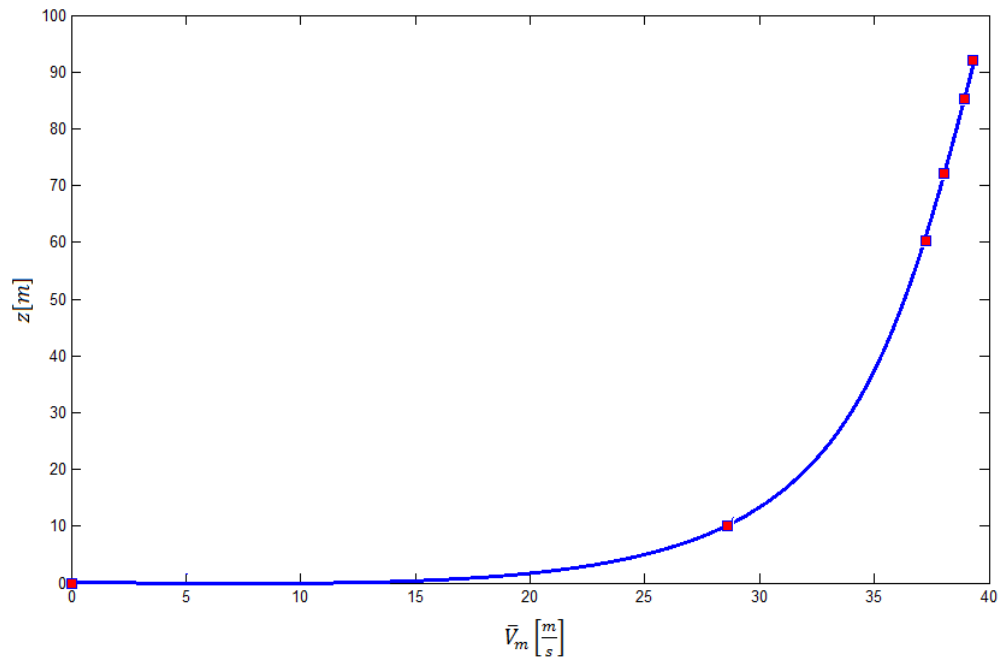
Det er simulert vind for to ulike middelvindhastigheter, middelvindhastigheten målt fra broen lik  $11.5 \frac{m}{s}$  og for referansevinden i Halden for en 100 års periode. Vi tar først utgangspunkt i referansevinden.

Middelvindprofilen  $\bar{V}(z)$  ved en høyde  $z$  over terrenget avhenger av terrengruhet, terrengformen og basisvindhastigheten  $v_b$ . Basisvindhastighet er hentet fra tabell NA.4(901.1) i eurokode 1 – vindlaster, og er for Halden lik  $24 \frac{m}{s}$ . Terrengruhetsfaktoren  $k_r$  er hentet fra en vindtunnelrapport av Bilfinger Berger [30], og er satt til 0.025. Fra ligning (2.22) finner vi middelvind profilet:

$$\bar{V}(z) = k_r * \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) * c_0(z) * v_b = 24 * 0.19 * \left(\frac{0.05}{0.025}\right)^{0.07} * \ln\left(\frac{z}{0.025}\right) \quad (4.1)$$

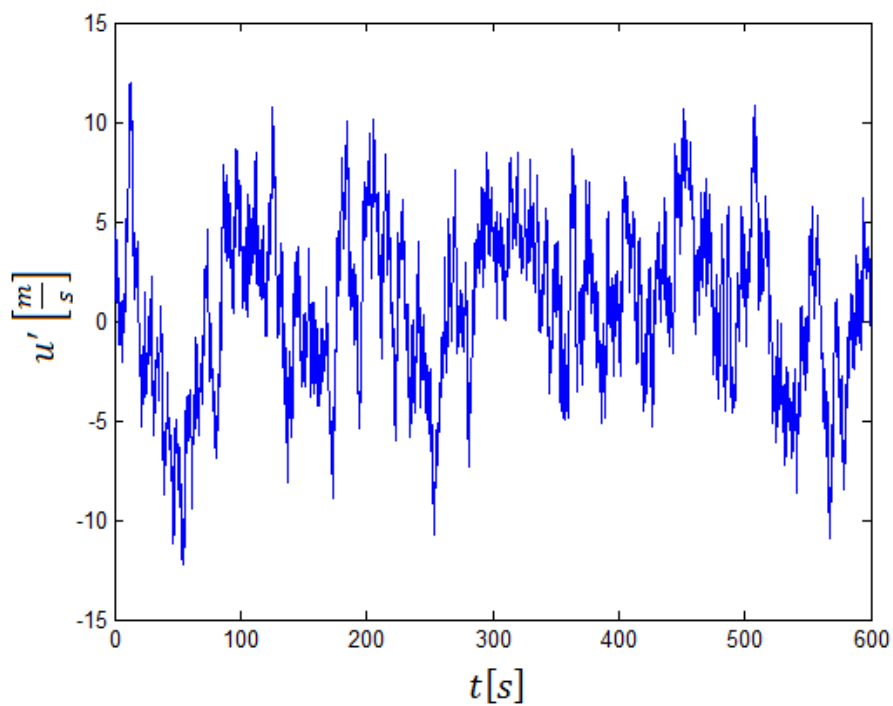
Høyde over terreng eller vann [m]	$\bar{V}(z) [\frac{m}{s}]$
10	28,6
60	<b>37,3</b>
72	38,1
85	38.9
92	39.3

Tabell 4.3.1 10-minutters middelvinds hastigheter.



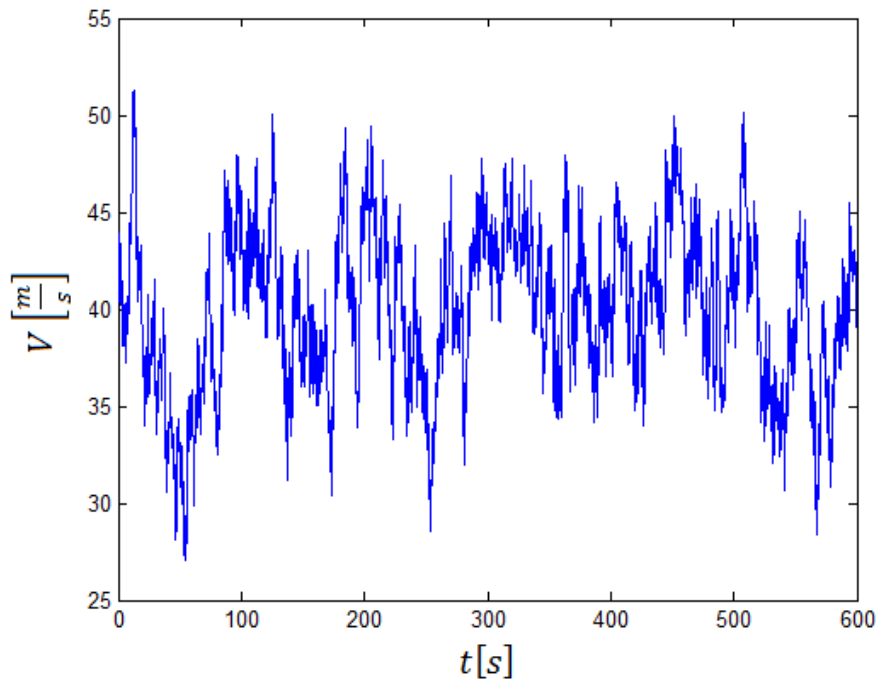
Figur 4.3.1 Vindprofil for referansevind i Halden for en 100 års periode.

I Figur 4.3.2 er den simulerte turbulensen for referansehastigheten i toppen av buen vist, for en 10-minutters observasjonsperiode.



Figur 4.3.2 Simulert turbulens for referansehastigheten på toppen av buen.

Deretter er middelvinden  $39.2 \frac{m}{s}$ , ved høyde  $z$  lik 91.6 meter over havet, lagt til turbulenskomponent  $U^i$  for å få den resulterende vindhastigheten i toppen av buen.



Figur 4.3.3 Simulert varierende vind for referansehastigheten i toppen av buen.

Resultatene fra referansevinden vil bli presentert **Tabell 4.4.7** i slutten av **avsnitt 4.4**.

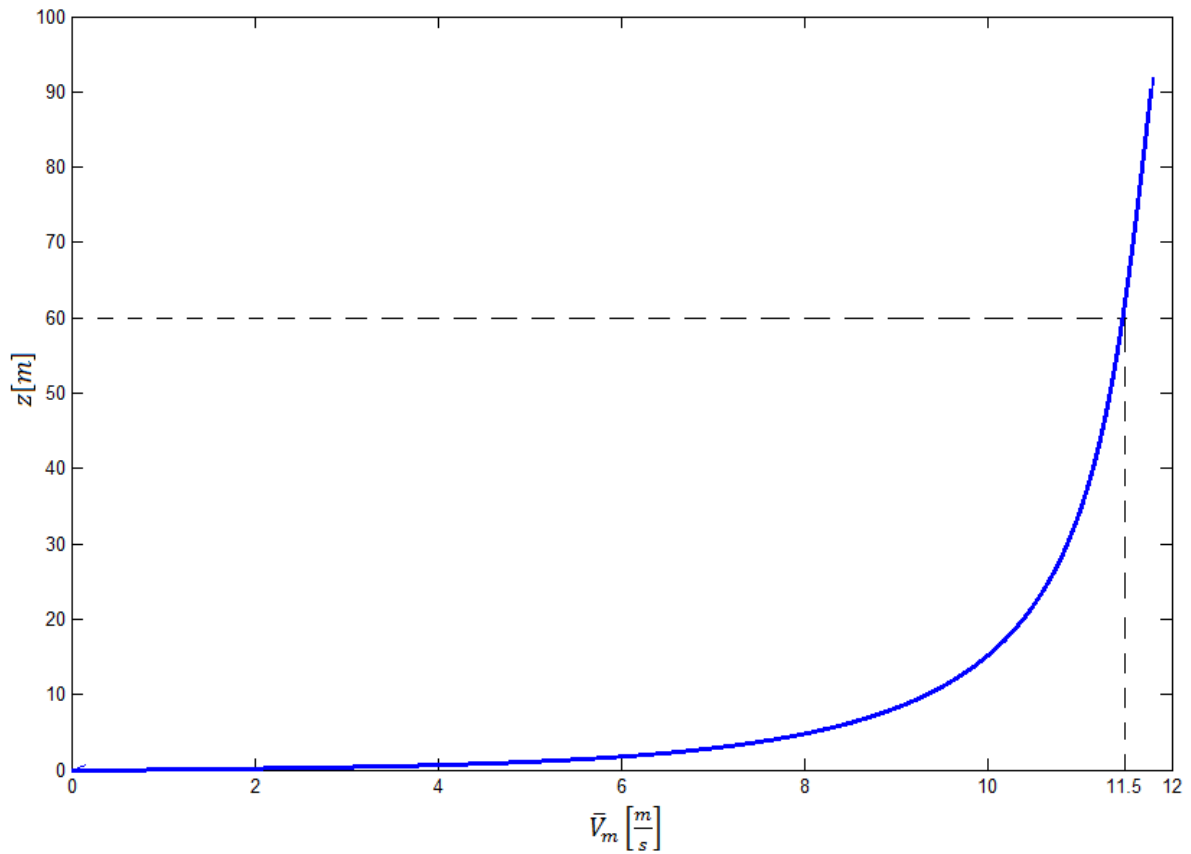
Middelvindhastigheten  $\bar{V}_i$  for node- $i$  fra de målte resultatene er definert i FE-modellen slik:

$$\bar{V}_i = \frac{1}{X} u_* \ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) \quad (4.2)$$

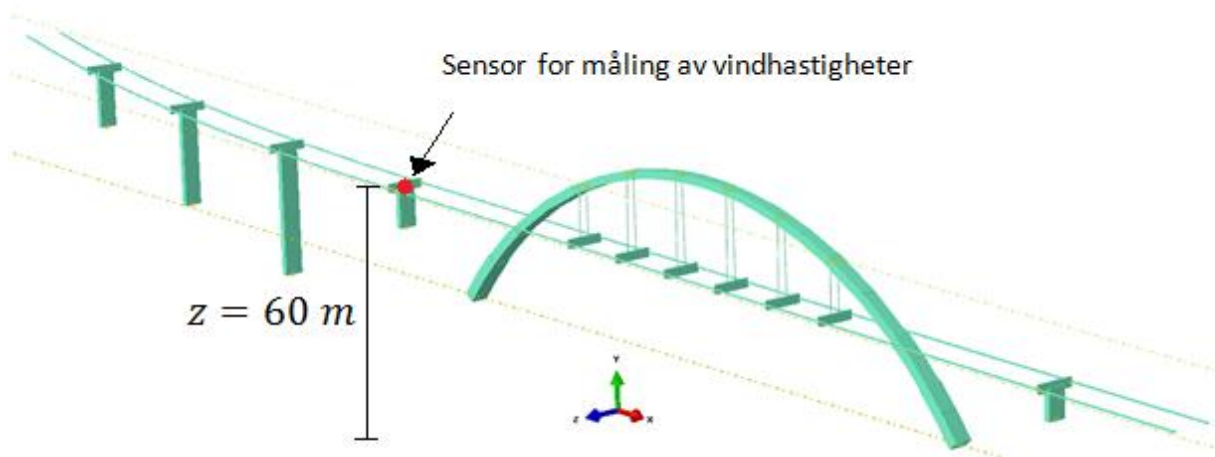
der  $z_i$  er høyden for node- $i$ ,  $X$  er Von Karman konstanten  $\approx 0.4$  og  $u_*$  er skjærhastigheten  $\left[\frac{m}{s}\right]$ .

I figuren nedenfor, **Figur 4.3.4**, sees den antatte vindprofilen for middelvind målt på kjørebanelik 11.5  $\frac{m}{s}$ . Sensoren for måling av vindhastigheter er plassert på toppen av pier 5, hvor høyden  $z = 60 m$ , se **Figur 4.3.5**. Denne vindprofilen er valgt for å kunne sammenligne simuleringene med målte verdier. På den måten vil det være mulig å kontrollere nøyaktigheten og kartlegge modellusikkerheten til den autoregressive simuleringen av vindfeltet.



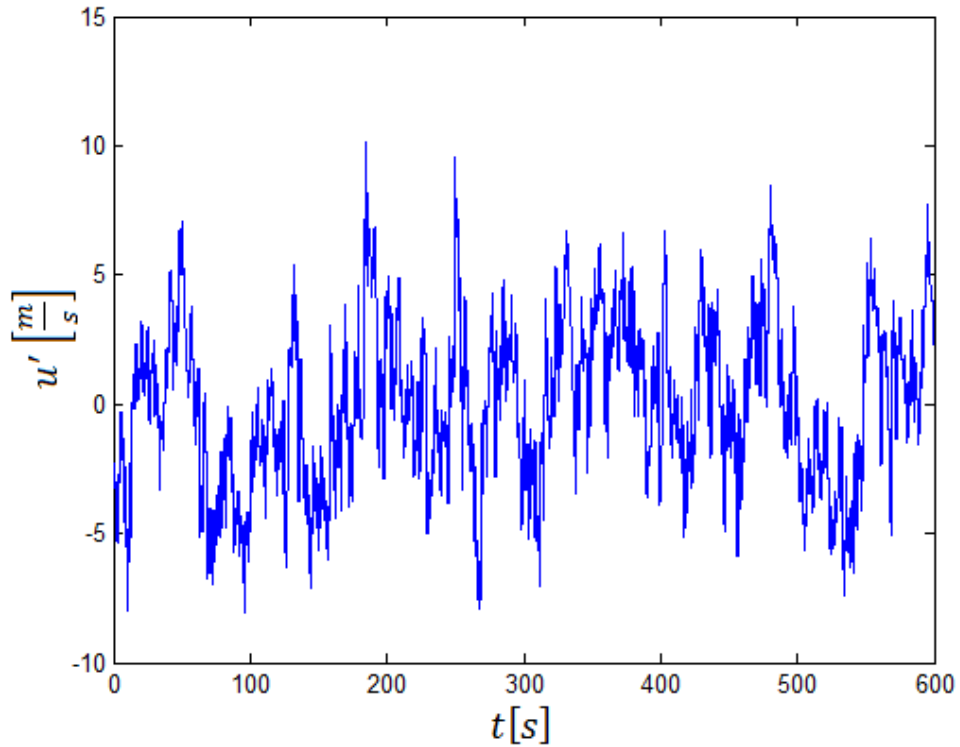


Figur 4.3.4 Antatt vindprofil for den målte middelvinden.



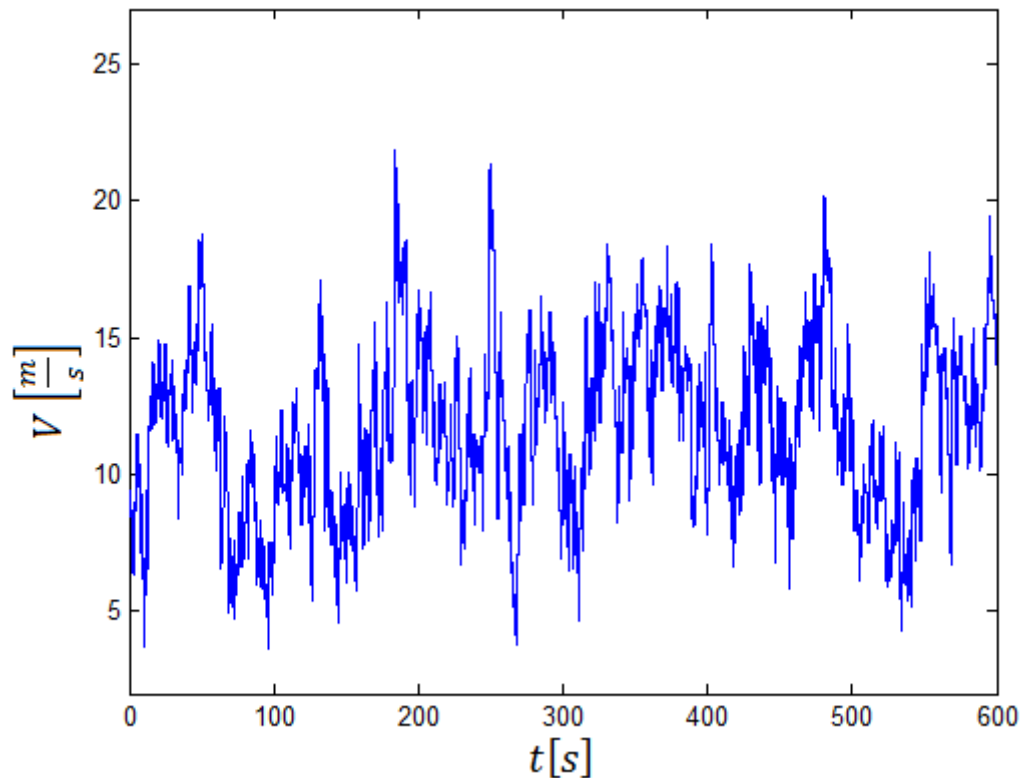
Figur 4.3.5 Plassering av sensoren for vindhastigheter under måleprosjektet.

**Figur 4.3.6** viser den simulerte turbulensen for middelvind tilsvarende middelvind fra måleprosjektet, for en 10-minutters observasjonsperiode. Turbulensen er simulert for en høyde tilsvarende 60 meter.



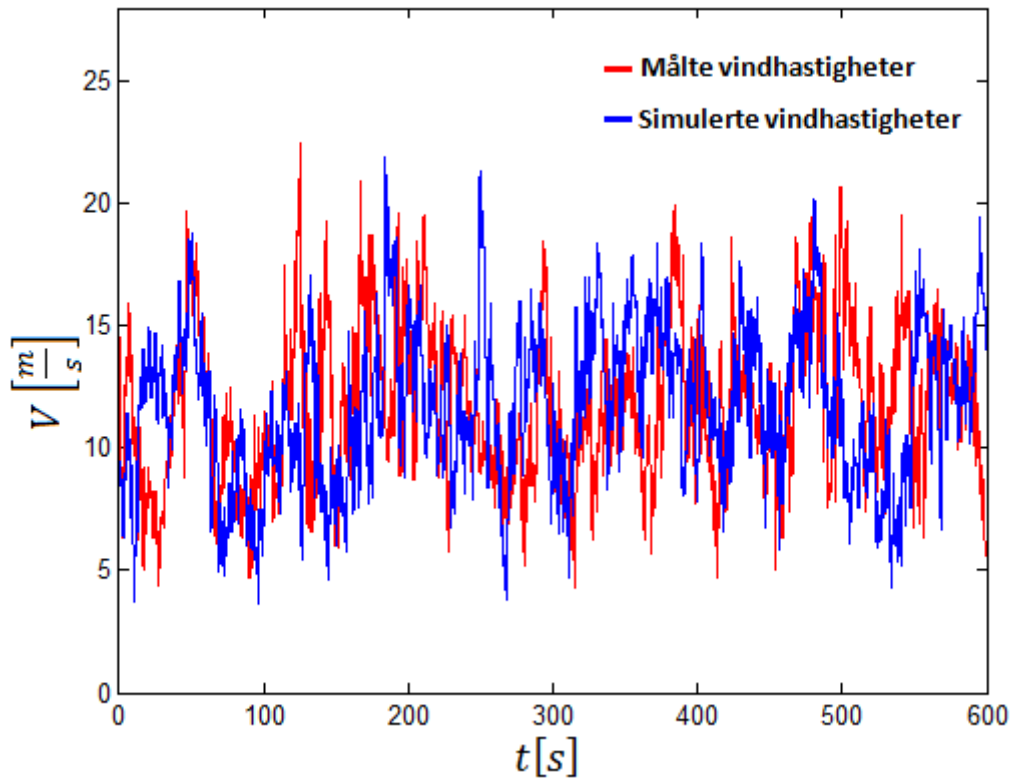
**Figur 4.3.6** Simulert turbulens for middelvind lik  $11.5 \frac{m}{s}$  på toppen av pier 5.

**Figur 4.3.7**, nedenfor, viser den simulerte vindhastigheten for en høyde tilsvarende 60 meter. Middelvinden på denne høyden er  $11.5 \frac{m}{s}$  og er lagt til turbulenskomponenten.



Figur 4.3.7 Simulert varierende vind i toppen av pier 5 for en 10-minutters observasjonsperiode.

I **Figur 4.3.8** på neste side er de simulerte vindhastighetene sammenlignet med målte vindhastigheter fra måleprosjektet. De målte vindhastighetene har en middelvind lik  $11.7 \frac{m}{s}$  og de simulerte vindhastighetene har en middelvind lik  $11.5 \frac{m}{s}$ . Måledataen ble registrert kontinuerlig ved 50Hz, og oppdelt i perioder på 10 minutter som ble lagret i en datafil. Den simulerte vinden er plottet for 5Hz. Denne fremstillingen viser at de simulerte vindhastighetene stemmer godt med virkelige verdier for vind på Svinesundsbroen. Utslagene for vindhastighetene er tilnærmet like og standardavviket skiller kun 4 % mellom målte og simulerte vindhastigheter. Det er likevel antydninger til at de målte verdiene varierer noe raskere.



Figur 4.3.8 Viser en sammenligning av simulerte og målte vindhastigheter, på toppen av pier 5.

#### 4.4.Resultater og analyser fra simuleringene.

Tidshistorien fra de numeriske simuleringene kan ikke direkte sammenlignes med tidshistorien hentet fra målingene, da dette er to helt tilfeldige prosesser. Det vil derimot være mulig å lage en statistisk fremstilling hvor man kan sammenligne den vindinduserte dynamiske responsen fra målingene med de simulerte vindfeltene i Abaqus. Det vil i fortsettelsen av **avsnitt 4.4** bli redegjort for den vindinduserte dynamiske responsen for den varierende vinden  $U^i$  og til slutt vist en fremstilling av akselerasjonene. For å bestemme nøyaktighetene av resultatene vil den vindinduserte responsen bli beregnet med varierende parameter verdier. I **Tabell 4.4.1** ser du den dynamiske responsen fra måleprosjektet som ble gjennomført på Svinesundsbroen. Det er ingen måledata fra senterpunktet til buen.

Plassering	Forskyvning[mm]
1/4 punktet, kjørebanelen	0,38
1/2 punktet, kjørebanelen	0,51
1/4 punktet, buen	0,68
1/2 punktet, buen	X

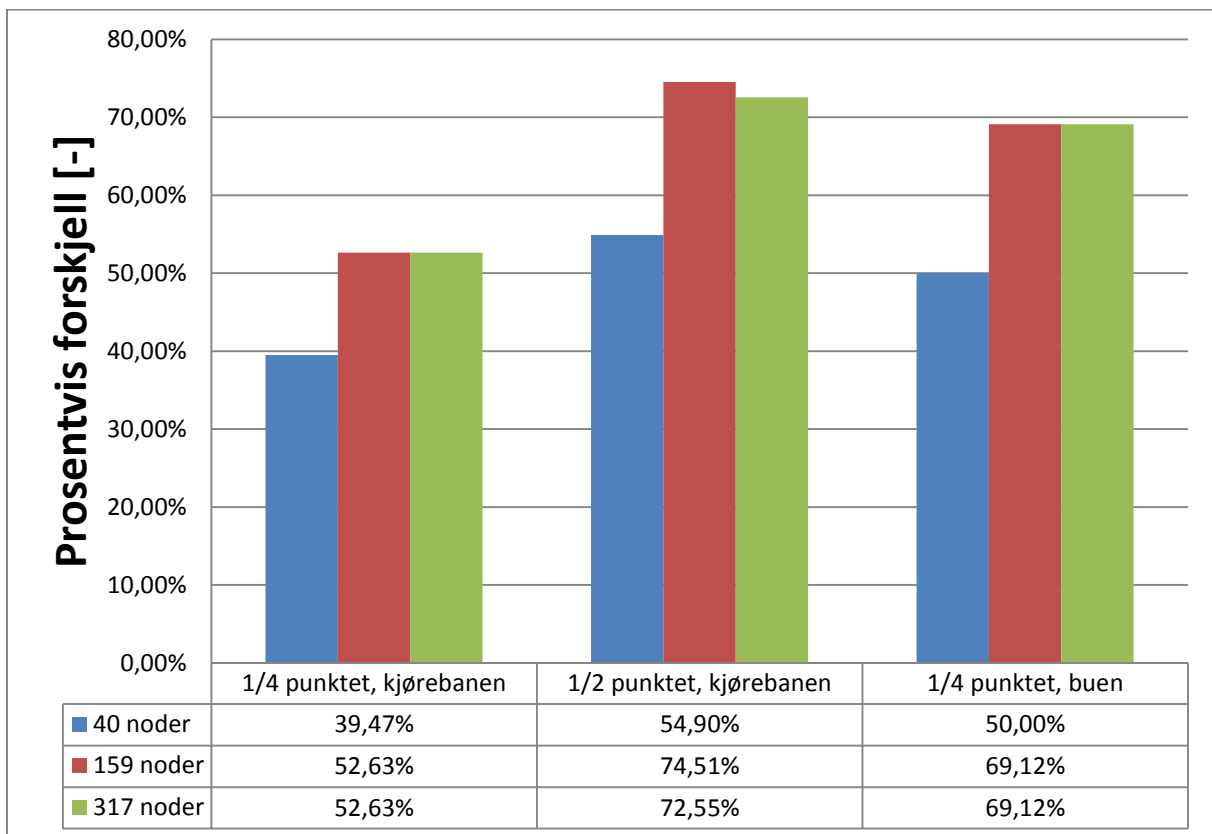
Tabell 4.4.1 Dynamisk respons fra måledata [mm]

**Tabell 4.4.2** viser en oversikt over den vindinduserte dynamiske responsen hvor antall noder utsatt for vindkrefter varierer. Dette for å kunne bruke færrest mulige noder med  $n$ -varierende vind og likevel få korrekte resultater. Det er svært krevende for Abaqus å kjøre mange noder som varierer i tidsplanet og den totale analysetiden vil slik kunne reduseres.

Plassering	Antall noder påført en varierende punktlast		
	40 noder	159 noder	317 noder
1/4 punktet, kjørebanen	0,23	0,18	0,18
1/2 punktet, kjørebanen	0,23	0,13	0,14
1/4 punktet, buen	0,34	0,21	0,21
1/2 punktet, buen	0,67	0,29	0,27

**Tabell 4.4.2** Den vindinduserte dynamiske responsen med økende antall noder med varierende vindlast [mm].

I **Figur 4.4.1** ser man tydelig at antall noder med  $n$ -varierende vind påvirker resultatene i stor grad og at resultatene fra 159 noder og 317 noder gir like resultater. Ved å kjøre en analyse med 40 noder vil det oppstå store punktkrefter med store lengdeenheter og det vil ikke representere de varierende vindkrefter på en naturlig måte. Ut i fra denne informasjonen kan man velge å kjøre de resterende analysene med kun 159 noder uten at dette vil påvirke resultatene negativt. Slik vil analysetiden kunne reduseres betraktelig.



**Figur 4.4.1** Viser en negativ prosentvis forskjell mellom målt og simulert respons.

**Tabell 4.4.3** viser den vindinduserte dynamiske responsen med varierende ruhetslengde. I vindrapporten fra Bilfinger Berge er ruhetslengden bestemt til 0,025 m [30]. For å få kunnskap om innvirkningen denne parameteren har på responsen, har vi økt ruhetslengden i analysene. Resultatene viser at ruhetslengden har liten påvirkning på den endelige responsen i konstruksjonen. Dette kommer av at ruhetslengden ved økende verdi vil gi lavere middelvindhastigheter, se ligning (3.22). I tillegg vil en økende ruhetslengde gi økende turbulens intensitet. Dette sees tydeligere med formelen for langsgående turbulens:

$$I_u(z) = \frac{1}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (4.3)$$

De to påvirkningene på middelvind og turbulens har en utlignende effekt av responsen med hensyn på ruhetslengden.

Plassering	Ruhetslengde, $z_0$		
	0,100	0,050	0,025
1/4 punktet, kjørebanen	0,34	0,33	0,32
1/2 punktet, kjørebanen	0,45	0,44	0,43
1/4 punktet, buen	0,49	0,48	0,47
1/2 punktet, buen	1,00	0,97	0,95

**Tabell 4.4.3** Viser den vindinduserte dynamiske responsen for varierende ruhetslengde [mm].

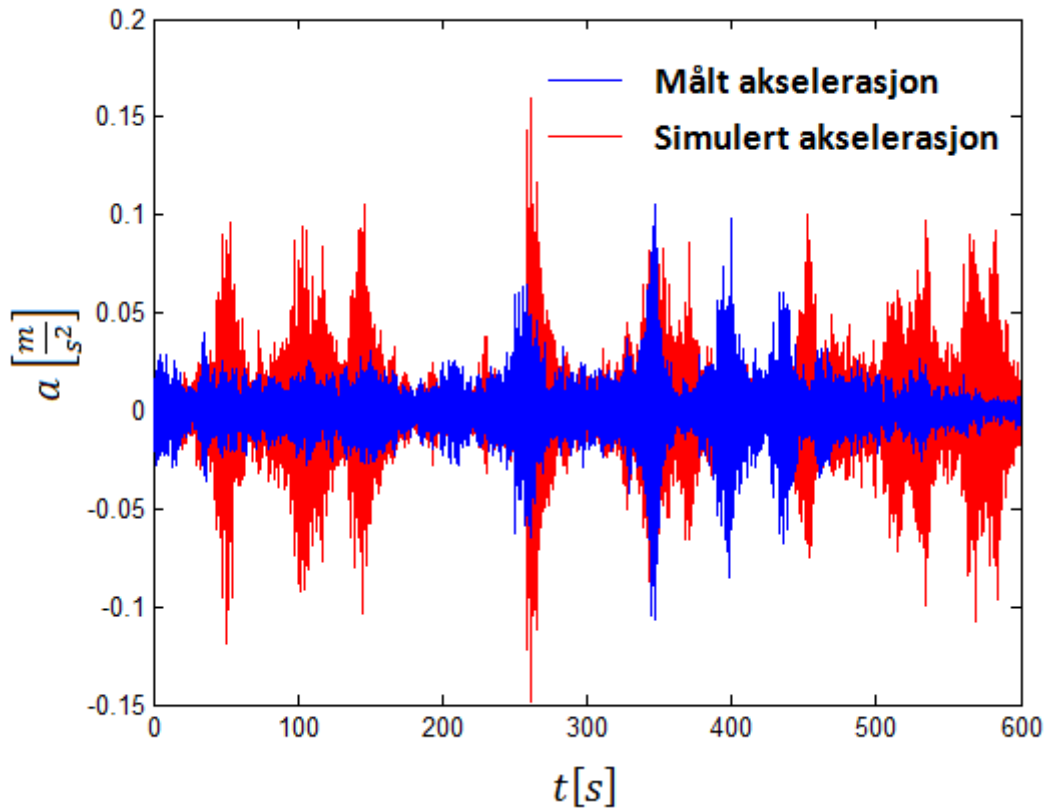
I **Tabell 4.4.4**, som man kan se nedenfor, er resultatene for vindinduserte dynamisk respons vist for varierende drag-koeffisient for buen, mens drag-koeffisienten for kjørebanen er konstant lik 0.15. Verdiene er hentet fra vindrapporten der 1.73 er drag-koeffisienten beregnet fra vindtunnelen, og 2 er hentet fra Eurokode 1. [19] [30]

Resultatene viser en tydelig innvirkning på responsen, der den største prosentvise økningen skjer i buen. Dette kan komme av at buen har et varierende tverrsnitt, og derfor ikke burde ha en konstant drag-koeffisient. Det er likevel antatt for resten av simuleringene en drag-koeffisient lik 2 for hele buen.

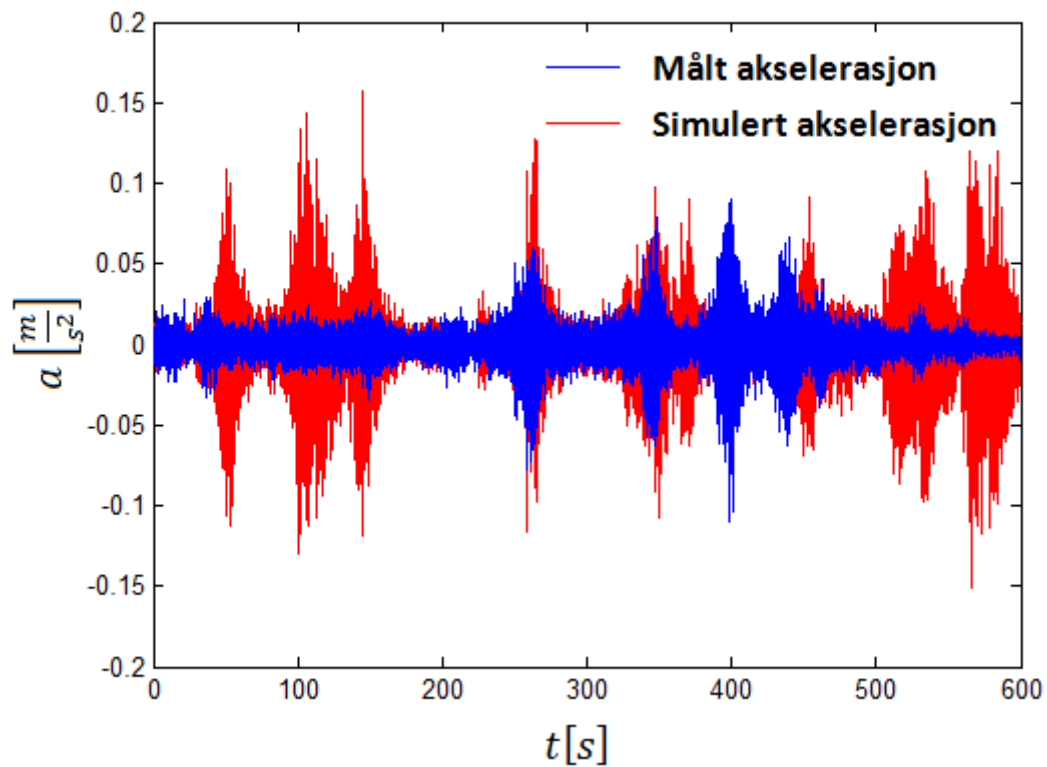
Plassering	Drag-koeffisient, $C_d$		
	2	1,87	1,73
1/4 punktet, kjørebanen	0,35	0,35	0,34
1/2 punktet, kjørebanen	0,48	0,47	0,48
1/4 punktet, buen	0,54	0,48	0,41
1/2 punktet, buen	1,19	1,09	0,97

**Tabell 4.4.4** Viser den vindinduserte dynamiske responsen for varierende drag-koeffisient [mm].

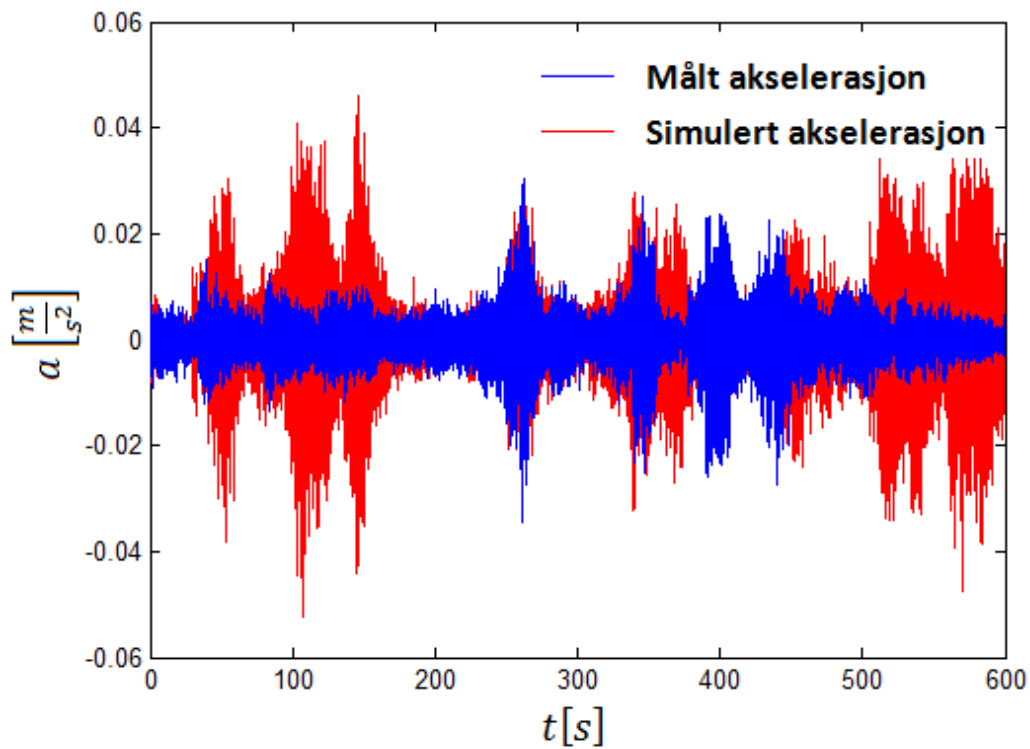
Figur 4.4.2 til Figur 4.4.4 presenterer en grafisk fremstilling av simulerte og målte akselerasjoner i brokonstruksjonen. Det er simulert for en ruhetslengde på 0,025 og en drag-koeffisient lik 2 på buen og 0.15 på kjørebanelen. De varierende vindkreftene ble fordelt utover 159 noder, 64 langs kjørebanelen og 95 langs buen.



Figur 4.4.2 Viser målte og simulerte akselerasjoner i senteret av kjørebanelen.



Figur 4.4.3 Viser målte og simulerte akselerasjoner i  $\frac{1}{4}$  punktet til kjørebanelen.



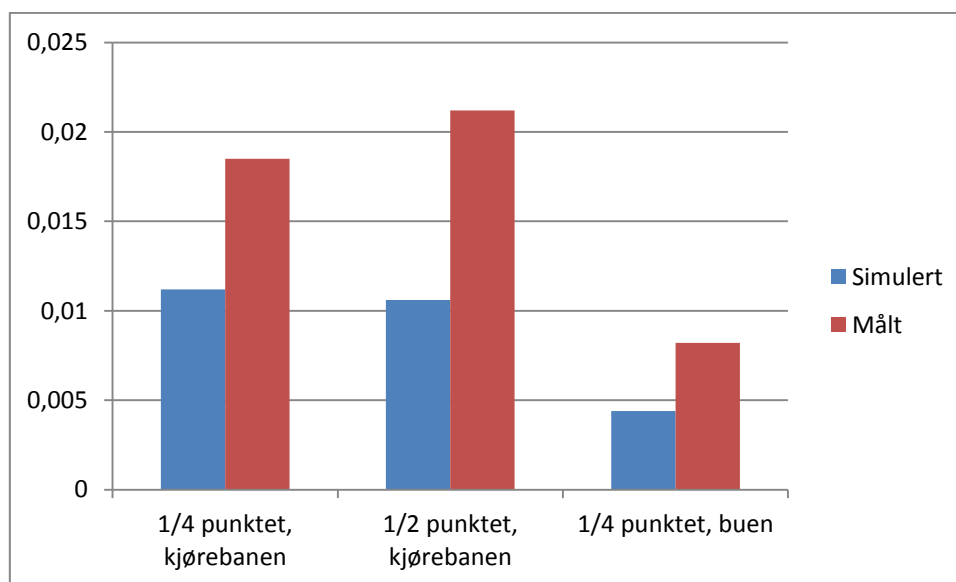
Figur 4.4.4 Viser målte og simulerte akselerasjoner i  $\frac{1}{4}$  punktet til buen.



**Tabell 4.4.5** og **Figur 4.4.5** viser standardavviket til de simulerte og målte akselerasjonene i brokonstruksjonen. Det fremkommer her store likheter mellom resultatene. Det er likevel viktig å nevne at det ved andre målinger har blitt notert større avvik enn det som er fremstilt her, og at disse verdiene varierer mye fra en måling til en annen. Det største avviket mellom målte og simulert resultater av standardavvik er notert som hele 487 %, mens den minste prosentvise forskjellen er på bare 12 %.

Plassering	Standardavviket til akselerasjonene		
	Simulert	Målt	Prosentvis forskjell
1/4 punktet, kjørebanelen	0,0112	0,0185	39,46 %
1/2 punktet, kjørebanelen	0,0106	0,0212	50,00 %
1/4 punktet, buen	0,0044	0,0082	46,34 %

**Tabell 4.4.5** Viser en sammenligning av standardavviket mellom simulerte og målte akselerasjoner.



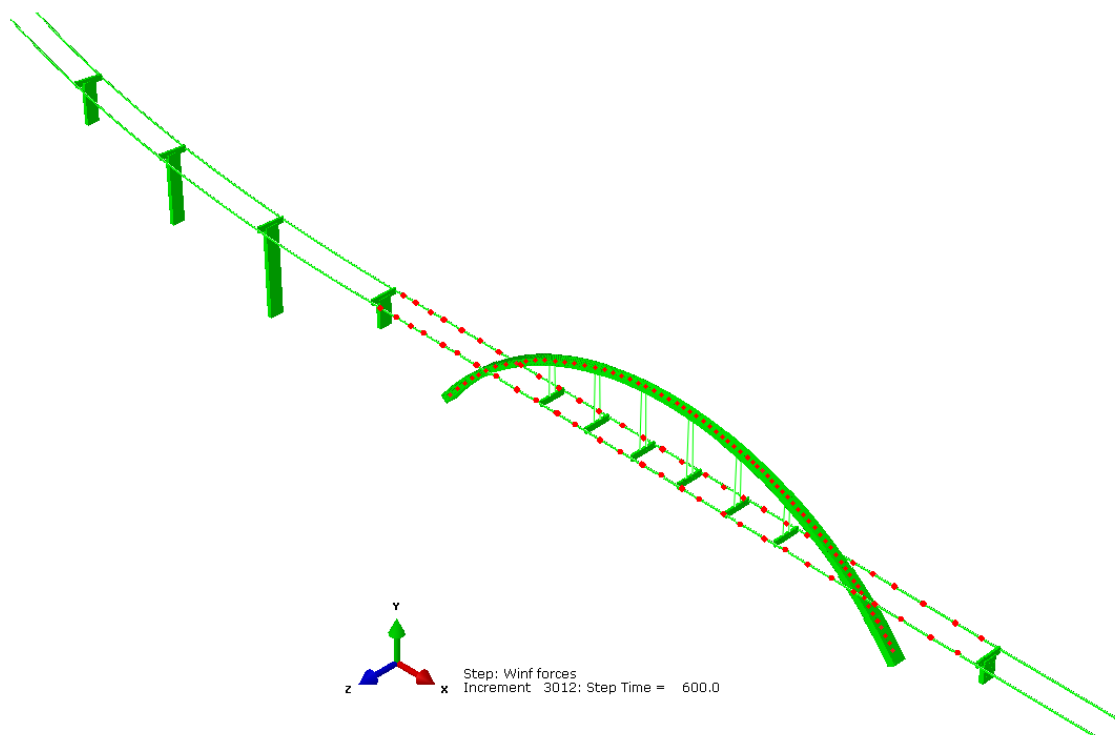
**Figur 4.4.5** Viser en grafisk fremstilling av standardavviket mellom målte og simulerte akselerasjoner.

**Tabell 4.4.6** viser den vindinduserte dynamiske responsen for simuleringen i FE-modellen. Her sammenlignes resultatene for en middelvind på  $11.5 \frac{m}{s}$  ved høyde  $60 m$ , der kreftene er fordelt på en og to kjørebaneler. Vindprofilen for eksempelet er vist tidligere i rapporten i **Figur 4.3.4**. I **Figur 4.4.6**, lenger ned, ser du én grafisk fremstilling av fordeling av punktlastene på begge kjørebanelene.

De varierende vindkreftene ble fordelt utover 223 noder, 128 langs kjørebanelene og 95 langs buen. Dermed ble også de resulterende kreftene på kjørebanelen halvert for hver punktlast. I analysen der kun den ene kjørebanelen er utsatt for vindkrefter, ble punktlastene fordelt utover 159 noder, 64 langs kjørebanelen og 95 langs buen. Begge analysene er simulert for en ruhetslengde på 0,025 og en dragkoeffisient lik 2 på buen og 0.15 på kjørebanelen.

Plassering	Fordeling av vindkrefter	
	Kun én kjørebane	Begge kjørebanene
1/4 punktet, kjørebanen	0,35	0,33
1/2 punktet, kjørebanen	0,48	0,43
1/4 punktet, buen	0,54	0,52
1/2 punktet, buen	1,19	1,17

Tabell 4.4.6 Viser den vindinduserte dynamiske responsen for vindkrefter fordelt på kun den ene kjørebanen og begge kjørebanene[mm]..



Figur 4.4.6 Fordelingen av varierende punktlaste markert i rødt. Simulering hvor begge kjørebanene er utsatt for vindkrefter.

Tabell 4.4.7 viser den vindinduserte dynamiske responsen med varierende middelvind. Det er simulert for en ruhetslengde på 0,025 og en drag-koeffisient lik 2 langs buen og 0.15 langs kjørebanen. De varierende vindkreftene ble fordelt utover 159 noder, 64 langs kjørebanen og 95 langs buen. Det kommer her frem hvordan økte vindhastigheter påvirker simuleringene.

Verifikasjon av den vindinduserte dynamiske responsen av Svinesundsbroen i tidsplanet ved hjelp av autoregressive simuleringer

Plassering	Vindinduserte dynamisk respons		
	Middelvind på 37.3 m/s ved høyde 60 meter	Middelvind på 11.5 m/s ved høyde 60 meter	Målte resultater for middelvind på 11.5 m/s
1/4 punktet, kjørebanelen	0,46	0,35	0,38
1/2 punktet, kjørebanelen	0,67	0,48	0,51
1/4 punktet, buen	0,66	0,54	0,68
1/2 punktet, buen	1,85	1,19	x

Tabell 4.4.7 Viser den vindinduserte dynamiske responsen med varierende middelvind.



## 5. Feilkilder og forbedringsmuligheter

For å simulere  $n$ -varierte stokastiske prosesser med vindhastigheter på ulike bestemte punkt, blir det brukt en dekomponering av spektralitetthetsmatrisen. Disse spekterligningene vil kunne fremstille en modell av atmosfærisk turbulens. Modellene for å simulere vindfeltene vil inneholde feil og usikkerheter som det er vanskelig å evaluere. Unøyaktighetene i simulering kommer først og fremst av at det i praksis ikke er mulig å simulere turbulens eksakt.

I rapporten er det vist noen av parametrene som vil påvirke resultatene. I tillegg til disse er det en stor usikkerhet knyttet til bestemmelsen av  $z$  koordinatene til simuleringsnodene. Konstruksjonen har i virkeligheten et varierende høydeforhold til bakken og det er usikkert hvordan vindens innvirkning vil variere med hensyn på dette. I denne rapporten er det antatt en fast høyde på 60 meter for hele kjørebanelen.

I sammenligningen mellom målt og simulert vindindusert respons, kan resultatene tyde på at FE-modellen er for stiv. Ved modellering av både buen og pilarene ble det valgt forenklede profiler. Ved hjelp av økt tilgang til tegninger og en mer detaljert modellering kunne feilmarginene fra dette minske. En annen svakhet er at det ikke ble funnet en nøyaktig oversikt over ikke-bærende masser i konstruksjonen.

En annen kilde til feil kan være beregningene som ble gjort i forbindelse med bruken av det noe ukjente programmet CrossX. Små forandringer i profilet til kjørebanelen underveis i prosjektoppgaven viste tydelige utslag på resultatene fra modellen i Abaqus. For videre arbeid ville det vært interessant å modellere kjørebanelen på en annen måte, for deretter å sammenligne resultatene.



## 6. Konklusjon

Resultatene fra simuleringen av vindfelt i FE-modellen samsvarer relativt godt med de målte resultatene. De små ulikhetene mellom de målte og de numeriske egenfrekvensene indikerer at massen og stivheten i FE-modellen representerer den virkelige konstruksjonen i stor grad. Likevel viser denne rapporten at det kan være flere feilkilder knyttet til modellen og parametrene i vind-simuleringen, og som gjør at man får noen usikkerheter rundt sammenlikningen av de simulerte og de målte resultatene.

En sammenfatning av den autoregressive prosedyren for generering av  $n$ -varierende vindhastigheter viser noen interessante egenskaper:

1. Svært få egenverdier viser signifikant påvirkning/effekt på vindhastighetene. Det betyr at man kan korte analysen ved å inkludere svært få egenverdier og egenvektorer. Det vil kun være nødvendig å evaluere de første  $M$  egenverdiene, for  $M \ll N$ .
2. Alle parametrene i egenvektorene er analytiske for gitte rammer. Ved å bruke en autoregressiv modell for bestemmelse av egenverdier og egenvektorer, og ved å bruke egenverdier for den den forrige egenfrekvens  $\omega_{j-1}$ , vil antall nødvendige iterasjoner for bestemmelse av egenverdier og egenvektorer, bli betraktelig redusert.
3. Egenvektorene er svingemoder knyttet til de varierende vindhastighetene, mens egenverdiene representerer påvirkningen de ulike prosessene har på vindhastigheten. Disse egenskapene gjør at vindfeltet beveger seg identisk som konstruksjonen; de har like svingemoder. Dette forenkler systemidentifikasjonen av broen.

Digitalisering av  $n$ -varierte stokastiske prosesser med vindhastigheter på ulike bestemte punkt krever en dekomponering av spektraltetthetsmatrisen (PSD). Prosedyren vist i denne rapporten bekrefter at autoregressive simuleringer er et effektivt beregningsverktøy for beregning av vindindusert dynamisk respons, og vil være fullt på høyde med andre metoder; som for eksempel The Cholesky Method, som dekomponerer PSD-matrisen i triangulærematriser. Shizhong og Yongle(2003) har beskrevet bruken og effektiviteten av The Cholesky Method for simulering av stokastiske vindfelt på slanke brokonstruksjoner [31].

For videre arbeid vil det være interessant å sammenligne resultatene fra metoden for autoregressiv-simulering av varierende vind på Svinesundsbroen, med andre metoder som utnytter den ortogonale dekomponeringen av PSD-matrisen. Forslag til andre metoder er blant annet blitt fremstilt av Li og Kareem (1990) [32], og av Solari og Carassale (2000) [33].





## Litteratur

- [1] Vägverket, Technical book about the Svinesund Bridge, Stockholm, 2007.
- [2] Bilfinger Berge, Vägverket, «Launching of the arch, Deformation and stress control of the new Svinesund bridge.,» Uwe Weitkemper, 2003.
- [3] Vegvesen, Statens, «Hardangerbrua, beregnings grunnlag,» Stockholm, 2008.
- [4] NTNU, institutt for konstruksjonsteknikk, «System Identification in Structural Dynamics,» 2011.
- [5] E. Strømmen, Theory of Bridge Aerodynamics, Springer, 2010.
- [6] T. W. Parks og J. H. McClellan, «Eigenvalue and Eigenvector Decomposition of the Discrete Fourier Transform,» Rice University, Houston, Texas, 1972.
- [7] P. Duhamel og M. Vetterli, «Fast Fourier Transforms: A tutorial review and a state of the art,» Columbia University, New York, 1989.
- [8] P. D. Welch, «The use of fast Fourier transform for the estimation of for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms,» Transaction on audio and electroacoustics, California, 1967.
- [9] T. J. Ulrych og N. T. Bishop, «Maximum Entropy Spectral Analysis and Autoregressive Decomposition,» University of Columbia, Vancouver, 1975.
- [10] F. Jing, Z. Chu-Han og W. Jin-Ting, «Estimation error of the half-power bandwidth method identifying damping for mulit-DOF systems,» State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing China, 2012.
- [11] A. K. Chopra, Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering 3rd edn., New Jersey: Prentice Hall, 2007.
- [12] R. A. Medina og Z. Farzin, «A practical method for proper modeling of structural damping in inelastic plane structural systems,» Department of Civil Engineering - Unversity of New Hampshite, University of California, United States, 2010.
- [13] F. Kozin, «Autoregressive moving average models of earthquake records,» Polytechnic University, New York, USA, 1988.
- [14] B. Liu, «Spatial Correlation Extraction via Random Field Simulation and Production,» University of California , San Diego, 2008.
- [15] M. Shinozuka, «Monte Carlo solution of structural dynamics,» Columbia University, New York, 1972.

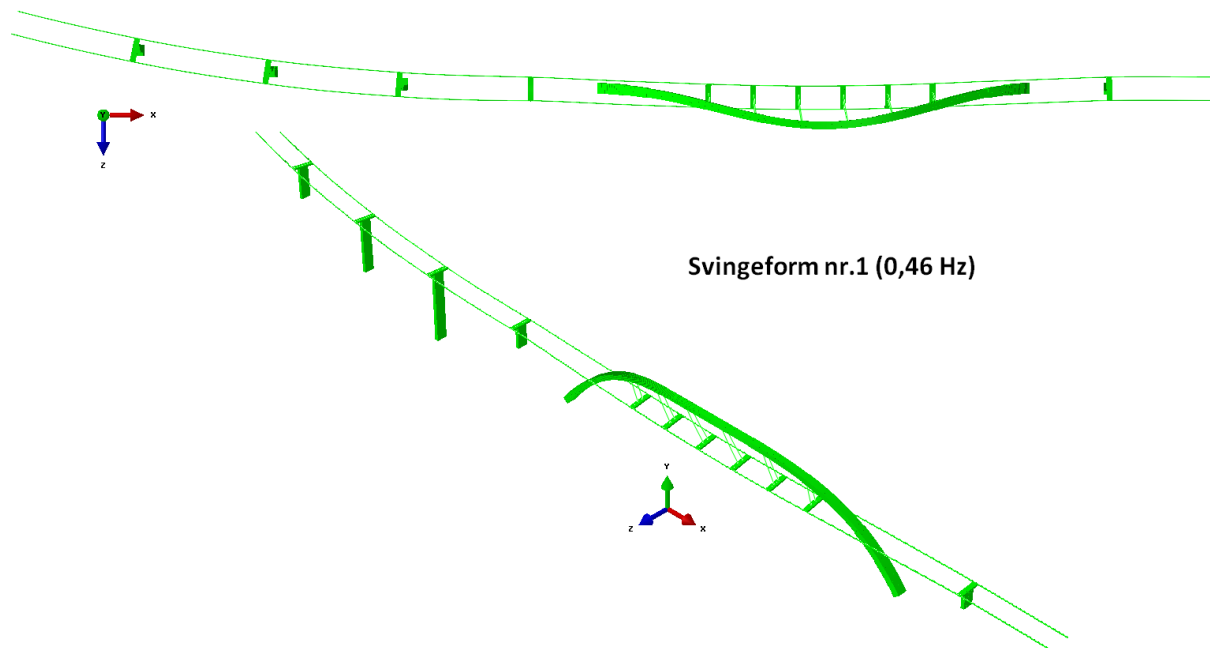
- [16] M. Shinozuka, «Stochastic Methods in Wind Engineering,» Elsevier Science publishers B.V, Amsterdam, 1990.
- [17] M. Shinozuka, «Digital simulation of random processes and its applications,» Columbia University, New York, 1972.
- [18] M. Di Paola, «Digital simulation of wind field velocity,» Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, University of Palermo, Palermo, Italy, 1998.
- [19] CEN, «Eurocode 1: Actions on structures — General actions — Part 1-4: Wind actions,» 2004.
- [20] G. Solari, «Gust buffeting. I: Peak wind velocity and equivalent pressure,» Istituto di Scienza delle Costruzioni, Univ. of Genoa, Genoa, Italia, 1993.
- [21] G. H. Fichtl, G. C. Marshall og G. E. McVehil, «Longitudinal and lateral spectra of turbulence in the atmospheric boundary layer,» Cornell Aeronautical Laboratory, Washington D.C., 1970.
- [22] M. Di Paola og I. Gullo, «Digital generation of multivariate wind field processes,» Università degli Studi di Palermo, Palermo, Italia, 2011.
- [23] U. G. Yule, «On a method of investigating periodicities in disturbed time series, with special reference to Wolfer's sunspot numbers,» The Royal Society, London, 1927.
- [24] N. Drahomir, S. Stoyan og H. Herda, «Error assessment for wind histories generated by autoregressive method,» Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Technical University of Brno, Czech Republic, 1995.
- [25] G. Bartoli, C. Borri og W. Zahlten, «Nonlinear dynamic analysis of cooling towers under stochastic wind loading,» Dept. of Civil Engrg, University of Florence, Florence - Italy, 1992.
- [26] «Abaqus Version 6.4 Manual,» 2011.
- [27] NTNU, The Norwegian University of Science and Technology, «CrossX,» [Internett]. Available: [http://www.femtech.no/pdf/u\\_manual.pdf](http://www.femtech.no/pdf/u_manual.pdf).
- [28] I. P. Bjørnsen, «Statistiske og dynamiske analyser av en hengebro under påvirkning av vindlast,» 2007.
- [29] NatHaz Modeling Laboratory, «NatHaz On-line Wind Simulator,» NatHaz Modeling Laboratory, 2007. [Internett]. Available: [http://windsim.ce.nd.edu/int\\_winsim.html](http://windsim.ce.nd.edu/int_winsim.html). [Funnet 2012].
- [30] Bilfinger Berger, «Wind Tunnel Test,» Stockholm, 2003.
- [31] L. Yongle og Q. Shizhong, «Simplifying the simulation of stochastic wind velocity fields,» Department of Bridge and Structural Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, People's Republic of China, 2003.

- [32] Y. Li og A. Kareem, «ARMA systems in wind engineering,» Probabilistic Engineering Mechanics, 1990.
- [33] G. Solari og L. Carassale, «Modal transformation tools in structural dynamics and wind engineering,» Wind and Structures, An International Journal, Italy, 2000.

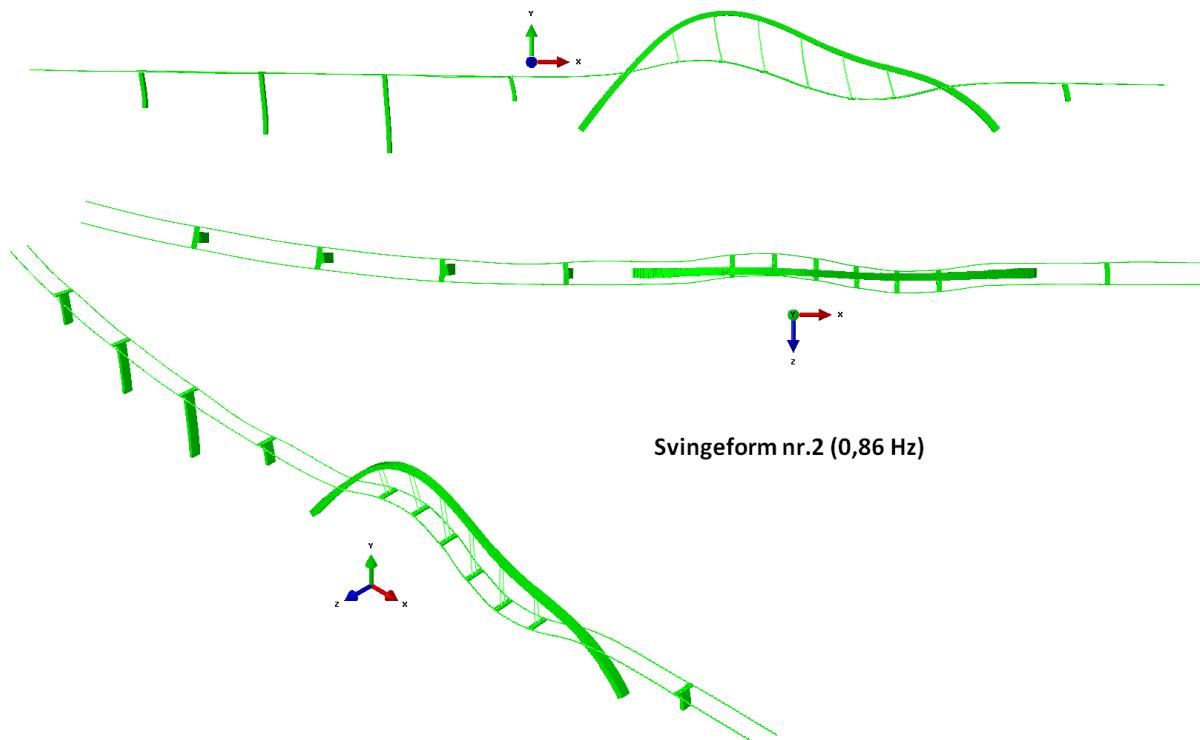


## Vedlegg 1

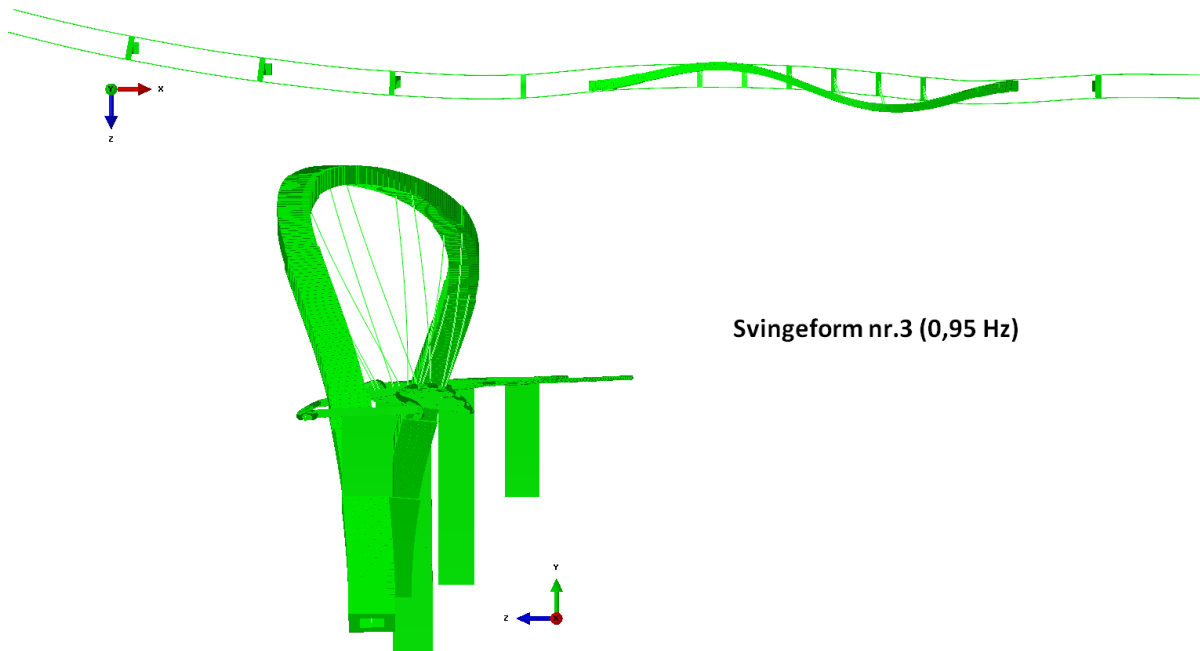
Figur 4.4.1 Svingeform nr.1, tverrstilt og symmetrisk



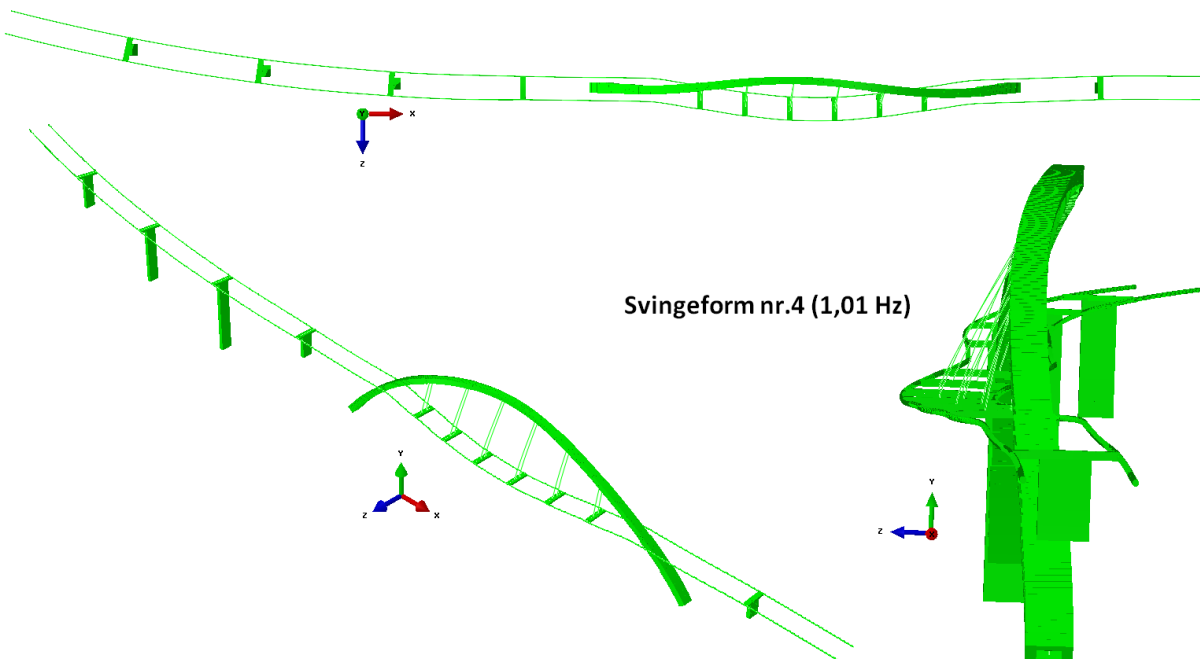
Figur 4.4.2 Svingeform nr.2, vertikalt og antisymmetrisk



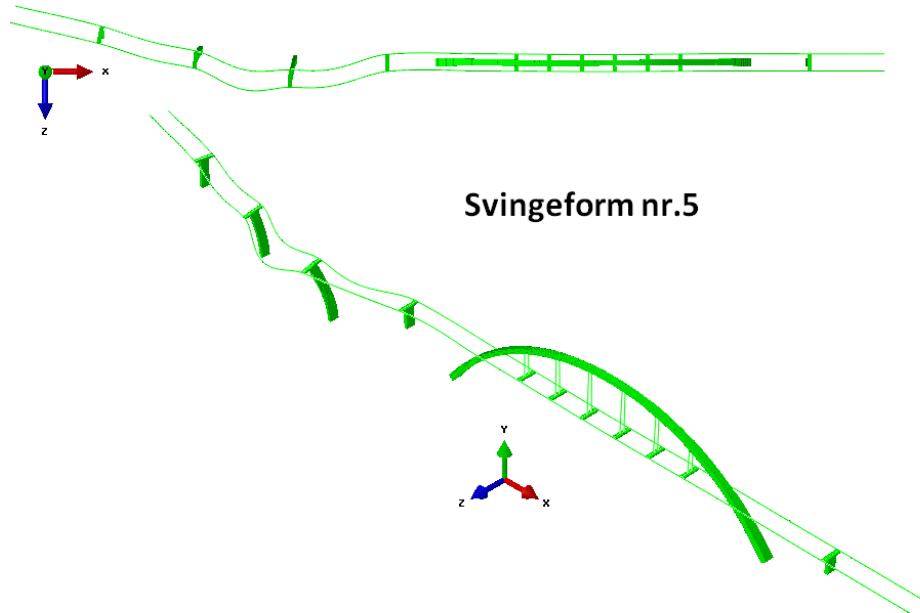
Figur 4.4.3 Svingeform nr.3, tverrstilt og antisymmetrisk



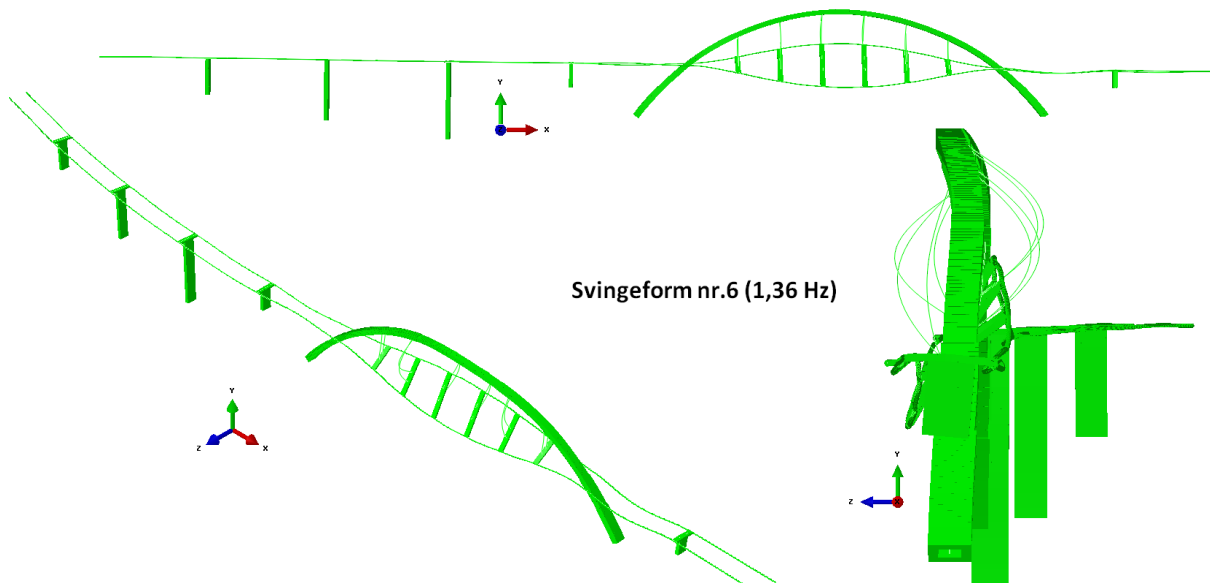
Figur 4.4.4 Svingeform nr.4, tverrstilt og symmetrisk



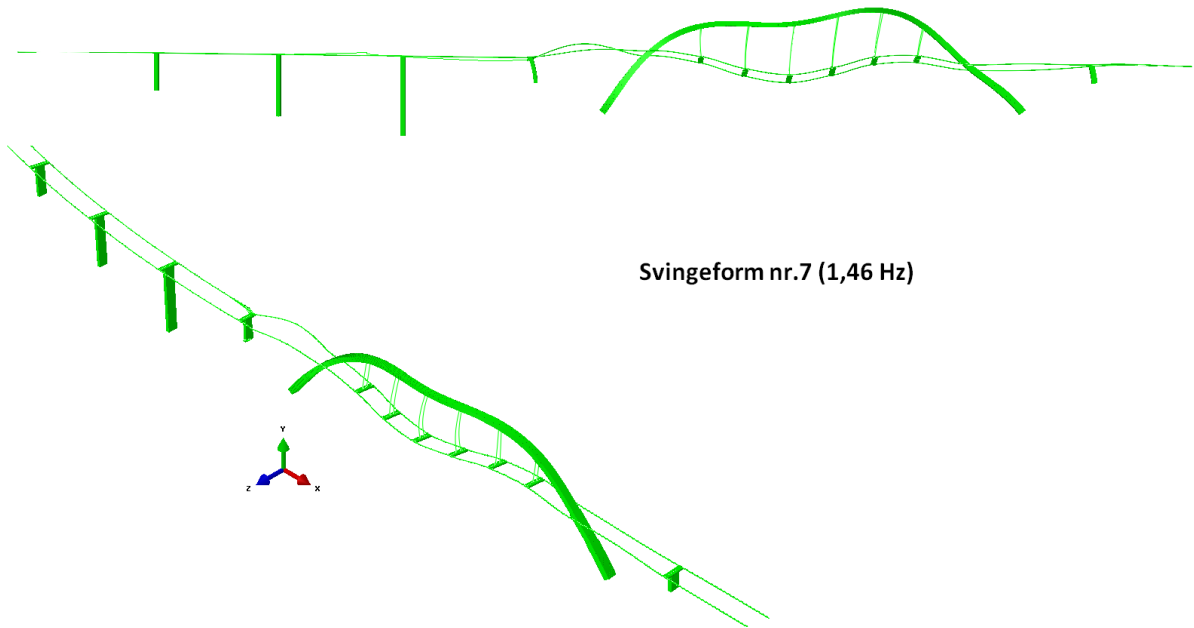
Figur 4.4.5 Svingform nr.5, tverrstilt i kjørebanelen



Figur 4.4.6 Svingform nr.6, torsjon

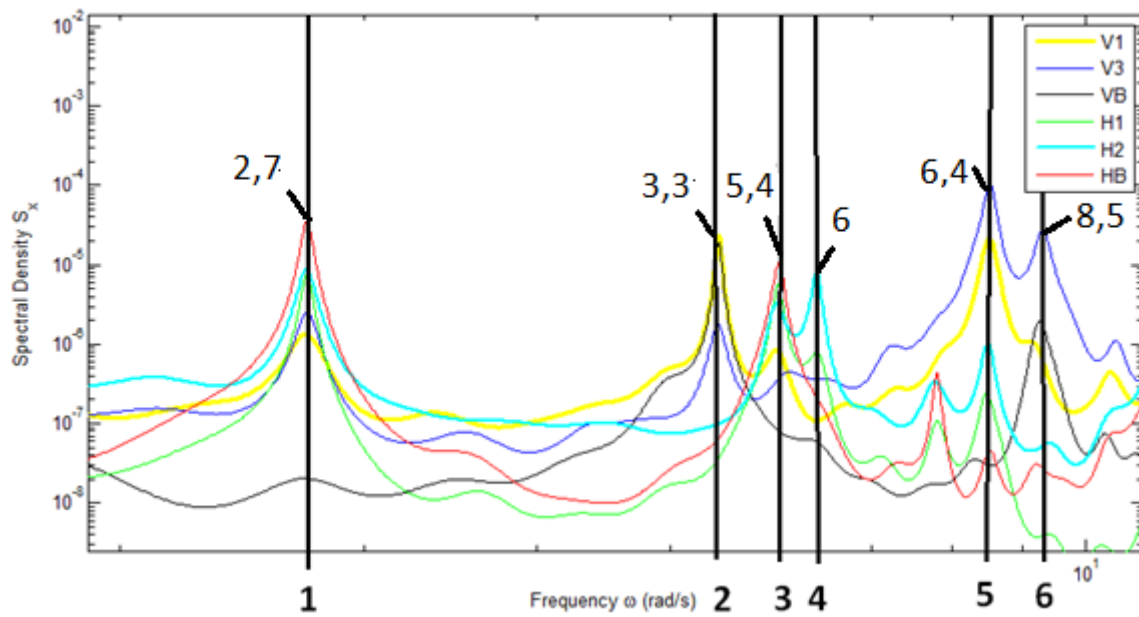


**Figur 4.4.7 Svingeform nr.7, vertikal og symmetrisk**



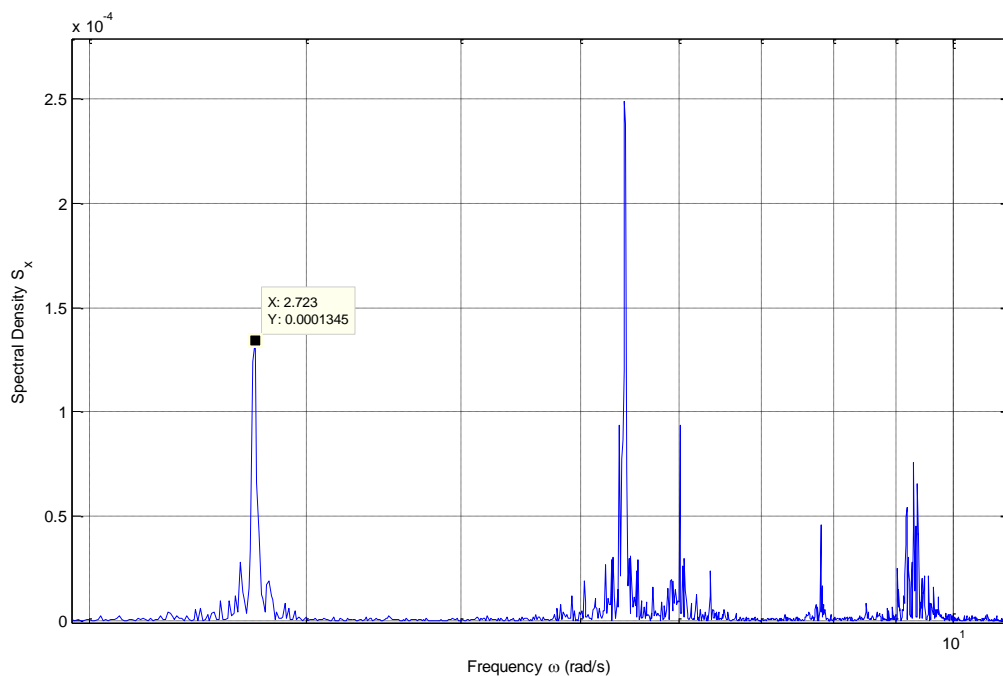


## Vedlegg 2

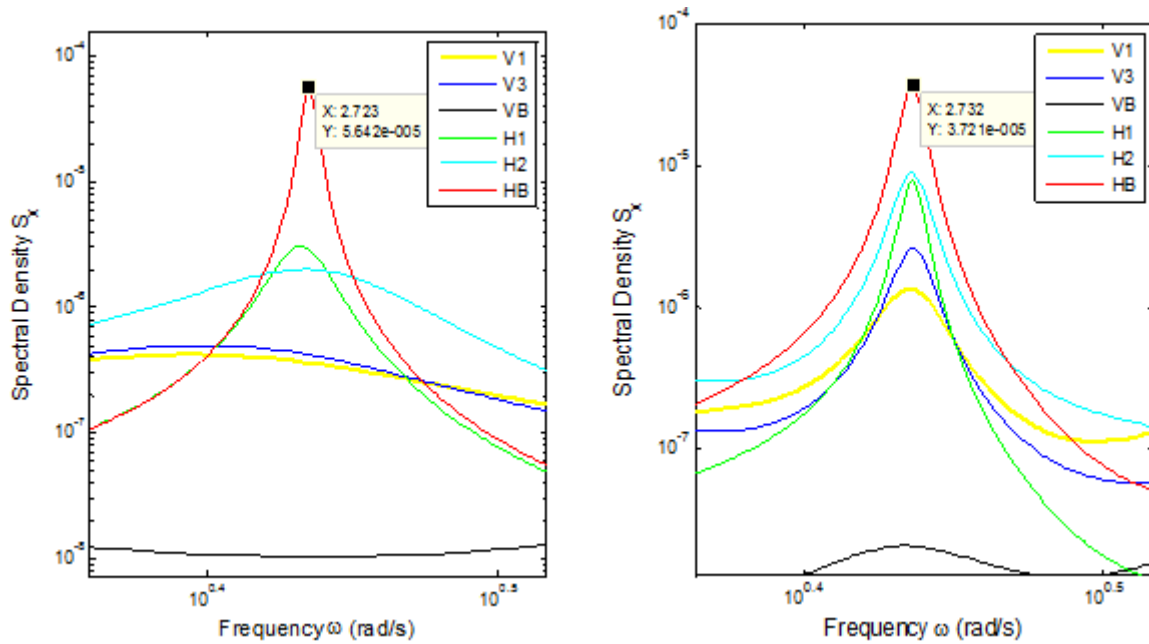


Figur 4.4.1 Fremstilling av alle egenfrekvensene fra fullskala målingene, Burgs metode

Figur 4.4.2 Fremstilling av alle egenfrekvensene fra fullskala målingene, Welch's metode



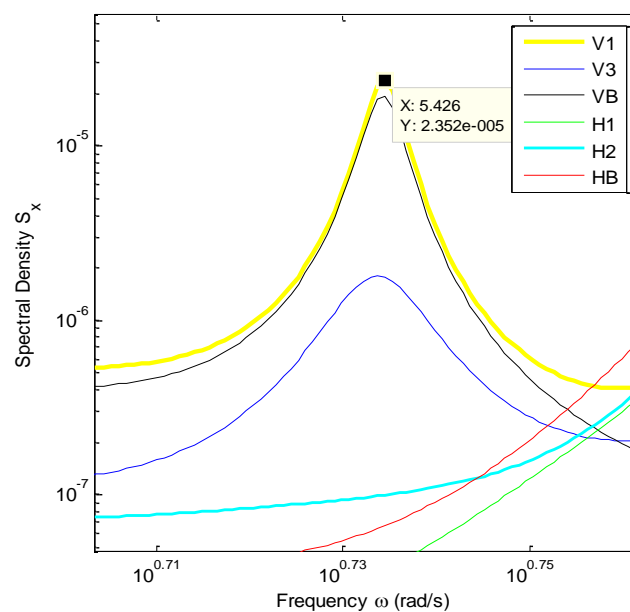
Figur 4.4.3 Fremstilling av egenfrekvensene ved hjelp av FFT.



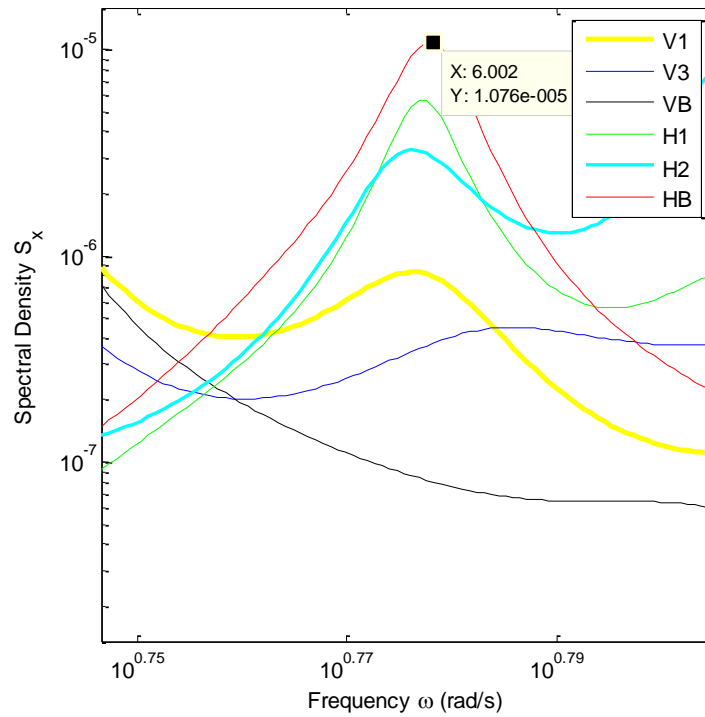
Figur 4.4.4 Viser egenfrekvensen til første svingeform ved hjelp av Burgs metode, med orden 150 (venstre) og orden 500 (høyre)

Den første egenfrekvensen er identifisert ved  $2.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (se **Figur 4.4.4**). Fra grafen kan vi se at Svinesundsbroen får størst utslag i tverrstiltretning av buen (**HB**). Videre kan man definere dette som en symmetrisk svingeform.

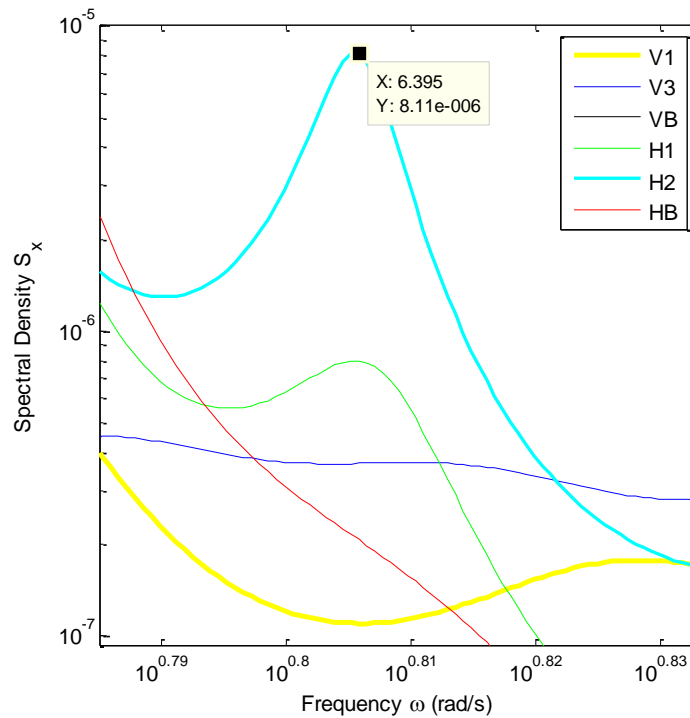
Den andre egenfrekvensen ble identifisert ved  $5.4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  (se Feil! Fant ikke referansekilden.). Fra grafen er amplituden størst i vertikalretning, spesielt for buen og kjørebanelen i  $\frac{1}{4}$  punktet (**V1** og **VB**). Dette kan derfor karakteriseres som en antisymmetrisk svingeform



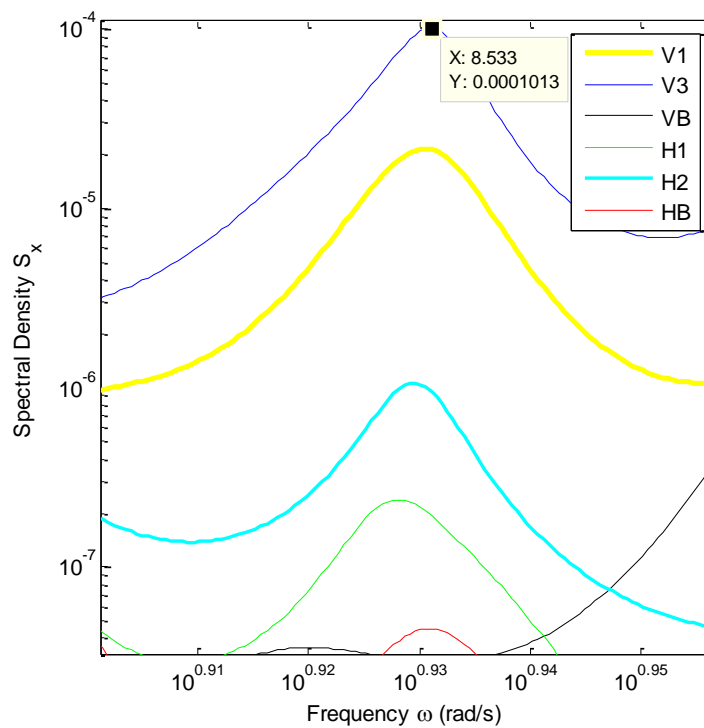
Figur 4.4.5 Egenfrekvensen til svingeform nummer to.



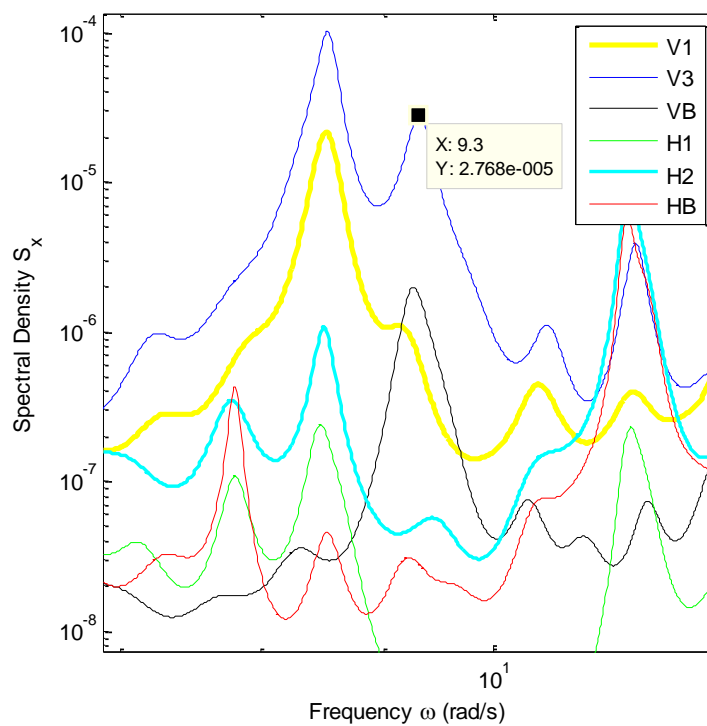
Figur 4.4.6 Egenfrekvens nummer tre, 6 rad/s. Antisymmetrisk, tverrstiltretning i buen.



Figur 4.4.7 Egenfrekvens nummer fire, 6.39 rad/s. Symmetrisk, tverrstiltretning i buen.



Figur 4.4.8 Egenfrekvens nummer fem, 8.53 rad/s. Symmetrisk, antydninger til torsjon



Figur 4.4.9 Egenfrekvens nummer seks, 9.3 rad/s. Symmetrisk, vertikalretning i buen.

